



Universidad de Oviedo

ESTUDIO DEL PROCESO  $WZ$  CON 3 LEPTONES  
UTILIZANDO DATOS DE CMS DEL CERN

Raúl Blázquez Bullón

Supervisado por: Bárbara Álvarez González y Carlos Vico Villalba

UNIVERSIDAD DE OVIEDO

Facultad de Ciencias

Grado en Física

Julio de 2023

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos	1
1.2. Estructura del trabajo	2
<b>2. El Modelo Estándar y el proceso WZ</b>	<b>4</b>
2.1. El Modelo Estándar	4
2.2. El proceso WZ	6
2.3. Más allá del ME	7
<b>3. El LHC y el experimento CMS</b>	<b>9</b>
3.1. Large Hadron Collider	10
3.2. El experimento CMS	11
3.2.1. Sistema de coordenadas	12
3.2.2. Subdetectores de CMS	14
<b>4. Reconstrucción y simulación de partículas</b>	<b>18</b>
4.1. El algoritmo Particle Flow	18
4.1.1. Reconstrucción de muones	19
4.1.2. Reconstrucción de electrones	20
4.1.3. Reconstrucción de jets	20
4.1.4. Momento transverso faltante	20
4.2. Simulación de sucesos	21
<b>5. Métodos estadísticos y ajuste de máxima verosimilitud</b>	<b>23</b>
5.1. Introducción a la inferencia estadística	23

5.2. Estimación por intervalo . . . . .	27
5.3. Contrastes de hipótesis . . . . .	28
5.3.1. Test de razón de verosimilitudes . . . . .	30
5.4. Ajuste de máxima verosimilitud . . . . .	31
<b>6. Estudio del proceso WZ</b>	<b>34</b>
6.1. Señal y fondo . . . . .	34
6.1.1. Región de señal y de control . . . . .	34
6.1.2. Fondos principales . . . . .	36
6.2. Incertidumbres estadísticas y sistemáticas . . . . .	38
6.3. Resultados pre-optimización . . . . .	39
6.4. Optimización del tamaño del bin . . . . .	41
<b>7. Resultados y conclusiones</b>	<b>44</b>
7.1. Sección eficaz del proceso WZ . . . . .	44
7.2. Sección eficaz del proceso WZ para cada estado final leptónico . . . . .	47
7.3. Conclusiones . . . . .	51
<b>Referencias</b>	<b>53</b>
<b>A. Estadísticos pivote habituales</b>	<b>55</b>
<b>B. Distribuciones de los observables para varios cuantiles</b>	<b>56</b>

# Capítulo 1

## Introducción

El estudio de las partículas fundamentales y sus interacciones tiene una relevancia especial en física de partículas. Comprender las interacciones entre las partículas nos permite tener un mejor entendimiento de la materia y las fuerzas fundamentales que rigen la naturaleza. En este contexto, la interacción débil tiene un papel muy importante en procesos como las desintegraciones  $\beta$  en los núcleos o las desintegraciones en neutrinos.

El proceso WZ, en el que se produce un bosón W y un bosón Z en colisiones de partículas, es excelente para investigar la fuerza débil y los fenómenos que están asociados a ella. El estudio de este proceso nos ayuda a entender más profundamente la fuerza débil y las interacciones de los bosones W y Z.

Sin embargo, la importancia de estudiar el proceso WZ no se reduce solamente a poner a prueba el Modelo Estándar. Nos da la oportunidad de buscar nueva física, como acoplamientos anómalos o partículas no pertenecientes al Modelo Estándar.

En esta memoria vamos a estudiar el proceso WZ cuyo estado final está compuesto por tres leptones usando datos del experimento CMS del CERN, investigando la producción y los canales de desintegración de este proceso.

### 1.1. Objetivos

El principal objetivo de este trabajo es medir la sección eficaz del proceso WZ con su incertidumbre, así como estudiar un procedimiento que permita disminuir todo lo posible dicha incertidumbre en la medida.

Igualmente, buscamos entender cómo funciona un acelerador de partículas, en este caso el

LHC, y cuáles son sus propiedades más importantes, así como también estudiar el detector CMS atendiendo al sistema de coordenadas que se usa en él y los subdetectores que lo componen. Asimismo, pretendemos estudiar cómo se reconstruyen partículas y trayectorias en CMS para posteriormente usarlas en los análisis como objetos matemáticos.

Por último, una parte importante de esta memoria se basa en comprender el ajuste máxima verosimilitud que se usa en física de partículas y aplicarlo a nuestro caso de estudio. En esta línea, nos interesa conocer las principales fuentes de incertidumbre del experimento y cómo se relacionan con la sección eficaz del proceso WZ.

## 1.2. Estructura del trabajo

En el Capítulo §2 damos una breve introducción al Modelo Estándar, resumiendo las propiedades más importantes de las partículas que lo conforman. Además, incluimos una descripción del proceso WZ y una lista de fenómenos físicos que el Modelo Estándar no describe.

En el Capítulo §3 describimos el acelerador de partículas LHC y el detector CMS. En el detector CMS tratamos de explicar el sistema de coordenadas que se usa y de dar una descripción de sus principales subdetectores.

En el Capítulo §4 introducimos el algoritmo Particle Flow con el cual se reconstruyen los estados finales de los sucesos que se han medido en CMS, haciendo que pasemos de los resultados físicos de una colisión a objetos que podemos tratar matemáticamente. Igualmente, en este capítulo proporcionamos una descripción de las simulaciones que se usan para el estudio de los productos de una desintegración.

En el Capítulo §5 introducimos de manera general la inferencia estadística, proporcionando una descripción de la estimación máximo verosímil, de la estimación por intervalo y de los tests de hipótesis, en particular del test de razón de verosimilitudes. Al final de este capítulo tratamos el ajuste de máxima verosimilitud que tiene un uso muy extendido en el ámbito de la física de partículas, y que nosotros vamos a utilizar.

En el Capítulo §6 estudiamos las regiones de señal y control que vamos a emplear para medir la sección eficaz del proceso WZ, además de dar una descripción de los sucesos de fondo que van a aparecer en nuestro análisis. También proporcionamos una lista de las incertidumbres estadísticas y sistemáticas que vamos a considerar. Seguidamente, damos los

primeros resultados de la sección eficaz junto con su incertidumbre inicial para un conjunto de pseudo-datos (Asimov). Cerramos este capítulo dando un procedimiento para minimizar las incertidumbres asociadas al ajuste de máxima verosimilitud, que reduce ligeramente el valor de las primeras incertidumbres que mencionamos antes.

Por último, en el Capítulo §7 presentamos los resultados de la medida de la sección eficaz, primero para todos los canales de desintegración ( $eee$ ,  $ee\mu$ ,  $\mu\mu e$ ,  $\mu\mu\mu$ ) y después para cada uno de ellos por separado.

# Capítulo 2

## El Modelo Estándar y el proceso WZ

En este capítulo vamos a introducir brevemente el marco teórico en el que se describen las partículas elementales y las fuerzas fundamentales por las que estas partículas interactúan, el Modelo Estándar (ME), centrándonos en el proceso WZ en particular y hablaremos brevemente de algunos fenómenos que el ME no describe.

### 2.1. El Modelo Estándar

El ME es una teoría cuántica de campos que describe con precisión tres de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza: la fuerza electromagnética, débil y fuerte. Fue desarrollada en el siglo XX y consiste de un conjunto de partículas elementales que podemos dividir en dos grupos según si su spin es un número fraccionario ( $1/2$ ) o entero ( $0$  o  $1$ ), es decir, en fermiones y bosones. Los primeros son las partículas que conforman la materia bariónica y los segundos son las partículas que median las interacciones entre los fermiones. En la Figura 2.1 podemos observar un resumen de las partículas del ME y algunas de sus propiedades más relevantes (carga, masa y spin).

Los fermiones se dividen a su vez en quarks y leptones, dependiendo de si tienen carga de color (quark) o no (leptón). A su vez, tanto los quarks como los leptones se dividen en tres generaciones. La principal diferencia entre las generaciones es la masa de los fermiones, al ir avanzando en la generación la masa de los fermiones aumenta. Por lo tanto, los fermiones de la segunda y tercera generación son más inestables y poseen unas vidas medias muy cortas.

Dentro de los quarks, encontramos una subdivisión en función de la carga eléctrica que posean:  $+2/3$  o  $-1/3$  (en unidades de la carga del electrón). Los quarks con carga  $+2/3$

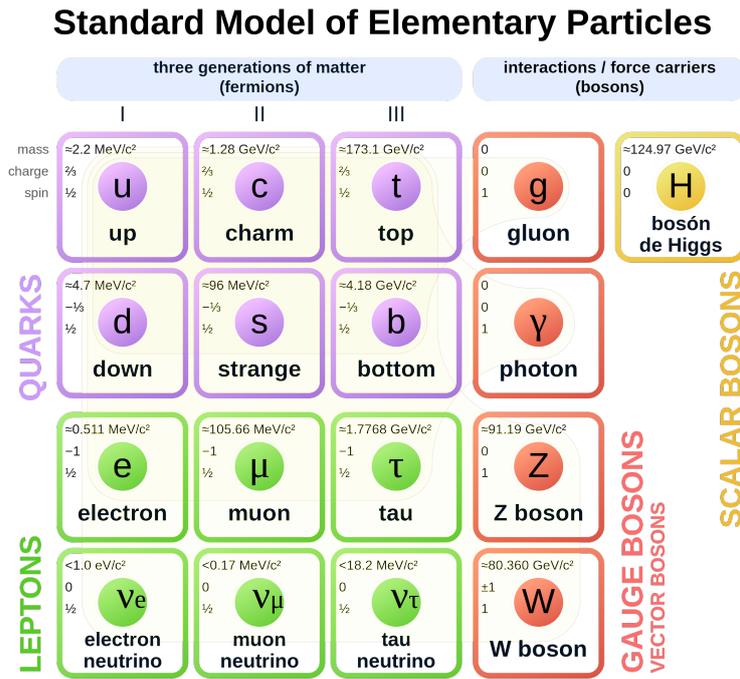


Figura 2.1: Partículas del ME. Esta imagen es de uso libre y puede encontrarse en [17].

son el up, charm y top, siendo este último la partícula más masiva del ME con una masa de aproximadamente  $173 \text{ GeV}/c^2$ , mientras que los quarks con carga eléctrica  $-1/3$  son el down, strange y bottom.

En lo que respecta a los leptones tenemos también una subdivisión en función de la carga:  $-1$  o neutros. Dentro de los leptones cargados tenemos el electrón, muón y  $\tau$ , mientras que los leptones neutros son los neutrinos  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  y  $\nu_\tau$ , cada uno asociado a un leptón cargado distinto. El leptón  $\tau$  es el más masivo de todos ellos, con una masa de  $1.78 \text{ GeV}/c^2$ , mientras que los neutrinos tienen una masa muy pequeña y además interactúan muy poco con la materia. Tanto es así, que estas partículas escapan del detector CMS sin ser registradas y la única forma que tenemos de detectarlas es inferir su aparición en una colisión aplicando la conservación del momento. En esta memoria prestaremos especial atención a los electrones y muones, puesto que los leptones  $\tau$  tienen una vida media muy corta y, aunque pueden aparecer en el estado final del proceso  $WZ$ <sup>1</sup>, no los vamos a considerar en nuestro análisis

<sup>1</sup>De hecho, la desintegración del bosón W en un leptón  $\tau$  ocurre un tercio de las veces en las que el bosón

puesto que son más difíciles de reconstruir que los electrones y muones.

En cuanto a los bosones, encontramos 5 partículas mediadoras distintas. En primer lugar, el gluón es la partícula mediadora de la fuerza fuerte que solo afecta a los quarks y a los propios gluones. El hecho de que los gluones posean carga de color hace que la fuerza fuerte tenga un alcance muy corto, de aproximadamente 1 fm. Además, tiene masa nula, carga eléctrica neutra y spin 1. En segundo lugar encontramos el fotón, que es la partícula mediadora de la interacción electromagnética. Esta partícula tiene también masa nula, carga neutra y spin 1. En este caso, al ser una partícula neutra, no interacciona consigo misma haciendo que su alcance sea infinito.

En tercer lugar encontramos los bosones que median la interacción débil, los bosones W y Z. El bosón W posee una masa de unos  $80 \text{ GeV}/c^2$ , spin 1 y puede tener carga +1 o -1, mientras que el bosón Z tiene una masa de  $91 \text{ GeV}/c^2$  aproximadamente, spin 1 y carga neutra. Todos los fermiones están sometidos a la interacción débil y esta también es la responsable de la desintegración  $\beta$  de los núcleos. Debido a que los bosones W y Z tienen una masa elevada, sus vidas medias son muy cortas.

Por último, el bosón de Higgs es la partícula que proporciona masa al resto de partículas. Tiene una masa de unos  $125 \text{ GeV}/c^2$ , carga neutra y spin 0.

## 2.2. El proceso WZ

El proceso WZ fue observado por primera vez en el acelerador TEVATRON con una energía centro de masas de  $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$  [1] en el año 2007. Desde entonces, en el LHC se han medido las propiedades de este fenómeno a medida que la energía centro de masas aumentaba.

Denominamos proceso WZ a la producción de un bosón W y un bosón Z en una colisión de partículas. Es un proceso interesante de estudiar puesto que pueden aparecer acoplamientos anómalos como el triple gauge coupling (TGC) de WWZ, esto es, la interacción entre dos bosones W y un bosón Z. Este triple gauge coupling es de especial relevancia en la física más

---

W se desintegra en leptones debido a la universalidad leptónica.

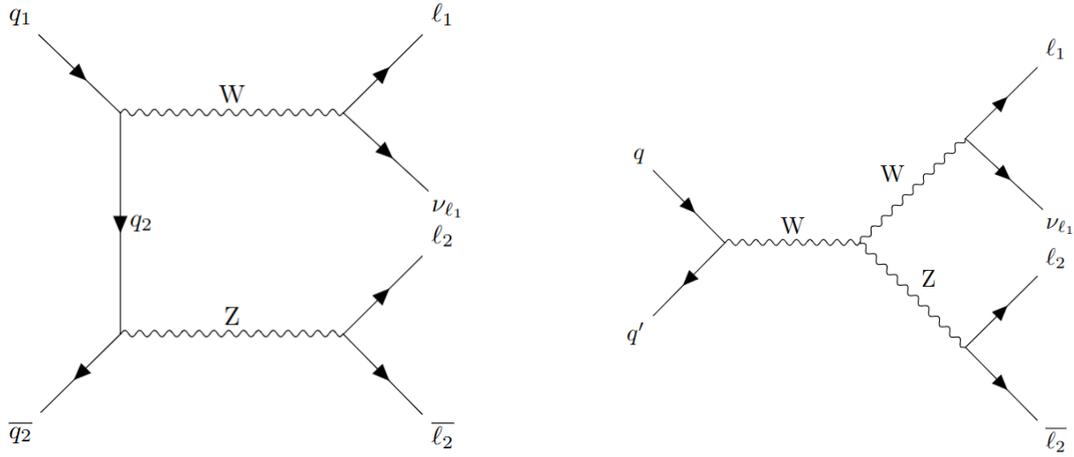


Figura 2.2: Diagramas de Feynman del proceso WZ. A la izquierda el proceso WZ. A la derecha el proceso WZ con TGC.

allá del ME [8]. Además, el proceso WZ nos sirve para poner a prueba el sector electrodébil del ME y estudiar la violación de la simetría CP (conjugación de carga y paridad). En la Figura 2.2 vemos posibles diagramas de Feynman del proceso WZ con tres leptones en el estado final.

Como uno de los puntos principales de esta memoria es medir la sección eficaz del proceso WZ vamos a introducir el concepto de fuerza de señal, que no es otra cosa que el cociente entre la sección eficaz medida y la sección eficaz esperada por el ME:

$$\mu_{\text{WZ}} \equiv r_{\text{WZ}} = \frac{\sigma_{\text{WZ}}}{\sigma_{\text{WZ}}^{\text{ME}}}.$$

Mediremos  $\mu_{\text{WZ}}$  y para obtener un valor para  $\sigma_{\text{WZ}}$  solo tenemos que multiplicar por [13]:

$$\sigma_{\text{WZ}}^{\text{ME}} = 54.2776 \text{ fb.}$$

### 2.3. Más allá del ME

El ME describe con mucha precisión una gran cantidad de procesos de la naturaleza, sin embargo deja algunos fenómenos físicos sin explicar.

- El ME describe satisfactoriamente las interacciones electromagnética, débil y fuerte, mientras que no incluye una descripción de la interacción gravitatoria. Por lo tanto, se espera que el ME falle cuando la interacción gravitatoria afecte de manera significativa

a las partículas, y por lo tanto aparezcan efectos de gravedad cuántica. Esto ocurre al nivel de la energía de Planck:

$$E_P = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1.2 \times 10^{19} \text{ GeV},$$

lo que supone que actualmente sea imposible medir los efectos cuánticos de la gravedad.

- Tanto la materia oscura como la energía oscura no están contempladas en el ME, aunque conforman el 26 % y 69 % del universo (aproximadamente). Es decir, el ME tan solo explica un 5 % de la composición del universo.
- El ME no fija ciertos parámetros que caracterizan a las partículas, como por ejemplo sus masas, y deben ser obtenidos experimentalmente.
- El universo está compuesto en su mayor parte por materia, mientras que la cantidad de antimateria en el mismo es mucho menor. Por lo que al inicio del universo se produjo una asimetría entre materia y antimateria, la cual no predice el ME.

Varios modelos teóricos han intentado dar una explicación a estos fenómenos, como son la teoría de cuerdas y la supersimetría.

# Capítulo 3

## El LHC y el experimento CMS

En la mayoría de los ámbitos de la física es necesaria la validación de los resultados teóricos mediante la experimentación. La física de partículas no es ajena a la realización de experimentos y de hecho requiere de grandes dispositivos experimentales, como son los aceleradores de partículas.

El procedimiento seguido en dichos aceleradores es hacer colisionar partículas cargadas (como colisiones protón-protón) a alta energía y observar los productos obtenidos de las colisiones. A partir de estos productos, buscamos reconstruir los sucesos y así caracterizar el tipo proceso que ha tenido lugar en la colisión.

Las características más importantes de un acelerador de partículas son la energía centro de masas y la luminosidad. La energía centro de masas establece un límite superior para la masa de las partículas que pueden ser creadas en un acelerador de partículas, por lo que nos interesa que esta energía centro de masas sea elevada para producir partículas muy masivas o desconocidas. Por otra parte, la luminosidad de un acelerador controla, en cierta medida, la tasa de colisiones entre las partículas que circulan en él, por lo que también nos interesa que esta cantidad sea elevada para tener una mayor volumen de datos para analizar.

En este contexto, el Large Hadron Collider (LHC) es el acelerador que ha logrado una energía de centro de masas mayor, siendo de 13.6 TeV actualmente. En esta memoria utilizaremos los datos recogidos por uno de los detectores del LHC: Compact Muon Solenoid (CMS).

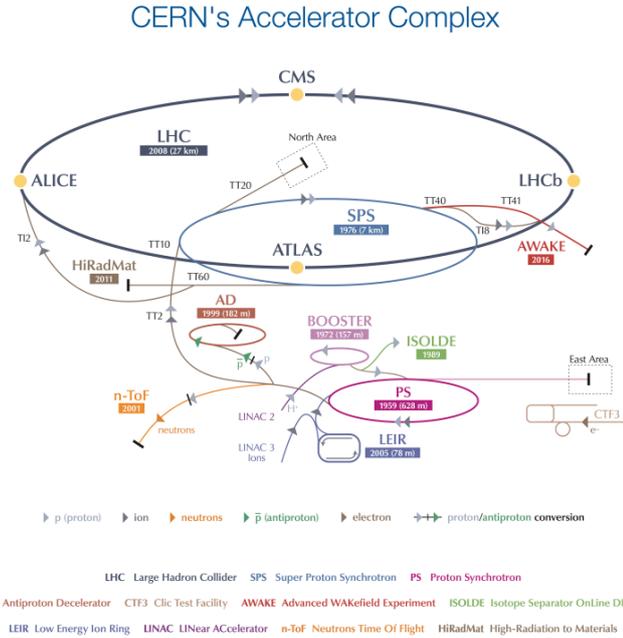


Figura 3.1: Representación del LHC y los principales experimentos a lo largo de su circunferencia. Esta imagen es de uso libre y se encuentra en [14].

### 3.1. Large Hadron Collider

El LHC es un acelerador de partículas circular situado en la frontera de Francia y Suiza, cerca de la ciudad de Ginebra. Está situado a unos 100 metros bajo el suelo y tiene 27 km de circunferencia. Existen cuatro puntos de colisiones a lo largo de la circunferencia del LHC que se corresponden con los siguientes experimentos: A Large Ion Collider Experiment (ALICE), A Toroidal LHC Apparatus (ATLAS), CMS y Large Hadron Collider beauty (LHCb). En la Figura 3.1 podemos ver una representación del sistema de aceleración y colisión. Normalmente, en el LHC se hacen colisionar haces de protones, aunque también pueden darse colisiones de iones más pesados. Nuestro estudio se va a centrar en colisiones protón-protón, por lo que en adelante solo nos referiremos a estas.

Los protones circulan en el LHC en haces formados por paquetes (bunches) que contienen alrededor de  $10^{11}$  protones. Para que la colisión se produzca, los haces se curvan mediante el uso de campos magnéticos para así acelerarlos y dirigirlos a un punto de colisión.

Como habíamos adelantado, en un acelerador existen dos parámetros fundamentales: la energía centro de masas y la luminosidad. La energía centro de masas puede calcularse usando los 4-momentos de los protones que van a ser colisionados. Normalmente, denotamos a esta

cantidad como  $\sqrt{s} = \sqrt{(p_1 + p_2)^2}$ , siendo  $p_1, p_2$  los mencionados 4-momentos. Inicialmente, el LHC está diseñado para conseguir  $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$  aunque hasta el momento se ha conseguido  $\sqrt{s} = 13.6 \text{ TeV}$ , lo que significa que cada haz de protones tiene 6.8 TeV de energía.

Por otra parte, debido a la naturaleza aleatoria de la producción de los sucesos, buscamos que la posibilidad de generar nuevas partículas sea alta para que puedan ser correctamente medidas. Esta posibilidad está cuantificada a través de la luminosidad instantánea, que nos da el número de colisiones por unidad de tiempo y área. Para un proceso físico dado, podemos relacionar la luminosidad instantánea con el número de sucesos producidos  $N$  de dicho proceso y su sección eficaz  $\sigma$  por medio de la siguiente expresión:

$$L_{inst} = \frac{1}{\sigma} \frac{dN}{dt}.$$

Denotando por  $L$  a la luminosidad total integrada:

$$L = \int_0^t L_{inst}(t') dt',$$

podemos obtener la siguiente relación entre la sección eficaz y  $L$ :

$$N = \sigma L.$$

A lo largo de esta memoria, utilizaremos datos correspondientes a una luminosidad integrada de  $L = 29.62 \text{ fb}^{-1}$ , donde  $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^{-2}$ .

Aunque nos interesa que la luminosidad sea alta para que la probabilidad de que ocurra un cierto suceso también sea alta, debemos tener en cuenta lo que se conoce como “pile-up”. Este término hace referencia a la colisión de un gran número de protones, lo que dificulta distinguir y atribuir a las partículas medidas la colisión de la que proceden. Este fenómeno conlleva a la contaminación de la señal.

### 3.2. El experimento CMS

El experimento CMS es un detector diseñado para registrar un gran rango de procesos físicos que ocurren en las colisiones protón-protón. Este detector cilíndrico está construido en torno a un imán solenoidal, el cual genera un campo magnético de unos 4 T. Tiene una longitud de 21.6 m, un diámetro de 14.6 m y un peso total de 12 500 t [6]. Además, está compuesto por una serie de subdetectores y cada uno de ellos está especializado en la detección de uno o varios tipos de partículas.

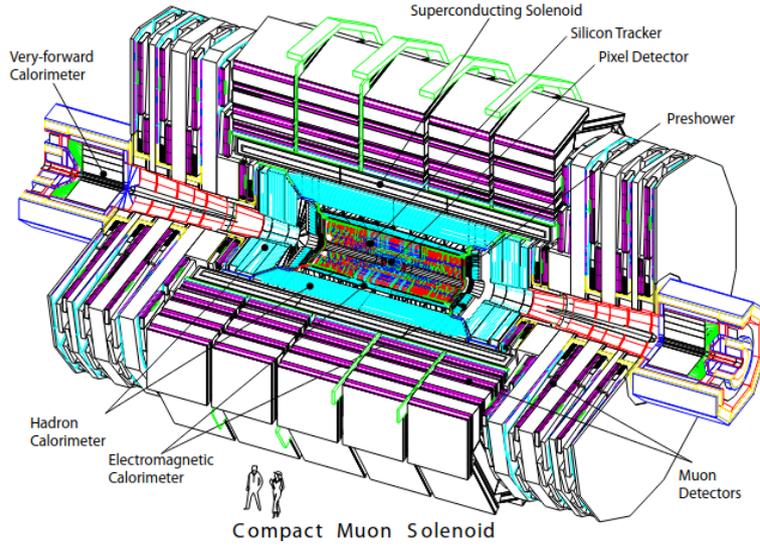


Figura 3.2: Representación esquemática de la vista del experimento CMS. Esta imagen está disponible en [6].

En la Figura 3.2 podemos ver un esquema del detector CMS y sus subdetectores. De dentro hacia fuera, encontramos el detector de trazas (tracker), el calorímetro electromagnético (ECAL), el calorímetro hadrónico (HCAL) y la cámara de muones. Más adelante daremos una descripción detallada de cada uno de estos detectores. Además, podemos dividir el detector en dos partes: las tapas del cilindro (endcaps) y la parte central del cilindro (barrel) con 5 ruedas.

### 3.2.1. Sistema de coordenadas

Puesto que el detector CMS es cilíndrico, vamos a usar un sistema de coordenadas distinto al cartesiano. El origen de dicho sistema es el punto de colisión y alineamos el eje  $Z$  con la dirección del haz. De esta manera, el plano  $XY$  es un corte transversal al detector y por ello denominamos a este plano como plano transverso. La orientación se elige de tal forma que el eje  $X$  apunte al centro de la circunferencia que traza el LHC.

Debido a la simetría que posee el detector CMS, vamos a elegir las coordenadas  $(r, \eta, \phi)$ , donde  $r \in (0, \infty)$  es el radio medido desde el origen en el plano transverso,  $\eta \in (-\infty, \infty)$  es la pseudo-rapidez y  $\phi \in [0, 2\pi)$  es el ángulo azimutal medido con respecto al eje  $X$  en el plano transverso. La pseudo-rapidez está definida en función del ángulo  $\theta \in [0, \pi]$  medido

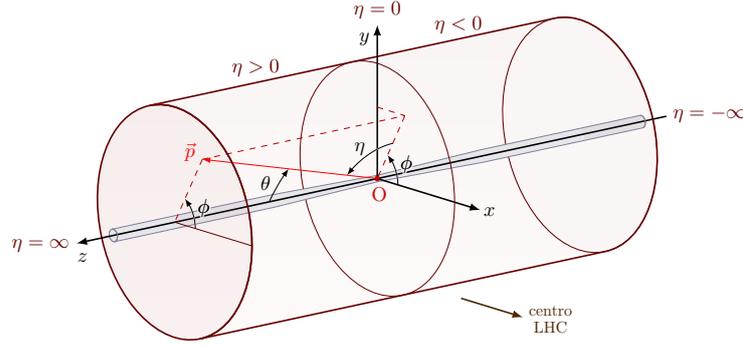


Figura 3.3: Sistema de coordenadas utilizado en el experimento CMS. El código que hemos utilizado para la representación está disponible en [15].

con respecto del eje  $Z$  en el plano  $YZ$ , y tiene la siguiente expresión:

$$\eta = -\ln(\tan(\theta/2)).$$

Con las coordenadas  $(r, \eta, \phi)$  podemos definir el momento transverso  $\vec{p}_T$  como la proyección del vector momento lineal  $\vec{p}$  en el plano transverso. Denotaremos el módulo de este vector como sigue:

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}.$$

En la Figura 3.3 podemos observar el sistema de coordenadas usado en CMS. Debemos notar que el detector solo es sensible a los resultados de las colisiones para valores de  $\eta$  bajos, puesto que cuando  $\eta \rightarrow \pm\infty$  la trayectoria de las partículas se acerca al eje  $Z$ . Por ello normalmente exigiremos ciertas acotaciones sobre el valor de  $\eta$ .

Un procedimiento típico en este tipo de situaciones es utilizar la conservación del momento, en particular la conservación de  $\vec{p}_T$ :

$$\sum_i \vec{p}_T^i = 0,$$

donde el sumatorio en  $i$  se extiende a todas las partículas resultantes de la colisión. Sin embargo, CMS no puede detectar todas las partículas producidas en un choque (por ejemplo, los neutrinos no son detectados de forma directa) y entonces el momento lineal no se conservaría. Es por ello que se introduce el concepto de momento transverso faltante para solventar este desequilibrio en la conservación del momento transverso:

$$\vec{p}_T^{\text{miss}} = -\sum_i \vec{p}_T^i, \quad (3.1)$$

donde el índice  $i$  se extiende a todas las partículas detectadas.

### 3.2.2. Subdetectores de CMS

Vamos a dar una descripción de los subdetectores que componen CMS, siguiendo principalmente [6].

- Detector de trazas. Es el detector más interno de CMS y tiene como objetivo reconstruir la trayectoria de las partículas cargadas resultantes de la colisión. Este subdetector nos permite inferir el vértice de la colisión y también el momento de las partículas cargadas, usando el radio de curvatura de la trayectoria de la partícula. El detector de trazas envuelve el punto de colisión y tiene una longitud de 5.8 m y un diámetro de 2.5 m y está compuesto por el detector de píxeles y de tiras. El detector de trazas puede detectar partículas con una pseudo-rapidez  $|\eta| < 2.5$  y está compuesto por unos 200 m<sup>2</sup> de silicio.

El detector de píxeles es el más cercano al punto de colisión y contiene unos 66 millones de píxeles de silicio, cada uno de ellos con una superficie de 1 m<sup>2</sup> aproximadamente. A su vez, el detector de píxeles está dividido en 4 capas de radios comprendidos entre 4 y 16 cm. Tras este se encuentra el detector de tiras formado por 10 láminas de silicio, 4 en la zona más interna y 6 en la externa. Cuenta con 9.6 millones de tiras de hasta 500 μm de grosor. Cada uno de los detectores está completado por dos endcaps que consisten en 2 discos para el detector de píxeles y 12 discos para el detector de tiras.

Cuando una partícula atraviesa uno de los píxeles o tiras de silicio se ionizan, liberando electrones y que más tarde se detectan en forma de corriente eléctrica, permitiendo la reconstrucción de la trayectoria.

- Calorímetro electromagnético (ECAL). Es un calorímetro homogéneo formado por 61200 cristales de PbWO<sub>4</sub> en la parte central del barrel, y está encerrado por 7324 cristales en cada una de las dos endcaps. El ECAL se encarga de detectar partículas cargadas ligeras como los electrones o los fotones, que depositan su energía en este detector. El material del que están compuestos los cristales actúa como un centellador, provocando que al interactuar las partículas con los cristales se produzcan centelleos que son recogidos por fotomultiplicadores y transformados en corriente eléctrica.

El número de fotones que surgen del centelleo emitido por los cristales y los fotomultiplicadores tienen una dependencia con la temperatura: disminuyen cuando la tempera-

tura aumenta. Es por ello que la temperatura de este detector se debe mantener a unos  $18^{\circ}\text{C}$  para mantener una precisión alta y constante en la detección. En el enfriamiento del ECAL se emplean flujos de agua para estabilizar el detector.

- Calorímetro de hadrones (HCAL). Este detector tiene como objetivo detectar jets de hadrones, que son chorros de partículas que provienen de la hadronización de los quarks y los gluones, puesto que estos no pueden existir en libertad fuera del núcleo debido al confinamiento de la fuerza fuerte. Además, una de las propiedades más importantes del HCAL es la hermeticidad, puesto que para poder hallar el valor  $\vec{p}_T^{\text{miss}}$  no podemos permitir que las partículas que interactúan lo suficiente con el HCAL escapen de él. Los jets que llegan hasta el HCAL han depositado energía tanto en el tracker como en el ECAL, por lo que podemos reconstruir la trayectoria del jet.

Está compuesto por una serie de capas de centelladores intercaladas con placas de latón. Las partículas interactúan con el latón (que tiene una densidad alta), provocando que se produzcan partículas secundarias que a su vez continúan viajando por las capas. De esta forma se generan cascadas de partículas, que llegan a los centelladores produciendo luz. Esta luz se absorbe por fibras ópticas y es finalmente la señal que medimos.

El HCAL está dividido en cuatro partes:

- (1) Hadron barrel: esta zona corresponde a  $|\eta| < 1.3$ .
  - (2) Hadron outer: esta es una capa añadida al hadron barrel para asegurar que ninguna partícula escapa, mejorando la precisión de la medida de  $\vec{p}_T^{\text{miss}}$ .
  - (3) Hadron endcap: cubre la zona correspondiente a  $1.3 < |\eta| < 3$ .
  - (4) Hadron forward: es la pieza más alejada del centro de la colisión y cubre la región  $3 < |\eta| < 5$ .
- Cámaras de muones. Es el detector más externo y en principio solo llegan hasta ellas los muones y los neutrinos, y su función es detectar los muones. Estas partículas interactúan poco con los detectores anteriores y los atraviesan sin problemas, dejando trazas tan solo en el tracker. Las cámaras de muones están formadas por tres componentes: Drift Tubes (DT), Cathode Strip Chambers (CSC) y Resistive Plate Chambers (RPC). En primer lugar, los DT se sitúan en el barrel cubriendo la zona de  $|\eta| < 1.2$  y

se dividen en 4 estaciones diferentes. En cada una de estas estaciones hay una serie de celdas de aluminio con gas en su interior que se ioniza al atravesarlo los muones. Esta ionización produce una corriente eléctrica haciendo que los podamos detectar.

En segundo lugar, las CSC están formados por un conjunto de tiras de cobre cargadas negativamente (cátodo) y por unos cables que cruzan a las tiras perpendicularmente, cargados positivamente (ánodo). Se sitúan en la zona de  $0.9 < |\eta| < 2.4$ .

Por último, las RPC están formadas por dos placas de cargas opuestas que contienen un gas. Cuando los muones atraviesan las RPC se produce una cascada de electrones en el gas, lo que conlleva una corriente eléctrica y que finalmente detectemos los muones. Este componente se usa principalmente como trigger para decidir si se almacena la colisión o no. Cubren la región  $|\eta| < 1.9$ .

En la Figura 3.4 podemos observar un esquema de las trayectorias de diferentes partículas y los subdetectores de CMS.

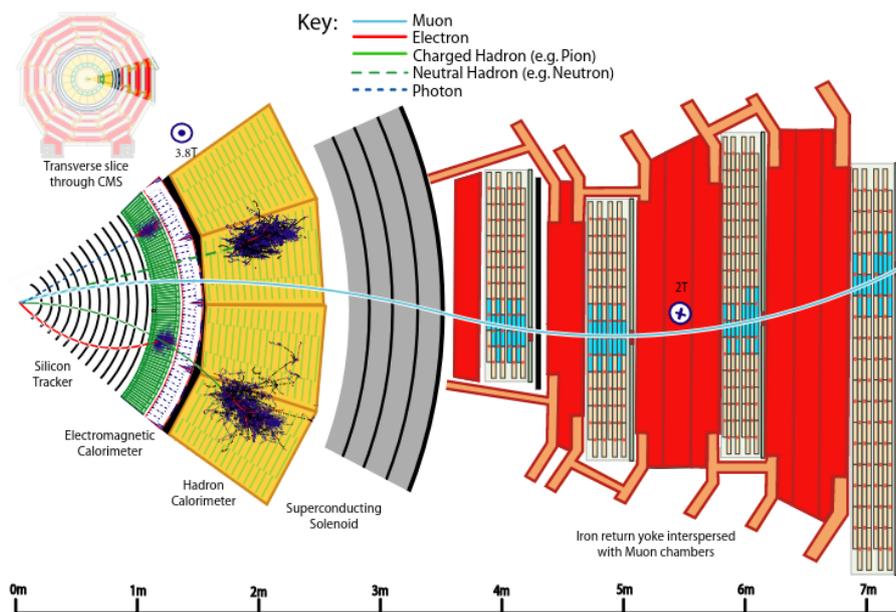


Figura 3.4: Esquema de los subdetectores de CMS. Esta imagen fue tomada de [7].

Para terminar con la descripción de CMS, vamos a hablar del trigger. Este componente se encarga de seleccionar los procesos que son más interesantes. Esto es debido a que los haces de una colisión se cruzan cada 25 ns, que se corresponde con una frecuencia de 40 MHz, lo que hace que nos sea imposible almacenar todas las colisiones. El trigger reduce en gran

medida esta frecuencia de recogida de datos y se realiza en dos pasos llamados Level-1 (L1) Trigger y High-Level Trigger (HLT). El L1 está formado por un hardware diseñado para tomar una decisión rápida sobre si almacenar la colisión o no y además solo toma datos de las cámaras de muones y los calorímetros. Con este trigger conseguimos reducir la frecuencia de adquisición de datos a 30 kHz. Por otro lado, el HLT es un software que usa una granja de ordenadores comerciales para reconstruir los sucesos y reduce la frecuencia de adquisición de datos a 1 kHz.

# Capítulo 4

## Reconstrucción y simulación de partículas

Una vez se han obtenido los datos proporcionados por el detector CMS, es necesario identificar cada una de las partículas que se han producido en el estado final de la colisión y reconstruir su comportamiento. La reconstrucción de sucesos tiene como objetivo identificar los productos de las colisiones y medir sus propiedades, para así obtener finalmente un observable físico a partir de las respuestas eléctricas que recibíamos de los subdetectores de CMS que hemos mencionado en la Sección §3.2.2. El algoritmo Particle Flow (PF) realiza esta tarea.

Además, dado que en una colisión debemos inferir el proceso que ha ocurrido a partir del estado final, es necesario hacer uso de simulaciones de Monte Carlo para validar nuestras observaciones experimentales usando la teoría y para ver la eficiencia del detector CMS.

### 4.1. El algoritmo Particle Flow

El algoritmo PF [7] combina la información de los subdetectores de CMS para reconstruir las partículas, que pueden ser fotones, hadrones, electrones y muones. Así, después de esto se pueden reconstruir jets o calcular el momento transverso faltante. El algoritmo recibe las señales eléctricas y deposiciones de energía que se han registrado en los calorímetros.

La primera tarea del algoritmo es estudiar las trazas que las partículas cargadas han dejado en el tracker. Para la selección, se usa un criterio estricto y aquellas señales candidatas que superen el criterio se denominan semillas. A partir de estas semillas, se analizan señales

cercanas y más tarde se van añadiendo nuevos puntos a las trayectorias con criterios más relajados. El mismo procedimiento se sigue a la hora de reconstruir las trayectorias de los muones.

Los siguientes subdetectores que usa el algoritmo PF son los calorímetros. En ellos, las partículas que los atraviesan (y que son detectadas en los calorímetros) depositan su energía, buscando las zonas donde este depósito de energía es mayor. A partir de estas zonas, se buscan otras señales eléctricas para que sean añadidas.

En cuanto a la reconstrucción del vértice primario (el punto donde tuvo lugar la colisión inicial), un problema relevante es el pile-up. La alta luminosidad del LHC tiene como consecuencia la colisión simultánea de protones, provocando que sea necesario separar las colisiones que son de interés de las que no lo son.

Conocer el vértice primario es importante en nuestro análisis porque nos ayuda a diferenciar la partícula que se ha desintegrado.

#### 4.1.1. Reconstrucción de muones

La reconstrucción de muones es la más sencilla de todas, puesto que dejan trazas en el tracker y son las únicas partículas que atraviesan CMS hasta llegar a las cámaras de muones. Se dividen en tres tipos:

- Muón standalone: se reconstruye a partir de los impactos en los DT y las CSC.
- Muón global: cada muón standalone se empareja con una traza procedente del tracker si al extender las trayectorias de las trazas de ambos muones obtenemos que son compatibles.
- Muón tracker: si una traza procedente del tracker verifica que  $p_T > 0.5 \text{ GeV}$  y  $p > 2.5 \text{ GeV}$ , se extrapola su trayectoria a la cámara de muones para ver si coincide con algún impacto de la cámara de muones.

Mediante el algoritmo PF se define el aislamiento de los leptones respecto de otras partículas alrededor de la zona donde se reconstruye la trayectoria, y así podemos distinguir leptones que se han formado al principio de la colisión de los leptones que acompañan a jets.

La expresión del aislamiento relativo es:

$$I_{\text{PF}} = \frac{1}{p_{\text{T}}} \left( \sum_{h^{\pm}} p_{\text{T}}^{h^{\pm}} + \sum_{\gamma} p_{\text{T}}^{\gamma} + \sum_{h^0} p_{\text{T}}^{h^0} \right),$$

donde las sumas se extienden a  $h^{\pm}, \gamma, h^0$  (hadrones cargados, fotones y hadrones neutros respectivamente) dentro de un cono  $\Delta R = \sqrt{(\Delta\phi)^2 + (\Delta\eta)^2}$ , alrededor del momento transverso del muón.

#### 4.1.2. Reconstrucción de electrones

Los electrones, además de dejar trazas en el tracker, depositan su energía en el ECAL donde se detienen. Debido a que el tracker tiene un espesor considerable, la mayoría de electrones emiten una buena parte de su energía a través del bremsstrahlung antes de llegar al ECAL. Por lo tanto, es necesario medir tanto la energía los fotones del bremsstrahlung como la energía del electrón en el ECAL. Esto hace que identificar electrones sea más complicado que identificar muones.

Para los electrones usamos un criterio de aislamiento similar al que vimos para muones y además se definen variables que tratan de clasificar el origen de cada electrón.

#### 4.1.3. Reconstrucción de jets

Como vimos en el Capítulo §2, los jets son chorros de partículas que provienen de la hadronización de los quarks y los gluones. Estos jets pueden tener carga o ser neutros. Dentro de los jets se agrupan los hadrones que impactaron en el HCAL o en el ECAL.

La reconstrucción de jets se realiza después de la reconstrucción de muones y electrones, por lo tanto las trazas que quedan por identificar estarán asociadas a jets y las tendremos que relacionar con las deposiciones de energía.

Cuando se ha identificado el origen de cada jet, se usa el algoritmo anti- $k_{\text{T}}$  para calcular el momento transverso de cada jet que utiliza un cono  $\Delta R$ , de manera similar a cuando vimos el aislamiento de los muones.

#### 4.1.4. Momento transverso faltante

Definimos el momento transverso faltante en la Ecuación (3.1) como el desequilibrio que ocasiona no haber medido alguna partícula del estado final de una colisión, bien porque

esta sea invisible al detector (como son los neutrinos) o bien porque la partícula escapó del detector sin ser detectada. Recordamos su expresión matemática, que viene dada por el módulo del siguiente vector:

$$\vec{p}_T^{\text{miss}} = - \sum_i \vec{p}_T^i,$$

donde el índice  $i$  se extiende a todas las partículas detectadas.

## 4.2. Simulación de sucesos

Debido a que en física de partículas tan solo conocemos el estado final de una cierta colisión, debemos inferir el proceso que se ha dado para obtener dicho estado final. Esto implica que muchas veces aparezcan estados finales iguales o muy similares al que estamos interesados en estudiar pero su origen es de un proceso diferente. Debemos tener en cuenta que en muchas ocasiones no podemos distinguir un cierto proceso de otro solamente en base al estado final, o puede que incluso no hayamos detectado una cierta partícula en una desintegración y confundamos el suceso.

Es por ello que solamente con la obtención de datos experimentales no podemos obtener resultados y es entonces cuando recurrimos a la simulación de sucesos mediante el método de Monte Carlo. Además, estas simulaciones se usan también para analizar la eficiencia de nuestro detector a la hora de detectar partículas y reconstruirlas.

Las simulaciones se basan en tres partes: la generación, la interacción y la reconstrucción. En la generación, se simulan las partículas producidas en las colisiones usando las secciones eficaces de los procesos que intervienen. Tras esto, se simula la interacción de las partículas y los productos del estado final. Por último, se simula el paso de las partículas por el detector.

Ya que el marco teórico del ME es una teoría cuántica de campos perturbativa (por ejemplo, QCD) los programas que se usan para la simulación de sucesos (generadores) pueden realizar cálculos para distintos órdenes de perturbación, como por ejemplo a orden principal (leading order, LO) o el siguiente orden (next-to leading order, NLO). Estos generadores pueden ser MADGRAPH [3] o POWHEG [12], que consiguen simulaciones a LO y NLO. En lo que respecta a la simulación de la interacción entre partones (cada uno de los constituyentes de un hadrón) o las cascadas de partones en los estados inicial y final se utiliza PYTHIA [16], mientras que para simular el efecto del detector se usa GEANT4 [2] que tiene en cuenta todas las características, materiales y geometría del detector.

Como la cantidad de sucesos simulados es mayor que la cantidad de datos medidos, debemos reescalar las simulaciones al número real de datos utilizando pesos. De esta forma, podemos tener una cantidad suficiente de simulaciones y así tener en cuenta todas las posibilidades que pueden suceder en la recogida de datos.

# Capítulo 5

## Métodos estadísticos y ajuste de máxima verosimilitud

En este capítulo introduciremos varios conceptos de la inferencia estadística que son de gran importancia en la física de partículas. Vamos a darle un enfoque práctico para poder usar estas herramientas en los capítulos posteriores.

En primer lugar, presentamos varias definiciones básicas de la estadística (como puede ser variable aleatoria o función de distribución) para luego pasar al método de máxima verosimilitud. En segundo lugar, introducimos el cálculo de intervalos de confianza (entendidos como el error estadístico asociado a una medida). En tercer lugar, damos una breve descripción de contrastes de hipótesis y terminamos aplicando lo anterior a un ajuste de máxima verosimilitud. A lo largo de este capítulo seguiremos las ideas expuestas en [9].

### 5.1. Introducción a la inferencia estadística

Uno de los conceptos fundamentales dentro de la probabilidad y la estadística es el de espacio muestral que no es otra cosa que el conjunto de todos los posibles resultados de un cierto experimento, que de ahora en adelante lo denotaremos por  $\Omega$ . Por ejemplo, en el caso de querer estudiar el lanzamiento de una moneda tendríamos que  $\Omega = \{\text{cara, cruz}\}$ .

Ahora bien, a nosotros nos gustaría conocer el comportamiento del experimento, es decir, con qué frecuencia sucede cierto resultado en dicho experimento. Entonces introducimos la noción de variable aleatoria, una variable que toma un valor numérico en cada valor de  $\Omega$ .

En el ejemplo de la moneda, una variable aleatoria sería la siguiente:

$$X : \Omega \longrightarrow \{0, 1\}$$

$$\omega \longmapsto X(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{si } \omega = \text{cara,} \\ 1, & \text{si } \omega = \text{cruz.} \end{cases}$$

Entonces podemos describir la variable aleatoria como

$X \equiv$  “el resultado del experimento lanzar una moneda ha sido cruz”.

Observamos que claramente esta variable aleatoria es discreta (toma un número numerable de valores). Otro tipo de variable aleatoria es la variable continua, que toma un número infinito (y no numerable) de valores, como puede ser la altura en centímetros de una cierta población.

A la hora de hallar la probabilidad, debemos distinguir el tipo de variable aleatoria:

- Discreta: llamamos función de masa de probabilidad a la probabilidad  $P(X = x_k)$ , para cada valor  $x_k$  que toma la variable  $X$ , con  $k \in \mathbb{N}$ . Por otra parte, la función de distribución se define como:

$$F(x_k) = P(X \leq x_k) = \sum_{i|x_i \leq x_k} P(X = x_i).$$

- Continua: en este caso la función de distribución de la variable  $X$  viene determinada por la función de densidad  $f$ , que está relacionada con  $F$  como sigue:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x') dx'.$$

Podemos introducir ahora el concepto de cuantil de orden  $\alpha$ , con  $\alpha \in [0, 1]$ , que verifica:

$$F(x_\alpha) = \alpha \Leftrightarrow x_\alpha = F^{-1}(\alpha).$$

Un concepto importante es el de muestra aleatoria simple a partir de una variable  $X$ , que es una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas  $\vec{X} = (X_1, \dots, X_n)$ , donde por independencia entendemos que  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$  para dos sucesos  $A, B$ .

Es en este contexto donde aparece la inferencia estadística. Generalmente, estamos interesados en inferir propiedades de una población a partir de una muestra dada. Por ejemplo,

supongamos que tenemos una muestra  $\vec{X} = (X_1, \dots, X_n)$  a partir de una variable  $X$  que sigue una distribución normal de media  $\mu$  desconocida y que queremos estimar esta media. Un procedimiento razonable es usar la media muestral  $\bar{X}$  como estimador de la media, pero no es el único, puesto que la mediana (cuantil de orden 0.5) también es un estimador de  $\mu$ . Uno de los principales intereses de usar la media muestral por encima de otros estimadores es debido a que  $\bar{X}$  es el estimador máximo verosímil<sup>1</sup> de  $\mu$ .

La estimación máximo verosímil se usa en el contexto de inferencia paramétrica, es decir, consideramos una variable aleatoria que depende de un cierto número de parámetros  $\theta \in \mathbb{R}^k$  y nosotros queremos estimar alguno de ellos. El espacio donde viven los parámetros  $\theta$  se denomina espacio paramétrico y se denota por  $\Theta$ . Podemos entender esta técnica como la estimación más probable para los parámetros de interés. De hecho, el estimador máximo verosímil (que denotaremos con el subíndice  $MV$ ) tiene la siguiente expresión:

$$\hat{\theta}_{MV} = \arg \max_{\theta} L(\vec{x}, \theta),$$

donde  $\vec{x}$  es una observación muestral a partir de la muestra aleatoria  $\vec{X}$ . Para una variable aleatoria normal  $X$ , que de ahora en adelante denotaremos como  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ , tenemos dos parámetros a estimar  $(\mu, \sigma) \in \Theta = \mathbb{R} \times (0, \infty)$  y su función de densidad está dada por:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right).$$

Supongamos que  $\vec{X} = (X_1, \dots, X_n)$  es una muestra aleatoria simple a partir de  $X$ . Para cada  $i \in \{1, \dots, n\}$  podemos considerar su función de densidad  $f_i(x_i)$ . Ya que los elementos de la muestra son independientes, la función de densidad conjunta de la muestra es el producto de cada función de densidad  $f_i(x_i)$ :

$$f(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^2\right).$$

Es aquí donde definimos la función de verosimilitud como la función de densidad conjunta pero vista como función de los parámetros y no de la muestra. En nuestro ejemplo de la

---

<sup>1</sup>Existen resultados teóricos asintóticos que aseguran las buenas propiedades de este estimador máximo verosímil.

variable normal, la función de verosimilitud se escribe:

$$L(\vec{x}, \mu, \sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^2\right).$$

Para obtener un estimador de  $(\mu, \sigma)$  tendremos que hallar el máximo de  $L$ . Puesto que aplicar la función  $\ln(\cdot)$  deja invariante los extremos relativos, podemos considerar la función log-verosimilitud:

$$\ln(L(\vec{x}, \mu, \sigma)) = -n \ln(\sigma) - \frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2, \quad (5.1)$$

y derivando la Ecuación (5.1) con respecto a  $\mu$  y a  $\sigma$  e igualando a cero obtenemos el máximo de la función verosimilitud:

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln(L)}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) = 0, \\ \frac{\partial \ln(L)}{\partial \sigma} = \frac{-n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\mu}_{MV} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \bar{X}, \\ \hat{\sigma}_{MV}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2. \end{cases} \quad (5.2)$$

Calculemos la matriz hessiana asociada a  $L$  para comprobar que efectivamente maximizan la función de verosimilitud:

$$H_L(\mu, \sigma) = \begin{pmatrix} \frac{-n}{\sigma^2} & \frac{-2}{\sigma^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) \\ \frac{-2}{\sigma^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) & \frac{n}{\sigma^2} - \frac{3}{\sigma^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \end{pmatrix}.$$

Evaluando en los valores críticos  $\hat{\mu}_{MV}, \hat{\sigma}_{MV}$  de la Ecuación (5.2) obtenemos:

$$H_L(\hat{\mu}_{MV}, \hat{\sigma}_{MV}) = \begin{pmatrix} \frac{-n}{\hat{\sigma}_{MV}^2} & 0 \\ 0 & \frac{-2n}{\hat{\sigma}_{MV}^2} \end{pmatrix}, \quad (5.3)$$

ya que  $\hat{\sigma}_{MV}^2 > 0$ , tenemos que los menores principales de la matriz de la Ecuación (5.3) son  $-n/\hat{\sigma}_{MV}^2 < 0$  y  $2n^2/\hat{\sigma}_{MV}^4 > 0$  y aplicando el criterio de Sylvester sobre los menores anteriores obtenemos que  $(\hat{\mu}_{MV}, \hat{\sigma}_{MV})$  es efectivamente un máximo de  $L$ .

Para otra familia paramétrica el procedimiento es totalmente análogo. Supongamos que  $X$  sigue una distribución de Poisson de parámetro  $\lambda$ , de ahora en adelante diremos que  $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$ . La función masa de probabilidad es:

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x \in \mathbb{N}, \quad (5.4)$$

y dada  $\vec{X} = (X_1, \dots, X_n)$  muestra aleatoria simple a partir de  $X$ , tenemos que la función de verosimilitud es:

$$L(\vec{x}, \lambda) = \frac{\lambda^{x_1 + \dots + x_n} e^{-n\lambda}}{x_1! \cdot \dots \cdot x_n!}. \quad (5.5)$$

Tomando el logaritmo natural de la Ecuación (5.5) obtenemos:

$$\ln(L(\vec{x}, \lambda)) = -n\lambda + \ln(\lambda) \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \ln(x_i!). \quad (5.6)$$

Derivando con respecto de  $\lambda$  la Ecuación (5.6) e igualando a cero obtenemos el estimador máximo verosímil de  $\lambda$ :

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \lambda} = -n + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i = 0 \Rightarrow \hat{\lambda}_{MV} = \bar{X}.$$

Para comprobar que  $\hat{\lambda}_{MV}$  es un máximo de  $L$ , derivamos dos veces con respecto de  $\lambda$  la Ecuación (5.6) y evaluamos en el estimador máximo verosímil:

$$\left. \frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial \lambda^2} \right|_{\lambda=\hat{\lambda}_{MV}} = \frac{-1}{\hat{\lambda}_{MV}^2} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{-1}{\hat{\lambda}_{MV}} < 0.$$

Una de las ventajas del método de máxima verosimilitud es que, bajo ciertas condiciones de regularidad, el estimador máximo verosímil es aproximadamente normal.

Lo que hemos estudiado hasta ahora es lo que se conoce como estimación puntual, es decir, hemos calculado un estimador del parámetro de interés pero no conocemos el error que este estimador tiene. En la siguiente sección presentamos la estimación por intervalo, que pretende medir la precisión de la estimación sobre el parámetro deseado.

## 5.2. Estimación por intervalo

El enfoque que ofrece la estimación por intervalo permite obtener un conjunto de valores del espacio paramétrico a los que el verdadero valor del parámetro pertenece con cierta probabilidad. Habitualmente, estamos interesados en construir un intervalo usando un estadístico pivote  $T$ , esto es, una función de la muestra que depende del parámetro  $\theta$  a estimar pero cuya distribución esté completamente especificada. Algunos de los estadísticos pivote más importantes están recogidos en la Tabla A.1. Puesto que conocemos la distribución del estadístico pivote  $T$ , podemos hallar dos cuantiles  $c_1, c_2$  tales que:

$$P(c_1 \leq T(\vec{x}, \theta) \leq c_2) = 1 - \alpha, \quad (5.7)$$

donde  $\vec{x}$  es la observación muestral. Así, podemos invertir la relación entre  $T$  y  $\theta$  para centrar el intervalo en  $\theta$ . Esta construcción se conoce como intervalo de confianza a nivel  $1 - \alpha$ . Normalmente nos interesa que  $\alpha$  sea un valor pequeño para que la probabilidad sea cercana a 1. Una nota importante es que la Ecuación (5.7) significa que de 100 muestras distintas, aproximadamente el  $(1 - \alpha) \times 100\%$  de los intervalos que construimos contienen el verdadero valor de  $\theta$ . Muchas veces se confunde con la probabilidad de que el verdadero valor de  $\theta$  esté contenido en el intervalo para una cierta observación muestral, lo cual es falso puesto que esta probabilidad es 0, si el verdadero valor no pertenece al intervalo, o 1, si el verdadero valor sí pertenece al intervalo.

Veamos un ejemplo. Supongamos  $X \sim \mathcal{N}(\mu, 1)$  y consideremos la muestra aleatoria simple  $\vec{X} = (X_1, \dots, X_n)$  a partir de  $X$ , vamos a calcular un intervalo de confianza para  $\mu$  a nivel  $1 - \alpha$ . Usando la Tabla A.1 tenemos que:

$$T = \sqrt{n} (\bar{X} - \mu) \sim \mathcal{N}(\mu, 1). \quad (5.8)$$

Ya que conocemos la distribución de  $T$ , podemos hallar los cuantiles  $c_1, c_2$  tales que:

$$P(T \leq c_1) = \alpha/2, \quad P(T \leq c_2) = 1 - \alpha/2,$$

y así tendremos que:

$$P(c_1 \leq T \leq c_2) = P(T \leq c_2) - P(T \leq c_1) = 1 - \alpha.$$

Esto nos deja el siguiente intervalo de confianza:

$$c_1 \leq T \leq c_2 \Rightarrow \bar{X} - \frac{c_2}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} - \frac{c_1}{\sqrt{n}}.$$

Muchas veces, el nivel de confianza se expresa como un porcentaje: 68%, 95%, 99%, y esto se debe a que se corresponden con variar el valor del parámetro  $\pm 1\sigma, \pm 2\sigma, \pm 3\sigma$  cuando la población es normal.

En la siguiente sección trabajaremos con contrastes de hipótesis y, en particular, con el test de la razón de verosimilitud.

### 5.3. Contrastes de hipótesis

La finalidad de un contraste de hipótesis o test es hacer una afirmación sobre lo bien que se ajustan los datos de una observación muestral a una hipótesis sobre la población.

Típicamente, tenemos una hipótesis de partida  $H_0$  que queremos contrastar con otra hipótesis  $H_1$ . Las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  reciben el nombre de hipótesis nula e hipótesis alternativa respectivamente.

Con los contrastes de hipótesis queremos estudiar si hay suficientes evidencias como para rechazar la hipótesis nula  $H_0$ . Entonces pueden darse cuatro situaciones posibles:

- $H_0$  es cierta en la realidad y no rechazamos, en este caso es un acierto.
- $H_0$  es cierta en la realidad pero rechazamos, esto es claramente un error que llamaremos error de tipo 1.
- $H_0$  es falsa en la realidad pero no rechazamos, esto también es un error que denominaremos error de tipo 2.
- $H_0$  es falsa en la realidad y rechazamos, esto es un acierto.

Los conceptos de error de tipo 1 y 2 pueden entenderse mejor con la siguiente situación: supongamos que somos los jueces de un juzgado y tenemos que decidir la condena sobre un presunto criminal. Nuestra hipótesis nula es que esta persona es inocente y la hipótesis alternativa es que es culpable. La situación más desfavorable es encerrar a una persona inocente (que sería el error de tipo 1), por lo tanto nos interesa fijar el número de veces que ocurre esto. Por otro lado, queremos que el número de personas culpables que dejamos libres (error de tipo 2) sea el menor posible habiendo fijado antes el error de tipo 1.

Formalmente, el espacio muestral se divide en dos regiones: la región crítica ( $RC$ ), en la que rechazamos  $H_0$ , y la región de aceptación ( $RA$ ), en la que no rechazamos  $H_0$ . Tomando  $\alpha$  como la cota para el error de tipo 1 se tiene que:

$$P(\text{error de tipo 1}) = P(RC | H_0) \leq \alpha,$$

y queremos que  $P(\text{error de tipo 2}) = P(RA | H_1)$  sea lo más pequeño posible a nivel  $\alpha$ . De esta manera, podemos hallar los límites de la región crítica y rechazaremos  $H_0$  cuando la observación muestral  $\vec{x} \in RC$ . Otra manera de realizar el test es con el p-valor: rechazaremos la hipótesis nula cuando el nivel de significación  $\alpha$  sea mayor que el p-valor, definido como la probabilidad de obtener una muestra al menos tan “rara” como la observación  $\vec{x}$  bajo  $H_0$ .

Para ilustrar un poco mejor esto, consideremos el siguiente contraste: supongamos la población  $X \sim \mathcal{N}(\mu, 1)$ ,  $\vec{X}$  una muestra aleatoria simple a partir de  $X$  y fijamos  $\alpha$ , el contraste que vamos a hacer es:

$$H_0 : \mu = \mu_0, \quad H_1 : \mu \neq \mu_0.$$

En este caso el contraste es paramétrico (pues queremos inferir propiedades sobre  $\mu$ ) y bilateral (rechazaremos  $H_0$  si el valor que estimamos para  $\mu$  es mucho mayor o menor que  $\mu_0$ ). Entonces la región crítica es:

$$RC = \{\vec{y} \mid \bar{y} - \mu_0 < k_1\} \cup \{\vec{y} \mid \bar{y} - \mu_0 > k_2\}.$$

Puesto que en la Ecuación (5.8) tenemos el estadístico pivote  $T$  para  $\mu$  podemos usarlo aquí para hallar los límites de la región crítica:

$$RC = \{\vec{y} \mid \sqrt{n}(\bar{y} - \mu_0) < c_1\} \cup \{\vec{y} \mid \sqrt{n}(\bar{y} - \mu_0) > c_2\}.$$

Los cuantiles  $c_1, c_2$  se pueden hallar atendiendo a la distribución de  $T \sim \mathcal{N}(0, 1)$  y a la acotación  $P(RC \mid H_0) \leq \alpha$ . De esta manera, evaluando el estadístico  $T$  en nuestra observación muestral  $\vec{x}$  rechazaremos si  $\vec{x} \in RC$ .

El enfoque usando el p-valor sería calcular la probabilidad de obtener una muestra al menos tan rara como nuestra observación muestral  $\vec{x}$  bajo  $H_0$ :

$$pv = P(\bar{X} \geq \bar{x}) = P(\bar{X} - \mu_0 \geq \bar{x} - \mu_0) = P(\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0) \geq \sqrt{n}(\bar{x} - \mu_0)).$$

Si  $pv < \alpha$  rechazaríamos  $H_0$ .

Aunque hemos resuelto el ejemplo de contraste, si cambiamos el parámetro de interés por otro tendríamos que recalcular la región crítica y el p-valor, haciendo que para cada situación no tengamos un procedimiento estándar con el que proceder a la hora de realizar un test de hipótesis. Esto motiva la introducción del test de razón de verosimilitudes.

### 5.3.1. Test de razón de verosimilitudes

Supongamos que tenemos una variable aleatoria  $X$  cuya distribución depende de unos ciertos parámetros  $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^k$ , una muestra aleatoria simple  $\vec{X}$  a partir de  $X$  y consideremos el siguiente contraste:

$$H_0 : \theta \in \Theta_0, \quad H_1 : \theta \in \Theta \setminus \Theta_0,$$

entonces se define el estadístico del test de la razón de verosimilitudes como sigue<sup>2</sup>:

$$\Lambda = \frac{\sup_{\theta \in \Theta_0} L(\vec{x}, \theta)}{\sup_{\theta \in \Theta} L(\vec{x}, \theta)} = \frac{\sup_{\theta \in \Theta_0} L(\vec{x}, \theta)}{L(\vec{x}, \hat{\theta}_{MV})}. \quad (5.9)$$

Puesto que  $\hat{\theta}_{MV}$  maximiza la función de verosimilitud  $L$ , se tiene que  $0 \leq \Lambda \leq 1$ . Además, rechazaremos la hipótesis nula cuando  $\Lambda$  sea significativamente más pequeño que 1, por lo que la región crítica de este test es:

$$RC = \{\Lambda < c\}.$$

Aunque este test es útil per se, no siempre es fácil calcular la distribución del estadístico  $\Lambda$  y es entonces cuando recurrimos al siguiente teorema [18] (si el tamaño muestral es suficientemente grande).

**Teorema 5.1** (Teorema de Wilks). *Sea  $X$  una variable aleatoria cuya distribución depende de  $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^k$ . Consideremos  $\Theta_0$  un abierto de dimensión  $p$  contenido en  $\Theta$ . Bajo ciertas condiciones de regularidad, en el contraste  $H_0 : \theta \in \Theta_0$  frente a  $H_1 : \theta \in \Theta \setminus \Theta_0$  se verifica que:*

$$-2 \ln(\Lambda) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \chi_{k-p}^2, \quad \text{bajo } H_0.$$

La distribución  $\chi_n^2$  puede verse como la suma de  $n$  variables normales independientes y cada una de ellas al cuadrado.

Este teorema es de gran utilidad y lo usaremos a la hora de realizar scans de la función de verosimilitud.

#### 5.4. Ajuste de máxima verosimilitud

Tras esta introducción a la inferencia estadística, vamos a aplicar lo que hemos visto hasta ahora a un experimento de cuentas como los que tenemos en el CERN. Con la finalidad de construir un test de razón de verosimilitudes, debemos introducir una función de

---

<sup>2</sup>Notemos que en el denominador estamos hallando el supremo en todo el espacio paramétrico, de ahí que aparezca el estimador máximo verosímil, mientras que en el numerador nos estamos restringiendo a una parte específica del espacio paramétrico.

verosimilitud  $L$  que sirva como modelo para un experimento de cuentas. Una de las variables que modeliza correctamente este experimento es una variable de Poisson, cuya función de masa de probabilidad teníamos en la Ecuación (5.4). En un experimento en el que contamos el número de sucesos de una cierta variable tendremos contribuciones de la señal (lo que nos interesa medir) y contribuciones del fondo (sucesos que no son señal). De acuerdo con [10], en la construcción de la función de verosimilitud debemos tener en cuenta la fuerza de señal, el número de sucesos de señal y el número de sucesos de fondo. Supongamos que estamos midiendo una cierta cantidad física  $X$  de una colisión y hemos obtenido una muestra aleatoria simple  $\vec{X} = (X_1, \dots, X_n)$  a partir de  $X$ . A partir de esta muestra, podemos construir un histograma y cada  $X_i$  representaría el número de sucesos en el  $i$ -ésimo bin del histograma. Este número de sucesos es la variable que vamos a modelizar con una Poisson. El valor esperado de cada número de sucesos sería:

$$E(X_i) = \mu s_i + b_i,$$

donde  $\mu$  es la fuerza de señal,  $s_i, b_i$  son el valor esperado para el número de sucesos de señal y de fondo para el  $i$ -ésimo bin (respectivamente). Además, las cantidades  $s_i, b_i$  están sujetas a errores sistemáticos que vamos a parametrizar por medio de parámetros  $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^k$  y cuya función de densidad denotaremos por  $g$ . Incluyendo todo lo anterior en nuestra función de verosimilitud tenemos:

$$L(\vec{x}, \mu, \theta) = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-(\mu s_i(\theta) + b_i(\theta))} (\mu s_i(\theta) + b_i(\theta))^{x_i}}{x_i!} \prod_{\theta} g(\theta), \quad (5.10)$$

donde el producto en  $\theta$  se extiende a todos los parámetros que configuran las incertidumbres sistemáticas. En nuestro análisis, la función de densidad será la de una variable normal, en el caso que la incertidumbre afecte a la forma de la distribución, o la del logaritmo natural de una variable normal, si la incertidumbre afecta a la normalización de los procesos.

Un procedimiento que podemos usar para hallar el valor de  $\mu$  y de todos los parámetros  $\theta$  junto con sus incertidumbres es el descrito en [4]. Estimaremos el valor de  $\mu$  a través de la estimación máximo verosímil de  $\mu$ , que llamaremos  $\hat{\mu}_{MV}$ , y su incertidumbre se calcula variando el valor de las estimaciones de  $\theta$  en una desviación estándar (hacia arriba y hacia abajo). Es decir, para cada parámetro  $\theta$  introduciremos  $\hat{\theta} \pm \sigma_{\theta}$  en la función de verosimilitud de la Ecuación (5.10), permitiendo que el resto de parámetros pueda variar y de esta forma

podemos ver posibles correlaciones entre dichos parámetros. Así, la magnitud del cambio en la estimación de  $\mu$  al ir variando los parámetros  $\theta$  es una medida del impacto que tiene cada incertidumbre sistemática sobre  $\mu$ , así como de la correlación que hay entre la fuerza de señal y los parámetros  $\theta$ .

Y el procedimiento que podemos seguir para obtener el mejor ajuste para  $\mu$  es con un scan de la función de verosimilitud, la idea es buscar el valor de  $\mu$  que minimiza el estadístico  $-2 \ln(\Lambda)$  numéricamente para varios valores de  $\mu$ . Como vimos anteriormente, para realizar la estimación máximo verosímil debemos encontrar los valores de los parámetros  $(\mu, \theta)$  que maximizan la función  $L$  de la Ecuación (5.10). Con esta estimación, podemos construir el estadístico  $\Lambda$  de la Ecuación (5.9):

$$\Lambda = \frac{\sup_{\theta} L(\vec{x}, \mu, \theta)}{L(\vec{x}, \hat{\mu}_{MV}, \hat{\theta}_{MV})} = \frac{L(\vec{x}, \mu, \hat{\theta})}{L(\vec{x}, \hat{\mu}_{MV}, \hat{\theta}_{MV})},$$

así como su transformación:

$$-2 \ln(\Lambda) = -2 \left( \ln(L(\vec{x}, \mu, \hat{\theta})) - \ln(L(\vec{x}, \hat{\mu}_{MV}, \hat{\theta}_{MV})) \right) = -2 \Delta \ln(L). \quad (5.11)$$

Variando el valor de  $\mu$  en la Ecuación (5.11) en un cierto rango podemos obtener el mínimo de este estadístico.

Además, asumiendo que el tamaño muestral es suficientemente grande, podemos aplicar el Teorema 5.1 para el estadístico test  $-2 \ln(\Lambda)$  de la Ecuación (5.11). Teniendo en cuenta esto y que en este caso solo tenemos  $\mu$  como parámetro a estimar,  $-2 \ln(\Lambda)$  sigue aproximadamente una  $\chi_1^2$  y como habíamos mencionado antes,  $\chi_1^2 \equiv \mathcal{N}(0, 1)^2$ , por lo que (bajo la hipótesis de que  $\mu$  es el verdadero valor):

$$-2 \ln(\Lambda) \simeq \frac{(\hat{\mu}_{MV} - \mu)^2}{\sigma_{\mu}^2}. \quad (5.12)$$

Así, esperamos un comportamiento aproximadamente parabólico. Para extraer los intervalos de confianza (i.e., la incertidumbre asociada a  $\mu$ ) podemos usar el siguiente razonamiento: evaluando en la Ecuación (5.12)  $\mu = \hat{\mu}_{MV} \pm 1\sigma_{\mu}$  obtenemos:

$$-2 \ln(\Lambda) \Big|_{\hat{\mu}_{MV} \pm 1\sigma_{\mu}} \simeq 1,$$

por lo tanto el intervalo de confianza de  $\pm\sigma_{\mu}$  (o del 68% aproximadamente) coincide con la intersección de la parábola y la horizontal  $-2 \ln(\Lambda) = 1$ . Asimismo, si nos interesa hallar el intervalo de confianza de  $\pm 2\sigma_{\mu}$  (o del 95% aproximadamente) podemos usar la intersección de la parábola con la horizontal  $-2 \ln(\Lambda) = 4$ .

# Capítulo 6

## Estudio del proceso WZ

En este capítulo presentamos el procedimiento seguido para obtener los resultados. Primero, clasificamos los sucesos de señal y fondo, es decir, los sucesos que son WZ que nos interesan y los sucesos que no son WZ pero que pueden haber sido detectados por equivocación o bien porque el estado final de los sucesos de fondo es igual o muy similar al estado final del proceso WZ, introduciendo los cortes que deben pasar los sucesos para poder ser considerados como sucesos de la región de señal (SR) o de la región de control (CR).

Seguidamente, hacemos un resumen de las incertidumbres estadísticas y sistemáticas que vamos a considerar en nuestro análisis. Finalmente, en las últimas secciones presentamos los primeros resultados de la sección eficaz del proceso WZ para un conjunto de datos Asimov y la técnica que vamos a utilizar para mejorar la precisión de la medida de dicha sección eficaz.

### 6.1. Señal y fondo

Como habíamos mencionado anteriormente, en un experimento de colisiones de partículas conocemos el estado final pero no el proceso que se ha dado para llegar a él. Es por ello que en las simulaciones que realicemos debemos requerir ciertos cortes que deben pasar las partículas del estado final para poder distinguir si el proceso que se ha dado es de señal o de fondo.

#### 6.1.1. Región de señal y de control

Para definir nuestra SR vamos a exigir ciertas características que deben verificar los productos de desintegración.

- Debe haber exactamente tres leptones (electrones o muones) en el estado final, verificando que al menos haya un par de leptones de mismo sabor pero distinta carga (OSSF). Pedimos OSSF porque el bosón Z debe desintegrarse en un par de partículas de distinta carga (el bosón Z es neutro), pero del mismo sabor. Además, a la selección de los leptones se le aplica un criterio tight, esto es, un criterio exigente para asegurarnos de que el producto que tenemos es un leptón de alta calidad. Algunos de los requerimientos tight para los leptones son:  $|\eta| < 2.4$ ,  $|d_{xy}| < 0.05$  cm y  $|d_z| < 0.1$  cm, donde  $d_{xy}$  es la distancia desde el vértice primario hasta el punto en el que se genera la traza que se corresponde con el leptón medida en el plano XY, mientras que  $d_z$  es la distancia del vértice primario hasta el punto en el que se genera la traza que corresponde al leptón medida en el eje Z. El requerimiento en la pseudo-rapidez  $\eta$  se debe a que queremos que los leptones producidos se encuentren en la zona central de CMS, mientras que los requerimientos en la distancia se deben a que esperamos que la aparición de los leptones sea casi instantánea, puesto que las vidas medias de los bosones W y Z son de  $3 \times 10^{-25}$  s aproximadamente.
- En lo que se refiere al momento transverso de cada leptón del estado final, vamos a pedir lo siguiente:

$$p_T^{Z_1} > 25 \text{ GeV}/c, \quad p_T^{Z_2} > 10 \text{ GeV}/c, \quad p_T^W > 25 \text{ GeV}/c,$$

donde  $p_T^{Z_1}, p_T^{Z_2}$  se corresponden con los momentos transversos de los leptones que proceden de la desintegración del bosón Z, mientras que  $p_T^W$  es el momento transverso del leptón que viene de la desintegración del bosón W. De acuerdo con [11], esta configuración para los momentos transversos produce un descenso significativo de los sucesos de fondo non-prompt: sucesos que se identifican erróneamente como procesos con leptones procedentes de un bosón W o Z, pero que en realidad no provienen de estos.

- La masa invariante de los leptones  $\ell_{Z_1}, \ell_{Z_2}$  debe encontrarse en un entorno de  $15 \text{ GeV}/c^2$  respecto de la masa del bosón Z:

$$|m_{\ell_{Z_1}\ell_{Z_2}} - 91.16| < 15 \text{ GeV}/c^2.$$

- La masa invariante del sistema de tres leptones debe verificar  $m_{3\ell} > 100 \text{ GeV}/c^2$ .

- El momento transverso faltante tiene que cumplir  $p_T^{\text{miss}} > 30 \text{ GeV}/c$ , que representa la energía mínima que debe tener el neutrino procedente de la desintegración del bosón W. Esta condición reduce el número de sucesos de fondo de ZZ y Drell–Yan de los que hablaremos más adelante.
- Para reducir posibles fondos que procedan de la desintegración de un quark t, exigimos que el número de jets identificados como procedentes de un quark b sea cero. Este criterio se basa en que la desintegración más probable de un quark t es en un quark b, y este último se hadroniza para formar jets.

La CR que vamos a considerar es la de la producción de bosones ZZ para así poder estimar y validar las contribuciones de fondo de este proceso, aunque pueden escogerse más regiones de control (como por ejemplo la CR del proceso  $t\bar{t}$ ). Los cortes que imponemos son los mismos que escogimos para la SR, y además en este caso debe aparecer un cuarto leptón con  $p_T > 10 \text{ GeV}/c$ . Este requisito hace que la región de control sea ortogonal a la región de señal.

En la Tabla 6.1 hemos resumido los requisitos de cada región.

Región	$N_\ell$	$N_{OSSF}$	$p_T(\ell_{Z_1}, \ell_{Z_2}, \ell_W, \ell_4)$	$ m_{\ell_{Z_1}\ell_{Z_2}} - 91.16 $	$m_{3\ell}$	$p_T^{\text{miss}}$	$N_b$
SR	3	$\geq 1$	$> (25, 10, 25, \times) \text{ GeV}/c$	$< 15 \text{ GeV}/c^2$	$> 100 \text{ GeV}/c^2$	$> 30 \text{ GeV}/c$	0
CR	4	$\geq 1$	$> (25, 10, 25, 10) \text{ GeV}/c$	$< 15 \text{ GeV}/c^2$	$> 100 \text{ GeV}/c^2$	$\times$	0

Tabla 6.1: Requisitos que deben verificar los productos del estado final para poder ser considerados en las regiones SR y CR.

### 6.1.2. Fondos principales

Los fondos principales que hemos considerado han sido los siguientes:

- Producción de pares ZZ, en la Figura 6.1 podemos ver el diagrama de Feynman de este proceso. Este proceso aparece como fondo de WZ cuando ambos bosones Z se desintegran en pares de leptones y uno de ellos no es detectado (normalmente por tener una energía baja). Entonces, el estado final que se detecta son 3 leptones y un  $p_T^{\text{miss}}$  procedente del leptón que no fue localizado.

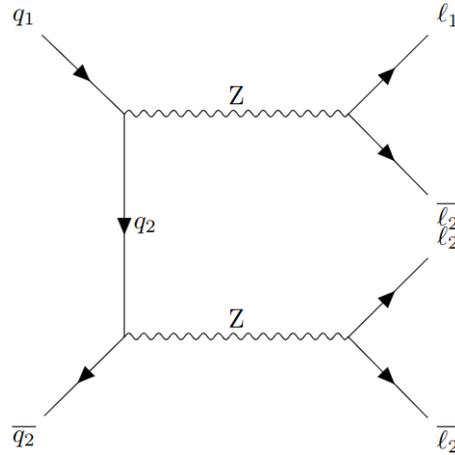


Figura 6.1: Diagrama de Feynman del proceso  $qq \rightarrow ZZ$ .

- Proceso Drell–Yan, ver la Figura 6.2. Un proceso Drell–Yan es la producción de un bosón  $Z$  o un fotón  $\gamma$  que se desintegra en un leptón y su correspondiente antipartícula. Debido a que tiene una sección eficaz muy elevada, podemos encontrar este proceso como uno de los fondos principales. Aunque el requisito sobre el número de leptones en el estado final reduce significativamente el número de procesos de Drell–Yan, pueden aparecer en nuestras medidas debido a la posible identificación o reconstrucción errónea de los leptones o el pile-up: como se produce un gran número de colisiones de partículas simultáneamente, puede que no seamos capaces de reconstruir todas ellas y que por lo tanto consideremos un proceso de Drell–Yan como un proceso WZ.

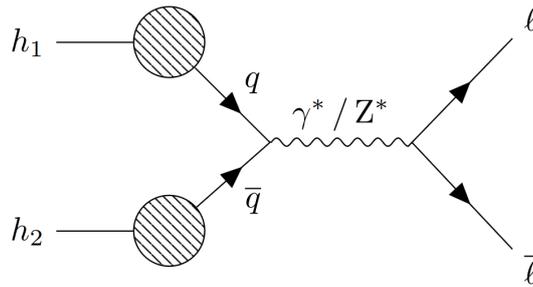


Figura 6.2: Diagrama de Feynman del proceso Drell–Yan.

- Producción de pares  $t\bar{t}$ , ver la Figura 6.3. La desintegración de los quarks  $t$  en quarks  $b$  junto con parejas leptón-antileptón hace que esta producción sea un fondo relevante en el proceso WZ, aunque se reduce considerablemente cuando incluimos como corte en nuestra SR que el número de jets procedentes de la desintegración del quark  $b$  sea

cero.

- Leptones non-prompt. La posible identificación errónea de los leptones es también un fondo del proceso WZ. Suelen aparecer en su mayoría como el producto de procesos de Drell–Yan junto con jets.

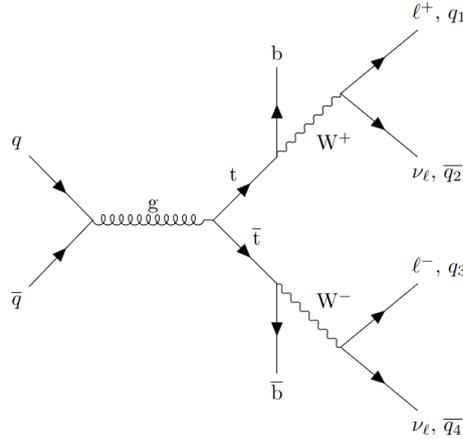


Figura 6.3: Diagrama de Feynman del proceso  $t\bar{t}$ .

## 6.2. Incertidumbres estadísticas y sistemáticas

En esta sección vamos a dar una descripción de las incertidumbres que hemos considerado. A grandes rasgos, podemos dividir las fuentes de incertidumbre en dos grupos: incertidumbres estadísticas e incertidumbres sistemáticas.

Las incertidumbres estadísticas proceden del propio hecho de medir: en un experimento en el que contamos un cierto número de sucesos tenemos asociado un error estadístico dado por la desviación típica. En estos casos, el experimento se modeliza con una variable de Poisson y su desviación típica viene dada por  $\sqrt{N}$ , siendo  $N$  el número de sucesos observados.

Las incertidumbres sistemáticas provienen de eficiencia del detector o de la precisión de los valores teóricos del modelo, así como incertidumbres en la normalización de las simulaciones.

Las fuentes de incertidumbre que hemos considerado en nuestro análisis han sido las siguientes:

- La incertidumbre en la luminosidad integrada se corresponde con un 2%.
- La incertidumbre en la normalización de las simulaciones del proceso ZZ es del 6%.

Por otra parte, la incertidumbre en la normalización de las simulaciones de los procesos

de fondo Drell–Yan y  $t\bar{t}$  es del 30 %.

- La escala de la energía de los jets (JES) es un factor de corrección aplicado a la energía de los jets que han sido reconstruidos, y esto trae consigo una incertidumbre.
- Los factores de escala (SF) de los leptones son los pesos que se utilizan para reescalar las simulaciones de Monte Carlo incluyendo la eficiencia en la detección de los leptones. En nuestro caso, consideraremos los SF de electrones y muones.
- La radiación del estado inicial (ISR) y del estado final (FSR), que provienen de las cascadas de partones, también es una fuente de incertidumbre en nuestro estudio.
- Las simulaciones de Monte Carlo tienen su propia incertidumbre estadística, en nuestro caso seguiremos [5].

Un aspecto importante es que en nuestro estudio no hemos tenido en cuenta incertidumbres sistemáticas ocasionadas por la identificación de jets procedentes del quark  $b$ , ni incertidumbres relacionadas con las funciones de distribución de los partones (PDF), entre otras, debido a que nos encontramos en una fase inicial del Run3.

Los valores del impacto que tiene cada una de las incertidumbres se recogen en la Tabla 7.1 del siguiente capítulo.

### 6.3. Resultados pre-optimización

Con todo lo que hemos visto hasta ahora, podemos realizar una primera estimación de la sección eficaz del proceso WZ. Para ello, podemos utilizar las distribuciones de ciertos observables y aplicar el ajuste de máxima verosimilitud que vimos en la Sección §5.4.

Los observables que vamos a utilizar son la masa invariante de los tres leptones del estado final,  $m_{3\ell}$ , el momento transverso faltante,  $p_T^{\text{miss}}$ , y por último vamos a usar la masa invariante del sistema trileptónico junto con el momento transverso faltante, y denominaremos a este observable  $m_{WZ}$ . En la Figura 6.4 podemos ver las distribuciones de los tres observables junto con la distribución de los datos y simulación para cada posible estado final ( $eee$ ,  $ee\mu$ ,  $\mu\mu e$  o  $\mu\mu\mu$ ), donde también hemos representado los datos recogidos en CMS.

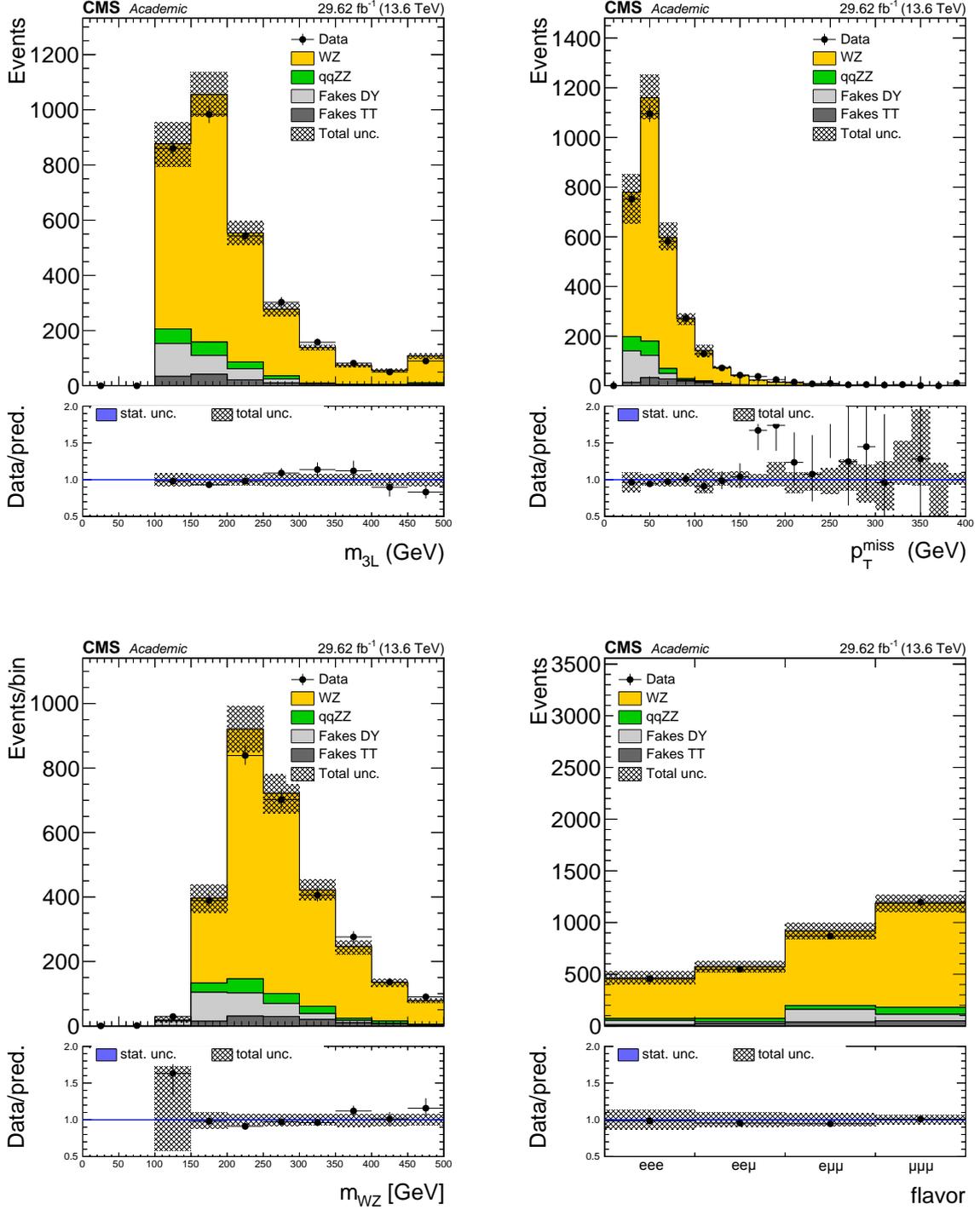


Figura 6.4: Observables considerados en el estudio. Arriba a la izquierda  $m_{3\ell}$ , arriba a la derecha  $p_T^{\text{miss}}$ , abajo a la izquierda  $m_{WZ}$  y abajo a la derecha la distribución según el estado final.

A partir de estas distribuciones, podemos calcular una medida de la sección eficaz variando el valor de las incertidumbres estadísticas  $\pm 1\sigma$  como habíamos mencionado en la

Sección §5.4. Para evitar tener sesgos en las medidas, vamos a realizar los ajustes usando un conjunto de datos Asimov, es decir, con un conjunto de pseudo-datos que verifican que el número de sucesos de Monte Carlo coincide con el de los sucesos del conjunto de datos Asimov. De esta forma evitamos tener sesgos a la hora de proporcionar una medida de la sección eficaz.

Procediendo de la manera anterior, hemos resumido los resultados<sup>1</sup> para la fuerza de señal en la Tabla 6.2. Como vemos, el observable que nos proporcionaría una mejor medida de la sección eficaz es  $m_{WZ}$ .

	$m_{3\ell}$	$p_T^{\text{miss}}$	$m_{WZ}$
Fuerza de señal	$1.00 \pm 0.06$	$1.00 \pm 0.06$	$1.00^{+0.06}_{-0.05}$

Tabla 6.2: Valores de la fuerza de señal para cada observable.

Sin embargo, lo que más nos interesaría a nosotros es reducir todo lo posible la incertidumbre que tenemos asociada a la fuerza de señal. En la siguiente sección describimos el método que aplicaremos para reducir la incertidumbre en la fuerza de señal.

#### 6.4. Optimización del tamaño del bin

En las distribuciones de la Figura 6.4 hemos representado el número de sucesos para un tamaño de celda (bin) equiespaciado, lo que provoca que la distribución de fondo no sea plana del todo. Lo que buscamos nosotros es hallar solamente la distribución del proceso WZ para realizar un ajuste de máxima verosimilitud, pero esto no es posible porque siempre vamos a tener sucesos de fondo que empeoran la calidad de nuestra medida. Entonces vamos a redistribuir los cuantiles de estas distribuciones de tal forma que la distribución de los sucesos de fondo sea lo más plana posible.

Matemáticamente, lo anterior es equivalente a redistribuir los histogramas de tal forma que los cuantiles de los sucesos de fondo provengan de una variable aleatoria uniforme dis-

---

<sup>1</sup>El valor de la fuerza de señal es 1 porque estamos usando un conjunto de datos Asimov, y por lo tanto el número de sucesos de Monte Carlo coincide con el del conjunto Asimov.

creta. Eligiendo un número de cuantiles predeterminado, sea  $N_q$ , el  $i$ -ésimo cuantil de una variable aleatoria uniforme discreta deja atrás  $i/N_q$  de probabilidad, con  $i \in \{1, \dots, N_q\}$ . Por lo que vamos a redistribuir las distribuciones de la Figura 6.4 de tal forma que en el primer cuantil la distribución de fondo deje atrás  $1/N_q$  de probabilidad, en el segundo cuantil  $2/N_q$  y así sucesivamente. Puesto que el parámetro  $N_q$  queda a nuestra elección, variaremos el número de cuantiles  $N_q$  en un cierto rango y de todos ellos elegiremos la distribución cuyo ajuste de máxima verosimilitud tenga el error más pequeño. No obstante, no debemos elegir un número elevado para  $N_q$ , puesto que al aumentar el número de cuantiles también aumentamos la variabilidad y podemos correr el riesgo de eliminar ciertas correlaciones. Es por ello que escogemos  $N_q \in \{3, \dots, 10\}$ .

En las Figuras B.1, B.2 y B.3 observamos las nuevas distribuciones que aplanan los sucesos de fondo. Podemos comprobar que efectivamente los sucesos de fondo ahora tienen un perfil más plano y que al aumentar el número de cuantiles la variabilidad aumenta también. Un aspecto interesante es que el observable  $m_{WZ}$  es el que mantiene el fondo más plano de los tres y podemos esperar que sea dicho observable el que nos devuelva el error más bajo.

Ahora solo nos queda ir usando el método de máxima verosimilitud para cada nueva distribución de cada observable. De nuevo, usaremos un conjunto de datos Asimov para evitar sesgos en las medidas y variaremos el valor de cada incertidumbre sistemática en  $\pm 1\sigma$ . Haciendo esto y representando los valores de las incertidumbres (positiva y negativa) para cada número de cuantiles (o número de bins) hemos obtenido las gráficas de la Figura 6.5. De ellas obtenemos que el número de cuantiles que minimiza el error es para 9 y 10 cuantiles, mientras que el observable  $m_{WZ}$  nos garantiza el error del ajuste de máxima verosimilitud más bajo de entre los tres, como esperábamos. En nuestro estudio, escogemos 9 como número de bins, puesto que tiene una variabilidad menor que la distribución con 10 bins.

Una vez hemos encontrado el observable y número de bins óptimos, usaremos esta distribución para medir la sección eficaz del proceso WZ, esta vez sin considerar un conjunto de datos Asimov.

Con este estudio, garantizamos que la incertidumbre es la más baja posible y de hecho es menor que la que habíamos obtenido en primera instancia en la Tabla 6.2, pues ahora el valor de la fuerza de señal es de  $1.00 \pm 0.05$ . En el siguiente capítulo proporcionamos la medida de la sección eficaz del proceso WZ.

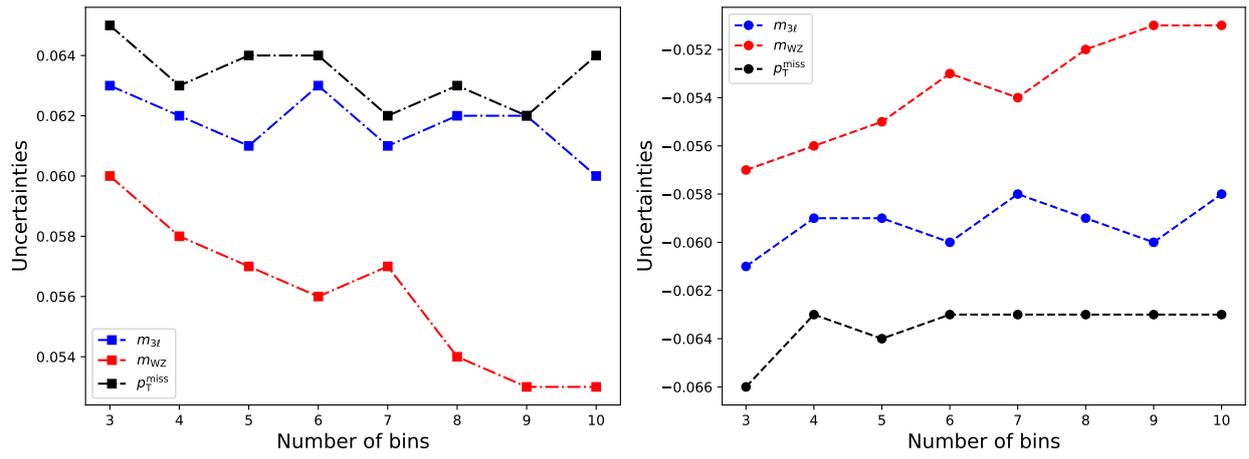


Figura 6.5: Incertidumbre asociada a cada número de cuantiles. A la izquierda la incertidumbre positiva. A la derecha la incertidumbre negativa.

# Capítulo 7

## Resultados y conclusiones

En este capítulo presentamos una medida de la sección eficaz del proceso WZ usando el observable  $m_{WZ}$  y su nueva distribución de 9 bins. Además, presentamos otras medidas de la sección eficaz en función del estado final leptónico.

### 7.1. Sección eficaz del proceso WZ

Hasta ahora habíamos trabajado con un conjunto de datos Asimov que nos evitaba tener sesgos en la medida. Una vez conocemos qué observable y qué número de bins optimizan el error del ajuste de máxima verosimilitud, podemos usar los datos experimentales para obtener la medida de la sección eficaz siguiendo los pasos del capítulo anterior. En el capítulo anterior recogimos las incertidumbres sistemáticas y estadísticas y ahora en la Tabla 7.1 encontramos sendas incertidumbres y el impacto que tienen en el valor de la fuerza de señal al variar sus valores  $\pm 1\sigma$ .

Por otro lado, en la Figura 7.1 podemos observar un resumen de las incertidumbres, junto con su impacto en el valor de la fuerza de señal ( $r_{WZ}$ ). A la izquierda vemos representadas las incertidumbres que hemos considerado en el análisis, ordenadas de mayor a menor impacto en la fuerza de señal. El código de colores que se encuentra encima de ellas nos indica qué tipo de variable aleatoria sigue cada incertidumbre, gaussiana, de Poisson, gaussiana asimétrica o sin restricciones. En este caso, todas las incertidumbres son gaussianas salvo la fuerza de señal de la CR,  $r_{ZZ}$ . Es decir, consideramos la fuerza de señal de la CR como un parámetro libre al igual que  $r_{WZ}$ . Esto no supone ningún problema con lo que habíamos deducido al final de la Sección §5.4, puesto que en virtud del Teorema 5.1 tenemos que ahora  $-2\ln(\Lambda)$

Fuente de incertidumbre	Impacto en la fuerza de señal (%)
Luminosidad integrada	2
Normalización CR-ZZ	0.02
Normalización fondos Drell-Yan y $t\bar{t}$	2
JES	2
Identificación de electrones	3
Identificación de muones	0.4
ISR	0.07
FSR	0.07
Estadística (Monte Carlo)	3

Tabla 7.1: Fuentes de incertidumbre y su correspondiente impacto en la fuerza de señal al variar el valor de dichas fuentes  $\pm 1\sigma$ . Hemos agrupado las incertidumbres de JES y estadísticas de Monte Carlo en dos usando la raíz de la suma cuadrática de cada incertidumbre.

sigue una  $\chi_{2-1}^2 \equiv \chi_1^2$ .

En la parte central de la Figura 7.1, vemos en negro los valores de cada parámetro  $\theta$  (recordemos que estos parámetros representaban una incertidumbre) reescalados tras el ajuste:

$$\frac{\hat{\theta} - \theta_I}{\sigma_I},$$

donde  $\theta_I, \sigma_I$  son los valores del parámetro y su desviación típica antes del ajuste respectivamente, mientras que  $\hat{\theta}$  es el valor tras el ajuste. Por otra parte, en azul vemos los valores de cada parámetro  $\theta$  reescalados por:

$$\frac{\hat{\theta} - \theta_I}{\sqrt{\sigma^2 - \sigma_I^2}},$$

donde  $\sigma$  es la desviación típica del parámetro tras el ajuste.

En la parte derecha de la Figura 7.1 encontramos el cambio o shift que sufre la fuerza de señal al variar  $\pm 1\sigma$  cada parámetro  $\theta$ . En color rojo se muestra la variación  $+1\sigma$  y en azul  $-1\sigma$ . La dirección del shift que sufre la fuerza de señal nos indica si está correlada o anti-correlada con el parámetro  $\theta$ . En este caso, la incertidumbre que más shift produce en el valor de la fuerza de señal es la incertidumbre en la identificación de los electrones, seguida de la incertidumbre en la luminosidad integrada.

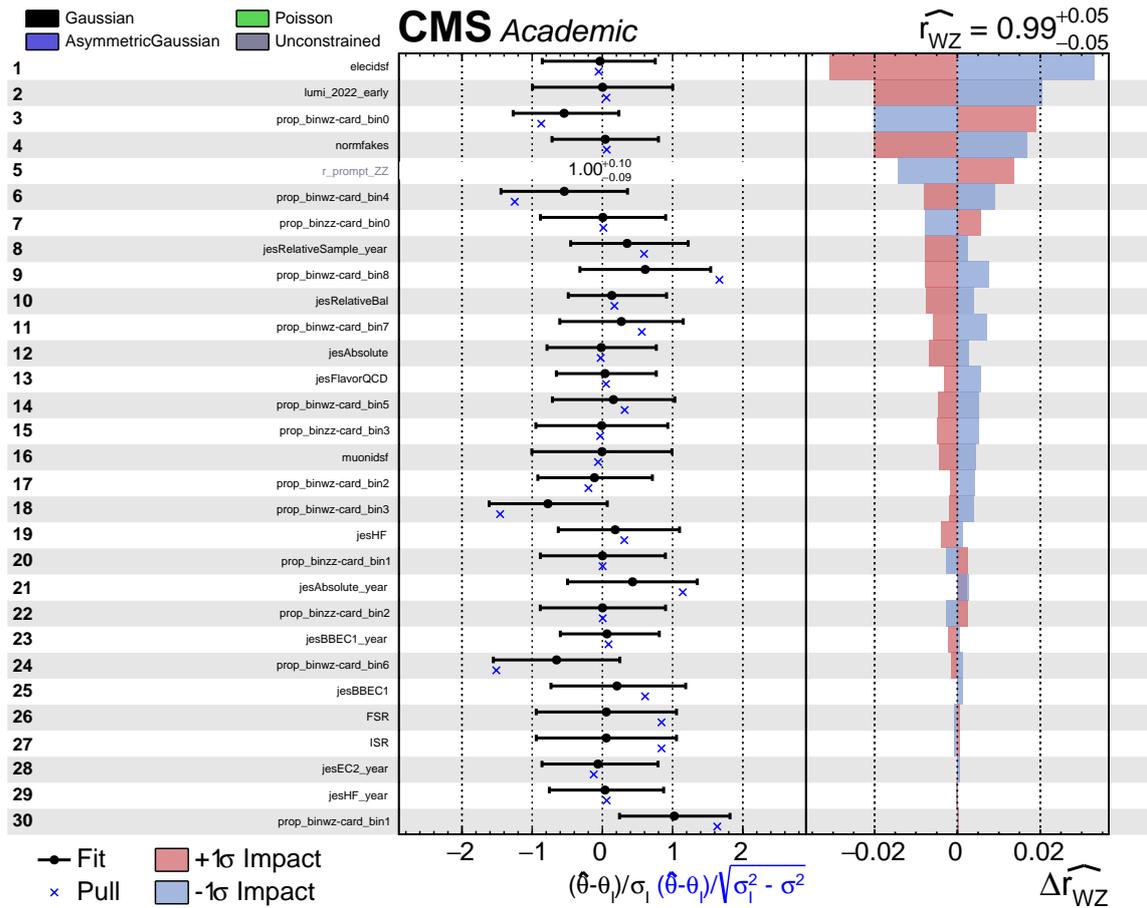


Figura 7.1: Incertidumbres consideradas en nuestro estudio junto con el impacto que tiene cada una de ellas en la fuerza de señal.

Ahora vamos a seguir el procedimiento descrito al final de la Sección §5.4 en el que minimizábamos la función  $-2 \ln(\Lambda)$ , lo que se conoce como un scan de la verosimilitud. En principio, esta función debería asemejarse a una parábola, como vimos en la Ecuación (5.12). Variando la fuerza de señal en un mallado de 200 puntos entre 0 y 6 obtenemos la Figura 7.2, que efectivamente es una parábola (esto se debe a que tenemos muchos sucesos y por lo tanto la aproximación del Teorema de Wilks funciona muy bien). El valor medido para la fuerza de señal es:

$$r_{WZ} = 0.99 \pm 0.05(\text{syst}) \pm 0.02(\text{stat}),$$

y por lo tanto la medida que hemos encontrado de la sección eficaz del proceso WZ es:

$$\sigma_{WZ} = 53.7 \pm 2.7(\text{syst}) \pm 1.1(\text{stat}) \text{ fb.}$$

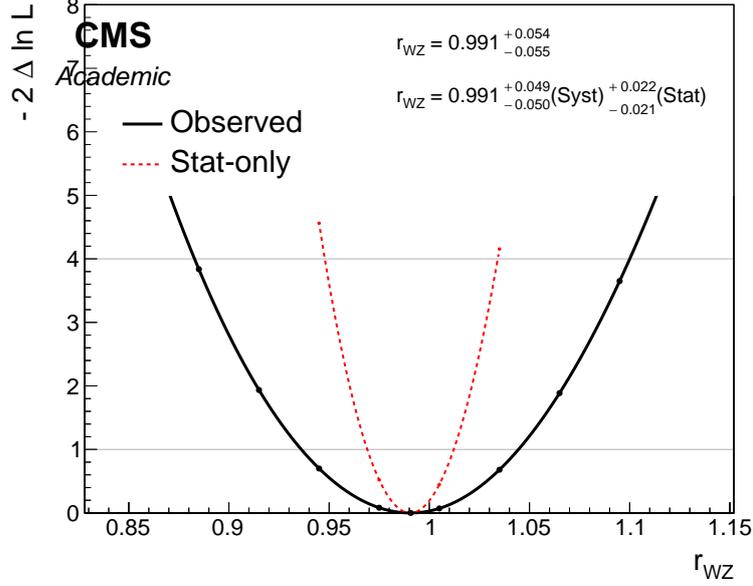


Figura 7.2: Scan de la verosimilitud. Las líneas horizontales se corresponden con intervalos de confianza para el valor de la fuerza de señal a nivel 68 % (horizontal en 1) y a nivel 95 % (horizontal en 4).

## 7.2. Sección eficaz del proceso WZ para cada estado final leptónico

En esta sección vamos a repetir los pasos que hemos seguido en la anterior pero seleccionando los estados finales  $eee$ ,  $ee\mu$ ,  $\mu\mu e$  y  $\mu\mu\mu$  por separado. Aplicaremos estos cortes a la distribución de 9 cuantiles del observable  $m_{WZ}$ , ya que es esta la que minimiza el error del ajuste de máxima verosimilitud.

Esta selección del estado final es interesante para ver qué canales de desintegración nos devuelven un mejor rendimiento en el cálculo de la sección eficaz. Además, nos da una idea de qué partículas se identifican mejor, aunque podemos esperar que sean los muones puesto que como mencionamos en la Sección §3.2.2, los muones son las únicas partículas (además de los neutrinos) que llegan hasta las cámaras de muones, lo que facilita mucho su identificación y reconstrucción. Es más, en la Sección §4.1.2 ya explicamos que la reconstrucción de electrones es más complicada debido a que radian energía a través del bremsstrahlung.

En la Figura 7.3 vemos los histogramas del observable  $m_{WZ}$  según la combinación de leptones en el estado final antes de redistribuir los cuantiles. Debemos notar que la distribución de  $m_{WZ}$  para el estado final  $eee$  tiene menos sucesos que el resto y esto probablemente

afecte tanto a la incertidumbre estadística como a la sistemática de la fuerza de señal (y por consiguiente a la medida de la sección eficaz).

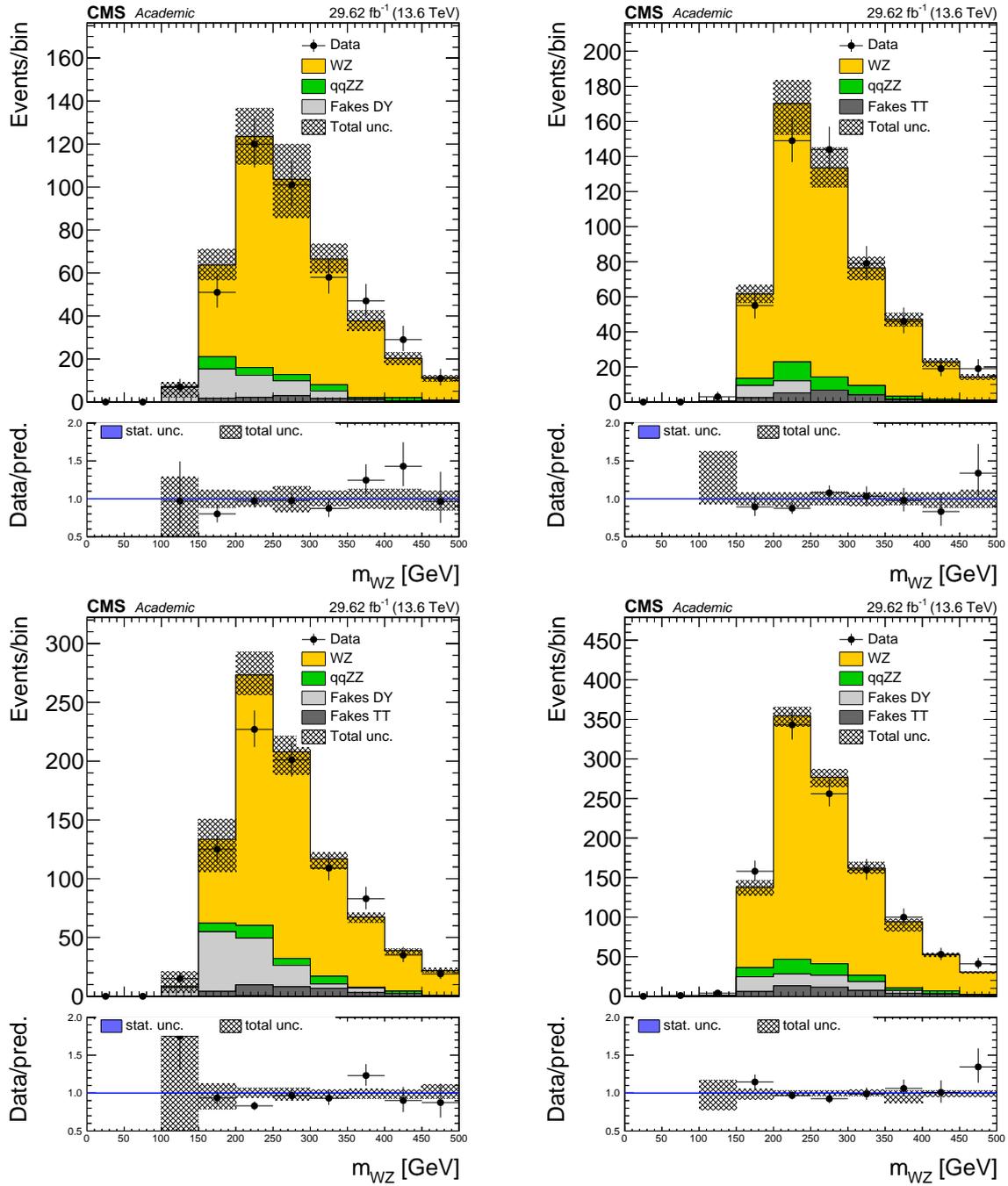


Figura 7.3: Distribuciones de  $m_{WZ}$  para cada combinación de leptones en el estado final. Arriba a la izquierda  $eee$ , arriba a la derecha  $ee\mu$ , abajo a la izquierda  $\mu\mu e$  y abajo a la derecha  $\mu\mu\mu$ .

Siguiendo los pasos de la sección anterior, hemos calculado el impacto que tiene cada

Fuente de incertidumbre	$eee$	$ee\mu$	$\mu\mu e$	$\mu\mu\mu$
Luminosidad integrada	2	2	2	2
Normalización CR-ZZ	0.1	0.1	0.08	0.03
Normalización fondos Drell-Yan y $t\bar{t}$	1	2	2	3
JES	1	0.9	2	2
Identificación de electrones	10	8	3	0
Identificación de muones	0	0.07	0.5	0.7
ISR	0.1	0.1	0.1	0.2
FSR	0.1	0.1	0.1	0.2
Estadística (Monte Carlo)	4	3	4	2

Tabla 7.2: Fuentes de incertidumbre y su correspondiente impacto en la fuerza de señal al variar el valor de dichas fuentes  $\pm 1\sigma$ , para cada posible combinación de leptones en el estado final. Hemos agrupado las incertidumbres de JES y estadísticas de Monte Carlo en dos usando la raíz de la suma cuadrática de cada incertidumbre.

fuente de incertidumbre en la fuerza de señal al variar su valor  $\pm 1\sigma$ , esta vez para cada posible combinación de leptones en el estado final. Los resultados están resumidos en la Tabla 7.2. Vemos que el canal  $\mu\mu\mu$  es el canal que menos varía al cambiar los valores de las incertidumbres. Por otro lado, en los canales  $eee$  y  $ee\mu$  la incertidumbre en la identificación de electrones es bastante elevada.

Minimizando la función  $-2\ln(\Lambda)$  respecto de la fuerza de señal, encontramos las parábolas de la Figura 7.4. Podemos observar que la función  $-2\ln(\Lambda)$  para los canales  $eee$  y  $ee\mu$  ha perdido ligeramente su forma parabólica. Los resultados de la medida de la fuerza de señal y la sección eficaz se encuentran en la Tabla 7.3.

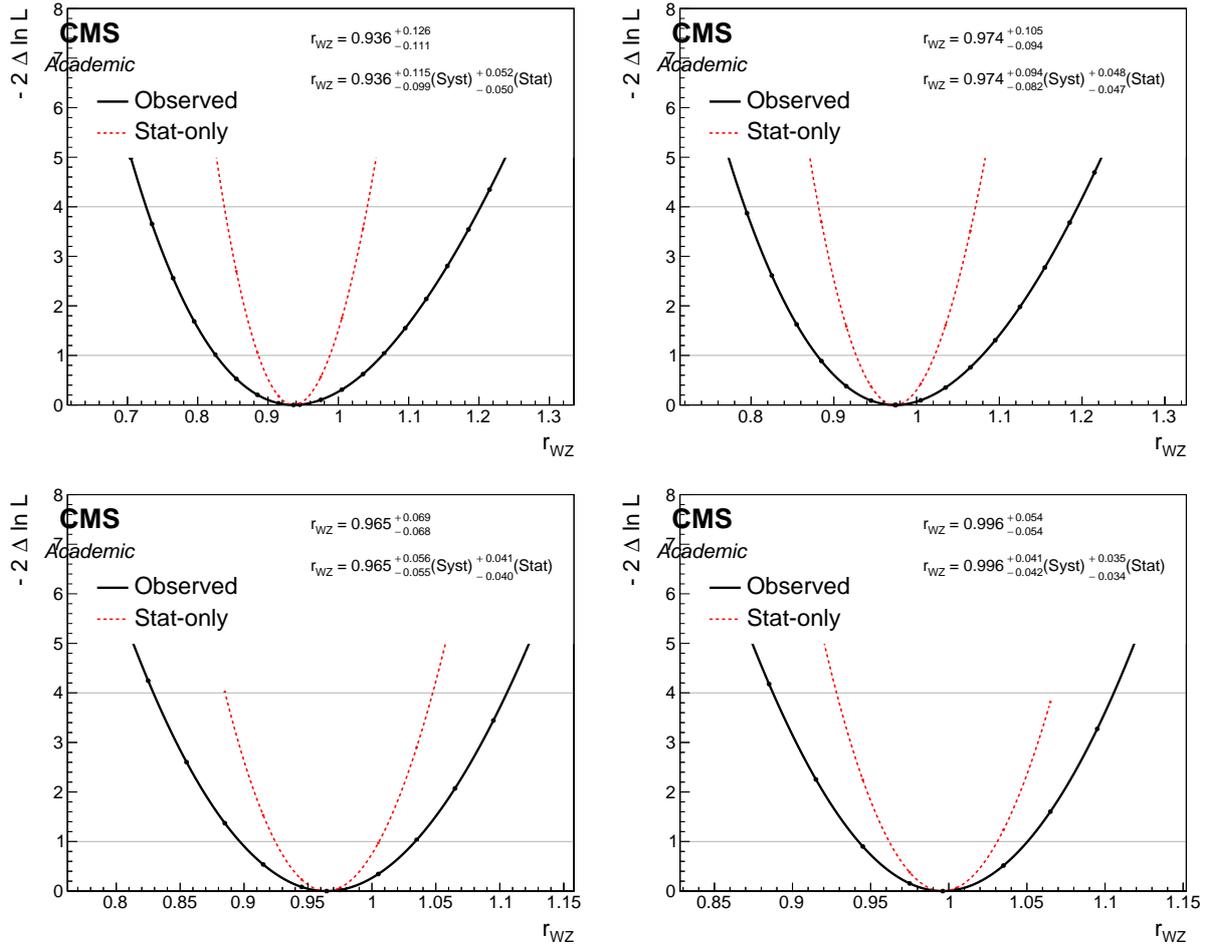


Figura 7.4: Scans de la verosimilitud para cada combinación de leptones en el estado final. Arriba a la izquierda  $eee$ , arriba a la derecha  $ee\mu$ , abajo a la izquierda  $\mu\mu e$  y abajo a la derecha  $\mu\mu\mu$ .

Canales	Fuerza de señal	Sección eficaz
$eee$	$0.94^{+0.12}_{-0.10}(\text{syst}) \pm 0.05(\text{stat})$	$51.0^{+6.5}_{-5.4}(\text{syst}) \pm 2.7(\text{stat}) \text{ fb}$
$ee\mu$	$0.97^{+0.09}_{-0.08}(\text{syst}) \pm 0.05(\text{stat})$	$52.6^{+4.9}_{-4.3}(\text{syst}) \pm 2.7(\text{stat}) \text{ fb}$
$\mu\mu e$	$0.97 \pm 0.06(\text{syst}) \pm 0.04(\text{stat})$	$52.6 \pm 3.3(\text{syst}) \pm 2.2(\text{stat}) \text{ fb}$
$\mu\mu\mu$	$1.00 \pm 0.04(\text{syst}) \pm^{+0.04}_{-0.03}(\text{stat})$	$54.3 \pm 2.2(\text{syst}) \pm^{+2.2}_{-1.6}(\text{stat}) \text{ fb}$

Tabla 7.3: Medidas de la fuerza de señal y de la sección eficaz del proceso WZ para cada combinación de leptones en el estado final.

Como esperábamos, la medida con mayor incertidumbre es la realizada en el canal  $eee$ ,

mientras que la que menos tiene es la realizada en el canal  $\mu\mu\mu$ . Esto pone de manifiesto la baja eficiencia que tenemos al identificar y reconstruir electrones respecto de los muones. En cualquier caso, las incertidumbres sistemáticas son en todos los casos superiores a las incertidumbres estadísticas.

### 7.3. Conclusiones

A partir de los datos recogidos en CMS para una luminosidad integrada de  $29.62 \text{ fb}^{-1}$  y una energía centro de masas de  $13.6 \text{ TeV}$  hemos realizado un análisis del proceso WZ, en el que hemos medido la sección eficaz de este proceso en los canales leptónicos  $eee$ ,  $ee\mu$ ,  $\mu\mu e$  y  $\mu\mu\mu$  juntos y después cada uno por separado. En primer lugar, mejoramos los valores de incertidumbre asociados a la medida del proceso WZ redistribuyendo los histogramas de tres observables: la masa invariante del sistema de tres leptones ( $m_{3\ell}$ ), el momento transverso faltante ( $p_{\text{T}}^{\text{miss}}$ ) y la masa invariante del sistema de 3 leptones junto con el momento transverso faltante ( $m_{\text{WZ}}$ ). Dicha redistribución se basaba en cambiar el número de cuantiles de las distribuciones de los observables de tal forma que la distribución de los sucesos de fondo se mantuviese lo más plana posible. Así, encontramos que para una redistribución del observable  $m_{\text{WZ}}$  en 9 cuantiles nos proporcionaba la menor incertidumbre.

Fue con esta nueva distribución con la que obtuvimos los resultados de la sección eficaz del proceso WZ, y que resumimos en la Tabla 7.4. Todos los resultados solapan con el valor teórico de  $\sigma_{\text{WZ}}^{\text{ME}}$  al considerar el error, por lo que hay una buena concordancia entre la teoría y las medidas.

La medida de la sección eficaz del proceso WZ que hemos expuesto en esta memoria representa la primera medida en el LHC de dicho proceso a la nueva energía de  $13.6 \text{ TeV}$ .

Canales	Sección eficaz
$eee$	$51.0_{-5.4}^{+6.5}(\text{syst}) \pm 2.7(\text{stat}) \text{ fb}$
$ee\mu$	$52.6_{-4.3}^{+4.9}(\text{syst}) \pm 2.7(\text{stat}) \text{ fb}$
$\mu\mu e$	$52.6 \pm 3.3(\text{syst}) \pm 2.2(\text{stat}) \text{ fb}$
$\mu\mu\mu$	$54.3 \pm 2.2(\text{syst}) \pm_{-1.6}^{+2.2}(\text{stat}) \text{ fb}$
Todos los canales	$53.7 \pm 2.7(\text{syst}) \pm 1.1(\text{stat}) \text{ fb}$

Tabla 7.4: Medidas de la fuerza de señal y de la sección eficaz del proceso WZ para cada combinación de leptones en el estado final.

# Referencias

- [1] ABULENCIA, A., ET AL. Observation of  $WZ$  production. *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007), 161801.
- [2] ALLISON, J., AMAKO, K., APOSTOLAKIS, J., ET AL. Recent developments in Geant4. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 835 (2016), 186–225.
- [3] ALWALL, J., HERQUET, M., MALTONI, F., MATTELAER, O., Y STELZER, T. MadGraph 5: going beyond. *Journal of High Energy Physics* 2011, 6 (2011).
- [4] ATLAS COLLABORATION. Search for the  $b\bar{b}$  decay of the Standard Model Higgs boson in associated  $(W/Z)H$  production in the ATLAS detector. *Journal of High Energy Physics* 2015, 1 (2015).
- [5] BARLOW, R., Y BEESTON, C. Fitting using finite Monte Carlo samples. *Computer Physics Communications* 77, 2 (1993), 219–228.
- [6] CMS COLLABORATION. The CMS experiment at the CERN LHC. *Journal of Instrumentation* 3, 08 (2008), S08004.
- [7] CMS COLLABORATION. Particle-flow reconstruction and global event description with the CMS detector. *Journal of Instrumentation* 12, 10 (2017), P10003.
- [8] CMS COLLABORATION. Measurement of the inclusive and differential  $WZ$  production cross sections, polarization angles, and triple gauge couplings in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV. *Journal of High Energy Physics* 2022, 7 (2022).
- [9] COWAN, G. *Statistical data analysis*. Oxford university press, 1998.

- [10] COWAN, G., CRANMER, K., GROSS, E., Y VITELLS, O. Asymptotic formulae for likelihood-based tests of new physics. *The European Physical Journal C* 71, 2 (2011).
- [11] ERICE CID, C. F. *Study of beyond the Standard Model processes in leptonic final states with the CMS detector at the Run II of the LHC*. PhD thesis, Universidad de Oviedo, 2021.
- [12] FRIXIONE, S., NASON, P., Y OLEARI, C. Matching NLO QCD computations with parton shower simulations: the POWHEG method. *Journal of High Energy Physics* 2007, 11 (2007), 070.
- [13] GRAZZINI, M., KALLWEIT, S., Y WIESEMANN, M. Fully differential NNLO computations with MATRIX. *The European Physical Journal C* 78, 7 (2018), 537.
- [14] HAFFNER, J. The CERN accelerator complex. Complexe des accélérateurs du CERN. <http://cds.cern.ch/record/1621894>, 2013. Online, visitado el 21/06/2023.
- [15] NEUTELINGS, I. CMS coordinate system. <https://tikz.net/axis3d.cms/>, 2021. Online, visitado el 25/06/2023.
- [16] SJÖSTRAND, T., MRENNNA, S., Y SKANDS, P. A brief introduction to PYTHIA 8.1. *Computer Physics Communications* 178, 11 (2008), 852–867.
- [17] THE WIKIMEDIA FOUNDATION. Standard Model of Elementary Particles. [https://en.wikipedia.org/wiki/File:Standard\\_Model\\_of\\_Elementary\\_Particles.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg), 2019. Online, visitado el 10/06/2023.
- [18] WILKS, S. S. The Large-Sample Distribution of the Likelihood Ratio for Testing Composite Hypotheses. *The Annals of Mathematical Statistics* 9, 1 (1938), 60 – 62.

# Apéndice A

## Estadísticos pivote habituales

En este apéndice daremos unas tablas de estadísticos pivote que aparecen con frecuencia en el ámbito de la inferencia estadística. Muchos resultados que aparecen aquí son debidos a lo que se conoce como la reproductividad de una variable aleatoria. Cuando aparezca el símbolo  $\sigma_0$  se entenderá que este parámetro es conocido. Además, los símbolos  $\chi_{n-1}^2$  y  $t_{n-1}$  hacen referencia a las distribuciones chi cuadrado y  $t$  de Student, mientras que  $\widehat{S}_X^2$  es la cuasivarianza muestral, que tiene por expresión matemática:

$$\widehat{S}_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

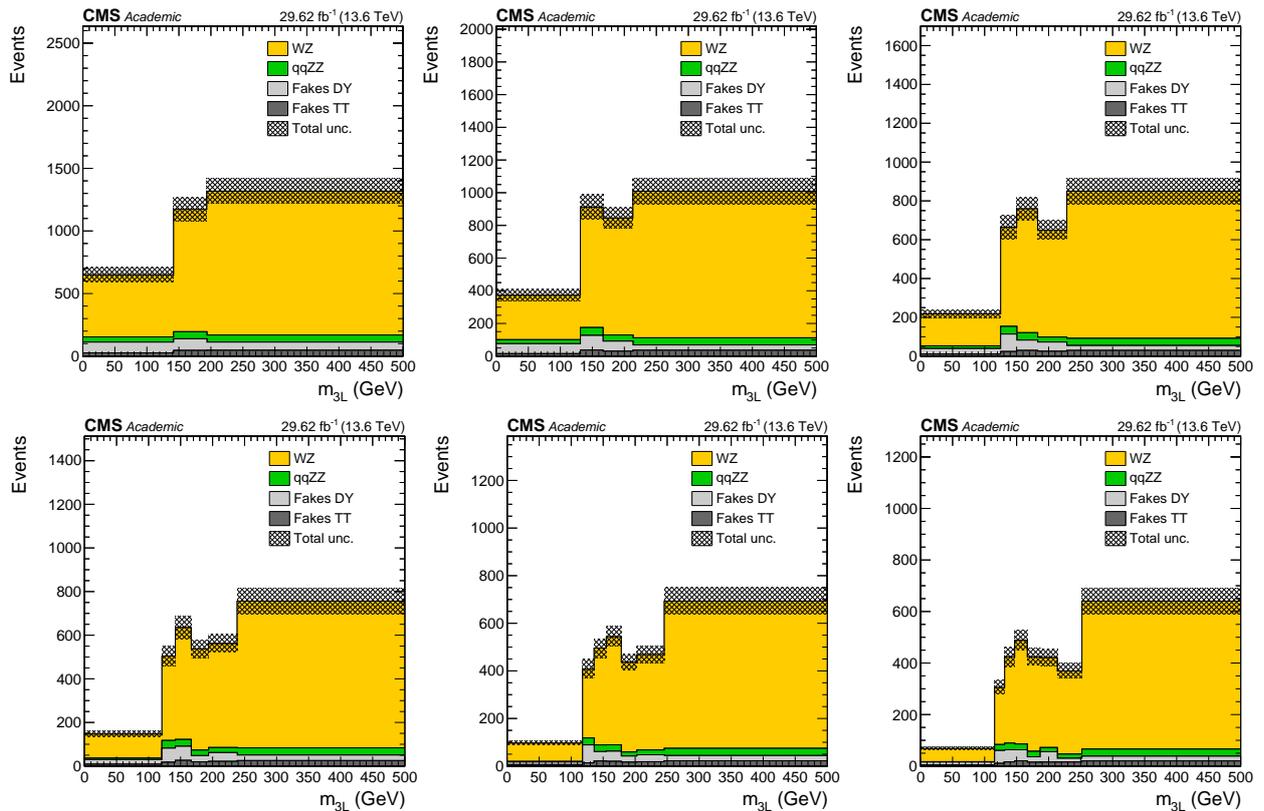
Distribución poblacional	Estadístico pivote
$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma_0)$	$\sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_0} \sim \mathcal{N}(0, 1)$
$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$	$\frac{n-1}{\sigma^2} \widehat{S}_X^2 \sim \chi_{n-1}^2$
$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$	$\sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu}{\widehat{S}_X} \sim t_{n-1}$

Tabla A.1: Tabla de estadísticos pivote habituales.

# Apéndice B

## Distribuciones de los observables para varios cuantiles

En este apéndice presentamos las distribuciones que obtuvimos al redistribuir los observables  $m_{3\ell}$ ,  $p_T^{\text{miss}}$  y  $m_{WZ}$  manteniendo el número de sucesos de fondo lo más plano posible.



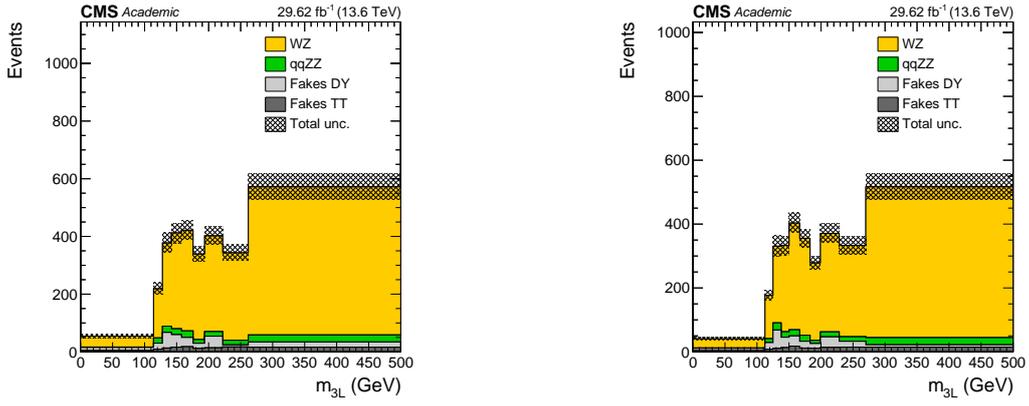


Figura B.1: Distribución del observable  $m_{3\ell}$  para diferentes cuantiles.

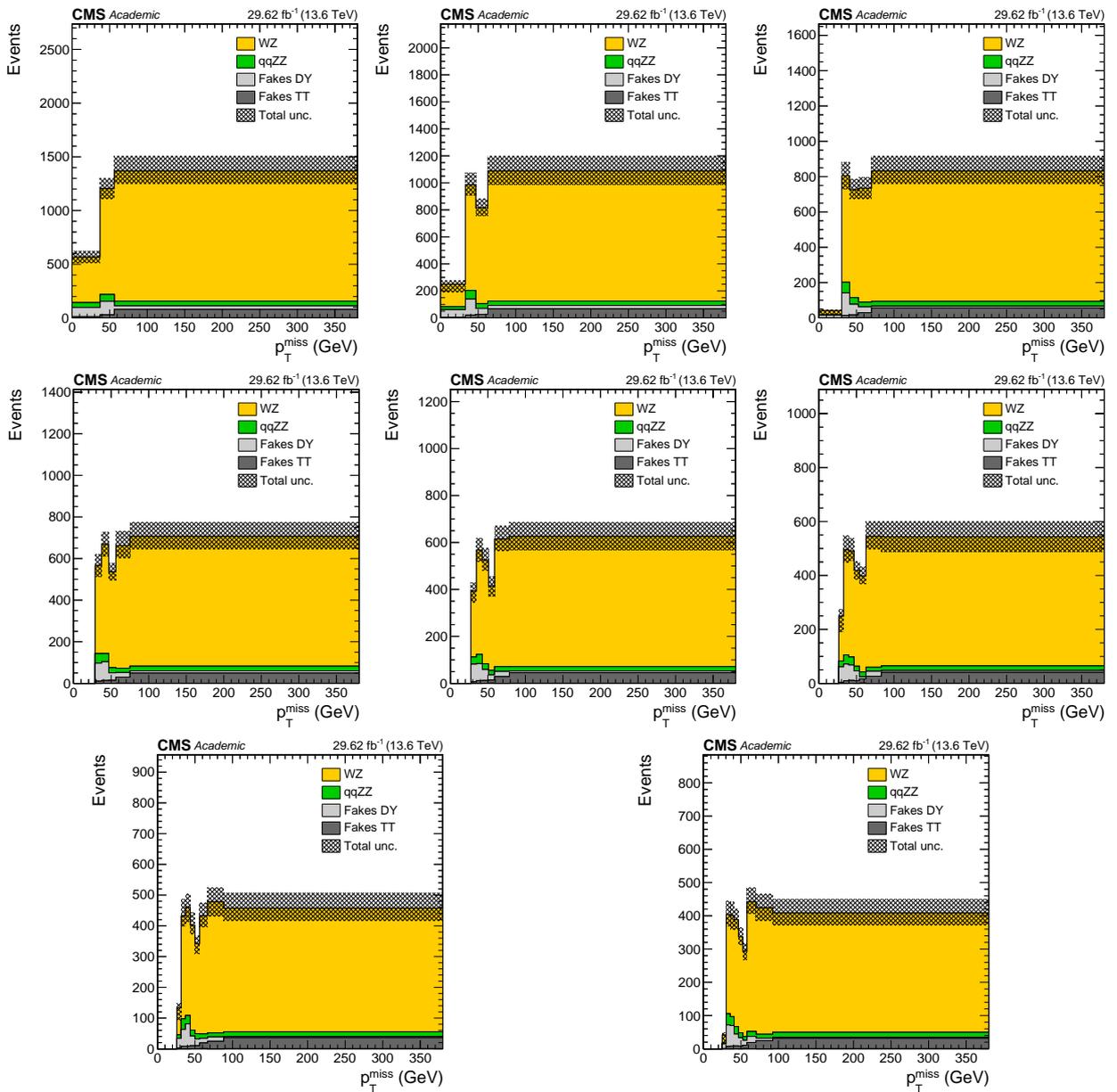


Figura B.2: Distribución del observable  $p_T^{\text{miss}}$  para diferentes cuantiles.

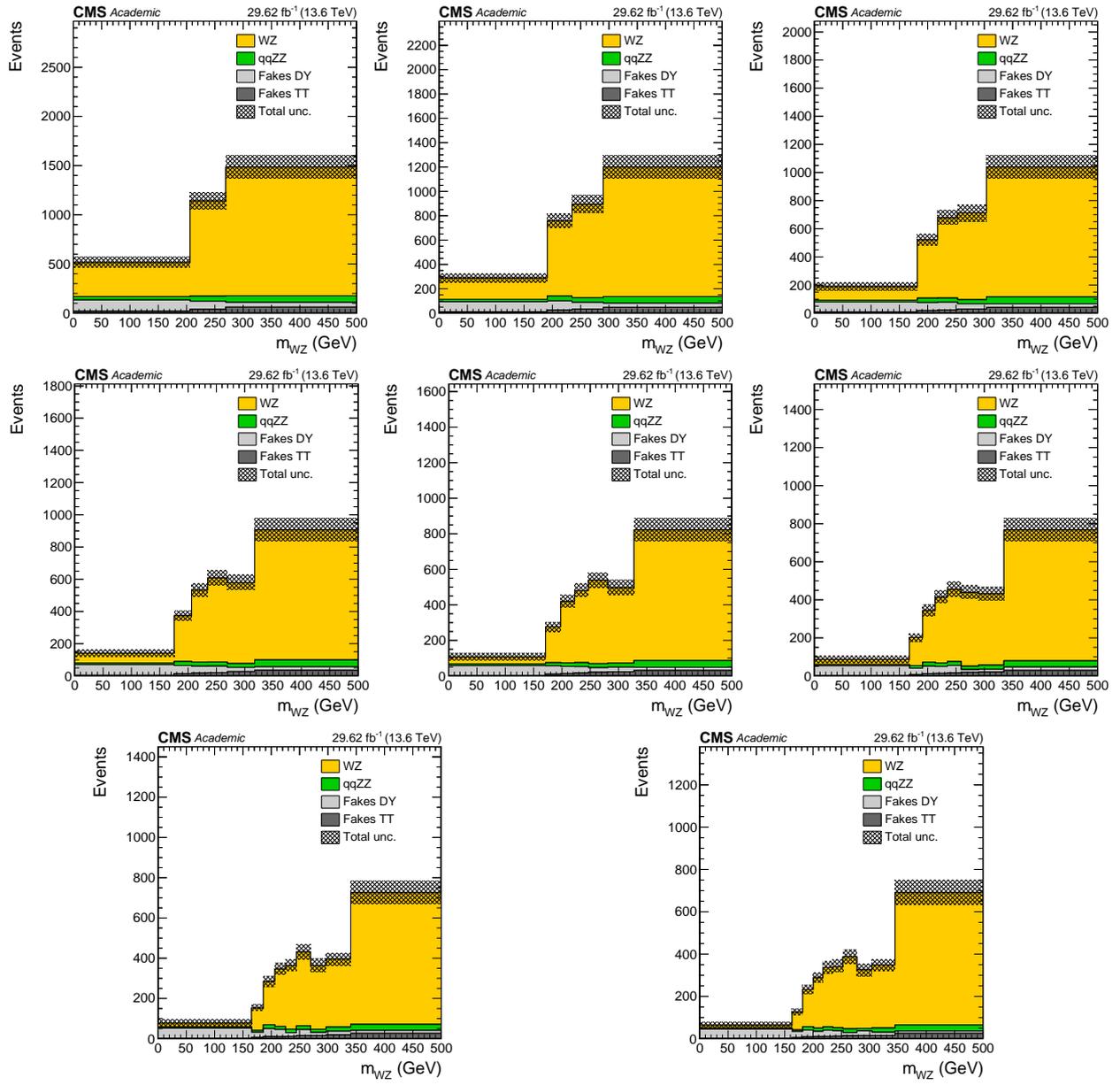


Figura B.3: Distribución del observable  $m_{WZ}$  para diferentes cuantiles.