Convexidad para conjuntos difusos intervalo-valorados aplicados a teoría de la decisión

Huidobro Fernández, Pedro[1]; Alonso Velázquez, Pedro[2]; Janiš, Vladimir[3]; Montes Rodríguez, Susana[1]

[1]Departamento de Estadística e I.O., Universidad de Oviedo, España

[2]Departamento de Matemáticas, Universidad de Oviedo, España

[3]Departamento de Matemáticas, Matej Bel University, Eslovaquia

Resumen

Los conjuntos difusos, propuestos por Zadeh[1] en 1965, manejan la imprecisión utilizando grados de pertenencia (de 0 a 1). Los conjuntos difusos intervalo-valorados extienden las herramientas difusas clásicas para lograr una mayor eficiencia y diversas aplicaciones utilizando un intervalo como función de pertenencia. Un conjunto difuso intervalo-valorado *A* se define como una aplicación desde un conjunto *X* a la familia de intervalos cerrados contenidos en el intervalo unidad.

El estudio de la convexidad de conjuntos difusos y sus extensiones ha estado en curso desde el trabajo original de Zadeh[1]. En escenarios de toma de decisiones, donde se involucran alternativas, restricciones y funciones de utilidad, los conjuntos difusos resultan útiles para gestionar la imprecisión al definir objetivos y limitaciones.

En este trabajo estudiamos la noción de conjuntos difusos intervalo-valorados convexos aplicados a la toma de decisiones. Consideraremos la definición de convexidad propuesta por Huidobro et. al 2022[2], que establece que un conjunto difuso intervalo-valorado *A* es convexo si dados x, y, z en X de manera que $x < y < z$, se cumple que $A(x) \leq A(y)$ o $A(z) \leq A(y)$. Para ordenar los intervalos nos fundamentamos en órdenes admisibles que son órdenes totales para intervalos que refinan el orden reticular (Bustince et. al [3]). Combinando la convexidad con la intersección, encontramos propiedades interesantes que pueden utilizarse en procesos de optimización. Estos resultados pueden ser aplicados, según las perspectivas de Yager y Bason[4], y de Bellman y Zadeh[5], a problemas de decisión con alternativas, restricciones y objetivos modelados como conjuntos difusos intervalo-valorados.

Palabras clave: convexidad difusa, conjuntos difusos intervalo-valorados, teoría de la decisión

Los autores han recibido apoyo del Proyecto PID2022-139886NB-100 del Ministerio de Ciencia e Innovación de España.

[1] L.A. Zadeh. Fuzzy sets. Information and Control, 8(3):338 – 353, 1965.

[2] Huidobro, P. Alonso, V. Janiš, and S. Montes. Convexity and level sets for interval-valued fuzzy sets. Fuzzy Optimization and Decision Making, pages 1– 28, 2022.

[3] H. Bustince, J. Fernández, A. Kolesárová, and R. Mesiar. Generation of linear orders for intervals by means of aggregation functions. Fuzzy Sets and Systems, 220:69 – 77, 2013.

[4] R. Yager and D. Basson. Decision making with fuzzy sets. Decision Sciences, 6(3):590–600, 1975.

[5] R. E. Bellman and L. A. Zadeh. Decision-making in a fuzzy environment. Management Science, 17(4): B–141–B–164, 1970.

Convexity for Interval-Valued Fuzzy Sets Applied to Decision-Making

Abstract

Fuzzy sets were first proposed by Zadeh[1] in 1965, in order to manage imprecision using degrees of membership (from 0 to 1). Interval-valued fuzzy sets extend classical fuzzy tools to achieve greater efficiency and diverse applications by using an interval as a membership function. An interval-valued fuzzy set A is defined as a mapping from a set X to the family of closed intervals contained within the unit interval.

The study of convexity of fuzzy sets and their extensions has been ongoing since Zadeh's original work[1]. In decision-making scenarios involving alternatives, constraints, and utility functions, fuzzy sets prove useful in handling imprecision when defining goals and limitations.

In this work, we explore the concept of convex interval-valued fuzzy sets applied to decision-making. We consider the definition of convexity proposed by Huidobro et al. in 2022[2], which states that an interval-valued fuzzy set A is convex if, given x, y, z in X such that $x < y < z$, it holds that $A(x) \leq A(y)$ o $A(z) \leq A(y)$. To order the intervals, we rely on admissible orders, which are total orders for intervals refining the lattice order (Bustince et al.[3]). By combining convexity with intersection, we discover interesting properties that can be applied in optimization processes. These results can be applied, following the perspectives of Yager and Bason[4], and Bellman and Zadeh[5], to decision problems with alternatives, constraints, and objectives modelled as interval-valued fuzzy sets.

Key words: fuzzy convexity, interval-valued fuzzy sets, decision-making

The authors have been supported by the Spanish Ministry of Science and Innovation Project PID2022-139886NB- I00.

[1] L. A. Zadeh. Fuzzy sets. Information and Control, 8(3):338 – 353, 1965.

[2] P. Huidobro, P. Alonso, V. Janiš, and S. Montes. Convexity and level sets for interval-valued fuzzy sets. Fuzzy Optimization and Decision Making, pages 1– 28, 2022.

[3] H. Bustince, J. Fernández, A. Kolesárová, and R. Mesiar. Generation of linear orders for intervals by means of aggregation functions. Fuzzy Sets and Systems, 220:69 – 77, 2013.

[4] R. Yager and D. Basson. Decision making with fuzzy sets. Decision Sciences, 6(3):590–600, 1975.

[5] R. E. Bellman and L. A. Zadeh. Decision-making in a fuzzy environment. Management Science, 17(4): B–141–B–164, 1970.