



Universidad de Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

Máster en Formación del Profesorado de Educación
Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación
Profesional

Enseñando geometría usando el modelo de Van Hiele

Teaching geometry using the Van Hiele model

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

Autor

Guillermo Fernández Castro

Tutor

Dr. Jorge Jiménez Meana

Mayo de 2024

Resumen

Este Trabajo de fin de Máster consta de tres partes diferenciadas: una reflexión sobre la formación recibida a lo largo del máster, un modelo de programación docente y una propuesta de innovación. La reflexión sobre la formación recibida incluye la estancia en prácticas en un Instituto de Educación Secundaria. Se enumeran aquí diversos aspectos susceptibles de mejora, especialmente en lo que respecta a la profundidad de la formación en las asignaturas, la exigencia de trabajo al estudiantado y la coherencia entre lo transmitido en el máster y lo presenciado en el centro de prácticas. En el apartado de la programación docente, se presenta una propuesta para la asignatura de Matemáticas de 1º ESO. La propuesta se basa en la resolución de problemas por grupos, en consonancia con lo aprendido en el máster y lo exigido por la ley. Se detalla esta propuesta para la unidad de geometría, en la que se aplica un proyecto de innovación basado en el modelo de Van Hiele. Este modelo postula que el conocimiento geométrico se desarrolla en fases diferenciadas y que es posible guiar al alumnado a través de las mismas. En la propuesta de innovación se plantean las orientaciones didácticas planteadas por los Van Hiele a este efecto.

Abstract

This Master's thesis (*Trabajo de Fin de Máster*) consists of three distinct parts: a critical analysis of the education provided throughout the program, a syllabus model, and a proposal for innovation. The analysis of the education includes the internship at a middle- and high school (*Instituto de Educación Secundaria*). Several areas for improvement are indicated here, particularly regarding the depth of the training, the demands around coursework, and the correspondence between what was taught during the program and what was observed during the internship. The section on the syllabus model shows a proposal for the Mathematics course for 7th grade (*1^o ESO*). This proposal is based on mathematical problem-solving in groups, in accordance to what was taught during the program and what the law demands. Some specifics for the proposal are given for the geometry unit, subject to an innovation project based on the Van Hiele model. This model posits that geometrical knowledge develops in stages, and that students may be guided through these stages. In this innovation proposal some of the teaching orientations developed by the Van Hiele are provided.

Índice

1 Reflexión sobre la formación recibida y las prácticas profesionales realizadas	5
1.1 Mi objetivo con el máster	6
1.2 Apuntes positivos sobre las asignaturas	7
1.3 Asignaturas sin profundidad	10
1.4 La metodología: ortogonalidades e invención	12
1.5 La sobrecarga de trabajo	16
1.6 Las prácticas	19
1.7 Conclusiones	21
2 Una programación didáctica para 1º ESO - Matemáticas	23
2.1 Marco legal	23
2.2 Las competencias específicas: la competencia matemática según KOM	23
2.3 La resolución de problemas como metodología básica	26
2.4 Los saberes básicos	27
2.5 Secuenciación de unidades y situaciones de aprendizaje	28
2.6 Las competencias clave	29
2.6.1 Las TIC y la competencia digital	30
2.6.2 La competencia plurilingüe	31
2.6.3 La competencia social y la metodología	31
2.7 Evaluación, calificación e instrumentos	31
2.8 Programa de refuerzo de asignaturas pendientes	33
2.9 Atención a la diversidad	34
2.10 El modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría	34
2.11 Distribución temporal de las unidades de programación	35
2.12 Organización y secuenciación del currículo en unidades de programación	35
2.12.1 Tabla resumen de las competencias clave por unidad	36
2.12.2 Tabla resumen de las competencias específicas por unidad	45
2.12.3 Tabla resumen de los criterios de evaluación por unidad	47

2.12.4	Primer trimestre	51
2.12.5	Segundo trimestre	56
2.12.6	Tercer trimestre	60
3	Propuesta de innovación: el modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría	65
3.1	Análisis de necesidades	65
3.2	Fundamentación teórica	66
3.3	Recogida de información	70
3.4	Descripción de la implementación y desarrollo de la propuesta de innovación	71
3.5	Diseño de un instrumento de evaluación de la propuesta de innovación	73
3.6	Reflexión personal sobre el proceso de innovación	74
A	Anexo: Situación de aprendizaje	77
A.1	Datos generales	77
A.2	Actividades	79
A.3	Evaluación	84
B	Anexo: Instrucciones para el alumnado	85
C	Anexo: Rúbrica de un solo punto para la evaluación de la situación de aprendizaje	103
D	Anexo: Prueba de evaluación de la propuesta de innovación	108
	Referencias	114

1 Reflexión sobre la formación recibida y las prácticas profesionales realizadas

En esta primera sección del Trabajo de Fin de Máster (en adelante, TFM), presentaré mis impresiones respecto de este máster y las prácticas. Mi experiencia, con algunas luces pero demasiadas sombras, me ha llevado a analizar la formación recibida con el objetivo de identificar qué es exactamente lo que funciona bien en este máster y qué aspectos concretos son los que, en mi opinión, son susceptibles de mejora. En ambos casos trataré de fundamentar mis conclusiones con ejemplos. Sin embargo, con el objetivo de aportar una crítica lo más constructiva posible, señalaré posibles alternativas o estrategias de mejora que pudieran repercutir positivamente en la calidad de la formación.

Antes de empezar mi reflexión, es preciso hacer una aclaración. Toda la crítica que hago está basada en mi experiencia como estudiante del Máster de Formación del Profesorado de la Universidad de Oviedo, en la especialidad de Matemáticas; a este programa me referiré, en adelante, como “el máster”. Sin embargo, esa experiencia se limita a la que tuve durante el curso 2022-2023; mi crítica se basará en los acontecimientos vividos durante ese curso. Por lo tanto, no puedo hablar de cómo ha sido el máster durante el curso en que presento este TFM, 2023-2024, ni en cursos anteriores. Tampoco de cómo ha sido el máster para estudiantes de otras especialidades, en especial de las que quedan fuera del Grupo B, que tenían distinto profesorado aun cursando asignaturas similares. Más aún, mis conclusiones tampoco son extrapolables al Máster de Formación del Profesorado en general, a escala nacional, al no conocer cómo se imparte en otros lugares.

Por último, merece la pena recalcar que mi crítica es personal y subjetiva. No representa al alumnado con el que he ido a clase, aunque pueda basarse en impresiones compartidas con otros estudiantes. Todo cuanto digo es mi opinión propia, y no hechos irrefutables.

1.1 Mi objetivo con el máster

Quiero empezar esta reflexión con un breve desarrollo de mis expectativas y objetivos respecto de este máster. Lo hago porque creo que entender mi punto de partida puede ayudar a comprender por qué mi crítica es como es. Después de todo, para que yo plantee una valoración de los distintos aspectos del máster es necesario entender a qué llamaré «bueno» y en qué sentido creo que el máster podría «mejorar». Una valoración distinta a la mía no tiene por qué ser errónea, ni significar que la mía lo sea, pero únicamente conociendo las premisas de las que partimos podremos entendernos el uno al otro.

Para mí, el máster nunca fue meramente un trámite, un requisito que cumplir para poder ejercer como docente. Aunque siempre quise ser profesor, siempre me ha gustado aprender cosas nuevas también, y veía el Máster de Formación del Profesorado como, simultáneamente, un medio para conseguir uno de mis objetivos —ejercer la docencia— y un objetivo en sí mismo —aprender sobre educación—. Yo veía el máster como una oportunidad para replantearme lo que sabía sobre cómo aprender y enseñar matemáticas, y me veía disfrutando de ello como disfruté aprendiendo en su día en el doble Grado de Matemáticas y Física y el Máster en Matemáticas posterior (y consciente de que los momentos que entonces no fueron precisamente de «disfrute» lo que me enseñaron fue la importancia de tener un buen profesor: más motivación para aprender sobre educación).

En cuanto a qué aprender, había más cosas que aprender que lo que podía tratarse en un máster de un año, tanto nociones teóricas como prácticas. A fin de cuentas, yo no tenía formación en educación, más allá de mis propias reflexiones y alguna idea encontrada en redes sociales (principalmente Twitter). Yo quería aprender de filosofía de la educación, de psicología, de pedagogía, de didáctica de la matemática (no me habría opuesto a aprender sobre didácticas de otras materias tampoco); también sobre aspectos más sociales, como la atención a la diversidad y la inclusión, la desigualdad de género y el acoso escolar. Hay cuestiones más prácticas, como la gestión de aula, que también quería aprender. Mis intereses, de todas formas, no eran sencillamente una lista de contenidos, sino que buscaba también crearme mi propio «criterio» formado sobre educación: poder pensar de manera independiente

y crítica, evitando caer en mitos o seguir modas ciegamente. Para eso, yo necesitaba conocimiento, y a su vez ese conocimiento necesitaba de información veraz. Cuánto de todo esto podría obtener en un año era la pregunta, pero me esperaba adquirir por lo menos una base.

Hay una cuestión que hay que mencionar al hablar de expectativas, y es la mala fama que parece tener el Máster de Formación del Profesorado a nivel estatal. Poco después de iniciar yo el curso, se publicaba un artículo en la prensa digital sobre los fallos del máster (Sánchez Caballero, 2022), que coincidía con las impresiones que yo había oído sobre estos estudios. En mi arrogancia, yo creía que muchos de los supuestos fallos no me afectarían tanto: tal vez la formación práctica no fuera suficiente en muchos casos, pero estaba convencido de que se le podría sacar mucho provecho a las clases teóricas, y que cosas como el «no se enseña nada» mencionado en el artículo serían una exageración por parte de quien esperaba otra cosa del máster.

En resumen: yo entré al máster convencido de que el tiempo invertido en estos estudios estaría bien aprovechado, y me llevaría a aprender mucho sobre educación. La realidad, como se expone en el resto de la crítica, resultó ser más decepcionante. Me pregunto si el fallo fueron mis expectativas iniciales, y si al estar «muy asentado que es un trámite» (Sánchez Caballero, 2022) me habría ido mejor con unas expectativas más bajas.

1.2 Apuntes positivos sobre las asignaturas

Quiero destacar los ejemplos que sí se alinearon con lo que buscaba. En primer lugar, destaco muy positivamente la asignatura de *Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad* (en adelante, *ADP*). Es una asignatura que trata la vertiente psicológica de la educación, tanto en lo que respecta a los paradigmas conductista, cognitivista y constructivista, como los trastornos del aprendizaje y el desarrollo, o aspectos del desarrollo psicológico en la infancia y adolescencia. Me pareció muy completa en cuanto a contenido, o al menos se trataron todos los temas que se podían tratar en el tiempo que teníamos. El tema de los trastornos del aprendizaje se trató en el único trabajo escrito de la asignatura, lo cual me parece un buen equilibrio entre la

carga de trabajo y el aprendizaje que se espera en la asignatura.

Otra asignatura interesante fue *Aprendizaje y Enseñanza: Matemáticas* (en adelante *AyE*); hasta cierto punto, esta asignatura es la que más encaja con lo que yo buscaba aprender en el máster. Tratamos en esta asignatura aspectos relacionados con la didáctica de las matemáticas: yo contaba con tratar los obstáculos del aprendizaje, pero la asignatura fue más allá, incluyendo diversos modelos del conocimiento del docente y nociones sobre la retroalimentación al alumnado, así como un análisis de las competencias matemáticas.

El bloque de Estocástica de la asignatura *Complementos de la Formación Disciplinar: Matemáticas* (en adelante, *Complementos*) tiene mucho que ver con la asignatura de *AyE*, tratándose de forma similar si bien centrada en la enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad. Es de destacar en esta asignatura el uso de los libros de texto para la asignatura de Matemáticas: son un recurso utilizado frecuentemente por el profesorado, por lo que conviene acostumbrarse a servirse de sus fortalezas y sortear sus limitaciones, y en esta asignatura se pudo trabajar con ellos en todos sus bloques.

También merece una mención especial la asignatura de *Procesos y Contextos Educativos (PCE)*. En ella tratamos la historia de las leyes educativas españolas, así como aspectos relacionados con la tutoría, la diversidad o el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA). Me gustaron especialmente algunos aspectos de sus trabajos: la simulación de una entrevista fue uno de los pocos trabajos realmente prácticos del máster, y los trabajos sobre temas como el acoso o los derechos del alumnado también funcionaron bien. Además, la actividad más importante de la asignatura, denominada “el Caso”, consistente en analizar una situación escolar concreta desde distintos puntos de vista, me pareció innovadora e interesante. Creo que, al partir de un contexto concreto, permite un acercamiento a situaciones escolares más realistas de lo que suele ser posible en las clases expositivas.

Otra actividad que me gustó fue el trabajo final de la asignatura *Tecnologías de la Información y la Comunicación* (en adelante, *TIC*). La asignatura versaba sobre el impacto de las “nuevas” tecnologías en las aulas, y este trabajo consistía en la selección de recursos informáticos para usar en el aula, de formato variable:

programas de ordenador, vídeos, blogs, actividades publicadas en internet y más. El aspecto fundamental para mí es que, además de obligar a justificar la elección de las herramientas —en línea con lo tratado en las pocas clases que tuvimos—, las herramientas seleccionadas se añadirían a un repositorio común para todos los estudiantes. Creo que es una manera acertada de trabajar la cooperación entre los futuros docentes: que los recursos de uno puedan ser aprovechados por el resto. Va en línea con el espíritu de muchas iniciativas en las redes por parte de profesores que desean aprender unos de otros. Por supuesto, la actividad habría sido aún mejor si hubiéramos llegado a ella con conocimientos didácticos de nuestra especialidad respecto de las TIC; dadas las limitaciones de la asignatura, me conformo con la actividad y los puntos buenos que sí tiene.

Desde algunas de las asignaturas, particularmente desde las asignaturas de especialidad, se promovió que asistiéramos a charlas o presentaciones que también merecieron la pena. Mientras cursaba la asignatura de *Complementos* surgió la oportunidad de asistir a una charla de Peter Liljedahl, que hizo mucho por mostrarme otras formas de dar clase de Matemáticas y cuya influencia se puede ver en este trabajo. También desde la asignatura de *AyE* se nos avisó de la opción de asistir a unas jornadas organizadas por la Sociedad Asturiana de Educación Matemática, y en el curso 2023-2024 la Universidad organizó dos conferencias de Laura Morera, de Innovamat, de las cuales una trataba de la enseñanza en Secundaria. Finalmente, la asignatura de *Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa* (en adelante, *Innovación*) organizó también un congreso usando presentaciones hechas por alumnado de distintas especialidades, lo cual es novedoso teniendo en cuenta el poco contacto que hay dentro del máster entre las especialidades de grupos distintos.

En general, me llevo la sensación de que el profesorado se preocupa por nuestra formación. Veo a un profesorado que busca mejorar su práctica docente a través de la exploración de nuevas metodologías; los resultados no siempre son los mejores, pero me es imposible no valorar positivamente el intento. Además, no sólo la mayoría del profesorado es cordial y respetuosa en el trato personal y en la clase, sino que hay también quienes logran mostrar cercanía y empatía con su alumnado. Me quedo con un momento en que una profesora me dejó entregar tarde unos trabajos cuando yo

me veía demasiado superado para entregarlos a tiempo. Son docentes que pueden transmitir mucho con su forma de ser.

1.3 Asignaturas sin profundidad

Con formación así, lo esperable en mi caso habría sido estar satisfecho; hasta cierto punto, lo estaba. Sin embargo, no todas las asignaturas resultaron estar al mismo nivel. De la asignatura *Diseño y Desarrollo del Currículum (DDC)* yo esperaba, por su título y su guía docente, que nos llevara a analizar la enseñanza por competencias o diversas metodologías educativas. Sin embargo, la asignatura se quedó en explicaciones someras de la terminología de la ley educativa. Volvimos a tratar estos temas en la asignatura de *AyE* y el resultado fue mucho más satisfactorio, al poder hilarlo directamente con las particularidades de nuestra especialidad y poder profundizar algo en las competencias específicas, como ya se mencionó. Con todo, es de lamentar que el carácter transversal de la asignatura de *DDC* la volviera redundante: sé que yo habría agradecido una mayor profundidad de la asignatura que me permitiera, por ejemplo, entender antes qué significaba realmente la enseñanza competencial. Lo único que puedo destacar en positivo de esta asignatura es el espíritu del docente: su optimismo por mejorar la educación era contagioso y servía de inspiración, a pesar de que la asignatura no nos aportaba los medios para ello.

También se quedó a un nivel muy superficial la ya mencionada asignatura de *Innovación*. Aunque sirvió para abordar algunas posibles direcciones en las que innovar en educación, el tratamiento en sí dejaba mucho que desear. La asignatura era genérica, sin adaptar para cada especialidad, y las innovaciones referidas a la manera de dar clase se presentaban sin analizar su idoneidad para nuestras distintas disciplinas. Pienso en concreto en la clase dedicada a la gamificación: práctica que puede matizarse mucho según la especialidad y la edad del alumnado, pero que se planteaba como de aplicabilidad universal. Recuerdo que en esa clase también se mezclaban conceptos diferentes como la gamificación y el aprendizaje basado en juegos, lo que creo que ilustra otro problema recurrente de la asignatura: su falta de rigor y de profundidad, proponiendo medidas innovadoras sin entenderlas bien, ni enunciando sus fortalezas y debilidades. Por si esto fuera poco, aunque el título

de la asignatura hace mención a la investigación educativa, apenas se trató este aspecto durante las clases expositivas: se le dedicó una única sesión en enero, y una segunda en abril en la que, incomprensiblemente, se repitió la sesión de enero como si nunca hubiera tenido lugar (cambiando la presentación de una encuesta por la presentación de los resultados de dicha encuesta). Lo único positivo de la asignatura, en línea con el ya mencionado congreso de innovación, es que nos expone a múltiples ámbitos susceptibles de mejora, que van más allá de la docencia en una especialidad, abarcando aspectos transversales como la educación afectivo-sexual o el acoso escolar.

La asignatura de *Complementos*, a pesar del ya mencionado bloque dedicado al sentido estocástico, no tuvo nada que aportarme en los tres bloques restantes. En los bloques dedicados al álgebra y el análisis, la asignatura consistió en un repaso de contenidos del grado en Matemáticas, concretamente del primer año de la carrera. No sólo es esto algo que yo no necesitaba, sino que contradecía la premisa anunciada en la presentación del máster de que se nos asumía expertos en nuestras respectivas materias. Por otra parte, el bloque de geometría careció de contenido propio, usándose únicamente para resumir las características principales de la LOMCE y la LOMLOE y la presencia de la geometría en sus respectivos currículos. Sencillamente, no había nada nuevo que aprender, más allá de algún detalle sobre la LOMCE y de la existencia de algunos recursos educativos en formato vídeo. Sí destaco positivamente el haber tenido actividades prácticas con libros de texto o proponiendo actividades; por desgracia, volvieron a quedarse en lo superficial al carecer de un criterio didáctico para realizar esas actividades.

La asignatura de *Sociedad, Familia y Educación (SFE)* es un caso extraño, puesto que sí ofrecía un estudio relativamente detallado sobre temas de género, derechos humanos, estereotipos o relación con las familias en el ámbito educativo. Sin embargo, el enfoque de la asignatura fomentaba el dejar de lado estas nociones, y mantenernos en cambio en un tratamiento más superficial de estas temáticas. A pesar de los materiales proporcionados por la profesora de la asignatura, razonablemente completos, el propio desarrollo de la asignatura apenas dio pie a profundizar en nada.

Merece una mención especial la asignatura de *TIC*, ya mencionada. Esta asignatura disponía de un único crédito (ECTS) y las horas de docencia no eran suficientes para nada más que mencionar algunos aspectos de interés en la introducción de las TIC en el aula. No es que sirviera para aprender gran cosa pero, a diferencia de asignaturas como *DDC*, *Innovación*, *SFE* o gran parte de *Complementos*, con más horas lectivas, siento que aproveché el tiempo del que disponía lo mejor que pudo. Otra mención especial merece la asignatura de *La Tierra a Través del Tiempo*, optativa dedicada a repasar nociones de geología relacionadas con la historia de la Tierra, y a la que saqué gran partido debido a mi ignorancia sobre el tema, pero que no tiene tanta relación con mi objetivo de aprender sobre educación.

En suma, hubo un porcentaje significativo de las asignaturas del máster que se quedaron a un nivel, a mi juicio, demasiado bajo para lo que esperaba de un máster universitario. Yo esperaba aprender mucho más de ellas.

1.4 La metodología: ortogonalidades e invención

Más allá del contenido teórico de las asignaturas, procede analizar también el modo en que se impartían. Dentro de la variedad de asignaturas del máster, me parece haber detectado en sus metodologías ciertos patrones comunes a muchas de ellas. A mi juicio, algunos de estos patrones son perjudiciales para el desarrollo del máster; creo que reevaluar las metodologías usadas podría mejorar la calidad de la enseñanza.

En primer lugar, todas las asignaturas dependen para la calificación de “trabajos” o tareas a realizar fuera del aula. Salvo la asignatura de *ADP* y dos bloques de *Complementos*, que también incluyeron exámenes escritos, todas las asignaturas basan su calificación por completo en tareas entregables de este tipo. Quiero decir que me parece una decisión loable por parte del profesorado del máster el mostrar formas de evaluar y calificar menos dependientes de los exámenes escritos, ya que pueden servirnos de ejemplo a los futuros profesores cuando nos corresponda ejercer. Además, como ya he destacado en el apartado 1.2, algunos de los trabajos contribuyen a nuestra formación de formas deseables, como profundizando en la materia o fomentando la cooperación entre el profesorado.

Por desgracia, no todos los trabajos tenían la misma utilidad, al menos para mí.

La sensación que tenía era de estar obligado a superar múltiples pruebas sin sentido para poder aprobar las asignaturas, independientemente de lo que hubiera podido aprender en ellas. No ayudaba el gran número de estos trabajos, algo que abordo en el apartado 1.5, pero no es el único aspecto digno de atención.

A menudo, la temática de los trabajos era independiente de lo trabajado previamente en el aula. Entender lo tratado en las clases no ayudaba a hacer mejor las tareas, puesto que lo que se necesitaba para hacer los trabajos no se había impartido o apenas tenía relación con lo dado en clase. No me parece mal que las tareas lleven a aprender cosas nuevas, pero siempre que las clases sirvan de punto de partida. Cuando lo hecho en clase es “ortogonal” a lo que se exige aprender para los trabajos, se nos carga al estudiantado con la responsabilidad de aprenderlo todo por nuestra cuenta. Hay demasiados ejemplos de esto.

- En *DDC*, el trabajo final consistió en el desarrollo de una situación de aprendizaje basada en el aprendizaje-servicio. Sin embargo, en la asignatura no se había abordado el aprendizaje-servicio, ni mucho menos discutido si era una metodología adecuada para dar nuestras asignaturas; tampoco otros aspectos prácticos sobre cómo gestionar el tiempo, motivar al alumnado o hacer la asignatura accesible.
- En el caso de *Innovación*, los trabajos fueron un póster y una propuesta de innovación o investigación. No se habló apenas de la investigación educativa, y las propuestas innovadoras provinieron en su mayoría de fuera del aula: de otras asignaturas o de las ideas propias del alumnado. El día a día de la asignatura consistía en debates entre el alumnado sobre temáticas propuestas por el docente, interesantes pero a menudo transversales y no aplicables a la asignatura. La actividad del póster, consistente en presentar una medida innovadora, no necesariamente respaldada científicamente, en un formato distinto a lo que solíamos hacer, se introdujo mientras tratábamos en clase que no había que «innovar por innovar».
- En *PCE*, la tarea de “el Caso” requería dar soluciones para los problemas de convivencia en un centro educativo, o el clima negativo de aula. Sin embargo,

en la propia asignatura apenas habíamos trabajado maneras de abordar estos problemas; como estudiante, sentía que sólo podía recurrir a una o dos medidas concretas que sí se habían tratado en clase.

- En *AyE* se planteó la entrega de una situación de aprendizaje y de un esbozo de programación docente mucho antes de haber hablado nada sobre didáctica y cómo enseñar matemáticas. La única información dada en la asignatura fueron las definiciones de términos legales y algunos apuntes sobre instrumentos de evaluación y calificación. Para la segunda entrega de una situación de aprendizaje sí habíamos tratado cómo enseñar en ciertas áreas de las matemáticas, pero no habíamos practicado a crear o seleccionar nosotros las actividades para nuestro alumnado, lo cual sí teníamos que hacer.
- En *TIC* creamos la ya mencionada «caja de herramientas». La asignatura hacía énfasis en la necesidad de usar la tecnología con un objetivo educativo, pero nosotros no teníamos conocimiento sobre cómo dar clase en nuestra especialidad.

Una consecuencia de este hecho es que, cuando el total de la calificación se basa en lo hecho en estos trabajos, lo que se hace es quitar valor a lo trabajado en clase. Si entender mejor la temática de las clases no ayuda a hacer mejor las tareas en las que se basa mi nota (y, de hecho, al estudiar incurro en un coste de oportunidad notable), puedo perder el incentivo de prestar atención y examinar en profundidad ideas más chocantes. Me pareció un ejemplo claro el de la asignatura de *AyE*. Al acabar la asignatura, el feedback del alumnado se decantó a favor de la parte más práctica, sobre la normativa (tratada previamente en *DDC*), y en contra de la parte más teórica, sobre cómo se aprende matemáticas y cómo enseñarlas. Está claro que esta postura es opuesta a la mía, pero debo reconocer que cuesta más trabajo aplicar la parte teórica al diseño de actividades, lo cual no se trabajó en la asignatura. El conocimiento teórico tampoco parecía necesario para aprobar, como sí lo era saber rellenar las tablas de las programaciones y situaciones de aprendizaje.

En las asignaturas con menos contenido teórico en las clases, la dinámica era algo distinta. A mi juicio, en estas clases se abusaba de las discusiones en grupo

entre el estudiantado. Son ejemplos de esto las asignaturas de *Innovación* y *SFE*: en la primera tratábamos de propuestas innovadoras, mientras que en la segunda hablábamos sobre cuestiones como el género o la etnia. También en *DDC* tenía lugar este tipo de discusiones. Podría parecer buena idea el juntar a múltiples futuros profesores para debatir cómo mejorar la educación, pero en la práctica el resultado era más parecido a una charla entre conocidos en un bar. Ninguno de nosotros estaba formado en los temas a tratar, y los debates giraban en torno a las ideas que cada uno traía de casa; las anécdotas personales jugaban el papel de hechos demostrados empíricamente. Para aprender del contraste entre opiniones, me parece necesario que las opiniones tengan fundamento, que provengan de un conocimiento siquiera parcial sobre las temáticas a tratar; lamentablemente, el estudiantado no va a alcanzar ese conocimiento sin la formación previa que no se le da en el máster.

La forma de trabajar en estas asignaturas con menos carga de contenido ilustra cómo se trabajaban las tareas de todas las asignaturas mencionadas antes: a falta de conocimiento, sólo quedaba inventar. Me refiero con este «inventar» a una creatividad no basada en aplicar nuestro conocimiento de forma novedosa, sino basada en decir cualquier cosa que dé lugar a un trabajo aprobable. La realidad es que no hay tiempo a que nos volviéramos expertos fuera de las clases en tantas áreas para las que partimos de cero. Todo a lo que podemos aspirar es a extraer algunas ideas a partir de nuestras experiencias previas y de algún ejemplo real que hayamos podido encontrar. El aprendizaje que surgirá de este proceso me parece muy cuestionable, especialmente porque no hay *feedback*: desde las asignaturas no se proporcionó retroalimentación por defecto, por lo que era difícil saber si lo inventado estaba bien o mal. La única excepción fue la asignatura de *AyE*, donde sí se esforzaron en aportarnos comentarios y en facilitarnos el revisar nuestros trabajos; todo lo cual valoro muy positivamente.

¿Cuál es el resultado de todas estas circunstancias? Mismamente, que yo no sé realmente cómo llevar a la práctica lo que plantea la nueva ley educativa.

Toda mi experiencia previa en temas de educación se basa en cómo me dieron clase a mí, que en la asignatura de Matemáticas fue siempre un estilo de docencia muy tradicional. En los últimos años había cambiado mi forma de pensar en la

educación, especialmente de cara a aceptar la diversidad. Sin embargo, yo no sabía nada de competencias ni de cómo afrontar en la práctica la diversidad en el nivel del alumnado; tampoco de procedimientos de evaluación alternativos al examen escrito. Esencialmente, todo lo que propone la nueva ley educativa es nuevo para mí, y el cambio de mentalidad que necesito dar es muy grande. Desconozco si desde el máster se esperaba que, con un único año de formación, aprendiera a diseñar una asignatura de Matemáticas acorde a la nueva normativa; lo que puedo decir es que, entre las asignaturas con poco contenido, la falta de ejemplos mediante casos prácticos y la falta de orientación y retroalimentación para los trabajos, yo siento que no sé lo suficiente. Entiendo el planteamiento competencial, pero no cómo llevarlo a la práctica satisfactoriamente y cumpliendo la ley; si acaso, puedo inventar una situación de aprendizaje con las tablas necesarias pero sin garantías de que valga para nada. Necesito más tiempo, más formación, más guía y más ejemplos.

Personalmente, habría preferido otro enfoque en este máster, que me facilitara el cambio de mentalidad, pero no sé si puede ser viable. Habría preferido que en *AyE* dedicáramos más tiempo desde el principio al análisis y diseño de actividades y de secuencias de actividades, siempre desde el punto de vista de qué ayuda a aprender y cómo. Podríamos continuar esto hablando de la evaluación y de criterios para escoger un procedimiento u otro, y solamente al final añadir la complejidad adicional de adecuarlo a la normativa. Por desgracia, esta propuesta no me parece fácilmente factible dado el tiempo tan escaso del que dispone la asignatura de *AyE*; tal vez si *DDC* fuera una asignatura de especialidad, o si se cambiase el orden de los bloques en *AyE*, se podría lograr algo positivo igualmente.

1.5 La sobrecarga de trabajo

Incluso si yo era el único que tenía problemas con estas formas de dar clase, creo que muchos de mis compañeros y compañeras compartirían la opinión de que se nos carga con demasiado trabajo. Se ha mencionado previamente que son múltiples las asignaturas que han apostado por evaluar mediante entregas de tareas. Todas ellas han exigido más de una entrega, a excepción de *ADP*, que calificaba a partir de la elaboración de un único trabajo y su presentación más un examen final, y *DDC*, que

requería el mencionado proyecto de aprendizaje-servicio, si bien en formato vídeo. En cuanto al resto, *SFE* exigió cinco trabajos más el seminario final; *Innovación* exigió dos trabajos, uno de ellos en formato póster, y un comentario; *PCE* requirió siete trabajos y tres seminarios finales; *Complementos* exigió ocho trabajos, uno de ellos en formato vídeo, y cuatro de ellos para el último de cuatro bloques, así como algunos comentarios para el tercer bloque, que también incluía seguimiento de clase invertida; *TIC* exigió un trabajo y tres comentarios; *AyE* exigió tres trabajos y alguna entrega en formato comentario.

Ya en número me parece que los trabajos que se nos piden son excesivos, pero su distribución temporal tampoco ayuda. Tengo dos ejemplos. El primero son las vacaciones de navidad: las empecé con ocho entregas pendientes para el primer cuatrimestre; estas entregas se extendían hasta la primera semana del segundo cuatrimestre, y eran achacables casi por completo a *PCE* y *Complementos*. El segundo es todo el segundo cuatrimestre. En él tenían lugar las asignaturas de *Innovación* y *AyE*, a la vez que el *Practicum I* por las mañanas: a la carga de trabajo de preparar las clases para el instituto se le suman las tareas de las asignaturas y la elaboración de la memoria de prácticas para el *Practicum II*, la cual se esperaba que lleváramos al día. Las entregas de los trabajos finales de estas asignaturas y de la memoria de prácticas tuvieron lugar en un plazo de tres semanas, lo que no me parecía realista salvo que se contase con que prepararíamos estos trabajos durante las vacaciones de Semana Santa.

Llegados a este punto, debo reconocer que me cuesta mucho no sentirme indignado con este máster, y una de las razones es esta sobrecarga de trabajo. El número de estos trabajos, su distribución temporal y la falta de propósito que narraba en el apartado anterior me parecen aspectos negativos de por sí. El problema añadido es que, mientras se nos exigía trabajar de esta forma, el profesorado nos insistía en sus clases que nosotros, como futuros docentes, no debíamos hacerlo. Que las tareas que mandemos deben ser proporcionadas y con sentido, que debemos coordinarnos con otros docentes para no saturar de trabajo a nuestro alumnado y que no debemos llenar todas las tardes, fines de semana y vacaciones de tareas. No veo la coherencia entre lo que nos dicen y lo que hacen y, como estudiante, siento a veces que me

toman el pelo. Pero lo que siempre siento es que es un error mayúsculo que el profesorado de este máster no predique con el ejemplo, porque de este modo la última experiencia educativa de muchos profesores de Secundaria habrá estado cargada de montones de trabajo inútil, y temo que no hará sino reforzar las ideas equivocadas sobre el trabajo estudiantil.

Quiero aclarar, de todos modos, que mi crítica hacia la sobrecarga de trabajo es como es debido a la ya mencionada falta de propósito de dicho trabajo. Me parece razonable que en un máster universitario se plantee una carga de trabajo elevada (que no descomunal), pero únicamente si nos permite aprender. Por otra parte, subir el nivel de los trabajos exigidos, de manera más acorde con lo esperable en un máster, no es una solución si se mantiene el número de los mismos. Para poder exigir más calidad en el trabajo es necesario que la cantidad de tareas a realizar disminuya; no es viable exigir calidad y cantidad a la vez. Tal vez por eso desde asignaturas como *AyE* o *Innovación* se nos instaba a reutilizar nuestros trabajos finales en el TFM: «para no trabajar dos veces» y poder producir, a cambio, un trabajo con algo más de calidad.

Al igual que la baja exigencia, otro aspecto que va parejo a la sobrecarga de trabajo es convertir todas las tareas en trabajos en grupo. Diría que es porque así aprenderíamos a trabajar en equipo, pero la medida no viene acompañada de ninguna estrategia para que aprendamos a hacerlo bien, por lo que no sé si en realidad ya se asume que sabemos cómo hacerlo. Tampoco hay una evaluación final de nuestro trabajo en grupo, sino solamente del producto final del trabajo: por ejemplo, es posible sacar buena nota en un trabajo en grupo donde un único integrante decidió, unilateralmente, hacerlo todo por su cuenta. Por desgracia, reducir el número de trabajos en grupo tampoco es compatible con mantener el número de trabajos a secas, por los mismos motivos que antes.

Comparo toda esta situación con un máster previo que hice, en Matemáticas. Allí el nivel de las clases era elevado, en profundidad y en exigencia, pero el número de entregas por asignatura era inferior. No se exigía trabajar en equipo, aunque la dificultad de los problemas fomentaba que así lo hiciéramos. Seguía siendo un máster con una carga de trabajo grande, incluso excesiva en ocasiones (había exámenes

finales con gran peso en la calificación, a pesar de las entregas previas); sin embargo, estaba claro que tal trabajo tenía sentido, y se podía aprender.

Hay una asignatura en este máster que, a mi juicio, sí funcionó muy positivamente, que es la de *ADP*. La carga de trabajo era muy inferior a la de otras asignaturas con un número de créditos similar, pero los temas tratados eran pertinentes. Además, la manera de plantear las clases expositivas encajaba con el tipo de tareas que se proponían después: la asignatura era eminentemente teórica, en las clases se transmitía información, en las prácticas de aula examinábamos información y el único trabajo de la asignatura estaba basado en la búsqueda y síntesis de información. Si bien lo ideal habría sido encajar también más aspectos prácticos relacionados con la temática, ello habría necesitado un tiempo del que no disponíamos. A diferencia del resto de asignaturas del máster, considero que lo que la asignatura de *ADP* pretendía hacer lo hacía bien; su coherencia interna es algo a valorar.

1.6 Las prácticas

Al igual que el resto del máster, las prácticas (*Practicum I*) también han contado con aspectos positivos y negativos que merece la pena describir. Debo empezar mencionando que lo mejor de mi experiencia en el centro de prácticas fue la interacción con el alumnado. No era particularmente conflictivo, al menos el alumnado con el que tuve más trato, y respondían bien a la presencia de los estudiantes de prácticas del máster. Muchos parecían apreciar de verdad nuestra presencia allí, y me llevo buenos recuerdos de muchos de esos alumnos.

Considero también positiva mi experiencia como codocente mientras mi tutora impartía las clases. Tuve la oportunidad de aprender mucho sobre las dificultades de mi alumnado, así como de recibir una lección práctica sobre los obstáculos a una atención a la diversidad plena. Algunas de las medidas contempladas me resultaron novedosas. La relajación de los objetivos usuales del curso con el objetivo de prevenir el absentismo escolar no era algo que me hubieran enseñado en el máster, pero lo cierto es que, en el caso de cierto alumnado, lo más a lo que se aspiraba es a que estuviera bien atendido en el instituto para que así continuara asistiendo. En este contexto, aprendí mucho de las estrategias de mi tutora y de la profesora de

Pedagogía Terapéutica.

Sin embargo, la parte negativa de estas prácticas es precisamente el contraste entre lo enseñado en el máster y lo enseñado en el centro de prácticas. Si en el apartado 1.4 menciono que, en las asignaturas del máster, el contenido enseñado y las tareas apenas guardaban relación entre sí, aquí debo apuntar que ni el contenido ni las tareas de dichas asignaturas resultaban útiles para las prácticas. En algunos casos se necesitaba tener destrezas no aprendidas en clase; en otros, era conveniente no hacer caso a lo aprendido.

He hecho alusión ya a las dificultades de una atención a la diversidad plena. Lo cierto es que en el centro de prácticas se tomaban decisiones contrarias a lo visto en clase en lo que respectaba a la inclusión. En lugar de crear grupos de alumnado equilibrados en cuanto a nivel y dificultades, se segregaba por nivel dentro de un mismo curso para aprovechar mejor los recursos. Puedo entender la decisión, pero ilustra un problema: o en el centro estaban cometiendo un gran error, o la formación recibida al respecto en el máster era demasiado simple y no tenía en cuenta las limitaciones de los centros educativos reales. También había aprendido en el máster sobre distintas metodologías y formas de evaluar, adaptadas a distintos alumnos y situaciones, pero el profesorado recurría casi exclusivamente a la clase magistral y al examen escrito, incluso en los casos de dificultades de aprendizaje. De nuevo, algo no encaja.

Otro problema era la cuestión de la enseñanza competencial. En este instituto no se seguía la ley a este respecto. No se planteaban situaciones de aprendizaje de ningún tipo y el profesorado denostaba abiertamente todo lo relacionado con «las competencias». Los contenidos eran los obtenidos de la ley anterior, la LOMCE. De la LOMLOE solamente se usaban los criterios de evaluación, pero trucados para seguir justificando una calificación donde el examen escrito tenía un peso del 80 %, lo cual ni siquiera era coherente con la LOMCE. Por supuesto, todo lo aprendido en el máster a este respecto resultó inútil para las prácticas. Diría incluso que era perjudicial. Cuando llegó el momento de poner en práctica mi proyecto de innovación, mi tutora lo interrumpió tras dos sesiones, entre otros motivos porque las destrezas que yo pretendía entrenar no eran las que yo tenía en mente: yo buscaba la comprensión

competencial, ella necesitaba el dominio de técnicas.

Creo también que las prácticas podrían haber estado mejor organizadas. En relación con el proyecto de innovación, la expectativa con la que contaba era que podríamos aplicarlo, pero en la realidad parece que lo principal era respetar que la clase no es del estudiante de prácticas y que la innovación tenía que ser muy limitada. Mi tutora no se comunicó conmigo hasta el final, y no se fomentaba que el proyecto se hiciera conjuntamente con ella, lo cual podría haber evitado el malentendido.

Tampoco estoy de acuerdo con haber tenido sólo catorce horas de docencia “real”, estando yo solo al frente de una clase; son catorce gracias a que yo pedí dar más horas de las que se me habían asignado. Las *prácticas* apenas tienen oportunidad de ser tal si no paso tiempo al frente de una clase. Ser codocente durante muchas horas lo compensa ligeramente, pero es una experiencia mucho más limitada. Me hubiera gustado también aquí un mayor control por parte del máster, tal vez unos límites mínimos y máximos al número de horas impartidas por parte del estudiante.

El único aspecto de mi formación en el máster relevante para las prácticas fue el conocimiento de la documentación del centro. Su relevancia se circunscribe a la memoria de prácticas (*Practicum II*), más centrada en evaluar los documentos que en hacernos reflexionar sobre las prácticas. No me parece suficiente. Me habría gustado más que el máster nos hubiera propuesto centros de prácticas adecuados a lo que desde el máster se pretendía que aprendiéramos. Ya una profesora del máster nos había advertido de que no todos los centros de prácticas nos serían útiles en este sentido, pero yo no tengo forma de saber cuáles son “buenos” antes de escoger el centro. Echo de menos un filtrado previo de los centros, que asegure un nivel mínimo de atención y formación en los centros ofertados.

1.7 Conclusiones

El Máster en Formación del Profesorado que tuve la ocasión de cursar en el curso 2022-2023 en la Universidad de Oviedo resultó en una formación bastante deficiente, por lo que a mí respecta. Entiendo la voluntad real del profesorado por que aprendamos sobre educación, y valoro aquellas asignaturas, tareas, profesores o experiencias de los que he podido aprender de verdad. Pero no estoy de acuerdo con cómo se ha

planteado el grueso del máster, y desde luego a mí no me ha resultado de la utilidad que esperaba.

Un profesor del centro de prácticas se refirió al máster como «entrenamiento para la burocracia»: me parece decepcionante que la situación sea así, pero tengo que darle la razón. Con una enseñanza superficial e incoherente como describo en los apartados 1.3 y 1.4, y sin aplicabilidad real como he narrado en el apartado 1.6, lo único que queda para aprender es el acostumbrarnos a la sobrecarga de trabajo con poca utilidad (apartado 1.5).

Si las impresiones que he plasmado aquí son realmente descriptivas de este máster, opino que urge un replanteamiento del máster en su totalidad. Es necesario apostar por un máster de formación del profesorado con estudios más completos sobre la didáctica específica de cada especialidad, con una carga de trabajo proporcionada y con un claro propósito educativo. También es necesario revisar la estructura de las prácticas, regulándolas para garantizar una experiencia práctica real y con equipos docentes con algo que enseñar. Desconozco qué sería necesario para obrar estos cambios, que probablemente sean responsabilidad de múltiples niveles de la Administración educativa; probablemente no vea cambios como los que propongo en mucho tiempo. Sin embargo, creo que la formación inicial del profesorado es algo en lo que merece la pena invertir.

Quiero que este máster deje de ser un trámite y se convierta en formación real de calidad. Con este objetivo decidí ser más negativo en esta reflexión de lo que creo que se espera de mí. Si en el futuro no ejerzo de docente, sé que en gran medida se deberá a mi experiencia en este máster pero, crucialmente, no a la parte en la que traté con adolescentes e intenté enseñarles matemáticas. Ojalá que el describir los puntos débiles de este máster pueda conducir a una mejora del mismo.

2 Una programación didáctica para 1º ESO - Matemáticas

En este apartado se presenta un modelo de programación docente para la asignatura de Matemáticas de 1º ESO, compatible con el modelo LOMLOE en el Principado de Asturias. Se incluye, también, una exposición de las ideas en las que se basan las distintas decisiones tomadas con respecto a esta programación: por ejemplo, cómo secuenciar las unidades, cómo evaluar, o cómo entender las competencias específicas.¹

2.1 Marco legal

Los documentos normativos a los que se trata de ajustar esta programación docente serán los siguientes:

- Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria.
- Decreto 59/2022, de 30 de agosto, por el que se regula la ordenación y se establece el Currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias.
- Resolución de 11 de mayo de 2023, de la Consejería de Educación, por la que se regulan aspectos de la ordenación académica de las enseñanzas de la Educación Secundaria Obligatoria y de la evaluación del aprendizaje del alumnado.

2.2 Las competencias específicas: la competencia matemática según KOM

Las competencias específicas se tratarán a lo largo de las distintas unidades de programación, como indica la tabla resumen del apartado 2.12.2. Esta decisión viene

¹Este apartado está fuertemente basado en un trabajo entregado para la asignatura de *Aprendizaje y Enseñanza: Matemáticas*. Parte del texto se reproduce aquí sin modificación, si bien el trabajo se ha ampliado y adaptado a los requisitos del Trabajo Fin de Máster.

dada por una noción de competencia matemática vinculada al Proyecto KOM, que se expone a continuación.

La competencia matemática se refiere al dominio experto de las matemáticas: no sólo a un conocimiento de hechos y técnicas procedimentales, sino que conlleva además la comprensión, el uso y la capacidad de opinar razonadamente acerca de las matemáticas y de la actividad matemática, y esto en una gran variedad de contextos (Niss & Høygaard, 2011, pág. 49). Este dominio experto se puede concretar según el desafío que presenta la actividad matemática particular, lo que lleva a enunciar una colección de competencias matemáticas más concretas. Dichas competencias no son completamente disjuntas: ni siquiera podrían trabajarse de forma aislada unas de otras. No obstante, sí permitirían matizar los tipos de actividad matemática en los que una persona puede desenvolverse de manera apropiada. En conjunto, se lograría una descripción más detallada de la competencia matemática general.

Desde el Proyecto KOM se aportan algunas nociones adicionales acerca de cómo precisar, a su vez, esas competencias, lo cual hacen según tres ejes (Niss & Høygaard, 2011, págs. 72-73). Un eje, el denominado *grado de cobertura* de la competencia, haría referencia a los aspectos de la competencia que el individuo es capaz de movilizar: un distinto grado de cobertura en la competencia de razonamiento matemático, por ejemplo, es lo que distinguiría entre alguien que sólo es capaz de seguir demostraciones y alguien que puede tanto seguirlas como construirlas. Un segundo eje, el *radio de acción*, describiría la cantidad de contextos en los que una persona puede desplegar su competencia: si sólo puede modelizar problemas de tipo numérico, por ejemplo, o si puede hacerlo también en contextos de álgebra, geometría o probabilidad; o en referencia a la cantidad de aspectos de su vida cotidiana en los que puede aplicar las matemáticas. El último eje sería el *nivel técnico*, que hace referencia a la complejidad de los problemas que puede resolver, o de los argumentos que puede comunicar, etc. Estos ejes no sirven para comparar a dos individuos y determinar quién es más competente matemáticamente, bien en general o bien en una competencia particular, pero pueden ser útiles a la hora de describir el grado de adquisición de una competencia concreta.

La clasificación de las competencias específicas en matemáticas propuesta por

la LOMLOE (Consejería de Educación, 2022, págs. 228-236) no es idéntica a la propuesta en el Proyecto KOM (Niss & Høygaard, 2011, cap. 4). No obstante, existen aspectos comunes a ambas. Por este motivo, algunas de las ideas que surgen en el Proyecto KOM se han tomado como inspiración en la elaboración de esta propuesta.

En esta propuesta de programación, se contempla que las unidades de programación sirvan para trabajar la mayoría de las competencias específicas, cuando no todas. Esta decisión está inspirada en la noción de radio de acción, puesto que se busca que las distintas competencias específicas no queden restringidas a un número pequeño de contextos concretos. Es preciso mencionar, sin embargo, que en el informe del Proyecto KOM (Niss & Høygaard, 2011, cap. 8) se contempla la posibilidad de que, dentro de un nivel lectivo concreto, se trabajen las distintas competencias de manera desigual en las distintas áreas de las matemáticas incluidas en el currículo. Se propone, de hecho, la construcción de una «matriz» que codifique el peso de cada competencia en el trabajo en cada área, que en su informe no se particulariza (Niss & Høygaard, 2011, págs. 127-128, 135-136); las tablas incluidas en los apartados 2.12.2 y 2.12.3 sólo reflejan la presencia o ausencia de cada competencia o criterio en las distintas unidades, pero no su peso relativo.

En lo que respecta a los criterios de evaluación, los asociados a una competencia específica se considerarán con frecuencia aplicables en la unidad si lo era dicha competencia. Esto es una forma de reflejar el grado de cobertura de su competencia específica asociada, y la necesidad de no limitarlo en exceso. La correspondencia se completaría vinculando el nivel técnico al desempeño específico en cada criterio de evaluación, si bien es preciso mencionar que este eje, al igual que los dos anteriores, es de naturaleza cualitativa.

Otro aspecto de esta propuesta es el énfasis en los tipos de actividades que se llevan a cabo. En los resúmenes de las unidades de programación y sus situaciones de aprendizaje, se mencionan algunos tipos de tareas que se le puede plantear al alumnado, con la perspectiva de que esas cuestiones permitan trabajar las distintas competencias usando los saberes básicos pertinentes para cada unidad. La noción de que las competencias se desarrollan mediante la actividad matemática es también un pilar del informe del Proyecto KOM (Niss & Høygaard, 2011, págs. 137-138).

2.3 La resolución de problemas como metodología básica

En consonancia con la importancia dada a la resolución de problemas como parte de la competencia matemática, y en base a lo aprendido en la asignatura de *Aprendizaje y Enseñanza: Matemáticas*, se propone que la práctica diaria en la clase esté basada en la resolución de problemas. Los aspectos más precisos de la metodología están basados en las propuestas de Liljedahl (2021). Concretamente, se pretende que la mayor parte del trabajo con problemas se realice por grupos, en particular en grupos de tres alumnos, creados de manera aleatoria para promover que el alumnado se centre en la actividad matemática y deje a un lado otras actitudes más performativas (Liljedahl, 2021, cap. 2). Esto no es óbice para que se trabaje individualmente en ciertos momentos, por ejemplo con actividades más breves o sencillas. El uso de pizarras verticales sería deseable, pero la propuesta está diseñada con el fin de no depender de este recurso.

Al trabajo con problemas le seguirá la puesta en común de las soluciones encontradas y, a partir de ella, la consolidación de los temas trabajados. La puesta en común es clave en este proceso. Se tomará como referencia la dedicación que se le da en las escuelas de Japón, donde cada sesión se dedica a un problema y se le puede dedicar casi el doble de tiempo a la puesta en común que a la resolución del problema en sí (Takahashi, 2021). Es importante también que el alumnado pueda crear sus apuntes autónomamente a partir de este proceso (Liljedahl, 2021, caps. 10-11).

Esta metodología permite trabajar, en todas las unidades, las competencias específicas enfocadas a la resolución de problemas y al razonamiento y prueba (competencias 1, 2 y 3), así como la competencia 9, más ligada a la autorregulación personal y a la gestión de las emociones que surgen durante el proceso. También la competencia 10, vinculada a las destrezas sociales, se trabaja ampliamente mediante el trabajo cooperativo. La puesta en común de las distintas soluciones trabaja la comunicación (competencia 8) y, en menor medida, la representación de distintos conceptos (competencia 7). Finalmente, las competencias sin respaldo específico de la metodología, las dedicadas al pensamiento computacional (competencia 4) y a las conexiones (competencias 5 y 6), se trabajan menos a menudo, dependiendo de la

unidad de programación concreta.

2.4 Los saberes básicos

Los saberes básicos vinculados a esta asignatura son los expuestos en el Anexo II del Decreto asturiano (Consejería de Educación, 2022, págs. 237-240), y se reparten en seis bloques, llamados «sentidos»: son los sentidos numérico, de la medida, espacial, algebraico y de pensamiento computacional, estocástico y socioafectivo. Con el objetivo de fomentar la conexión entre los distintos saberes básicos de la asignatura, muchos de ellos se asignan a varias unidades de programación simultáneamente. Esto es especialmente cierto en el caso de los saberes básicos del sentido numérico y del sentido socioafectivo. En el primer caso, los contextos del álgebra, la geometría y la medida permiten volver sobre cuestiones de aritmética y mostrarlas en distintas situaciones, contribuyendo a motivar su estudio. En lo que respecta al sentido socioafectivo, el objetivo es tratarlo de manera transversal durante todo el curso, aportando técnicas y consejos según sea necesario y poniéndolos en práctica durante el propio trabajo en el aula.

Por otra parte, en esta programación se contempla el tratamiento de todos los saberes básicos contemplados para 1º ESO, a excepción de ciertos saberes básicos relacionados con el sentido espacial:

Bloque C. Sentido espacial
C. Localización y sistemas de representación
Relaciones espaciales: localización y descripción mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.
C. Movimientos y transformaciones
Transformaciones elementales como giros, traslaciones y simetrías en situaciones diversas utilizando herramientas tecnológicas o manipulativas.

El motivo para no tratar los movimientos y transformaciones se debe a que están presentes en todos los cursos desde 1º ESO hasta 3º ESO. Dada la cantidad de tiempo que se dedica en esta propuesta al estudio de los polígonos, apenas habría tiempo para hacer justicia a los giros, traslaciones y simetrías, por lo que se ha

decidido posponerlos a un curso posterior.

Con la introducción de la geometría analítica, que suele tener lugar en 3^o ESO, se podría hacer un estudio en mayor profundidad de estos saberes básicos, combinando y comparando los enfoques sintéticos y analíticos de los giros, traslaciones y simetrías. Se propone, pues, posponer estos saberes básicos para entonces, con el objetivo de tratar menos contenidos en 1^o ESO y facilitar la transición entre la geometría sintética y la geometría analítica en cursos posteriores (Arce Sánchez et al., 2019, sec. 13.4).

En el caso de los sistemas de representación, el razonamiento es similar. Si bien se podría trabajar con (por ejemplo) mallados triangulares, cuadradas o hexagonales a este nivel, una vez se han descartado los saberes básicos de movimientos y transformaciones se hace difícil presentar los sistemas de representación de una manera cohesionada con el resto de contenidos sin dedicarle un tiempo del que no se dispone. Se confía en que posponiéndolos podrán servir mejor como motivación para la geometría analítica.

2.5 Secuenciación de unidades y situaciones de aprendizaje

Se ha optado por una secuenciación usual de las unidades de esta asignatura. Tras empezar con unidades relativas al sentido numérico, se da paso al álgebra y, finalmente, a la geometría y a la estocástica. Las situaciones de aprendizaje, que concretan algo más los temas a tratar en cada unidad, siguen también las divisiones usuales de los temas del curso, asemejándose a las unidades didácticas de modelos normativos anteriores.

La mayor novedad estaría en las temáticas de números negativos y proporcionalidad. Los números negativos se incluyen en la unidad sobre álgebra para poder explorarlos desde un punto de vista más algebraico, alejado de modelos del mundo real que puedan causar obstáculos de aprendizaje al alumnado (*cf.* Cid Castro, 2015). En cuanto a la proporcionalidad, se introduce tras el estudio de fracciones, en la misma unidad de programación, debido a las similitudes entre las dos áreas y las oportunidades de interrelación. Se considera que sería un encaje natural, que además está validado por la inclusión a nivel de normativa del razonamiento proporcional y

sus saberes básicos dentro del sentido numérico.

Para la concreción de las situaciones de aprendizaje, se ha tomado como base una interpretación del artículo 50.1a del Decreto de ordenación del currículo en la ESO, según la cual una unidad de programación *es exactamente* una colección de «situaciones de aprendizaje, proyectos, talleres u otros» (Consejería de Educación, 2022). Por ello, y dada la extensión de las unidades de programación, las situaciones de aprendizaje en este documento tienen una estructura y objetivos similar a las antiguas “unidades didácticas”, aportando el siguiente nivel de concreción a las unidades de programación. Esto no significa que se desdeñe «el despliegue por parte del alumnado de actuaciones asociadas a competencias clave y competencias específicas» (Consejería de Educación, 2022, art. 2.1f), pero sí implica que se aleja de otras propuestas con objetivos más delimitados (Departamento de Educación, Cultura y Deporte, 2022; Santaengracia et al., 2023). También supone que, en muchos casos, no hay un «producto» natural de la situación de aprendizaje.

No obstante, las actividades individuales de las que se compone cada situación de aprendizaje sí tienen objetivos más definidos. Se busca que un desarrollo de las sesiones en el aula, centrado en resolver problemas en grupo, discutirlos e institucionalizar lo aprendido, suponga un trabajo adecuado de las competencias matemáticas. Cada actividad individual sigue ajustándose a las definiciones de «situación de aprendizaje» de la normativa autonómica y estatal (Consejería de Educación, 2022; Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022), así como a las «situaciones fundamentales», según definidas por Brousseau, en las que se inspiran (Arce Sánchez et al., 2019; Brousseau, 2002). Además, identificar «situación de aprendizaje» con «unidad didáctica» supone una ruptura menos radical con respecto a la actividad tradicional en el aula, en comparación con una programación curricular basada en proyectos. Este hecho podría favorecer una implantación exitosa de la propuesta.

2.6 Las competencias clave

Las ocho competencias clave están recogidas en el artículo 11 del Decreto asturiano que regula el currículo de la ESO (Consejería de Educación, 2022, ver también págs. 23-32). De acuerdo con la relación planteada entre las competencias específicas de la

asignatura de Matemáticas y los descriptores operativos de las competencias clave, se entiende que el propio trabajo competencial matemático contribuirá al desarrollo de las competencias clave, incluso cuando estas últimas no se traten explícitamente. Así y todo, en el caso de ciertas competencias clave, la contribución a su desarrollo será particularmente pequeña, debido a la metodología usada.

2.6.1 Las TIC y la competencia digital

Esta programación no contempla un uso extensivo de las TIC, debido a las dificultades para garantizar el acceso a los dispositivos necesarios durante las sesiones lectivas. A menudo, el centro no posee los recursos necesarios para que todo su alumnado pueda trabajar con un ordenador desde todas las asignaturas, por lo que me parece demasiado optimista diseñar una programación de Matemáticas que dependa en exceso del trabajo con TIC, salvo que se pretenda que este tipo de trabajo lo realice el alumnado en sus casas. Es por ello que las TIC en esta propuesta se presentan a menudo como complemento, y sólo en un caso como eje de la situación de aprendizaje. Además, para ayudar a garantizar su aplicación, todas las actividades que requieran el uso de TIC se plantearán para que sean viables usando teléfonos móviles en el aula, suponiendo que la normativa de centro o autonómica lo permita.

Un trabajo limitado con TIC repercute negativamente en el tratamiento de la competencia digital, que a menudo no se puede justificar en base al trabajo en el aula. Muchas actividades únicamente contribuirán a los descriptores operativos números 2 y 3 de la competencia digital (Consejería de Educación, 2022, pág. 28), en tanto que permiten al alumnado trabajar con distintas herramientas tecnológicas que les pueden capacitar para la creación de contenidos digitales. Sin embargo, incluso esta contribución es limitada, puesto que estos descriptores operativos aluden a una dimensión de ciudadanía digital que no se trabaja meramente usando las herramientas. De nuevo, únicamente cuando las TIC suponen el eje del trabajo se tratará adecuadamente esta competencia.

2.6.2 La competencia plurilingüe

El trabajo normal en el aula de Matemáticas que aquí se plantea no contempla el uso de idiomas más allá del castellano. Aunque puntualmente se pudiera recurrir a otras lenguas, orales o signadas, para abordar algún tema concreto, no se espera que esto suponga ninguna contribución significativa al dominio de dichas lenguas por parte del alumnado. Sería necesario que la asignatura se enmarcase en un programa bilingüe del centro para poder estudiar la asignatura en dos idiomas distintos.

Sin un programa así, la posibilidad restante de desarrollo de la competencia plurilingüe sería aplicable sólo al alumnado con una lengua materna distinta del castellano. En este caso sí podría darse un aprendizaje de mayor calado, si se anima al alumnado a aprender la terminología matemática tanto en castellano como en su (otra) lengua materna. La mayor dificultad en este caso estriba en que no se asume que el profesorado tendrá el conocimiento lingüístico necesario para ayudar a estos alumnos a aprender a expresarse matemáticamente en otros idiomas.

Por todo ello, aunque el Decreto autonómico contempla que las competencias 8 y 10 contribuyan al desarrollo de la competencia plurilingüe (Consejería de Educación, 2022, págs. 234, 236), en esta programación se omitirán las referencias a los descriptores operativos relevantes.

2.6.3 La competencia social y la metodología

Por el contrario, la metodología de trabajo en grupo (ver apartado 2.3) fomenta el trabajo en el aula de la quinta competencia clave, llamada *Competencia Personal, Social y de Aprender a Aprender*. Es por ello que se ha decidido añadir en las distintas unidades una contribución al descriptor operativo CPSAA3, a pesar de que no era algo contemplado en la relación original entre competencias específicas y descriptores operativos (Consejería de Educación, 2022, págs. 228-236).

2.7 Evaluación, calificación e instrumentos

En las unidades de programación se contempla el uso de una gran cantidad de los criterios de evaluación descritos por la normativa vigente. Estos criterios no

se usarían para fraccionar la calificación final de la unidad, dada su naturaleza cualitativa (ver apartado 2.2) y en vista de que los informes de evaluación no han de usar calificaciones numéricas (Consejería de Educación, 2022, art. 46.3). En su lugar, servirían principalmente para guiar el diseño de actividades y las discusiones resultantes que tendrán lugar durante el desarrollo de las situaciones de aprendizaje, así como la organización de la retroalimentación que se proporcionará al alumnado.

El mayor énfasis en la dimensión formativa de la evaluación frente a los aspectos sumativos de la misma no es accidental. Está motivado por lo aprendido en el máster sobre la utilidad y validez de la retroalimentación (*cf.* Hattie & Timperley, 2007), así como por el objeto principal que se quiere evaluar: los procesos matemáticos que tienen lugar en el aula en modelos como el de (Liljedahl, 2021), y que describen las competencias específicas de la materia. Mi formación matemática previa al máster también me hace consciente de las limitaciones de las matemáticas a la hora de describir fenómenos no matemáticos. En el ámbito de la educación, esto se traduce en una desconfianza hacia todo método o intento de “medir” el aprendizaje del alumnado de manera «objetiva» (ver Romagnano, 2001); lo que Kohn llama «cuantificar lo que no puede ser cuantificado» (Kohn, 2006). Para incrementar la adquisición del alumnado de las competencias clave y específicas —el aprendizaje en general— el uso de las calificaciones como *feedback* resulta contraproducente (Kohn, 2011). En suma, considero preferible usar instrumentos más orientados a dar retroalimentación formativa al alumnado, como puede ser la rúbrica de un solo punto (Blackwelder, 2021; Gonzalez, 2014; Morales & Fernández, 2022) para lograr los objetivos planteados en el perfil de salida.

Durante el grueso de las sesiones en el aula, la evaluación del alumnado se basará en la observación por parte del docente. La idea es que el docente pueda realizar un seguimiento consciente y premeditado de su alumnado a medida que se desarrolla cada situación de aprendizaje, asegurándose de obtener información sobre distintos alumnos cada día para poder conocer el desempeño de su alumnado al completo. El decidir con antelación qué alumnado evaluar cada día busca evitar que el docente preste una atención insuficiente al alumnado cuyo carácter en el aula es más reservado. Se busca así detectar mejor las dificultades que pudiera tener su alumnado, y

posibilitar una retroalimentación más inmediata.

Será posible, no obstante, realizar otro tipo de pruebas, y las situaciones de aprendizaje contarán con sesiones específicas para la evaluación del alumnado. El objetivo es recoger información de todo el alumnado a la vez acerca de su desempeño respecto de diversos criterios, aportando además un producto concreto —pruebas escritas, orales, exposiciones, etc.— que certifique la adquisición, en un momento concreto, de las competencias y conocimientos relevantes. Los criterios de evaluación guiarán el diseño de estas pruebas de evaluación. Al ser estas pruebas un punto más de recogida de información, el desempeño del alumnado en ellas no determinará la calificación asociada a la situación de aprendizaje: será el resultado de considerar la evolución del alumnado a lo largo de la situación de aprendizaje, e incluso tras su finalización, lo que dé lugar a la calificación.

Dado el carácter continuo y formativo de la evaluación, se considera que el alumnado puede mejorar a lo largo de todo el curso. Por ello, un suspenso en una calificación trimestral no será determinante, sino que se podrá “recuperar” más adelante si el alumnado demuestra haber alcanzado los objetivos del trimestre suspenso. De nuevo, se plantea tanto la observación en el aula como el uso de pruebas específicas, siendo este último caso adecuado para cuando la actividad en el aula no permita trabajar los contenidos del trimestre suspenso.

2.8 Programa de refuerzo de asignaturas pendientes

En el caso del alumnado de 1º ESO, siendo el primer año de la etapa, no hay necesidad de aplicar un programa de refuerzo de asignaturas pendientes a lo largo del curso. Para el alumnado que, al finalizar el curso, promocionase con la asignatura de Matemáticas suspensa, se prevé poner a disposición de la familia, y del profesorado del curso siguiente que lo solicitase, un resumen de las áreas en las que el alumno o la alumna no logró rendir satisfactoriamente, incluyendo algunas recomendaciones para mejorar.

2.9 Atención a la diversidad

Como último apunte respecto de la programación en general, merece la pena mencionar que la metodología planteada se ajusta a muchas de las indicaciones propuestas por el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) (CAST, 2018). En particular, una metodología basada en la resolución de problemas y en la comunicación posterior de las estrategias seguidas multiplica las opciones disponibles para el entendimiento del lenguaje y símbolos y para la comprensión de la materia a tratar, así como en el ámbito de la expresión y la comunicación. Además, al prestar atención a los saberes básicos y las competencias del ámbito socioafectivo, se proporcionan también diversas opciones en relación a la autorregulación y al mantenimiento del esfuerzo y la perseverancia, para que el alumnado tenga la posibilidad de crecer y mejorar en su concepción de sí mismo.

La metodología prevista para la unidad 6, más basada en la elaboración de proyectos, permitiría contribuir también con nuevas formas de captar el interés del alumnado, así como con oportunidades de mejorar su función ejecutiva. Sin embargo, el protagonismo reducido de esta metodología en esta propuesta de programación no permitiría defender en realidad que lo que se propone se adhiere a esas pautas. En general, un punto débil de la propuesta es que no propone opciones diversas en lo relativo al acceso a la información y a la actividad matemática: tanto a la hora de captar el interés, como respecto a la percepción sensorial y a la acción física. Esto es, sin duda, un área a mejorar.

2.10 El modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría

En el apartado 3 se desarrolla una propuesta innovadora, basada en el modelo de Van Hiele, que se aplicará a esta programación, concretamente a la unidad de programación de geometría. A partir de ella se ha diseñado una situación de aprendizaje, incluyendo la rúbrica de un solo punto utilizada para su evaluación; se exponen en este documento en los anexos A y C respectivamente, mientras que las actividades concretas se desarrollan en el anexo B.

2.11 Distribución temporal de las unidades de programación

En la siguiente tabla se muestran las unidades de programación de la que consta esta programación docente, así como el trimestre al que se adscriben.

Unidades de programación	Temporalización
Unidad 1: Números naturales y divisibilidad	Primer trimestre
Unidad 2: Fracciones, decimales y proporcionalidad	
Unidad 3: Álgebra y números negativos	Segundo trimestre
Unidad 4: Geometría	Tercer trimestre
Unidad 5: Estadística	

2.12 Organización y secuenciación del currículo en unidades de programación

A continuación se muestra la relación entre las unidades de programación y los elementos del currículo. Los apartados 2.12.1, 2.12.2 y 2.12.3 detallan los descriptores operativos (de las competencias clave), las competencias específicas y los criterios de evaluación respectivamente, como indica la normativa educativa autonómica, y su relación con las unidades de programación. Posteriormente, en el epígrafe dedicado a cada unidad de programación, se describirá someramente el tipo de actividades que se prevé llevar a cabo.

2.12.1 Tabla resumen de las competencias clave por unidad

Descriptor operativo	UP 1	UP 2	UP 3	UP 4	UP 5
Competencia en Comunicación Lingüística					
<p>CCL1. Se expresa de forma oral, escrita, signada o multimodal con coherencia, corrección y adecuación a los diferentes contextos sociales, y participa en interacciones comunicativas con actitud cooperativa y respetuosa tanto para intercambiar información, crear conocimiento y transmitir opiniones, como para construir vínculos personales.</p>	•	•	•	•	•
<p>CCL2. Comprende, interpreta y valora con actitud crítica textos orales, escritos, signados o multimodales de los ámbitos personal, social, educativo y profesional para participar en diferentes contextos de manera activa e informada y para construir conocimiento.</p>					
<p>CCL3. Localiza, selecciona y contrasta de manera progresivamente autónoma información procedente de diferentes fuentes, evaluando su fiabilidad y pertinencia en función de los objetivos de lectura y evitando los riesgos de manipulación y desinformación, y la integra y transforma en conocimiento para comunicarla adoptando un punto de vista creativo, crítico y personal a la par que respetuoso con la propiedad intelectual.</p>					

<p>CCL4. Lee con autonomía obras diversas adecuadas a su edad, seleccionando las que mejor se ajustan a sus gustos e intereses; aprecia el patrimonio literario como cauce privilegiado de la experiencia individual y colectiva; y moviliza su propia experiencia biográfica y sus conocimientos literarios y culturales para construir y compartir su interpretación de las obras y para crear textos de intención literaria de progresiva complejidad.</p>					
<p>CCL5. Pone sus prácticas comunicativas al servicio de la convivencia democrática, la resolución dialogada de los conflictos y la igualdad de derechos de todas las personas, evitando los usos discriminatorios, así como los abusos de poder, para favorecer la utilización no solo eficaz sino también ética de los diferentes sistemas de comunicación.</p>					
<p>Competencia Plurilingüe</p>					
<p>CP1. Usa eficazmente una o más lenguas, además de la lengua o lenguas familiares, para responder a sus necesidades comunicativas, de manera apropiada y adecuada tanto a su desarrollo e intereses como a diferentes situaciones y contextos de los ámbitos personal, social, educativo y profesional.</p>					
<p>CP2. A partir de sus experiencias, realiza transferencias entre distintas lenguas como estrategia para comunicarse y ampliar su repertorio lingüístico individual.</p>					

<p>CP3. Conoce, valora y respeta la diversidad lingüística y cultural presente en la sociedad, integrándola en su desarrollo personal como factor de diálogo, para fomentar la cohesión social.</p>					
<p>Competencia Matemática y Competencia en Ciencia, Tecnología e Ingeniería</p>					
<p>STEM1. Utiliza métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas, y selecciona y emplea diferentes estrategias para resolver problemas analizando críticamente las soluciones y reformulando el procedimiento, si fuera necesario.</p>	•	•	•	•	•
<p>STEM2. Utiliza el pensamiento científico para entender y explicar los fenómenos que ocurren a su alrededor, confiando en el conocimiento como motor de desarrollo, planteándose preguntas y comprobando hipótesis mediante la experimentación y la indagación, utilizando herramientas e instrumentos adecuados, apreciando la importancia de la precisión y la veracidad y mostrando una actitud crítica acerca del alcance y las limitaciones de la ciencia.</p>	•	•	•	•	•
<p>STEM3. Plantea y desarrolla proyectos diseñando, fabricando y evaluando diferentes prototipos o modelos para generar o utilizar productos que den solución a una necesidad o problema de forma creativa y en equipo, procurando la participación de todo el grupo, resolviendo pacíficamente los conflictos que puedan surgir, adaptándose ante la incertidumbre y valorando la importancia de la sostenibilidad.</p>	•	•	•	•	•

<p>STEM4. Interpreta y transmite los elementos más relevantes de procesos, razonamientos, demostraciones, métodos y resultados científicos, matemáticos y tecnológicos de forma clara y precisa y en diferentes formatos (gráficos, tablas, diagramas, fórmulas, esquemas, símbolos...), aprovechando de forma crítica la cultura digital e incluyendo el lenguaje matemático-formal con ética y responsabilidad, para compartir y construir nuevos conocimientos.</p>	•	•	•	•	•
<p>STEM5. Emprende acciones fundamentadas científicamente para promover la salud física, mental y social, y preservar el medio ambiente y los seres vivos; y aplica principios de ética y seguridad en la realización de proyectos para transformar su entorno próximo de forma sostenible, valorando su impacto global y practicando el consumo responsable.</p>		•			•
Competencia Digital					
<p>CD1. Realiza búsquedas en Internet atendiendo a criterios de validez, calidad, actualidad y fiabilidad, seleccionando los resultados de manera crítica y archivándolos, para recuperarlos, referenciarlos y reutilizarlos, respetando la propiedad intelectual.</p>					•
<p>CD2. Gestiona y utiliza su entorno personal digital de aprendizaje para construir conocimiento y crear contenidos digitales, mediante estrategias de tratamiento de la información y el uso de diferentes herramientas digitales, seleccionando y configurando la más adecuada en función de la tarea y de sus necesidades de aprendizaje permanente.</p>			•		•

<p>CD3. Se comunica, participa, colabora e interactúa compartiendo contenidos, datos e información mediante herramientas o plataformas virtuales, y gestiona de manera responsable sus acciones, presencia y visibilidad en la red, para ejercer una ciudadanía digital activa, cívica y reflexiva.</p>				•	•
<p>CD4. Identifica riesgos y adopta medidas preventivas al usar las tecnologías digitales para proteger los dispositivos, los datos personales, la salud y el medioambiente, y para tomar conciencia de la importancia y necesidad de hacer un uso crítico, legal, seguro, saludable y sostenible de dichas tecnologías.</p>					
<p>CD5. Desarrolla aplicaciones informáticas sencillas y soluciones tecnológicas creativas y sostenibles para resolver problemas concretos o responder a retos propuestos, mostrando interés y curiosidad por la evolución de las tecnologías digitales y por su desarrollo sostenible y uso ético.</p>					•
<p>Competencia Personal, Social y de Aprender a Aprender</p>					
<p>CPSAA1. Regula y expresa sus emociones, fortaleciendo el optimismo, la resiliencia, la autoeficacia y la búsqueda de propósito y motivación hacia el aprendizaje, para gestionar los retos y cambios y armonizarlos con sus propios objetivos.</p>	•	•	•	•	•

CPSAA2. Comprende los riesgos para la salud relacionados con factores sociales, consolida estilos de vida saludable a nivel físico y mental, reconoce conductas contrarias a la convivencia y aplica estrategias para abordarlas.					
CPSAA3. Comprende proactivamente las perspectivas y las experiencias de las demás personas y las incorpora a su aprendizaje, para participar en el trabajo en grupo, distribuyendo y aceptando tareas y responsabilidades de manera equitativa y empleando estrategias cooperativas.	•	•	•	•	•
CPSAA4. Realiza autoevaluaciones sobre su proceso de aprendizaje, buscando fuentes fiables para validar, sustentar y contrastar la información y para obtener conclusiones relevantes.	•	•	•	•	•
CPSAA5. Planea objetivos a medio plazo y desarrolla procesos metacognitivos de retroalimentación para aprender de sus errores en el proceso de construcción del conocimiento. ²	•	•	•	•	•
Competencia Ciudadana					
CC1. Analiza y comprende ideas relativas a la dimensión social y ciudadana de su propia identidad, así como a los hechos culturales, históricos y normativos que la determinan, demostrando respeto por las normas, empatía, equidad y espíritu constructivo en la interacción con los demás en cualquier contexto.					

²El descriptor operativo CPSAA5 no figura en el Decreto asturiano (Consejería de Educación, 2022, pág. 29), pero sí en la publicación digital del currículo de ESO (Consejería de Educación, 2023, pág. 57) y en el Real Decreto estatal (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022, pág. 41602).

<p>CC2. Analiza y asume fundadamente los principios y valores que emanan del proceso de integración europea, la Constitución española y los derechos humanos y de la infancia, participando en actividades comunitarias, como la toma de decisiones o la resolución de conflictos, con actitud democrática, respeto por la diversidad, y compromiso con la igualdad de género, la cohesión social, el desarrollo sostenible y el logro de la ciudadanía mundial.</p>	●	●	●	●	●
<p>CC3. Comprende y analiza problemas éticos fundamentales y de actualidad, considerando críticamente los valores propios y ajenos, y desarrollando juicios propios para afrontar la controversia moral con actitud dialogante, argumentativa, respetuosa y opuesta a cualquier tipo de discriminación o violencia.</p>	●	●	●	●	●
<p>CC4. Comprende las relaciones sistémicas de interdependencia, ecoddependencia e interconexión entre actuaciones locales y globales, y adopta, de forma consciente y motivada, un estilo de vida sostenible y ecosocialmente responsable.</p>		●			●
Competencia Emprendedora					
<p>CE1. Analiza necesidades y oportunidades y afronta retos con sentido crítico, haciendo balance de su sostenibilidad, valorando el impacto que puedan suponer en el entorno, para presentar ideas y soluciones innovadoras, éticas y sostenibles, dirigidas a crear valor en el ámbito personal, social, educativo y profesional.</p>					

<p>CE2. Evalúa las fortalezas y debilidades propias, haciendo uso de estrategias de autoco- nocimiento y autoeficacia, y comprende los elementos fundamentales de la economía y las finanzas, aplicando conocimientos económicos y financieros a actividades y situaciones con- cretas, utilizando destrezas que favorezcan el trabajo colaborativo y en equipo, para reunir y optimizar los recursos necesarios que lleven a la acción una experiencia emprendedora que genere valor.</p>	●	●	●	●	●
<p>CE3. Desarrolla el proceso de creación de ideas y soluciones valiosas y toma decisiones, de manera razonada, utilizando estrategias ágiles de planificación y gestión, y reflexiona sobre el proceso realizado y el resultado obtenido, para llevar a término el proceso de creación de prototipos innovadores y de valor, considerando la experiencia como una oportunidad para aprender.</p>	●	●	●	●	●
Competencia en Conciencia y Expresión Culturales					
<p>CCEC1. Conoce, aprecia críticamente y respeta el patrimonio cultural y artístico, impli- cándose en su conservación y valorando el enriquecimiento inherente a la diversidad cultural y artística.</p>		●	●	●	●
<p>CCEC2. Disfruta, reconoce y analiza con autonomía las especificidades e intencionalidades de las manifestaciones artísticas y culturales más destacadas del patrimonio, distinguiendo los medios y soportes, así como los lenguajes y elementos técnicos que las caracterizan.</p>					

<p>CCEC3. Expresa ideas, opiniones, sentimientos y emociones por medio de producciones culturales y artísticas, integrando su propio cuerpo y desarrollando la autoestima, la creatividad y el sentido del lugar que ocupa en la sociedad, con una actitud empática, abierta y colaborativa.</p>					
<p>CCEC4. Conoce, selecciona y utiliza con creatividad diversos medios y soportes, así como técnicas plásticas, visuales, audiovisuales, sonoras o corporales, para la creación de productos artísticos y culturales, tanto de forma individual como colaborativa, identificando oportunidades de desarrollo personal, social y laboral, así como de emprendimiento.</p>					

2.12.2 Tabla resumen de las competencias específicas por unidad

Competencia específica	UP 1	UP 2	UP 3	UP 4	UP 5
Competencia específica 1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana propios de las matemáticas aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones.	•	•	•	•	•
Competencia específica 2. Analizar las soluciones de un problema usando diferentes técnicas y herramientas, evaluando las respuestas obtenidas, para verificar su validez e idoneidad desde un punto de vista matemático y su repercusión global.	•	•	•	•	•
Competencia específica 3. Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación para generar nuevo conocimiento.	•	•	•	•	•
Competencia específica 4. Utilizar los principios del pensamiento computacional organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, interpretando, modificando y creando algoritmos para modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz.	•	•	•	•	•
Competencia específica 5. Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos interconectando conceptos y procedimientos para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado.	•	•	•	•	

<p>Competencia específica 6. Identificar las matemáticas implicadas en otras materias y en situaciones reales, susceptibles de ser abordadas en términos matemáticos, interrelacionando conceptos y procedimientos para aplicarlos en situaciones diversas.</p>	•	•		•	•
<p>Competencia específica 7. Representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos usando diferentes tecnologías, para visualizar ideas y estructurar procesos matemáticos.</p>	•	•	•	•	•
<p>Competencia específica 8. Comunicar de forma individual y colectiva conceptos, procedimientos y argumentos matemáticos usando lenguaje oral, escrito o gráfico, utilizando la terminología matemática apropiada, para dar significado y coherencia a las ideas matemáticas.</p>	•	•	•	•	•
<p>Competencia específica 9. Desarrollar destrezas personales, identificando y gestionando emociones, poniendo en práctica estrategias de aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose ante situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia en la consecución de objetivos y el disfrute en el aprendizaje de las matemáticas.</p>	•	•	•	•	•
<p>Competencia específica 10. Desarrollar destrezas sociales reconociendo y respetando las emociones y experiencias ajenas, participando activa y reflexivamente en proyectos en equipos heterogéneos con roles asignados para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y grupal y crear relaciones saludables.</p>	•	•	•	•	•

2.12.3 Tabla resumen de los criterios de evaluación por unidad

Competencia específica	Criterio de evaluación	UP 1	UP 2	UP 3	UP 4	UP 5
CE 1	1.1. Interpretar problemas matemáticos organizando los datos dados, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.	●	●	●	●	●
	1.2. Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.	●	●	●	●	●
	1.3. Obtener soluciones matemáticas de un problema activando los conocimientos y utilizando las herramientas tecnológicas necesarias.	●	●	●	●	●
CE 2	2.1. Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema.	●	●	●	●	●
	2.2. Comprobar la validez de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado, evaluando el alcance y repercusión de estas desde diferentes perspectivas (de género, de sostenibilidad, de consumo responsable, etc.).					●
CE 3	3.1. Formular y comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones, propiedades y relaciones.	●	●	●	●	●
	3.2. Plantear variantes de un problema dado modificando alguno de sus datos o alguna condición del problema.	●	●	●	●	
	3.3. Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la investigación y comprobación de conjeturas o problemas.				●	●

CE 4	4.1. Reconocer patrones, organizar datos y descomponer un problema en partes más simples facilitando su interpretación computacional.	•	•	•	•	•
	4.2. Modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz interpretando y modificando algoritmos.	•	•	•	•	•
CE 5	5.1. Reconocer las relaciones entre los conocimientos y experiencias matemáticas formando un todo coherente.	•	•	•	•	
	5.2. Realizar conexiones entre diferentes procesos matemáticos aplicando conocimientos y experiencias previas.	•	•	•	•	
CE 6	6.1. Reconocer situaciones susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas y estrategias matemáticas, estableciendo conexiones entre el mundo real y las matemáticas y usando los procesos inherentes a la investigación: inferir, medir, comunicar, clasificar y predecir.	•	•		•	•
	6.2. Identificar conexiones coherentes entre las matemáticas y otras materias resolviendo problemas contextualizados.	•	•			•
	6.3. Reconocer la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad y su contribución a la superación de los retos que demanda la sociedad actual.		•		•	•

CE 7	7.1. Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos de modos distintos y con diferentes herramientas, incluidas las digitales, visualizando ideas, estructurando procesos matemáticos y valorando su utilidad para compartir información.	•	•	•	•	•
	7.2. Elaborar representaciones matemáticas que ayuden en la búsqueda de estrategias de resolución de una situación problematizada.	•	•	•	•	•
CE 8	8.1. Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, utilizando diferentes medios, incluidos los digitales, oralmente y por escrito, al describir, explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.	•	•	•	•	•
	8.2. Reconocer y emplear el lenguaje matemático presente en la vida cotidiana comunicando mensajes con contenido matemático con precisión y rigor.		•			•
CE 9	9.1. Gestionar las emociones propias, desarrollar el autoconcepto matemático como herramienta generando expectativas positivas ante nuevos retos matemáticos.	•	•	•	•	•
	9.2. Mostrar una actitud positiva y perseverante, aceptando la crítica razonada al hacer frente a las diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas.	•	•	•	•	•

CE 10	10.1. Colaborar activamente y construir relaciones trabajando con las matemáticas en equipos heterogéneos, respetando diferentes opiniones, comunicándose de manera efectiva, pensando de forma crítica y creativa y tomando decisiones y realizando juicios informados.	•	•	•	•	•
	10.2. Participar en el reparto de tareas que deban desarrollarse en equipo, aportando valor, favoreciendo la inclusión, la escucha activa, asumiendo el rol asignado y responsabilizándose de la propia contribución al equipo.	•	•	•	•	•

2.12.4 Primer trimestre

Unidad 1: Números naturales y divisibilidad. En esta unidad se contemplan dos situaciones de aprendizaje: una sobre aspectos diversos de los números naturales y otra sobre divisibilidad y descomposiciones multiplicativas.

En la primera situación de aprendizaje se tratarán las operaciones aritméticas, tanto desde un punto de vista más algorítmico de qué métodos usar y por qué funcionan, como del orden en las operaciones combinadas. Se pretende introducir distintos sistemas de numeración, como el binario o el sexagesimal, para entender mejor la representación decimal de un número y el funcionamiento de los algoritmos para las operaciones. También se contempla hacer actividades de conteo y estimación.

Durante la segunda situación de aprendizaje, se trabajará la descomposición multiplicativa de los números naturales. Se pretende usar distintas representaciones de la misma: para descomponer en productos de dos divisores, se puede usar una representación del número con rectángulos de igual área; para productos generales se puede representar la descomposición en factores primos mediante policubos. Además de la simbólica como producto de potencias de números primos. También se prevé estudiar en clase los patrones de divisibilidad en los números del 1 al 100.

UP 1: Números naturales y divisibilidad		
Competencias específicas	Criterios de evaluación	Descriptorios del perfil de salida
Competencia específica 1	1.1, 1.2, 1.3	CCL1 STEM1, STEM2, STEM3, STEM4 CPSAA1, CPSAA3, CPSAA4, CPSAA5 CC2, CC3 CE2, CE3
Competencia específica 2	2.1	
Competencia específica 3	3.1, 3.2	
Competencia específica 4	4.1, 4.2	
Competencia específica 5	5.1, 5.2	
Competencia específica 6	6.1, 6.2	
Competencia específica 7	7.1, 7.2	
Competencia específica 8	8.1	
Competencia específica 9	9.1, 9.2	
Competencia específica 10	10.1, 10.2	

Saberes básicos	
Bloque A: Sentido numérico	
A. Conteo	
Estrategias variadas para hacer recuentos sistemáticos en situaciones de la vida cotidiana.	Adaptación del conteo al tamaño de los números en problemas de la vida cotidiana.
A. Cantidad	
Números grandes y pequeños: notación exponencial y científica y uso de la calculadora. Reconocimiento y aplicación de diferentes formas de representación de números enteros, fraccionarios y decimales, incluida la recta numérica.	Realización de estimaciones con la precisión requerida. Diferentes formas de representación de números enteros, fraccionarios y decimales incluida la recta numérica.
A. Sentido de las operaciones	
Estrategias de cálculo mental con números naturales, enteros, fracciones y decimales. Relaciones inversas entre las operaciones (adición y la sustracción; multiplicación y división; elevar al cuadrado y extraer la raíz cuadrada): comprensión y utilización en la simplificación y resolución de problemas.	Propiedades de las operaciones (suma, resta, multiplicación, división y potenciación): cálculos de manera eficiente con números naturales, enteros, fraccionarios y decimales tanto mentalmente como de forma manual, con calculadora u hoja de cálculo.
A. Relaciones	
Factores, múltiplos y divisores. Factorización en números primos para resolver problemas: estrategias y herramientas. Patrones y regularidades numéricas.	Selección de la representación adecuada para una misma cantidad en cada situación o problema.

Bloque F: Sentido socioafectivo	
F. Creencias, actitudes y emociones	
Gestión emocional: emociones que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas.	
F. Autoconciencia y autorregulación	
Estrategias de fomento de la flexibilidad cognitiva: apertura a cambios de estrategia y transformación del error en oportunidad de aprendizaje.	
F. Trabajo en equipo y toma de decisiones	
Conductas empáticas y estrategias de gestión de conflictos.	
F. Inclusión, respeto y diversidad	
Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.	

Unidad 2: Fracciones, decimales y proporcionalidad. Esta unidad de programación contará con dos situaciones de aprendizaje. Se pretende aprovechar las relaciones entre los temas de fracciones y proporcionalidad para fomentar que el alumnado haga más conexiones y llegue a una mayor comprensión de dichos temas. También se usará la proporcionalidad para motivar el estudio de las fracciones.

En la primera situación de aprendizaje se estudiarán las fracciones, siempre en distintos contextos para ir más allá del significado parte-todo que conocen, y en particular para asentar la noción de fracción como número. Se buscará que el alumnado comprenda las operaciones con fracciones, más allá de la aplicación de reglas. También se tratará la representación de las fracciones como número decimal, ampliando lo tratado en la unidad anterior para números naturales.

En la segunda situación de aprendizaje, se trabajarán nociones de proporcionalidad directa y de porcentajes. La proporcionalidad se tratará tanto con magnitudes

continuas como con discretas y mostrando distintas maneras de razonar sobre la proporcionalidad directa, en especial mediante la constante de proporcionalidad. Los porcentajes se introducirán vinculados a las constantes de proporcionalidad y a problemas de aumentos y disminuciones porcentuales, así como de educación financiera. También se hará hincapié en problemas de proporcionalidad que impliquen comparaciones cuantitativas o cualitativas, a fin de no ligar en exceso la proporcionalidad directa a las tareas de valor perdido. Además, se plantearán actividades donde el alumnado deba determinar si se da una situación de proporcionalidad directa o no.

UP 2: Fracciones, decimales y proporcionalidad		
Competencias específicas	Criterios de evaluación	Descriptor del perfil de salida
Competencia específica 1	1.1, 1.2, 1.3	
Competencia específica 2	2.1	CCL1
Competencia específica 3	3.1, 3.2	STEM1, STEM2, STEM3,
Competencia específica 4	4.1, 4.2	STEM4, STEM5
Competencia específica 5	5.1, 5.2	CPSAA1, CPSAA3, CPSAA4,
Competencia específica 6	6.1, 6.2, 6.3	CPSAA5
Competencia específica 7	7.1, 7.2	CC2, CC3, CC4
Competencia específica 8	8.1, 8.2	CE2, CE3
Competencia específica 9	9.1, 9.2	CCEC1
Competencia específica 10	10.1, 10.2	

Saberes básicos	
Bloque A: Sentido numérico	
A. Cantidad	
Realización de estimaciones con la precisión requerida. Porcentajes mayores que 100 y menores que 1: interpretación.	Números enteros, fraccionarios, decimales y raíces en la expresión de cantidades en contextos de la vida cotidiana.
A. Sentido de las operaciones	

<p>Estrategias de cálculo mental con números naturales, enteros, fracciones y decimales.</p> <p>Relaciones inversas entre las operaciones (adición y la sustracción; multiplicación y división; elevar al cuadrado y extraer la raíz cuadrada): comprensión y utilización en la simplificación y resolución de problemas.</p> <p>Efecto de las operaciones aritméticas con números enteros, fracciones y expresiones decimales.</p>	<p>Operaciones con números enteros, fraccionarios o decimales en situaciones contextualizadas.</p> <p>Propiedades de las operaciones (suma, resta, multiplicación, división y potenciación): cálculos de manera eficiente con números naturales, enteros, fraccionarios y decimales tanto mentalmente como de forma manual, con calculadora u hoja de cálculo.</p>
<p>A. Relaciones</p>	
<p>Comparación y ordenación de fracciones, decimales y porcentajes: situación exacta o aproximada en la recta numérica.</p> <p>Patrones y regularidades numéricas.</p>	<p>Selección de la representación adecuada para una misma cantidad en cada situación o problema.</p>
<p>A. Razonamiento proporcional</p>	
<p>Razones y proporciones: comprensión y representación de relaciones cuantitativas.</p> <p>Situaciones de proporcionalidad en diferentes contextos (aumentos y disminuciones porcentuales, rebajas y subidas de precios, impuestos, escalas, cambio de divisas, velocidad y tiempo, etc.).</p>	<p>Porcentajes: comprensión y resolución de problemas.</p>
<p>A. Educación financiera</p>	

Información numérica en contextos financieros sencillos: interpretación.	Métodos para la toma de decisiones de consumo responsable: relaciones calidad-precio y valor-precio en contextos cotidianos.
Bloque F: Sentido socioafectivo	
F. Creencias, actitudes y emociones	
Gestión emocional: emociones que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas.	
F. Autoconciencia y autorregulación	
Estrategias de fomento de la curiosidad, la iniciativa, la perseverancia y la resiliencia en el aprendizaje de las matemáticas.	Estrategias de fomento de la flexibilidad cognitiva: apertura a cambios de estrategia y transformación del error en oportunidad de aprendizaje.
F. Trabajo en equipo y toma de decisiones	
Técnicas cooperativas para optimizar el trabajo en equipo y compartir y construir conocimiento matemático.	Conductas empáticas y estrategias de gestión de conflictos.
F. Inclusión, respeto y diversidad	
Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.	La contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género.

2.12.5 Segundo trimestre

Unidad 3: Álgebra y números negativos. Esta unidad de programación constará de dos situaciones de aprendizaje.

En la primera situación de aprendizaje, el alumnado dará sus primeros pasos en el álgebra a través del estudio de patrones numéricos. Generalizar estos patrones llevará a la introducción del lenguaje algebraico y a la noción de función. Con los

patrones y funciones se plantearán de manera natural los problemas inversos que dan lugar a las ecuaciones, trabajando así su resolución.

En la segunda situación de aprendizaje, se estudiarán los números negativos desde un punto de vista algebraico, a partir de las ecuaciones lineales que surgen en la situación de aprendizaje anterior (*cf.* Cid Castro, 2015). Se pretende que esta situación de aprendizaje lleve a una profundización del estudio de los números racionales, las funciones y la proporcionalidad directa.

UP 3: Álgebra y números negativos		
Competencias específicas	Criterios de evaluación	Descriptor del perfil de salida
Competencia específica 1	1.1, 1.2, 1.3	CCL1
Competencia específica 2	2.1	STEM1, STEM2, STEM3,
Competencia específica 3	3.1, 3.2	STEM4
Competencia específica 4	4.1, 4.2	CPSAA1, CPSAA3, CPSAA4,
Competencia específica 5	5.1, 5.2	CPSAA5
Competencia específica 7	7.1, 7.2	CC2, CC3
Competencia específica 8	8.1	CE2, CE3
Competencia específica 9	9.1, 9.2	CCEC1
Competencia específica 10	10.1, 10.2	

Saberes básicos	
Bloque A: Sentido numérico	
A. Cantidad	
Números enteros, fraccionarios, decimales y raíces en la expresión de cantidades en contextos de la vida cotidiana.	Reconocimiento y aplicación de diferentes formas de representación de números enteros, fraccionarios y decimales, incluida la recta numérica.
Diferentes formas de representación de números enteros, fraccionarios y decimales incluida la recta numérica.	
A. Sentido de las operaciones	

<p>Estrategias de cálculo mental con números naturales, enteros, fracciones y decimales.</p> <p>Relaciones inversas entre las operaciones (adición y la sustracción; multiplicación y división; elevar al cuadrado y extraer la raíz cuadrada): comprensión y utilización en la simplificación y resolución de problemas.</p> <p>Efecto de las operaciones aritméticas con números enteros, fracciones y expresiones decimales.</p>	<p>Operaciones con números enteros, fraccionarios o decimales en situaciones contextualizadas.</p> <p>Propiedades de las operaciones (suma, resta, multiplicación, división y potenciación): cálculos de manera eficiente con números naturales, enteros, fraccionarios y decimales tanto mentalmente como de forma manual, con calculadora u hoja de cálculo.</p>
A. Relaciones	
Selección de la representación adecuada para una misma cantidad en cada situación o problema.	Patrones y regularidades numéricas.
Bloque D: Sentido algebraico y pensamiento computacional	
D. Patrones	
Patrones: observación en casos sencillos.	
D. Modelo matemático	
Modelización de situaciones de la vida cotidiana usando representaciones matemáticas y el lenguaje algebraico.	Estrategias de deducción de conclusiones razonables a partir de un modelo matemático.
D. Variable	
Comprensión del concepto de variable en sus diferentes naturalezas.	
D. Igualdad y desigualdad	

Relaciones lineales en situaciones de la vida cotidiana o matemáticamente relevantes: expresión mediante álgebra simbólica.	Equivalencia de expresiones algebraicas en la resolución de problemas basados en relaciones lineales.
Estrategias de búsqueda de soluciones en ecuaciones lineales en situaciones de la vida cotidiana.	Ecuaciones: resolución mediante el uso de la tecnología.
D. Relaciones y funciones	
Relaciones cuantitativas en situaciones de la vida cotidiana y clases de funciones que las modelizan.	Relaciones lineales: identificación y comparación de diferentes modos de representación, tablas, gráficas o expresiones algebraicas, y sus propiedades a partir de ellas.
D. Pensamiento computacional	
Generalización y transferencia de procesos de resolución de problemas a otras situaciones.	Estrategias de deducción de la información relevante de una función mediante el uso de diferentes representaciones simbólicas.
Bloque F: Sentido socioafectivo	
F. Creencias, actitudes y emociones	
Gestión emocional: emociones que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas.	
F. Autoconciencia y autorregulación	
Estrategias de fomento de la curiosidad, la iniciativa, la perseverancia y la resiliencia en el aprendizaje de las matemáticas.	Estrategias de fomento de la flexibilidad cognitiva: apertura a cambios de estrategia y transformación del error en oportunidad de aprendizaje.
F. Trabajo en equipo y toma de decisiones	

Técnicas cooperativas para optimizar el trabajo en equipo y compartir y construir conocimiento matemático.	Conductas empáticas y estrategias de gestión de conflictos.
F. Inclusión, respeto y diversidad	
Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.	La contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género.

2.12.6 Tercer trimestre

Unidad 4: Geometría. Esta unidad de programación contiene dos situaciones de aprendizaje.

En la primera situación de aprendizaje, se tratarán los polígonos y sus propiedades, haciendo énfasis en distintas propiedades de los polígonos y comenzando a elaborar definiciones. Esta situación de aprendizaje se detalla en el anexo A.

En la segunda situación de aprendizaje, se realizará un estudio de las medidas relacionadas con las figuras planas, particularmente sus perímetros y áreas. Se tratará de dar sentido a las medidas mediante actividades donde el alumnado deba realizar mediciones personalmente, revisando las nociones geométricas de la situación de aprendizaje anterior para favorecer la comprensión de las fórmulas usuales.

UP 4: Geometría		
Competencias específicas	Criterios de evaluación	Descriptor del perfil de salida
Competencia específica 1	1.1, 1.2, 1.3	CCL1
Competencia específica 2	2.1	STEM1, STEM2, STEM3,
Competencia específica 3	3.1, 3.2, 3.3	STEM4
Competencia específica 4	4.1, 4.2	CD2, CD3
Competencia específica 5	5.1, 5.2	CPSAA1, CPSAA3, CPSAA4,
Competencia específica 6	6.1, 6.3	CPSAA5
Competencia específica 7	7.1, 7.2	CC2, CC3
Competencia específica 8	8.1	CE2, CE3
Competencia específica 9	9.1, 9.2	CCEC1
Competencia específica 10	10.1, 10.2	

Saberes básicos	
Bloque A: Sentido numérico	
A. Cantidad	
Números enteros, fraccionarios, decimales y raíces en la expresión de cantidades en contextos de la vida cotidiana.	
Bloque B: Sentido de la medida	
B. Magnitud	
Atributos mensurables de los objetos físicos y matemáticos: investigación y relación entre los mismos.	Estrategias de elección de las unidades y operaciones adecuadas en problemas que impliquen medida.
B. Medición	
Longitudes y áreas en figuras planas: deducción, interpretación y aplicación.	Representación de objetos geométricos con propiedades fijadas, como las longitudes de los lados o las medidas de los ángulos.
B. Estimación y relaciones	

Formulación de conjeturas sobre medidas o relaciones entre las mismas basadas en estimaciones.	Estrategias para la toma de decisión justificada del grado de precisión requerida en situaciones de medida.
Bloque C: Sentido espacial	
C. Figuras geométricas de dos dimensiones	
Figuras geométricas planas: descripción y clasificación en función de sus propiedades o características.	Construcción de figuras geométricas con herramientas manipulativas y digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada. . .)
Bloque F: Sentido socioafectivo	
F. Creencias, actitudes y emociones	
Gestión emocional: emociones que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas.	
F. Autoconciencia y autorregulación	
Estrategias de fomento de la curiosidad, la iniciativa, la perseverancia y la resiliencia en el aprendizaje de las matemáticas.	Estrategias de fomento de la flexibilidad cognitiva: apertura a cambios de estrategia y transformación del error en oportunidad de aprendizaje.
F. Trabajo en equipo y toma de decisiones	
Técnicas cooperativas para optimizar el trabajo en equipo y compartir y construir conocimiento matemático.	Conductas empáticas y estrategias de gestión de conflictos.
F. Inclusión, respeto y diversidad	
Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.	La contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género.

Unidad 5: Estadística. En esta unidad se plantea una única situación de aprendizaje, en la que el alumnado trabajará la estadística y la organización de datos

a partir de proyectos, a realizar por grupos. Se trabajarán distintas estrategias de recogida de datos, en base a las distintas preguntas que se pretenda responder. Si los recursos informáticos son suficientes, cada grupo presentará sus resultados al resto del alumnado, sirviéndose de herramientas digitales para la elaboración de gráficos.

UP 5: Estadística		
Competencias específicas	Criterios de evaluación	Descriptor del perfil de salida
Competencia específica 1	1.1, 1.2, 1.3	CCL1
Competencia específica 2	2.1, 2.2	STEM1, STEM2, STEM3,
Competencia específica 3	3.1, 3.3	STEM4, STEM5
Competencia específica 4	4.1, 4.2	CD1, CD2, CD3, CD5
Competencia específica 6	6.1, 6.2, 6.3	CPSAA1, CPSAA3, CPSAA4,
Competencia específica 7	7.1, 7.2	CPSAA5
Competencia específica 8	8.1, 8.2	CC2, CC3, CC4
Competencia específica 9	9.1, 9.2	CE2, CE3
Competencia específica 10	10.1, 10.2	CCEC1

Saberes básicos	
Bloque E: Sentido estocástico	
E. Distribución	
Estrategias de recogida y organización de datos de situaciones de la vida cotidiana que involucren una sola variable. Diferencia entre variable y valores individuales. Gráficos estadísticos: representación mediante diferentes tecnologías (calculadora, hoja de cálculo, aplicaciones...) y elección del más adecuado.	Análisis e interpretación de tablas y gráficos estadísticos de variables cualitativas, cuantitativas discretas y cuantitativas continuas en contextos reales. Medidas de localización: interpretación y cálculo con apoyo tecnológico en situaciones reales.
E. Inferencia	

Formulación de preguntas adecuadas que permitan conocer las características de interés de una población.	Datos relevantes para dar respuesta a cuestiones planteadas en investigaciones estadísticas: presentación de la información procedente de una muestra mediante herramientas digitales.
Estrategias de deducción de conclusiones a partir de una muestra con el fin de emitir juicios y tomar decisiones adecuadas.	
Bloque F: Sentido socioafectivo	
F. Creencias, actitudes y emociones	
Gestión emocional: emociones que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas.	
F. Autoconciencia y autorregulación	
Estrategias de fomento de la curiosidad, la iniciativa, la perseverancia y la resiliencia en el aprendizaje de las matemáticas.	Estrategias de fomento de la flexibilidad cognitiva: apertura a cambios de estrategia y transformación del error en oportunidad de aprendizaje.
F. Trabajo en equipo y toma de decisiones	
Técnicas cooperativas para optimizar el trabajo en equipo y compartir y construir conocimiento matemático.	Conductas empáticas y estrategias de gestión de conflictos.
F. Inclusión, respeto y diversidad	
Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.	La contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género.

3 Propuesta de innovación: el modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría

La propuesta de innovación que se plantea en este TFM afecta a la enseñanza de la geometría. Se ha optado por un planteamiento de la geometría de 1^o ESO basado en el modelo de Van Hiele sobre los niveles de razonamiento geométrico. En este capítulo se detalla en qué consiste este modelo y las razones de su elección, así como la implementación escogida.³

3.1 Análisis de necesidades

La necesidad de introducir cambios en la enseñanza de las matemáticas apenas necesita justificarse. En el contexto escolar, la asignatura de Matemáticas es una conocida por causar grandes quebraderos de cabeza al alumnado, quien a menudo no logra seguirla adecuadamente. Es por ello que se han dedicado grandes esfuerzos por entender cómo se aprenden las matemáticas, y más concretamente cómo se aprenden las distintas ramas de las matemáticas, de cara a diseñar estrategias para enseñarlas de manera satisfactoria. Esta propuesta de innovación tendrá como objetivo actuar sobre la enseñanza de una de estas ramas: la geometría.

La manera tradicional de enseñar geometría adolece de varios problemas, que afectan al aprendizaje del alumnado. Este tratamiento pobre de la geometría se vería reflejado en aspectos como: el predominio de la geometría métrica y la aritmetización de la misma, la ausencia de tipos de razonamiento propios de la disciplina, o carencias en la clasificación de las figuras elementales (Vecino Rubio, 2003). En general, la geometría es una de las áreas de las matemáticas que, en la práctica, tiende a quedar relegada a un segundo plano dentro de su asignatura, en beneficio de la aritmética o el álgebra (Departamento de Educación, Cultura y Deporte, 2022; Arce Sánchez et al., 2019, pág. 296); reducir la geometría al uso de fórmulas para calcular áreas y

³Este apartado está fuertemente basado en un trabajo entregado para la asignatura de *Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa*. Gran parte del texto se reproduce aquí sin modificación, si bien el trabajo se ha ampliado y adaptado a los requisitos del Trabajo Fin de Máster. Este apartado también incluye un texto presente originalmente en un trabajo para la asignatura *Aprendizaje y Enseñanza: Matemáticas*.

volúmenes no deja de ser una expresión más de este fenómeno.

Esto es algo que pude corroborar durante las prácticas. Pude ver clases de geometría en los cursos de 1º ESO, 2º ESO y 2º Bach. En el segundo curso de la ESO, empezar la unidad de geometría era sinónimo con proporcionar al alumnado una ficha con figuras geométricas para que copiara en ella las fórmulas del área y volumen correspondientes, que sería lo que se utilizase en las actividades de clase. En 1º ESO los objetivos no consistían exclusivamente en la aplicación de las fórmulas de área de los polígonos, pero el resto consistía en la aplicación mecánica de algoritmos para el trazado de mediatrices y la construcción de puntos especiales en un triángulo. Mientras tanto, como pude comprobar al impartir parte de la unidad de geometría en ese grupo, el nivel inicial del alumnado era dispar y no todos conocían la clasificación de los triángulos o los cuadriláteros, ni otras nociones básicas sobre polígonos.

A nivel legislativo, los nuevos desarrollos curriculares proponen formas de trabajar en la asignatura de Matemáticas que la dotarían de una mayor profundidad. Concretamente, le dan un mayor impulso a la resolución de problemas en matemáticas, a la vez que detallan las competencias específicas implicadas (Consejería de Educación, 2022, pág. 202-216). Esto puede servir de orientación para cambiar la manera de trabajar en la asignatura y alejarla de la aplicación mecánica de diversas fórmulas. Esto presenta, en el caso de la geometría, una oportunidad para alejarse de la manera tradicional de impartir la materia, repensar los objetivos de la enseñanza de la geometría y conectarla con los modelos teóricos existentes sobre cómo el alumnado aprende geometría.

3.2 Fundamentación teórica

En este contexto, hay varios autores que proponen la introducción del modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría, en los distintos niveles de la enseñanza obligatoria (Vecino Rubio, 2003, Arce Sánchez et al., 2019); el modelo sirve también de inspiración para las actividades propuestas en el desarrollo curricular de Aragón (Departamento de Educación, Cultura y Deporte, 2022).

El modelo de Van Hiele surge a partir de los estudios del matrimonio Pierre

van Hiele y Dina van Hiele-Geldof. A finales de la década de 1950, los Van Hiele publican sus estudios sobre el aprendizaje de la geometría por parte del alumnado de enseñanza secundaria. Explican en ellos sus observaciones acerca de las dificultades a la hora de enseñar geometría a este alumnado.

Cuando empecé mi carrera como profesor de Matemáticas pronto me di cuenta de que era una profesión difícil. Había partes de la materia en cuestión que yo podía explicar y explicar, y aun así los alumnos no entendían. Podía ver que ellos lo intentaban realmente, pero no tenían éxito. Especialmente al comienzo de la Geometría, cuando había que demostrar cosas muy simples, podía ver que ellos daban el máximo de sí, pero la materia parecía ser demasiado difícil. De pronto parecía que comprendían la materia en cuestión. Podían hablar de ella con bastante sentido y a menudo decían: No es tan difícil, pero ¿por qué nos lo explicó usted de forma tan complicada? En los años que siguieron cambié mi explicación muchas veces, pero las dificultades se mantenían. Parecía como si siempre estuviera hablando en una lengua distinta. Y considerando esta idea descubrí la solución, los diferentes niveles del pensamiento. (Tomado de Corberán Salvador et al., 1994, págs. 12-13.)

Los Van Hiele postulan que estos problemas de comunicación se deben a que el aprendizaje de la geometría se produce según una progresión de niveles de razonamiento. Estos niveles están ordenados, y el alumnado no podrá acceder a un nuevo nivel de razonamiento sin haber superado los niveles anteriores. Por este motivo, cuando se intenta explicar unos contenidos (propiedades, relaciones) que pertenecen a un nivel superior al nivel del alumnado, éste no podrá asimilarlos. Se vuelve necesario, entonces, esperar a que hayan alcanzado el nivel adecuado para llevar a cabo esas explicaciones. Esta progresión a niveles superiores la realizará el alumnado a través de la experiencia; si bien no es posible enseñar de forma directa a razonar de una nueva manera, sí es posible guiar al alumnado para que la experiencia adquirida les lleve a un nuevo nivel de razonamiento (Corberán Salvador et al., 1994, pág. 14; Arce Sánchez et al., 2019, pág. 285).

Estos niveles de razonamiento serían los siguientes (Fuys et al., 1988, pág. 5; Arce Sánchez et al., 2019, págs. 285-286).

Nivel 1 (Reconocimiento). Un alumno en este nivel sólo podrá razonar a partir de la apariencia de los objetos geométricos. Aunque puede identificarlos, nombrarlos o compararlos, también puede fijarse en propiedades irrelevantes como el tamaño o el color y no es capaz de generalizar.

Nivel 2 (Análisis). En este nivel se analizan las figuras geométricas según sus componentes, pero siempre desde un punto de vista empírico. El alumnado a este nivel aún no sabe distinguir qué propiedades son necesarias y suficientes para definir un objeto.

Nivel 3 (Clasificación). En este nivel, el alumnado es capaz de crear razonamientos informales y deducir nuevas propiedades a partir de otras. Sin embargo, aún no entiende la necesidad de usar demostraciones formales, ni es capaz de crear una por su cuenta.

Nivel 4 (Deducción formal). En este nivel, el alumnado es capaz de realizar razonamientos lógicos formales, creando demostraciones, que acepta como medio único para determinar la veracidad de una afirmación en matemáticas. También es capaz de comparar demostraciones distintas a un mismo teorema, si bien no de analizar los sistemas axiomáticos en los que trabaja ni de comparar unos sistemas axiomáticos con otros.

Nivel 5 (Rigor). Es el mayor nivel de razonamiento matemático. Quien haya alcanzado este nivel es capaz de razonar en distintos sistemas axiomáticos.

El nivel 5 queda muy por encima de lo que se esperaría del alumnado en la enseñanza secundaria, quedando reservado para los matemáticos profesionales (Arce Sánchez et al., 2019, pág. 286). Más aún, los estudios de Corberán Salvador et al. (1994) con alumnado de 14 a 15 años muestran que no todos ellos alcanzaban el nivel 3 de razonamiento. Si bien es cierto que son estudios ya antiguos, y que algunas circunstancias, como la normativa educativa, han cambiado mucho desde

entonces, parece razonable esperar que el alumnado difícilmente superará el nivel 3 de razonamiento a lo largo de la enseñanza obligatoria, por mucho que lo deseable fuera que finalizaran la etapa en el nivel 4 (Arce Sánchez et al., 2019).

A medida que el alumnado adquiere experiencia trabajando unos determinados conceptos, se hace posible avanzar de nivel. Para facilitar esta progresión, los Van Hiele desarrollaron una propuesta de organización didáctica. Recomiendan que el trabajo al introducir unos conceptos nuevos en geometría se desarrolle de acuerdo a cinco fases de aprendizaje (Corberán Salvador et al., 1994, pág. 24-28; Arce Sánchez et al., 2019, págs. 287-290).

Fase 1 (Información) En un primer lugar, es necesario que el docente informe a su alumnado acerca de cuál es la nueva temática a tratar. Es una fase de toma de contacto, para que el alumnado sepa qué va a aprender y el docente pueda conocer con qué conocimientos previos parten sus alumnos.

Fase 2 (Orientación dirigida) En la segunda fase, el alumnado ya puede comenzar a resolver algunos problemas que usen los conceptos nuevos. Sin embargo, los problemas de esta fase han de haberse escogido específicamente para que dirijan al alumnado a los conceptos de interés, posponiendo otras actividades de tipo más abierto o complejo. Es importante el rol del docente como guía para asegurarse de que su alumnado supere sus dificultades en esta fase.

Fase 3 (Explicitación) Se pretende que el alumnado intercambie sus experiencias y puntos de vista sobre las actividades realizadas. Este ejercicio de expresión fomentaría que cada alumno analizase con detalle tanto sus ideas como las de sus compañeros; otro objetivo de esta fase es la adquisición del vocabulario específico en el área que se está trabajando. Aunque a menudo se enuncia como una tercera fase, se refiere más bien a una actitud de diálogo que ha de estar presente a lo largo del resto de las fases, con los distintos problemas que se resuelvan.

Fase 4 (Orientación libre) En esta fase es cuando se introducen unas actividades más abiertas: problemas con estrategias de resolución más diversas, donde el

alumnado aplique lo aprendido y perfeccione su comprensión y sus habilidades de razonamiento. Se deja atrás los problemas de aplicación más directa que podrían tener lugar en la fase 2, reemplazándolos por otros donde haya que combinar varios de los conceptos recientemente aprendidos para llegar a una solución. El docente puede dar indicios acerca de cómo resolver los problemas y guiar las discusiones posteriores.

Fase 5 (Integración) En la última fase, el objetivo no es aprender conceptos nuevos, sino relacionar lo aprendido en las fases anteriores con otros campos que el alumnado haya estudiado previamente. El rol del docente es proponer actividades que fomenten la comparación y combinación de los conocimientos que el alumnado ya tiene, de forma que éste adquiera una comprensión más global de lo aprendido en geometría.

Estas orientaciones didácticas son particularmente adecuadas para su implementación en la asignatura de Matemáticas de la ESO dada la legislación actual. Las fases de aprendizaje hacen referencia a un uso de problemas, de complejidad creciente a medida que se avanza en el aprendizaje, que encaja con el claro énfasis por parte de los desarrollos curriculares en el trabajo de las competencias específicas en la resolución de problemas (Consejería de Educación, 2022, págs. 207-216). Por otra parte, la fase de explicitación también tiene un eco en las competencias específicas, concretamente en las referidas a la comunicación (competencia específica 8) y a las destrezas sociales (competencia específica 10). Por último, la fase 5 se corresponde con la competencia específica 5, centrada en las conexiones entre conocimientos matemáticos; potencialmente, también con la competencia específica 6, que trata sobre las conexiones entre las matemáticas y otras áreas.

3.3 Recogida de información

Dado que esta propuesta de innovación no se llevó al aula durante las prácticas, nunca llegó a tener lugar un proceso organizado de análisis del nivel previo de los estudiantes a los que está destinada la propuesta; por descontado, tampoco hubo un análisis semejante para el alumnado de cursos superiores, con objeto de determinar

sus conocimientos tras cursar 1º ESO. Como se menciona en el apartado 3.1, la motivación principal son las observaciones de otros expertos respecto de la enseñanza de la geometría. Podría ser interesante llevar a cabo una evaluación del nivel en geometría del alumnado de un centro con el objetivo de determinar si un proyecto como el aquí descrito es necesario, aunque considero que esto sería una tarea más compleja y que le competiría al departamento de Matemáticas del centro.

De todas formas, las propias pautas del modelo de Van Hiele incluyen una primera fase cuyo propósito es la recogida de información, tanto por parte del alumnado sobre la temática a tratar, como por parte del docente sobre las habilidades de su alumnado. Una opción sería entonces realizar una pequeña prueba de evaluación inicial para explorar los conocimientos del alumnado. La ventaja de esta idea sería que permitiría realizar un seguimiento al alumnado de cara a la evaluación de la propuesta de innovación, para determinar cuánto han aprendido usando esta metodología (ver apartado 3.5). Sin embargo, para no descuidar la fase de explicitación, esta propuesta mantendrá una actividad inicial de toma de contacto donde el alumnado pueda comentar sus opiniones, y se hará una prueba previa aparte (pretest) que servirá para comparar con la prueba de evaluación final.

Como se comenta en el apartado 3.5, aunque las pruebas están basadas en las usadas por Corberán Salvador et al. (1994), su propósito no será la identificación del nivel de razonamiento del alumnado según el modelo de Van Hiele, sino tratar de certificar que esta propuesta de innovación resulta en un mejor aprendizaje de la geometría.

3.4 Descripción de la implementación y desarrollo de la propuesta de innovación

Se propone una serie de actividades para tratar los polígonos en 1º ESO según el modelo de Van Hiele. Para ello se han escogido algunas actividades propuestas por Corberán Salvador et al. (1994, cap. 2), con alguna modificación para introducir la construcción de figuras geométricas mediante herramientas informáticas. Las actividades componen una situación de aprendizaje que se detalla en el anexo A, mientras

que en el anexo B se muestran los enunciados concretos de cada actividad.

El objetivo es que el alumnado progrese en su razonamiento sobre los polígonos, alcanzando el nivel 2, y superándolo en ciertos casos. La elección del nivel se basa en el propio trabajo de Corberán Salvador et al. (1994) que mostraría que el alumnado tiene dificultades con las tareas destinadas a trabajar al nivel 3. No obstante, en las orientaciones curriculares publicadas en Aragón se menciona que, en 1º ESO, «se debe trabajar ya explícitamente la clasificación inclusiva» de los polígonos (Departamento de Educación, Cultura y Deporte, 2022); lo cual implica un tratamiento explícito de las relaciones entre las propiedades de las figuras, que es lo que distingue al nivel 3 de razonamiento (Corberán Salvador et al., 1994, págs. 17, 22). Tomando como referencia las orientaciones de Aragón, se ha decidido que, en el caso específico de los triángulos y cuadriláteros, con cuyas propiedades el alumnado ya tiene más familiaridad, se aprovechará el trabajo a nivel 2 con los polígonos en general para abordar algunas tareas a nivel 3, específicamente las relacionadas con su clasificación inclusiva. En el caso de los polígonos en general, se mantendrá el trabajo al nivel 2, con la posibilidad de realizar alguna extensión «natural» a razonamientos de nivel 3 si los resultados del grupo fueran lo suficientemente buenos, pero sin contar con que así sea (ver Corberán Salvador et al. (1994, págs. 92-93)).

El tratamiento de los polígonos a distintos niveles de razonamiento vuelve ligeramente engorroso ajustarse a las fases de aprendizaje asociadas al modelo de Van Hiele en el orden tradicional (ver pág. 69). Dado que el trabajo con triángulos y cuadriláteros que se propone para esta situación de aprendizaje tiene lugar en los niveles 2 y 3, siendo el tratamiento a nivel 2 relativamente breve, incorporar unas actividades específicas de integración a nivel 2 no plantearía grandes beneficios. La propuesta que se hace en este documento es juntar las fases de integración correspondientes a los niveles 2 y 3, de manera que tengan lugar al finalizar el trabajo a nivel 3. Teniendo ya el alumnado una cierta familiaridad con las clasificaciones de estos polígonos, y por tanto con el trabajo al nivel 2, la utilidad principal de las actividades a nivel 2 podría ser la de repaso de conocimientos previos y toma de contacto con el trabajo con estos polígonos.

Por último, la evaluación de la situación de aprendizaje se llevará a cabo mediante

la observación sistemática en el aula y pruebas escritas, en línea con lo expuesto en el apartado 2.7. En el apéndice C se incluye una rúbrica de un solo punto con la concreción de los criterios de evaluación, cuyo diseño está inspirado en un ejemplo atribuido a Belén Palop (Morales & Fernández, 2022, pág. 136).

3.5 Diseño de un instrumento de evaluación de la propuesta de innovación

El objetivo de la propuesta de innovación es la mejora de la comprensión de la geometría, tanto de los conceptos referidos a las figuras geométricas como de las maneras de razonar en la disciplina. Por este motivo, evaluar esta propuesta de innovación supone valorar si esta actuación ha supuesto una mejoría en la comprensión del alumnado que no se habría dado de no haberse implementado.

Hay muchos factores que tener en cuenta en este proceso. Para evaluar la comprensión del alumnado acerca de la materia de estudio, debería formularse algún tipo de prueba o examen final que permita determinar la profundidad de su aprendizaje. Es importante, no obstante, que esta prueba se complemente con otra prueba, esta vez inicial, mediante la cual se pueda hacer un seguimiento al alumnado y así verificar que los resultados de la prueba final se deben al aprendizaje que ha tenido lugar durante la implementación de la propuesta de innovación. Es esta metodología de pretest y postest la usada por Corberán Salvador et al. (1994, cap. 3), si bien en su caso se busca determinar si el alumno ha avanzado en su nivel de razonamiento geométrico, mientras que por nuestra parte nos basta con comprobar que el aprendizaje ha sido satisfactorio.

Sin embargo, para determinar si la propuesta de innovación supone mejoras con respecto a la manera tradicional de dar la clase de geometría, se hace necesario contar con un grupo de control: un grupo-clase donde se imparta la unidad de la forma en que se haría normalmente y en la que hacer también las pruebas inicial y final para saber en qué grupo aprendieron más los alumnos. Esto es mucho más difícil de determinar, en mi opinión. Tomando como referencia la programación docente del instituto en el que hice las prácticas, al estudio general de los polígonos se le dedica

un total de dos sesiones, y en dos sesiones más ya se han tratado tanto los triángulos como los cuadriláteros; la lista de contenidos a tratar sobre todos estos polígonos es también mayor. Por lo que mi propuesta no sólo le dedica más del triple de tiempo a los mismos campos de estudio, sino que lo hace impartiendo menos materia.

En esta situación, sería de esperar que el grupo con quienes se ha aplicado esta propuesta tuviera un mayor entendimiento sobre las cuestiones de polígonos aquí tratadas, por el mero hecho de haberles dedicado más tiempo que otros grupos. Por la misma razón, en las áreas que quedan sin tratar con esta estrategia, los resultados del grupo serían peores que los del resto de grupos. En mi opinión, esto hace que sólo se pueda determinar si esta propuesta concreta ha sido un fracaso: si el alumnado al que se aplicaron las pautas del modelo de Van Hiele, de esta manera particular, termina entendiendo peor las propiedades de los polígonos que quienes siguieron una metodología más tradicional, podremos concluir que este proyecto no ayuda a aprender geometría. Por el contrario, un mejor rendimiento en las pruebas de evaluación no permitirá extraer ninguna conclusión válida sobre la idoneidad de la propuesta.

Teniendo todo esto en mente, lo único que puedo aportar es un método para evaluar si el alumnado ha aprendido durante el desarrollo de la propuesta, sin distinguir si ese aprendizaje podría haberse dado también sin ella. En el anexo D incluyo un posible formato de preguntas para evaluar el conocimiento del alumnado. Las preguntas son parte de las usadas por Corberán Salvador et al. (1994, págs. 135-142) en su evaluación de su propuesta educativa. En su libro utilizan este tipo de preguntas para el pretest y el postest, y así poder hacer un seguimiento; opino que podría hacerse lo mismo para este proyecto y usar estas preguntas tanto para la prueba inicial del apartado 3.3 como para la evaluación final de la propuesta, tal vez cambiando los ejemplos concretos sobre los que se trabaja.

3.6 Reflexión personal sobre el proceso de innovación

Mis impresiones sobre los procesos de innovación están muy marcados por mi experiencia personal en el centro de prácticas (ver apartado 1.6), así como por algunas de las propuestas hechas por mis compañeros del máster, y me hacen ser muy cauteloso

en mi optimismo respecto de su potencial en la mejora de la educación.

Cuando se habla de innovación educativa, yo no pienso únicamente en el experimento que supone la primera implantación de una propuesta. Para mí es esencial también que, una vez identificado aquello que repercute positivamente en la educación del alumnado, se le dé continuidad en el tiempo, desarrollando y mejorando la propuesta inicial. Considero que es la continuidad lo que realmente conllevará el cambio educativo. Por desgracia, parece ser que lo frecuente es que las actuaciones innovadoras cursen «una trayectoria muy breve» (García-Gómez & Salas Martínez, 2021).

En mi caso, la propuesta presente no es la que yo traté de implementar durante las prácticas. Mi proyecto de innovación original fracasó, no sólo debido a fallos importantes en su implementación por mi parte, sino también debido a que mi tutora no consideraba que la propuesta fuera apropiada ni llevase al aprendizaje deseado. Achaco parte del fracaso a que no pude mostrar bien el potencial de mi propuesta, y asumo que cualquier intento por mi parte de introducir cambios en la metodología educativa usual me obligará a buscar maneras de ser convincente. Esto supone: plantearme primero qué medidas podría permitirme el profesorado ensayar, cómo convencerlos de probar dichas medidas y qué resultados convencerían al profesorado de que esos cambios serían beneficiosos, al menos potencialmente; esto último repercute en el diseño de un instrumento de evaluación para la propuesta innovadora.

Sin embargo, ahí me topo con un escollo fundamental: a juzgar por mi experiencia durante las prácticas, no todo el profesorado está de acuerdo en qué es lo que debe saber el alumnado, lo cual dificulta el encontrar argumentos convincentes de la necesidad de la innovación. Usando esta propuesta de innovación como ejemplo, hay quien considerará que se le dedica demasiado tiempo a estudiar cuestiones elementales sobre los polígonos, o quien creará que deja demasiados temas sobre polígonos sin tratar, o quien no estará de acuerdo con quitar tiempo a la práctica de algoritmos para dibujar figuras o calcular áreas. Es difícil convencer al profesorado de dedicar tiempo a la comprensión o al razonamiento matemático a costa de abarcar menos contenidos o mecanizar menos algoritmos, pero especialmente si este profesorado

opina que la fluidez técnica prima sobre la comprensión de lo que se hace.

Es cierto que esto no es un problema que pueda resolver con esta propuesta. El que el proyecto de innovación tenga opciones de funcionar a largo plazo como me interesaría depende mucho de la cultura del centro, de la formación del profesorado y de su trabajo en equipo (Medina-Vidal et al., 2016), lo cual no puedo cambiar yo solo por mi cuenta, no digamos durante una estancia de tres meses en un instituto. Por desgracia, esto me lleva a cuestionar la viabilidad de implementar una propuesta de innovación mínimamente ambiciosa durante las prácticas del máster; también, de cara a un potencial futuro como docente, me pregunto hasta qué punto podré innovar en un centro en el que el profesorado no considera que haya nada que mejorar. Como decía, mi optimismo es mínimo.

A Anexo: Situación de aprendizaje

A.1 Datos generales

Unidad de programación nº 4: Geometría		
Temporalización: 4 semanas		Sesiones: 14
Etapa: ESO	Curso: 1º	Materia: Matemáticas
Relación interdisciplinar entre áreas: no		
Situación de aprendizaje nº 7: Polígonos		
Intención educativa	<ul style="list-style-type: none"> • Se plantean situaciones problema al alumnado acerca de la geometría de figuras planas. • Se pretende que el alumnado aprenda nociones básicas de geometría, así como avanzar en su desarrollo matemático. • Se valorará tanto el trabajo en el aula como el aprendizaje final. 	
Relación con ODS 2030	No.	
Conexión con los elementos curriculares		
Competencias específicas	Criterios de evaluación	Descriptor del perfil de salida
Competencia específica 1	1.1, 1.2, 1.3	CCL1
Competencia específica 2	2.1	STEM1, STEM2, STEM3,
Competencia específica 3	3.1, 3.2, 3.3	STEM4
Competencia específica 5	5.1, 5.2	CD2, CD3
Competencia específica 6	6.3	CPSAA1, CPSAA3, CPSAA4,
Competencia específica 7	7.1	CPSAA5
Competencia específica 8	8.1	CC2, CC3
Competencia específica 9	9.1, 9.2	CE2, CE3
Competencia específica 10	10.1, 10.2	CCEC1

Saberes básicos	
A. Cantidad	<ul style="list-style-type: none"> • Números enteros, fraccionarios, decimales y raíces en la expresión de cantidades en contextos de la vida cotidiana.
B. Magnitud	<ul style="list-style-type: none"> • Atributos mensurables de los objetos físicos y matemáticos: investigación y relación entre los mismos. • Estrategias de elección de las unidades y operaciones adecuadas en problemas que impliquen medida.
B. Medición	<ul style="list-style-type: none"> • Longitudes y áreas en figuras planas: deducción, interpretación y aplicación. • Representación de objetos geométricos con propiedades fijadas, como las longitudes de los lados o las medidas de los ángulos.
B. Estimación y relaciones	<ul style="list-style-type: none"> • Formulación de conjeturas sobre medidas o relaciones entre las mismas basadas en estimaciones. • Estrategias para la toma de decisión justificada del grado de precisión requerida en situaciones de medida.
C. Figuras geométricas de dos dimensiones	<ul style="list-style-type: none"> • Figuras geométricas planas: descripción y clasificación en función de sus propiedades o características. • Construcción de figuras geométricas con herramientas manipulativas y digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada. . .)
F. Creencias, actitudes y emociones	<ul style="list-style-type: none"> • Gestión emocional: emociones que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas.
F. Autoconciencia y autorregulación.	<ul style="list-style-type: none"> • Estrategias de fomento de la curiosidad, la iniciativa, la perseverancia y la resiliencia en el aprendizaje de las matemáticas.

	<ul style="list-style-type: none"> • Estrategias de fomento de la flexibilidad cognitiva: apertura a cambios de estrategia y transformación del error en oportunidad de aprendizaje.
F. Trabajo en equipo y toma de decisiones	<ul style="list-style-type: none"> • Técnicas cooperativas para optimizar el trabajo en equipo y compartir y construir conocimiento matemático. • Conductas empáticas y estrategias de gestión de conflictos.
F. Inclusión, respeto y diversidad	<ul style="list-style-type: none"> • Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad. • La contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género.

A.2 Actividades

Metodología	<ul style="list-style-type: none"> • Aprendizaje basado en problemas • Aprendizaje cooperativo • Aprendizaje por descubrimiento
Agrupamientos	<ul style="list-style-type: none"> • Grupos aleatorios • Trabajo individual

Secuenciación didáctica
Descripción de la actividad, tarea, proceso

Actividad 1: (Fase de información). Se le presenta una serie de figuras al alumnado, y se le pide que seleccione las que no son correspondientes a polígonos, justificando su elección. Las figuras incluyen tanto polígonos convexos como cóncavos, así como figuras curvas, figuras con lados que se cortan, figuras no cerradas o representaciones de figuras tridimensionales. De la discusión de esta actividad se espera poder conocer el lenguaje que utiliza el alumnado. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, pág. 39).

Recursos: Hoja de papel con las figuras.

Duración estimada: media sesión.

Actividad 2: (Fase de orientación dirigida). Se presentan diversas familias de polígonos: regulares, equiláteros, equiangulares, y convexos; cada una de ellas con ejemplos. La tarea consiste en identificar qué propiedades comparten todos los polígonos de una misma clase; el objetivo es presentarles el vocabulario relativo a los polígonos guiando al alumnado a que entienda su significado y las diferencias entre los términos. Basado en (Corberán Salvador et al., 1994, pág. 46).

Recursos: Hoja de papel con las figuras.

Duración estimada: media sesión.

Actividad 3: (Fase de orientación dirigida). Se enseña al alumnado a usar el programa GeoGebra para construir polígonos simples y medir sus ángulos interiores, y se les pide que sumen los ángulos correspondientes a un mismo polígono. El objetivo es que, al comparar los resultados para polígonos con el mismo número de lados, se den cuenta de que la suma sólo depende del número de lados y no de la forma del polígono. Podrán así construir una tabla relacionando el número de lados con la suma de los ángulos interiores. Da la oportunidad de plantear conjeturas acerca del valor de la suma de ángulos interiores para figuras con mayor número de lados, y de comprobar dichas conjeturas usando GeoGebra.

Recursos: Ordenador o dispositivo móvil, proyector, GeoGebra.

Duración estimada: una sesión.

Actividad 4: (Fase de orientación libre). Se muestra al alumnado una colección de polígonos y se le pide que los agrupe de distintas formas, indicando para cada clasificación qué propiedad está usando. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, pág. 49).

Recursos: Hoja de papel con las figuras

Duración estimada: una sesión.

Actividad 5 (Fase de orientación libre). Se les muestra una figura formada por dos triángulos solapados, y se les pide que calculen el valor de varios ángulos a partir de otros ángulos dados. El objetivo es que el alumnado pueda enfrentarse a un problema de cálculo como los que se hacen tradicionalmente en la asignatura, pero dejando más abierta la elección de estrategia. Se les sugeriría, como pista, que usen el valor de la suma de ángulos de un triángulo. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, pág. 54).

Recursos: Hoja de papel con la figura

Duración estimada: una sesión.

Actividad 6 (Fase de integración). El objetivo es que el alumnado revise lo aprendido y unifique los distintos conceptos. Se le propondrá relacionar diversas propiedades de polígonos con las familias de polígonos que tienen esa propiedad. También se propondrán preguntas sobre la unidad que el alumnado podrá usar como autoevaluación. Basado en (Corberán Salvador et al., 1994, pág. 55).

Duración estimada: media sesión.

Actividad 7 (Triángulos, fase de orientación dirigida a nivel 2). Se le presentan diversos triángulos al alumnado, con el fin de que confeccionen una lista de propiedades. Se guiará una discusión en el aula para organizar las propiedades relevantes, referidas a la igualdad de lados y ángulos, y al tipo de ángulos. Sirve también para recordar el vocabulario específico de las clasificaciones de triángulos. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, págs. 66-68).

Recursos: Hoja de papel con las figuras

Duración estimada: media sesión.

Actividad 8 (Triángulos, fase de orientación libre a nivel 2). Se le presenta al alumnado una lista de propiedades de un triángulo, y se le pide que identifique por su cuenta las propiedades superfluas o redundantes. El objetivo es que el alumnado relacione las distintas propiedades que conoce de los triángulos y los polígonos, y dé sus primeros pasos en la detección de las propiedades que son consecuencia de otras. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, pág. 69).

Duración estimada: una sesión.

Actividad 9 (Triángulos, fase de orientación dirigida a nivel 3). Actividad similar a la anterior, pero tratando las distintas propiedades en relación a toda una clase de triángulos. El alumnado se acercaría con ello a una definición para esa clase de triángulos. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, págs. 71-72).

Duración estimada: media sesión.

Actividad 10 (Triángulos, fase de orientación dirigida a nivel 3). Se cuestiona al alumnado sobre las relaciones entre las distintas clasificaciones de triángulos. La actividad vuelve sobre el tema de la redundancia, al vincular el ser equilátero con ser acutángulo, pero también sirve como punto de partida para plantear una clasificación inclusiva de los triángulos, relacionando el ser equilátero con el ser isósceles. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, págs. 72-73).

Duración estimada: media sesión.

Actividad 11 (Cuadriláteros, fase de orientación dirigida a nivel 2). Al igual que con los triángulos, se muestra al alumnado una colección de cuadriláteros para que nombren y organicen todas las propiedades relevantes en su descripción. Con ello, el alumnado puede recordar el vocabulario específico para las clasificaciones de cuadriláteros. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, págs. 78-79).

Recursos: Hoja de papel con las figuras

Duración estimada: una sesión.

Actividad 12 (Cuadriláteros, fase de orientación libre a nivel 2). Esta actividad tiene como objetivo que el alumnado use las propiedades de los cuadriláteros para producir ejemplos que las cumplan, invirtiendo el proceso anterior de identificación de propiedades a partir de los ejemplos. Las preguntas sobre las diagonales sirven como extensión a un tratamiento que, hasta este punto de la situación de aprendizaje, ha estado más centrado en describir los lados y los ángulos interiores de un polígono. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, pág. 80).

Duración estimada: media sesión.

Actividad 13 (Cuadriláteros, fase de orientación dirigida a nivel 3). Actividad análoga a la hecha para triángulos, se busca que el alumnado filtre las propiedades más significativas de diversas clases de cuadriláteros, con el fin de aproximarse a un conjunto de propiedades que pueda servir como definición. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, págs. 81-82).

Duración estimada: una sesión.

Actividad 14 (Cuadriláteros, fase de orientación dirigida a nivel 3). Se plantea al alumnado que busque las propiedades comunes a dos clases distintas de cuadriláteros, con el fin de introducir explícitamente una clasificación inclusiva de los mismos. Extraído de (Corberán Salvador et al., 1994, págs. 84-85).

Duración estimada: una sesión.

Actividad 15 (Triángulos, fase de integración). Al igual que se hizo para polígonos, la penúltima actividad de la situación de aprendizaje buscará que el alumnado vuelva sobre lo aprendido acerca de los triángulos y de los polígonos en general, asentando las relaciones entre las distintas clases de triángulos y las propiedades que cumplen. Es una actividad que puede servir como autoevaluación para el alumnado, tanto en su totalidad como limitándose a preguntas como las descritas para la actividad. Basado en (Corberán Salvador et al., 1994, pág. 70-71).

Duración estimada: media sesión.

Actividad 16 (Cuadriláteros, fase de integración). Similar a la actividad anterior, el objetivo es que se repase lo aprendido sobre cuadriláteros, sus propiedades, sus clasificaciones y su relación con lo visto para polígonos. Puede servir como autoevaluación de lo aprendido. Basado en (Corberán Salvador et al., 1994, págs. 80-81).

Duración estimada: media sesión.

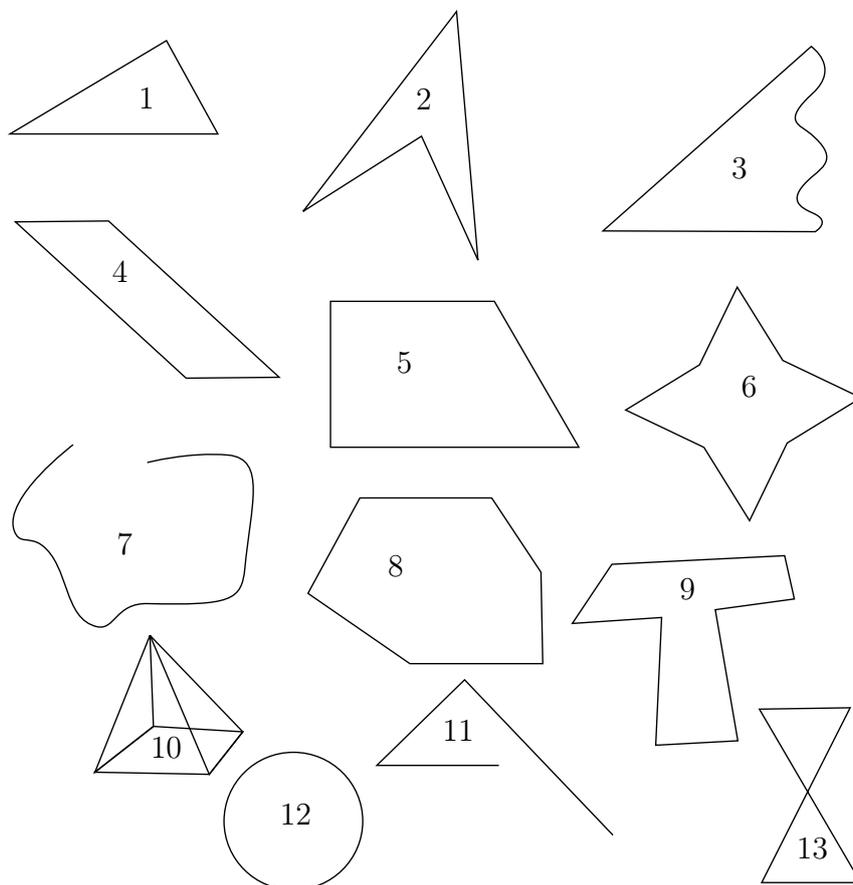
A.3 Evaluación

Evaluación		
Procedimientos	Actividad/Producto	Instrumento
Observación sistemática en el aula	Todas las actividades	Rúbrica de un solo punto
Puestas en común		
Prueba escrita	Prueba escrita	

B Anexo: Instrucciones para el alumnado

Actividad 1

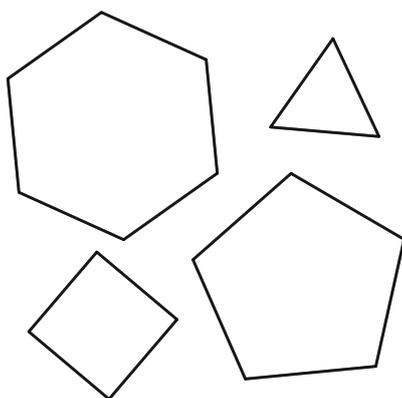
Observa las figuras siguientes y señala las que no son polígonos. Justifica tu elección.



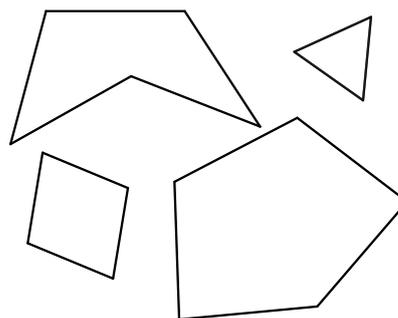
Actividad 2

Analiza los polígonos de cada una de las siguientes familias y anota las propiedades comunes que poseen.

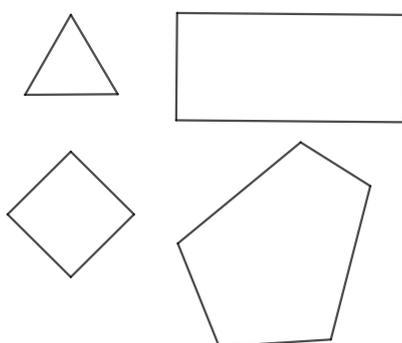
Polígonos regulares



Polígonos equiláteros



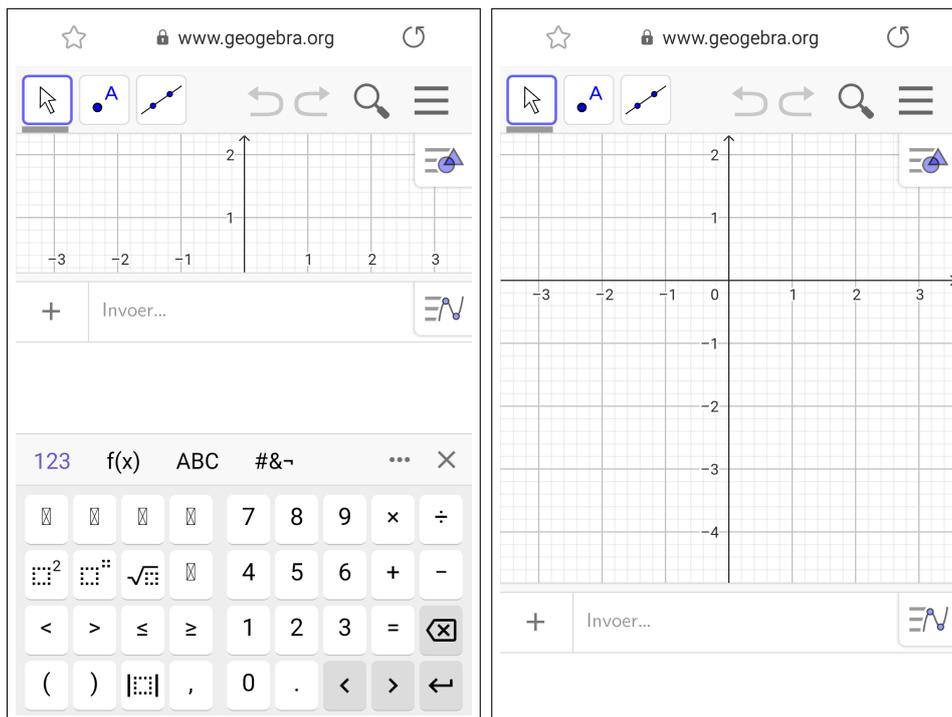
Polígonos equiangulares



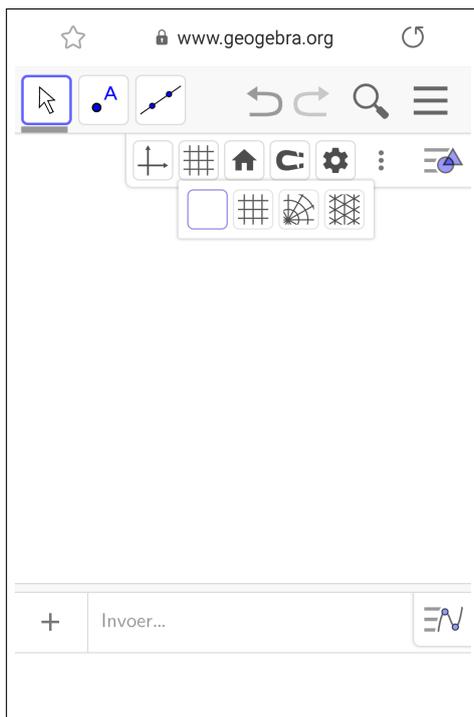
¿Qué polígonos dibujarías si quisiéramos diseñar el mismo ejercicio para polígonos convexos?

Actividad 3

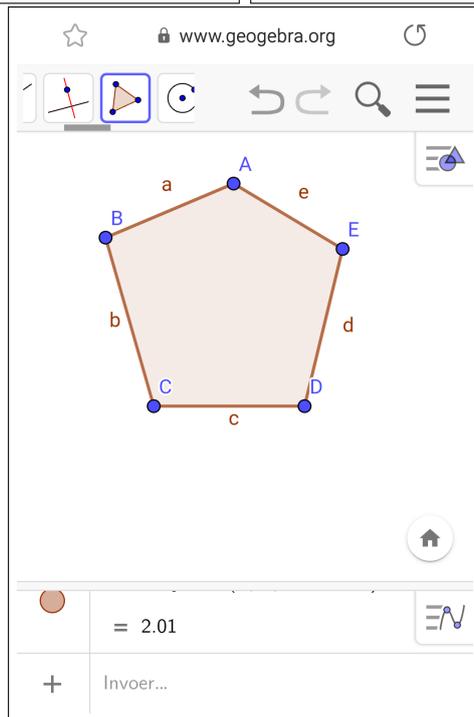
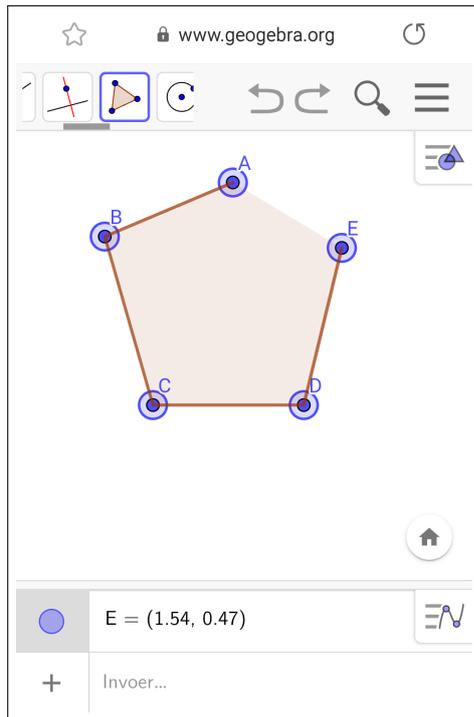
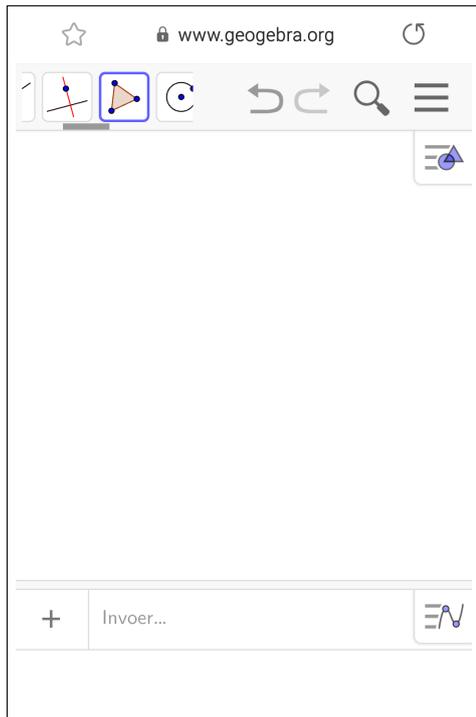
Vamos a medir los ángulos de varios polígonos usando la herramienta GeoGebra. Para acceder a ella, entrad en la página web <https://geogebra.org/classic>. Podéis ocultar el teclado cerrándolo en el botón X, y reducir el tamaño del campo de fórmulas arrastrando hacia abajo la línea donde acaba la cuadrícula, para ver mejor el lienzo en el que vamos a dibujar.



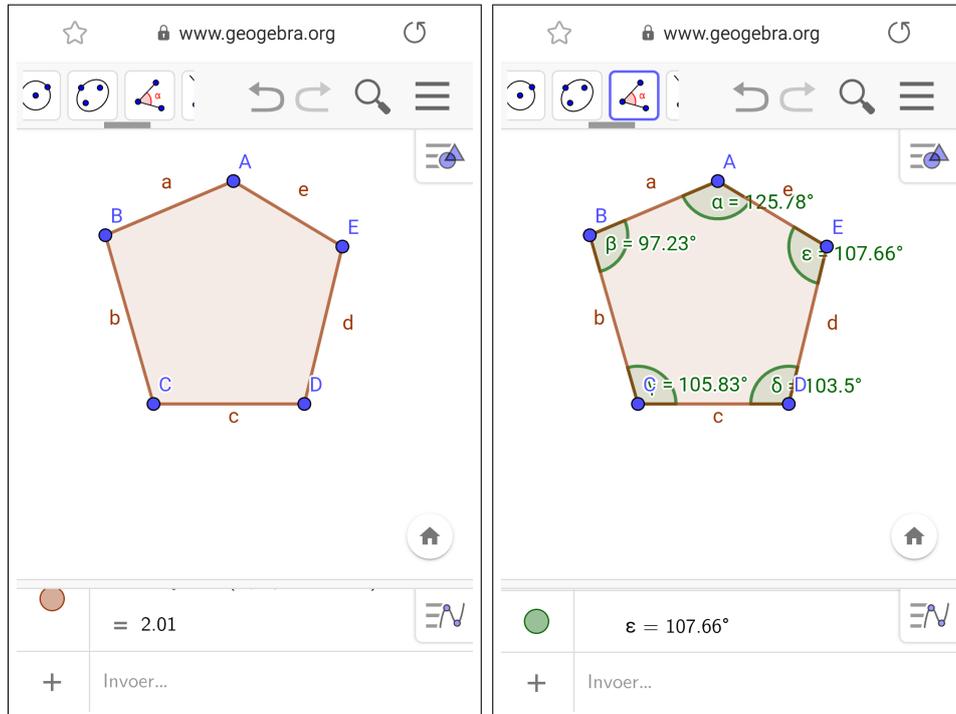
Eliminar la cuadrícula Recomiendo eliminar la cuadrícula del fondo para que no distraiga. Pulsando en el botón arriba a la derecha con un círculo y un triángulo os aparecerán varios iconos. Si pulsáis en el icono de los ejes, podéis hacer que aparezcan o desaparezcan los ejes coordenados. Si pulsáis en el icono de la cuadrícula, os aparecerán otros nuevos iconos, entre los cuales hay uno que es un cuadrado blanco. Pulsando en ése elimináis la cuadrícula.



Dibujar los polígonos Para dibujar los polígonos, lo podéis hacer de varias maneras. Lo más fácil es seleccionar la herramienta Polígono, que tenéis en la barra de herramientas arriba a la izquierda (puede que tengáis que arrastrar hacia la izquierda para ver más herramientas). Tras pulsar en ella, podéis ir marcando puntos en el lienzo, y os irá dibujando el polígono que tiene esos vértices. Cuando terminéis, acordaos de marcar el vértice por el que empezasteis para que os cierre el polígono. Podéis luego mover los vértices del polígono pulsando en la primera herramienta y arrastrando los vértices por el lienzo.



Medir los ángulos El siguiente paso es medir los ángulos del polígono. Por haber construido el polígono con la herramienta Polígono, podemos calcularlos todos a la vez usando la herramienta Ángulo. Después de pulsar sobre la herramienta, pulsamos sobre el interior del polígono, y esto nos dice cuánto miden los ángulos interiores.

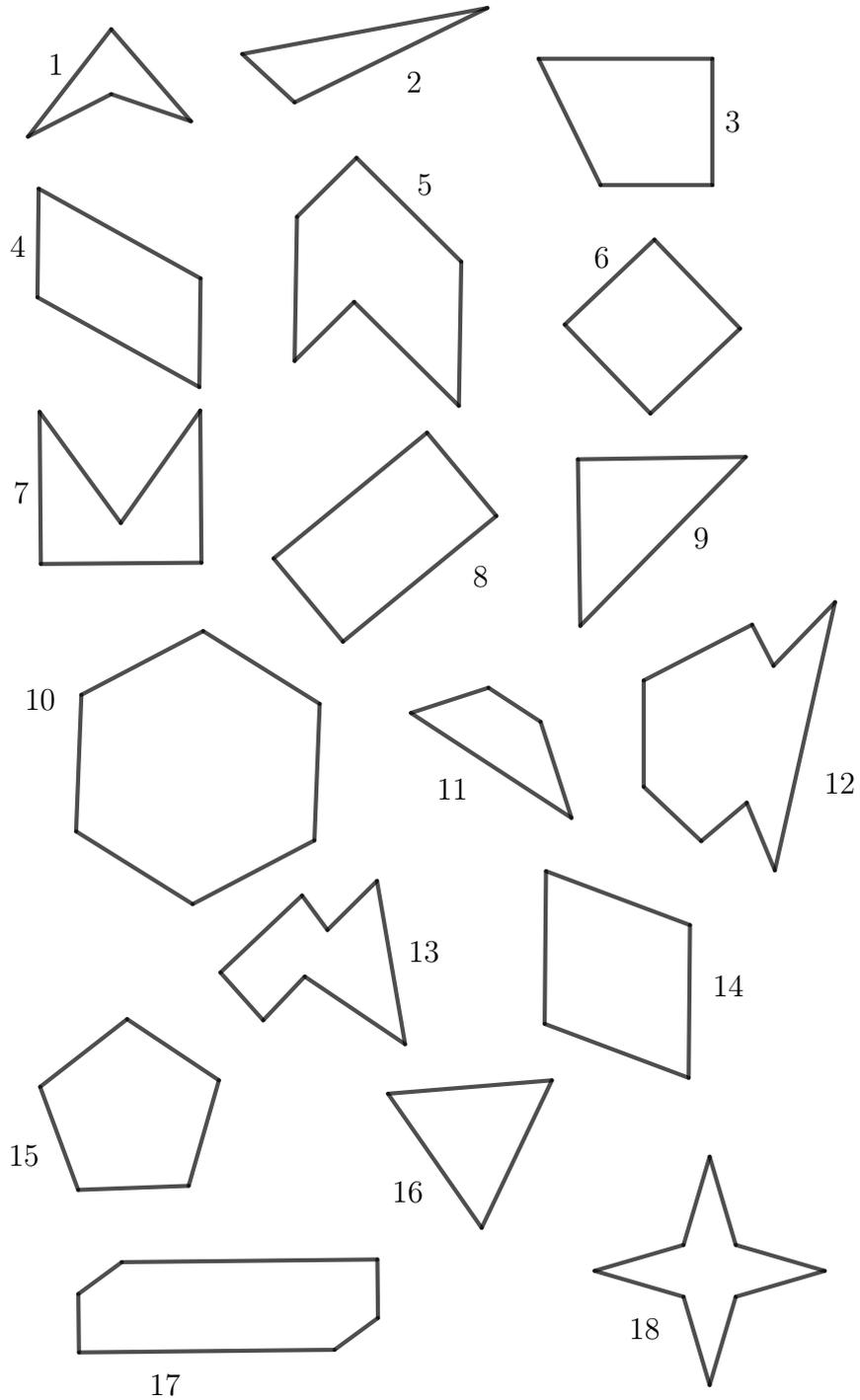


Preguntas Ahora que sabéis cómo dibujar polígonos y medir sus ángulos en GeoGebra, cada grupo dibujará un polígono con un determinado número de lados. En grupo, tratad de contestar a las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuánto mide la suma de los ángulos del polígono que habéis dibujado?
- b) Probad a mover uno de los vértices: usad el cursor blanco de la barra de herramientas (a la izquierda del todo). Saldrán así nuevos valores para los ángulos. ¿Cuánto cambia la suma de los ángulos?
- c) Apuntad el número de lados del polígono que usasteis y lo que os dio la suma de sus ángulos. Probad a dibujar polígonos con un lado más, y a medir sus ángulos como antes. ¿Cambia ahora la suma de los ángulos? ¿Y si movéis los vértices de este nuevo polígono? Apuntad lo que habéis obtenido.
- d) ¿Cuánto creéis que os saldrá la suma para polígonos con un lado más? Anotad lo que creéis que va a salir, y comprobadlo en GeoGebra. Si no os sale, fijaos en cómo van aumentando las sumas de los ángulos, e intentadlo otra vez para polígonos con más lados.

Actividad 4

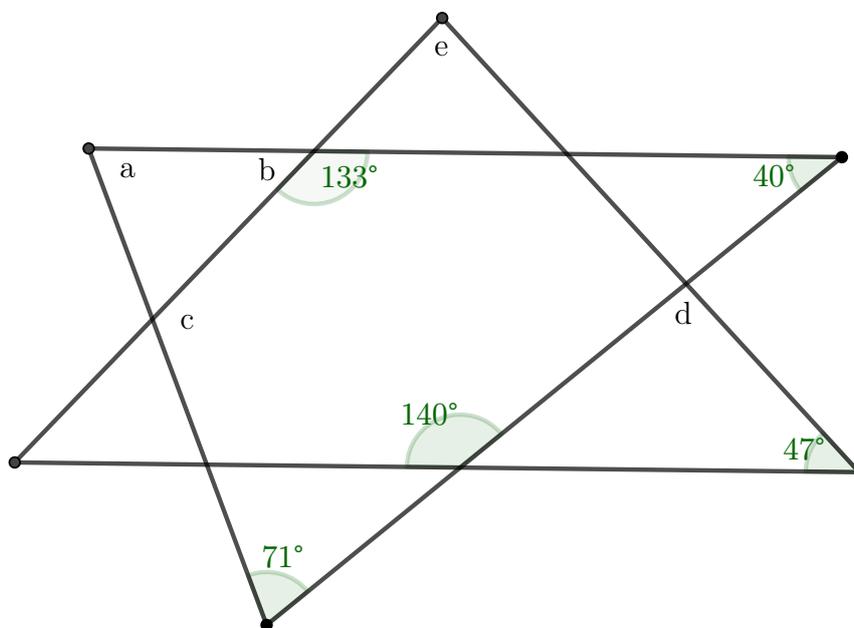
Agrupar de diferentes maneras los siguientes polígonos, indicando qué propiedades has considerado en cada caso.



Actividad 5

Calcula la medida de los ángulos a , b , c , d y e de la siguiente figura. No puedes medirlos con un transportador. Explica el procedimiento por el que los calculas.

Pista: ¿cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?



Actividad 6

Asocia las propiedades de polígonos que se indican con la clase de polígonos a la que pertenece.

Propiedades

1. Tienen todos los lados de igual longitud.
2. Tienen todos los ángulos de igual amplitud.
3. Tienen todos los lados de igual longitud y todos los ángulos de igual amplitud.
4. Tienen por lo menos un ángulo que mide más de 180 grados.
5. Todos sus ángulos interiores miden menos de 180 grados.

Clases de polígonos

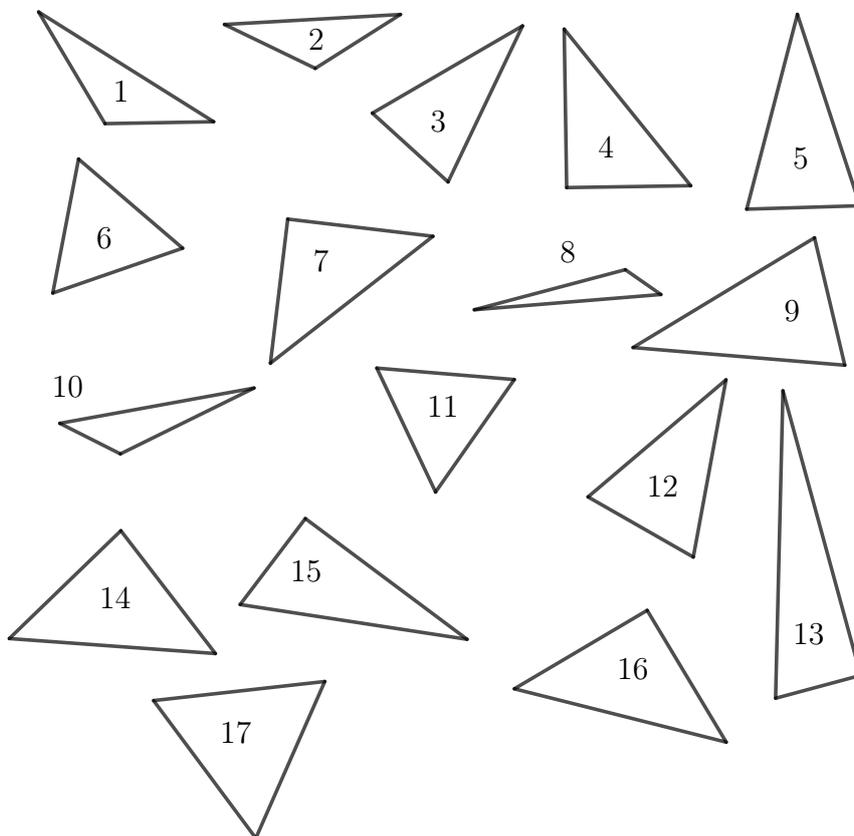
- (a) Polígono cóncavo.
- (b) Polígono convexo.
- (c) Polígono regular.
- (d) Polígono irregular.
- (e) Polígono equilátero.
- (f) Polígono equiangular.
- (g) No existen polígonos con esa propiedad.
- (h) Todos los polígonos tienen esa propiedad.

Comprueba que puedes responder las siguientes preguntas, razonando tu respuesta:

- ¿Qué propiedades tiene un polígono regular?
- ¿Los polígonos regulares son equiláteros? ¿Por qué?
- ¿Qué propiedades tiene un polígono convexo?
- ¿Los polígonos regulares son convexos? ¿Por qué?
- ¿Cómo se obtiene la suma de los ángulos interiores de un polígono?
- ¿Cuánto mide la suma de los ángulos interiores de un triángulo? ¿Y de un cuadrilátero?
- ¿Qué propiedades tiene un polígono cóncavo?

Actividad 7

Observa con atención los siguientes triángulos, y elabora una lista con todas las propiedades que observes.



Actividad 8

Las siguientes propiedades describen un triángulo determinado. Para saber de qué triángulo se trata y cómo dibujarlo, no hace falta conocer todas estas propiedades.

¿Cuáles de ellas serían suficientes para describir el triángulo?

1. Tiene tres lados.
2. Tiene dos ángulos agudos.
3. Sus ángulos suman 180 grados.
4. Es convexo.
5. No tiene diagonales.
6. Tiene sólo dos ángulos iguales.
7. Sus ángulos agudos suman 90 grados.
8. El lado desigual mide 5 cm.

Actividad 9

Describe un triángulo equilátero anotando todas las propiedades que cumple. ¿Podrías eliminar alguna de esas propiedades y que la descripción siga siendo la de un triángulo equilátero? Si podrías, ¿por qué, y cuáles? Si no, ¿por qué no?

Haz lo mismo ahora para los demás tipos de triángulos.

Actividad 10

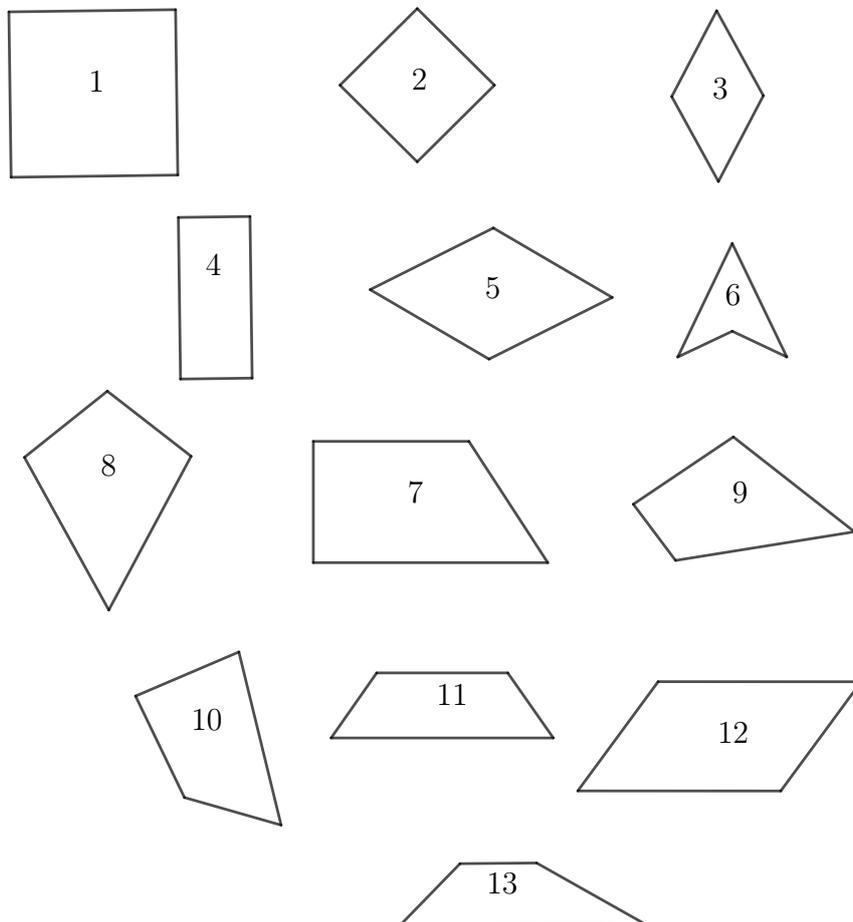
- (a) ¿Un triángulo equilátero puede ser acutángulo también? ¿Y rectángulo? ¿Y obtusángulo?
- (b) ¿Y un triángulo isósceles puede ser acutángulo? ¿Y rectángulo? ¿Y obtusángulo?
- (c) ¿Y qué hay de los triángulos escalenos? Haz lo mismo para ellos.

Dibuja en esta tabla los triángulos que cumplan las dos propiedades indicadas a la vez. ¿Hay algún triángulo que pueda ir en dos celdas?

	Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo
Equilátero			
Isósceles			
Escaleno			

Actividad 11

Observa con atención los siguientes cuadriláteros, y elabora una lista con todas las propiedades que observes.



Actividad 12

Para cada una de estas propiedades, dibuja todos los cuadriláteros que la cumplan:

1. Con lados paralelos dos a dos.
2. Con cuatro ángulos rectos.
3. Con un solo par de lados paralelos.
4. Con diagonales de igual longitud.
5. Con diagonales que se cortan en sus puntos medios.

Actividad 13

Describe un rectángulo anotando todas las propiedades que cumple. ¿Podrías eliminar alguna de esas propiedades y que la descripción siga siendo la de un rectángulo?

Si podrías, ¿por qué, y cuáles? Si no, ¿por qué no?

Haz lo mismo ahora para los demás tipos de cuadriláteros.

Actividad 14

Para cada pareja de cuadriláteros, anota las propiedades comunes a ambos.

Cuadriláteros		Propiedades comunes
Cuadrado	Rectángulo	
Cuadrado	Rombo	
Cuadrado	Paralelogramo	
Cuadrado	Trapezio	
Rectángulo	Rombo	
Rectángulo	Paralelogramo	
Rectángulo	Trapezio	
Rombo	Paralelogramo	
Rombo	Trapezio	
Paralelogramo	Trapezio	

Actividad 15

Asocia a cada tipo de triángulo las propiedades que le correspondan.

Propiedad	Clase de triángulos
1. Tiene un ángulo de 90 grados.	(a) Triángulo escaleno
2. Tiene tres lados iguales.	(b) Triángulo equilátero
3. Tiene dos ángulos iguales.	(c) Triángulo isósceles
4. Tiene un ángulo obtuso.	(d) Triángulo acutángulo
5. Tiene tres ángulos iguales.	(e) Triángulo rectángulo
6. Tiene sólo dos lados iguales.	(f) Triángulo obtusángulo
7. Tiene todos sus ángulos desiguales.	
8. Es un polígono regular.	

Comprueba que puedes responder las siguientes preguntas, razonando tu respuesta:

- ¿Podremos construir algún triángulo cóncavo?
- ¿Podrás construir algún triángulo con tres segmentos de longitudes 3 cm, 3 cm y 3 cm? Explica por qué.
- ¿Podremos construir algún triángulo equilátero acutángulo? ¿Y rectángulo?
- ¿Los triángulos equiláteros son isósceles? ¿Y al revés?

Actividad 16

Asocia cada propiedad al tipo de cuadrilátero que corresponda.

Propiedad	Clase de cuadriláteros
1. Tiene un par de lados paralelos.	(a) Paralelogramo.
2. Tiene tres ángulos rectos y sólo tres.	(b) Trapecio.
3. Tiene cuatro ángulos iguales.	(c) Rombo.
4. Tiene diagonales que se cortan en sus puntos medios.	(d) Rectángulo. (e) Cuadrado.
5. Tiene dos pares de lados iguales.	
6. Tiene dos pares de ángulos iguales.	
7. Tiene lados iguales dos a dos.	
8. Tiene sólo un ángulo recto.	
9. Es un polígono regular.	

Comprueba que puedes responder las siguientes preguntas, razonando tu respuesta:

- ¿Hay cuadriláteros que tengan dos ángulos agudos y dos obtusos? ¿Cuáles?
- ¿Cómo le describirías verbalmente a un/a amigo/a un trapecio isósceles?
- ¿Qué cuadriláteros son también polígonos equiangulares?
- ¿Un cuadrado es un rectángulo? ¿Y al revés?
- ¿Un cuadrado es un rombo? ¿Y al revés?

C Anexo: Rúbrica de un solo punto para la evaluación de la situación de aprendizaje

Crit. Eval.	Indicador	Evidencias de logro	Feedback
1.1	Comprende que no todas las propiedades que describen a un polígono son igual de relevantes y entiende la tarea de identificar y descartar las redundantes.		
1.1	Conoce los patrones en los ángulos interiores de los polígonos y entiende que es posible usarlos para obtener los valores de algunos de esos ángulos conociendo otros.		
1.1	Comprende que ciertos polígonos pueden pertenecer a varias clases a la vez, y entiende el propósito de identificar cuáles.		

1.2 y 3.1	Usa ejemplos adecuados para demostrar o descartar conjeturas sobre las propiedades de los polígonos.		
1.2 y 3.3	Reconoce la utilidad de GeoGebra para estudiar las propiedades de los polígonos, y lo utiliza a tal efecto, ensayando distintas conjeturas.		
1.3	Distingue en distintos contextos qué propiedades de los polígonos son relevantes para su descripción y cuáles son redundantes o irrelevantes.		
1.3 y 8.1	Expresa por escrito y en detalle su razonamiento y no sólo los resultados a los problemas planteados.		
2.1	Cuestiona las soluciones, tuyas y de otras personas, a los problemas planteados, buscando e identificando argumentos que las apoyen o rechacen.		

3.1	Se hace preguntas sobre las propiedades que cumplen los polígonos y propone respuestas (conjeturas) a dichas preguntas en base a su conocimiento sobre ellos.		
3.2 y 5.2	Entiende las clasificaciones hechas de los triángulos y de los cuadriláteros como aplicaciones de una misma pregunta en distintos contextos, reconociendo las similitudes entre ellos.		
3.2 y 5.2	Plantea conjeturas sobre las propiedades de polígonos no planteados explícitamente en el aula, y busca maneras de aplicar de extender las estrategias de clase a esos nuevos contextos.		
5.1	En el estudio explícito de los triángulos y los cuadriláteros, trae a colación lo estudiado para polígonos en general.		
7.1	Representa las relaciones entre las distintas clases de polígonos, usando distintos medios (tablas, esquemas, diagramas de Venn, etc.) y reflejando las clasificaciones inclusivas de las figuras.		

8.1	Se expresa por escrito usando el vocabulario adecuado.		
9.1	Cuando se plantea una nueva actividad o un nuevo problema, lo afronta con naturalidad, confiando en sus capacidades para resolverlo.		
9.1.	Persevera en su búsqueda de solución al problema cuando no le sale a la primera.		
9.2.	Acepta el feedback recibido sobre su trabajo y lo incorpora para mejorar.		
10.1 y 10.2	Se reconoce como parte del grupo y contribuye sus ideas e impresiones.		

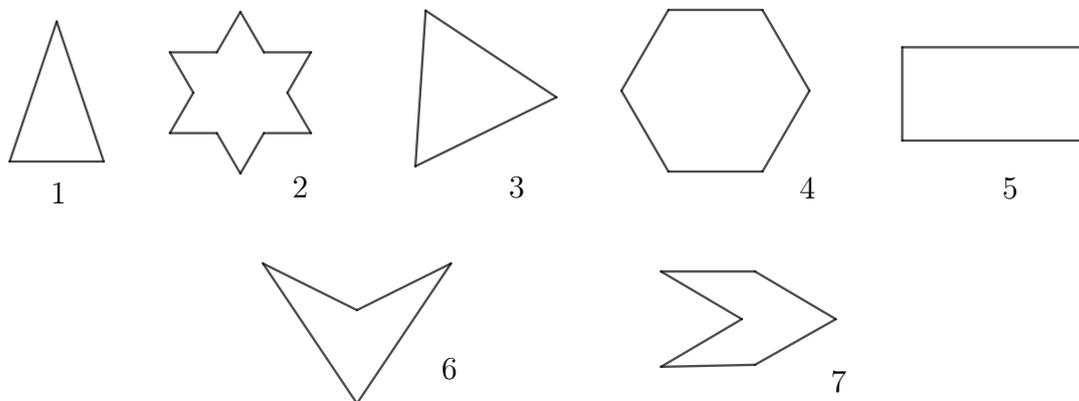
10.1 y 10.2	Acepta las críticas por parte de sus compañeros/as, y reconoce cuando tienen una idea mejor que la suya.		
10.1 y 10.2	Incluye a todos los miembros del grupo durante el trabajo, escuchándoles por igual y fomentando sus aportaciones.		

D Anexo: Prueba de evaluación de la propuesta de innovación

Con preguntas extraídas de (Corberán Salvador et al., 1994, págs. 135-146).

Pregunta 1

En los siguientes polígonos pon una R dentro de los regulares, una I dentro de los irregulares, una V dentro de los cóncavos y una X dentro de los convexos. Si es necesario, puedes poner varias letras en cada figura.



Explica para cada una de las figuras números 2, 4, 5 y 7 por qué les has puesto esas letras (o por qué no has puesto ninguna):

Figura 2:

Figura 4:

Figura 5:

Figura 7:

Pregunta 2

Di si los rombos son siempre, a veces o nunca cuadrados. Explica tu respuesta con detalle y dibuja un ejemplo.

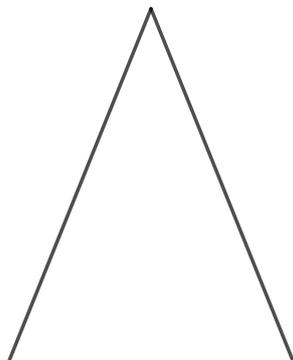
Di si los rombos son siempre, a veces o nunca rectángulos. Explica tu respuesta con detalle y dibuja un ejemplo.

Di si los cuadrados son siempre, a veces o nunca rombos. Explica tu respuesta con detalle y dibuja un ejemplo.

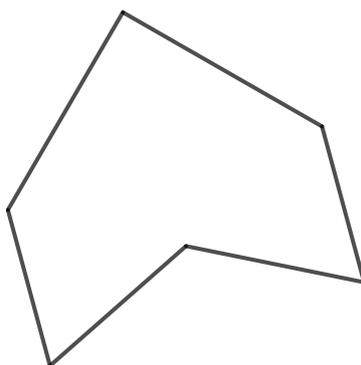
Di si los rombos son siempre, a veces o nunca paralelogramos. Explica tu respuesta con detalle y dibuja un ejemplo.

Pregunta 3

Aquí ves una figura. Haz una lista con todas las propiedades de la figura que puedas encontrar (si quieres, puedes dibujar para explicar las propiedades).



Aquí ves otra figura. Haz una lista con todas las propiedades de la figura que puedas encontrar (si quieres, puedes dibujar para explicar las propiedades).



Pregunta 4

A continuación te presentamos varias propiedades de los triángulos isósceles:

1. Tienen tres lados.
2. Tienen al menos un ángulo menor de 90 grados.
3. Tienen al menos dos ángulos menores de 90 grados.
4. Tienen al menos dos ángulos iguales.
5. Tienen al menos dos lados iguales.
6. Tienen al menos un eje de simetría.
7. No tienen diagonales.

Utilizando las propiedades de esta lista, ¿puedes construir una nueva lista, lo más corta posible, de modo que las únicas figuras que cumplan todas las propiedades de esa lista sean los triángulos isósceles? Explica tu respuesta.

Referencias

- Arce Sánchez, M., Conejo Garrote, L., & Muñoz Escolano, J. M. (2019). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Síntesis.
- Blackwelder, A. (2021, 8 de agosto). *The Single-Point Rubric*. Consultado el 8 de mayo de 2024, desde <https://growbeyondgrades.org/blog/the-single-point-rubric>
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- CAST. (2018). Universal Design for Learning Guidelines [version 2.2] [Organizador gráfico]. Consultado el 19 de diciembre de 2023, desde <http://udlguidelines.cast.org>
- Cid Castro, E. (2015). *Obstáculos Epistemológicos en la Enseñanza de los Números Negativos* [Tesis doctoral, Universidad de Zaragoza].
- Consejería de Educación. (2022). Decreto 59/2022, de 30 de agosto, por el que se regula la ordenación y se establece el Currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias. *Boletín Oficial del Principado de Asturias*, 1-420.
- Consejería de Educación (Ed.). (2023). *Currículo LOMLOE de Educación Secundaria Obligatoria*. Consultado el 18 de enero de 2024, desde <https://www.educastur.es/-/lomloe-curriculo-de-educacion-primaria-publicacion-digital>
- Corberán Salvador, R., Gutiérrez Rodríguez, Á., Huerta Palau, M. P., Jaime Pastor, A., Margarit Garrigues, J. B., Peñas Pascual, A., & Ruiz Pérez, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Ministerio de Educación y Ciencia.
- Departamento de Educación, Cultura y Deporte. (2022). Orden ECD/1172/2022, de 2 de agosto, por la que se aprueban el currículo y las características de la evaluación de la Educación Secundaria Obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. *Boletín Oficial de Aragón*.

- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). *The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents*. Journal for Research in Mathematics Education.
- García-Gómez, S., & Salas Martínez, M. (2021). Claves para la sostenibilidad de un proyecto innovador en un instituto de educación secundaria. *Profesorado: Revista de curriculum y formación del profesorado*, 25(3), 239-258.
- Gonzalez, J. (2014, 1 de mayo). *Know Your Terms: Holistic, Analytic, and Single-Point Rubrics*. Consultado el 8 de mayo de 2024, desde <https://www.cultofpedagogy.com/holistic-analytic-single-point-rubrics/>
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112.
- Kohn, A. (2006). The Trouble with Rubrics. *English Journal*, 95(4). Consultado el 8 de mayo de 2024, desde <https://www.alfiekohn.org/article/trouble-rubrics/>
- Kohn, A. (2011). The Case Against Grades. *Educational Leadership*. Consultado el 8 de mayo de 2024, desde <https://www.alfiekohn.org/article/case-grades/>
- Liljedahl, P. (2021). *Building Thinking Classrooms in Mathematics: 14 Teaching Practices for Enhancing Learning* [Grades K-12]. Corwin.
- Medina-Vidal, F., Briones-Peñalver, A. J., & Hernández Gómez, E. (2016). La comunicación en los procesos de innovación docente en educación secundaria. *Revista Q*, 10(20), 52-73. doi:10.18566/revistaq.v10n20.a03
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2022). Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. *Boletín Oficial del Estado*, 41571-41789.
- Morales, M., & Fernández, J. (2022). *La evaluación formativa: Estrategias eficaces para regular el aprendizaje*. SM.
- Niss, M. A., & Høygaard, T. (Eds.). (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde Universitet. <http://milne.ruc.dk/ImfufaTekster/>
- Romagnano, L. (2001). The Myth of Objectivity in Mathematics Assessment. *Mathematics Teacher*, 94(1). Consultado el 8 de mayo de 2024, desde <https://peterliljedahl.com/wp-content/uploads/Myth-of-Objectivity-2.pdf>

- Sánchez Caballero, D. (2022). Alumnos y profesores piden cambios en el máster obligatorio de Secundaria: “Acabó con mis ganas de ser docente”. *elDiario.es*. Consultado el 7 de abril de 2024, desde https://www.eldiario.es/sociedad/alumnos-profesores-piden-cambios-master-obligatorio-secundaria-acabo-ganas-docente_1_9717283.html
- Santaengracia, J. J., Rodríguez-Muñiz, L. J., & Palop del Río, B. (2023). Una situación de aprendizaje para el desarrollo del sentido estocástico en Educación Primaria. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 113, 63-80.
- Takahashi, A. (2021). *Teaching Mathematics Through Problem-Solving: A Pedagogical Approach from Japan*. Routledge.
- Vecino Rubio, F. (2003). Didáctica de la Geometría en la Educación Primaria. En M. d. C. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las matemáticas para Primaria* (pp. 301-328). Pearson Educación.