

Herramienta Interactiva para la Estimación y Análisis de Errores en Topografía

Cristina Allende Prieto¹, Jorge Roces García², y Luis Ángel Sañudo Fontaneda³

¹ Áreas de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría, Universidad de Oviedo.

² Área de Expresión Gráfica en la Ingeniería, Universidad de Oviedo

³ Área de Ingeniería de la Construcción

Resumen

La topografía, como disciplina encargada del estudio y representación de la superficie terrestre, se ve constantemente desafiada por la necesidad de minimizar errores e incertidumbres en las mediciones. Este trabajo presenta una herramienta interactiva diseñada para mejorar la comprensión y gestión de los errores sistemáticos y las incertidumbres en las mediciones topográficas. Se enfatiza en la importancia de un diseño geométrico adecuado y la aplicación de métodos sistemáticos para reducir los errores sistemáticos y se discute la relevancia de la incertidumbre en las mediciones de ángulos y distancias, siguiendo las normas ISO correspondientes. La herramienta propuesta utiliza recursos de geometría dinámica, implementados a través de la aplicación educativa GeoGebra, para ofrecer una experiencia de aprendizaje interactiva y tangible. Esta tecnología permite a los estudiantes explorar configuraciones y escenarios variados, promoviendo un aprendizaje autónomo y diferenciado. Se abordan los factores que influyen en el valor de las incertidumbres, como la inclinación del jalón, el centrado del instrumento, y el número de observaciones, destacando su impacto en la precisión de las coordenadas tridimensionales obtenidas. La contribución principal de este estudio radica en la integración de una metodología didáctica innovadora con tecnología avanzada para el análisis y manejo eficiente de los errores e incertidumbres en el ámbito de la topografía.

Palabras clave: Topografía, Errores Sistemáticos, Incertidumbre, Geometría Dinámica, GeoGebra.

Interactive Tool for Error Estimation and Analysis in Topography

Abstract

Topography, as a discipline responsible for studying and representing the Earth's surface, is constantly challenged by the need to minimize errors and uncertainties in measurements. This paper presents an interactive tool designed to improve the understanding and management of systematic errors and uncertainties in topographic surveying. The importance of proper geometric design and the application of systematic methods to reduce systematic errors are emphasized. The relevance of uncertainty in angle and distance measurements is discussed, following the corresponding ISO standards. The proposed tool uses dynamic geometry resources, implemented through the educational application GeoGebra, to offer an interactive and tangible learning experience. This technology allows students to explore various configurations and scenarios, promoting autonomous and differentiated learning. The factors influencing the value of uncertainties are addressed, such as the inclination of the rod, the centering of the instrument, and environmental conditions, highlighting their impact on the accuracy of the obtained three-dimensional coordinates. The main contribution of this study lies in the integration of an innovative didactic methodology with advanced technology for the efficient analysis and management of errors in topography.

Keywords: Topography, Systematic Errors, Uncertainty, Geogebra

1. INTRODUCCIÓN

En el ámbito educativo de la topografía, es esencial enfatizar en la optimización de la comprensión de los parámetros y las magnitudes que influyen en los errores e incertidumbres presentes en las mediciones de campo. La relación entre estos factores es compleja, pero fundamental para la formación de futuros profesionales.

Los tipos de errores que comúnmente se abordan son los sistemáticos, los accidentales y los groseros. En este trabajo vamos a abordar los errores sistemáticos, que siguen un patrón predecible y pueden ser corregidos si se comprende la ley física que los rige.

Las fuentes de errores sistemáticos son variadas, incluyendo el propio instrumento de medición, el método empleado y las condiciones ambientales que pueden afectar a los resultados. Para minimizar estos errores es crucial adoptar un diseño geométrico adecuado, así como métodos de trabajo sistemáticos y ordenados.

La incertidumbre en la medición topográfica es un indicador crucial que refleja la dispersión de los valores posibles en torno al valor verdadero de la magnitud medida, es decir, el intervalo donde se espera que se encuentre dicho valor real. En topografía, distinguimos principalmente dos tipos de incertidumbre: la de medida de ángulos y la de medida de distancias. La primera se establece siguiendo la norma ISO 17123-3 para estaciones totales, mientras que la segunda se cuantifica de acuerdo con la norma ISO 17123-4, que utiliza la desviación típica experimental de las mediciones realizadas con un distanciómetro [1] [2]. Factores como la precisión del equipo, el centrado e inclinación de la señal visada y el centrado del instrumento son contribuyentes significativos a la incertidumbre en las distancias geométricas medidas. La calidad de los resultados topográficos está directamente relacionada con la magnitud de esta incertidumbre; por ello, los resultados siempre deben reportarse con su respectivo valor. El cálculo de la incertidumbre de medida en topografía implica seguir normativas específicas, evaluar factores como el equipo utilizado y aplicar métodos para determinar la dispersión de los valores que podrían atribuirse al mensurando.

En topografía, los mensurandos son elementos clave que se miden en el campo, tales como las distancias y los ángulos horizontales y verticales, que son fundamentales para el cálculo de las coordenadas tridimensionales de puntos sobre la superficie terrestre. Estas coordenadas tridimensionales, que describen la posición exacta de un punto en el espacio, se componen de dos coordenadas planas (x , y) y una altitud (z) [3] [4].

El objetivo de esta propuesta innovadora es proporcionar a los estudiantes una herramienta didáctica basada en recursos de geometría dinámica que mejore la comprensión y manejo de estos parámetros. Se busca desarrollar una aplicación que permita una visualización clara y una manipulación directa de las variables involucradas en las incertidumbres asociadas a las mediciones topográficas para transformar la enseñanza de conceptos abstractos en una experiencia interactiva y tangible. La geometría dinámica permite la manipulación y exploración interactiva de figuras y objetos mediante la utilización de un software especializado, proporcionando un entorno visual e intuitivo para favorecer la comprensión de conceptos matemáticos abstractos. Esta integración tecnológica permite a los alumnos explorar un sinnúmero de configuraciones y escenarios, proporcionando una plataforma flexible para el aprendizaje autónomo y diferenciado.

GeoGebra es una herramienta educativa interactiva que se ha convertido en un referente en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas a nivel mundial. Esta aplicación combina de manera única la geometría, el álgebra, las hojas de cálculo, la estadística y el cálculo en una plataforma dinámica y accesible. Diseñada para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en todos los niveles educativos, GeoGebra facilita la comprensión de conceptos abstractos y complejos a través de la visualización y manipulación de objetos matemáticos. Con su interfaz intuitiva y recursos adaptados a las necesidades de estudiantes y docentes, permite explorar una amplia gama de actividades matemáticas, desde la solución de simples ecuaciones hasta la creación de construcciones geométricas complejas. Su capacidad para crear representaciones gráficas de funciones y figuras geométricas en tiempo real, así como la posibilidad de interactuar con estas representaciones, hacen de GeoGebra una herramienta

esencial en el aula moderna. Además, su naturaleza de código abierto y su comunidad activa contribuyen al desarrollo constante de recursos y materiales didácticos que están disponibles en línea para usuarios de todo el mundo [5] [6].

2. FACTORES QUE INFLUYEN EN EL VALOR DE LAS INCERTIDUMBRES EN TOPOGRAFÍA

El cálculo de la incertidumbre de medida en topografía debe considerar múltiples factores: la inclinación del jalón, ya que errores en la verticalidad pueden traducirse en desviaciones significativas en mediciones de larga distancia; un centrado preciso del instrumento sobre el punto de estación es esencial para evitar errores sistemáticos tanto en mediciones angulares como de distancia; de igual importancia es el centrado del jalón sobre el punto a medir, pues de lo contrario se inducen errores en la localización efectiva del punto. Además, la incertidumbre angular, que depende en gran medida de la calidad del instrumento y las condiciones ambientales, puede variar y afectar la precisión de las mediciones, al igual que la incertidumbre de distancia, que está vinculada a la exactitud del distanciómetro y puede diferir de los valores proporcionados por el fabricante debido a las variantes condiciones de campo. La incertidumbre angular horizontal introduce errores en la orientación de los puntos medidos, afectando directamente a las coordenadas planas, mientras que la incertidumbre en la medida de ángulos verticales puede alterar el cálculo de pendientes y altitudes, impactando la coordenada vertical (z). Por su parte, la incertidumbre de distancia puede propagarse a través de todas las coordenadas si no se maneja adecuadamente.

La precisión en la topografía es un aspecto crítico que se ve afectado por estos factores, cada uno de los cuales influye de manera diferente en los mensurandos y, por ende, en la exactitud de las coordenadas tridimensionales calculadas.

El concepto de transmisión de errores es particularmente relevante en este contexto: al calcular coordenadas a partir de fórmulas matemáticas que involucran estos mensurandos, cualquier error en los datos de entrada se propaga y potencialmente se amplifica en los resultados finales. Cada factor tiene un impacto específico y puede comprometer la fiabilidad de las coordenadas tridimensionales obtenidas. Por ello, es esencial comprender y poder determinar el grado de afección de cada uno con el fin de mitigarlos utilizando técnicas adecuadas durante la adquisición y registro de los datos de campo.

2.1. Incertidumbre para los ángulos horizontales

La incertidumbre típica combinada de medida de ángulos horizontales se define aplicando la ley de propagación de las incertidumbres a las contribuciones evaluadas por la incertidumbre de medida del instrumento, por el centrado de señal visado, por el centrado del instrumento y por la inclinación del jalón. Como se considera que no hay correlación entre estas fuentes de incertidumbre, se aplica la siguiente expresión:

$$\sigma_H = \sqrt{\sigma_{Hz}^2 + \sigma_{Ho}^2 + \sigma_{Hc}^2 + \sigma_{Hj}^2}$$

La incertidumbre combinada de medida de un ángulo horizontal entre dos direcciones se determina siguiendo la siguiente formulación:

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\sigma_{\alpha ISO}^2 + \sigma_{\alpha o}^2 + \sigma_{\alpha c}^2 + \sigma_{\alpha j}^2}$$

2.2. Incertidumbre para los ángulos verticales

A la medida de un ángulo vertical le afectará sólo la incertidumbre de medida angular del equipo, ya que ni el centrado de la señal visada, ni el del instrumento, tendrán una influencia significativa.

La contribución de la falta de verticalidad del jalón también se considerará despreciable, ya que sólo

sería destacable si éste se inclinara una cantidad importante, si la distancia de observación fuera muy pequeña y si la visual tuviese una pendiente elevada.

$$\sigma_V = \pm \frac{\sigma_{ISO-V} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{n}}$$

2.3. Incertidumbre para las distancias

La precisión de los distanciómetros electromagnéticos se expresa mediante una fórmula del tipo:

$$\sigma_{ISO-EDM} = \pm \sqrt{a[m]^2 + (b \text{ ppm} \cdot 10^{-6} \cdot D[m])^2}$$

en la que el término a representa una parte constante, independiente de la distancia a medir, y el término b es proporcional a la longitud medida en partes por millón (ppm). La incertidumbre típica combinada de medida de una distancia geométrica obtenida por métodos electromagnéticos se obtiene finalmente aplicando la ley de propagación de las incertidumbres a las contribuciones evaluadas por la incertidumbre de medida del equipo ($\sigma_{ISO-EDM}$), por el centrado del instrumento, por el centrado de la señal visada y por la inclinación del prisma. Como no hay correlaciones entre estas incertidumbres, se aplica la siguiente expresión:

$$\sigma_{Dg} = \sqrt{\sigma_{ISO-EDM}^2 + \sigma_o^2 + \sigma_c^2 + \sigma_j^2}$$

3. RECURSOS EDUCATIVOS CON GEOGEBRA

La implementación de recursos educativos interactivos con GeoGebra ha revolucionado la forma en que se enseña y aprende la topografía, especialmente en el entendimiento y manejo de las incertidumbres asociadas a las mediciones. Mediante la creación de simulaciones, ha sido posible ilustrar de manera dinámica cómo los diferentes factores afectan a la precisión de las mediciones topográficas.

En el desarrollo de estos recursos, se han incorporado deslizadores que permiten a los usuarios introducir los valores de las variables de entrada que depende del instrumento utilizado y la metodología de adquisición de los datos de campo.

3.1. Incertidumbre en la medición de ángulo

En la figura 1 se muestra el recurso didáctico que permite determinar la incertidumbre en la medición de un ángulo horizontal.

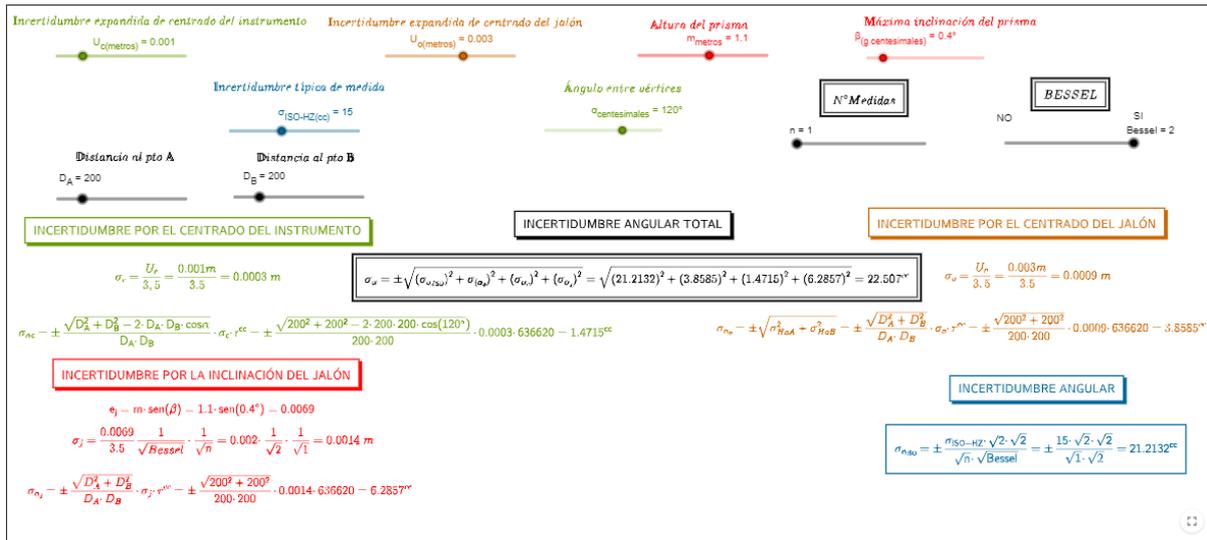


Figura 1: Recurso educativo de la determinación de la incertidumbre angular de un ángulo horizontal. En este caso, las variables de entrada son el ángulo y la altura del jalón, las incertidumbres angulares y de distancia que depende del instrumento utilizado, los errores en el estacionamiento del instrumento y posicionamiento del jalón y el número de observaciones realizadas en campo. Al ajustar los deslizadores, los estudiantes pueden visualizar cómo varía la incertidumbre y cómo esta puede afectar el resultado final de la posición calculada de un punto.

3.2. Incertidumbre en la medición de una dirección

En la figura 2 se muestra el recurso correspondiente al cálculo de la incertidumbre en una dirección.

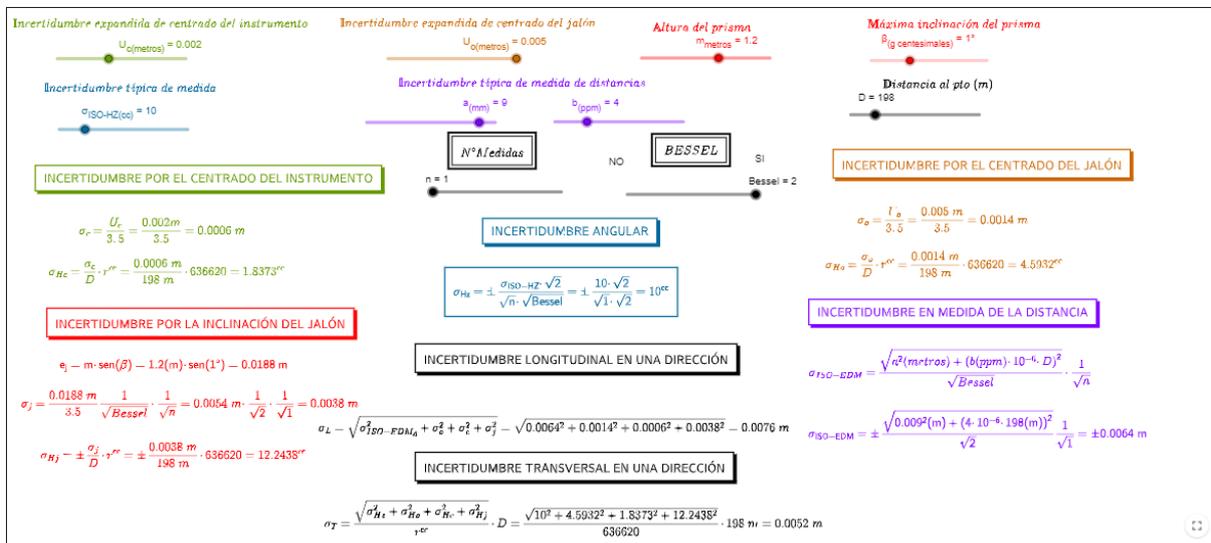


Figura 2: Recurso educativo de la determinación de la incertidumbre topográfica en una dirección.

La incertidumbre topográfica en una dirección se refiere a la variabilidad o rango de error que se presenta al determinar la posición exacta de un punto en una línea específica o dirección y puede desglosarse en dos componentes principales: la incertidumbre longitudinal y la incertidumbre transversal. Estas incertidumbres se refieren, respectivamente, a la variación en la determinación de las coordenadas en el eje X (longitudinal) y en el eje Y (transversal). La incertidumbre longitudinal se relaciona con la precisión con la que se puede establecer la posición de un punto a lo largo de un eje que, en muchos casos, coincide con la dirección de la medición principal, como podría ser la distancia desde un punto de origen. Por otro lado, la incertidumbre transversal se asocia con la variabilidad en la dirección perpendicular a esa medición principal. Si representamos estas incertidumbres sobre un plano, y

consideramos una serie de mediciones repetidas para un mismo punto, podemos observar que los valores dispersos tienden a formar una figura que se asemeja a una elipse. Esta figura es conocida como elipse de error y es una manera gráfica de representar la incertidumbre asociada con la posición de un punto. La elipse de error nos muestra no solo el rango probable en el que se encontraría el punto medido, sino también cómo se distribuyen esos posibles errores en las direcciones longitudinal y transversal.

El eje mayor de la elipse indica la dirección de mayor incertidumbre (donde los errores son mayores), mientras que el eje menor muestra la dirección de menor incertidumbre. La elipse de error, por lo tanto, representa una región en donde se espera que esté el punto medido con un cierto nivel de confianza.

Incertidumbre planimétrica de un itinerario topográfico

En la figura 3 se muestra el recurso correspondiente al cálculo de la incertidumbre planimétrica en un itinerario topográfico.

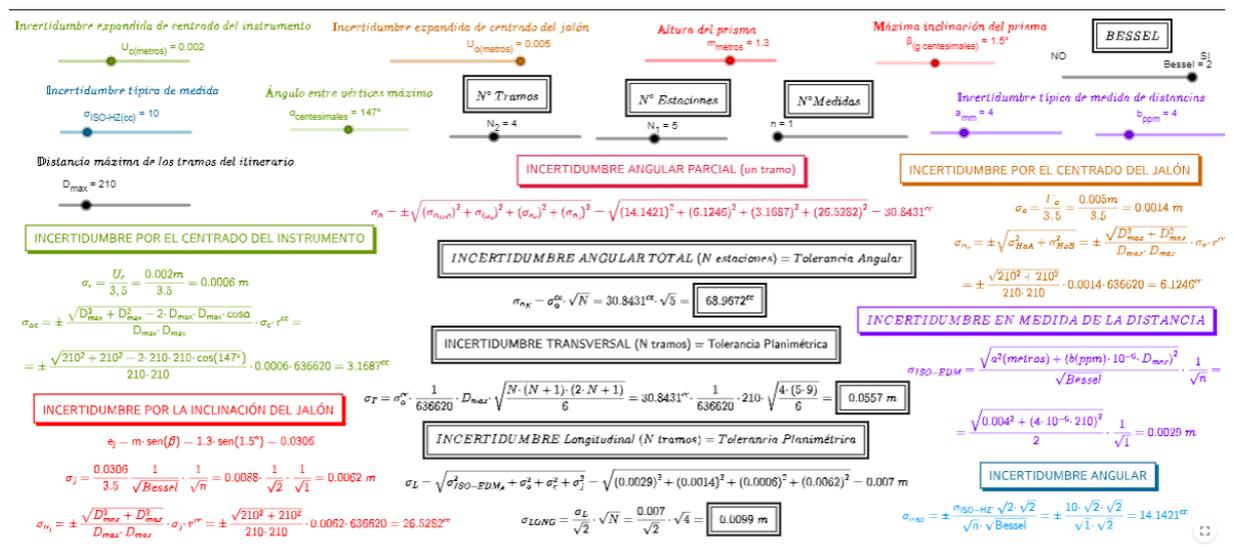


Figura 3: Recurso educativo de la determinación de la incertidumbre topográfica en un itinerario topográfico.

Al calcular la incertidumbre total en un itinerario topográfico, estamos aplicando un método que permite determinar las coordenadas de una serie de puntos de forma correlativa. Este proceso implica que cualquier error en un punto se transmite y potencialmente se amplifica a lo largo del itinerario. La magnitud de esta transmisión de incertidumbre depende tanto de la longitud del itinerario como del número de puntos o estaciones que lo conforman. En cada estación, los errores inherentes a las mediciones pueden introducir variaciones en las coordenadas calculadas, y estos errores se acumulan a medida que se avanza en el itinerario.

4. CONCLUSIONES

En conclusión, el estudio y comprensión de la incertidumbre topográfica y sus componentes longitudinal y transversal son vitales para los alumnos que se adentran en el campo de la topografía y la geodesia. La capacidad de desglosar y analizar estas incertidumbres permite a los estudiantes no solo entender los fundamentos de la medición de coordenadas, sino también apreciar la complejidad inherente a la determinación precisa de la ubicación de un punto.

La utilización de herramientas de geometría dinámica en el proceso educativo ofrece una representación visual e interactiva que facilita una comprensión más profunda de estos conceptos. Estas herramientas permiten a los alumnos explorar y manipular los elementos geométricos, observando directamente cómo las variaciones de los valores de entrada afectan a la calidad de las mediciones y, consecuentemente, al cálculo de las coordenadas.

Por lo tanto, la enseñanza de la incertidumbre topográfica mediante el uso de herramientas de geometría dinámica no solo mejora la capacidad de los estudiantes para entender estos conceptos fundamentales, sino que también los prepara mejor para su futura carrera profesional, donde la precisión y la capacidad para evaluar la calidad de los datos topográficos son esenciales.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. Luis, G. Balboa, A.M. Ruiz Armenteros, M. Mingorance, Evaluación de la incertidumbre de medida de ángulos, distancias y desniveles medidos con instrumentación topográfica, n.d.
- [2] Incertidumbre de medida de distancias. - MDT - Manual de Referencia, (n.d.). <https://www.aplitop.com/subidas/ayuda/es/MDT-Topografia/index.html#!inceDeMediDeDist> (accessed May 28, 2024).
- [3] M.Alberto. Reyes Ibarra, A. Hernández Navarro, G. e I. (Mexico) Instituto Nacional de Estadística, Tratamiento de errores en levantamientos topográficos, INEGI, 2002.
- [4] A.E. De Las, H. Molinos, Instrumentos Topográficos de la E.T.S. de Ingenieros de Minas de Madrid, n.d. www.frailadetejada.com.
- [5] GeoGebra - the world's favorite, free math tools used by over 100 million students and teachers, (n.d.). <https://www.geogebra.org/> (accessed May 28, 2024).
- [6] C.A. Prieto, P.R. González, Nuevas tecnologías didácticas en la enseñanza de la topografía, in: Nuevos Desafíos En La Enseñanza Superior, 2018: pp. 443–447.