

Universidad de Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

**LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DE
ÁREAS A PARTIR DE LA
SECUENCIA CPA**

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN MAESTRO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Rebeca Andreea Feier

Tutor: Pablo Giadas Álvarez

Co-tutora: Marlén Alonso Castaño

Febrero, 2024

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. MARCO TEÓRICO	2
2.1. La enseñanza de la geometría	2
2.2. Modelo de van Hiele	4
2.3.1. Ejemplos de razonamiento del modelo.....	8
2.4. Secuencia CPA: concreto, pictórico y abstracto	10
3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN	11
3.1. Justificación	11
3.2. Competencias específicas y criterios de evaluación	12
3.3. Saberes básicos	13
3.4. Temporalización	13
3.5. Metodología	14
3.6. Sesiones	16
3.6.1. Sesión 1	16
3.6.2. Sesión 2	20
3.6.3. Sesión 3	23
3.6.4. Sesión 4	28
3.7. Fases de razonamiento trabajadas en las sesiones	33
3.8. Atención a la diversidad	36
3.9. Evaluación	36
4. CONCLUSIONES	36
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	38
ANEXOS	40
Anexo 1	40
Anexo 2	40
Anexo 3	42
Anexo 4	43

1. INTRODUCCIÓN

Las matemáticas se han enseñado tradicionalmente de una manera magistral siendo el docente el encargado de explicar de manera teórica los contenidos, haciendo uso de la pizarra y apoyándose en el libro de texto. De esta forma, se esperaba que el alumnado adquiriera los conocimientos impartidos. Sin embargo, las matemáticas siguen siendo un mundo abstracto para muchos estudiantes y su enseñanza requiere de otro tipo de metodologías para lograr una adquisición y comprensión profunda de los conceptos. Así, la investigación en didáctica de las matemáticas ha ido mostrando las posibilidades de cambio de este enfoque tradicional, introduciendo nuevos enfoques de enseñanza que se basan en que el alumnado no solo aprenda, sino que también comprenda la información que se le presenta. Además, la motivación de los estudiantes es esencial para lograr un aprendizaje significativo y, por ello, la utilización de diferentes materiales didácticos y metodologías activas puede ser un camino muy interesante para lograrlo.

Sin embargo, también debemos preguntarnos por qué enseñar geometría y cuáles son sus beneficios. Según López Escudero y García Peña (2008) la geometría es una de las ramas de las matemáticas que se aplica a la realidad y se utiliza en el lenguaje cotidiano, convirtiéndose así en una de las ramas de las matemáticas más prácticas y experimentales. Además, sirve para estudiar otros temas matemáticos y permite desarrollar en el alumnado habilidades como la percepción del espacio y la habilidad para elaborar y argumentar conjeturas, así como la capacidad de visualización y abstracción. Por ende, se debe enseñar y aprender geometría para conocer una rama de las matemáticas más instructiva y para cultivar la inteligencia, además de desarrollar estrategias de pensamiento, descubrir las propias posibilidades creativas y fomentar una sensibilidad hacia lo bello. Actualmente, las tareas que se llevan a cabo en las aulas de Educación Primaria se pueden categorizar en tres tipos: conceptualización, investigación y demostración (Samper et al. 2003), con las que se espera que el alumnado desarrolle su capacidad de razonamiento geométrico. Cabe destacar que estas tareas pueden darse de manera simultánea en las situaciones problemáticas que se presentan al alumnado y, en muchas ocasiones, la línea que separa la una de otra es tan fina que no se pueden diferenciar. Estos tipos de tareas pueden desarrollarse dentro del enfoque de resolución de problemas, cuya idea principal radica en el hecho de que el alumnado desarrolle su conocimiento geométrico al resolver problemas.

Contemplando y analizando esta realidad, y siguiendo la idea planteada en Rodríguez-Muñiz et al. (2021) en este trabajo se realiza una propuesta didáctica en la que, mediante la secuencia Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA), enfoque que plantea tres etapas donde los estudiantes aprenden, primero, a través de la manipulación física de objetos concretos, en segundo lugar, a través de una representación pictórica y, finalmente, mediante la resolución abstracta de problemas (Witzell, 2005), el alumnado pueda construir los conceptos de “área” y “cálculo de áreas” a través del uso de diferentes materiales manipulativos. La secuencia se presenta como una situación de aprendizaje (en adelante SA) contextualizada en la búsqueda de un tesoro pirata con la intención de generar

motivación e interés en el alumnado y de involucrarles en la resolución de los distintos retos, para los cuales se ofrecen pistas y recompensas. Esta propuesta se fundamenta en el modelo de conocimiento de van Hiele (Crowley, 1987), según el cual el aprendizaje de la geometría se realiza alcanzando distintos niveles de pensamiento, independientemente de la edad del alumnado. Es decir, simplemente alcanzando un nivel puedes continuar al siguiente. Asimismo, este modelo propone cinco fases de aprendizaje que permiten a los docentes orientar el aprendizaje del alumnado de modo que puedan alcanzar niveles de razonamiento geométrico de orden superior, asentando los conceptos de forma adecuada. Por todo ello, el objetivo general de este Trabajo Fin de Grado (TFG) es diseñar una SA para abordar la construcción de los conceptos de áreas y cálculo de áreas a través de una secuencia CPA que se base en el modelo de razonamiento geométrico de van Hiele. Por otro lado, como objetivos específicos, se busca analizar la importancia de la enseñanza de la geometría en Educación Primaria, así como sus principales dificultades; además de profundizar en el modelo de van Hiele, señalando los niveles y fases de aprendizaje propuestas por el método, y abordar la secuencia CPA, esquematizando sus características y ventajas.

2. MARCO TEÓRICO

Durante las siguientes líneas se presentará el marco conceptual en el que está basado este trabajo. Se expone, en primer lugar, la importancia de la enseñanza de la geometría y sus principales dificultades. Seguidamente, se desarrolla el modelo de razonamiento geométrico que hila las sesiones de la secuencia didáctica diseñada al final del TFG, y a continuación, se presenta el método en el que se basarán las actividades.

2.1. LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

La enseñanza de las matemáticas, independientemente del nivel de escolaridad de una persona, debe centrarse en dar respuesta a dos grandes preguntas: ¿cuál debe ser el grado de conocimiento que el alumnado debe tener al finalizar el nivel? y ¿qué conocimientos matemáticos relacionados con el día a día y con los avances del mundo moderno debe tener el alumnado? (Vargas y Gamboa, 2013).

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) afirma que el alumnado que comprenda y sepa utilizar las matemáticas tendrá cada vez más opciones y oportunidades para determinar su futuro, ya que la competencia matemática abre las puertas de un porvenir productivo. A continuación, destaca que se necesitan unos estándares ambiciosos para lograr una sociedad que sea capaz de pensar y razonar matemáticamente.

El estudio de la geometría ocupa una posición de gran importancia entre los conocimientos básicos que el individuo debe conseguir para una educación matemática de alta calidad. Andonegui (2006) afirma que estudiar geometría ayuda a los estudiantes a mejorar sus capacidades de procesamiento de la información a través de los sentidos, así como a desarrollar otras habilidades de tipo espacial que les permiten tener un mejor entendimiento de su entorno. El mismo autor indica que la geometría también influye en

la capacidad de conocimiento y comprensión del mundo, ya que se encarga de realizar representaciones que simulan nuestro entorno. Además, la geometría es esencial para el desarrollo de habilidades mentales diversas, como la intuición espacial, la integración de la visualización con la conceptualización y la manipulación, y experimentación con la deducción. Aunque la situación geométrica sea simple, puede ofrecer amplias oportunidades para la indagación, estudio y enunciación de hipótesis, indistintamente del grado en el que se utilice la geometría.

Vargas y Gamboa (2013) indican que se puede considerar la geometría como una rama de la ciencia del espacio, entendiéndola como una herramienta para describir y medir figuras, y utilizándola como base para crear y analizar prototipos del mundo físico y otros aspectos del mundo real. Así, el docente debe tratar de realizar su trabajo aprovechando al máximo las posibilidades de la geometría: como un catalizador de diferentes estilos de pensamiento y habilidades. Por ende, se busca enfocar la enseñanza de geometría en la creación de situaciones problemáticas que permitan al estudiante, bajo la dirección del profesorado, comprender las ventajas de esta materia y la importancia que tiene para su desarrollo (Andonegui, 2006).

Por otro lado, el aprendizaje formal de la geometría no se encuentra exento de dificultades. Estas se derivan principalmente de las ideas y creencias de los estudiantes y profesores que se comparten en el aula. Según Barrantes y Blanco (2004), el profesorado planifica las lecciones utilizando los mismos recursos que utilizó como estudiante debido a las experiencias y conocimientos adquiridos a lo largo de su paso por las distintas etapas educativas. A menudo, sus experiencias personales le impiden tener un modo de enseñanza adecuado que oriente al estudiante al descubrimiento de la geometría. Además, estos autores afirman que, en el apogeo de las matemáticas modernas en los años setenta, la enseñanza de la geometría pasó a un segundo plano, lo cual ocasionó que muchos profesores impartieran este tema al final del año escolar o incluso que no llegara a impartirse, como también ocurre con el bloque de estadística y probabilidad. Como cabe esperar, esto hizo que el alumnado avanzara teniendo muy pocos conocimientos sobre geometría, sin apenas referentes en este ámbito. La forma en que se enseña geometría se ha transmitido a través de generaciones y parece una larga cadena inquebrantable. Debido a que los docentes no tienen un punto de referencia o comparación para explorar nuevas formas de enseñar geometría a partir de lo ya conocido, sus experiencias pasadas tienen un gran impacto en su forma de planificar las clases de geometría. Esto hace que los profesores de matemáticas se inclinen hacia los temas que se consideran más asequibles e importantes para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (temas aritméticos), lo que hace que la geometría sea relegada al final de los cursos porque se considera menos necesaria (Barrantes y Blanco, 2004). Por lo tanto, si no se llevan a cabo actuaciones adecuadas en los colegios que puedan modificar y romper estas concepciones, estos temas seguirán sin ser prioritarios y quedarán más olvidados, como hasta ahora. La enseñanza de la geometría ha estado acotada al hecho de dibujar figuras geométricas sobre papel. En la mayoría de los casos, el alumnado no cuenta con objetos, formas o ejemplos cotidianos

que le permita entender mejor los contenidos y las clases de geometría generalmente son impartidas de forma abstracta. Goncalves (2006) afirma que los docentes deben buscar nuevas formas de enseñar que permitan al alumnado comprender con mayor facilidad que la geometría es una herramienta útil y necesaria en su vida cotidiana. Además, enfatiza la importancia de entender, utilizar y especializarse en el modelo de van Hiele (Crowley, 1987), (que se explicará en detalle a continuación) para el desarrollo del conocimiento geométrico en el proceso de enseñanza de la geometría, así como los niveles de desarrollo propuestos por este modelo.

2.2. MODELO DE VAN HIELE

En las siguientes líneas, se presenta el modelo de razonamiento geométrico de van Hiele que justifica su cabida en este trabajo puesto que para enseñar geometría de forma correcta es necesario conocer cómo piensa el alumnado, y es éste precisamente uno de los rasgos principales del modelo.

El modelo de pensamiento geométrico de van Hiele surgió de los trabajos doctorales del matrimonio holandés de Dina van Hiele-Geldof y Pierre van Hiele. Dado que Dina murió poco después de terminar su tesis, fue Pierre quien aclaró, modificó y avanzó en la teoría. Con la excepción de la Unión Soviética, donde el plan de estudios de geometría fue revisado en la década de 1960 para ajustarlo al modelo de van Hiele, el trabajo tardó en ganar atención internacional. No fue hasta la década de 1970 que el norteamericano Izaak Wirszup (1976) comenzó a escribir y hablar sobre el modelo. Casi al mismo tiempo, Hans Freudenthal, el profesor de los van Hiele en Utrecht, llamó la atención sobre sus trabajos en su libro *Mathematics as an Educational Task* (1973) ganando interés internacional.

El modelo de van Hiele se basa en dos aspectos: uno descriptivo, que resume los niveles de pensamiento geométrico por los cuales pasa el alumnado, y otro prescriptivo donde se recogen las fases de aprendizaje y se plantean distintas orientaciones dedicadas al profesorado sobre cómo guiar dicho proceso (Jaime y Gutiérrez, 1990). En cuanto al aspecto descriptivo, el modelo consta de cinco niveles de comprensión. Los niveles, etiquetados como *visualización*, *análisis*, *deducción informal*, *deducción formal* y *rigor* describen las características del proceso de pensamiento (Shaughnessy y Burger, 1985). Con la ayuda de experiencias educativas apropiadas, el modelo afirma que el alumnado va atravesando secuencialmente todos los niveles, desde el nivel inicial o básico (*visualización*), en el cual el espacio simplemente es observado y las propiedades de las figuras no se reconocen explícitamente, hasta el nivel más alto (*rigor*), que se ocupa de los aspectos abstractos de la deducción. Cabe destacar que pocos estudiantes alcanzan el último nivel, que suele reservarse para matemáticos expertos.

A continuación, se presentan los distintos niveles de razonamiento del modelo de van Hiele:

Nivel 0: Visualización

En esta etapa inicial, el alumnado es consciente del espacio sólo como algo que existe a su alrededor. Los conceptos geométricos se consideran entidades totales y no se

diferencian componentes o atributos de estos. Las figuras geométricas, por ejemplo, se reconocen por su forma en su conjunto, es decir, por su apariencia física, no por sus partes o propiedades. El alumnado que se encuentra en este nivel puede aprender vocabulario geométrico, puede identificar formas específicas y, puede reproducir una figura. Sin embargo, no sería capaz de identificar sus propiedades ni establecer relaciones entre las distintas figuras. Además, el vocabulario empleado es sencillo y se utilizan comparaciones con elementos familiares del entorno del estudiante como, por ejemplo: “es un rectángulo porque se parece a una ventana”.

Nivel 1: Análisis

En este caso se inicia un análisis de conceptos geométricos. A través de la observación y la experimentación los estudiantes comienzan a discernir las características de las figuras. De esta manera, se reconoce que las figuras tienen partes y pueden distinguirse unas de otras gracias a dichas partes. Sin embargo, el alumnado todavía no es consciente de las relaciones entre propiedades, ni de las interrelaciones entre las figuras, y no llega a comprender las definiciones geométricas que se están trabajando.

Nivel 2: Deducción informal

En este nivel los estudiantes pueden establecer las interrelaciones de propiedades tanto dentro de figuras (por ejemplo, en un cuadrilátero indicar que los lados opuestos sean paralelos requiere que los ángulos opuestos sean iguales) y entre figuras (un cuadrado es un rectángulo porque tiene todas las propiedades de un rectángulo). Así pueden deducir propiedades de una figura y reconocerla. En este nivel, las definiciones son significativas. Sin embargo, el estudiante que se encuentra en este nivel no comprende la importancia de la deducción en su conjunto o el papel de los axiomas. Los resultados obtenidos empíricamente se utilizan, a menudo, junto con técnicas de deducción. Asimismo, se pueden seguir demostraciones formales, pero los estudiantes no ven cómo el orden lógico puede ser alterado y tampoco sabrían cómo construir una prueba a partir de premisas diferentes o desconocidas.

Nivel 3: Deducción formal

En este nivel se comprende la importancia de la deducción como forma de establecer la teoría geométrica dentro de un sistema axiomático. Se ve la interrelación y el papel de términos indefinidos, axiomas, postulados, definiciones, teoremas y pruebas. Un estudiante en este nivel puede construir pruebas y no sólo memorizar. Además, se pueden plantear diversas formas de resolver un problema. Por ende, el alumnado que se encuentra en este nivel entiende la interacción entre condiciones necesarias y suficientes y es capaz de hacer distinciones entre una afirmación y su inversa.

Nivel 4: Rigor

En esta etapa el alumnado puede trabajar en una variedad de sistemas axiomáticos, es decir, se pueden estudiar geometrías no euclidianas y se pueden comparar diferentes sistemas. La geometría se percibe en su abstracto.

Dado que en la mayoría de los cursos de geometría de la escuela secundaria el alumnado solamente alcanza un nivel 2 de razonamiento, no sorprende que la mayoría de las investigaciones también se hayan concentrado en los niveles más bajos. Asimismo, cabe destacar que los van Hiele afirman que el progreso a través de los niveles depende de la instrucción recibida y no de la edad o la maduración como ocurre en otros modelos. Así, el método y la organización de los instrumentos, así como el contenido y los materiales utilizados son aspectos de gran interés pedagógico.

Para abordar estas cuestiones, los van Hiele propusieron cinco fases secuenciales de aprendizaje: *información, orientación dirigida, explicación, orientación libre e integración*, que se integran en el aspecto prescriptivo del modelo de razonamiento (Jaime y Gutiérrez, 1990). A continuación, se exponen de manera detallada:

Fase 1: Información

En esta etapa inicial, el docente y el alumnado entablan conversación sobre los objetos de estudio. De esta forma, se hacen observaciones, se plantean preguntas y se introduce vocabulario específico del nivel. Por ejemplo, el profesor pregunta al alumnado: "¿Qué es un rombo? ¿Un cuadrado? ¿Un paralelogramo? ¿En qué se parecen? ¿En qué se diferencian? ¿Un cuadrado podría ser un rombo? ¿Podría un rombo ser un cuadrado? ¿Por qué? . . ." El propósito de estas actividades es doble: por una parte, el maestro analiza qué conocimientos previos tiene el alumnado sobre el tema, y así detecta el nivel de razonamiento en el que se encuentran y, por otra parte, el alumnado recibe información sobre el ámbito de estudio que se iniciará, así como los materiales y métodos que se emplearán y el tipo de actividades que se realizarán.

Fase 2: Orientación dirigida

El alumnado explora el tema de estudio a través de materiales que el docente ha seleccionado cuidadosamente. Estas actividades deberían revelar gradualmente a los estudiantes las diversas relaciones o componentes básicos de la red de conocimientos que deben formar. Por lo tanto, gran parte del material serán tareas breves diseñadas para provocar respuestas específicas. Por ejemplo, el maestro podría pedir a los estudiantes que usen un geoplano para construir una figura con diagonales iguales, construir otra más grande, construir otra más pequeña. Otra actividad sería construir una figura con cuatro ángulos rectos, luego tres ángulos rectos, un ángulo recto... el docente debe guiar hacia la solución cuando el alumnado precise de ayuda.

Fase 3: Explicación

A partir de sus experiencias previas, el alumnado expresa e intercambia su punto de vista sobre los resultados que han sido obtenidos. En esta fase, el papel del docente es mínimo. En esta ocasión, deberá ayudar al alumnado a utilizar un lenguaje preciso y apropiado. Siguiendo con el ejemplo anterior, el alumnado discutirá en gran grupo y con el profesor qué figuras y propiedades surgieron en las actividades anteriores. El fin de esta fase es que los estudiantes lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y consoliden el lenguaje técnico correspondiente al tema de estudio.

Asimismo, cabe destacar que esta fase es transversal y se debe aplicar en todas las fases del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría.

Fase 4: Orientación libre

El alumnado se enfrenta a tareas cada vez más complejas: tareas con muchos pasos, tareas que se pueden completar de varias maneras y tareas abiertas. En esta fase se debe producir el afianzamiento del aprendizaje elaborado en las fases anteriores. El alumnado tendrá que emplear los conocimientos conseguidos para resolver actividades y problemas diferentes a los anteriores y, probablemente, más complejos, de manera que se orienten a sí mismos (Crowley, 1987). El docente debe plantear al alumnado actividades que no sean una simple aplicación directa de un dato o algoritmo conocido, sino que necesiten establecer nuevas relaciones o propiedades: ejercicios más abiertos, preferentemente con varias formas de resolución y con varias soluciones. Por otra parte, el docente debe limitar al máximo su ayuda en la resolución de los problemas en esta fase, dejando libertad al alumnado.

Fase 5: Integración

El alumnado revisa y resume lo aprendido con el objetivo de formar una visión general de la nueva red de objetos y relaciones. El docente puede ayudar en esta síntesis proporcionando encuestas globales de lo que el alumnado ha aprendido. Es importante, sin embargo, que estos resúmenes no presenten nada nuevo, sino que simplemente ayuden a organizar toda la información. Al final de la quinta fase, el alumnado ha alcanzado un nuevo nivel de pensamiento. El nuevo dominio del pensamiento reemplaza al antiguo y el alumnado está preparado para repetir las fases de aprendizaje en el siguiente nivel. Sin embargo, es importante mencionar que este nivel se consigue para un contenido concreto, ya que el alumnado puede encontrarse en diferentes niveles de razonamiento para contenidos distintos. Cabe destacar que este modelo presenta propiedades de interés como son su recursividad y secuencialidad. Cada nivel de razonamiento se asienta en el nivel anterior, de tal manera que no es posible razonar en un determinado nivel sin antes haber pasado por los niveles anteriores de razonamiento. Más aún, el alumnado no puede alcanzar un determinado nivel de razonamiento sin antes haber superado de manera ordenada los niveles inferiores.

Por otro lado, destacamos que a cada nivel de razonamiento le corresponde un vocabulario específico y, por lo tanto, el profesor deberá conocer el nivel que tiene su alumnado para poder dirigirse a ellos en un lenguaje comprensible que conlleve al entendimiento de la materia. Además, las diferentes capacidades del razonamiento geométrico se plasmarán posteriormente en la manera de expresarse y en el empleo de vocabulario específico y no solamente en la forma de resolución de actividades y tareas. Asimismo, se trata de un proceso continuo, puesto que el movimiento de un nivel a otro sucede de manera paulatina, pero continua. Debido a ello, el alumnado puede permanecer algún tiempo en un determinado nivel y luego pasar a otro en un período de transición en el que se vean combinados rasgos de ambos niveles de razonamiento.

Por último, es importante tener en cuenta que el alumnado no tiene porqué encontrarse en el mismo nivel de razonamiento en todas las áreas de la geometría. Es decir que puede encontrarse en un nivel 1 en un tema determinado y en un nivel 2 en otro. La localización en un nivel concreto o en otro depende de los conocimientos previos que el alumnado posea.

2.3.1. Ejemplos de razonamiento del modelo

A partir de la Figura 1, se proporciona un ejemplo sobre cómo podría razonar el alumnado de Educación Primaria en los primeros tres niveles de razonamiento del modelo. Por su parte, en la Tabla 1 se presentan las preguntas que se podrían hacer, así como las posibles respuestas que el alumnado que tenga un nivel 0 (visualización) podría dar, junto con unas observaciones sobre el modo de razonar.

Figura 1

Ejemplos de figuras para ilustrar los niveles de razonamiento

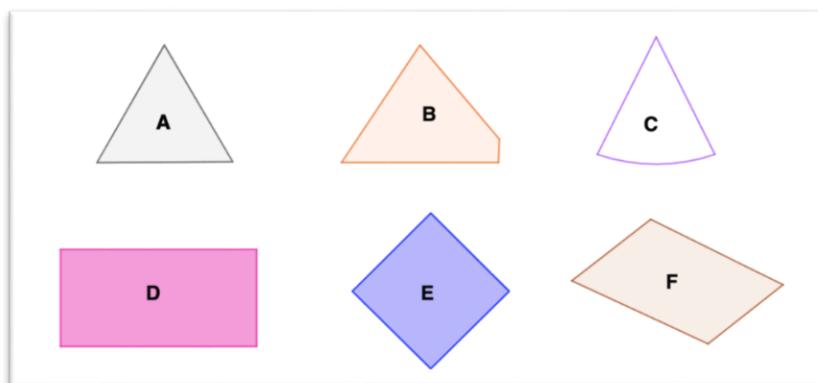


Tabla 1

PREGUNTA	POSIBLE RESPUESTA	OBSERVACIÓN
¿Cómo clasificarías las figuras de la imagen?	Las figuras A, B y C son triángulos. La D es un rectángulo y la E y la F son rombos.	Clasificación por observación de la posición de las figuras y su forma global.
¿Por qué crees que la figura E es un rombo?	Porque tiene forma de rombo, se sujeta en un pico.	Alusión a la figura prototípica de rombo y no a las características particulares de la figura.
¿Por qué la figura A es un triángulo?	Porque tiene tres picos y se parece a un trozo de pizza.	Empleo de una similitud a un objeto conocido debido a su propiedad física.

Asimismo, en la Tabla 2 se pueden observar algunas preguntas, sus posibles respuestas y observaciones acerca de dichas respuestas para el alumnado de nivel 1 (análisis) y en la Tabla 3 para alumnado de nivel 2 (clasificación).

Tabla 2

PREGUNTA	POSIBLE RESPUESTA	OBSERVACIÓN
¿Cómo clasificarías las figuras de la imagen?	La figura A es un triángulo. Las figuras B, D, E y F son cuadriláteros porque tienen cuatro lados. La figura C no es un polígono.	Identificación de las figuras por su número de lados y su condición de polígono.
¿Qué figura es la A?	Es un triángulo porque tiene tres lados iguales y tres ángulos, y los tres ángulos miden 60° .	Justificación de la respuesta con propiedades de la figura sin distinguir entre propiedades necesarias y suficientes.
Viendo los cuadriláteros que hay en el dibujo, ¿podrías decir cuánto suman los ángulos internos de un cuadrilátero?	Después de medir los ángulos de las figuras D y F, he podido observar que la suma es 360° en cada uno de ellos.	Elección de dos de las figuras que resultan más fáciles de medir y cálculo empírico. Después generalización de la propiedad a todos los cuadriláteros.

Tabla 3

PREGUNTA	POSIBLE RESPUESTA	OBSERVACIÓN
¿Qué figura es la D?	Es un rectángulo porque es un paralelogramo, con los lados iguales dos a dos y cuatro ángulos rectos.	Aplicación de la definición para justificar la elección.
¿Qué figura es la E?	Es un cuadrado, pero también es un rombo porque un rombo es un paralelogramo con cuatro lados iguales.	Capacidad para manejar clasificaciones de tipo inclusivo.
¿Cuánto suman los ángulos internos de un cuadrilátero?	Un cuadrilátero se puede dividir en dos triángulos y en un triángulo los ángulos suman 180° , en el cuadrilátero la suma será el doble, es decir, 360° .	Razonamiento más profundo.

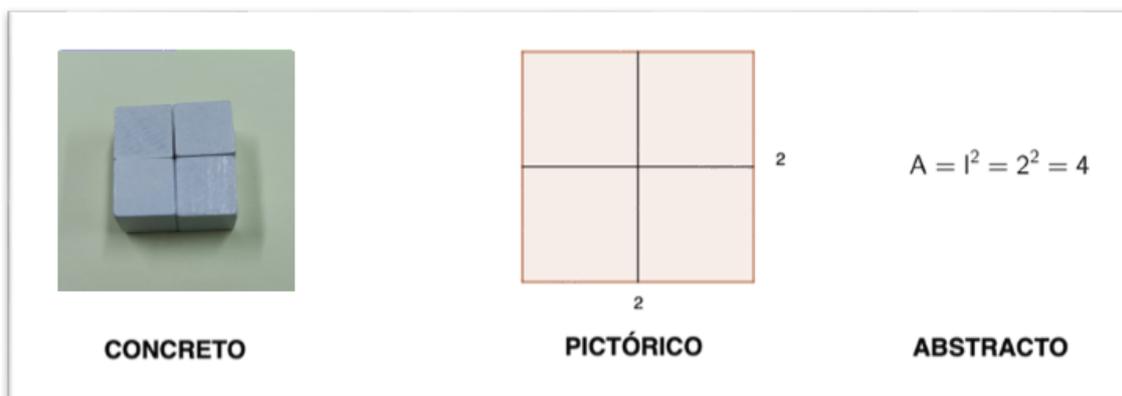
2.4. SECUENCIA CPA: CONCRETO, PICTÓRICO Y ABSTRACTO

En el siguiente apartado, se presenta el enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA), ejemplificado en la sección 3 de este trabajo, en las distintas actividades propuestas en la SA. Cabe destacar que ha sido seleccionado por encima de otros modelos puesto que es una secuencia que integra los materiales manipulativos de forma enriquecedora y, además, las etapas que propone son fáciles de implementar en el aula y pueden servir de guía para los docentes en la elaboración de la programación.

La secuencia o enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA) consta de tres etapas donde el alumnado aprende, en primer lugar, a través de la manipulación física de objetos concretos seguida, en segundo lugar, de un aprendizaje a través de la representación pictórica y, en tercer lugar, de la resolución de problemas a través de notación abstracta (Witzell, 2005). En la misma línea, Cooper (2012) describe tres etapas de las secuencias de aprendizaje en las que se utiliza el enfoque CPA (Figura 2): la fase inicial donde el alumnado interactúa físicamente, a través de la manipulación, con objetos concretos; la segunda fase en la que se trabaja con una representación concreta del modelo, que suele ser una pictórica como círculos, puntos, conteo, o figuras geométricas; y la última fase en la que se utilizan simbólicamente los conceptos de números, variables y otros símbolos matemáticos.

Figura 2

Ejemplo de las etapas del enfoque CPA para el cálculo del área de un cuadrado



Flores (2010) también describe las etapas del proceso enseñanza-aprendizaje por las que se debe pasar en el enfoque CPA. La primera etapa se conoce como la etapa del hormigón, en la que el instructor demuestra las habilidades matemáticas con objetos manipulativos, instruyendo o guiando al alumnado para que participe en el uso de estos objetos y los utilicen de forma independiente para demostrar sus habilidades. La segunda etapa conocida como la etapa representacional sigue los mismos pasos, pero, en este caso, los objetos manipulativos son reemplazados por una imagen y/o pintura. Por último, en la tercera etapa, denominada fase abstracta, el alumnado utiliza los números en la resolución de tareas matemáticas, y la instrucción se centra en la fluidez.

De acuerdo con Cooper (2012) en la enseñanza y el aprendizaje con el enfoque de CPA existen unos aspectos que se dice que son una fuente de beneficios y *trampas* al mismo tiempo. Los beneficios del aprendizaje se centran en el uso de objetos manipulativos, ya que esto mejorará las disposiciones y actitudes de los estudiantes hacia el aprendizaje en el aula. La *trampa* surge cuando los estudiantes prefieren considerar el uso de métodos manipulativos como eventos de juego más que para proporcionar una oportunidad para mejorar su comprensión de las matemáticas.

Se puede concluir que la enseñanza y el aprendizaje a través del enfoque de CPA tiene en cuenta la secuencia de las tres etapas del aprendizaje como un circuito jerárquico que comienza con el uso de objetos concretos, luego una representación pictórica de objetos concretos y finalmente en notación abstracta. Al pasar estas tres etapas de aprendizaje, el estudiante será capaz de comprender los conceptos matemáticos de forma clara y correcta (Putri, 2015).

3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

En las siguientes líneas se presenta el desarrollo de la propuesta de intervención planificada para el desarrollo de los contenidos de “áreas” y “cálculo de áreas”. Se plantea como una SA y, a continuación, se muestra su justificación, las competencias específicas en las que se basa y los criterios de evaluación, así como los saberes básicos. Seguidamente, se expone la temporalización y la metodología empleada en el desarrollo de las diferentes actividades que se presentan en el último apartado del capítulo.

Esta SA está diseñada para alumnado del tercer ciclo de Educación Primaria y, más concretamente, para 5º curso, nivel en el que el alumnado se encuentra entre los 10 y 11 años. La SA, titulada "Exploradores en la búsqueda del tesoro", se ha diseñado considerando al alumnado como centro del aprendizaje, ya que serán los protagonistas activos de las sesiones y actividades. Además, se fomenta tanto la práctica autónoma como el aprendizaje cooperativo, ya que es esencial que los estudiantes aprendan a trabajar en grupo y a ser responsables con su rol en el mismo, habilidades fundamentales para vivir en sociedad.

3.1. JUSTIFICACIÓN

De acuerdo con el decreto 57/2022, del 5 de agosto, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de Educación Primaria en el Principado de Asturias (Consejería de Educación, 2022) el cálculo de áreas en la Educación Primaria se encuentra únicamente en el tercer ciclo. A este respecto, lo que se debe trabajar son las diferentes estrategias para calcular el área y el perímetro de figuras planas en situaciones de la vida cotidiana (Anexo 1). Sin embargo, en este trabajo solamente nos basamos en el cálculo de áreas de figuras planas.

Esta SA busca involucrar al alumnado en un contexto lúdico e imaginativo que les permita aplicar conceptos matemáticos de manera práctica y cautivadora. A través de la analogía de ser exploradores en una isla misteriosa en busca de tesoros, los estudiantes se verán motivados a aprender sobre el cálculo de áreas. La importancia de trabajar esta situación

radica en el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico, resolución de problemas y trabajo en equipo, además de fomentar una actitud positiva hacia las matemáticas al mostrar su aplicación en situaciones cotidianas y emocionantes. Asimismo, se pretende promover el desarrollo de competencias clave como la competencia matemática y la competencia en comunicación lingüística, preparando al alumnado para enfrentar retos de manera creativa y colaborativa.

3.2. COMPETENCIAS ESPECÍFICAS Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Atendiendo al Decreto 57/2022, del 5 de agosto, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de Educación Primaria en el Principado de Asturias (Consejería de Educación, 2022) las competencias específicas y criterios de evaluación que se van a trabajar durante esta SA son las que se recogen en la Tabla 4.

Tabla 4

Competencias específicas y criterios de evaluación

COMPETENCIA ESPECÍFICA (CE)	CRITERIO DE EVALUACIÓN (CRE)
CE1. Interpretar situaciones de la vida cotidiana, proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias, para analizar la información más relevante.	1.1 Comprender problemas de la vida cotidiana a través de la reformulación de la pregunta, de forma verbal y gráfica.
CE3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.	3.1 Formular conjeturas matemáticas sencillas investigando patrones, propiedades y relaciones de forma guiada. 3.2 Plantear nuevos problemas sobre situaciones cotidianas que se resuelvan matemáticamente.
CE5. Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en la vida cotidiana, interrelacionando conceptos y procedimientos, para interpretar situaciones y contextos diversos.	5.1 Utilizar conexiones entre diferentes elementos matemáticos movilizand o conocimientos y experiencias propias.
CE8. Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones, las experiencias de los demás y el valor de la diversidad y participando activamente en	8.1 Trabajar en equipo activa, respetuosa y responsablemente, mostrando iniciativa, comunicándose de forma efectiva, valorando la

COMPETENCIA ESPECÍFICA (CE)	CRITERIO DE EVALUACIÓN (CRE)
equipos de trabajo heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables.	diversidad, mostrando empatía y estableciendo relaciones saludables basadas en el respeto, la igualdad y la resolución pacífica de conflictos. 8.2 Colaborar en el reparto de tareas, asumiendo y respetando las responsabilidades individuales asignadas y empleando estrategias de trabajo en equipo sencillas dirigidas a la consecución de objetivos compartidos.

3.3. SABERES BÁSICOS

Atendiendo al Decreto 57/2022, del 5 de agosto, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de Educación Primaria en el Principado de Asturias (Consejería de Educación, 2022) los saberes básicos que atiende esta SA son:

- Técnicas de construcción de figuras geométricas por composición y descomposición, mediante materiales manipulables, instrumentos de dibujo y aplicaciones informáticas.
- Estrategias para el cálculo de áreas y perímetros de figuras planas en situaciones de la vida cotidiana.
- Respeto por las emociones y experiencias de los demás ante las matemáticas. Identificación y rechazo de actitudes discriminatorias.
- Aplicación de técnicas simples para el trabajo en equipo en matemáticas, y estrategias para la gestión de conflictos, promoción de conductas empáticas e inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.
- Figuras geométricas en objetos de la vida cotidiana: identificación y clasificación atendiendo a sus elementos y a las relaciones entre ellos.
- Estrategias de comparación y ordenación de medidas de la misma magnitud, aplicando las equivalencias entre unidades (sistema métrico decimal) en problemas de la vida cotidiana.
- Vocabulario geométrico: descripción verbal de los elementos y las propiedades de figuras geométricas.

3.4. TEMPORALIZACIÓN

La SA está diseñada para llevarse a cabo durante cuatro sesiones en la clase de Matemáticas. En la Tabla 5 se indican cada una de las sesiones con las actividades

correspondientes que se realizarán durante las mismas, así como la temporalización (todas las sesiones tendrán una duración de 50 minutos) y los espacios que se utilizarán para el desarrollo de cada sesión.

Tabla 5

Empleo del tiempo y espacio en las diferentes sesiones

Sesión	Actividades	Temporalización	Espacios
Sesión 1	“Recordando lo anterior”	20 min	Clase
	“Superficie y área”	30 min	
Sesión 2	“¿Preparados? 1,2,3...”	20 min	Clase
	“En busca del tesoro”	25 min	
	“Reflexiono y opino”	5 min	
Sesión 3	“Encuentra a tu pareja”	15 min	Clase
	“Cálculo de áreas por conteo”	20 min	
	“En busca del tesoro”	15 min	
Sesión 4	“Comparando áreas”	10 min	Clase
	“En busca del tesoro”	20 min	
	“Evalúo el trabajo”	20 min	

3.5. METODOLOGÍA

El decreto 82/2014, de 28 de agosto, por el que se regula la ordenación y establece el currículo de la Educación Primaria en el Principado de Asturias (Consejería de Educación, 2014), define el término metodología como “el conjunto de estrategias, procedimientos y acciones organizadas y planificadas por el profesorado, de manera consciente y reflexiva, con la finalidad de posibilitar el aprendizaje del alumnado y el logro de los objetivos planteados” (p.4). En definitiva, se refiere al conjunto de materiales empleados para transmitir los conocimientos al alumnado de tal manera que se logre un aprendizaje significativo teniendo como objetivo principal formar ciudadanos competentes de la sociedad actual.

En el desarrollo de esta SA, se tienen en cuenta las propuestas metodológicas propuestas por la Ley Orgánica de Modificación de la Ley Orgánica de Educación [LOMLOE] (Jefatura del Estado, 2020) en el área de Matemáticas para el diseño de actividades contextualizadas en la vida cotidiana. Además, se proponen tareas en las que se emplean materiales manipulativos que favorecen la comprensión y ayudan a la formación de esquemas mentales. A continuación, se especifican las estrategias planteadas por la LOMLOE de manera más detallada:

El área de Matemáticas se debe abordar de forma experiencial, concediendo especial relevancia a la manipulación, en especial en los primeros niveles, impulsando progresivamente la utilización continua de recursos digitales y proponiendo al alumnado situaciones de aprendizaje que propicien la reflexión, el razonamiento, el establecimiento de conexiones, la comunicación y la representación.

Para promover el razonamiento matemático se deben plantear tareas debidamente contextualizadas sin estereotipos de género en las que el alumnado, utilizando distintas estrategias, pueda resolver problemas de múltiples formas. Y si la resolución de problemas se hace en grupo, se le da la posibilidad de comparar distintos enfoques y argumentos lo que facilitará la construcción de una comprensión compartida. Otra estrategia, que también favorece el razonamiento matemático, es el planteamiento de preguntas que hagan reflexionar sobre las relaciones matemáticas que se dan en determinadas situaciones.

Para la contextualización, la vida cotidiana nos plantea innumerables situaciones problemáticas que debemos aprovechar para que el alumnado a través de la manipulación, la representación o la abstracción, pueda elaborar esquemas mentales que le ayuden en la resolución de problemas. (Jefatura del Estado, 2020, pp. 190-191)

Además, se ponen en práctica diversas estrategias del ámbito matemático. En primer lugar, el planteamiento del transcurso de las sesiones se realiza teniendo en cuenta las fases del aprendizaje del modelo de razonamiento geométrico según van Hiele. De esta forma, se plasman a lo largo de las sesiones las fases de razonamiento geométrico propuestas por dicho modelo.

Asimismo, en la SA expuesta se trabaja también la secuencia CPA, ya que es una forma adecuada y eficaz para plantear el cálculo de áreas en Educación Primaria. Esto se debe a que la secuencia CPA propone trabajar en un primer instante con materiales de tipo manipulativo lo cual supone un gran abanico de beneficios en el aprendizaje de las matemáticas. En primer lugar, los manipulativos permiten “modelizar conceptos e ideas matemáticas, y, por tanto, permiten trabajar con ellas, analizar sus propiedades y facilitar el paso hacia la abstracción de estos conceptos e ideas, lo que de otra manera sería una tarea difícil, abstracta y árida” (Velasco Esteban, 2012, p.5). De igual manera, son herramientas estimulantes y atractivas que favorecen la actitud del alumnado frente a las matemáticas ya que permiten trabajar de forma autónoma teniendo en cuenta las capacidades individuales del alumnado. Por ello, el alumnado con un nivel más avanzado podrá proponer y analizar distintos enfoques y procedimientos para la resolución de dichas tareas. En segundo lugar, la secuencia CPA propone el empleo de elementos pictóricos que sustituyan a los materiales concretos. Esto supone un nivel más de abstracción, puesto que el alumnado ya no podrá manipular los objetos y analizar sus propiedades. En último lugar, se plantean actividades de tipo abstracto, en las que no se ofrece ningún dibujo o esquema, sino que será el propio alumnado el encargado de ilustrar los enunciados propuestos.

Por otra parte, cabe destacar que en la SA se emplean metodologías activas como el aprendizaje colaborativo y el aprendizaje basado en problemas (ABP). El aprendizaje cooperativo es una metodología que consiste en dividir la clase en grupos mixtos de

trabajo para que el alumnado trabaje conjuntamente en la realización de distintas tareas que le lleve a entender mejor un contenido y reforzar el aprendizaje (Johnson et al., 1999). Además, su uso presenta diferentes beneficios como son el fomento del interés y la motivación, el incremento en la participación activa y convierte al alumnado en dueños de su aprendizaje. Con respecto al papel del docente, es un facilitador del conocimiento y su responsabilidad es hacer un seguimiento de las actividades mediante observaciones, evaluaciones e intervenciones (Martínez Medina, 2009).

El empleo de problemas como base para la adquisición de nuevos conocimientos y la concepción del estudiante como protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje son las características más innovadoras del ABP (Bernabeu y Cònsul, 2023). Además, el objetivo del ABP es que el alumnado construya su conocimiento a partir de la resolución de problemas y situaciones de la vida real, utilizando el mismo método de razonamiento que utilizará en su carrera profesional. El paradigma constructivista sostiene que el ABP se basa en una experiencia de construcción interior en lugar de una actividad intelectual receptiva y pasiva. En este sentido, Piaget (1975) sostiene que el conocimiento no se basa en copiar lo real, sino en actuar y transformarlo para comprenderlo. De esta forma se describen las actividades planteadas a lo largo de la SA, en las cuales se presenta una situación y se toma al alumnado como protagonista que debe resolver distintos retos y problemas. El objetivo primordial del empleo de esta metodología es el aprendizaje de contenidos de una forma más entretenida y cautivadora para el alumnado.

3.6. SESIONES

3.6.1. Sesión 1

En primer lugar, se realiza una actividad inicial para repasar y activar los conocimientos previos sobre temas relacionados con el cálculo de áreas, figuras planas y medidas de longitud, que el alumnado ya conoce y se espera que sepa manejar con fluidez. Esta actividad de evaluación inicial sirve también de guía para el docente, ya que se puede dar cuenta del nivel de razonamiento en geometría en el que se encuentra el alumnado y, así, poder adecuar sus explicaciones a las necesidades específicas del grupo solventando las dudas y apoyando al alumnado para que supere sus dificultades preexistentes.

ACTIVIDAD INICIAL: “Recordando lo anterior”	
<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Poster: “Clasificación de las figuras planas” (Figura 3) – Poster: “Cambio de unidades” (Figura 4) 	<p>Tarea:</p> <p>La actividad será llevada a cabo en grupos de 4 a 6 personas. El docente hará un repaso general sobre las figuras planas y las medidas de longitud, empleando diferentes esquemas (Figuras 3 y 4). A continuación, se entregará a cada grupo una copia de la historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (Figura 5) y se proyectará el <i>Kahoot!</i> en la pantalla digital. Seguidamente, el alumnado leerá la historia y realizará el cuestionario. Algunas de las preguntas son: “¿Cuánto mide</p>

<ul style="list-style-type: none"> - Historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (Figura 5) - Ordenador - Pizarra digital - Tablets - Enlace al Kahoot! 	<p>cada ángulo de un cuadrado? ¿Cuántos km son 17 m?”</p> <p>Cuando aparezca una pregunta en la pantalla, cada grupo discutirá en privado sobre la respuesta y responderá desde la tablet. Después de cada pregunta, el docente deberá preguntar al alumnado el porqué de la elección y debatir en conjunto las distintas opiniones y estrategias de resolución.</p>
<p>Objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Evaluar los conocimientos previos sobre las figuras planas y las medidas de longitud a través de preguntas específicas. - Detectar posibles dificultades que se tengan sobre el tema. - Analizar las propiedades de algunas figuras planas. - Comparar medidas de longitud a través de diversas estrategias. 	

Figura 3

Clasificación de las figuras planas

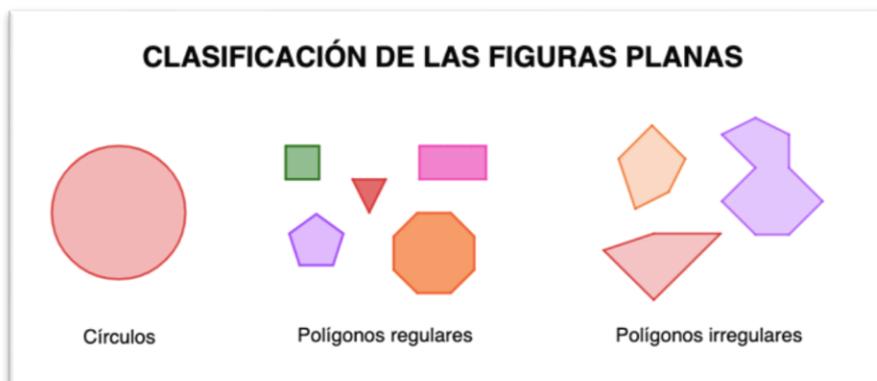
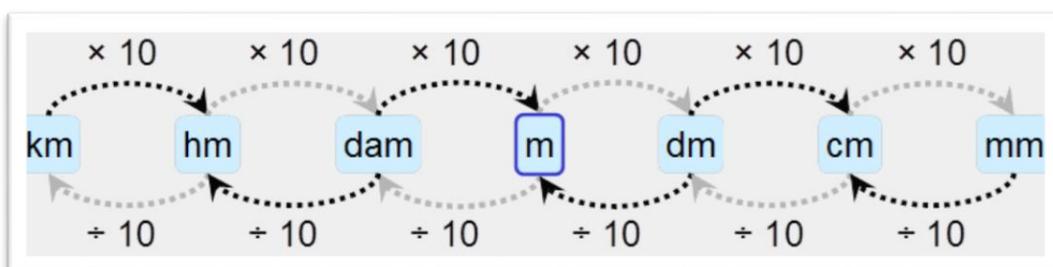


Figura 4

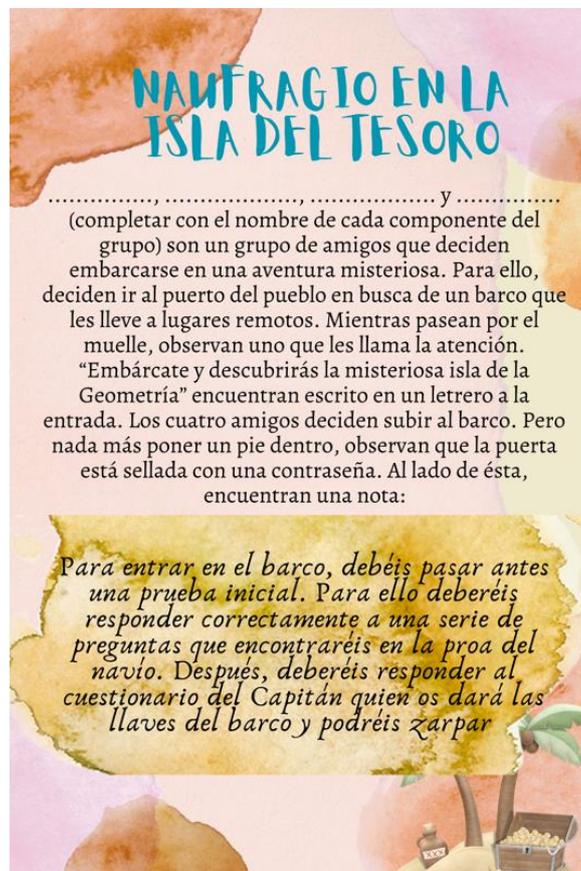
Cambio de unidades



Nota: Tomado de Cambio de unidades, de Aprender Física y Química, 2024, <http://aprenderfisicayquimica.weebly.com/3eso-t1-unidades-de-medida.html>

Figura 5

Historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (parte 1)



En segundo lugar, se realizan actividades propias del cálculo de áreas, que será el tema trabajado a lo largo de las otras sesiones. En la segunda parte de la sesión se realizan actividades introductorias de los conceptos de área y superficie.

ACTIVIDAD: “Superficie y área”	
<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Rollo de tela – Objeto rectangular (pizarra) – Caja – Papel de regalo – Materiales manipulativos no estructurados 	<p>Tarea: En primer lugar, se pedirá al alumnado realizar varias acciones, como “señala el largo de la mesa”, “señala el ancho de la puerta” ... “¿Cómo calcularías cuánto mide?”, “¿Qué materiales podrías utilizar?”. Después, el docente hará preguntas referidas a la superficie de las figuras, por ejemplo: “Ahora, toca la superficie de la mesa”, “señala la superficie de tu libreta de Matemáticas”. “¿Cómo podría medir yo la mesa?”. En este momento, el docente debe dejar libertad para medir la mesa de la forma que el alumnado desee. Posiblemente habrá estudiantes que midan el largo, el ancho o a la altura. Luego, el docente deberá guiar más y preguntar específicamente por “la superficie”. “¿Cómo puedo medir el espacio que uso para escribir?”, “¿Qué materiales podría usar?”. De esta manera, el alumnado</p>

	<p>deberá darse cuenta de que ya no estamos hablando de la longitud de una línea recta, sino que estamos hablando de la superficie de una figura que se mide en dos dimensiones.</p> <p>Asimismo, se harán preguntas de reflexión, como:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ¿Qué resultados habéis obtenido? – ¿Qué materiales habéis utilizado? – ¿Habéis obtenido el mismo resultado? ¿Por qué? – ¿Qué podríamos utilizar para obtener la misma medida? <p>El objetivo de estas preguntas es que el alumnado intuya que, al igual que utilizamos los metros para medir la longitud, para medir la superficie de una figura necesitaremos una unidad estándar, que nos permita obtener el mismo resultado si distintas personas realizan la misma medición. A continuación, el docente hará una breve explicación del concepto. Por ejemplo: “El nuevo concepto que vamos a aprender es el concepto de superficie y se refiere a la porción de plano que ocupa una figura determinada. La medida de esa superficie se llama área. La unidad de medida del área es el metro cuadrado y se refiere a un cuadrado que tiene un metro de lado.”</p> <p>Después se plantearán las siguientes actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Quiero cortar la tela de tal manera que me cubra toda la pizarra. ¿Cómo podría calcular la cantidad de tela que quiero? ¿Qué material podría usar? – También deseo envolver la caja con el papel de regalo. ¿Cuál es la cantidad mínima de papel que necesito? ¿Podría utilizar el metro cuadrado o necesitaría una unidad más pequeña? <p>El docente explicará que, aunque la unidad de superficie es el metro cuadrado, para medir superficies más pequeñas deberemos utilizar unidades más pequeñas.</p>
<p>Objetivos:</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Introducir el concepto de superficie y el concepto de área. – Desarrollar estrategias para calcular el área de una figura a partir de materiales manipulativos no estructurados. – Introducir el cuadrado unidad como medida de superficie. – Analizar las diferentes estrategias empleadas mediante un debate colectivo.

3.6.2. Sesión 2

En la sesión 2 comenzamos haciendo un repaso de lo aprendido en la sesión anterior a través de una actividad denominada “¿Preparados? 1,2,3...”. A continuación, se realiza una actividad llamada “En busca del tesoro” en la que el alumnado deberá poner en práctica los nuevos conocimientos adquiridos empleando, para ello, materiales manipulativos no estructurados. Finalmente, se hace un repaso general de la sesión, con el fin de esquematizar la información. Dentro de la secuencia CPA, la sesión se incluye en el primer eslabón, es decir, el concreto.

ACTIVIDAD: “¿Preparados? 1,2,3...”	
Materiales: <ul style="list-style-type: none">– Ordenador– Pantalla digital– Historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (Figura 6)– Presentación Canva	Tarea: En primer lugar, se separará al alumnado en grupos de 4 a 6 personas y se entregará una copia de la historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (Figura 6) a cada grupo. A continuación, se realizarán las preguntas de la presentación en <i>Canva</i> para repasar los contenidos vistos en la sesión anterior.
Objetivos: <ul style="list-style-type: none">– Repasar el concepto de superficie.– Analizar las diferentes estrategias empleadas y sus puntos débiles mediante un debate colectivo.	

ACTIVIDAD: “En busca del tesoro”	
Materiales: <ul style="list-style-type: none">– Cartulinas en forma de cuadrado de 1dm de lado– Objetos del aula– Imágenes (Figura 7)– Pistas y retos	Tarea: El alumnado deberá atravesar los distintos retos que se les propone para ir avanzando hacia el final y llegar al tesoro. Para realizar la actividad se les entregará una carpeta en la que habrá distintos sobres con retos y pistas que deberán ir abriendo, como se muestra a continuación: <ul style="list-style-type: none">• Pista 1: Para solucionar todos los retos deberéis construir vuestros propios materiales. Dibujad y recortad unas 5 cartulinas cuadradas de 1 dm de lado (parecidas al dibujo). ¡Guardadlas bien, sin ellas no podréis resolver los retos y hallar el tesoro! 

1^{er} reto: Busca un objeto en la isla que tenga aproximadamente 15 cuadrados de 1 dm de lado. Objeto:

- **Instrucción 1:** ¡Enhorabuena! Ahora avanza hasta la palmera más cercana (mesa del docente) para resolver el siguiente reto.

2^{er} reto: Colocad las imágenes (Figura 7) que están en la arena de mayor a menor área. (Utilizad el cuadrado unidad)

- **Instrucción 2:** ¡Seguid así, lo estás haciendo muy bien! Reuníos en grupo y abrid el sobre del 3^{er} reto para seguir avanzando.

3^{er} reto: Calculad el área de los siguientes objetos: una libreta, un estuche, el respaldo de una silla, un libro, una escuadra.

Libreta:

Estuche:

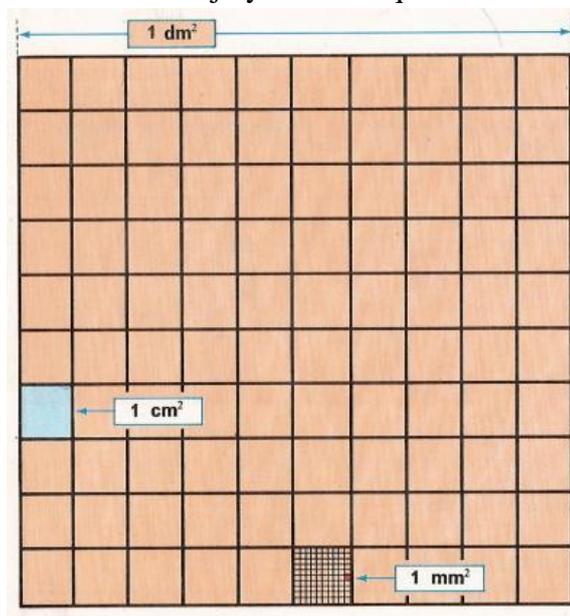
Respaldo de la silla:

Libro:

Escuadra:

- **Reto final:** Para finalizar y hallar el tesoro deberéis encontrar el objeto de mayor área de la playa. *Pista: la recompensa está escondida detrás de él.*

Recompensa 1: Colocad las cartulinas que habéis diseñado encima del dibujo y veréis lo que ocurre.



Objetivos:

- Identificar objetos cotidianos según su superficie.
- Desarrollar estrategias para calcular el área de una figura a partir de medidas convencionales.
- Ordenar objetos de mayor a menor calculando el área.

Figura 6

Historia "Naufragio en la Isla del Tesoro" (Parte 2)

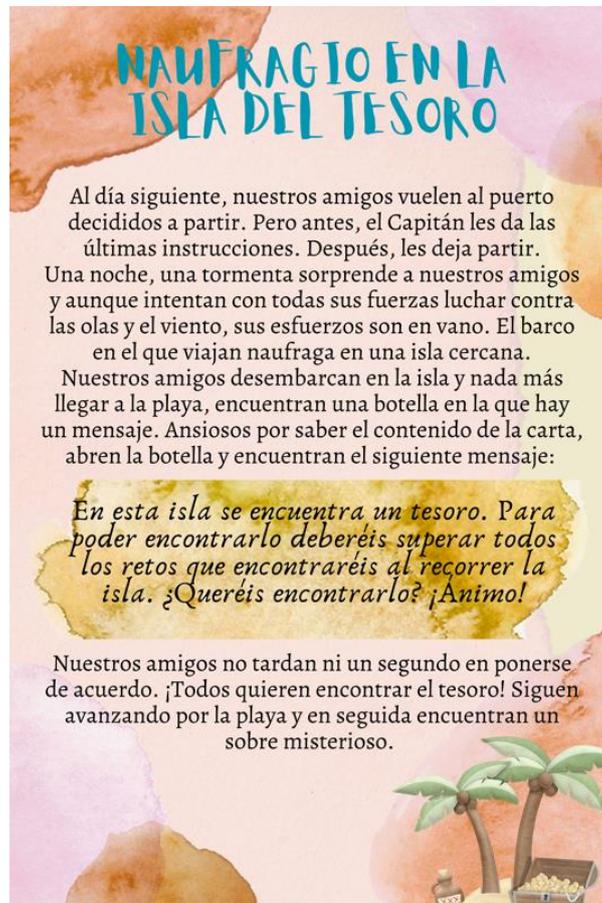
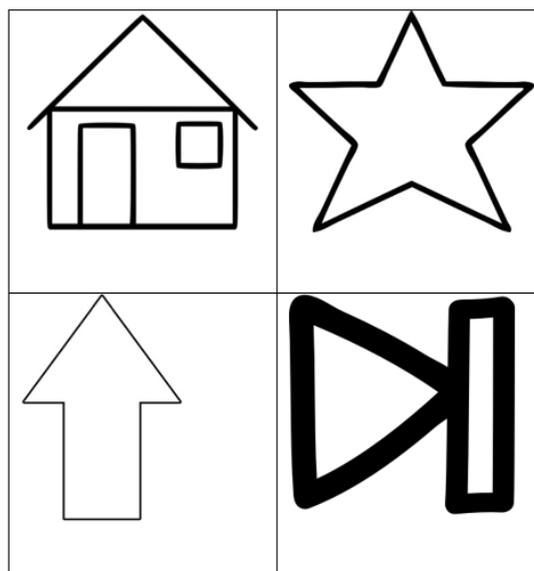


Figura 7

Imágenes para el cálculo de área



ACTIVIDAD: “Reflexiono y opino”	
<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Ficha resumen (Figura 8) 	<p>Tarea: Al finalizar la sesión, se hará un breve repaso de la actividad “En busca del tesoro” y se prestará especial atención a dudas y dificultades. Se podrán realizar preguntas de tipo: “¿Para qué tipo de figuras os ha resultado más fácil hallar el área?”, “¿Qué estrategias habéis utilizado para calcular el área de figuras triangulares?”, “¿Y si dobláramos el cuadrado por su diagonal?”. El docente deberá ilustrar la explicación utilizando un ejemplo concreto, es decir, calculando el área de algún objeto con forma triangular y doblando el cuadrado unidad por su diagonal cuando corresponda. Por último, el alumnado completará la ficha resumen (Figura 8) y explicará a su compañero/a de al lado lo aprendido en la sesión. Finalmente, se entregará la ficha al docente.</p>
<p>Objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Asentar los conceptos de superficie y área. – Detectar dificultades que se tengan sobre el tema. – Esquematizar lo aprendido durante la sesión. 	

Figura 8

Ficha resumen

La imagen muestra una ficha de evaluación titulada "EVALÚO LO APRENDIDO". En la parte superior izquierda, hay un recuadro verde con el título y campos para "Nombre:" y "Fecha:". A la derecha, hay un recuadro amarillo con el número 4 y el texto "LO QUE MÁS ME CUESTA TRABAJO ES:". Abajo de esto, un recuadro naranja con el número 5 y "LO QUE MENOS ME CUESTA TRABAJO ES:". En la parte inferior izquierda, un recuadro azul con el número 1 y "LAS PALABRAS NUEVAS QUE HE APRENDIDO SON:". Abajo de esto, un recuadro verde con el número 2 y "LO QUE MÁS ME HA GUSTADO HA SIDO:". Abajo de esto, un recuadro verde con el número 3 y "LO QUE MENOS ME HA GUSTADO HA SIDO:". En la parte inferior derecha, un recuadro rojo con el número 6 y "RESUMEN DE LO APRENDIDO". Abajo de esto, un recuadro morado con el número 7 y "RESUMIRÍA LA CLASE DE HOY CON LA SIGUIENTE FRASE:". Cada número está dentro de un círculo y cada texto está acompañado de un espacio en blanco para escribir.

3.6.3. Sesión 3

En la sesión 3 comenzamos haciendo un repaso de las figuras planas. Para ello, se pide al alumnado que reconozca las figuras en diferentes objetos cotidianos y que calcule el área empleando materiales no estructurados. A continuación, se realiza una actividad llamada

“Cálculo de áreas por conteo” en la que el alumnado debe realizar cálculos de áreas observando las imágenes, sin tener acceso a los materiales manipulativos. En esta actividad se realiza el paso de lo concreto a lo pictórico. Seguidamente, se realiza una actividad online llamada “En busca del tesoro”. Dentro de la secuencia CPA, la sesión se incluye en el segundo eslabón, es decir, el pictórico.

ACTIVIDAD: “Encuentra a tu pareja”	
<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Objetos cotidianos – Historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (Figura 9) – Tiras de papel (Figura 10) – Cartulinas “cuadrado unidad” 	<p>Tarea: En la apertura de la sesión se entregará al alumnado una copia de la historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (Figura 9) y se realizará una actividad llamada “Encuentra a tu pareja”. Para ello, emplearemos tiras de papel y objetos con las diferentes formas (Figura 10). En las tiras de papel estarán escritos los nombres de las figuras geométricas. El alumnado cogerá una tira del sobre o un objeto y después deberá buscar a su pareja, de tal forma que, en cada grupo, habrá dos objetos con forma de triángulo, cuadrado o rectángulo y una tira de papel con el nombre de la figura geométrica. A continuación, cada grupo deberá hallar el área de los objetos empleando las cartulinas en forma de cuadrado unidad.</p>
<p>Objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Reconocer la forma de objetos cotidianos. – Calcular el área de objetos cotidianos empleando materiales manipulativos no estructurados. – Desarrollar estrategias de trabajo en equipo respetando diferentes ideas y opiniones para obtener resultados óptimos. 	

ACTIVIDAD: “Cálculo de áreas por conteo”	
<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Ordenador – Pantalla digital – Historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (Figura 11) – Geoplano de madera (Figura 12) – Gomas de colores – Imágenes de figuras planas (Figura 13) 	<p>Descripción: En primer lugar, el docente entregará una copia de la historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (Figura 11) y pedirá al alumnado que represente en el geoplano de madera las formas que pueden observarse en la Figura 12.</p> <p>Seguidamente, se harán preguntas de reflexión:</p> <ul style="list-style-type: none"> – ¿Cuántas veces entra el cuadrado verde en el rectángulo azul? – ¿Cuántas veces entra el cuadrado en el triángulo rojo? Observamos que entra por lo menos 3 veces entero, pero que aún nos faltan 3 mitades de cuadrado. Entonces diríamos que entra 4,5 veces.

	<p>– ¿Qué figura tiene por lo tanto mayor área? ¿El rectángulo o el triángulo?</p> <p>Seguidamente, el docente hará una breve explicación empleando las cartulinas del cuadrado unidad con las que calculaban previamente el área y presentará una nueva forma de representar esa unidad, pero de forma pictórica. Para ello, podrá dibujar una figura en la pizarra y con la cartulina cuadrado unidad deberá ir midiendo el área. Podrá ir dibujando el cuadrado unidad encima de la figura. Así, obtendrá una imagen similar a la que aparece en la Figura 14.</p> <p>A continuación, el docente proyectará en la pizarra digital la Figura 13 y, en conjunto, el alumnado calculará el área de las diferentes figuras por conteo. Al llegar al triángulo de color morado, probablemente el alumnado encuentre alguna dificultad en calcular el área. Para ello, el docente deberá guiar con explicaciones y preguntas, como: “Si esta figura fuera un rectángulo y trazáramos una línea paralela al lado que mide 6 unidades cuadradas y otra al lado que mide 4 unidades cuadradas, ¿qué observaríais? La figura rectangular tendrá el doble del área del triángulo. Ahora observemos la figura rosa. Podemos dividirla en un rectángulo y dos triángulos. ¿Cuál será el área de un triángulo? Vamos a trazar unas líneas paralelas a los lados y veremos que sucede. Podremos observar que el área del rectángulo dibujado es el doble del área del triángulo. Por lo tanto, podremos intuir que el área de una figura triangular es igual a la mitad del área de una figura rectangular cuyos lados son iguales a los catetos del triángulo”.</p>
<p>Objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Calcular el área de figuras planas empleando materiales estructurados. – Introducir el concepto de área de forma pictórica. – Desarrollar estrategias para calcular el área de una figura a partir de elementos pictóricos. – Analizar las diferentes estrategias empleadas mediante un debate colectivo. 	

Figura 9

Historia "Naufragio en la Isla del Tesoro" (parte 3)



Figura 10

Tiras de papel

RECTÁNGULO	CUADRADO	TRIÁNGULO
		
		
		
		

Figura 11

Historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (parte 4 y 5)

NAUFRAGIO EN LA ISLA DEL TESORO

Al finalizar el primer reto del día, el grupo se dispone a explorar la isla en busca de más pistas. De pronto, se encuentran con un personaje que dice ser el único superviviente de la isla. Nuestros amigos le cuentan que están buscando pistas para llegar al tesoro. El nuevo personaje parece tener conocimientos importantes para la resolución de los retos. Así que el grupo de amigos le piden que comparta con ellos esa información que les puede ser útil en el futuro.

El superviviente saca una tabla de madera y comienza a dibujar varias formas geométricas con la ayuda de unas gomas elásticas. Después pide a nuestros amigos que le ayuden a terminar de formar las figuras que aún le faltan y les promete que después les contará todo lo que sabe acerca de los retos.

NAUFRAGIO EN LA ISLA DEL TESORO

Cuando terminan de representar las figuras, el superviviente les pregunta:

- ¿Cuántas veces entra el cuadrado verde en el rectángulo azul?
- ¿Cuántas veces entra el cuadrado en el triángulo rojo?
- ¿Qué figura tiene por lo tanto mayor área? ¿El rectángulo o el triángulo?

Después, el superviviente dibuja en la arena un cuadrado y les pide las cartulinas que diseñaron el otro día. Después, va calcando encima de la arena la forma de cada cuadrado hasta completar la figura.

Luego, el superviviente saca un papel en el que hay un nuevo reto y les ofrece también una tablet.

Después, desaparece.

Hallad el área de todas las figuras de la imagen. Después solucionad los retos que encontraréis en la tablet.

Figura 12

Geoplano de madera

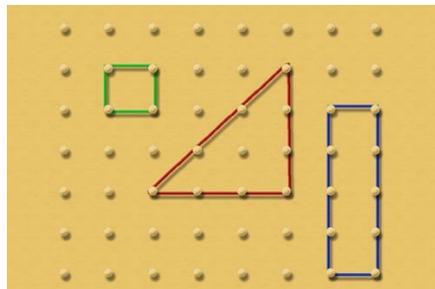


Figura 13

Imágenes de figuras planas

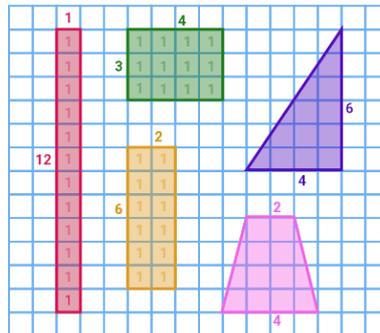
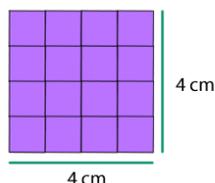


Figura 14

Representación pictórica del cuadrado



ACTIVIDAD: “En busca del tesoro”	
Materiales: <ul style="list-style-type: none">– Ordenador o tablet– Pantalla digital– Enlace al mapa digital	Tarea: Seguidamente, se utilizarán los ordenadores o las tablets para realizar la actividad del mapa del tesoro online.
Objetivos: <ul style="list-style-type: none">– Desarrollar estrategias para calcular el área de una figura a partir de elementos pictóricos.– Analizar las diferentes estrategias empleadas mediante un debate colectivo.	

3.6.4. Sesión 4

En la última sesión, comenzamos haciendo una comparación entre áreas de diferentes objetos cotidianos, pero que no tenemos en el aula. Para ello, se pide al alumnado que se imagine el tamaño de los objetos. A continuación, se realiza una actividad llamada “En busca del tesoro” en la que el alumnado debe realizar cálculos de áreas empleando solamente números y datos. Finalmente, el alumnado debe resolver unos retos propuestos por otro grupo de trabajo, completar una rúbrica de evaluación entre iguales y una ficha resumen de la sesión, que sirve de guía para el docente. Dentro de la secuencia CPA, la sesión se incluye en el tercer eslabón, es decir, el abstracto.

ACTIVIDAD: “Comparando áreas”	
Materiales: <ul style="list-style-type: none">– Ordenador– Pantalla digital– Historia “<i>Naufragio en la Isla del Tesoro</i>” (Figura 15)– Imágenes de comparación de áreas (Figura 16)	Tarea: Al iniciar la sesión, el docente entregará una copia de la historia “ <i>Naufragio en la Isla del Tesoro</i> ” (Figura 15), proyectará algunas imágenes (Figura 16) y los grupos deberán analizar cuál de ellas tiene una mayor área y justificar la elección. En esta actividad el docente deberá actuar como guía realizando distintas preguntas que ayuden y orienten al alumnado.

Objetivos:

- Desarrollar estrategias para calcular el área de una figura a partir de elementos pictóricos.
- Analizar las diferentes estrategias empleadas mediante un debate colectivo.

Figura 15

Historia de la Isla del Tesoro (parte 6)

NAUFRAGIO EN LA ISLA DEL TESORO

Al tercer día, nuestros protagonistas se despiertan decididos a encontrar el tesoro. “Propongo ir a buscar al superviviente, solamente él nos puede ayudar a buscar las pistas, encontrar el tesoro y salir de esta isla.”

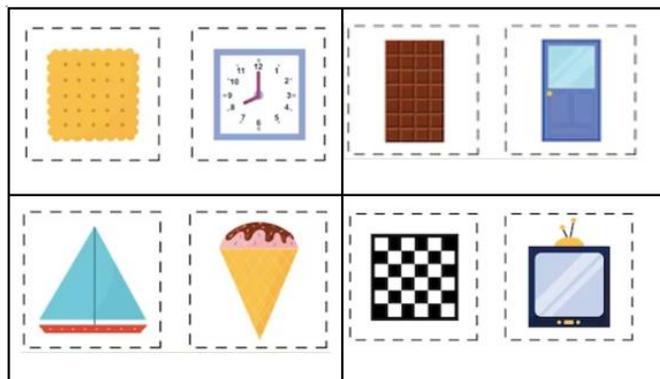
Todos coinciden en que es una buena idea, así que recorren la isla en busca del superviviente. Lo encuentran rápidamente sentado en una roca y le piden ayuda. El superviviente les contesta: “Solamente os ayudaré si me prometéis que cuando volváis a casa, me llevaréis con vosotros. Ya no quiero estar solo.” “Claro que te llevaremos con nosotros. Solo ayúdanos antes.” responden los amigos.

Entonces, el superviviente saca unas imágenes y les presenta la situación. “Para poder avanzar y descubrir el siguiente reto debemos analizar cuál de éstas imágenes tiene mayor área. Hasta ahora todo era muy sencillo, ya que teníamos las medidas o herramientas para poder medir, sin embargo, esta vez debemos imaginar cómo son estos objetos en la realidad. Esto es lo que más me cuesta... Hace tanto tiempo que no veo con mis propios ojos estos objetos...”



Figura 16

Imágenes de comparación de áreas



ACTIVIDAD: “En busca del tesoro”

Materiales:

- Ordenador
- Historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (Figura 17)
- Retos y pistas
- Llave y cofre del tesoro
- Tesoro de la Isla de la Geometría (Figura 18)

Tarea: Para realizar la actividad se separa al alumnado en grupos de 4 a 6 personas, se les entregará una copia de la historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (Figura 17) y una carpeta en la que habrá distintos sobres con los retos y pistas que deberán ir abriendo y que se muestran a continuación:

- **Instrucción 1:** Si habéis llegado hasta aquí, es que os falta muy poco para llegar al tesoro. ¡Enhorabuena! Ahora deberéis utilizar la Tablet para resolver el siguiente reto.

1^{er} reto: El pirata más temido de la Geometría quiere cubrir la pared de su casa que tiene 12.5 m^2 con papel pintado con temática marina. Como hay tantos modelos, no sabe cuál escoger. Para eso, os pide que le ayudéis a encontrar el papel más bonito de todos. Utilizad la Tablet para escoger un modelo, entrando en <https://rebelwalls.com/es/papel-pintado-marino>
¿Cuántos rollos de papel necesitará el pirata? ¿Cuánto le costará?

- **Instrucción 2:** ¡Seguid así, lo estáis haciendo muy bien! Reuniros en grupo y abrid el sobre del 3^{er} reto para seguir avanzando.

2^o reto: Tantos años creando nuevos retos para descubrir el tesoro han dejado al pirata sin ideas y no quiere repetir los retos en un futuro. Así que, debéis plantear 3 retos sobre el cálculo de áreas para el siguiente grupo de naufragos.

- **Instrucción 3:** Al abrir el último sobre, encontraréis un acertijo que deberéis resolver. Después de hallar la solución, buscad en la isla un jardín igual a la figura del reto. Ahí, encontraréis a la abuela del pirata que os preguntará por la solución y os entregará la llave que abre el cofre del tesoro.

Reto final: *En casa de mi abuela hay un jardín triangular, en donde quiere sembrar pasto. El pasto lo venden por metros cuadrados; cada metro cuadrado cuesta 65€. ¿Cuantos metros cuadrados necesita mi abuela de pasto? ¿Cuánto le costará comprar el pasto que necesita?*

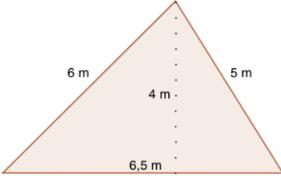
	 <p>Una vez finalizados los retos, el alumnado deberá buscar en el suelo de la clase una figura triangular. (El docente habrá dibujado antes de la sesión esa figura en el suelo del aula.) Cuando encuentren la figura, el docente se encargará de darles la llave que abre el cofre. Al abrir el cofre, el alumnado encontrará el tesoro de la Isla de la Geometría que serán las fórmulas de cálculo del área del cuadrado, del rectángulo y del triángulo (Figura 18). En este momento, el docente, explicará que para calcular el área de forma más rápida existen unas fórmulas y que todas ellas derivan de la fórmula del área del cuadrado.</p>
<p>Objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Calcular el área de diversas formas geométricas empleando diferentes estrategias de resolución. – Desarrollar estrategias de trabajo en equipo respetando diferentes ideas y opiniones para obtener resultados óptimos. 	

Figura 17

Historia “Naufragio en la Isla del Tesoro” (parte 7)



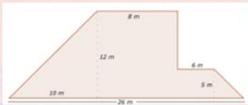
NAUFRAGIO EN LA ISLA DEL TESORO

Después de finalizar el primer reto del día, nuestros personajes se adentran en la isla. De pronto, ven dibujada en una roca una figura y a su lado encuentran un mensaje en una botella.

Queridos exploradores, soy el pirata más temido de la Geometría. Si solucionáis los tres retos que os faltan, hallaréis el tesoro y podréis volver a casa. La figura que veís en la roca es el mapa de la isla. Vuestro reto consiste en responder a estas preguntas:

- ¿Qué figuras podéis identificar en el dibujo?
- ¿Qué figura diríais que tiene la mayor área?
- ¿Cuántas veces entraría el triángulo pequeño en el grande?

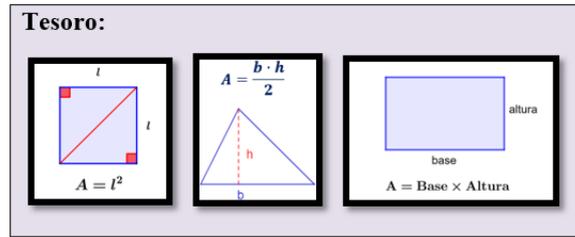
Calculad el área de toda la figura compuesta.



Después de responder correctamente a todas las preguntas, la roca empieza a moverse y debajo de ella, encuentran una carpeta.

Figura 18

Tesoro de la Isla de la Geometría



ACTIVIDAD: “Evalúo el trabajo”	
<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Ficha resumen (Figura 19) – Rúbrica de evaluación (Anexo 4) 	<p>Tarea: Al finalizar la sesión, cada grupo deberá resolver los retos y actividades del mapa del tesoro diseñado por otro equipo. Después de finalizar la actividad, cada equipo evaluará el mapa con la rúbrica presentada en el Anexo 4.</p> <p>Por último, el alumnado completará la ficha resumen (Figura 19).</p>
<p>Objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Detectar las dificultades que se tengan sobre el tema. – Esquematizar lo aprendido durante la sesión. 	

Figura 19

Ficha resumen

EVALÚO LO APRENDIDO

Nombre: _____

Fecha: _____

1
LAS PALABRAS NUEVAS QUE HE APRENDIDO SON:

2
LO QUE MÁS ME HA GUSTADO HA SIDO:

3
LO QUE MENOS ME HA GUSTADO HA SIDO:

4
LO QUE MÁS ME CUESTA TRABAJO ES:

5
LO QUE MENOS ME CUESTA TRABAJO ES:

6
ESQUEMA DE LO APRENDIDO EN LA SESIÓN

3.7. FASES DE RAZONAMIENTO TRABAJADAS EN LAS SESIONES

FASE	ACTIVIDAD	OBJETIVO	TAREA	EXPLICACIÓN
1. Información	<p>SESIÓN 1: “Recordando lo anterior”</p>	<p>Evaluar los conocimientos previos del alumnado. Desarrollar vocabulario específico.</p>	<p>Analizar las propiedades de algunas figuras planas. Comparar medidas de longitud.</p>	<p>El alumnado reconocerá figuras planas y polígonos. Además, trabajará con el cambio de unidades de longitud.</p>
2. Orientación dirigida	<p>SESIÓN 1: “Recordando lo anterior” “Superficie y área”</p>	<p>Comprender los conceptos y propiedades principales.</p>	<p>Reconocer propiedades de las figuras.</p>	<p>Trabajar propiedades específicas de las figuras. Diferenciar entre longitud y superficie.</p>
	<p>SESIÓN 2: “¿Preparados? 1,2,3...” “En busca del tesoro”</p>		<p>Reconocer la superficie de las figuras y desarrollar estrategias de cálculo.</p>	<p>El alumnado calculará el área de diferentes objetos empleando materiales manipulativos.</p>
	<p>SESIÓN 3: “Encuentra a tu pareja” “Cálculo de áreas por conteo”</p>			<p>El alumnado diseñará en el geoplano figuras planas para analizar sus propiedades.</p>

FASE	ACTIVIDAD	OBJETIVO	TAREA	EXPLICACIÓN
	<p>SESIÓN 4:</p> <p>“Comparando áreas”</p> <p>“En busca del tesoro”</p>			El alumnado desarrollará estrategias para comparar y calcular áreas.
3.Explicación	<p>SESION 1</p> <p>SESIÓN 2</p> <p>SESIÓN 3</p> <p>SESIÓN 4</p>	Fomentar las explicaciones y argumentaciones de lo aprendido.	Justificación de las respuestas de manera precisa.	Desarrollar vocabulario específico del tema y emplearlo correctamente.
4. Orientación libre	<p>SESIÓN 1:</p> <p>“Superficie y área”</p> <p>SESIÓN 2:</p> <p>“En busca del tesoro”</p> <p>SESIÓN 3:</p> <p>“Cálculo de áreas por conteo”</p> <p>“En busca del tesoro”</p>	Comprobar que el alumnado ha interiorizado los contenidos.	<p>Reflexión a través de distintas preguntas.</p> <p>Cálculo de área a partir de diversas estrategias.</p>	<p>Empleo de materiales manipulativos no estructurados.</p> <p>Cálculo a partir de elementos pictóricos.</p>

FASE	ACTIVIDAD	OBJETIVO	TAREA	EXPLICACIÓN
	<p>SESIÓN 4: “En busca del tesoro” “Evalúo el trabajo”</p>			<p>Cálculo a partir de elementos que representan la realidad.</p>
5. Integración	SESIÓN 4: “Evalúo el trabajo”	Consolidar y relacionar los contenidos.	Preguntas de análisis relacionadas con las estrategias empleadas.	Asegurarse de que el alumnado posee una visión global del tema.

3.8. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

La SA propuesta contempla actividades para las cuales no son necesarias adaptaciones curriculares significativas. El trabajo colaborativo es muy eficaz en el caso en el que nos encontremos en el aula con alumnado con Necesidades Educación Especiales (NEE), puesto que el grupo se puede ayudar entre sí para resolver las tareas. Asimismo, la mayoría de las actividades implican el uso de materiales manipulativos, que son herramientas que incitan a la imaginación y creación, estimulando el proceso de enseñanza-aprendizaje. Además, propician el enriquecimiento del lenguaje y la adquisición de la información, especialmente para alumnado con NEE. Aun así, se pueden realizar adaptaciones en los tipos de materiales empleados, ya sea en el tamaño, en el material o en la forma, proporcionando materiales sensoriales si se precisa.

3.9. EVALUACIÓN

La evaluación de esta SA se compone de dos tipos diferentes de evaluación. En primer lugar, se realiza una evaluación formativa durante todas las sesiones sobre el proceso de aprendizaje del estudiante. De esta manera, el profesorado debe anotar en su diario de clase o cuaderno el comportamiento, participación en el grupo, implicación en las actividades y aprendizaje de los contenidos de cada uno de los estudiantes. Asimismo, también se deben recoger las posibles dificultades o conflictos que surjan a lo largo de las sesiones en la rúbrica recogida en el Anexo 3, proporcionando feedback constante al alumnado para mejorar su desempeño.

Finalmente, se realiza una evaluación final por grupos que tiene como herramienta de evaluación los mapas del tesoro elaborados por cada grupo empleando la rúbrica recogida en el Anexo 4.

4. CONCLUSIONES

Cumpliendo con los objetivos planteados en la introducción de este trabajo, se ha diseñado una SA basada en dos enfoques del ámbito matemático, que son el modelo de razonamiento geométrico de van Hiele y la secuencia CPA. A continuación, se plantean las reflexiones y conclusiones que han ido surgiendo durante este trabajo.

En primer lugar, es importante mencionar que el modelo de van Hiele está cada vez más presente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, y aunque para mí fue un modelo desconocido, puedo afirmar que gracias a la realización de este trabajo he podido reflexionar acerca de su importancia para comprender cómo aprendemos geometría y cómo podemos ayudar a nuestro alumnado a adquirir los conceptos de manera más efectiva. Considero que esta propuesta no es atractiva solamente para el alumnado, sino también para el docente, ya que su papel cambia a través de las diferentes fases del modelo. Comienza siendo un guía y dinamizador de la sesión y, poco a poco, el alumnado es quién que va tomando las riendas del proceso de enseñanza-aprendizaje, convirtiéndose en el dueño de su aprendizaje. Además, gracias a que el modelo plantea unos niveles de razonamiento entre los cuales se mueve el alumnado, el docente obtiene una ayuda en la tarea de preparación de las sesiones, pues deberá conocer en qué nivel se

encuentra específicamente el alumnado, para poder adaptar sus explicaciones y ser comprendido, además de poder ayudar a cada uno a pasar a un nivel de razonamiento superior.

En segundo lugar, considero de gran interés abordar la secuencia CPA, ya que el método ofrece numerosas ventajas pertinentes de mencionar. En el ámbito de los contenidos geométricos abordados en este trabajo, la secuencia CPA ofrece estrategias para el desarrollo y exploración de las ideas matemáticas, sus conexiones y aplicaciones al mundo real. Para ello, se emplean materiales concretos que son muy eficaces en este fin. Además, su implementación en el aula responde a la necesidad de autorregular y adaptar el aprendizaje a las distintas capacidades y ritmos de aprendizaje del alumnado. Por todo ello, la secuencia CPA resulta, a mi juicio, un método tremendamente atractivo para los docentes de hoy en día, pues les proporciona una serie de pautas con las que pueden programar sus intervenciones guiando al alumnado a través de un camino específico, que va desde lo concreto a lo abstracto. Y no sólo es atractivo para el profesorado, sino que es sumamente útil para construir el conocimiento de los conceptos geométricos por parte del alumnado, ya que pueden pasar de lo visual y tangible a comprender el concepto en abstracto, no sólo en geometría, sino también con otros contenidos matemáticos.

Por otra parte, es necesario destacar que no ha sido posible llevar a cabo la secuencia de actividades propuesta en un aula de Educación Primaria, debido a que el periodo de prácticas ya había finalizado. Sin embargo, puedo afirmar desde mi experiencia personal como alumna, que el empleo de recursos y materiales como los planteados en la SA son una herramienta muy eficaz en el aula de matemáticas, ya que permiten al docente explicar los contenidos de manera visual y fácil de comprender, y al alumnado entender lo que se le está explicando y no aprender a base de memorización. Además, el tema elegido para el planteamiento de las actividades es un contenido que resulta abstracto para el alumnado y que se suele impartir de manera mecánica: el alumnado memoriza las fórmulas y las emplea sin comprenderlas. Sin embargo, no se llega a un razonamiento más profundo que permita descifrar y analizar la complejidad de las fórmulas. Por ello, considero que el planteamiento realizado durante las sesiones es acertado, puesto que propongo tareas en las que se emplean materiales manipulativos, objetos del aula y situaciones cotidianas que permiten desarrollar diferentes estrategias de cálculo. Asimismo, se tienen en cuenta los distintos ritmos de aprendizaje de cada estudiante y se proponen actividades colaborativas en las que es el propio alumnado el encargado de debatir y trabajar conjuntamente, con el fin de alcanzar las metas propuestas.

En conclusión, la realización de este trabajo ha sido una experiencia enriquecedora a nivel personal. Investigar sobre los distintos modelos descritos en las líneas anteriores y plantear actividades relacionadas a los mismos me ha hecho reflexionar sobre mi experiencia como alumna y docente haciendo que me plantee nuevas formas de impartir una sesión de geometría motivadora y reveladora que permita generar un aprendizaje significativo en el alumnado.

Finalizo citando al gran Piaget (1985), quien afirmó que “la buena pedagogía debe enfrentar al niño a situaciones en las que experimente en el más amplio sentido de la palabra: probar cosas para ver qué pasa, manejar objetos, manejar símbolos, plantear interrogantes, buscar sus propias respuestas, reconciliando lo que encuentra en una ocasión con lo que encuentra en otra comparando sus logros con los de otros niños”.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andonegui Zabala, M. (2006). *Geometría: conceptos y construcciones elementales*. Federación Internacional Fe y Alegría.
- Barrantes, M., y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 241-250.
- Bernabeu, M. D., y Cònsul M. (2023). *Aprendizaje basado en problemas: el método ABP*. Educrea. <https://educrea.cl/aprendizaje-basado-en-problemas-el-metodo-abp/>
- Consejería de Educación (2014). Decreto 82/2014. De 28 de agosto, por el que se regula la ordenación y establece el currículo de la Educación Primaria en el Principado de Asturias. *Boletín Oficial del Principado de Asturias*, 202, 1-414.
- Consejería de Educación (2022). Decreto 57/2022, de 5 de agosto, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la educación Primaria en el Principado de Asturias. *Boletín Oficial del Principado de Asturias*, 156, 1-183.
- Cooper, E. T. (2012). Using Virtual Manipulatives with Pre-service Mathematics Teachers to Create Representational Models. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 19(3), 105-115.
- Crowley, L. (1987). The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. En M. Montgomery Lindquist (Ed.), *Learning and Teaching Geometry, K-12*, (pp.1-16). National Council of Teachers of Mathematics.
- Flores, M. M. (2010). Using the Concrete–Representational–Abstract Sequence to Teach Subtraction with Regrouping to Students at Risk for Failure. *Remedial and Special Education* 31(3), 195-207.
- Goncalves, R. (2006). ¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en geometría? *Revista de Ciencias de la Educación*, 27, 84-98.
- Jaime, A., y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El modelo de van Hiele. En S. Linares y M. V. Sánchez (Eds.), *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295 – 384). Alfar.
- Jefatura del Estado (2020). Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 340 (30-XII-2020), pp. 122868-122953.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Paidós.

- López Escudero, S. G., y García Peña, S. (2008). *La enseñanza de la geometría*. México: INEE
- Martínez, F. (2009). Aprendizaje cooperativo como estrategia de enseñanza aprendizaje. *Revista innovación y experiencias educativas*, 45, 1-12.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Piaget, J. (1975). *Biología y conocimiento*, Ed. Siglo XXI.
- Piaget, J. (1985). *Psicología y pedagogía*. Ariel.
- Putri, H. E. (2015). The influence of Concrete Pictorial Abstract (CPA) approach to the mathematical representation ability achievement of the pre-service teachers at elementary schools. *International Journal of Education and Research*, 3(6), 113-126.
- Rodríguez-Muñiz, L. J., Muñiz-Rodríguez, L., y Aguilar-González, Á. (2021). El recuento y las representaciones manipulativas: los primeros pasos de la alfabetización estadística. *PNA*, 15(4), 311-338.
- Samper, C., L. Camargo, y C. Leguizamón (2003), *Cómo promover el razonamiento en el aula por medio de la Geometría*, Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Shaughnessy, J. M., y Burger, W. F. (1985). Spadework Prior to Deduction in Geometry. *Mathematics Teacher* 78(6), 419-428. <https://doi.org/10.5951/MT.78.6.0419>
- Vargas, G., y Gamboa, R. (2013). El modelo de van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1), 74-94.
- Velasco Esteban, E.S. (2012). *Uso de material estructurado como herramienta didáctica para el aprendizaje de las matemáticas* [Trabajo Fin de Grado, Universidad de Valladolid]. Repositorio documental Universidad de Valladolid.
- Witzel, B. S. (2005). Using CRA to Teach Algebra to Students with Math Difficulties in Inclusive Settings. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal* 3(2), 49–60.

ANEXOS

Anexo 1

Saberes básicos. Bloque C. Sentido Espacial.

Fuente: Decreto 57/2022, del 5 de agosto, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de Educación Primaria en el Principado de Asturias (Consejería de Educación, 2022).

SABERES BÁSICOS		
Bloque C. Sentido espacial		
Primer ciclo	Segundo ciclo	Tercer ciclo
Visualización, razonamiento y modelización geométrica – Modelos geométricos en la resolución de problemas relacionados con los otros sentidos. – Relaciones geométricas: reconocimiento en el entorno.	Visualización, razonamiento y modelización geométrica – Estrategias para el cálculo de perímetros de figuras planas y su utilización en la resolución de problemas de la vida cotidiana. – Modelos geométricos en la resolución de problemas relacionados con los otros sentidos. – Reconocimiento de relaciones geométricas en campos ajenos a la clase de matemáticas, como el arte, las ciencias y la vida cotidiana.	Visualización, razonamiento y modelización geométrica – Estrategias para el cálculo de áreas y perímetros de figuras planas en situaciones de la vida cotidiana. – Modelos geométricos en la resolución de problemas relacionados con los otros sentidos. – Elaboración de conjeturas sobre propiedades geométricas utilizando instrumentos de dibujo (compás y transportador de ángulos) y programas de geometría dinámica. – Las ideas y las relaciones geométricas en el arte, las ciencias y la vida cotidiana.

Anexo 2

Descriptores operativos.

Fuente: Decreto 57/2022, del 5 de agosto, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de Educación Primaria en el Principado de Asturias (Consejería de Educación, 2022).

CPSAA: La competencia personal, social y de aprender a aprender implica la capacidad de reflexionar sobre uno mismo para autoconocerse, aceptarse y promover un crecimiento personal constante; gestionar el tiempo y la información eficazmente; colaborar con otros de forma constructiva; mantener la resiliencia; y gestionar el aprendizaje a lo largo de la vida. Incluye también la capacidad de hacer frente a la incertidumbre y a la complejidad; adaptarse a los cambios; aprender a gestionar los procesos metacognitivos; identificar

conductas contrarias a la convivencia y desarrollar estrategias para abordarlas; contribuir al bienestar físico, mental y emocional propio y de las demás personas, desarrollando habilidades para cuidarse a sí mismo y a quienes lo rodean a través de la corresponsabilidad; ser capaz de llevar una vida orientada al futuro; así como expresar empatía y abordar los conflictos en un contexto integrador y de apoyo.

CC: La competencia ciudadana contribuye a que alumnos y alumnas puedan ejercer una ciudadanía responsable y participar plenamente en la vida social y cívica, basándose en la comprensión de los conceptos y las estructuras sociales, económicas, jurídicas y políticas, así como en el conocimiento de los acontecimientos mundiales y el compromiso activo con la sostenibilidad y el logro de una ciudadanía mundial. Incluye la alfabetización cívica, la adopción consciente de los valores propios de una cultura democrática fundada en el respeto a los derechos humanos, la reflexión crítica acerca de los grandes problemas éticos de nuestro tiempo y el desarrollo de un estilo de vida sostenible acorde con los Objetivos de Desarrollo Sostenible planteados en la Agenda 2030.

STEM: La competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería entraña la comprensión del mundo utilizando los métodos científicos, el pensamiento y representación matemáticos, la tecnología y los métodos de la ingeniería para transformar el entorno de forma comprometida, responsable y sostenible. La competencia matemática permite desarrollar y aplicar la perspectiva y el razonamiento matemáticos con el fin de resolver diversos problemas en diferentes contextos. La competencia en ciencia conlleva la comprensión y explicación del entorno natural y social, utilizando un conjunto de conocimientos y metodologías, incluidas la observación y la experimentación, con el fin de plantear preguntas y extraer conclusiones basadas en pruebas para poder interpretar y transformar el mundo natural y el contexto social. La competencia en tecnología e ingeniería comprende la aplicación de los conocimientos y metodologías propios de las ciencias para transformar nuestra sociedad de acuerdo con las necesidades o deseos de las personas en un marco de seguridad, responsabilidad y sostenibilidad.

CCL: La competencia en comunicación lingüística supone interactuar de forma oral, escrita, signada o multimodal de manera coherente y adecuada en diferentes ámbitos y contextos y con diferentes propósitos comunicativos. Implica movilizar, de manera consciente, el conjunto de conocimientos, destrezas y actitudes que permiten comprender, interpretar y valorar críticamente mensajes orales, escritos, signados o multimodales evitando los riesgos de manipulación y desinformación, así como comunicarse eficazmente con otras personas de manera cooperativa, creativa, ética y respetuosa. La competencia en comunicación lingüística constituye la base para el pensamiento propio y para la construcción del conocimiento en todos los ámbitos del saber. Por ello, su desarrollo está vinculado a la reflexión explícita acerca del funcionamiento de la lengua en los géneros discursivos específicos de cada área de conocimiento, así como a los usos de la oralidad, la escritura o la signación para pensar y para aprender. Por último, hace posible apreciar la dimensión estética del lenguaje y disfrutar de la cultura literaria.

Anexo 3

Rúbrica del docente para el seguimiento y observación de las sesiones.

	EXCELENTE	BIEN	ADECUADO	INADECUADO
Participación	Muestra interés. Hace preguntas, participa activamente y se ofrece como voluntario en numerosas ocasiones.	Muestra interés y participa.	No muestra interés y participa sólo si se le pide.	No muestra interés y no participa en ninguna ocasión.
Responsabilidad	Es responsable con sus tareas y se asegura de que todo el grupo cumple con sus obligaciones como parte del equipo.	Es responsable con sus tareas individuales y con sus tareas como parte del grupo.	Apenas es responsable por sus tareas y por su trabajo dentro de los equipos.	No es responsable por sus tareas, ya sean individuales o colectivas.
Actitud y comportamiento	Respeto los tiempos de habla de cada uno. Levanta la mano y respeta las diferentes opiniones.	Es respetuoso y no molesta a los demás.	En ocasiones no es respetuoso y molesta a los compañeros y al docente.	No respeta y molesta continuamente durante la sesión.
Trabajo en equipo	Ayuda a los compañeros. Acepta las correcciones de los demás y las utiliza para mejorar su	Ayuda a los compañeros. Escucha las correcciones y las acepta, pero no las emplea para	Escucha las demás opiniones, pero no las respeta. Se siente parte del grupo.	No respeta ni escucha las opiniones de sus compañeros. No se siente parte del grupo, lo que dificulta el

	trabajo. Se siente parte del grupo y trabaja para el buen funcionamiento de este.	mejorar su trabajo. Se siente parte del grupo.		desempeño de su equipo y del resto de equipos.
--	---	--	--	--

Anexo 4

Rúbrica de evaluación entre iguales para la elaboración de los mapas del tesoro.

	SÍ	NO
CONTENIDO		
1. El mapa presenta al menos 3 o 4 actividades.		
2. Las actividades propuestas son interesantes.		
3. Las actividades presentan un grado de dificultad adecuado para el nivel.		
PRESENTACIÓN		
1. El mapa se presenta de forma limpia y ordenada.		
2. El mapa tiene un diseño atractivo.		
3. El mapa presenta claramente el camino a seguir para llegar a la meta.		