

# **Técnicas de correlación digital de imágenes y programación en la enseñanza-aprendizaje de la mecánica del medio continuo**

Guillermo Álvarez Díaz, Marta Ordóñez García, Ximena Medina Vanegas y Mario López Gallego  
Área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Departamento de Construcción e Ingeniería de Fabricación, Universidad de Oviedo

Correspondencia: mario.lopez@uniovi.es

## **Resumen**

La mecánica del continuo es una de las disciplinas que mayor dificultad de aprendizaje presenta en titulaciones técnicas como las de ingeniería civil. Esto se debe, entre otros factores, a la complejidad matemática de los contenidos y la elevada capacidad de abstracción requerida para la asimilación de los conceptos, que en muchos casos derivan en desinterés del estudiantado. Para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje se ha puesto en práctica una propuesta de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) que combina la visualización de elementos matemáticos con la aplicación de técnicas de programación. La experiencia metodológica se aplicó en la asignatura de Mecánica de Medios Continuos impartida en el Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de Oviedo. Para la visualización de los elementos matemáticos se aplica la técnica de correlación de imágenes a dos ensayos de laboratorio. Los datos obtenidos son tratados y analizados mediante una herramienta de programación y posteriormente utilizados para definir un modelo de elementos finitos de una estructura propuesta. Finalmente, los resultados son presentados en formato de póster para trabajar la competencia en comunicación científica.

*Palabras clave:* ingeniería, materiales, estructuras, aprendizaje basado en proyectos, ABP

## **Digital image correlation techniques in the teaching and learning of continuum mechanics**

### **Abstract**

Continuum mechanics is one of the most challenging disciplines to learn in technical degrees such as civil engineering. This difficulty is due, among other factors, to the mathematical complexity of the content and the high level of abstraction required to assimilate the concepts, which often leads to student disinterest. To improve the teaching-learning process, a Project-Based Learning (PBL) proposal that combines the visualization of mathematical elements with the application of programming techniques has been implemented. This methodological experience was applied in the Continuum Mechanics course taught in the Master's in Civil Engineering at the University of Oviedo. For the visualization of mathematical elements, the image correlation technique was applied to two laboratory tests. The data obtained is processed and analyzed using a programming tool and subsequently used to define a finite element model of a proposed structure. Finally, the results are presented in a poster format to develop competence in scientific communication.

*Keywords:* engineering, materials, structures, project based learning, PBL

## INTRODUCCIÓN

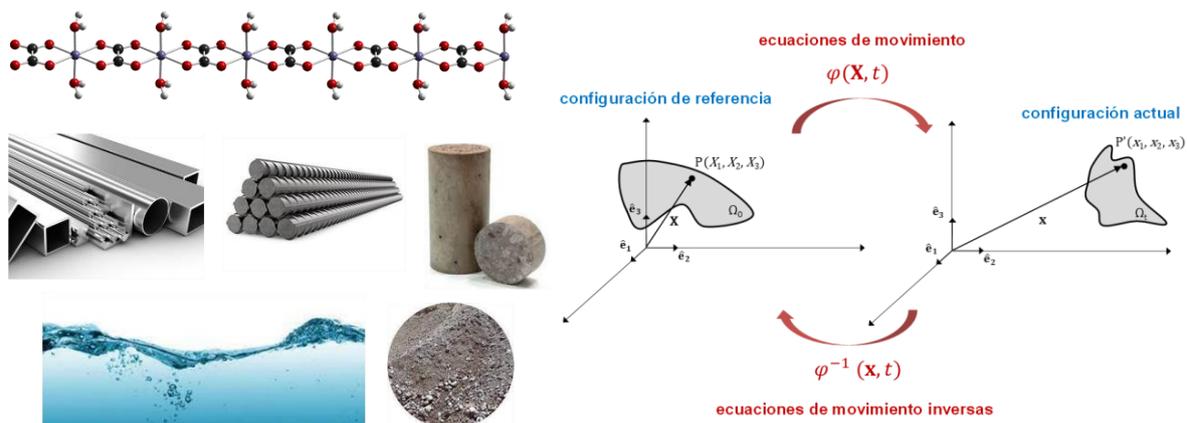
### Propósito de la mecánica de medios continuos

El análisis del comportamiento cinemático y mecánico de los materiales bajo la asunción de un continuo es a lo que se denomina comúnmente como mecánica de medios continuos (Mase et al., 2009). Su objetivo principal es proporcionar un marco matemático para analizar el comportamiento de los materiales a escalas macroscópicas de longitud, tiempo y energía, cuando están sujetos a fuerzas externas y/o entradas de energía en forma de calor.

Un continuo debe entenderse como un modelo por el cual se supone que el espacio que ocupan los cuerpos está lleno al completo de la sustancia que los compone (Figura 1). Esta asunción ignora que la materia está compuesta por átomos, pero proporciona una descripción suficientemente precisa para analizar el comportamiento de sólidos y fluidos en la práctica ingenieril. Gracias a ello, las propiedades mecánicas o cinemáticas de los cuerpos pueden expresarse a través de funciones matemáticas continuas. En la mecánica del continuo básica o introductoria es habitual asumir además que el medio es homogéneo e isótropo.

### Figura 1

La mecánica del continuo asume que los materiales están formados por un continuo de sustancia y no se tiene en cuenta su estructura atómica (panel izquierdo), las ecuaciones de movimiento y sus inversas permiten describir su cinemática (panel derecho)



### La mecánica de medios continuos en los estudios de ingeniería

La disciplina abarca campos del conocimiento relacionados con el comportamiento de fluidos, sólidos y materiales complejos, resultado de vital importancia para prácticamente todas las áreas tecnológicas. Además, representa una temática rica a nivel intelectual, puesto que se basa y enfatiza de la generalidad, la rigurosidad y la abstracción.

Dentro de la ingeniería civil o de caminos, canales y puertos, esta disciplina es fundamental para la comprensión de problemas avanzados de mecánica de fluidos y de mecánica de sólidos deformables, que son a su vez la base de la hidráulica y el análisis de estructuras. Además, bajo las debidas hipótesis, la mecánica de medios continuos es la base teórica de la geotecnia. En palabras del célebre ingeniero Eduardo Torroja (Torroja Miret, 2007): “Vano sería el empeño de quien pretendiese dar con la atinada traza de una estructura, sin haber asimilado, hasta la médula de sus huesos, los principios tensionales que rigen todos sus fenómenos resistentes; tan vano como el de un médico que se pusiese a recetar y ordenar el tratamiento de sus enfermos, sin conocer la fisiología del organismo humano”.

### Contexto

La propuesta presentada en este trabajo se ha realizado dentro de la asignatura de Mecánica de Medios Continuos del Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos de la Escuela Politécnica de Mieres de la Universidad de Oviedo. Estos estudios habilitan profesionalmente para el ejercicio de la

profesión regulada del mismo nombre (Ivorra Chorro et al., 2013) y se desarrollan a lo largo de 2 cursos con 120 ECTS. La asignatura está programada en el primer cuatrimestre y se encuadra dentro del módulo de Ampliación de Formación Científica y la materia de Ampliación de Medios Continuos (Memoria Verificada Por La Agencia Nacional de Evaluación de La Calidad y Acreditación (ANECA) Del Título de Máster Universitario En Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos Por La Universidad de Oviedo, 2016). La distribución de trabajo presencial del alumnado por tipo de sesión es:

- Clases Expositivas (CE): 26 h.
- Prácticas de Aula (PA): 7h.
- Prácticas de Laboratorio/Informática (PL): 11 h repartidas en 5 sesiones de 2 h + 1 se 1 h.

En cuanto a indicadores de rendimiento de la asignatura, estos se sitúan generalmente bajos en comparación con el resto de las asignaturas de la titulación. Teniendo como referencia el curso 2022/2023 han resultado unos valores de 55.2, 88.9 y 62.1% en las tasas de rendimiento, éxito y evaluación, en los tres casos por debajo de los valores medios: 65.7, 93.3 y 70.4%, respectivamente. Esta misma tendencia ha sido observada sucesivamente en cursos anteriores.

### **Motivación y objetivos**

El alumnado de Mecánica de Medios Continuos enfrenta una disciplina de gran dificultad y que en muchas ocasiones le resulta ajena al ejercicio profesional, lo que en muchos casos deriva en una desmotivación y desinterés que repercute negativamente en el aprendizaje. Por estos motivos, se ha desarrollado y puesto en práctica una metodología innovadora con el objetivo doble de mejorar el grado de adquisición de competencias y la satisfacción del alumnado. Para ello, se han planteado los siguientes objetivos didácticos (redactados desde el punto de vista del alumnado):

- Adquirir conocimientos relacionados con la mecánica del medio continuo y su aplicación práctica en el del desarrollo profesional de la ingeniería de caminos, canales y puertos.
- Enfrentar y resolver problemas de ingeniería que requieran la aplicación de técnicas complejas de mecánica estructural, mecánica de fluidos y/o mecánica de suelos y rocas.
- Ante nuevos retos y desafíos técnicos de un mundo cambiante, aplicar ideas y soluciones adecuadas basadas en métodos tanto experimentales, como analíticos o numéricos.
- Desarrollar competencias científico-técnicas que capaciten para la renovación continua de conocimientos a lo largo de la vida mediante el aprendizaje autónomo.
- Comunicar conclusiones y conocimientos ante públicos y foros especializados técnicamente y en el ámbito de la I+D+i, de un modo claro y utilizando el lenguaje y los canales propios.

## **FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS**

### **Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)**

El Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) se fundamenta en el paradigma constructivista de que el aprendizaje implica una experiencia de construcción interior, opuesta a una actividad intelectual receptiva y pasiva. Se basa en la realización de forma autónoma de una programación de tareas interrelacionadas y durante las cuales el estudiantado construye su conocimiento aplicando críticamente los conceptos teóricos (Dewey, 1986).

En titulaciones de ingeniería habilitantes profesionalmente, el ABP es de gran interés (Mills, 2002), puesto que resulta más familiar a los y las profesionales de la ingeniería que con otras metodologías tradicionales (Mills & Treagust, 2003). Este enfoque se aplica en titulaciones de la rama desde hace décadas (Carlson & Sullivan, 1999) y en el ámbito de la ingeniería civil son varios los casos de éxito (Cosgrove et al., 2010). Su aplicación ha resultado satisfactoria para alumnado en cursos iniciales de Grado (El-Maaddawy et al., 2018), pero también en cursos posteriores para asignaturas vinculadas con la geotecnia (López-Querol et al., 2015), las estructuras metálicas (Delgado Trujillo et al., 2015) o el cálculo de estructuras (Muñiz et al., 2020).

### **Uso de la programación como herramienta para el aprendizaje.**

La mecánica de los medios continuos como disciplina se originó mucho antes que los ordenadores y los métodos de cálculo modernos. De hecho, algunas de las ecuaciones planteadas siglos atrás no han podido resolverse hasta las últimas décadas. El desarrollo reciente de la potencia de las computadoras ha revolucionado los métodos de cálculo de estructuras, que han desplazado los métodos manuales (Maugin, 2013). Algo similar ha ocurrido en la ingeniería hidráulica, en la que los métodos computacionales son incorporados cada vez con mayor frecuencia en el proyecto de infraestructuras. Como contrapunto a una mayor productividad profesional, esta evolución se traduce frecuentemente en la aplicación de una herramienta sin que se produzca una interpretación crítica del procedimiento y/o resultado, repercutiendo negativamente la calidad de los trabajos.

Este cambio en la profesión ha ido acompañado de los correspondientes cambios en el proceso de enseñanza-aprendizaje aplicados en las universidades. Un ejemplo son las asignaturas relacionadas con el cálculo de estructuras, en las que los métodos manuales han ido perdido peso progresivamente (Vázquez-Boza et al., 2015). El uso de estos nuevos métodos reporta claras ventajas, como es la mejora de la visualización e interpretación de los resultados obtenidos (Martini, 2006). No obstante, la incorporación rutinaria de métodos computacionales no se traduce siempre en una mejora del aprendizaje (May & Johnson, 2009). De hecho, en muchos casos su empleo en la docencia se suele limitar al uso de programas sin dedicación a la validación y verificación de los resultados.

En la asignatura de Mecánica de Medios Continuos, no es habitual el uso de métodos computacionales en su docencia más allá de la utilización del método de los elementos finitos. Por el carácter básico de esta disciplina y su fuerte componente matemática resulta muy interesante la utilización de la programación, una herramienta descuidada en la formación en ingeniería civil. La programación mediante herramientas como Matlab facilita la visualización e interpretación de los objetos matemáticos y los conceptos teóricos. Adicionalmente, el alumnado puede entrenar sus habilidades de resolución de problemas de pensamiento algorítmico y tiene la capacidad de explorar sin verse obstaculizado por pesadas cargas de cálculo (Talaat et al., 2022).

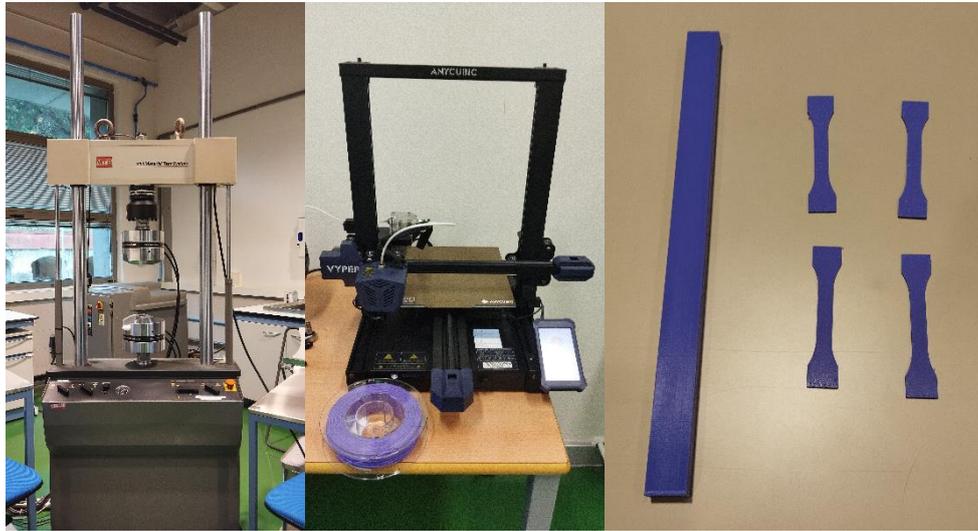
## **DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA**

### **Planteamiento**

A inicio del curso académico se plantea al estudiantado la necesidad de caracterizar el comportamiento tenso-deformacional de un material de propiedades desconocidas. Este se corresponde con un material plástico de impresión 3D, que presenta un comportamiento mecánico diferente al elástico-lineal (Figura 2). Durante las sesiones tipo PL se desarrollan de forma unas tareas para el estudio de este material bajo la orientación y supervisión del profesorado. Para el análisis de datos y caracterización se van incorporando y aplicando conceptos teóricos desarrollados durante las sesiones CE.

**Figura 2**

*Máquina universal de ensayos mecánicos (izquierda), impresora 3D del Laboratorio de Mecánica de Medios Continuos (centro) e impresiones realizadas para las prácticas laboratorio (derecha)*



### **Sesiones PL 1 y 2**

En las dos primeras sesiones el alumnado toma contacto con las técnicas de programación mediante Matlab que le permitirán tratar y visualizar los datos en siguientes tareas. Esta herramienta se utiliza además en las sesiones tipo CE y PA para la resolución de los problemas y ejercicios planteados.

Será importante la familiarización con el lenguaje de programación, así como el entorno gráfico de Matlab. Se plantean para ello ejercicios en los que se ha de representar diferentes propiedades de medios continuos en el espacio y en el tiempo. Resulta muy relevante la interiorización durante estas dos sesiones de las dos formas de descripción del medio continuo: espacial o euleriana y material o lagrangiana (Oliver Olivella & Agelet de Saracibar Bosch, 2002), puesto que estas serán empleadas indistintamente a lo largo de la asignatura.

### **Sesión PL 3**

En la tercera práctica ya se trabaja directamente con el material de impresión 3D. Se pretende la caracterización del comportamiento del material mediante el ensayo de tracción uniaxial con varios ciclos de carga y descarga de la probeta (Figura 3). En cuanto a conceptos teóricos, se profundiza en la interpretación de los diferentes tensores de deformación ( $\mathbf{E}$ , Green-Lagrange;  $\mathbf{e}$ , Almansi; y  $\boldsymbol{\epsilon}$ , ingenieril) y tensión ( $\boldsymbol{\sigma}$ , Cauchy;  $\mathbf{P}$  y  $\mathbf{S}$ , primer y segundo tensor de Piola-Kirchhoff, respectivamente).

Tanto en esta práctica como en la siguiente se aplica el método de correlación digital de imágenes mediante el programa Ncorr, software libre desarrollado en el entorno Matlab (Blaber et al., 2015). Para ello, se aplica previamente en la zona de control de la probeta un moteado y se toma una foto tras cada uno de los escalones de carga aplicados (Figura 3). Posteriormente, se aplica la técnica de correlación para obtener los desplazamientos sobre la superficie de la probeta.

A partir de estos resultados de la sesión 3 se han de obtener las componentes de los diferentes tensores y comparar sus valores para los diferentes escalones de carga. Se definirá el comportamiento tenso-deformacional del material en base a los resultados obtenidos.

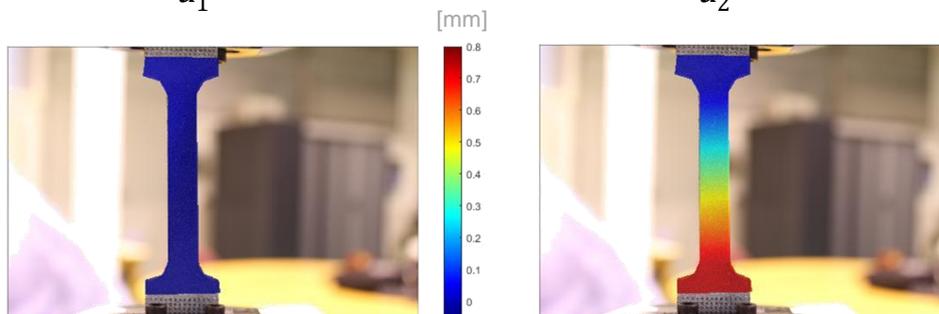
### Figura 3

Ordenador portátil y cámara preparados para ser utilizados durante una práctica de laboratorio (arriba) y componentes de los desplazamientos sobre una probeta plana tipo hueso obtenidos tras la correlación digital de imágenes (abajo)



$u_1$

$u_2$



### Sesión PL 4

En la cuarta práctica se realiza el ensayo a flexión de una probeta con forma de viga del mismo material que en la sesión anterior. Igualmente, el ensayo se realiza tomando fotografías que van a permitir aplicar el algoritmo de correlación digital de imágenes para obtener y mapear sobre la probeta los desplazamientos y, subsecuentemente, los tensores de deformación.

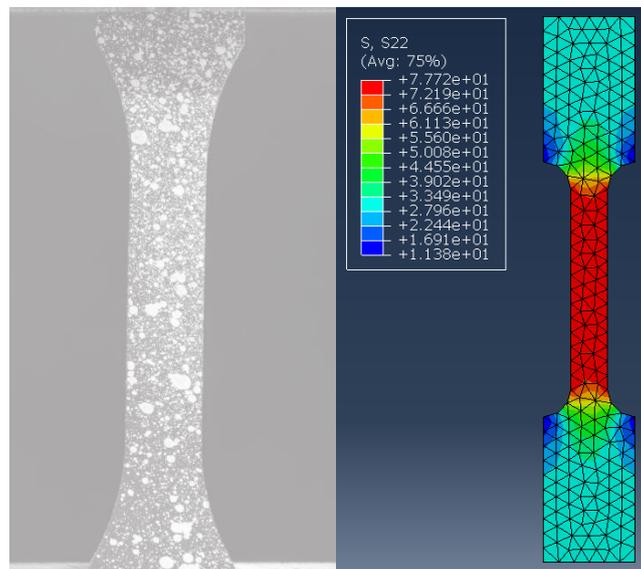
Además del tratamiento de las imágenes y el análisis de los resultados de deformación obtenidos para las diferentes regiones de la probeta, se han de comparar los resultados de deformación obtenidos experimentalmente con la teoría de vigas. Esto va a permitir cobrar consciencia de las limitaciones de esta última teoría bajo grandes deformaciones.

### Sesión PL 5

En la quinta y última sesión práctica se utiliza software basado en el método de los elementos finitos (Abaqus) para reproducir computacionalmente los resultados experimentales (Figura 4). Para ello, el alumnado ha de explorar los diferentes modelos constitutivos disponibles en el programa para decidir cuál se adapta mejor al comportamiento del material. En base a los resultados obtenidos, se puede analizar el estado tensional de la viga ensayada en la práctica anterior, completando así la información sobre las deformaciones obtenida experimentalmente.

**Figura 4**

*Probeta moteada para el post-tratamiento mediante correlación digital de imágenes de las fotografías tomadas durante el ensayo (izquierda) y reproducción del ensayo de la probeta en Abaqus (derecha)*

**Presentación de resultados**

Por último, se elabora un póster científico con los resultados y las conclusiones que se han ido obteniendo a lo largo de las tareas del proyecto. Se persigue con ello reforzar las competencias relacionadas con la comunicación, el ámbito científico y la I+D+i.

**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

La aplicación de la metodología propuesta en la asignatura de Mecánica de Medios Continuos del Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos de la Escuela Politécnica de Mieres durante el curso 2023/2024 ha arrojado muy buenos resultados. A parte de la percepción del profesorado, la valoración del alumnado de las actividades prácticas ha sido de 10 puntos. Además, el 100% del alumnado a tiempo completo en la asignatura en primera matrícula ha realizado las tareas y la totalidad de los presentados/as al examen en convocatoria ordinaria han superado la asignatura.

El desarrollo de la propuesta ha fomentado el aprendizaje por descubrimiento. Esto ha sido especialmente notorio en cuanto a la asimilación de nuevos comportamientos materiales (hiperelasticidad, plasticidad, reología, anisotropía, etc.). También ha contribuido a introducir e interiorizar los modelos constitutivos de materiales más complejos que el elástico-lineal.

Por último, además de contribuir a adquirir las competencias específicas propias de la asignatura, esta propuesta metodológica de enseñanza-aprendizaje ha contribuido al desarrollo de competencias científicas y de comunicación. De hecho, en la mayoría de los casos resultó la primera vez que el alumnado enfrentaba el diseño y elaboración de un póster científico.

En cuanto a posibilidades de mejora en el futuro, se considera muy relevante coordinar esta programación con otras asignaturas de la titulación. Con esto se podría profundizar en conceptos teóricos más avanzados y contribuir a mejorar la coordinación curricular de los estudios.

**REFERENCIAS**

Blaber, J., Adair, B., & Antoniou, A. (2015). Ncorr: Open-Source 2D Digital Image Correlation Matlab Software. *Experimental Mechanics*, 55(6), 1105–1122. <https://doi.org/10.1007/s11340-015-0009-1>

- Carlson, L. E., & Sullivan, J. F. (1999). Hands-on Engineering: Learning by Doing in the Integrated Teaching and Learning Program. *International Journal of Engineering Education*, 15(1), 20–31.
- Cosgrove, T., Phillips, D., & Quilligan, M. (2010). Educating Engineers As If They Were Human : Pbl in Civil Engineering At the University of Limerick . *Civil Engineering*.
- Delgado Trujillo, A., Justo Moscardo, E. de, Molina Huelva, M., & Rodríguez-Mayorga, E. (2015). *Relevant features in steel structures teaching in building construction by project-based learning*. 1–12. <https://idus.us.es/xmlui/handle/11441/36655>
- Dewey, J. (1986). Experience and education. *Educational Forum*, 50(3), 242–252. <https://doi.org/10.1080/00131728609335764>
- El-Maaddawy, T., El-Hassan, H., & Jassmi, H. Al. (2018). Student perceptions of the use of project-based learning in civil engineering courses. *IEEE Global Engineering Education Conference, EDUCON, 2018-April*, 243–250. <https://doi.org/10.1109/EDUCON.2018.8363235>
- Ivorra Chorro, S., García Barba, J., García Andreu, C., Tomás, R., Trapote Jover, A. J., Ferreiro Prieto, I., Ferrándiz Leal, J. M., Gómez Marín, E., Ortuño Padilla, A., & Moreno Marín, J. C. (2013). Diseño del máster universitario en Ingeniería de Caminos según la Orden Ministerial CIN/309/2009. *Diseño de Acciones de Investigación En Docencia Universitaria*, 955–969.
- López-Querol, S., Sánchez-Cambronero, S., Rivas, A., & Garmendia, M. (2015). Improving civil engineering education: Transportation geotechnics taught through project-based learning methodologies. *Journal of Professional Issues in Engineering Education and Practice*, 141(1), 1–8. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EI.1943-5541.0000212](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EI.1943-5541.0000212)
- Martini, K. (2006). A New Kind of Software for Teaching Structural Behavior and Design. *Building Technology Educators' Symposium*, 279–288.
- Mase, G. T., Smelser, R. E., & Mase, G. E. (2009). Continuum mechanics for engineers, third edition. *Continuum Mechanics for Engineers, Third Edition*, 1–371. <https://doi.org/10.1201/9781420085396>
- Maugin, G. A. (2013). Continuum mechanics through the twentieth century. *Solid Mechanics and Its Applications*, 196, 1–329. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-6353-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-94-007-6353-1_1)
- May, I. M., & Johnson, D. (2009). The teaching of structural analysis. *2009 Annual Academics Conference: Structural Engineering Education in the 21st Century. The Institution of Structural Engineers*.
- Memoria Verificada Por La Agencia Nacional de Evaluación de La Calidad y Acreditación (ANECA) Del Título de Máster Universitario En Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos por la Universidad de Oviedo (2016).
- Mills, H., & Treagust, D. (2003). “Engineering Education. Is problem-based or project-based learning the answer?”. *Australasian Journal of Engineering Education*, 3(2), 2–16.
- Mills, J. (2002). A case study of project-based learning in structural engineering. *ASEE Annual Conference Proceedings*, 2891–2908.
- Muñiz, M., Fernández, P., Cebada, A. J., López, M., & Álvarez, G. (2020). Enseñanza-aprendizaje de cálculo de estructuras a través del proyecto de diseño, análisis y construcción de un puente de espagueti. *La Docencia En La Enseñanza Superior: Nuevas Aportaciones Desde La Investigación e Innovación Educativas*, 939–951.
- Oliver Olivella, X., & Agelet de Saracibar Bosch, C. (2002). *Mecánica de medios continuos para ingenieros* (Vol. 92). Univ. Politèc. de Catalunya.
- Talaat, A., Kohail, M., & Ahmed, S. M. (2022). *Programming in The Context of Civil Engineering Education*. <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-1802246/v1>
- Torroja Miret, E. (2007). *Razón y ser de los tipos estructurales* (Issue 13). Editorial CSIC-CSIC Press.
- Vázquez-Boza, M., Justo, E., & Delgado, A. (2015). The evolution of structural engineering education in the era of computer. *3rd International Conference on Mechanical Models in Structural Engineering (CMMoST)*, 712–729.