



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Programa de Doctorado en Energía y Control de Procesos

Desarrollo de un sistema fotovoltaico de concentración basado en un reflector lineal Fresnel de pequeña escala

Tesis Doctoral presentada por:

José Ángel Fernández Rubiera

Director de la Tesis:

Manuel Arsenio Barbón Álvarez



RESUMEN DEL CONTENIDO DE TESIS DOCTORAL

1.- Título de la Tesis	
Español/Otro Idioma: Desarrollo de un sistema fotovoltaico de concentración basado en un reflector lineal Fresnel de pequeña escala	Inglés: Development of a concentration photovoltaic system based on a small-scale linear Fresnel reflector
2.- Autor	
Nombre: JOSÉ ÁNGEL FERNÁNDEZ RUBIERA	DNI/Pasaporte/NIE:
Programa de Doctorado: Energía y Control de Procesos	
Órgano responsable: Centro Internacional de Postgrado	

RESUMEN (en español)

Los efectos del cambio climático sobre la vida cotidiana de las personas es uno de los temas que más atención suscita a nivel global. La alarmante escalada de las emisiones de gases de efecto invernadero, en la última década, ha focalizado este problema en las agendas de los gobiernos de la mayoría de los países. Debido a esta preocupación, periódicamente, los gobiernos de los países se han ido reuniendo en lo que se denomina Conferencia de las Partes (COP, de sus siglas en inglés). En la última Conferencia de las Partes (COP27) celebrada en Egipto en 2022, a la que asistieron 196 países más la Unión Europea, se tomaron decisiones para reforzar la acción de los países para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero, debidas en su mayoría a la utilización de combustibles fósiles para la generación de energía eléctrica. Estas acciones tienen como horizonte el año 2030. Estas acciones incluyen, entre otras, reducir al menos un 40%, con respecto a 1990, las emisiones de gases de efecto invernadero y aumentar, al menos en un 32%, la producción de energía eléctrica mediante fuentes renovables.

El uso de fuentes de energía renovables, como la energía solar o la energía eólica, reduciría la fuerte dependencia de los combustibles fósiles y por lo tanto, la emisión de gases de efecto invernadero. Por lo tanto, este contexto es favorable al desarrollo de tecnologías solares, ya que ayudaría a los países a cumplir con sus compromisos.

En esta Tesis Doctoral se presenta el desarrollo de un sistema fotovoltaico de concentración basado en un reflector lineal Fresnel de pequeña escala. Este sistema permitirá obtener, de forma simultánea, energía eléctrica y térmica. Como en el sector de la construcción sus necesidades energéticas son de origen eléctrico y térmico, el sistema que aquí se presenta resultaría muy beneficioso para este sector. En el diseño de un reflector lineal Fresnel de pequeña escala para obtener solamente energía térmica intervienen numerosos parámetros ampliamente estudiados. Como en este estudio el reflector lineal Fresnel de pequeña escala se usará para obtener energía eléctrica a través de células fotovoltaicas, el estudio es muy diferente al caso anterior. Y si cabe más complejo, debido a la necesidad de que las células fotovoltaicas estén uniformemente iluminadas. Para ello se propone un nuevo diseño de la cavidad reflectora secundaria de un reflector lineal Fresnel de pequeña escala. Otro aspecto fundamental, en este tipo de concentradores solares, es el sistema de control del seguimiento solar, porque hay que controlar hasta tres movimientos. En este sentido se presta especial atención al error de seguimiento solar. El sistema de seguimiento solar es clave en el despliegue de estos concentradores solares sobre cubiertas planas de edificios, ya que la optimización de la distribución sobre la azotea de estos concentradores solares depende del modo de operación elegido.



RESUMEN (en Inglés)

The effects of climate change on people's daily lives is one of the issues that attracts most attention globally. The alarming escalation of greenhouse gas emissions over the last decade has put the issue at the top of most countries' government agendas. Because of this concern, governments of countries have been meeting periodically in what is called the Conference of the Parties (COP). At the last Conference of the Parties (COP27) in Egypt in 2022, attended by 196 countries plus the European Union, decisions were taken to strengthen action by countries to reduce greenhouse gas emissions, mostly due to the use of fossil fuels for power generation. The target date for these actions is 2030. These actions include, among others, reducing greenhouse gas emissions by at least 40% compared to 1990 and increasing electricity production from renewable sources by at least 32%.

The use of renewable energy sources, such as solar energy or wind energy, would reduce the strong dependence on fossil fuels and thus the emission of greenhouse gases. This context is therefore favourable for the development of solar technologies, as it would help countries to meet their commitments.

This Doctoral Thesis presents the development of a concentrating photovoltaic system based on a small-scale linear Fresnel reflector. This system will allow to obtain, simultaneously, electrical and thermal energy. As the energy needs of the building sector are of both electrical and thermal origin, the system presented here would be very beneficial for this sector. Many well-studied parameters are involved in the design of a small-scale linear Fresnel reflector for thermal energy only. Since in this study, the small-scale linear Fresnel reflector will be used to obtain electrical energy through photovoltaic cells, the study is very different from the previous case. It is even more complex, due to the need for the photovoltaic cells to be uniformly illuminated. To this end, a new design of the secondary reflecting cavity of a small-scale linear Fresnel reflector is proposed. Another fundamental aspect, in this type of solar concentrator, is the solar tracking control system, because up to three movements have to be controlled. In this respect, special attention is paid to the solar tracking error. The solar tracking system is key in the deployment of these solar concentrators on flat roofs of buildings, as the optimisation of the rooftop distribution of these solar concentrators depends on the chosen mode of operation.

**SR. PRESIDENTE DE LA COMISIÓN ACADÉMICA DEL PROGRAMA DE DOCTORADO
EN ENERGÍA Y CONTROL DE PROCESO**

6.2.5. Paso 5°. Al día siguiente	146
6.3. Implementación del sistema de control del seguidor solar	147
6.3.1. Sistema de transmisión del movimiento de los espejos	147
6.3.2. Sistema de transmisión del movimiento de la estructura móvil . . .	149
6.3.3. Sistema de transmisión del movimiento del sistema reflector secundario	149
6.3.4. Motores paso a paso y sus controladoras	150
6.3.5. Sistema de control electrónico	151
6.3.6. Análisis de costes	156
6.4. Errores en el seguimiento solar	157
6.5. Resultados numéricos	160
6.6. Conclusiones del capítulo	163
7. CONCLUSIONES	164
8. BIBLIOGRAFÍA	167
9. ANEXOS: SEPARATAS DE ARTÍCULOS	182

NOMENCLATURA

A : *Altitud modelo de Hottel (km)*

A_R : *Área total del reflector (m^2)*

A_M : *Área del campo primario de espejos (m^2)*

A_a : *Área de la apertura de la cavidad secundaria (m^2)*

A_{abs} : *Área del absorbedor (m^2)*

A_r : *Área reflectora de la cavidad (m^2)*

B : *Abertura de la base de la cavidad secundaria (m)*

b : *Ancho de las células fotovoltaicas (m)*

CL_g : *Factor de limpieza del cristal (adimensional)*

CL_m : *Factor de limpieza de los espejos (adimensional)*

C_a : *Relación de concentración (adimensional)*

C_o : *Relación de concentración óptimo (adimensional)*

DNI : *Irradiancia Normal Directa (W/m^2)*

d_i : *Separación entre dos espejos consecutivos ($0 \leq i \leq n$) (m)*

F_{MR} : *Factor de ocupación del campo primario (adimensional)*

F_{bs} : *Factor de factor de sombreado y bloqueo (adimensional)*

F_n : *Factor de excentricidad (adimensional)*

f : *Altura focal (m)*

H : *Altura de la cavidad secundaria (m)*

H_{bh} : *Irradiación solar directa sobre superficie horizontal (W/m^2)*

IAM_i : *Modificador del ángulo de incidencia del espejo i -ésimo*

I_{SC} : *Constante solar (W/m^2)*

I_{bh} : *Irradiancia solar directa sobre superficie horizontal (W/m^2)*

I_0 : *Irradiancia solar extraterrestre sobre superficie normal (W/m^2)*

I_{0h} : *Irradiancia solar extraterrestre sobre superficie horizontal (W/m^2)*

k : *Constante empírica del modelo de Hottel para una atmósfera estándar (adimensional)*

k_0 : *Constante empírica del modelo de Hottel para una atmósfera estándar (adimensional)*

k_1 : *Constante empírica del modelo de Hottel para una atmósfera estándar (adimensional)*

β_i : Ángulo de giro del espejo i ($^\circ$)
 β_i^l : Ángulo de giro del espejo i a la izquierda del espejo central ($^\circ$)
 β_i^r : Ángulo de giro del espejo i a la derecha del espejo central ($^\circ$)
 β_i^e : β_i con error de seguimiento ($^\circ$)
 β_M : Ángulo longitudinal entre el campo de espejos y el plano horizontal ($^\circ$)
 β_S : Ángulo longitudinal entre el sistema secundario y el plano horizontal ($^\circ$)
 β_0 : Ángulo de giro del espejo central ($^\circ$)
 δ : Declinación solar ($^\circ$)
 η_{opt} : Eficiencia óptica (adimensional)
 η_{ray} : Tasa de aceptación de rayos (adimensional)
 γ_S : Azimut solar ($^\circ$)
 Γ : Ángulo diario (h)
 Φ : Semiángulo del cono en forma de V ($^\circ$)
 θ_c : Ángulo de aceptación ($^\circ$)
 θ_i : Ángulo de incidencia de cada rayo solar ($^\circ$)
 θ_i^e : Ángulo de incidencia de cada rayo solar con error de seguimiento ($^\circ$)
 θ_l : Ángulo de incidencia longitudinal ($^\circ$)
 θ_t : Ángulo de incidencia transversal ($^\circ$)
 θ_{t_0} : Intervalo óptimo de operación ($^\circ$)
 θ_z : Ángulo cenit solar ($^\circ$)
 λ : Ángulo de latitud ($^\circ$)
 ρ : Reflectividad de los espejos primarios (adimensional)
 ρ_m : Reflectividad de la cavidad secundaria (adimensional)
 τ : Ángulo que forma el lado reflector de la cavidad secundaria con la horizontal ($^\circ$)
 τ_g : Transmisividad del cristal (adimensional)
 τ_b : Transmitancia atmosférica (adimensional).
 ω : Ángulo horario ($^\circ$)

ÍNDICE DE FIGURAS

2. INTRODUCCIÓN

Fig. 2.1. Previsión de capacidad de las energías renovables entre 2019 y 2030.

Fig. 2.2. Previsión de la generación renovable entre 2019-2030.

Fig. 2.3. Diversas tecnologías de CSP junto con sus proporciones instaladas.

Fig. 2.4. Principio de funcionamiento de una célula fotovoltaica.

Fig. 2.5. Clasificación de las tecnologías fotovoltaicas.

Fig. 2.6. Tipos de células fotovoltaicas más utilizadas en las tecnologías fotovoltaicas.

Fig. 2.7. Células fotovoltaicas, módulo y string.

Fig. 2.8. Configuraciones más comunes de módulos fotovoltaicos.

Fig. 2.9. Sistema típico de energía solar fotovoltaica.

Fig. 2.10. Partes principales de un SSLFR.

Fig. 2.11. Sistema reflector secundario.

Fig. 2.12. Prototipo.

Fig. 2.13. Esquema de un sistema LCPV basado en un SSLFR.

Fig. 2.14. Esquema de un sistema de iluminación natural.

Fig. 2.15. Esquema de un sistema de iluminación natural.

Fig. 2.16. Tipos de recolectores de luz solar.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y PROPUESTA DE UN MÉTODO DE IRRADIANCIA SOLAR

Fig. 3.1. Plano de la eclíptica.

Fig. 3.2. Representación de la bóveda celeste.

Fig. 3.3. Representación de la declinación solar.

Fig. 3.4. Representación del valor de la declinación solar a lo largo del año.

Fig. 3.5. Trayectoria del Sol en los equinoccios y los solsticios.

Fig. 3.6. Representación del recorrido del Sol.

Fig. 3.7. Representación del ángulo horario.

Fig. 3.8. Representación de la Ecuación del Tiempo.

Fig. 3.9. Representación de los ángulos de latitud y longitud.

Fig. 3.10. Coordenadas acimutales.

Fig. 3.11. Transmisión de la irradiancia solar.

Fig. 3.12. Longitudes de onda de la irradiancia solar.

Fig. 3.13. Efecto coseno sobre la radiación solar extraterrestre.

Fig. 3.14. Estimación por satélite \overline{H}_{bs}^m , ajustado por Fourier H_{bf} , y teórica por Hottel H_{bh} .

Fig. 3.15. Ajustado por Fourier I_{bh} y teórica por Hottel I_{bh} para $T = 12$.

Fig. 3.16. Representación de la irradiación directa (izquierda) y la irradiancia directa al mediodía (derecha).

Fig. 3.17. Comparación diaria de la irradiación solar.

4. OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO ÓPTICO DE UN SSLFR CON ILUMINACIÓN UNIFORME

Fig. 4.1. Planos de proyección de la irradiancia solar incidente.

Fig. 4.2. Esquema de la vista transversal de un SSLFR.

Fig. 4.3. Resultados de la simulación con SolTrace para un SSLFR con sombreado.

Fig. 4.4. Densidad de flujo en células PV obtenida con SolTrace para un SSLFR con variación del parámetro d .

Fig. 4.5. Densidad de flujo en células PV obtenida con SolTrace para un SSLFR con $n = 4$.

Fig. 4.6. Densidad de flujo en células PV obtenida con SolTrace para un SSLFR con $n = 4$.

Fig. 4.7. Parámetros utilizados en el diseño.

Fig. 4.8. Condición para evitar el fenómeno de sombreado.

Fig. 4.9. Condición para evitar el fenómeno de bloqueo.

Fig. 4.10. Determinación del fenómeno de sombreado.

Fig. 4.11. Determinación del fenómeno de bloqueo.

Fig. 4.12. Horas del intervalo óptimo de operación.

Fig. 4.13. Ancho del SSLFR vs. θ_{t_0} .

Fig. 4.14. Irradiación anual vs. θ_{t_0} .

Fig. 4.15. Ancho del SSLFR vs. irradiación anual.

Fig. 4.16. Potencia para el día $n_d = 172$.

Fig. 4.17. Potencia para el día $n_d = 355$.

Fig. 4.18. Resultados de la simulación con SolTrace para $n_d = 172$.

Fig. 4.19. Diferencia de superficie no utilizada con Mathematica vs. SolTrace.

Fig. 4.20. Densidad de flujo en las células fotovoltaicas para $n_d = 172$ obtenida con SolTrace.

Fig. 4.21. Relación entre el ancho del SSLFR y θ_{t_0} .

Fig. 4.22. Relación entre el ancho de los espejos y θ_{t_0} .

Fig. 4.23. Relación entre la posición de los espejos y θ_{t_0} .

Fig. 4.24. Horas que abarca el intervalo óptimo de operación.

5. DISEÑO ÓPTIMO DE LA CAVIDAD REFLECTORA SECUNDARIA DE UN SSLFR

Fig. 5.1. Representación de las cavidades en V estándar y parabólica compuesta estándar.

Fig. 5.2. Esquema de la vista transversal de un SSLFR con reflector secundario.

Fig. 5.3. Sección de una cavidad en V estándar.

Fig. 5.4. Sección de una cavidad en V en diente de sierra.

Fig. 5.5. Diseño final de la cavidad en V en diente de sierra y cavidad en V equivalente.

Fig. 5.6. Resultados de la simulación para diferentes superficies, $n_d = 172$, $T = 9 : 00$ (horas).

Fig. 5.7. Simulación de resultados para diferentes superficies, $n_d = 172$, $T = 7 : 00$ (horas).

Fig. 5.8. La impresora 3D y una cavidad en V en diente de sierra durante la impresión.

Fig. 5.9. Fotografía de la cavidad en V en diente de sierra diseñada.

Fig. 5.10. Fotografía de la plataforma experimental láser.

Fig. 5.11. Rayo láser emitido por el generador láser situado en el espejo 2 (lado izquierdo).

Fig. 5.12. Rayo láser emitido por el generador láser situado en el espejo 3 (lado izquierdo).

6. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL SISTEMA DE SEGUIMIENTO SOLAR DEL SSLFR

Fig. 6.1. Representación de los ángulos θ_t y θ_l .

Fig. 6.2. Representación de los tres movimientos de rotación posibles en un SSLFR.

Fig. 6.3. Representación de los parámetros que definen el movimiento de los espejos.

Fig. 6.4. Representación de los parámetros que definen el movimiento de la estructura móvil y del sistema reflector secundario.

Fig. 6.5. Esquema de las posiciones del espejo central.

Fig. 6.6. Esquema de las posiciones de la estructura móvil y del sistema secundario.

Fig. 6.7. Diagrama de flujo del algoritmo.

- Fig. 6.8. Diagrama de flujo del algoritmo del paso 1º.*
- Fig. 6.9. Diagrama de flujo del algoritmo del paso 2º.*
- Fig. 6.10. Diagrama de flujo del algoritmo del paso 3º.*
- Fig. 6.11. Diagrama de flujo del algoritmo del paso 4º.*
- Fig. 6.12. Diagrama de flujo del algoritmo del paso 5º.*
- Fig. 6.13. Diagrama de bloques del diseño de seguidor solar.*
- Fig. 6.14. Diseño general del sistema de transmisión del movimiento de los espejos.*
- Fig. 6.15. Diseño general de la unidad de movimiento.*
- Fig. 6.16. Diseño general del sistema de transmisión del movimiento de la estructura móvil.*
- Fig. 6.17. Diseño general del sistema de transmisión del movimiento del sistema reflector secundario.*
- Fig. 6.18. Fotografías generales del sistema de control electrónico.*
- Fig. 6.19. Diagrama de bloques del control electrónico del sistema de seguimiento solar.*
- Fig. 6.20. Fotografía de la PCB maestra.*
- Fig. 6.21. Fotografía de la PCB GPS.*
- Fig. 6.22. Fotografía de la PCB de temperatura.*
- Fig. 6.23. Fotografía de la PCB de posición.*
- Fig. 6.24. Fotografía de la PCB de irradiancia solar.*
- Fig. 6.25. Ilustración del efecto del error de seguimiento solar.*
- Fig. 6.26. Pérdida de potencia en función del error de seguimiento.*

ÍNDICE DE TABLAS

1. OBJETIVOS Y ESTRUCTURA

1.1. Objetivos

1.2. Estructura

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y PROPUESTA DE UN MÉTODO DE IRRADIANCIA SOLAR

Tabla 3.1. Localizaciones objeto de estudio.

Tabla 3.2. Coeficientes de Fourier a_i de $H_{bf}(n)$ para la irradiación solar directa.

Tabla 3.3. Errores estadísticos de los modelos perturbados en las medias mensuales.

Tabla 3.4. Errores estadísticos de los modelos perturbados en las medias diarias.

4. OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO ÓPTICO DE UN SSLFR CON ILUMINACIÓN UNIFORME

Tabla 4.1. Parámetros que permanecen constantes en las simulaciones.

Tabla 4.2. Parametros del SSLFR que permanecen constantes.

Tabla 4.3. Valores geométricos del diseño óptimo del SSLFR.

Tabla 4.4. Superficie del espejo no utilizada en % debido al sombreado para $n_d = 172$.

Tabla 4.5. Superficie del espejo no utilizada en % debido al sombreado para $n_d = 355$.

Tabla 4.6. Superficie del espejo no utilizada en % debido al sombreado para $n_d = 172$, utilizando SolTrace.

Tabla 4.7. Comparación de la densidad de flujo del modelo y simulación con SolTrace.

5. DISEÑO ÓPTIMO DE LA CAVIDAD REFLECTORA SECUNDARIA DE UN SSLFR

Tabla 5.1. Parámetros de la cavidad en V estándar.

Tabla 5.2. Resultados de la cavidad en V estándar equivalente.

Tabla 5.3. Valores geométricos del diseño óptimo del SSLFR.

Tabla 5.4. Resultados de la simulación de la densidad de flujo para $T = 9 : 00$ (horas).

Tabla 5.5. Resultados de la simulación de la densidad de flujo para $T = 7 : 00$ (horas).

Tabla 5.6. Parámetros óptimos adaptados a la plataforma de prueba experimental.

6. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL SISTEMA DE SEGUIMIENTO SOLAR DEL SSLFR

Tabla 6.1. Algoritmos para determinar la posición del Sol.

Tabla 6.2. Coste del control del sistema de seguimiento solar.

RESUMEN

Los efectos del cambio climático sobre la vida cotidiana de las personas es uno de los temas que más atención suscita a nivel global. La alarmante escalada de las emisiones de gases de efecto invernadero, en la última década, ha focalizado este problema en las agendas de los gobiernos de la mayoría de los países. Debido a esta preocupación, periódicamente, los gobiernos de los países se han ido reuniendo en lo que se denomina Conferencia de las Partes (*COP*, de sus siglas en inglés). En la última Conferencia de las Partes (*COP27*) celebrada en Egipto en 2022, a la que asistieron 196 países más la Unión Europea, se tomaron decisiones para reforzar la acción de los países para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero, debidas en su mayoría a la utilización de combustibles fósiles para la generación de energía eléctrica. Estas acciones tienen como horizonte el año 2030. Estas acciones incluyen, entre otras, reducir al menos un 40 %, con respecto a 1990, las emisiones de gases de efecto invernadero y aumentar, al menos en un 32 %, la producción de energía eléctrica mediante fuentes renovables.

El uso de fuentes de energía renovables, como la energía solar o la energía eólica, reduciría la fuerte dependencia de los combustibles fósiles y por lo tanto, la emisión de gases de efecto invernadero. Por lo tanto, este contexto es favorable al desarrollo de tecnologías solares, ya que ayudaría a los países a cumplir con sus compromisos.

En esta Tesis Doctoral se presenta el desarrollo de un sistema fotovoltaico de concentración basado en un reflector lineal Fresnel de pequeña escala. Este sistema permitirá obtener, de forma simultánea, energía eléctrica y térmica. Como en el sector de la construcción sus necesidades energéticas son de origen eléctrico y térmico, el sistema que aquí se presenta resultaría muy beneficioso para este sector. En el diseño de un reflector lineal Fresnel de pequeña escala para obtener solamente energía térmica intervienen numerosos parámetros ampliamente estudiados. Como en este estudio el reflector lineal Fresnel de pequeña escala se usará para obtener energía eléctrica a través de células fotovoltaicas, el estudio es muy diferente al caso anterior. Y si cabe más complejo, debido a la necesidad de que las células fotovoltaicas estén uniformemente iluminadas. Para ello se propone un nuevo diseño de la cavidad reflectora secundaria de un reflector lineal Fresnel de pequeña escala. Otro aspecto fundamental, en este tipo de concentradores solares, es el sistema de control del seguimiento solar, porque hay que controlar hasta tres movimientos. En este sentido se presta especial atención al error de seguimiento solar. El sistema de seguimiento solar es clave en el despliegue de estos concentradores solares sobre cubiertas planas de edificios, ya que la optimización de la distribución sobre la azotea de estos concentradores solares depende del modo de operación elegido.

Cabe destacar, que en el transcurso de esta investigación han surgido cinco publicaciones en las siguientes revistas: *Electronics*, *Energy*, *Applied Energy*, *Renewable Energy* y *Energies*. Las revistas *Energy*, *Applied Energy*, y *Renewable Energy* están incluidas en el SCI con un índice JCR en la categoría *Energy & Fuels* perteneciente al Primer Cuartil (Q1). La revista *Electronics* está incluida en el SCI con un índice JCR en la categoría *Engineering, Electrical & Electronic* perteneciente al Segundo Cuartil (Q2). Y la revista *Energies*

está incluida en el SCI con un índice JCR en la categoría Energy & Fuels perteneciente al tercer Cuartil (Q3).

ABSTRACT

The effects of climate change on people's daily lives is one of the issues that attracts most attention globally. The alarming escalation of greenhouse gas emissions over the last decade has put the issue at the top of most countries' government agendas. Because of this concern, governments of countries have been meeting periodically in what is called the Conference of the Parties (*COP*). At the last Conference of the Parties (*COP27*) in Egypt in 2022, attended by 196 countries plus the European Union, decisions were taken to strengthen action by countries to reduce greenhouse gas emissions, mostly due to the use of fossil fuels for power generation. The target date for these actions is 2030. These actions include, among others, reducing greenhouse gas emissions by at least 40 % compared to 1990 and increasing electricity production from renewable sources by at least 32 %.

The use of renewable energy sources, such as solar energy or wind energy, would reduce the strong dependence on fossil fuels and thus the emission of greenhouse gases. This context is therefore favourable for the development of solar technologies, as it would help countries to meet their commitments.

This Doctoral Thesis presents the development of a concentrating photovoltaic system based on a small-scale linear Fresnel reflector. This system will allow to obtain, simultaneously, electrical and thermal energy. As the energy needs of the building sector are of both electrical and thermal origin, the system presented here would be very beneficial for this sector. Many well-studied parameters are involved in the design of a small-scale linear Fresnel reflector for thermal energy only. Since in this study, the small-scale linear Fresnel reflector will be used to obtain electrical energy through photovoltaic cells, the study is very different from the previous case. It is even more complex, due to the need for the photovoltaic cells to be uniformly illuminated. To this end, a new design of the secondary reflecting cavity of a small-scale linear Fresnel reflector is proposed. Another fundamental aspect, in this type of solar concentrator, is the solar tracking control system, because up to three movements have to be controlled. In this respect, special attention is paid to the solar tracking error. The solar tracking system is key in the deployment of these solar concentrators on flat roofs of buildings, as the optimisation of the rooftop distribution of these solar concentrators depends on the chosen mode of operation.

It should be noted that during the course of this research, five publications have appeared in the following journals: *Electronics*, *Energy*, *Applied Energy*, *Renewable Energy* and *Energies*. The journals *Energy*, *Applied Energy*, and *Renewable Energy* are included in the SCI with a JCR index in the category *Energy & Fuels* belonging to the First Quartile (Q1). The journal *Electronics* is included in the SCI with a JCR index in the category *Engineering, Electrical & Electronic* belonging to the Second Quartile (Q2). And the journal *Energies* is included in the SCI with a JCR index in the *Energy & Fuels* category belonging to the third quartile (Q3).

Capítulo 1

OBJETIVOS Y ESTRUCTURA

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo General

Esta Tesis Doctoral presenta el desarrollo de un sistema fotovoltaico de baja concentración basado en un reflector lineal Fresnel de pequeña escala. Debido a la necesidad de iluminación uniforme de las células fotovoltaicas, para evitar pérdidas elevadas de potencia y la aparición de puntos calientes, el estudio que aquí se plantea es complejo, ya que intervienen un elevado número de parámetros a optimizar. Además, como la instalación natural de concentradores solares de pequeña escala, son las cubiertas planas de edificios, la restricción de la superficie disponible condiciona el diseño del reflector lineal Fresnel de pequeña escala. Por lo que se presta especial atención al diseño del control del sistema de seguimiento solar y al sistema reflector secundario ya que condiciona el diseño del sistema reflector primario.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Analizar los parámetros que influyen sobre la uniformidad de iluminación de las celdas fotovoltaicas, tales como: separación entre espejos adyacentes, ancho de los espejos, altura focal y número de espejos.
- Analizar el diseño transversal del reflector lineal Fresnel de pequeña escala para determinar la separación entre espejos del sistema reflector primario para evitar la aparición de los fenómenos de sombreado y de bloqueo de los rayos solares entre espejos adyacentes, ya que afectan directamente a la uniformidad de la iluminación de las células fotovoltaicas.
- Analizar el diseño longitudinal del reflector lineal Fresnel de pequeña escala para asegurar la uniformidad de la iluminación de las células fotovoltaicas.
- Diseñar y validar un algoritmo que asegure la uniformidad de iluminación de las celdas fotovoltaicas, optimizando los parámetros del reflector lineal Fresnel de pequeña escala.

- Diseñar, validar, implementar, y ensayar una nueva cavidad secundaria que asegure la uniformidad de iluminación de las celdas fotovoltaicas y disminuya las dimensiones constructivas en comparación con una cavidad secundaria clásica.
- Diseñar y construir el control de un sistema de seguimiento solar, especificando las ecuaciones que lo gobiernan, su funcionalidad, y los componentes utilizados para su fabricación.
- Estimar los costes del control del sistema de seguimiento solar para las diferentes configuraciones de un reflector lineal Fresnel de pequeña escala.
- Analizar la influencia del error de seguimiento solar sobre la discretización del movimiento del motor que acciona los espejos del sistema reflector primario.

1.2. Estructura

Esta Tesis Doctoral se estructura en 8 capítulos, cuyo contenido de cada uno de ellos se describe a continuación.

En el Capítulo 1 se plantean los Objetivos de la Tesis Doctoral, tanto generales como específicos. También se presenta la estructura en capítulos de la misma, y por último, se recogen las publicaciones derivadas de los estudios realizados para lograr estos objetivos planteados, analizando sus indicios de calidad.

El Capítulo 2 o de Introducción, se presenta en primer lugar, la situación de las energías renovables en el contexto mundial y nacional, particularizando para la energía solar. También se muestran las tecnologías solares que se pueden utilizar para la generación de energía eléctrica, dentro de las cuales se encuentra el objeto de esta Tesis Doctoral. Se presta especial atención a los concentradores solares de pequeña escala, en concreto al reflector lineal Fresnel. Y por último, se revisa el campo de aplicaciones del reflector lineal Fresnel en el ámbito de la Ingeniería Eléctrica que pudieran favorecerse de los estudios realizados en la presente Tesis Doctoral.

En el Capítulo 3 se divide en dos partes. En la primera, se revisan diversos resultados teóricos relacionados con la geometría solar, en particular los ángulos solares, y los modelos que se pueden utilizar para la estimación de la irradiancia solar directa. Como consecuencia de este estudio, se detecta la necesidad de disponer de un modelo más preciso, que es el objetivo de la segunda parte del capítulo: El desarrollo de un método para la determinación de la irradiancia solar directa. Para ello, se presenta una técnica novedosa que utiliza la expansión de Fourier aplicada a la media mensual de la irradiación solar directa, y un modelo de día despejado, para obtener una serie de coeficientes de perturbación diarios, que mejora la predicción de la irradiancia solar directa.

En el Capítulo 4 se analizan las principales causas de iluminación no uniforme de las células fotovoltaicas en este tipo de sistemas fotovoltaicos de baja concentración, con el fin de detectar los parámetros de diseño que producen esta iluminación no uniforme. El análisis es crucial, ya que la iluminación heterogénea del sistema fotovoltaico disminuye su factor de llenado y su eficiencia eléctrica global, e incluso puede dañar las células fotovoltaicas si se forman puntos calientes. Con el fin de asegurar esta iluminación uniforme, se define

el denominado intervalo óptimo de operación, en el cual se aseguran las condiciones de uniformidad en la iluminación de las células fotovoltaicas. A continuación, se desarrollan ecuaciones que determinan los parámetros del reflector lineal Fresnel de pequeña escala, que aseguren la iluminación uniforme de las células fotovoltaicas, tales como: el ancho de los espejos, el número de espejos y sus posiciones. También en este capítulo, se verifican las ecuaciones deducidas, mediante el método Monte Carlo Ray Tracing. Por último, se presenta un sistema gráfico para el diseño óptimo de este tipo de concentradores solares con iluminación uniforme, que facilita la aplicación del algoritmo de optimización desarrollado.

En el Capítulo 5 se analizan las principales cavidades receptoras que se pueden utilizar en un reflector lineal Fresnel de pequeña escala cuya función sea obtener energía térmica, con el fin de seleccionar las que se puedan utilizar en sistemas fotovoltaicos de baja concentración. Como la iluminación de las células fotovoltaicas tiene que ser uniforme, solamente la cavidad en V estándar y la cavidad parabólica compuesta estándar pueden ser utilizadas en el tipo de sistemas que aquí se plantea. Se analizan estas dos cavidades receptoras, concluyendo que la cavidad en V estándar es la más adecuada para disminuir el coste del concentrador solar. Pero, esta cavidad tiene el gran inconveniente de su elevada altura, por lo que se propone el diseño de una nueva cavidad receptora, denominada cavidad en V en diente de sierra. El diseño propuesto se verifica utilizando el método Monte Carlo Ray Tracing. Y posteriormente, se fabrica un prototipo que será ensayado en una plataforma láser experimental.

En el Capítulo 6 se presenta el diseño de un algoritmo de control del sistema de seguimiento solar con tres movimientos. Estos tres movimientos, son necesarios para que las células fotovoltaicas estén uniformemente iluminadas. Además del desarrollo teórico, se construye el control, para detectar los posibles fallos del modelo teórico. Para ello, se analizan y se seleccionan los dispositivos adecuados para implementar el control del seguidor solar. También se evalúa el coste del sistema propuesto. Por último, se analizan las principales fuentes de error del sistema de seguimiento solar en este tipo de concentradores solares, y se estudia su efecto sobre la potencia.

En el Capítulo 7 se recogen las principales conclusiones extraídas de cada uno de los capítulos, y finalmente el Capítulo 8 presenta las referencias bibliográficas empleadas en el desarrollo de la Tesis Doctoral.

1.3. Publicaciones derivadas de los estudios realizados

Cabe destacar, que en el transcurso de esta investigación han surgido cinco publicaciones en las siguientes revistas: Energy (ISSN: 0360-5442), Applied Energy (ISSN: 0306-2619), Renewable Energy (ISSN: 0960-1481), Energies (ISSN: 1996-1073) y Electronics (ISSN: 2079-9292)). Las revistas Energy, Applied Energy, y Renewable Energy están incluida en el SCI con un índice JCR en la categoría Energy & Fuels perteneciente al Primer Cuartil (Q1). La revista Electronics están incluida en el SCI con un índice JCR en la categoría Engineering, Electrical & Electronic perteneciente al Segundo Cuartil (Q2). Y la revista Energies está incluida en el SCI con un índice JCR en la categoría Energy &

Fuels perteneciente al Tercer Cuartil (Q3).

Estas publicaciones son las siguientes:

- J.A. Fernández-Rubiera, A. Barbón, L. Bayón, M. Ghodbane, Sawtooth V-trough cavity for low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors: Optimal design, verification and construction, *Electronics* 12, 2770, 1-32, 2023.

JCR 2022: 2.9. Posición: 131/275 (Q2) Engineering, Electrical & Electronic

Número de citas: 0

- A. Barbón, P. Fortuny Ayuso, L. Bayón, J.A. Fernández-Rubiera, Non-uniform illumination in low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors, *Energy* 239, 122217, 1-16, 2022.

JCR 2021: 9.0. Posición: 22/115 (Q1) Energy & Fuels

Número de citas: 3

- A. Barbón, C. Bayón-Cueli, J.A. Fernández-Rubiera, L. Bayón, Theoretical deduction of the optimum tilt angles for small scale linear Fresnel reflectors, *Energies* 14, 2883, 1-15, 2021.

JCR 2021: 3.252. Posición: 80/119 (Q3) Energy & Fuels

Número de citas: 0

- A. Barbón, J.A. Fernández-Rubiera, L. Martínez-Valledor, A. Pérez-Fernández, L. Bayón, Design and construction of a solar tracking system for small-scale linear Fresnel reflector with three movements, *Applied Energy* 285, 1-17, 2021.

JCR 2021: 11.446. Posición: 15/119 (Q1) Energy & Fuels

Número de citas: 15

- A. Barbón, P. Fortuny Ayuso, L. Bayón, J.A. Fernández-Rubiera, Predicting Beam and Diffuse Horizontal Irradiance using Fourier Expansions, *Renewable Energy* 154, 46-57, 2020.

JCR 2020: 8.001. Posición: 16/114 (Q1) Energy & Fuels

Número de citas: 16

También he presentado en el Congreso Internacional: 2022 IEEE International Conference on Environmental and Electrical Engineering (EEEIC2022) 2022, June 28-31, 2022 in Prague (Czech Republic), la ponencia titulada:

- J.A. Fernández Rubiera, A. Barbón, L. Bayón, G. Díaz, C. Bayón-Cueli, Low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors: Development of a new sawtooth V-trough concentrator.

Capítulo 2

INTRODUCCIÓN

Este capítulo de la Tesis Doctoral sirve para poner de manifiesto la necesidad de los estudios que se presentan.

En primer lugar se abordará la situación de las energías renovables, en la obtención de energía eléctrica, en el contexto mundial y nacional, particularizando para la energía solar. Por este motivo, se analizan las tecnologías solares que se pueden utilizar para la generación de energía eléctrica. Como se trata de obtener energía eléctrica de forma directa, se compararán los sistemas fotovoltaicos de no concentración, con los sistemas fotovoltaicos de concentración, que es el estudio que aquí se acomete. A continuación, se presentarán los concentradores solares clásicos, que son los competidores naturales del reflector lineal Fresnel de pequeña escala, que es el concentrador solar objeto de este estudio. También se analiza la importancia de operar con concentradores solares de pequeña escala, así como la constitución de un reflector lineal Fresnel de pequeña escala. Por último, se revisará el campo de aplicaciones de este concentrador solar en el ámbito de la Ingeniería Eléctrica que pudieran favorecerse de los estudios realizados en la presente Tesis Doctoral.

2.1. Contexto del estudio

La demanda de energía eléctrica a nivel mundial lleva décadas aumentando, debido al incesante crecimiento de la población y al rápido desarrollo industrial. Como la mayor parte de la energía eléctrica se genera con combustibles fósiles, este aumento lleva parejo un continuo incremento de las emisiones de gases de efecto invernadero. Lo que se traduce, en un incremento de la temperatura de la atmósfera debido al calentamiento global. Este hecho, a provocado que los gobiernos de la mayoría de los países pongan el foco en la disminución de la emisión de estos gases. En concreto, los estados miembros de la Unión Europea (*EU*, de sus siglas en inglés) firmaron el Protocolo de Kyoto [167]. Las obligaciones vinculantes de este protocolo, se han visto aceleradas con el Acuerdo de París de 2015 [169] y las estrategias de descarbonización a 2030 de la *EU*, establecidas en [54]. Los objetivos fijados, entre otros, son: (i) Con respecto a los gases de efecto invernadero, reducción de al menos el 40 % con respecto al año 1990; (ii) Con respecto al uso de la energía renovable, presencia de al menos el 32 % de energía renovable en el mix de energía final; y (iii) Con respecto a la eficiencia energética, mejora del 32,5 %.

Además, el marco regulatorio y político de la *EU* en materia de energía, apremia a los estados miembros a establecer medidas nacionales, recogidas en los denominados “Planes Integrados de Energía y Clima”, que potencien el uso de las energías renovables y que reduzcan sus emisiones netas de CO_2 .

En ese marco regulatorio, España remitió su Plan Nacional Integrado de Energía y Clima (*PNIEC*) para el periodo 2021 – 2030 [118], cuyos objetivos a 2030 están vinculados con los de la *EU*: (i) Con respecto a los gases de efecto invernadero, reducción del 23 % de emisiones de gases de efecto invernadero; (ii) Con respecto al uso de la energía renovable, 42 % de fuentes renovables y un 74 % de energía renovable en la generación eléctrica; y (iii) Con respecto a la eficiencia energética, 39,5 % de mejora. En esta línea de acción, la Ley de Cambio Climático y Transición Energética aprobada en 2021, marca la hoja de ruta hacia la neutralidad climática y la descarbonización a 2050.

El *PNIEC* estima que las tecnologías renovables eólica y solar fotovoltaica sean las que más crezcan. Las Fig. 2.1 y Fig. 2.2 muestran esta previsión.

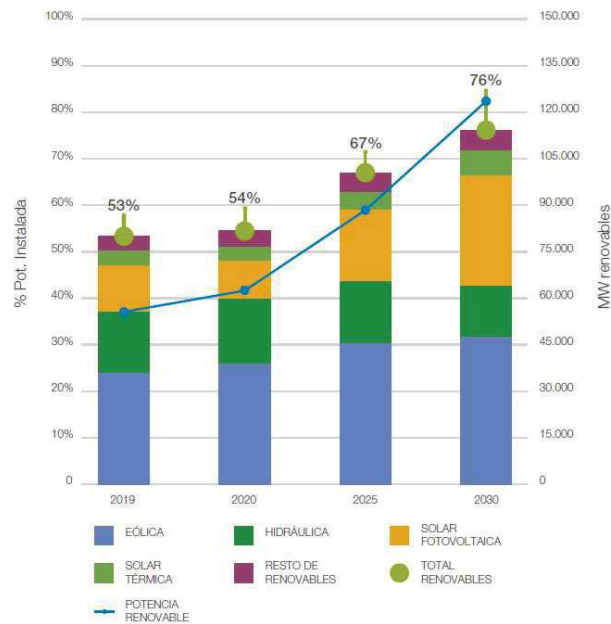


Fig. 2.1. Previsión de potencia renovable instalada entre 2019-2030 [118].

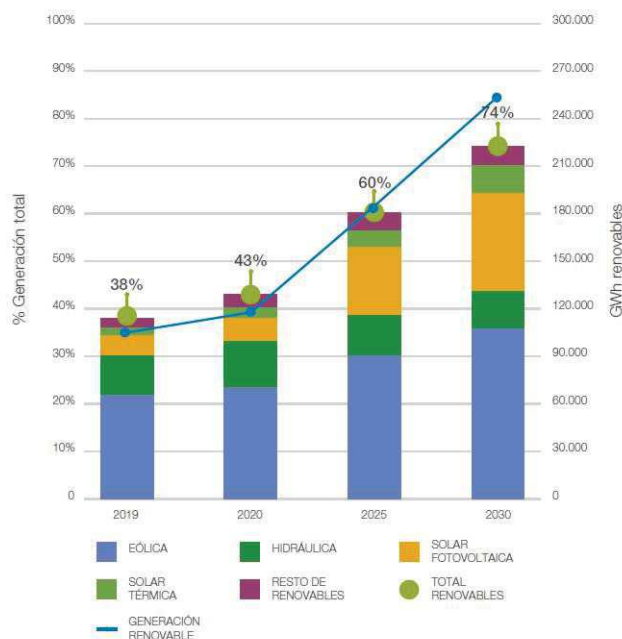


Fig. 2.2. Previsión de la generación renovable entre 2019-2030 [118].

Por lo tanto, para que se cumplan estas estimaciones, se requerirá un aumento considerable de nueva capacidad de producción renovable. En concreto, un factor multiplicador de 2,1 entre 2019 y 2030. Y con respecto, al mix energético, un factor multiplicador de 2,6 entre los mismos años.

Según la Agencia Internacional de Energías Renovables (*IRENA*) [88], la reducción de la dependencia de los combustibles sólidos pasa por una profunda transformación del sistema energético, para ello es primordial potenciar las energías renovables. Por lo tanto, las energías renovables son uno de los pilares de la transición energética, que deben ser impulsadas en todos los sectores. En 2050, todos los países deberán haber incrementado notablemente el uso de las energías renovables en relación a la energía total. Este informe, hace especial incapié en la descarbonización del sector eléctrico, otro punto clave en la transición energética. La estimación de la cuota de energías renovables en el sector eléctrico es del 85 % en 2050. Por lo tanto, el sector eléctrico tiene que realizar importantes avances y acelerar el ritmo de instalación de potencia renovable. Otro aspecto que muestra este informe, es el económico. El cual, resulta positivo. Aunque los costes adicionales de la transición energética ascenderían a 1,7 (billones USD) al año, hasta 2050. Estos costes se compensarían con otros beneficios, como: (i) la salud de la personas, cuyo gasto sanitario asociado lastra los sistemas de salud, (ii) la reducción de la contaminación atmosférica, y (iii) los daños ambientales.

En concreto, la generación con energías renovables presentaron un incremento del 16,5 % en 2021 en todo el mundo [35]. Para la energía solar, el incremento fue del 22,3 % [35]. Con respecto a Europa, la generación con energías renovables supuso un aumento del 2,9 %, y para la energía solar, un incremento del 11,6 % [35]. Con respecto a España, la generación con energía solar fue del 30,1 % [35].

La capacidad de la energía solar en el mundo en 2021 aumentó un 19,0 % [35], y en Europa, aumentó un 14,7 % [35]. Con respecto a España, este aumento fue del 33,1 % [35].

Según las estadísticas anteriores, la energía solar es una de las fuentes de energía renovable que más ha aumentado. Es de esperar, que la energía solar tenga un papel clave en la sustitución de los combustibles fósiles debido a sus propiedades: energía limpia, gratuita e ilimitada.

2.2. Tecnologías solares

Las tecnologías solares se pueden clasificar en tecnología solar térmica y en tecnología fotovoltaica. A su vez, esta última se puede clasificar en sistemas fotovoltaicos de concentración y de no concentración. Uno de los sistemas fotovoltaicos de concentración será el objeto de esta Tesis Doctoral.

2.2.1. Tecnología solar térmica

La energía solar de concentración (*CSP*, de sus siglas en inglés) es una tecnología ampliamente utilizada para la explotación a gran escala de la energía solar [175]. Su principio de funcionamiento se basa en la concentración de irradiancia solar para producir energía térmica [109]. El interés de esta tecnología se debe principalmente a la facilidad que tiene la energía térmica a ser almacenada. Por lo tanto, la tecnología *CSP* con almacenamiento de energía térmica, tiene el potencial de desvincular la generación de energía de la

disponibilidad del recurso solar, asegurando su estabilidad y obteniendo mayores beneficios, al poder elegir los períodos más rentables de generación eléctrica [90]. Con este sistema de almacenamiento, se suaviza la dependendencia de las variables climáticas sobre la generación de energía y se disminuye considerablemente la incertidumbre del mercado eléctrico a la hora de ofertar la energía eléctrica. Redundando, ambos aspectos, en la mejora de la rentabilidad de la planta.

Hay varias tecnologías que se pueden utilizar en la *CSP*. La diferencia entre ellas radica en como reciben la energía del Sol, es decir, como es el enfoque, y como absorbe la energía, es decir, el receptor [90]. El enfoque puede ser lineal o puntual, y el receptor puede ser fijo o móvil. A continuación se aclaran estos conceptos.

En el enfoque lineal, se sigue al Sol a lo largo de un eje y se concentra la irradiancia solar sobre un receptor lineal. En el enfoque puntual, se sigue al Sol a lo largo de dos ejes y se concentra la irradiancia solar sobre un receptor puntual. En el enfoque lineal, el seguimiento del Sol es más sencillo, ya que se trata del seguimiento a un eje. En el enfoque puntual, el seguimiento del Sol es más complicado, ya que se trata del seguimiento a dos ejes, pero se obtienen temperaturas más altas.

El receptor fijo carece de movimiento, es estacionario, y es independiente al tipo de enfoque de la planta. En cambio, el receptor móvil se mueve de forma solidaria al dispositivo de enfoque. En el primer caso, se facilita el transporte del calor recogido por el absorbedor.

La combinación de estas 4 posibilidades, dan lugar a 4 tecnologías de *CSP* [184]: (i) Disco parabólico. En esta tecnología el enfoque es puntual y el receptor móvil; (ii) Colector cilindro parabólico. En esta tecnología el enfoque es lineal y el receptor móvil; (iii) Torre con recepción central. En esta tecnología el enfoque es puntual y el receptor fijo; y, (iv) Reflector lineal de Fresnel (*LFR*, de sus siglas en inglés). En esta tecnología el enfoque es lineal y el receptor fijo. La Fig. 2.3 muestra las distintas tecnologías de *CSP* y sus proporciones instaladas en la combinación de tecnologías a nivel mundial.

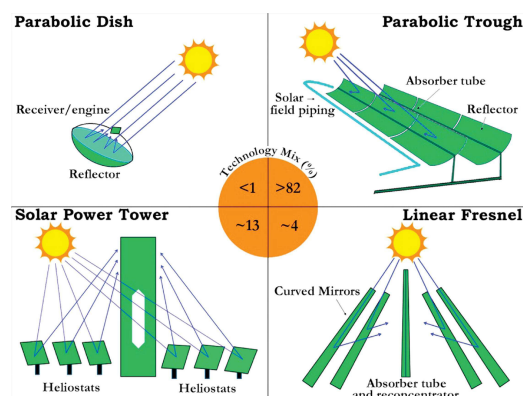


Fig. 2.3. Diversas tecnologías de *CSP* junto con sus proporciones instaladas [184].

En las plantas de energía *CSP*, además del concentrador solar, constan de otros elementos, como: turbina de vapor y generador eléctrico. El modo de operación de estos sistemas *CSP* es el siguiente: el concentrador solar enfoca la irradiancia solar sobre el receptor que transporta el fluido caloportador que se calienta a alta temperatura. Una vez, calentado

este fluido, mediante un intercambiador de calor, se genera vapor de agua que va a la turbina de vapor convencional que es la que acciona el generador eléctrico. El sistema de almacenamiento de energía térmica está integrada en la planta *CSP*, permitiendo el funcionamiento continuo de la planta durante la noche y en días nublados.

2.2.2. Tecnología solar fotovoltaica

El principio de la energía solar fotovoltaica consiste en la conversión directa de la luz solar en electricidad basada en el efecto fotovoltaico. Para ello, se utilizan células fotovoltaicas, como se muestra en la Fig. 2.4 [187].

La luz solar está formada principalmente por fotones. Estos fotones, son unidades discretas de energía contenidas en la luz. En cambio, una celda fotovoltaica está formada por materiales semiconductores, como por ejemplo el silicio, formando una unión $p-n$. Cuando la luz solar incide sobre una célula fotovoltaica, esta puede absorber algunos de los fotones que contiene la luz solar, lo que lleva a la formación de pares de huecos de electrones en la célula. Y cuando la célula está conectada a una carga eléctrica, la diferencia de potencial hace que los electrones del lado n se muevan hacia el lado p de la unión de la célula, generando una corriente eléctrica en la carga [187].

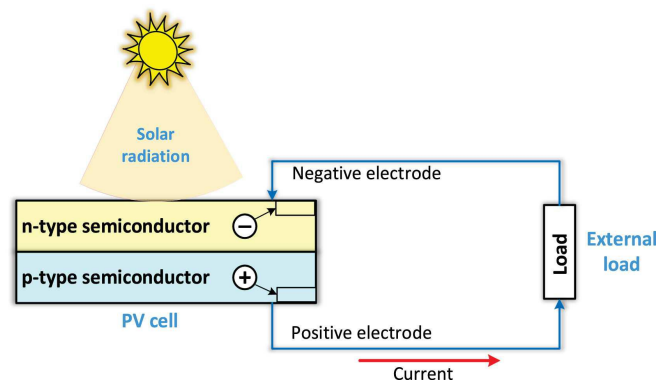


Fig. 2.4. Principio de funcionamiento de una célula fotovoltaica [187].

Por lo tanto, la célula fotovoltaica es la unidad fundamental de esta tecnología, por lo que, se han desarrollado muchos tipos de células fotovoltaicas. La amplia gama de células fotovoltaicas incluye una variedad de materiales y estructuras. Pero, en la actualidad, existen tres tecnologías fotovoltaicas principales, que se pueden clasificar como tecnologías de primera, segunda y tercera generación. La Fig. 2.5 muestra la clasificación de las tecnologías más importantes de células fotovoltaicas.

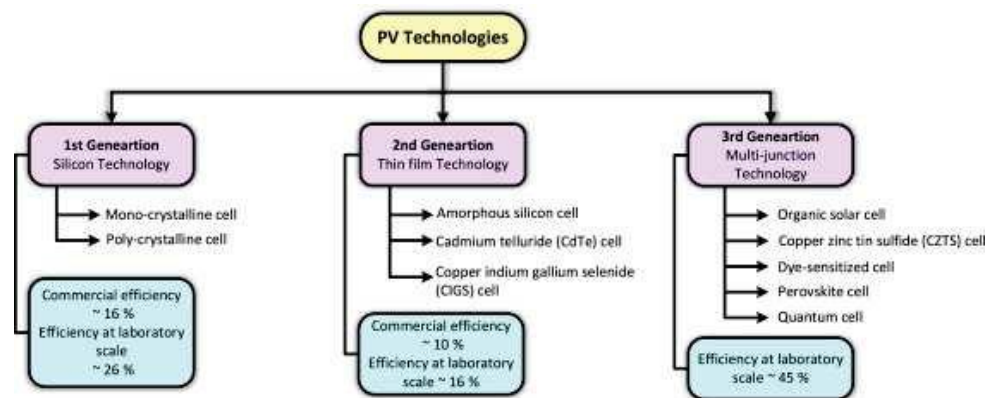


Fig. 2.5. Clasificación de las tecnologías fotovoltaicas [50].

- (i) Células fotovoltaicas de primera generación. Su componente fundamental es el silicio cristalino ($c-Si$). Son las células fotovoltaicas más utilizadas en la actualidad, ya que representan más del 90 % de la industria de células fotovoltaicas. Varios son los motivos de su amplio uso, destacando la estabilidad del $c-Si$ y su aceptable eficiencia [154]. Estas células fotovoltaicas son relativamente caras debido a las dificultades en la preparación industrial del silicio de alto grado de pureza [98].
- (ii) Células fotovoltaicas de segunda generación. Se basan en la tecnología de película delgada, para ello, utilizan capas muy delgadas de materiales semiconductores. Los materiales semiconductores empleados son: Si amorfo, $CdTe$ y $CIGS$. El coste de fabricación de este tipo de células fotovoltaicas es bajo, pero tienen el inconveniente de su baja eficiencia [104].
- (iii) Células fotovoltaicas de tercera generación. Estas células fotovoltaicas utilizan polímeros para su fabricación, como: fullereno, polímero híbrido y perovskita. Este tipo de células fotovoltaicas están en desarrollo y no se han comercializado ampliamente [50].

Los trabajos de investigación sobre células fotovoltaicas versan principalmente sobre la mejora de su eficiencia eléctrica. Por lo que, la tendencia actual es mejorar la eficiencia eléctrica de la células fotovoltaicas de segunda generación, manteniendo su bajo coste de fabricación [102]. La Fig. 2.6 muestra imágenes de las células fotovoltaicas más utilizadas en la tecnología fotovoltaica.

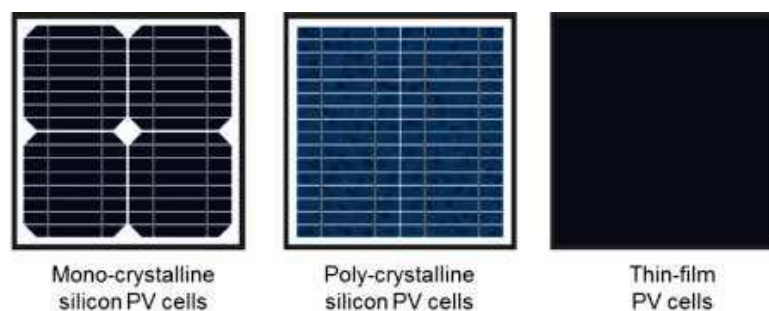


Fig. 2.6. Tipos de células fotovoltaicas más utilizadas en las tecnologías fotovoltaicas [50].

Las magnitudes eléctricas de una célula fotovoltaica son relativamente bajas. Por ejemplo, una celda fotovoltaica comercial genera entre sus terminales una diferencia de potencial de aproximadamente 0,5 (V) y una corriente eléctrica que varía en función de la irradiancia solar incidente [68]. Por lo tanto, por si misma, una célula fotovoltaica no tendría aplicaciones prácticas. Por lo que, es necesario asociar varias células fotovoltaicas para obtener magnitudes eléctricas acordes con las cargas eléctricas existentes. Las células fotovoltaicas se asocian en serie para aumentar la diferencia de potencial del conjunto de células. Y, se asocian en paralelo para aumentar la corriente eléctrica del conjunto de células. O lo que es más común, se asocian en serie-paralelo, para mejorar las dos magnitudes a la vez. La asociación serie-paralelo es la que se utiliza en los módulos fotovoltaicos. A su vez, los módulos fotovoltaicos también se pueden asociar en serie y/o paralelo para constituir un string. La Fig. 2.7 muestra los tres términos que han comentado.

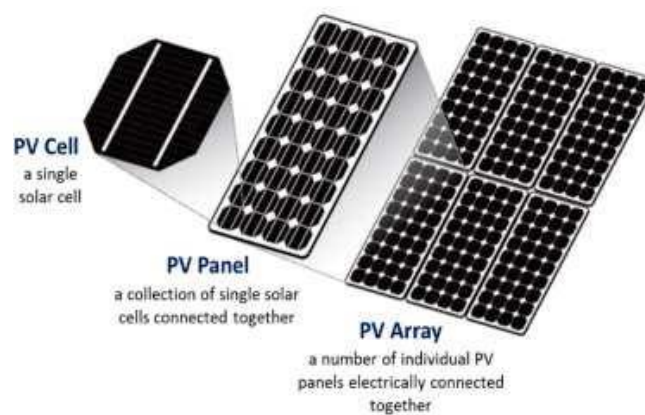


Fig. 2.7. Células fotovoltaicas, módulo y string [50].

Además del aspecto eléctrico de la célula fotovoltaica, también es necesario tener en cuenta su aspecto constructivo, ya que sus magnitudes eléctricas dependen de la temperatura de trabajo de la célula fotovoltaica. Además de las células fotovoltaicas, otros componentes forman parte de la estructura laminada de un módulo fotovoltaico, como: la cubierta frontal de vidrio, el encapsulante frontal, la célula fotovoltaica, el encapsulante posterior, y el laminado posterior. Además de estos elementos, otros componentes auxiliares son necesarios: las interconexiones internas, los diodos bypass, la caja de conexión, el marco, los cables de conexión, y los conectores. La Fig. 2.8 muestra las configuraciones más comunes de módulos fotovoltaicos para silicio cristalino (izquierda) y película delgada de CdTe (derecha).

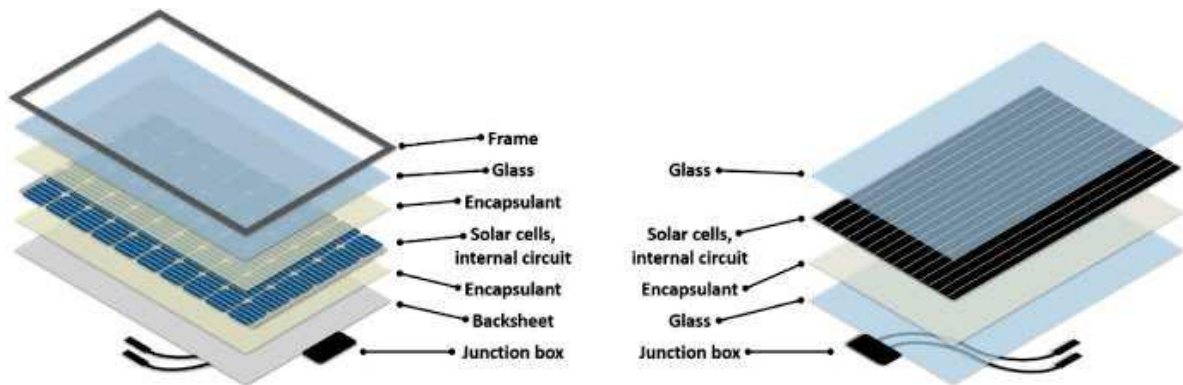


Fig. 2.8. Configuraciones más comunes de módulos fotovoltaicos [5].

Aunque el módulo fotovoltaico es el encargado de convertir la energía solar en energía eléctrica de corriente continua, es necesario disponer de otros componentes para poder utilizar de forma eficiente esta energía. Un sistema fotovoltaico conectado a red, se compone fundamentalmente de módulos fotovoltaicos y de inversores solares. Si además, se quiere almacenar energía, se necesitan baterías y reguladores de carga.

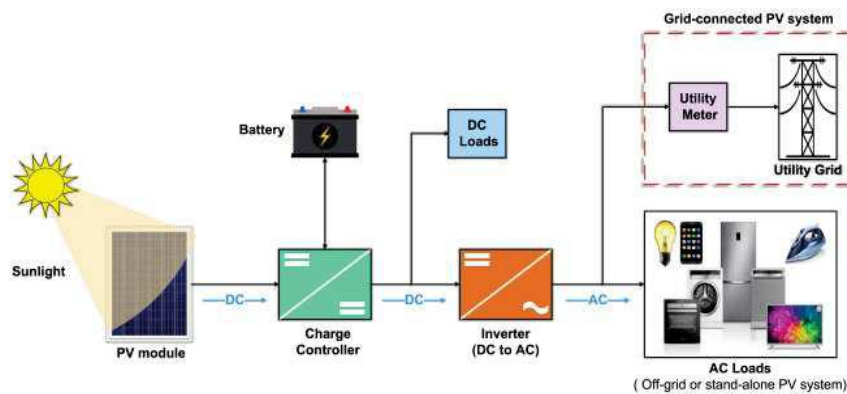


Fig. 2.9. Sistema típico de energía solar fotovoltaica [50].

El inversor solar es el componente que convierte la potencia de corriente continua, producida por los módulos fotovoltaicos, en potencia de corriente alterna. Posteriormente, esta energía puede ser utilizada por un sistema fotovoltaico independiente (red eléctrica local fuera de la red), por un sistema conectado a red (vertiendo la energía generada a una red eléctrica comercial) o utilizada para ambos sistemas. Un inversor solar puede utilizar dos tipos de control: control por modulación de ancho de pulso (*PWM*) y control por búsqueda del punto de máxima potencia (*MPPT*). Este último es más caro pero más eficiente [123].

La batería es el componente que sirve para almacenar el excedente de la producción fotovoltaica, para su uso durante la noche o en días con escasez de luz solar.

El regulador de carga aumenta la vida útil de las baterías, al evitar que estas se sobrecarguen o se descarguen totalmente.

2.3. Tecnologías fotovoltaicas: sistemas de concentración y de no concentración

Las tecnologías fotovoltaicas, de concentración y de no concentración, son aplicaciones de la energía solar para producir electricidad, ya que las células fotovoltaicas pueden convertir directamente la energía solar en energía eléctrica, que es la forma más directa de utilizar la energía solar para generar electricidad.

Un sistema fotovoltaico de concentración (*CPV*, de sus siglas en inglés) recoge la irradiancia solar de una superficie amplia (área de captación) y la enfoca en una superficie mucho más pequeña (área de recepción), utilizando para ello dispositivos ópticos, como espejos y lentes. De esta manera, se aumenta el flujo de energía solar que llega a las células fotovoltaicas. La tecnología *CPV* puede clasificarse en tres categorías: tecnología fotovoltaica de baja concentración (*LCPV*, de sus siglas en inglés), tecnología fotovoltaica de concentración media (*MCPV*, de sus siglas en inglés) y tecnología fotovoltaica de alta concentración (*HCPV*, de sus siglas en inglés). En la *LCPV* se utiliza una concentración de entre 2 y 10 soles ($1 \text{ sol} = 1000 \text{ (W/m}^2\text{)}$), en la *MCPV* entre 10 y 100 soles, y en la *HCPV* entre 100 y 1000 soles [182].

En cambio, los sistemas fotovoltaico de no concentración tienen la misma superficie de captación y de recepción.

A continuación se muestran algunas diferencias de los sistemas fotovoltaico de concentración y de no concentración:

- (i) El uso de los sistemas fotovoltaicos de no concentración ha aumentado significativamente su presencia en el sector eléctrico, debido principalmente a la reducción de costes. Según el reciente informe de la Agencia Internacional de Energías Renovables (*IRENA*) [89], se espera que el coste nivelado de la energía (*LCOE*) de los sistemas fotovoltaicos de no concentración disminuya a 0,05 (USD/kWh) para el año 2050. La reducción del coste de los módulos fotovoltaicos ha sido una de las principales razones de este descenso [28]. En este sentido, la Agencia Internacional de Energías Renovables (*IRENA*) presentó un informe en 2017 en el que pronosticaba un descenso del 60 % en el coste de los módulos fotovoltaicos en los próximos 10 años [87]. El módulo fotovoltaico tiene un precio spot actual de 0,266 (USD/Wp) [138]. Los sistemas fotovoltaicos de concentración sustituyen la gran superficie de las células fotovoltaicas utilizadas en los sistemas fotovoltaicos de no concentración por materiales ópticos más baratos (por ejemplo, lentes o espejos), lo que reduce el coste de estos sistemas, pero el sistema de montaje de los *CPV* son mucho más caros.
- (ii) Como cualquier otra tecnología, los sistemas fotovoltaicos de no concentración envejecen y se degradan con el tiempo. Los fabricantes de módulos fotovoltaicos de silicio estiman que su vida útil es de unos 20 – 25 años. Transcurrido ese tiempo, los componentes de los módulos fotovoltaicos deberán desmontarse y reciclarse adecuadamente. En 2016, la Agencia Internacional de Energías Renovables (*IRENA*) y la Agencia Internacional de la Energía - Sistema Fotovoltaicos de Potencia (*IEA – PVPS*) [86] presentaron las primeras proyecciones mundiales sobre los futuros

volúmenes de residuos de módulos fotovoltaicos hasta el año 2050. Los residuos anuales de módulos fotovoltaicos representaron 250,000 toneladas en 2016. Sin embargo, se espera que la contribución de los residuos globales de módulos fotovoltaicos aumente considerablemente en los próximos años. Se estima que la generación de residuos de módulos solares fotovoltaicos alcanzará los 1,7 millones de toneladas en 2030 y seguirá aumentando hasta unos 60 millones de toneladas en 2050 [86]. La reducción significativa de la gran superficie de las células fotovoltaicas utilizadas en los sistemas fotovoltaicos de no concentración, y por tanto de los residuos, es una de las principales ventajas de los sistemas fotovoltaicos de concentración.

- (iii) La eficiencia de conversión energética de las células fotovoltaicas utilizadas en sistemas fotovoltaicos de no concentración es relativamente baja, normalmente del orden del 10 al 20 % para las células de silicio disponibles en el mercado [89]. Y de hasta el 39 % para células multiunión más sofisticadas utilizadas en sistemas fotovoltaicos de concentración. Hasan et al. [75] demostraron que un sistema fotovoltaico de concentración con células solares p-Si mejoraba la P_{max} un 62,5 % más que un panel solar p-Si utilizado en sistemas fotovoltaicos de no concentración.
- (iv) Los sistemas fotovoltaicos de concentración utilizan únicamente la componente directa de la irradiancia solar y, por tanto, requieren un sistema de seguimiento solar preciso [22]. El coste del sistema de control de estos sistemas no es muy elevado en el caso del reflector lineal Fresnel a pequeña escala [24].
- (v) La temperatura de la célula fotovoltaica aumenta con el incremento de la concentración de irradiancia solar y, por tanto, la célula fotovoltaica pierde eficiencia. Por ello, los sistemas fotovoltaicos de concentración están equipados con un sistema de refrigeración. Además de reducir la temperatura de la célula fotovoltaica, los sistemas de refrigeración también pueden utilizarse para calentar agua en aplicaciones domésticas si se utiliza un sistema fotovoltaico de baja concentración. Este doble uso aumenta la eficiencia energética del sistema. Kandilli [96] evaluó la eficiencia global de un sistema fotovoltaico de concentración con un resultado superior al 65,1 %.
- (vi) Es un hecho que la superficie disponible en los tejados de los edificios es clave para la implantación de sistemas fotovoltaicos en el sector de la edificación [26]. Los sistemas fotovoltaicos de baja concentración requieren un 60 % menos de superficie para producir el mismo rendimiento térmico y eléctrico en comparación con los módulos fotovoltaicos y térmicos independientes [150].
- (vii) El coste de instalación de un sistema fotovoltaico de baja concentración puede ser más del doble (en concreto 2,3 veces) del coste de un sistema fotovoltaico de no concentración [95]. Sin embargo, en condiciones adecuadas de alta irradiación directa ($> 2,5$ (MWh/m^2 año)) y a escala de servicios públicos, las tecnologías fotovoltaicas de concentración han demostrado ser competitivas con los sistemas fotovoltaicos de no concentración [121].

Por lo tanto, queda patente que los sistemas fotovoltaicos de concentración, pueden ser una opción competitiva en la generación de energía eléctrica, en el sector de la edificación.

2.3.1. Sistemas fotovoltaicos de concentración

La norma *IEC62108* [83], es la norma utilizada en el desarrollo de la tecnología *CPV*. Esta norma fija las características eléctricas, mecánicas y térmicas de los sistemas *CPV*.

Los estudios han demostrado que los concentradores solares son adecuados para aplicaciones fotovoltaicas de concentración [182], y que éstas, se pueden constituir con varios tipos de concentradores solares. La norma *IEC62108* [83] fija en cinco, las tecnologías que se pueden utilizar para constituir un sistema *CPV*: el disco parabólico, el concentrador cilindro parabólico, la torre central, las lentes Fresnel y el reflector lineal Fresnel.

2.3.1.1. CPV basado en disco parabólico

En un *CPV* basado en un disco parabólico, se utiliza un concentrador de punto focal en forma de disco parabólico [107], [12]. Este sistema refleja la irradiancia solar sobre un sistema fotovoltaico localizado en el punto focal del disco parabólico. Este tipo de concentrador solar necesita un sistema de seguimiento solar a dos ejes. Debido a que la superficie receptora es muy pequeña, las células fotovoltaicas se ven sometidas a elevadas temperaturas, lo cual complica el sistema de refrigeración de las mismas. Este concentrador se puede utilizar en sistemas *LCPVs*.

2.3.1.2. CPV basado en un concentrador cilindro parabólico

En un *CPV* basado en un concentrador cilindro parabólico [112], [37], se utilizan espejos con forma U, que reflejan los rayos solares sobre una línea focal, en la cual se sitúa el sistema fotovoltaico. Este conncetrador tiene un sistema de seguimiento solar de un eje. Este concentrador se puede utilizar en sistemas *LCPVs*.

2.3.1.3. CPV basado en torre central

En un *CPV* basado en una torre central, se emplean grandes espejos planos que reflejan la luz solar en un punto focal situado en la parte superior de la torre central. Este sistema no se utiliza en sistemas *LCPVs*.

2.3.1.4. CPV basado en lentes Fresnel

En un *CPV* basado en lentes Fresnel, las lentes refractan la luz solar incidente en un solo punto focal donde se instala el sistema fotovoltaico [76], [183]. En este sistema, el punto focal está situado detrás del lado opuesto de la lente. Estas lentes están construidas con segmentos en forma de anillo de polimetacrilato de metilo [76]. Este sistema necesita un seguimiento solar a dos ejes. Una ventaja de este sistema, es que la fabricación de las lentes es sencilla [93]. Este sistema se puede utilizar en sistemas *LCPVs*.

2.3.1.5. CPV basado en el reflector lineal Fresnel

En un *CPV* basado en un reflector lineal Fresnel [25], [176], se utilizan espejos planos o con un cierto grado de curvatura, que reflejan los rayos solares sobre una línea focal, en la cual se sitúa el sistema fotovoltaico. Este reflector solar tiene un sistema de seguimiento solar de un eje. Este concentrador se puede utilizar en sistemas *LCPVs*.

2.4. Sistemas fotovoltaicos de baja concentración basados en SSLFRs

2.4.1. Concentradores solares de pequeña escala

Disponer de concentradores solares de pequeña escala es importante por varios motivos. Los principales se enumeran a continuación:

- (i) En 2014, el 54 % de la población mundial vivía en zonas urbanas y consumía colectivamente el 75 % de los recursos mundiales. Se prevé que en el 2050 la población urbana alcance el 66 % [168]. Por lo tanto, las ciudades serán los grandes centros de consumo del futuro.
- (ii) En el sector de la construcción, el uso final de la energía realizado en la Unión Europea (*EU*) en el año 2020 representó el 26,2 % [58]. Por lo que este sector, es el segundo consumidor de energía de la *EU*.
- (iii) La superficie de las terrazas disponible para la instalación de tecnologías solares es aproximadamente de 25 mil millones de m^2 en *EU* [129]. Por lo tanto, las terrazas de los edificios tienen gran potencial para la instalación de concentradores solares.
- (iv) Los componentes constructivos de las terrazas de los edificios han sido identificados como el principal factor limitante en la instalación de tecnologías solares [66]. Este hecho limita la instalación de concentradores solares de gran envergadura.
- (v) En los hogares de la *EU*, la calefacción y el agua caliente representan por sí solos el 79 % del uso total de energía final en este sector [56]. Además, el 84 % de la calefacción y la refrigeración se sigue generando a partir de combustibles fósiles, mientras que solo el 16 % se genera a partir de energías renovables [56]. Por lo tanto, además de la generación de energía eléctrica, también es necesario la generación de energía térmica. Un *LCPV* puede generar energía eléctrica y térmica simultáneamente.
- (vi) Hay varios tipos de concentradores solares de pequeña escala adecuados para su uso en el sector de la construcción. Estos concentradores solares son los concentradores cilindro parabólicos y los reflectores lineales Fresnel. Si se comparan estos dos concentradores, se cumple que los *SSLFRs* tienen una menor eficiencia (mayor influencia del ángulo de incidencia y del factor coseno), menor mantenimiento (acceso más fácil para su limpieza), menores requisitos estructurales (las hileras de espejos se montan cerca del suelo y las cargas del viento se reducen sustancialmente) y un coste inferior al de los concentradores cilindro-parabólicos [49].
- (vii) Existen algoritmos que optimizan la disposición de *SSLFRs* en terrazas urbanas [29], [17].

Por estos motivos, en la literatura se pueden encontrar estudios del uso de los reflectores lineales Fresnel en el sector de la construcción. Como por ejemplo: (i) [65], [157], [156], para obtener agua caliente sanitaria, (ii) [148], [134], [31] para el sistema de calefacción y refrigeración de edificios, (iii) [174] para su uso en el ciclo de refrigeración por aire, y (iv) [18] para sistemas de iluminación natural.

Además de las aplicaciones en el sector de la construcción, también se utilizan en el sector industrial [151], [143], [72], en sistemas de potabilización de agua [27], y en sistemas de desalinación de agua [8].

En esta Tesis Doctoral se presenta otra aplicación de los *SSLFR*, como es su aplicación en sistemas *LCPV*. Como su función es la generar energía eléctrica, el *LCPV* puede formar parte de un sistema generación distribuida. Y además, como también genera energía térmica, se puede utilizar en el sector de la construcción.

2.4.2. Descripción de un SSLFR

La Fig. 2.10 muestra los sistemas principales que componen un reflector lineal Fresnel a pequeña escala (*SSLFR*). Estos sistemas son: la estructura fija (1), la estructura móvil (2), el sistema reflector primario (3), el sistema reflector secundario (4), los sistemas de transmisión (5) y el sistema de control de movimientos (6).

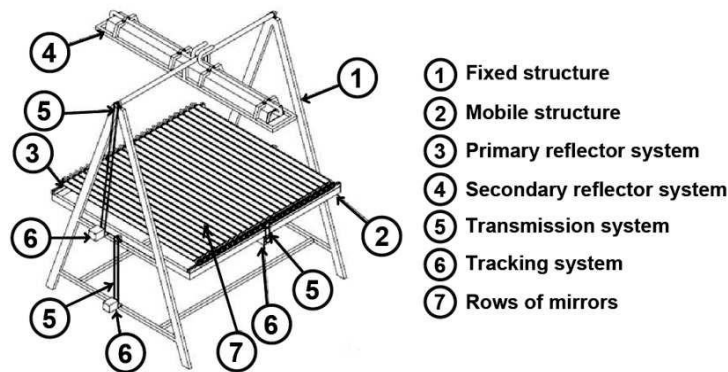


Fig. 2.10. Partes principales de un SSLFR.

La estructura fija (1) sirve como soporte a la estructura móvil (2) y al sistema reflector secundario (4), además de transmitir los esfuerzos que se producen en el *SSLFR* al suelo. Para ello, dispondrán de los cimientos adecuados.

La estructura móvil (2) sirva para dotar al sistema reflector primario del movimiento longitudinal. Este movimiento es fundamental si se quiere asegurar que las células fotovoltaicas estén uniformemente iluminadas, uno de los objetivos de esta Tesis Doctoral.

El sistema reflector primario (3) está compuesto de varias filas paralelas de espejos planos (7). El diseño de los parámetros que definen este sistema son fundamentales en esta Tesis Doctoral, tal como se verá en el Capítulo 4. Además, el movimiento transversal de los espejos es fundamental para conseguir que las células fotovoltaicas estén uniformemente iluminadas. El estudio del movimiento de los espejos se abordará en el Capítulo 6.

A una determinada altura sobre el sistema reflector primario (3) se encuentra el sistema reflector secundario (4). Este sistema está montado sobre la estructura fija (1). El sistema reflector secundario (4) está compuesto: el sistema fotovoltaico (8), el sistema de refrigeración (9), el aislamiento (10), la carcasa protectora (11), la estructura secundaria (12), y eje secundario (13). La Fig. 2.11 muestra los elementos de este sistema. Además, el

sistema fotovoltaico (8) se compone de la cubierta superior (vidrio templado) (14), el encapsulado frontal (acetato de vinilo de etileno (*EVA*)) (15), la célula fotovoltaica (célula de silicio cristalino) (16), el encapsulado posterior (acetato de vinilo de etileno (*EVA*)), y el laminado posterior (tedlar poliestes tedlar (*TPT*)). La cubierta superior (14) utiliza materiales de baja reflexión y alta transmisión, para proporcionar resistencia mecánica y rigidez al sistema fotovoltaico. El encapsulado frontal (15) y en el posterior utiliza el *EVA*, un encapsulante que proporciona la adhesión entre la célula fotovoltaica, el vidrio y el laminado posterior. El laminado posterior proporciona protección de la superficie posterior del módulo. La carcasa protectora, como su propio nombre indica, proporciona protección al sistema fotovoltaico (8), al sistema de refrigeración (9) y al aislamiento (10). Como ya se ha visto, las células fotovoltaicas convierten una fracción de la irradiancia solar incidente en electricidad, el resto se convierte en calor. Además, la eficiencia de las células fotovoltaicas disminuye con el aumento de su temperatura de operación, por lo que el sistema de refrigeración se encarga de absorber el calor producido por las células fotovoltaicas, mediante un fluido caloportador, y entregarlo a una carga térmica, como por ejemplo, un depósito de agua caliente sanitaria. Por lo tanto, un *LCPV* tiene la capacidad de generar energía eléctrica y térmica simultáneamente. Un elemento crítico en el sistema reflector secundario es la cavidad reflectora. Las cavidades utilizadas habitualmente en estos sistemas son la cavidad en *V* estándar [146] y la cavidad parabólica compuesta estándar [172]. La cavidad parabólica compuesta estándar es difícil de fabricar [185], y por lo tanto, tiene un coste elevado. La cavidad en *V* estándar tiene la ventaja de ser fácil de fabricar y de bajo coste [171]. Además, el máximo ángulo de aceptación en la cavidad en *V* estándar es notablemente mayor [171]. El inconveniente de la cavidad en *V* estándar es su altura, por lo que aumenta las cargas de viento sobre el *SSLFR*. Por lo tanto, en el Capítulo 5 se presenta un nuevo diseño de una cavidad reflectora secundaria.

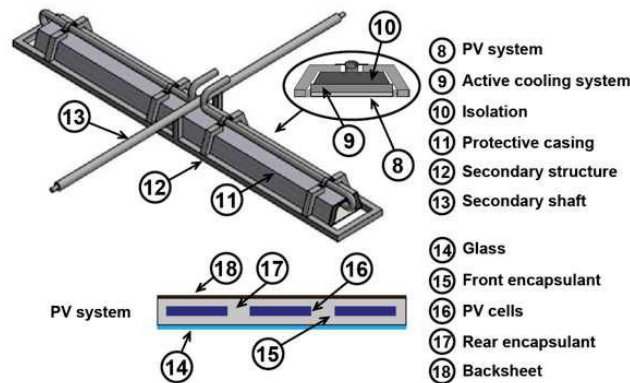


Fig. 2.11. Sistema reflector secundario.

El sistema de transmisión (5) permite que diferentes partes del *SSLFR* se muevan siguiendo la trayectoria del Sol. Los sistemas dotados de movimiento son: sistema reflector primario, con un movimiento transversal y un movimiento longitudinal, y el sistema reflector secundario con un movimiento longitudinal. Un estudio más profundo de este sistema se realizará en el Capítulo 6.

El sistema de control de movimientos (6) del *SSLFR*, asegura la correcta sincronización del movimiento de los espejos y del sistema reflector secundario, para seguir el movimiento diario del Sol. Los espejos del sistema reflector primario siguen la trayectoria del Sol en

la dirección Este-Oeste. La estructura móvil y el sistema reflector secundario sigue la trayectoria del Sol en la dirección Norte-Sur. En este sistema se pueden distinguir el sistema de control electrónico, y los motores paso a paso y sus controladoras. Un estudio más profundo de este sistema se realizará en el Capítulo 6.

Por lo tanto, el *SSLFR* utiliza las filas paralelas de espejos para reflejar la irradiancia solar directa sobre las células fotovoltaicas que discurre longitudinalmente por encima de las filas de espejos [25]. Las células fotovoltaicas están situadas en la línea focal de los espejos.

Un prototipo construido por el Grupo de Investigación Conversión de Energía para el Desarrollo Sostenible (*CEDS*) de la Universidad de Oviedo se muestra en la Fig. 2.12. Este prototipo de reflector lineal Fresnel tiene triple movimiento, y está inscrito en la Oficina Española de Patentes y Marcas [128] con fecha de concesión: 15/09/2017. La referencia [13] muestra información detallada sobre la patente del *SSLFR*.



Fig. 2.12. Prototipo.

Basado en el trabajo presentado en [18], se puede adaptar un *SSLFR* para utilizarlo en un *LCPV*. La Fig. 2.13. muestra un esquema de principio.

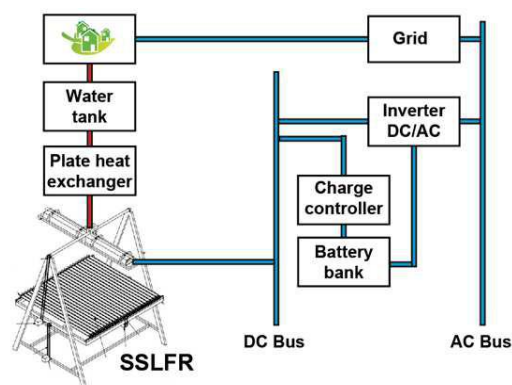


Fig. 2.13. Esquema de un sistema *LCPV* basado en un *SSLFR*.

2.4.3. Otras aplicaciones que pudieran favorecerse de los estudios realizados en la Tesis Doctoral

Los sistemas de iluminación natural, sería la primera aplicación que se podría beneficiar de los resultados aquí obtenidos. En las últimas décadas, la luz artificial consumida en el sector de la edificación ha crecido a un ritmo medio del 2,4 % anual [82]. Por lo que el consumo mundial de energía eléctrica creció a un ritmo del 1,5 % anual [82]. Por lo que, se prevé un aumento del 60 % en los próximos 25 años [82]. Debido a este aumento, en el Plan Nacional Integrado de Energía y Clima (*PNIEC*) se menciona la necesidad de aumentar la eficiencia ente tipo de sistemas para disminuir el consumo de energía eléctrica. Una posible solución es la utilización de sistemas de iluminación natural [180].

Multitud de estudios se centran en la iluminación de edificios mediante sistemas de iluminación natural [2], [46], [179]. Se estima, que el ahorro de energía eléctrica puede ser del orden del 50 – 80 % [32]. Sin contar, con los beneficios que este tipo de iluminación tiene para la salud [81], [97].

Aunque de los componentes de un sistema de iluminación natural, en este estudio, solamente interesa el concentrador solar, se van a enumerar todos [124]: la fuente de luz solar, el sistema de recolección de luz solar, el sistema de transmisión de luz solar, el sistemas de control de iluminación y las luminarias solares. La Fig. 2.14 muestra estos componentes.

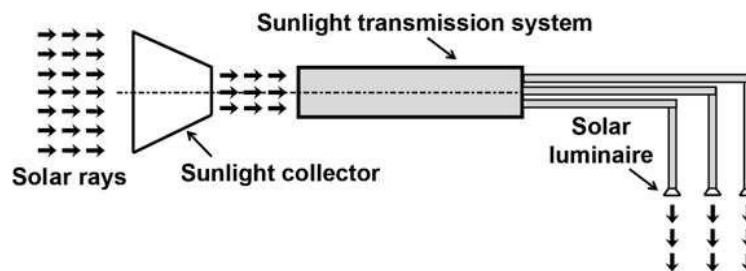


Fig. 2.14. Esquema de un sistema de iluminación natural [20].

El sistema de recolección de luz es el que captura la luz solar directamente fuera del edificio. Para ello se pueden utilizar diferentes concentradores solares [20].

El sistema de distribución de luz solar transmite la luz solar al interior del edificio. Para ello, se pueden utilizar diferentes dispositivos, como: fibra óptica de gran núcleo, haces de fibra óptica [166] y tubos de luz reflectantes de núcleo hueco [91].

Y por último, las luminarias solares distribuyen la luz solar en los diferentes espacios dentro del edificio.

La Fig. 2.15 muestra un ejemplo de un sistema de iluminación natural.



Fig. 2.15. Esquema de un sistema de iluminación natural [20].

En [20] se muestran los tipos de concentradores solares que se pueden utilizar en sistemas de iluminación natural: el disco parabólico, el concentrador cilindro parabólico, las lentes Fresnel y los *SSLFR*. La Fig. 2.16 muestra estos concentradores solares.

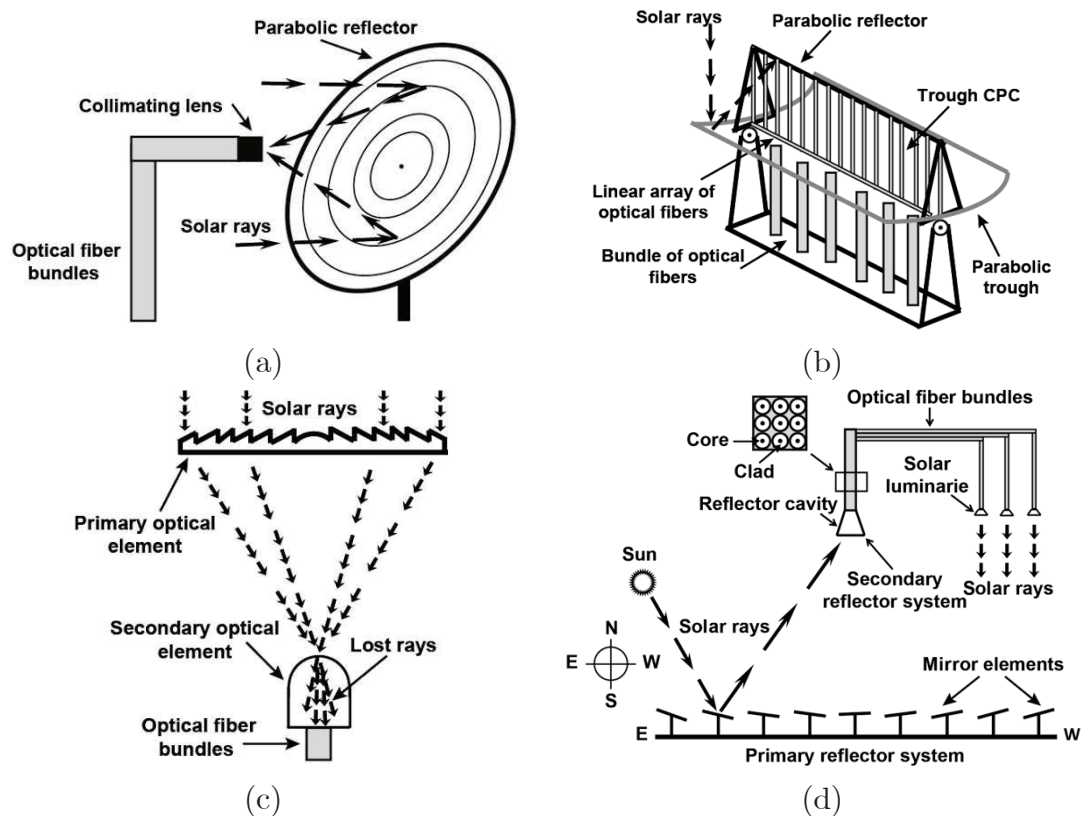


Fig. 2.16. Tipos de recolectores de luz solar [20].

Como se puede apreciar un *SSLFR* se puede utilizar en sistemas *LCPV* y en sistemas de iluminación natural. Por lo tanto, los estudios desarrollados en el Capítulo 4, 5 y 6 se podrían utilizar en el diseño de sistemas de iluminación natural. Ya que, en el Capítulo 5 se plantea una metodología para el diseño integral del *SSLFR*. En el Capítulo 5, se diseña una nueva cavidad receptora. Y en el Capítulo 6, se diseña y fabrica un sistema de seguimiento solar, necesario para ambas aplicaciones.

2.5. Conclusiones del capítulo

Las principales conclusiones de este capítulo son:

- (i) La preocupación de los gobiernos por el aumento de la emisión de gases de efecto invernadero, a dado lugar al desarrollo de planes de acción para disminuir su emisión, fortaleciendo el uso de las energías renovables como la energía solar.
- (ii) Las tecnologías solares, en las que se encuentran las fotovoltaicas, pueden utilizarse para la generación a gran escala de energía eléctrica.
- (iii) Las tecnologías fotovoltaicas de concentración pueden ser una alternativa real a las tecnologías fotovoltaicas de no concentración.
- (iv) Las tecnologías fotovoltaicas de baja concentración de pequeña escala, pueden desempeñar un papel clave en la disminución de la emisión de gases de efecto invernadero, al poder instalarse en entornos urbanos.
- (v) El reflector lineal Fresnel de pequeña escala, por sus características, puede ser usado como base de un sistema fotovoltaico de baja concentración.
- (vi) Hay otras aplicaciones del reflector lineal Fresnel de pequeña escala en el ámbito de la Ingeniería Eléctrica que pudieran favorecerse de los estudios realizados en la presente Tesis Doctoral.

Capítulo 3

FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y PROPUESTA DE UN MÉTODO DE IRRADIANCIA SOLAR

En este capítulo se puede distinguir dos partes. En la primera, se revisarán diversos resultados teóricos relacionados con la geometría solar, en particular los ángulos solares, necesarios a la hora de abordar los trabajos que se presentarán en los capítulos 4, 5 y 6. También, se revisarán los factores que influyen en la determinación exacta de la irradiancia solar directa y los modelos que se pueden utilizar para su estimación. Estos resultados no se han obtenido como consecuencia de los trabajos realizados en la Tesis Doctoral, pero son necesarios para el desarrollo de la misma. Una conclusión interesante, es que la mayoría de los modelos de irradiancia solar directa se han desarrollado para una localización concreta, con lo que, su extrapolación a otras localizaciones no ofrece resultados fiables. Por lo tanto, surge la necesidad de disponer de un modelo más preciso, que es el objetivo de la segunda parte del capítulo: El desarrollo de un método para la determinación de la irradiancia solar directa.

Ante la necesidad de obtener con precisión la irradiancia solar directa y disponer de su distribución horaria, se desarrollará una técnica novedosa que utiliza la expansión de Fourier aplicada a la media mensual de la irradiación solar directa. El polinomio de Fourier obtenido, dividido por la irradiación solar diaria teórica proporcionada por un modelo de día despejado, da un coeficiente de perturbación diario que tiene la cualidad de ser “sensible a la tendencia”. A medida que el día se vuelve más o menos soleado a lo largo del año, el coeficiente aumenta o disminuye en consecuencia. Este coeficiente de perturbación es una función continua en el día del año, lo que encarna la naturaleza normalmente “continua” de los cambios meteorológicos. La necesidad de pocos datos como inputs, en concreto uno para cada mes, es otra de las fortalezas del método propuesto.

En el transcurso de los trabajos, se implementará un algoritmo cuya salida son 12 números, los coeficientes de Fourier de una serie cosenoidal de 12 términos, que sirven para ajustar el modelo de día despejado para la irradiancia solar directa mediante un coeficiente de perturbación diario.

Como es natural en este tipo de modelos, el modelo se probará en diversas localizaciones,

en concreto seis localizaciones, utilizando 10 años de datos reales obtenidos de estaciones meteorológicas proporcionados por la base de datos *WRDC*. El análisis de errores muestra un ajuste notablemente bueno, del modelo presentado, a los datos de las estaciones meteorológicas, teniendo en cuenta los bajos valores del *MAPE* y los altos valores de R^2 .

La segunda parte de este capítulo, se basa en el artículo “Predicting Beam and Diffuse Horizontal Irradiance using Fourier Expansions” (doi: 10.1016/j.renene.2020.02.118) publicado por la revista *Renewable Energy* en 2020, en el cual, el autor de esta Tesis Doctoral ha participado de forma activa en la elaboración del mismo, y por ello, forma parte de las aportaciones derivadas de esta Tesis Doctoral.

3.1. Fundamentos de geometría solar

3.1.1. Movimiento del Sol

En el Capítulo 6 se presenta el algoritmo del sistema de seguimiento solar del *SSLFR*. Por lo tanto, es necesario tener en cuenta una serie de conceptos relacionados con la geometría solar.

Es conocido, que la Tierra tiene dos movimientos. El primero, el movimiento de rotación, en el cual la Tierra gira sobre su propio eje, dando lugar a las noches y los días. Y el segundo, el movimiento de translación, en el cual la Tierra gira alrededor del Sol, dando lugar a las estaciones y por lo tanto, a los años. La forma que tiene la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol es una elipse plana, denominada eclíptica. La Fig. 3.1 muestra estos conceptos. El plano de la eclíptica y el eje de rotación de la Tierra, forman un ángulo constante a lo largo del año, que vale aproximadamente $23,45^\circ$

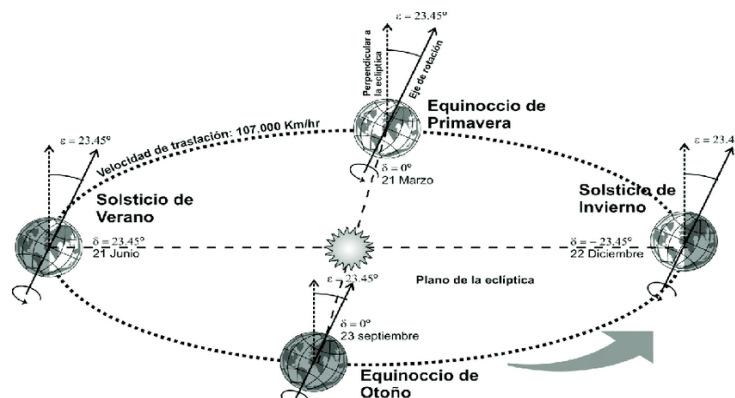


Fig. 3.1. Plano de la eclíptica [160].

3.1.2. El movimiento aparente del Sol

El tiempo que tarda la Tierra en girar sobre su propio eje es de 23 (h) 56 (m) 4 (s) [48]. Durante este tiempo, aunque se observa desde la Tierra un movimiento relativo de los astros, este movimiento, lo efectúa la Tierra en realidad. Este hecho, da lugar al denominado movimiento aparente diurno. Este movimiento, se define como el movimiento aparente de la bóveda celeste a lo largo de un día. El movimiento aparente se puede observar de la siguiente manera: en el sentido horario y mirando hacia el Sur, el Sol sale por el Este y se pone por el Oeste (véase Fig. 3.2).

Cabe aquí, introducir el concepto de esfera celeste, como una esfera sin radio definido cuyo centro está ocupado por la Tierra y los astros están situados en su superficie. Como el observador está situado sobre el suelo, la circunferencia que actúa como frontera entre el suelo y el cielo se denomina horizonte. Por lo tanto, como el observador está situado sobre el suelo, que se extiende hasta el horizonte, no es posible contemplar la esfera celeste completa. Solamente se puede observar la mitad, que se denomina bóveda celeste. La Fig. 3.2 muestra una representación de la bóveda celeste.

Como ya se ha comentado, el Sol sale por el Este y se oculta por el Oeste. A estos puntos del horizonte se denominan orto y ocaso, respectivamente. El orto y el ocaso varía para cada día del año.

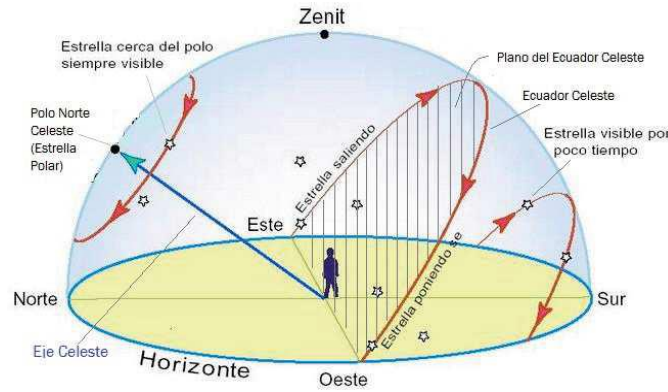


Fig. 3.2. Representación de la bóveda celeste [85].

Otro concepto interesante, es el polo Norte celeste. Se define como el punto de intersección entre la esfera celeste y el eje de rotación de la Tierra (véase Fig. 3.2). Se caracteriza porque es el único punto fijo del cielo, en el cual el Sol gira al su alrededor en el día y las estrellas en la noche. Un dato interesante, es que la Estrella Polar se encuentra muy cerca del polo Norte celeste ($< 1^\circ$).

El cenit es un concepto que se manejará con bastante frecuencia en este capítulo. Se define como el punto de la esfera celeste que está justo encima del observador (véase Fig. 3.2). Por lo tanto, es perpendicular al plano horizontal tangente al punto terrestre donde se encuentra el observador. El punto opuesto al cenit es el nadir.

Otro concepto utilizado en la determinación de las ecuaciones que definen la posición del Sol es la declinación solar. Se denomina declinación solar (δ) al ángulo que forma la línea Tierra-Sol con el plano ecuatorial de la Tierra (véase Fig. 3.3). Su valor se modifica diariamente a medida que la Tierra recorre su órbita. La Fig. 3.3 representa la declinación solar y la Fig. 3.4 representa los valores que toma la declinación solar a lo largo del año.

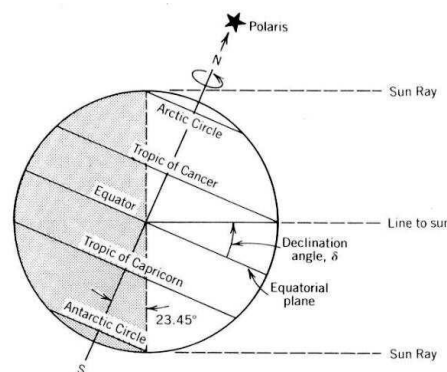


Fig. 3.3. Representación de la declinación solar [136].

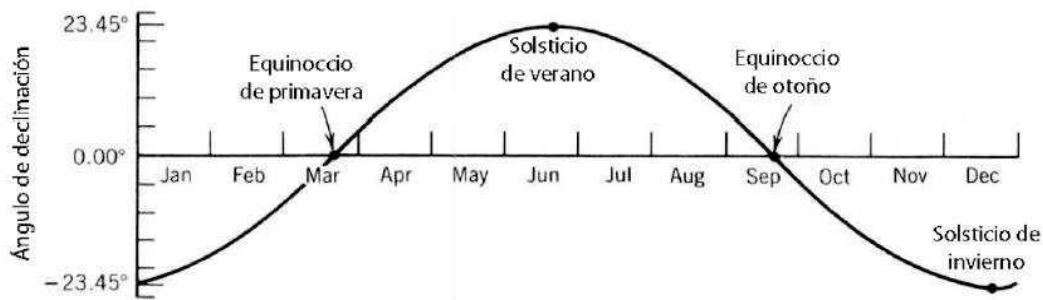


Fig. 3.4. Representación del valor de la declinación solar a lo largo del año [136].

En la Fig. 3.1 se mostraban los equinoccios y los solsticios. El equinoccio de primavera sucede el 21 o 22 de marzo y se caracteriza por: (i) el Sol sale exactamente por el Este y se oculta exactamente por el Oeste, (ii) el día tiene una duración de 12 (h), y (iii) el valor de la declinación solar es de 0° . El solsticio de verano sucede el 21 o 22 de junio y se caracteriza por: (i) el Sol alcanza su máxima altura, y (ii) el valor de la declinación solar es de $+23,45^\circ$. El equinoccio de otoño sucede el 22 o 23 de septiembre y se caracteriza por: (i) el Sol sale exactamente por el Este y se oculta exactamente por el Oeste, (ii) el día tiene una duración de 12 (h), y (iii) el valor de la declinación solar es de 0° . El solsticio de invierno sucede el 21 o 22 de diciembre y se caracteriza por: (i) el Sol alcanza su mínima altura, y (ii) el valor de la declinación solar es de $-23,45^\circ$. La Fig. 3.5 muestra la trayectoria del Sol en los equinoccios y los solsticios.

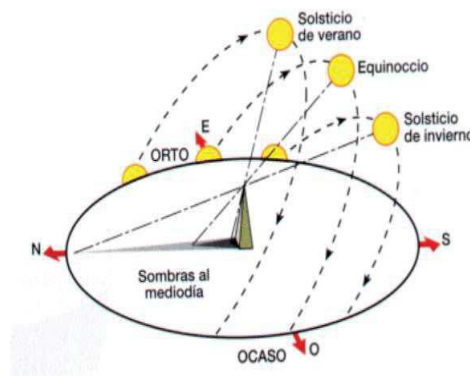


Fig. 3.5. Trayectoria del Sol en los equinoccios y los solsticios [94].

Según la Fig. 3.6, el recorrido del Sol, para un determinado día, se puede representar por las diversas posiciones que ocuparía en un disco de radio R . El centro del disco ocupa diversas posiciones a lo largo del eje polar que estaría inclinado sobre el horizonte un determinado ángulo que coincide con el ángulo de latitud (λ) del lugar donde se encuentra el observador, y apuntando hacia la estrella Polar. Estas posiciones coinciden con los distintos valores que puede tomar la declinación solar a lo largo del año. De tal manera, que el Sol estaría situado sobre un punto que se mueve por el perímetro del disco. La velocidad de giro del punto sobre el disco sería de 15° por hora.

En los equinoccios, el centro del disco coincide con el observador (punto Q de la Fig. 3.6) y se cumple que el Sol sale exactamente a la hora solar de las 6 : 00, se oculta a las 18 : 00 y a las 12 : 00 se encuentra a mitad del disco sobre el horizonte. En el solsticio de verano, el centro del disco se encuentra por encima del observador por lo que se tiene mayor número de horas de Sol y la máxima altura solar. Por el contrario, en el solsticio de invierno, el centro del disco se encuentra por debajo del observador por lo que se tiene menor número de horas de Sol y la mínima altura solar.

Como la inclinación del eje polar varía con el ángulo de la latitud, habrá localizaciones donde el disco, en el solsticio de verano, esté completamente por encima del horizonte. Esto sucede cuando el observador se encuentra en latitudes mayores de $66,55 (^{\circ})$, es decir, Círculo Polar Ártico.

Como en el Ecuador, el eje polar está en posición horizontal, la mitad del disco aparece por encima del horizonte, y se cumple que la duración del día y de la noche es la misma para cualquier día del año, es decir, 12 horas.

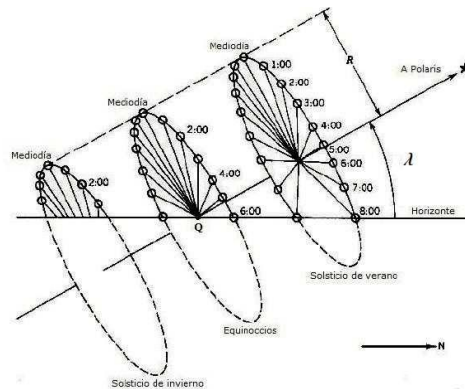


Fig. 3.6. Representación del recorrido del Sol [136].

3.1.3. Parámetros fundamentales

Para determinar las ecuaciones que definen el movimiento y la posición del Sol es necesario definir una serie de parámetros y determinar su correspondiente ecuación. Estos parámetros se analizarán a continuación.

3.1.3.1. Declinación solar

La declinación solar ya ha sido definida, ahora se determinará su ecuación.

La declinación solar varía de forma instantánea, aproximadamente en un día, esta variación es menor a $0,5 (^{\circ})$, aunque en los equinoccios esta variación es mayor [48]. Por lo tanto, se asume que permanece constante a lo largo del día. Esta suposición ha dado lugar a ecuaciones, más o menos complejas, que la determinan en función del ordinal del día (n_d). $n_d = 1$ se corresponde con el 1 de enero, y $n_d = 365$ se corresponde con el 31 de diciembre.

Cooper [43] propuso la siguiente ecuación para determinar la declinación solar de forma aproximada:

$$\delta = \delta_0 \sin \left((284 + n_d) \frac{360}{365} \frac{\pi}{180} \right) = \delta_0 \sin \left((284 + n_d) \frac{2\pi}{365} \right) \quad (3.1)$$

donde $\delta_0 = 23,45$ ($^\circ$) = $0,409$ (rad). Dando valores a n_d se obtiene la Fig. 3.4.

Spencer [153] propuso una ecuación más exacta para determinar la declinación solar:

$$\delta = 0,006918 - 0,399912 \cos \Gamma + 0,070257 \sin \Gamma - 0,006758 \cos 2\Gamma + \\ + 0,000907 \sin 2\Gamma - 0,002697 \cos 3\Gamma + 0,001480 \sin 3\Gamma \quad (3.2)$$

donde δ está expresada en radianes. En esta ecuación aparece un nuevo término, denominado ángulo diario (Γ) (rad). Este ángulo se puede determinar en función de n_d :

$$\Gamma = \frac{2\pi(n_d - 1)}{365} \quad (3.3)$$

3.1.3.2. Tiempo solar

El tiempo utilizado en todas las ecuaciones angulares solares, se denomina tiempo solar o astronómico (T). El tiempo solar está basado en el movimiento angular aparente del Sol a través del cielo. De tal manera, que el mediodía solar, representa la hora en que el Sol cruza el meridiano del observador. El tiempo solar se mide con un reloj de Sol.

3.1.3.3. Ángulo horario

El concepto de ángulo horario (ω) se utiliza para describir la rotación de la Tierra sobre su eje polar. Se define como la distancia angular entre el meridiano del observador y el meridiano cuyo plano contiene el Sol. La Fig. 3.7 muestra este concepto.

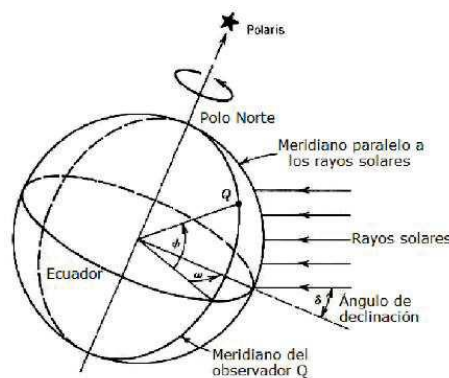


Fig. 3.7. Representación del ángulo horario [136].

El ángulo horario se puede determinar mediante las ecuaciones [48]:

$$\omega = \frac{15\pi}{180} (T - 12) \text{ (rad)} \quad (3.4)$$

$$\omega = 15 (T - 12) \text{ (}^\circ\text{)} \quad (3.5)$$

Como se puede apreciar en estas ecuaciones, el ángulo diario está expresado en unidades angulares, aunque se determina a partir del tiempo solar. El convenio de signos es el siguiente: toma valores negativos desde que amanece hasta el mediodía solar ($T = 12$) y valores positivos desde el mediodía solar ($T = 12$) hasta que oscurece. En el mediodía solar $\omega = 0$. También hay que tener en cuenta, que esta ecuación muestra la parametrización del ángulo horario en función del tiempo solar alrededor de $T = 12$. El ángulo horario varía de forma constante $\pi/12$ (rad/h) o 15 ($^\circ/h$).

3.1.3.4. Tiempo local del observador

El tiempo solar que se utiliza en las ecuaciones angulares solares no coincide con la hora local del observador. Si se quiere relacionar estas dos formas de medir el tiempo, hay que utilizar la denominada Ecuación del Tiempo (ET).

El primer inconveniente, es que el día solar no tiene una duración fija, ya que la velocidad orbital de la Tierra varía a lo largo del año. Esta variación puede cifrarse entre $15 - 16$ (min). Otro inconveniente es que el tiempo local del observador varía de una localización a otra, por lo que es fundamental referirlo a un tiempo de se pueda tomar como referencia. Es el denominado tiempo UTC (Tiempo Universal Coordinado) o tiempo estándar. El tiempo UTC se obtiene considerando la longitud referida al meridiano de Greenwich.

La Ecuación del Tiempo se puede expresar como:

$$ET = T - T_0 \quad (3.6)$$

donde T es el tiempo solar (min) y T_0 es el tiempo local del observador (min).

Para hacerse una idea de la variación del la Ecuación del Tiempo a lo largo del año, la Fig. 3.8 muestra su representación gráfica para una determinada localización.

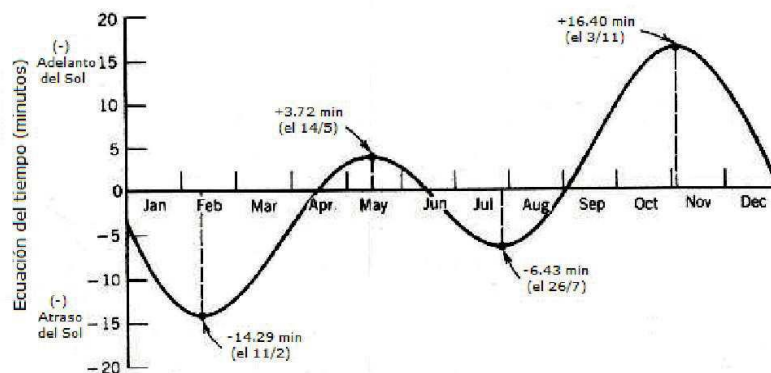


Fig. 3.8. Representación de la Ecuación del Tiempo [136].

Para los cálculos que se desarrollan en aplicaciones solares, es conveniente utilizar una parametrización analítica de la Ecuación del Tiempo. En este sentido, Spencer [153] realizó un ajuste por medio del desarrollo en series de Fourier para la Ecuación del Tiempo:

$$ET = 229,18[0,0000075 + 0,001868 \cos \Gamma - 0,032077 \sin \Gamma - 0,014615 \cos 2\Gamma - 0,04089 \sin 2\Gamma] \quad (3.7)$$

En la ecuación anterior, ET se expresa en minutos y depende solamente del día, ya que se basa en el ángulo diario, anteriormente calculado.

Para relacionar el tiempo local del observador y tiempo UTC , hay que tener en cuenta: (i) el sentido del giro de rotación de la Tierra, y (ii) la posición del observador en relación al meridiano de Greenwich (a la izquierda o derecha del meridiano de Greenwich).

Como la rotación de la Tierra es de 360 ($^\circ$) en 24 horas (15 ($^\circ/h$)), de Oeste a Este, esta rotación de la Tierra implica una corrección de 1 (h) cada 15 ($^\circ$) de Longitud (L) [48]. Entonces, la relación entre el tiempo local del observador (T_0) y el tiempo UTC (T_{UTC}), expresado en horas, vale [48]:

$$T_0 = T_{UTC} + \frac{1}{15}(L_0 - L_{UTC}) \quad (3.8)$$

donde L_0 es la longitud del meridiano del observador ($^\circ$), y L_{UTC} es la longitud del meridiano de su huso horario ($^\circ$). En el meridiano de Greenwich, $L_{UTC} = 0$ ($^\circ$).

A partir de las ecuaciones (3.6) y (3.8) se puede determinar la relación entre T y T_0 , ambos valores expresados en horas:

$$T = \frac{ET}{60} + T_0 \rightarrow T = \frac{ET}{60} + T_{UTC} + \frac{1}{15}(L_0 - L_{UTC}) \quad (3.9)$$

A veces, no se trabaja con el tiempo local del observador, sino con el tiempo legal u oficial (T_L). El tiempo legal depende de cada país y se determina añadiendo al tiempo UTC la alteración denominada horario de verano o de invierno. Por ejemplo, en España, la norma indica que en el horario de verano se adelanta 2 horas el último domingo de marzo hasta el último domingo de octubre. Donde comienza el horario de invierno, y se retrasa, 1 hora. Aunque, la EU preve en un futuro que desaparezcan estos dos horarios, quedando solamente uno. Con lo cual se cumple:

$$T_L = T_{UTC} + A_H \quad (3.10)$$

donde A_H puede tomar el valor de 2 o 1. Finalmente, la relación buscada queda como:

$$T = \frac{ET}{60} + (T_L - A_H) + \frac{1}{15}(L_0 - L_{UTC}) \quad (3.11)$$

3.1.4. Posición del Sol

Existen varios sistemas de coordenadas que se pueden utilizar para determinar la posición del Sol. A continuación se analizan las más comunes.

3.1.4.1. Coordenadas geográficas: Latitud y Longitud

En la Fig. 3.9 se muestra el ángulo de latitud (λ), comúnmente denominado latitud, y el ángulo de longitud (L), comúnmente denominado longitud, para una determinada localización. Como se puede apreciar, cualquier localización de la Tierra puede ser definido por la intersección de estos dos ángulos.

Según la Fig. 3.9, se puede definir el ángulo de latitud como la distancia, expresada en grados sexagesimales, que existe entre un punto cualquiera de un determinado paralelo y el Ecuador. Se cumple: (i) el ángulo de latitud puede variar de 0° a 90° , (ii) los puntos situados sobre el mismo paralelo tienen el mismo ángulo de latitud, (iii) los paralelos situados al Norte (Sur) del Ecuador se denominan por N (S), (iii) se utiliza el signo $+$ para las latitudes Norte y el signo $-$ para las latitudes Sur, y (iv) el Ecuador tiene un ángulo de latitud igual a 0° .

Según la Fig. 3.9, se puede definir el ángulo de longitud como la distancia, expresada en grados sexagesimales, que existe entre un punto cualquiera de un determinado meridiano y el meridiano de Greenwich o meridiano 0. Se cumple: (i) el ángulo de longitud puede variar de 0° a 180° , (ii) los puntos situados sobre el mismo meridiano tienen el mismo ángulo de longitud, (iii) los meridianos situados al oriente (occidente) del meridiano de Greenwich se denominan por E (O), (iii) se utiliza el signo $+$ para las longitudes Este y el signo $-$ para las longitudes Oeste, y (iv) el meridiano de Greenwich tiene un ángulo de longitud igual a 0° .

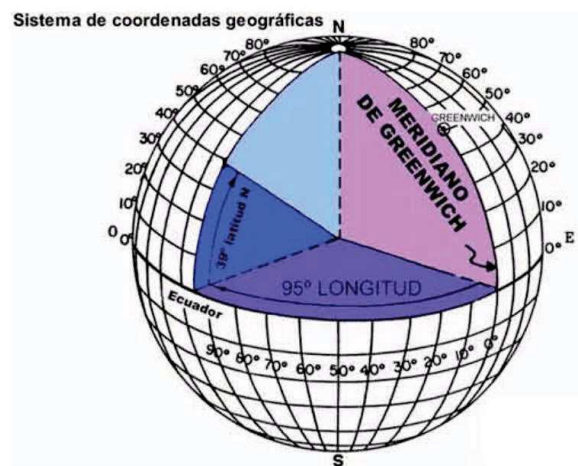


Fig. 3.9. Representación de los ángulos de latitud y longitud [64].

3.1.4.2. Ángulos observador-Sol: Coordenadas acimutales

Este sistema de coordenadas es el que más se suele utilizar. En este sistema, el Sol se considera como un disco de tamaño finito, o lo que es lo mismo, se trabajará solamente con el “rayo central” del Sol.

La posición del Sol en este sistema de coordenadas, se puede definir mediante dos ángulos expresados en grados sexagesimales: el ángulo de altura solar (α_s), comúnmente denominado altura solar, y el ángulo acimutal solar (γ_s), comúnmente denominado acimut solar. Estos ángulos dependen del día del año, de la hora del día y de la posición del observador. La Fig. 3.10 muestra estos ángulos.

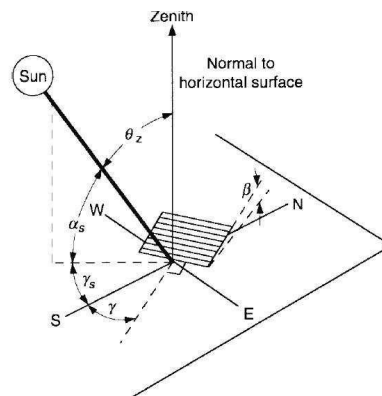


Fig. 3.10. Coordenadas acimutales [48].

El ángulo de altura solar es el ángulo entre el rayo central del Sol, y el plano horizonte que contiene al observador. Se cumple: (i) se mide desde el plano horizonte hasta el rayo solar, (ii) el ángulo de altura solar puede variar de 0° a 90° , (iii) en el plano horizonte este ángulo vale 0° , y (iv) en el cenit este ángulo vale 90° . Otro ángulo relacionado con la altura solar, es el ángulo cenital solar (θ_z), ya que son ángulos complementarios:

$$\theta_z = 90^\circ - \alpha_s \quad (3.12)$$

Se cumple:

$$\cos \theta_z = \sin \alpha_s \quad (3.13)$$

El ángulo acimutal solar es el ángulo entre la proyección del rayo central del Sol sobre el plano horizonte, y el Sur. Se cumple: (i) se mide desde el Sur hasta la proyección del rayo central del Sol sobre el plano horizonte, (ii) el ángulo acimutal solar puede variar de 0° a 180° , (iii) aunque existen varios convenios para el signo, se considera $\gamma_s < 0$ antes del mediodía solar y $\gamma_s > 0$ después del mediodía solar, y (iv) en el Sur este ángulo vale 0° .

La ecuación (3.14) sirve para determinar la altura solar [48]:

$$\alpha_s = \arcsin[\sin \delta \sin \lambda + \cos \delta \cos \lambda \cos \omega] \quad (3.14)$$

donde δ es la declinación solar (*rad*), λ es la latitud del observador situado sobre el plano horizonte (*rad*), y ω es el ángulo horario (*rad*). Dos valores significativos de la altura solar, son su valor máximo y su valor mínimo, los cuales se determinarán a continuación.

Para $T = 12$ (*h*) el ángulo horario vale 0 y el Sol tiene su máxima altura para ese día en concreto:

$$\begin{aligned}\sin \alpha_{s\text{máx}} &= \sin \delta \sin \lambda + \cos \delta \cos \lambda \\ &= \cos(\lambda - \delta) = \sin(90^\circ - (\lambda - \delta))\end{aligned}\quad (3.15)$$

con lo cual:

$$\alpha_{s\text{máx}} = 90^\circ - |\lambda - \delta| \quad (3.16)$$

$$\theta_{z\text{mín}} = |\lambda - \delta| \quad (3.17)$$

La ecuación (3.17) indica que el ángulo cenital al mediodía vale $|\lambda - \delta|$.

El valor mínimo de la altura solar se cumple para $\alpha_s = 0$. Y esto sucede cuando sale el Sol por encima del plano horizonte (orto) y cuando se oculta el Sol por debajo del plano horizonte (ocaso). Con lo cual, de la ecuación (3.14) se puede deducir:

$$\cos \omega = -\frac{\sin \delta \sin \lambda}{\cos \delta \cos \lambda} = -\tan \delta \tan \lambda \quad (3.18)$$

En el orto se cumple $\omega = -\omega_s$ y en el ocaso $\omega = \omega_s$. Con lo cual:

$$\omega_s = \arccos[-\tan \delta \tan \lambda] \quad (3.19)$$

Por tanto, el intervalo de variación del ángulo horario es $\omega \in [-\omega_s, \omega_s]$, negativo antes de $T = 12$ (*h*), positivo después de $T = 12$ (*h*), para $T = 12$ (*h*) $\omega = 0$, y la duración del día será $2 \cdot \omega_s$. Determinando estos valores en horas:

$$T_R = 12 - \omega_s \frac{180}{15\pi}; \quad T_S = 12 + \omega_s \frac{180}{15\pi} \quad (3.20)$$

donde T_R es la hora solar del orto (*h*) y T_S es la hora solar del ocaso (*h*).

Apartir de la altura solar se puede determinar el acimut solar (γ_s) [48]:

$$\gamma_s = \text{sign}(\omega) \cdot \arccos \left[\frac{\sin \alpha_s \sin \lambda - \sin \delta}{\cos \alpha_s \cos \lambda} \right] \quad (3.21)$$

La función $\text{sign}(\omega)$ es la encargada de que se cumpla el convenio de signos previamente definido. Antes de $T = 12$ (*h*) $\omega < 0$, y por lo tanto, $\gamma_s < 0$, y después de $T = 12$ (*h*) $\omega > 0$, y por lo tanto, $\gamma_s > 0$, para $T = 12$ (*h*) $\gamma_s = 0$.

3.2. Irradiancia solar

3.2.1. Irradiancia solar extraterrestre

Considerando el Sol como un cuerpo negro, la irradiancia solar en la superficie solar se puede considerar constante y vale aproximadamente $6,33 \times 10^7 \text{ (W/m}^2\text{)}$ [48]. La irradiancia solar disminuye con el cuadrado de la distancia que separa al Sol de la Tierra. Esta distancia vale $1,496 \times 10^{11} \text{ (m)}$ o 1 (UA) [48]. Por lo tanto, cuando la irradiancia solar emitida por el Sol llega a la atmósfera terrestre este valor es de $1367 \text{ (W/m}^2\text{)}$. La Fig. 3.11 muestra esta explicación.

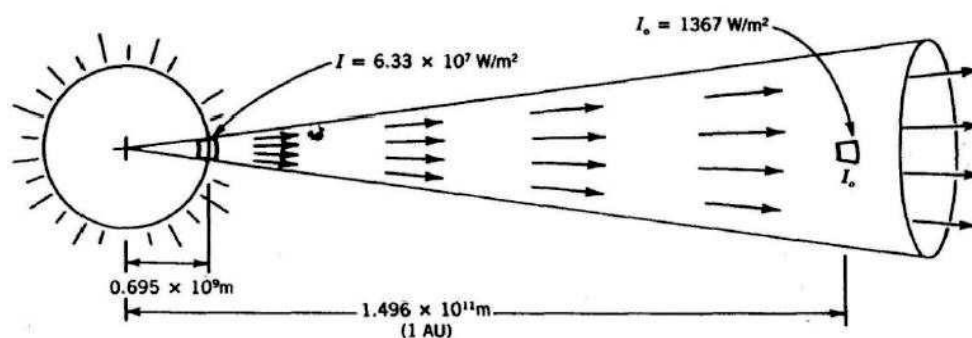


Fig. 3.11. Transmisión de la irradiancia solar [136].

En el estudio de tecnologías solares, es necesario conocer, además del valor de la irradiancia solar que es un valor instantáneo, la energía solar incidente sobre el receptor en un determinado periodo de tiempo. A esta magnitud, se la denomina irradiación solar y tiene por unidades $\text{(Wh/m}^2\text{)}$. La irradiación solar puede determinarse por integración de la curva de irradiancia solar con respecto al tiempo.

Al ser constante la irradiancia emitida por el Sol, la irradiancia que llega a la parte externa de la atmósfera de la Tierra, también se puede considerar como constante. Este valor se denomina Constante Solar (I_{SC}):

$$I_{SC} = 1367 \text{ (W/m}^2\text{)} \quad (3.22)$$

La Constante Solar se define como el flujo total de energía solar, considerando todas las longitudes de onda, incidente sobre una unidad de superficie perpendicular a los rayos incidentes a una distancia de 1 (UA).

Con respecto a las longitudes de onda, la irradiancia solar posee tres rangos: (i) la radiación ultravioleta (UV), (ii) la luz visible, y (iii) los rayos infrarrojos (IR). Las longitudes de onda de cada uno de estos rangos son: desde 10 (nm) hasta 400 (nm) para UV, desde 400 (nm) hasta 700 (nm) para luz visible y por encima de 700 (nm) para IR. La Fig. 3.12 muestra estos rangos.

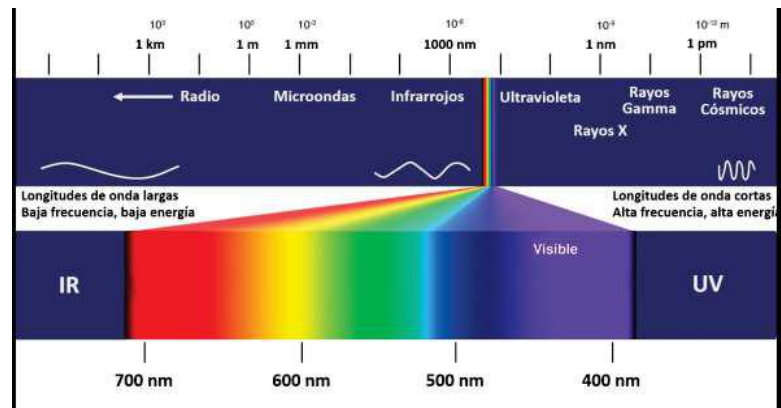


Fig. 3.12. Longitudes de onda de la irradiación solar [77].

A veces, es conveniente disponer de la Constante Solar media, si se desea medir la cantidad media de energía solar que incide sobre la Tierra en la atmósfera. Para ello, hay que multiplicar la Constante Solar por el área del círculo terrestre y dividir este resultado por la superficie terrestre [48]:

$$I_{SCM} = 1367 \cdot \frac{\pi R^2}{4\pi R^2} = 342 \text{ (W/m}^2\text{)} \quad (3.23)$$

Aunque se considera constante la irradiación solar que llega a la atmósfera terrestre, eso no es cierto. Y esto es debido, a la órbita ligeramente elíptica de la Tierra. Para tener en cuenta este hecho, se puede utilizar el factor de excentricidad dado por Spencer [153]. Con lo que, la irradiación solar media (I_0) incidente sobre la normal en el exterior de la atmósfera en cualquier punto de la órbita, vale

$$I_0 = I_{SC} \cdot F_n \quad (3.24)$$

donde F_n el factor de excentricidad dado por Spencer [153]. Spencer [153] cuantificó este valor de forma aproximada con la siguiente ecuación:

$$F_n \simeq 1,000110 + 0,034221 \cos(\Gamma) + 0,001280 \sin(\Gamma) \\ + 0,000719 \cos(2\Gamma) + 0,000077 \sin(2\Gamma)$$

donde Γ es el ángulo diario (h).

I_0 se definió como la irradiación solar media incidente sobre la normal, pero puede suceder que la superficie no esté normal a la irradiación solar incidente. La Fig. 3.13 muestra el caso en que la superficie está horizontal.

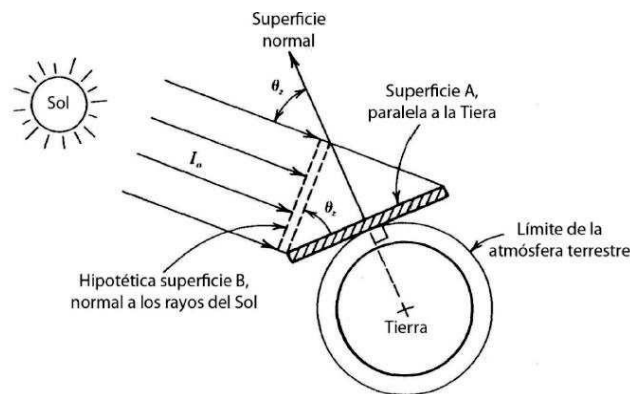


Fig. 3.13. Efecto coseno sobre la radiación solar extraterrestre [48].

En la Fig. 3.13, la superficie B es normal a la irradiación solar, en cambio la superficie A forma un ángulo θ_z con la superficie B . Por lo tanto, la potencia solar por unidad de superficie que incide sobre la superficie B no es la misma que incide sobre la superficie A . Esta potencia es menor en el caso de la superficie A . Por lo tanto, la irradiación solar incidente sobre una superficie horizontal, paralela al suelo, es menor que la irradiación solar normal:

$$I_{0h} = I_0 \cos \theta_z \quad (3.25)$$

dónde I_{0h} es la irradiación solar extraterrestre sobre superficie horizontal (W/m^2), I_0 es la irradiación solar extraterrestre sobre superficie normal (W/m^2), y θ_z el ángulo cenital (rad).

3.2.2. Irradiancia solar a nivel de la superficie terrestre

Parte de la irradiación solar extraterrestre al atravesar la atmósfera terrestre sufre varios fenómenos, como: absorción, dispersión, y reflexión. Hay una fracción de esta irradiación solar extraterrestre que llega a la superficie terrestre directamente. La consecuencia fundamental de estos efectos, es que la irradiación solar a nivel de la superficie terrestre es menor que la irradiación solar extraterrestre. El tipo de día influye de forma definitiva en la irradiación solar a nivel de la superficie terrestre.

Por lo tanto, sobre la superficie terrestre llegan dos tipos de irradiación solar. La irradiación solar directa que llega atenuada pero sin cambiar su dirección, y la irradiación solar difusa que proviene de todas las direcciones del cielo. La suma de estas irradiaciones se denomina irradiación global. El estudio planteado en esta Tesis Doctoral versa sobre los *SSLFRs*, por lo tanto solamente interesa la componente directa de la irradiación solar.

3.3. Modelos de irradiancia solar directa

Determinar el valor de la irradiancia solar directa es fundamental para determinar la cantidad de energía que le llega al sistema fotovoltaico.

Debido a la naturaleza de la irradiancia solar, influyen muchos factores en su determinación. El conocimiento de estos factores y su influencia hacen que su determinación sea una tarea bastante compleja. Estos factores pueden clasificarse en: (i) factores relacionados con la geometría terrestre, (ii) factores relacionados con el terreno, y (iii) factores relacionados con la atenuación atmosférica.

La geometría terrestre, incluye el estudio de los movimientos de la rotación y translación de la Tierra y los parámetros de los que depende son: la declinación solar, la latitud y el ángulo horario. Este factor está muy estudiado.

El factor del terreno depende de: las sombras, la elevación, la inclinación de la superficie y la orientación.

El factor más complejo a considerar es la atenuación atmosférica, definida por la dispersión y absorción producida por: moléculas de aire, ozono, CO_2 , O_2 , aerosoles y nubes [10], [135]. Por lo tanto, existen varios factores de incertidumbre en la cuantificación de la irradiancia solar. Estos son los motivos que han determinado que no exista un modelo único para predecir la irradiancia solar. Debido a su importancia, existe un gran número de modelos para predecir la irradiancia solar [188]. Estos modelos se pueden clasificar: modelos empíricos [40], modelos derivados de satélites [114], modelos numéricos de predicción meteorológica [126], y técnicas de inteligencia artificial [99]. Se pueden utilizar varios criterios para evaluar estos modelos, como la simplicidad, la precisión y si pueden utilizar los datos meteorológicos disponibles [161].

Numerosos modelos de predicción de la irradiancia solar directa sobre superficie horizontal se basan en el supuesto de un día despejado [4], tales como: [7], [38], [80], [103], [115], [132]. Pero, hay que tener en cuenta, la presencia de nubes en un elevado número de días al año. Por lo tanto, los modelos de día despejado no se corresponden con las características atmosféricas en un lugar determinado. Maafi et al. [108] clasifican los días en tres grupos: cielo despejado, cielo parcialmente nublado y nublado. Dependiendo del peso de esta clasificación en un año determinado, hace que el modelo de día despejado sea más o menos preciso. Por lo tanto, es necesario incluir las condiciones meteorológicas en un sitio concreto para aumentar la precisión.

Bone et al. [34] presentan un sistema de predicción de la irradiancia solar directa sobre superficie horizontal intrahoraria en un emplazamiento de la Universidad de Queensland. Este sistema utiliza un modelo de cielo despejado y un algoritmo de predicción de la fracción de nubes.

En el modelo de cielo despejado utilizado es el modelo de Ineichen [84], el punto de partida son las medidas de irradiancia solar directa sobre superficie horizontal en tiempo real sobre una ventana móvil. Para el algoritmo de predicción de la fracción de nube se utilizó un método mejorado de “escalera de sectores” [139].

Kostic et al. [101] presentaron un modelo empírico para estimar la insolación solar en un

lugar de Serbia. Este sistema utiliza un modelo de cielo despejado y datos meteorológicos sobre la nubosidad y la irradiancia solar global en mediciones horizontales de superficie.

En el modelo de cielo despejado utilizado es el modelo [7], el punto de partida son los datos meteorológicos sobre nubosidad e irradiancia solar global en superficie horizontal disponibles en una estación hidrometeorológica cercana.

Petrzala et al. [133] propusieron un modelo físico de cielo despejado para el cálculo de irradiaciones solares en el Laboratorio de Investigación de Radiación Solar *NREL* ubicado en Golden, Colorado. Este sistema utiliza un modelo para calcular los recursos solares en condiciones de cielo despejado con turbidez arbitraria. El punto de partida son las mediciones en tiempo real de la irradiancia solar global sobre superficie horizontal, la irradiancia vertical global, la irradiancia del plano inclinado global, la irradiancia normal y el albedo del suelo.

Nou et al. [127] presentaron un modelo de cielo despejado para el cálculo de la irradiancia solar directa normal. Para ello, utiliza el modelo desarrollado por el laboratorio *PROMES – CNRS* para aplicación de imágenes del cielo en tiempo real basado en el coeficiente de masa óptica relativa del aire, la irradiancia solar directa normal y las fluctuaciones de la turbidez atmosférica.

Zhong et al. [190] presentaron una simulación histórica global de irradiancia solar directa normal y sobre superficie horizontal de recursos solares en California. Este sistema utiliza un modelo de cielo despejado y los datos diarios de satélite *MODIS* nivel 3 (*L3*) como entrada. El modelo de cielo despejado utilizado es el *REST2*.

Por lo tanto, existen multitud de modelos para determinar esta irradiancia solar. El problema del uso de estos modelos, es que utilizan parámetros determinados para una determinada localización. En esta sección se estudiará el modelo propuesto por Hottel [80] para un día despejado.

El modelo de Hottel [80] utiliza datos fáciles de conocer para una determinada localización, como son: la latitud (λ) y la altitud (A) en Km, y una serie de parámetros.

Hottel [80] estima la irradiancia solar directa en un plano horizontal transmitido a través de atmósferas claras mediante la ecuación:

$$I_{bh}(n_d, T) = I_0(n_d) \cdot \cos \theta_z(n_d, T) \cdot \tau_b(n_d, T) \quad (3.26)$$

donde I_{bh} es la irradiancia solar directa sobre plano horizontal (W/m^2), I_0 es la irradiancia solar media incidente sobre la normal en el exterior de la atmósfera (W/m^2), θ_z es el ángulo cenital (rad), y τ_b es la transmitancia atmosférica (adimensional). En la ecuación (3.26) se muestra la dependencia de cada término. I_0 y θ_z ya han sido determinados en la sección anterior. Por lo que solamente queda por evaluar τ_b .

El modelo de Hottel determina la transmitancia atmosférica mediante la ecuación [80]:

$$\tau_b = k_0 + k_1 \cdot e^{-k/\cos \theta_z} \quad (3.27)$$

donde k_0, k_1, k son constantes empíricas para una atmósfera estándar con 23 (km) de visibilidad. Estas constantes empíricas se pueden determinar:

$$k_0 = 0,4237 - 0,00821(6 - A)^2 \quad (3.28)$$

$$k_1 = 0,5055 + 0,00595(6,5 - A)^2 \quad (3.29)$$

$$k = 0,2711 + 0,01858(2,5 - A)^2 \quad (3.30)$$

Si $A < 2,5$ (km), hay que multiplicar estas constantes por sus correspondientes factores de corrección r_0 , r_1 y r_k , tabulados por Hottel [80] para cuatro tipos de clima.

Para determinar el valor de la irradiación solar directa sobre plano horizontal para atmósferas claras se debe integrar la irradiancia solar directa sobre plano horizontal durante todo el día, desde el orto hasta el ocaso:

$$H_{bh}(n_d) = \int_{T_R(n_d)}^{T_S(n_d)} I_{bh}(n_d, T) dT \quad (3.31)$$

donde H_{bh} es la irradiación solar directa sobre plano horizontal para atmósferas claras (Wh/m^2), T_R es la hora solar del orto (h) y T_S es la hora solar del ocaso (h).

3.4. Modelo de irradiancia solar propuesto

Con la ecuación (3.26) se puede determinar la irradiancia solar directa sobre plano horizontal transmitido a través de atmósferas claras utilizando los coeficientes estándares del modelo original de Hottel [80]. Para ello, utiliza un conjunto de ecuaciones que permiten estimar la irradiancia solar directa en un lugar determinado. Sin embargo, la presencia de nubes en un elevado número de días al año hace que los resultados obtenidos no sean representativos de las condiciones reales.

El modelo presentado en esta Tesis Doctoral es aplicable para estimar la irradiancia solar directa sobre superficie horizontal a nivel del suelo. Su estimación es para intervalos de tiempo, como una hora, un minuto o unos pocos segundos. El punto de partida es la media diaria mensual de la irradiación solar directa sobre superficie horizontal. Este valor se calcula a partir de la diferencia entre la irradiación solar global y la irradiación solar difusa. Comúnmente, las estaciones meteorológicas miden estas irradiaciones solares. Para ello, se utilizan dos piranómetros. Un piranómetro que mide la irradiancia solar global, y un segundo piranómetro con un anillo de sombra que mide la irradiancia solar difusa.

El objetivo del método propuesto, es adaptar los modelos de cielo despejado para obtener mejores predicciones de la irradiancia solar directa horaria, teniendo en cuenta datos reales de estaciones meteorológicas. Para ello, se calcula la serie de Fourier de la media mensual de la irradiación solar directa, que se utiliza como predictor, y se compara este valor con el proporcionado por el modelo teórico de cielo despejado, en este caso, el modelo de Hottel. Calculando la relación entre ambos, para cada día, se obtiene un coeficiente de perturbación que se aplica al modelo de irradiancia solar directa, obteniendo el modelo perturbado.

Las series de Fourier [61] se utilizan ampliamente para modelar datos periódicos. Son muy adecuadas para problemas que muestran estacionalidad y tendencias suaves, como tiende a ser el clima a lo largo del año, debido a la naturaleza periódica de las funciones seno y coseno [142]. Las series de Fourier ya han sido utilizadas en el ámbito de la geometría solar por Spencer [153] para calcular la declinación solar y el factor de corrección de excentricidad de la órbita terrestre. Que se sepa, el enfoque aquí presentado nunca se ha utilizado para modelizar la irradiancia solar directa.

A pesar del carácter técnico del enfoque presentado, presenta varias características notables:

- (i) El método es general en cuanto al modelo de día despejado. Puede aplicarse fácilmente a cualquier modelo de cielo despejado sin ninguna modificación esencial. El hecho de que se utilice para este estudio el modelo de Hottel, se debe únicamente a la simplicidad en la exposición.
- (ii) El método es general en cuanto a la localización geográfica. Siempre que se disponga de la media mensual de la irradiación solar directa, puede aplicarse a cualquier localización y condiciones climatológicas.
- (iii) El método es fácilmente implementable. Para ello se da una descripción precisa y los datos que se utilizan son de libre acceso.

- (iv) Los cálculos son fáciles de programar y la expresión final del modelo no es más que la original multiplicada, cada día, por un coeficiente.
- (v) El modelo perturbado que se obtiene es continuo en el día del año, una propiedad del modelo teórico que es importante preservar.

3.4.1. Descripción del método

El método propuesto se basa en los siguientes pasos:

- (i) Se toma un modelo de irradiancia solar directa de cielo despejado. En este trabajo, a título ilustrativo, se ha utilizado el modelo de Hottel.
- (ii) A partir de los datos de irradiación solar por satélite, disponibles para la localización estudiada, se calcula la serie de Fourier de la media mensual de la irradiación solar directa sobre una superficie horizontal.
- (iii) Se calcula el cociente diario entre la serie de Fourier y los valores de irradiación diaria dados por el modelo de cielo despejado para obtener un coeficiente de perturbación.
- (iv) Se multiplica el modelo de irradiancia del cielo despejado por el coeficiente de perturbación para obtener el modelo perturbado, es decir, el “modelo de irradiancia del cielo nublado”.

3.4.1.1. Modelo de cielo despejado

El modelo de día despejado utilizado es el de Hottel [80], descrito en la sección anterior.

3.4.1.2. Datos por satélite de la irradiación solar directa

Se utilizará la estimación por satélite de la media mensual de la irradiación solar directa sobre plano horizontal. Este dato se obtiene utilizando la base de datos *PVGIS* [137], empleando datos de un periodo de 10 años. Como la base de datos *PVGIS*, no proporciona directamente la media mensual de la irradiación solar directa, $\overline{H}_{bs}^m(n_d)$ ($\text{W} \cdot \text{h}/\text{m}^2/\text{day}$), para cada mes m del año, se determinará restando de la irradiación solar global mensual el término difuso. Datos que sí proporciona. Por lo tanto, se necesitan 12 valores de la media mensual de la irradiación solar directa como punto de partida.

3.4.1.3. Aproximación de la serie de Fourier

Hay que tener en cuenta que la función $\overline{H}_{bs}^m(n_d)$ es una función escalonada, es constante en cada mes.

Se calcula la expansión de Fourier (obviamente, truncada) de $\overline{H}_{bs}^m(n_d)$ para obtener un modelo continuo ajustado de la irradiación solar directa diaria.

Se recuerda que una serie de Fourier [61] en la variable n_d tiene la siguiente expresión:

$$S(n_d) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \left(a_i \cos \frac{\pi i n_d}{l} + b_i \sin \frac{\pi i n_d}{l} \right) \quad (3.32)$$

y que, dada cualquier función periódica a tramos continua $f(n_d)$ con periodo $2l$, existe una serie de Fourier $S(n_d)$ convergente a $f(n_d)$ para todo n_d , excepto posiblemente en los puntos de discontinuidad. De hecho, los coeficientes a_i y b_i para $f(n_d)$ toman los siguientes valores:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(n_d) dn_d \\ a_i &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(n_d) \cos i \frac{\pi}{l} n_d dn_d; \quad i = 1, 2, \dots \\ b_i &= \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(n_d) \sin i \frac{\pi}{l} n_d dn_d; \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3.33)$$

Sin embargo, la función $\overline{H}_{bs}^m(n_d)$ no es periódica, sólo está definida para $n_d \in [0, 365]$. La técnica habitual para tratar funciones definidas en un intervalo compacto es “hacerlas periódicas” repitiéndolas en cada intervalo de longitud l . En este caso, por simplicidad y para evitar problemas de convergencia, se opta por extenderla de forma par, definiendo $\hat{H}_{bs}^m(n_d) = \overline{H}_{bs}^m(n_d)$ para $n_d \in [0, 365]$, entonces:

$$\hat{H}_{bs}^m(-n_d) = \overline{H}_{bs}^m(n_d) \quad (3.34)$$

para $n_d \in [-365, 0]$ y finalmente, repetir este comportamiento en $n_d \in [-365, 365]$ periódicamente en \mathbb{R} . De esta forma, se obtiene una función periódica a tramos continua definida en todo \mathbb{R} , cuyas series de Fourier se pueden calcular usando las ecuaciones 3.33. Es sabido [142] que los coeficientes de Fourier b_i de las ecuaciones 3.33 de una función par son 0. A esta serie se la denomina serie cosenoidal. Como sólo se tienen 12 datos, uno por cada mes, el teorema de muestreo de Nyquist-Shannon [142] implica que sólo los 12 primeros términos de la serie cosenoidal son relevantes. Por lo tanto, el estudio se restringirá a esos 12 términos iniciales de la serie, obteniendo así un polinomio trigonométrico en $\cos(i\pi n_d/l)$ para $i = 1, \dots, 12$. Así, se calcula cada coeficiente:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{365} \int_0^{365} \overline{H}_{bs}^m(n_d) dn_d \\ a_i &= \frac{2}{365} \int_0^{365} \overline{H}_{bs}^m(n_d) \cos \frac{\pi i n_d}{365} dn_d, \quad i = 1, 2, \dots, 12 \\ b_i &= 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

A partir de los cálculos anteriores, se obtiene el modelo de Fourier $H_f(n_d)$, truncamiento de la serie de Fourier correspondiente $S(n_d)$:

$$H_f(n_d) = a_0 + a_1 \cos \frac{\pi n_d}{365} + a_2 \cos \frac{2\pi n_d}{365} + \dots + a_{12} \cos \frac{12\pi n_d}{365} \quad (3.36)$$

definido para $n_d \in [0, 365]$ (en realidad definida para todo \mathbb{R} pero sólo interesan los valores de cada día del año, para esta aplicación).

Por lo tanto, después de realizar los cálculos, se tiene una función de aproximación, que se denominará $H_{bf}(n_d)$.

La función $H_{bf}(n_d)$ se compara con la distribución de irradiación diaria en cielo despejado $H_{bh}(n_d)$ dada por el modelo de Hottel, para obtener los coeficientes de perturbación diaria (adimensionales):

$$PC_b^{n_d} = \frac{H_{bf}(n_d)}{H_{bh}(n_d)} \quad (3.37)$$

(uno para cada día del año). Estos son los coeficientes que se utilizarán para calcular finalmente la distribución horaria ajustada de la irradiancia solar directa sobre superficie horizontal [48]:

$$\mathbb{I}_{bh}(n_d, T) = I_{bh}(n_d, T) \cdot PC_b^{n_d} \quad (3.38)$$

3.4.2. Ejemplos de aplicación del método

Para ofrecer una explicación completa del método propuesto, este se aplicará de forma detallada a la localización de Viena, una de las seis localizaciones que se han elegido. Las otras cinco localizaciones se tratarán de forma resumida. Se han elegido seis localizaciones en aras de la brevedad, con el objetivo de cubrir un amplio abanico de latitudes en el hemisferio norte. La Tabla 3.1 muestra las características geográficas de las localizaciones objeto de estudio.

Tabla 3.1. Localizaciones objeto de estudio.

	Localización	Latitud	Longitud	Altitud
1	Desert Rock (USA)	36°37'00" N	116°01'00" W	1007 (m)
2	Rock Springs/Penn State (USA)	40°43'00" N	77°56'00" W	376 (m)
3	Wien (Austria)	48°15'00" N	16°21'00" E	203 (m)
4	Valentia (Ireland)	51°48'00" N	10°15'00" W	14 (m)
5	Tartu (Estonia)	58°15'00" N	26°28'00" W	70 (m)
6	Lerwick (UK)	60°08'00" N	1°11'00" W	63 (m)

3.4.2.1. Ejemplo detallado: Viena

La latitud de Viena es 48°15'00" N, por lo que $\lambda = 0,842$ (*rad*), y su altura sobre el nivel del mar es $A = 0,203$ (*km*). Además, la distribución horaria $I_{bh}(n_d, T)$ (W/m^2) de la irradiancia solar directa para el modelo de Hottel en este tipo de clima requiere los tres coeficientes de corrección siguientes: $r_0 = 0,97$, $r_1 = 0,99$ y $r_k = 1,02$, según [80].

El primer paso del método propuesto consiste en recopilar los promedios mensuales de irradiación solar de la base de datos *PVGIS*. Se toman los años 2005 – 2014, es decir, 10

años, y se obtiene:

$$\overline{H}_{bs}^m = [386, 86; 679, 12; 1778, 81; 2634, 88; 3086, 32; 3033, 07; 3485, 82; 2841, 15; 1977, 04; 1192, 83; 391, 91; 320, 29] \quad (3.39)$$

Siguiendo el método de la sección anterior, se calcula las expansiones de Fourier correspondientes. Tomando, como es habitual:

$$\hat{\omega} = \frac{\pi}{l} = \frac{\pi}{365} \quad (3.40)$$

que es el doble de la frecuencia del armónico fundamental, se obtiene (redondeando a dos cifras decimales):

$$\begin{aligned} \overline{H}_{bs}^m \sim H_{bf}(n_d) = & 1764, 84 + 204, 24 \cos(\hat{\omega}t) - 1510, 84 \cos(2\hat{\omega}t) - 121, 16 \cos(3\hat{\omega}t) \\ & - 55, 62 \cos(4\hat{\omega}t) - 125, 40 \cos(5\hat{\omega}t) + 62, 67 \cos(6\hat{\omega}t) + 83, 40 \cos(7\hat{\omega}t) + 54, 29 \cos(8\hat{\omega}t) \\ & - 58, 61 \cos(9\hat{\omega}t) + 43, 61 \cos(10\hat{\omega}t) + 50, 19 \cos(11\hat{\omega}t) + 16, 55 \cos(12\hat{\omega}t) \end{aligned} \quad (3.41)$$

En este punto, se necesita la función teórica de irradianción solar directa del modelo de cielo despejado H_{bh} que procede del modelo de Hottel (3.31). Se calculan por integración directa de la función teórica de irradiancia solar directa.

Los coeficientes de perturbación diarios son:

$$PC_b^{n_d} = \frac{H_{bf}(n_d)}{H_{bh}(n_d)} \quad (3.42)$$

y con estos coeficientes, se obtiene el modelo de irradiancia perturbada:

$$\mathbb{I}_{bh}(n_d, T) = I_{bh}(n_d, T) \cdot PC_b^{n_d} \quad (3.43)$$

A continuación, se muestra la descripción gráfica de los resultados de la irradianción solar directa. La Fig. 3.14 muestra los gráficos de $\overline{H}_{bs}^m(n)$ ($\text{W}/\text{m}^2/\text{day}$), el polinomio de Fourier de grado 12 utilizado para aproximarlo $H_{bf}(n)$ ($\text{W}/\text{m}^2/\text{day}$) y la distribución diaria teórica de la irradianción solar directa dada por el modelo de Hottel $H_{bh}(n)$ ($\text{W}/\text{m}^2/\text{day}$). El gráfico abarca un año, $n_d = 1, \dots, 365$. En esta figura, se puede observar cómo los datos discontinuos de *PVGIS* se ajustan muy bien por polinomio de Fourier y cómo el modelo teórico de cielo despejado se aléjan bastante de los datos reales.

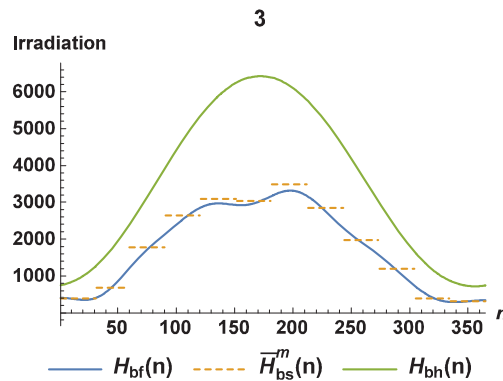


Fig. 3.14. Estimación por satélite \overline{H}_{bs}^m , ajustado por Fourier H_{bf} , y teórica por Hottel H_{bh} .

La Fig. 3.15 muestra los dos valores de irradiancia solar directa (W/m^2) al mediodía solar, es decir, para $T = 12$, $I_{bh}(n_d, 12)$ para el modelo de Hottel e $\mathbb{I}_{bh}(n_d, 12)$ para el modelo perturbado.

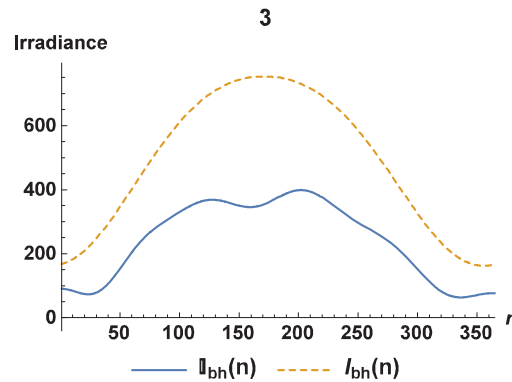


Fig. 3.15. Ajustado por Fourier \mathbb{I}_{bh} y teórica por Hottel I_{bh} para $T = 12$.

En la siguiente sección se analizará la bondad de ajuste del modelo presentado al comparar sus valores con los experimentales de *WRDC* [181].

3.4.2.2. Resumen de los resultados de las seis localizaciones

Se muestran los resultados resumidos de las seis localizaciones elegidas, que pertenecen a latitudes comprendidas entre 36 ($^{\circ}$) y 60 ($^{\circ}$) Norte. De este modo, se cubren todos los rangos de latitud de las zonas climáticas europeas definidas por el *NZEB* (Nearly Zero-Energy Buildings) [55].

En la Tabla 3.2 se proporciona los coeficientes de Fourier obtenidos para cada localización, necesarios para definir la función $H_{bf}(n)$. La Fig. 3.16 muestra los valores diarios de la irradiación solar directa (columna izquierda) y la irradiancia solar directa al mediodía (columna derecha). Los números sobre cada gráfico corresponden a las localizaciones mostradas en la Tabla 3.1.

Tabla 3.2. Coeficientes de Fourier a_i de $H_{bf}(n)$ para la irradiación solar directa.

Localización	1	2	3	4	5	6
a_0	4476,86	1986,11	1764,84	1103,18	1206,02	755,391
a_1	279,197	98,0274	204,244	210,253	264,719	164,234
a_2	-2291,36	-1282,74	-1510,84	-980,396	-1316,17	-825,182
a_3	-187,328	-80,1521	-121,157	-207,499	-233,75	-215,53
a_4	-184,786	-87,5333	-55,6244	7,84896	137,428	52,0427
a_5	24,9205	-24,1356	-125,404	7,26317	-38,4792	67,3993
a_6	-15,1567	63,009	62,6737	27,581	26,8608	77,8388
a_7	-49,939	53,1485	83,4012	2,4224	45,8375	-20,3215
a_8	8,43416	-47,7465	54,2894	42,0222	-4,78397	-75,4989
a_9	95,9171	-13,7244	-58,6139	39,2357	-58,5892	-12,3567
a_{10}	198,933	47,9965	43,6117	-23,1641	20,1261	62,1661
a_{11}	14,8378	79,0238	50,1859	-22,8897	82,8322	59,3987
a_{12}	24,6464	16,2031	16,5524	3,65283	15,01	10,8709

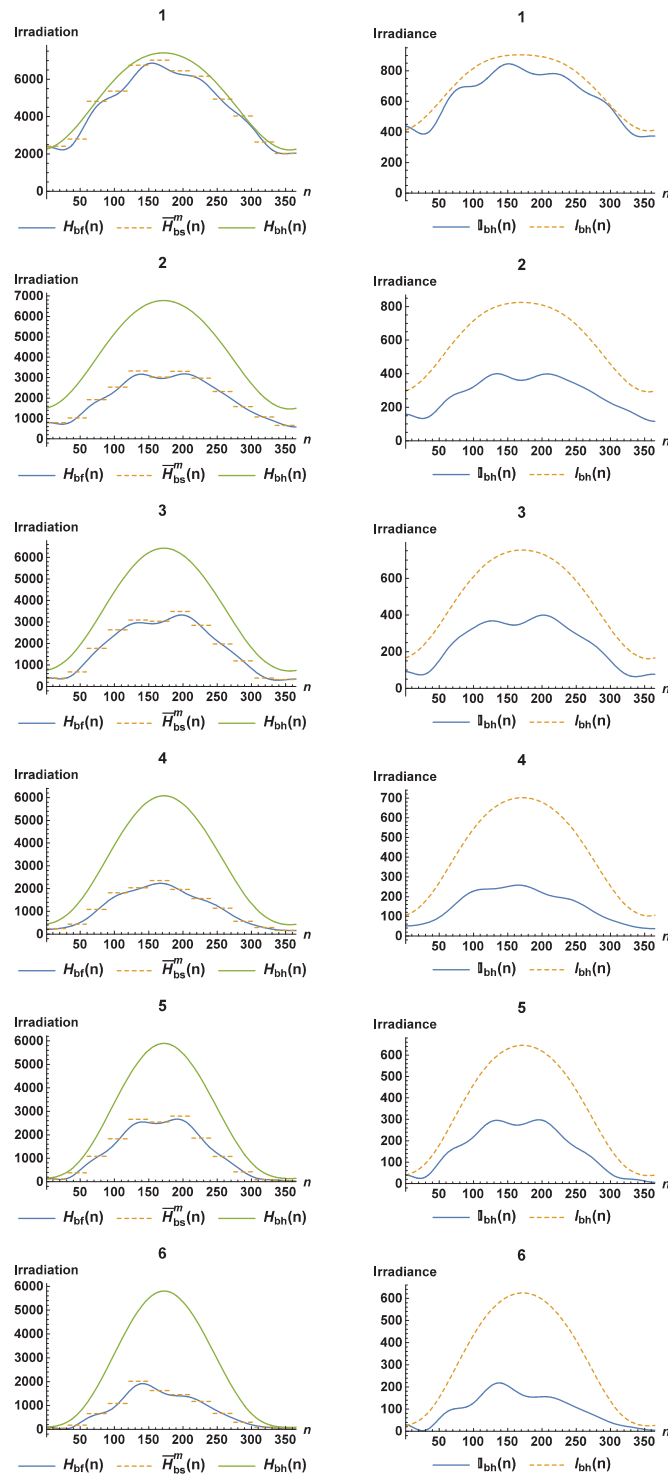


Fig. 3.16. Representación de la irradiación directa (izquierda) y la irradiancia directa al mediodía (derecha).

3.4.3. Validación del método

En esta sección, se realiza el análisis de errores, que confirma la exactitud del método propuesto. Para ello, se compararán los modelos perturbados con los datos experimentales a nivel de estación meteorológica proporcionados por la base de datos *WRDC* [181]. Se realizan dos validaciones: una para los promedios mensuales de irradiación solar directa \overline{H}_{ba}^m obtenidos de la base de datos *WRDC*, y otra para los promedios diarios $H_{ba}(n_d)$, que también están disponibles en la base de datos *WRDC*. Los promedios se toman a lo largo de un periodo de 10 años.

Como es habitual en este tipo de estudios, se utilizarán los siguientes indicadores estadísticos: el error medio absoluto (*MAE*), el error medio porcentual absoluto (*MAPE*) y error cuadrático medio (*RMSE*) [155]. También se incluye el coeficiente de determinación R^2 (que es adimensional) [51], [52]. A continuación se muestran las definiciones:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |p_i - a_i|; \quad MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{p_i - a_i}{a_i} \right| \times 100 \quad (3.44)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (p_i - a_i)^2}{N}}; \quad R^2 = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^N (p_i - a_i)^2}{\sum_{i=1}^N (a_i - \bar{a})^2} \right) \quad (3.45)$$

donde p_i es el i -ésimo valor predicho, a_i es el i -ésimo valor real medido, \bar{a} es el valor medio de los valores observados, y N es el número total de observaciones.

Hay que tener en cuenta, que el coeficiente de determinación R^2 no puede interpretarse del mismo modo que en los modelos lineales (es decir, como el porcentaje de variación explicada) debido a la no linealidad. No obstante, numerosos autores también lo utilizan como medida de la bondad del ajuste [51], [52].

3.4.3.1. Medias mensuales

En este caso, los valores a_i son los de \overline{H}_{ba}^m promedio mensual diario de irradiación solar directa sobre plano horizontal. La Tabla 3.3 contiene los valores de los estadísticos relevantes del modelo perturbado para la irradiación solar directa.

Tabla 3.3. Errores estadísticos de los modelos perturbados en las medias mensuales.

	Localización	<i>MAE</i>	<i>MAPE</i>	<i>RMSE</i>	R^2
1	Desert Rock (USA)	208,584	5,44432	251,710	0,977218
2	Rock Springs (USA)	146,271	12,6625	171,964	0,968648
3	Wien (Austria)	193,437	17,1003	222,432	0,966979
4	Valentia (Ireland)	173,096	13,8662	217,728	0,923166
5	Tartu (Estonia)	228,898	14,1806	334,118	0,922172
6	Lerwick (UK)	72,2964	11,0709	107,908	0,967067

Estos resultados muestran que:

- (i) Todos los valores de $MAPE$ son inferiores al 20% y, de hecho, la mayoría son inferiores o iguales al 15%, lo que para una aproximación meteorológica es bastante bueno.
- (ii) Los valores R^2 del modelo perturbado son superiores a 0,92, lo que indica un ajuste muy bueno del modelo.

3.4.3.2. Medias diarias

Por varios motivos, un método de predicción fiable de la irradiación solar directa diaria sería de gran valor. Se demostrará, que el método propuesto proporciona una herramienta razonablemente precisa a pesar de depender sólo de 12 valores de datos. En la Tabla 3.4 se incluyen los valores de los mismos errores estadísticos que en la sección anterior, pero para las medias diarias.

Tabla 3.4. Errores estadísticos de los modelos perturbados en las medias diarias.

	Localización	MAE	$MAPE$	$RMSE$	R^2
1	Desert Rock (USA)	459,710	12,7264	582,488	0,889669
2	Rock Springs (USA)	439,447	41,0002	579,395	0,731938
3	Wien (Austria)	363,137	42,7336	497,062	0,857130
4	Valentia (Ireland)	314,783	28,9014	475,871	0,737128
5	Tartu (Estonia)	339,289	148,512	528,801	0,834450
6	Lerwick (UK)	275,239	57,4731	431,710	0,730671

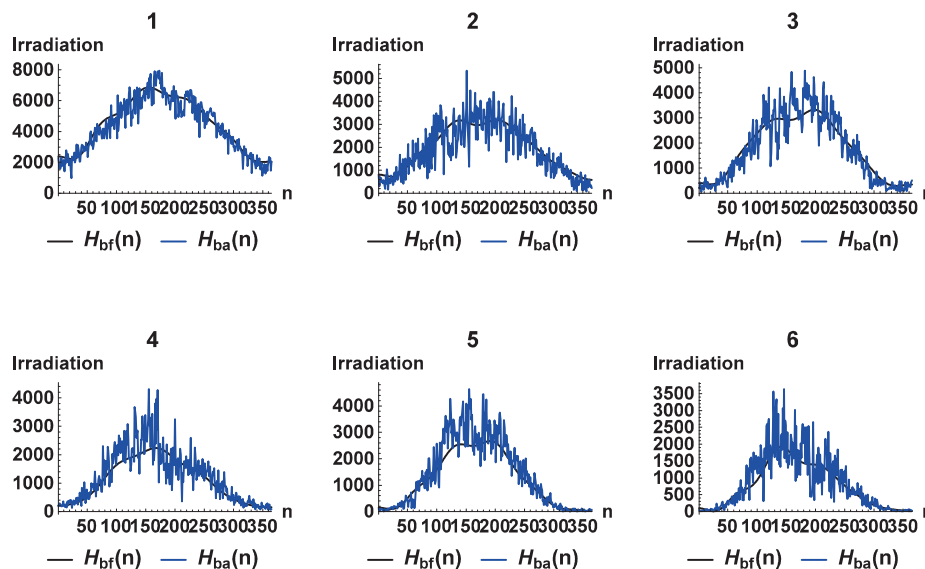


Fig. 3.17. Comparación diaria de la irradiación solar.

La Fig. 3.17 muestra los gráficos de los promedios diarios reales de irradiación solar $H_{ba}(n)$ obtenidos de la base de datos *WRDC* [181], y los valores del modelo perturbado $H_{bf}(n)$.

Se observa lo siguiente:

- (i) Los valores del *MAPE* son inferiores al 50 %, excepto en las dos localizaciones más septentrionales, Lerwick, para la que es del 57 % y Tartu, con un 149 %. Se explica estos valores en detalle: (a) Siempre que los valores diarios no sean demasiado pequeños, como ocurre en las 4 primeras localizaciones, el *MAPE* es razonablemente bueno, inferior al 50 %; y (b) Los altos valores de Tartu y Lerwick se deben a la existencia de días con una irradiación directa muy baja (casi 0), días totalmente nublados. Por ejemplo, el día 327 de Tartu tiene una irradiación media diaria de 0,27. Si se elimina este día de los cálculos, el *MAPE* cambia. Sólo con eliminar este día de los cálculos, el *MAPE* cambia al 65 %. Para una serie temporal con una variabilidad tan elevada como la derivada de las condiciones meteorológicas, y un modelo que sólo utiliza 12 puntos de datos, consideramos que se trata de un ajuste muy bueno.
- (ii) Los valores R^2 de los modelos perturbados son todos superiores a 0,73.

Este procedimiento, también se puede utilizar para determinar la irradiancia solar difusa. Simplemente, utilizando un modelo de día difuso, como por el planteado por Liu y Jordan [106]. El procedimiento se ha obviado, ya que los *SSLFRs* no necesitan esta componente de la irradiancia solar.

3.5. Conclusiones del capítulo

Las principales conclusiones de este capítulo son:

- (i) La literatura especializada muestra las ecuaciones que rigen el movimiento del Sol, la posición del Sol y el sistema de coordenadas que se puede utilizar para situar un concentrador solar y poder analizarlo.
- (ii) Debido a la naturaleza de la irradiancia solar, es muy difícil su determinación exacta, debido a un elevado número de factores que influyen en su estimación. Por lo que existe un elevado número de modelos que se utilizan para ello. La mayoría de los modelos se han desarrollado para una localización concreta, con lo que, su extrapolación a otras localizaciones no ofrece resultados fiables. Entre estos modelos, están los modelos de día despejado, cuyos resultados pierden validez al aumentar el número de días nublados. Por lo tanto, surge la necesidad de disponer de un modelo más preciso.
- (iii) Se ha desarrollado una técnica novedosa que utiliza la expansión de Fourier aplicada a la media mensual de la irradiación solar directa estimada por el sistema *PVGIS*. El polinomio de Fourier obtenido, dividido por la irradiación solar diaria teórica proporcionada por el modelo de Hottel, da un coeficiente de perturbación diario que tiene la cualidad de ser “sensible a la tendencia”. A medida que el día se vuelve más o menos soleado a lo largo del año, el coeficiente aumenta o disminuye en consecuencia.
- (iv) Otra buena propiedad del modelo, es que al aplicar el coeficiente de perturbación, el resultado es una función continua en el día del año, lo que encarna la naturaleza normalmente “continua” de los cambios meteorológicos.
- (v) Para aplicar el modelo propuesto, sólo se necesitan un dato para cada mes, la media mensual de la irradiación solar directa.
- (vi) También, se implementa un algoritmo cuya salida son 12 números, los coeficientes de Fourier de una serie coseno de grado 12, que sirven para ajustar el modelo de Hottel para la irradiancia solar directa mediante un coeficiente de perturbación diario.
- (vii) El modelo se ha probado en seis localizaciones, utilizando 10 años de datos reales obtenidos de estaciones meteorológicas proporcionados por la base de datos *WRDC* disponible públicamente. El análisis de errores muestra un ajuste notablemente bueno, del modelo presentado, a los datos de las estaciones meteorológicas, teniendo en cuenta los bajos valores del *MAPE* y los altos valores de R^2 .
- (viii) El modelo perturbado proporciona, pues, un predictor bastante bueno, estable y general de los valores esperados de irradiación solar directa mensual y diaria, ajustado a cada lugar y tipo de clima.
- (ix) Se puede considerar que la técnica presentada, es fácil de aplicar a partir de datos fácilmente disponibles y se puede destacar que es válida tanto para cualquier ubicación geográfica como para cualquier modelo teórico de irradiancia solar directa.

Capítulo 4

OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO ÓPTICO DE UN SSLFR CON ILUMINACIÓN UNIFORME

En este capítulo, se analizarán las principales causas de iluminación no uniforme de las células fotovoltaicas en sistemas fotovoltaicos de baja concentración basados en reflectores lineales Fresnel de pequeña escala, con el fin de detectar los parámetros de diseño que producen esta iluminación no uniforme.

Hay que tener presente, que la mayoría de las aplicaciones de los reflectores lineales Fresnel de pequeña escala son para la obtención de energía térmica, y la no uniformidad de iluminación del absorbedor es prácticamente irrelevante. Sin embargo, en este estudio, la iluminación heterogénea del sistema fotovoltaico disminuye su factor de llenado y su eficiencia eléctrica global, e incluso puede dañar las células fotovoltaicas si se forman puntos calientes. Por lo tanto, el estudio que aquí se propone es fundamental para el desarrollo de sistemas fotovoltaicos de baja concentración basados en reflectores lineales Fresnel de pequeña escala. Y además, nunca se había realizado hasta ahora.

Con el fin de optimizar el diseño del reflector lineal Fresnel de pequeña escala se definirá el denominado intervalo óptimo de operación, en el cual, se cumplirán una serie de condiciones, que se enumeran a continuación: la densidad de flujo tiene que ser homogénea en todas las células fotovoltaicas, no puede haber el fenómeno de sombreado entre espejos adyacentes, y tampoco puede haber el fenómeno de bloqueo entre espejos adyacentes. Este intervalo óptimo de operación se definirá por el parámetro θ_{t_0} que representa el ángulo de incidencia transversal extremo. θ_{t_0} es el máximo valor del intervalo óptimo de operación en el que se cumplen las condiciones más desfavorables para que exista iluminación uniforme, tales como: las horas del día más desfavorables (simétricas con respecto al mediodía), y el espejo más desfavorable, que será el espejo más alejado del Sol. Este intervalo se calculará utilizando el software MathematicaTM.

También se demostrará la influencia de θ_{t_0} sobre los principales parámetros del reflector lineal Fresnel de pequeña escala, tales como: el ancho de los espejos, el número de espejos y sus posiciones.

Las ecuaciones deducidas se verificarán mediante el método Monte Carlo Ray Tracing.

Por último, se presenta un sistema gráfico para el diseño óptimo de *SSLFRs* con iluminación uniforme que facilita la aplicación del algoritmo de optimización desarrollado.

Este capítulo se basa en el artículo “Non-uniform illumination in low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors” (doi: 10.1016/j.energy.2021.122217) publicado por la revista *Energy* en 2022, en el cual, el autor de esta Tesis Doctoral ha participado de forma activa en la elaboración del mismo, y por ello, forma parte de las aportaciones derivadas de esta Tesis Doctoral.

En el transcurso de este capítulo es necesario adoptar una determinada configuración longitudinal del reflector lineal Fresnel de pequeña escala, para conseguir que las células fotovoltaicas tengan iluminación uniforme en el plano longitudinal. El razonamiento para conseguir esta iluminación uniforme en el plano longitudinal, ha sido presentado en el artículo “Theoretical deduction of the optimum tilt angles for small-scale linear Fresnel reflectors” (doi: 10.3390/en14102883) publicado por la revista *Energies* en 2021, en el cual, el autor de esta Tesis Doctoral ha participado de forma activa en la elaboración del mismo, y por ello, forma parte de las aportaciones derivadas de esta Tesis Doctoral.

También es necesario estimar la distribución horaria de la irradiancia solar directa sobre superficie horizontal, para determinar la potencia que le llega a las células fotovoltaicas. Esta irradiancia solar directa tiene que tener en cuenta las condiciones meteorológicas de la ubicación del *SSLFR*. Para ello, se utilizará el método (desarrollado en el Capítulo 3) propuesto en el artículo “Predicting Beam and Diffuse Horizontal Irradiance using Fourier Expansions” (doi: 10.1016/j.renene.2020.02.118) publicado por la revista *Renewable Energy* en 2020, en el cual, el autor de esta Tesis Doctoral ha participado de forma activa en la elaboración del mismo, y por ello, forma parte de las aportaciones derivadas de esta Tesis Doctoral.

Por último, el método gráfico presentado se basa en el artículo “Sawtooth V-trough cavity for low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors: Optimal design, verification and construction” (doi: 10.3390/electronics12132770) publicado por la revista *Electronics* en 2023, en el cual, el autor de esta Tesis Doctoral ha participado de forma activa en la elaboración del mismo, y por ello, forma parte de las aportaciones derivadas de esta Tesis Doctoral.

4.1. Parámetros relevantes del estudio

La optimización que aquí se propone, requiere la identificación exacta de los parámetros específicos del *SSLFR* que afectan a este estudio.

Considerando un *SSLFR* alineado horizontalmente y orientado Norte-Sur, el ángulo de incidencia de la irradiancia solar se puede descomponer en dos planos de proyección [122]: plano transversal y plano longitudinal. La Fig. 4.1 muestra los planos de proyección de la irradiancia solar directa incidente. Por lo tanto, este ángulo de incidencia, se puede descomponer en dos: el ángulo de incidencia transversal (θ_t) y el ángulo de incidencia longitudinal (θ_l) [163].

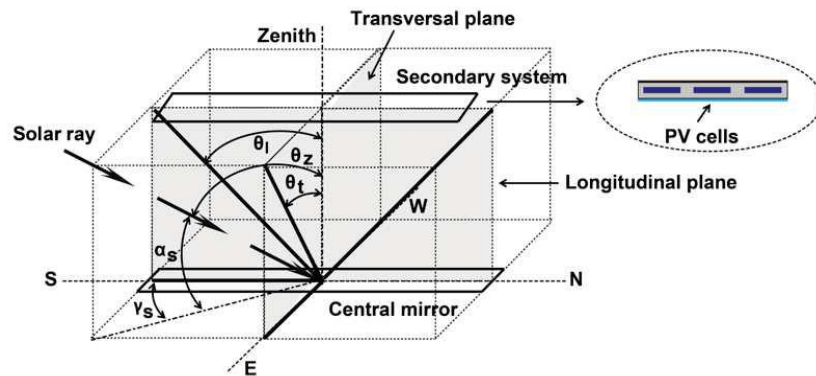


Fig. 4.1. Planos de proyección de la irradiancia solar incidente.

Para asegurar que las células fotovoltaicas reciban una distribución homogénea de la irradiancia solar durante el intervalo de operación del *SSLFR* es necesario que la distribución homogénea lo sea en los planos transversal y longitudinal. Según Morín et al. [122] ambos estudios son independientes entre sí. Por lo tanto, se estudiarán por separado.

4.1.1. Parámetros del estudio transversal

El ángulo de incidencia transversal (θ_t) se puede definir como el ángulo entre la vertical y la proyección del vector solar sobre el plano Este-Oeste (plano ortogonal al sistema de células fotovoltaicas). Según Duffie y Beckman [48] el ángulo de incidencia transversal se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$\theta_t = \arctan \left(\frac{\sin \gamma_s}{\tan \alpha_s} \right) \quad (4.1)$$

donde α_s es la altura solar ($^\circ$) y γ_s es el azimut solar ($^\circ$). Como ya se ha analizado en el Capítulo 3, ambos ángulos dependen de la declinación solar (δ), de la latitud del lugar (λ) y del ángulo horario (ω). Por lo tanto, para una determinada ubicación, θ_t depende únicamente del día del año n_d y de la hora solar T :

$$\theta_t = F(n_d, T) \quad (4.2)$$

En este estudio, se considera que $\theta_t < 0$ antes del medio día y $\theta_t > 0$ después del medio día. Por último, θ_t es muy importante, ya que el movimiento de los espejos del sistema reflector primario dependen de él.

Sea un *SSLFR* definido por $2n + 1$ espejos en el sistema reflector primario: el espejo central ($i = 0$), n espejos a su izquierda y n espejos a su derecha. La Fig. 4.2 muestra un esquema de esta disposición. Además, W_{Mi} es el ancho del espejo i (m), d_i es la separación entre los espejos consecutivos i y $i + 1$ (m), W_{PV} es el ancho del sistema fotovoltaico (m), y f es la altura focal (m). A partir de estos valores se obtienen los siguientes parámetros: L_i es la posición respecto al espejo central del espejo i -ésimo ($0 \leq i \leq n$) (m), α_i es la inclinación del espejo i -ésimo ($0 \leq i \leq n$) ($^\circ$), α_i es el ángulo entre la vertical en el punto focal y la línea que une el punto central de cada espejo con el punto focal ($0 \leq i \leq n$) ($^\circ$), y W_{ai} es el ancho iluminado del sistema de células fotovoltaicas por el i -ésimo espejo (m). Hay que tener en cuenta, que el punto de giro de cada espejo coincide con su punto medio, de modo que el espejo siempre está enfocado hacia el punto O .

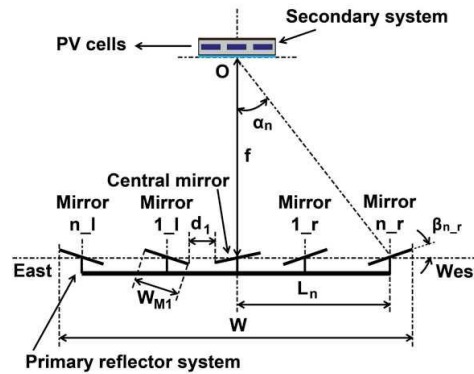


Fig. 4.2. Esquema de la vista transversal de un *SSLFR*.

El parámetro L_i se puede deducir de la Fig. 4.2:

$$L_i = \sum_{i=1}^i (W_{Mi} + d_i); \quad 1 \leq i \leq n \quad (4.3)$$

Esta ecuación, sirve tanto para los espejos del lado izquierdo del espejo central como para los espejos del lado derecho. Para el espejo central se cumple que $L_0 = 0$. El plano focal se encuentra a una distancia f del espejo central del *SSLFR* ($L_0 = 0$).

El ángulo α_i se puede determinar mediante la siguiente ecuación:

$$\alpha_i = \arctan \frac{L_i}{f}; \quad 1 \leq i \leq n \quad (4.4)$$

Esta ecuación, sirve tanto para los espejos del lado izquierdo del espejo central como para los espejos del lado derecho. Para el espejo central se cumple que $\alpha_0 = 0$.

El ángulo β_i se puede determinar mediante la siguiente ecuación:

$$\beta_i = \frac{-\theta_t \pm \alpha_i}{2}; \quad 1 \leq i \leq n \quad (4.5)$$

los signos \pm se utilizan de la siguiente manera: $-$ para los espejos del lado izquierdo y $+$ para los espejos del lado derecho. Para el espejo central $\alpha_0 = 0$ y por lo tanto, $\beta_0 = -\theta_t/2$. Por convenio, $\beta_i > 0$ cuando se mide en sentido antihorario sobre la horizontal.

Partiendo de los parámetros W_{Mi} , β_i y α_i se puede determinar W_{ai} [16]:

$$W_{ai} = W_{Mi} \cdot [\cos \beta_i \pm \sin \beta_i \tan \alpha_i]; \quad 1 \leq i \leq n \quad (4.6)$$

Los signos \pm se utilizan de la siguiente manera: $-$ para los espejos del lado izquierdo y $+$ para los espejos del lado derecho.

El *SSLFR*, salvo por la orientación de los espejos en cada instante de operación, es totalmente simétrico respecto al eje vertical que une el punto focal O (el centro del sistema secundario) y el punto medio del espejo central. El sistema está diseñado para que el rendimiento también sea simétrico a lo largo del día.

4.1.2. Parámetros del estudio longitudinal

Para asegurar que las células fotovoltaicas reciban una distribución homogénea de la irradiancia solar en el plano longitudinal, es necesario garantizar que los rayos reflejados por los espejos en esa dirección sean perpendiculares al suelo [23], de modo que las células fotovoltaicas reciban una iluminación longitudinal completa y homogénea durante todo el tiempo de funcionamiento.

Para conseguir que los rayos reflejados por los espejos en la dirección longitudinal sean perpendiculares al suelo se tiene que cumplir la condición [23]:

$$\beta_M = \beta_S = \theta_z/2 \quad (4.7)$$

donde β_M es el ángulo longitudinal entre el campo de espejos primario y el plano horizontal ($^\circ$), β_S es el ángulo longitudinal entre el sistema secundario y el plano horizontal ($^\circ$) y θ_z es el ángulo cenital ($^\circ$). Esto quiere decir, que es necesario que el *SSLFR* disponga de dos movimientos en el plano longitudinal. Este hecho se tendrán en cuenta en el Capítulo 6, en el diseño del sistema de seguimiento solar. Además, el uso de esta configuración conlleva que el sistema fotovoltaico tenga la misma longitud que los espejos del sistema reflector primario. Por último, como ambos campos (primario y secundario) están centrados con respecto al centro del *SSLFR*, el diseño es más compacto.

Por lo tanto, a partir de ahora se considerará solamente el plano transversal como plano de estudio.

4.2. Causas de iluminación no uniforme de las células fotovoltaicas

La mayoría de las aplicaciones de los *SSLFRs* son para la obtención de energía térmica [27], [65], y para ello utilizan un tubo absorbedor, en cambio, en un sistema *LCPV* se utilizan células fotovoltaicas como absorbedor.

En las aplicaciones térmicas, la no uniformidad de iluminación del absorbedor es prácticamente irrelevante [79], [30], [16]. Sin embargo, en este estudio, la iluminación heterogénea del sistema fotovoltaico disminuye su factor de llenado y su eficiencia eléctrica global [105], e incluso puede dañar las células fotovoltaicas si se forman puntos calientes [71].

La anchura del sistema fotovoltaico iluminado por el i -ésimo espejo, W_{ai} , puede ser expresado por la ecuación (6.9). En esta ecuación, α_i y β_i no son variables independientes, por lo que W_{ai} depende esencialmente de W_{Mi} , d_i , n y f . En esta escala de reflectores lineales Fresnel, f suele considerarse igual a 1, 5 (m) [192], [191], [16]. Por lo tanto, W_{Mi} , d_i y n son los parámetros de diseño del *SSLFR* que pueden dar lugar a una iluminación no uniforme de las células fotovoltaicas.

Para analizar los efectos de estos parámetros sobre la iluminación de las células fotovoltaicas se han realizado una serie de simulaciones de la distribución de irradiancia solar directa sobre las células fotovoltaicas. Para ello se ha utilizado la técnica Monte Carlo Ray Tracing, mediante el software SolTraceTM. El software SolTraceTM, desarrollado por el National Renewable Energy Laboratory (*NREL*), es uno de los programas de código abierto más utilizados y reconocidos para el estudio de concentradores solares [177], [147]. Este software se basa en la metodología de Monte Carlo Ray Tracing. Los parámetros geométricos del *SSLFR*, tanto de la cavidad secundaria como del sistema reflector primario, se introducen en el software SolTraceTM para establecer el modelo geométrico en 3D. Además, el software SolTraceTM permite asignar parámetros relacionados con la reflexión y la refracción en la superficie del material. Otra ventaja de este software es que el usuario puede especificar un número determinado de rayos a trazar. Los rayos se generan aleatoriamente desde el Sol hasta los elementos reflectantes que componen el sistema, donde los rayos se cruzan. Los parámetros del *SSLFR* que permanecen constantes en estas simulaciones se muestran en la Tabla 4.1, y se asume que todos los espejos son perfectos, planos y sin errores de fabricación. Además, se han utilizado 10^7 rayos de luz para cada simulación. Por último, se ha elegido Almería (España) como ubicación de las simulaciones. Este punto geográfico se caracteriza por una latitud de $36^{\circ}50'07''N$ y una longitud de $02^{\circ}24'08''W$.

Tabla 4.1. Parámetros que permanecen constantes en las simulaciones.

	Parametros	Valor
L_M	Longitud de los espejos	2,00 (m) [16]
L_{PV}	Longitud del sistema fotovoltaico	2,00 (m) [16]
f	Altura del absorbedor	1,50 (m) [192]
ρ	Reflectividad del espejo	0,94 [48]
CI_m	Factor de suciedad de los espejos	0,96 [145]
CI_g	Factor de suciedad del cristal	0,96 [145]
τ_g	Transmisitividad del cristal	$\tau_g = 0,87$ if $\alpha_i \leq 20$ ($^\circ$), $\tau_g = 0,85$ if 20 ($^\circ$) $\leq \alpha_i \leq 30$ ($^\circ$) [163]

4.2.1. Contribución de los fenómenos de sombreado y de bloqueo a la iluminación no uniforme

En este caso, la separación entre espejos consecutivos, d , tiene un valor pequeño.

El fenómeno de sombreado sucede cuando un espejo crea una sombra sobre otro espejo adyacente. Y el fenómeno de bloqueo sucede cuando un espejo bloquea los rayos reflejados de otro espejo adyacente. Según estas definiciones, está claro, que la separación entre espejos consecutivos influye notablemente sobre la aparición de estos fenómenos.

Para estudiar la influencia del parámetro d sobre el fenómeno de sombreado se ha realizado un modelo 3D mediante el software SolTraceTM. Además de los parámetros de la Tabla 4.1, se va a considerar un sistema reflector primario compuesto por 5 espejos ($n = 2$) de 0,30 (m) de ancho y separación entre espejos adyacentes de 0,05 (m). Además, el ancho del sistema fotovoltaico será de 0,28 (m).

La Fig. 4.3. muestra el instante $T = 9 : 00$ del día $n_d = 172$ (solsticio de verano) de la reflexión de los rayos solares sobre los espejos del sistema reflector primario y su llegada al sistema fotovoltaico. En la Fig. 4.3.a puede apreciarse el fenómeno de sombreado en los espejos 1 y 2. Y en la Fig. 4.3.b los efectos que produce sobre la densidad de flujo (W/m^2) en el sistema de células fotovoltaicas. El fenómeno de sombreado de los espejos 1 y 2 produce una notable falta de uniformidad en el lado Este de las células fotovoltaicas y una leve falta de uniformidad en el lado Oeste. Esto es debido a la hora del día elegida. Si se hubiese elegido $T = 15 : 00$, los espejos 4 y 5 sufrirían el fenómeno de sombreado. Como el fenómeno de bloqueo ofrece unas consecuencias similares, no se presenta simulación del mismo.

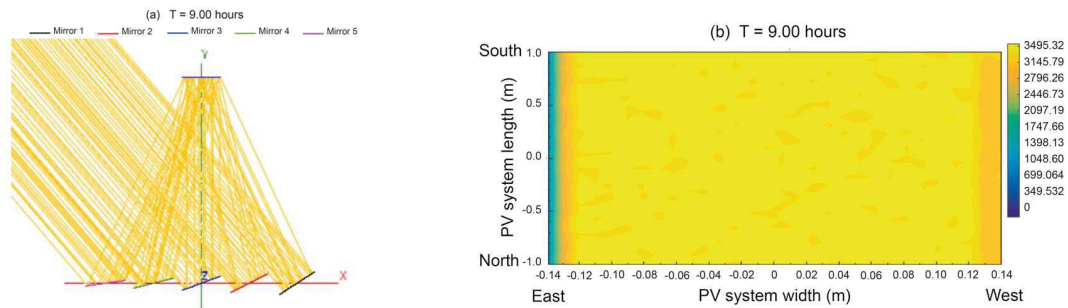


Fig. 4.3. Resultados de la simulación con SolTrace para un *SSLFR* con sombreado.

Por lo tanto, se acaba de demostrar, que la presencia de cualquiera de estos fenómenos implica una iluminación no uniforme de las células fotovoltaicas, por lo que una de las premisas en el diseño del sistema reflector primario es evitar la aparición de estos fenómenos.

4.2.2. Contribución de la separación entre espejos a la iluminación no uniforme

En este caso, la separación entre espejos consecutivos, d , tiene un valor elevado.

Evidentemente, a medida que el parámetro d aumenta, los fenómenos de sombreado y de bloqueo disminuyen. Pero, ¿qué ocurre si el valor de este parámetro aumenta en exceso?.

Para estudiar la influencia del parámetro d cuando toma valores elevados se ha realizado un modelo 3D mediante el software SolTraceTM. En este modelo 3D se ha considerado el diseño propuesto por Sharma et al. [145] que evita tanto el fenómeno de sombreado como el de bloqueo. Además de los parámetros de la Tabla 4.1, se va a considerar un sistema reflector primario compuesto por 5 espejos ($n = 2$) de 0,30 (m) de ancho y separación entre espejos adyacentes de 0,08, 0,10, 0,12 y 0,14 (m). Además, el ancho del sistema fotovoltaico será de 0,28 (m).

La Fig. 4.4. muestra el instante $T = 9 : 00$ del día $n_d = 172$ (solsticio de verano) de la densidad de flujo (W/m^2) en el sistema de células fotovoltaicas en función del parámetro d . Se puede apreciar, que un aumento del parámetro d produce un aumento de la iluminación no uniforme sobre las células fotovoltaicas.

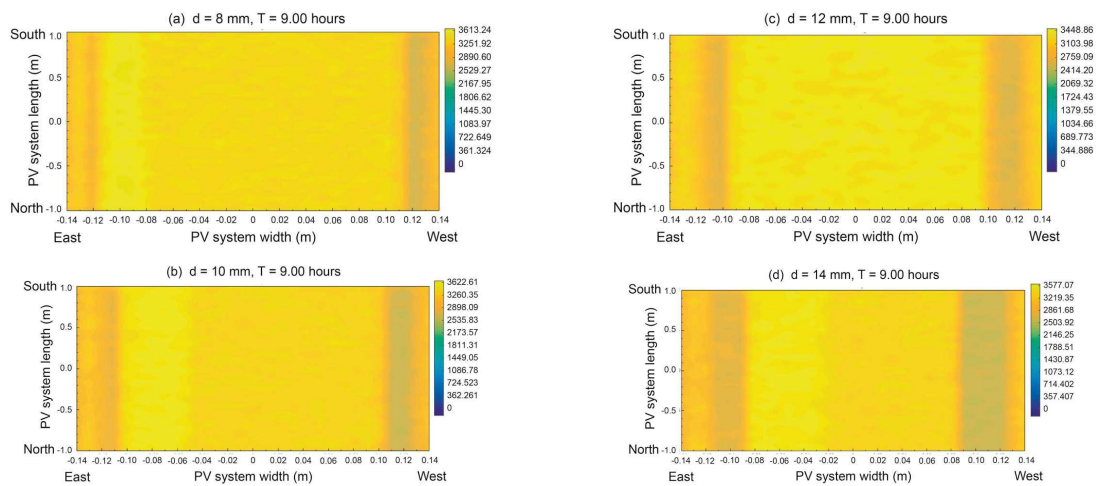


Fig. 4.4. Densidad de flujo en células *PV* obtenida con SolTrace para un *SSLFR* con variación del parámetro d .

Por lo tanto, se acaba de demostrar, que la elección de un valor excesivo del parámetro d también produce iluminación no uniforme del sistema fotovoltaico. Por lo tanto, es necesario disponer de un algoritmo que determine el valor mínimo del parámetro d que evite los fenómenos de sombreado y bloqueo.

4.2.3. Contribución del número de espejos a la iluminación no uniforme

Se puede intuir, que cuanto mayor sea el número de espejos, n , mayor será la probabilidad de tener una distribución no uniforme de la densidad de flujo en el sistema fotovoltaico, ya que cada espejo tendrá un W_{Mi} diferente. Para demostrar esta afirmación, se ha realizado un modelo 3D mediante el software SolTraceTM. Además de los parámetros de la Tabla 4.1, se va a considerar un sistema reflector primario compuesto por 9 espejos ($n = 4$) de 0,16 (m) de ancho y separación entre espejos adyacentes de 0,05 (m). Además, el ancho del sistema fotovoltaico será de 0,14 (m).

La Fig. 4.5. muestra el instante $T = 9 : 00$ del día $n_d = 172$ (solsticio de verano) de la densidad de flujo (W/m^2) en el sistema de células fotovoltaicas para $n = 4$. Se puede apreciar, que un aumento del parámetro n produce un aumento de la iluminación no uniforme sobre las células fotovoltaicas.

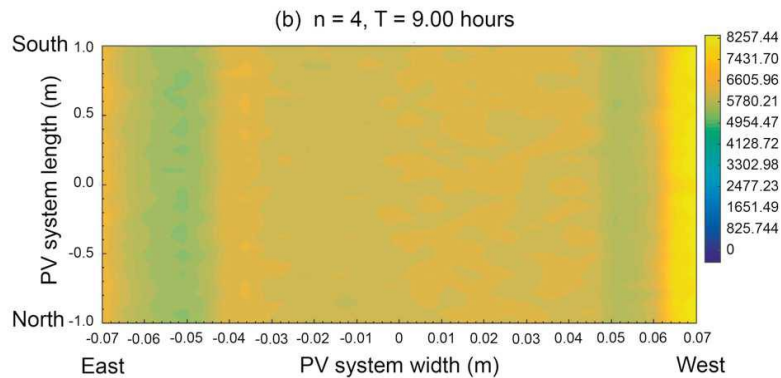


Fig. 4.5. Densidad de flujo en células *PV* obtenida con SolTrace para un *SSLFR* con $n = 4$.

Por lo tanto, se acaba de demostrar, que el número de espejos del sistema reflector primario, también produce iluminación no uniforme del sistema fotovoltaico. Una gran diferencia entre el W_{Mi} de cada espejo, tiene un gran impacto sobre la iluminación no uniforme. Por lo tanto, es necesario disponer de un algoritmo que determine el valor de W_{Mi} para cada espejo que evite la iluminación no uniforme.

4.2.4. Contribución del ancho del sistema fotovoltaico a la iluminación no uniforme

El ancho del sistema fotovoltaico también influye en la falta de uniformidad de la iluminación sobre ella misma. Para comprobar este hecho, se ha realizado un modelo 3D mediante el software SolTraceTM. Además de los parámetros de la Tabla 4.1, se va a considerar un sistema reflector primario compuesto por 7 espejos ($n = 3$) de 0,2085 (m) de ancho y separación entre espejos adyacentes de 0,06 (m). Además, el ancho del sistema fotovoltaico será de 0,24 (m).

La Fig. 4.6. muestra el instante $n_d = 9 : 00$ del día $N = 172$ (solsticio de verano) de la densidad de flujo (W/m^2) en el sistema de células fotovoltaicas para $W_{PV} = 0,24$ (m). Se puede apreciar, que los bordes están prácticamente sin iluminar debido a una elección errónea del parámetro W_{PV} .

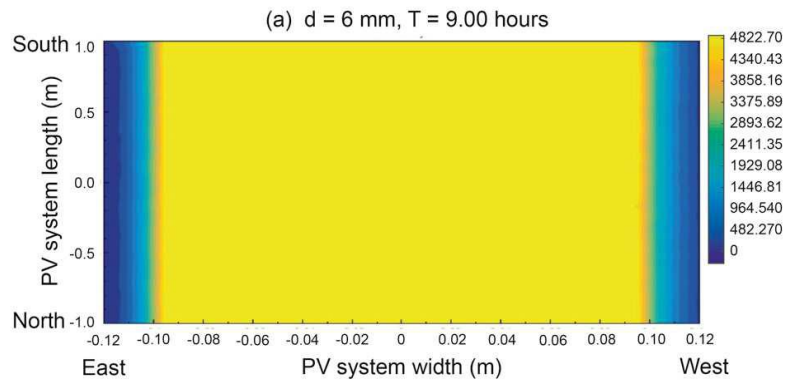


Fig. 4.6. Densidad de flujo en células *PV* obtenida con SolTrace para un SSLFR con $n = 4$.

Por lo tanto, se acaba de demostrar, que el ancho del sistema fotovoltaico, también produce iluminación no uniforme sobre si mismo. Si existe gran disparidad entre el ancho de los espejos y el ancho del sistema fotovoltaico, se producirá una fuerte falta de iluminación uniforme. Por lo tanto, es necesario disponer de un algoritmo que relacione los parámetros W_{Mi} y W_{PV} de forma óptima.

4.2.5. Conclusiones sobre las causas de iluminación no uniforme de las células fotovoltaicas

En resumen, es necesario relacionar y optimizar los parámetros W_{Mi} , d_i , n y W_{PV} para obtener una distribución uniforme del flujo en las células fotovoltaicas y evitar problemas, tales como: disminución del factor de llenado, disminución de la eficiencia eléctrica, y aparición de puntos calientes.

En la próxima sección, se propondrá un diseño óptimo de un *SSLFR* que opere con iluminación uniforme de sus células fotovoltaicas.

4.3. Diseño óptico de un SSLFR con iluminación uniforme

El objetivo de este diseño óptico es conseguir una distribución homogénea y uniforme de la irradiancia solar que llega a las células fotovoltaicas durante un determinado tiempo de operación del *SSLFR*.

Se considera que el *SSLFR* está óptimamente diseñado desde el punto de vista óptico cuando se cumplen las denominadas “condiciones óptimas de diseño”, que pueden expresarse como:

- (i) La densidad de flujo es homogénea en todas las células fotovoltaicas.
- (ii) Ausencia del fenómeno de sombreado entre espejos adyacentes.
- (iii) Ausencia del fenómeno de bloqueo entre espejos adyacentes.

La primera condición es la más importante, ya que es el objeto de este estudio, y se puede decir, que engloba a la segunda y tercera en algún intervalo de tiempo. Pero, como estas dos condiciones influyen en el rendimiento del *SSLFR* se han separado del estudio de la primera condición.

En primer lugar, se definirá el denominado “intervalo óptimo de operación”, $[-\theta_{t_0}, \theta_{t_0}]$. En este intervalo, se cumplirán las condiciones óptimas de diseño. Evidentemente, las horas que se produce el intervalo óptimo de operación variarán para cada día n_d del año. En ocasiones, solamente se cumplirá la primera condición, ya que es independiente del tiempo. Hay que tener en cuenta que los fenómenos de sombreado y de bloqueo no pueden garantizarse desde el amanecer hasta el anochecer por razones geométricas obvias. De ahí que el tiempo de operación forme parte del diseño.

Por lo tanto, en el diseño que se propone, se debe garantizar que durante un intervalo de tiempo determinado, todas las células fotovoltaicas estén completamente iluminadas por todos los espejos de forma homogénea, sin sombras ni bloqueos. Para ello, hay que determinar $\theta_{t_0} \in [m, M]$. Donde m y M son los límites de un determinado intervalo de discretización de θ_{t_0} .

Para el cálculo de θ_{t_0} hay que fijar las condiciones más desfavorables para que exista iluminación uniforme. Estas condiciones son:

- (i) Las horas del día más desfavorables, simétricas con respecto al mediodía.
- (ii) El espejo más desfavorable, que es el espejo más alejado del Sol.

Cualquier distancia entre espejos que garantice la ausencia de los fenómenos de sombreado y bloqueo, para el espejo más desfavorable y su adyacente en la hora del día más desfavorable, garantiza también su ausencia en cualquier otro momento del día entre cualesquiera de los otros espejos consecutivos, durante el intervalo óptimo de operación. Es decir, se diseña el *SSLFR* para que opere de forma óptima durante el intervalo óptimo de operación. Fuera de este intervalo, no se garantizan las condiciones óptimas de diseño.

Una elección correcta de θ_{t_0} es clave en el diseño propuesto, ya que influirá en otros parámetros importantes como el ancho total del sistema, la proporción de irradiación solar

anual incidente en las células fotovoltaicas o el lapso de tiempo diario sin el fenómeno de sombreado y bloqueo.

4.3.1. Principales ecuaciones utilizadas en el diseño óptico

El objetivo es optimizar la posición de los espejos del sistema reflector primario. Para ello, hay que optimizar los siguientes parámetros:

- (i) El número n de espejos a cada lado del espejo central.
- (ii) La distancia L_i .
- (iii) El ancho de cada espejo W_{Mi} .

A partir de L_i y W_{Mi} se puede calcular d_i , como se puede deducir de la Fig. 4.7.

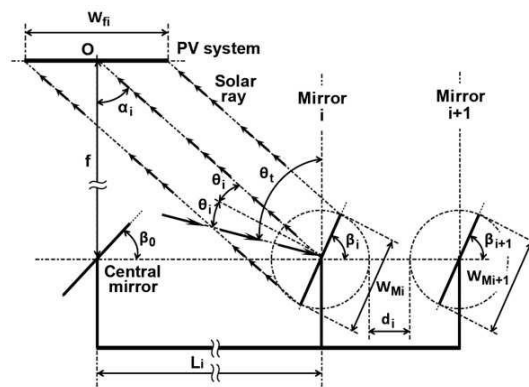


Fig. 4.7. Parámetros utilizados en el diseño.

En este estudio se utilizará una modificación del método propuesto en [14]. Así, el espejo i puede caracterizarse en todo momento por tres parámetros: su posición (L_i), su anchura (W_{Mi}) y su inclinación (β_i). En primer lugar, se calculará los valores de L_i que garanticen que no se produzcan los fenómenos de sombreado y bloqueo entre espejos adyacentes durante el intervalo óptico de operación.

4.3.1.1. Diseño para evitar el fenómeno de sombreado

Se considera la peor disposición de los espejos (una de las dos simétricas). En t_0 el Sol está a la derecha ($\theta_{t_0} > 0$) y por lo tanto, los espejos de la izquierda son los peor orientados en ese instante y son estos los que hay que tener en cuenta. Para ellos $\beta_i < 0$. La Fig. 4.8 muestra el espejo central y sus espejos adyacentes a la izquierda, que son los primeros que se deben considerar.

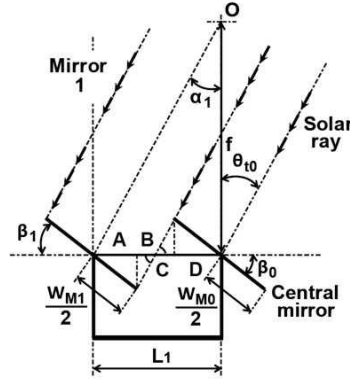


Fig. 4.8. Condición para evitar el fenómeno de sombreado.

Como ya se ha visto:

$$L_0 = 0; \quad \beta_0 = \frac{-\theta_{t_0}}{2} \quad (4.8)$$

Mientras que para $i = 1$, el espejo situado inmediatamente a la izquierda del espejo central:

$$L_1 = A + B + C + D = \frac{W_{M1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_1}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_1 \right] + \frac{W_{M0}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_0}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_0 \right] \quad (4.9)$$

con:

$$\beta_1 = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_1}{f} \quad (4.10)$$

Utilizando un razonamiento análogo y desplazándose hacia los espejos de la izquierda, se obtiene la condición general para los espejos del lado izquierdo del *SSLFR*:

$$L_i = L_{i-1} + \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_{i-1} \right] \quad (4.11)$$

con:

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \quad (4.12)$$

para $1 \leq i \leq n$.

Como suponemos que el *SSLFR* funciona simétricamente a lo largo del día, los valores de L_i del lado derecho deben ser los mismos que los del lado izquierdo. Utilizando las convenciones $\theta_{t_0} < 0$, $\beta_i > 0$ para estos espejos, se obtiene:

$$L_i = L_{i-1} + \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{\sin \beta_i}{-\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{\sin \beta_{i-1}}{-\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_{i-1} \right] \quad (4.13)$$

mientras que, para las inclinaciones de los espejos, se obtiene:

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} + \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f}; \quad 1 \leq i \leq n \quad (4.14)$$

4.3.1.2. Diseño para evitar el fenómeno de bloqueo

Como en el apartado anterior, solamente se tiene que razonar para el valor positivo de θ_{t_0} y en el lado izquierdo (véase Fig. 4.9). Utilizando un razonamiento similar al realizado para el fenómeno del sombreado para los dos primeros espejos, se obtiene:

$$L_0 = 0; \quad \beta_0 = \frac{-\theta_{t_0}}{2} \quad (4.15)$$

y:

$$L_1 = A + B + C + D = \frac{W_{M1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_1}{\cot \alpha_1} + \cos \beta_1 \right] + \frac{W_{M0}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_0}{\cot \alpha_1} + \cos \beta_0 \right] \quad (4.16)$$

con:

$$\beta_1 = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_1}{f} \quad (4.17)$$

En general, para $1 \leq i \leq n$, se obtiene:

$$L_i = L_{i-1} + \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_{i-1} \right] \quad (4.18)$$

con ángulo de inclinación:

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \quad (4.19)$$

Por simetría, los valores de L_i y β_i en el lado derecho son:

$$L_i = L_{i-1} + \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{\sin \beta_i}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{\sin \beta_{i-1}}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_{i-1} \right] \quad (4.20)$$

y

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} + \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \quad (4.21)$$

Hemos comprobado, mediante simulaciones, que las condiciones del fenómeno de sombreado (4.11) y (4.12) son más estrictas que las del fenómeno de bloqueo (4.18) y (4.19). Consideramos implementar estas últimas solo para verificar que se cumplen, a posteriori.

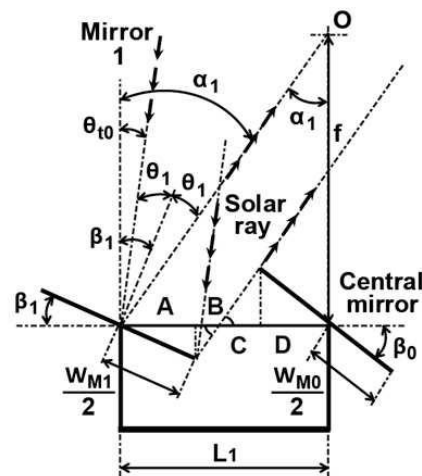


Fig. 4.9. Condición para evitar el fenómeno de bloqueo.

4.3.1.3. Diseño para que la densidad de flujo sea homogénea en las células fotovoltaicas

Como ya se ha indicado, en estudios donde se utiliza el *SSLFR* con sistemas térmicos, la anchura de los espejos W_{Mi} es constante y estaba predefinida. Sin embargo, el diseño de un sistema fotovoltaico de baja concentración, donde el sistema absorbedor está compuesto de células fotovoltaicas, requiere que W_{Mi} se elijan de forma que se garantice que la densidad de flujo sea homogénea durante el intervalo óptimo de operación. Por lo tanto, los W_{Mi} también son incógnitas y deben calcularse a partir de unas nuevas condiciones.

El ancho W_{fi} en el sistema secundario, alrededor del punto focal O , iluminado por el espejo i -ésimo es:

$$W_{fi} = W_{Mi} \cdot [\cos \beta_i \pm \sin \beta_i \tan \alpha_i]; \quad 1 \leq i \leq n \quad (4.22)$$

los signos \pm se utilizan de la siguiente manera: $-$ para los espejos del lado izquierdo y $+$ para los espejos del lado derecho. Para el espejo central $i = 0$, $\alpha_0 = 0$ y por lo tanto, $\beta_0 = -\theta_t/2$. W_{fi} depende del día del año n_d , del tiempo solar T y del espejo i : $W_{fi}(n_d, T, i)$. Si se fija θ_{t_0} , el conjunto de incógnitas que dependen de este θ_{t_0} son: W_{Mi} , β_i and L_i .

El requisito de la iluminación uniforme de las células fotovoltaicas es el siguiente:

$$W_{fi} = W_{PV}; \quad 1 \leq i \leq n \quad (4.23)$$

donde el ancho del sistema fotovoltaico W_{PV} es un dato. Las simulaciones numéricas demuestran que se cumple la siguiente propiedad:

Propiedad 4.1. Para todos los días n_d , todos los valores de θ_{t_0} , y para cada espejo i , sucede que el menor valor de $W_{fi}(n_d, T, i)$ (y por tanto, la peor situación, ya que se necesita que W_{Mi} sea tal que se cumpla la ecuación (4.23)) tiene que cumplir: (i) Para los espejos del lado izquierdo, $T = -\theta_{t_0}$; (ii) Para los espejos del lado derecho, $T = \theta_{t_0}$; y (iii) El espejo central se comporta simétricamente respecto a esos dos valores.

A partir de la Propiedad 4.1, y para garantizar la homogeneidad de flujo incluso en las peores situaciones, se resuelve la ecuación (4.23) teniendo en cuenta que ahora, los espejos del lado izquierdo se comportan peor cuando el Sol está en el mismo lado, y respectivamente con el lado derecho. Como el *SSLFR* es simétrico, sólo se necesita resolver uno de los casos. Se toma el de la izquierda por coherencia.

En resumen, debe cumplirse la siguiente condición:

$$W_{Mi} \cdot [\cos(\beta_i + \theta_{t_0}) - \sin(\beta_i + \theta_{t_0}) \tan \alpha_i] = W_{PV}; \quad 1 \leq i \leq n \quad (4.24)$$

4.3.2. Determinación del intervalo óptimo de operación

A continuación se presenta el algoritmo de optimización iterativo utilizado para la determinación del intervalo óptimo de operación. Se recuerda que solamente se trabaja con los espejos del lado izquierdo, ya que el sistema es simétrico. Los pasos son los siguientes:

(i) Seleccionar una discretización del intervalo $[m, M]$ al que pertenezca θ_{t_0} . Este intervalo debe cumplir las condiciones óptimas de diseño y se elige a partir de la experiencia. Se comienza con $\theta_{t_0} = m$.

(ii) Encontrar las condiciones iniciales para cada espejo. Para $i = 0$, se sabe que:

$$\beta_0 = -\frac{\theta_{t_0}}{2}; \quad L_0 = 0 \quad (4.25)$$

Utilizando la ecuación (4.24), se calcula el ancho W_{M0} del espejo central:

$$W_{M0} \cdot [\cos(\beta_0 + \theta_{t_0}) - \sin(\beta_0 + \theta_{t_0}) \tan \alpha_i] = W_{PV} \quad (4.26)$$

(iii) Se resuelve el sistema de 3 ecuaciones (4.11), (4.12) and (4.24), que representan las peores condiciones para que las células fotovoltaicas estén uniformemente iluminadas:

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \quad (4.27)$$

$$L_i = L_{i-1} + \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_{i-1} \right] \quad (4.28)$$

$$W_{Mi} \cdot [\cos(\beta_i + \theta_{t_0}) - \sin(\beta_i + \theta_{t_0}) \tan \alpha_i] = W_{PV} \quad (4.29)$$

Dada su particular estructura, este sistema debe resolverse progresivamente, de $i = 1$ a $i = n$, comenzando por los valores calculados para $i = 0$.

(iv) Aumentar θ_{t_0} por la discretización y repetir los pasos anteriores, hasta que $\theta_{t_0} > M$.

Hay que tener en cuenta que antes de comenzar, se tiene que calcular T utilizando la ecuación (4.2):

$$\theta_t = F(n_d, T) \Rightarrow T = h(n_d, \theta_t) \quad (4.30)$$

para definir $h(n_d, \theta_t)$ implícitamente.

Si se particulariza θ_t a $\pm\theta_{t_0}$, se obtienen dos funciones definidas implícitamente $h_R(n_d, \theta_{t_0})$ y $h_S(n_d, \theta_{t_0})$:

$$-\theta_{t_0} = F(n_d, T) \Rightarrow T = h_R(n_d, \theta_{t_0}) \quad (4.31)$$

$$\theta_{t_0} = F(n_d, T) \Rightarrow T = h_S(n_d, \theta_{t_0}) \quad (4.32)$$

simétricas con respecto a $T = 12$, de modo que solamente se tiene que resolver una de ellas.

Los subíndices R y S , proceden de “sunRise” y “sunSet”, aunque, propiamente hablando, indican la hora a la que el sistema debe comenzar y finalizar su operación, respectivamente. No obstante, se hablará de funciones de salida y puesta del Sol cuando se refieran a ellas. Ahora, se puede definir el intervalo óptimo de operación en función de T :

$$T \in I_{n_d} = [h_R(n_d, \theta_{t_0}), h_S(n_d, \theta_{t_0})] \quad (4.33)$$

que depende del día del año n_d .

4.3.3. Influencia de θ_{t_0} en la irradiación total recibida.

Para realizar este estudio es necesario conocer la distribución horaria de la irradiancia solar directa sobre superficie horizontal para cada día del año $I_{bh}(n_d, T)$, en las condiciones meteorológicas del lugar de instalación del *SSLFR*. Para ello, se utilizará el método presentado en el Capítulo 3 [21], que es otra aportación derivada de esta Tesis Doctoral.

En la sección anterior, se determinó el ángulo θ_{t_0} que define el intervalo óptimo de operación. Este ángulo, tiene gran influencia en el ancho del *SSLFR*, tal como se mostrará en próximos ejemplos. Pero este ángulo, también tiene influencia en la irradiancia solar recibida por las células fotovoltaicas. Para ello, se integrará, para cada día del año n_d y para cada θ_{t_0} , la irradiancia absorbida a lo largo del intervalo (4.33):

$$\tilde{\mathbb{H}}_{bh}(n_d, \theta_{t_0}) = \int_{h_R(n_d, \theta_{t_0})}^{h_S(n_d, \theta_{t_0})} \mathbb{I}_{bh}(n_d, T) dT \quad (4.34)$$

En el intervalo óptimo de operación, se sabe con certeza que no se produce el fenómeno de sombreado ni de bloqueo. Se va a comparar $\tilde{\mathbb{H}}_{bh}(n_d, \theta_{t_0})$ con la irradiación solar total desde el amanecer ($T_R(n_d)$) hasta el atardecer ($T_S(n_d)$):

$$\mathbb{H}_{bh}(n_d) = \int_{T_R(n_d)}^{T_S(n_d)} \mathbb{I}_{bh}(n_d, T) dT \quad (4.35)$$

Hay que tener en cuenta, que sería imposible evitar el fenómeno de sombreado y de bloqueo durante todo el intervalo $[T_R(n_d), T_S(n_d)]$, ya que, por ejemplo, la altura solar en ambos momentos es 0. Por lo tanto, el valor de $\mathbb{H}_{bh}(n_d)$ no es más que el límite superior de la irradiación solar absorbida y debe tenerse en cuenta este hecho durante el proceso de diseño.

La combinación de los siguientes parámetros:

- (i) El ancho del *SSLFR*:

$$W = 2L_n + W_{Mn} \quad (4.36)$$

- (ii) La proporción de irradiación solar anual absorbida:

$$P_{\mathbb{H}} = \sum_{n_d=1}^{365} \tilde{\mathbb{H}}_{bh}(n_d, \theta_{t_0}) / \sum_{n_d=1}^{365} \mathbb{H}_{bh}(n_d) \quad (4.37)$$

serán las herramientas clave del diseñador para elegir el θ_{t_0} , en función de otros condicionantes, tales como: técnicos, económicos, geográficos, etc.

4.4. Análisis de la propuesta de diseño del SSLFR

Una vez finalizada la fase de diseño, con la elección de θ_{t_0} y fijados los valores óptimos del número de espejos n , sus posiciones L_i y sus anchos W_{Mi} , se estudiará el comportamiento

del *SSLFR* como parte del sistema fotovoltaico de baja concentración. Se recuerda que la inclinación de los espejos sigue al ángulo transversal θ_t con la fórmula:

$$\beta_i = \frac{-\theta_t \pm \alpha_i}{2}; 1 \leq i \leq n \quad (4.38)$$

Se recuerda también, que el *SSLFR* propuesto ha sido diseñado para un funcionamiento óptimo para $T \in I_{n_d}$ (vease la ecuación (4.33), y este intervalo difiere en función del día.

Se estudia ahora, tres aspectos relevantes en el modo de operación del *SSLFR*: las dimensiones del sistema de refrigeración, las ecuaciones que rigen el fenómeno de sombreado y bloqueo fuera del intervalo óptimo de operación y, por último, cómo se calcula la potencia que le llega al sistema fotovoltaico.

La siguiente propiedad es fácilmente verificable.

Propiedad 4.2. Para cualquier θ_t , y cualquier espejo i , el valor $W_{fi}(n_d, T, i)$ es constante siempre que T venga dado por la función implícita $h(n_d, \theta_t)$.

Teniendo en cuenta que la posición inicial de los espejos los fija el parámetro α_i y que todos ellos se mueven de forma síncrona, el valor de W_{fi} depende únicamente de θ_t , tal como se indica en la Propiedad 4.2. De esta propiedad se deduce que, por ejemplo, al comenzar y al finalizar el funcionamiento del sistema, $h_R(n_d, \theta_{t_0})$ y $h_S(n_d, \theta_{t_0})$, respectivamente, el ancho W_{fi} es el mismo todos los días. La diferencia es que se alcanza en distintos instantes de tiempo del día.

Otra propiedad, que se utilizará más adelante en este capítulo, es que el valor máximo de W_{fi} para cada espejo i es independiente del día n_d , aunque, de nuevo, se alcanza en distintos tiempos del día. Una vez conocido este valor máximo, se comprobará que las células fotovoltaicas reciban siempre irradiación solar y se podrá calcular la potencia solar de entrada a las células fotovoltaicas.

4.4.1. Fenómeno de sombreado y bloqueo fuera del intervalo óptimo de operación

En la sección anterior, el *SSLFR* se diseñó para que durante el intervalo óptimo de operación

$$\theta_t \in [-\theta_{t_0}, \theta_{t_0}] \quad (4.39)$$

el fenómeno de sombreado y bloqueo no estuviesen presentes. Ahora se estudiará qué ocurre cuando θ_t está fuera de este intervalo. Como en el resto del capítulo, solamente se mostrarán los cálculos explícitos para los espejos del lado izquierdo.

Sea s_i la distancia entre dos espejos adyacentes (espejo $i-1$ e i), en el diseño óptimo para $\theta_t = \theta_{t_0}$. De las ecuaciones (4.11) y (4.12) se deduce que:

$$s_i = L_i - L_{i-1} = \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_{i-1} \right] \quad (4.40)$$

con:

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \quad (4.41)$$

Sea s_i^* el valor obtenido para un θ_t general:

$$s_i^* = \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_t} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_t} + \cos \beta_{i-1} \right] \quad (4.42)$$

con:

$$\beta_i = \frac{-\theta_t}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \quad (4.43)$$

La forma más sencilla de comprobar si hay el efecto de sombreado o no, es utilizando la siguiente prueba:

$$\begin{aligned} \text{Si } s_i^* &\leq s_i \rightarrow \text{No hay sombreado} \\ \text{Si } s_i^* &> s_i \rightarrow \text{Hay sombreado} \end{aligned} \quad (4.44)$$

En primer lugar, se supone que hay sombreado (es decir, $s_i^* > s_i$), y se calcula su magnitud. A partir de la Fig. 4.10, para dos espejos consecutivos en el lado izquierdo, se obtiene:

$$s_i = A + B + C + D = \frac{\overline{W}_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_t} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_t} + \cos \beta_{i-1} \right] \quad (4.45)$$

donde está la anchura del espejo que causa el fenómeno de sombreado:

$$\frac{W_{Mi}}{2} + \frac{\overline{W}_{Mi}}{2} = \frac{W_{Mi}}{2} + \frac{s_i - \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_t} + \cos \beta_{i-1} \right]}{\left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_t} + \cos \beta_i \right]} \quad (4.46)$$

En esta fórmula, \overline{W}_{Mi} puede ser positivo o negativo.

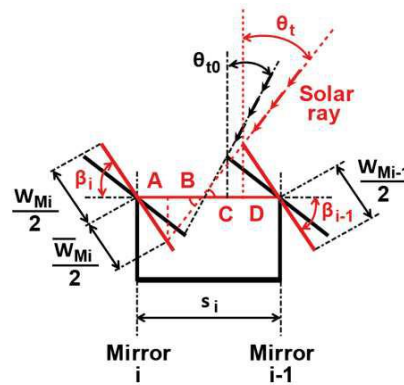


Fig. 4.10. Determinación del fenómeno de sombreado.

En cuanto al fenómeno de bloqueo, razonando análogamente y utilizando la Fig. 4.11, el ancho del espejo libre de bloqueo es:

$$\frac{W_{Mi}}{2} + \frac{\overline{W}_{Mi}}{2} = \frac{W_{Mi}}{2} + \frac{s_i - \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_{i-1} \right]}{\left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_i \right]} \quad (4.47)$$

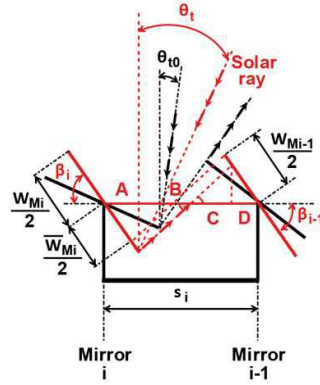


Fig. 4.11. Determinación del fenómeno de bloqueo.

4.4.2. Potencia entrante a las células fotovoltaicas

La potencia que llega a las células fotovoltaicas puede calcularse a partir de la ecuación propuesta por Morin et al. [122], pero adaptada a un *SSLFR* con células fotovoltaicas en el sistema secundario. La ecuación propuesta por Morin et al. [122] es la siguiente:

$$Q = DNI \cdot \eta_{opt} \cdot IAM \cdot A_{eff} \cdot \eta_{endloss} \quad (4.48)$$

donde DNI es la irradiancia normal directa (W/m^2), η_{opt} es la eficiencia óptica del *SSLFR*, A_{eff} es el área total efectiva del espejo (m^2), $\eta_{endloss}$ es la eficiencia de pérdida final de receptor, en este caso, el sistema fotovoltaico, que se refiere al área del receptor que no está iluminada por los rayos reflejados en el estudio longitudinal, y finalmente IAM es el ángulo de incidencia modificado que se tendrá en cuenta utilizando un coseno de incidencia para cada espejo. En este estudio, además, hay que tener en cuenta un coeficiente que incluye el sombreado y bloqueo de los rayos reflejados, y una variante en la determinación de A_{eff} .

El IAM se suele dividir en sus componentes transversal y longitudinal como se muestra a continuación:

$$IAM = IAM_T(\theta_t) \cdot IAM_L(\theta_l) \quad (4.49)$$

Como en este estudio se ha elegido la configuración longitudinal que cumple la condición:

$$\beta_M = \beta_S = \theta_z/2 \quad (4.50)$$

Se puede concluir que toda la longitud L_{PV} está uniformemente iluminada, y que se cumple:

$$\eta_{endloss} = 1; \theta_l = \theta_z/2 \quad (4.51)$$

Para calcular A_{eff} , se debe tener en cuenta varios factores. Ya se ha garantizado que la longitud efectivamente iluminada es toda L_{PV} . También se necesita conocer el ancho W_{fi} , que es el ancho del sistema fotovoltaico realmente iluminado. Durante el intervalo óptimo de operación I_{nd} , se cumple la igualdad $\min\{W_{fi}, W_{PV}\} = W_{PV}$, pero se necesita calcular el valor de ese mínimo fuera de ese intervalo (para algunos espejos será W_{fi} en lugar de

W_{PV}). Por último, se incluirá un factor de sombra y bloqueo F_{bs} , cuyo valor es 1 durante el intervalo óptimo de operación I_{n_d} , y que se calcula mediante las ecuaciones (4.46) y (4.47) en otros instantes fuera de I_{n_d} . Una vez tenidos en cuenta todos estos elementos, se propone, como consecuencia del Principio de Conservación de la Energía, la siguiente ecuación para la potencia que llega a las células fotovoltaicas:

$$Q = \sum_{i=1}^{2 \cdot n + 1} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot L_{PV} \cdot \min\{W_{fi}, W_{PV}\} \cdot F_{bs} \cdot \cos \theta_i \cdot \cos \theta_l \quad (4.52)$$

Donde θ_i es el ángulo transversal entre la normal al espejo i -ésimo y el ángulo de incidencia del Sol ($^\circ$). Este valor, puede calcularse a partir de:

$$\cos \theta_i = \cos(\beta_i \pm \alpha_i)$$

Los signos \pm se utilizan de la siguiente manera: + para los espejos del lado izquierdo y – para los espejos del lado derecho del *SSLFR*.

4.5. Resultados numéricos y verificación

Para explicar el método propuesto, se mostrará a continuación los resultados obtenidos en una localización de Almería (España), cuyos datos geográficos son: latitud $36^\circ 50' 07'' N$, longitud $02^\circ 24' 08'' W$ y elevación $22 (m)$. La implementación del algoritmo de optimización se ha realizado con el software MathematicaTM Computer Algebra System.

Para calcular la potencia que le llega a las células fotovoltaicas es necesario tener en cuenta las condiciones meteorológicas de la ubicación del *SSLFR*. Para ello se utilizará el método propuesto en [21]. Este método utiliza la base de datos *PVGIS* [137] para obtener la media mensual de la irradiación solar directa sobre superficie horizontal. Estos valores son obtenidos por satélite. A partir de estos valores mensuales, se utiliza el modelo de Hottel de día claro [80] y el análisis de Fourier para tener en cuenta la presencia de nubes en el modelo de día claro. Con este procedimiento se obtienen distribuciones horarias de la irradiancia solar directa sobre superficie horizontal.

En la Tabla 4.2 se incluyen los parámetros del *SSLFR* que permanecen constantes en la simulación y verificación.

Tabla 4.2. Parámetros del *SSLFR* que permanecen constantes.

	Parámetros	Valor
W_{PV}	Ancho del sistema <i>PV</i>	0,28 (m)
L_{PV}	Longitud del sistema <i>PV</i>	2,00 (m)
W_{ACS}	Ancho del sistema de refrigeración	0,30 (m)
L_{ACS}	Longitud del sistema de refrigeración	2,00 (m)
f	Altura del absorbedor	1,50 (m)
L_M	Longitud de los espejos	2,00 (m)
ρ	Reflectividad del espejo	0,94
CI_m	Factor de suciedad de los espejos	0,96
CI_g	Factor de suciedad del cristal	0,96
τ_g	Transmisitividad del cristal	0,92

La configuración elegida en el estudio longitudinal permite tomar $L_{PV} = L_M$. Desde el punto de vista del diseño óptico, los materiales de interés son: el espejo, y el vidrio de las células fotovoltaicas. Sus propiedades ópticas y el factor de limpieza del *SSLFR* ([48], [163], [145]) se recogen en la Tabla 4.1.

Todas las propiedades ópticas pueden agruparse en lo que se conoce como rendimiento óptico total (η_{opt}):

$$\eta_{opt} = \rho \cdot CI_m \cdot CI_g \cdot \tau_g \quad (4.53)$$

where ρ is the reflectividad de los espejos, CI_m el es factor de suciedad de los espejos, CI_g el es factor de suciedad del cristal, y τ_g es la transmisitividad del cristal. Todos estos parámetros son adimensionales.

4.5.1. Diseño óptico del *SSLFR*

Para encontrar el diseño óptico, se ha elegido $m = 30$ ($^\circ$) y $M = 60$ ($^\circ$) como valores extremos de θ_{t_0} . Todos los cálculos se han realizado utilizando el software Mathematica 10TM. Primero se calcularán las funciones $h_R(n_d, \theta_{t_0})$ y $h_S(n_d, \theta_{t_0})$ simplemente resolviendo para cada n_d y $\theta_{t_0} \in [m, M]$ la ecuación:

$$\theta_t(N, T) = \pm\theta_{t_0} \quad (4.54)$$

El número de horas con distribución homogénea garantizada de la irradiancia solar, sin el fenómeno de sombreado y bloqueo (es decir, la longitud del intervalo óptico de operación [$h_R(N, \theta_{t_0}), h_S(N, \theta_{t_0})$]) se indica en la Fig. 4.12, para $\theta_{t_0} \in [m, M]$ en intervalos de 5 ($^\circ$).

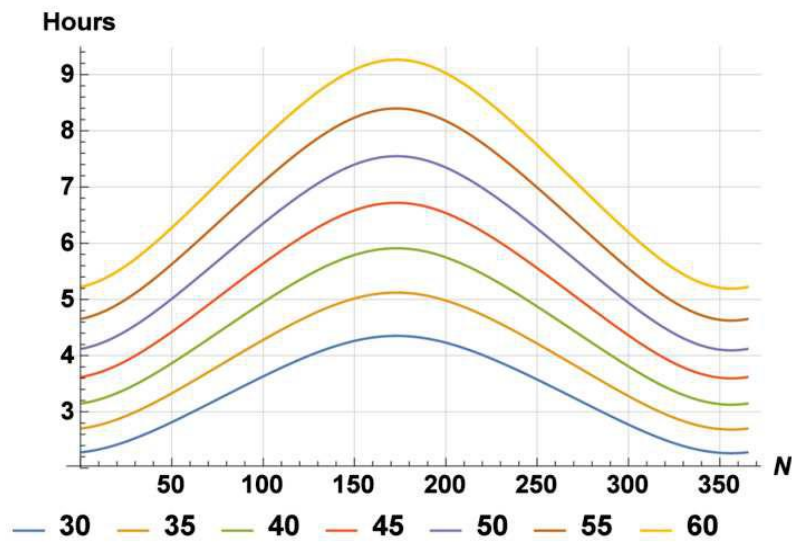


Fig. 4.12. Horas del intervalo óptimo de operación.

Se han realizado varias simulaciones para diferentes valores de n , utilizando el algoritmo iterativo propuesto. Para $n = 2$, los valores obtenidos para el ancho del *SSLFR* permiten una mayor variación de θ_{t_0} en el diseño. De ahí que se elija este valor para n , el primer parámetro del diseño.

A continuación el método calcula el ancho óptimo para cada valor de $\theta_{t_0} \in [m, M]$ (véase la Fig. 4.13). Da una función convexa con una gran pendiente para los mayores valores de θ_{t_0} .

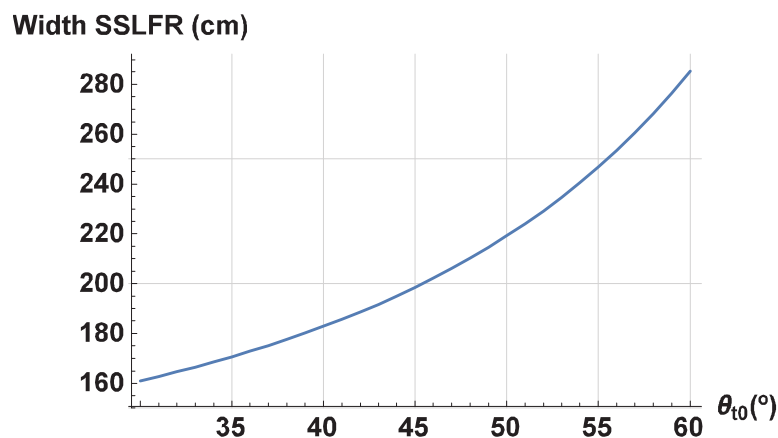
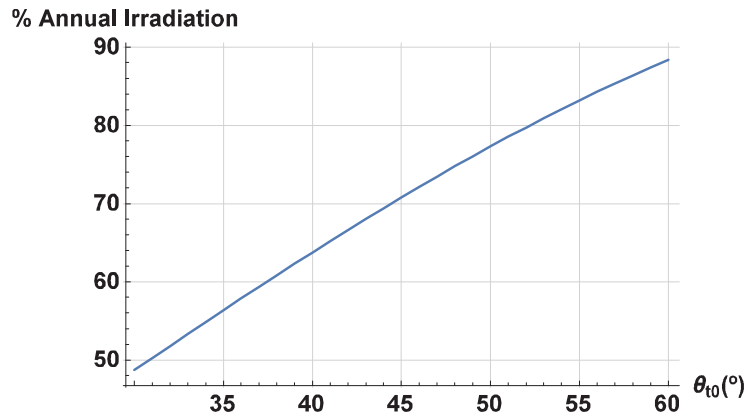


Fig. 4.13. Ancho del *SSLFR* vs. θ_{t_0} .

Una vez realizado el estudio estrictamente geométrico del *SSLFR*, se aborda el segundo elemento clave para su diseño. La Fig. 4.14 representa la variación del % de irradiación solar anual que llega efectivamente al sistema fotovoltaico, (que habitualmente denotamos P_{H}) en función de θ_{t_0} .

Fig. 4.14. Irradiación anual vs. θ_{t_0} .

Por último, para tomar la decisión final del diseño, en la Fig. 4.15 se representa gráficamente el ancho del *SSLFR* frente al % de irradiación solar total anual que llega efectivamente a las células fotovoltaicas. Esta es la curva de “compromiso” entre dos objetivos opuestos a optimizar (el frente óptimo de Pareto), en este estudio, la curva más importante para el diseño. Se ha elegido una discretización de 1 (°) para el intervalo $\theta_{t_0} \in [m, M]$, de forma que cada punto representa un valor entero de θ_{t_0} . Utilizando ese gráfico, se ha decidido elegir $\theta_{t_0} = 46$ (°) (marcado en el gráfico con color rojo). Esta decisión se basa en dos razones. Por un lado, dada la experiencia en la fabricación de este tipo de concentradores solares [19] no se quería trabajar con anchos del *SSLFR* mucho mayores de 200 (cm) (el punto elegido da 203 (cm)). Y por otro lado, se garantiza recibir el 72,19% del inalcanzable valor ideal del 100% de irradiación solar anual, lo que se considera suficientemente bueno.

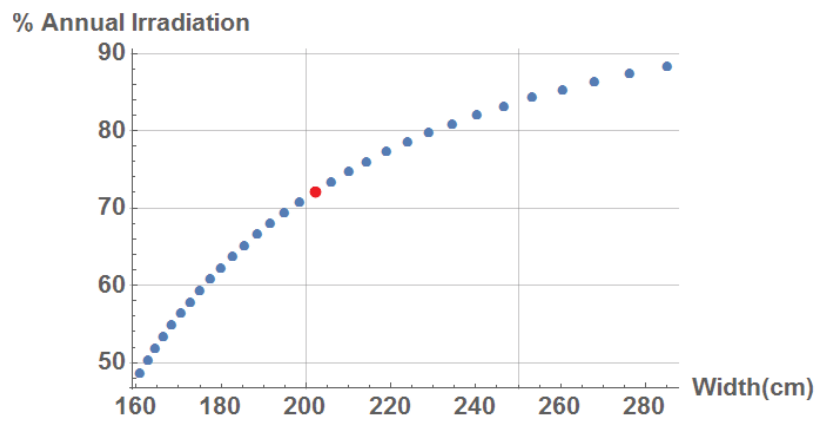


Fig. 4.15. Ancho del SSLFR vs. irradiación anual.

La tabla 4.3 contiene los valores geométricos de L_i y W_{Mi} para este diseño óptimo. En este punto, se numeran los espejos de derecha a izquierda empezando por 1. Como hay 5 espejos, el central es el número 3. Aparte de la evidente simetría, cabe señalar que las distancias d_i entre espejos varían entre 11,06 (cm) (del central a su adyacente) y 12,66 (cm) (de los dos extremos a sus adyacentes).

Tabla 4.3. Valores geométricos del diseño óptimo del *SSLFR*.

Espejos	L_i (cm)	W_{Mi} (cm)	máx W_{fi} (cm)
1	85,7181	30,7973	35,4712
2	41,9636	31,3971	32,6025
3	0,00	30,4181	30,4181
4	41,9636	31,3971	32,6025
5	85,7181	30,7973	35,4712

Otra característica interesante es lo que se denomina el factor de ocupación del campo primario F_{MR} . Este factor representa el cociente entre la superficie verdadera total de los espejos A_M (sin contar sus distancias) sobre la superficie total del área del reflector A_R :

$$F_{MR} = \frac{A_M}{A_R} \quad (4.55)$$

En este diseño se obtiene $F_{MR} = 0,77$. Este valor es importante a la hora de calcular la concentración del *SSLFR*.

La tercera columna de la Tabla 4.3 contiene los valores máximos de W_{fi} para cada espejo. Como se ha visto en la Propiedad 4.2, este valor máximo es independiente del número de día, pero depende de la hora del día (excepto para el espejo central, para el que se da a mediodía). Este valor permite cuantificar la irradiación solar descartada en las peores circunstancias. Aunque este diseño no lo tiene en cuenta, también es una buena herramienta cuando se dispone de concentrador secundario.

En cuanto al cálculo del fenómeno de sombreado y de bloqueo fuera del intervalo óptimo de operación, solo se incluyen dos casos en aras de la brevedad, los solsticios de verano e invierno ($n_d = 172$ y $n_d = 355$, respectivamente). Para el solsticio de verano, el intervalo óptimo de operación para $\theta_{t_0} = 46$ ($^\circ$) es $T \in I_{172} = [8,56, 15,44]$ (aproximadamente 7 horas). Durante ese intervalo, se sabe que no hay el fenómeno de sombreado ni de bloqueo. La tabla 4.4 muestra el % de superficie no utilizada en cada espejo (a distintas horas) cuando el tiempo de funcionamiento se prolonga dos horas en cada extremo del intervalo óptimo de operación I_{172} , para $n_d = 172$. Este valor está directamente relacionado con el % de potencia perdida y, como se puede observar, alcanza valores cercanos al 45 % en los espejos extremos (los de la derecha a primera hora de la mañana, los de la izquierda a última hora de la tarde). El funcionamiento totalmente simétrico del *SSLFR* es señal de que los cálculos son correctos. Este análisis enfatiza la importancia de las fases previas del diseño, que evitan que se pierda demasiada irradiación solar durante el funcionamiento.

Tabla 4.4. Superficie del espejo no utilizada en % debido al sombreado para $n_d = 172$.

n \ T	6,56	7,16	7,77	8,37	I_{172}	15,63	16,23	16,84	17,44
1	44,64	30,03	16,41	3,72	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	41,40	27,56	14,89	3,33	0,00	0,00	0,00	10,56	26,02
3	36,67	22,03	8,96	0,00	0,00	0,00	8,96	22,03	36,67
4	26,02	10,56	0,00	0,00	0,00	3,33	14,89	27,56	41,40
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,72	16,41	30,03	44,64

La tabla 4.5 muestra los mismos parámetros, en este caso para $n_d = 355$, para el que el intervalo óptimo de operación para $\theta_{t_0} = 46$ ($^\circ$) es $T \in I_{355} = [10,15, 13,85]$ (unas 3 (h) y 45 (min)). Los resultados son mucho más llamativos y las pérdidas se acumulan hasta más del 66 %.

Tabla 4.5. Superficie del espejo no utilizada en % debido al sombreado para $n_d = 355$.

n \ T	8, 15	8, 58	9, 01	9, 44	9, 86	I_{355}	14,14	14,56	14,99	15,42	15,85
1	67,30	53,07	38,72	24,25	9,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	63,37	49,50	35,76	22,14	8,79	0,00	0,00	4,74	19,62	35,44	52,19
3	60,59	45,39	30,66	16,40	2,78	0,00	2,78	16,40	30,66	45,39	60,59
4	52,19	35,44	19,62	4,74	0,00	0,00	8,79	22,14	35,76	49,50	63,37
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,74	24,25	38,72	53,07	67,30

Por último, se proporciona la potencia de entrada en las células fotovoltaicas, para los mismos días: $n_d = 172$ y $n_d = 355$ (ambos solsticios), utilizando la ecuación (6.15) para calcularla. Las Figs. 4.15 y 4.16 muestran el gráfico de Q para esos días a lo largo del intervalo óptimo de operación I_{n_d} (representado por las líneas verticales) y fuera de él. Nótese el cambio brusco de forma de la curva en los puntos finales de I_{n_d} debido a la aparición del fenómeno de sombreado y de bloqueo (F_{bs} toma allí valores inferiores a 1), es decir, a la pérdida de superficie útil del espejo. Esto es paralelo a los datos de las Tablas 4.4 y 4.5, obviamente. Ese efecto también está causado por el hecho de que $\min\{W_{fi}, W_{PV}\}$ puede ser W_{fi} en lugar de W_{PV} fuera de I_{n_d} .

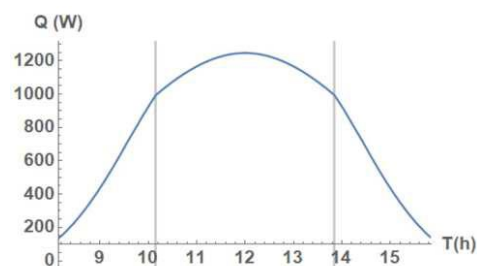
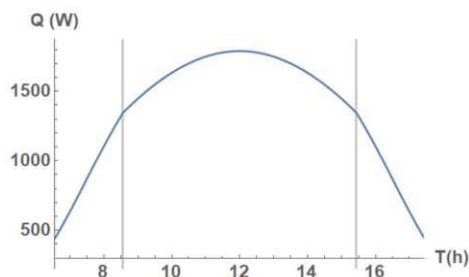


Fig. 4.16. Potencia para el día $n_d = 172$. Fig. 4.17. Potencia para el día $n_d = 355$.

4.5.2. Verificación mediante el método Monte Carlo Ray Tracing

Para verificar los cálculos aquí presentados, se muestran simulaciones mediante el método Monte Carlo Ray Tracing. Para ello se utiliza el software SolTraceTM. Para llevar a cabo la verificación, hay que proporcionar al software un modelo 3D del diseño óptimo del *SSLFR*, utilizando los datos mostrados en la Tabla 4.4. Todos los espejos se suponen planos, perfectos, y su reflectividad y su factor de limpieza se dan en la Tabla 4.3, al igual que para la superficie del receptor. Se elige 10^7 rayos para la simulación y la irradiancia normal directa para cada día del año se obtiene utilizando el método descrito en el Capítulo 3 [21].

La Fig. 4.18 muestra una instantánea de la salida del software SolTrace para el solsticio de verano $n_d = 172$ (véase Tabla 4.4). Los cuatro primeros gráficos (Figs. 4.18(a)–4.18(d)) corresponden a instantes fuera del intervalo óptimo de operación antes del mediodía. Se puede apreciar un notable fenómeno de sombreado en los espejos central y al Oeste (1, 2 y 3). Las Figs. 4.18(f)–4.18(i) corresponden a horas también fuera del intervalo óptimo de operación, pero después del mediodía. En este caso, el fenómeno de sombreado se produce en los espejos central y del lado Este (3, 4 y 5). Por último, las Figs. 4.18(e) y 4.18(j) corresponden a instantes dentro del intervalo óptimo de operación. No hay el fenómeno de sombreado en estos instantes.

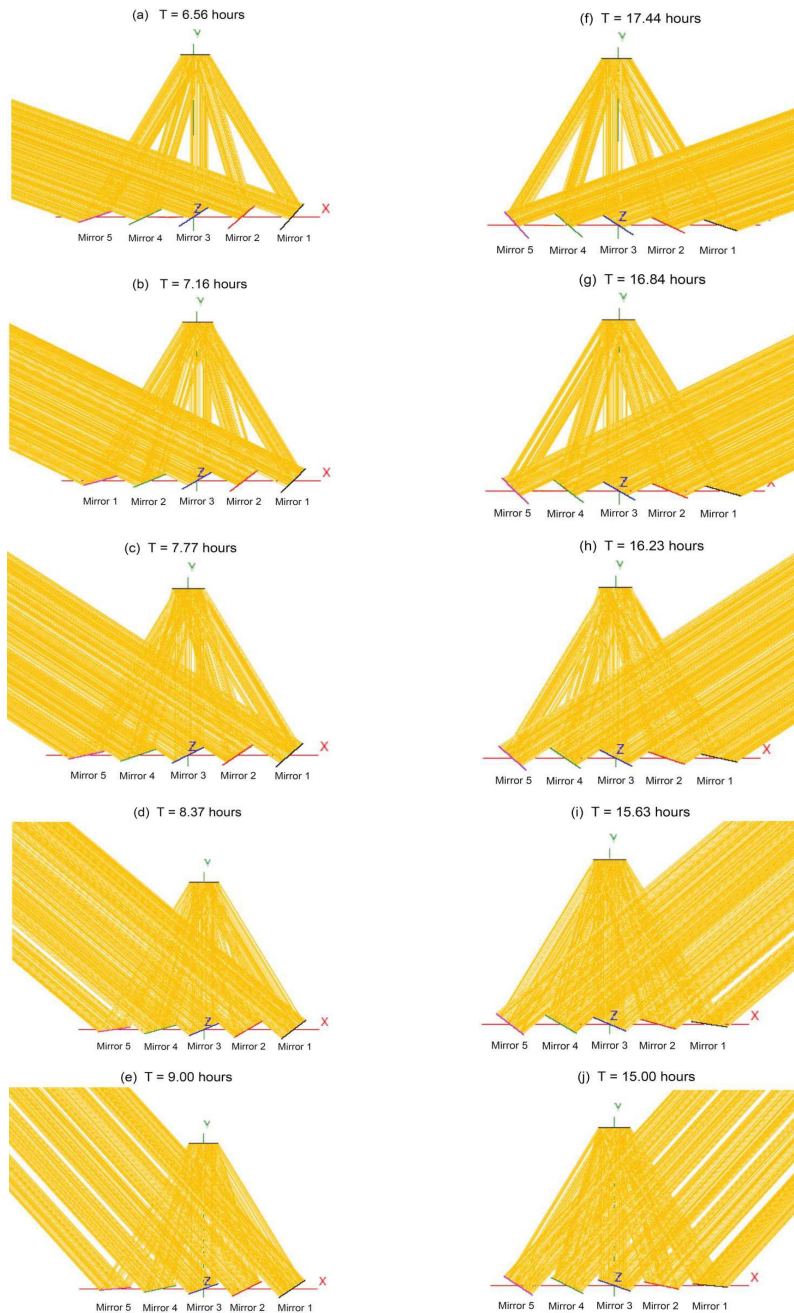


Fig. 4.18. Resultados de la simulación con SolTrace para $n_d = 172$.

La tabla 4.6 contiene el % de área de espejo no utilizada dada por el software Soltrace, y la Fig. 4.19 muestra la comparación relativa entre el modelo utilizando el software Mathematica y la simulación con el software Soltrace para $n_d = 172$ (el solsticio de verano). Esta figura muestra la prácticamente igualdad entre ambos modelos (0,04% como máximo, en términos relativos).

Tabla 4.6. Superficie del espejo no utilizada en % debido al sombreado para $n_d = 172$, utilizando SolTrace.

n \ T	6,56	7,16	7,77	8,37	I_{172}	15,63	16,23	16,84	17,44
1	44,25	29,71	16,07	3,40	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	41,08	27,16	14,51	2,93	0,00	0,00	0,00	10,18	25,63
3	36,29	21,66	8,58	0,00	0,00	0,00	8,58	21,66	36,29
4	25,63	10,18	0,00	0,00	0,00	2,93	14,51	27,16	41,08
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,40	16,07	29,71	44,25

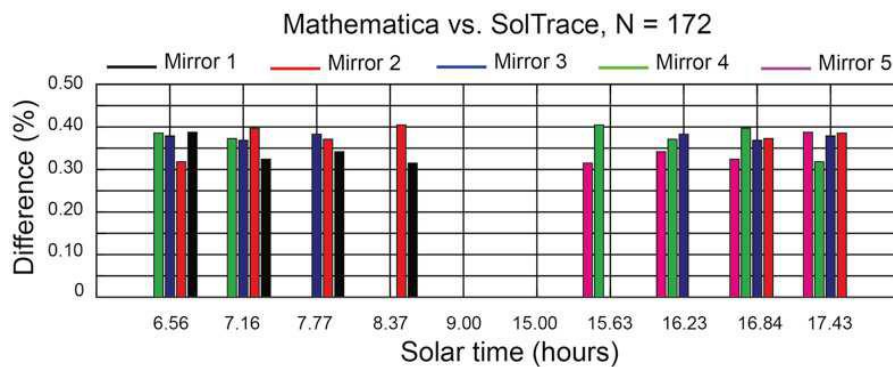


Fig. 4.19. Diferencia de superficie no utilizada con Mathematica vs. SolTrace.

La Fig. 4.20 muestra la densidad de flujo en las células fotovoltaicas para $n_d = 172$ obtenida con SolTrace. Las Figs. 4.20(a)–4.20(d) corresponden a instantes fuera del intervalo óptimo de operación antes del mediodía. Se puede observar cómo para $T = 6,56$ (h) (Fig. 4.20(a)) hay una densidad de flujo muy baja o nula en el lado Este debido al sombreado de los espejos en el lado Oeste (como se ve en la Fig. 4.18), y que W_{fi} (la longitud iluminada transversalmente) es inferior a $0,28$ (m) (el ancho de las células fotovoltaicas). Estos efectos negativos disminuyen a medida que T se acerca al mediodía. Un proceso paralelo puede observarse en las Figs 4.20(f)–4.20(i), para el lado Este, después del mediodía. Por último, en las Figs. 4.20(e) y 4.20(j), se muestran dos momentos dentro del intervalo óptimo de operación, en los que la densidad de flujo es totalmente homogénea en las células fotovoltaicas.

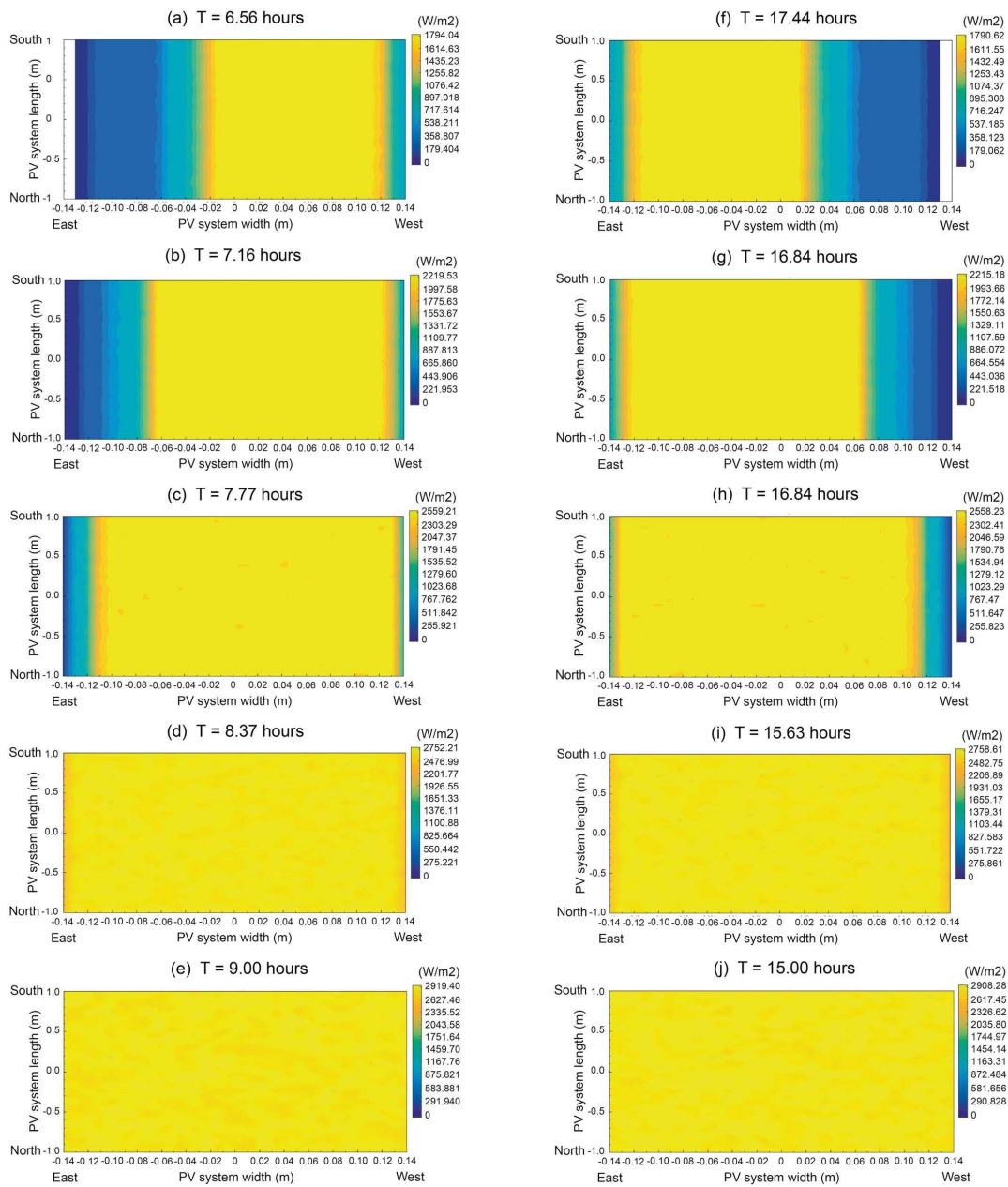


Fig. 4.20. Densidad de flujo en las células fotovoltaicas para $n_d = 172$ obtenida con SolTrace.

La Tabla 4.7 muestra tres densidades de flujo sobre las células fotovoltaicas, como otro punto de verificación: la irradiancia normal directa (DNI), la dada por la simulación de SolarTrace y la teórica, obtenida con el procedimiento que se propone.

Tabla 4.7. Comparación de la densidad de flujo del modelo y simulación con SolTrace.

T	DNI (W/m^2)	SolTrace (W/m^2)	Mathematica (W/m^2)	Dif. (%)
6,56	481,00	808,08	790,76	2,18
7,16	582,17	1293,82	1267,67	2,06
7,77	656,53	1817,14	1781,98	1,97
8,37	709,65	2302,25	2264,94	1,64
9,00	750,19	2620,87	2583,89	1,43
15,00	750,19	2620,91	2583,89	1,43
15,63	709,65	2302,19	2264,94	1,64
16,23	656,53	1817,14	1781,98	1,97
16,84	582,17	1293,86	1267,67	2,06
17,44	481,00	808,05	790,76	2,18

4.6. Método gráfico para el diseño óptico de un SSLFR con iluminación uniforme

Una vez verificado el diseño propuesto de un *SSLFR* con iluminación uniforme, se presenta un método gráfico que simplifica su utilización.

Como se ha demostrado, el intervalo óptimo de operación puede determinarse mediante un algoritmo de optimización iterativo. En el presente estudio se propone un método simplificado (método gráfico), basado en las propuestas presentadas anteriormente.

Dado que la superficie disponible para la instalación de los *SSLFRs* es un parámetro clave en el sector de la edificación [17], el ancho del *SSLFR* es un buen punto de partida para su diseño. Aplicando el algoritmo de optimización iterativa presentado previamente, para un valor dado del ancho del sistema fotovoltaico, se obtiene la relación entre el ancho del *SSLFR* y el intervalo óptimo de operación. A modo de ejemplo, el ancho del sistema fotovoltaico se ha considerado que vale 198,60 (*mm*). La Fig. 4.21 muestra las curvas que relaciona el ancho del *SSLFR* y el intervalo óptimo de operación para varios números de espejos: 5, 7, 9 y 11 espejos. Este número de espejos se ha elegido para que el tamaño del *SSLFR* no sea demasiado grande y el coste del *SSLFR* no sea demasiado elevado. Es conocido, que al aumentar el número de espejos, aumenta el coste del *SSLFR* [19]. Por tanto, una vez fijado el ancho del *SSLFR*, se obtiene el intervalo óptimo de operación.

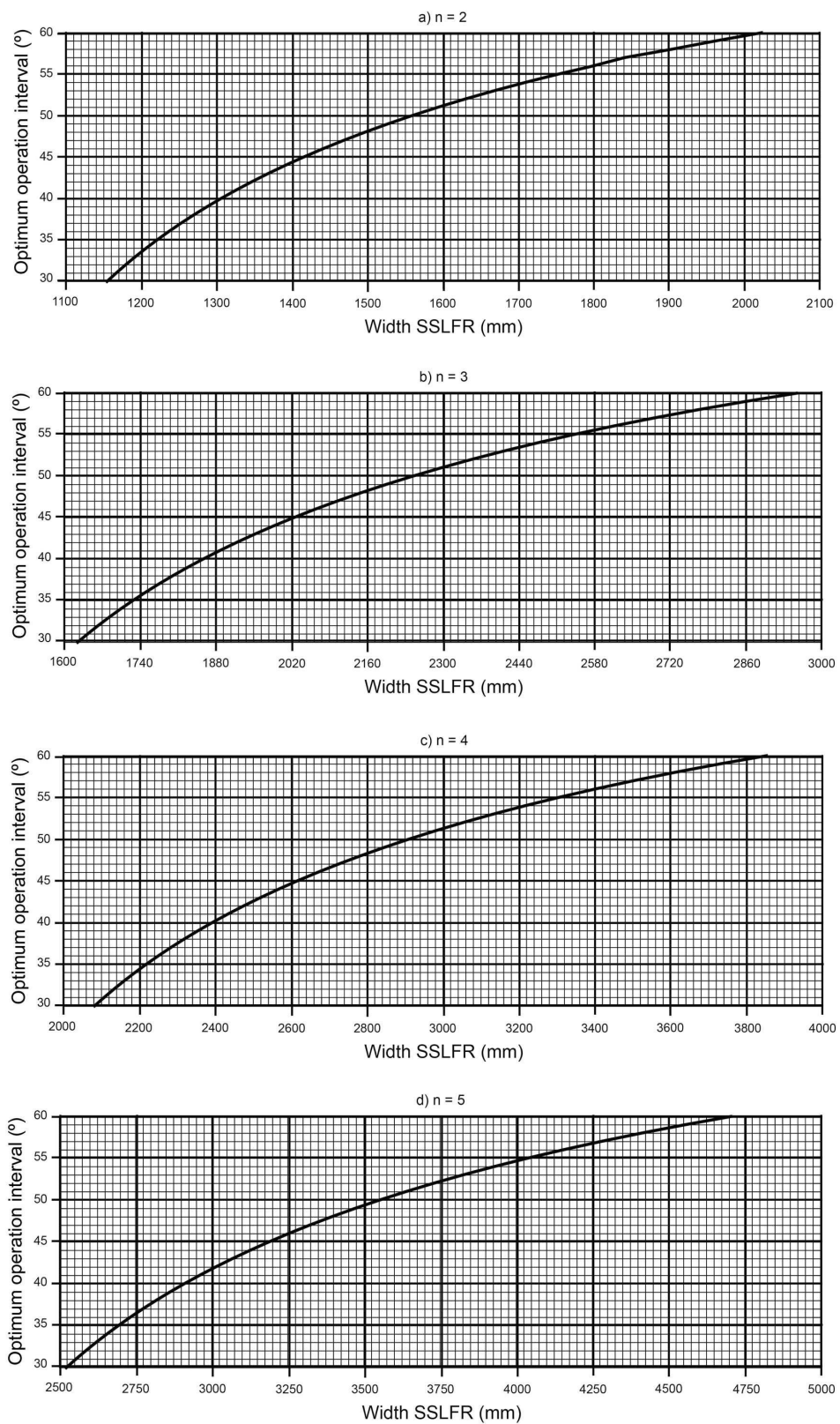


Fig. 4.21. Relación entre el ancho del *SSLFR* y θ_{t_0} .

El gráfico que muestra la relación entre el ancho de los espejos y el intervalo óptimo de

operación puede obtenerse aplicando el algoritmo de optimización iterativa propuesto previamente. La Fig. 4.22 muestra las curvas que relacionan el intervalo óptimo de operación y el ancho de los espejos.

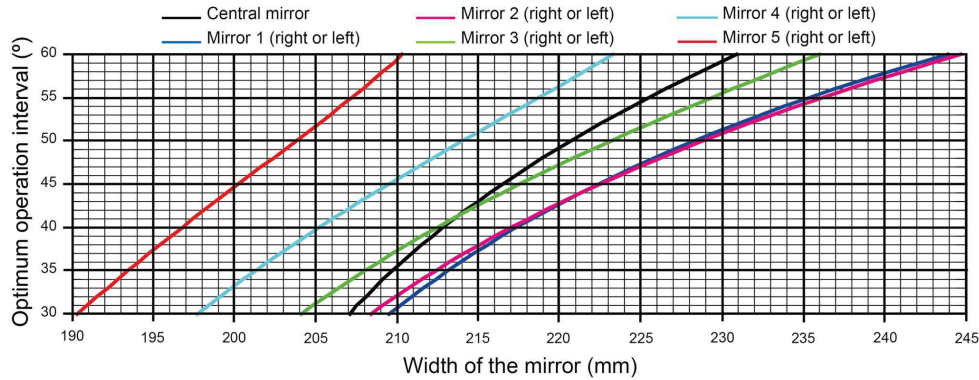


Fig. 4.22. Relación entre el ancho de los espejos y θ_{t_0} .

Finalmente, sólo queda por determinar la posición de los espejos. También se obtendrá una gráfica que relacione la posición de los espejos y el intervalo óptimo de operación obtenido mediante el algoritmo de optimización iterativo propuesto previamente. La Fig. 4.23 muestra las curvas que relacionan el intervalo óptimo de operación y la posición de los espejos.

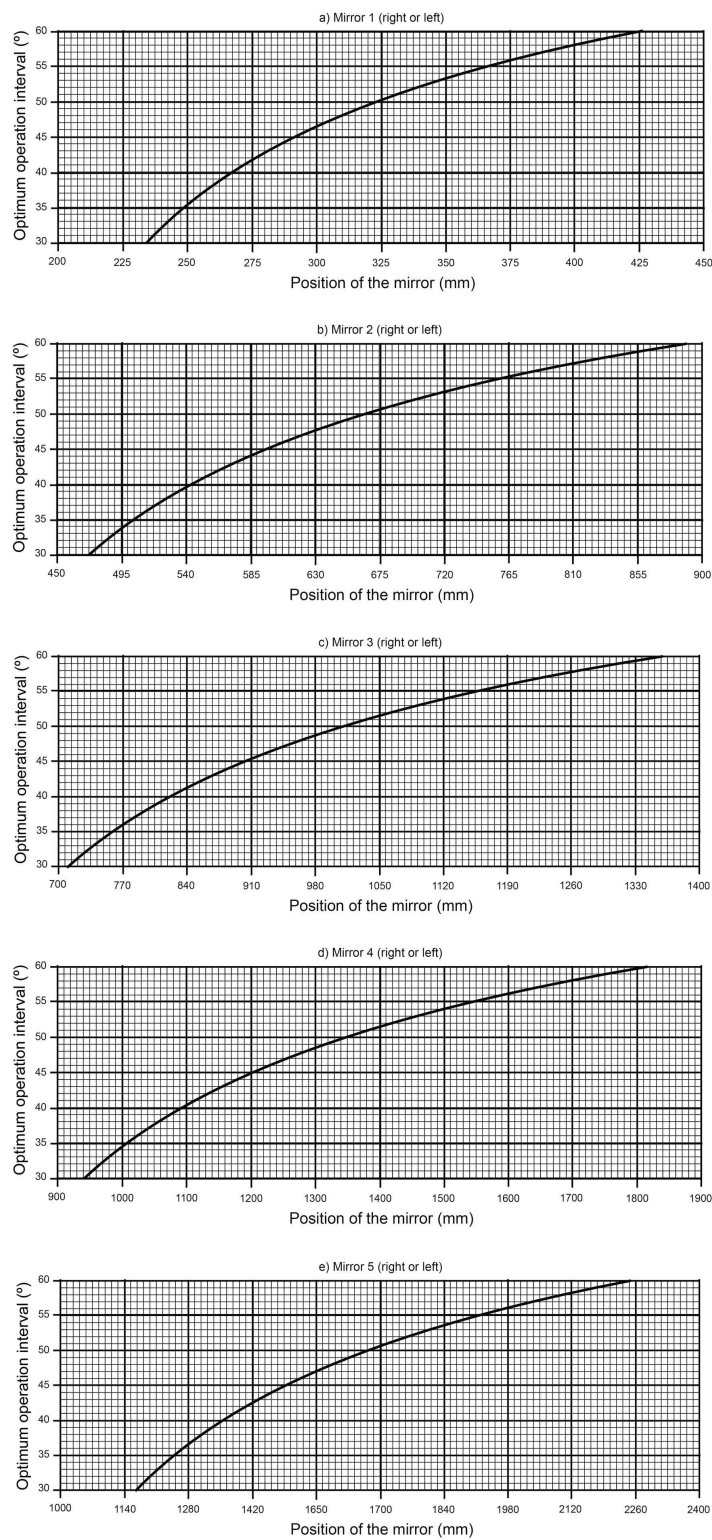


Fig. 4.23. Relación entre la posición de los espejos y θ_{t_0} .

También, una vez determinado θ_{t_0} , es posible determinar el número de horas con una distribución homogénea garantizada de la irradiancia solar sobre las células fotovoltaicas, sin el fenómeno de sombreado ni el de bloqueo. La duración del intervalo de funcionamiento

es $I_{n_d} = [h_R(n_d, \theta_{t_0}), h_S(n_d, \theta_{t_0})]$, donde n_d es el día del año. Por ejemplo, la Fig. 4.24 representa las horas del intervalo óptico de operación para varios θ_{t_0} en la localización elegida en la sección Resultados numéricos y verificación, es decir, Almería (España) (latitud $36^\circ 50' 07'' N$, longitud $02^\circ 24' 08'' W$ y elevación 22 (m)).

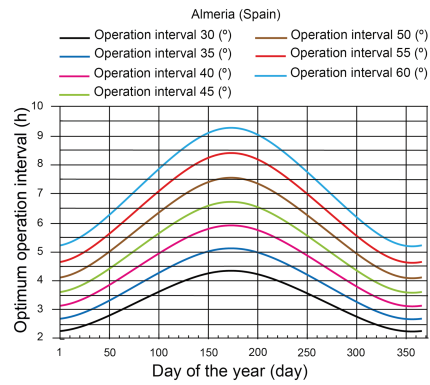


Fig. 4.24. Horas que abarca el intervalo óptico de operación.

4.7. Conclusiones del capítulo

Las principales conclusiones de este capítulo son:

- (i) Las principales causas de la iluminación no uniforme de las células fotovoltaicas en sistemas fotovoltaicos de baja concentración basados en reflectores lineales Fresnel de pequeña escala son debidas a un mal diseño de los parámetros que componen este concentrador solar, tales como: número de espejos, distancia entre espejos, ancho de los espejos, y ancho del sistema fotovoltaico.
- (ii) Para evitar la iluminación no uniforme de las células fotovoltaicas es necesario definir un intervalo óptimo de operación donde se cumplan las siguientes condiciones: la densidad de flujo tiene que ser homogénea en todas las células fotovoltaicas, no puede haber el fenómeno de sombreado entre espejos adyacentes, y no puede haber el fenómeno de bloqueo entre espejos adyacentes.
- (iii) El intervalo óptimo de operación se define por el parámetro θ_{t_0} . Para la determinación de θ_{t_0} hay que fijar las condiciones más desfavorables para que exista iluminación uniforme. Estas condiciones son: las horas del día más desfavorables (simétricas con respecto al mediodía), y el espejo más desfavorable, que es el espejo más alejado del Sol.
- (iv) El ancho requerido del *SSLFR* con respecto a θ_{t_0} es una función convexa con una gran pendiente para grandes valores de θ_{t_0} .
- (v) El diseño propuesto muestra un compromiso entre el ancho del *SSLFR*, que no debe ser grande, y la irradiación total anual absorbida por las células fotovoltaicas. Ambas premisas, se pueden expresar en función de θ_{t_0} , que el diseñador tiene libertad de elegir para fijar el valor óptimo en función de sus necesidades.
- (vi) El número óptimo de espejos para la altura especificada del receptor de 150 (*cm*) que proporciona el método es 5. El valor de θ_{t_0} para el que la irradiación anual es máxima, para un ancho total del *SSLFR* de 203 (*cm*), es de 46 ($^\circ$). La relación de irradiación absorbida con respecto al máximo teórico es del 72 %.
- (vii) Las ecuaciones presentadas se han verificado mediante el método Monte Carlo Ray Tracing. Las diferencias entre el método propuesto y las simulaciones mediante el método Monte Carlo Ray Tracing son del orden del 2,2 % en la densidad de flujo.
- (viii) Por último, se presenta un sistema gráfico para el diseño óptimo de *SSLFRs* con iluminación uniforme que facilita la aplicación del algoritmo de optimización desarrollado.

Capítulo 5

DISEÑO ÓPTIMO DE LA CAVIDAD REFLECTORA SECUNDARIA DE UN SSLFR

En el capítulo 4 se optimizó un sistema fotovoltaico de baja concentración basado en un reflector lineal de Fresnel de pequeña escala con iluminación uniforme en las células fotovoltaicas. Este diseño carecía del sistema reflector secundario. En el estudio que aquí se presenta, se analiza el diseño óptimo de la cavidad reflectora secundaria de un reflector lineal de Fresnel de pequeña escala con iluminación uniforme en las células fotovoltaicas, ya que es un parámetro que influye en el diseño integral del *SSLFR* y en el coste del mismo.

En este capítulo, se analizarán las principales cavidades receptoras que se utilizan en *SSLFRs* cuya función sea obtener energía térmica, con el fin de seleccionar las que se puedan utilizar en sistemas fotovoltaicos de baja concentración. Como la iluminación de las células fotovoltaicas tiene que ser uniforme, solamente la cavidad en V estándar y la cavidad parabólica compuesta estándar pueden ser utilizadas en este tipo de sistemas.

Hay que tener presente, que la cavidad parabólica compuesta estándar es difícil de fabricar, y por tanto, tiene un coste elevado. Y, la cavidad en V estándar tiene la ventaja de ser fácil de fabricar y de bajo coste. Otro aspecto muy importante, es que el ángulo máximo de aceptación en el caso de la cavidad en V estándar es notablemente superior a la cavidad parabólica compuesta estándar. Por lo que, se pueden utilizar espejos más anchos en la fabricación del *SSLFR*, y por lo tanto, reducir el número de espejos, lo que implica reducir notablemente el coste del *SSLFR*.

Aumentar el ancho de los espejos, implica aumentar la abertura en una cavidad en V estándar, y por lo tanto, aumentar la altura de la misma, encareciendo el coste global del *SSLFR*. Para solucionar este inconveniente, se propondrá un nuevo diseño de cavidad que permitirá disminuir su altura manteniendo constante su abertura. Este nuevo diseño de cavidad se denominará cavidad en V en diente de sierra.

El diseño propuesto se verificará utilizando el método Monte Carlo Ray Tracing. Y posteriormente, se fabricará un prototipo que será ensayado en una plataforma láser experi-

mental.

Este capítulo se basa en el artículo “Sawtooth V-trough cavity for low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors: Optimal design, verification and construction” (doi: 10.3390/electronics12132770) publicado por la revista *Electronics* en 2023, en el cual, el autor de esta Tesis Doctoral ha participado de forma activa en la elaboración del mismo, y por ello, forma parte de las aportaciones derivadas de esta Tesis Doctoral.

En el transcurso de este capítulo es necesario adoptar una determinada configuración longitudinal del reflector lineal Fresnel de pequeña escala, para conseguir que las células fotovoltaicas tengan iluminación uniforme en el plano longitudinal. El razonamiento para conseguir esta iluminación uniforme en el plano longitudinal, ha sido presentado en el artículo “Theoretical deduction of the optimum tilt angles for small-scale linear Fresnel reflectors” (doi: 10.3390/en14102883) publicado por la revista *Energies* en 2021, en el cual, el autor de esta Tesis Doctoral ha participado de forma activa en la elaboración del mismo, y por ello, forma parte de las aportaciones derivadas de esta Tesis Doctoral.

Por último, también es necesario estimar la distribución horaria de la irradiancia solar directa sobre superficie horizontal para determinar la potencia que le llega a las células fotovoltaicas. Esta irradiancia solar directa tiene que tener en cuenta las condiciones meteorológicas de la ubicación del *SSLFR*. Para ello, se utilizará el método (desarrollado en el Capítulo 3) propuesto en el artículo “Predicting Beam and Diffuse Horizontal Irradiance using Fourier Expansions” (doi: 10.1016/j.renene.2020.02.118) publicado por la revista *Renewable Energy* en 2020, en el cual, el autor de esta Tesis Doctoral ha participado de forma activa en la elaboración del mismo, y por ello, forma parte de las aportaciones derivadas de esta Tesis Doctoral.

5.1. Parámetros relevantes del estudio

5.1.1. Diferentes diseños de cavidad receptora

La forma de la cavidad receptora es un parámetro fundamental que influye en el diseño integral del *SSLFR*.

La forma de la cavidad receptora de un *SSLFR* cuya función sea obtener energía térmica puede tener diferentes diseños: diseño parabólico compuesto [120], diseño en *V* o trapezoidal [119], diseño en evolvente [11], diseño parabólico [11], diseño mariposa [70], [73], diseño triangular [39] y otras geometrías complejas. En todos estos diseños, el absorbedor es un tubo o varios tubos por los que circula el fluido caloportador. Pero, en el estudio que nos ocupa, el absorbedor son células fotovoltaicas, con una geometría totalmente diferente. Por lo tanto, no todas las formas de las cavidades receptoras, mencionadas anteriormente, se pueden utilizar en sistemas fotovoltaicos de baja concentración basados en reflectores lineales Fresnel de pequeña escala que garanticen la iluminación uniforme de las células fotovoltaicas.

Las cavidades receptoras utilizadas habitualmente en estos sistemas son la cavidad en *V* estándar [3] y la cavidad parabólica compuesta estándar [130], [172]. La Fig. 5.1 muestra la forma de estas dos cavidades receptoras.

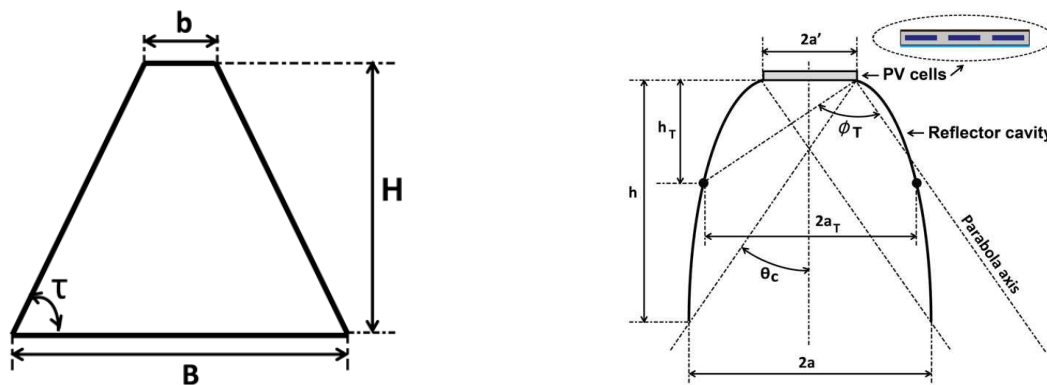


Fig. 5.1. Representación de las cavidades en *V* estándar y parabólica compuesta estándar.

La cavidad parabólica compuesta estándar es difícil de fabricar [185], y, por tanto, tiene un coste elevado. La cavidad en *V* estándar tiene la ventaja de ser fácil de fabricar y de bajo coste [171].

Otro aspecto muy interesante, ya que afecta al coste del *SSLFR*, es el estudio presentado por Ustaoglu et al. [171]. Estos autores, presentaron un estudio comparativo entre la cavidad en *V* estándar y la cavidad parabólica compuesta estándar, manteniendo constantes la relación de concentración y la anchura de la célula fotovoltaica. El ángulo máximo de aceptación en el caso de la cavidad en *V* estándar fue superior en un 32,25%. Este resultado es beneficioso cuando se utiliza esta cavidad en un *SSLFR*, ya que permite el uso de espejos más anchos, y por lo tanto, menor número de espejos. En el caso de los *SSLFRs*, se ha identificado que el parámetro que más influye en su coste es el número de

espejos [19]. Cuanto menor sea el número de espejos, menor será el coste del *SSLFR*. Por lo tanto, la cavidad en *V* estándar se prefiere a la cavidad parabólica compuesta estándar en este tipo de concentradores solares. Una cavidad en *V* estándar, véase Fig. 5.1, consta de dos reflectores planos inclinados un ángulo τ con respecto a la abertura de la cavidad *B*, tiene una altura *H* y una zona de absorción *b*.

Como ya se ha visto en el Capítulo 2, uno de los inconvenientes que frena la expansión de los sistemas *LCPV* es su coste en comparación con los sistemas fotovoltaicos convencionales o sin concentración, por lo que reducir el coste del concentrador solar impulsaría el uso de los sistemas fotovoltaicos de concentración. Disminuir el número de espejos, para disminuir su coste, requiere aumentar el ancho de los espejos, y por tanto, la abertura de la cavidad receptora. Este requisito implica que la cavidad en *V* estándar tenga una mayor altura. El aumento de la altura de la cavidad incrementa el coste global del *SSLFR*. Por lo tanto, surge la necesidad de un nuevo diseño de cavidad.

En este capítulo, se propone un nuevo diseño de cavidad receptora, denominada cavidad en *V* en diente de sierra.

5.1.2. Principales parámetros de un concentrador solar

Rabl [140] plantea el problema fundamental en el diseño de concentradores solares de la siguiente manera: “¿Cómo puede la irradiancia uniformemente distribuida en un rango de ángulos $|\theta| \leq |\theta_c|$ e incidente sobre una abertura de área A_a , concentrarse en un área absorbente menor A_{abs} , y cuál es la mayor concentración posible?”. Está utilizando la definición más común de relación de concentración, la relación de concentración de área o geométrica, que puede ser expresada como:

$$C_a = \frac{\text{Área de la abertura}}{\text{Área del absorbedor}} = \frac{A_a}{A_{abs}} \quad (5.1)$$

Rabl [140] parte de la hipótesis de que la irradiancia está uniformemente distribuida (y uniformemente reflejada). De esta hipótesis se deduce que esta relación tiene un límite superior que depende de si el concentrador es tridimensional (esférico) o bidimensional (lineal), como el diseño en *V* que aquí se presenta. A partir de la Segunda Ley de la Termodinámica, Rabl [140] llega a la conclusión de que la máxima relación de concentración posible para un determinado semiángulo de aceptación θ_c ($^\circ$) es:

$$C_{ideal}^{2D} = \sin^{-1} \theta_c \quad (5.2)$$

para los concentradores bidimensionales (tipo cavidad en *V*). Como señala, un concentrador es ideal, si y sólo si, el factor de intercambio que mide la irradiancia solar que va de la fuente al absorbedor es 1. Se sabe que los concentradores parabólicos compuestos (*CPC*) alcanzan realmente este límite, por lo que han sido denominados “concentradores ideales” por R. Winston [178], uno de sus inventores.

Existen otros índices en la literatura que miden la bondad de un concentrador solar. Como por ejemplo: la relación de concentración de densidad de flujo, definida como la relación entre el flujo de energía medio en el receptor y el de la abertura; la relación de

concentración de flujo local, que es la relación entre el flujo en cualquier punto del receptor y el de la apertura, y que varía a lo largo del receptor. Para evitar confusiones, se utilizará la siguiente notación (también utilizada, por ejemplo, en [164], [3], o [74]):

$$C_{opt} = \frac{\text{Densidad de flujo en la abertura}}{\text{Densidad de flujo en el absorbedor}} = C_a \cdot \eta_{ray} \quad (5.3)$$

donde C_{opt} es la relación de concentración óptica, C_a es la relación de concentración geométrica, y η_{ray} es la tasa de aceptación de rayos, que indica la fracción de rayos de luz incidentes que llegan al absorbedor.

Una de las primeras referencias para la cavidad en V , es Hollands [78], quien para un concentrador ideal, perfectamente alineado con el Sol, y con una única reflexión (véase también [164]), obtuvo:

$$C_a = 1 + 2 \cos(2\Phi) \quad (5.4)$$

donde Φ es el ángulo de depresión o semiángulo del cono en forma de V ($^\circ$). Posteriormente, Rabl [140] realizó un estudio utilizando dos ángulos: el mismo Φ , y θ_c , el ángulo de aceptación, y calculó, a partir de ellos, la relación geométrica de concentración (véase también [110]):

$$C_a = \frac{1}{\sin(\theta_c + \Phi)} \quad (5.5)$$

Fraidenraich [63] define la tasa de aceptación de rayos, η_{ray} , que indica la fracción de rayos incidentes en la apertura del concentrador que alcanzan la superficie absorbente. Un estudio similar puede encontrarse en Tang y Lui [159], donde el autor considera Φ y C_a como parámetros independientes que determinan la geometría de una cavidad en V , y estima la radiación captada en su base.

Nótese que, anteriormente, Fraidenraich y Almeida [62] habían demostrado que la eficiencia óptica puede aproximarse mediante una función de dos parámetros: la tasa de aceptación de rayos y el número medio de reflexiones, n_r .

Se recuerda, brevemente, el papel que desempeña n_r a la hora de calcular las pérdidas de irradiancia solar. En general, según Rabl [140], la irradiancia incidente en la apertura del concentrador que se transmite al absorbedor debe multiplicarse por $\rho_m^{n_r}$, donde ρ_m es la reflectividad de las paredes de la cavidad reflectora. Sin embargo, el propio Rabl et al. [141], como se comprobará en este capítulo, demuestra que ligeros errores en el cálculo de n_r son casi irrelevantes sobre el valor final de $\rho_m^{n_r}$.

Por último, para realizar un análisis de costes, se necesita otro parámetro: la relación entre la superficie del reflector y la de la apertura (R_a), en la que la altura de la cavidad desempeña claramente un papel fundamental:

$$R_a = \frac{\text{Área reflectora}}{\text{Área de la apertura}} = \frac{A_r}{A_a} \quad (5.6)$$

Es bien sabido que, por ejemplo, el alto rendimiento de los concentradores *CPC* ideales tiene una desventaja importante: su R_a es bastante elevada.

5.1.3. Parámetros del sistema reflector primario

Para verificar el diseño de la cavidad que se propone es este capítulo, la cavidad en V en diente de sierra, es necesario disponer del sistema reflector primario del *SSLFR*. El diseño del mismo, ya se ha tratado en el Capítulo 4. Por lo tanto, no se volverán a repetir los procesos de cálculo. Solamente mencionar, que el sistema secundario del *SSLFR* diseñado en el Capítulo 4 carecía de reflector secundario. Y en este estudio, sí se dispone de reflector secundario. La Fig. 5.2 muestra el esquema de la vista transversal de un *SSLFR* con sistema reflector secundario.

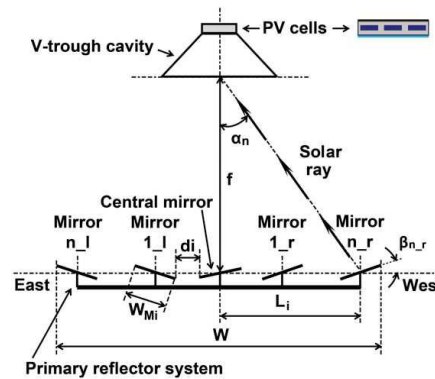


Fig. 5.2. Esquema de la vista transversal de un *SSLFR* con reflector secundario.

Al igual que ocurría en el Capítulo 4, el estudio transversal es el que se va a utilizar durante todo el proceso de diseño, ya que la configuración longitudinal elegida conseguía que los rayos reflejados por los espejos en la dirección longitudinal fuesen perpendiculares al suelo. La condición que se tiene que cumplir es [23]:

$$\beta_M = \beta_S = \theta_z/2 \quad (5.7)$$

donde β_M es el ángulo longitudinal entre el campo de espejos primario y el plano horizontal ($^\circ$), β_S es el ángulo longitudinal entre el sistema secundario y el plano horizontal ($^\circ$) y θ_z es el ángulo cenital ($^\circ$).

Por lo tanto, los parámetros utilizados en el estudio transversal desarrollado en el Capítulo 4 son los que se van a utilizar en este capítulo. Estos parámetros son los siguientes: el número de espejos a la izquierda (derecha) del espejo central (n), el ancho del espejo i (W_{Mi}), la separación entre los espejos consecutivos i y $i + 1$ (d_i), el ancho del sistema fotovoltaico (W_{PV}), la altura focal (f), la posición respecto al espejo central del espejo i -ésimo (L_i), la inclinación del espejo i -ésimo (β_i), el ángulo entre la vertical en el punto focal y la línea que une el punto central de cada espejo con el punto focal (α_i), y la anchura iluminada del sistema de células fotovoltaicas por el i -ésimo espejo (W_{ai}).

5.2. Diseño óptimo de una cavidad en V estándar con iluminación uniforme

En aras de la claridad, se incluye un análisis de la clásica cavidad en V estándar, para facilitar la comprensión de la cavidad propuesta y a la vez, que sirva para comparar ambas cavidades.

Se considera una cavidad en V estándar como la representada en la Fig. 5.3. Hay dos lados reflectores inclinados (PQ y $P'Q'$) que concentran la luz desde la abertura de entrada más ancha PP' hacia la zona de absorción más estrecha QQ' . En este estudio se consideran 5 parámetros: la irradiancia normal directa de entrada (DNI), el ángulo que forma el lado reflector con la horizontal (τ), la altura de la cavidad (H), la abertura de la base (B), y el ancho de absorción (b). El ancho de absorción b (QQ'), no es un parámetro independiente, sino una restricción, ya que es igual al ancho de las células fotovoltaicas W_{PV} .

Se puede observar, que el ángulo τ es el complementario del ángulo Φ de Hollands [78] y Rabl [140]. Además, el objetivo que se plantea es que el 100% de la irradiancia solar entrante a la cavidad llegue a las células fotovoltaicas, es decir, dado un ángulo de aceptación θ_c , la tasa de aceptación de los rayos η_{ray} debe ser 1, de lo que se deduce:

$$C_{opt} = C_a; |\theta_i| \leq |\theta_c| \quad (5.8)$$

donde θ_i es el ángulo de incidencia de cada rayo solar. El eje central OR será el eje de referencia para los ángulos, y se considera que θ_i es positivo para los rayos solares procedentes del lado izquierdo, y negativo para los procedentes del lado derecho.

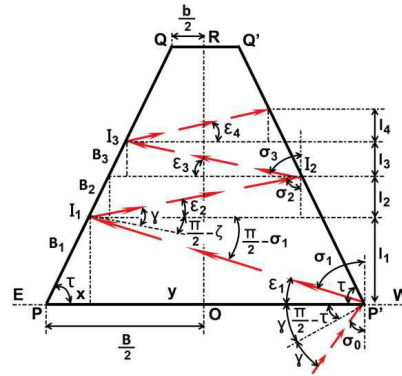


Fig. 5.3. Sección de una cavidad en V estándar.

Por simplicidad, se denomina al ángulo entre el rayo solar que llega a la abertura de la cavidad y el eje central OR como σ_0 (es decir, $\sigma_0 = \theta_i$), y cada una de sus sucesivas reflexiones será σ_j , para $j = 1, 2, \dots$. En estos términos, el problema puede enunciarse como sigue: dado el ancho de las células fotovoltaicas b , para encontrar el máximo valor de la relación de concentración óptica C_a , se maximizará la abertura de la base B bajo la restricción de que todos los rayos que lleguen a PP' , tras un número de reflexiones n_r , lleguen a las células fotovoltaicas, cuyo ancho es b , es decir $\eta_{ray} = 1$:

$$\text{máx } C_a = \text{máx } B; |\theta_i| \leq |\theta_c| \quad (5.9)$$

Existen exactamente dos escenarios, simétricos, que representan el peor de los casos, de los cuales se describirá sólo uno por brevedad. Este caso sucede cuando el rayo solar procedente del lado izquierdo se refleja en P' , con $\theta_i = \theta_c$. Utilizando la notación de la Fig. 5.2:

$$\theta_i = \sigma_0 \quad (5.10)$$

Aplicando la Ley de Reflexión, si n_r es el número de reflexiones necesarias para alcanzar las células fotovoltaicas, se obtienen las siguientes igualdades:

$$\sigma_1 = (\pi - 2\tau) + \sigma_0; \sigma_2 = (\pi - 2\tau) + \sigma_1; \dots \quad (5.11)$$

En cuanto al ángulo entre PP' y la i -ésima reflexión, llamado ε_j se puede determinar:

$$\varepsilon_1 = (2\tau - \pi/2) - \sigma_0; \varepsilon_2 = (2\tau - \pi/2) - \sigma_1; \dots \quad (5.12)$$

Finalmente, las longitudes verticales recorridas por el rayo reflejado l_i después de cada reflexión vienen dadas por:

$$l_1 = \frac{B}{\cot \tau + \tan \sigma_1}; l_2 = \frac{B - 2(l_1) \cot \tau}{\cot \tau + \tan \sigma_2}; l_3 = \frac{B - 2(l_1 + l_2) \cot \tau}{\cot \tau + \tan \sigma_3}; \dots \quad (5.13)$$

Ahora, se dispone de las herramientas necesarias para describir el algoritmo que proporciona el diseño óptimo (5.9). La estructura anidada de las fórmulas da lugar a un método fácil de implementar.

La siguiente propiedad es clave para encontrar el diseño óptimo.

Propiedad 5.1. Para conseguir que se cumpla la ecuación (5.9), la solución óptima del caso más desfavorable es aquella en la que la componente vertical de cada reflexión en las paredes, si las hay, es mayor y toca la base b ya sea en Q o en Q' .

Utilizando la Propiedad 5.1, se inicia el algoritmo iterativo indicando una secuencia de casos diferentes C_{n_r} , para un número creciente de reflexiones n_r . Se utiliza en cada uno de ellos, la condición del peor caso $\theta_i = \theta_c$. Para cada caso C_{n_r} , la altura de la cavidad H_{n_r} , que es una función de B , puede calcularse utilizando la ecuación (5.13):

$$H_{n_r}(B) = \sum_{i=1}^{n_r} l_i \quad (5.14)$$

Ahora, se sustituye el valor de $H_{n_r}(B)$ en la fórmula que relaciona b , B y H con τ :

$$B = b + 2H_{n_r}(B) \cot \tau \quad (5.15)$$

y, resolviendo para B , se obtiene:

$$\begin{aligned} C_1 : B_1(\tau) &= -b \cos(\sigma_0 - 3\tau) \sec(\sigma_0 - \tau) \\ C_2 : B_2(\tau) &= b \cos(\sigma_0 - 5\tau) \sec(\sigma_0 - \tau) \\ C_3 : B_3(\tau) &= -b \cos(\sigma_0 - 7\tau) \sec(\sigma_0 - \tau) \\ &\dots \end{aligned} \quad (5.16)$$

Esto da las funciones $B_{n_r}(\tau)$ analíticamente en términos de b y σ_0 . En el último paso del algoritmo, se necesita calcular el máximo de esos $B_{n_r}(\tau)$ para obtener los ángulos óptimos τ_n^* que maximizan B , y por tanto C_a .

Tras este estudio de la cavidad en V estándar, utilizando esta técnica se propondrá el diseño de una nueva cavidad, denominada cavidad en V en diente de sierra.

5.3. Diseño óptimo de una cavidad en V en diente de sierra con iluminación uniforme

Basándose en las fórmulas analíticas desarrolladas en la sección 5.2, se desarrolla el diseño óptimo de la cavidad en V en diente de sierra. La cavidad en V en diente de sierra, que aquí se presenta, está formada por varias cavidades en V. La sección transversal de la cavidad en V en forma de diente de sierra presentada en este trabajo se muestra en la Fig. 5.4. Los parámetros que se utilizan en este diseño son: el número de cavidades en V estándar que se utilizan para constituir esta cavidad (n_c), el ancho de las células fotovoltaicas (b), la abertura de una cavidad en V estándar (B), la altura de una cavidad en V estándar (H), y el ángulo que forma el lado reflector con la horizontal de una cavidad en V estándar (τ).

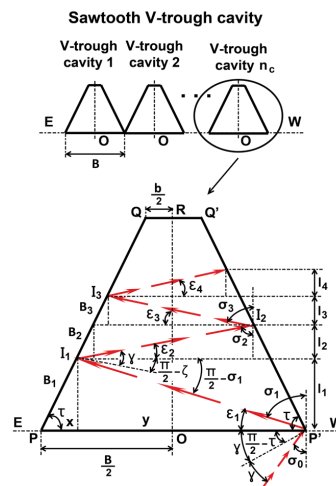


Fig. 5.4. Sección de una cavidad en V en diente de sierra.

Las suposiciones realizadas en este estudio son las siguientes:

- (i) La cavidad en V en diente de sierra es simétrica con respecto al espejo central del sistema reflector primario.
- (ii) Se supone que las paredes laterales reflectoras (PQ y $P'Q'$) son perfectamente especulares.
- (iii) El ancho de las células fotovoltaicas, b , está normalizada por los fabricantes de las mismas.
- (iv) La cavidad en V en diente de sierra está alineada Este-Oeste.
- (v) El ángulo que forma el lado reflector con la horizontal (τ) es el ángulo complementario de Hollands (Φ) [78], tal como sucedía en la sección 5.2.
- (vi) El ángulo τ es fijo.
- (vii) El eje OR será el eje de referencia para los ángulos de los rayos solares incidentes. Se considera que θ_i es positivo para los rayos solares procedentes de los espejos del lado izquierdo, y negativo para los procedentes de los espejos del lado derecho.

- (viii) Como sucedía en la sección 5.2, el ángulo entre el rayo solar que llega a la cavidad y el eje OR se denotará como σ_0 (es decir, $\sigma_0 = \theta_i$). Además, cada una de sus sucesivas reflexiones del rayo solar en el interior de la cavidad se denotará como σ_j , para $j = 1, 2, \dots$

El procedimiento aplicado en la sección 5.2, también se utilizará en esta sección, pero generalizado.

Las paredes laterales reflectoras de una de las cavidades en V estándar, PQ y $P'Q'$, concentran la irradiancia solar directa que entra a través de la abertura de una de las cavidades en V estándar (PP') sobre las células fotovoltaicas (QQ'). En este estudio, se consideran los mismos parámetros de la cavidad en V estándar: DNI , τ , H , B , y b . El ancho de las células fotovoltaicas b (QQ') es un parámetro dependiente de las dimensiones comercializadas de células fotovoltaicas. También se considera que $\eta_{ray} = 1$. Por lo tanto, se cumple:

$$C_{opt} = C_a; |\theta_i| \leq |\theta_c| \quad (5.17)$$

donde θ_i es el ángulo de incidencia de cada rayo procedente de los diferentes espejos primarios ($^\circ$).

Como $\eta_{ray} = 1$, para hallar el máximo C_a , se maximiza B bajo la restricción de que todos los rayos solares que llegan a la abertura de la cavidad, PP' , tras un número determinado de reflexiones, n_r , alcancen las células fotovoltaicas, cuyo ancho es b y está normalizado por los fabricantes de células fotovoltaicas:

$$\text{máx } C_a = \text{máx } B; |\theta_i| \leq |\theta_c| \quad (5.18)$$

Cuando el rayo solar procedente de los espejos del lado izquierdo (derecho) es reflejado en el punto P' (P) con $\theta_i = \theta_c$ se produce el peor escenario. La Fig. 5.4 muestra este escenario. Utilizando la notación de la Fig. 5.4:

$$\theta_i = \sigma_0 \quad (5.19)$$

Basándose en la Ley de Reflexión, se obtiene la siguiente igualdad:

$$\sigma_{n_r} = (\pi - 2\tau) + \sigma_{n_r-1} \quad (5.20)$$

donde n_r es el número de reflexiones dentro de la cavidad necesarias para alcanzar las células fotovoltaicas. Expresando la ecuación (5.20) en función de σ_0 :

$$\sigma_{n_r} = n_r(\pi - 2\tau) + \sigma_0 \quad (5.21)$$

El ángulo entre PP' y la i -ésima reflexión, ε_j , puede calcularse como:

$$\varepsilon_{n_r} = (2\tau - \pi/2) - \sigma_{n_r-1} \quad (5.22)$$

Y también:

$$\varepsilon_{n_r} = \frac{\pi}{2} - \sigma_{n_r} \Rightarrow \tan \sigma_{n_r} = \cot \varepsilon_{n_r} \quad (5.23)$$

Las longitudes verticales l_i recorridas por el rayo solar reflejado después de cada reflexión pueden calcularse mediante la siguiente ecuación:

$$l_{n_r} = \frac{B - 2 \sum_{i=1}^{n_r-1} (l_i) \cot \tau}{\cot \tau + \tan \sigma_{n_r}} \quad (5.24)$$

Con las ecuaciones desarrolladas anteriormente es posible describir el algoritmo e implementar el diseño óptimo (5.18).

En el diseño de la cavidad en V , el peor escenario se produce cuando la componente vertical de cada reflexión de la pared (si la hay) es mayor y toca el ancho de las células fotovoltaicas (b) en Q o Q' [59], [60]. Teniendo en cuenta este hecho, el algoritmo iterativo se inicia indicando una secuencia de escenarios diferentes C_{n_r} , para un número creciente de reflexiones n_r . En cada uno de estos escenarios se tiene en cuenta la condición más desfavorable $\theta_i = \theta_c$. Para cada escenario C_{n_r} , la altura de la cavidad H_{n_r} , en función de B , puede calcularse mediante (5.24):

$$H_{n_r}(B) = \sum_{i=1}^{n_r} l_i \quad (5.25)$$

El valor de $H_{n_r}(B)$ puede sustituirse en la ecuación que relaciona los parámetros de la cavidad b , B y H con τ :

$$B = b + 2H_{n_r}(B) \cot \tau \quad (5.26)$$

y, resolviendo la ecuación anterior para B , se obtiene:

$$(C_{n_r}) B_{n_r}(\tau) = (-1)^{n_r} b \cos(\sigma_0 - (2n_r + 1)\tau) \sec(\sigma_0 - \tau)$$

Se puede observar que las funciones $B_{n_r}(\tau)$ se expresan en términos de b y σ_0 . El algoritmo concluye con la determinación del valor máximo de $B_{n_r}(\tau)$ utilizado para obtener los ángulos óptimos τ_n^* que maximizan B , y por tanto C_a .

El algoritmo permite elegir el diseño óptimo en función del número de reflexiones n_r . Por lo tanto, el proceso puede hacerse tan largo como se desee, y se puede elegir el diseño óptimo en función del número de reflexiones n_r . Por lo tanto, desde una perspectiva cualitativa, el uso de un número elevado de reflexiones n_r , produce un aumento de B_{n_r} , por lo que C_a también aumenta. De hecho, C_a tiende asintóticamente al valor ideal (5.2). En cada escenario C_{n_r} , el número de reflexiones es n_r .

Por último, para calcular el valor aproximado de n_r se puede utilizar la propiedad demostrada por Rabl [140]. Esta propiedad demuestra que el número medio de reflexiones en una cavidad en V es esencialmente el mismo que para los concentradores parabólicos compuestos (CPC). Por lo tanto, se puede considerar un CPC truncado con la misma altura que la cavidad en V , partiendo de un CPC entero diseñado para el valor específico de θ_c . Obsérvese que la influencia de n_r en el factor $\rho_m^{n_r}$ es bastante pequeña porque ρ_m está siempre muy próximo a 1.

5.3.1. Distribución uniforme del flujo en las células fotovoltaicas de una cavidad en V en diente de sierra

Este capítulo se centra en el diseño de la cavidad en V en diente de sierra del sistema reflector secundario de un $SSLFR$, que forma parte de un sistema fotovoltaico de baja

concentración, por lo tanto la iluminación uniforme de las células fotovoltaicas es una premisa fundamental.

Observando la Fig. 4.2 del Capítulo 4 utilizada para el desarrollo del algoritmo de optimización óptica del *SSLFR* y la Fig. 5.2 de este mismo capítulo, utilizada para el diseño de la cavidad en V en diente de sierra, se puede apreciar, que la única diferencia entre las dos, es la presencia del reflector secundario en la Fig. 5.2. Por lo tanto, el algoritmo de optimización óptica se puede utilizar en este caso, ya que el punto medio de la abertura B de la cavidad en la Fig. 5.2, es el punto O de la Fig. 4.2. Este punto O está sobre el espejo central a una distancia de la altura focal f . Por lo tanto, sustituyendo el parámetro W_{PV} que aparece en el algoritmo de optimización óptica del Capítulo 4 por la abertura B , se podría aplicar el mencionado algoritmo. Ahora, el requisito de iluminación uniforme de las células fotovoltaicas será:

$$W_{fi} = B; 1 \leq i \leq n \quad (5.27)$$

Y aplicando la Propiedad 4.1, se obtiene la condición que se tiene que cumplir para que la iluminación de las células fotovoltaicas sea uniforme:

$$W_{Mi} \cdot [\cos(\beta_i + \theta_{t_0}) - \sin(\beta_i + \theta_{t_0}) \tan \alpha_i] = B; 1 \leq i \leq n \quad (5.28)$$

5.3.2. Potencia entrante en la abertura de cavidad reflectora secundaria

La potencia que llega a la abertura de la cavidad puede estimarse utilizando la ecuación demostrada en el Capítulo 4:

$$Q = \sum_{i=1}^{2n+1} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot L_{PV} \cdot \min\{W_{fi}, B\} \cdot F_{bs} \cdot \cos \theta_i \cdot \cos \theta_l \quad (5.29)$$

donde DNI es la irradiancia normal directa (W/m^2), η_{opt} es la eficiencia óptica del *SSLFR* (este parámetro agrupa: la reflectividad del espejo (ρ), el factor de suciedad de los espejos (CI_m), el factor de suciedad del cristal (CI_g), y la transmisividad del cristal (τ_g)), L_{PV} es la longitud efectivamente iluminada (m), F_{bs} es el factor de sombreado y bloqueo (cuyo valor es 1 durante el intervalo óptimo de operación I_{nd}), W_{fi} es el ancho de B realmente iluminado (m), B es la abertura de la cavidad (en el intervalo óptimo de operación I_{nd} se ilumina toda la abertura B) (m), θ_i es el ángulo transversal entre la normal al espejo i -ésimo y el ángulo de incidencia del Sol ($^\circ$), θ_l es el ángulo longitudinal ($^\circ$). El ángulo θ_i puede calcularse a partir de:

$$\cos \theta_i = \cos(\beta_i \pm \alpha_i)$$

Los signos \pm se utilizan de la siguiente manera: + para los espejos del lado izquierdo y - para los espejos del lado derecho del *SSLFR*. Con la configuración longitudinal elegida, θ_l vale:

$$\theta_l = \theta_z/2 \quad (5.30)$$

donde θ_z es el ángulo cenital ($^\circ$).

Según Rabl [140], la irradiancia solar incidente en la abertura del concentrador que se transmite a las células fotovoltaicas debe multiplicarse por $\rho_m^{n_r}$, donde ρ_m es la reflectividad de las paredes de la cavidad reflectora. Rabl et al. [141] demostró que ligeros errores en el cálculo de n_r son casi irrelevantes sobre el valor final de $\rho_m^{n_r}$.

Por lo tanto, la potencia entrante en la abertura de la cavidad reflectora, para todas las horas del intervalo óptimo de operación I_{n_d} y todos los días del año n_d puede determinarse del siguiente modo:

$$\sum_{n_d=1}^{365} \int_{h_R(n_d, \theta_{t_0})}^{h_S(n_d, \theta_{t_0})} Q \cdot dT \quad (5.31)$$

Hay que tener en cuenta, que en este intervalo se sabe con certeza que no hay ni el fenómeno de sombreado ni el de bloqueo, y que la iluminación es uniforme.

5.4. Aplicación de la metodología, verificación y análisis de los resultados

El objetivo de esta sección, es verificar la viabilidad de la metodología propuesta para el diseño de la cavidad en V en diente de sierra. Para la aplicación de esta metodología se partió de los siguientes parámetros:

- (i) Superficie disponible en la cubierta del edificio. Se ha considerado que la superficie disponible en la cubierta del edificio puede albergar un *SSLFR* con las siguientes dimensiones: ancho 2244 (*mm*) y longitud 2000 (*mm*).
- (ii) Localización del estudio. Para seguir con la misma ubicación del Capítulo 4, se considera que la cubierta está situada en Almería (España), cuyos datos geográficos son: latitud $36^{\circ}50'07''N$, longitud $02^{\circ}24'08''W$, y altitud 22 (*m*).
- (iii) Ancho de las células fotovoltaicas comerciales ($W_{PV} = b$). Se ha considerado un ancho de célula fotovoltaica comercial de 30 (*mm*). La asunción de este valor no limita la aplicación de la metodología.
- (iv) Ángulo de aceptación (θ_c). Se ha considerado un $\theta_c = 34$ ($^{\circ}$). Un valor plausible para las dimensiones típicas de un *SSLFR* [19].
- (v) Número de cavidades en V estándar (n_c). Se ha establecido que n_c sea igual a 4 para que el número de espejos no sea demasiado elevado y aumente el coste del *SSLFR* [19]. La asunción de este valor no limita la aplicación de la metodología.
- (vi) Altura focal (f). Normalmente f toma el valor de 1,50 (*m*) [192], [191], [16].
- (vii) Número de espejos del *SSLFR*. El número de espejos del *SSLFR* se establece igual a 7 para que el coste del *SSLFR* no sea elevado [19]. Por lo tanto, $n = 3$.
- (viii) Parámetros longitudinales. Longitud del *SSLFR* es de 2000 (*mm*), la longitud de los espejos es de 2000 (*mm*), y la longitud del sistema de células fotovoltaicas es también de 2000 (*mm*). Valores acordes con las dimensiones de la cubierta disponible.
- (ix) Propiedades ópticas. Las propiedades ópticas de los materiales utilizados son las siguientes: reflectividad de los espejos primarios $\rho = 0,94$ [48], factor de suciedad de los espejos primarios $CI_m = 0,96$ [145], factor de suciedad del cristal $CI_g = 0,96$ [145], transmisividad del cristal $\tau_g = 0,92$ [163]. Estas propiedades ópticas pueden agruparse en lo que se conoce como rendimiento óptico total (η_{opt}). La reflectividad de las paredes de la cavidad reflectora vale $\rho_m = 0,94$.

La implementación del algoritmo de optimización se ha realizado con el mismo software utilizado en el Capítulo 4, MathematicaTM Computer Algebra System. Como en el Capítulo 4, es necesario determinar la cantidad de irradiancia solar directa sobre superficie horizontal en el lugar del emplazamiento del *SSLFR*. Por lo que hay que tener en cuenta el efecto de las condiciones meteorológicas particulares. Para ello, se utilizará el mismo método que el Capítulo 4. Es decir, el método propuesto por [21]. Este método utiliza los datos de *PVGIS* [137] para obtener la irradiancia solar directa media mensual.

La Tabla 5.1 resume los parámetros de la cavidad en V estándar que conforma la cavidad en diente de sierra, obtenidos después de aplicar el algoritmo de optimización propuesto, tomando como datos de partida los parámetros mencionados anteriormente.

Tabla 5.1. Parámetros de la cavidad en V estándar.

Parámetro	Valor
C_a Relación de concentración geométrica	1,655
τ^* Ángulo óptimo de la pared lateral	87,00 ($^\circ$)
B Abertura de la cavidad en V estándar	49,65 (mm)
H Altura de la cavidad en V estándar	187,47 (m)

La Fig. 5.5.a muestra el diseño final de la cavidad en V en diente de sierra.

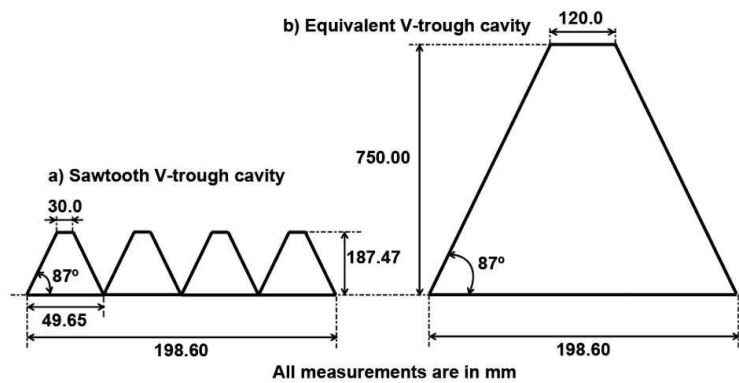


Fig. 5.5. Diseño final de la cavidad en V en diente de sierra y cavidad en V equivalente.

Utilizando una única cavidad en V estándar equivalente y considerando la misma superficie de célula fotovoltaica y el mismo $\theta_c = 34$ ($^\circ$), se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 5.2. La figura 5.5.b muestra el diseño final de la cavidad en V estándar equivalente.

Tabla 5.2. Resultados de la cavidad en V estándar equivalente.

Parámetro	Valor
C_a Relación de concentración geométrica	1,655
τ^* Ángulo óptimo de la pared lateral	87,00 ($^\circ$)
B Abertura de la cavidad en V estándar	198,6 (mm)
H Altura de la cavidad en V estándar	750,00 (m)

Comparando ambos diseños, se observa que la altura de la cavidad en V estándar equivalente es 4 veces mayor que la altura de la cavidad en V en diente de sierra. Por otro lado, la superficie lateral reflectante sería la misma en ambas cavidades estudiadas, en este caso 3,00 (m^2), por lo que tendrían la misma R_a .

El método para calcular la carga de viento se define en el código CTE DB-SE-AE [45]. Según este código, la carga de viento es proporcional a la superficie de exposición. La superficie expuesta al viento de la cavidad en V estándar equivalente es 4 veces mayor que en el caso de la cavidad en V en diente de sierra. Por lo tanto, la estructura fija y el sistema secundario del *SSLFR* deben reforzarse para soportar cargas de viento 4 veces superiores.

Para determinar el resto de parámetros del *SSLFR*, se utilizará el método gráfico propuesto en el Capítulo 4. Como el ancho de la cavidad en V en diente es de 198,60 (mm) y $n = 3$, se utiliza el gráfico de la Fig. 4.21.b. En el eje del ancho del *SSLFR* del gráfico Fig. 4.21.b, se toma el valor de 2244 (mm), resultando $\theta_{t_0} = 50$ ($^\circ$) en el eje del intervalo óptimo de operación. Una vez conocido el intervalo óptimo de operación, se puede determinar el ancho de los espejos mediante el gráfico de la Fig. 4.22 y la posición de los espejos mediante los gráficos de la Fig. 4.23.a, Fig. 4.23.b y Fig. 4.23.c. La tabla 5.3 muestra los resultados obtenidos.

Tabla 5.3. Valores geométricos del diseño óptimo del *SSLFR*.

Espejo	L_i (mm)	W_{Mi} (mm)
Espejo central	0	220,6
Espejo 1 (lado derecho o izquierdo)	323,5	228,3
Espejo 2 (lado derecho o izquierdo)	664,9	228,8
Espejo 3 (lado derecho o izquierdo)	1010,2	223,1

Utilizando los parámetros *SSLFR* obtenidos anteriormente, la energía anual que le llega a las células fotovoltaicas es de 2,38266 (MWh) para ambas cavidades. Por tanto, el uso de la nueva cavidad no conlleva una disminución de la energía obtenida.

5.4.1. Verificación mediante el método Monte Carlo Ray Tracing

La verificación del diseño de la cavidad en V en diente de sierra se ha realizado mediante el método de Monte Carlo Ray Tracing. Para ello, se ha utilizado el software SolTraceTM. Este software de código abierto, es ampliamente utilizado para el estudio de cavidades receptoras [117], [67]. Una vez optimizada la cavidad en V en diente de sierra, los parámetros geométricos obtenidos, tanto de la cavidad como del sistema reflector primario, se introducirán en el software SolTraceTM para establecer el modelo geométrico en 3D. Se han tenido en cuenta ciertas suposiciones habituales en este tipo de estudios [25]: (i) Todas las superficies reflectantes son planas y perfectas; (ii) No se consideran los errores en el seguimiento del movimiento aparente del Sol; y (iii) Los parámetros *SSLFR* mostrados en la Tabla 5.1 y en la Tabla 5.3 se mantienen constantes en este estudio. Además, se han utilizado 10^7 rayos de luz para cada simulación, tal y como recomiendan otros estudios similares [25]. La irradiancia directa normal para cada día del año se obtiene aplicando el método presentado por [21].

Se han elegido, para verificar el diseño propuesto, el solsticio de verano (día 172 del año) a las 9 : 00 (*horas*) y a las 7 : 00 (*horas*). El primer instante elegido, 9 : 00 (*horas*), pertenece

al intervalo óptimo de operación, en el que se cumple que las células fotovoltaicas están uniformemente iluminadas, además no hay ni el fenómeno de sombreado ni el de bloqueo entre espejos adyacentes. Por el contrario, el segundo instante elegido, 7 : 00 (*horas*), no pertenece al intervalo óptimo de operación.

La irradiancia directa normal en el solsticio de verano para $T = 9 : 00$ (*horas*) es de $750,19 \text{ (W/m}^2\text{)}$. La Fig. 5.6 muestra algunos resultados de simulación para diferentes espejos, para el instante de simulación $T = 9 : 00$ (*horas*). La Fig. 5.6.a muestra la ausencia del fenómeno de sombreado y de bloqueo entre espejos adyacentes. Este hecho, también puede observarse en las Fig. 5.6.b - Fig. 5.6.d, en las que se muestra la densidad de flujo solar (W/m^2). Las Fig. 5.6.e - Fig. 5.6.h muestran la densidad de flujo que llega a las células fotovoltaicas en diferentes cavidades en V estándar que forman la cavidad en V en diente de sierra. Como puede apreciarse la densidad de flujo es totalmente homogénea en las células fotovoltaicas.

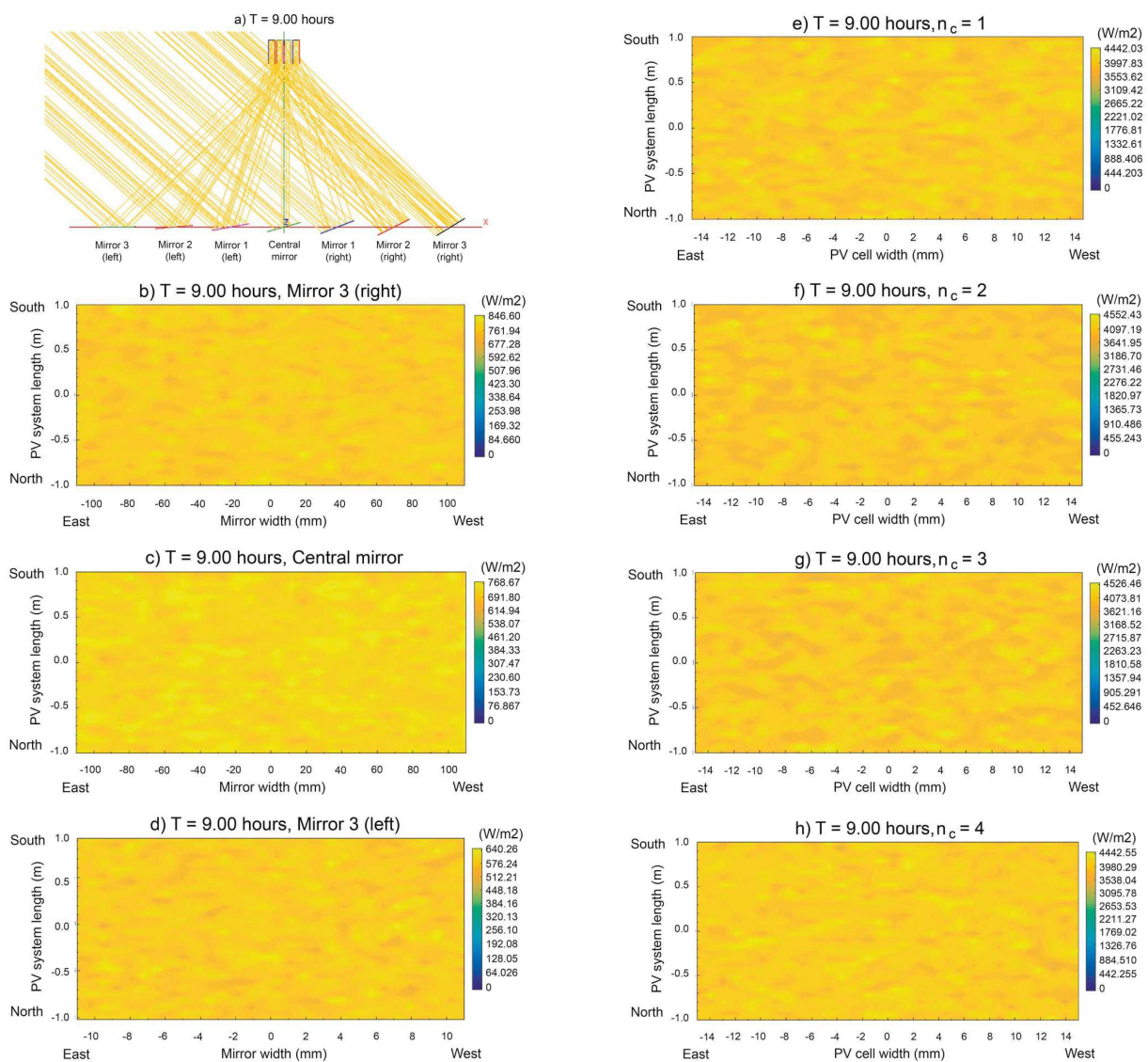


Fig. 5.6. Resultados de la simulación para diferentes superficies, $n_d = 172$, $T = 9 : 00$ (*horas*).

Los resultados de la simulación de la densidad de flujo en todas las superficies del *SSLFR* obtenidos con el software SolTraceTM se presentan en la Tabla 5.4. El parámetro de salida del software SolTrace denominado uniformidad indica la homogeneidad de la densidad de flujo sobre la superficie estudiada. Cuanto menor sea este parámetro, mayor será la homogeneidad de la densidad de flujo. Se puede observar que este parámetro toma valores muy bajos en las células fotovoltaicas. También es cierto que el valor medio de la densidad de flujo sobre las células fotovoltaicas es muy similar. Cabe señalar que el valor mínimo de la densidad de flujo sobre los espejos es distinto de 0, lo que indica la ausencia del fenómeno de sombreado y de bloqueo entre espejos.

Tabla 5.4. Resultados de la simulación de la densidad de flujo para $T = 9 : 00$ (*horas*).

Superficie	Max. irradiancia (W/m^2)	Min. irradiancia (W/m^2)	Med. irradiancia (W/m^2)	Uniformidad
Espejo 3 (lado dcho.)	846,60	668,60	749,17	0,033
Espejo 2 (lado dcho.)	829,78	647,35	744,11	0,033
Espejo 1 (lado dcho.)	804,10	651,78	728,44	0,035
Espejo central	768,67	631,41	701,40	0,035
Espejo 1 (lado izdo.)	741,22	568,53	664,55	0,036
Espejo 2 (lado izdo.)	693,40	543,74	622,32	0,036
Espejo 3 (lado izdo.)	640,26	502,12	581,48	0,038
Célula solar ($n_c = 1$)	4442,03	3357,50	3914,13	0,042
Célula solar ($n_c = 2$)	4552,43	3461,41	3957,99	0,041
Célula solar ($n_c = 3$)	4526,46	3402,96	3965,52	0,042
Célula solar ($n_c = 4$)	4422,55	3279,57	3911,85	0,040

La irradiancia directa normal en el solsticio de verano para $T = 7 : 00$ (*horas*) es de 656, 53 (W/m^2). La Fig. 5.7 muestra algunos resultados de simulación para diferentes superficies del *SSLFR*, para el instante de simulación $T = 7 : 00$ (*horas*). Estas superficies son las mismas que las estudiadas en el instante $T = 9 : 00$ (*horas*) y mostradas en la Fig. 5.6. La Fig. 5.7.a muestra que los espejos 3 (lado derecho), 2 (lado derecho), 1 (lado derecho), central y 1 (lado izquierdo) tienen diferentes grados de sombreado. Este efecto es más pronunciado en el espejo 3 (lado derecho), ya que la hora de simulación es anterior al mediodía. Los espejos 2 (lado izquierdo) y 3 (lado izquierdo) no presentan sombreado. Este hecho también puede observarse en las Fig. 5.7.b - Fig. 5.7.d. La Fig. 5.7.e muestra que la superficie de las células fotovoltaicas $n_c = 1$ presenta un alto grado de falta de homogeneidad. Por el contrario, las células fotovoltaicas centrales, $n_c = 2$ y $n_c = 3$, tienen un alto grado de homogeneidad de densidad de flujo. La homogeneidad de la densidad de flujo disminuye para la célula fotovoltaica $n_c = 4$.

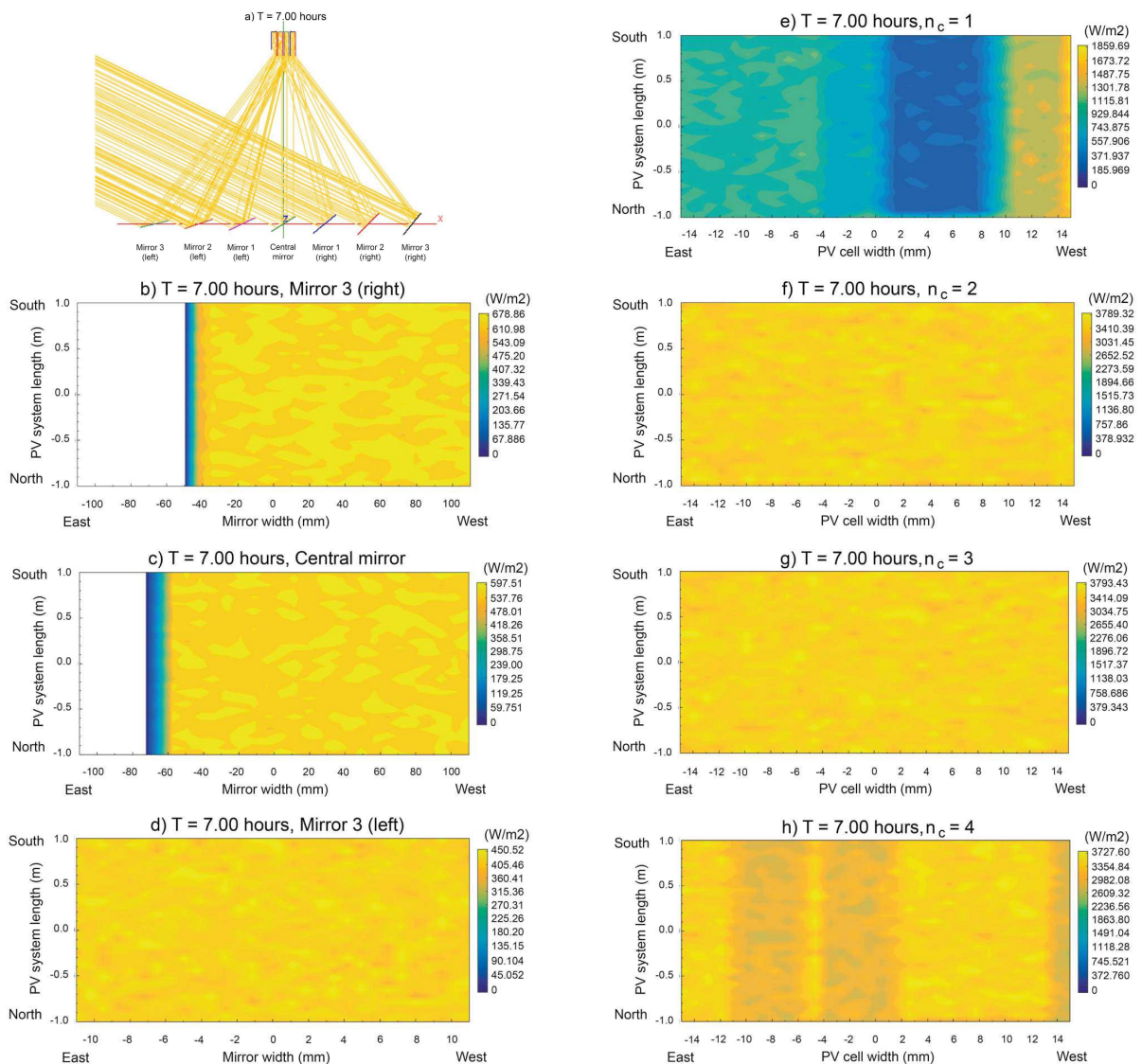


Fig. 5.7. Simulación de resultados para diferentes superficies, $n_d = 172$, $T = 7 : 00$ (horas).

Los resultados de la simulación de la densidad de flujo en todas las superficies del *SSLFR* obtenidos con el software *SolTrace*TM se presentan en la Tabla 5.5. El parámetro de salida del software *SolTrace*TM denominado uniformidad toma valores elevados para los espejos sombreados y la célula fotovoltaica $n_c = 1$, que presenta una baja homogeneidad de la densidad de flujo. El valor medio de la densidad de flujo sobre la célula fotovoltaica $n_c = 1$ es muy bajo, lo que indica una falta de homogeneidad en la densidad de flujo. En cambio, para las células fotovoltaicas centrales, $n_c = 2$ y $n_c = 3$, el valor medio de la densidad de flujo es muy similar. Los espejos con un valor mínimo de densidad de flujo de 0 tienen parte de su superficie sombreada por un espejo adyacente.

Tabla 5.5. Resultados de la simulación de la densidad de flujo para $T = 7 : 00$ (horas).

Superficie	Max. irradiancia (W/m^2)	Min. irradiancia (W/m^2)	Med. irradiancia (W/m^2)	Uniformidad
Espejo 3 (lado dcho.)	678,86	0	437,26	0,656
Espejo 2 (lado dcho.)	681,67	0	440,10	0,615
Espejo 1 (lado dcho.)	637,91	0	431,45	0,590
Espejo central	597,51	0	427,34	0,520
Espejo 1 (lado izdo.)	559,36	0	451,93	0,333
Espejo 2 (lado izdo.)	503,82	407,88	452,41	0,035
Espejo 3 (lado izdo.)	450,52	362,43	407,87	0,035
Célula solar ($n_c = 1$)	1859,69	238,63	827,51	0,433
Célula solar ($n_c = 2$)	3789,32	2933,53	3409,21	0,037
Célula solar ($n_c = 3$)	3793,43	3044,62	3418,47	0,034
Célula solar ($n_c = 4$)	3727,6	2517,98	3193,99	0,074

5.5. Fabricación de la cavidad en V en diente de sierra y su ensayo

Basándose en la tecnología de impresión 3D y en la fabricación aditiva [185], [186], se puede fabricar la cavidad en V en diente de sierra diseñada. La fabricación aditiva integra el diseño asistido por ordenador, el procesamiento de materiales y la tecnología de moldeo [158]. Con el sistema utilizado se puede construir un modelo sólido de la cavidad en V en diente de sierra apilando materiales especiales, en este caso *PLA*, capa por capa mediante software y un sistema de control numérico a partir de un archivo de modelo digital [158]. En la Fig. 5.8 se muestra la impresora 3D utilizada y la cavidad en V en diente de sierra.

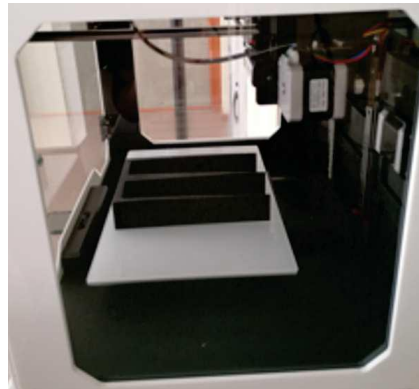


Fig. 5.8. La impresora 3D y una cavidad en V en diente de sierra durante la impresión.

La cavidad en V en forma de diente de sierra se ha construido utilizando un polímero verde biodegradable, el ácido poliláctico (*PLA*), con las dimensiones que se muestran en la Fig. 5.5.a. Las paredes laterales de la cavidad están cubiertas con espejos reflectantes. La fotografía de la cavidad en V en diente de sierra construida se muestra en la Fig. 5.9.

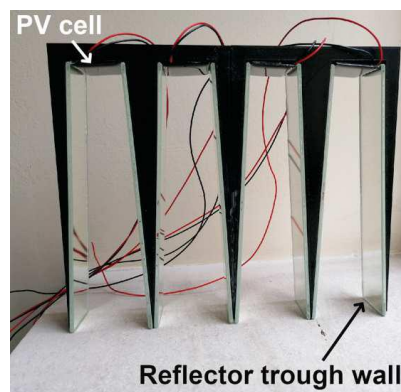


Fig. 5.9. Fotografía de la cavidad en V en diente de sierra diseñada.

En trabajos similares, varios autores han utilizado una plataforma experimental láser para la verificación del concentrador [41], [186], [185]. En este estudio también se ha utilizado una plataforma experimental láser adecuada para el estudio que aquí se presenta.

En el desarrollo de esta Tesis Doctoral, se ha construido una plataforma experimental láser que sirve de soporte para el control de la trayectoria del rayo (véase la Fig. 5.10). Este montaje experimental se compone principalmente de la plataforma horizontal nivelada, el generador láser, el medidor digital de ángulos, el dispositivo de medición de ángulos y la escala metálica. Durante el experimento, todo el equipo se fija en la plataforma horizontal nivelada. El nivel y la estabilidad de la plataforma horizontal se garantizan mediante un nivel de burbuja. El generador láser está montado rígidamente en el brazo giratorio del dispositivo de medición de ángulos de forma que se garantice que el generador láser esté paralelo al brazo giratorio. El dispositivo de medición de ángulos puede deslizarse sobre la escala metálica y su posición puede fijarse mediante un dispositivo de bloqueo. La distancia entre la escala metálica y la cavidad en V en diente de sierra puede ajustarse para simular la posición de cualquier espejo del sistema reflector primario.

En el experimento, el generador láser se ajusta a la posición de cada espejo mediante el ángulo de incidencia y la posición del dispositivo de medición de ángulos sobre la escala metálica. Se registra la información sobre la posición del punto láser que se forma cuando la luz incide en la pared reflectante de la cavidad y se comprueba la posición de las sucesivas reflexiones de la luz.

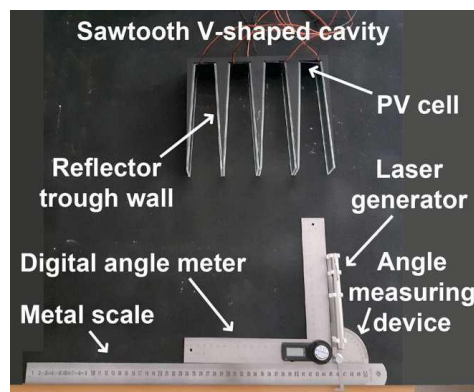


Fig. 5.10. Fotografía de la plataforma experimental láser.

Como las dimensiones de la plataforma de prueba experimental, son menores que las del *SSLFR*, es necesario escalar la posición de los espejos del sistema reflector primario y la altura hasta el receptor. El ancho de los espejos y el ángulo de incidencia no se ven afectados. La tabla 5.6 muestra los parámetros óptimos escalados a la plataforma de ensayo experimental, y en este caso $f = 283$ (mm). En cada espejo ensayado, el generador láser se colocó en tres posiciones: posición extrema izquierda, posición central y posición extrema derecha.

Tabla 5.6. Parámetros óptimos adaptados a la plataforma de prueba experimental.

Espejo	L_i (mm)	W_{Mi} (mm)	θ_i ($^\circ$)
Espejo central	0	220,6	0
Espejo 1 (lado derecho o izquierdo)	61,0	228,3	12,17
Espejo 2 (lado derecho o izquierdo)	125,4	228,8	23,90
Espejo 3 (lado derecho o izquierdo)	205,2	223,1	33,95

La Fig. 5.11.a muestra el rayo láser emitido por el generador láser, partiendo de la posición extrema izquierda del espejo 2 (lado izquierdo) con un ángulo de incidencia de $23,90^\circ$. Como es lógico, el rayo láser incide en la cavidad $n_c = 1$. La Fig. 5.11.b muestra el rayo láser emitido por el generador láser, partiendo de la posición extrema derecha del espejo 2 (lado izquierdo) con un ángulo de incidencia de $23,90^\circ$ (el ángulo máximo de aceptación que corresponde a ese espejo debido a la geometría del *SSLFR*). Como es lógico, el rayo incide en la cavidad $n_c = 4$. Estos resultados indican que la tasa de aceptación del rayos es de 1. El resto de las pruebas realizadas para el resto de espejos también mostraron que el rayo láser incidía sobre la célula fotovoltaica. Los resultados experimentales obtenidos utilizando la cavidad diseñada y construida, muestran que la cavidad cumple las condiciones establecidas.

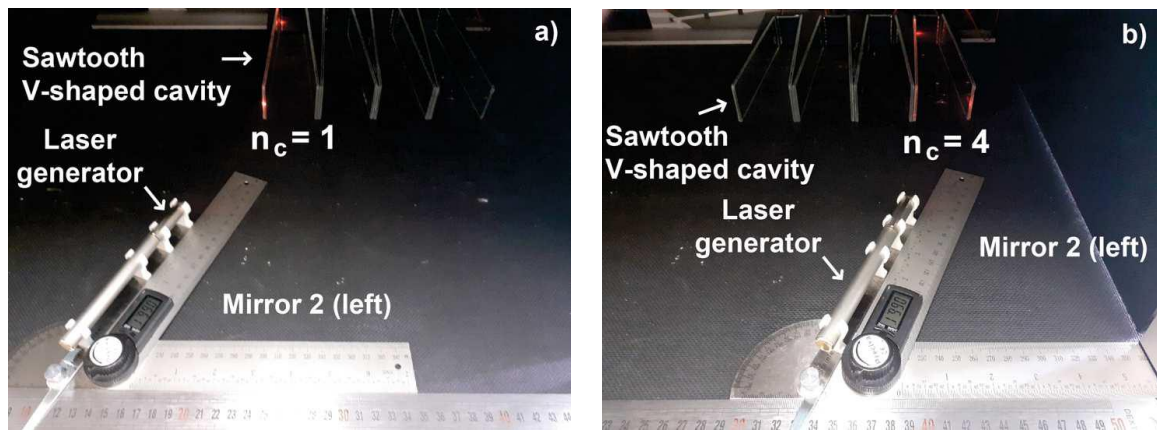


Fig. 5.11. Rayo láser emitido por el generador láser situado en el espejo 2 (lado izquierdo).

La Fig. 5.12 muestra el rayo láser emitido por el generador láser, partiendo de la posición extrema izquierda del espejo 3 (lado izquierdo) con un ángulo de incidencia de $35,00^\circ$. Como puede verse en esta imagen, el rayo láser sale de la cavidad y no incide sobre la célula fotovoltaica.

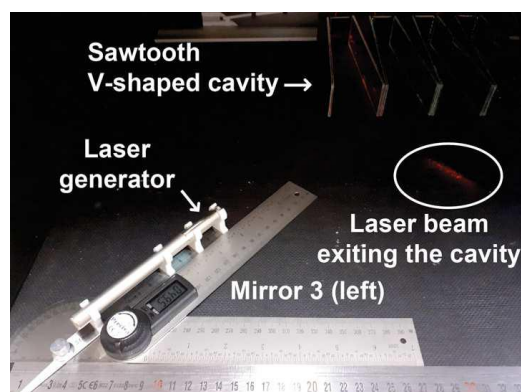


Fig. 5.12. Rayo láser emitido por el generador láser situado en el espejo 3 (lado izquierdo).

El ángulo medido con el dispositivo de medición de ángulos digital no coincide con el ángulo real del rayo láser cuando alcanza la superficie reflectante de la cavidad. Esto

se debe a varias razones: (i) El rayo láser emitido por el generador láser tiene cierta divergencia [41], ya que el láser se desvía a medida que aumenta la longitud óptica; (ii) El rayo láser emitido por el generador láser no es un rayo absolutamente paralelo [41], lo que hace que el punto del rayo alcance la superficie con un ángulo ligeramente diferente. Por lo tanto, el ángulo de incidencia del rayo láser se ve afectado. En general, se considera que estas fuentes de error tienen un efecto acumulativo y no se anulan entre sí [41]. Sin embargo, como la distancia del generador láser a la cavidad es de 349 (*mm*) en el peor caso del espejo 3 (lado izquierdo o derecho), este error de ángulo puede considerarse dentro de un rango razonable [41], [186].

5.6. Conclusiones del capítulo

Las principales conclusiones de este capítulo son:

- (i) La cavidad receptora de un *SSLFR* cuya función sea obtener energía térmica puede tener diversas formas. En todos estos diseños, el absorbedor es un tubo o varios tubos por los que circula el fluido caloportador. Pero, como en este estudio, el absorbedor son células fotovoltaicas, su geometría no se adapta a todos los tipos de cavidades receptoras utilizadas normalmente, ya que se tiene que garantizar la iluminación uniforme de las células fotovoltaicas.
- (ii) La cavidad en V estándar y la cavidad parabólica compuesta estándar son cavidades que se pueden utilizar en sistemas fotovoltaicos de baja concentración basados en reflectores lineales de Fresnel de pequeña escala. La cavidad parabólica compuesta estándar es difícil de fabricar, y por tanto, tiene un coste elevado. La cavidad en V estándar tiene la ventaja de ser fácil de fabricar y de bajo coste. Además, el ángulo máximo de aceptación en el caso de la cavidad en V estándar es notablemente superior a la cavidad parabólica compuesta estándar. Por lo que, se pueden utilizar espejos más anchos en la fabricación del *SSLFR*, y por lo tanto, reducir el número de espejos, lo que implica reducir notablemente el coste del *SSLFR*.
- (iii) Aumentar el ancho de los espejos, implica aumentar la abertura en una cavidad en V estándar, y por lo tanto, aumentar la altura de la misma, encareciendo el coste global del *SSLFR*. Para solucionar este inconveniente, se plantea un nuevo diseño de cavidad. El nuevo diseño de cavidad receptora se denomina cavidad en V en diente de sierra.
- (iv) Se ha diseñado la cavidad en V en diente de sierra, mediante un algoritmo de optimización, que mantiene la tasa de aceptación de rayos igual a 1 y la distribución uniforme de la irradiancia solar sobre las células fotovoltaicas. El enfoque analítico presentado proporciona ecuaciones para cualquier número de reflexiones dentro de la cavidad, que se implementan fácilmente como un algoritmo iterativo.
- (v) El diseño propuesto se ha verificado utilizando el método Monte Carlo Ray Tracing. Para ello se utilizó el software SolTraceTM.
- (vi) Se ha construido un prototipo de la cavidad diseñada con un material polímero verde biodegradable Ácido Poliláctico (PLA), utilizando tecnología de impresión 3D.
- (vii) Se ha construido una plataforma láser experimental que fija la trayectoria del rayo láser y confirma que la tasa de aceptación del rayo es 1, es decir, que todos los rayos que entran en la cavidad llegan a las células fotovoltaicas.
- (viii) La cavidad en V en diente de sierra propuesta, se compara con la cavidad en V estándar, considerando que ambas cavidades tienen la misma abertura de cavidad y el mismo ancho de célula fotovoltaica. La principal ventaja de la nueva cavidad es la reducción significativa de su altura con respecto a la cavidad en V estándar, siendo la energía anual la misma.
- (ix) El logro mencionado en (viii) reduce considerablemente el coste de fabricación de los reflectores lineales Fresnel a pequeña escala, como se demuestra a continuación:

(1) Como la altura de la cavidad propuesta es mucho menor, la estructura fija de los *SSLFRs* tiene dimensiones más reducidas, lo que reduce su coste; (2) La superficie expuesta a las cargas de viento de la cavidad en V en diente de sierra es notablemente menor que en el caso de la cavidad en V estándar, lo que reduce el coste de la estructura fija y de las estructuras del sistema secundario. Esto es esencial si se tiene en cuenta que la ubicación óptima para la instalación de estos reflectores es la cubierta de los edificios; (3) Aunque ambas cavidades tienen la misma superficie reflectante, las múltiples paredes reflectantes de la nueva cavidad se utilizan en combinación para sustituir a las dos superficies reflectantes de la cavidad en V estándar, lo que podría reducir la dificultad de fabricación, mantenimiento y transporte de los grandes espejos, y, el coste global del *SSLFR* también podría disminuir; (4) Aunque la superficie de las células fotovoltaicas es la misma, el espaciado entre las células fotovoltaicas que caracteriza la cavidad diseñada, facilita la refrigeración entre las células fotovoltaicas y el uso de sistemas de refrigeración con una mayor superficie, lo que mejora la eficiencia del sistema de refrigeración; y (5) Debido a la separación entre las células fotovoltaicas en la nueva cavidad, se facilita la conexión eléctrica de las células fotovoltaicas.

Capítulo 6

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL SISTEMA DE SEGUIMIENTO SOLAR DEL SSLFR.

Tal como se ha visto en los Capítulos 4 y 5, la iluminación uniforme de las células fotovoltaicas se obtiene con el adecuado diseño del *SSLFR*, pero también es necesario que los espejos del sistema reflector primario redirijan los rayos solares en la dirección adecuada. Por lo tanto, disponer de un sistema de seguimiento solar es fundamental para cumplir con los objetivos de esta Tesis Doctoral.

En este capítulo, se presentará el diseño de un algoritmo de control del sistema de seguimiento solar con tres movimientos. Estos tres movimientos, son necesarios para que las células fotovoltaicas estén uniformemente iluminadas.

Además del desarrollo teórico del seguidor solar, es importante construirlo, para detectar los posibles fallos en el modelo teórico. Para ello, se analizarán y se seleccionarán los dispositivos adecuados para implementar el sistema de control del seguidor solar. También se evaluará el coste del sistema propuesto.

Conocer las principales fuentes de error del sistema de seguimiento solar en este tipo de concentradores solares, es fundamental. Para ello, se analizarán dichas fuentes, con el fin de detectar los parámetros que producen los errores de seguimiento solar.

En el caso que hubiese errores de seguimiento, es pertinente conocer su efecto sobre la potencia. Por lo que, se mostrará la influencia del ángulo de error en diferentes días del año y horas del día, sobre la potencia recibida por las células fotovoltaicas.

Este capítulo se basa en el artículo “Design and construction of a solar tracking system for small-scale linear Fresnel reflector with three movements” (doi: 10.1016/j.apenergy.2021.116477) publicado por la revista Applied Energy en 2021, en el cual, el autor de esta Tesis Doctoral ha participado de forma activa en la elaboración del mismo, y por ello, forma parte de las aportaciones derivadas de esta Tesis Doctoral.

En el transcurso de este capítulo es necesario estimar la distribución horaria de la irradiancia solar directa sobre superficie horizontal, para determinar la potencia que le llega

a las células fotovoltaicas. Esta irradiancia solar directa tiene que tener en cuenta las condiciones meteorológicas de la ubicación del *SSLFR*. Para ello, se utilizará el método (desarrollado en el Capítulo 3) propuesto en el artículo "Predicting Beam and Diffuse Horizontal Irradiance using Fourier Expansions" (doi: 10.1016/j.renene.2020.02.118) publicado por la revista *Renewable Energy* en 2020, en el cual, el autor de esta Tesis Doctoral ha participado de forma activa en la elaboración del mismo, y por ello, forma parte de las aportaciones derivadas de esta Tesis Doctoral.

6.1. Parámetros relevantes del estudio

Como en los capítulos anteriores, el *SSLFR* está alineado horizontalmente y orientado Norte-Sur. En estas condiciones, tal como se ha mostrado en el Capítulo 4, el ángulo de incidencia de los rayos solares se puede descomponer en dos planos de proyección [122]: plano transversal y plano longitudinal. Y asociado a cada uno de estos dos planos, el ángulo de incidencia, se puede descomponer en dos ángulos: el ángulo de incidencia transversal (θ_t) y el ángulo de incidencia longitudinal (θ_l). De los ángulos θ_t y θ_l dependerán los movimientos del *SSLFR* que se quiere controlar. La Fig. 6.1 muestra estos dos ángulos.

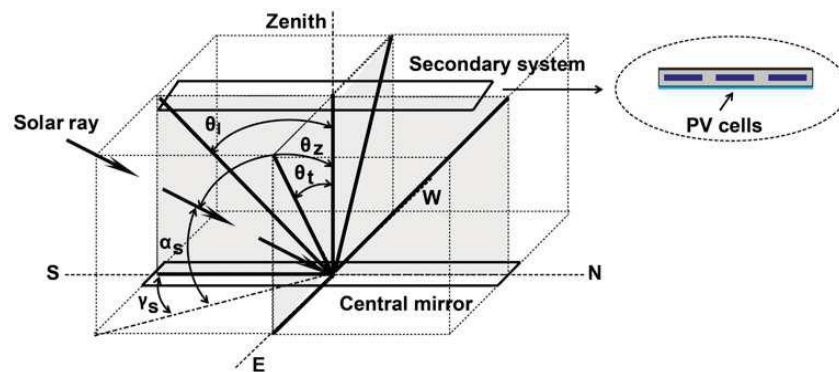


Fig. 6.1. Representación de los ángulos θ_t y θ_l .

Como el fin último, es asegurar que el sistema fotovoltaico esté uniformemente iluminado durante el intervalo óptimo de operación del *SSLFR*, tal como se ha visto en el Capítulo 4, es necesario que la iluminación sea uniforme en los planos transversal y longitudinal. Además, Morín et al. [122] demostraron que ambos estudios son independientes entre sí. Por lo tanto, los movimientos del *SSLFR* se estudiarán por separado. Aunque, tienen un nexo común que es la hora solar T .

6.1.1. Ángulos de incidencia transversal y longitudinal

Para obtener el ángulo de incidencia transversal (θ_t) y el ángulo de incidencia longitudinal (θ_l), el ángulo de incidencia de los rayos solares se separa en dos planos de proyección [122]. El ángulo de incidencia transversal (θ_t) se define como el ángulo entre la vertical y la proyección del vector solar en el plano Este-Oeste (el plano ortogonal al sistema fotovoltaico), y el ángulo de incidencia longitudinal (θ_l) se define como el ángulo entre la vertical y la proyección del vector solar en el plano Norte-Sur. Estas definiciones son válidas cuando el *SSLFR* está alineado horizontalmente y el sistema fotovoltaico está alineado en la orientación Norte-Sur, como es este caso. Estos ángulos se pueden determinar utilizando las siguientes ecuaciones [15]:

$$\theta_t = \arctan \left(\frac{\sin \gamma_S}{\tan \alpha_S} \right) \quad (6.1)$$

$$\theta_l = \arctan \left(\frac{\cos \gamma_S}{\tan \alpha_S} \right) \quad (6.2)$$

Estos ángulos son necesarios para calcular los movimientos de varios componentes del *SSLFR*.

6.1.2. Posibles movimientos en un *SSLFR*

En un *SSLFR* solamente genera potencia la componente directa de la irradiancia solar, por lo que es muy importante contar con un sistema de seguimiento solar adecuado. Este sistema de seguimiento, se puede clasificar en función del número de ejes que puedan rotar [14]: rotación de un eje, rotación de dos ejes y rotación de tres ejes. En la rotación de un eje, solamente se dispone del movimiento transversal de los espejos del sistema reflector primario. En la rotación de dos ejes, se dispone del movimiento transversal de los espejos y de un solo movimiento longitudinal, que puede ser, de la estructura móvil o del sistema reflector secundario. Por último, en la rotación de tres ejes, se dispone del movimiento transversal de los espejos y de dos movimientos longitudinales, estructura móvil y del sistema reflector secundario. La Fig. 6.2 muestra los tres movimientos de rotación posibles en un *SSLFR*.

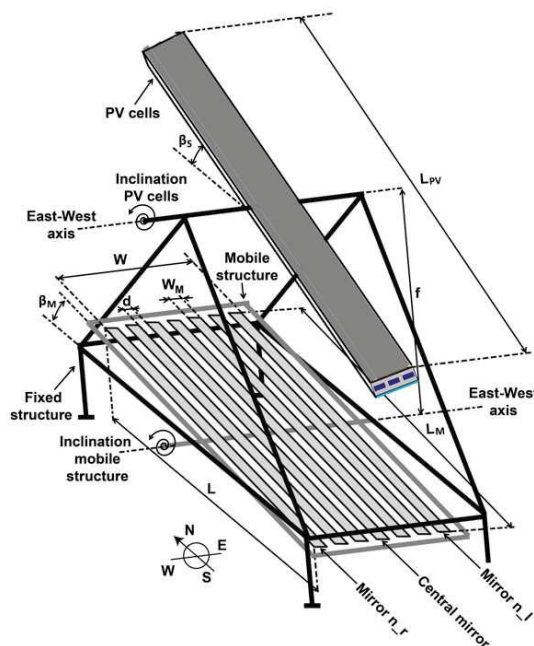


Fig. 6.2. Representación de los tres movimientos de rotación posibles en un *SSLFR*.

6.1.2.1. Movimiento transversal de los espejos del sistema reflector primario

Como se muestra en [14], el movimiento de cada espejo puede caracterizarse por su inclinación (β_i) (véase Fig. 6.2). β_i depende del ancho del espejo (W_{Mi}), de la separación entre los espejos consecutivos i y $i + 1$ (d_i), del número de espejos a cada lado del espejo central

(n), de la altura del receptor (f), y del ángulo de incidencia transversal (θ_t). La Fig. 6.3 muestra la representación de los parámetros que definen el movimiento de los espejos.

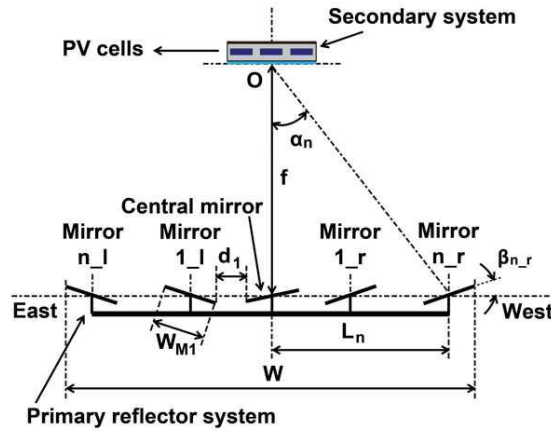


Fig. 6.3. Representación de los parámetros que definen el movimiento de los espejos.

La inclinación de cada espejo se debe ajustar, de forma que el rayo incidente transversal, que llega con un ángulo θ_t , alcance el punto focal tras una única reflexión en el espejo. El plano focal se encuentra a una distancia f del espejo central. El punto de giro de cada espejo coincide con el punto medio del espejo, por lo que siempre está enfocado en el punto medio del receptor.

Desde el punto de vista del movimiento de los espejos, para determinar β_i , hay que distinguir: el espejo central ($i = 0$), los espejos del lado izquierdo del espejo central ($1 \leq i \leq n$) y los espejos del lado derecho del espejo central ($1 \leq i \leq n$). Como ya se ha visto en el Capítulo 4, el número total de espejos del *SSLFR* es $2n + 1$.

La inclinación, β_i^r , del lado derecho, viene dada por la ecuación:

$$\beta_i^r = \frac{-\theta_t + \alpha_i}{2}; 1 \leq i \leq n \quad (6.3)$$

La inclinación, β_i^l , del lado izquierdo, viene dada por la ecuación:

$$\beta_i^l = \frac{-\theta_t - \alpha_i}{2}; 1 \leq i \leq n \quad (6.4)$$

Se considera $\beta_i^l, \beta_i^r > 0$ si se miden en sentido antihorario sobre el eje horizontal. El ángulo α_i puede calcularse mediante la ecuación:

$$\alpha_i = \arctan \frac{L_i}{f}; 1 \leq i \leq n \quad (6.5)$$

Como el *SSLFR* funciona simétricamente a lo largo del día, la posición de los espejos del

lado derecho y la del lado izquierdo es la misma:

$$L_i^r = L_i^l = L_i = \sum_{i=1}^i (W_{Mi} + d_i); \quad 1 \leq i \leq n \quad (6.6)$$

Para el espejo central $L_0 = 0$, con lo que $\alpha_0 = 0$, por lo tanto, para el espejo central, el movimiento viene definido por la ecuación:

$$\beta_0 = \frac{-\theta_t}{2} \quad (6.7)$$

A la vista de las ecuaciones anteriores, se cumple la siguiente propiedad:

Propiedad 6.1. El movimiento del espejo central es el único que hay que controlar, el resto de espejos tienen una posición inicial diferente a la del espejo central, pero todos se mueven de forma sincrónica con él. Por lo tanto, con la misma velocidad angular.

6.1.2.2. Movimiento de la estructura móvil y del sistema reflector secundario

Como se muestra en [14], el movimiento de la estructura móvil y el movimiento del sistema reflector secundario pueden caracterizarse, respectivamente, por la inclinación (β_M) (véase Fig. 6.2) y la inclinación (β_S) (véase Fig. 6.2). β_M es el ángulo longitudinal entre el campo de espejos primario y el plano horizontal ($^\circ$) y β_S es el ángulo longitudinal entre el sistema reflector secundario y el plano horizontal ($^\circ$). La Fig. 6.4 muestra la representación de los parámetros que definen el movimiento de la estructura móvil y el movimiento del sistema reflector secundario.

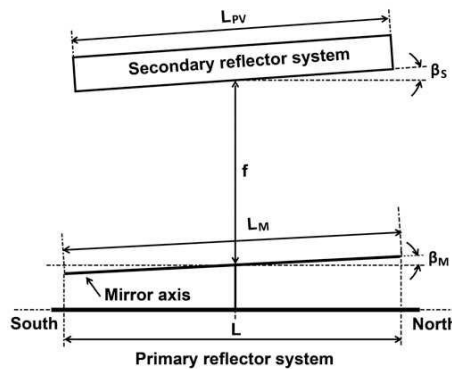


Fig. 6.4. Representación de los parámetros que definen el movimiento de la estructura móvil y del sistema reflector secundario.

Un *SSLFR* puede tener múltiples configuraciones en las que los tres movimientos definidos previamente, pueden estar presentes o no [15]. De todas estas configuraciones, hay una que asegura que el sistema fotovoltaico esté uniformemente iluminado en el plano longitudinal. Es la configuración en la que se cumple:

$$\beta_M = \beta_S = \theta_z/2 \quad (6.8)$$

donde θ_z es el ángulo cenital ($^\circ$). Además, esta configuración ofrece los mejores resultados [15], desde el punto de vista energético y de la superficie necesaria para la instalación del *SSLFR*.

Este capítulo se basa en esta configuración, aunque las demás, también se pueden implementar fácilmente con el equipo aquí desarrollado.

6.2. Algoritmo del sistema de seguimiento solar

Dado que un *SSLFR* concentra únicamente la irradiancia solar directa, el sistema de seguimiento solar es necesario para ajustar la orientación de los espejos en función de la posición del Sol.

El algoritmo de seguimiento solar se ha desarrollado con el fin de determinar las características de la trayectoria del Sol, como el amanecer, el atardecer, los límites del intervalo óptimo de operación, etc., con gran precisión para cualquier ubicación durante todo los días del año.

Los espejos del sistema reflector primario pueden rotar con un solo grado de libertad. Como se indicaba en la Propiedad 6.1, solamente es necesario controlar el espejo central (véase la Fig. 6.5). Este movimiento de rotación en la dirección Este-Oeste, puede ser proporcionado por un motor paso a paso junto con su controladora. Un motor paso a paso se podría utilizar para que los espejos del sistema reflector primario roten en sentido horario y antihorario con una rotación completa de 360° . La rotación del espejo central, estará circunscrita al intervalo óptimo de operación, que es el mismo todos los días del año, pero a diferentes horas. Es decir, la rotación del espejo central estará comprendida entre $-\theta_{t_0}$ ($^\circ$) y θ_{t_0} ($^\circ$) siguiendo el ángulo de incidencia transversal. Además, de esas dos posiciones, llamadas, posición inicial para $\beta_0 = -\theta_{t_0}$ y posición final para $\beta_0 = \theta_{t_0}$, hay otra tercera posición, que es la denominada posición de reposo para $\beta_0 = +90^\circ$. Esta posición se utiliza para que no se deposite polvo sobre los espejos.

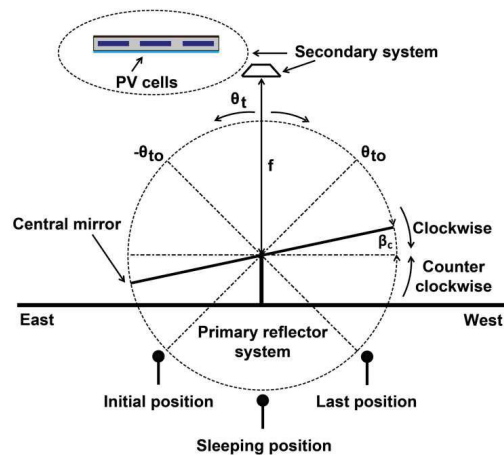


Fig. 6.5. Esquema de las posiciones del espejo central.

La estructura móvil puede rotar con un solo grado de libertad (véase la Fig. 6.6). Este movimiento en la dirección Norte-Sur, también puede ser proporcionado por un motor paso a paso y su controladora. El motor paso a paso se utilizaría para inclinar la estructura móvil hacia arriba y hacia abajo para el seguimiento del ángulo cenital ($\theta_z/2$). Su límite de rotación sería de 0° a 90° para seguir el semiángulo cenital del Sol. El movimiento de rotación del sistema secundario (véase la Fig. 6.6) tendría las mismas características que el movimiento de rotación de la estructura móvil.

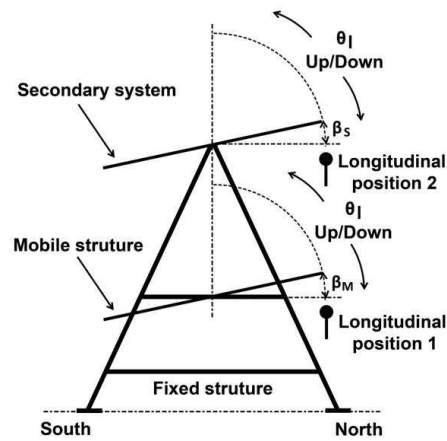


Fig. 6.6. Esquema de las posiciones de la estructura móvil y del sistema secundario.

El desarrollo del algoritmo se ha realizado siguiendo cinco pasos. En el primer paso, se determinan los ángulos solares, α_S y γ_S , utilizando para ello la hora solar, la latitud geográfica, el ángulo diario, la declinación solar y el ángulo horario. En el segundo paso, los ángulos solares se utilizan para determinar los ángulos de incidencia transversal y longitudinal. A continuación, en los pasos siguientes, se determinan todos los movimientos del *SSLFR*. La Fig. 6.7 muestra el diagrama de flujo del algoritmo del sistema de seguimiento solar.

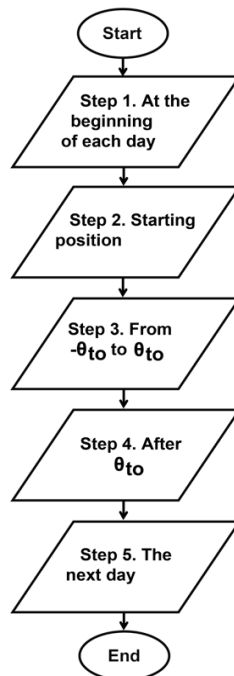


Fig. 6.7. Diagrama de flujo del algoritmo.

6.2.1. Paso 1°. Al amanecer

La Fig. 6.8 muestra el diagrama de flujo del algoritmo para el Paso 1°.

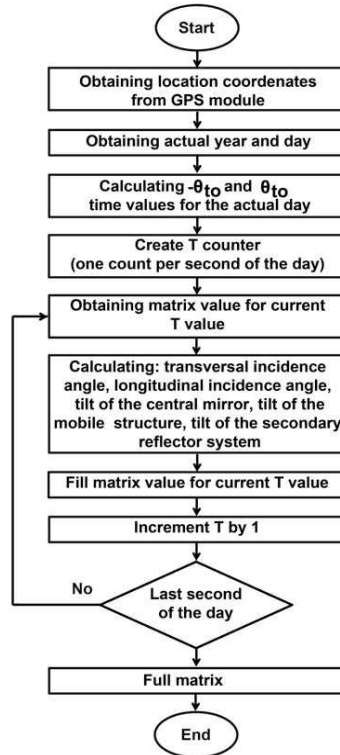


Fig. 6.8. Diagrama de flujo del algoritmo del paso 1°.

- (1.1) Durante la inicialización del sistema, al amanecer, es necesario obtener información importante como la fecha, la hora solar, la longitud y la latitud, para la ubicación específica del *SSLFR*. Esta información puede obtenerse utilizando un módulo *GPS*.
- (1.2) A partir de la información obtenida en el paso (1.1), el sistema debe realizar algunos cálculos matemáticos, utilizando las ecuaciones disponibles en [14], para obtener: la hora de salida y puesta del Sol, los límites del intervalo óptimo de operación, la posición del Sol, los ángulos de incidencia transversal y longitudinal, la inclinación del espejo central, la inclinación de la estructura móvil y la inclinación del sistema reflector secundario, para cada segundo del día. Estos valores se tabularán en una base de datos. La base de datos se debe configurar para el seguimiento diario.
- (1.3) El sistema de seguimiento solar alineará automáticamente los espejos, la estructura móvil y el sistema reflector secundario utilizando la información de la base de datos tabulada.

La base de datos generada consta de los siguientes items: (i) Los segundos del día; (ii) El instante de cuando se debe producir el funcionamiento del motor paso a paso para el movimiento transversal; (iii) El instante de cuando se debe producir el funcionamiento del motor paso a paso para el movimiento longitudinal de la estructura móvil; (iv) El instante de cuando se debe producir el funcionamiento del motor paso a paso para el

movimiento longitudinal del sistema secundario; (v) La dirección de movimiento longitudinal para la estructura móvil; y (vi) La dirección de movimiento longitudinal para el sistema secundario. La matriz de la base de datos tendrá 86,400 vectores (uno por cada segundo del día) y 6 variables diferentes, con un total de 518,400 valores. Se puede tardar aproximadamente 8 segundos en generar la base de datos. La velocidad de giro de los espejos será de 0,006 ($^{\circ}$) por segundo durante el intervalo óptimo de operación.

6.2.2. Paso 2°. Posición inicial

La Fig. 6.9 muestra el diagrama de flujo del algoritmo para el Paso 2°.

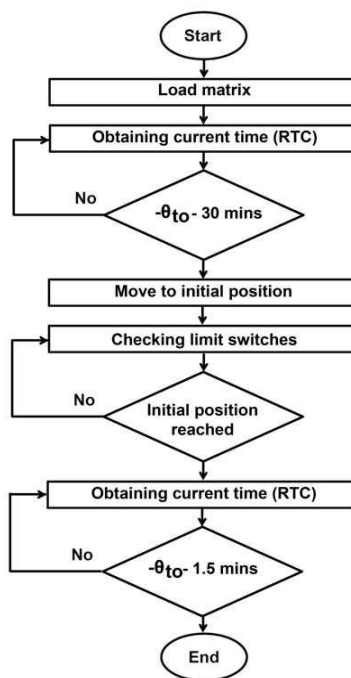


Fig. 6.9. Diagrama de flujo del algoritmo del paso 2°.

Antes de la salida del Sol, el control de movimiento transversal gira todos los espejos en el sentido de las agujas del reloj, desde la posición de reposo hasta la posición inicial ($\beta_0 = -\theta_{t_0}$) (véase la Fig. 6.5).

En la posición inicial se ha considerado que: (i) Los espejos están situados en la posición inicial; (ii) La estructura móvil está situada en la posición longitudinal 1; y (iii) El sistema reflector secundario está situado en la posición longitudinal 2.

6.2.3. Paso 3°. De $-\theta_{t_0}$ a θ_{t_0}

La Fig. 6.10 muestra el diagrama de flujo del algoritmo para el Paso 3°.

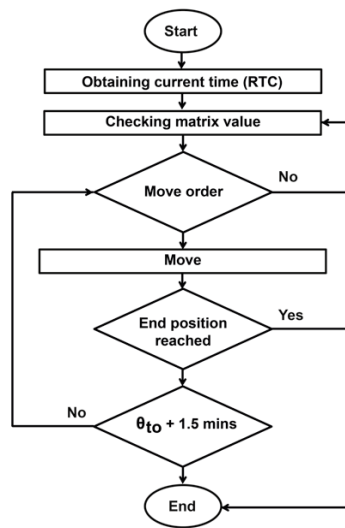


Fig. 6.10. Diagrama de flujo del algoritmo del paso 3^o.

Esta es la etapa en la que los espejos siguen la trayectoria solar basándose en la información de la base de datos tabulada.

Los siguientes eventos ocurren al mismo tiempo:

- (3.1) El control de movimiento transversal hará girar los espejos en el sentido de las agujas del reloj desde la posición inicial ($\beta_0 = -\theta_{t_0}$) hasta la última posición ($\beta_0 = \theta_{t_0}$) (véase la Fig. 6.5).
- (3.2) El control de movimiento longitudinal 1 hará que el motor desplace la estructura móvil hacia arriba desde la posición longitudinal 1 ($\beta_0 = -\theta_{t_0}$) hasta el mediodía, y la devuelve a su posición original para $\beta_0 = \theta_{t_0}$ (véase la Fig. 6.6).
- (3.2) El control de movimiento longitudinal 2 hará que el motor desplace el sistema secundario hacia arriba desde la posición longitudinal 2 ($\beta_0 = -\theta_{t_0}$) hasta el mediodía, y la devuelve a su posición original para $\beta_0 = \theta_{t_0}$ (véase la Fig. 6.6).

Todos los movimientos referidos, seguirán la trayectoria de seguimiento solar generada al principio del día con la base de datos.

6.2.4. Paso 4^o. Después de $\beta_0 = \theta_{t_0}$

La Fig. 6.11 muestra el diagrama de flujo del algoritmo para el Paso 4^o.

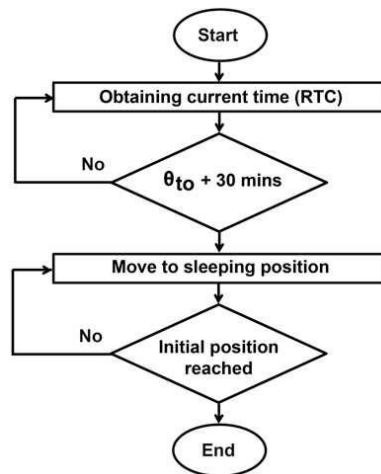


Fig. 6.11. Diagrama de flujo del algoritmo del paso 4º.

- (4.1) El control de movimiento transversal hará girar los espejos en el sentido de las agujas del reloj desde la última posición ($\beta_0 = \theta_{t_0}$) hasta la posición de reposo (véase la Fig. 6.5).
- (4.2) A continuación, el sistema electrónico pasa a una posición de reposo para reducir el consumo de energía. Además, la posición de reposo evita que se depositen partículas de polvo u otros elementos sobre los espejos.

6.2.5. Paso 5º. Al día siguiente

La Fig. 6.12 muestra el diagrama de flujo del algoritmo para el Paso 5º.

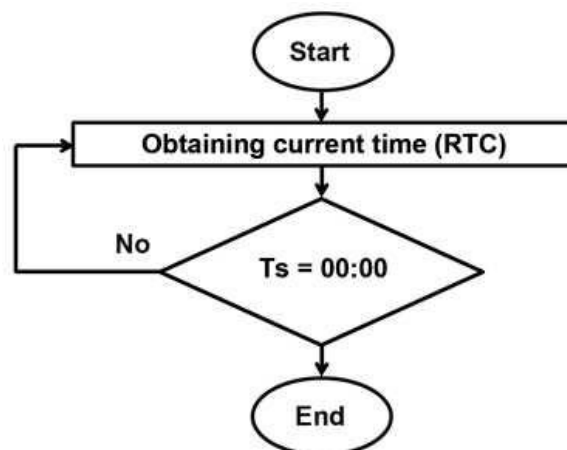


Fig. 6.12. Diagrama de flujo del algoritmo del paso 5º.

A las 0:00 todo el proceso comenzará de nuevo desde el Paso 1º.

6.3. Implementación del sistema de control del seguidor solar

El sistema de seguimiento solar propuesto, que se muestra en la Fig. 6.13, consta de tres componentes principales: los sistemas de transmisión, el sistema de tracción, y el sistema de control electrónico.

Los sistemas de transmisión de la estructura móvil y del sistema reflector secundario son similares entre sí. El sistema de transmisión de los espejos es diferente. Este sistema de transmisión consta de un cierto número de unidades de movimiento.

El sistema de tracción consta de tres motores paso a paso y sus controladoras.

El sistema de control electrónico consta de un controlador maestro (Raspberry pi 3), microcontroladores esclavos (Arduino), módulo GPS, termopares, sensores láser, sensores de posicionamiento transversal y sensores de posicionamiento longitudinal.

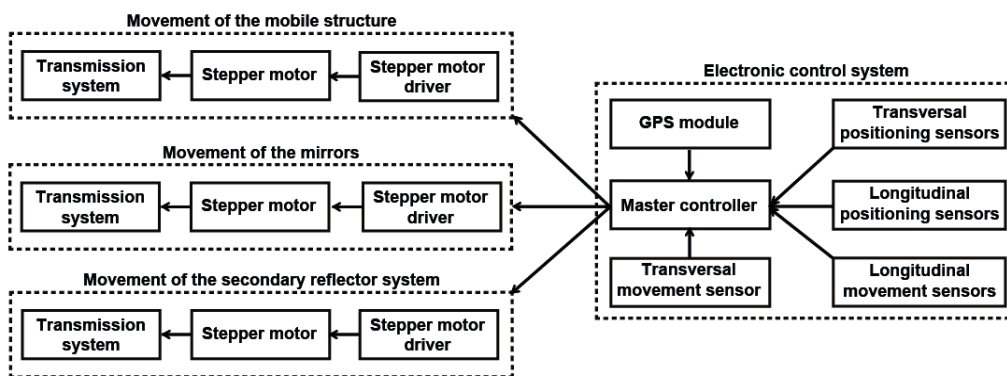


Fig. 6.13. Diagrama de bloques del diseño de seguidor solar.

6.3.1. Sistema de transmisión del movimiento de los espejos

La Fig. 6.14.a muestra el diseño de este sistema realizado con el software SolidWorks [152]. Este software es ampliamente utilizado en este tipo de diseños [100]. La Fig. 6.14.b muestra una fotografía del sistema de transmisión del movimiento de los espejos construido.

En la Fig. 6.14.a, los espejos (1) del sistema reflector primario pueden girar sobre el eje Norte-Sur, para seguir el movimiento diario del Sol. Para ello, se utiliza un mecanismo de cremallera (2) y piñón (3). El movimiento requiere $2 \cdot n + 1$ unidades de movimiento (donde n es el número de espejos a cada lado del espejo central) y un engranaje de cremallera.

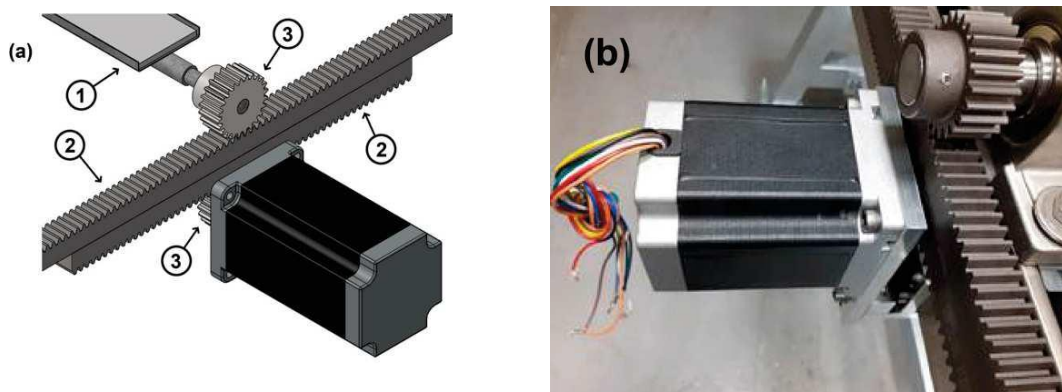


Fig 6.14. Diseño general del sistema de transmisión del movimiento de los espejos.

Cada unidad de movimiento ha sido diseñada con SolidWorks [152] y realizada como se muestra en la Fig. 6.15.a y Fig. 6.15.c. Incluye: dos rodamientos, dos soportes de rodamientos, dos ejes, un piñón, un espejo, un bastidor y un eje principal [19]. Los elementos seleccionados son los siguientes:

- (i) Un rodamiento estándar tipo *FAG6301ZZ*.
- (ii) Un piñón estándar de 24 dientes, módulo 2 (*mm*), y 35 (*mm*) de espesor.
- (iii) Un soporte de rodamiento que consiste en un tubo de acero inoxidable de 82,5 (*mm*) de diámetro con una pared de 20 (*mm*) de espesor, y una placa de acero inoxidable de $78 \times 28 \times 5$ (*mm*).
- (iv) Un eje formado por una varilla de acero al carbono de 25 (*mm*) de diámetro y 150 (*mm*) de longitud.
- (v) El espesor del espejo es de 5 (*mm*). El espejo se pega al marco con un adhesivo industrial.
- (vi) El marco es una chapa de acero galvanizado de 0,8 (*mm*) de espesor.
- (vii) El eje principal es una varilla de acero galvanizado de $3/8$ (*mm*) de diámetro que se ensambla al soporte mediante remaches de acero inoxidable.
- (viii) Un engranaje de cremallera estándar con módulo de 2 (*mm*), y 20 (*mm*) de espesor.



Fig 6.15. Diseño general de la unidad de movimiento.

6.3.2. Sistema de transmisión del movimiento de la estructura móvil

La Fig. 6.16.a muestra el diseño de este sistema realizado con el software SolidWorks [152]. La Fig. 6.16.b muestra una fotografía del sistema de transmisión del movimiento de la estructura móvil construido.

La estructura móvil (1) puede girar sobre el eje Este-Oeste (véase la Fig. 6.16.a). Para ello, se utiliza un mecanismo de engranaje de piñón (2). Este movimiento requiere una unidad de movimiento (3).

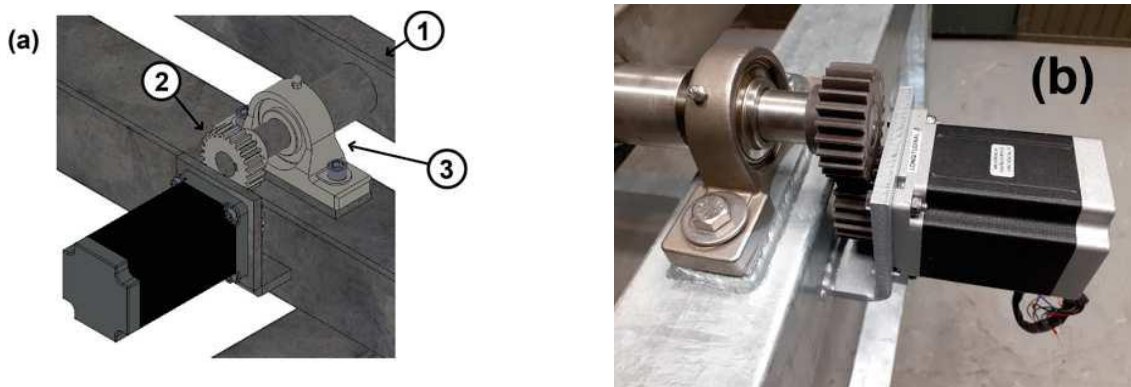


Fig 6.16. Diseño general del sistema de transmisión del movimiento de la estructura móvil.

Esta unidad de movimiento se ha diseñado con SolidWorks [152] e incluye: dos rodamientos, dos soportes de rodamientos, dos ejes y dos piñones [19]. Los elementos seleccionados son los siguientes:

- (i) Un rodamiento estándar tipo *FAG6301ZZ*.
- (ii) Un piñón estándar de 24 dientes, módulo 2 (*mm*), y 35 (*mm*) de espesor.
- (iii) Un soporte de rodamiento que consiste en un tubo de acero inoxidable de 82,5 (*mm*) de diámetro con una pared de 20 (*mm*) de espesor, y una placa de acero inoxidable de 78 × 28 × 5 (*mm*).
- (iv) Un eje formado por una varilla de acero al carbono de 25 (*mm*) de diámetro y 150 (*mm*) de longitud.

6.3.3. Sistema de transmisión del movimiento del sistema reflector secundario

La Fig. 6.17.a muestra el diseño de este sistema realizado con el software SolidWorks [152]. La Fig. 6.17.b muestra una fotografía del sistema de transmisión del movimiento del sistema reflector secundario construido.

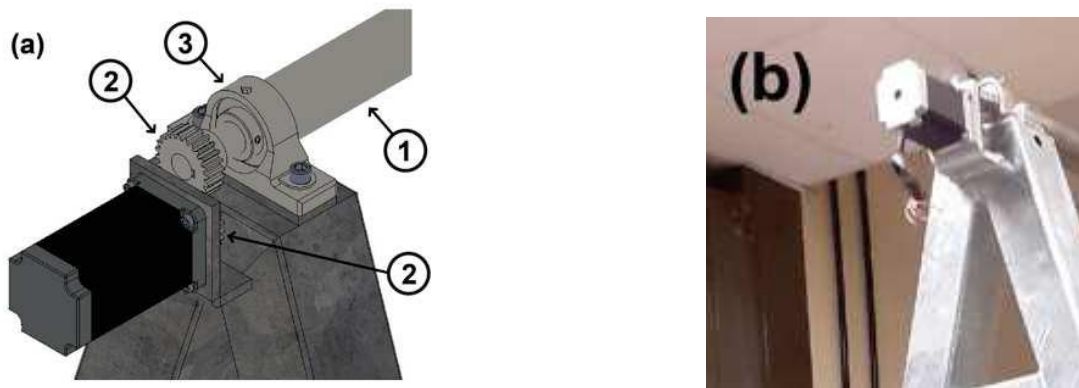


Fig 6.17. Diseño general del sistema de transmisión del movimiento del sistema reflector secundario.

El sistema reflector secundario también puede girar sobre el eje Este-Oeste. Para ello, se utiliza un mecanismo de piñón (véase la Fig. 6.17.a). Este movimiento requiere una unidad de movimiento.

La unidad de movimiento se ha diseñado con SolidWork [152] e incluye: dos rodamientos, dos soportes de rodamientos, dos ejes y dos piñones [19]. Los elementos seleccionados son los siguientes:

- (i) Un rodamiento estándar tipo *FAG6301ZZ*.
- (ii) Un piñón estándar de 24 dientes, módulo 2 (*mm*), y 31 (*mm*) de espesor.
- (iii) Un soporte de rodamiento que consiste en un tubo de acero inoxidable de 82,5 (*mm*) de diámetro con una pared de 20 (*mm*) de espesor, y una placa de acero inoxidable de 78 × 28 × 5 (*mm*).
- (iv) Un eje formado por una varilla de acero al carbono de 25 (*mm*) de diámetro y 150 (*mm*) de longitud.

6.3.4. Motores paso a paso y sus controladoras

La posición del Sol para un sistema de seguimiento solar puede calcularse utilizando diferentes algoritmos. La Tabla 6.1 muestra algunos de estos algoritmos y su precisión.

Tabla 6.1. Algoritmos para determinar la posición del Sol.

Algoritmo	Máximo error (°)
International Solar Position Algorithm (<i>SPA</i>) [144]	0,0003
Michalsky et al. [116]	0,01
Blanco et al. [33]	0,008
Grena Algorithm [69]	0,0027

Para aplicaciones de ingeniería solar, el error del *SPA* [144] es extremadamente pequeño. Por este motivo, otros autores proponen algoritmos con errores mayores (véase Tabla 6.1).

Teniendo en cuenta la precisión requerida para este sistema de seguimiento, se considera que el motor paso a paso es el motor eléctrico adecuado [111], [92]. Por tanto, se han utilizado motores paso a paso y sus controladoras, con un paso de $0,006$ ($^{\circ}$). Los cálculos del par necesario de los motores se han realizado con el software SolidWorks [152]. Cada controladora suministra las señales de control adecuadas y la tensión de alimentación al motor paso a paso asociado.

6.3.5. Sistema de control electrónico

Los tres movimientos del *SSLFR* se controlan mediante un sistema de control electrónico. Este sistema consta de varias placas de circuito impreso (*PCB*, de sus siglas en inglés): *PCB* maestra, *PCB GPS*, *PCB* de temperatura, *PCB* de posición y *PCB* de irradiancia. El sistema de control electrónico se basa en un controlador maestro (Raspberry pi 3) apoyado por 4 microcontroladores esclavos (Arduino). La Fig. 6.18 muestra fotografías generales del sistema de control electrónico. La Fig. 6.19 muestra un diagrama de bloques del sistema de control electrónico para el sistema de seguimiento solar.

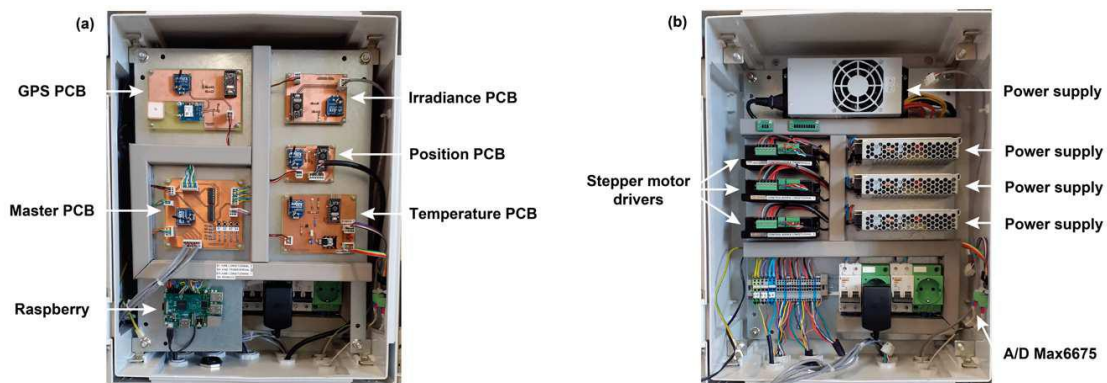


Fig. 6.18. Fotografías generales del sistema de control electrónico.

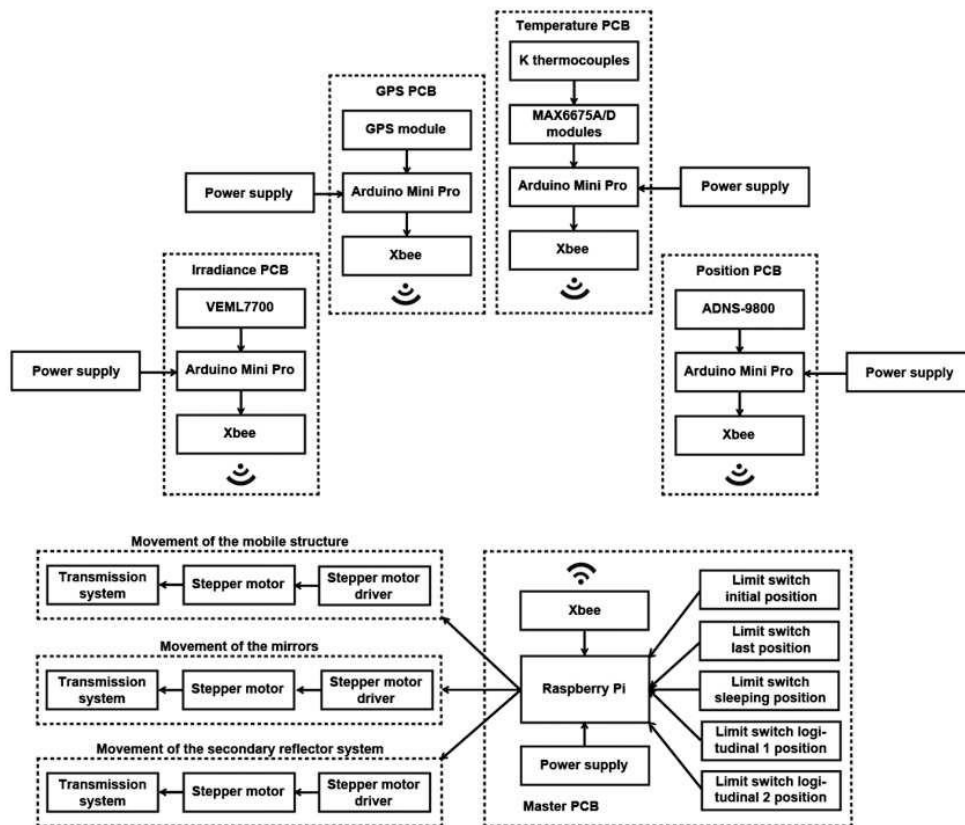


Fig. 6.19. Diagrama de bloques del control electrónico del sistema de seguimiento solar.

A continuación se describirán cada una de las *PCBs* diseñadas y construidas.

6.3.5.1. PCB maestra

La Fig. 6.20 muestra una fotografía de la *PCB* maestra construida

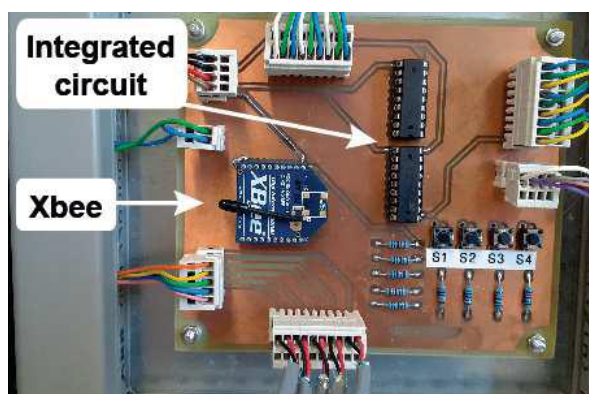


Fig. 6.20. Fotografía de la *PCB* maestra.

La *PCB* maestra se implementa con: una Raspberry Pi 3, un módulo Xbee y dos circuitos integrados *ULN2083A*. La Raspberry Pi 3 se utiliza como controlador maestro del

sistema de seguimiento solar. Este controlador ya ha sido utilizado por otros autores en trabajos similares [1], [131], debido a su bajo coste, tamaño compacto, compatibilidad y fácil interconexión. El Raspberry Pi 3 es un ordenador de placa única basado en una *CPU ARM Cortex-A7* de cuatro núcleos a 900 (*MHz*), con 1 (*GB*) de *RAM*, 40 pines *GPI/O*, 4 puertos *USB*, puerto *HDMI* completo, puerto Ethernet y una ranura para tarjetas *Micro SD* [170]. La Raspberry Pi 3 se ha utilizado como controlador maestro para realizar los algoritmos del sistema, el cálculo aritmético y la generación de la base de datos de la trayectoria del Sol. Se ha desarrollado un sistema inalámbrico con ayuda de módulos *XBee*. El módulo *XBee* es una tecnología para la comunicación inalámbrica entre múltiples dispositivos en una red inalámbrica de área personal. Los módulos *XBee* son soluciones integradas que proporcionan conectividad inalámbrica de punto final a los dispositivos. Este módulo es un estándar de comunicación inalámbrica basado en el protocolo *IEEE802,15,4*. El módulo *XBee* está equipado con una antena en chip proporcionada por Digi-MaxStream [47]. El módulo *Xbee* se ha utilizado para establecer la comunicación entre la Raspberry Pi 3 y el resto de *PCBs*. El módulo *Xbee* de la *PCB* maestra se comunica con la Raspberry Pi 3 a través del protocolo de comunicación serie *UART*. La información de las *PCBs* se recibe por la Raspberry Pi 3 a través del protocolo de comunicación *I2C* de cuatro hilos. La tensión de salida de la Raspberry Pi es de 3,3 (*V*), y la tensión de entrada de los controladores del motor paso a paso es de 5 (*V*). Por lo tanto, es necesario elevar el voltaje. Para conseguirlo, se utilizan dos circuitos integrados *ULN2083A*. El dispositivo *ULN2083A* es una matriz de transistores Darlington de 50 (*V*) y 500 (*mA*) [162]. El sistema utiliza cinco finales de carrera para determinar: posición inicial, posición final, posición de reposo, posición longitudinal 1 y posición longitudinal 2. Sus características son: alimentación $V_{AC\text{máx}} = 250$ (*V*), alimentación de corriente $I_{\text{max}} = 15$ (*A*).

6.3.5.2. PCB GPS

La Fig. 6.21 muestra una fotografía de la *PCB GPS* construida.

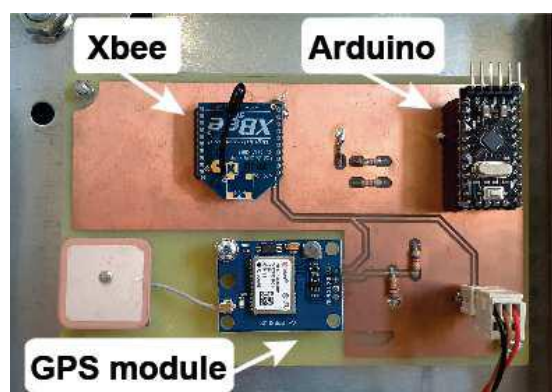


Fig. 6.21. Fotografía de la *PCB GPS*.

Se ha utilizado un módulo *GPS* para determinar la ubicación en un sistema estándar de coordinación de longitud y latitud a través de múltiples satélites en órbita [149]. También proporciona información sobre la fecha y la hora *UTC*. La *PCB GPS* está implementada con: un módulo *GPS*, un Arduino Mini Pro y un módulo *Xbee*. El microcontrolador

Arduino Mini Pro se ha utilizado como interfaz con el módulo *GPS*. Este toma los datos, los procesa y los envía al módulo *Xbee* para su posterior transmisión a la Raspberry Pi 3. El Arduino Mini Pro se utiliza debido a su bajo coste, tamaño compacto, compatibilidad y fácil interconexión. El Arduino Mini Pro es una pequeña placa microcontroladora basada en el ATmega 328. Tiene 14 pines digitales de entrada/salida (6 de los cuales pueden utilizarse como salidas *PWM*), 8 entradas analógicas y un oscilador de cristal de 16 (*MHz*). Se puede programar usando el adaptador *USB Serie* u otro adaptador serie *USB* o *RS232* a *TTL* [6]. Como módulo *GPS* se ha elegido un *GY – GPS6MV2* [165].

6.3.5.3. PCB de temperatura

La Fig. 6.22 muestra una fotografía de la *PCB* de temperatura construida.

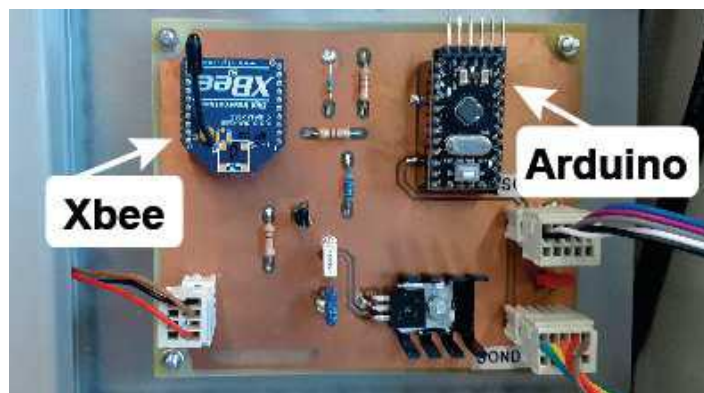


Fig. 6.22. Fotografía de la *PCB* de temperatura.

La *PCB* de temperatura se encarga de leer los valores de temperatura de entrada y salida del sistema de refrigeración. Utiliza dos termopares para comprobar que la temperatura del sistema de refrigeración se mantiene dentro del rango de seguridad estipulado. En esta aplicación, el valor máximo de temperatura es de 100 ($^{\circ}C$). En el caso de que se supere este valor, los espejos pasarían a la posición de reposo. La *PCB* de temperatura está implementada con: dos termopares, dos conversores analógico-digital, un Arduino Mini Pro, y un módulo *Xbee*. El microcontrolador Arduino Mini Pro se ha utilizado para tomar los datos proporcionados por los termopares, procesarlos y enviarlos al módulo *Xbee* para su posterior transmisión a la Raspberry Pi 3. El termopar utilizado es el termopar tipo *K* [113]. El convertor analógico-digital utilizado es el módulo *MAX6675A/D* [113].

6.3.5.4. PCB de posición

La Fig. 6.23 muestra una fotografía de la *PCB* de posición construida

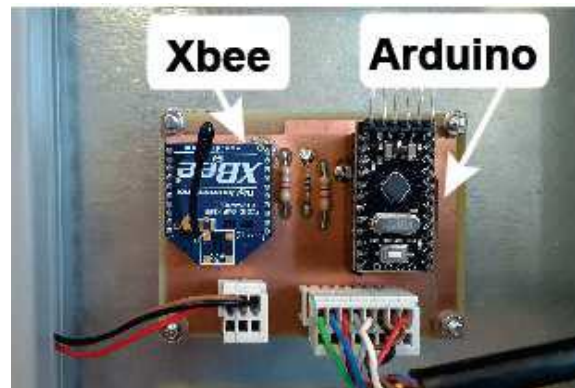


Fig. 6.23. Fotografía de la *PCB* de posición.

La *PCB* de posición se ha utilizado para ayudar a la *PCB* maestra a controlar de forma independiente la posición angular de los espejos, la estructura móvil y el sistema reflector secundario. La *PCB* de posición está implementada con: tres sensores láser, tres convertidores analógico-digital, un Arduino Mini Pro, y un módulo *Xbee*. El sensor láser utilizado es el *ADNS – 9800* [9].

El sensor laser *ADNS – 9800* incluye un sensor y un *VCSEL* en un único paquete de chip en placa (*COB*). El Arduino Mini Pro lee la información del puerto serie del sensor.

6.3.5.5. *PCB* de irradiancia solar

La Fig. 6.24 muestra una fotografía de la *PCB* de irradiancia solar construida

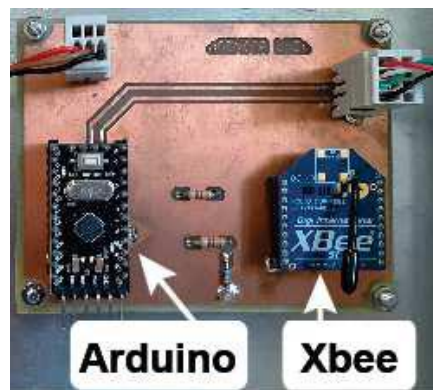


Fig. 6.24. Fotografía de la *PCB* de irradiancia solar.

La *PCB* de irradiancia se ha utilizado para informar a la *PCB* maestra sobre la irradiancia solar directa. La relación entre iluminancia e irradiancia solar es de 104 (lm/W) , su precisión ha sido evaluada en [125]. Ha sido utilizada por otros autores [18], [42]. La *PCB* de irradiancia se implementa con un sensor de luz, un Arduino Mini Pro y un módulo *Xbee*. El sensor de luz utilizado es el *VEML7700* [173]. El *VEML7700* es un sensor de luz ambiente de alta precisión con una resolución de 16 (*bits*) y admite una interfaz de comunicación de bus *I2C* fácil de usar. El rango de luz ambiente es de 0 a 120,000 (*lx*) y la resolución de luz ambiente es de 0,0036 (*lx*).

6.3.6. Análisis de costes

El coste total del sistema de control de seguimiento solar implantado se calcula y se presenta en la Tabla 6.2. Esta estimación de costes se ha realizado de acuerdo con los precios del mercado local (12/02/2023).

Tabla 6.2. Coste del control del sistema de seguimiento solar.

Item	Coste unidad (€)	Cantidad	Coste (€)
Raspberry Pi 3	142,57	1	142,57
Arduino Mini Pro	10,16	4	40,64
Módulo XBee S1	37,22	5	186,10
Módulo <i>GPS</i>	29,68	1	29,68
Sensor laser	41,69	3	125,07
Micro SD Card + Adapter	8,44	1	8,44
Fuente de alimentación	54	1	54
Circuito integrado <i>ULN2083</i>	4,37	2	8,74
Termopar tipo <i>K + MAX6675A/D</i>	5,61	2	11,22
Transistor <i>BC639</i>	3,90	1	3,90
Sensor de luz <i>VEML7700</i>	7,97	1	7,97
Final de carrera	11,43	5	57,15
Resistencia <i>4K7</i> (Ω)	0,16	10	1,60
Resistencia <i>7K5</i> (Ω)	0,16	4	0,64
Resistencia <i>10K</i> (Ω)	0,16	11	1,76
Condensador 0,33 (μF)	0,71	1	0,71
Condensador 0,1 (μF)	0,48	3	1,44
Coste de la <i>PCB</i>	25	5	125
Total			806,63

6.4. Errores en el seguimiento solar

Debido a su naturaleza, la eficacia de un sistema fotovoltaico de baja concentración basado en un reflector lineal de Fresnel de pequeña escala depende de la precisión de su diseño óptico y de la ausencia de errores en el seguimiento solar.

Cada componente del *SSLFR* puede ser fuente de errores del seguimiento solar. Por lo tanto, el sistema de seguimiento solar tiene que ser lo suficientemente flexible para poder absorber los posibles errores que surjan en el transcurso de la fabricación o instalación del *SSLFR*. El origen de algunos de estos errores se comentan a continuación:

- (i) Errores de fabricación. Especialmente en: (1) posibles desajustes en la estructura fija, (2) los puntos de giro de los espejos, (3) el sistema reflector secundario, y (4) los sistemas de transmisión. Los puntos de giro de los espejos tienen un efecto significativo en el error de seguimiento solar si las distancias excéntricas son superiores a varios centímetros [189].
- (ii) Condiciones de instalación. Especialmente la falta de precisión en la orientación Norte-Sur del *SSLFR* [189].
- (iii) Cuestiones de diseño. Como la forma del sistema reflector secundario, estudiado en el Capítulo 5.
- (iv) Condiciones de funcionamiento. Como, por ejemplo: (1) el mantenimiento del sistema de seguimiento, (2) la limpieza de los espejos del sistema reflector primario, (3) la limpieza del sistema de células fotovoltaicas, (4) cargas de viento, etc.
- (v) Propiedades físicas de los materiales reflectores. Principalmente la especularidad, la reflectividad, y la rugosidad [48].

Estos errores se suelen evaluar de forma independiente [53], [189], pero se pueden reunir para formar un error óptico global [53].

Teniendo en cuenta, que un *SSLFR* solamente concentra la irradiancia solar directa, es necesario conocer la posición del Sol en todo momento para orientar los espejos de forma adecuada. La Tabla 6.1 muestra algunos algoritmos que se pueden utilizar para determinar la posición del Sol. En ausencia de errores descritos con anterioridad, esas ecuaciones serían suficientes. Sin embargo, los problemas de fabricación y las condiciones de instalación y funcionamiento del *SSLFR* influyen en la orientación precisa de cada espejo, dando lugar posiblemente, a errores de seguimiento solar que disminuyen el rendimiento del sistema [22].

En este estudio, se parte de la expresión matemática del ancho iluminado del sistema de células fotovoltaicas por el i -ésimo espejo (W_{ai}), del Capítulo 4:

$$W_{ai} = W_{Mi} \cdot [\cos \beta_i \pm \sin \beta_i \tan \alpha_i]; \quad 1 \leq i \leq n \quad (6.9)$$

donde W_{Mi} es el ancho del espejo i (m), β_i es la inclinación del espejo i -ésimo ($0 \leq i \leq n$) ($^\circ$), y α_i es el ángulo entre la vertical en el punto focal y la línea que une el punto central de cada espejo con el punto focal ($0 \leq i \leq n$) ($^\circ$). Los signos \pm se utilizan de la siguiente manera: $-$ para los espejos del lado izquierdo y $+$ para los espejos del lado derecho. Hay

que tener en cuenta, que el punto de giro de cada espejo coincide con su punto medio, de modo que el espejo siempre está enfocado hacia el punto O del sistema secundario.

Para simplificar la exposición, sólo se considera un error de seguimiento solar $\epsilon > 0$ tal que:

$$\beta_i^e = \beta_i - \epsilon; \quad 1 \leq i \leq n \quad (6.10)$$

donde β_i^e es el ángulo de inclinación del espejo i -ésimo bajo error de seguimiento solar ($^\circ$), y ϵ es el error de seguimiento solar ($^\circ$). Como todos los espejos tienen la misma velocidad angular, todos incurren en el mismo error.

El ancho iluminado del sistema de células fotovoltaicas por el i -ésimo espejo bajo error de seguimiento solar ϵ es ahora:

$$W_{ai}^e = W_{Mi} \cdot [\cos \beta_i^e \pm \sin \beta_i^e \cdot \tan \alpha_i^e]; \quad 1 \leq i \leq n \quad (6.11)$$

donde β_i^e es el ángulo de inclinación del espejo i -ésimo bajo error de seguimiento solar ($^\circ$), y α_i^e es el ángulo, bajo error de seguimiento solar, entre la vertical en el punto focal teórico O y la línea que une el espejo de punto medio i con el punto focal verdadero (Véase Fig. 6.25). Como en el caso anterior, el signo $-$ se utiliza en el lado izquierdo y el $+$ en el lado derecho del *SSLFR*.

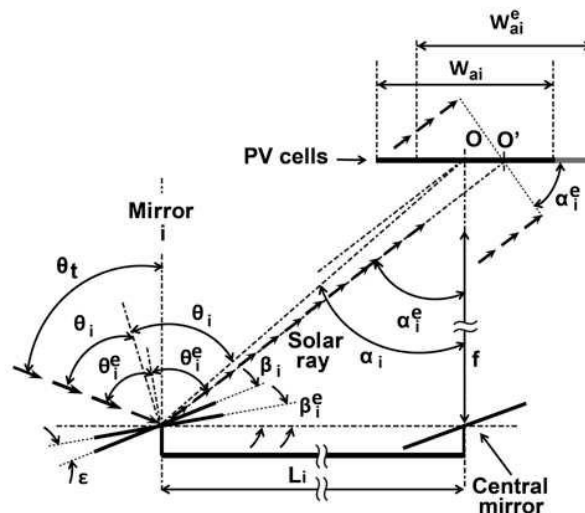


Fig. 6.25. Ilustración del efecto del error de seguimiento solar.

Como muestra la Fig. 6.25, el punto focal bajo error de seguimiento solar O' es el punto de incidencia de los rayos solares procedentes del centro del espejo i , y en consecuencia el punto medio del segmento W_{ai}^e . Este es el efecto más importante del error de seguimiento solar, el desplazamiento del punto focal geométrico O a O' . Esto provoca una disminución de la potencia total absorbida por el sistema fotovoltaico. Si el error de seguimiento solar es grande, algunos de los rayos reflejados se saldrán del sistema fotovoltaico.

A partir de la Fig. 6.25, se puede deducir el valor de α_i^e :

$$\alpha_i^e = \alpha_i \pm 2 \cdot \epsilon; \quad 1 \leq i \leq n \quad (6.12)$$

donde el signo \pm se convierte en $+$ en el lado izquierdo, y en $-$ en el lado derecho. Esto nos permite calcular la longitud $\overline{OO'}$:

$$\overline{OO'} = \pm f \cdot [\tan \alpha_i^e - \tan \alpha_i] \quad (6.13)$$

con los mismos criterios de signo. También:

$$\theta_i^e = \theta_i \pm \epsilon; \quad 1 \leq i \leq n \quad (6.14)$$

donde el signo \pm pasa a ser $+$ para la hora solar $T \leq 12$, y $-$ para el tiempo solar $T > 12$.

Recuperando la ecuación, del Capítulo 4, para la potencia que llega a las células fotovoltaicas:

$$Q = \sum_{i=1}^{2 \cdot n+1} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot L_{PV} \cdot \min\{W_{fi}, W_{PV}\} \cdot F_{bs} \cdot \cos \theta_i \cdot \cos \theta_l \quad (6.15)$$

Y expresándola de la siguiente manera, para este estudio:

$$Q = \sum_{i=1}^{2 \cdot n+1} K \cdot W_{Mi} \cdot \cos \theta_i \quad (6.16)$$

Ahora se puede evaluar la potencia Q^e absorbida por las células fotovoltaicas bajo error de seguimiento solar, aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$Q^e = \sum_{i=1}^{2 \cdot n+1} K \cdot W_{Mi} \cdot \cos \theta_i^e \quad (6.17)$$

6.5. Resultados numéricos

La localización utilizada en el Capítulo 4, también se utilizará en este estudio: Almería (España), latitud $36^{\circ}50'07''N$, longitud $02^{\circ}24'08''W$ y elevación $22 (m)$. Al igual, que el método para determinar la irradiancia solar directa [21]. Los resultados obtenidos después de aplicar el método de optimización propuesto en el Capítulo 4, con $\theta_{t_0} = 46 (^{\circ})$, también se utilizarán en esta sección (véase la Tabla 4.2 y la Tabla 4.3). Las simulaciones se han realizado con el software MathematicaTM Computer Algebra System.

Los valores en % de pérdida de potencia, con respecto al caso sin error de seguimiento, se puede determinar mediante la ecuación:

$$\bar{Q} = \frac{Q - Q^e}{Q} \times 100 \quad (6.18)$$

Se han realizado simulaciones para los equinoccios de primavera y otoño (21 de marzo y 21 de septiembre) y los solsticios de verano e invierno (21 de junio y 21 de diciembre), en tres horas solares diferentes: 9 : 00, 12 : 00 y 15 : 00, y con varios errores de seguimiento solar: 0,09 ($^{\circ}$), 0,18 ($^{\circ}$) y 0,36 ($^{\circ}$). En el primer caso de error de seguimiento estudiado, supone un error de 15 pasos del motor paso a paso, es decir, 15 segundos de desajuste; en el segundo, de 30 pasos y 30 segundos de desajuste; y en el tercero, de 90 pasos y 90 segundos de desajuste. La Fig. 6.26 muestra el resultado de las simulaciones con error de seguimiento solar.

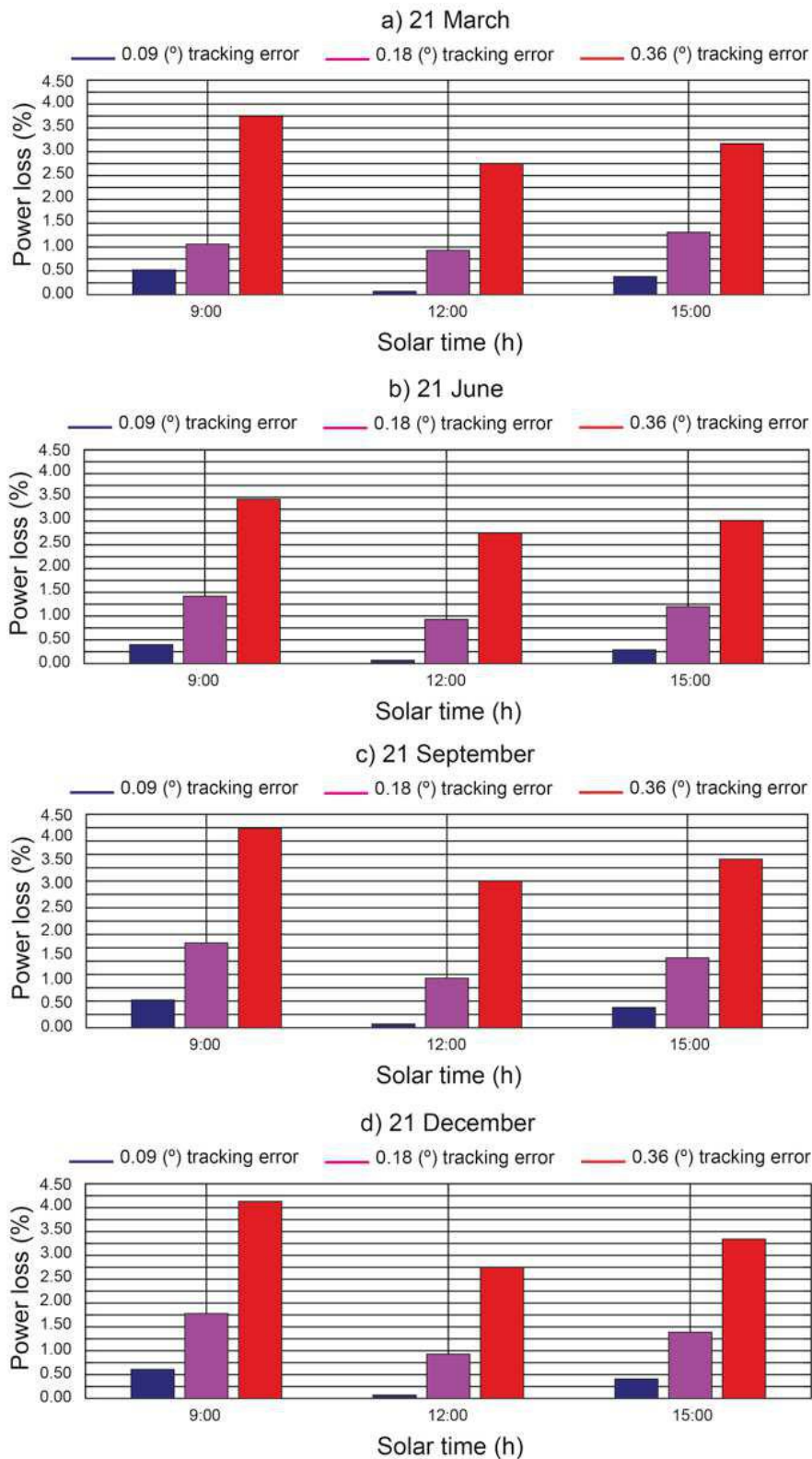


Fig. 6.26. Pérdida de potencia en función del error de seguimiento.

De la Fig. 6.26 se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- (i) Los 4 días analizados tienen el mismo patrón de pérdidas al mediodía. En reali-

dad, esto ocurre independientemente del día del año, como consecuencia del estudio transversal presentado y el modelo de irradiancia solar directa utilizado. Al mediodía se obtienen las pérdidas de potencia menores.

- (ii) Las horas 9 : 00 y 15 : 00 de los días: 21 de marzo, 21 de septiembre y 21 de diciembre, están fuera del intervalo óptimo de operación. En cambio, estas horas sí están dentro del intervalo de operación del día 21 de junio. Se puede observar que la tendencia del día 21 de junio, se repite el resto de los días estudiados.
- (iii) Existe una elevada no linealidad en la influencia del error de seguimiento solar sobre la pérdida de potencia.
- (iv) El error de seguimiento solar de $0,09$ ($^{\circ}$) tiene una pérdida máxima de potencia del $0,61\%$, que, comparado con otros elementos perjudiciales, presentes en el funcionamiento del *SSLFR*, tales como: suciedad, contaminación, nubosidad..., tiene una repercusión insignificante. Por lo tanto, se puede afirmar que errores de este orden son asumibles.
- (v) El error de seguimiento solar de $0,36$ ($^{\circ}$) tiene una pérdida de potencia superior al $3,00\%$, un valor que ya no es asumible.
- (vi) Los gráficos a las 9 : 00 y las 15 : 00 no son simétricos, ya que los errores van todos en la misma dirección a lo largo del día, influyendo más por la mañana que por la tarde. Sin embargo, si en lugar de sumar ϵ , se restase, se obtendría los gráficos simétricos.

6.6. Conclusiones del capítulo

Las principales conclusiones de este capítulo son:

- (i) En este capítulo, se presenta el diseño de un algoritmo para un sistema de seguimiento solar, con tres movimientos, de un sistema fotovoltaico de baja concentración basado en un reflector lineal Fresnel de pequeña escala. Estos tres movimientos son necesarios para que las células fotovoltaicas estén uniformemente iluminadas.
- (ii) El sistema de control del seguidor solar se ha construido con una Raspberry Pi, como controlador maestro, y 4 Arduinos como microcontroladores esclavos, junto con otros dispositivos auxiliares que incluyen un módulo *GPS*, termopares, sensores láser, sensores de posicionamiento transversal y longitudinal. También se han construido, cinco placas de circuito impreso, denominadas: maestra, *GPS*, temperatura, posición e irradiancia.
- (iii) Después de analizar el coste de los componentes del control del seguidor solar, se puede afirmar que se trata de un sistema de control de bajo coste.
- (iv) Las principales fuentes de error del sistema de seguimiento solar en sistemas fotovoltaicos de baja concentración basados en reflectores lineales Fresnel de pequeña escala son los propios componentes del *SSLFR*. Estos errores se gestan en el transcurso de la fabricación o instalación del *SSLFR*.
- (v) La comparación de la pérdida de potencia, bajo errores de seguimiento solar y en ausencia de ellos, se ha realizado para tres ángulos de error ($0,09^\circ$, $0,18^\circ$, y $0,36^\circ$), para tres horas del día (9 : 00 (h), 12 : 00 (h) y 15 : 00 (h)) y para cuatro días del año (equinoccios y solsticios). Los resultados más relevantes son: (1) Los errores de seguimiento solar tienen una influencia directa muy poco lineal en el coeficiente de pérdida de potencia absorbida: cuanto mayor es el error, mucho mayor es el coeficiente de pérdida; y (2) Errores de $0,09^\circ$ producen pérdidas inferiores a $0,62\%$, se pueden considerar aceptables. Errores de $0,36^\circ$ producen pérdidas superiores al 3% , no se pueden considerar aceptables.

Capítulo 7

CONCLUSIONES

En el desarrollo de esta Tesis Doctoral se ha presentado: (i) un método para la determinación de la irradiancia solar considerando las condiciones climáticas del lugar estudiado (Capítulo 3), (ii) un algoritmo para asegurar la uniformidad en la iluminación de las células fotovoltaicas que componen el sistema secundario (Capítulo 4), (iii) un nuevo diseño de una cavidad secundaria (Capítulo 5), y (iv) el diseño e implementación del sistema de control de un *SSLFR* con tres movimientos (Capítulo 6). Los resultados obtenidos en estos capítulos, se resumen a continuación.

En el Capítulo 3, se ha desarrollado una técnica novedosa que utiliza la expansión de Fourier aplicada a la media mensual de la irradiación solar directa estimada por el sistema *PVGIS*. El polinomio de Fourier obtenido, dividido por la irradiación solar diaria teórica proporcionada por el modelo de Hottel, da un coeficiente de perturbación diario que tiene la cualidad de ser “sensible a la tendencia”. A medida que el día se vuelve más o menos soleado a lo largo del año, el coeficiente aumenta o disminuye en consecuencia. Para aplicar el modelo propuesto, sólo se necesitan un dato para cada mes, la media mensual de la irradiación solar directa. El modelo se ha probado en seis localizaciones, utilizando 10 años de datos reales obtenidos de estaciones meteorológicas proporcionados por la base de datos *WRDC* disponible públicamente. El análisis de errores muestra un ajuste notablemente bueno, del modelo presentado, a los datos de las estaciones meteorológicas, teniendo en cuenta los bajos valores del *MAPE* y los altos valores de R^2 . El modelo perturbado proporciona, pues, un predictor bastante bueno, estable y general de los valores esperados de irradiación solar directa mensual y diaria, ajustado a cada lugar y tipo de clima. Se puede considerar que la técnica presentada, es fácil de aplicar a partir de datos fácilmente disponibles y se puede destacar que es válida tanto para cualquier ubicación geográfica como para cualquier modelo teórico de irradiancia solar directa.

El Capítulo 4 comienza con el análisis de las principales causas de la iluminación no uniforme de las células fotovoltaicas en sistemas fotovoltaicos de baja concentración basados en reflectores lineales Fresnel de pequeña escala. Estas causas son debidas a un mal diseño de los parámetros que componen este concentrador solar, tales como: número de espejos, distancia entre espejos, ancho de los espejos, y ancho del sistema fotovoltaico. Para evitar la iluminación no uniforme de las células fotovoltaicas es necesario definir un intervalo óptimo de operación (θ_{t_0}) donde se cumplan las siguientes condiciones: la densidad de flujo tiene que ser homogénea en todas las células fotovoltaicas, no puede haber el fenó-

meno de sombreado entre espejos adyacentes, y no puede haber el fenómeno de bloqueo entre espejos adyacentes. Las condiciones más desfavorables para que exista iluminación uniforme son: las horas del día más desfavorables (simétricas con respecto al mediodía), y el espejo más desfavorable, que es el espejo más alejado del Sol. El diseño propuesto muestra un compromiso entre el ancho del *SSLFR*, que no debe ser grande, y la irradiación total anual absorbida por las células fotovoltaicas. Ambas premisas, se pueden expresar en función de θ_{t_0} , que el diseñador tiene libertad de elegir para fijar el valor óptimo en función de sus necesidades. Las ecuaciones presentadas se han verificado mediante el método Monte Carlo Ray Tracing. Las diferencias entre el método propuesto y las simulaciones mediante el método Monte Carlo Ray Tracing son del orden del 2,2 % en la densidad de flujo. Por ejemplo, el número óptimo de espejos para la altura especificada del receptor de 150 (cm) que proporciona el método es 5. El valor de θ_{t_0} para el que la irradiación anual es máxima, para un ancho total del *SSLFR* de 203 (cm), es de 46 ($^{\circ}$). La relación de irradiación absorbida con respecto al máximo teórico es del 72 %. Por último, se presenta un sistema gráfico para el diseño óptimo de *SSLFRs* con iluminación uniforme que facilita la aplicación del algoritmo de optimización desarrollado.

En el Capítulo 5, se presenta el nuevo diseño de cavidad receptora denominada cavidad en *V* en diente de sierra. Para el diseño de esta cavidad se ha utilizado un algoritmo de optimización, que mantiene la tasa de aceptación de rayos igual a 1 y la distribución uniforme de la irradiancia solar sobre las células fotovoltaicas. El enfoque analítico presentado proporciona ecuaciones para cualquier número de reflexiones dentro de la cavidad, que se implementan fácilmente como un algoritmo iterativo. El diseño propuesto se ha verificado utilizando el método Monte Carlo Ray Tracing. Para ello se utilizó el software SolTraceTM. Se ha construido un prototipo de la cavidad diseñada con un material polímero verde biodegradable Ácido Poliláctico (PLA), utilizando tecnología de impresión 3D. También se ha construido una plataforma láser experimental que fija la trayectoria del rayo láser y confirma que la tasa de aceptación del rayo es 1, es decir, que todos los rayos que entran en la cavidad llegan a las células fotovoltaicas. La cavidad en *V* en diente de sierra propuesta, se compara con la cavidad en *V* estándar, considerando que ambas cavidades tienen la misma abertura de cavidad y el mismo ancho de célula fotovoltaica. La principal ventaja de la nueva cavidad es la reducción significativa de su altura con respecto a la cavidad en *V* estándar, siendo la energía anual la misma. Este logro reduce considerablemente el coste de fabricación de los reflectores lineales Fresnel a pequeña escala, como se demuestra a continuación: (1) Como la altura de la cavidad propuesta es mucho menor, la estructura fija de los *SSLFRs* tiene dimensiones más reducidas, lo que reduce su coste; (2) La superficie expuesta a las cargas de viento de la cavidad en *V* en diente de sierra es notablemente menor que en el caso de la cavidad en *V* estándar, lo que reduce el coste de la estructura fija y de las estructuras del sistema secundario. Esto es esencial si se tiene en cuenta que la ubicación óptima para la instalación de estos reflectores es la cubierta de los edificios; (3) Aunque ambas cavidades tienen la misma superficie reflectante, las múltiples paredes reflectantes de la nueva cavidad se utilizan en combinación para sustituir a las dos superficies reflectantes de la cavidad en *V* estándar, lo que podría reducir la dificultad de fabricación, mantenimiento y transporte de los grandes espejos, y, el coste global del *SSLFR* también podría disminuir; (4) Aunque la superficie de las células fotovoltaicas es la misma, el espaciado entre las células fotovoltaicas que caracteriza la cavidad diseñada, facilita la refrigeración entre las células fotovoltaicas y el

uso de sistemas de refrigeración con una mayor superficie, lo que mejora la eficiencia del sistema de refrigeración; y (5) Debido a la separación entre las células fotovoltaicas en la nueva cavidad, se facilita la conexión eléctrica de las células fotovoltaicas.

En el Capítulo 6, se presenta el diseño de un algoritmo para un sistema de seguimiento solar, con tres movimientos, de un sistema fotovoltaico de baja concentración basado en un reflector lineal Fresnel de pequeña escala. Estos tres movimientos son necesarios para que las células fotovoltaicas estén uniformemente iluminadas. El sistema de control del seguidor solar se ha construido con una Raspberry Pi, como controlador maestro, y 4 Arduinos como microcontroladores esclavos, junto con otros dispositivos auxiliares que incluyen un módulo *GPS*, termopares, sensores láser, sensores de posicionamiento transversal y longitudinal. También se han construido, cinco placas de circuito impreso, denominadas: maestra, *GPS*, temperatura, posición e irradiancia. Después de analizar el coste de los componentes del control del seguidor solar, se puede afirmar que se trata de un sistema de control de bajo coste. Las principales fuentes de error del sistema de seguimiento solar en sistemas fotovoltaicos de baja concentración basados en reflectores lineales Fresnel de pequeña escala son los propios componentes del *SSLFR*. Estos errores se gestan en el transcurso de la fabricación o instalación del *SSLFR*. La comparación de la pérdida de potencia, bajo errores de seguimiento solar y en ausencia de ellos, se ha realizado para tres ángulos de error (0,09 (°), 0,18 (°), y 0,36 (°)), para tres horas del día (9 : 00 (h), 12 : 00 (h) y 15 : 00 (h)) y para cuatro días del año (equinoccios y solsticios). Los resultados más relevantes son: (1) Los errores de seguimiento solar tienen una influencia directa muy poco lineal en el coeficiente de pérdida de potencia absorbida: cuanto mayor es el error, mucho mayor es el coeficiente de pérdida; y (2) Errores de 0,09 (°) producen pérdidas inferiores a 0,62%, se pueden considerar aceptables. Errores de 0,36 (°) producen pérdidas superiores al 3%, no se pueden considerar aceptables.

Capítulo 8

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía

- [1] R. Abd Rahim, M.N.S. Zainudin, M.M. Ismail, M.A. Othman, Image-based solar tracker using raspberry pi, *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology* 1 (2014) 369-373.
- [2] K.M. Al-Obaidi, A.C. Munaaim, M.A. Ismail, A.M.A. Rahman, Designing an integrated daylighting system for deep-plan spaces in Malaysian low-rise buildings, *Solar Energy* 149 (2017) 85–101.
- [3] W.A.M. Al-Shohani, R. Al-Dadah, S. Mahmoud, A. Algareu, Optimum design of V-trough concentrator for photovoltaic applications, *Solar Energy* 140 (2016) 241-254.
- [4] F. Antonanzas-Torres, R. Urraca, J. Polo, O. Perpiñán-Lamigueiro, R. Escobara, Clear sky solar irradiance models: A review of seventy models, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 107 (2019) 374-387.
- [5] M.D. Archer, M.A. Green, *Clean electricity from photovoltaics*, World Scientific 4 (2014).
- [6] Arduino. Technical Data. Available from: [/http://www.arduino.cc/en/Main/ArduinoBoardMini](http://www.arduino.cc/en/Main/ArduinoBoardMini). (Última consulta el 14/02/2023)
- [7] ASHRAE Handbook: HVAC applications. Chapter 32. Atlanta (GA): ASHRAE, 1999.
- [8] I.B. Askari, M. Ameri, Techno economic feasibility analysis of linear Fresnel solar field as thermal source of the MED/TVC desalination system, *Desalination* 394 (2016) 1-17.
- [9] AVAGO. Technical Data. Available from: <https://datasheet.octopart.com/ADNS-9800-Avago-datasheet-10666463.pdf>. (Última consulta el 14/02/2023)
- [10] V. Badescu, *Modeling solar radiation at the Earth's surface*, 1st ed. Springer, Verlag–Berlin, 2008.
- [11] S. Balaji, K.S. Reddy, T. Sundararajan, Optical modelling and performance analysis of a solar LFR receiver system with parabolic and involute secondary reflectors, *Applied Energy* 179 (2016) 1138–1151.
- [12] P. Bamroongkhan, C. Lertsatitthanakorn, S. Sophonronarit, Experimental performance study of a solar parabolic dish photovoltaic-thermoelectric generator, *Energy Procedia* 158 (2019) 528-533.

- [13] A. Barbón, L. Bayón, N. Barbón, J.A. Otero, C. Bayón-Cueli, L. Rodríguez, F. Salgero, Concentrador solar lineal Fresnel con triple movimiento, Spain Patent ES 2601222 (B1) 2017.
- [14] A. Barbón, N. Barbón, L. Bayón, J.A. Otero, Theoretical elements for the design of a small-scale Linear Fresnel Reflector: Frontal and Lateral Views, *Solar Energy* 132 (2016) 188-202.
- [15] A. Barbón, N. Barbón, L. Bayón, J.A. Otero, Optimization of the length and position of the absorber tube in small-scale Linear Fresnel Concentrators, *Renewable Energy* 99 (2016) 986-995.
- [16] A. Barbón, N. Barbón, L. Bayón, J.A. Sánchez-Rodríguez, Parametric study of the small-scale linear Fresnel reflector, *Renewable Energy* 116 (2018) 64-74.
- [17] A. Barbón, N. Barbón, L. Bayón, J.A. Sánchez-Rodríguez, Optimization of the distribution of small scale linear Fresnel reflectors on roofs of urban buildings, *Applied Mathematical Modelling* 59 (2018) 233-250.
- [18] A. Barbón, J.A. Sánchez-Rodríguez, L. Bayón, N. Barbón, Development of a fiber daylighting system based on a small-scale linear Fresnel reflector: Theoretical elements, *Applied Energy* 212 (2018) 733-745.
- [19] A. Barbón, J.A. Sánchez Rodríguez, L. Bayón, C. Bayón-Cueli, Cost estimation relationships of a small scale linear Fresnel reflector, *Renewable Energy* 134 (2019) 1273-1284.
- [20] A. Barbón, A. Pardellas, J.A. Fernández-Rubiera, N. Barbón, New daylight fluctuation control in an optical fiber-based daylighting system, *Building and Environment* 153 (2019) 35-45.
- [21] A. Barbón, P. Fortuny Ayuso, L. Bayón, J.A. Fernández-Rubiera, Predicting beam and diffuse horizontal irradiance using Fourier expansions, *Renewable Energy* 154 (2020) 46-57.
- [22] A. Barbón, C. Bayón-Cueli, L. Bayón, P. Fortuny Ayuso, Influence of solar tracking error on the performance of a small-scale linear Fresnel reflector, *Renewable Energy* 162 (2020) 43-54.
- [23] A. Barbón, C. Bayón-Cueli, J.A. Fernández-Rubiera, L. Bayón, Theoretical deduction of the optimum tilt angles for small scale linear Fresnel reflectors, *Energies* 14 (2021) 2883.
- [24] A. Barbón, J.A. Fernández-Rubiera, L. Martínez-Valledor, A. Pérez-Fernández, L. Bayón, Design and construction of a solar tracking system for small-scale linear Fresnel reflector with three movements, *Applied Energy* 285 (2021) 116477.
- [25] A. Barbón, P. Fortuny Ayuso, L. Bayón, J.A. Fernández-Rubiera, Non-uniform illumination in low concentration photovoltaic systems based on smallscale linear Fresnel reflectors, *Energy* 239 (2022) 122217.

- [26] A. Barbón, M. Ghodbane, L. Bayón, Z. Said, A general algorithm for the optimization of photovoltaic modules layout on irregular rooftop shapes, *Journal of Cleaner Production* 365 (2022) 132774.
- [27] A. Barbón, D. Vesperinas, L. Bayón, D. García-Mollaghan, M. Ghodbane, Numerical simulation of a solar water disinfection system based on a small-scale linear Fresnel reflector, *RSC Advances* 13 (2023) 155-171.
- [28] G. Barbose, N. Darghouth, E. O'Shaughnessy, S. Forrester, *Tracking the Sun: Pricing and design trends for distributed photovoltaic systems in the United States*, Edition 2021, Lawrence Berkeley National Laboratory, 2021.
- [29] C. Bayón-Cueli, A. Barbón, L. Bayón, N. Barbón, A cost-energy based methodology for small-scale linear Fresnel reflectors on flat roofs of urban buildings, *Renewable Energy* 146 (2020) 944-959.
- [30] H. Beltagy, The effect of glass on the receiver and the use of two absorber tubes on optical performance of linear fresnel solar concentrators, *Energy* 224 (2021) 120111.
- [31] P. Bermejo, F.J. Pino, F. Rosa, Solar absorption cooling plant in Seville, *Solar Energy* 84 (2010) 1503-1512.
- [32] D.B. Belzer, W.H. Stanton, C. Shih-Miao, Impact of extended daylight saving time on national energy consumption: Technical documentation, prepared for U.S. Department of Energy, Office of Energy Efficiency and Renewable Energy 2008.
- [33] M. Blanco-Muriel, D.C. Alarcon-Padilla, T. Lopea-Moratalla, M. Lara-Coira, Computing the solar vector, *Solar Energy* 70 (2001) 431-441.
- [34] V. Bone, J. Pidgeon, M. Kearney, A. Veeraragavan, Intra-hour direct normal irradiance forecasting through adaptive clear-skymodelling and cloud tracking, *Solar Energy* 159 (2018) 852-867.
- [35] BP Statistical Review of World Energy, 2022, 71th edition, Available at: <https://www.bp.com/content/dam/bp/business-sites/en/global/corporate/pdfs/energy-economics/statistical-review/bp-stats-review-2022-full-report.pdf>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [36] O.B.H. Brahim Kechiche, M. Hamza, Enhancement of a commercial PV module performance under low concentrated photovoltaic (LCPV) conditions: A numerical study, *Renewable Energy Focus* 41 (2022) 258-267.
- [37] M. Bruck, P. Sandborn, N. Goudarzi, A Levelized Cost of Energy (LCOE) model for wind farms that include Power Purchase Agreements (PPAs), *Renewable Energy* 122 (2018) 131-139.
- [38] G.S. Campbell, J.M. Norman, *An introduction to environmental biophysics*. 2nd ed., Springer, New York, 1998.
- [39] F. Chen, M. Li, R.H. Emam Hassanién, X. Luo, Y. Hong, Z. Feng, M. Ji, P. Zhang, Study on the optical properties of triangular cavity absorber for parabolic trough solar concentrator, *Hindawi Publishing Corporation International Journal of Photoenergy* (2015) Article ID 895946, 9 pages.

- [40] J.-L. Chen, L. He, H. Yang, M. Ma, Q. Chen, S.-J. Wu, Z.-L. Xiao, Empirical models for estimating monthly global solar radiation: A most comprehensive review and comparative case study in China, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 108 (2019) 91–111.
- [41] F. Chen, Y. Liu, Model construction and performance investigation of multi-section compound parabolic concentrator with solar vacuum tube, *Energy* 250 (2022) 123887.
- [42] K.K. Chong, N.O. Onubogu, T.K. Yew, C.W. Wong, W.C. Tan, Design and construction of active daylighting system using two-stage non-imaging solar concentrator, *Applied Energy* 207 (2017) 45-60.
- [43] P.I. Cooper, The absorption of solar radiation in solar stills, *Solar Energy*, 12:3 (1969).
- [44] [https://energypedia.info/wiki/Concentrating_Solar_Power_\(CSP\)_-_Technology](https://energypedia.info/wiki/Concentrating_Solar_Power_(CSP)_-_Technology) (Última consulta el 14/02/2023).
- [45] CTE DB-SE-AE, Spanish Technical Building Code Royal Decree 314/2006, 17 March 2006.
- [46] A. Das, S. Kumar Paul, Artificial illumination during daytime in residential buildings: Factors, energy implications and future predictions, *Applied Energy* 158 (2015) 65–85.
- [47] DIGI. Technical Data. Available from: <https://www.digi.com>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [48] J.A. Duffie, W.A. Beckman, *Solar Engineering of Thermal Processes*, fourth ed. John Wiley & Sons, New York, 2013.
- [49] N. El Gharbia, H. Derbalb, S. Bouaichaouia, N. Said, A comparative study between parabolic trough collector and linear Fresnel reflector technologies, *Energy Procedia* 6 (2011) 565–572.
- [50] A. El Hammoumi, S. Chtita, S. Motahhir, A. El Ghzizal, Solar PV energy: From material to use, and the most commonly used techniques to maximize the power output of PV systems: A focus on solar trackers and floating solar panels, *Energy Reports* 8 (2022) 11992-12010.
- [51] Y. El Mghouchi, T. Ajzoul, A. El Bouardi, Prediction of daily solar radiation intensity by day of the year in twenty-four cities of Morocco, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 53 (2016) 823–831.
- [52] Y. El Mghouchi, T. Ajzoul, D. Taoukil, A. ElBouardi, The most suitable prediction model of the solar intensity, on horizontal plane, at various weather conditions in a specified location in Morocco, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 54 (2016) 84–98.
- [53] M. El Ydrissi, H. Ghennioui, E. Ghali Bennouna, A. Farid, A review of optical errors and available applications of deflectometry technique in solar thermal power applications, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 116 (2019) 109438.

- [54] European Union, Clean Energy for all Europeans Package, (2016). Available from: <https://www.bpie.eu/publication/the-clean-energy-for-all-europeans-package/#>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [55] European Commission, Towards nearly zero-energy Buildings. Available at: https://ec.europa.eu/energy/sites/ener/files/documents/nzeb_full_report.pdf. (Última consulta el 14/02/2023).
- [56] European Commission, Energy – Heating and cooling, from <https://ec.europa.eu/energy/en/topics/energyefficiency/heating-and-cooling>, accessed on 22 August 2017.
- [57] European Union, Directive 2018/2001/EC, 2018. On the promotion of the use of energy from renewable sources.
- [58] EUROSTAT. https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Energy_statistics_-_an_overview#Final_energy_consumption. (Última consulta el 14/02/2023).
- [59] J.A. Fernández-Rubiera, A. Barbón, L. Bayón, M. Ghodbane, Sawtooth V-trough cavity for low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors: Optimal design, verification and construction, *Electronics* 12 (2023) 2770.
- [60] J.A. Fernández-Rubiera, A. Barbón, L. Bayón, G. Díaz, C. Bayón-Cueli, Low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors: Development of a new sawtooth V-trough concentrator, In: *IEEE International Conference on Environmental and Electrical Engineering (EEEIC2022)* 2022;1-6.
- [61] J. Fourier, translated by A. Freeman, 2003. *The Analytical Theory of Heat*. Dover Publications, New York.
- [62] N. Fraidenraich, G.J. Almeida, Optical properties of V-trough concentrators. *Solar Energy* 47 (1991) 147–155.
- [63] N. Fraidenraich, Design procedure of V-trough cavities for photovoltaic systems, *Progress in photovoltaics: Research and Applications* 6 (1998) 43-54.
- [64] Geografía infinita. Available at: <https://www.geografiainfinita.com/2021/03/las-coordenadas-geograficas/>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [65] M. Ghodbane, B. Boumeddane, S. Noureddine, A linear Fresnel reflector as a solar system for heating water: Theoretical and experimental study, *Case Studies in Thermal Engineering* Case 8 (2016) 176–186.
- [66] B. Giffith, P. Torcellini, N. Long, Assessment of the Technical Potential for Achieving Zero-Energy Commercial Buildings, *ACEEE Summer Study Pacific Grove, 2006T*.
- [67] J.H. Gong, J. Wang, P.D. Lund, D.D. Zhao, E.Y. Hu, Improving the performance of large-aperture parabolic trough solar concentrator using semi-circular absorber tube with external fin and flat-plate radiation shield, *Renewable Energy* 159 (2022) 1215-1223.

- [68] S. Gorjian, A. Shukla, *Photovoltaic solar energy conversion: Technologies, Applications and Environmental Impacts*, Elsevier Academic Press (2020).
- [69] R. Grena, An algorithm for the computation of the solar position, *Solar Energy* 82 (2008) 462–470.
- [70] R. Grena, P. Tarquini, Solar linear Fresnel collector using molten nitrates as heat transfer fluid, *Energy* 36 (2011) 1048–1056.], [M. Hack, G. Zhu, T. Wendelin, Evaluation and comparison of an adaptive method technique for improved performance of linear Fresnel secondary designs, *Applied Energy* 208 (2017) 1441–1451.
- [71] P. Guerriero, P. Tricoli, S. Daliento, A bypass circuit for avoiding the hot spot in PV modules, *Solar Energy* 181 (2019) 430–438.
- [72] A. Häberle, M. Berger, F. Luginsland, C. Zahler, M. Baitsch, H. Henning, M. Rommel, Linear concentrating Fresnel collector for process heat applications. *Solar Paces*. In: 13th International Symposium on Concentrating Solar Power and Chemical Energy Technologies, June 20–23, Sevilla, Spain, 2006.
- [73] M. Hack, G. Zhu, T. Wendelin, Evaluation and comparison of an adaptive method technique for improved performance of linear Fresnel secondary designs, *Applied Energy* 208 (2017) 1441–1451.
- [74] H. Hadavinia, S. Harjit, Modelling and experimental analysis of low concentrating solar panels for use in building integrated and applied photovoltaic (BIPV/BAPV) systems, *Renewable energy* 139 (2019) 815–829.
- [75] H.A. Hasan, K. Sopian, A.H. Jaaz, A.N. Al-Shamani, Experimental investigation of jet array nanofluids impingement in photovoltaic/thermal collector, *Solar Energy* 144 (2017) 321–334.
- [76] Y. L. He, Y. P. Zhou, Y. H. Hu, T. C. Hung, A multiscale-multiphysics integrated model to investigate the coupling effects of non-uniform illumination on concentrated photovoltaic system with nanostructured front surface, *Applied Energy* 257 (2020) 113971.
- [77] Heliosfera. Available at: <https://www.heliosfera.com/la-radiacion-solar/>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [78] K.G.T. Hollands, A concentrator for thin-film solar cells, *Solar Energy* 13 (1971) 149–163.
- [79] M. Hongn, S. Flores Larsen, Hydrothermal model for small-scale linear Fresnel absorbers with nonuniform stepwise solar distribution, *Applied Energy* 223 (2018) 329–346.
- [80] H.C. Hottel, A simple model for estimating the transmittance of direct solar radiation through clear atmosphere, *Solar Energy* 18 (1976) 129–134.
- [81] J. Hraska, Chronobiological aspects of green buildings daylighting, *Renewable Energy* 73 (2015) 109–114.

- [82] IEA. Light's labour's lost. Policies for energy-efficient lighting. International Energy Agency; 2006. <https://www.iea.org/news/lights-labours-lost-policies-for-energy-efficient-lighting>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [83] IEC 62108:2007. Concentrator photovoltaic (CPV) modules and assemblies. Design qualification and type approval. International Electrotechnical Commission, 1.0 ed., 2007.
- [84] P. Ineichen, A broadband simplified version of the solis clear sky model, *Solar Energy* 82 (2008), 758–762.
- [85] Iniciación a la astronomía. Available at: <http://iniciacionalastronomia.weebly.com/ud2-coordenadas-celestes.html>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [86] IRENA and IEA. End-of-Life Management: Solar Photovoltaic Panels. International Renewable Energy Agency and International Energy Agency Photovoltaic Power Systems; 2016. Available at: <https://www.irena.org/publications/2016/Jun/End-of-life-management-Solar-Photovoltaic-Panels>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [87] IRENA. Solar costs to fall further, powering global demand. International Renewable Energy Agency; 2017. Available at: <https://www.reuters.com/article/singapore-energy-solar-idUSL4N1MY2F8>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [88] IRENA. Energy transformation: a roadmap to 2050. International Renewable Energy Agency; 2018. Available at: https://www.irena.org/-/media/Files/IRENA/Agency/Publication/2018/Apr/IRENA_Report_GET_2018.pdf. (Última consulta el 14/02/2023).
- [89] IRENA. Future of solar photovoltaic: Deployment, investment, technology, grid integration and socio-economic aspects. International Renewable Energy Agency; 2019. Available at: https://irena.org/-/media/Files/IRENA/Agency/Publication/2019/Nov/IRENA_Future. (Última consulta el 14/02/2023).
- [90] M.T. Islam, N. Huda, A.B. Abdullah, R. Saidur, A comprehensive review of state-of-the-art concentrating solar power (CSP) technologies : Current status and research trends, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 91 (2018) 987-1018.
- [91] D. Jenkins, T. Muneer, Modelling light-pipe performances-a natural daylighting solution, *Building and Environment* 38 (2003) 965 – 972.
- [92] X. Jin, G. Xu, R. Zhou, X. Luo, Y. Quan, A Sun tracking system design for a large dish solar concentrator, *International Journal of Clean Coal and Energy* 2 (2013) 16-20.
- [93] X. Ju, C. Xu, X. Han, X. Du, G. Wei, Y. Yang, A review of the concentrated photovoltaic/thermal (CPVT) hybrid solar systems based on the spectral beam splitting technology, *Applied Energy* 187 (2017) 534–563.
- [94] Junta de Andalucía. Available at: http://agrega.juntadeandalucia.es/repositorio/27092016/14/es-an_2016092712_9172410/41

- [_movimientos_de_traslacin.html](#). (Última consulta el 14/02/2023).
- [95] H.G. Kamath, N.J. Ekins-Daukes, K. Araki, S.K. Ramasesha, The potential for concentrator photovoltaics: A feasibility study in India, *Progress in Photovoltaics Research and Applications* 27 (2018) 316-327.
- [96] C. Kandilli, Performance analysis of a novel concentrating photovoltaic combined system, *Energy Conversion and Management* 67 (2013) 186-196.
- [97] G. Kim, J.T. Kim, Healthy-daylighting design for the living environment in apartments in Korea, *Building and Environment* 45 (2010) 287-294.
- [98] S. Kim, H. Van Quy, C.W. Bark, Photovoltaic technologies for flexible solar cells: beyond silicon, *Materials Today Energy* 19 (2021) 100583.
- [99] A. Khosravi, R.O. Nunes, M.E. H. Assad, L. Machado, Comparison of artificial intelligence methods in estimation of daily global solar radiation, *Journal of Cleaner Production* 194 (2018) 342-358.
- [100] D.N. Korres, C. Tzivanidis, A novel asymmetric compound parabolic collector under experimental and numerical investigation, *Renewable Energy* 199 (2022) 1580-1592.
- [101] R. Kostic, J. Mikulovic, The empirical models for estimating solar insolation in Serbia by using meteorological data on cloudiness, *Renewable Energy* 114 (2017) 1281-1293.
- [102] M. Krebs-Moberg, M. Pitz, T.L. Dorsette, S.H. Gheewala, Third generation of photovoltaic panels: A life cycle assessment, *Renewable Energy* 164 (2021) 556-565.
- [103] E.G. Laue, The measurement of solar spectral irradiance at different terrestrial elevations, *Solar Energy* 13 (1970) 43-50, IN1-IN4, 51-57., [A.B. Meinel, M.P. Meinel, *Applied solar energy: an introduction*. Addison-Wesley Pub. Co. 1976.
- [104] T.D. Lee, A.U. Ebong, A review of thin film solar cell technologies and challenges, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 70 (2017) 1286-1297.
- [105] G. Li, Q. Xuan, G. Pei, Y. Su, J. Ji, Effect of non-uniform illumination and temperature distribution on concentrating solar cell - A review, *Energy* 144 (2018) 1119-1136.
- [106] B.Y.H. Liu, R.C. Jordan, The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation, *Solar Energy*, 4 (3) (1960) 1-19.
- [107] S. Lokeswaran, T.K. Mallick, K.S. Reddy, Design and analysis of dense array CPV receiver for square parabolic dish system with CPC array as secondary concentrator, *Solar Energy* 199 (2020) 782-795.
- [108] A. Maafi, S. Harrouni, Preliminary results of the fractal classification of daily solar irradiances, *Solar Energy* 75 (2003) 53-61.
- [109] S.H. Madaeni, R. Sioshansi, P. Denholm, How thermal energy storage enhances the economic viability of concentrating solar power, *Proc. IEEE*, 100 (2012) 335-347.

- [110] S. Madala, R.F. Boehm, A review of nonimaging solar concentrators for stationary and passive tracking applications, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 71 (2017) 309-322.
- [111] S. Malay, S. Vadhera, Hardware implementation of solar tracking system using a stepper motor, *IEEE International Conference on Energy, Power and Environment (ICEPE)* 2015.
- [112] F. Masood, N.B. Mohd Nor, I. Elamvazuthi, R. Saidur, M. Azad Alam, J. Akhter, M. Yusuf, S.M. Ali, M. Sattar, M. Baba, The compound parabolic concentrators for solar photovoltaic applications: Opportunities and challenges, *Energy Reports* 8 (2022) 13558-13584.
- [113] Maxim integrated. Technical Data. Available from: <https://datasheets.maximintegrated.com/en/ds/MAX6675.pdf>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [114] L. Mazorra Aguiar, J. Polo, J. M. Vindel, A. Oliver, Analysis of satellite derived solar irradiance in islands with siteadaptation techniques for improving the uncertainty, *Renewable Energy* 135 (2019) 98-107.
- [115] A.B. Meinel, M.P. Meinel, *Applied solar energy: an introduction*. Addison-Wesley Pub. Co. 1976.
- [116] J.J. Michalsky, The astronomical Almanac's algorithm for approximate solar position (1950–2050), *Solar Energy* 40 (1988) 227–235.
- [117] P. Mishra, M. Pandey, Y. Tamaura, S. Tiwari, Numerical analysis of cavity receiver with parallel tubes for cross-linear concentrated solar system, *Energy* 220 (2021) 119609.
- [118] Gobierno de España, MITECO, Propuesta del Plan Nacional Integrado de Energía y Clima, (2020). Available from: <https://www.miteco.gob.es/es/prensa/pniec.aspx>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [119] M.A. Moghimi, K.J. Craig, J.P. Meyer, Optimization of a trapezoidal cavity absorber for the linear Fresnel reflector, *Solar Energy* 119 (2015) 343–361.
- [120] M.J. Montes, R. Barbero, R. Abbas, A. Rovira, Performance model and thermal comparison of different alternatives for the Fresnel single-tube receiver, *Applied Thermal Engineering* 104 (2016) 162–175.
- [121] A. Moreno, D. Chemisana, E.F. Fernández, Hybrid high-concentration photovoltaic-thermal solar systems for building applications, *Applied Energy* 304 (2021) 117647.
- [122] G. Morin, J. Dersch, W. Platzler, M. Eck, A. Häberle, Comparison of linear Fresnel and parabolic trough collector power plants, *Solar. Energy* 86 (2012) 1-12.
- [123] S. Motahhir, A. El Hammoumi, A. El Ghzizal, The most used MPPT algorithms: Review and the suitable low-cost embedded board for each algorithm, *Journal of Cleand Production* 246 (2020) 118983.

- [124] J.D. Muhs, Design and analysis of hybrid solar lighting and full-spectrum solar energy systems, Presented at The American Solar Energy Society's, Solar 2000 Conference, Wisconsin; 2000.
- [125] T. Muneer, Solar radiation and daylight models, Elsevier Butterworth - Heinemann, 2004.
- [126] A. Murata, H. Ohtake, T. Oozeki, Modeling of uncertainty of solar irradiance forecasts on numerical weather predictions with the estimation of multiple confidence intervals, *Renewable Energy* 117 (2018) 193-201.
- [127] J. Nou, R. Chauvin, S. Thil, J. Eynard, S. Grieu, Clear-sky irradiance model for real-time sky imager application, *Energy Procedia* 69 (2015) 1999 – 2008.
- [128] OEPM. Oficina Española de Patentes y Marcas. [cited 2017, February 14th.
- [129] Odyssee-Mure, 2015. Energy efficiency trends in buildings in the EU Lessons from the ODYSSEE MURE project. Available at: <<http://www.odyssee-mure.eu/publications/br/energy-efficiency-trends-policies-buildings.pdf>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [130] T.P. Otanicar, R. Wingert, M. Orosz, C. McPheeters, Concentrating photovoltaic retrofit for existing parabolic trough solar collectors: Design, experiments, and levelized cost of electricity, *Applied Energy* 265 (2020) 11475.
- [131] L.E. Palomino, G. Alexandre, Solar radiation monitoring using electronic embedded system raspberry pi database connection MySQL, ubidots and TCS-230 sensor, IEEE Conf. CHILECON 2015.
- [132] C. Perrin de Brichambaut, Estimation des ressources énergétiques solaires en France. Edition Européennes Thermique et Industrie. Paris, 1975.
- [133] J. Petrzala, L. Komar, M. Kocifaj, An advanced clear-sky model for more accurate irradiance and illuminance predictions for arbitrarily oriented inclined surfaces, *Renewable Energy* 106 (2017) 212-221.
- [134] F.J. Pino, R. Caro, F. Rosa, J. Guerra, Experimental validation of an optical and thermal model of a linear Fresnel collector system, *Applied Thermal Engineering* 50 (2013) 1463-1471.
- [135] J. Polo, G. Estalayo, Impact of on-site atmospheric water vapor estimation methods on the accuracy of local solar irradiance predictions, *Solar Energy* 115 (2015) 621–631.
- [136] Power from the Sun. Available at: powerfromthesun.net. (Última consulta el 14/02/2023).
- [137] PVGIS. Joint Research Centre (JRC), Available on line at, http://re.jrc.ec.europa.eu/pvg_tools/en/tools.html#PVP.
- [138] Pvinfosights. Available at: <http://pvinfosights.com/>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [139] S. Quesada-Ruiz, Y. Chu, J. Tovar-Pescador, H. Pedro, C. Coimbra, Cloudtracking methodology for intra-hour DNI forecasting, *Solar Energy* 102 (2014) 267–275.

- [140] A. Rabl, Comparison of solar concentrators, *Solar energy* 18 (1976) 93-111.
- [141] A. Rabl, N.B. Goodman, R. Winston, Practical design considerations for CPC solar collectors, *Solar Energy* 22 (1979) 373-381.
- [142] A. Ralston, P. Rabinowitz, 2003. *A First Course in Numerical Analysis*, Second ed.. Dover Publications, New York.
- [143] J. Rawlins, M. Ashcroft, Report: small scale concentrated solar power – a review of current activity and potential to accelerate employment, carbon trust, 2013.
- [144] I. Reda, A. Andreas, Solar position algorithm for solar radiation applications, *Solar Energy* 76 (2004) 577–589.
- [145] V.M. Sharma, J.K. Nayak, S.B. Kedare, Effects of shading and blocking in linear Fresnel reflector field, *Solar Energy* 113 (2015) 114–138.
- [146] Z. Said, M. Ghodbane, A. Kumar Tiwari, H. Muhammad Ali, B. Boumeddane, Z.M. Ali, 4E (Energy, Exergy, Economic, and Environment) examination of a small LFR solar water heater: An experimental and numerical study, *Case Studies in Thermal Engineering* 27 (2021) 101277.
- [147] A. Sánchez-González, J. Gómez-Hernández, Beam-down linear Fresnel reflector: BDLFR, *Renewable Energy* 146 (2020) 802-815.
- [148] M.A. Serag-Eldin, Thermal design of a roof-mounted CLFR collection system for a desert absorption chiller, *International Journal of Sustainable Energy* 33 (2014) 506-524.
- [149] M.H.M. Sidek, N. Azis, W.Z.W. Hasan, M.Z.A. Ab Kadir, S. Shafie, M.A.M. Radzi, Automated positioning dual-axis solar tracking system with precision elevation and azimuth angle control, *Energy* 124 (2017) 160-170.
- [150] R.M. Silva, J.L.M. Fernandes, Hybrid photovoltaic/thermal (PV/T) solar systems simulation with Simulink/Matlab, *Solar Energy* 84 (2010) 1985-1996.
- [151] R. Singh, Modeling and performance analysis of linear Fresnel collector for process heat generation for ice cream factory in Konya. MS Thesis, Middle East Technical University, 2017.
- [152] Solidworks. Technical Reference. Solidworks Corporation 2018.
- [153] J.W. Spencer, Fourier series representation of the position of the sun, *Search*, 2:172 (1971). Available at: <http://mail-archive.com/sundial@unikoeln.de/ms>.
- [154] H. Srivastava, Crystalline Silicon PV Market Size, Industry Analysis & Forecast by 2022 (2016).
- [155] R.J. Stone, Improved statistical procedure for the evaluation of solar radiation estimation models, *Solar Energy* 51 (1993) 289–291.
- [156] T. Sultana, G.L. Morrison, G. Rosengarten, Thermal performance of a novel rooftop solar micro-concentrating collector, *Solar Energy* 86 (2012) 1992–2000.

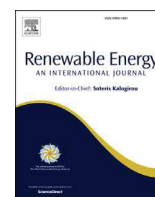
- [157] T. Sultana, G.L. Morrison, R.A. Taylor, G. Rosengarten, Numerical and experimental study of a solar micro concentrating collector, *Solar Energy* 112 (2015) 20-29.
- [158] L.J. Tan, W. Zhu, K. Zhou, Recent progress on polymer materials for additive manufacturing, *Advanced Functional Materials* 30 (2020) 2003062.
- [159] R. Tang, X. Liu, Optical performance and design optimization of V-trough concentrators for photovoltaic applications, *Solar Energy* 85 (2011) 2154-2166.
- [160] A. Tejada Martínez, G. Gómez-Azpeitia, *Prontuario solar de México*, Universidad Veracruzana, 2015.
- [161] A. Teke, H. Başak Yıldırım, Ö. Çelik, Evaluation and performance comparison of different models for the estimation of solar radiation, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 50 (2015) 1097-1107.
- [162] Texas Instruments. Technical Data. Available from: <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/uln2803a.pdf>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [163] P.H. Theunissen, W.A. Beckman, Solar transmittance characteristics of evacuated tubular collectors with diffuse back reflectors, *Solar Energy* 35 (1985) 311-320.
- [164] G.M. Tina, P.F. Scandura, Case study of a grid connected with a battery photovoltaic system: V-trough concentration vs. single-axis tracking, *Energy Conversion and Management* 64 (2012) 569-578.
- [165] U-blox. Technical Data. Available from: [https://www.u-blox.com/sites/default/files/products/documents/NEO-6_DataSheet_\(GPS.G6-HW-09005\).pdf](https://www.u-blox.com/sites/default/files/products/documents/NEO-6_DataSheet_(GPS.G6-HW-09005).pdf). (Última consulta el 14/02/2023).
- [166] I. Ullah, H. Lv, A. J.-W. Whang, Y. Su, Analysis of a novel design of uniformly illumination for Fresnel lens-based optical fiber daylighting system, *Energy and Buildings* 154 (2017) 19-29.
- [167] United Nations, Treaty Collection, Kyoto Protocol to the United Nations Framework Convention on Climate Change, 1998.
- [168] United Nations. World Urbanization Prospects: Revision 2014, 2014.
- [169] United Nations, Report of the conference of the parties on its twenty-first session, Paris, November to December 2015 (2016). Available from: <http://unfccc.int/resource/docs/2015/cop21/eng/10a01.pdf>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [170] E. Upton, G. Halfacree, *Raspberry Pi user guide*. John Wiley & Sons, 2014.
- [171] A. Ustaoglu, U. Ozbey, H. Torlakli, Numerical investigation of concentrating photovoltaic/thermal (CPV/T) system using compound hyperbolic-trumpet, V-trough and compound parabolic concentrators, *Renewable Energy* 152 (2020) 1192-1208.
- [172] R. Vihari Parupudi, H. Singh, M. Kolokotroni, Low Concentrating Photovoltaics (LCPV) for buildings and their performance analyses, *Applied Energy* 279 (2020) 115839.

- [173] VISHAY. Technical Data. Available from: <https://www.vishay.com/docs/84286/veml7700.pdf>. (Última consulta el 14/02/2023).
- [174] N. Velázquez, O. García-Valladares, D. Saucedo, R. Beltrán, Numerical simulation of a Linear Fresnel Reflector Concentrator used as direct generator in a Solar-GAX cycle, *Energy Conversion and Management* 51 (2010) 434–445.
- [175] M.J. Wagner, W.T. Hamilton, A. Newman, J. Dent, C. Diep, R. Braun, Optimizing dispatch for a concentrated solar power tower, *Solar Energy* 174 (2018) 1198–1211.
- [176] G. Wang, F. Wang, F. Shen, T. Jiang, Z. Chen, P. Hu, Experimental and optical performances of a solar CPV device using a linear Fresnel reflector concentrator, *Renewable Energy* 146 (2020) 2351–2361.
- [177] T. Wendelin, A. Dobos, A. Lewandowski, Tech. Rep., in: *SolTrace: A Ray-Tracing Code for Complex Solar Optical Systems*, NREL, National Renewable Energy Laboratory, Golden, Colorado, (2013). Available on line at, <http://www.nrel.gov/docs/fy14osti/59163.pdf>.
- [178] R. Winston, Principles of solar concentrators of a novel design, *Solar Energy* 16 (1974), 89–95.
- [179] I. Wong, H.X. Yang, Introducing natural lighting into the enclosed lift lobbies of highrise buildings by remote source lighting system, *Applied Energy* 90 (2012) 225–232.
- [180] I.L. Wong, A review of daylighting design and implementation in buildings, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 74 (2017) 959–968.
- [181] WRDC. World radiation data Centre. Available at: <http://wrdc.mgo.rssi.ru/>. (Última consulta el 14/02/2023)
- [182] P. Yadav, B. Tripathi, M. Lokhande, M. Kumar, Estimation of steady state and dynamic parameters of low concentration photovoltaic system, *Solar Energy Materials and Solar Cells* 112 (2013) 65–72.
- [183] N. Xu, J. Ji, W. Sun, W. Huang, J. Li, Z. Jin, Numerical simulation and experimental validation of a high concentration photovoltaic/thermal module based on point-focus Fresnel lens, *Applied Energy* 168 (2016) 269–281.
- [184] X. Xu, K. Vignarooban, B. Xu, K. Hsu, A.M. Kannan, Prospects and problems of concentrating solar power technologies for power generation in the desert regions, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 53 (2016) 1106–1131.
- [185] J. Xu, F. Chen, E. Xia, C. Gao, C. Deng, An optimization design method and optical performance analysis on multi-sectioned compound parabolic concentrator with cylindrical absorber, *Energy* 197 (2020) 117212.
- [186] J. Xu, F. Chen, C. Deng, Design and analysis of a novel multi-sectioned compound parabolic concentrator with multi-objective genetic algorithm, *Energy* 225 (2021) 120216.

- [187] A. Zekry, A. Shaker, M. Salem, Solar cells and arrays: Principles, analysis, and design, *Advances in Renewable Energies and Power Technologies, Volume 1: Solar and Wind Energies* (2018) 3-56.
- [188] J. Zhang, L. Zhao, S. Deng, W. Xu, Ying Zhang, A critical review of the models used to estimate solar radiation, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 70 (2017) 314–329.
- [189] J. Zheng, J. Yan, J. Pei, G. Liu, Solar tracking error analysis of Fresnel reflector, Hindawi Publishing Corporation *The Scientific World Journal* (2014) Article ID 834392, 6 pages.
- [190] X. Zhong, J. Kleissl, Clear sky irradiances using REST2 and MODIS, *Solar Energy* 116 (2015) 144–164.
- [191] Y. Zhu, J. Shi, Y. Li, L. Wang, Q. Huang, G. Xu, Design and experimental investigation of a stretched parabolic linear Fresnel reflector collecting system, *Energy Conversion Management* 126 (2016) 89-98.
- [192] Y. Zhu, J. Shi, Y. Li, L. Wang, Q. Huang, G. Xu, Design and thermal performances of a scalable linear Fresnel reflector solar system, *Energy Conversion Management* 146 (2017) 174-181.

Capítulo 9

ANEXOS: SEPARATAS DE ARTÍCULOS



Predicting beam and diffuse horizontal irradiance using Fourier expansions



A. Barbón ^a, P. Fortuny Ayuso ^b, L. Bayón ^{b,*}, J.A. Fernández-Rubiera ^a

^a Department of Electrical Engineering, University of Oviedo, Spain

^b Department of Mathematics, University of Oviedo, Spain

ARTICLE INFO

Article history:

Received 9 January 2020

Received in revised form

27 February 2020

Accepted 28 February 2020

Available online 6 March 2020

Keywords:

Clear sky model

Beam and diffuse horizontal irradiance

Fourier series correction

ABSTRACT

A new method for obtaining very accurate models to predict the Beam and Diffuse Horizontal Irradiance is proposed, using two sources of data: satellite irradiation estimations and two clear-sky models (one for Beam and one for Diffuse Irradiance). By means of a Fourier Series approximation, we correct the clear-sky models and adapt them to the climatological conditions of a specific location. Applying it to six cities in latitudes ranging from 36° to 60° degrees North, we compare our predictions with real ground-level data obtained (in this work) from the WRDC database. Results show that the proposed model is both accurate and applicable to different climates.

© 2020 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

The power generated by renewal energy sources has increased by 14% in 2018 with respect to 2017; solar energy, in particular, has been increasing steadily in the last years and is now up to 24% higher than in 2013 [1]. The European Union has proposed to achieve a 27% share of renewable energy by 2030 [2].

Solar generated energy (both photovoltaic and thermal) depends on a large number of factors, which can be grouped into three main areas: the Earth's geometry (rotation, revolution around the Sun, latitude, longitude ...), terrain (shadows, elevation, surface inclination ...) and atmospheric attenuation (scattering, absorption by air molecules, clouds, ozone, aerosols, CO₂...) [3,4]. This makes it practically impossible to have a single global model for solar irradiance [5]. Among the existing ones, there are empirical models [6], satellite-derived ones [7], those using numerical weather predictions [8], and nowadays, some derived from artificial intelligence techniques [9]. They differ in their simplicity, accuracy, and their use or not of available meteorological data [10].

Numerous models for predicting beam and diffuse horizontal irradiance are based on the assumption of a clear day [11–18]. This assumption represents the nominal operating conditions of Concentrated Solar Power (CSP) systems [19]. By elementary

geometrical considerations, they derive a formula for the daily irradiance (beam and diffuse). However, as they do not even take into account the appearance of clouds, their estimations cannot be taken as a *true* expectation.

Maafi et al. [20] deal with cloudiness by classifying the days in three groups: clear sky, partly-cloudy and overcast. Bone et al. [21] present an intra-hour beam horizontal irradiance prediction system at the specific location of the University of Queensland. They use the clear-sky Ineichen model [22] and a cloud fraction prediction algorithm, taking advantage of an enhanced “sector-ladder” method [23]. Kostic et al. [24] present an empirical model for estimating solar insolation at a location in Serbia, using the ASHRAE clear-sky model [12], meteorological data on cloudiness, and measurements of global solar irradiance on a horizontal surface. Petrzala et al. [25] propose a clear-sky physical model for the calculation of solar irradiances at the NREL Solar Radiation Research Laboratory located in Golden, Colorado. Their system uses a model for computing the solar resources under clear-sky conditions with arbitrary turbidity. Nou et al. [19] provide a clear sky model for the calculation of beam normal irradiance, using the model developed by the PROMES-CNRS laboratory for a real-time sky imaging application. In Ref. [26], the authors develop a simulation of historical global horizontal irradiance and beam normal irradiance of solar resources in California. This system uses the REST2 clear-sky model and the MODIS level 3 (L3) daily satellite data as input. Dazhi et al. [27] use the Adnot clear-sky model presented by lanetz et al. [28] for estimating clear sky global horizontal

* Corresponding author.

E-mail address: bayon@uniovi.es (L. Bayón).

Nomenclature			
A	Height above sea level of the location (Km)	I_{bh}	Adjusted beam solar irradiance on a horizontal plane (W/m^2)
a_0, a_i, b_i	Fourier coefficients (dimensionless)	I_{dh}	Adjusted diffuse solar irradiance on a horizontal plane (W/m^2)
E_0	Excentricity correction factor of the Earth's orbit (dimensionless)	I_0	Extraterrestrial solar irradiance (W/m^2)
\bar{H}_{ba}^m	Actual monthly averaged daily beam solar irradiation on a horizontal plane (Wh/m^2ay)	I_{SC}	Solar constant (W/m^2)
\bar{H}_{da}^m	Actual monthly averaged daily diffuse solar irradiation on a horizontal plane (Wh/m^2ay)	k_0, k_1, k	Hottel empirical constants (dimensionless)
H_{ba}	Actual daily beam solar irradiation on a horizontal plane (Wh/m^2)	l	Interval of length of interval Fourier series (rad)
H_{da}	Actual daily diffuse solar irradiation on a horizontal plane (Wh/m^2)	n	Ordinal of the day (day)
H_{bf}	Fourier model of beam solar irradiation on a horizontal plane (Wh/m^2)	PC_b^n	Daily perturbation coefficient for beam irradiance (dimensionless)
H_{df}	Fourier model of diffuse solar irradiation on a horizontal plane (Wh/m^2)	PC_d^n	Daily perturbation coefficient for diffuse irradiance (dimensionless)
H_{bh}	Beam solar irradiation on a horizontal plane transmitted through clear atmospheres (Wh/ m^2)	S	Fourier series
H_{dh}	Diffuse solar irradiation on a horizontal plane transmitted through clear atmospheres (Wh/ m^2)	T	Solar time (h)
\bar{H}_{bs}^m	Satellite estimated monthly averaged daily beam solar irradiation on a horizontal plane (Wh/ m^2ay)	T_R	Sunrise solar time (h)
\bar{H}_{ds}^m	Satellite estimated monthly averaged daily diffuse solar irradiation on a horizontal plane (Wh/ m^2ay)	T_T	Sunset solar time (h)
I_{bh}	Theoretical beam solar irradiance on a horizontal plane (W/m^2)	α_S	Height angle of the Sun (rad)
		γ_S	Azimuth of the sun (rad)
		δ	Solar declination (rad)
		θ_z	Zenith angle of the Sun (rad)
		λ	Latitude angle (rad)
		Γ	Day angle (rad)
		τ_b	Atmosphere transmittance beam irradiance (dimensionless)
		τ_d	Atmosphere transmittance diffuse irradiance (dimensionless)
		ω	Hour angle (rad)
		ω_S	Sunset hour angle (rad)
		ω_S^T	Sunset hour angle (h)

irradiance at a location in Singapore. Most of these models use data at the specific location they study and do not claim —by themselves— any generality.

Furthermore, many of the already existing models in the literature aim just for short-term forecasting of solar irradiance. For instance Ref. [29], predicts solar irradiance only several minutes in advance, using regression techniques to provide a likely clearness index. Similarly [30,31], use neural networks also for short-term predictions (between 1 and 6 h). In Refs. [32], a time-series model is used to forecast solar irradiance after sunrise. Our method provides a continuous model valid all through the year.

Other studies are based on data compiled by ground-level meteorological stations. For example [33], tries to predict solar irradiance on inclined surfaces using sky radiance data in Hong Kong. Again [31], uses observations from neighboring stations within a 55 km radius [34]; uses several datasets (air temperature, relative humidity, irradiance, etc.) at Jeddah (Saudi Arabia), for local forecasting. However, ground-based measurements are usually unavailable. Our method solves this issue by using satellite estimations, as explained in what follows.

We present in this paper a novel technique for estimating beam and diffuse solar irradiance on a horizontal surface at ground level, at any location, with any temporal resolution. Notice that the accuracy of our method diminishes when increasing the temporal resolution. However, it does provide an explicit continuous function, something which may be useful in computations.

First of all, we remark that our starting data is the monthly average of daily beam solar irradiation on an horizontal surface, computed as the difference between global and diffuse solar irradiations. As most locations lack a physical weather station, we

obtain these initial data from one of the satellite radiation tools available on the Internet. This is one of the main advantages of our approach: we only need 12 starting values (one per month), computed from estimation models. In this specific work, we use the Photovoltaic Geographical Information System (PVGIS) [35], a well known and respected system which provides information on solar radiation and photovoltaic (PV) system performance. Developed by the European Commission Joint Research Centre, it is accessible as a web application. Other options for obtaining this data are: The US National Renewable Energy Agency (NREL), which maintains the National Solar Radiation Database (NSRDB) [36]; SOLCAST [37], a global solar database produced using a range of geostationary meteorological satellites; and Meteororm [38], although this one uses a different method to model the solar resources, based on interpolated and synthetic data, instead of the satellite-derived one we use.

Secondly, notice that our aim is to adapt the clear-sky models in order to obtain better predictions for beam and diffuse solar irradiance. To this end, we compute the Fourier series of the monthly average beam solar irradiation as a predictor, and compare this value with the one provided by the theoretical clear-skies model (in our case, the Hottel model [14] and the Liu-Jordan model [15] for beam and diffuse radiation, respectively). Calculating the ratio between both values for each day, we obtain a perturbation coefficient which is applied to the solar irradiance model, providing our perturbed model.

Fourier series [39] are widely used for modeling periodic data and are very well suited for problems showing seasonality and smooth trends (as the weather tends to behave throughout the year), due to the periodic nature of the sine and cosine functions

[40]. They have already been used in the area of solar irradiation by Spencer to calculate the solar declination [41], and the excentricity correction factor of the Earth's orbit. To our knowledge, the only previous application of Fourier series to modeling solar irradiance is [42], which uses two temporal harmonics and tries to obtain a universal model for all latitudes but only for the *global* radiation.

Our model does not intend to accurately predict cloudiness: what it does is to (roughly speaking) “distribute” the cloudiness throughout the year according to the real data (monthly means), using the Fourier Transform, which presents (as can be seen in the figures of Sections 3 and 4) a rather good fit and especially a remarkable similarity in the seasonality of the yearly distribution. Succinctly, our method takes the 12 estimated values of monthly average solar irradiation (obtained from the GIS database) and, using a Fourier Series development, computes a “tentative fitting curve”. This fitting curve is compared to the theoretical model and a daily perturbation coefficient is obtained, which permits an accurate estimation of *true* irradiance in any time frame. In this paper we apply the technique to six places *at which weather stations are deployed* belonging to different latitudes and we compare the values we obtain with the true experimental data given by those weather stations at ground level.

There are several databases providing ground-level data. Among them:

1. The Baseline Surface Radiation Network (BSRN) [43], which provides observations for short- and long-wave surface radiation fluxes, obtained from a small number of selected stations, currently 64, in contrasting climatic zones.
2. The Global Energy Balance Archive (GEBA) [44]. This is a centralized database for worldwide instrumentally measured energy fluxes at surface level. GEBA stores monthly means of the various energy flux components observed at a collection of stations.
3. The World Radiation Data Centre (WRDC) [45], which collects and archives radiometric data from all over the world. Most of the data are monthly averages, but there are daily values for some stations.

We have used the last one in our work, due to its accessibility and ease of use. Obviously, any other database can be used interchangeably.

Despite the technical nature of our approach, it has several remarkable features:

1. It is universal in the model: it can be applied readily to any clear-sky model without any essential modification (the fact that we use it for the Hottel or Liu-Jordan models is due just to simplicity in the exposition).

$$\delta = 0.006918 - 0.399912 \cdot \cos \Gamma + 0.070257 \cdot \sin \Gamma - 0.006758 \cdot \cos 2\Gamma + 0.000907 \cdot \sin 2\Gamma - 0.002697 \cdot \cos 3\Gamma + 0.001480 \cdot \sin 3\Gamma \quad (1)$$

2. It is universal in the geographical location: even if there is no true ground-level data, it can be applied to any location and climatological conditions, using just satellite estimations.
3. It is readily implementable: we give a precise description and the data we use is freely available (from the database we use or from others). Moreover, only 12 input pairs are necessary.

4. The computations are easy to program and the final expression of the model is just the original one multiplied, each day, by a coefficient.
5. Finally, the perturbed model one obtains is continuous on the day of the year, a property of the theoretical model which is important to preserve.

As we show in Section 3, our method predicts the true vales with great accuracy. The results are not only valid at the monthly scale (i.e. monthly averages) but also at the daily scale. This is due to the very good fit provided by Fourier Series in general and to the fact that we obtain a continuous function, which admits discretization to any scale.

The paper is organized as follows. First, we present the proposed method theoretically. Then we develop it in detail for the specific case of a location: Wien (Austria). Afterwards, we show the (summarized) results obtained at other locations: Desert Rock (USA), Rock Springs/Penn State (USA), Valentia (Ireland), Tartu (Estonia) and Lerwick (UK), so that a wide range of latitudes in the Northern Hemisphere is covered. Finally, we provide a detailed statistical study of the errors of our perturbed model with respect to actual experimental data, both at the monthly and daily scales. Conclusions and future perspectives end this work.

2. Description of the method

Our proposed method is based on the following steps:

1. Fix a clear-sky irradiance model. In this paper, by way of illustration, we have used the Hottel model for beam and the Liu-Jordan for diffuse irradiance, respectively, its extension to others being evident.
2. Using the satellite (estimated) solar irradiation data available for the city under study, compute the Fourier series of the monthly average beam solar irradiation on a horizontal surface.
3. Compute the daily quotient between the Fourier series and the values of daily irradiation given by the clear-sky model to obtain a perturbation coefficient.
4. Multiply the clear-sky irradiance model by the perturbation coefficient to obtain the perturbed model (i.e. the “cloudy-skies irradiance model”).

2.1. Two classic clear-sky models

Let us review the main parameters we shall use in this work. The two main constants for each location are its latitude λ and elevation A . The solar declination δ (rad) for the n -th day of the year is given, approximately, by (see Ref. [41]):

where Γ (rad) is the day angle, defined as:

$$\Gamma = (n - 1) \frac{2\pi}{365} \quad (2)$$

The excentricity correction factor of the Earth's orbit E_0

(dimensionless), can also be found in Ref. [41]:

$$E_0 = 1.000110 + 0.034221 \cdot \cos\Gamma + 0.001280 \cdot \sin\Gamma + 0.000719 \cdot \cos 2\Gamma + 0.000077 \cdot \sin 2\Gamma \quad (3)$$

This value is used to compute the irradiance incident on a plane normal to the radiation (again, [41]):

$$I_0 = I_{SC} \cdot E_0 \quad (4)$$

where I_0 (W/m^2) is the extraterrestrial solar irradiance on the plane normal to the radiation, on the n -th day of the year, and $I_{SC} = 1367$ (W/m^2) is the solar constant.

The sunset hour angle ω_S (for each day n) is equal to (see Ref. [46]):

$$\omega_S = \arccos(-\tan(\delta) \cdot \tan(\lambda)) \quad (5)$$

where δ (rad) is the solar declination, and λ (rad) is the latitude (rad). The sunrise hour angle is the negative of the sunset hour angle. In hours (h), we have:

$$\omega_S^T = \omega_S(180 / (\pi \cdot 15)) \quad (6)$$

From which the sunrise T_R and sunset T_S (both in h) solar times are calculated (see Ref. [47]):

$$T_R = 12 - \omega_S^T \quad (7)$$

$$T_S = 12 + \omega_S^T \quad (8)$$

The hour angle ω (rad) is defined as (see Ref. [47]):

$$\omega = ((\pi \cdot 15) / 180) \cdot (T - 12) \quad (9)$$

where T (h) is the solar time.

The height angle of the sun α_S (rad) can be found in Ref. [47]:

$$\alpha_S = \arcsin[\sin\delta\sin\lambda + \cos\delta\cos\lambda\cos\omega] \quad (10)$$

Finally, the zenith angle of the sun, θ_z (rad) is the complementary of α_S :

$$\theta_z = \pi/2 - \alpha_S \quad (11)$$

2.1.1. Beam clear-sky irradiance

We choose the classic and well-known Hottel [14] model for beam clear-sky irradiance as the starting point. The process to follow is totally similar for any other model.

The atmospheric transmittance τ_b is defined as the ratio between the beam solar irradiance received on the surface of the Earth and the extraterrestrial solar irradiance incident on a plane normal to the radiation. It is modeled using the zenith angle and altitude for a standard atmosphere and four types of climate. Its formula is:

$$\tau_b = k_0 + k_1 \cdot e^{-k/\cos\theta_z} \quad (12)$$

where, θ_z (rad) is the zenith angle of the sun, τ_b (dimensionless) is the atmosphere transmittance for beam solar irradiance for any θ_z , and the parameters k_0 , k_1 , and k are empirical constants for a standard atmosphere with 23 (km) of visibility, which are:

$$k_0 = 0.4237 - 0.00821(6 - A)^2 \quad (13)$$

$$k_1 = 0.5051 - 0.0059(6.5 - A)^2 \quad (14)$$

$$k = 0.2711 - 0.01858(2.5 - A)^2 \quad (15)$$

where, A (km) is the elevation above sea level of the location. Notice that when $A \leq 2.5$ (km), the above values for k_0 , k_1 , and k are multiplied respectively by three correction factors r_0 , r_1 and r_k , tabulated in Ref. [14] for four types of climate. The Hottel model has been used extensively [48–50].

The beam solar irradiance on a horizontal plane transmitted through clear atmospheres is given by:

$$I_{bh} = I_0 \cdot \cos\theta_z \cdot \tau_b \quad (16)$$

Equation (16) allows the calculation of the hourly distribution $I_h(n, T)$ (W/m^2) of beam solar irradiance on a horizontal plane transmitted through clear atmospheres. This distribution is a curve that provides the I_h for the Hottel model, for each day n of the year, as a function of the solar time of day, T :

$$I_{bh}(n, T) = I_0(n) \cdot \cos\theta_z(n, T) \cdot \tau_b(n, T) \quad (17)$$

Note that the we implement the Hottel model using the standard values of the coefficients proposed in Ref. [14].

The daily distribution $H_{bh}(n)$ ($\text{W} \cdot \text{h}/\text{m}^2$) of beam solar irradiation on a horizontal plane transmitted through clear atmospheres is obtained by integrating through a whole day, from sunrise to sunset, the hourly irradiance distribution $I_h(n, T)$ (i.e. calculating the area under the irradiance curve):

$$H_{bh}(n) = \int_{T_R(n)}^{T_S(n)} I_{bh}(n, T) dT \quad (18)$$

2.1.2. Diffuse Irradiance

Liu and Jordan [15] provide an empirical relation between the transmission coefficients of beam and diffusive solar irradiance for clear skies:

$$\tau_d = 0.271 - 0.294 \cdot \tau_b \quad (19)$$

where τ_b is the atmosphere transmittance for beam solar irradiance (dimensionless) for any θ_z , determined using the Hottel model and τ_d is the atmosphere transmittance for diffuse solar irradiance (dimensionless) for any θ_z . Their model has been used, among others, by Ref. [48,49], and [50].

The diffuse solar irradiance on a horizontal plane, is given by the model as:

$$I_{dh}(n, T) = I_0(n) \cdot \cos\theta_z(n, T) \cdot \tau_d(n, T) \quad (20)$$

where I_0 is the extraterrestrial solar irradiance, measured on the plane normal to the radiation (W/m^2), θ_z is the zenith angle of the sun, and τ_d is the atmosphere transmittance for diffuse solar irradiance (dimensionless) for any θ_z .

The daily distribution $H_{dh}(n)$ ($\text{W} \cdot \text{h}/\text{m}^2$) of diffuse solar irradiation on a horizontal plane transmitted through clear atmospheres is obtained performing the corresponding integral:

$$H_{dh}(n) = \int_{T_R(n)}^{T_S(n)} I_{dh}(n, T) dT \quad (21)$$

2.2. Satellite data of solar irradiation

We are going to use the satellite estimation of monthly average daily solar irradiation (both beam and diffuse) on a horizontal plane, datum which we obtain using the PVGIS database (period of 10 years (2005 – 2014)) [35]. The value for the monthly average of daily diffuse irradiation $\bar{H}_{ds}^m(n)$ ($W \cdot h/m^2$ /day), for each month m of the year, is provided directly by the database. However, the monthly average of daily beam solar irradiation $\bar{H}_{bs}^m(n)$ ($W \cdot h/m^2$ /day), for each month m of the year, must be calculated from the PVGIS data by subtracting from the global solar irradiation the diffuse term.

2.3. Fourier Series approximation

Notice that the functions $\bar{H}_{bs}^m(n)$ and $\bar{H}_{ds}^m(n)$ are step functions (they are constant on each month). For the sake of clarity, in this section, we shall refer to both as $\bar{H}_s^m(n)$ (as the algorithm is the same, only the initial data are different).

We are going to compute the Fourier expansion (obviously, truncated) of $\bar{H}_s^m(n)$ to get a continuous adjusted model of daily irradiation.

Recall that a Fourier series [39] in the variable n is an expression:

$$S(n) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \left(a_i \cos \frac{\pi i n}{l} + b_i \sin \frac{\pi i n}{l} \right) \quad (22)$$

and that, given any piecewise-continuous periodic function $f(n)$ with period $2l$, there is a Fourier series $S(n)$ converging to $f(n)$ for all n (except possibly at the points of discontinuity). In fact, the coefficients a_i and b_i for $f(n)$ take the following values:

$$a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(n) dn$$

$$a_i = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(n) \cos i \frac{\pi}{l} n dn; \quad i = 1, 2, \dots \quad (23)$$

$$b_i = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(n) \sin i \frac{\pi}{l} n dn; \quad i = 1, 2, \dots$$

However, our functions $\bar{H}_s^m(n)$ are not periodic (they are defined only for $n \in [0, 365]$). The usual technique to deal with functions defined on a compact interval is to “make them periodic” by repeating them on each interval of length l . In our case, for the sake of simplicity and to avoid convergence issues, we choose to extend it in an even way, by defining $\hat{H}_s^m(n) = \bar{H}_s^m(n)$ for $n \in [0, 365]$, and then:

$$\hat{H}_s^m(-n) = \bar{H}_s^m(n) \quad (24)$$

for $n \in [-365, 0]$ and finally, copying this behavior for $n \in [-365, 365]$ periodically in \mathbb{R} . This way, we obtain a (notice here

that there is one for the beam irradiation and one for the diffuse) piecewise-continuous periodic function defined on all of \mathbb{R} , whose Fourier series we can compute using (23). It is well-known [40] that the Fourier coefficients b_i (23) of an even function are 0: the corresponding series is called a cosine series. As we only have essentially 12 data points (one for each month), the Nyquist-Shannon sampling theorem [40] implies that only the first 12 coefficients are relevant; we are going to restrict ourselves to those 12 initial terms of the series, thus obtaining a trigonometric polynomial in $\cos(i\pi n/l)$ for $i = 1, \dots, 12$. Therefore, we compute:

$$a_0 = \frac{2}{365} \int_0^{365} \bar{H}_s^m(n) dn$$

$$a_i = \frac{2}{365} \int_0^{365} \bar{H}_s^m(n) \cos \frac{\pi i n}{365} dn, \quad i = 1, 2, \dots, 12 \quad (25)$$

$$b_i = 0$$

From the above computations, we obtain the Fourier model $H_f(n)$ (truncation of the corresponding Fourier series $S(n)$):

$$H_f(n) = a_0 + a_1 \cos \frac{\pi n}{365} + a_2 \cos \frac{2\pi n}{365} + \dots + a_{12} \cos \frac{12\pi n}{365} \quad (26)$$

defined for $n \in [0, 365]$ (actually defined on all of \mathbb{R} but we are only interested on the values for each day of the year).

At this point (after performing the computations for beam and diffuse irradiations), we have two approximating functions, which we call $H_{bf}(n)$ (for the beam solar irradiation) and $H_{df}(n)$ (for the diffuse solar irradiation).

These functions $H_{bf}(n)$ and $H_{df}(n)$ are now respectively compared to the clear-sky daily irradiation distributions $H_{bh}(n)$ and $H_{dh}(n)$ given by the Hottel and the Liu-Jordan models in order to obtain the daily perturbation coefficients (dimensionless):

$$PC_b^n = \frac{H_{bf}(n)}{H_{bh}(n)}; \quad PC_d^n = \frac{H_{df}(n)}{H_{dh}(n)} \quad (27)$$

(one for each day of the year). These are the coefficients we use to finally compute the adjusted hourly distribution of beam and diffuse horizontal solar irradiance [47]:

$$\mathbb{I}_{bh}(n, T) = I_{bh}(n, T) \cdot PC_b^n \quad (28)$$

$$\mathbb{I}_{dh}(n, T) = I_{dh}(n, T) \cdot PC_d^n \quad (29)$$

3. Examples

In order to provide a full explanation of our method, we are going to apply it in complete detail to Wien, one of the six cities we

Table 1
Cities under study.

	City	Latitude	Longitude	Elevation
1	Desert Rock (USA)	36°37'00" N	116°01'00" W	1007 (m)
2	Rock Springs/Penn State (USA)	40°43'00" N	77°56'00" W	376 (m)
3	Wien (Austria)	48°15'00" N	16°21'00" E	203 (m)
4	Valentia (Ireland)	51°48'00" N	10°15'00" W	14 (m)
5	Tartu (Estonia)	58°15'00" N	26°28'00" W	70 (m)
6	Lerwick (UK)	60°08'00" N	1°11'00" W	63 (m)

have chosen. The other five will be summarily covered. We have chosen six cities for the sake of brevity with the aim of covering a large range of latitudes in the Northern Hemisphere. Table 1 shows the geographic characteristics of the cities under study.

3.1. Detailed example: Wien

The latitude of Wien is $48^{\circ}15'00''$ N, so that $\lambda = 0.842$ (rad), and its height above sea level is $A = 0.203$ (km). Moreover, the hourly distribution $I_{bh}(n, T)$ (W/m^2) of beam solar irradiance for the Hottel model in this type of climate requires the following three correction coefficients: $r_0 = 0.97$, $r_1 = 0.99$ and $r_k = 1.02$, per [14].

The first step in the proposed method is to gather the monthly averages of irradiation from the PVGIS database. For the 10 years 2005–2014, we get the lists:

$$\bar{H}_{bs}^m = [386.86, 679.12, 1778.81, 2634.88, 3086.32, 3033.07, 3485.82, 2841.15, 1977.04, 1192.83, 391.91, 320.29] \quad (30)$$

$$\bar{H}_{ds}^m = [615.95, 872.92, 1645.52, 1981.22, 2424.92, 2555.19, 2515.35, 2081.21, 1590.25, 1130.67, 658.61, 535.24] \quad (31)$$

Following the method of Section 2, we compute the corresponding Fourier expansions. Writing, as is usual,

$$\hat{\omega} = \frac{\pi}{l} = \frac{\pi}{365} \quad (32)$$

which is twice the frequency of the fundamental harmonic, we obtain (rounding to two decimal digits):

$$\begin{aligned} H_{bs}^m \sim H_{bf}(n) = & 1764.84 + 204.24\cos(\hat{\omega}t) - 1510.84\cos(2\hat{\omega}t) - 121.16\cos(3\hat{\omega}t) \\ & - 55.62\cos(4\hat{\omega}t) - 125.40\cos(5\hat{\omega}t) + 62.67\cos(6\hat{\omega}t) + 83.40\cos(7\hat{\omega}t) + 54.29\cos(8\hat{\omega}t) \\ & - 58.61\cos(9\hat{\omega}t) + 43.61\cos(10\hat{\omega}t) + 50.19\cos(11\hat{\omega}t) + 16.55\cos(12\hat{\omega}t) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_{ds}^m \sim H_{df}(n) = & 1503.58 + 172.77\cos(\hat{\omega}t) - 971.61\cos(2\hat{\omega}t) - 124.13\cos(3\hat{\omega}t) \\ & - 23.55\cos(4\hat{\omega}t) - 42.29\cos(5\hat{\omega}t) - 18.26\cos(6\hat{\omega}t) - 3.61\cos(7\hat{\omega}t) + 29.90\cos(8\hat{\omega}t) \\ & + 5.86\cos(9\hat{\omega}t) + 42.65\cos(10\hat{\omega}t) + 26.45\cos(11\hat{\omega}t) + 10.86\cos(12\hat{\omega}t) \end{aligned} \quad (34)$$

At this point we need the theoretical irradiation functions for the clear-sky models: H_{bh} , which comes from the Hottel model (Equation (18)) and H_{dh} , from the Liu-Jordan model (Equation (21)). These are computed by direct integration of the theoretical irradiance functions.

The daily perturbation coefficients are then:

$$PC_b^n = \frac{H_{bf}(n)}{H_{bh}(n)}; PC_d^n = \frac{H_{df}(n)}{H_{dh}(n)} \quad (35)$$

and with them we finally obtain the perturbed irradiance models:

$$\mathbb{I}_{bh}(n, T) = I_{bh}(n, T) \cdot PC_b^n \quad (36)$$

$$\mathbb{I}_{dh}(n, T) = I_{dh}(n, T) \cdot PC_d^n \quad (37)$$

We start the graphical description of results with the beam

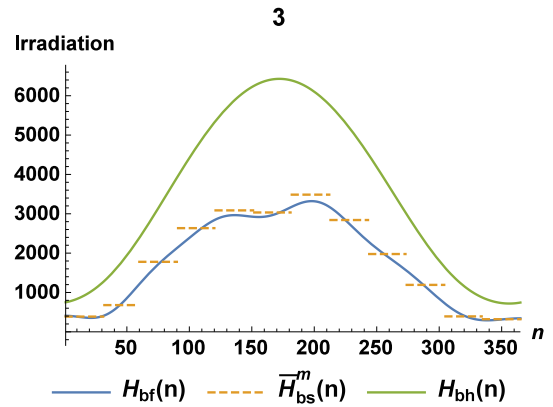


Fig. 1. Satellite estimation \bar{H}_{bs}^m , adjusted H_{bf} , and theoretical H_{bh} irradiation.

radiation. Fig. 1 contains the plots of $\bar{H}_{bs}^m(n)$, $H_{bf}(n)$ (the Fourier polynomial of degree 12 used to approximate $\bar{H}_{bs}^m(n)$), and $H_{bh}(n)$ (W/m^2 /day), which is the theoretical daily distribution of beam solar irradiation given by the Hottel model; the plot covers a year $n = 1, \dots, 365$.

Fig. 2 shows the two values of beam irradiance (W/m^2) at solar noon, that is $T = 12$: $I_{bh}(n, 12)$ for the Hottel model and $\mathbb{I}_{bh}(n, 12)$ for the perturbed model.

In Figs. 3 and 4 the same plots are given for the diffuse irradiation.

Notice (right now at a simple visual level) how the discontinuous PVGIS data are very well fit by the Fourier polynomial

and how the theoretical clear-sky models are quite far from the true data. In Section 4, we study the goodness of fit of our model, when comparing its values to the experimental ones from WRDC.

We stress the remarkable difference in Fig. 1 between the beam solar irradiation values provided by PVGIS and the clear-sky model, which are far greater. This is because the clear-sky model does not take cloudiness or any other shading elements into account. Notice also how the clear-sky model has only two inflection points (corresponding to the equinoxes) whereas the true data presents a clear lack of convexity between Spring and Summer (due, most likely, to the cloudiness of Spring).

Fig. 3, on the other hand, shows how the theoretical values of diffuse irradiance are usually much lower than the real ones, precisely because the Hottel model does not take into account cloudiness. Finally, Figs. 2 and 4 show how our model correctly adjusts the lack of convexity and of symmetry of the true data, in contrast to the perfectly shaped theoretical curve.

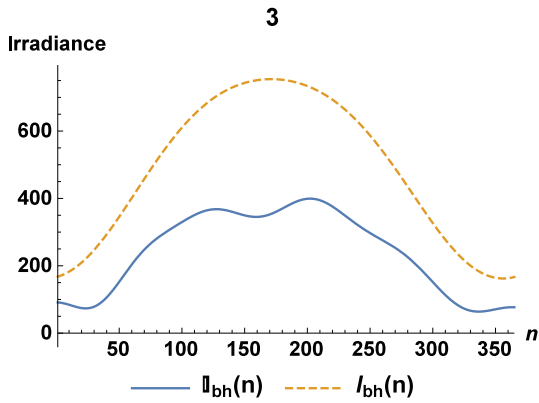


Fig. 2. Adjusted I_{bh} and theoretical I_{bh} irradiance for $T = 12$.

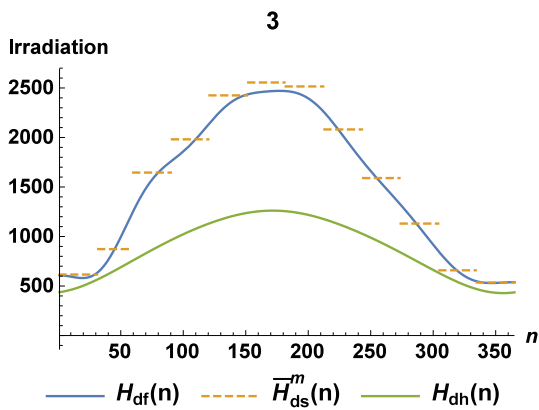


Fig. 3. Satellite estimation \bar{H}_{ds}^m , adjusted H_{df} , and theoretical H_{dh} irradiation.

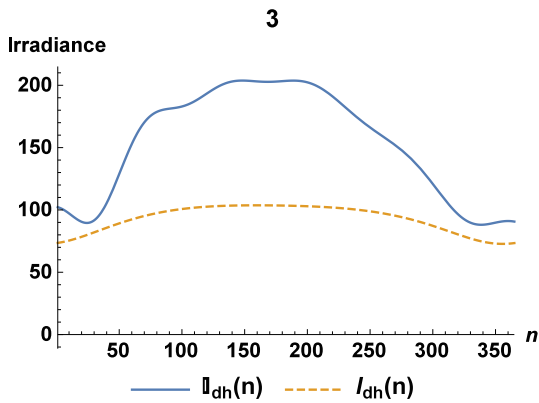


Fig. 4. Adjusted I_{dh} and theoretical I_{dh} irradiance for $T = 12$.

3.2. Summary of results for six cities

We include here the summarized results for the six chosen locations, which belong to latitudes from 36° to 60° North. Thus, we cover all the latitude ranges of the European Climate Zones defined by the NZEB.

In Tables 2 and 3, we provide the Fourier coefficients obtained for each location, which are required to define the corresponding functions $H_{bf}(n)$ and $H_{df}(n)$, respectively. Figs. 5 and 6 gather the corresponding plots: Fig. 5 shows daily values of beam irradiation (left column) and irradiance at noon (right column), while Fig. 6

Table 2
Fourier coefficients a_i of $H_{bf}(n)$ for beam irradiation.

Cities	1	2	3	4	5	6
a_0	4476.86	1986.11	1764.84	1103.18	1206.02	755.391
a_1	279.197	98.0274	204.244	210.253	264.719	164.234
a_2	-2291.36	-1282.74	-1510.84	-980.396	-1316.17	-825.182
a_3	-187.328	-80.1521	-121.157	-207.499	-233.75	-215.53
a_4	-184.786	-87.5333	-55.6244	7.84896	137.428	52.0427
a_5	24.9205	-24.1356	-125.404	7.26317	-38.4792	67.3993
a_6	-15.1567	63.009	62.6737	27.581	26.8608	77.8388
a_7	-49.939	53.1485	83.4012	2.4224	45.8375	-20.321
a_8	8.43416	-47.7465	54.2894	42.0222	-4.78397	-75.4989
a_9	95.9171	-13.7244	-58.6139	39.2357	-58.5892	-12.3567
a_{10}	198.933	47.9965	43.6117	-23.1641	20.1261	62.1661
a_{11}	14.8378	79.0238	50.1859	-22.8897	82.8322	59.3987
a_{12}	24.6464	16.2031	16.5524	3.65283	15.01	10.8709

Table 3
Fourier coefficients a_i of $H_{df}(n)$ for diffuse irradiation.

Cities	1	2	3	4	5	6
a_0	1121.72	1556.64	1503.58	1501.75	1294.18	1274.98
a_1	155.541	105.811	172.773	169.451	181.402	174.097
a_2	-397.745	-860.503	-971.612	-1154.25	-1235.59	-1287.45
a_3	-135.601	-33.4797	-124.129	-100.433	-109.37	-142.541
a_4	-43.9826	35.7292	-23.5482	-11.4527	49.7589	84.0568
a_5	-73.9628	-43.9483	-42.298	-74.1795	-76.3396	-32.6241
a_6	-22.5274	-12.0927	-18.2578	7.84464	-6.0078	4.74353
a_7	44.9484	-4.29593	-3.61199	26.2797	14.7053	-0.246708
a_8	18.8433	-45.8628	29.8982	-2.96431	22.4768	-14.5981
a_9	-37.0028	-15.755	5.86139	-5.42537	3.46068	9.94276
a_{10}	46.3967	95.677	42.6488	51.715	38.1176	60.9544
a_{11}	46.9924	37.7102	26.4452	44.9967	45.0682	43.5623
a_{12}	9.15202	12.9872	10.8591	13.8244	13.428	14.0856

contains the same plots for diffuse irradiation and irradiance at noon. The numbers over each graph correspond to the cities in Table 1.

4. Validation of the method

We carry out, in this section, the error analysis, which confirms the exactness of our method by comparing our perturbed models with the experimental data at ground level provided by the WRDC database [45]. We perform two validations: one for the monthly averages of irradiation \bar{H}_{ba}^m and \bar{H}_{da}^m (beam and diffuse, respectively), obtained from WRDC, and another one for the daily averages $H_{ba}(n)$ and $H_{da}(n)$ (ibid.), which are also available at WRDC. The averages are taken throughout a 10 year period.

As is customary, we shall use the following statistical indicators: mean absolute error (MAE), mean absolute percentage error (MAPE) and root mean square error (RMSE) [51]. We also include the coefficient of determination R^2 (which is dimensionless) [52,53]. The following are their definitions:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |p_i - a_i|; \quad MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{p_i - a_i}{a_i} \right| \times 100 \quad (38)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (p_i - a_i)^2}{N}}; \quad R^2 = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^N (p_i - a_i)^2}{\sum_{i=1}^N (a_i - \bar{a})^2} \right) \quad (39)$$

where p_i is the i -th predicted value, a_i the i -th actual measured value, \bar{a} is the mean value of the observed values, and N is the total number of observations.

Notice that the coefficient of determination R^2 cannot be

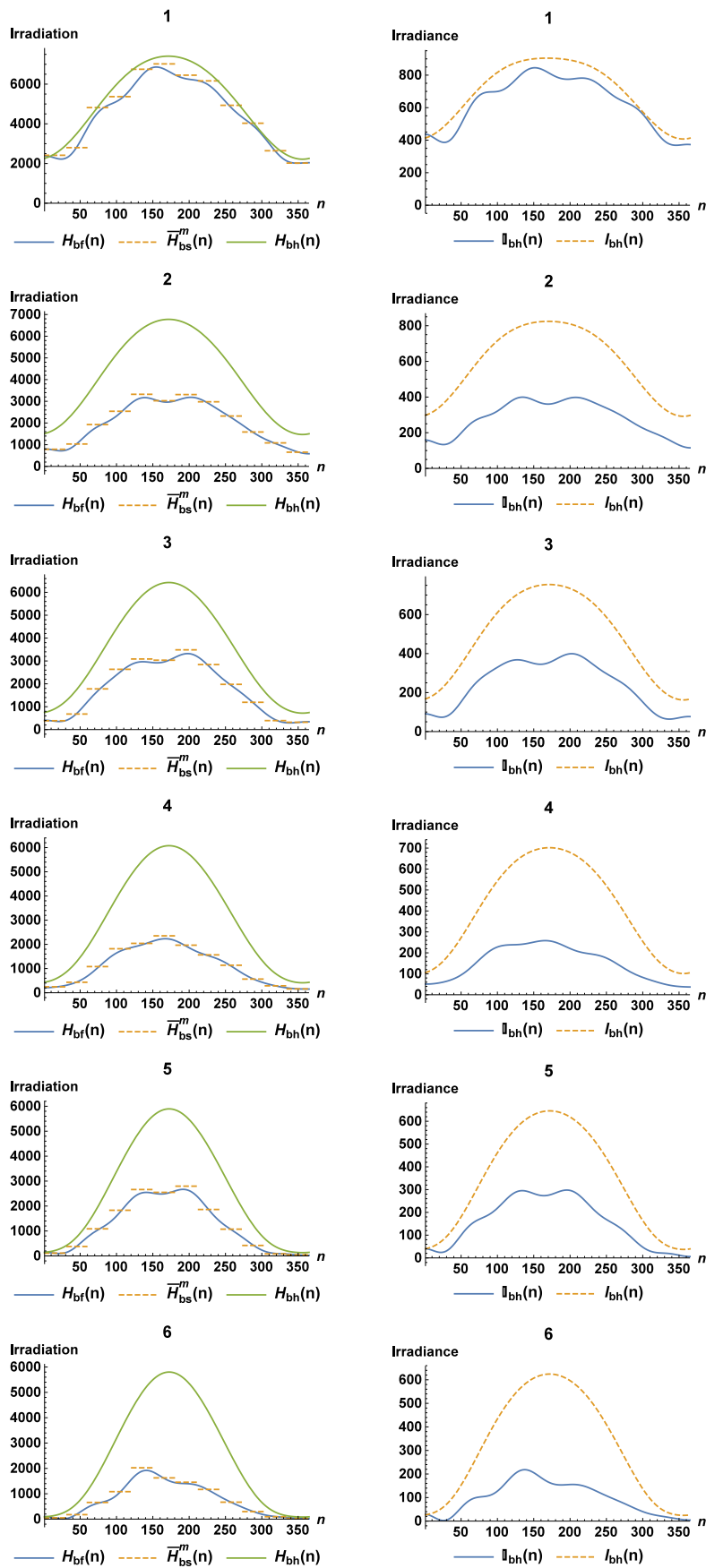


Fig. 5. Collected plots of beam irradiation (left) and beam irradiance at noon (right).

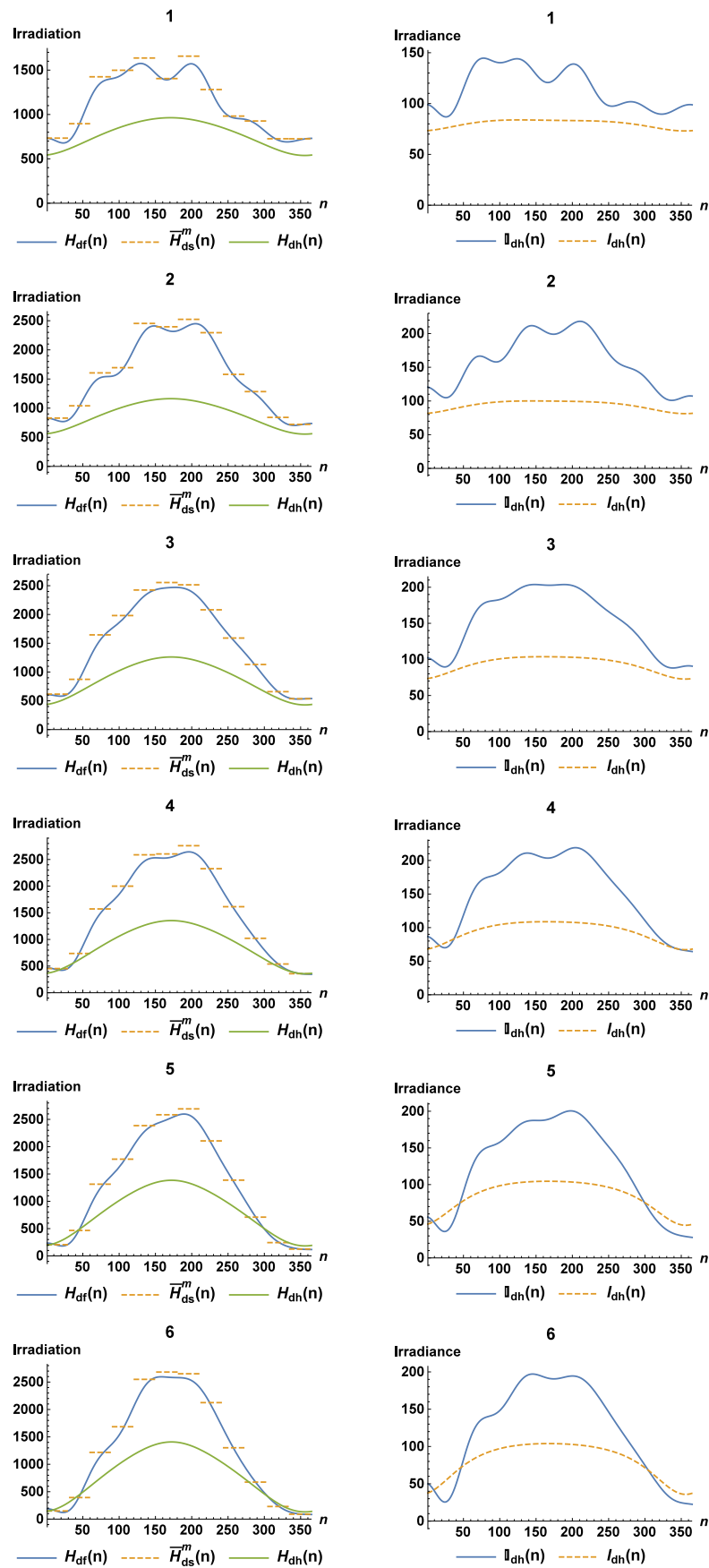


Fig. 6. Collected plots of diffuse irradiation (left) and beam irradiance at noon (right).

Table 4

Error statistics for the perturbed models in monthly beam averages.

	City	MAE	MAPE	RMSE	R ²
1	Desert Rock (USA)	208.584	5.44432	251.710	0.977218
2	Rock Springs (USA)	146.271	12.6625	171.964	0.968648
3	Wien (Austria)	193.437	17.1003	222.432	0.966979
4	Valentia (Ireland)	173.096	13.8662	217.728	0.923166
5	Tartu (Estonia)	228.898	14.1806	334.118	0.922172
6	Lerwick (UK)	72.2964	11.0709	107.908	0.967067

Table 5

Error statistics for the perturbed models in monthly diffuse averages.

	City	MAE	MAPE	RMSE	R ²
1	Desert Rock (USA)	199.251	15.4436	210.590	0.653279
2	Rock Springs (USA)	244.428	13.8842	266.428	0.847770
3	Wien (Austria)	64.4239	4.37843	83.8575	0.986592
4	Valentia (Ireland)	40.3003	3.87426	58.3650	0.995308
5	Tartu (Estonia)	71.0893	9.25022	86.9926	0.988338
6	Lerwick (UK)	176.897	15.1322	215.188	0.956095

Table 6

Error statistics for the perturbed models in daily beam averages.

	City	MAE	MAPE	RMSE	R ²
1	Desert Rock (USA)	459.710	12.7264	582.488	0.889669
2	Rock Springs (USA)	439.447	41.0002	579.395	0.731938
3	Wien (Austria)	363.137	42.7336	497.062	0.857130
4	Valentia (Ireland)	314.783	28.9014	475.871	0.737128
5	Tartu (Estonia)	339.289	148.512	528.801	0.834450
6	Lerwick (UK)	275.239	57.4731	431.710	0.730671

Table 7

Error statistics for the perturbed models in daily diffuse averages.

	City	MAE	MAPE	RMSE	R ²
1	Desert Rock (USA)	231.112	16.8214	297.165	0.574768
2	Rock Springs (USA)	251.845	14.3123	319.574	0.801710
3	Wien (Austria)	129.702	9.43647	170.926	0.948112
4	Valentia (Ireland)	118.703	9.53936	160.003	0.965111
5	Tartu (Estonia)	124.844	13.1569	175.299	0.954999
6	Lerwick (UK)	161.505	16.6093	232.752	0.937646

interpreted in the same way as for linear models (i.e. as the percentage of explained variation) because of the non-linearity. Nevertheless, it is also used by numerous authors as a measure of the goodness of fit.

4.1. Monthly averages

In our case, the values a_i are those of \bar{H}_{ba}^m and \bar{H}_{da}^m monthly average daily beam and diffuse solar irradiation on a horizontal plane. Table 4 contains the values for the relevant statistics of our perturbed Model for beam irradiation. Table 5 gives the same values for diffuse irradiation.

Notice the following:

1. All the MAPE values are less than 20% and actually most are less than or equal to 15%, which for a weather-related approximation seems quite good.
2. The R² values of the perturbed model are essentially 0.9 or more, which indicates a very good model fit. Desert Rock is the only exception in the diffuse irradiation. When discussing the daily averages, we try to provide an explanation for this fact.

4.2. Daily averages

For many reasons, a reliable predictive method for daily irradiation would be of great value. We are going to show in this section that our method provides a rather reasonably accurate tool despite depending only on 12 data points. In Tables 6 and 7 (beam and diffuse, respectively) we include the values of the same error statistics as in the previous section for the daily averages.

Figs. 7 and 8 contain the plots of true daily averages of irradiation $H_{ba}(n)$ and $H_{da}(n)$ (beam and diffuse, respectively), obtained from WRDC; and the values of our perturbed models $H_{bf}(n)$ and $H_{df}(n)$.

We remark the following:

1. The MAPE values are less than 50%, except in the two northernmost locations, Lerwick, for which it is 57% and Tartu, with 149%. Let us explain these values in detail:
 - As long as the daily values are not too small, as happens in the first 4 locations, the MAPE is reasonably good (less than 50%).
 - The high values for Tartu and Lerwick are due to the existence of days with consistent very low (almost 0) beam irradiation (totally overcast days). For instance, day 327 for Tartu has mean daily beam irradiation of 0.27. Just removing this day from the computations changes the MAPE to 65%.
2. The R² values of the perturbed models are all above 0.8 except for (again) the diffuse irradiation in Desert Rock.

For a time series with such high variability as one derived from weather conditions, and a model using just 12 data points, we deem this a very good fit.

The low R² for Desert Rock for diffuse irradiation both in monthly and daily averages might be due to the stark difference in the ratio between direct and diffuse irradiation at that location with respect to the others. Notice, in Figs. 5 and 6 how Desert Rock (1) has values of beam irradiation which are consistently higher (and much higher in the Summer) than those of diffuse irradiation, in clear contrast with all the other locations.

Tables 6 and 7 show that our model for beam irradiation is consistently good at all locations, whereas for the diffuse one, it is less precise at the locations with the lowest latitude (Desert Rock and Rock Springs). However, we cannot establish a specific conjecture for this behavior yet, as there are many other parameters (elevation, orography, proximity to the sea ...) which affect the outcome.

5. Conclusions

One of the key elements in the installation of solar technologies is an accurate predictor of beam and diffuse solar irradiance at the specific location. In market terms, this means having a good estimate of monthly solar irradiation, as this is the elementary budgeting item once the system is deployed.

In this work, a new method for obtaining very accurate models to predict the beam and diffuse horizontal irradiances is proposed.

We develop a novel technique which uses the Fourier expansion [39] applied to the monthly mean irradiation as estimated by the PVGIS system. The obtained Fourier polynomial divided by the theoretical daily irradiation provided by the Hottel model gives a daily perturbation coefficient which has the quality of being "trend-sensitive": as the weather becomes more or less sunny throughout the year, the coefficient increases or decreases accordingly. Another good property is that this perturbation coefficient is, in fact, a continuous

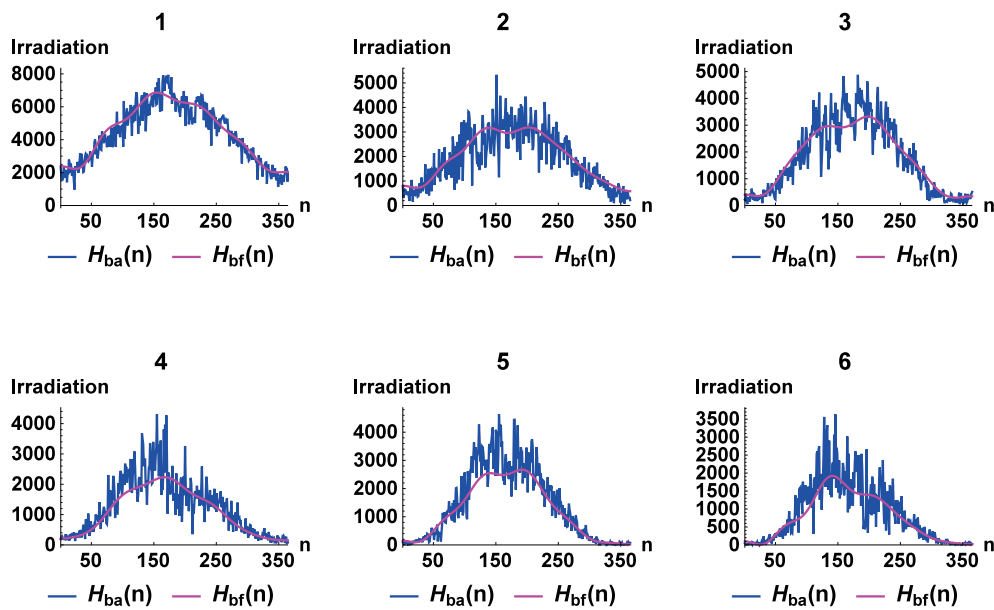


Fig. 7. Daily comparison for beam irradiation.

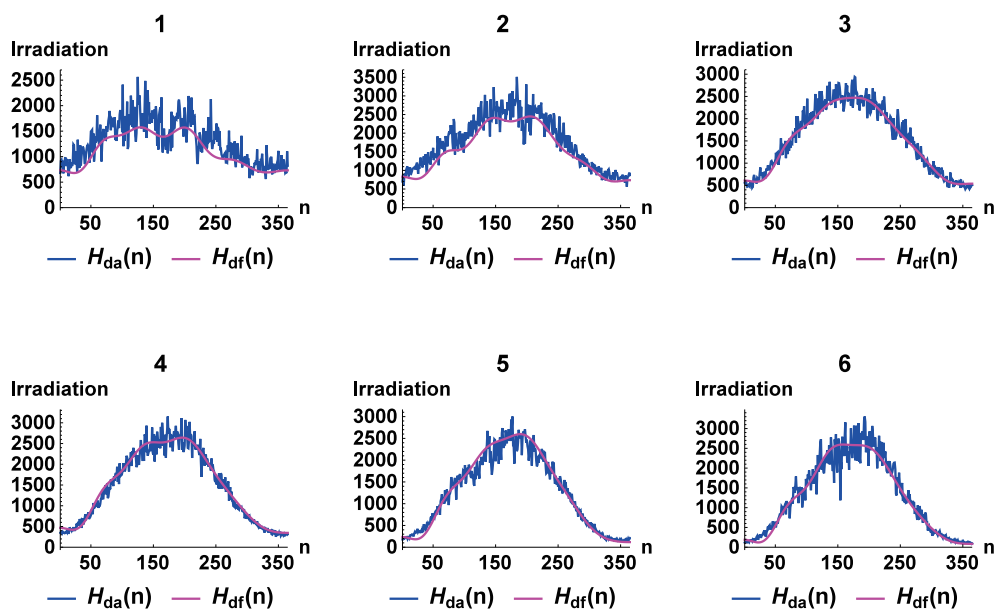


Fig. 8. Daily comparison for diffuse irradiation.

function of the day of the year, which embodies the normally “continuous” nature of weather changes. In order to compute our model, we only need a pair of data for each month: the average solar irradiation (beam and diffuse) per month; we devise an algorithm whose output is 12 numbers (the Fourier coefficients of a cosine series of degree 12) which serve to adjust the Hottel and Liu-Jordan models for irradiance using a daily perturbation coefficient.

We test our model at six locations, using 10 years of actual data obtained from ground-level stations, using the publicly available WRDC database. The error analysis shows a remarkably good fit of our model to the ground-level data, by considering the low values of the MAPE and the high values of R^2 both for the beam and the diffuse irradiation models.

Our perturbed model provides, then a rather good, stable and universal predictor for expected monthly and daily irradiation

values, adjusted to each location and type of climate.

We deem our technique easy to implement from readily available data and we remark that it is valid for both any geographical location and any theoretical irradiance model (as the theoretical model is just multiplied by a daily coefficient).

The real irradiation data can be obtained from any database (we have used the one that best fit our study but the technique is exactly the same for any other).

Declaration of competing interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

CRedit authorship contribution statement

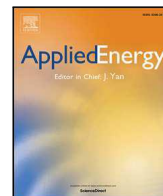
A. Barbón: Conceptualization, Methodology. **P. Fortuny Ayuso:** Software, Methodology, Writing – original draft. **L. Bayón:** Software, Methodology. **J.A. Fernández-Rubiera:** Data curation, Validation.

Acknowledgments

We wish to thank Dr. Miguel C. Brito for his contribution in this paper.

References

- [1] BP statistical review of world energy, 68th edition, Available at: <https://www.bp.com/content/dam/bp/business-sites/en/global/corporate/pdfs/energy-economics/statistical-review/bp-stats-review-2019-full-report.pdf>, 2019.
- [2] European council report. https://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/en/ec/145397.pdf. (Accessed 15 October 2019).
- [3] V. Badescu, Modeling Solar Radiation at the Earth's Surface, first ed., Springer, Verlag–Berlin, 2008.
- [4] J. Polo, G. Estalayo, Impact of on-site atmospheric water vapor estimation methods on the accuracy of local solar irradiance predictions, *Sol. Energy* 115 (2015) 621–631.
- [5] J. Zhang, L. Zhao, S. Deng, W. Xu, Ying Zhang, A critical review of the models used to estimate solar radiation, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 70 (2017) 314–329.
- [6] J.-L. Chen, L. He, H. Yang, M. Ma, Q. Chen, S.-J. Wu, Z.-L. Xiao, Empirical models for estimating monthly global solar radiation: a most comprehensive review and comparative case study in China, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 108 (2019) 91–111.
- [7] L. Mazorra Aguiar, J. Polo, J.M. Vindel, A. Oliver, Analysis of satellite derived solar irradiance in islands with siteadaptation techniques for improving the uncertainty, *Renew. Energy* 135 (2019) 98–107.
- [8] A. Murata, H. Ohtake, T. Oozeki, Modeling of uncertainty of solar irradiance forecasts on numericalweather predictions with the estimation of multiple confidenceintervals, *Renew. Energy* 117 (2018) 193–201.
- [9] A. Khosravi, R.O. Nunes, M.E.H. Assad, L. Machado, Comparison of artificial intelligence methods in estimation of dailyglobal solar radiation, *J. Clean. Prod.* 194 (2018) 342–358.
- [10] A. Teke, H. Başak Yıldırım, Ö. Çelik, Evaluation and performance comparison of different models for the estimation of solar radiation, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 50 (2015) 1097–1107.
- [11] F. Antonanzas-Torres, R. Urraca, J. Polo, O. Perpiñán-Lamigueiro, R. Escobara, Clear sky solar irradiance models: a review of seventy models, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 107 (2019) 374–387.
- [12] ASHRAE Handbook: HVAC Applications. Chapter 32, ASHRAE, Atlanta (GA), 1999.
- [13] G.S. Campbell, J.M. Norman, An Introduction to Environmental Biophysics, second ed., Springer, New York, 1998.
- [14] H.C. Hottel, A simple model for estimating the transmittance of direct solar radiation through clear atmosphere, *Sol. Energy* 18 (1976) 129–134.
- [15] B.Y.H. Liu, R.C. Jordan, The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation, *Sol. Energy* 4 (3) (1960) 1–19.
- [16] E.G. Laue, The measurement of solar spectral irradiance at different terrestrial elevations, *Sol. Energy* 13 (1970) 43–50. IN1-IN4,51-57.], [A.B. Meinel, M.P. Meinel, Applied solar energy: an introduction. Addison-Wesley Pub. Co. 1976.
- [17] A.B. Meinel, M.P. Meinel, Applied Solar Energy: an Introduction, Addison-Wesley Pub. Co., 1976.
- [18] C. Perrin de Brichambaut, Estimation des ressources énergétiques solaires en France, Edition Européennes Thermique et Industrie, Paris, 1975.
- [19] J. Nou, R. Chauvin, S. Thil, J. Eynard, S. Griefu, Clear-sky irradiance model for real-time sky imager application, *Energy Procedia* 69 (2015) 1999–2008.
- [20] A. Maafi, S. Harrouni, Preliminary results of the fractal classification of daily solar irradiances, *Solar, Energy* 75 (2003) 53–61.
- [21] V. Bone, J. Pidgeon, M. Kearney, A. Veeraragavan, Intra-hour direct normal irradiance forecasting through adaptive clear-skymodelling and cloud tracking, *Sol. Energy* 159 (2018) 852–867.
- [22] P. Neichen, A broadband simplified version of the solis clear sky model, *Sol. Energy* 82 (2008) 758–762.
- [23] S. Quesada-Ruiz, Y. Chu, J. Tovar-Pescador, H. Pedro, C. Coimbra, Cloudtracking methodology for intra-hour DNI forecasting, *Sol. Energy* 102 (2014) 267–275.
- [24] R. Kostic, J. Mikulovic, The empirical models for estimating solar insolation in Serbia by using meteorological data on cloudiness, *Renew. Energy* 114 (2017) 1281–1293.
- [25] J. Petrzala, L. Komar, M. Kocifaj, An advanced clear-sky model for more accurate irradiance andilluminance predictions for arbitrarily oriented inclined surfaces, *Renew. Energy* 106 (2017) 212–221.
- [26] X. Zhong, J. Kleissl, Clear sky irradiances using REST2 and MODIS, *Sol. Energy* 116 (2015) 144–164.
- [27] Y. Dazhi, P. Jirutitjaroen, W.M. Walsh, The Estimation of clear sky global horizontal irradiance at the Equator, *Energy Procedia* 25 (2012) 141–148.
- [28] A. Ianetz, A. Kudish, A method for determining the solar global and defining the diffuse and beam irradiation on a clear day, in: V. Badescu (Ed.), Modeling Solar Radiation at the Earth's Surface, Springer, Verlag–Berlin, 2008.
- [29] C.L. Fu, H.Y. Cheng, Predicting solar irradiance with all-sky image features via regression, *Sol. Energy* 97 (2013) 537–550.
- [30] A. Alzahrani, J.W. Kimball, C. Dagli, Predicting solar irradiance using time series neural networks, *Procedia Computer Science* 36 (2014) 623–628.
- [31] F.V. Gutierrez-Corea, M.A. Manso-Callejo, M.P. Moreno-Regidor, M.T. Manrique-Sancho, Forecasting short-term solar irradiance based on artificial neural networks and data from neighboring meteorological stations, *Sol. Energy* 134 (2016) 119–131.
- [32] Y. Hirata, K. Aihara, Improving time series prediction of solar irradiance after sunrise: comparison among three methods for time series prediction, *Sol. Energy* 149 (2017) 294–301.
- [33] D.H. Li, J.C. Lam, Predicting solar irradiance on inclined surfaces using sky radianc data, *Energy Convers. Manag.* 45 (11–12) (2004) 1771–1783.
- [34] A. Mellit, H. Eleuch, M. Benganem, C. Elaoun, A.M. Pavan, An adaptive model for predicting of global, direct and diffuse hourly solar irradiance, *Energy Convers. Manag.* 51 (4) (2010) 771–782.
- [35] PVGIS. Joint Research Centre (JRC), Available on line at 2019, http://re.jrc.ec.europa.eu/pvg_tools/en/tools.html#PVP.
- [36] NREL. National renewable energy laboratory, Available on line at 2019, https://rredc.nrel.gov/solar/old_data/nsrdb/.
- [37] SOLCAST, Available on line at 2019, <https://solcast.com/>.
- [38] Meteonorm, Available on line at 2019, <https://meteonorm.com/>.
- [39] J. Fourier, A. Freeman, The Analytical Theory of Heat, Dover Publications, New York, 2003.
- [40] A. Ralston, P. Rabinowitz, A First Course in Numerical Analysis, second ed., Dover Publications, New York, 2003.
- [41] J.W. Spencer, Fourier series representation of the position of the sun, *Search* 2 (5) (1971) 172.
- [42] E. Kaplani, S. Kaplanis, S. Mondal, A spatiotemporal universal model for the prediction of the global solar radiation based on Fourier series and the site altitude, *Renew. Energy* 126 (2018) 933–942.
- [43] BSRN. Baseline surface radiation network, Available on line at 2019, <https://bsrn.awi.de/>.
- [44] GEBA. Global energy balance archive, Available on line at 2019, <https://geba.ethz.ch/>.
- [45] WRDC. World radiation data Centre, Available on line at 2019, <http://wrdc.mgo.rssi.ru/>.
- [46] R. Walraven, Calculating the position of the sun, *Sol. Energy* 20 (1978) 393–397.
- [47] J.A. Duffie, W.A. Beckman, Solar Engineering of Thermal Processes, fourth ed., John Wiley & Sons, New York, 2013.
- [48] T.P. Chang, The Sun's apparent position and the optimal tilt angle of a solar collector in the northern hemisphere, *Sol. Energy* 83 (2009) 1274–1284.
- [49] C. Stanciu, D. Stanciu, Optimum tilt angle for flat plate collectors all over the World - a declination dependence formula and comparisons of three solar radiation models, *Energy Convers. Manag.* 81 (2014) 133–143.
- [50] N.D. Kaushika, R.K. Tomar, S.C. Kaushik, Artificial neural network model based on interrelationship of direct, diffuse and global solar radiations, *Sol. Energy* 103 (2014) 327–342.
- [51] R.J. Stone, Improved statistical procedure for the evaluation of solar radiation estimation models, *Sol. Energy* 51 (1993) 289–291.
- [52] Y. El Mghouchi, T. Ajzoul, A. El Bouardi, Prediction of daily solar radiation intensity by day of the year in twenty-four cities of Morocco, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 53 (2016) 823–831.
- [53] Y. El Mghouchi, T. Ajzoul, D. Taoukil, A. ElBouardi, The most suitable prediction model of the solar intensity, on horizontal plane, at various weather conditions in a specified location in Morocco, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 54 (2016) 84–98.



Design and construction of a solar tracking system for small-scale linear Fresnel reflector with three movements

A. Barbón^a, J.A. Fernández-Rubiera^a, L. Martínez-Valledor^c, A. Pérez-Fernández^c, L. Bayón^{b,*}

^a Department of Electrical Engineering, University of Oviedo, Spain

^b Department of Mathematics, University of Oviedo, Spain

^c Polytechnic School of Engineering of Gijón, University of Oviedo, Spain

ARTICLE INFO

Keywords:

Small-scale linear Fresnel reflector
Solar tracking system
Raspberry pi

ABSTRACT

A new open-loop solar tracking system for a small-scale linear Fresnel reflector with three movements has been designed, fabricated, and simulated. The control system of the solar tracker is governed by a Raspberry Pi together with other auxiliary devices which include a Global Positioning System. The electronic control system consists of a master controller (Raspberry pi 3), 4 slave microcontrollers (Arduino), Global Positioning System module, thermocouples, laser sensors, transversal positioning sensors, and longitudinal positioning sensors. It also allows the communication between these microcontrollers based on long range wireless solutions (XBee). All the electronic circuits have been designed and constructed. The solar tracking system uses offline data. The software has been designed and developed to track the sun path using astronomical equations. In this way, the solar tracking system is able to position itself automatically using the solar position algorithm and the Global Positioning System with an accuracy of $\pm 0.006^\circ$. The solar tracking system can be deployed automatically at any location on the Earth. The total cost of the implemented solar tracking system has been calculated. The system performance, in terms of the tracking error, annual energy, energy-to-area ratio and levelized cost of energy has been evaluated. Tracking errors smaller than 0.06° are acceptable (they cause power losses smaller than 1%), whereas errors larger than 0.36° start being noticeable (power losses greater than 3%). The proposed new tracking system gives 16.64% more energy, a 78.46% higher energy-to-area ratio, and a 4.62% less levelized cost of energy that the classic tracking system with one movement used in large-scale linear Fresnel reflectors.

1. Introduction

The solar energy is one of the most important renewable energies because of its abundance (the Sun is the main source of Earth's energy) and its sustainability. As an important candidate for solar thermal utilization, the Linear Fresnel Reflector (LFR) employs a large field of rows of mirrors which are used to concentrate the sunlight on the focal line of an absorber tube with a much smaller area. The absorber tube that runs longitudinally above the mirror rows is located at the common focal line of the mirrors. The absorber tube is specially coated to increase its capability to absorb the incident sunlight and it is encased in a cavity receiver to reduce the convective heat losses. The concentrated solar energy is transferred through the absorber tube to some thermal fluid capable of maintaining itself in liquid state at high temperatures.

Linear Fresnel Reflector (LFR) technology can be used in various applications. Large-scale linear Fresnel reflectors are used in electricity generation [1,2] and in industrial processes [3,4], whereas small-scale linear Fresnel reflectors (SSLFRs) are used in the building sector [5,6].

Considering a linear Fresnel reflector aligned in a North–South orientation, the angle of incidence of solar irradiance on the absorber tube will be calculated in two projection planes [7]: the transversal incidence angle and the longitudinal incidence angle.

In the transversal plane, the secondary reflector redirects Sun beams towards the absorber tube. Different secondary reflector shapes have been proposed throughout the last years: compound parabolic design [8], involute design [9], parabolic design [9], butterfly design [10, 11], trapezoidal design [12], triangular design [13] and other complex geometries. In the longitudinal plane, not all the Sun's rays reflected

* Corresponding author.

E-mail address: bayon@uniovi.es (L. Bayón).

by the mirrors fall on the absorber tube. There is a part of the absorber tube which is not illuminated by Sun's rays, called the inactive part of the tube. This fact produces losses known as end loss [14]. On the other hand, there are Sun's rays reflected by the mirrors that do not fall on the absorber tube. These rays are known as reflected light loss [14]. The end loss efficiency can be calculated with the following equation [15]:

$$\eta_{end-loss} = \frac{L_a - L_{end-loss}}{L_a} \cdot 100 \quad (1)$$

where L_a is the length of the absorber tube and $L_{end-loss}$ is the part of the absorber tube that is not illuminated. The end losses of the absorber tube depend on: the latitude of the site, the moment when it is evaluated and the geometry of the mirrors' field [16].

In large-scale linear Fresnel reflectors, the rows of mirrors and the absorber tube form an angle of 0 (°) with the horizontal plane. In addition, due to their size, both the rows of mirrors and the absorber tube are not provided with a longitudinal movement. In this case, the rows of mirrors can be rotated on the North–South axis, so as to follow the Sun's daily movement (transversal movement). In this reflector, due to the size of the absorber tube and the height of the receiver, the end loss efficiency is approximately 97%, in Almeria (Spain) [14], and the reflected light loss is not usually considered in the mathematical expression normally used to determine the power absorbed by the absorber tube [17,15,18].

In *SSLFRs* due to the small size of the rows of mirrors and the absorber tube, in several references it is reviewed the possibility of moving these parts. Authors such as [19,20,14,21,22] describe various types of simultaneous movements. Dai et al. [19] propose a design North–South oriented with three movements: the transversal movement, the East–West translation of the entire reflector field according to the relative position of the Sun and the rotation of a secondary reflector located in the receiver. The movements proposed by [20,14] with a North–South oriented design, are: the transversal movement, the East–West axis rotation of the mirrors row and the East–West axis rotation of the absorber tube. Other prototypes present an East–West oriented design: [21] and [22]. In [21], it is presented a design that includes a reflective surface that forms a parabola and a receiver which can move along the axial axis. In [22], it is proposed a design rotated around the horizontal North–South axis, which has the possibility to adjust the tilt of the entire collector with the solar height.

In *SSLFR* without longitudinal movement, the longitudinal position and the length of the absorber tube are two critical parameters for its design [14]. The use of non-optimal values leads to decreases of up to 80% in the energy production [14]. The most favorable values of the longitudinal position and of the length of the absorber tube depend on the latitude of the site. As the economic aspect is very important to the trade of the *SSLFR*, the *SSLFR* manufacturing process could be improved if its design was independent of the latitude of the site. This goal would be achieved, providing longitudinal movement to the rows of mirrors and to the absorber tube.

The $\eta_{end-loss}$ in *SSLFR* increases as the height of the receiver decreases [14]. The most common height value of the receiver in an *SSLFR* is 1.5 (m) [23,22]. In *SSLFR* configuration with the rows of mirrors and the absorber tube parallel to the horizontal plane, the end loss efficiency is approximately 70%, for a height of the receiver of 1.5 (m) in Almeria (Spain) [14]. The design of *SSLFRs* with longitudinal movement of the rows of mirrors and the absorber tube would minimize the end loss and the reflected light loss [24].

In building sector the available area is a critical parameter. Therefore, the energy-to-area ratio (*EAR*) parameter has to be considered. The *EAR* represents the relationship between total annual energy absorbed by the absorber tube and the area required for the *SSLFR* installation. In [24] it is shown that in the *SSLFR* configurations with longitudinal movements the area required for *SSLFR* installation is significantly reduced.

There are several possible configurations of longitudinal movements. The movement of rows of mirrors may occur continuously throughout the day or just at one single time in a day. In the first group of configurations, the design ensures that for any time of the day the rays reflected by the mirrors in the longitudinal direction are always vertical to the absorber tube. In the second group of configurations, the longitudinal inclination is equal to the latitude of the place, corrected by means of the declination. In addition, the secondary reflector may have the same longitudinal movement as the rows of mirrors. In other configurations, the secondary reflector system forms a certain angle with the horizontal plane and it is not provided with longitudinal movement. The proposed new solar tracking can implement all of these configurations.

Once the advantages of an *SSLFR* with longitudinal movement of the rows of mirrors and the absorber tube have been discussed, we are going to present in this paper the design and the construction of a solar tracking system for a small-scale linear Fresnel reflector with three movements: one transversal movement, and two longitudinal movements.

The heat losses of the secondary reflector system of an *SSLFR*, depend on its longitudinal movement. Even though the heat losses increase with the increase in the longitudinal angle [25], it has been demonstrated that the longitudinal inclination of the secondary reflector system has positive effects on the efficiency of an *SSLFR* [25]. The application of a phase change material in the glazing structure can improve its thermal performance by enhancing its capacity of storing thermal energy [26,27]. On the other hand, the introduction of a corrugated insert into the absorber tube can effectively enhance the heat transfer performance [28].

The use of another technologies can also enhance the performance of an *SSLFR*. In the paper [29] the advantages of the use of nanotechnology in renewable energies are shown. In relation to solar energy, Hussein [30] shows the application of nanotechnology in various solar collectors. The performance of a direct absorption solar collector can be improved by using nanofluid technology [31]. Another example is the use of a multiwalled carbon nanotube and water nanofluid in a flat plate solar collector for the energy optimization [32].

Broadly speaking, the solar tracking strategies can generally be: open-loop control (*OLC*) [33,34], closed-loop control (*CLC*) [33,34], and hybrid control [35]. In an *OLC*, the Sun tracking system is based on a pre-programmed code according to the calculated Sun's position from formulas or algorithms using its geographic coordinates (latitude, altitude), solar time and day of the year, without using feedback signals. In a *CLC*, the Sun tracking system uses optical sensors to detect the Sun's real-time position using feedback signals. In an hybrid control mode, the solar tracking system can automatically switch between open-loop or closed-loop solar tracking strategy depending on the local weather conditions.

The *OLC* is characterized by the following advantages and disadvantages: (i) it has high reliability, (ii) it has a low tracking accuracy, it does not detect any disturbances generated in either computing or mechanical processes [36], (iii) it does not need sensors to detect sunlight, (iv) it is simple, (v) it has a low cost approach compared to the *CLC* [37], (vi) the system may not compensate its external disturbances (misalignment during setup and operation) in the system [38], (vii) it has a low capability to correct errors.

The *CLC* is characterized by the following advantages and disadvantages: (i) it is affected by the local weather conditions, therefore it has a low reliability, (ii) it is very accurate [34,39,40], (iii) it is complex.

To the best of our knowledge, there is not any design similar to this one we propose among all the previous writings about this issue. The solar tracking system can be used in a small-scale linear Fresnel reflector with one single movement. The solar tracking system has been designed and constructed. The simulated results are presented to evaluate the contrast between its performance in terms of power

absorbed by the absorber tube with and without tracking error. The proposed solar tracking system is a low cost tracker. The solar tracking system uses offline data and it is able to position itself automatically based on a Sun path algorithm and the *GPS* data, with an accuracy of $\pm 0.006^\circ$. A cloudy sky has no impact on the system operation.

The system performance has been evaluated in terms of the tracking error, annual energy, energy-to-area ratio and levelized cost of energy. Moreover, we shall see that the proposed new tracking system gives more energy (16.64%), a higher energy-to-area ratio (78.46%) and a 4.62% less levelized cost of energy than the classic tracking system with one movement used in large-scale *LFRs*.

The paper is organized as follows. The components, parameters, and relationships of an *SSLFR* are described in Section 2. The design and implementation of the proposed solar tracking system is presented in Section 3. Solar tracking system algorithms are described in Section 4. Section 5 presents the results of the study of the tracking error, energy, energy-to-area ratio, and levelized cost of energy. Finally, Section 6 summarizes its main contributions and conclusions.

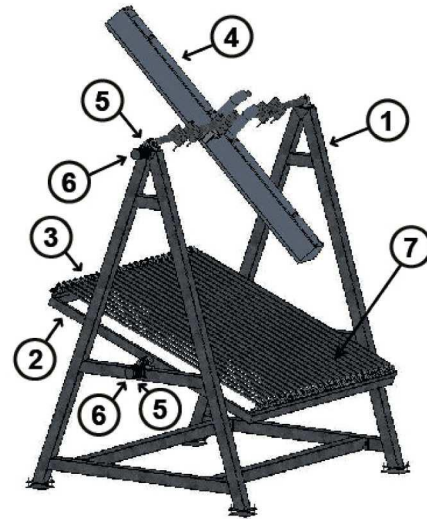


Fig. 1. SSLFR parts.



Fig. 2. Prototype.

Nomenclature

D	Diameter of the absorber tube (m)
d	Separation between two consecutive mirrors (m)
f	Height of the receiver (m)
L_a	Length of the single absorber tube (m)
L_i	Position of i th mirror ($0 \leq i \leq n$) (m)
L_i^l	L_i of the left side (m)
L_i^r	L_i of the right side (m)
L_M	Length of the mirrors (m)
n	Number of mirrors at each side of the central mirror
n_d	Day number
W_M	Width of the mirrors (m)
α_i	Angle between the vertical at the focal point and the line connecting the center point of each mirror to the focal point ($^\circ$)
α_S	Height angle of the Sun ($^\circ$)
β_a	Angle between the absorber tube and the horizontal plane ($^\circ$)
β_i	Tilt of i th mirror ($^\circ$)
β_0	Tilt of central mirror ($^\circ$)
β_i^l	β_i of the left side ($^\circ$)
β_i^r	β_i of the right side ($^\circ$)
β_M	Angle between the mirror axis and the horizontal plane ($^\circ$)
δ	Declination of the Sun ($^\circ$)
γ_S	Azimuth of the Sun ($^\circ$)
θ_l	Longitudinal incidence angle ($^\circ$)
θ_t	Transversal incidence angle ($^\circ$)
θ_z	Zenith angle of the Sun ($^\circ$)
λ	Latitude angle ($^\circ$)
Γ	Daily angle (rad)
ω	Hour angle ($^\circ$)
ω_S	Angle of sunset ($^\circ$)
$-\omega_S$	Angle of sunrise ($^\circ$)

2. Considerations on the movements of an SSLFR

2.1. SSLFR components

The experimental prototype [41] used in this study consists of six main blocks: fixed structure (*FS*) (1), mobile structure (*MS*) (2), primary reflector system (*PRS*) (3), secondary reflector system (*SRS*) (4), transmission systems (*TR*) (5), and tracking systems (*TS*) (6). Fig. 1 shows these components, and Fig. 2 shows a photograph of the prototype.

The fixed structure lies on a foundation made for this purpose. The mobile structure and the secondary reflector system are supported by

the fixed structure. The primary reflector system has been mounted on the mobile structure. The primary reflector system is made of parallel rows of stretched mirrors (7) mounted on specially designed frames. The secondary reflector system is composed of: absorber tube, receiver cavity, insulation, and glass covering. The secondary reflector system is located at an appropriate height above the primary reflector system.

This prototype we consider, makes use of a three axis tracking system. The mobile structure can be rotated on the east–west axis. The mirrors of the primary reflector system can be rotated on the north–south axis so as to follow the Sun's daily movement. Finally, the secondary reflector system can also be rotated on the east–west axis.

2.2. Sun path

As the Earth has two orbits, the Sun path is characterized by two angles. These angles are named the solar altitude angle (α_S) and the azimuth angle (γ_S) [42].

The angular solar position vs. solar time (T_S) can be calculated using a solar apparent motion trajectory model [42] as it is shown in formula (2)–(6) (Γ is the daily angle in (rad); δ is the declination of the Sun in

(°); n_d is the day number starting from the 1st of January; ω is the hour angle in (°); λ is the geographical latitude of the site in (°); α_S is the solar altitude angle in (°); γ_S is the solar azimuth angle in (°);

$$\Gamma = (n_d - 1) \frac{2\pi}{365} \quad (2)$$

$$\delta = (0.006918 - 0.399912 \cos \Gamma + 0.070257 \sin \Gamma - 0.006758 \cos 2\Gamma + 0.000907 \sin 2\Gamma - 0.002697 \cos 3\Gamma + 0.001480 \sin 3\Gamma) \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \quad (3)$$

$$\omega = 15 \cdot (T_S - 12) \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \quad (4)$$

$$\alpha_S = \arcsin[\sin \delta \sin \lambda + \cos \delta \cos \lambda \cos \omega] \quad (5)$$

$$\gamma_S = \text{sign}(\omega) \cdot \arccos \left[\frac{\sin \alpha_S \sin \lambda - \sin \delta}{\cos \alpha_S \cos \lambda} \right] \quad (6)$$

The zenith angle of the Sun (θ_z) is also commonly used. It is the complementary angle to the solar altitude angle of the Sun ($\theta_z = 90^\circ - \alpha_S$). When the altitude $\alpha_S = 0$, the Sun is said to rise (sunrise) or to set (sunset). From Eq. (5):

$$\cos(\omega) = -\frac{\sin \delta \sin \lambda}{\cos \delta \cos \lambda} = -\tan \delta \tan \lambda \quad (7)$$

and hence the angle of sunrise ($-\omega_s$) and of sunset (ω_s) can be calculated with:

$$\omega_s = \arccos[-\tan \delta \tan \lambda] \quad (8)$$

2.3. Transversal and longitudinal incidence angles

In order to obtain the transversal incidence angle (θ_t) and the longitudinal incidence angle (θ_l), the angle of incidence of solar irradiance is separated into two projection planes [17]. The transversal incidence angle (θ_t) is defined as the angle between the vertical and the projection of the Sun vector on the East–West plane (the plane orthogonal to the absorber tube) and the longitudinal incidence angle (θ_l) is defined as the angle between the vertical and the projection of the Sun vector on the North–South plane. These definitions are valid when the *SSLFR* is horizontally aligned and the absorber tube is aligned in the North–South orientation.

The transversal incidence angle and the longitudinal incidence angle have been determined according to equations [14]:

$$\theta_t = \arctan \left(\frac{\sin \gamma_S}{\tan \alpha_S} \right) \quad (9)$$

$$\theta_l = \arctan \left(\frac{\cos \gamma_S}{\tan \alpha_S} \right) \quad (10)$$

These angles are required to calculate the movements of the *SSLFR*.

2.4. *SSLFR* movements

Only the direct irradiation is concentrated in an *SSLFR* so it is very important to have an adequate solar tracking system. This tracking system can be classified under three categories [20]: one-axis (only transversal movement, this is the case of the movement of the mirrors), two-axis (a transversal movement and a longitudinal movement, in this case both mobile structure and secondary reflector system move) and three-axis (a transversal movement and two longitudinal movements).

2.4.1. Movement of the mirrors

As shown in [20], the movement of each mirror can be characterized by the tilt (β_i). The β_i depends on the mirror width (W_M), the distance between two mirrors (d), the number of mirrors on each side of the central mirror (n), the receiver height (f), the diameter of the absorber tube (D), and the transversal incidence angle (θ_t). Fig. 3 shows the simplified schematic front view of a generic *SSLFR*.

The tilt of each mirror has been adjusted so that the incident ray (which arrives at an angle θ_t) reaches the focal point after a single reflection. The focal plane is located at a distance f from the reflecting

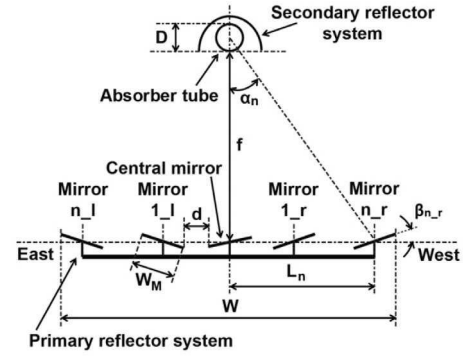


Fig. 3. Movement of the mirrors.

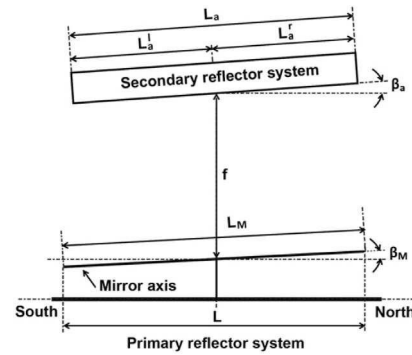


Fig. 4. Movement of the MS and SRS.

element placed in the center of the *SSLFR*. The pivot point of each mirror coincides with the central point of the mirror; therefore, it is always focused on the central point of the receiver.

In order to calculate β_i , we distinguish between: the central mirror ($i = 0$), the mirrors to the left ($1 \leq i \leq n$) and those to the right ($1 \leq i \leq n$). The total number of mirrors of the *SSLFR* is $2n + 1$. The tilt, β_i^r , on the right side is given by:

$$\beta_i^r = \frac{-\theta_t + \alpha_i}{2}; 1 \leq i \leq n \quad (11)$$

and the tilt, β_i^l , on the left side is given by:

$$\beta_i^l = \frac{-\theta_t - \alpha_i}{2}; 1 \leq i \leq n \quad (12)$$

Just for convenience, we consider $\beta_i^l, \beta_i^r > 0$ if they are measured counter-clockwise above the horizontal axis. For central mirror, given by:

$$\beta_0 = \frac{\theta_t}{2} \quad (13)$$

The angle α_i can be calculated as:

$$\alpha_i = \arctan \left[\frac{L_i}{f + D/2} \right]; 1 \leq i \leq n \quad (14)$$

Assuming that the *SSLFR* performs symmetrically throughout the day, the spacing between the reflecting elements on the right side is the same as that on the left side of the *SSLFR*:

$$L_i^r = L_i^l = L_i = i \cdot (W_M + d); 1 \leq i \leq n \quad (15)$$

The movement of the central mirror is the only one you have to control, the rest of the mirrors have a different starting position from the central mirror, but they all move with the same angular speed.

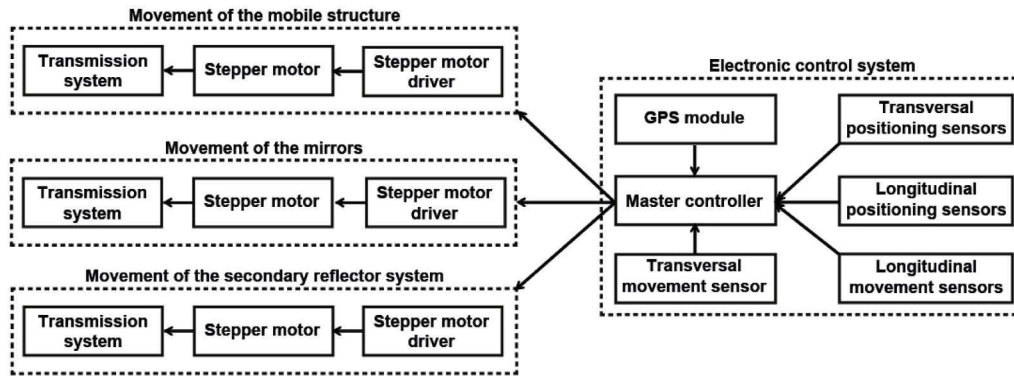


Fig. 5. Solar tracker design block diagram.

2.4.2. Movement of the mobile structure and the secondary reflector system

As shown in [20], the movement of the mobile structure and the movement of the secondary reflector system can be respectively characterized by the tilt (β_M) and the tilt (β_a). The β_M is the angle between the mirror axis and the horizontal plane. The β_a is the angle between the absorber tube and the horizontal plane. Fig. 4 shows the simplified schematic side view of a generic SSLRF.

An SSLRF can have multiple configurations [14]. The configuration in which it is fulfilled:

$$\beta_M = \beta_a = \frac{\theta_z}{2} \quad (16)$$

offers the best results [14].

This study is based on this configuration, although the other configurations can also be easily implemented.

3. Elements of the solar tracking control

The proposed solar tracking system shown in Fig. 5 consists of transmission systems, stepper motors and drivers and an electronic control system. The transmission systems of the mobile structure and the secondary reflector system are similar. The transmission system of the mirrors is different. This transmission system consists of a certain number of movement units. These movement units are defined below. The electrical hardware consists of three stepper motor and drivers. The electronic control system consists of master controller (Raspberry pi 3), slave microcontrollers (Arduino), GPS module, thermocouples, laser sensors, transversal positioning sensors, and longitudinal positioning sensors.

3.1. Mirrors movement transmission system

In Fig. 6, the mirrors (1) of the primary reflector system can be rotated on the north–south axis, so as to follow the Sun's daily movement. For this purpose, we used a rack (2) and a pinion mechanism (3). The movement requires $2 \cdot n + 1$ movement units (where n is the number of mirrors at each side of the central mirror), and a rack gear.

Each movement unit has been designed with SolidWork [43] and made as shown in Fig. 7. It includes: two bearings, two bearing supports, two shafts, a pinion gear, a mirror, a frame and a main shaft [44]. The selected elements are as follows. A standard bearing type FAG6301ZZ. A standard pinion gear with 24 teeth, module 2 (mm) and 35 (mm) thick.

A bearing support that consists of a 82.5 (mm) diameter stainless steel tube with a 20 (mm) thick wall, and a $78 \times 28 \times 5$ (mm) stainless steel plate. A shaft consists of a 25 (mm) diameter carbon steel rod 150 (mm) long. The mirror's thickness is 5 (mm). The mirror is pasted onto the frame using an industrial adhesive. The frame is a 0.8 (mm) thick galvanized steel sheet. The main shaft is a $3/8\epsilon$ diameter galvanized steel rod that is assembled to the support by stainless steel rivets. A standard rack gear with module 2 (mm) and 20 (mm) thick.

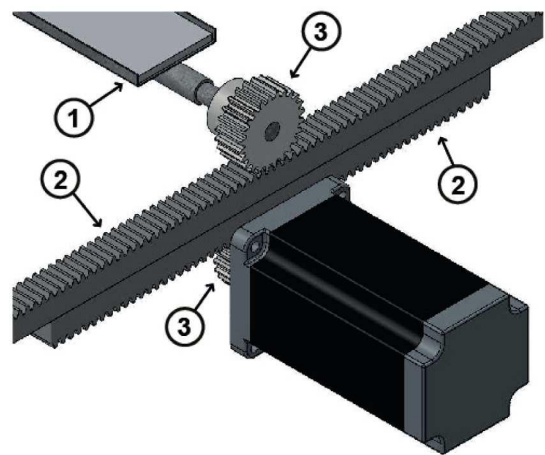


Fig. 6. Overall design of the mirrors movement transmission system.

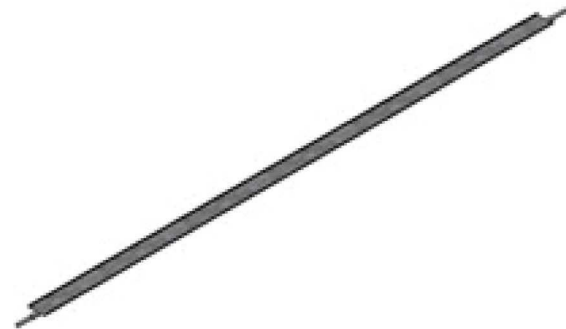


Fig. 7. Overall design of movement unit.

3.2. Mobile structure movement transmission systems

The mobile structure (MS) (1) can be rotated on the east–west axis (See Fig. 8). For this purpose, we used a pinion (2) gear mechanism. This movement requires one movement unit (3).

The movement unit has been designed with SolidWork and includes: two bearings, two bearing supports, two shafts, and two pinion gears [44]. The selected elements are as follows: a standard bearing type FAG6301ZZ, a standard pinion gear with 24 teeth, module 2 (mm) and 35 (mm) thick, a bearing support that consists of a 82.5 (mm) diameter stainless steel tube with a wall 20 (mm) thick, and a $78 \times 28 \times 5$ (mm) stainless steel plate and a shaft that consists of a 25 (mm) diameter carbon steel rod 150 (mm) long.

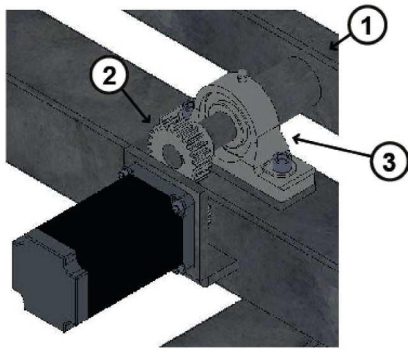


Fig. 8. Overall design of the *MS* movement transmission systems.

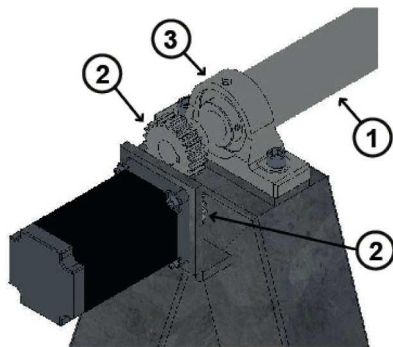


Fig. 9. Overall design of the *SRS* movement transmission system.

Table 1
Sun position for a tracking system algorithms.

Algorithm	Maximum error
International Solar Position Algorithm (<i>SPA</i>) [45]	0.0003°
Michalsky et al. [46]	0.01°
Blanco et al. [47]	0.008°
Grena Algorithm [48]	0.0027°

3.3. Secondary reflector movement transmission systems

The secondary reflector system (*SRS*) can also be rotated on the east–west axis. For this aim, we used a pinion gear mechanism (See Fig. 9). This movement requires one movement unit.

The movement unit has been designed with SolidWorks and it includes: two bearings, two bearing supports, two shafts and two pinion gears [44]. The selected elements are as follows: a standard bearing type *FAG6301ZZ*, a standard pinion gear with 24 teeth, module 2 (mm) and 31 (mm) thick, a bearing support that consists of a 82.5 (mm) diameter stainless steel tube with a wall 20 (mm) thick, and a 78 × 28 × 5 (mm) stainless steel plate and a shaft that consists of a 25 (mm) diameter carbon steel rod 150 (mm) long.

3.4. Stepper motors and drivers

The Sun position for a tracking system can be calculated using different algorithms. Table 1 shows some of these algorithms and its accuracy.

For solar engineering applications the error of the *SPA* is extremely small. For this reason, other authors propose algorithms with greater errors (See Table 2). Taking into account the precision required for this tracking system, it is considered that a stepper motor is the suitable electric motor [49,50]. Therefore, we used stepper motors and its drivers, with a step of 0.006°. The calculations of the necessary torque

Table 2
Cost of the solar tracking system.

Item	Unit cost (€)	Quantity	Cost (€)
Raspberry Pi 3	39.95	1	39.95
Arduino Mini Pro	3.21	4	12.84
XBee module S1	16.95	5	84.75
<i>GPS</i> module	13.95	1	13.95
Laser sensor	23.61	3	70.83
Micro SD Card + Adapter	5.19	1	5.19
Power supply	36	1	36
<i>ULN2083</i> integrated circuit	2	1	2
Thermocouple type <i>K</i> + <i>MAX6675A/D</i>	2.5	2	5
<i>BC639</i> transistor	2.92	1	2.92
Light sensor (<i>VEML7700</i>)	2.95	1	2.95
Limit switch	8.15	5	40.75
4 <i>K7</i> resistor	0.16	10	1.60
7 <i>K5</i> resistor	0.1	4	0.4
10 <i>K</i> resistor	0.1	11	1.1
0.33 μ F capacitor	0.5	1	0.5
0.1 μ F capacitor	0.8	3	2.4
<i>PCB</i> cost	10	5	50
Total			373.13

of the motors has been made with the software SolidWorks [43]. Each driver supplies appropriate control signals and supply voltage to the associated stepper motor.

3.5. Electronic control system

The movements of the *SSLFR* have been controlled by means of an electronic control system. This system consists of several printed circuit board (*PCB*): Master *PCB*, *GPS PCB*, Temperature *PCB*, Position *PCB* and Irradiance *PCB*. The electronic control system was controlled by a master controller (Raspberry pi 3) and supported by 4 slave microcontrollers (Arduino). Figs. 10(a) and Fig. 10(b) show a overall photographs of the electronic control system. Fig. 11 shows a block diagram of the electronic control system for the solar tracking system.

3.5.1. Master *PCB*

The master *PCB* is implemented with: a Raspberry Pi 3, a Xbee module and two *ULN2083A* integrated circuits. Fig. 12(a) shows a photograph of the Master *PCB*. The Raspberry Pi 3 is used as master controller in the tracking system. This controller has been already used by other authors in similar works [51,52], due to its low cost, compact size, compatibility and easy interfacing. The Raspberry Pi 3 is a single board computer based on a 900MHz quad-core ARM Cortex-A7 CPU, with 1 GB RAM, 40 GPIO pins, 4 USB ports, Full HDMI port, Ethernet port, and a Micro SD card slot [53]. The Raspberry Pi 3 has been used as master controller to perform system algorithms, arithmetic calculation and database generation of the Sun's path. A wireless system has been developed with the help of *XBee* modules. The *XBee* module is a technology for wireless communication among multiple devices in a Wireless Personal Area Network. *XBee* modules are embedded solutions that provide wireless end-point connectivity to devices. This module is a standard for wireless communication based on the *IEEE802.15.4* protocol. The *XBee* module is equipped with an on-chip antenna provided by Digi-MaxStream [54]. The Xbee module has been used to set communication between the Raspberry Pi 3 and the rest of the *PCBs*. The Xbee of the Master *PCB* communicates with the Raspberry Pi 3 via serial *UART* communication protocol. The information of the *PCBs* was received by the Raspberry Pi 3 via the four wired *I2C* communication protocol. The output voltage of the Raspberry Pi is 3.3 (V), and the input voltage of the stepper motor drivers is 5 (V). Therefore, it is necessary to raise the voltage. In order to raise it, an *ULN2083A* integrated circuit is used. The *ULN2803A* device is a 50 (V), 500 (mA) Darlington transistor array [55]. The system

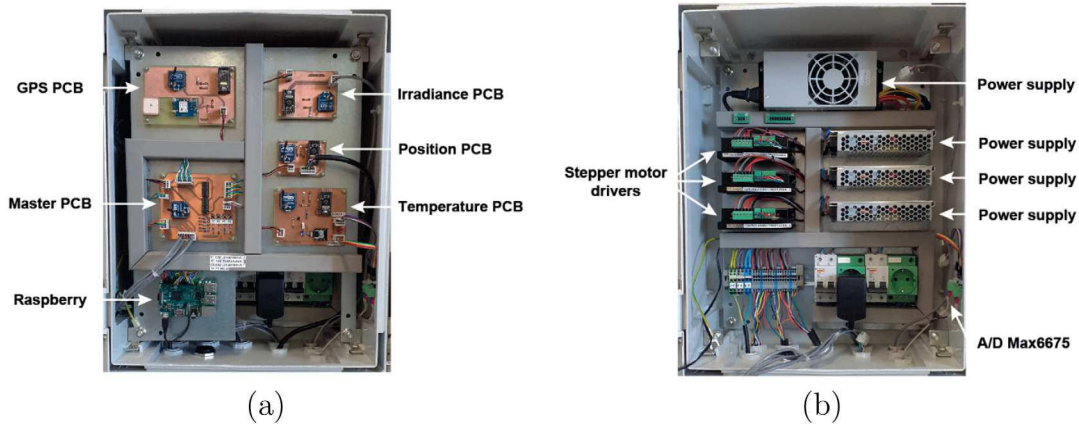


Fig. 10. Overall photographs of the electronic control system.

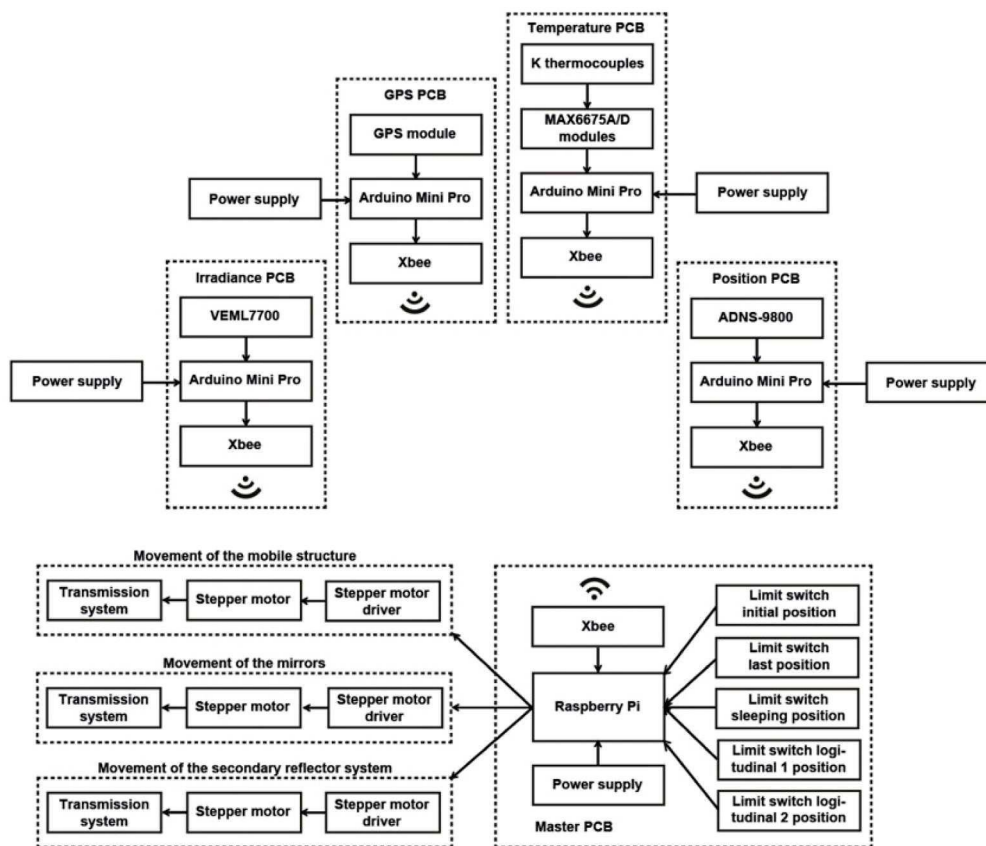


Fig. 11. Block diagram of the electronic control system for the solar tracking system.

uses five limit switches to determine: initial position, last position, sleeping position, longitudinal 1 position and longitudinal 2 position. Its features are: power supply $V_{AC\ max} = 250$ (V), current supply $I_{max} = 15$ (A).

3.5.2. GPS PCB

A GPS module has been used to determine location in a standard longitude and latitude coordination system via multiple orbiting satellites [37]. It also provides information about date and UTC time. The GPS PCB is implemented with: a GPS module, an Arduino Mini Pro, and a Xbee module. Fig. 12(b) shows a photograph of the GPS PCB. The Arduino Mini Pro microcontroller has been used as an interface with GPS module. This takes the data, processes them and sends them to the Xbee module for later transmission to the Raspberry Pi 3.

The Arduino Mini Pro is used because of its low cost, compact size, compatibility and easy interfacing. The Arduino Mini Pro is a small microcontroller board based on the ATmega 328. It has 14 digital input/output pins (6 of which can be used as PWM outputs), 8 analog inputs and a 16 (MHz) crystal oscillator. It can be programmed using the USB Serial adapter or another USB or RS232 to TTL serial adapter [56]. A GY-GPS6MV2 [57] has been chosen as GPS module.

3.5.3. Temperature PCB

The temperature PCB is responsible for reading the input and output temperature values of the absorber tube. It uses two thermocouples to check that the temperature of the absorber tube maintains itself in the stipulated safety range. In our case the maximum temperature value is 150 (°C). In the case this value is exceeded, the mirrors would move

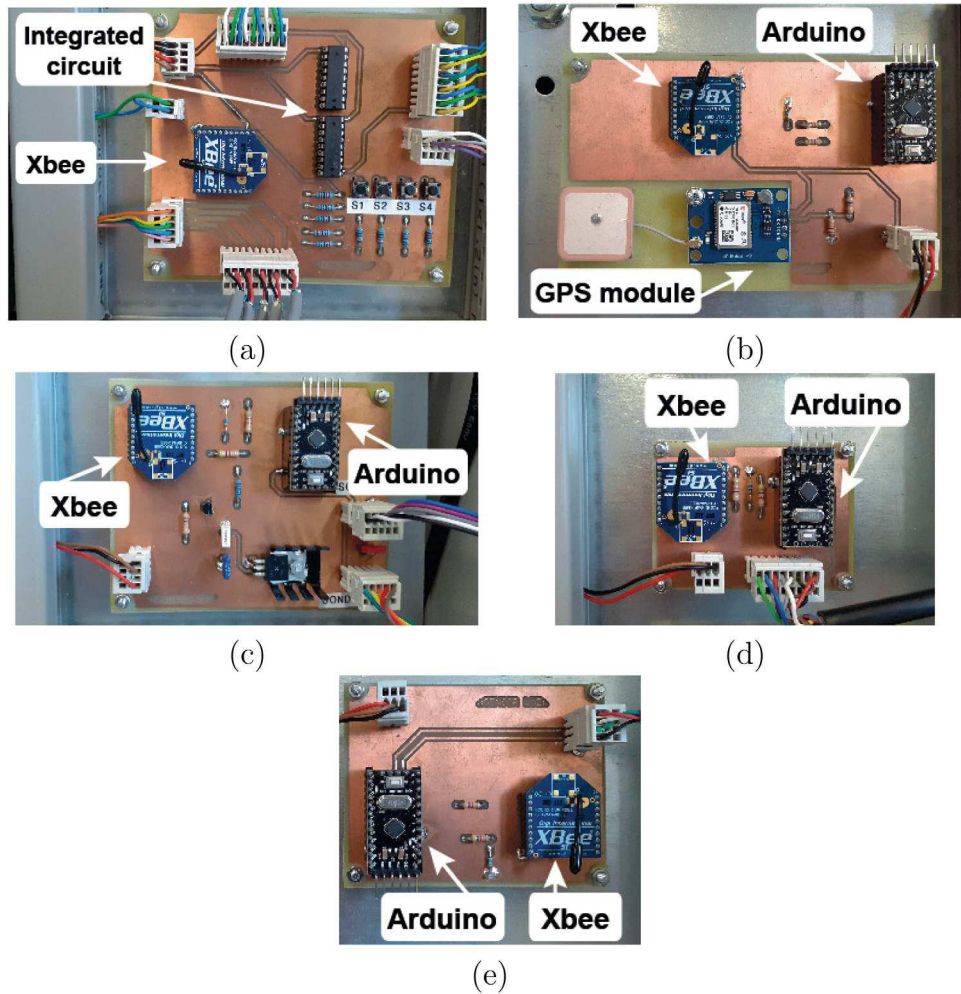


Fig. 12. Photographs of the PCBs.

to the sleeping position. The Temperature *PCB* is implemented with: two thermocouples, two analogues of digital converters, an Arduino Mini Pro and a Xbee module. Fig. 12(c) shows a photograph of the Temperature *PCB*. The Arduino Mini Pro microcontroller has been used to take the data provided by the thermocouples, process them and send them to the Xbee module for later transmission to the Raspberry Pi 3. The thermocouple used is the type-*K* thermocouple [58]. The analogue to digital converter used is the *MAX6675A/D* module [58].

3.5.4. Position *PCB*

The Position *PCB* has been used to assist the Master *PCB* by independently controlling the angular position of mirrors, mobile structure, and the secondary reflector system. The Position *PCB* is implemented with: three laser sensors, three analogues of digital converters, an Arduino Mini Pro and a Xbee module. Fig. 12(d) shows a photograph of the Position *PCB*. The laser sensor used is the *ADNS-9800* [59].

The *ADNS-9800* LaserStream gaming sensor includes a sensor and a *VCSEL* in a single chip-on-board (*COB*) package. The Arduino Mini Pro reads the information from the sensor serial port.

3.5.5. Irradiance *PCB*

The Irradiance *PCB* has been used to assist the Master *PCB* by informing it about the beam solar irradiance. The relationship between illuminance and solar irradiance is 104 (lm/W): its accuracy has been evaluated in [60]. It has been used by other authors [6,61]. The Irradiance *PCB* is implemented with: a light sensor, an Arduino Mini Pro and a Xbee module. Fig. 12(e) shows a photograph of the Irradiance

PCB. The light sensor used is the *VEML7700* [62]. The *VEML7700* is a high accuracy ambient light with a 16-bit resolution and supports an easy to use *I2C* bus communication interface. The ambient light range is 0 to 120,000 (lx) and the ambient light resolution is 0.0036 (lx).

3.6. Cost analysis

The total cost of the implemented solar tracking system is calculated and presented in Table 2. This cost estimation has been conducted according to the local market prices.

4. Solar tracking system algorithm

The solar tracking algorithm has been developed in order to determine the Sun path characteristics such as sunrise, sunset, etc. with high precision for any location year-round.

The mirrors of the primary reflector system can be rotated with one freedom movement (see Fig. 13). This movement in the east-west direction is provided by the stepper motor and its driver. The stepper motor is used to rotate the mirrors of the primary reflector system in both clockwise and counter-clockwise direction with a 360° full rotation. The rotation of the motor goes from -45° to +90° to track the transversal incidence angle. The sunrise matches with $\beta_0 = -45^\circ$. The sunset matches with $\beta_0 = +45^\circ$. The position $\beta_0 = +90^\circ$ is called sleeping position. In this position no dust is deposited on the mirrors.

The mobile structure (*MS*) can be rotated with one freedom movement (see Fig. 14). This movement in the north-south direction is

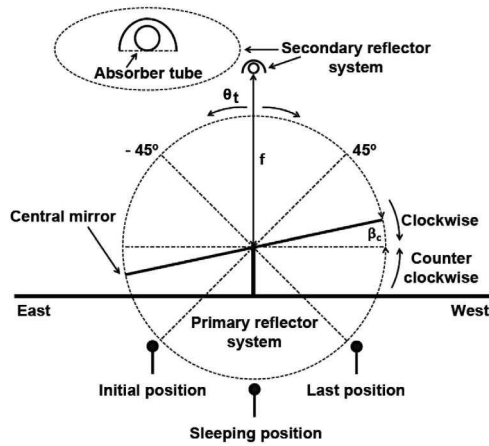


Fig. 13. Movement of the central mirror.

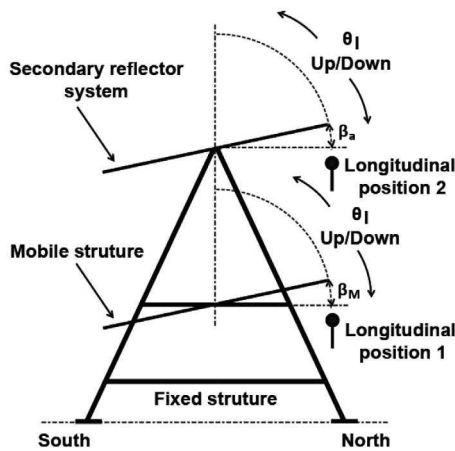


Fig. 14. Movement of the MS and SRS.

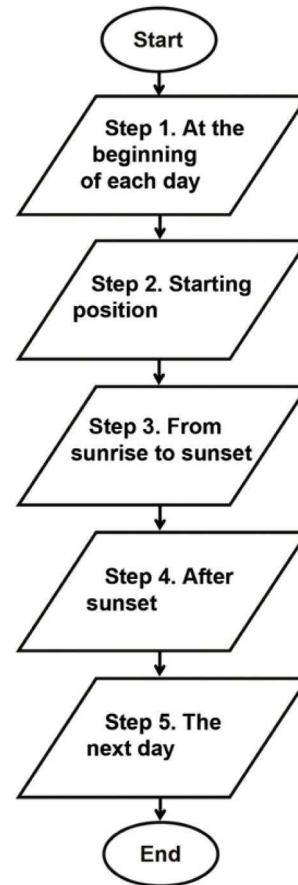


Fig. 15. Algorithm flow chart.

provided by the stepper motor and its driver. The stepper motor is used to tilt the mobile structure up and down for tracking the zenith angle. Its rotation varies from 0° to 90° to track the zenith angle of the Sun.

The secondary reflector system (SRS) can also be rotated with one freedom movement (see Fig. 14). This movement in the north–south direction is provided by the stepper motor and its driver. The stepper motor is used to tilt the secondary reflector system up and down to track the zenith angle. This rotation goes from 0° to 90°.

The calculation has been made following five steps. In the first step the solar angles have been determined using solar time, geographical latitude and other parameters such as daily angle, declination angle, and hour angle. In the second step, the solar angles have been used to determine the transversal and the longitudinal incidence angles. Then, in the next steps, all the SSLFR movements have been determined. Fig. 15 shows the flow chart of the tracking system algorithm.

4.1. Step 1. At the break of dawn

Fig. 16 shows the algorithm flow chart for the Step 1.

(1.1) During the initialization of the system, at the break of dawn, it is necessary to get important information such as date, solar time and precise longitude and latitude for the SSLFR's specific location. This information can be obtained by using a GPS module.

(1.2) The system does some mathematical calculations [20] based on the information obtained from the GPS module, to get the sunrise and sunset time, the Sun's position, the transversal and longitudinal

incidence angles, the tilt of the central mirror, the tilt of the mobile structure and the tilt of the secondary reflector system, for each second of the day. These values are tabulated in a database. The database is set for the daily tracking.

(1.3) The tracking system automatically aligns the mirrors, the mobile structure, and the secondary reflector system using the information from the tabulated database.

The generated database consists of: (i) seconds of the day, (ii) transversal movement steps, (iii) longitudinal one-movement steps, (iv) longitudinal two-movements steps, (v) longitudinal one-movement direction, (vi) longitudinal two-movements direction. The database matrix has 86400 vectors (one for each second of the day) and 6 different variables, with a total of 518.400 values. It takes approximately 8 seconds to generate the database. The mirrors' track speed is 0.006 (°) per second.

4.2. Step 2. Starting position

Fig. 17 shows the algorithm flow chart for the Step 2. Before sunrise, the transversal motion control rotates all the mirror in counter clockwise up from the sleeping position to the initial position (sunrise) (See Fig. 13).

In the starting position it has been considered that: (i) The mirrors are located in the initial position; (ii) The mobile structure is located in the longitudinal position 1 and (iii) The secondary reflector system is located in the longitudinal position 2.

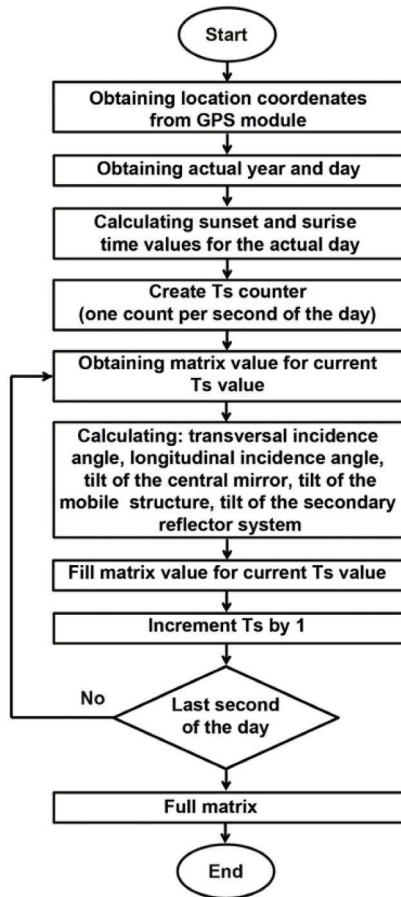


Fig. 16. Step 1 algorithm flow chart.

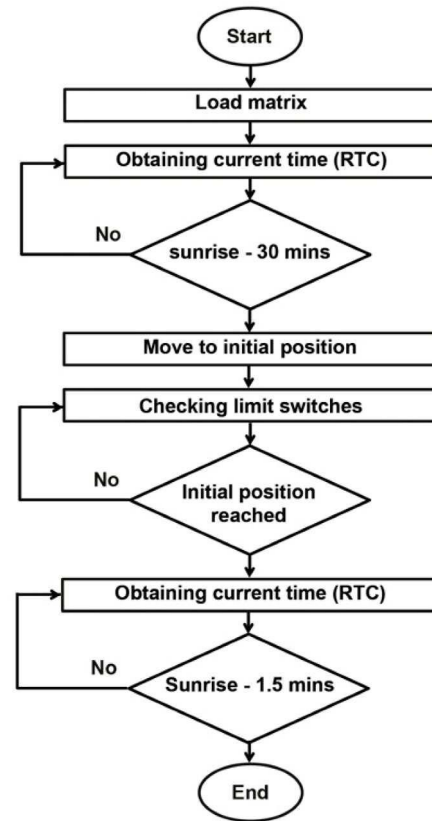


Fig. 17. Step 2 algorithm flow chart.

4.3. Step 3. From sunrise to sunset

Fig. 18 shows the algorithm flow chart for the Step 3. This is the step in which the solar path is followed by the mirrors basing on the information from the tabulated database.

The following events occur at the same time:

(3.1) The transversal motion control rotates the mirrors in clockwise up from the initial position (sunrise) to the last position (sunset) (See Fig. 13).

(3.2) The motor moves the mobile structure up from longitudinal position 1 (sunrise) until noon and brings it back to its original position at sunset (See Fig. 14) in order to control the longitudinal motion of the mobile structure.

(3.3) The motor moves the secondary reflector system up from longitudinal position 2 (sunrise) until noon and brings the secondary reflector system back to its original position at sunset (See Fig. 14). In order to control the longitudinal motion of the secondary reflector system.

All of the referred motions follow the tracking path generated at the beginning of the day with the database.

4.4. Step 4. After sunset

Fig. 19 shows the algorithm flow chart for the Step 4.

(4.1) The transversal motion control rotates the mirrors in clockwise up from last position (sunset) to the sleeping position (See Fig. 13).

(4.2) Then, the electronic system goes into a sleeping mode in order to reduce the power consumption. In addition, the sleeping position avoids any dust particle or other elements being deposited on the mirrors.

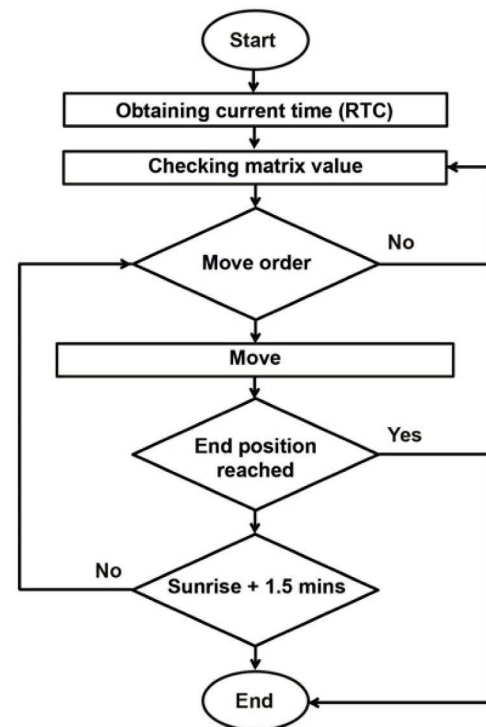


Fig. 18. Step 3 algorithm flow chart.

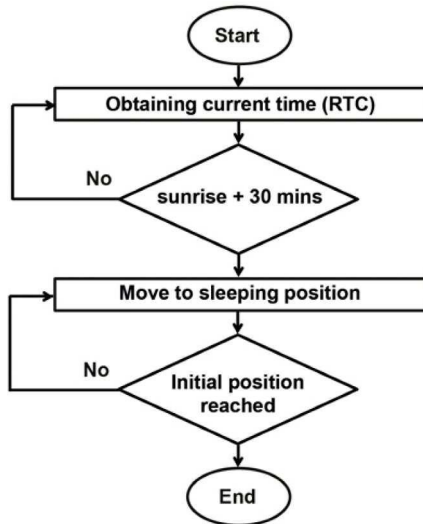


Fig. 19. Step 4 algorithm flow chart.

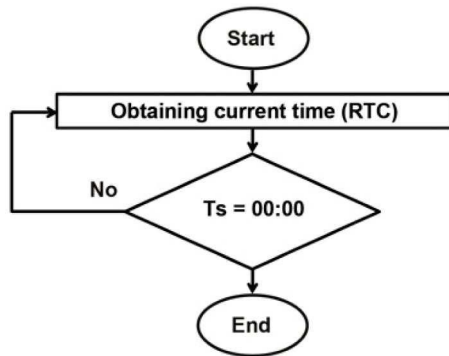


Fig. 20. Step 5 algorithm flow chart.

4.5. Step 5. The next day

Fig. 20 shows the algorithm flow chart for the Step 5. At 0:00 all the process starts again from step 1.

5. Result and discussion

The aims of this section are: (1) to estimate the effects of the tracking error on the power absorbed by the absorber tube, (2) to estimate the effects of the proposed tracking system on the total annual energy absorbed by the absorber tube, (3) to estimate the effects of the proposed tracking system on the energy-to-area ratio and (4) to estimate the effects of the proposed tracking system on the levelized cost of energy. These parameters affect the performance of small scale linear Fresnel reflectors.

In order to carry out this study, a specific software has been developed in *MATLAB* code. All the calculations are based on a sub-hourly distribution of the direct normal irradiance for the specific geographic location. DNI is obtained from a satellite database. We have used *PVGIS* [63] to obtain monthly averages of its value per day. We transform these averages into a continuous distribution of beam solar irradiance by means of Fourier Series, as shown in [64]. We do not need to consider shadowing or blocking because our design has already covered these issues [65].

Table 3
SSLFR parameters constants used in the study.

Parameters	Value	References
n	Number of mirrors at each side of the central mirror	12 [14,23]
W_M	Mirror width	0.06 (m) [14,23,22]
L_M	Mirror length	2.00 (m) [14,23]
d	Separation between two consecutive mirrors	0.024 (m) [14,23]
D	Diameter of the absorber tube	0.0486 (m) [14,23]
f	Height of the receiver	1.50 (m) [14,23,21,22]
L_a	Length of the absorber tube	2.00 (m) [14,23]
ρ	Reflectivity of the mirrors	0.94 [42]
CL_m	Cleanliness factors of the mirror	0.96 [66]
CL_s	Cleanliness factors of the glass covering the secondary absorber	0.96 [66]
τ	Transmissivity of the glass	
	if $\alpha_i \leq 20^\circ$	0.87
	if $20^\circ \leq \alpha_i \leq 30^\circ$	0.85
α_b	Absorptivity of the absorber tube	0.95 [68]

5.1. Case study

We have considered a specific geographic location: Almeria (Spain), with latitude $36^\circ 50' 07''$ N, longitude $02^\circ 24' 08''$ W and altitude 22 (m). We have also considered a specific SSLFR. The SSLFR parameters listed in Table 3 remain constant throughout all the study. Although the study focuses on a specific location and on a certain SSLFR, it can be extended to other locations and other SSLFR parameters.

Numerical simulations have been carried out and compared with the configuration used in large-scale LFRs. In large-scale LFRs the mirrors and the absorber tube form a longitudinal angle of 0° with the horizontal plane ($\beta_M = \beta_a = 0^\circ$). The parameters of the absorber tube, left length of the single absorber tube (L_a^l) and right length of the single absorber tube (L_a^r), are different to the configuration used in large-scale LFRs and the proposed tracking system. For the configuration used in large-scale LFRs, these parameters are: $L_a^l = -0.037$ (m), $L_a^r = -2.037$ (m) [14]. For the proposed tracking system, the parameters of the studied case are [24]: $L_a^l = 1.005$ (m) and $L_a^r = -1.005$ (m). (According to the sign convention that we have adopted: lengths from the center of the mirror to the left are considered positive and those to the right, negative).

5.2. Effects the tracking error on the power absorbed by the absorber tube

The tracking error is usually defined as the standard deviation of the error between the actual and the ideal position of the mirrors. This deviation can be caused by systematic errors like: errors in the calculation of the Sun position, geo-positioning error, transmission system error, errors in the orientation of the SSLFR, etc. The SSLFR is considered to be perfectly aligned in a North–South orientation.

In order to simplify the exposition, we shall only consider a solar tracking error $\epsilon > 0$ (in radians) such that:

$$\beta_i^e = \beta_i - \epsilon \tag{17}$$

for both, the mirrors on the left and those on the right, where β_i^e ($^\circ$) is the tilt angle of i th mirror under solar tracking error. As the mirrors have all the same angular velocity, all of them fall into the same error. Barbón et al. [65] have introduced a relationship for computing the tracking error of a small-scale linear Fresnel reflector. A brief description is supplied here (complete details are provided in [65]). The power Q absorbed by the absorber tube, in an SSLFR with receiver

cavity in the shape of an involute is [65]:

$$Q = \begin{cases} \sum_{i=1}^{2n+1} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot l_{abs} \cdot W_M \cdot \cos \theta_i & \text{if } W_{ai} \cdot \cos \alpha_i < D \\ \sum_{i=1}^{2n+1} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot l_{abs} \cdot D & \text{if } W_{ai} \cdot \cos \alpha_i = D \\ \sum_{i=1}^{2n+1} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot l_{abs} \cdot (D + l_{cr} \cdot \rho_{rc}) & \text{if } W_{ai} \cdot \cos \alpha_i > D \end{cases} \quad (18)$$

where DNI is the direct normal irradiance (W/m^2), η_{opt} is the total optical yield (dimensionless), l_{abs} is the longitudinal length of the absorber tube which is illuminated (m), W_M is the mirror width (m), D is the diameter of the absorber tube (m), θ_i is the angle between the normal to the mirror and the incidence of the Sun ray ($^\circ$), W_{ai} is the width of the absorber tube illuminated by the i th mirror (m), α_i is the angle between the vertical at the focal point and the line connecting the center point of each mirror to the focal point ($^\circ$), l_{cr} is the length of rays falling indirectly on the absorber tube (m), ρ_{rc} is the reflectivity of the rays falling indirectly on the absorber tube (dimensionless) and n is the number of mirrors at each side of the central mirror. η_{opt} can be calculated with:

$$\eta_{opt} = \rho \cdot CI_m \cdot CI_g \cdot \tau \cdot \alpha_b \quad (19)$$

where ρ is the reflectivity of the mirrors, CI_m is the cleanliness factors of the mirror, CI_g is the cleanliness factors of the glass covering of the secondary reflector system, τ is the transmissivity of this glass, and α_b is the absorptivity of the absorber tube.

Let us make some preliminary considerations on the dependence of some elements of Eq. (18) related to the tracking error: (i) The DNI is not affected by tracking errors; (ii) Concerning with η_{opt} , although some of its constituent parameters (mainly τ) change with the angle of incidence (see [42]), we consider them to be constant for simplicity (see [69,70]) and (iii) The parameter l_{abs} is constant, as we are only performing a transversal study.

Fig. 21 shows the power absorbed by each mirror of the absorber tube, for Spring equinox, Summer solstice, Autumn equinox and Winter solstice. In this figure, the label 12L reports the power absorbed due to the 12th left mirror, the label C reports the power absorbed due to central mirror, and the label 12R reports the power absorbed due to the 12th right mirror. There we can see that the power absorbed in case of no error is symmetrical, as it can theoretically be deduced. For example, the power of the 12L mirror at 9:00 is equal to that of 12R mirror at 15:00 and it is also obvious that at 12:00 the power of the 12L mirror is equal to that of the 12R.

The impact of the tracking error on the power absorbed by the absorber tube can be estimated using the equation [65], given by:

$$Q^e = \begin{cases} \sum_{i=1}^{2n+1} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot l_{abs} \cdot W_M \cdot \cos \theta_i^e & \text{if } [r_i, l_i] \in [-D/2, D/2] \\ \sum_{i=1}^{2n+1} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot l_{abs} \cdot [(b_i - a_i) + l_{cr}^e \cdot \rho_{rc}] & \text{if } [r_i, l_i] \notin [-D/2, D/2] \end{cases} \quad (20)$$

with:

$$[r_i, l_i] = [- (W_{ai}^e/2 + \overline{OO'}) \cdot \cos \alpha_i^e, (W_{ai}^e/2 - \overline{OO'}) \cdot \cos \alpha_i^e]; \quad 1 \leq i \leq 2n+1 \quad (21)$$

$$[a_i, b_i] = [r_i, l_i] \cap [-D/2, D/2]; \quad 1 \leq i \leq 2n+1 \quad (22)$$

$$l_{cr}^e = (l_i - r_i) - (b_i - a_i); \quad 1 \leq i \leq 2n+1 \quad (23)$$

where DNI is the direct normal irradiance (W/m^2), η_{opt} is the total optical yield (dimensionless), l_{abs} is the longitudinal length of the absorber tube which is illuminated (m), W_M is the mirror width (m), D is the diameter of the absorber tube (m), θ_i^e is the angle between the normal to the mirror and the incidence of the Sun ray with tracking error ($^\circ$), W_{ai}^e is the width of the absorber tube illuminated by the i -th mirror with tracking error (m), α_i^e is the angle between the vertical at the focal point and the line connecting the center point of each mirror to the focal point with tracking error ($^\circ$), l_{cr}^e is the length of rays falling indirectly on the absorber tube with tracking error (m), $\overline{OO'}$ is the displacement of the geometric focal point, ρ_{rc} is the reflectivity of the rays falling indirectly on the absorber tube (dimensionless) and n is the number of mirrors at each side of the central mirror.

It is important to indicate that when a tracking error $\epsilon > 0$, the same for all the mirrors of the *SSLFR*, is introduced, the symmetry shown in Fig. 21 (power in ideal case) now disappears. The reason for this fact is that the most important effect of the solar tracking error is the displacement of the geometric focal point. As this focal point is always displaced to the right side, then the symmetry between the right and the left area of the *SSLFR* disappears.

The power absorbed by the absorber tube with tracking error is normalized according to the correct tracking. For this purpose, we shall compute the difference between the power absorbed under tracking error (Q^e) and that absorbed in the ideal case (Q). These values are % of power loss, related to the ideal case, this is its relationship:

$$Power\ loss = \frac{Q - Q^e}{Q} \times 100 \quad (24)$$

The analysis has been carried out introducing five different tracking errors (0.03 ($^\circ$), 0.06 ($^\circ$), 0.12 ($^\circ$), 0.24 ($^\circ$) and 0.36 ($^\circ$)) over the 25 mirrors which compose the primary reflector system. Different days of the year, times of day and position of the mirrors will be analyzed. The analyzed days of the year are: Spring equinox (March 21st), Summer solstice (June 21st), Autumn equinox (September 21st) and Winter solstice (December 21st). The analyzed hours of the day are: 9:00, 12:00 and 15:00. Now the plots are not symmetrical.

Figs. 22–24 shows the effects of tracking errors on different mirrors, for Spring equinox, Summer solstice, Autumn equinox, and Winter solstice. The color map in each day shows the mirrors. In these figures, the label 12L reports the power loss (see Eq. (24)) due to the 12th left mirror, the label C reports the power loss due to central mirror, and the label 12R reports the power loss due to the 12th right mirror.

For each mirror, the influence of increasing tracking error is different for each studied day. The tracking error influence is bigger on the mirrors as they get further away from the central mirror. The hours of the day at which the influence of the tracking error is bigger are the hours furthest from of the noon. Generally, the day of the year in which tracking error is smaller is the Summer solstice. The histograms show that tracking systems with a maximum tracking error of 0.03 ($^\circ$) collect 100% of the theoretical value for all mirrors at 12:00, about 99.7% at 9:00 and 15:00. The algorithm proposed for [45,47,48,46] can be used every day of the year without reducing the power absorbed by the absorber tube. The histograms show that tracking systems with a maximum tracking error of 0.06 ($^\circ$) collect 100% of the theoretical value for all mirrors at 12:00, about 99.2% at 9:00 and 15:00. The histograms show that tracking systems with a maximum tracking error of 0.12 ($^\circ$) collect about 99.7% of the theoretical value for all mirrors at 12:00, about 99.0% at 9:00 and 15:00. The histograms show that tracking systems with a maximum tracking error of 0.24 ($^\circ$) collect about 98.5% of the theoretical value for all mirrors at 12:00, about 97.3% at 9:00 and 15:00. The histograms show that tracking systems with a maximum tracking error of 0.36 ($^\circ$) collect about 97.4% of the theoretical value for all mirrors at 12:00, about 96.5% at 9:00 and 15:00.

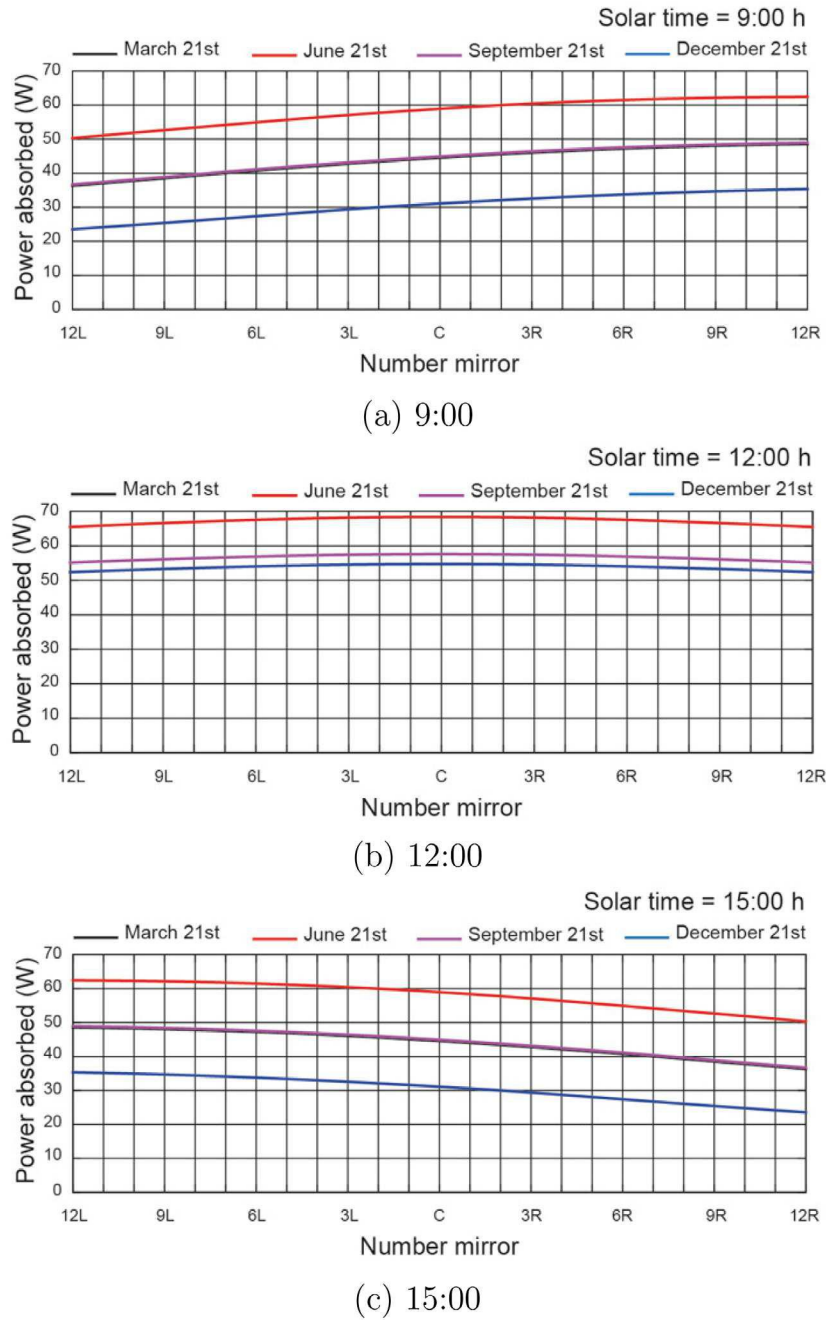


Fig. 21. Power absorbed by the absorber tube in ideal case.

5.3. Effects of the proposed tracking system on the total annual energy absorbed by the absorber tube

The total annual energy absorbed by the absorber tube (E) can be calculated from Eq. (18). E can be calculated with the following equation

$$E = \sum_{n_d=1}^{365} \left[\int_0^{24} Q_{n_d} dT_S \right] \quad (25)$$

where E is the total annual energy absorbed by the absorber tube (MWh), Q is the power absorbed by the absorber tube (MW), T_S is the solar time, and n_d is the ordinal of the day.

Considering the configuration used in large-scale LFRs and the proposed tracking system, the results obtained are: $E = 8.17$ (MWh) and $E = 9.53$ (MWh), respectively. The parameters of the studied case

have been used for both calculations. The energy obtained with the proposed tracking system is 16.64% more than the one obtained with the configuration used in large-scale LFRs.

5.4. Effects the proposed tracking system on the energy-to-area ratio

In some circumstances the surface required for the installation of an SSLFR is a critical parameter in urban applications. Therefore, we will use the parameter energy-to-area ratio (EAR). The EAR can be calculated from the equation:

$$EAR = \frac{E}{A} \quad (26)$$

where E is the total annual energy absorbed by the absorber tube (MWh) and A is the area required for the SSLFR installation (m^2).

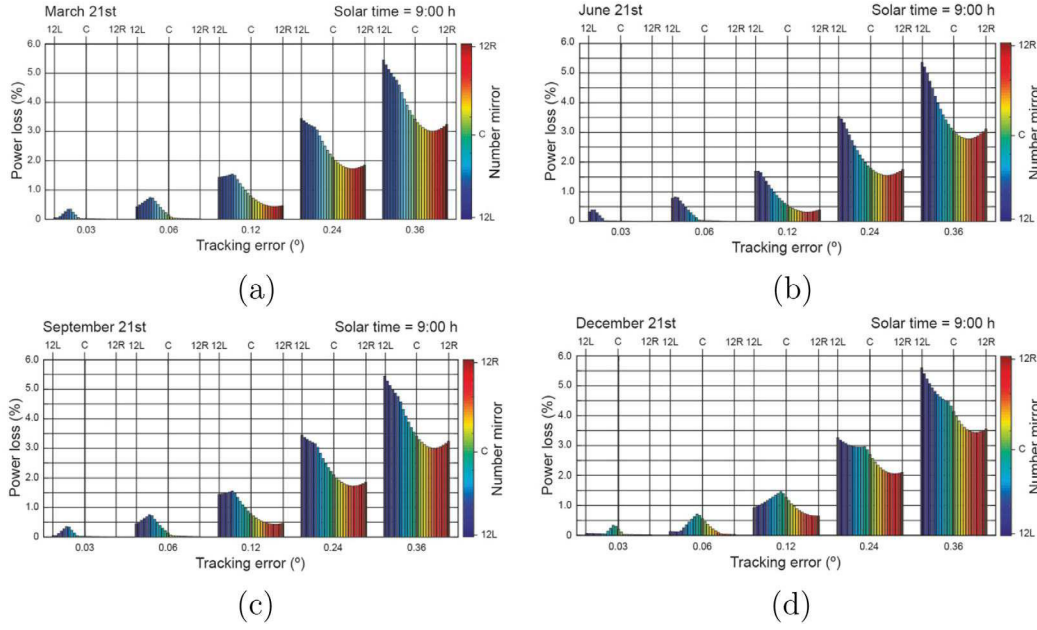


Fig. 22. Power absorbed by the absorber tube with tracking error at 9:00.

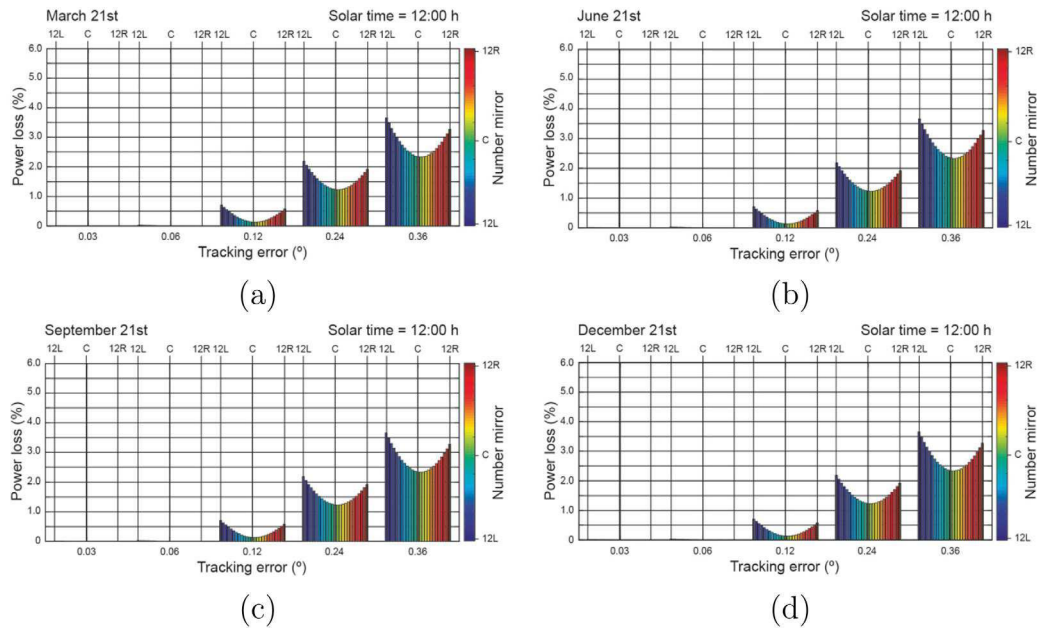


Fig. 23. Power absorbed by the absorber tube with tracking error at 12:00.

The A can be calculated from the equation:

$$A = W \cdot L \tag{27}$$

where W is the mirror field width, and L is the reflector length. The mirror field width can be calculated from the equation (see Fig. 3):

$$W = 2 \cdot n \cdot (W_M + d) + W_M \tag{28}$$

where n is the number of mirrors at each side of the central mirror, W_M is the mirror width (m) and d is the distance between one mirror and its closer one (m). The reflector length L can be calculated with the relations presented in [24]. The formula for L includes: the mirror length L_M (m), the left length of the single absorber tube L_a^l (m), the right length of the single absorber tube L_a^r (m), the angle between the mirror axis and the horizontal plane β_M ($^\circ$), and the angle between the

absorber tube and the horizontal plane β_a ($^\circ$). The optimal choice of values L_a^l and L_a^r had already been studied in detail in [14].

Considering the configuration used in large-scale LFRs and the proposed tracking system, the results obtained are: $EAR = 1.30$ (MWh/m^2) and $EAR=2.32$ (MWh/m^2), respectively. The energy-to-area ratio obtained with the proposed tracking system is 78.46% more than the one obtained with the configuration used in large-scale LFRs.

5.5. Effects the proposed tracking system on the levelized cost of energy

There are several levelized cost of energy (LCOE) models for determining renewable energy prices [71]. The LCOE equation may vary to suit the type of analysis [72]. In this study, we used the equation proposed by [73] which is a modification of the equation proposed by

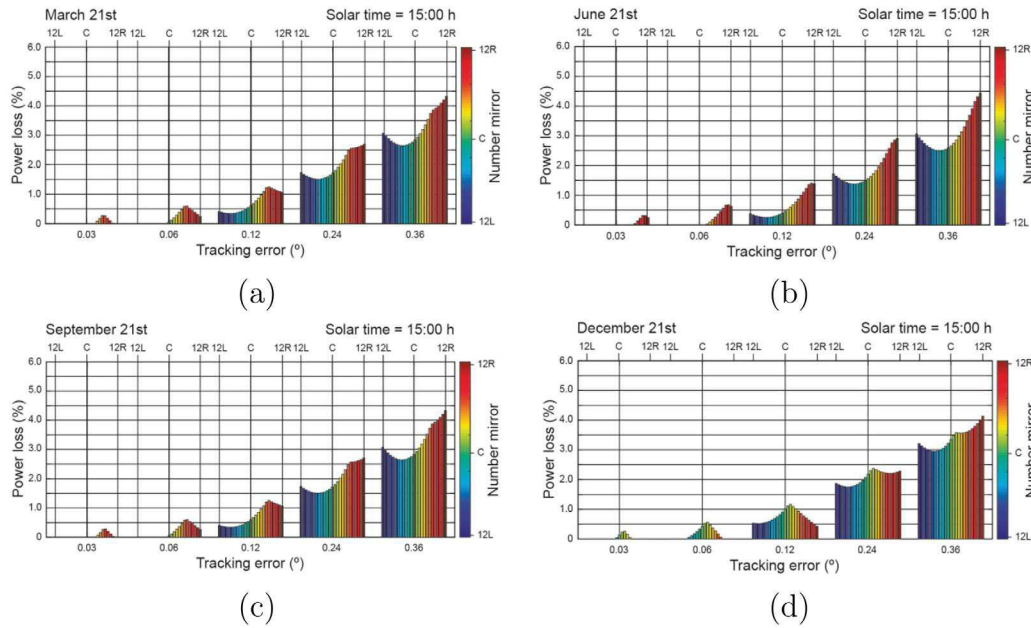


Fig. 24. Power absorbed by the absorber tube with tracking error at 15:00.

IRENA [74]. The *LCOE* (€/kWh) is estimated by calculating the current value of all the costs incurred during the lifetime of the *SSLFR* divided by the current value of the total amount of energy absorbed by the absorber tube.

$$LCOE = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{DC_i + IC_i + M_i + F_i}{(1+r)^i}}{\sum_{i=1}^m \frac{E_i}{(1+r)^i}} \quad (29)$$

where, DC_i (€) is the direct capital cost in year i , IC_i (€) is the indirect capital cost in year i , M_i (€) is the whole of operations and maintenance expenditures in year i , F_i (€) is the fuel expenditures in year i , m is the expected lifetime of the *SSLFR*, E_i is the energy absorbed by the absorber tube in year i , and r is the real discount rate.

The direct capital cost includes the purchase and the installation of the *SSLFR*. The indirect capital cost includes the design and the construction of the rest of the installation. As we are not studying a specific installation, we will only consider the direct capital cost. As a reasonable expectation of *SSLFR* operation and maintenance costs, an annual 0.5% of the direct capital cost is recommended.

The methodology proposed by [44] is applied to obtain the total cost. For a better understanding, its parameters are presented in [44]. The total cost of an *SSLFR* with the configuration used in large-scale *LFRs* is $C_T = 5299.53$ (€) whereas with the proposed tracking system it is $C_T = 5865.98$ (€). Considering the configuration used in large-scale *LFRs* and the proposed tracking system, the results obtained are: $LCOE = 0.65$ (€/kWh) and $LCOE = 0.62$ (€/kWh), respectively. The *LCOE* obtained with the proposed tracking system is 4.62% lower than the one obtained with the configuration used in large-scale *LFRs*.

6. Conclusions

A solar tracking system for small-scale linear Fresnel reflector with three movements has been designed, fabricated, and simulated in the present work. The system uses an open-loop control. This system is able to position itself automatically using a Sun path algorithm and the Global Positioning System. The control system of the solar tracker is governed by a Raspberry Pi together with other auxiliary devices which include Global Positioning System. The solar tracking system consists of several printed circuit boards: Master, Global Positioning System, Temperature, Position, and Irradiance. The electronic control system consists of a master controller (Raspberry pi 3), 4 slave microcontrollers

(Arduino), Global Positioning System module, thermocouples, laser sensors, transversal positioning sensors and longitudinal positioning sensors. The system performance, in terms of the power absorbed by the tube absorber, has been evaluated by comparing the results obtained by evaluating the small-scale linear Fresnel reflector in the ideal case, with those obtained considering tracking errors. For this purpose, different tracking errors, days of the year, times of day and position of the mirrors have been analyzed. The tracking errors analyzed are: 0.03 (°), 0.06 (°), 0.12 (°), 0.24 (°) and 0.36 (°). The days of the year analyzed are: Spring equinox (March 21st), Summer solstice (June 21st), Autumn equinox (September 21st), and Winter solstice (December 21st). The hours of the day analyzed are: 9:00, 12:00 and 15:00. The total cost of the implemented solar tracking system has been calculated. The following conclusions can be drawn: (i) Tracking error influence gets bigger as the mirrors get further away from the central mirror; (ii) Tracking errors smaller than 0.06 (°) are acceptable (they cause power losses smaller than 1%), whereas errors bigger than 0.36 (°) start being noticeable (power losses greater than 3%); (iii) The low cost solution proposed is presented as a good alternative for the control system of the solar tracker of the small-scale linear Fresnel reflector with three movements; (iv) The hours of the day at which the influence of the tracking error is bigger, are the furthest ones from of the noon; (v) Generally, the day of the year in which the tracking error is smaller is the Summer solstice. Finally, we highlight that the proposed new tracking system gives 16.64% more energy, 78.46% higher energy-to-area ratio, and 4.62% less levelized cost of energy than the classic tracking system with one movement used in large-scale *LFRs*.

CRedit authorship contribution statement

A. Barbón: Conceptualization, Methodology. **J.A. Fernández-Rubiera:** Methodology, Data curation. **L. Martínez-Valledor:** Software, Methodology, Writing - original draft. **A. Pérez-Fernández:** Software, Methodology, Writing - original draft. **L. Bayón:** Conceptualization, Methodology.

Declaration of competing interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Acknowledgments

The authors gratefully acknowledge the financial support from the University of Oviedo, Spain (Ref. PAPI-18-EMERG-31). We wish to thank Dr. Laudino Rodríguez, head of the CIFP-Mantenimiento y Servicios a la Producción vocational training school in La Felguera, Asturias, Spain, for his work of building the prototype for the design presented in this paper.

References

- [1] Rovira A, Barbero R, Montes MJ, Abbas R, Varela F. Analysis and comparison of integrated solar combined cycles using parabolic troughs and linear Fresnel reflectors as concentrating systems. *Appl Energy* 2016;162:990–1000.
- [2] Sebastián A, Abbas R, Valdés M, Casanova MJ. Innovative thermal storage strategies for Fresnel-based concentrating solar plants with East-West orientation. *Appl Energy* 2018;230:983–95.
- [3] Dellicompagni P, Franco J. Potential uses of a prototype linear Fresnel concentration system. *Renew Energy* 2019;136:1044–54.
- [4] Singh R. Modeling and performance analysis of linear Fresnel collector for process heat generation for ice cream factory in Konya [MS Thesis], Middle East Technical University; 2017.
- [5] Arteconi A, Del Zotto L, Tascioni R, Giocolanti L. Modelling system integration of a micro solar organic Rankine cycle plant into a residential building. *Appl Energy* 2019;251:113408.
- [6] Barbón A, Sánchez-Rodríguez JA, Bayón L, Barbón N. Development of a fiber daylighting system based on a small-scale linear Fresnel reflector: Theoretical elements. *Appl Energy* 2018;212:733–45.
- [7] Kincaid N, Mungas G, Kramer N, Wagner M, Zhu G. An optical performance comparison of three concentrating solar power collector designs in linear Fresnel, parabolic trough, and central receiver. *Appl Energy* 2018;231:1109–21.
- [8] Montes MJ, Barbero R, Abbas R, Rovira A. Performance model and thermal comparison of different alternatives for the Fresnel single-tube receiver. *Appl Therm Eng* 2016;104:162–75.
- [9] Balaji S, Reddy KS, Sundararajan T. Optical modelling and performance analysis of a solar LFR receiver system with parabolic and involute secondary reflectors. *Appl Energy* 2016;179:1138–51.
- [10] Grena R, Tarquini P. Solar linear Fresnel collector using molten nitrates as heat transfer fluid. *Energy* 2011;36:1048–56.
- [11] Hack M, Zhu G, Wendelin T. Evaluation and comparison of an adaptive method technique for improved performance of linear Fresnel secondary designs. *Appl Energy* 2017;208:1441–51.
- [12] Moghimi MA, Craig KJ, Meyer JP. Optimization of a trapezoidal cavity absorber for the linear Fresnel reflector. *Sol Energy* 2015;119:343–61.
- [13] Chen F, Li M, Emam Hassanien RH, Luo X, Hong Y, Feng Z, et al. Study on the optical properties of triangular cavity absorber for parabolic trough solar concentrator. *Int J Photoenergy* 2015. Article ID 895946, 9 pages.
- [14] Barbón A, Barbón N, Bayón L, Otero JA. Optimization of the length and position of the absorber tube in small-scale linear Fresnel concentrators. *Renew Energy* 2016;99:986–95.
- [15] Cau G, Cocco D. Comparison of medium-size concentrating solar power plants based on parabolic trough and linear Fresnel collectors. *Energy Procedia* 2014;45:101–10.
- [16] Yanqing Z, Jifu S, Yujian L, Leilei W, Qizhang H, Gang X. Design and experimental investigation of a stretched parabolic linear Fresnel reflector collecting system. *Energy Convers Manage* 2016;126:89–98.
- [17] Morin G, Dersch J, Platzer W, Eck M, Häberle A. Comparison of linear Fresnel and parabolic trough collector power plants. *Sol Energy* 2012;86:1–12.
- [18] Elmaanaoui Y, Saifaoui D. Parametric analysis of end loss efficiency in linear Fresnel reflector. In: International renewable and sustainable energy conference. IEEE; 2014, p. 104–7.
- [19] Dai J, Zheng H, Su Y, Chang Z. The motional design and analysis for linear Fresnel reflector system combined three-movement. *Energy Procedia* 2012;14:971–6.
- [20] Barbón A, Barbón N, Bayón L, Otero JA. Theoretical elements for the design of a small-scale linear Fresnel reflector: Frontal and lateral views. *Sol Energy* 2016;132:188–202.
- [21] Zhu Y, Shi J, Li Y, Wang L, Huang Q, Xu G. Design and experimental investigation of a stretched parabolic linear Fresnel reflector collecting system. *Energy Convers Manage* 2016;126:89–98.
- [22] Zhu Y, Shi J, Li Y, Wang L, Huang Q, Xu G. Design and thermal performances of a scalable linear Fresnel reflector solar system. *Energy Convers Manage* 2017;146:174–81.
- [23] Barbón A, Barbón N, Bayón L, Sanchez-Rodríguez JA. Parametric study of the small-scale linear Fresnel reflector. *Renew Energy* 2018;116:64–74.
- [24] Barbón A, Bayón L, Bayón-Cueli C, Barbón N. A study of the effect of the longitudinal movement on the performance of small scale linear Fresnel reflectors. *Renew Energy* 2019;138:128–38.
- [25] Barbón A, López-Smeets C, Bayón L, Pardellas A. Wind effects on heat loss from a receiver with longitudinal tilt angle of small-scale linear Fresnel reflectors for urban applications. *Renew Energy* 2020;162:2166–81.
- [26] Li D, Li Z, Zheng Y, Liu C, Hussein AK, Liu X. Thermal performance of a PCM-filled double-glazing unit with different thermophysical parameters of PCM. *Sol Energy* 2016;133:207–20.
- [27] Liu C, Wu Y, Li D, Ma T, Hussein AK, Zhou Y. Investigation of thermal and optical performance of a phase change material filled double-glazing unit. *J Build Phys* 2018;42:99–119.
- [28] Benabderrahmane A, Benazza A, Hussein AK. Heat transfer enhancement analysis of tube receiver for parabolic trough solar collector with central corrugated insert. *Trans ASME, J Heat Transfer* 2020;142:062001-1-062001-8.
- [29] Hussein AK. Applications of nanotechnology in renewable energies - A comprehensive overview and understanding. *Renew Sustain Energy Rev* 2015;42:460–76.
- [30] Hussein AK. Applications of nanotechnology to improve the performance of solar collectors - Recent advances and overview. *Renew Sustain Energy Rev* 2016;62:767–92.
- [31] Hussein AK, Walunj A, Kolsi L. Applications of nanotechnology to enhance the performance of the direct absorption solar collectors. *J Therm Eng* 2016;2:529–40.
- [32] Rostami S, Sepehrirad M, Dezfulizadeh A, Hussein AK, Goldanlou A, Shadloo M. Exergy optimization of a solar collector in flat plate shape equipped with elliptical pipes filled with turbulent nanofluid flow: A study for thermal management. *Water* 2020;12:2294–310.
- [33] Lee C, Chou P, Chiang C, Lin C. Sun tracking systems: A review. *Sensors* 2009;9:3875–90.
- [34] Mousazadeh H, Keyhani A, Javadi A, Mobli H, Abrinia K, Sharifi A. A review of principle and sun-tracking methods for maximizing solar systems output. *Renew Sustain Energy Rev* 2009;13:1800–18.
- [35] Bortolini M, Gamberi M, Graziani A, Manfroni M, Manzini R. Hybrid strategy for bi-axial solar tracking system. *J Control Eng Technol* 2012;2:130–44.
- [36] Mi Z, Chen J, Chen N, Bai Y, Fu R, Liu H. Open-loop solar tracking strategy for high concentrating photovoltaic systems using variable tracking frequency. *Energy Convers Manage* 2016;117:142–9.
- [37] Sidek MHM, Azis N, Hasan WZW, Ab Kadir MZA, Shafie S, Radzi MAM. Automated positioning dual-axis solar tracking system with precision elevation and azimuth angle control. *Energy* 2017;124:160–70.
- [38] Gregor R, Takase Y, Rodas J, Carreras L, Lopez A, Rivera M. A novel design and automation of a biaxial solar tracking system for PV power applications. *IEEE Industrial Electronics Society (IECON)*; 2013, p. 1484–9.
- [39] Roth P, Georgiev A, Boudinov H. Cheap two axis sun following device. *Energy Convers Manage* 2005;46:1179–92.
- [40] Rubio FR, Ortega MG, Gordillo F, Lopez-Martínez M. Application of new control strategy for sun tracking. *Energy Convers Manage* 2007;48:2174–84.
- [41] Barbón A, Bayón L, Barbón N, Otero JA, Bayón-Cueli C, Rodríguez L, et al. Concentrador solar lineal Fresnel con triple movimiento, Spain Patent ES 2601222 (B1), 2017.
- [42] Duffie JA, Beckman WA. *Solar engineering of thermal processes*. John Wiley & Sons; 2013.
- [43] Solidworks. *Technical reference*. Solidworks Corporation; 2018.
- [44] Barbón A, Sánchez-Rodríguez JA, Bayón L, Bayón-Cueli C. Cost estimation relationships of a small scale linear Fresnel reflector. *Renew Energy* 2019;134:1273–84.
- [45] Reda I, Andreas A. Solar position algorithm for solar radiation applications. *Sol Energy* 2004;76:577–89.
- [46] Michalsky JJ. The astronomical almanac's algorithm for approximate solar position (1950–2050). *Sol Energy* 1950;40:227–35.
- [47] Blanco-Muriel M, Alarcon-Padilla DC, Lopea-Moratalla T, Lara-Coira M. Computing the solar vector. *Sol Energy* 2001;70:431–41.
- [48] Grena R. An algorithm for the computation of the solar position. *Sol Energy* 2008;82:462–70.
- [49] Malav S, Vadhera S. Hardware implementation of solar tracking system using a stepper motor. In: IEEE international conference on energy, power and environment. 2015.
- [50] Jin X, Xu G, Zhou R, Luo X, Quan Y. A sun tracking system design for a large dish solar concentrator. *Int J Clean Coal Energy* 2013;2:16–20.
- [51] Abd Rahim R, Zainudin MNS, Ismail MM, Othman MA. Image-based solar tracker using raspberry pi. *J Multidiscip Eng Sci Technol* 2014;1(5):369–73.
- [52] Palomino LE, G. Alexandre. Solar radiation monitoring using electronic embedded system raspberry pi database connection MySQL, ubidots and TCS-230 sensor. In: IEEE Conf. CHILECON 2015.
- [53] Upton E, Halfacree G. *Raspberry pi user guide*. John Wiley & Sons; 2014.
- [54] DIGI. *Technical data*. 2020, Available from: <https://www.digi.com>. [Accessed on: 22 June 2020].
- [55] Texas Instruments. *Technical data*. 2020, Available from: <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/uln2803a.pdf>. [Accessed on: 22 June 2020].
- [56] Arduino. *Technical data*. 2020, Available from: <http://www.arduino.cc/en/Main/ArduinoBoardMini>. [Accessed on: 22 June 2020].

- [57] U-blox. Technical data. 2020, Available from: [https://www.u-blox.com/sites/default/files/products/documents/NEO-6_DataSheet_\(GPS.G6-HW-09005\).pdf](https://www.u-blox.com/sites/default/files/products/documents/NEO-6_DataSheet_(GPS.G6-HW-09005).pdf). [Accessed on: 22 June 2020].
- [58] Maxim integrated. Technical data. 2020, Available from: <https://datasheets.maximintegrated.com/en/ds/MAX6675.pdf>. [Accessed on: 22 June 2020].
- [59] AVAGO. Technical data. 2020, Available from: <https://datasheet.octopart.com/ADNS-9800-Avago-datasheet-10666463.pdf>. [Accessed on: 22 June 2020].
- [60] Muneer T. Solar radiation and daylight models. Elsevier Butterworth - Heinemann; 2004.
- [61] Chong KK, Onubogu NO, Yew TK, Wong CW, Tan WC. Design and construction of active daylighting system using two-stage non-imaging solar concentrator. *Appl Energy* 2017;207:45–60.
- [62] VISHAY. Technical data. 2020, Available from: <https://www.vishay.com/docs/84286/veml7700.pdf>. [Accessed on: 22 June 2020].
- [63] PVGIS. Joint Research Centre (JRC), Available online: http://re.jrc.ec.europa.eu/pvg_tools/en/tools.html#PVP.
- [64] Barbón A, Fortuny Ayuso P, Bayón L, Fernández-Rubiera JA. Predicting beam and diffuse horizontal irradiance using Fourier expansions. *Renew Energy* 2020;154:46–57.
- [65] Barbón A, Bayón-Cueli C, Bayón L, Fortuny Ayuso P. Influence of solar tracking error on the performance of a small-scale linear Fresnel reflector. *Renew Energy* 2020;162:43–54.
- [66] Sharma VM, Nayak JK, Kedare SB. Effects of shading and blocking in linear Fresnel reflector field. *Sol Energy* 2015;113:114–38.
- [67] Theunissen PH, Beckman WA. Solar transmittance characteristics of evacuated tubular collectors with diffuse back reflectors. *Sol Energy* 1985;35:311–20.
- [68] Cagnoli M, Mazzei D, Procopio M, Russo V, Savoldi L, Zanino R. Analysis of the performance of linear Fresnel collectors: Encapsulated vs. evacuated tubes. *Sol Energy* 2018;164:119–38.
- [69] Binotti M, Manzolini G, Zhu G. An alternative methodology to treat solar radiation data for the optical efficiency estimate of different types of collectors. *Sol Energy* 2014;110:807–17.
- [70] Moghimi MA, Craig KJ, Meyer JP. A novel computational approach to combine the optical and thermal modelling of linear Fresnel collectors using the finite volume method. *Sol Energy* 2015;116:407–27.
- [71] Bruck M, Sandborn P, Goudarzi N. A levelized cost of energy (LCOE) model for wind farms that include power purchase agreements (PPAs). *Renew Energy* 2018;122:131–9.
- [72] Tran TTD, Smith AD. Incorporating performance-based global sensitivity and uncertainty analysis into LCOE calculations for emerging renewable energy technologies. *Appl Energy* 2018;216:157–71.
- [73] Bayón-Cueli C, Barbón A, Bayón L, Barbón N. A cost-energy based methodology for small-scale linear Fresnel reflectors on flat roofs of urban buildings. *Renew Energy* 2020;146:944–59.
- [74] IRENA. Renewable energy technologies: Cost analysis series (CSP). International Renewable Energy Agency; 2012.

Article

Theoretical Deduction of the Optimum Tilt Angles for Small-Scale Linear Fresnel Reflectors

Arsenio Barbón ¹, Covadonga Bayón-Cueli ², José A. Fernández Rubiera ¹ and Luis Bayón ^{3,*}

¹ Department of Electrical Engineering, University of Oviedo, 33203 Gijón, Spain; barbon@uniovi.es (A.B.); fernandezrjose@uniovi.es (J.A.F.R.)

² Polytechnic School of Engineering of Gijón, University of Oviedo, 33203 Gijón, Spain; UO229809@uniovi.es

³ Department of Mathematics, University of Oviedo, 33203 Gijón, Spain

* Correspondence: bayon@uniovi.es

Abstract: A theoretical justification and computation of the optimum values of the two longitudinal tilt angles of a small-scale linear Fresnel reflector is provided. The optimum angle of the mobile structure is proved to be half the latitude of the geographic location, while the optimum angle of the secondary reflector system is proved to be equal to that latitude. Brute-force verification is carried out for five EU cities, each in one of the five European climate zones.

Keywords: small-scale linear Fresnel reflector; optimum tilt angles; urban applications



Citation: Barbón, A.; Bayón-Cueli, C.; Fernández Rubiera, J.A.; Bayón, L. Theoretical Deduction of the Optimum Tilt Angles for Small-Scale Linear Fresnel Reflectors. *Energies* **2021**, *14*, 2883. <https://doi.org/10.3390/en14102883>

Academic Editor: Wojciech Budzianowski

Received: 25 April 2021

Accepted: 14 May 2021

Published: 17 May 2021

Publisher's Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2021 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Small-scale linear Fresnel reflectors (*SSLFRs*) are a type of solar collector of recent development with a high potential in the building sector. Buildings in the European Union (EU) consumed more than 27% of the total energy used in 2017, most of it (84%) coming from fossil fuels [1,2]. The 2030 Agenda aims to reduce greenhouse emissions in the EU to 40% of the 1990 reference level [3]. In their review of solar collectors and their application in buildings, Buker et al. [4] assert that concentrating collectors (among which parabolic troughs and *SSLFRs*) are quite suitable and practical.

Applications of *SSLFRs* in urban settings are manifold: domestic water heating [5], heating/cooling systems [6], absorption of cooled air in Solar-GAX cycles [7], absorption cooling systems [8], electricity generation [9], concentrating photovoltaics [10], and daylighting systems [11].

The typical size of a mirror field in large-scale *LFRs* is 25 (m) (width) and 1000 (m) (length), too large to allow tilting. On the other hand, small-scale *LFRs* allow geometric modifications (as tilting), which increase the energy reaching the absorber tube. In previous works, the authors [12–14] present a design with longitudinal tilt of some components (rows of mirrors, absorber tube, or both). In [14], numerical simulations are carried out, including a study of the relation between the energy-to-area ratio (*EAR*) and the longitudinal tilts, but no theoretical study is performed to compute the optimum values. Other designs [15] allow for vertical motion of the mirrors on the horizontal plane. On a different note, Pulido et al. [16] propose a value for the optimal inclination of the rows of mirrors and absorber tube, in the north–south direction, in Tabernas, Almeria (Spain), but they do not account for two key longitudinal parameters: the position and length of the absorber tube. On top of that, the area required for the *SSLFR* installation is not considered either.

An *SSLFR* consists of the following systems [17]: fixed structure, mobile structure, primary and secondary reflector systems, and transmission and tracking systems. The fixed structure supports the mobile one and the secondary reflector system. The primary reflector system is supported by the mobile structure, which can be tilted longitudinally. The primary reflector system consists of an array of stretched mirrors, which rotate on the north–south axis following the Sun's motion. The secondary reflector system can also be

tilted longitudinally and is placed at a certain height above the primary one. It is composed of an absorber tube, a receiver cavity, insulation, and a glass cover. The absorber tube is encased in the receiver cavity, which is sealed with the glass cover and with silicon rubber beading. Figure 1 shows the simplified schematics of a generic SSLFR and its parameters.

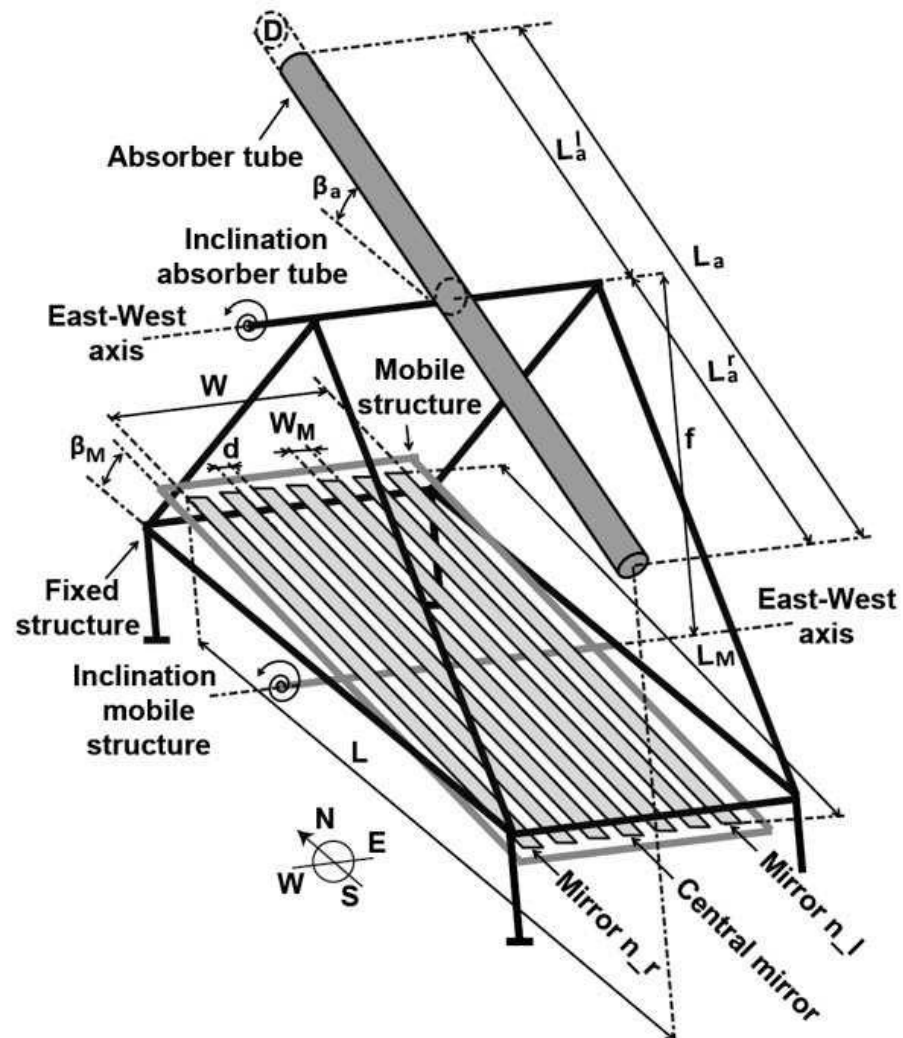


Figure 1. Simplified schematics of a generic SSLFR.

In this work, we analyze the longitudinal inclination of the mobile structure and the secondary reflector system of an SSLFR. This requires knowing all the parameters involved in its operation. The reader is referred to [12–14] for detailed analyses of these parameters, which we collect in the Annex, for the sake of clarity and completeness.

The performance of an SSLFR is greatly (and mainly) influenced by the longitudinal tilt angles of the reflector systems. Their variation produces changes in the amount of solar radiation reaching the absorber tube and the area required for its installation in urban applications. In a recent work [14], the authors have studied this influence in urban applications and their effect on other parameters: the energy absorbed by the absorber tube, the *EAR*, and the primary cost. This work covers the influence of the latitude on the results we have obtained.

The empirical results in [14] provided general patterns, but there was one which was especially remarkable: the maximum of the *EAR* was always obtained for a certain combination of tilt angles of the reflector systems.

The contributions of this work are the following:

- (i) A theoretical justification of the relationship between the optimum longitudinal tilt angles of an *SSLFR* and the value of the *EAR* for any location.
- (ii) The calculation of the optimal tilt angle of the mobile structure minimizing the area required for the installation.
- (iii) The calculation of an optimal tilt angle of the secondary reflector system maximizing the annual energy absorbed by the absorber tube.
- (iv) A detailed analysis, which estimates the influence of those longitudinal tilt angles on the *EAR*.

Our method is based on the fact that the rays reflected by the rows of mirrors in the longitudinal direction are vertical at solar noon (see Figure 5).

This paper is organized as follows. Section 2 presents the problem under study, while the theoretical justification is outlined in Section 3. In Section 4, a brute-force search algorithm is used to verify the proposed equations, and finally, Section 5 summarizes the main results and conclusions. An Annex includes all the formulas obtained in previous works in order to facilitate the reading of this work.

2. Overview

The final aim of this work is to maximize the ratio of total energy E (MWh) absorbed by the absorber tube over the area A (m²) required for the *SSLFR* installation, that is, the *EAR*:

$$EAR = \frac{\sum_{n_d=1}^{365} \left[\int_0^{24} \left(\sum_{i=0}^{2 \cdot n} DNI^{n_d}(T_S) \cdot \eta_{opt} \cdot IAM_i^{n_d}(T_S) \cdot A_{effi}^{n_d}(T_S) \right) dT_S \right]}{A} \quad (1)$$

where DNI is the direct normal irradiance, η_{opt} is the optical efficiency, IAM is the incidence angle modifier, $A_{effi}^{n_d}$ is the effective area illuminated on the absorber tube by mirror i , n is the number of mirrors at each side of the central mirror, T_S is the solar time, n_d is the ordinal of the day.

The formulas used for computing each of the elements of (1) are included in the Annex. Notice that, among all the variables affecting the *EAR*, we are, in this work, only interested in the longitudinal tilt angles of the mobile structure and the secondary reflector system, i.e., β_M and β_a . We remark that they only appear in the formulas for the reflector length, L , and the total illuminated length of the absorber tube, l_a .

On the one hand, the reflector length L can be computed using one of three laws (Equations (23)–(25)): depending on whether the projection of the absorber tube lies inside the projection of the primary field of mirrors, or whether it overflows to the left or to the right. The lengths L_a^l and L_a^r (the left and right length, respectively, of the absorber tube) appear in those laws. These quantities are design parameters of the *SSLFR* and calculated, in our case, by means of an algorithm presented in [12], which computes the length and place of the absorber tube, maximizing the annual energy obtained for each pair of values β_M and β_a .

On the other hand, the total illuminated length of the absorber tube l_a is calculated from its left (l_a^l), right (l_a^r) components, whose values are given by (31) and (32).

Obviously, there is a relation between the pairs L_a^l and L_a^r (which are design values) and l_a^l and l_a^r (true values of illuminated lengths), but it is important to realize that one cannot compute one from the other explicitly. Therefore, it is also impossible to obtain a closed formula $EAR(\beta_M, \beta_a)$. If we could do so, we could state the problem as a non-linear programming optimization problem:

$$\left. \begin{array}{l} \max_{\beta_M, \beta_a} EAR(\beta_M, \beta_a) \\ g(\beta_M, \beta_a) \leq 0 \\ \beta_M \in \mathbb{R}, \beta_a \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \max_{\beta_M, \beta_a} EAR(\beta_M, \beta_a) \\ \beta_M^{\min} \leq \beta_M \leq \beta_M^{\max} \\ \beta_a^{\min} \leq \beta_a \leq \beta_a^{\max} \end{array} \right\} \quad (2)$$

with no equality restrictions $h(\beta_M, \beta_a) = 0$ in the independent variables and with only inequality restrictions $g(\beta_M, \beta_a) \leq 0$ in each of the variables, separately, as box constraints. One could use, in this case, the classical Karush–Kuhn–Tucker (KKT) conditions to find necessary conditions for the optimum solution of the problem. However, as explained above, we need to use a different approach.

The maximum $EAR(\beta_M, \beta_a)$ value lies in a specific subset of \mathbb{R}^2 : a bounded rectangular region, delimited by the minimum and maximum values of β_M and β_a . We shall approach the problem in two stages: as our objective is to maximize EAR , which is given by Equation (1), we first minimize A , and next, we maximize E .

Apart from the assumptions in previous works, the following one is made in the present study: the area required for the SSLFR installation cannot exceed 10 (m²), and β_M and β_a must be between 0 and λ [14], so that the box constraints are: $\beta_M^{\min} = \beta_a^{\min} = 0$ and $\beta_M^{\max} = \beta_a^{\max} = \lambda$. Former calculations have proved that for angles greater than λ , the required surface area is much larger than those 10 (m²), and they are out of our scope.

3. Theoretical Justification of the Optimum Tilt Angles

In order to evaluate the optimum longitudinal tilt angles β_M and β_a for the application of SSLFRs in urban areas, we first analyze their influence qualitatively.

3.1. Influence of β_M over A and Influence of β_a over E

The way to minimize A is to require the rays reflected by the mirrors in the longitudinal direction to be vertical. The greater the angle between the rays reflected by the mirrors in the longitudinal direction with the vertical, the greater the total illuminated length of the absorber tube, and, as a consequence, the greater the surface area taken by the SSLFR (see Figure 2). The angle affecting the surface area required for the installation of the SSLFR is β_M , whereas β_a affects the energy E absorbed by the absorber tube, as increasing β_a causes an increase in the total illuminated length of the absorber tube, while the surface area required for the installation of the SSLFR remains constant (see Figure 3).

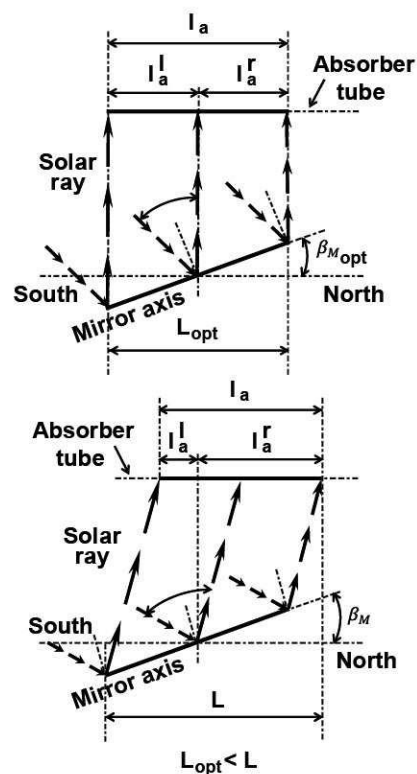


Figure 2. Influence of β_M .

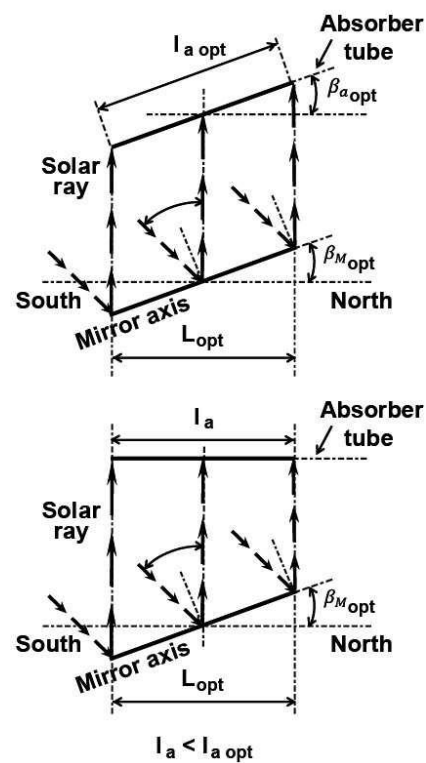


Figure 3. Influence of β_a .

3.2. Calculation of the Optimum β_M

Figure 4 shows the parameters involved in this study. The value of μ is:

$$\mu = 2\beta_M - \theta_z \quad (3)$$

In order to minimize the area required for the installation of the *SSLFR*, we shall impose that the rays reflected by the mirrors in the longitudinal direction are vertical at solar noon, which is the moment of daily maximum radiation, throughout the year, which happens if $\mu = 0$ (see Figure 5). The annual mean value is then:

$$\bar{\mu} = 2\beta_M - \bar{\theta}_{z\min} = 0 \quad (4)$$

where $\bar{\theta}_{z\min}$ is the annual mean value of the zenith angle of the Sun at solar noon.

The following equation expresses the height angle of the Sun (α_S) as a function of the declination, δ , the latitude, λ , and the hour angle, ω :

$$\alpha_S = \arcsin[\sin \delta \sin \lambda + \cos \delta \cos \lambda \cos \omega] \quad (5)$$

Setting $\omega = 0$ (solar noon), the solar height is maximum for a specific day ordinal (n_d):

$$\alpha_{S\max} = \arcsin[\sin \delta \sin \lambda + \cos \delta \cos \lambda] \quad (6)$$

Computing the sine of the solar height:

$$\sin \alpha_{S\max} = [\sin \delta \sin \lambda + \cos \delta \cos \lambda] \quad (7)$$

and applying trigonometric equalities, we get:

$$\sin \alpha_{S\max} = \cos(\lambda - \delta) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - (\lambda - \delta)\right) \quad (8)$$

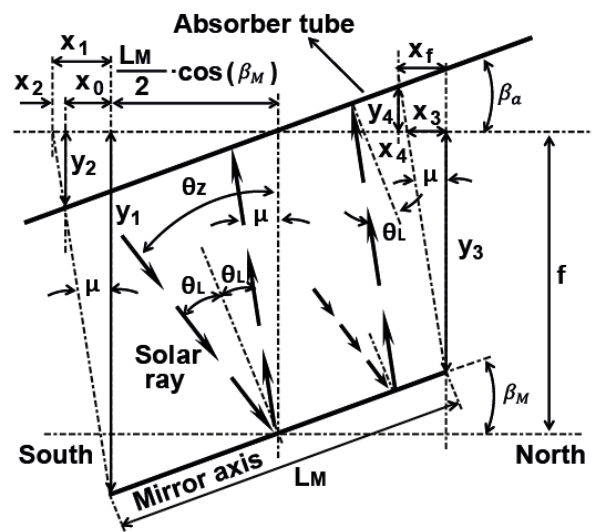


Figure 4. Schema of the longitudinal plane.

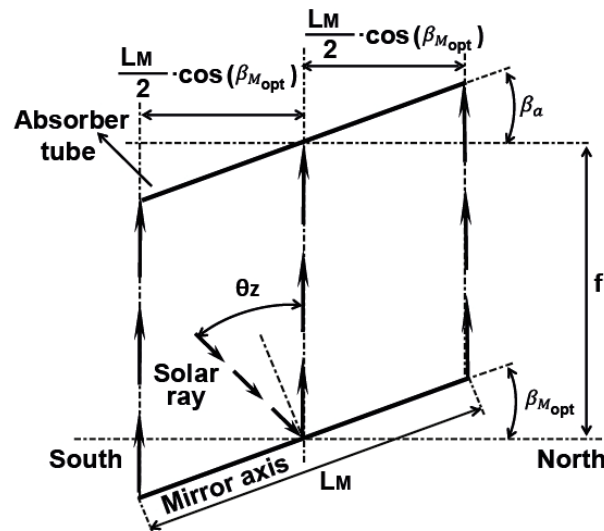


Figure 5. Case with $\mu = 0$.

Thus:

$$\alpha_{S \max} = \frac{\pi}{2} - (\lambda - \delta) \tag{9}$$

The annual mean value for the height angle is then:

$$\bar{\alpha}_{S \max} = \frac{\sum_{n_d=1}^{365} (\frac{\pi}{2} - (\lambda - \delta))}{\sum_{n_d=1}^{365} n_d} = \frac{\sum_{n_d=1}^{365} n_d (\frac{\pi}{2} - \lambda) + \sum_{n_d=1}^{365} \delta}{\sum_{n_d=1}^{365} n_d} \tag{10}$$

Spencer [18] provides this approximate expression for the declination in rad:

$$\delta = 0.006918 - 0.399912 \cos \Gamma + 0.070257 \sin \Gamma - 0.006758 \cos 2\Gamma + 0.000907 \sin 2\Gamma - 0.002697 \cos 3\Gamma + 0.001480 \sin 3\Gamma \tag{11}$$

where Γ (the day angle in rad) is:

$$\Gamma = (n_d - 1) \frac{2\pi}{365} \tag{12}$$

where n_d is the ordinal of the day. The annual mean value for the declination is then:

$$\bar{\delta} = \frac{\sum_{n_d=1}^{365} \delta}{\sum_{n_d=1}^{365} n_d} = 0.0069 \text{ (rad)} \tag{13}$$

and we shall assume it is 0. Thus,

$$\bar{\alpha}_{S\max} = \left(\frac{\pi}{2} - \lambda \right) \tag{14}$$

The zenith angle of the Sun (θ_z), is also commonly used, or the complementary angle to the height angle of the Sun ($\theta_z = \frac{\pi}{2} - \alpha_S$):

$$\bar{\theta}_{z\min} = \frac{\pi}{2} - \bar{\alpha}_{S\max} = \lambda \tag{15}$$

Substituting Equation (15) into (4) we get:

$$\beta_M = \frac{\bar{\theta}_{z\min}}{2} = \frac{\lambda}{2} \tag{16}$$

which shows that the optimum tilt angle of the mobile structure depends on the place of deployment of the SSLFR.

Figure 6 shows the value of μ for depending on β_M at solar noon in Almeria. Notice how for $\beta_M = \frac{\lambda}{2}$, we have a $\bar{\mu}$ of 0.

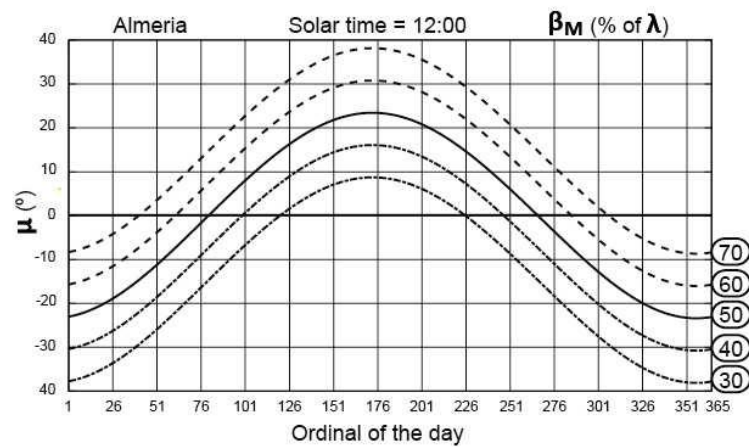


Figure 6. Value of μ for several β_M values.

3.3. Calculation of the Optimum β_a

Once the optimum value of the tilt angle of the mobile structure has been determined, the left (l_a^l) and right (l_a^r) illuminated lengths of the absorber tube can be computed, using (31) and (32) (simply imposing $\bar{\mu} = 0$):

$$l_a^l = \frac{L_M \cos \beta_M}{\cos \beta_a} \tag{17}$$

$$l_a^r = \frac{L_M \cos \beta_M}{\cos \beta_a} \tag{18}$$

The greater l_a^l and l_a^r (with the restrictions on the optimum tilt angle of the mobile structure), the greater the annual total energy absorbed by the absorber tube. From Equations (17) and (18), the maximum values will be reached when the denominator is minimum, which happens (within the allowed range $\beta_a^{\min} \leq \beta_a \leq \beta_a^{\max}$) for:

$$\beta_a = \lambda \tag{19}$$

4. Results and Discussion

In this section, we verify the validity of Equations (16) and (19), using a brute-force search algorithm, and we confirm that these values cause the *EAR* for the *SSLFR* installation to be maximum.

We have discretized the time in 10 min steps. Using MATLAB routines, we have computed the following values: direct normal irradiance, optical efficiency, mirror position, and the effective area of the absorber tube. The shading, blocking, end loss effects, and end reflected light loss were also taken into account. The method presented by [19] is used to determine the hourly beam solar irradiance on a horizontal surface for the weather conditions of a particular site and for each day of the year. This method uses the satellite-based solar radiation data *PVGIS* (photovoltaic geographical information system) [20] for each city under study as input. Table 1 shows the parameters used in this study.

Table 1. Constant parameters in the study.

Param.	Value	References
n	12	[12,14]
W_M	0.06	[12,14,21]
d	0.024	[12,14]
D	0.0486	[12,14]
f	1.5	[12,14,21,22]
L	2.0	[12,14]
ρ	0.94	[23]
CL_m	0.96	[24]
CL_g	0.96	[24]
τ	0.87	[25] ($\alpha_i \leq 20^\circ$)
τ	0.85	[25] ($20^\circ \leq \alpha_i \leq 30^\circ$)

The European Union has combined the Köppen–Geiger classification with the European Heat Index, the European Cooling Index and the nearly zero-energy buildings (*NZEB*) zoning to establish climatic zones with similar characteristics, shown in Table 2: *Csa*, temperate with dry, hot summer; *Cfb*, temperate without dry season and warm summer; *Dfb*, temperate continental climate/humid continental climate without dry season and with warm summer and *Dfc*, cold, without dry season and with cold summer. Countries may have more than one climatic zone, and it is sometimes difficult to establish the prevailing climate classification of Köppen.

Table 2. Cities in *NZEB* climate zones.

Zone	Cities	Köppen [26]
Zone 1	Athens, Larnaca-Luga-Catania-Almeria-Palermo	<i>Csa</i>
Zone 2	Lisbon-Madrid-Marseille-Rome	<i>Csa/Cfb</i>
Zone 3	Bratislava-Budapest-Ljubljana-Milan-Venice	<i>Dfb</i>
Zone 4	Amsterdam-Berlin-Brussels-Copenhagen-Dublin -London-Macon-Nancy-Paris-Prague-Warszawa	<i>Cfb/Dfb</i>
Zone 5	Helsinki-Riga-Stockholm-Gdansk-Tovarene	<i>Dfc</i>

Equations (16) and (19) have been used in five cities. The selection criteria are: different climate zones and different latitudes. Table 3 contains our choices.

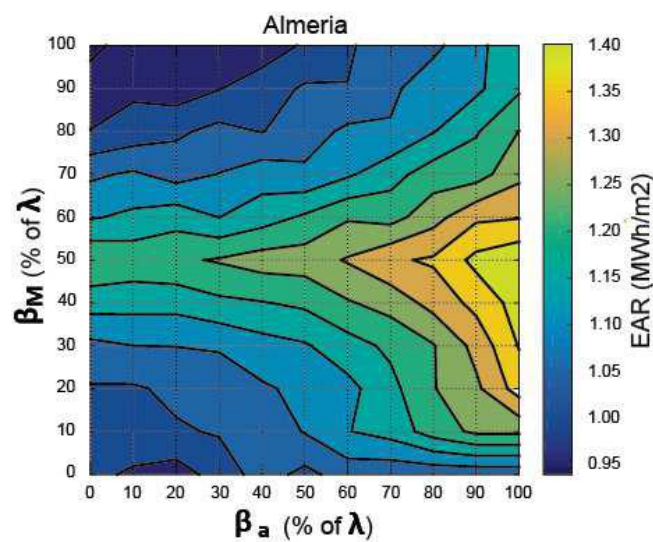
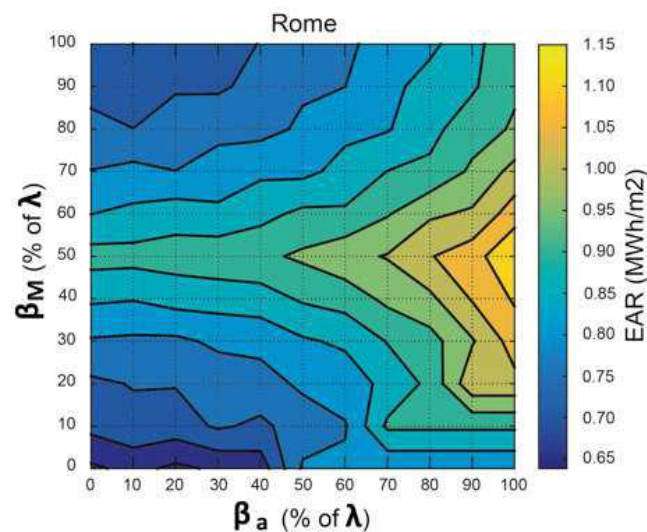
A brute-force algorithm is used to verify Equations (16) and (19). The number of possible combinations is reduced by using the following known facts: (i) the available area must not exceed 10 (m²) [14]; (ii) the values of β_M and β_a have to be between 0 and λ .

Table 3. Cities under study.

Zone	Cities	Latitude	Longitude	Altitude
Zone 1	Almeria (Spain)	36°50'07'' N	02°24'08'' W	22 (m)
Zone 2	Rome (Italy)	41°53'30'' N	12°30'40'' E	52 (m)
Zona 3	Budapest (Hungary)	47°29'52'' N	19°02'23'' E	111 (m)
Zone 4	Berlin (Germany)	52°31'27'' N	13°24'37'' E	37 (m)
Zone 5	Helsinki (Finland)	60°10'10'' N	24°56'07'' E	26 (m)

Figures 7–11 contain the results of the search. They show the *EAR* values in Almeria, Rome, Budapest, Berlin, and Helsinki, respectively, and confirm that the equations we propose are correct for all those locations. Thus, we have verified that the following:

- (1) By keeping β_a constant when $\beta_M = \frac{\lambda}{2}$, one obtains the greatest *EAR*.
- (2) For a fixed β_M , an increase in β_a causes an increase in *EAR*.
- (3) The maximum value of *EAR* is always for $\beta_M = \frac{\lambda}{2}$ and $\beta_a = \lambda$.

**Figure 7.** EAR in Almeria.**Figure 8.** EAR in Rome.

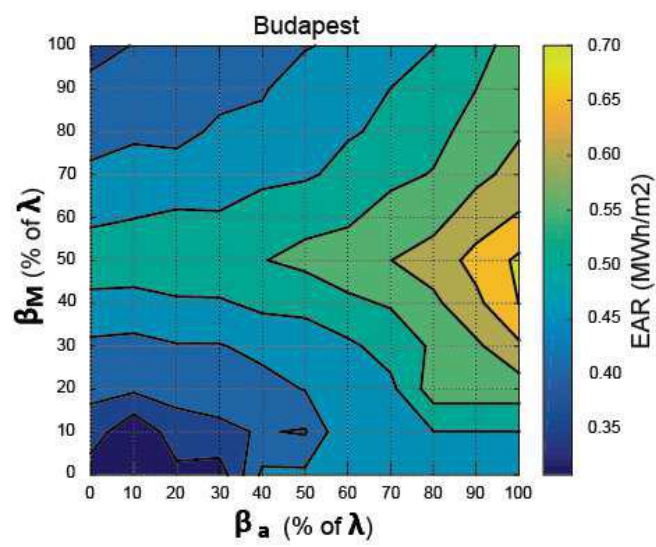


Figure 9. EAR in Budapest.

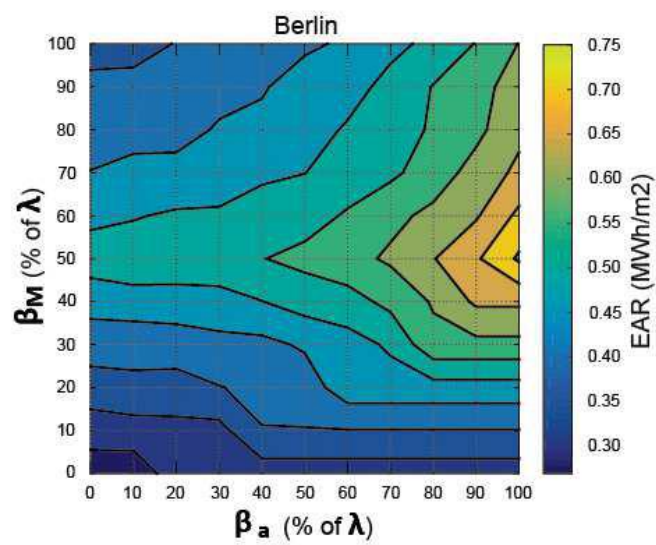


Figure 10. EAR in Berlin.

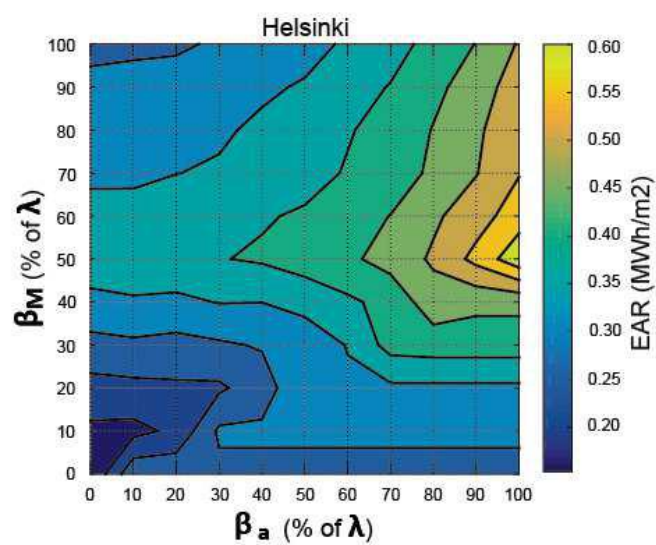


Figure 11. EAR in Helsinki.

The results show that the optimum longitudinal tilt angle of the mobile structure is half the latitude of the geographic location and that the optimum longitudinal tilt angle of the secondary reflector system is equal to the latitude, and we have verified this result for five cities of the European Union, each belonging to one of the five European climate zones.

Figure 12 shows the relation between the value of EAR and the maximum value of EAR for fixed $\beta_M = \frac{\lambda}{2}$ and varying β_a . Deviations in relation to the optimum β_a have a higher influence as the city's latitude is higher. As the β_a deviations increase, the EAR becomes lower, getting its minimum value for $\beta_a = 0$ ($^\circ$). In Helsinki, 60% of the optimum EAR is obtained for the minimum value. Values of EAR between 70% and 87% of the optimum EAR are obtained in the other cities.

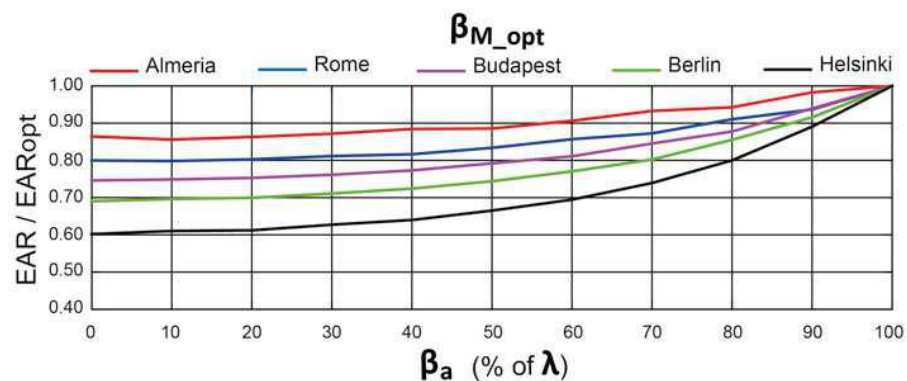


Figure 12. Influence of β_a .

Figure 13 shows the relationship between the value of EAR and the maximum value of EAR for fixed $\beta_a = \lambda$ and varying β_M . Deviations in relation to the optimum β_M have a higher influence as the city's latitude is higher, for values of β_M lower than the optimum value of β_M .

Notice that the influence of β_M is greater than the influence of the β_a .

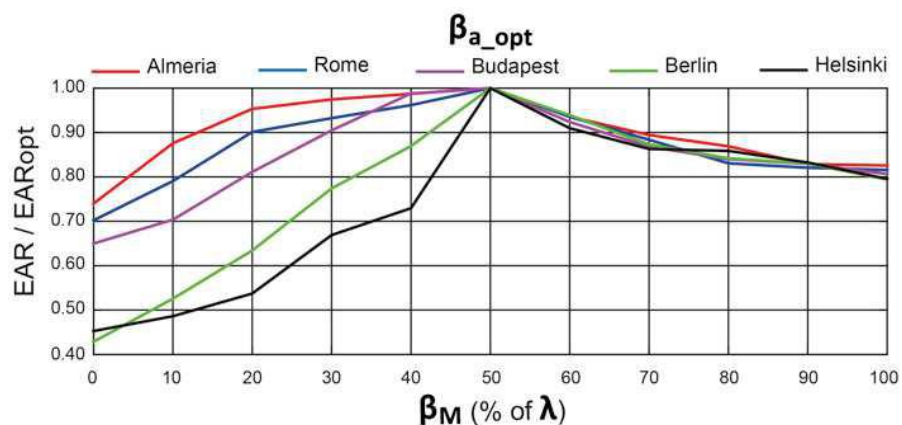


Figure 13. Influence of β_M .

5. Conclusions

For urban application of *SSLFRs*, the area required for its installation is important, and it is affected by the tilt angles of the mobile structure and the secondary reflector system. A methodology for calculating the optima of both angles is presented. Once these are determined, the algorithm proposed in [12] for calculating the optimal values of the longitudinal position and length of the absorber tube can be applied. Optimum tilt angles have been evaluated taking into account the different geographical locations. A brute-force search algorithm is used to verify the results, and several tables of different tilt angles are presented. The following are the key observations of our study: (1) The optimum tilt

angles of the SSLFR depend on the geographical location. (2) The optimum tilt angle of the mobile structure is $\lambda/2$ for any geographical location. (3) The optimum tilt angle of the secondary reflector system is λ for any geographical location. (4) For a fixed $\beta_M = \frac{\lambda}{2}$ and β_a , the deviations with respect to the optimum β_a have a higher influence as the city's latitude is higher. (5) For a fixed $\beta_a = \lambda$ and β_M , the deviations in relation to the optimum β_M have a higher influence as the city's latitude is higher, for values of β_M smaller than the optimum. (6) The influence of β_M is greater than the influence of the β_a .

These contributions are useful for many possible future studies related to concentrated photovoltaic systems based on SSLFRs, as our system has no moving parts, which reduces costs and power consumption.

6. Annex

In this Annex we collect all the formulae required to compute the EAR:

$$EAR = \frac{1}{A} \sum_{n_d=1}^{365} \left[\int_0^{24} \left(\sum_{i=0}^{2 \cdot n} DNI^{n_d}(T_S) \cdot \eta_{opt} \cdot IAM_i^{n_d}(T_S) \cdot A_{effi}^{n_d}(T_S) \right) dT_S \right] \quad (20)$$

The area A required for the SSLFR installation is:

$$A = W \cdot L \quad (21)$$

The mirror field width W is:

$$W = 2 \cdot n \cdot (W_M + d) + W_M \quad (22)$$

while the reflector length L can be computed with the following relations:

(1) If $L_a^l \cdot \cos(\beta_a) \leq \frac{1}{2} \cdot L_M \cdot \cos(\beta_M)$ and $L_a^r \cdot \cos(\beta_a) \leq \frac{1}{2} \cdot L_M \cdot \cos(\beta_M)$ then:

$$L = L_M \cdot \cos(\beta_M) \quad (23)$$

(2) If $L_a^l \cdot \cos(\beta_a) > \frac{1}{2} \cdot L_M \cdot \cos(\beta_M)$ and $L_a^r \cdot \cos(\beta_a) \leq \frac{1}{2} \cdot L_M \cdot \cos(\beta_M)$ then:

$$L = L_a^l \cdot \cos(\beta_a) + \frac{1}{2} \cdot L_M \cdot \cos(\beta_M) \quad (24)$$

(3) If $L_a^l \cdot \cos(\beta_a) \leq \frac{1}{2} \cdot L_M \cdot \cos(\beta_M)$ and $L_a^r \cdot \cos(\beta_a) > \frac{1}{2} \cdot L_M \cdot \cos(\beta_M)$ then:

$$L = \frac{1}{2} \cdot L_M \cdot \cos(\beta_M) + L_a^r \cdot \cos(\beta_a) \quad (25)$$

The parameter DNI is the direct normal irradiance. The method presented by [19] was used to estimate it. The parameter η_{opt} is the total optical yield, which is calculated considering the reflectivity of the mirrors (ρ), the cleanliness factors of the mirror (CI_m) and of the glass covering the secondary absorber (CI_g), the transmissivity of this glass (τ), and the absorptivity of the material of which the absorber tube is made (α_b):

$$\eta_{opt} = (\rho \cdot CI_m) \cdot (\tau \cdot CI_g \cdot \alpha_b) \quad (26)$$

The parameter IAM_i expresses the variation in the optical performance of an SSLFR for varying ray incidence angles, for the i -th mirror, [12]:

$$IAM_i = \left[C_L^2 + C_{Ti}^2 + 2 \cdot C_L \cdot C_{Ti} \cdot \cos \widehat{C_L C_{Ti}} \right]^{1/2}; \quad 0 \leq i \leq 2n \quad (27)$$

$$C_L = \cos \gamma_S \cdot \cos \theta_L; \quad C_{Ti} = \frac{\cos \alpha_S \cdot \sin \gamma_S \cdot \cos \theta_i}{\sin \theta_i}; \quad 0 \leq i \leq 2n \quad (28)$$

The value A_{effi} is the effective area of the absorber tube of the i -th mirror, which is actually illuminated. This parameter is calculated considering the total illuminated length

of the absorber tube (l_a) and the length of the circumference illuminated on the absorber tube by the i -th mirror (l_{ciai}):

$$A_{effi} = l_{ciai} \cdot l_a; 0 \leq i \leq 2n \quad (29)$$

The value of l_a is the sum of the left illuminated length of the absorber tube (l_a^l), and the right illuminated length of the absorber tube (l_a^r) [12]:

$$l_a = l_a^l + l_a^r \quad (30)$$

$$l_a^l = \frac{1}{\cos \beta_a} \left[\frac{\left[f + \frac{L_M}{2} [\sin \beta_M - \cos \beta_M \tan \beta_a] \right] \tan \mu}{1 + \tan \beta_a \tan \mu} + \frac{L_M}{2} \cos \beta_M \right] \quad (31)$$

$$l_a^r = \frac{1}{\cos \beta_a} \left[\frac{L_M}{2} \cos \beta_M - \frac{\left[f + \frac{L_M}{2} [\cos \beta_M \tan \beta_a - \sin \beta_M] \right] \tan \mu}{1 + \tan \beta_a \tan \mu} \right] \quad (32)$$

The parameter l_{ciai} is computed considering the width on the absorber tube illuminated by the i -th mirror (W_{ai}), the angle between the vertical at the focal point and the line connecting the center point of each mirror to the focal point (α_i), and the diameter of the absorber tube (D) [12]:

$$l_{ciai} = \begin{cases} \frac{\pi D}{2} & \text{if } W_{ai} \cos \alpha_i > D \\ D \arcsin\left(\frac{W_{ai}}{D}\right) & \text{if } W_{ai} \cos \alpha_i \leq D \end{cases} \quad (33)$$

where W_{ai} , the width on the absorber tube illuminated by the i -th mirror, is given by:

$$W_{ai} = W_M \cdot [\cos \beta_i \pm \sin \beta_i \tan \alpha_i]; 0 \leq i \leq 2n \quad (34)$$

α_i being the angle between the vertical at the focal point and the line connecting the center point of each mirror to the focal point and β_i the tilt of the i -th mirror. The sign \pm means $-$ for the left side and $+$ for the right side. The angle α_i is given by:

$$\alpha_i = \arctan \left[\frac{i \cdot (W_M + d)}{f + D/2} \right]; 1 \leq i \leq n \quad (35)$$

Finally, T_s is the solar time, n is the number of mirrors on each side of the central mirror, n_d is the ordinal of the day, and A is the area required for the SSLFR installation. This parameter is calculated considering the mirror field width (W) and the reflector length (L) [13].

Author Contributions: Conceptualization: A.B. and L.B., investigation: C.B.-C. and J.A.F.R.; wrote and final editing: A.B., L.B., C.B.-C. and J.A.F.R. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research was funded by the Business Chair: "Training and immersion in sustainable development" of the University of Oviedo.

Institutional Review Board Statement: Not applicable.

Informed Consent Statement: Not applicable.

Data Availability Statement: Not applicable.

Acknowledgments: The authors wish to thank Laudino Rodríguez, head of the CIPP-Mantenimiento y Servicios a la Producción vocational training school in La Felguera, Asturias, Spain, for his work of building the prototype for the design presented in this paper.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Abbreviations

The following abbreviations are used in this manuscript:

A_{effi}	Effective area of the absorber tube (m ²)
CL_g	Cleanliness factor of the glass
CL_m	Cleanliness factor of the mirror
D	Diameter of the absorber tube (m)
DNI	Direct Normal Irradiance (W/m ²)
d	Separation between two consecutive mirrors (m)
EAR	Ratio between the annual energy absorbed and the area required for the SSLFR installation (Mwh/m ²)
f	Height of the receiver (m)
IAM	Incidence angle modifier
L	Reflector length (m)
L_M	Length of the mirrors (m)
L_a	Length of the single absorber tube (m)
L_a^l	Left length of the single absorber tube (m)
L_a^r	Right length of the single absorber tube (m)
l_a	Total illuminated length of the absorber tube. (m)
l_a^l	Left illuminated length of the absorber (m)
l_a^r	Right illuminated length of the absorber (m)
l_{ciai}	Length of the circumference illuminated on the absorber tube by the i -th mirror (m)
n	Number of mirrors at each side of the central mirror
n_d	Ordinal of the day
Q	Total power absorbed (W)
W	Mirror field width (m)
W_M	Width of the mirrors (m)
W_{ai}	Width illuminated on the absorber by the i -th by mirror (m)
α_b	Absorptivity of the absorber tube
α_i	Angle between the vertical at the focal point and the line connecting the center point of each mirror to the focal point (°)
α_S	Height angle of the Sun (°)
β_a	Angle between the absorber tube and the horizontal plane (°)
β_i	Tilt of i -th mirror (°)
β_M	Angle between the mirror axis and the horizontal plane (°)
γ_S	Azimuth of the Sun (°)
δ	Declination (°)
η_{opt}	Optical efficiency (%)
θ_z	Zenith angle of the Sun (°)
λ	Latitude angle (°)
ρ	Reflectivity of the primary mirrors
μ	Angle between the reflected ray and the normal to the NS axis (°)
Γ	Day angle (°)
τ	Transmissivity of the glass
ω	Hour angle (°)

References

1. EUROSTAT. Eurostat, Energy Statistics—An Overview. 2017. Available online: https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Energy_statistics_-_an_overview#Energy_intensity (accessed on 15 April 2021).
2. European Commission. Energy-Heating and Cooling. 2018. Available online: <https://ec.europa.eu/energy/en/topics/energyefficiency/heating-and-cooling> (accessed on 15 April 2021).
3. European Council Report. 2019. Available online: http://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/en/ec/145397.pdf (accessed on 15 April 2021).
4. Buker, M.S.; Riffat, S.B. Building integrated solar thermal collectors—A review. *Renew. Sustain. Energy Rev.* **2015**, *51*, 327–346. [CrossRef]
5. Mokhtar, G.; Boussad, B.; Nouredine, S. A linear Fresnel reflector as a solar system for heating water: Theoretical and experimental study. *Case Stud. Therm. Eng. Case* **2016**, *8*, 176–186. [CrossRef]

6. Serag-Eldin, M.A. Thermal design of a roof-mounted CLFR collection system for a desert absorption chiller. *Int. J. Sustain. Energy* **2014**, *33*, 506–524. [CrossRef]
7. Velázquez, N.; García-Valladares, O.; Saucedo, D.; Beltraxn, R. Numerical simulation of a Linear Fresnel Reflector Concentrator used as direct generator in a Solar-GAX cycle. *Energy Convers. Manag.* **2010**, *51*, 434–445. [CrossRef]
8. Zhou, L.; Li, X.; Zhao, Y.; Dai, Y. Performance assessment of a single/double hybrid effect absorption cooling system driven by linear Fresnel solar collectors with latent thermal storage. *Sol. Energy* **2017**, *151*, 82–94. [CrossRef]
9. Montenon, A.C.; Papanicolas, C. Economic assessment of a PV hybridized linear Fresnel collector supplying air conditioning and electricity for buildings. *Energies* **2021**, *14*, 131. [CrossRef]
10. Boito, P.; Grena, R. Application of a fixed-receiver linear Fresnel reflector in concentrating photovoltaics. *Sol. Energy* **2021**, *215*, 198–205. [CrossRef]
11. Barbón, A.; Sánchez-Rodríguez, J.A.; Bayxoxn, L.; Barbxoxn, N. Development of a fiber daylighting system based on a small-scale linear Fresnel reflector: Theoretical elements. *Appl. Energy* **2018**, *212*, 733–745. [CrossRef]
12. Barbón, A.; Barbxoxn, N.; Bayxoxn, L.; Otero, J.A. Optimization of the length and position of the absorber tube in small-scale Linear Fresnel Concentrators. *Renew. Energy* **2016**, *99*, 986–995. [CrossRef]
13. Barbón, A.; Bayxoxn, L.; Bayxoxn-Cueli, C.; Barbxoxn, N. A study of the effect of the longitudinal movement on the performance of small scale linear Fresnel reflectors. *Renew. Energy* **2019**, *138*, 128–138. [CrossRef]
14. Barbón, A.; Bayxoxn-Cueli, C.; Bayxoxn, L.; Rodríguez, L. Investigating the influence of longitudinal tilt angles on the performance of small scale linear Fresnel reflectors for urban applications. *Renew. Energy* **2019**, *143*, 1581–1593. [CrossRef]
15. Nixon, J.D.; Davies, P.A. Construction and experimental study of an elevation linear Fresnel reflector. *J. Sol. Energy Eng.* **2016**, *138*, 031001. [CrossRef]
16. Pulido-Iparraguirre, D.; Valenzuela, L.; Serrano-Aguilera, J.J.; Fernández-García, A. Optimized design of a Linear Fresnel reflector for solar process heat applications. *Renew. Energy* **2019**, *131*, 1089–1096. [CrossRef]
17. Barbón, A.; Sánchez-Rodríguez, J.A.; Bayxoxn, L.; Bayxoxn-Cueli, C. Cost estimation relationships of a small-scale linear Fresnel reflector. *Renew. Energy* **2019**, *134*, 1273–1284. [CrossRef]
18. Spencer, J.W. Fourier series representation of the position of the sun. *Search* **1971**, *2*, 172.
19. Barbón, A.; Ayuso, P.F.; Bayxoxn, L.; Fernández-Rubiera, J.A. Predicting beam and diffuse horizontal irradiance using Fourier expansions. *Renew. Energy* **2020**, *154*, 46–57. [CrossRef]
20. PVGIS. Joint Research Centre (JRC). 2021. Available online: http://re.jrc.ec.europa.eu/pvg_tools/en/tools.html#PVP (accessed on 15 April 2021).
21. Zhu, Y.; Shi, J.; Li, Y.; Wang, L.; Huang, Q.; Xu, G. Design and thermal performances of a scalable linear Fresnel reflector solar system. *Energy Convers. Manag.* **2017**, *146*, 174–181. [CrossRef]
22. Zhu, Y.; Shi, J.; Li, Y.; Wang, L.; Huang, Q.; Xu, G. Design and experimental investigation of a stretched parabolic linear Fresnel reflector collecting system. *Energy Convers. Manag.* **2016**, *126*, 89–98. [CrossRef]
23. Duffie, J.A.; Beckman, W.A. *Solar Engineering of Thermal Processes*, 4th ed.; John Wiley & Sons: New York, NY, USA, 2013.
24. Sharma, V.; Khanna, S.; Nayak, J.K.; Kedare, S.B. Effects of shading and blocking in compact linear fresnel reflector field. *Energy* **2016**, *94*, 633–653. [CrossRef]
25. Theunissen, P.H.; Beckman, W.A. Solar transmittance characteristics of evacuated tubular collectors with diffuse back reflectors. *Sol. Energy* **1985**, *35*, 311–320. [CrossRef]
26. Kotték, M.; Grieser, J.; Beck, C.; Rudolf, B.; Rubel, F. World map of the Köppen-Geiger climate classification updated. *Meteorol. Z.* **2006**, *15*, 259–263. [CrossRef]



Non-uniform illumination in low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors



A. Barbón ^a, P. Fortuny Ayuso ^b, L. Bayón ^{b,*}, J.A. Fernández-Rubiera ^a

^a Department of Electrical Engineering, University of Oviedo, Spain

^b Department of Mathematics, University of Oviedo, Spain

ARTICLE INFO

Article history:

Received 21 May 2021

Received in revised form

2 September 2021

Accepted 27 September 2021

Available online 30 September 2021

Keywords:

Low concentration photovoltaic systems

Small-scale linear Fresnel reflectors

Non-uniform illumination

Hot-spot

ABSTRACT

Low concentration photovoltaic systems improve performance by absorbing and concentrating more sunlight than non-concentration ones. However, they require uniform illumination of the PV cells, as their electrical performance can decrease dramatically otherwise. A thorough analysis of the design causes of non-uniform illumination in small-scale linear Fresnel reflectors (SSLFR) is carried out, yielding the main parameters to be optimized. Then, such an optimized SSLFR guaranteeing uniform illumination is designed, and an optimum operation interval is estimated during which, furthermore, neither shading nor blocking on the mirrors happens. The study requires computing the maximum optimal transverse incidence angle, θ_{t_0} , whose influence on the time-span of optimum operation, width of the SSLFR, annual solar irradiation, width of the mirrors, and position of the mirrors is also studied. We include a detailed example showing the accuracy of our calculations, using Monte Carlo Ray Tracing.

© 2021 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

Photovoltaic (PV) systems are one of the main applications of solar energy, and apart from their intrinsic benefits, they have some specific advantages: freedom of installation, multiple applications, and commercial availability [1]. It is estimated [2] that PV energy generation by 2050 may reach 14.5% from residential roof installations, 11.5% from non-residential roof installations and 21.4% from (solar) power plants. The levelized cost of energy (LCOE), moreover, is expected to decrease from 0.085 (USD/kWh) to between 0.014 and 0.05 (USD/kWh) by 2050 [3].

A typical application of PV technology are Concentrated Photovoltaic Systems (CPV), with high conversion efficiency, low cost, and which can provide electric and thermal energy at the same time. Their main drawback is that concentrating the solar irradiance may make its distribution non-uniform on the PV cells, causing efficiency losses.

The geometric concentration ratio (the area of the primary lens or mirror divided by that of the PV cells) divides CPVs into three main groups: low, medium and high concentration [4]. The first are called Low Concentration PV systems (LCPVs) have geometric

concentration ratio between 2 and 10 suns [5], and in them conventional high-performance silicon PV cells designed for 1 sun are used [6]. The efficiency of LCPVs depends strongly on that of the PV cells, which require uniform illumination on their whole surface for their correct operation. This is one of the key constraints in the design of any LCPV.

In this study we focus on the design of an LCPV using a Small Scale Linear Fresnel Reflector (SSLFR). These reflectors concentrate sunlight onto the secondary system using a row of longitudinal mirrors, and have been thoroughly studied (see Refs. [7–9], [10], for instance). In Refs. [7,10] different compact versions are presented, and optical designs and analyses are carried out, using statistical simulation techniques (Monte Carlo Ray Tracing). In Ref. [9], a hybrid concentrating PV/Thermal system with beam splitter and fully tracked linear Fresnel reflector is proposed, and its structural parameters are computed and optimized.

The general structure of an SSLFR is a series of rows of parallel mirrors (the primary reflector system) placed on a mobile structure. The mirrors reflect the incident solar irradiance towards a surface (usually with a secondary reflector system) on a fixed structure. They are simple and inexpensive [11] but their efficiency is highly dependent on the incidence angle.

In our application of SSLFRs to LCPV technology, we are going to focus on the issue of uniform illumination of the PV cells, as this is the most important property to guarantee: non-uniform

* Corresponding author.

E-mail address: bayon@uniovi.es (L. Bayón).

illumination causes higher than expected Ohmic drops [12], mismatch between series-connected PV cells, and Hot-spots [13].

Hot-spots are due to an heterogeneous distribution of the solar irradiance on the PV cells —their name comes from the increase of temperature in the corresponding area of the cell. There is a direct correlation between the existence of hot spots and faults in PV modules [14], which has led to the modeling of the effects of non-uniform solar irradiance of PV cells [15], the optimization of their distribution [16], the attempt to balance the high concentration and the uniformity of the distribution of solar irradiance [17], and the effect of this non-uniform distribution on multi-junction PV cells, among other studies. In summary, the design of an SSLFR for PV applications must guarantee the total absence of hot-spots. Our aim in this paper is precisely to present a design which yields *uniform* distribution of the solar irradiance on the PV cells during the operation time of the system.

It is difficult to exactly reproduce (either experimentally or numerically) a non-uniform illumination caused by a real solar concentrator [18], and Monte-Carlo ray tracing is usually employed [19], which reduces simulation time and data volume [5]. We use this technique in the simulations presented to validate our results, using SolTrace© [20], commonly used for PV systems [19].

An important parameter in our design is the transverse solar angle at time t , θ_t , which, apart from being relevant to the uniform illumination, influences the possible existence of blocking and shading between the mirrors. This angle is usually projected in the transverse and longitudinal planes. We carry out the transverse study, as the other one has already been covered elsewhere [21,22]. An analysis of the influence of θ_t on the received irradiation is also done. In the end, two main and antithetical parameters influence the design: the total energy received by the cells and the size of the system, and a compromise has to be reached between the two. Once a specific design is chosen, we study several issues related to the behavior of the SSLFR – PV system in motion, and check the amount of shading taking place when the system works out of its design conditions.

The paper is organized as follows. Section 2 summarizes the main components of an SSLFR used in a low concentrated photovoltaic system. The causes of non-uniform illumination in LCPVs based on SSLFRs are presented in Section 3. Section 4 studies the main properties dealing with the optimization of the design. The behavior of the SSLFR in motion is covered in Section 5. Numerical simulations and verifications are presented in Section 6 and, finally, Section 7 summarizes the main contributions and conclusions of the paper.

2. Background

2.1. Constructive aspects of an SSLFR

The diagram in Fig. 1 enumerates the systems that configure a conventional SSLFR [11] for use in domestic water heating [23], heating/cooling of living space [24], etc. We aim to redesign it for PV generation.

Roughly (see Fig. 1), an SSLFR is composed of two main parts: the primary reflector system (containing the row of parallel mirrors and the several tracking elements) and the secondary reflector system (which itself contains the absorber tube, receiver cavity, insulation, and glass cover), lying on the focal line of the Fresnel mirrors. The primary reflector system is mounted on a mobile structure. The secondary reflector system is mounted on a fixed structure, located at a specific height above the primary reflector system.

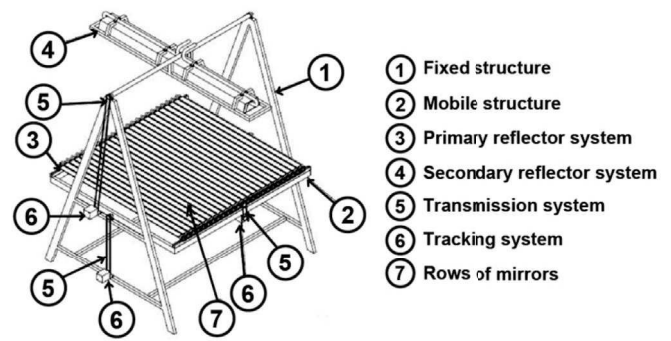


Fig. 1. Scheme of an SSLFR.

2.2. Relevant parameters

There are $2n + 1$ mirrors in the primary reflector system: the central one ($i = 0$), n to its left, and n to its right. The system, except for the orientation of the mirrors at time t , is totally symmetric with respect to the vertical axis joining the focal point O (the center of the secondary system) and the midpoint of the central mirror. The system is designed such that performance is also symmetrical throughout the day.

At this point, we want to compute the optimum position of the primary mirrors. Specifically, we wish to optimize:

1. The number n of mirrors on each side of the central mirror.
2. The distance $L_i > 0$ from the midpoint of each mirror to the midpoint of the central mirror (from which the distance $d_i > 0$ between mirrors i and $i + 1$ can be computed).
3. The width W_{Mi} of each mirror (which depend on i).

From L_i and W_{Mi} one can compute d_i , the distance between mirrors, as seen in Fig. 2.

The third item above (the width) is a novelty with respect to previous studies performed by the authors, where the SSLFR had an absorber tube in which a fluid was moving, instead of a string of PV cells. In those systems (see, v.gr [21]), the mirrors were all equal in order to simplify the design, as hot spots were irrelevant. However, in our present system, they impose an important constraint: it is paramount that all the PV cells be illuminated equally over all their

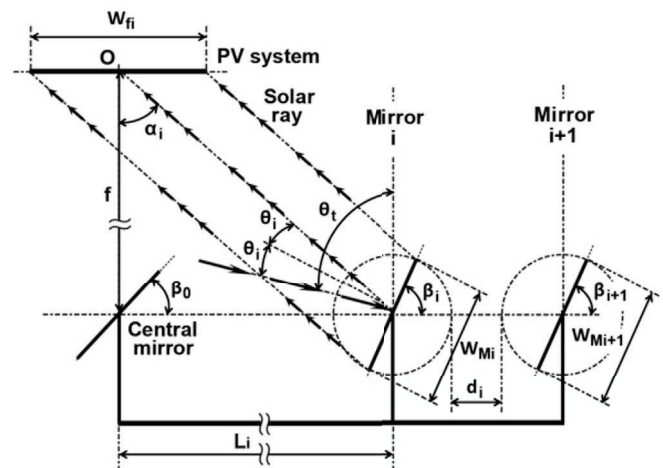


Fig. 2. Basic definitions of the SSLFR.

surface (same flux density everywhere) during the operation time. This imposes several conditions.

An SSLFR can have three rotating parts: the mobile structure, and the secondary reflector system may be rotated on the East-West axis; and the rows of mirrors can be rotated on the North-South axis following the Sun's daily movement (see Figs. 3 and 4). In this paper, only the motion of the mirrors is of interest, and to study this, we only need to consider the central mirror, and all of them rotate at the same angular speed. Obviously, the tilt of each mirror must be such that the incident ray on the midpoint (arriving with angle θ_t) reaches the focal line after the reflection. In order to control the tilt of all the mirrors, one only needs to position all of

them correctly at the start of the day and move them synchronously [26] with the Sun angle:

$$\theta_t = \arctan\left(\frac{\sin \gamma_S}{\tan \alpha_S}\right) \quad (1)$$

where α_S is the solar altitude and γ_S is the solar azimuth, both of which depend on the declination δ , latitude λ and hour angle ω . Formulas for computing these values are easily found (e.g. Ref. [25]). Our sign convention is: $\theta_t < 0$ before noon and $\theta_t > 0$ after noon. Finally, for each location, θ_t depends only on the day of the year N and the solar time T :

$$\theta_t = F(N, T) \quad (2)$$

Our optimization method starts by setting the worst working conditions: the worst values of θ_t , which we call θ_{t_0} (i.e. the worst times of the day, symmetrical around noon) and the "worst mirror", which is the one farthest from the Sun at t_0 . Any distance between mirrors which guarantees the absence of shading and blocking for this worst mirror and its adjacent at this worst time, also guarantees their absence at any other moment between any other two consecutive mirrors, during the operation time. That is, we are designing our SSLFR so that it works optimally during the operation interval (in transverse sun angles):

$$\theta_t \in [-\theta_{t_0}, \theta_{t_0}] \quad (3)$$

A correct choice of θ_{t_0} is key in our design, as it will influence other important parameters like the total width of the system, the ratio of yearly solar irradiance sent to the PV cells, or the daily time span without shading or blocking. We need some preliminary definitions.

The angle between the vertical axis and the line joining the center of mirror i with the focal point O is called α_i and its value is:

$$\alpha_i = \arctan\frac{L_i}{f}; \quad 1 \leq i \leq n \quad (4)$$

both on the left and on the right sides, with $L_0 = 0$ for the central mirror. (From now on, any value with an index i depends on mirror i).

The angle which mirror i forms with the horizontal is called its tilt: β_i . It obviously depends on θ_t , as the Sun ray meeting the midpoint of mirror i must be reflected towards O . This gives:

$$\beta_i = \frac{-\theta_t \pm \alpha_i}{2}; \quad 1 \leq i \leq n \quad (5)$$

where \pm stands for: $-$ for mirrors on the left side and $+$ otherwise. Notice that for $i = 0$, $\alpha_0 = 0$ and then $\beta_0 = \theta_t/2$ at all times. By convention, $\beta_i > 0$ when measured counter-clockwise above the horizontal. Notice that the focal plane is located at a distance f from the reflecting element placed in the center of the SSLFR ($L_0 = 0$). The pivoting point of each mirror coincides with its midpoint, so that the mirror is always focused on O .

2.3. The secondary system

In our design, the secondary system does not include a reflector. It consists of the PV cells, the active cooling system, the isolation material and the protective casing, secondary structure, and the shaft (Fig. 5). The cells are the smallest element of the PV system, there being several of them interconnected and encapsulated. Most of the solar irradiance absorbed by them is converted into heat, which is mostly absorbed by the cooling system (otherwise the cells either malfunction or work very inefficiently). The parameters

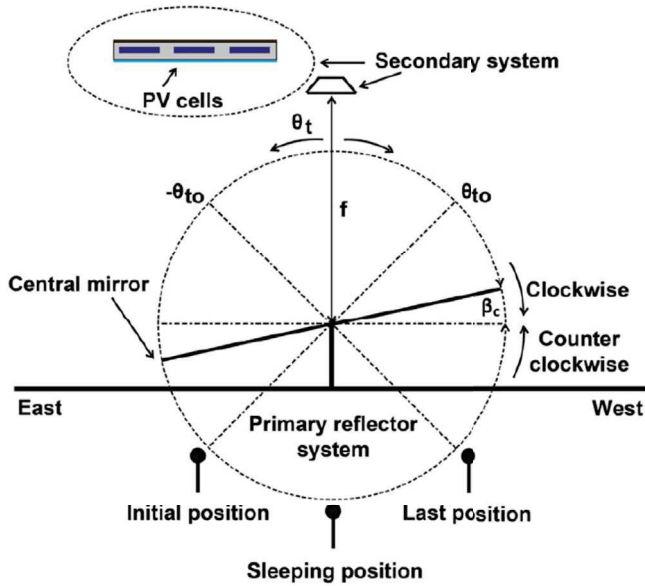


Fig. 3. Mirrors movement.

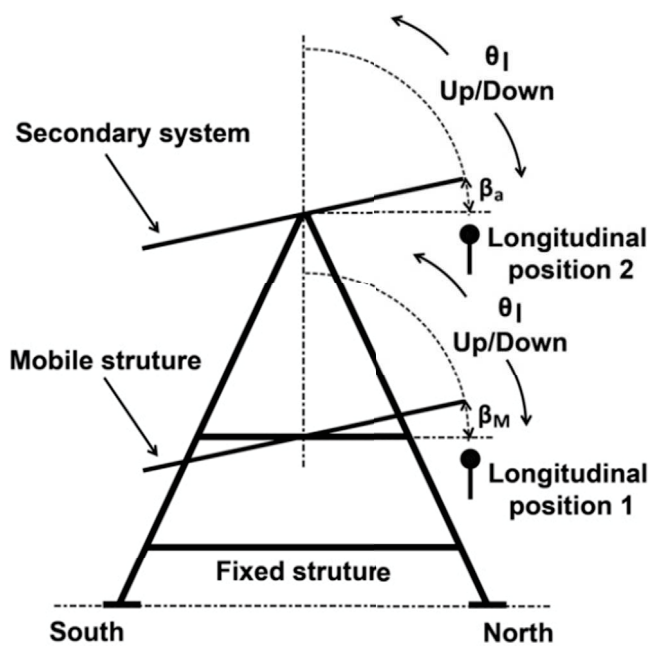


Fig. 4. Mobile structure and secondary system movements.

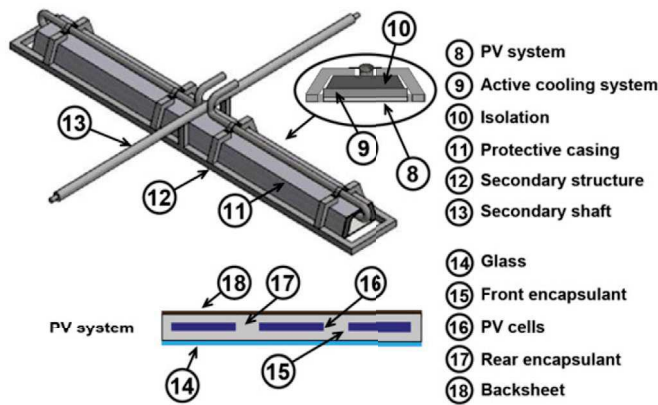


Fig. 5. Secondary system.

of the PV system are: W_{PV} (width), L_{PV} (length), whereas the cooling system has width W_{ACS} and length L_{ACS} (all in units of m).

2.4. Note on the transverse study

As is usual, the design considers the solar rays projected onto two reference planes [27], producing the longitudinal and transverse projections [21], ought to be studied. On one hand, we need to ensure that the PV cells receive a homogeneous distribution of irradiance during the whole operation time, in both directions. On the other, we want to guarantee that there is neither shading nor blocking of the Sun rays by the mirrors (which is a transverse property). Both studies are independent of each other [27], and we refer the reader to previous works of some of the authors [21,22].

The longitudinal solution found in those references ensures that the rays reflected by the mirrors in the that direction are perpendicular to the floor so that the PV cells are fully and homogeneously illuminated longitudinally during the whole operation time. This also causes the secondary system to have the same length as the mirrors of the primary reflector system. Finally, as both fields (primary and secondary) are centered with respect to the SSLFR center, the design is more compact. All these properties are good for our design.

3. Causes of non-uniform illumination of the PV cells

The majority of SSLFR applications are for heating, and use an absorber where our model has PV cells. This renders the uniformity of illumination mostly irrelevant [28–30]. However, for LCPVs, an heterogeneous illumination of the PV system decreases their fill factor and overall electrical efficiency [18] and may even damage the cells [14].

If we call W_{ai} the width of the PV system illuminated by the i – th mirror, then, using the notation above [30], gives:

$$W_{ai} = W_{Mi} \cdot [\cos \beta_i \pm \sin \beta_i \tan \alpha_i]; \quad 1 \leq i \leq n \quad (6)$$

Notice that, as α_i and β_i are not free variables, (6) depends essentially on W_{Mi} , d , n and f (but this last one will be considered fixed at 1.5 (m), as is usual [30–32]). Thus, W_{Mi} , d and n are the design parameters which may give rise to non-uniform illumination. We study how their influence on it in the next sections.

In the simulations of the flux distribution on the PV cells, the Monte-Carlo Ray tracing technique has been used, by means of SolTrace™ [19,20], choosing Almeria (Spain), at $36^\circ 50' 07'' N$ latitude, $02^\circ 24' 08'' W$ longitude and 22 (m) elevation, as the geographical location. Our 3D model of the SSLFR assumes all the mirrors are perfect, flat and without fabrication errors. The governing parameters of the system are given in Table 1 (and these are fixed throughout all the rest of the study). Finally, 10^7 light rays have been used for the simulation [33].

3.1. Shading and blocking contribution to non-uniformity (small d)

The spacing between consecutive mirrors determines the absence or not of both shading (i.e. one mirror creates a shadow on an adjacent one) and blocking (one mirror blocks the reflected rays from an adjacent one). In this section we show, by an example, how any of these events gives rise to non-uniform illumination of the PV cells, so that both need to be avoided.

Consider a design with $n = 2$ (i.e. 5 mirrors in total), distance between the centers of the mirrors $d = 0.05$ (m), and width $W_M = 0.30$ (m). Assume the width of the PV cells is $W_{PV} = 0.28$ (m). As elsewhere, the rest of parameters are as in Table 1. All the simulations have been carried out with SolTrace.

The simulation for this example is depicted in Fig. 6(left) for the Summer Equinox ($N = 172$) at $T = 9 : 00$, and the shading between mirrors 1 and 2 (the rightmost ones) is apparent. Fig. 6(right) shows the flux density (W/m^2) on the receiver for the same instant. The shading produces the strong lack of uniformity on the East side of the cells. There is some lesser lack of uniformity on the West side, but much less relevant.

Blocking gives rise to a completely parallel phenomenon, and we do not provide a simulation.

3.2. Separation between mirrors (large d)

As d increases, shading and blocking disappear, but an excessive value of d gives also rise to non-uniform illumination of the PV system, as our next example shows.

Consider the design proposed in Ref. [34] which avoids both shading and blocking: there are 5 mirrors (so that $n = 2$) of width 0.30 (m); the PV system has width 0.28 (m). Taking $d = 0.08, 0.10, 0.12$ and 0.14 (m), the flux density (W/m^2) on the PV cells follows the pattern shown in Fig. 7 for $N = 172, T = 9 : 00$. The non-uniformity of the illumination is noticeable, and clearly increases with d .

Table 1
Fixed parameters used in the study.

	Parameters	Value
L_M	Mirror length	2.00 (m) [30]
L_{PV}	PV system length	2.00 (m) [30]
f	Height of the receiver	1.50 (m) [31]
ρ	Mirror reflectivity	0.94 [25]
Cl_m	Mirror cleanliness	0.96 [34]
Cl_g	Glass cleanliness	0.96 [34]
τ_g	Glass transmissivity	$\tau_g = 0.87$ if $\alpha_i \leq 20^\circ$, $\tau_g = 0.85$ if $20^\circ \leq \alpha_i \leq 30^\circ$ [35]

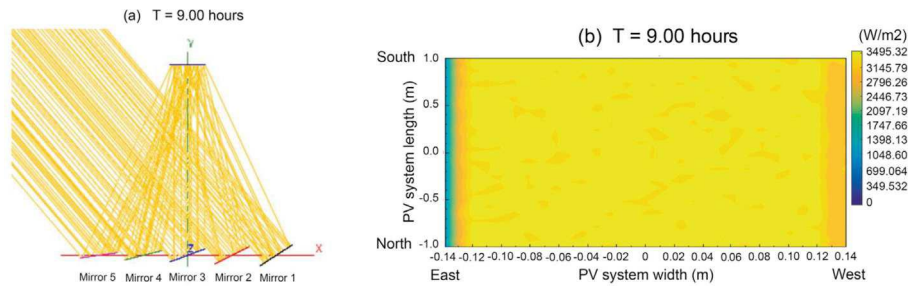


Fig. 6. Output of SolTrace for an SSLFR with shading.

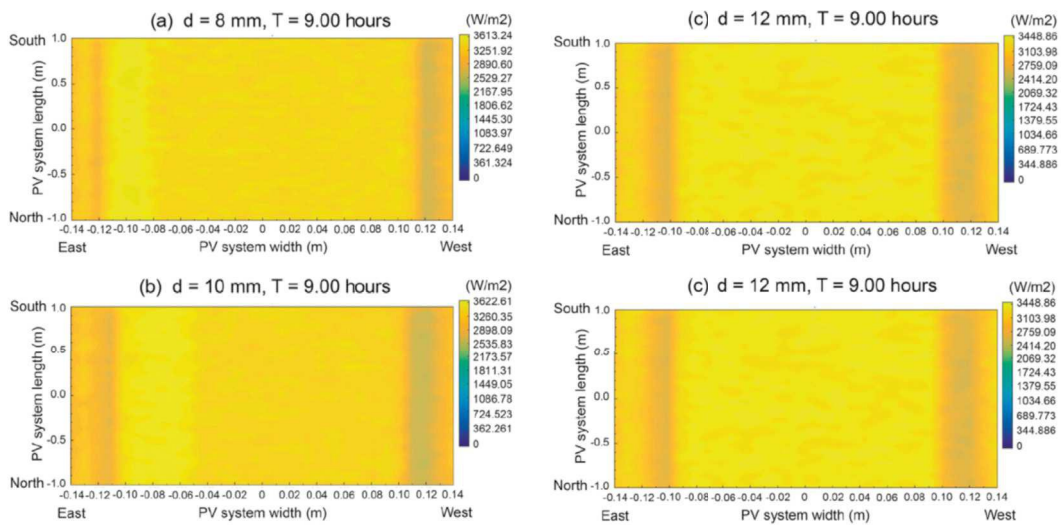


Fig. 7. SolTrace 2D view of flux density in PV cells in function of d .

3.3. Number of mirrors

The more the mirrors, the greater the probability of having a non-uniform distribution of flux on the PV system, as each mirror has a different W_{ai} . Consider a system with $n = 4$ (i.e. 9 mirrors) of width 0.16 (m). Fix a width of 0.16 (m), and $d = 0.05$ (m). The flux for $N = 172$ and $T = 9 : 00$ is pictured in Fig. 8, and is obviously non-uniform. The large difference between the W_{ai} of each mirror has a great impact on this.

3.4. Width of the PV system

The width of the PV system also bears on the uniformity (or lack thereof) of the illumination. Consider a system with $W_{PV} = 0.24$ (m) and, apart from the parameters of Table 1, set $n = 3$, each mirror of width 0.2085 (m), and $d = 0.06$ (m). The graphic in Fig. 9 evidences the (clearly) non-uniform distribution of flux on the PV system (as elsewhere, $N = 172$, $T = 9 : 00$), where the borders are practically dark, due to the wrong width of the cells.

3.5. Summary of parameters to optimize

In short, the three parameters W_{Mi} , d and n need to be optimized in order to get a uniform distribution of flux on the PV cells and prevent the problems associated to its absence.

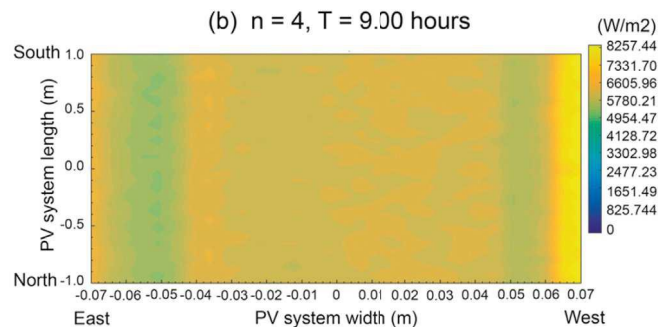


Fig. 8. SolTrace 2D view of flux density in PV cells for $n = 4$.

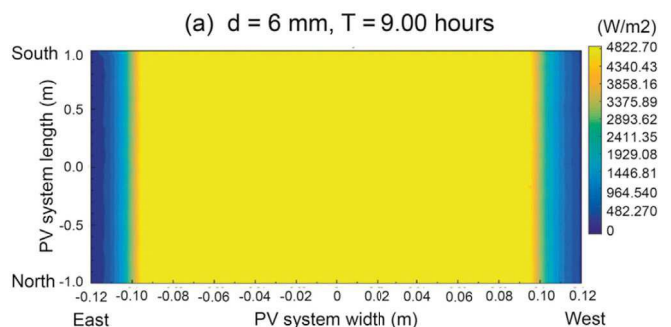


Fig. 9. SolTrace 2D view of flux density in PV cells for $n = 3$.

4. Optical design of an SSLFR with uniform illumination

Recall that our aim is to achieve a homogeneous uniform distribution of the solar irradiance reaching the PV cells during the whole operation time, and that we are only dealing with the transverse direction (see Refs. [21,22] for the longitudinal study).

We shall consider that the SSLFR is optimally designed when the following three conditions (which we will henceforward call “optimal design conditions”) hold:

- (i) There is a homogeneous flux density over all the PV cells.
- (ii) There is no shading between adjacent mirrors.
- (iii) There is no blocking between adjacent mirrors.

The first condition is the most important, whereas The other two conditions bear on the yield of the SSLFR.

For each specific day N of the year, there will be a time span $[-\theta_{t_0}, \theta_{t_0}]$, during which those three optimal design conditions hold: it will be called the optimum operation interval. At other times, only the first one will persist (as it is independent of time). Notice that shading and blocking cannot be guaranteed from sunrise to sunset for obvious geometrical reasons. Hence, the operating time is part of the design.

Thus, our design should ensure that during a specific time interval (see (32)), all the PV cells are completely illuminated by all the mirrors in a homogeneous way, without either shading or blocking. The first question, then, is: what range of operating solar incidence angles $\theta_{t_0} \in [m, M]$ should we choose in which the optimal design conditions hold? In order to know this, we need to clarify the equations which govern the system.

4.1. Main governing equations

We are going to use a modification of the method used in Ref. [21]. As it stands, mirror i can be characterized at any time by three parameters: its position (L_i), width (W_{Mi}), and tilt (β_i). We now compute the values of L_i which ensure that there is neither blocking nor shading between adjacent mirrors during the operation time. The distances d_i between consecutive centers are deduced from L_i and W_{Mi} (Fig. 2).

4.1.1. No shading

Consider the worst case (one of the two symmetrical ones): at solar time t_0 , the Sun is to the right ($\theta_{t_0} > 0$) and we look at mirrors on the left (which are the worst oriented at this time) for which $\beta_i < 0$. Fig. 10 shows the central mirror and its adjacent to the left, which are the first ones we need to consider. Obviously:

$$L_0 = 0; \beta_0 = \frac{-\theta_{t_0}}{2} \tag{7}$$

Whereas for $i = 1$, the one immediately to the left of mirror 0:

$$L_1 = A + B + C + D \\ = \frac{W_{M1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_1}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_1 \right] + \frac{W_{M0}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_0}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_0 \right] \tag{8}$$

with:

$$\beta_1 = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_1}{f} \tag{9}$$

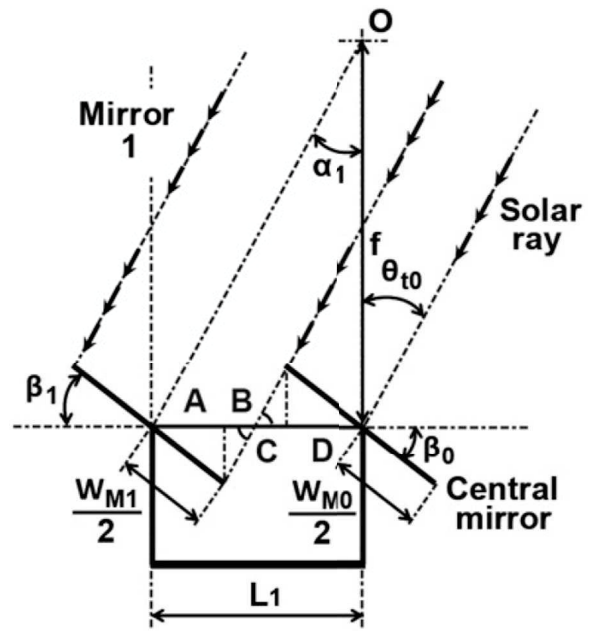


Fig. 10. Shading.

An analogous reasoning going leftwards gives the general condition:

$$L_i = L_{i-1} + \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_{i-1} \right] \tag{10}$$

with:

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \tag{11}$$

for $1 \leq i \leq n$, for the mirrors on the left side of the SSLFR.

As we assume the SSLFR performs symmetrically throughout the day, the values of L_i on the right side must be the same as those on the left side. Using the conventions $\theta_{t_0} < 0$, $\beta_i > 0$ for these mirrors, we obtain:

$$L_i = L_{i-1} + \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{\sin \beta_i}{-\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{\sin \beta_{i-1}}{-\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_{i-1} \right] \tag{12}$$

while, for the tilts, we get:

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} + \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f}; \quad 1 \leq i \leq n \tag{13}$$

4.1.2. No blocking

As before, we only have to reason for the positive value of θ_{t_0} and on the left side (see Fig. 11). A reasoning similar to the one carried out for shading gives, for the first two mirrors:

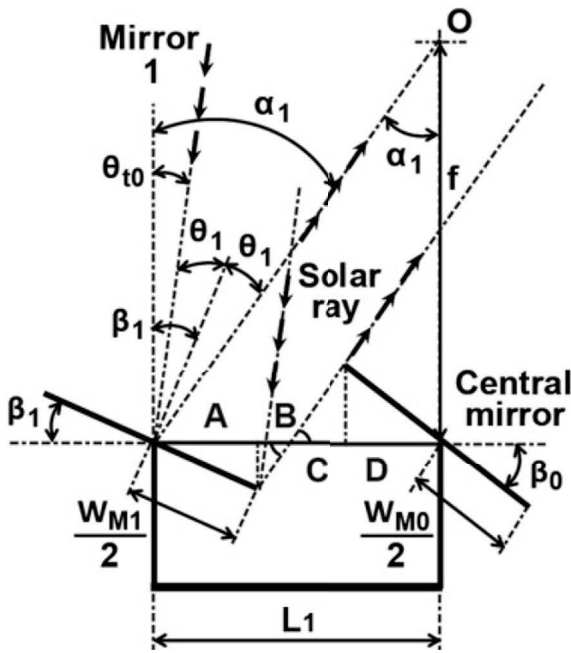


Fig. 11. Blocking.

$$L_0 = 0; \beta_0 = \frac{-\theta_{t_0}}{2} \quad (14)$$

and:

$$L_1 = A + B + C + D = \frac{W_{M1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_1}{\cot \alpha_1} + \cos \beta_1 \right] + \frac{W_{M0}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_0}{\cot \alpha_1} + \cos \beta_0 \right] \quad (15)$$

with:

$$\beta_1 = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_1}{f} \quad (16)$$

In general, for $1 \leq i \leq n$, we get:

$$L_i = L_{i-1} + \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_{i-1} \right] \quad (17)$$

with tilts:

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \quad (18)$$

By symmetry, the values of L_i and β_i on the right side are:

$$L_i = L_{i-1} + \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{\sin \beta_i}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{\sin \beta_{i-1}}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_{i-1} \right] \quad (19)$$

and

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} + \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \quad (20)$$

We have verified, by means of simulations that the shading conditions (10) and (11) are more stringent than those for blocking (17) and (18).

4.1.3. Homogeneous flux density on the PV cells

As stated above, in our previous studies with thermal systems, the width of the mirrors W_{Mi} was constant and pre-defined. However, the new design using PV cells requires them to be chosen so that the flux density is guaranteed to be homogeneous during the operation time. Hence the W_{Mi} are also unknowns and have to be computed from some new conditions.

The width W_{fi} (on the secondary system, around the focal point O) illuminated by the i -th mirror is:

$$W_{fi} = W_{Mi} \cdot [\cos \beta_i \pm \sin \beta_i \tan \alpha_i]; \quad 1 \leq i \leq n \quad (21)$$

where the sign \pm is $-$ for the left side, and $+$ for the right side of the SSLFR. For $i = 0$ (central mirror), $\alpha_0 = 0$ and $\beta_0 = -\theta_{t_0}/2$. During the operation time, W_{fi} depends on the day of the year N , the solar time T and the mirror i : $W_{fi}(N, T, i)$. We fix θ_{t_0} , and the set of unknowns depending on this θ_{t_0} is: W_{Mi} , β_i and L_i .

Our requirement of uniform illumination of the PV cells is:

$$W_{fi} = W_{PV}; \quad 1 \leq i \leq n \quad (22)$$

where the width W_{PV} of the PV system is a datum. Numerical simulations show that the following property holds:

Property 1. For all days N , all values of θ_{t_0} , and for each i , the least value of $W_{fi}(N, T, i)$ (and, hence, the worst situation, as we need W_{Mi} to be such that (22) holds) happens: for the mirrors on the left side, when $T = -\theta_{t_0}$; for the mirrors on the right side, when $T = \theta_{t_0}$; the central mirror behaves symmetrically with respect to those two values.

From **Property 1**, and in order to guarantee the homogeneity of flux even at the worst situations, we solve equation (22) taking into account that now, the mirrors on the left side behave worst when the Sun is on the same side, and respectively with the right side. As the SSLFR is symmetric, we only need to solve one of the cases. We take the left one for coherence.

In summary, the following condition has to hold:

$$W_{Mi} \cdot [\cos(\beta_i + \theta_{t_0}) - \sin(\beta_i + \theta_{t_0}) \tan \alpha_i] = W_{PV}; \quad 1 \leq i \leq n \quad (23)$$

4.2. Optimum operation interval

We now provide a succinct version of the iterative optimization algorithm used for the design. Recall that we are only working with the mirrors on the left side, as the system is symmetric. The steps are the following:

1. Select a discretization of the interval $[m, M]$ to which θ_{t_0} belongs. This interval should contain the optimal design and is chosen from experience. Start with $\theta_{t_0} = m$.
2. Find the initial conditions for each mirror. For $i = 0$, we know that:

$$\beta_0 = -\frac{\theta_{t_0}}{2}; \quad L_0 = 0 \quad (24)$$

Using Equation (23), compute the width W_{M0} of the central mirror:

$$W_{M0} \cdot [\cos(\beta_0 + \theta_{t_0}) - \sin(\beta_0 + \theta_{t_0}) \tan \alpha_i] = W_{PV} \quad (25)$$

3. Solve the system of 3 equations (10), (11) and (23) (the worst conditions for the design):

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \tag{26}$$

$$L_i = L_{i-1} + \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_{i-1} \right] \tag{27}$$

$$W_{Mi} \cdot [\cos(\beta_i + \theta_{t_0}) - \sin(\beta_i + \theta_{t_0}) \tan \alpha_i] = W_{PV} \tag{28}$$

Given its particular structure, this system has to be solved progressively, from $i = 1$ to $i = n$, starting with the values computed for $i = 0$.

1. 4. Increase θ_{t_0} by the discretization and repeat the above steps, until $\theta_{t_0} > M$.

Notice that before starting, we need to compute T using Equation (2):

$$\theta_t = F(N, T) \Rightarrow T = h(N, \theta_t) \tag{29}$$

in order to define $h(N, \theta_t)$ implicitly. If we particularize θ_t to $\pm\theta_{t_0}$, we obtain two (implicitly defined) functions $h_R(N, \theta_{t_0})$ and $h_S(N, \theta_{t_0})$:

$$-\theta_{t_0} = F(N, T) \Rightarrow T = h_R(N, \theta_{t_0}) \tag{30}$$

$$\theta_{t_0} = F(N, T) \Rightarrow T = h_S(N, \theta_{t_0}) \tag{31}$$

symmetrical with respect to $T = 12$ (so that we only need to solve one of them). The R and S as subindices come from “sunRise” and “sunSet”, although, properly speaking, they indicate the time at which the system should start and stop operating, respectively. We shall, nevertheless, speak of sunrise and sunset functions, when referring to them. We can now define the optimum operating interval as a function of T :

$$T \in I_N = [h_R(N, \theta_{t_0}), h_S(N, \theta_{t_0})] \tag{32}$$

which depends, certainly, on the day of the year N .

4.3. Influence of θ_{t_0} on the total irradiation received

We use the method proposed in Ref. [33] to determine the hourly distribution of beam horizontal solar irradiance for each day of the year, $I_{bh}(N, T)$. That study demonstrates the accuracy of the method and its applicability to different climates, checking against real data obtained from ground-level stations (for instance, from the WRDC database). By means of the Fourier transform, it obtains good estimations of the beam and diffuse solar irradiations for each day of the year. The authors use the Hottel clear-skies model [36] and data from the PVGIS database [37].

In the previous step, we specified a design angle θ_{t_0} which (as the forthcoming examples will show) has a large direct bearing on the width of the SSLFR. Now we study its influence on the solar irradiation received by the PV cells. To this end, we are going to integrate, for each day N and for each θ_{t_0} , the irradiation absorbed throughout the interval (32) (obviously, this depends on the location):

$$\tilde{H}_{bh}(N, \theta_{t_0}) = \int_{h_R(N, \theta_{t_0})}^{h_S(N, \theta_{t_0})} I_{bh}(N, T) dT \tag{33}$$

In that interval, we know for sure that there is neither shading nor blocking. We are going to compare $\tilde{H}_{bh}(N, \theta_{t_0})$ with the total irradiance from true sunrise ($T_R(N)$) to true sunset ($T_S(N)$):

$$H_{bh}(N) = \int_{T_R(N)}^{T_S(N)} I_{bh}(N, T) dT \tag{34}$$

Notice, however, that it would be impossible to prevent blocking and shading during the whole interval $[T_R(N), T_S(N)]$ (for instance, the solar height at both times is 0). Thus, the value of $H_{bh}(N)$ is just the an upper bound for the absorbed irradiations and one must be aware of this fact during the design process. The combination of the two elements:

1. The width of the SSLFR

$$W = 2L_n + W_{Mn} \tag{35}$$

2. The ratio of yearly absorbed irradiation:

$$P_{\tilde{H}} = \sum_{N=1}^{365} \tilde{H}_{bh}(N, \theta_{t_0}) / \sum_{N=1}^{365} H_{bh}(N) \tag{36}$$

will be the key tools for the designer with which to choose his or her optimal θ_{t_0} , depending on other constraints (technical, economic, geographical ...).

5. Analysis of the proposed design of the SSLFR

Once the design phase has been finished, with θ_{t_0} chosen and the optimal values of the number n of mirrors, their positions L_i and their widths W_{Mi} are fixed, we study the behavior of the SSLFR applied to PV generation. Recall that the tilt of the mirrors follows the transverse angle θ_t with the formula:

$$\beta_i = \frac{-\theta_t \pm \alpha_i}{2}; \quad 1 \leq i \leq n \tag{37}$$

Recall also that our SSLFR has been designed for an optimal performance for $T \in I_N$ (see (32)), and this interval is differs between days. We now study three relevant aspects: the dimensions of the cooling system, the equations governing blocking and shading out of the optimum operation interval, and finally, how to compute the active power of the PV system.

The following property is easily verified.

Property 2. For any θ_t , and any mirror i , the value $W_{fi}(N, T, i)$ is constant as long as T is given by the implicit function $h(N, \theta_t)$.

Property 2 is easily understood: once all the positions of the mirrors are fixed (all the α_i), the value of W_{fi} depends only on θ_t . From this property follows that, for instance, at (the systems’) sunrise and sunset $h_R(N, \theta_{t_0})$, $h_S(N, \theta_{t_0})$, the width W_{fi} is the same every day. The difference is that it is reached at different times each day.

Another property (which we shall use later on in this section) is that the maximum value of W_{fi} for each mirror i is independent of the day N (although, again, it is reached at different times). Once this maximum value is known, we shall verify that the PV cells are always receiving solar irradiance, and we shall be able to compute the input power.

5.1. Shading and blocking out of the optimum operation interval

In the previous section, the SSLFR was designed so that during the working interval

$$\theta_t \in [-\theta_{t_0}, \theta_{t_0}] \tag{38}$$

there was neither shading nor blocking between adjacent mirrors. We now study what happens when θ_t is out of this interval. As above, we only provide the explicit calculations for the mirrors on the left side.

Let s_i be the distance between two adjacent mirrors (mirror $i - 1$ and i), in the optimal design for $\theta_t = \theta_{t_0}$. From (10) and (11) follows that:

$$s_i = L_i - L_{i-1} = \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_{t_0}} + \cos \beta_{i-1} \right] \tag{39}$$

with:

$$\beta_i = \frac{-\theta_{t_0}}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \tag{40}$$

Let s_i^* be the value obtained for a general θ_t :

$$s_i^* = \frac{W_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_t} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_t} + \cos \beta_{i-1} \right] \tag{41}$$

with:

$$\beta_i = \frac{-\theta_t}{2} - \frac{1}{2} \arctan \frac{L_i}{f} \tag{42}$$

The simplest way to check whether there is shading or not is the following test:

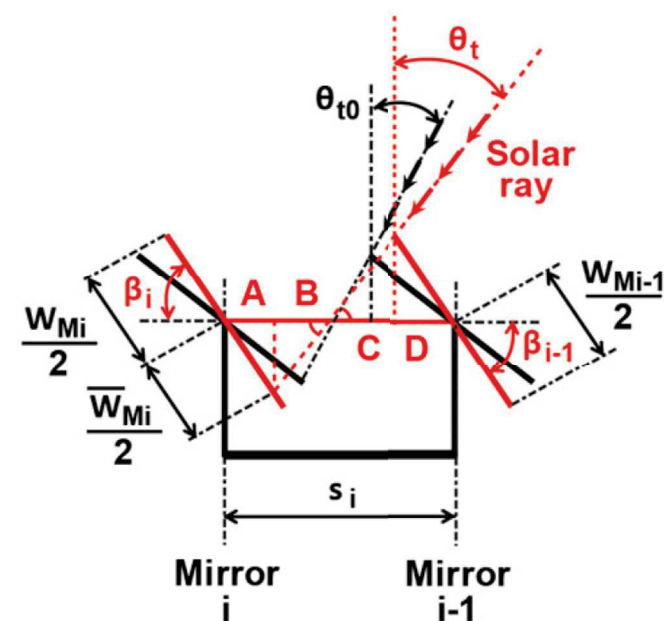


Fig. 12. Computing the shading.

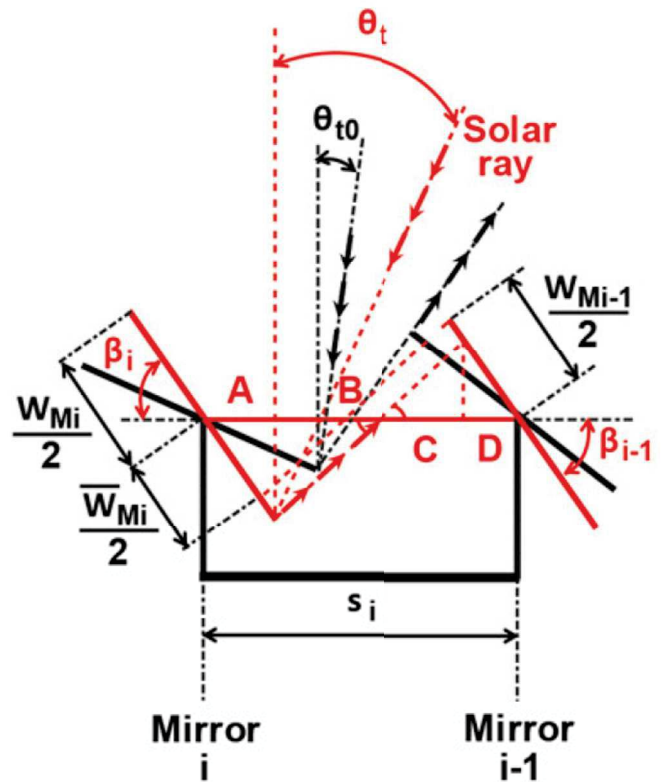


Fig. 13. Computing the blocking.

$$\begin{aligned} \text{If } s_i^* \leq s_i &\rightarrow \text{No shading} \\ \text{If } s_i^* > s_i &\rightarrow \text{Shading} \end{aligned} \tag{43}$$

Assuming now that there is shading (i.e. $s_i^* > s_i$), let us compute its magnitude. From Fig. 12, for two consecutive mirrors on the left side:

$$s_i = A + B + C + D = \frac{\overline{W}_{Mi}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_t} + \cos \beta_i \right] + \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_t} + \cos \beta_{i-1} \right] \tag{44}$$

where the width of the mirror causing the shading is:

$$\frac{W_{Mi}}{2} + \overline{W}_{Mi} = \frac{W_{Mi}}{2} + \frac{s_i - \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \theta_t} + \cos \beta_{i-1} \right]}{\left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \theta_t} + \cos \beta_i \right]} \tag{45}$$

In this formula, \overline{W}_{Mi} can be either positive or negative.

As regards blocking, reasoning analogously using Fig. 13, the width of the mirror free of blocking is:

$$\frac{W_{Mi}}{2} + \overline{W}_{Mi} = \frac{W_{Mi}}{2} + \frac{s_i - \frac{W_{Mi-1}}{2} \left[\frac{-\sin \beta_{i-1}}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_{i-1} \right]}{\left[\frac{-\sin \beta_i}{\cot \alpha_i} + \cos \beta_i \right]} \tag{46}$$

5.2. Power reaching on the PV cells

The power reaching the PV cells can be calculated using the following formula proposed by Morin [27]:

$$Q = DNI \cdot \eta_{opt} \cdot IAM \cdot A_{eff} \cdot \eta_{endloss} \quad (47)$$

where DNI is the direct normal irradiance (W/m^2), η_{opt} the optical efficiency of the SSLFR, A_{eff} the total effective mirror area (m^2), $\eta_{endloss}$ the end loss efficiency, which relates to the area of the receiver which is not illuminated by the reflected rays in the longitudinal study, and finally IAM is the incidence angle modifier, a coefficient which includes shading and blocking of reflected rays and an incidence cosine for each mirror element. This IAM is often divided into its transverse and longitudinal components as:

$$IAM = IAM_T(\theta_t) \cdot IAM_L(\theta_l) \quad (48)$$

As the configuration chosen in the longitudinal study satisfies the condition:

$$\beta_M = \beta_S = \theta_z/2 \quad (49)$$

we can conclude that all the length L_{PV} is uniformly illuminated, and that:

$$\eta_{endloss} = 1; \theta_l = \theta_z/2 \quad (50)$$

In order to compute A_{eff} , we need to consider several factors. We have already guaranteed that the effectively illuminated length is all of L_{PV} . We also need to know the width W_{fi} (the width really illuminated); during the optimum operation time I_N , the equality $\min\{W_{fi}, W_{PV}\} = W_{PV}$ holds, but we need to compute the value of that minimum out of that interval (for some mirrors, it will be W_{fi} instead of W_{PV}). Finally, a shading and blocking factor F_{bs} must be included, whose value is 1 during the operating interval I_N (there is none of either), and which is computed using Formulas (45) and (46) at other times. After all these elements are taken into account, we suggest (as a consequence of the Principle of Conservation of Energy) the following formula for the power reaching the PV cells:

$$Q = \sum_{i=1}^{2 \cdot n + 1} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot L_{PV} \cdot \min\{W_{fi}, W_{PV}\} \cdot F_{bs} \cdot \cos \theta_i \cdot \cos \theta_l \quad (51)$$

Where the transverse angle θ_i between the normal to the i -th mirror and the incidence angle of the Sun satisfies (and can be computed from):

$$\cos \theta_i = \cos(\beta_i \pm \alpha_i)$$

with + for the left side, and – for the right side of the SSLFR.

6. Numerical results and verification

In order to provide a better explanation of our method, we show in what follows the results obtained at a location in Almería (Spain), whose geographical data are: latitude $36^\circ 50' 07'' N$, longitude $02^\circ 24' 08'' W$ and elevation 22 (m).

In Table 2 we include the fixed parameters of the SSLFR considered for simulation and verification.

The configuration chosen in the longitudinal study allows us to take $L_{PV} = L_M$. From the point of view of optical design, the materials of interest are: mirror, and glass of the PV cells. Their optical properties and the cleanliness factor of the SSLFR ([25,34,35]) are contained in Table 1.

All the optical properties can be gathered together in what is known as the total optical yield (η_{opt}):

$$\eta_{opt} = \rho \cdot Cl_m \cdot Cl_g \cdot \tau_g \quad (52)$$

where ρ is the reflectivity of the mirrors, Cl_m is their cleanliness factor, Cl_g is the cleanliness factor of the glass, τ_g is its transmissivity. All these parameters are dimensionless.

6.1. Optimal design of the SSLFR

In order to find the optimal design, it is convenient to choose $m = 30^\circ$ and $M = 60^\circ$ as the endpoints for θ_{t_0} . All our computations have been made using Mathematica 10™. We first compute the functions $h_R(N, \theta_{t_0})$ and $h_S(N, \theta_{t_0})$ just solving for each N and $\theta_{t_0} \in [m, M]$ the equation:

$$\theta_t(N, T) = \pm \theta_{t_0} \quad (53)$$

The number of hours with a guaranteed homogeneous distribution of solar irradiance, with neither shading nor blocking (i.e. the length of the operation interval $[h_R(N, \theta_{t_0}), h_S(N, \theta_{t_0})]$) is given in Fig. 14, for $\theta_{t_0} \in [m, M]$ in intervals of 5° .

We have carried out several simulations for different values of n , using the iterative algorithm. For $n = 2$, the values obtained for the width of the SSLFR allow a greater variation of θ_{t_0} in the design. Hence we choose this value for n , the first parameter of the design.

Now the method computes the optimum width for each value of $\theta_{t_0} \in [m, M]$ (see Fig. 15). It gives a convex function (this was easy to guess) with a large derivative for the largest values of θ_{t_0} .

Once the strictly geometrical study of the SSLFR has been performed, we deal with the second key element for its design: Fig. 16

Table 2
Fixed parameters of the SSLFR.

	Parameters	Value
W_{PV}	PV system width	0.28 (m)
L_{PV}	PV system length	2.00 (m)
W_{ACS}	Cooling system width	0.30 (m)
L_{ACS}	Cooling system length	2.00 (m)
f	Height of the receiver	1.50 (m)
L_M	Mirror length	2.00 (m)
ρ	Mirror reflectivity	0.94
Cl_m	Mirror cleanliness	0.96
Cl_g	Glass cleanliness	0.96
τ_g	Glass transmissivity	0.92

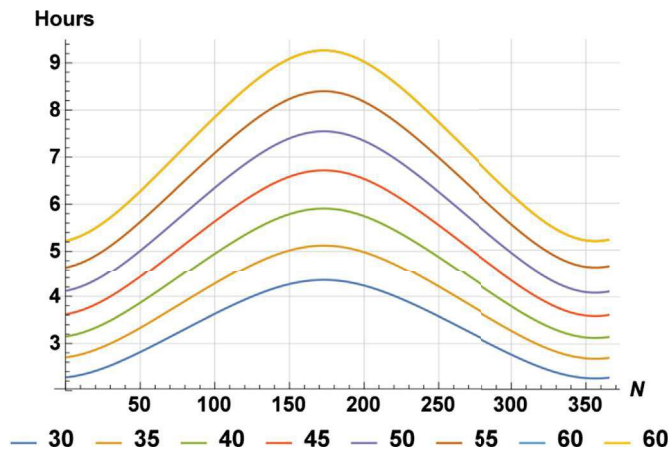


Fig. 14. Hours of optimum operation.

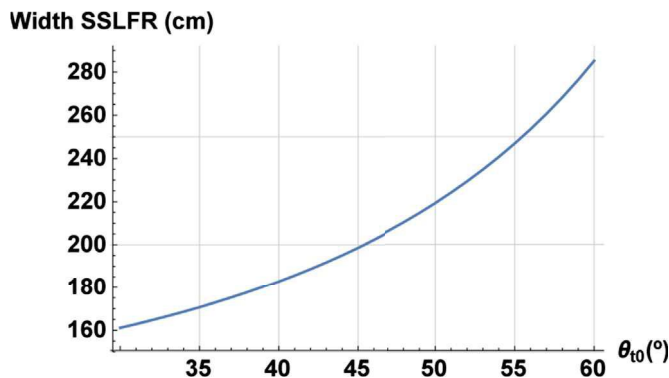


Fig. 15. Width SSLFR vs. θ_{10} .

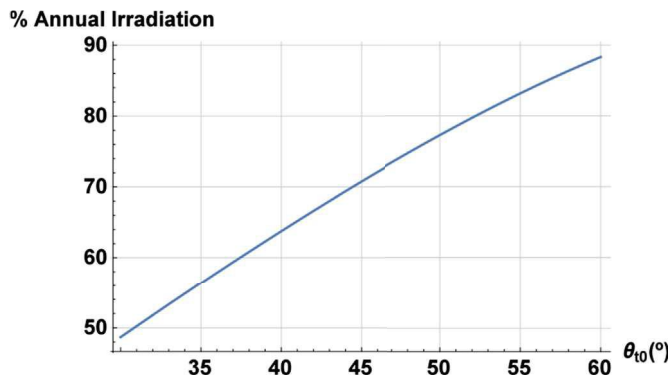


Fig. 16. Annual irradiation vs. θ_{10} .

depicts the variation of the % of annual irradiation which effectively reaches the PV system (which we usually denote P_{eff}), as a function of θ_{10} .

Finally, in order to make the final design decision, in Fig. 17 the width of the SSLFR is plotted against the % of total annual solar irradiation effectively reaching the PV cells. This is the “compromise” curve between two opposed objectives to be optimized (the

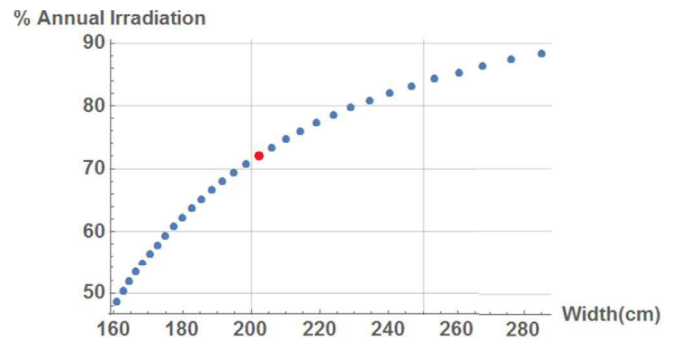


Fig. 17. Width vs. irradiation.

Table 3
Geometric values of the optimal design.

Mirror	L_i (cm)	W_{Mi} (cm)	max W_{fi} (cm)
1	85.7181	30.7973	35.4712
2	41.9636	31.3971	32.6025
3	0.00	30.4181	30.4181
4	41.9636	31.3971	32.6025
5	85.7181	30.7973	35.4712

Pareto optimum front), in our case the most important curve for the design. We have chosen a discretization of 1° for the interval $\theta_{10} \in [m, M]$, so that each point represents an integer value of θ_{10} . Using that plot, we have decided to choose $\theta_{10} = 46^\circ$ (marked on the plot). This decision is based on two reasons: we were loath to have a width much larger than 200 (cm) (and the chosen point gives 203 (cm)); furthermore, it guarantees receiving 72.19% of the unreachable ideal value of 100% yearly irradiation, which we deem good enough.

Table 3 contains the geometric values of L_i and W_{Mi} for this optimal design. At this point, we number the mirrors from left to right starting at 1. As there are 5 mirrors, the central one is number 3. Apart from the obvious symmetry, we point out that the distances d_i between mirrors vary between 11.06 (from the central one to its adjacent one) and 12.66 (from the two extremal ones to their adjacent ones).

Another interesting feature is what we call the occupation factor of the primary field: the quotient between the total true surface of the mirrors A_M (not counting their distances) over the total surface of the reflector area: A_R :

$$F_{MR} = \frac{A_M}{A_R} \tag{54}$$

In this design we get $F_{MR} = 0.77$. This value is important when computing the concentration of the SSLFR and the suns actually reaching the PV cells.

The third column of Table 3 contains the maximum values of W_{fi} for each mirror. As we saw in Property 2, this maximum is independent of the day number but depends on the time of the day (except for the central mirror, for which it happens at noon). This value lets us quantify the discarded radiation in the worst circumstances. Although our present design does not take it into account, it is also a good tool when a secondary concentrator is involved.

Table 4
Unused mirror surface (%) due to shading, $N = 172$.

n \ T	6.56	7.16	7.77	8.37	I_{172}	15.63	16.23	16.84	17.44
1	44.64	30.03	16.41	3.72	0.	0.	0.	0.	0.
2	41.40	27.56	14.89	3.33	0.	0.	0.	10.56	26.02
3	36.67	22.03	8.96	0.	0.	0.	8.96	22.03	36.67
4	26.02	10.56	0.	0.	0.	3.33	14.89	27.56	41.40
5	0.	0.	0.	0.	0.	3.72	16.41	30.03	44.64

Regarding the calculation of shading and blocking outside the optimum operation interval, we only include two cases, for the sake of brevity: the summer and winter solstices ($N = 172$ and $N = 355$, respectively). For the summer solstice, the optimum operation interval for $\theta_{t_0} = 46^\circ$ is $T \in I_{172} = [8.56, 15.44]$ (approx. 7 h). During that interval, we know there is neither shading nor blocking.

Table 4 shows the % of unused surface for each mirror (at different times) when the operation time is extended 2 h on each end, for $N = 172$. This value is directly related to the % of lost power and, as can be seen reaches values near 45% on the extremal mirrors (the ones on the right in the early morning, the ones on the left in the late afternoon). Notice the totally symmetrical operation of the SSLFR. This analysis helps us realize the importance of the previous

Table 5
Unused mirror surface (%) due to shading, $N = 355$.

n \ T	8.15	8.58	9.01	9.44	9.86	I_{355}	14.14	14.56	14.99	15.42	15.85
1	67.30	53.07	38.72	24.25	9.74	0.	0.	0.	0.	0.	0.
2	63.37	49.50	35.76	22.14	8.79	0.	0.	4.74	19.62	35.44	52.19
3	60.59	45.39	30.66	16.40	2.78	0.	2.78	16.40	30.66	45.39	60.59
4	52.19	35.44	19.62	4.74	0.	0.	8.79	22.14	35.76	49.50	63.37
5	0.	0.	0.	0.	0.	0.	9.74	24.25	38.72	53.07	67.30

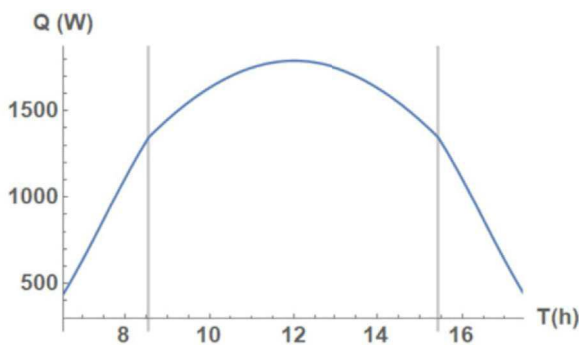


Fig. 18. Power for $N = 172$.

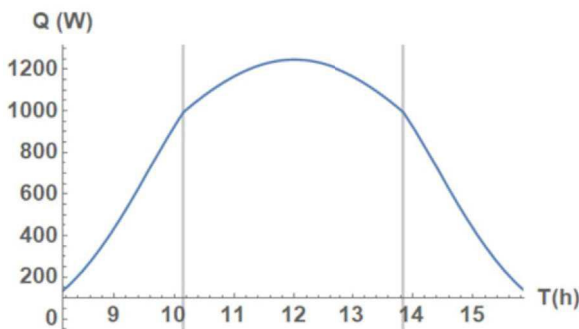


Fig. 19. Power for $N = 355$.

phases of the design which prevent us from losing too much irradiation during operation.

Table 5 shows the same statistics for $N = 355$, for which the optimum operation time for $\theta_{t_0} = 46^\circ$ is $T \in I_{355} = [10.15, 13.85]$ (around 3 h 45 m). The results are much more striking and losses accrue up to more than 66%.

Finally, we provide the input power on the PV cells, for the same days as before: $N = 172$, and $N = 355$ (both solstices), using (51) to compute it. Figs. 18 and 19 show the plot of Q for those days throughout the operating interval I_N (the vertical lines) and out of it. Notice the blunt change of shape of the curve at the endpoints of I_N due to the apparition of shading and blocking (F_{bs} takes values less than 1 there), i.e. the loss of useful mirror surface. This parallels the data in Tables 4 and 5, obviously. That effect is also caused by the fact that $\min\{W_{fi}, W_{PV}\}$ can be W_{fi} instead of W_{PV} outside I_N . Notice how the increase of Q outside the operating interval is greater for day $N = 355$ than for $N = 172$. This is due to the greater influence of shading in the Winter days than in the Summer.

A useful value for evaluating non-optimal configurations with respect to the best one is the energy gain reduction. Non-optimal configurations, apart from possibly producing non-uniform illumination on the PV cells, also incur energy gain reduction. This is computed as the relative difference (in %) between the energies

absorbed by the non-optimal and the optimal configurations:

$$EGR = \frac{E_{Non-optimal} - E_{Optimal}}{E_{Optimal}} \cdot 100 \tag{55}$$

Table 6
Parameters of the non-optimal configurations.

Conf.	Causes of non-uniform illumination	d (m)	n	W_M (m)	W_{PV} (m)
1	Shading and blocking contribution to non-uniformity (small d)	0.05	2	0.30	0.28
2	Separation between mirrors (small d)	0.08	2	0.30	0.28
3	Separation between mirrors (small d)	0.10	2	0.30	0.28
4	Separation between mirrors (large d)	0.12	2	0.30	0.28
5	Separation between mirrors (large d)	0.14	2	0.30	0.28

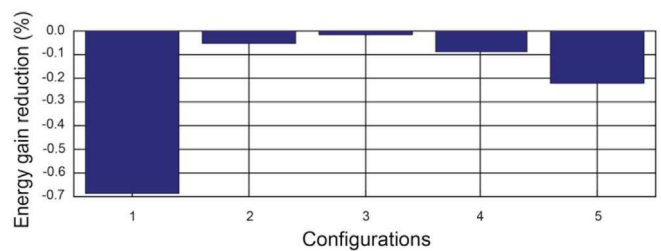


Fig. 20. Annual energy gain reduction for non-optimal configurations vs. optimal configuration.

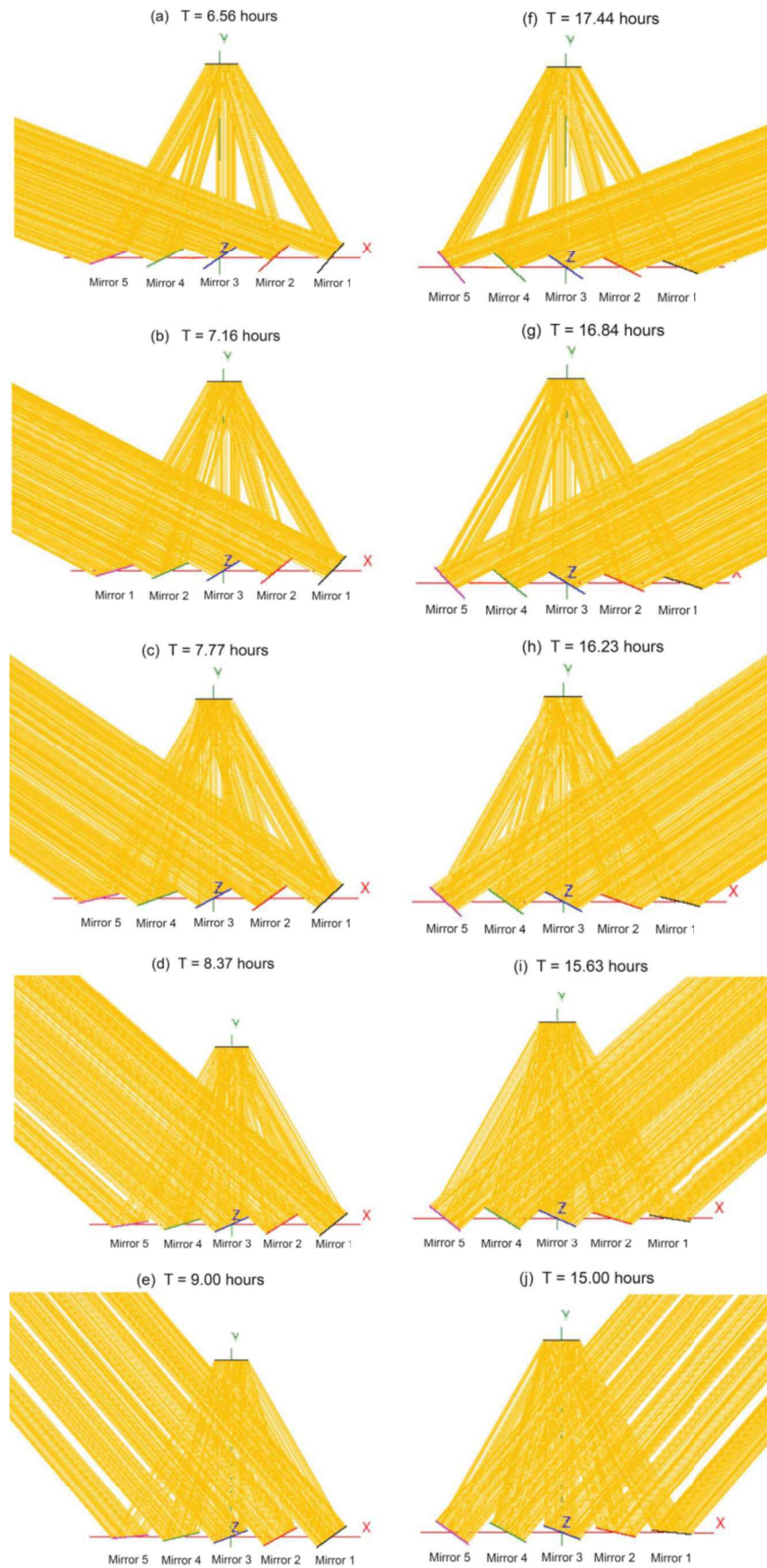


Fig. 21. SolTrace 2D view of SSLFR for $N = 172$.

Table 7
Unused mirror surface (%) due to shading with SolTrace, $N = 172$.

n \ T	6.56	7.16	7.77	8.37	I_{172}	15.63	16.23	16.84	17.44
1	44.25	29.71	16.07	3.40	0.	0.	0.	0.	0.
2	41.08	27.16	14.51	2.93	0.	0.	0.	10.18	25.63
3	36.29	21.66	8.58	0.	0.	0.	8.58	21.66	36.29
4	25.63	10.18	0.	0.	0.	2.93	14.51	27.16	41.080
5	0.	0.	0.	0.	0.	3.40	16.07	29.71	44.25

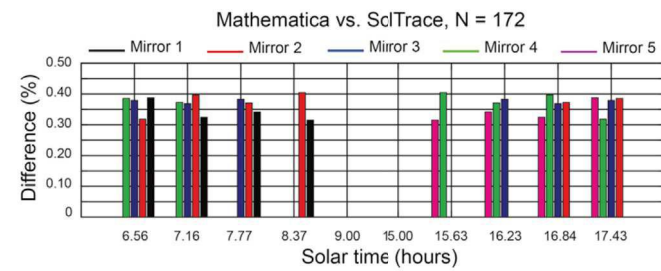


Fig. 22. Difference of unused surface with Mathematica vs. SolTrace.

Table 6 shows the parameters in the non-optimal configurations we have studied, whereas in Fig. 20 we have plotted the yearly energy gain reduction, with respect to our optimal configuration. The most notable losses happen for the shading and blocking and, generally the larger the (non-optimal) distance between mirrors, the greater the losses, as well. Notice how the parameters of Configuration 3 are practically equal to the optimal one (however, one must take into account that in the optimal configuration, the distances between mirrors are not constant).

6.2. Verification by Monte Carlo simulation

We verify our computations showcasing a simulation using Monte Carlo Ray Tracing method, with SolTrace™. In order to carry it out, a 3D model of the optimal design of the SSLFR has to be provided to the software (following the data in Table 4). All the mirrors are assumed flat, perfect, and their reflectivity a cleanliness are given in Table 3, as are for the receiver surface. We choose 10^7 rays for the simulation and the direct normal irradiance for each day of the year follows [33].

Fig. 21 is a snapshot of the output of SolTrace for the Summer Equinox $N = 172$ (see Table 4). The first four plots (Fig. 21(a)–21(d)) correspond to times outside the optimum operation interval, before noon: there is noticeable shading on the central and west-side mirrors (1, 2 and 3). Fig. 21(f)–21(i) are for times also outside the optimum operation interval, but after noon: the shading happens on the central and east-side mirrors (3, 4 and 5). Finally, Fig. 21(e) and (j) correspond to times inside the optimum operation interval: there is no shading.

Table 7 contains the % of unused mirror area given by Soltrace, and Fig. 22 is the graphical relative comparison between the Mathematica model and the Soltrace simulation for $N = 172$ (the Summer Solstice), which shows the practical equality between both models (0.04% at most, in relative terms).

The flux density on the PV cells for $N = 172$ obtained with

SolTrace is provided in Fig. 23. Fig. 23(a)–23(d) correspond to times outside the optimum operation interval before noon. Notice how for $T = 6.56$ (Fig. 23(a)) there is very low or null flux density on the east side due to the shading of the mirrors on the west side (as seen in Fig. 21), and that W_{fi} (the transversely illuminated length) is less than 0.28 (the width of the PV cells). This negative effects decrease as T approaches noon. A parallel process can be seen in Fig. 23 (f)–23(i), for the east side, after noon. Finally, in Fig. 23(e) and (j), we show two times inside the optimum operation interval, where the flux density is totally homogeneous on the PV cells.

Table 8 shows three flux densities on the PV cells: the one coming from the DNI, the one given by the SolarTrace simulation, and the theoretical one, obtained with our procedure, as another verification point.

7. Conclusions and future perspectives

We have analyzed the main causes of non-uniform illumination of the photovoltaic cells in low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors in order to optimize the design of such a reflector with respect to PV power generation, as heterogeneity in the distribution of the reflected solar irradiance decreases the efficiency of the photovoltaic cells. To prevent this issue, we define an optimum operation interval which ensures that the distribution of reflected rays on the PV cells is homogeneous and that there is neither shading nor blocking on the mirrors. This interval is defined in terms of the extremal transverse incidence angle θ_{t_0} , which is computed using Mathematica™. We show the influence of θ_{t_0} on the main parameters of the SSLFR: mirror widths, number of mirrors and their positions. We carry out a transverse and longitudinal study of the SSLFR, the effect of θ_{t_0} on other factors like the time span of the optimum operation interval, the total annual solar irradiation absorbed by the system, the width of the mirrors and their positions. We include a full simulation using Monte Carlo Ray Tracing method in order to verify our equations. In this simulation, the shading effects are patent for times outside the optimum operation time. The simulation also provides a graphical verification of our equations, differing less than 2.2% in the predicted flux density on the PV cells.

The main conclusions from our analysis are:

1. The required width of the SSLFR with respect to θ_{t_0} is a convex function with a large derivative for great values of θ_{t_0} .
2. There is a trade-off between the width of the SSLFR (which should not be large) and the total annual absorbed irradiation, depending on θ_{t_0} , and the designer has to decide where to set the optimum value.
3. The optimum number of mirrors for the specified receiver height of 150 (cm) provided by our method is actually 5. The value of θ_{t_0} for which the annual irradiation is maximum (for a total field width of 203 (cm)) is 46° , for which the ratio of absorbed irradiation with respect to the theoretical maximum is 72%.

Future work will entail the study of the performance of the proposed system in terms of both thermal and electrical efficiency, and a cost-benefit analysis.

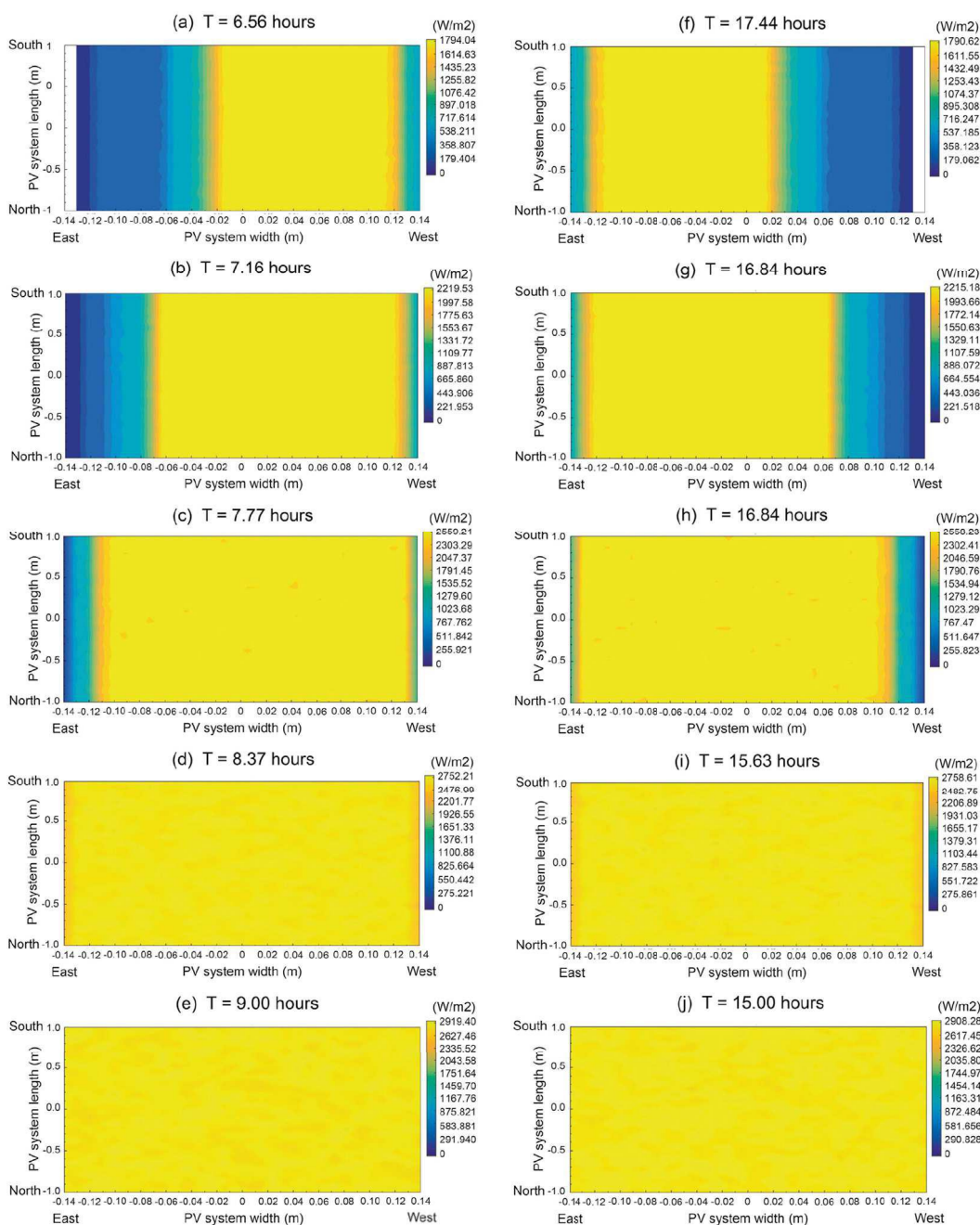


Fig. 23. SolTrace 2D view of flux density in PV cells for $N = 172$.

Table 8
Comparison of flux density (model and SolTrace simulation).

T	DNI (W/m^2)	SolTrace (W/m^2)	Mathematica (W/m^2)	Diff. (%)
6.56	481.00	808.08	790.76	2.18
7.16	582.17	1293.82	1267.67	2.06
7.77	656.53	1817.14	1781.98	1.97
8.37	709.65	2302.25	2264.94	1.64
9.00	750.19	2620.87	2583.89	1.43
15.00	750.19	2620.91	2583.89	1.43
15.63	709.65	2302.19	2264.94	1.64
16.23	656.53	1817.14	1781.98	1.97
16.84	582.17	1293.86	1267.67	2.06
17.44	481.00	808.05	790.76	2.18

Credit author statement

A. Barbón: Conceptualization, Methodology. **P. Fortuny Ayuso:** Software, Methodology, Writing – original draft preparation. **L. Bayón:** Conceptualization, Methodology. **J. A. Fernández-Rubiera:** Software, Conceptualization, Methodology.

Declaration of competing interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Acknowledgments

We wish to thank Dr. Laudino Rodríguez, head of the CIPP-Mantenimiento y Servicios a la Producción vocational training school in La Felguera, Asturias, Spain, for their work building of the prototype for the design presented in this paper.

References

- [1] Yilmaz S, Ozcalik HR, Kesler S, Dincer F, Yelmen B. The analysis of different PV power systems for the determination of optimal PV panels and system installation—a case study in Kahramanmaraş, Turkey. *Renew Sustain Energy Rev* 2015;52:1015–24.
- [2] Jacobson MZ, Delucchi MA, Bauer ZAF, Goodman SC, Chapman WE, Cameron MA, Bozonnat C, Chobadi L, Clonts HA, Enevoldsen P, Erwin JR, Fobi SN, Goldstrom OK, Hennessy EM, Liu J, Lo J, Meyer CB, Morris SB, Moy KR, O'Neill PL, Petkov I, Redfern S, Schucker R, Sontag MA, Wang J, Weiner E, Yachanin AS. 100% clean and renewable wind, water, and sunlight (WWS) all-sector energy roadmaps for 139 countries of the world. *Joule* 2017;1:108–21 [Alphabetical].
- [3] IRENA. Future of solar photovoltaic: deployment, investment, technology, grid integration and socio-economic aspects. International Renewable Energy Agency; 2019. Available at: https://irena.org/-/media/Files/IRENA/Agency/Publication/2019/Nov/IRENA_Future_of_Solar_PV_2019.pdf.
- [4] Alzahrani M, Shanks K, Mallick TK. Advances and limitations of increasing solar irradiance for concentrating photovoltaics thermal system. *Renew Sustain Energy Rev* 2021;138:110517.
- [5] Amanlou Y, Tavakoli Hashjin T, Ghobadian B, Najafi G, Mamat R. A comprehensive review of uniform solar illumination at low concentration photovoltaic (LCPV) systems. *Renew Sustain Energy Rev* 2016;60:1430–41.
- [6] Tripathi B, Yadav P, Lokhande M, Kumar M. Feasibility study of commercial silicon solar PV module based low concentration photovoltaic system. *Int J Electr Electron Eng Res* 2012;2(3):84–93.
- [7] Wang G, Shen F, Wang F, Chen Z. Design and experimental study of a solar CPV system using CLFR concentrator. *Sustain Energy Technol Assess* 2020;40:100751. 2020.
- [8] Wang G, Wang F, Shen F, Jiang T, Chen Z, Hu P. Experimental and optical performances of a solar CPV device using a linear Fresnel reflector concentrator. *Renew Energy* 2020;146:2351–61.
- [9] Liu Y, Hu P, Zhang Q, Chen Z. Thermodynamic and optical analysis for a CPV/T hybrid system with beam splitter and fully tracked linear Fresnel reflector concentrator utilizing sloped panels. *Sol Energy* 2014;103:191–9.
- [10] Ghodbane M, Evangelos Bellos E, Said Z, Boumeddane B, Kadhim Hussein A, Kolsi L. Evaluating energy efficiency and economic effect of heat transfer in copper tube for small solar linear Fresnel reflector. *J Therm Anal Calorim* 2021;143:4197–215.
- [11] Barbón A, Sánchez-Rodríguez JA, Bayón L, Bayón-Cueli C. Cost estimation relationships of a small scale linear Fresnel reflector. *Renew Energy* 2019;134:1273–84.
- [12] Baig H, Heasman KC, Mallick TK. Non-uniform illumination in concentrating solar cells. *Renewable Sustain Energy Reviews* 2012;16:5890–5909.
- [13] Or AB, Appelbaum J. Performance analysis of concentrator photovoltaic dense-arrays under non-uniform irradiance. *Sol Energy Mater Sol Cells* 2013;117:110–9.
- [14] Guerriero P, Tricoli P, Daliotto S. A bypass circuit for avoiding the hot spot in PV modules. *Sol Energy* 2019;181:430–8.
- [15] He Y-L, Zhou Y-P, Hu Y-H, Hung T-C. A multiscale-multiphysics integrated model to investigate the coupling effects of non-uniform illumination on concentrated photovoltaic system with nanostructured front surface. *Appl Energy* 2020;257:113971.
- [16] Fernández A, Laguna G, Rosell J, Vilarrubí M, Ibañez M, Sisó G, Illa J, Barrau J. Assessment of the impact of non-uniform illumination and temperature profiles on a dense array CPV receiver performance. *Sol Energy* 2018;171:863–70.
- [17] Michael JJ, Iqbal SM, Iniyar S, Goic R. Enhanced electrical performance in a solar photovoltaic module using V-trough concentrators. *Energy* 2018;148:605–13.
- [18] Li G, Xuan Q, Pei G, Su Y, Ji J. Effect of non-uniform illumination and temperature distribution on concentrating solar cell - a review. *Energy* 2018;144:1119–36.
- [19] Sánchez-González A, Gómez-Hernández J. Beam-down linear Fresnel reflector: BDLFR. *Renew Energy* 2020;146:802–15.
- [20] Wendelin T, Dobos A, Lewandowski A. Tech. Rep., in: SolTrace: a ray-tracing code for complex solar optical systems, NREL. Golden, Colorado: National Renewable Energy Laboratory; 2013. Available on line at, <http://www.nrel.gov/docs/fy14osti/59163.pdf>.
- [21] Barbón A, Barbón N, Bayón L, Otero JA. Theoretical elements for the design of a small-scale linear fresnel reflector: frontal and lateral views. *Sol Energy* 2016;132:188–202.
- [22] Barbón A, Bayón L, Bayón-Cueli C, Barbón N. A study of the effect of the longitudinal movement on the performance of small scale linear Fresnel reflectors. *Renew Energy* 2019;138:128–38.
- [23] Ghodbane M, Boussad B, Noureddine S. A linear Fresnel reflector as a solar system for heating water: theoretical and experimental study. *Case Stud Therm Eng* 2016;8:176–86.
- [24] Bermejo P, Pino FJ, Rosa F. Solar absorption cooling plant in Seville. *Sol Energy* 2010;84:1503–12.
- [25] Duffie JA, Beckman WA. Solar engineering of thermal processes. John Wiley & Sons; 2013.
- [26] Barbón A, Fernández-Rubiera JA, Martínez-Valledor L, Pérez-Fernández A, Bayón L. Design and construction of a solar tracking system for small-scale linear Fresnel reflector with three movements. *Appl Energy* 2021;285:116477.
- [27] Morin G, Dersch J, Platzer W, Eck M, Häberle A. Comparison of linear Fresnel and parabolic trough collector power plants. *Sol Energy* 2012;86:1–12.
- [28] Hongn M, Flores Larsen S. Hydrothermal model for small-scale linear Fresnel absorbers with nonuniform stepwise solar distribution. *Appl Energy* 2018;223:329–46.
- [29] Beltagy H. The effect of glass on the receiver and the use of two absorber tubes on optical performance of linear fresnel solar concentrators. *Energy* 2021;224:120111.
- [30] Barbón A, Barbón N, Bayón L, Sánchez-Rodríguez JA. Parametric study of the small-scale linear Fresnel reflector. *Renew Energy* 2018;116:64–74.
- [31] Zhu Y, Shi J, Li Y, Wang L, Huang Q, Xu G. Design and thermal performances of a scalable linear Fresnel reflector solar system. *Energy Convers Manag* 2017;146:174–81.
- [32] Zhu Y, Shi J, Li Y, Wang L, Huang Q, Xu G. Design and experimental investigation of a stretched parabolic linear Fresnel reflector collecting system. *Energy Convers Manag* 2016;126:89–98.
- [33] Barbón A, Fortuny Ayuso P, Bayón L, Fernández-Rubiera JA. Predicting beam and diffuse horizontal irradiance using Fourier expansions. *Renew Energy* 2020;154:46–57.
- [34] Sharma VM, Nayak JK, Kedare SB. Effects of shading and blocking in linear Fresnel reflector field. *Sol Energy* 2015;113:114–38.
- [35] Theunissen PH, Beckman WA. Solar transmittance characteristics of evacuated tubular collectors with diffuse back reflectors. *Sol Energy* 1985;35:311–20.
- [36] Hottel HC. A simple model for estimating the transmittance of direct solar radiation through clear atmosphere. *Sol Energy* 1976;18:129–34.
- [37] PVGIS. Joint research centre (JRC). Available on line at, http://re.jrc.ec.europa.eu/pvg_tools/en/tools.html#PVP.

Article

Sawtooth V-Trough Cavity for Low-Concentration Photovoltaic Systems Based on Small-Scale Linear Fresnel Reflectors: Optimal Design, Verification, and Construction

José Ángel Fernández-Rubiera ¹, Arsenio Barbón ¹, Luis Bayón ^{2,*} and Mokhtar Ghodbane ³

¹ Department of Electrical Engineering, University of Oviedo, 33003 Oviedo, Spain; fernandezrjose@uniovi.es (J.Á.F.-R.); barbon@uniovi.es (A.B.)

² Department of Mathematics, University of Oviedo, 33003 Oviedo, Spain

³ Department of Mechanical Engineering, Saad Dahlab University of Blida, Algeria; mokhtar.ghod@gmail.com

* Correspondence: bayon@uniovi.es

Abstract: Ensuring the uniformity of solar irradiance distribution on photovoltaic cells is a major challenge in low-concentrating photovoltaic systems based on a small-scale linear Fresnel reflector. A novel sawtooth V-cavity design method based on an optimization algorithm to achieve uniform irradiance distribution on photovoltaic cells is presented. The reliability of the design was verified using the Monte Carlo ray-tracing method and a laser experiment. A prototype was built using 3D printing technology with a biodegradable green polymer material known as polylactic acid. The new cavity was compared to the standard V-trough cavity, keeping the cavity aperture, reflective surface area, and photovoltaic cell width constant. In addition, the focal height, number of mirrors, mirror width, and mirror spacing were also kept constant; so, the cost of the two configurations was the same from the point of view of the primary reflector system. The new design ensured the uniform distribution of solar irradiation and significantly reduced the height of the cavity. The significant decrease in the height of the proposed cavity has the following advantages: (i) a decrease in the dimensions of the fixed structure of the small-scale linear Fresnel reflector, thus reducing its cost, (ii) a significant decrease in the surface area exposed to wind loads, thus reducing the cost of the fixed structure and secondary system structures, (iii) a reduction in the difficulty of the manufacture, maintenance, and transportation of the cavity's reflecting walls, and (iv) an increase in the cooling surface area, which increases the electrical efficiency of the photovoltaic cells.

Keywords: low-concentration photovoltaic systems; small-scale linear Fresnel reflectors; Sawtooth V-trough cavity; uniform distribution



Citation: Fernández-Rubiera, J.A.; Barbón, A.; Bayón, L.; Ghodbane, M. Sawtooth V-Trough Cavity for Low-Concentration Photovoltaic Systems Based on Small-Scale Linear Fresnel Reflectors: Optimal Design, Verification, and Construction. *Electronics* **2023**, *12*, 2770. <https://doi.org/10.3390/electronics12132770>

Academic Editors: Shailendra Rajput, Moshe Averbukh and Noel Rodriguez

Received: 9 May 2023
Revised: 15 June 2023
Accepted: 16 June 2023
Published: 21 June 2023



Copyright: © 2023 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Solar energy is one of the renewable energy sources that will replace fossil fuels and has received increasing attention due to its properties. The energy produced is clean, free, and unlimited. Moreover, solar photovoltaic (PV) technology is one of the systems that harnesses solar energy and has the potential to generate electricity worldwide.

Concentrated and non-concentrated solar power are two applications of solar PV energy that can produce electricity. A concentrated photovoltaic (CPV) system uses optical devices to concentrate the incident solar irradiance onto a smaller area, thereby increasing the solar energy flux reaching the PV cells. CPV technology can be classified into three categories: low-concentration photovoltaics (LCPV), medium-concentration photovoltaics (MCPV), and high-concentration photovoltaics (HCPV). A concentration from 2 suns to 10 suns is used in LCPV, from 10 suns to 100 suns in MCPV and from 100 suns to 1000 suns in HCPV [1].

Some of the characteristics of concentrated and non-concentrated systems are explained below:

- (i) The use of non-concentrated solar energy has significantly increased its presence in the electricity sector, mainly due to the lower costs. Based on a recent report from the International Renewable Energy Agency (IRENA) [2], the levelized cost of energy (LCOE) from non-concentrated photovoltaic (PV) systems is expected to decrease by 0.05 (USD/kWh) by 2050. The lower cost of PV modules is one of the main reasons for this decrease [3]. In this regard, the International Renewable Energy Agency (IRENA) presented a report in 2017 predicting a 60% drop in the cost of PV modules over the following 10 years [4]. The spot price of a PV module is currently USD 0.266/W_p [5]. Concentrated PV systems replace the large surface area of photovoltaic cells used in non-concentrated photovoltaic systems with cheaper optical materials (e.g., lenses or mirrors), which thus reduces the cost of these systems.
- (ii) As with any other technology, non-concentrated solar power ages and degrades over time. Manufacturers of silicon-based PV modules estimate their lifetime to be about 20 – 25 years. After that, the PV module components need to be dismantled and properly recycled. In 2016, the International Renewable Energy Agency (IRENA) and the International Energy Agency Photovoltaic Power Systems (IEA – PVPS) [6] presented the first global projections for future PV module waste volumes up to 2050. Annual PV module waste accounted for 250,000 tons in 2016. However, the contribution of global waste from PV modules is expected to considerably increase in the coming years. Waste generation from solar PV modules is estimated to reach 1.7 million tons by 2030 and will continue to increase to around 60 million tons by 2050 [6]. The significant decrease in the large surface area of PV cells used in non-concentrated systems and thus in the resulting waste is one of the main advantages of concentrated PV systems.
- (iii) The conversion efficiency of PV cells used in non-concentrated systems is relatively low, typically around 10 – 20% for commercially available silicon cells [2]. This figure can be up to 39% for more sophisticated multijunction cells used in CPV systems [2]. Hasan et al. [7] demonstrated that a CPV with p-Si solar cells improved the P_{max} by 62.5% more than a non-concentrated p-Si solar panel.
- (iv) Concentrated systems only use the direct component of solar irradiance and therefore require an accurate solar tracking system [8]. The cost of these systems is not very high when using a small-scale linear Fresnel reflector [9].
- (v) The temperature of a cell increases with the increase in solar irradiance concentration, thus leading to a loss in solar cell efficiency. For this reason, concentrated PV systems are equipped with a cooling system. In addition to reducing the cell temperature, cooling systems can also be used to heat water in household applications if a low-concentration photovoltaic system is used. This dual use increases the energy efficiency of the system. Kandilli [10] evaluated the overall efficiency of a CPV system at over 65.1%.
- (vi) The available surface area on building roofs is key for the implementation of PV systems in buildings [11]. Low-concentration PV systems require 60% less surface area to produce the same thermal and electrical performance compared to separate PV and thermal modules [12].
- (vii) The installation cost of an LCPV system can be more than double (2.3 times) the cost of a non-concentrated PV system [13]. However, under suitable conditions of high direct irradiation (> 2.5 (MWh/m²year)) and at utility scale, CPV technologies have proven to be competitive with non-concentrated photovoltaic systems [14].

Studies have shown that solar concentrators are suitable for LCPV applications [1]. Therefore, LCPV systems can be based on different solar concentrators: parabolic dishes [15], parabolic concentrators [16], Fresnel lenses [17], and small-scale linear Fresnel reflectors (SSLFRs) [18,19].

Low-concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors are the subject of this study. This solar concentrator uses stretched rows of mirrors to focus direct solar irradiance incident on *PV* cells running longitudinally above the rows of mirrors over a common focal line across the mirrors [18]. The cavities commonly used in these systems are a standard V-trough cavity [20] and a standard compound parabolic cavity [21]. The standard compound parabolic cavity is difficult to manufacture [22] and therefore comes at a high cost. The standard V-trough cavity has the advantage of being easy to manufacture and low in cost [23]. Ustaoglu et al. [23] presented a comparative study between the standard V-trough cavity and the standard compound parabolic cavity with a constant concentration ratio and the *PV* cell width. The maximum acceptance angle in the case of the standard V-trough cavity was 32.25% higher. This result was beneficial when using this cavity in an *SSLFR*, as it allowed the use of wider mirrors. The standard V-trough cavity is analyzed to determine whether the cost of *LCPV* systems may be lowered. A standard V-trough cavity consists of two flat reflectors inclined at an angle (τ) to the aperture of the cavity. The critical parameters governing the ray acceptance in this cavity are the flux concentration ratio (C_{opt}), the trough wall angle (τ), and the height of the cavity (H).

Several authors have studied these types of cavities. Otanicar et al. [24] presented the design of a standard V-trough cavity with a *PV* cell width of 20 mm, an aperture of 229.60 mm, and a cavity height of 87.93 mm. Al-Shohani et al. [25] presented different standard V-trough cavity designs with varying geometric parameters, geometric concentration ratios, and reflective materials. A standard V-cavity was used in the design of a daylighting system based on optical fiber bundles and a small-scale linear Fresnel reflector [26]. Concentrated photovoltaic systems based on a small-scale Fresnel reflector have also used the standard V-trough cavity [27]. All these studies used a standard V-trough cavity. This paper presents another view of the use of this cavity.

As has already been seen, one of the drawbacks hindering the expansion of *LCPV* systems is their cost in comparison to non-concentrated *PV* systems. This means, a lower solar concentrator cost would facilitate the use of these systems. In the case of *SSLFRs*, the parameter that most influences the cost has been proven to be the number of mirrors [28]. Fewer mirrors brings a lower cost. Decreasing the number of mirrors requires increasing the width of the mirrors and thus the aperture of the cavity. This requirement implies that the standard V-trough cavity would need a greater height. Increasing the height of the cavity increases the overall cost of the *SSLFR*. Therefore, there is a need for a new cavity design.

The homogeneous distribution of solar irradiance on the *PV* cells is the most important design condition in an *LCPV* system. If this condition is not met, the fill factor and overall electrical efficiency decrease [29], a situation that may even damage the cells [30]. The standard V-trough cavity can fulfill this design condition if the parameters are properly calculated, which is a significant advantage favoring its use [31]. Therefore, this condition was taken into account when designing the new cavity.

The objectives of this study are as follows:

- (i) The optimal design of a sawtooth V-trough cavity, which ensures uniform illumination of the photovoltaic cells;
- (ii) The verification of the designed sawtooth V-cavity to confirm that the derived equations are correct;
- (iii) The manufacture of the designed sawtooth V-cavity, in order to identify any manufacturing difficulties;
- (iv) Experimental tests to show that the manufactured sawtooth cavity meets the specifications.

The specific contributions of this study can be summarized in the following proposals:

- (i) A methodology for designing a new sawtooth V-cavity;
- (ii) A significant reduction in the cavity height of the proposed sawtooth V-trough cavity;
- (iii) After (ii), a considerable reduction in the cost of manufacturing an *SSLFR*;

- (iv) A comparison between the proposed sawtooth V-cavity and the standard V-cavity, considering that both cavities have the same cavity opening and the same PV cell width;
- (v) The presentation of a novel graphical system to design the primary reflector system for the SSLFR.

The paper is organized as follows: The main parameters of an SSLFR used in a low-concentration PV system are reviewed in Section 2. Section 3 explains the design idea for the proposed sawtooth V-trough cavity, the optimization algorithm, the verification thereof using a Monte Carlo simulation, the manufacture of the cavity, and a laser beam experiment. Numerical simulations, verifications, and a comparative analysis are described in Section 4, and finally, Section 5 summarizes the main contributions and conclusions of the paper.

2. Overview of an SSLFR

The proposed LCPV system is based on an SSLFR. The characteristics of this LCPV system are described in [18]. The most important features thereof are:

- (i) The primary reflector system (see Figure 1).

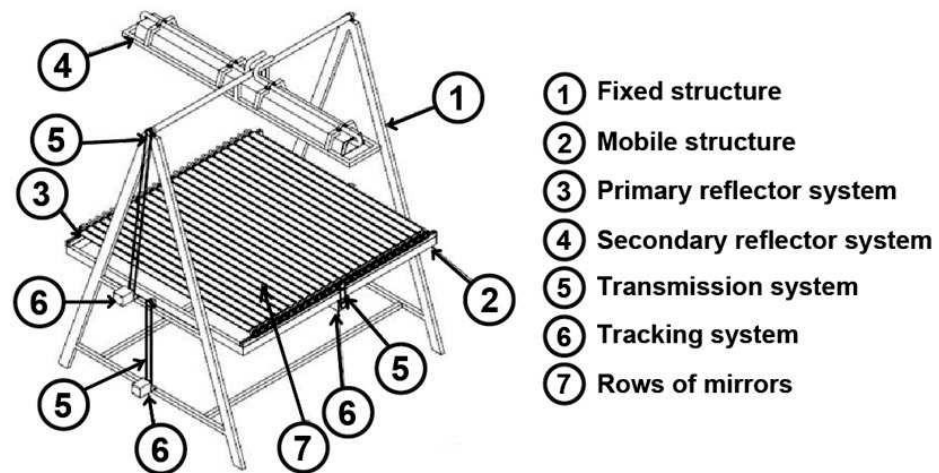


Figure 1. Diagram of an SSLFR.

This system is installed on a mobile structure and includes parallel mirror rows and a tracking system [32]. The primary system parameters of interest for this study are shown in Figure 2 and are defined as follows: W_{Mi} is the width of the i -th mirror, f is the height to the receiver, d_i is the separation between two consecutive mirrors, L_i is the position of each mirror with respect to the central mirror (in central mirror $i = 0$ and $L_0 = 0$), N is the number of mirrors on each side of the central mirror (the same number of mirrors on each side is assumed; therefore, the total number of mirrors of the SSLFR is: $2N + 1$), β_i is the angle that mirror i forms with the horizontal line, and θ_i is the angle between the vertical line at the focal point and the line connecting the center point of each mirror to the focal point. For each side of the SSLFR, θ_i can be determined as follows [33]:

$$\theta_i = \arctan \frac{L_i}{f}; 1 \leq i \leq N. \quad (1)$$

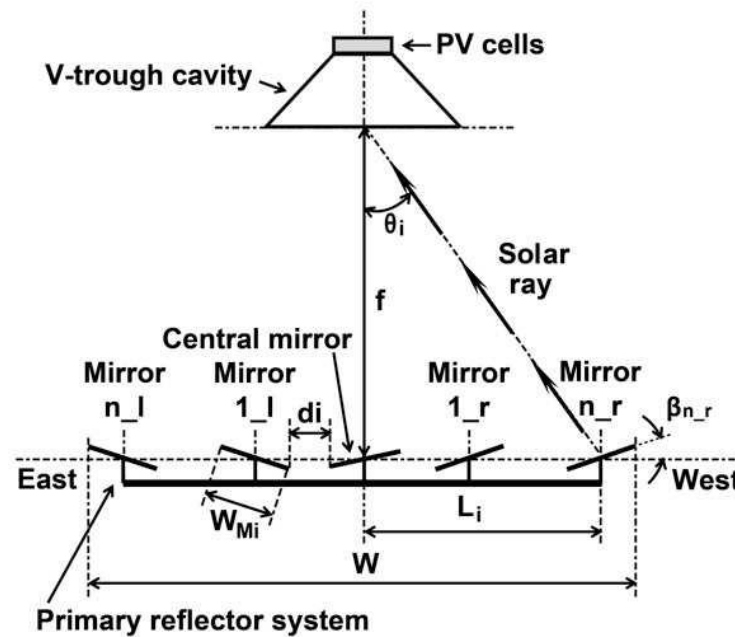


Figure 2. The primary system parameters of interest for this study.

The maximum θ_i on each side (that is, $\theta_{N_r} = \theta_{N_l}$) is the *acceptance angle* of the V-trough cavity:

$$\theta_c = \theta_N. \tag{2}$$

The rows of mirrors synchronously follow the sun’s daily movement. The movement of the mirrors is defined by their axis of rotation, the north–south axis, and by the transverse angle θ_t [33]:

$$\theta_t = \arctan\left(\frac{\sin \gamma_S}{\tan \alpha_S}\right), \tag{3}$$

where α_S is the solar altitude ($^\circ$), and γ_S is the solar azimuth ($^\circ$), both of which depend on the declination δ , latitude λ , and hour angle ω [34].

The sun ray is considered to be incident on the midpoint of the mirror i and reflected towards the focal point of the cavity; therefore, the following is fulfilled [33]:

$$\beta_i = \frac{-\theta_t \pm \theta_i}{2}; 1 \leq i \leq N, \tag{4}$$

where \pm means: $-$ for mirrors on the left side and $+$ otherwise. By convention, $\beta_i > 0$ when measured counterclockwise above the horizontal line.

Another parameter needed for the uniform distribution of flux on the PV cells is what is known as W_{fi} , which is defined as the width of the PV cells illuminated by the i -th mirror [33]:

$$W_{fi} = W_{Mi} \cdot [\cos \beta_i \pm \sin \beta_i \tan \theta_i]; 1 \leq i \leq N. \tag{5}$$

Taking into account that θ_i and β_i depend on W_{Mi} , d_i , N , and f (where the value of f is usually 1.5 m [18,35,36]), these parameters must be optimized (W_{Mi} , d_i , and N) to achieve a uniform flux distribution in the PV cells [18]. The width of the SSLFR (W) can be calculated as [33]:

$$W = 2 \cdot L_n + W_{Mi}. \tag{6}$$

(ii) The secondary system (see Figure 3).

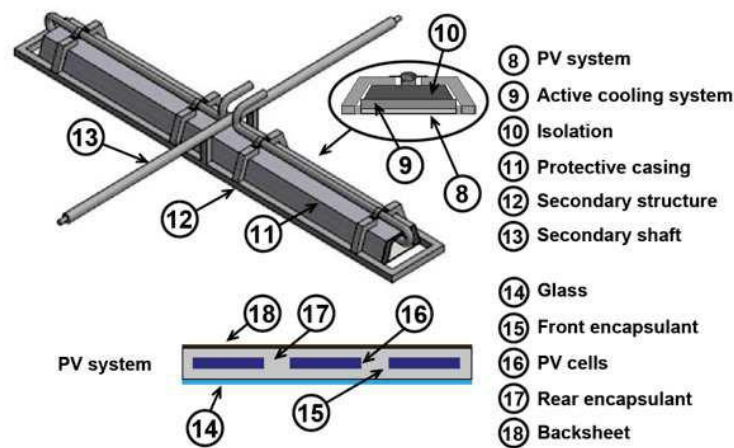


Figure 3. The secondary system.

This system is installed on a fixed structure and includes the V-trough cavity, the PV system, the active cooling system, the secondary structure, the isolation material, the protective casing, and the shaft. The PV cells in the PV system are interconnected and encapsulated. Since a large part of the solar irradiance captured by the PV cells is transformed into heat, a cooling system is available to increase the system efficiency. The standard V-trough cavity is symmetrical with respect to the central mirror in the primary system. The standard V-trough cavity parameters of interest for this study are shown in Figure 4 and are defined as follows: W_{PV} is the width of the PV cells, b is the absorber width of the V-trough cavity ($b = W_{PV}$), B is the aperture of the V-trough cavity, H is the height of the V-trough cavity, and τ is the trough wall angle.

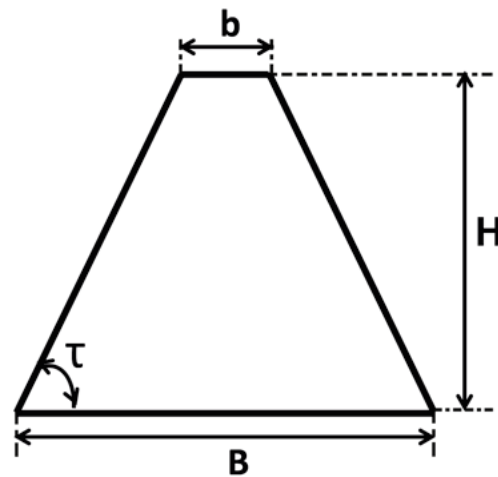


Figure 4. Standard V-trough cavity parameters.

For this paper, the standard V-trough cavity has been replaced with a new sawtooth V-trough cavity that was optimized by utilizing the Mathematica™ Computer Algebra System.

3. Methodology

If the design is not correct, a fraction of the incident solar irradiance will reach the base of the V-trough cavity either directly or through further reflections, and the remaining fraction will eventually escape to the outside of the V-trough cavity after further reflections, when a beam of solar irradiance is incident on the V-trough aperture at the angle provided by one of the mirrors in the primary system. Preventing this fraction of the incident solar irradiance from escaping to the outside of the V-trough cavity is the aim of this research.

Another, equally important objective of this design is to achieve the uniform illumination of the photovoltaic cells in order to avoid the detrimental effects of nonuniform illumination.

3.1. The Main Elements of a Concentrator

Shoeibi et al. [37] states that the most common definition of the concentration ratio, area, or geometric concentration ratio is:

$$C_a = \frac{\text{aperture area}}{\text{absorber area}} = \frac{A_a}{A_{abs}}. \tag{7}$$

This ratio has an upper limit. For a two-dimensional (linear) concentrator, such as our V-trough design, and for a given acceptance half angle θ_c , this limit is:

$$C_{ideal}^{2D} = \sin^{-1} \theta_c. \tag{8}$$

Compound parabolic concentrators (CPC) are known to actually reach this limit [38]. There are other indices in the literature that measure the goodness of a concentrator. The following notation (also used, for instance, in [25,39,40]) is used for this paper:

$$C_{opt} = \frac{\text{flux at the receiver}}{\text{flux at the absorber}} = C_a \cdot \eta_{ray}, \tag{9}$$

where C_{opt} is the optical concentration ratio, C_a is the area concentration ratio, and η_{ray} is the ray acceptance rate, which provides the fraction of incident light rays reaching the absorber.

Tina and Scandura [39] obtained the following for an ideal concentrator, perfectly aligned with the sun, and with a single reflection:

$$C_a = 1 + 2 \cos(2\Phi), \tag{10}$$

where Φ is the trough angle or half angle of the V-shaped cone. Shoeibi et al. [37] studied the use of two angles: the same Φ , and θ_c , the acceptance angle, and then calculated the geometric concentration ratio (see also [41]):

$$C_a = \frac{1}{\sin(\theta_c + \Phi)}. \tag{11}$$

Oprea et al. [42] defined the ray acceptance rate, η_{ray} , which gives the fraction of incident rays reaching the absorber surface. A similar study can be found in Tang [43], where the author considered Φ and C_a as independent parameters determining the geometry of a V-trough cavity and estimated the collectible radiation on its base.

Oprea et al. [42] indicated that the optical efficiency could be estimated by a function of two parameters: the ray acceptance rate and the average number of reflections, n . The role this average n plays when calculating the irradiance losses is briefly recalled: in general [37], the fraction of the radiation incident on the aperture that is transmitted to the absorber needs to be multiplied by ρ_m^n , where ρ_m is the reflectivity of the mirror. Pardellas et al. [27] indicated that slight errors in the calculation of n are almost irrelevant to the final value of ρ_m^n (this is also verified herein).

Finally, one more parameter is needed to conduct a cost analysis: the reflector-to-aperture area ratio (where the height clearly plays a role):

$$R_a = \frac{\text{reflector area}}{\text{aperture area}} = \frac{A_r}{A_a}. \tag{12}$$

The high performance of ideal CPC concentrators, for instance, is widely known to have a negative tradeoff: their R_a is rather large.

3.2. The Optimal Design of a Sawtooth V-Trough Cavity

The optimal design of the sawtooth V-trough cavity was developed based on analytical formulas. The sawtooth V-trough cavity presented here was formed by several V-trough cavities. The V-trough cavity parameters used in the design were: the width of the PV cells (b), the aperture of the V-trough cavity (B), the height of the cavity (H), the trough wall angle (τ), and the number of V-trough cavities in the sawtooth (m). The cross section of the sawtooth V-trough cavity presented in this paper is shown in Figure 5.

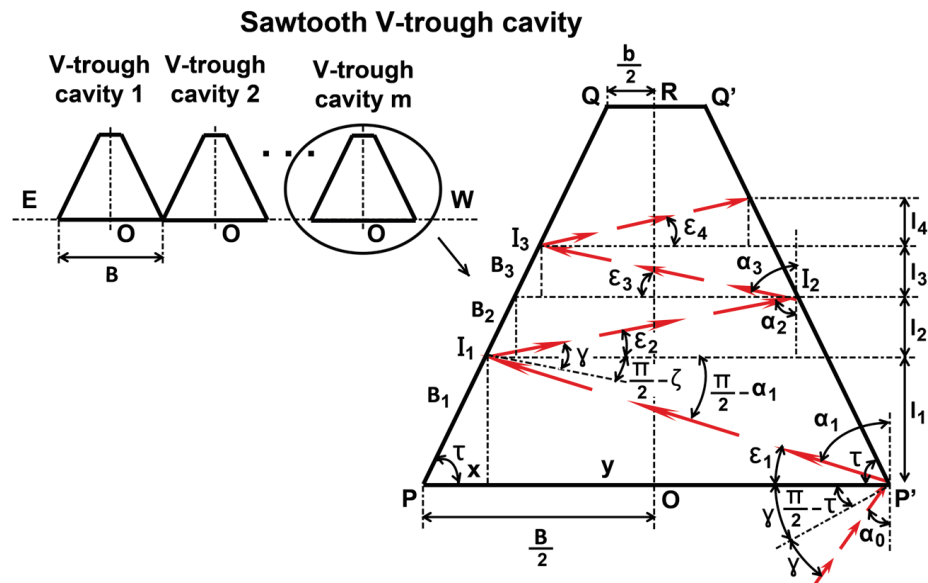


Figure 5. Schematic diagram of a sawtooth V-trough cavity.

A classical V-shaped cavity (V-trough cavity m), as shown in Figure 5, was considered, and the assumptions made in this study were as follows:

- (i) The sawtooth V-trough cavity is symmetrical to the central mirror in the primary system.
- (ii) The sidewalls (PQ and $P'Q'$) are assumed to be perfectly specular.
- (iii) The width of the PV cells, b , is standardized by the PV cell manufacturers.
- (iv) The V-trough cavity is east–west aligned.
- (v) The trough wall angle (τ) is the complement of Φ [39].
- (vi) The trough wall angle (τ) is fixed.
- (vii) The OR axis is the reference axis for the angles of the sun’s incident rays. θ_i is considered positive for the solar rays coming from the mirrors on the left side and negative for those coming from the mirrors on the right.
- (viii) The angle between the solar ray reaching the cavity and OR is denoted as α_0 (i.e., $\alpha_0 = \theta_i$). In addition, each successive reflection of the sun’s ray inside the cavity is denoted as α_j , for $j = 1, 2, \dots$

The sidewalls, PQ and $P'Q'$, concentrate the beam of irradiance incident on the opening of the V-trough cavity (PP') onto the base of the V-trough cavity (QQ'). Four parameters were considered: the inlet beam solar irradiance, the trough wall angle (τ), the aperture of the V-trough cavity (B), and the height of the cavity (H). The width of the PV cells, QQ' , is not a free parameter, as it is set by the PV cell manufacturers. As one of the objectives is for 100% of the solar irradiation beam incident on the V-trough aperture to reach the PV cells, the ray acceptance rate η_{ray} must be 1; thus,

$$C_{opt} = C_a; |\theta_i| \leq |\theta_c|, \tag{13}$$

where θ_i ($^\circ$) is the angle of incidence of each ray coming from the different primary mirrors.

Since $\eta_{ray} = 1$, B is maximized to find the maximum C_a under the constraint that all solar rays reaching the cavity opening, PP' , reach the photovoltaic cells (the width of which is b and is standardized by the PV cell manufacturers) after a given number of reflections:

$$\max C_a = \max B; |\theta_i| \leq |\theta_c|. \tag{14}$$

The worst case scenario occurs when the solar ray coming from the mirrors on the left (right) side is reflected by P' (P) with $\theta_i = \theta_c$. Figure 5 shows this scenario. Using the notation from Figure 5:

$$\theta_i = \alpha_0. \tag{15}$$

The following equality is obtained based on the Law of Reflection:

$$\alpha_n = (\pi - 2\tau) + \alpha_{n-1}, \tag{16}$$

where n is the number of reflections inside the cavity needed to reach the PV cells. Expressing Equation (16) as a function of α_0 :

$$\alpha_n = n(\pi - 2\tau) + \alpha_0. \tag{17}$$

The angle between PP' and the i -th reflection, ε_j , can be calculated as:

$$\varepsilon_n = (2\tau - \pi/2) - \alpha_{n-1}. \tag{18}$$

In addition:

$$\varepsilon_n = \frac{\pi}{2} - \alpha_n \Rightarrow \tan \alpha_n = \cot \varepsilon_n. \tag{19}$$

The vertical lengths l_i traveled by the reflected solar ray after each reflection can be calculated by the following equations:

$$l_n = \frac{B - 2\sum_{i=1}^{n-1}(l_i) \cot \tau}{\cot \tau + \tan \alpha_n}. \tag{20}$$

The algorithm can be described, and an optimal design can be implemented with the equations developed above (14).

For the V-trough cavity design, the worst scenario occurs when the vertical component of each wall reflection (if there are any) is larger and touches the width of the PV cells (b) at either Q or Q' [44]. Taking this fact into account, the iterative algorithm can be started by indicating a sequence of different scenarios C_n , for an increasing number of reflections n . The worst case condition is taken into account in each of these scenarios, $\theta_i = \theta_c$. For each scenario C_n , the cavity height H_n , which is a function of B , can be calculated using (20):

$$H_n(B) = \sum_{i=1}^n l_i. \tag{21}$$

The value of $H_n(B)$ can be substituted into the equation connecting the cavity parameters b , B , and H to τ :

$$B = b + 2H_n(B) \cot \tau, \tag{22}$$

and solving the above equation for B , after a few simple calculations:

$$(C_n) B_n(\tau) = (-1)^n b \cos(\alpha_0 - (2n + 1)\tau) \sec(\alpha_0 - \tau). \tag{23}$$

One can see that the functions $B_n(\tau)$ are expressed in terms of b and α_0 . The algorithm concludes with the determination of the maximum value of $B_n(\tau)$ used to obtain the optimal angles τ_n^* that maximize B and, hence, C_a .

The algorithm makes it possible to choose the optimal design depending on the number of reflections n . Therefore, from a qualitative perspective, the use of a high number of reflections n , produces an increase in B_n , which means C_a also increases. In fact, C_a

asymptotically moves toward the ideal value (8). In each scenario C_n , the number of reflections is n .

Lastly, to calculate the approximate value of n , one can use the property demonstrated by Shoeibi et al. [37]. This property indicates that the average number of reflections in a V-trough cavity is essentially the same as for compound parabolic concentrators (CPCs). Therefore, a truncated CPC with the same height as the V-trough cavity can be considered, starting from an integer CPC designed for the specific value of θ_c . Note that the influence of n on the factor ρ_m^n is quite small because ρ_m is always very close to 1.

3.3. Uniform Distribution of Flux on PV Cells

A detailed study of the causes of the nonuniform illumination of PV cells was presented in [18]. The wrong choice of some of the parameters, d_i , N , and W_{Mi} , produces this undesirable effect:

- (i) Parameter d_i (small d_i). Shading (one mirror creates a shadow on an adjacent mirror) and blocking (one mirror blocks the reflected rays of an adjacent mirror) obviously depend on the distance between consecutive mirrors (d_i). This distance is not fixed and depends on the width of each mirror.
- (ii) Parameter d_i (large d_i). Increasing the value of the parameter d_i prevents the occurrence of the shading and blocking phenomena, but an excessive value of d_i also leads to the nonuniform illumination of the PV cells [18].
- (iii) Parameter N . As each mirror has a different W_{Mi} , using a large number of mirrors in the SSLFR design increases the probability of a nonuniform flux distribution in the PV cells [18].
- (iv) Parameter W_{Mi} . The ratio between the width of each mirror and the width of the PV cells also influences the uniform illumination of the PV cells [18].

As this research focuses on the design for a sawtooth V-trough cavity of an SSLFR, the algorithm proposed in [18] was used to design the primary reflector system. The optimum value of B was obtained once W_{PV} ($b = W_{PV}$) was set by the manufacturer of the PV cells; then, once the number of sawtooth V-trough cavities (m) was set, the design of the primary reflector system could begin.

It is not possible for PV cells to be uniformly illuminated throughout the day. However, it is possible to determine a period of time, called the operation interval (θ_{t_0}), during which the PV cells are uniformly illuminated, without any shading or blocking:

$$\theta_t \in [-\theta_{t_0}, \theta_{t_0}]. \quad (24)$$

The following is fulfilled in the operation interval:

$$W_{fi} = W_{PV}; 1 \leq i \leq N, \quad (25)$$

where the width of the PV cells, W_{PV} , is a datum set by the manufacturer.

The operation interval can be determined by an iterative optimization algorithm [18]. A simplified method (graphical method) is proposed in this study based on the research in [18].

As the surface available for the installation of SSLFRs is a key parameter [45], the width of the SSLFR was a good starting point for the design thereof. The relationship between the width of the SSLFR and the operation interval was obtained by applying the iterative optimization algorithm [18] for given values of b and m . Figure 6 shows the curve relating these parameters for: $b = 30$ mm and $\theta_c = 34$ ($^\circ$) (a plausible value for the typical dimensions of an SSLFR [18]) (therefore, $B = 49.65$ mm), $m = 4$, and various numbers of mirrors (5, 7, 9, and 11 mirrors). This number of mirrors was chosen so that the size of the SSLFR would not be too large and the cost of the SSLFR would not be too high (increasing the number of mirrors increases the cost of the SSLFR [28]). Therefore, the operation interval was obtained once the width of the SSLFR was fixed.

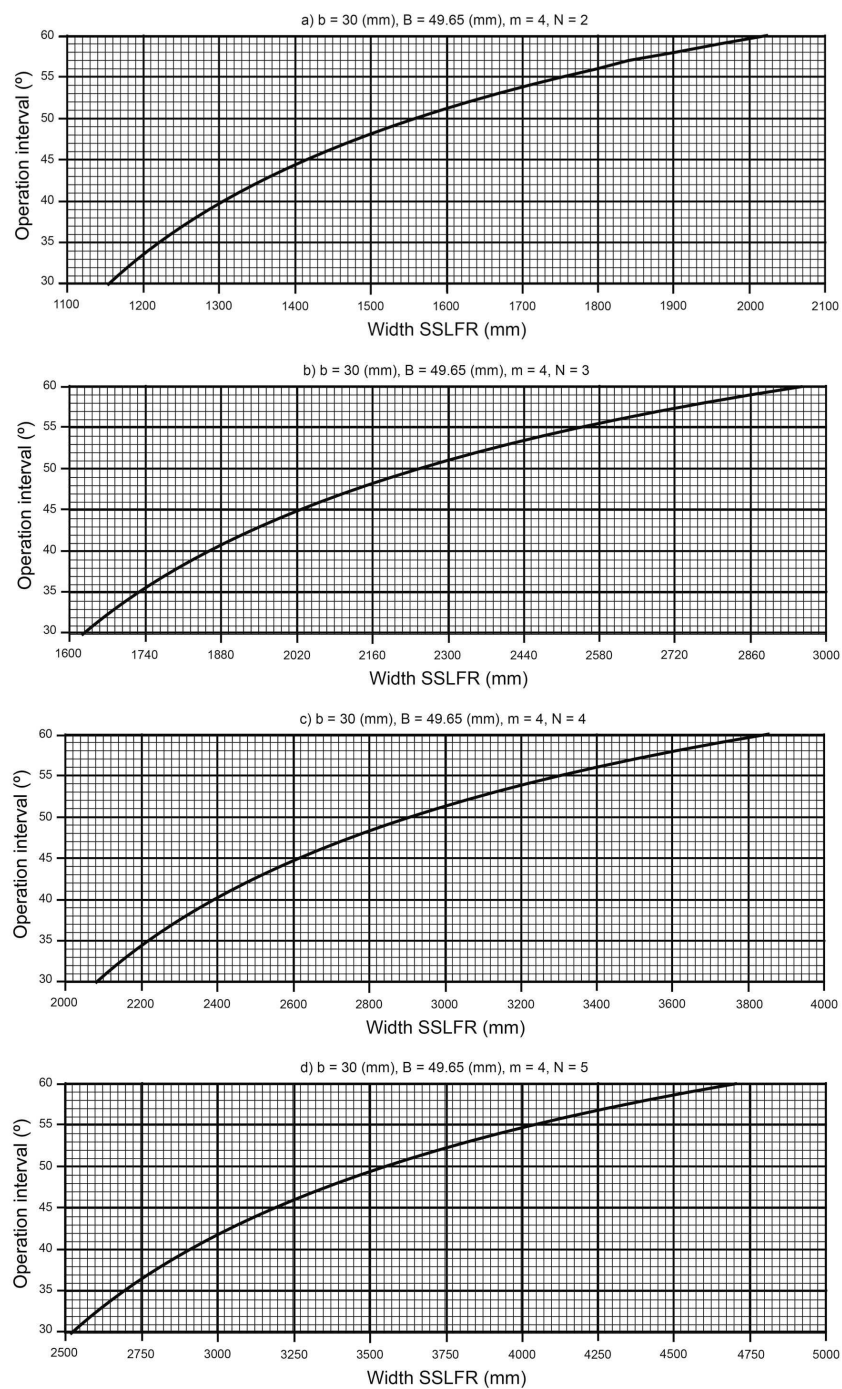


Figure 6. The relationship between the width of the SSLFR and θ_{t_0} .

The position of the mirrors remained to be determined. A graph relating the position of the mirrors and the operation interval obtained by the iterative optimization algorithm proposed in [18] was also obtained. Figure 7 shows the curves relating the operation interval and the position of the mirrors.

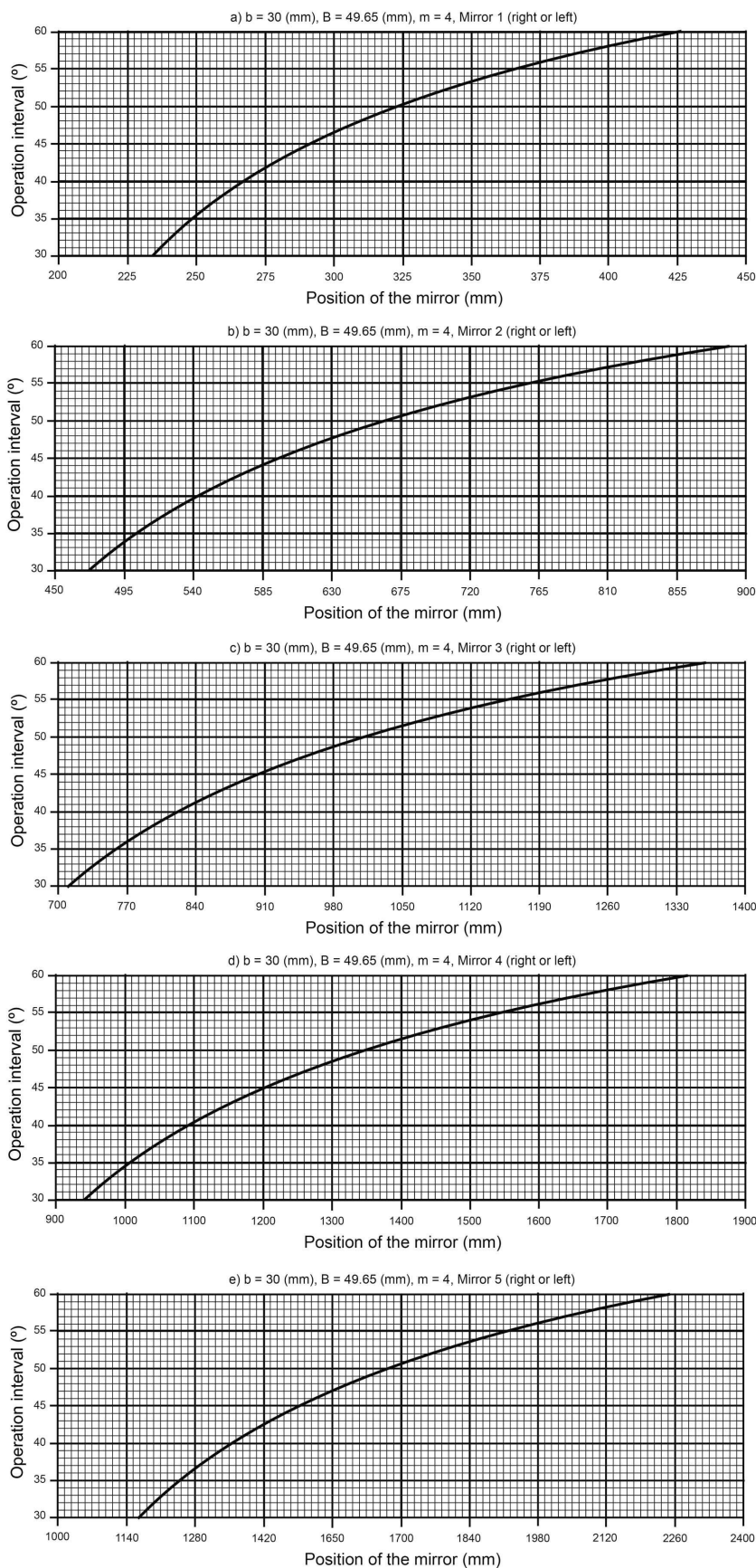


Figure 7. The relationship between the position of the mirrors and θ_{t_0} .

The graph showing the relationship between the mirror width and the operation interval was obtained using the iterative optimization algorithm suggested in [18]. Figure 8 shows the curves relating the operation interval to the width of the mirrors.

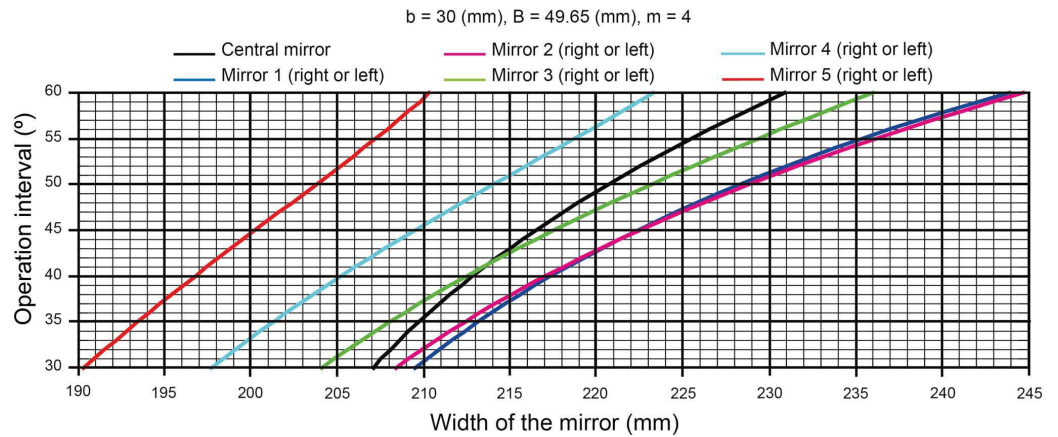


Figure 8. The relationship between the width of the mirrors and θ_{t_0} .

Once θ_{t_0} was determined, it was also possible to determine the number of hours with a guaranteed homogeneous distribution of solar irradiance, without shading or blocking. The length of the operating interval is $I_{N_d} = [h_R(N_d, \theta_{t_0}), h_S(N_d, \theta_{t_0})]$, where N_d is the day of the year. For example, Figure 9 represents the duration of the operating interval for several θ_{t_0} in Almeria (Spain) (latitude $36^\circ 50' 07''$ N, longitude $02^\circ 24' 08''$ W, and elevation 22 m).

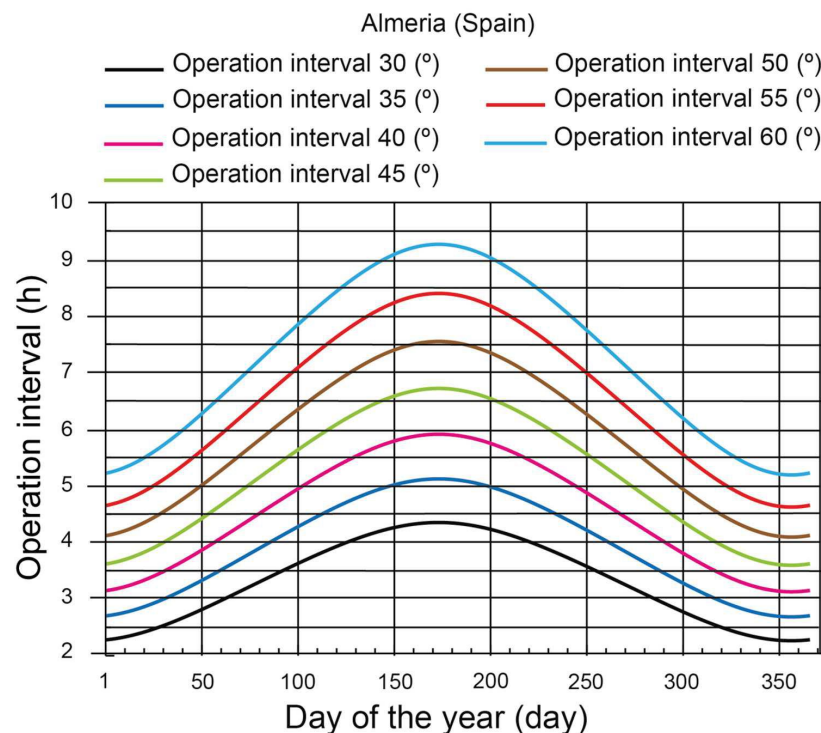


Figure 9. Hours of optimum operation.

The power reaching the PV cells was estimated using the equation proposed by [18], as follows:

$$Q = \sum_{i=1}^{2 \cdot N + 1} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot L_{PV} \cdot \min\{W_{fi}, W_{PV}\} \cdot F_{bs} \cdot \cos \theta_i \cdot \cos \theta_l, \quad (26)$$

where DNI is the direct normal irradiance (W/m^2), η_{opt} is the optical efficiency of the SSLFR (this parameter groups together: the mirror reflectivity (ρ), the mirror cleanliness (CI_m), the glass cleanliness (CI_g), and the glass transmissivity (τ_g)), and the effectively illuminated length is L_{PV} . In addition, the full width of the PV cell W_{PV} is illuminated during the optimum operation time I_{N_d} . A shading and blocking factor F_{bs} must be included, the value of which is 1 during the operating interval I_{N_d} (there is none of either). The transverse angle θ_i between the normal to the i -th mirror and the incidence angle of the sun is:

$$\cos \theta_i = \cos(\beta_i \pm \alpha_i), \quad (27)$$

with the configuration chosen in the longitudinal study:

$$\theta_l = \theta_z/2, \quad (28)$$

where θ_l is the longitudinal angle (rad), and θ_z is the zenith angle (rad).

Therefore, the power of the SSLFR was determined for all hours of the operation interval I_{N_d} and all days of the year N_d as follows:

$$\sum_{N_d=1}^{365} \int_{h_R(N_d, \theta_{t_0})}^{h_S(N_d, \theta_{t_0})} Q \cdot dT. \quad (29)$$

It is pertinent to remember the certainty that in this interval, there is neither shadow nor blockage, and the illumination is uniform.

3.4. Verification

For this paper, the SolTrace software, developed by the National Renewable Energy Laboratory (NREL), was used to validate the cavity, since it is currently one of the most widely used and recognized open source programs for the study of solar concentrators [18,46,47]. This software is based on the Monte Carlo ray-tracing methodology. In addition, SolTrace allows the assignment of parameters related to the reflection and refraction at the surface of the material. Another advantage of this software is that the user can specify a certain number of rays to be traced. The rays are generated randomly from the sun to the reflecting elements comprising the system, where the rays intersect. After optimizing the cavity, the determined geometrical parameters of both the cavity and the primary reflector system were entered into SolTrace to establish the geometrical model.

3.5. The Manufacture of the Sawtooth V-Trough Cavity and the Laser Experiment

The designed sawtooth V-trough cavity was manufactured based on 3D printing technology and additive manufacturing [22,48]. Additive manufacturing integrates computer-aided design, material processing, and molding technology [49]. The system used built a solid model of the sawtooth V-trough cavity by stacking special materials, in this case PLA, layer by layer, using software and a numerical control system on the basis of a digital model file [49]. The 3D printer used and a sawtooth V-trough cavity are shown in Figure 10. The cavity walls were covered with reflective mirrors.

A laser experimental platform for the verification of receiver cavities has been widely used [22,48,50]. Therefore, a laser experimental platform was also used for the study presented here.

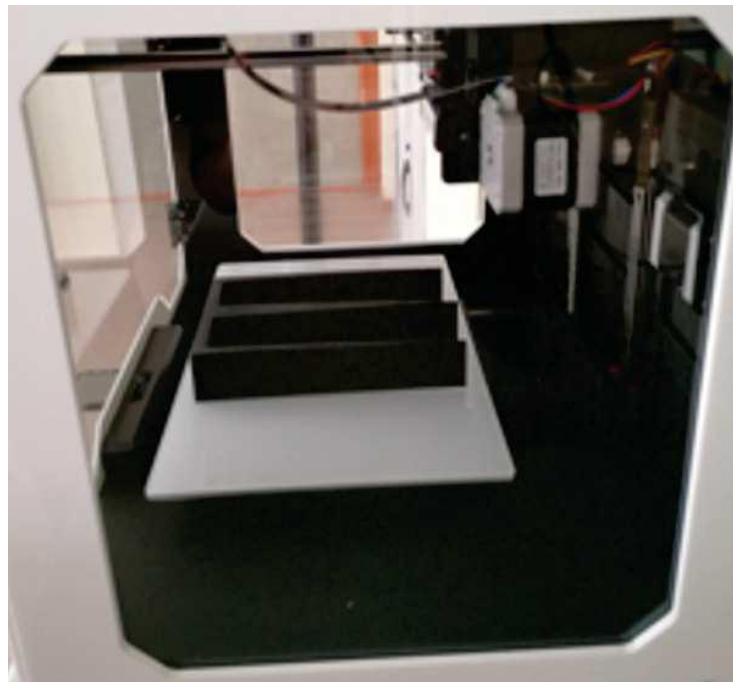


Figure 10. The 3D printer and the sawtooth V-trough cavity under printing.

An experimental test platform was constructed for ray-path control (see Figure 11). This experimental setup was mainly comprised of a level horizontal platform, a laser generator, a digital angle meter, an angle measuring device, and a metal scale. Similar devices were used in references [22,48,50]. The sensitive points of the test were as follows [22,48,50]: (i) to ensure that the equipment used remained perfectly fixed to the level horizontal platform, (ii) to ensure the levelness and stability of the horizontal platform by bubble leveling, (iii) to ensure that the laser generator was rigidly mounted on the rotating arm of the angle measuring device in such a way to maintain the laser generator parallel to the rotating arm, (iv) to provide a system for sliding the angle-measuring device along the metal scale and securing it to the scale by means of a locking device, and (v) to ensure the distance from the metal scale to the sawtooth V-trough cavity could be adjusted to simulate the position of any mirror in the primary reflector system.

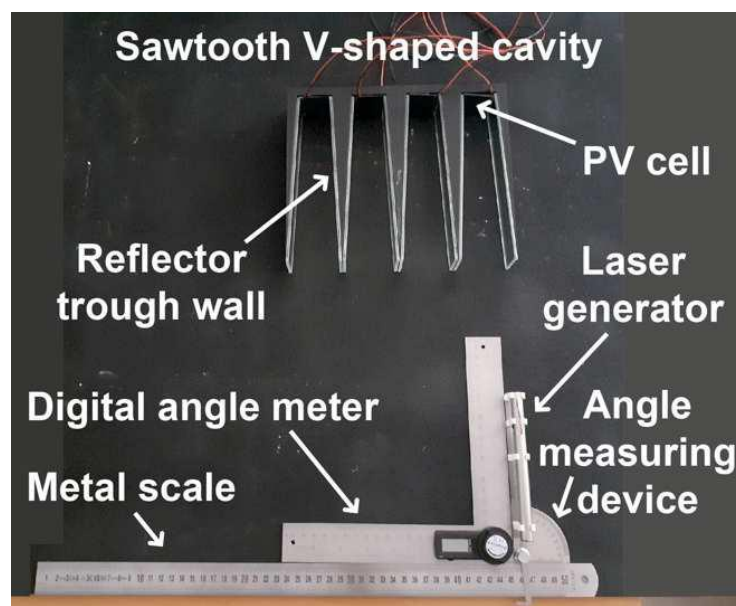


Figure 11. Laser experimental platform.

In the experiment, the laser generator was adjusted to the position of each mirror by the angle of incidence and the position of the angle measuring device on the metal scale. Information on the position of the laser spot that formed when the light hit the reflecting wall of the cavity was recorded, and the position of the successive light reflections was checked.

4. Application of the Methodology and Analysis of the Results

It should be noted that this study is limited to small-scale linear Fresnel reflectors. Their small-scale characteristic is what allows longitudinal movement in the moving structure and the secondary reflector system. This ensures the uniform illumination of the photovoltaic cells from a longitudinal perspective.

The objective of this section is to verify the feasibility of the proposed methodology. The following parameters were used as a starting point in order to apply this methodology:

- (i) Available roof surface area. The available roof area was considered to be able to accommodate an *SSLFR* with the following dimensions: width 2244 mm and length 2000 mm.
- (ii) Study location. The rooftop was located in Almería (Spain), for which the geographical data were: latitude 36°50'07" N, longitude 02°24'08" W, and altitude 22 m.
- (iii) Width of the commercial *PV* cells ($W_{PV} = b$). A commercial *PV* cell width of 30 mm was considered. The assumption of this value does not limit the application of the methodology.
- (iv) Acceptance angle (θ_c). A $\theta_c = 34$ (°) was considered. It is a plausible value for the typical dimensions of an *SSLFR* [18].
- (v) Number of V-trough cavities in the sawtooth (m). This m was equal to 4 to limit the number of mirrors as well as any increase in the cost of the *SSLFR* [28]. Any other value of this parameter can be used.
- (vi) Height to the receiver (f). Usually, f takes the value of 1500 mm [18,35,36].
- (vii) Number of mirrors of the *SSLFR*. The number of mirrors of the *SSLFR* was considered to be equal to seven so that the cost of the *SSLFR* was not too high [28]. Therefore, $N = 3$.
- (viii) Optical properties. The optical properties of the materials used were as follows [18]: the mirror reflectivity $\rho = 0.94$ [34], the mirror cleanliness $CI_m = 0.96$ [51], the glass cleanliness $CI_g = 0.96$ [51], and the glass transmissivity $\tau_g = 0.92$ [52]. These optical properties were grouped into what is known as total optical yield (η_{opt}).

Mathematica™ Computer Algebra System software was used to implement the optimization algorithm. This software has been widely used in similar studies [8,18]. The amount of direct solar irradiance on the horizontal surface of the site under study must be determined, i.e., the effect of the particular meteorological conditions must be taken into account. For this purpose, the method proposed by [53] was used. This method uses *PVGIS* [54] data to obtain the monthly average direct solar irradiance.

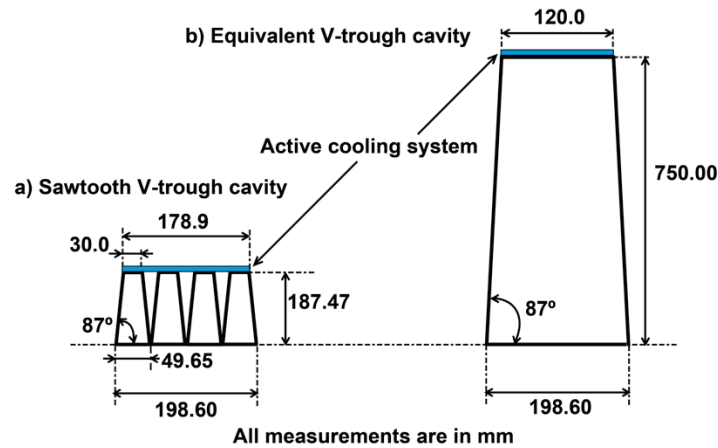
The new cavity was compared to the standard V-trough cavity, keeping the cavity aperture, reflective surface area, and photovoltaic cell width constant. In addition, the focal height, number of mirrors, mirror width, and mirror spacing were also kept constant, so that the cost of the two configurations was the same from the point of view of the primary reflector system.

Table 1 summarizes the results of the proposed optimization algorithm for the considered parameters.

Table 1. Results of the sawtooth V-trough cavity.

Parameters	Value	
C_a	Area concentration ratio	1.655
τ^*	Trough wall angle	87.00°
B	Aperture of the V-trough cavity	49.65 mm
H	Height of the V-trough cavity	187.47 m

Figure 12a shows the final design of the sawtooth V-trough cavity.

**Figure 12.** The final design of the sawtooth V-trough cavity and equivalent V-trough cavity.

Using a single equivalent V-trough cavity and considering the same PV cell surface and the same $\theta_c = 34$ (°), the results shown in Table 2 were obtained. Figure 12b shows the final design of the equivalent V-trough cavity.

Table 2. Results of the equivalent V-trough cavity.

Parameters	Value	
C_a	Area concentration ratio	1.655
τ^*	Trough wall angle	87.00 (°)
B	Aperture of the V-trough cavity	198.6 mm
H	Height of the V-trough cavity	750.00 (m)

4.1. Comparison between the Proposed Sawtooth V-Cavity and the Standard V-Cavity

A comparison between the two cavities was made from various aspects, e.g., mechanical and thermal.

4.1.1. Mechanical Aspects

Comparing both designs, the height of the equivalent V-trough cavity was four times greater than the height of the sawtooth V-trough cavity. On the other hand, the refracting surface was the same in both cavities studied, in this case, 3.00 m^2 ; so, they would have the same R_a .

The method for calculating the wind load was defined in code CTE DB-SE-AE [55]. According to this code, the wind load is proportional to the exposure surface. The wind-exposed area of the equivalent V-trough cavity was four times larger than the sawtooth V-trough cavity. Therefore, the fixed structure and the secondary system of the *SSLFR* would need to be reinforced to withstand four times higher wind loads. This considerably reduces the manufacturing cost of the *SSLFR*, as shown below:

- (i) Reduction in the cost of the fixed structure. As the height of the proposed cavity is much lower, the fixed structure of the *SSLFR* is smaller, which lowers the cost thereof.

- (ii) Reduction in the cost of the fixed structure and secondary system structures. By reducing the height of the cavity, the surface area exposed to wind loads is smaller, which lowers the cost of the fixed structure and the secondary system structures.

4.1.2. Thermal Aspects

In the *PV* cells, the part of the absorbed solar irradiance that is not converted into electricity is completely dissipated into heat, which represents an internal heat source that can be expressed as follows [56]:

$$Q_{th} = I_t \cdot A_{PV} \cdot (1 - \eta_e), \quad (30)$$

where Q_{th} is the internal heat generation in *PV* cells (W), I_t is the total absorbed solar irradiance for *PV* cells (W/m^2), η_e is the electrical efficiency of the *PV* system (%), and A_{PV} is the total area of the *PV* cells (m^2). For the two cavities, the internal heat generation in *PV* cells is the same, because they have the same number of *PV* cells.

The heat transfer by conduction through the wall of the cooling system is determined by Fourier's law of conduction through a hollow rectangular tube resulting from [57]:

$$Q_{th} = \frac{k \cdot A_{ACS} \cdot (T_{PV} - T_{ACS})}{\delta_{ACS}}, \quad (31)$$

where k is the thermal conductivity ($W/m \cdot ^\circ C$), A_{ACS} is the area of the active cooling system (m^2), T_{PV} is the temperature of the *PV* cells ($^\circ C$), T_{ACS} is the temperature of the active cooling system *PV* cells ($^\circ C$), and δ_{ACS} is the wall thickness of the cooling system (m). As Q_{th} , k , and δ are equal for the two cavities, the area of the cooling system is inversely proportional to the ΔT . The area of the cooling system in the case of the sawtooth V-cavity was $0.1789 \cdot L_{PV}$ (m^2), and in the case of the standard V-cavity, it was $0.12 \cdot L_{PV}$ (m^2). So, the cooling surface in the case of the sawtooth V-cavity was 1.49 times larger. Therefore, the ΔT in the case of the sawtooth V-cavity was 0.67 times the ΔT in the case of the standard V-cavity. Hence, the temperature of the *PV* cells with the sawtooth V-cavity is always lower than that of *PV* cells with the standard V-cavity.

Figure 13 shows the relationship between the number of V-trough cavities of the sawtooth (m) and the width of the cooling system (W_{ACS}), keeping the width of the *PV* cells constant (W_{PV}). One can see that this relationship was not linear. As m increased, the increase in the W_{ACS} dropped.

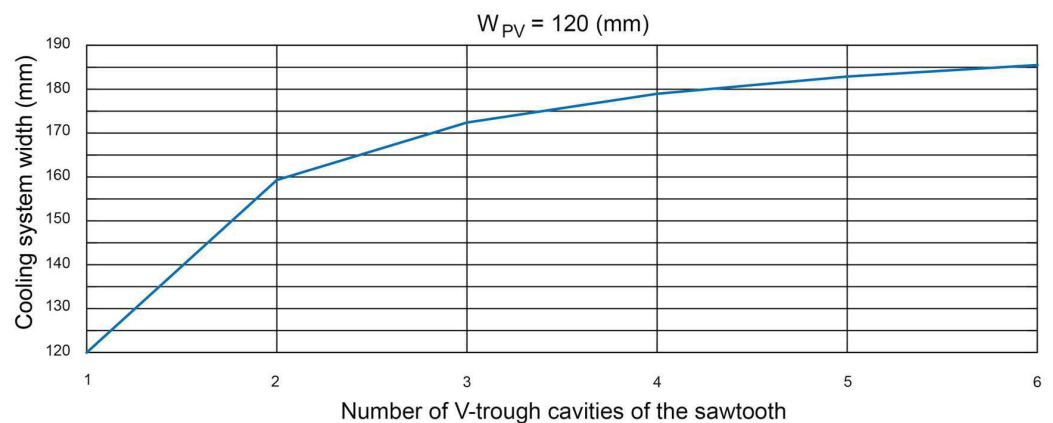


Figure 13. The relationship between the number of V-trough cavities in the sawtooth and the width of the cooling system.

According to Evans [58], the electrical efficiency of a photovoltaic cell depends on the temperature of the PV cell:

$$\eta_e = \eta_{ref} \cdot \left[1 - \beta_{ref} \cdot (T_{PV} - T_{ref}) \right], \quad (32)$$

where η_{ref} is the electrical efficiency of the photovoltaic module at a reference temperature (dimensionless), β_{ref} is the temperature coefficient ($1/^\circ\text{C}$), T_{PV} is the PV cell temperature ($^\circ\text{C}$), and T_{ref} is the reference temperature ($^\circ\text{C}$). Among other technical parameters, the manufacturer of the PV module provides the value of η_{ref} and β_{ref} . The η_{ref} value normally refers to a temperature of 25°C and a solar irradiance of $1000\text{ (W/m}^2\text{)}$. Therefore, lowering the operating temperature of the PV cells means increasing the electrical efficiency of the PV cells.

4.1.3. Other Beneficial Aspects

Other beneficial aspects of the proposed cavity include:

- (i) The same reflective surface for both cavities. The multiple reflective walls of the new cavity, however, are used in combination to replace the two reflective surfaces of the V-trough cavity, which could reduce the difficulty of manufacturing, maintaining, and transporting the large glasses. This would also decrease the total cost of the SSLFR.
- (ii) The connection of the PV cells. The connection of the photovoltaic cells is facilitated due to the separation between the photovoltaic cells in the new cavity.

4.2. The Application of the Graphic System when Designing the Primary Reflector System

Since the length of the SSLFR was 2000 mm, the length of the mirrors was 2000 mm, and the length of the PV cell system was also 2000 mm. As $N = 3$, the graph shown in Figure 6b was used. On the SSLFR width axis of the graph in Figure 6b, the value of 2244 mm was used, resulting in $\theta_{t_0} = 50^\circ$ on the operation interval axis. Once the operation interval was known, the width of the mirrors was determined using the graph in Figure 7, and the position of the mirrors was determined using the graphs in Figure 8a–c. Table 3 shows the results obtained.

Table 3. Geometric values of the optimal design.

Mirror	L_i (mm)	W_{Mi} (mm)
Central mirror	0	220.6
Mirror 1 (right or left)	323.5	228.3
Mirror 2 (right or left)	664.9	228.8
Mirror 3 (right or left)	1010.2	223.1

Using the SSLFR parameters obtained previously, the annual energy of the sawtooth V-cavity was 2.38266 MWh. The use of the new cavity did not lead to a decrease in the energy obtained.

4.3. Verification Through a Monte Carlo Simulation

A sawtooth V-trough cavity was optically modeled in this study. This design was verified using the Monte Carlo ray-tracing method. SolTrace™ is practical software that uses the Monte Carlo ray-tracing method. The application of this software has been used by several references for the optical analysis of solar concentrated systems [18,46,47]. Based on the results obtained previously, a model was implemented in the SolTrace™ software. Certain assumptions, common in this type of study, were made [18]: (i) all the reflective surfaces were flat and perfect; (ii) the errors in tracking the apparent movement of the sun were not considered; and (iii) the SSLFR parameters shown in Tables 1 and 3 were held constant. In total, 10^7 rays were used for the simulations as

recommended by other similar studies [18]. The direct normal irradiance for each day of the year was obtained by using the method presented by [53].

To verify the proposed design, the simulation time was during the summer solstice (day 172 of the year) at 9:00 (h) and 7:00 (h). The first simulation time chosen, $T = 9:00$ (h), belonged to the operation interval, where the PV cells were uniformly illuminated. There was also no shading or blocking between adjacent mirrors. In contrast, the second simulation time chosen, $T = 7:00$ (h), did not belong to the operation interval.

The direct normal irradiance for the summer solstice at $T = 9:00$ (h) was $750.19 \text{ (W/m}^2\text{)}$. Figure 14 shows some simulation results for different surfaces for the simulation time $T = 9:00$ (h). Figure 14a shows the absence of shading and blocking between the adjacent mirrors. This fact can also be seen in Figure 14b–d. Figures 14e–h show the surface of the PV cells in the sawtooth V-trough cavity, where the flux density was completely homogeneous on the PV cells.

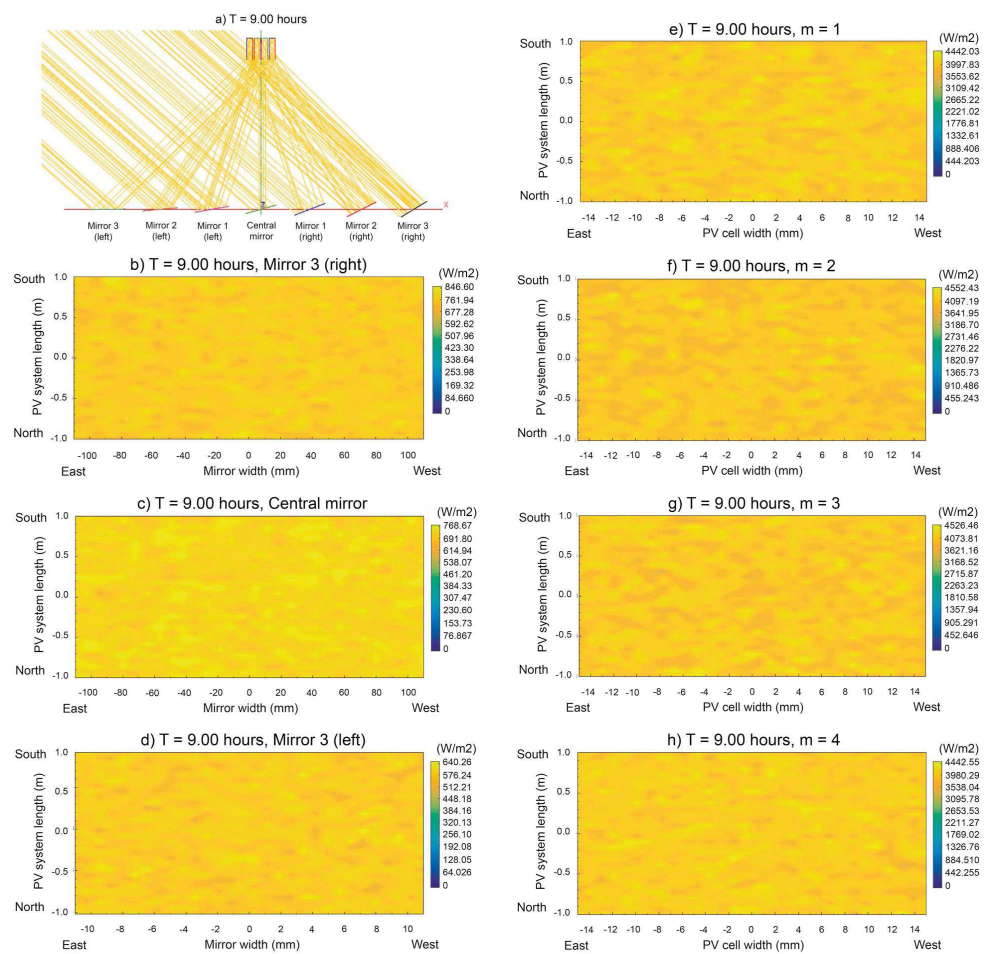


Figure 14. Simulation results for different surfaces, $N_d = 172$, $T = 9:00$ (h).

The results of the flux density simulation on all the SSLFR surfaces obtained with SolTrace are provided in Table 4. The SolTrace software output parameter called uniformity indicates the homogeneity of the flux density over the studied surface. The lower this parameter, the higher the homogeneity of the flux density. It can be seen that this parameter reflected very low values in the PV cells. It is also true that the average value of the flux density over the photovoltaic cells was very similar. It should be noted that the minimum value of the flux density over the mirrors was different from 0, indicating the absence of shading and blocking between mirrors.

Table 4. Results of the flux density simulation at $T = 9:00$ (h).

Surface	Max. Irradiance (W/m ²)	Min. Irradiance (W/m ²)	Avg. Irradiance (W/m ²)	Uniformity
Mirror 3 (right)	846.60	668.60	749.17	0.033
Mirror 2 (right)	829.78	647.35	744.11	0.033
Mirror 1 (right)	804.10	651.78	728.44	0.035
Central mirror	768.67	631.41	701.40	0.035

Table 4. Cont.

Surface	Max. Irradiance (W/m ²)	Min. Irradiance (W/m ²)	Avg. Irradiance (W/m ²)	Uniformity
Mirror 1 (left)	741.22	568.53	664.55	0.036
Mirror 2 (left)	693.40	543.74	622.32	0.036
Mirror 3 (left)	640.26	502.12	581.48	0.038
PV cell ($m = 1$)	4442.03	3357.50	3914.13	0.042
PV cell ($m = 2$)	4552.43	3461.41	3957.99	0.041
PV cell ($m = 3$)	4526.46	3402.96	3965.52	0.042
PV cell ($m = 4$)	4422.55	3279.57	3911.85	0.040

The direct normal irradiance for the summer solstice at $T = 7:00$ (h) was 656.53 W/m². Figure 15 shows some simulation results for different surfaces, for the simulation time $T = 7:00$ (h). These surfaces were the same as those studied in Figure 15. Figure 15a shows that mirrors 3 (right), 2 (right), 1 (right), central, and 1 (left) had different degrees of shading. This effect was more pronounced in mirror 3 (right), as the simulation time was before midday. Mirrors 2 (left) and 3 (left) had no shading. This fact can also be seen in Figure 15b–d. Figure 15e shows that the photovoltaic cell surface $m = 1$ had a high degree of inhomogeneity. In contrast, the central PV cells, $m = 2$ and $m = 3$, had a high degree of flux density homogeneity. The flux density homogeneity decreased for the $m = 4$ PV cell.

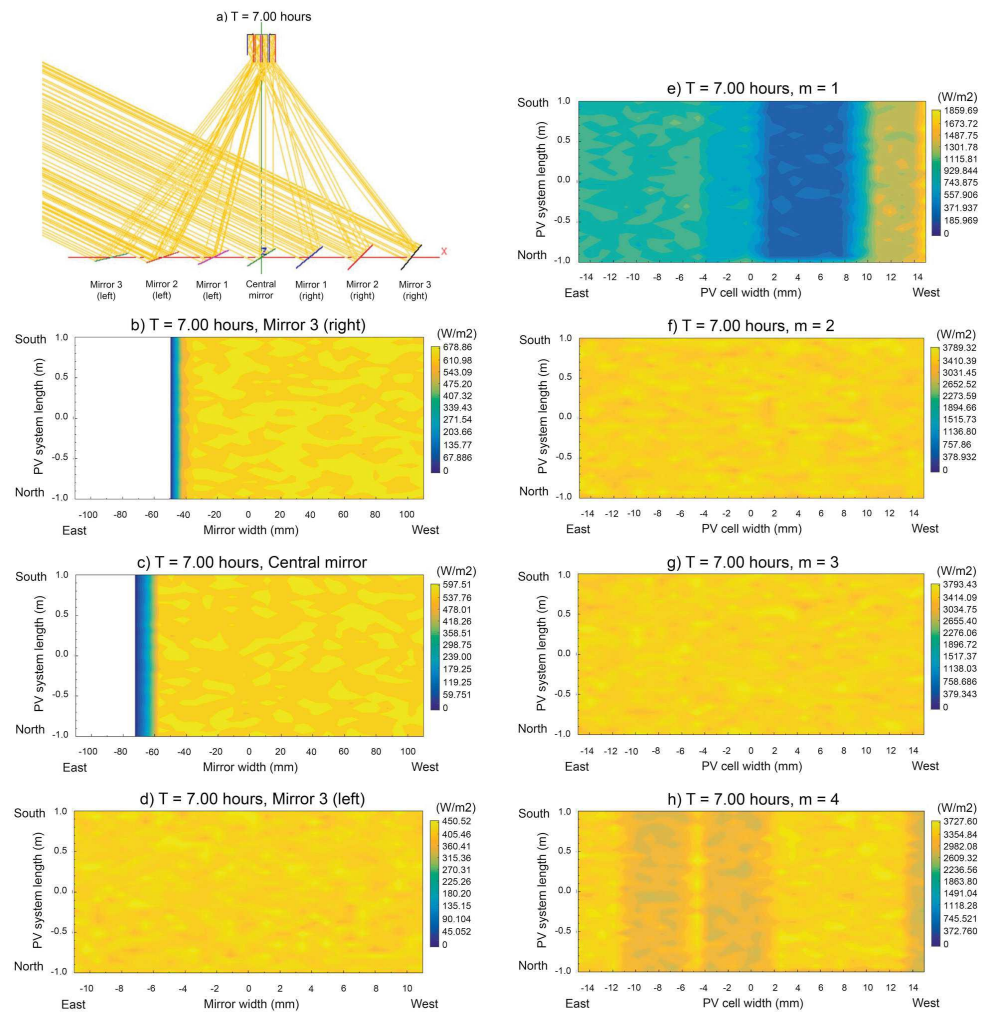


Figure 15. Simulation results for different surfaces, $N_d = 172$, $T = 7:00$ (h).

The results of the flux density simulation on all the SSLFR surfaces obtained with SolTrace are provided in Table 5. The output parameter from the SolTrace software called uniformity reflected high values for the shaded mirrors and the PV cell $m = 1$, which had low flux density homogeneity. The average value of the flux density over the PV cell $m = 1$ was very low, indicating a lack of homogeneity in the flux density. In contrast, for the central PV cells, $m = 2$ and $m = 3$, the average value of the flux density was very similar. The mirrors with a minimum flux density value of 0 had part of their surface shaded by an adjacent mirror.

Table 5. Results of the flux density simulation at $T = 7:00$ (h).

Surface	Max. Irradiance (W/m ²)	Min. Irradiance (W/m ²)	Avg. Irradiance (W/m ²)	Uniformity
Mirror 3 (right)	678.86	0	437.26	0.656
Mirror 2 (right)	681.67	0	440.10	0.615
Mirror 1 (right)	637.91	0	431.45	0.590
Central mirror	597.51	0	427.34	0.520
Mirror 1 (left)	559.36	0	451.93	0.333
Mirror 2 (left)	503.82	407.88	452.41	0.035
Mirror 3 (left)	450.52	362.43	407.87	0.035
PV cell ($m = 1$)	1859.69	238.63	827.51	0.433
PV cell ($m = 2$)	3789.32	2933.53	3409.21	0.037
PV cell ($m = 3$)	3793.43	3044.62	3418.47	0.034
PV cell ($m = 4$)	3727.6	2517.98	3193.99	0.074

To complete the comparative study between the sawtooth V-trough cavity and the equivalent V-trough cavity, Figure 16 shows the simulation time during the summer solstice (day 172 of the year) at 9:00 (h) of the equivalent V-trough cavity. Figure 16a shows the absence of shading and blocking between the adjacent mirrors. Figure 16b shows that the photovoltaic cell surface had a high degree of inhomogeneity. In contrast, for the same hour, the sawtooth V-cavity flux density was completely homogeneous in the PV cells.

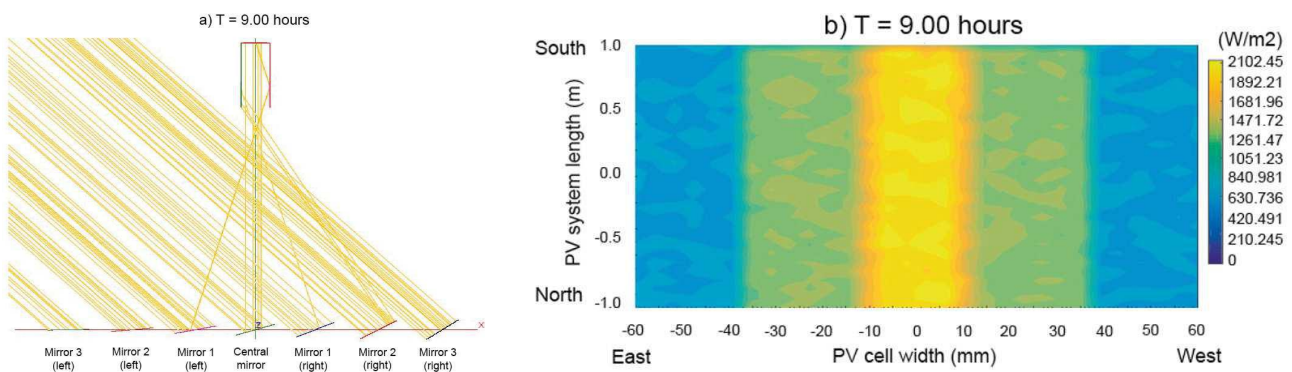


Figure 16. Simulation results of equivalent V-trough cavity, $N_d = 172$, $T = 9 : 00$ (h).

The results of the flux density simulation on all the SSLFR surfaces obtained with SolTrace are provided in Table 6 for the equivalent V-trough cavity. Comparing Tables 4 and 6, we see there were similar values of incident solar irradiance on the mirrors, and a considerable reduction in the incident solar irradiance on the PV cells in the case of the equivalent V-trough cavity. The high value of the uniformity parameter indicated the non-homogeneity of the photovoltaic cells in the equivalent V-trough cavity. The opposite was the case with the sawtooth V-trough cavity.

Table 6. Results of the flux density simulation at $T = 9:00$ (h) in the equivalent V-trough cavity.

Surface	Max. Irradiance (W/m ²)	Min. Irradiance (W/m ²)	Avg. Irradiance (W/m ²)	Uniformity
Mirror 3 (right)	888.06	623.43	749.38	0.048
Mirror 2 (right)	852.34	659.14	742.37	0.044
Mirror 1 (right)	839.35	625.05	728.45	0.048
Central mirror	808.51	597.45	702.83	0.048
Mirror 1 (left)	806.88	564.98	664.39	0.051
Mirror 2 (left)	738.70	513.03	623.30	0.049
Mirror 3 (left)	660.71	480.56	581.40	0.05
PV cell	2102.45	600.71	1184.97	0.38

4.4. Influence of the Acceptance Angle of the V-Trough Cavity

In the previous sections, a case was presented in which the acceptance angle of the V-trough cavity $\theta_c = 34^\circ$ was considered. This value corresponded to an *SSLFR* with a width of 2244 mm and a number of mirrors equal to seven ($N = 3$). The value of θ_c came from a focal length $f = 1500$ mm and from the center of the mirror 3 (right or left), whose center, as we saw, was at a distance of $L_3 = 1010.2$ mm (see Table 3).

In this section, the influence of the V-trough cavity acceptance angle is analyzed. For this purpose, several simulations were carried out, varying $\theta_c \in [22, 46]$ ($^\circ$), obtaining the results shown in Figure 17. Figure 17a shows the variation in C_a . Considering the absorber width $b = 30$ mm, the variation in B is shown in Figure 17b, and the variation in H is shown in Figure 17c.

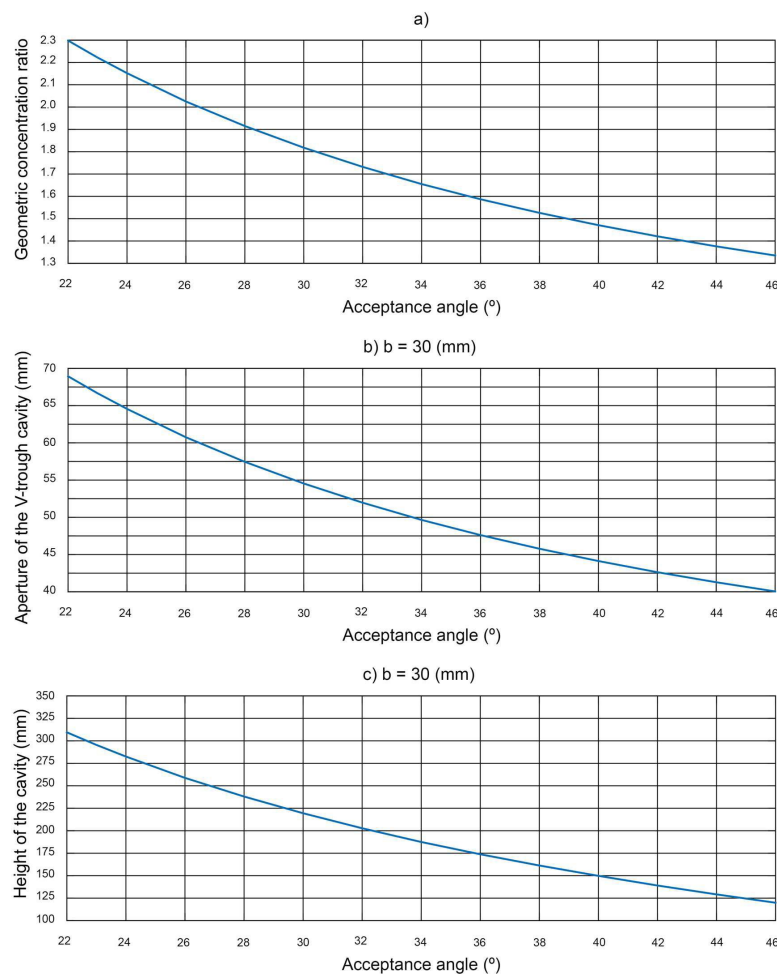


Figure 17. The relationship between the acceptance angle and various cavity parameters.

As shown in Figure 17, as the acceptance angle increased, the geometric concentration ratio decreased nonlinearly. This variation translated almost linearly (obviously) to the value of B and almost linearly also to H . The latter result is due to the fact that the optimal value τ^* of the trough wall angle also showed a linear variation with θ_c , with values ranging from 86.4 to 87.6 ($^\circ$) for the range of the variation in θ_c .

As discussed below, the variation in the acceptance angle had an influence on the design of the *SSLFR*, as it directly affects the secondary reflector system and, therefore, the primary reflector system.

From the point of view of the secondary reflector, this variation in C_a led to the following situation. Once b was set by the manufacturer of the *PV* cells, the optimum value of B was obtained. Since the commercial cells used in this work had a fixed value of

$b = 30$ mm, in the base case already analyzed, with $\theta_c = 34^\circ$, and a number of V-trough cavities of the sawtooth $m = 4$, we were guaranteed a swept width of the entire secondary of $4B \simeq 200$ mm. If we then considered a smaller θ_c value, as C_a grew, there came a point where, with a smaller number of V-trough cavities of the sawtooth, in this case, $m = 3$, we achieved the same sweep of the secondary $3B \simeq 200$ mm. This was achieved for $\theta_c = 23^\circ$. Similarly, by increasing θ_c , and decreasing C_a , it was necessary to take $m = 5$, in order to have the same sweep of the secondary $5B \simeq 200$ mm. This situation occurred for $\theta_c = 46^\circ$. Table 7 shows the influence of the variation in the acceptance angle with respect to the parameters of the secondary reflector system.

Table 7. Results of the influence of the acceptance angle on some parameters of the SSLFR.

Secondary Reflector System				Primary Reflector System		
θ_c (°)	C_a	B (mm)	m	N	L_N (mm)	θ_{to} (°)
23	2.22	66.66	3	2	640	49
34	1.66	50	4	3	1010	50
46	1.33	40	5	5	1550	47

The variation in the acceptance angle also influenced the design of the primary reflector system. Considering $f = 1500$ mm, the three cases that were analyzed induced changes in the main parameters of the primary reflector system. Table 7 shows the influence of the variation in the acceptance angle with respect to the parameters of the primary reflector system.

When $\theta_c = 34$ (°), the base case, the optimal design corresponded to $\theta_{to} = 50$ (°), $N = 3$, and $L_N = 1010$ mm.

When the acceptance angle decreased, e.g., $\theta_c = 23^\circ$, to achieve that angle and a very similar operating range of $\theta_{to} = 49^\circ$, the mirror field of the primary had the following parameters: $N = 2$ and $L_N = 640$ mm. In contrast, when the acceptance angle increased, for example, $\theta_c = 46^\circ$ and a very similar operating range $\theta_{to} = 47^\circ$, the mirror field of the primary had the following parameters: $N = 5$ and $L_N = 1550$ mm.

Comparing the three cases, and considering the variation in θ_{to} to be negligible, the case $\theta_c = 46^\circ$ significantly increased the area of the primary field of mirrors; therefore, this case increased the number of PV cells, the solar irradiation received, and the cost of the SSLFR. On the other hand, in the case $\theta_c = 23^\circ$, the situation was the opposite: fewer PV cells, a lower solar irradiation received, and a lower cost of the SSLFR. Therefore, several factors must be taken into account in the choice of the acceptance angle, such as the economic factor, the energy factor, and the surface area available for the installation of the SSLFR.

4.5. The Manufacture of the Sawtooth V-Trough Cavity and the Laser Experiment

The sawtooth V-trough cavity was constructed using a biodegradable green polymer material known as polylactic acid (PLA), with the dimensions shown in Figure 12a. The photograph of the sawtooth V-trough cavity presented in this paper is shown in Figure 18.

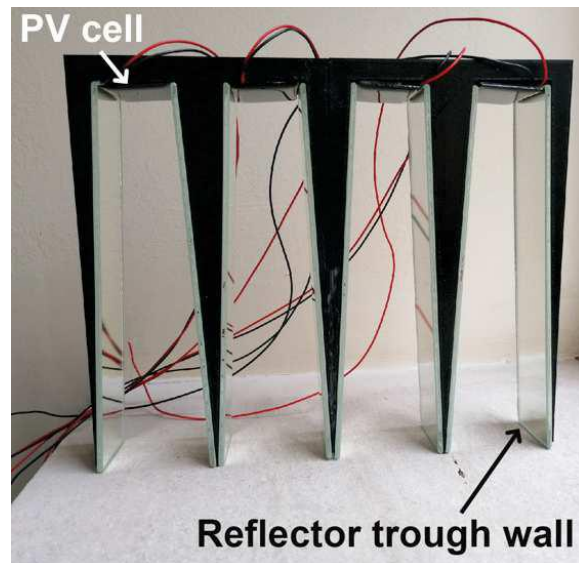


Figure 18. Photograph of the sawtooth V-trough cavity presented in this work.

As the dimensions of the experimental test platform were smaller than the dimensions of the *SSLFR*, the position of the *SSLFR* mirrors and the height to the receiver were scaled. The width of the mirrors and the angle of incidence were not affected. Table 8 shows the optimal parameters scaled to the experimental test platform; in this case, $f = 283$ mm. The laser generator was placed in three positions for each mirror tested: an extreme left position, a central position, and an extreme right position.

Table 8. Optimal parameters scaled to the experimental test platform.

Mirror	L_i (mm)	W_{Mi} (mm)	θ_i (°)
Central mirror	0	220.6	0
Mirror 1 (right or left)	61.0	228.3	12.17
Mirror 2 (right or left)	125.4	228.8	23.90
Mirror 3 (right or left)	205.2	223.1	33.95

Figure 19a shows the laser beam emitted by the laser generator, starting from the extreme left position of the mirror 2 (left) with an angle of incidence of 23.90° . As expected, the beam was incident on the cavity $m = 1$. Figure 19b shows the laser beam emitted by the laser generator, starting from the extreme right position of the mirror 2 (left) with an angle of incidence of 23.90° (the maximum acceptance angle that corresponds to that mirror due to the geometry of the *SSLFR*). As expected, the beam was incident on the cavity $m = 4$. These results indicate that the ray acceptance rate is 1. The rest of the tests carried out for the other mirrors also showed that the laser beam hit the *PV* cell. The experimental results obtained using the cavity designed showed that the constructed cavity met the set conditions.

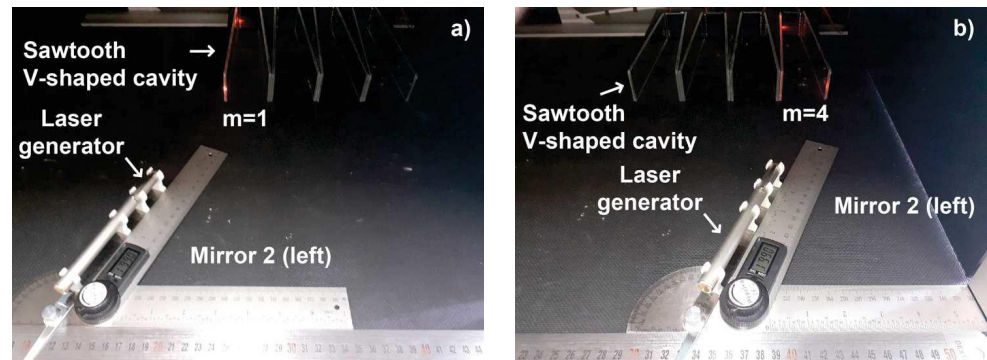


Figure 19. The laser beam emitted by the laser generator located in mirror 2 (left).

Figure 20 shows the laser beam emitted by the laser generator, starting from the extreme left position of the mirror 3 (left) with an angle of incidence of 35.00° . As can be seen in this image, the laser beam exited the cavity.

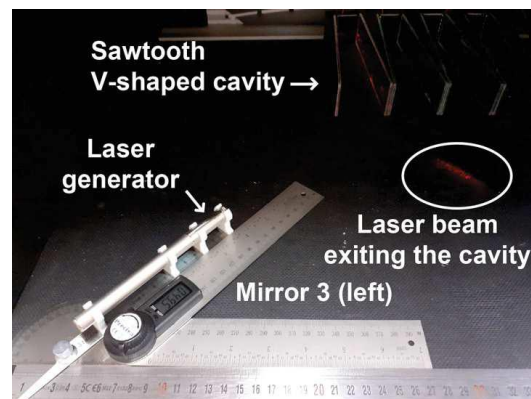


Figure 20. The laser beam emitted by the laser generator located in mirror 3 (left).

The angle measured with the digital angle meter did not match the actual angle of the laser beam when it reached the reflecting surface of the cavity. There are several reasons for this: (i) The laser beam emitted by the laser generator has a certain divergence [50], since the laser is deflected as the optical length increases. (ii) The laser beam emitted by the laser generator is not an absolutely parallel beam [50], which causes the beam spot to reach the surface at a slightly different angle. Therefore, the angle of incidence of the laser beam is affected. In general, these sources of error are considered to have a cumulative effect and do not cancel each other out [50]. However, as the distance from the laser generator to the cavity was 349 mm in the worst case of mirror 3 (left or right), this angle error was considered to be within a reasonable range [48,50].

5. Conclusions

Guaranteeing the uniformity of the solar irradiance distribution in photovoltaic cells is a major issue in concentrating photovoltaic systems based on a small-scale linear Fresnel reflector. For this purpose, a new cavity design for a low-concentration photovoltaic system based on a small-scale linear Fresnel reflector was proposed to decrease the height thereof while maintaining a constant aperture. The design of a sawtooth V-cavity that maintained the ray acceptance rate at 1 and the uniform distribution of the solar irradiance on the photovoltaic cells was calculated analytically using an optimization algorithm. The analytical approach presented provides equations for any number of reflections inside the cavity, which are easily implemented as an iterative algorithm. The proposed design was verified using the Monte Carlo ray-tracing method. SolTrace™ software was used for this purpose. In order to verify the correct sawtooth V-trough cavity design, a prototype was built with a biodegradable green polymer material known as polylactic acid (PLA)

using 3D printing technology. An experimental laser platform was built to fix the trajectory of the laser beam to confirm that the ray acceptance rate was 1, i.e., that all the beams entering the cavity reached the photovoltaic cells. The proposed sawtooth V-trough cavity was compared with the standard V-trough cavity, keeping the cavity aperture, reflective surface area, and photovoltaic cell width constant. In addition, the focal height, number of mirrors, mirror width, and mirror spacing were also kept constant, so that the cost of the two configurations was the same from the point of view of the primary reflector system. In the example analyzed, the annual energy of the sawtooth V-trough cavity was 2.38266 MWh. The new design ensured the uniform distribution of the solar irradiation and significantly reduced the height of the cavity. This achievement considerably reduces the manufacturing cost of the small-scale linear Fresnel reflectors, as shown below:

- (i) Since the height of the proposed cavity is much lower, in this case four times lower, the fixed structure of the small-scale linear Fresnel reflectors are smaller; therefore, the cost is lower.
- (ii) The wind-exposed area of the sawtooth V-trough cavity is four times less than in the case of the standard V-trough cavity, which reduces the cost of the fixed structure and secondary system structures. This is essential considering that the optimal installation location for small-scale linear Fresnel reflectors is on the roofs of buildings.
- (iii) The cooling surface in the case of the sawtooth V-cavity is 1.49 times larger, and the ΔT in the case of the sawtooth V-cavity is 0.67 times the ΔT in the case of the standard V-cavity. Hence, the temperature of the PV cells with the sawtooth V-cavity is always lower than that of PV cells with a standard V-cavity, which increases the electrical efficiency.
- (iv) Although both cavities have the same reflective surface, the multiple reflective walls of the new cavity are used in combination to replace the two reflective surfaces of the standard V-trough cavity, which could reduce the difficulty in manufacturing, maintaining, and transporting the large glasses. Furthermore, the overall cost of the small-scale linear Fresnel reflector may also decrease.

Other beneficial aspects of the proposed cavity include:

- (v) Although the surface area of the photovoltaic cells is the same, the spacing between the photovoltaic cells that characterizes the designed cavity facilitates cooling between the photovoltaic cells and the use of cooling systems with a larger surface area, which improves the efficiency of the cooling system.
- (vi) Due to the separation between the photovoltaic cells in the new cavity, the connection between the photovoltaic cells is easier.

Finally, we also presented an innovative graphic system to design the primary reflector system for the small-scale linear Fresnel reflector. All of this makes it possible for users to quickly and easily make the necessary calculations without needing to program formulas.

Author Contributions: Conceptualization, J.Á.F.-R., A.B. and L.B.; Methodology, J.Á.F.-R., A.B., L.B. and M.G.; Software, J.Á.F.-R. and M.G.; Writing – original draft, M.G.

Funding: This research received no external funding.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Nomenclature

A_{ACS}	Area of the active cooling system (m ²)
A_{PV}	Total area of the PV cells (m ²)
B	Aperture of the V-trough cavity (m)
b	Absorber width of the V-trough cavity (m)
C_a	Area or geometric concentration ratio (dimensionless)
C_{opt}	Optical concentration ratio (dimensionless)
CL_g	Cleanliness factor of the glass (dimensionless)

CL_m	Cleanliness factor of the mirror (dimensionless)
DNI	Direct normal irradiance (W/m^2)
d_i	Separation between $i - th$ and $i + 1 - th$ mirrors (m)
F_{bs}	Blocking and shading coefficient (dimensionless)
f	Height of the receiver (m)
H	Height of the V-trough cavity (m)
I_{N_d}	Optimum operation time (h)
k	Thermal conductivity ($W/m \text{ } ^\circ C$)
L_i	Position of $i - th$ mirror (m)
L_{PV}	Effectively illuminated length (m)
l_i	Vertical length (m)
m	Number of V-trough cavities of the sawtooth
N	Number of mirrors on each side of the SSLFR
N_d	Ordinal of the day
n	Number of reflections
Q_{th}	Internal heat generation in PV cells (W)
R_a	Reflector-to-aperture area ratio (dimensionless)
T	Solar time (h)
T_{ACS}	Temperature of the active cooling system ($^\circ C$)
T_{PV}	Temperature of the PV cells ($^\circ C$)
T_{ref}	Reference temperature ($^\circ C$)
W	Width of the $SSLFR$ (m)
W_{ACS}	Width of the active cooling system (m)
W_{PV}	Width of the of the PV cells (m)
W_{fi}	Width of the PV cells illuminated by the $i - th$ mirror (m)
W_{Mi}	Width of the $i - th$ mirror (m)
W_{PV}	Width of the PV cells (m)
α_0	Angle between the solar ray reaching the cavity and OR ($^\circ$)
α_S	Solar altitude ($^\circ$)
β_i	Angle that mirror i forms with the horizontal ($^\circ$)
β_{ref}	Temperature coefficient ($1/^\circ C$)
γ_S	Solar azimuth ($^\circ$)
δ	Declination ($^\circ$)
δ_{ACS}	Wall thickness of the cooling system (m)
ε_j	Angle between PP' and the $i - th$ reflection ($^\circ$)
η_e	Electrical efficiency of the PV system (dimensionless)
η_{opt}	Optical efficiency (dimensionless)
η_{ray}	Ray acceptance rate (dimensionless)
η_{ref}	Reference electrical efficiency (dimensionless)
θ_c	Acceptance angle of the V-trough cavity ($^\circ$)
θ_i	Angle between the vertical at the focal point and the line connecting the center point of each mirror to the focal point ($^\circ$)
θ_l	Longitudinal angle ($^\circ$)
θ_t	Transversal incidence angle ($^\circ$)
θ_{t_0}	Operation interval ($^\circ$)
θ_z	Zenith angle ($^\circ$)
λ	Latitude ($^\circ$)
ρ	Reflectivity of the primary mirrors (dimensionless)
ρ_m	Reflectivity of the mirror (dimensionless)
τ	Trough wall angle ($^\circ$)
τ_g	Transmissivity of glass (dimensionless)
ω	Hour angle ($^\circ$)

References

1. Yadav, P.; Tripathi, B.; Lokhande, M.; Kumar, M. Estimation of steady state and dynamic parameters of low concentration photovoltaic system. *Sol. Energy Mater. Sol. Cells* **2013**, *112*, 65–72.
2. IRENA. *Future of Solar Photovoltaic: Deployment, Investment, Technology, Grid Integration and Socio-Economic Aspects*; International Renewable Energy Agency: Abu Dhabi, United Arab Emirates, 2019. Available online: https://irena.org/-/media/Files/IRENA/Agency/Publication/2019/Nov/IRENA_Future%_of_Solar_PV_2019.pdf (accessed on 11 June 2023).
3. Barbose, G.; Darghouth, N.; O'Shaughnessy, E.; Forrester, S. *Tracking the Sun: Pricing and Design Trends for Distributed Photovoltaic Systems in the United States*; Lawrence Berkeley National Laboratory: Berkeley, CA, USA, 2021.
4. IRENA. *Solar Costs To Fall Further, Powering Global Demand*; International Renewable Energy Agency: Abu Dhabi, United Arab Emirates, 2017. Available online: <https://www.reuters.com/article/singapore-energy-solar-idUSL4N1MY2F8> (accessed on 11 June 2023).
5. Pvinsights. Available online: <http://pvinsights.com/> (accessed on 11 June 2023).
6. IRENA; IEA. *End-of-Life Management: Solar Photovoltaic Panels*; International Renewable Energy Agency: Abu Dhabi, United Arab Emirates; International Energy Agency Photovoltaic Power Systems: Paris, France, 2016. Available online: <https://www.irena.org/publications/2016/Jun/End-of-life-management-Solar-Photovoltaic-Panels> (accessed on 11 June 2023).
7. Hasan, H.A.; Sopian, K.; Jaaz, A.H.; Al-Shamani, A.N. Experimental investigation of jet array nanofluids impingement in photovoltaic/thermal collector. *Sol. Energy* **2017**, *144*, 321–334.
8. Barbón, A.; Bayón-Cueli, C.; Bayón, L.; Fortuny Ayuso, P. Influence of solar tracking error on the performance of a small-scale linear Fresnel reflector. *Renew. Energy* **2020**, *162*, 43–54.
9. Barbón, A.; Fernández-Rubiera, J.A.; Martínez-Valledor, L.; Pérez-Fernández, A.; Bayón, L. Design and construction of a solar tracking system for small-scale linear Fresnel reflector with three movements. *Appl. Energy* **2021**, *285*, 116477.
10. Kandilli, C. Performance analysis of a novel concentrating photovoltaic combined system. *Energy Convers. Manag.* **2013**, *67*, 186–196.
11. Barbón, A.; Ghodbane, M.; Bayón, L.; Said, Z. A general algorithm for the optimization of photovoltaic modules layout on irregular rooftop shapes. *J. Clean. Prod.* **2022**, *365*, 132774.
12. Silva, R.M.; Fernandes, J.L.M. Hybrid photovoltaic/thermal (PV/T) solar systems simulation with Simulink/Matlab. *Sol. Energy* **2010**, *84*, 1985–1996.
13. Kamath, H.G.; Ekins-Daukes, N.J.; Araki, K.; Ramasesha, S.K. The potential for concentrator photovoltaics: A feasibility study in India. *Prog. Photovoltaics Res. Appl.* **2018**, *27*, 316–327.
14. Moreno, A.; Chemisana, D.; Fernández, E.F. Hybrid high-concentration photovoltaic-thermal solar systems for building applications. *Appl. Energy* **2021**, *304*, 117647.
15. Bamroongkhan, P.; Lertsatitthanakorn, C.; Soponronnarit, S. Experimental performance study of a solar parabolic dish photovoltaic-thermoelectric generator. *Energy Procedia* **2019**, *158*, 528–533.
16. Brahim Kechiche, O.B.H.; Hamza, M. Enhancement of a commercial PV module performance under low concentrated photovoltaic (LCPV) conditions: A numerical study. *Renew. Energy Focus* **2022**, *41*, 258–267.
17. Xu, N.; Ji, J.; Sun, W.; Huang, W.; Li, J.; Jin, Z. Numerical simulation and experimental validation of a high concentration photovoltaic/thermal module based on point-focus Fresnel lens. *Appl. Energy* **2016**, *168*, 269–281.
18. Barbón, A.; Fortuny Ayuso, P.; Bayón, L.; Fernández-Rubiera, J.A. Non-uniform illumination in low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors. *Energy* **2022**, *239*, 122217.
19. Wang, G.; Wang, F.; Shen, F.; Jiang, T.; Chen, Z.; Hu, P. Experimental and optical performances of a solar CPV device using a linear Fresnel reflector concentrator. *Renew. Energy* **2020**, *146*, 2351–2361.
20. Said, Z.; Ghodbane, M.; Kumar Tiwari, A.; Muhammad Ali, H.; Boumeddane, B.; Ali, Z.M. 4E (Energy, Exergy, Economic, and Environment) examination of a small LFR solar water heater: An experimental and numerical study. *Case Stud. Therm. Eng.* **2021**, *27*, 101277.
21. Vihari Parupudi, R.; Singh, H.; Kolokotroni, M. Low Concentrating Photovoltaics (LCPV) for buildings and their performance analyses. *Appl. Energy* **2020**, *279*, 115839.
22. Xu, J.; Chen, F.; Xia, E.; Gao, C.; Deng, C. An optimization design method and optical performance analysis on multi-sectioned compound parabolic concentrator with cylindrical absorber. *Energy* **2020**, *197*, 117212.
23. Ustaoglu, A.; Ozbey, U.; Torlaklı, H. Numerical investigation of concentrating photovoltaic/thermal (CPV/T) system using compound hyperbolic-trumpet, V-trough and compound parabolic concentrators. *Renew. Energy* **2020**, *152*, 1192–1208.
24. Otanicar, T.P.; Wingert, R.; Orosz, M.; McPheeters, C. Concentrating photovoltaic retrofit for existing parabolic trough solar collectors: Design, experiments, and levelized cost of electricity. *Appl. Energy* **2020**, *265*, 11475.
25. Al-Shohani, W.A.M.; Al-Dadah, R.; Mahmoud, S.; Algareu, A. Optimum design of V-trough concentrator for photovoltaic applications. *Sol. Energy* **2016**, *140*, 241–254.
26. Barbón, A.; Sánchez Rodríguez, J.A.; Bayón, L.; Barbón, N. Development of a fiber daylighting system based on a small scale linear Fresnel reflector: Theoretical elements. *Appl. Energy* **2018**, *212*, 733–745.
27. Pardellas, A.; Fortuny Ayuso, P.; Bayón, L.; Barbón, A. A new two-foci V-trough concentrator for small-scale linear Fresnel reflectors. *Energies* **2023**, *16*, 1597.

28. Barbón, A.; Sánchez-Rodríguez, J.A.; Bayón, L.; Bayón-Cueli, C. Cost estimation relationships of a small scale linear Fresnel reflector. *Renew. Energy* **2019**, *134*, 1273–1284.
29. Li, G.; Xuan, Q.; Pei, G.; Su, Y.; Ji, J. Effect of non-uniform illumination and temperature distribution on concentrating solar cell—A review. *Energy* **2018**, *144*, 1119–1136.
30. Guerriero, P.; Tricoli, P.; Daliotto, S. A bypass circuit for avoiding the hot spot in PV modules. *Sol. Energy* **2019**, *181*, 430–438.
31. Ustaoglu, A.; Kandilli, C.; Cakmak, M.; Torlaklı, H. Experimental and economical performance investigation of V-trough concentrator with different reflectance characteristic in photovoltaic applications. *J. Clean. Prod.* **2020**, *272*, 123072.
32. Ghodbane, M.; Said, Z.; Amine Hachicha, S.; Boumeddane, B. Performance assessment of linear Fresnel solar reflector using MWCNTs/DW nanofluids. *Renew. Energy* **2020**, *151*, 43–56.
33. Barbón, A.; Barbón, N.; Bayón, L.; Sánchez-Rodríguez, J.A. Parametric study of the small-scale linear Fresnel reflector. *Renew. Energy* **2018**, *116*, 64–74.
34. Duffie, J.A.; Beckman, W.A. *Solar Engineering of Thermal Processes*; John Wiley & Sons: Hoboken, NJ, USA, 2013.
35. Zhu, Y.; Shi, J.; Li, Y.; Wang, L.; Huang, Q.; Xu, G. Design and thermal performances of a scalable linear Fresnel reflector solar system. *Energy Convers. Manag.* **2017**, *146*, 174–181.
36. Zhu, Y.; Shi, J.; Li, Y.; Wang, L.; Huang, Q.; Xu, G. Design and experimental investigation of a stretched parabolic linear Fresnel reflector collecting system. *Energy Convers. Manag.* **2016**, *126*, 89–98.
37. Shoeibi, H.; Jarrahian, A.; Mehrpooya, M.; Assaerh, E.; Izadi, M.; Pourfayaz, F. Mathematical modeling and simulation of a compound parabolic concentrators collector with an absorber tube. *Energies* **2023**, *16*, 287.
38. Jaaz, A.H.; Abdulrasool Hasan, H.; Sopian, K.; Haji Ruslan, M.H.B.; Hussain Zaidi, S. Design and development of compound parabolic concentrating for photovoltaic solar collector: Review. *Renew. Sustain. Energy Rev.* **2017**, *76*, 1108–1121.
39. Tina, G.M.; Scandura, P.F. Case study of a grid connected with a battery photovoltaic system: V-trough concentration vs. single-axis tracking. *Energy Convers. Manag.* **2012**, *64*, 569–578.
40. Hadavinia, H.; Harjit, S. Modelling and experimental analysis of low concentrating solar panels for use in building integrated and applied photovoltaic (BIPV/BAPV) systems. *Renew. Energy* **2019**, *139*, 815–829.
41. Madala, S.; Boehm, R.F. A review of nonimaging solar concentrators for stationary and passive tracking applications. *Renew. Sustain. Energy Rev.* **2017**, *71*, 309–322.
42. Oprea, R.; Istrate, M.; Machidon, D. Analysis of V-trough reflector's geometry influence on low concentration photovoltaic systems. In Proceedings 8th International Conference on Modern Power Systems, Cluj-Napoca, Romania, 21–23 May 2019.
43. Tang, R.; Liu, X. Optical performance and design optimization of V-trough concentrators for photovoltaic applications. *Sol. Energy* **2011**, *85*, 2154–2166.
44. Fernández-Rubiera, J.A.; Barbón, A.; Bayón, L.; Díaz, G.; Bayón-Cueli, C. Low concentration photovoltaic systems based on small-scale linear Fresnel reflectors: Development of a new sawtooth V-trough concentrator. In Proceedings of the IEEE International Conference on Environmental and Electrical Engineering (EEEIC2022), Prague, Czech Republic, 8 June–1 July 2022; pp. 1–6.
45. Barbón, A.; Barbón, N.; Bayón, L.; Sánchez-Rodríguez, J.A. Optimization of the distribution of small scale linear Fresnel reflectors on roofs of urban buildings. *Applied Math. Model.* **2018**, *59*, 233–250.
46. Mishra, P.; Pandey, M.; Tamaura, Y.; Tiwari, S. Numerical analysis of cavity receiver with parallel tubes for cross-linear concentrated solar system. *Energy* **2021**, *220*, 119609.
47. Gong, J.H.; Wang, J.; Lund, P.D.; Zhao, D.D.; Hu, E.Y. Improving the performance of large-aperture parabolic trough solar concentrator using semi-circular absorber tube with external fin and flat-plate radiation shield. *Renew. Energy* **2022**, *159*, 1215–1223.
48. Xu, J.; Chen, F.; Deng, C. Design and analysis of a novel multi-sectioned compound parabolic concentrator with multi-objective genetic algorithm. *Energy* **2021**, *225*, 120216.
49. Tan, L.J.; Zhu, W.; Zhou, K. Recent progress on polymer materials for additive manufacturing. *Adv. Funct. Mater.* **2020**, *30*, 2003062.
50. Chen, F.; Liu, Y. Model construction and performance investigation of multi-section compound parabolic concentrator with solar vacuum tube. *Energy* **2022**, *250*, 123887.
51. Sharma, V.M.; Nayak, J.K.; Kedare, S.B. Effects of shading and blocking in linear Fresnel reflector field. *Sol. Energy* **2015**, *113*, 114–138.
52. Theunissen, P.H.; Beckman, W.A. Solar transmittance characteristics of evacuated tubular collectors with diffuse back reflectors. *Sol. Energy* **1985**, *35*, 311–320.
53. Barbón, A.; Fortuny Ayuso, P.; Bayón, L.; Fernández-Rubiera, J.A. Predicting beam and diffuse horizontal irradiance using Fourier expansions. *Renew. Energy* **2020**, *154*, 46–57.
54. PVGIS. Joint Research Centre (JRC). Available online: http://re.jrc.ec.europa.eu/pvg_tools/en/tools.html#PVP (accessed on 11 June 2023).
55. ESTIF. *Spanish Technical Building Code Royal Decree 314/2006, 17 March 2006*; European Solar Thermal Industry Federation (ESTIF): Brussels, Belgium, 2006.
56. Aly, S.P.; Ahzi, S.; Barth, N.; Abdallah, A. Using energy balance method to study the thermal behavior of PV panels under time-varying field conditions. *Energy Convers. Manag.* **2018**, *175*, 246–262.

-
57. Cengel, Y.A. *Heat Transfer and Mass Transfer: A Practical Approach*, 3rd ed.; McGraw Hill Book Company: New York, NY, USA, 2006.
 58. Evans, D.L. Simplified method for predicting photovoltaic array output. *Sol. Energy* **1981**, *27*, 555–560.

Disclaimer/Publisher’s Note: The statements, opinions and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and not of MDPI and/or the editor(s). MDPI and/or the editor(s) disclaim responsibility for any injury to people or property resulting from any ideas, methods, instructions or products referred to in the content.