



Universidad de Oviedo

Sesgo de magnificación de las galaxias submilimétricas:
modelos HOD

Diana Pérez Rodríguez

Dirigido por

Joaquín Gonzalez-Nuevo y Laura Bonavera

UNIVERSIDAD DE OVIEDO

Facultad de Ciencias

Grado en Física

Junio de 2023

Índice general

1. Motivación y objetivos	1
2. Introducción a la Cosmología	5
2.1. Escalas cosmológicas	6
2.2. El Universo a pequeña y gran escala	7
2.3. Desplazamiento al rojo	9
2.4. Constante de Hubble	10
2.5. Ecuaciones de Friedmann	14
2.6. Modelos cosmológicos	17
2.6.1. Modelo estándar (Λ -CDM)	19

3. El efecto de lente gravitacional: el sesgo de magnificación	24
3.1. Efecto de lente gravitacional	24
3.2. Sesgo de magnificación	31
3.2.1. Correlación cruzada	34
3.3. Herschel y las galaxias submilimétricas	34
4. Modelo de halos	38
4.1. Función de ocupación de halos	39
4.1.1. Modelo HOD de 3 parámetros	44
4.1.2. Modelo HOD de 5 parámetros	45
4.1.3. Modelo HOD gaussiano	47
4.2. Espectro de potencia	48
5. Metodología	51
5.1. Muestras de fondo y de primer plano	52

5.2. Función de correlación cruzada	53
5.3. Inferencia de parámetros	54
5.4. <i>Corner plot</i>	55
5.5. Procedimiento	56
6. Resultados	57
6.1. Análisis gráfico	57
6.1.1. Modelo HOD 3 parámetros	58
6.1.2. Modelo HOD de 5 parámetros	62
6.1.3. Modelo HOD gaussiano	66
6.2. Análisis comparativo	70
7. Conclusiones	76
Bibliografía	78

Capítulo 1

Motivación y objetivos

La Cosmología es la ciencia que estudia el cosmos, es decir, la estructura del universo y su evolución. Para llevar a cabo el estudio del cosmos, se han desarrollado diferentes ramas de investigación, entre ellas la cosmología observacional, la estadística y la teórica. En este trabajo vamos a usar un poco con cada una de estas ramas.

Hoy en día, en la cosmología observacional se recoge un gran volumen de datos gracias a observatorios espaciales y a potentes telescopios, y estos datos se analizan mediante técnicas estadísticas. En particular, la rama de la estadística en la que nos centraremos es la inferencia estadística, que es el proceso de extraer conclusiones a partir de unos datos dados.

Una parte importante de la inferencia estadística es la inferencia de parámetros, que consiste en estimar parámetros que a priori se desconocen utilizando las muestras recogidas en observatorios. En la Cosmología, al aplicar la inferencia de parámetros, se pueden

obtener conclusiones sobre los parámetros cosmológicos.

En este trabajo se van a describir las galaxias submilimétricas y se van a exponer las propiedades que tienen. Estas características son las que hacen que tomemos las galaxias submilimétricas como muestras de fondo y se estudie su sesgo de magnificación, que es el aparente exceso de fuentes de alto desplazamiento al rojo que se observan cerca de estructuras de bajo desplazamiento al rojo.

Para estudiar el sesgo de magnificación de las galaxias submilimétricas, en general, se analiza la correlación cruzada de las muestras de fondo y de primer plano con desplazamientos al rojo que no se solapan. Si se detecta una señal distinta de cero, la correlación cruzada estaría relacionada con las distancias cosmológicas y con las características del halo de las galaxias ([Bonavera et al., 2022](#)).

A partir del estudio del sesgo de magnificación en galaxias submilimétricas, se puede rastrear la densidad de masa (tanto bariónica como materia oscura) y así investigar también cómo ha evolucionado con el tiempo. Entonces este estudio sirve para estimar las masas de las galaxias submilimétricas, estimar las galaxias lejanas, determinar parámetros cosmológicos y comprender cómo está distribuido a gran escala el universo.

Por el momento, el sesgo de magnificación ha proporcionado restricciones de parámetros relativamente débiles, pero se espera que con el uso de nuevos observables independientes se obtengan nuevas restricciones, por lo que se la considera una técnica valiosa ([Bonavera et al., 2020](#)).

En este trabajo, para estudiar la correlación cruzada de las muestras de fondo y de primer plano, se utiliza el modelo de halos. Este modelo introduce un enfoque que permite

medir la distribución espacial de n galaxias en el universo, y viene regido por su distribución de ocupación de halos (HOD). La HOD es una herramienta para describir el sesgo de las galaxias y modelar su ocupación, que utiliza la distribución de probabilidad, las distribuciones espaciales y la velocidad en los halos. Consideraremos tres modelos HOD distintos: el modelo HOD de 3 parámetros, el modelo HOD de 5 parámetros y el modelo HOD gaussiano.

Para calcular los resultados, se fijan los parámetros cosmológicos a los valores del modelo estándar actual, y se aplica la técnica MCMC con el muestreador *emcee* para obtener valores de los parámetros de los distintos modelos HOD que aproximen la función de densidad de probabilidad.

Uno de los objetivos del trabajo es relacionar el modelo teórico con las observaciones recogidas, a través de varias representaciones gráficas, entre ellas, los *corner plot* y la función de correlación cruzada frente a la separación θ . También se va a estudiar si se pueden restringir los parámetros de los modelos HOD. El objetivo final del trabajo es analizar los distintos modelos HOD que se presentan para ver si hay alguno que se ajuste mejor que los otros a las correlaciones cruzadas.

Esta memoria se ha desarrollado de la siguiente manera: primero, en el capítulo 2 se hace un repaso de todos los conceptos básicos de la Cosmología. Entre ellos se presentan las ecuaciones principales de la Cosmología y, en la subsección 2.6.1, se introduce el modelo estándar actual. En el capítulo 3 se describen conceptos más técnicos del estudio del sesgo de magnificación en las galaxias submilimétricas: en la sección 3.1 se desarrolla el concepto de lente gravitacional, en la sección 3.2 se introduce el concepto de sesgo de magnificación, y para acabar el capítulo, en la sección 3.3 se describen las galaxias submilimétricas. En el capítulo 4 se introduce el modelo de halos en general, y en particular se describen los

tres modelos HOD que se van a aplicar a los datos. En el capítulo 5, se describen las herramientas necesarias para el análisis de los resultados, así como el procedimiento que se va a realizar. En el capítulo 6 se presentan y se analizan los resultados obtenidos de calcular las correlaciones cruzadas y ajustarlas a los parámetros de cada modelo HOD. Por último, en el capítulo 7 se resumen las principales conclusiones obtenidas en el trabajo.

En todo el trabajo, cada vez que usemos el logaritmo, \log , estaremos considerando el logaritmo en base 10.

Capítulo 2

Introducción a la Cosmología

En este capítulo se seguirá la notación utilizada en (Ryden, 2006) y (Baumann, 2022), a menos que se indique lo contrario.

La Cosmología es la ciencia que estudia la estructura, evolución y origen del universo. En su estudio se formulan teorías y modelos matemáticos, y se comprueban observacionalmente. Un objetivo principal de la Cosmología es entender el origen de la materia y la energía, al igual que las estructuras de las galaxias, cúmulos, etc. Hay diferentes ramas en Cosmología, entre ellas están la cosmología observacional, estadística y teórica.

En este capítulo se van a introducir los conceptos básicos de la Cosmología, así como sus ecuaciones principales, y distintos modelos cosmológicos.

2.1. Escalas cosmológicas

Para realizar este estudio se deben considerar distancias muy amplias, objetos muy grandes y escalas de tiempo muy largas. Si se utilizasen las unidades del sistema internacional para describir estas medidas, las escalas serían demasiado pequeñas y se perdería la noción de las medidas. Por ello, la Cosmología tienen su propio sistema de medida.

Las distancias se miden usando:

- Unidad astronómica: $1 \text{ AU} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Unidad útil para escalas dentro del sistema solar.

- Parsec: $1 \text{ pc} = 3.1 \cdot 10^{16} \text{ m}$

Unidad útil para escalas dentro de nuestra galaxia.

- Megaparsec: $1 \text{ Mpc} = 10^6 \text{ pc} = 3.1 \cdot 10^{22} \text{ m}$

Unidad útil para medir distancias intergalácticas.

Las masas se miden a partir de la masa solar:

- Masa solar: $1 M_{\odot} = 2.0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Se trata de la medida estándar utilizada.

También cabe destacar el concepto de luminosidad solar, que se trata de la potencia a la que irradia energía el Sol en forma de luz:

- Luminosidad solar: $1 L_{\odot} = 3.8 \cdot 10^{26} \text{ W}$

Unidad estándar de potencia.

- Luminosidad galáctica: $L_{gal} = 3.6 \cdot 10^{10} L_{\odot}$

Y para medir el tiempo se utiliza:

- Año : $1 \text{ yr} = 3.2 \cdot 10^7 \text{ s}$
- Giga-año: $1 \text{ Gyr} = 10^9 \text{ yr} = 3.2 \cdot 10^{16} \text{ yr}$

También es importante considerar las escalas muy pequeñas, ya que, en el origen del universo, ocurrieron fenómenos importantes a causa de algunas partículas físicas. La energía de las partículas se calcula en eV , siendo $1 eV = 1.6 \cdot 10^{-19} J$. Por ejemplo, la energía en reposo del electrón es: $m_e c^2 = 0.511 MeV$, mientras que, la energía en reposo del protón es $m_p c^2 = 938.3 MeV$.

2.2. El Universo a pequeña y gran escala

El universo está compuesto por materia bariónica y no bariónica. La materia bariónica se constituye por iones, átomos y moléculas, que están compuestos de partículas físicas, como protones, neutrones y electrones. Los protones y los neutrones son ejemplos de bariones, que son partículas que tienen tres quarks. Los electrones son ejemplos de leptones, una clase de partículas elementales. Como la masa de los electrones es muy inferior a la de los protones pero cada electrón contrarresta la carga positiva de cada protón, el universo,

que tiene carga neutra, posee una mayor densidad de protones que de electrones, por ello se denomina materia bariónica. La materia no bariónica es aquella que no está compuesta por bariones. Esta materia, denominada materia oscura, no interactúa con la luz ni otras fuerzas electromagnéticas, aunque sí con la gravedad. Como los neutrinos son partículas masivas que interactúan con la materia solo a través de la gravedad, inicialmente se pensó que la materia oscura estaba compuesta de ellos, pero su poca masa no explicaba por completo la masa oscura, y se han buscado otras alternativas. Actualmente, uno de los métodos más efectivos para detectar la materia oscura consiste en medir su efecto gravitatorio sobre la materia bariónica.

A gran escala, de aproximadamente 100 Mpc o más, el universo se considera isotrópico y homogéneo. Que el universo sea isotrópico quiere decir que no hay ninguna dirección predilecta, esto es, que no importa en qué dirección se apunte con el telescopio ya que se verá exactamente lo mismo. Por otro lado, que el universo sea homogéneo quiere decir que no hay ubicaciones preferidas en el universo, que independientemente de dónde se instale el telescopio el universo será el mismo.

A escalas más pequeñas se tiene que el universo es anisotrópico e inhomogéneo. Solo empieza a ser isótropo cuando se consideran dimensiones de supercúmulos de diámetro ~ 100 Mpc separados por vacíos del mismo tamaño. Y solo empieza a ser homogéneo cuando se consideran escalas ~ 100 Mpc, ya que si se considera una esfera centrada en la Tierra, solamente a estas escalas dicha esfera no sería sobredensa comparada con el universo en su conjunto. Cabe destacar que un universo isotrópico en cualquier punto implica también homogeneidad, pero la implicación contraria no se tiene.

2.3. Desplazamiento al rojo

El estudio de las galaxias es fundamental para conocer la estructura y el origen del universo. Hay varios tipos de galaxias, entre ellas: las espirales, las elípticas y las irregulares. Para observarlas se ha estado utilizando el telescopio espacial *Hubble* desde el año 1990, y se ha podido recoger bastante información, por ejemplo, se ha detectado que a altos desplazamientos al rojo el universo era bastante diferente al actual ([Williams et al., 1996](#)).

A continuación introducimos la noción de desplazamiento al rojo (*redshift*).

Lo que se observa en el universo se deduce de la luz que proviene de los objetos lejanos. La luz que emite una galaxia lejana puede considerarse mecánicamente cuántica, como fotones que se desplazan libremente, o clásicamente, como ondas electromagnéticas que se propagan. Para interpretar correctamente las observaciones, se tiene que tener en cuenta el desplazamiento al rojo, que es el efecto en el cual la longitud de onda de la luz se alarga, o equivalentemente, los fotones pierden energía, lo que hace que su color se vea desplazado hacia el rojo en el espectro electromagnético. Este fenómeno se debe a que la galaxia que emite la luz se está alejando de nosotros.

Al observar las galaxias, lo hacemos en longitudes de onda correspondientes al visible, 400 – 700 nm. Cuando cogemos el espectro de una galaxia en estas longitudes de onda, normalmente contiene líneas de absorción que han sido creadas en las atmósferas superiores relativamente frías de las estrellas. Consideramos una línea de absorción particular cuya longitud de onda, que se mide en los laboratorios de nuestro planeta, se denota como λ_{em} . Además, se mide la longitud de onda para la misma línea de absorción en un espectro de una galaxia lejana, y se denota por λ_{ob} . En general ambas longitudes de onda serán

distintas. De esta manera, el desplazamiento al rojo de las galaxias se calcula a partir de la fórmula:

$$z \equiv \frac{\lambda_{ob} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}}$$

Cuando $z < 0$ esta medida se llama desplazamiento al azul (*blueshift*).

En el siglo XX se descubrió que la luz de las galaxias se desplazaba al rojo en longitudes de onda más largas, en lugar de desplazarse al azul en longitudes de onda más cortas, hecho que proviene de la expansión del universo.

2.4. Constante de Hubble

Una vez que se hubo medido suficientes desplazamientos al rojo de las galaxias, Edwin Hubble estudió si el desplazamiento al rojo de cada galaxia dependía de la distancia a la que se encontraba de nosotros, r . A partir de este estudio, Hubble formuló la relación lineal conocida como la ley de Hubble:

$$z = \frac{H_0}{c} \cdot r$$

donde:

- H_0 : constante de Hubble.
- c : velocidad de la luz.

La constante de Hubble ha tenido varias predicciones a lo largo de la historia, y sigue habiendo discrepancia en su valor exacto. Esto se debe a las diferentes técnicas que se

aplican al calcularlo y a los diferentes datos recogidos. Asumiendo el modelo cosmológico base Λ -CDM, el cual se describirá más adelante, el valor más actual de la constante de Hubble es ([Planck Collaboration et al., 2020](#)):

$$H_0 = 67.4 \pm 0.5 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

Otra medida realizada con lentes gravitacionales es la siguiente:

$$H_0 = 73.3 \pm 1.8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

En ocasiones se utiliza el factor h para reescalar la constante de Hubble de manera que:

$$h = \frac{H_0}{100} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

A partir de la ley de Hubble nos encontramos en la situación en la que las galaxias se están alejando de nosotros, pero un observador en cualquier otra galaxia también observará que las galaxias se están alejando de él. Esto se explica con el hecho de que nos encontramos en un universo que experimenta una expansión homogénea e isotrópica. Probemos esto de manera matemática:

Consideramos tres galaxias con posiciones \vec{r}_1 , \vec{r}_2 y \vec{r}_3 . Estas galaxias definen un triángulo de lados:

$$r_{12} \equiv |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \quad r_{23} \equiv |\vec{r}_2 - \vec{r}_3| \quad r_{31} \equiv |\vec{r}_3 - \vec{r}_1|$$

Que el universo sea homogéneo y tenga una expansión uniforme significa que la forma del triángulo se mantiene mientras las galaxias se alejan las unas de las otras. Para mantener la posición relativa de los lados del triángulo se necesita una ley de expansión de la

forma:

$$r_{12}(t) = a(t) \cdot r_{12}(t_0) \quad r_{23}(t) = a(t) \cdot r_{23}(t_0) \quad r_{31}(t) = a(t) \cdot r_{31}(t_0)$$

con t_0 el momento inicial en el que se midió la distancia de las galaxias y $a(t)$ el factor de escala, que representa la expansión o contracción del universo y depende del tiempo. En cualquier momento, un observador en la primera galaxia verá a las otras galaxias alejarse con velocidad:

$$v_{12}(t) = \frac{dr_{12}}{dt} = \dot{a} r_{12}(t_0) = \frac{\dot{a}}{a} r_{12}(t)$$

$$v_{31}(t) = \frac{dr_{31}}{dt} = \dot{a} r_{31}(t_0) = \frac{\dot{a}}{a} r_{31}(t)$$

Análogamente ocurre lo mismo en la segunda y tercera galaxia. El factor $\frac{\dot{a}}{a}$ representa la tasa de expansión del universo, y se identifica con el parámetro de Hubble, H .

De lo anterior se deduce que, en cualquier universo donde la distribución de las galaxias es homogénea y tiene expansión isotrópica, la relación entre la distancia y velocidad es de la forma:

$$v = Hr \quad \text{con} \quad H = \frac{\dot{a}}{a}$$

Por tanto, la constante de Hubble viene dada por la siguiente expresión:

$$H_0 = \frac{\dot{a}(t_0)}{a(t_0)}$$

Como el desplazamiento al rojo se define a partir de una variación en las longitudes de onda, se puede relacionar con un cambio del factor de escala como sigue:

$$1 + z(t) = \frac{a(t_0)}{a(t)} \tag{2.1}$$

con $a(t_0)$ el factor de escala en el momento actual, cuando se observa, y $a(t)$ el factor de escala cuando la luz fue emitida. Esto demuestra que la luz tiene mayor desplazamiento

al rojo en la medida que el Universo se ha expandido entre la emisión y el observador (Bartelmann and Schneider, 2001).

El hecho de que las galaxias se estén alejando unas de otras, implica que en el pasado estaban más cerca. Suponiendo que no hay fuerzas que actúen para acelerar o frenar el movimiento relativo, su velocidad es constante y el tiempo que ha transcurrido desde que estaban en contacto viene dado por:

$$t_0 = \frac{r}{v} = \frac{r}{H_0 r} = H_0^{-1}$$

Este tiempo se conoce como el tiempo de *Hubble*. Este hecho implica que en el pasado todas las galaxias del universo estaban juntas en un volumen pequeño. Por tanto, las observaciones de los desplazamientos al rojo de las galaxias nos conducen a un modelo de Big Bang para la evolución del universo.

No obstante, la edad del universo, es decir, el tiempo que ha transcurrido desde su estado de alta densidad hasta la actualidad, no tiene por qué ser exactamente el tiempo de *Hubble* ya que, en realidad, sí hay fuerzas que afecten el movimiento relativo como, por ejemplo, la gravedad. Si la gravedad es la única fuerza que actúa a grandes escalas, entonces su fuerza atractiva sobre la materia frenaría la expansión del universo. En este caso, el universo se habría estado expandiendo más rápido en el pasado que ahora, y por tanto sería más joven que H_0^{-1} . Por otro lado, si la densidad de energía del universo está dominado por una constante cosmológica, la fuerza dominante del universo es repulsiva, y el universo podría ser más antiguo que H_0^{-1} . Esto nos conduce a diferentes variaciones de los modelos del Big Bang.

2.5. Ecuaciones de Friedmann

Las fuentes de información utilizadas en esta sección son (Ryden, 2006) y (Bartelmann and Schneider, 2001).

Para describir un universo homogéneo e isotrópico, que se puede expandir y contraer, se necesitan conocer los siguientes parámetros:

- κ : constante de curvatura, describe el signo de la curvatura.
Si $\kappa = 1$ positivo, si $\kappa = -1$ negativo y si $\kappa = 0$ no hay curvatura.
- R_0 : radio de la curvatura del universo, medido en el tiempo actual, t_0 .
- $a(t)$: factor de escala, nos dice si el universo se ha expandido o contraído con el tiempo. Usualmente, se tiene que $a(t_0) = 1$.

La ecuación de Friedmann viene dada por:

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon(t) - \frac{\kappa c^2}{R_0^2 a(t)^2} \quad (2.2)$$

donde:

- $H(t)$: parámetro de Hubble.
- G : constante gravitacional.
- ε : densidad de energía. Unidades energía/volumen.
- $\frac{\kappa}{R_0^2}$: la curvatura actual.

Esta ecuación se aplica para todos los universos con métrica Robertson-Walker¹, cuya expansión o contracción está gobernada por las reglas generales de la relatividad.

La densidad crítica viene tras aplicar la hipótesis de $\kappa = 0$, es decir, la hipótesis de un universo plano:

$$\varepsilon_c(t) \equiv \frac{3c^2}{8\pi G} H(t)^2 \quad (2.3)$$

De manera que se define el **parámetro de densidad** como:

$$\Omega(t) \equiv \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_c(t)}$$

Para definir el parámetro de densidad en el tiempo actual se sustituye $t = t_0$, obteniendo:

$$\Omega_0 = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c}$$

La ecuación de Friedmann descrita en (2.2), se puede reescribir en términos de parámetro de densidad como sigue:

$$1 - \Omega(t) = -\frac{\kappa c^2}{R_0^2 a(t)^2 H(t)^2}$$

Otra forma de presentar las ecuaciones anteriores es con la densidad de masa, $\rho = \frac{\varepsilon}{c^2}$. Con esta nueva notación, la ecuación de Friedmann dada en (2.2) y el parámetro de densidad en el tiempo actual quedarían:

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho^2 - \frac{\kappa c^2}{R_0^2 a(t)^2} \quad \Omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_c}$$

¹Para más información consultar (Ryden, 2006) o (Baumann, 2022).

Así, la ecuación de Friedmann en términos del parámetro de densidad y en el tiempo actual, tomando $a(t_0) = 1$, vendría dada por:

$$1 - \Omega_0 = -\frac{\kappa c^2}{R_0^2 H_0^2}$$

Por tanto, se concluye que conocido Ω_0 se conoce el signo de curvatura, κ .

La primera ley de la termodinámica en un universo que se expande (o se contrae) es de la forma:

$$\dot{\varepsilon} + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\varepsilon + P) = 0 \quad (2.4)$$

Esta ecuación recibe el nombre de **ecuación de fluidos**.

Cabe destacar que la ecuación de Friedmann no nos dice cómo el factor de escala $a(t)$ evoluciona con el tiempo. Combinando la ecuación de Friedmann (2.2) y la ecuación de fluidos (2.4), se llega a la **ecuación de aceleración**, que nos dice cómo la expansión del universo se acelera o realentiza con el tiempo:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2} (\varepsilon + 3P) \quad (2.5)$$

con P la presión, que tiene unidades de fuerza por unidad de área: $J \cdot m^{-3}$.

Notamos que en la ecuación anterior si ε es positivo entonces la aceleración es negativa, es decir, decrece el valor de \dot{a} y reduce la velocidad relativa de dos puntos cualquiera en el universo.

Las tres ecuaciones claves que describen cómo el universo se expande son las ecuaciones de estado que vienen recogidas en la ecuación de Friedmann (2.2), la ecuación de fluidos (2.4) y la ecuación de aceleración (2.5). Como se ha visto, esta última ecuación deriva de las dos anteriores, por tanto, se necesita otra ecuación para poder conocer las tres funciones: $a(t)$, $\varepsilon(t)$ y $P(t)$.

La ecuación de estado que relaciona la presión y la densidad de energía para sustancias de importancia cosmológica viene dada por la siguiente relación lineal:

$$P = w\varepsilon \quad (2.6)$$

con w un número adimensional.

Si al desarrollo de Friedmann se le añade el estudio de Einstein de la constante cosmológica, Λ , se llega a que la ecuación de Friedmann (2.2) tiene una ligera modificación, de manera que:

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon(t) - \frac{\kappa c^2}{R_0^2 a(t)^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.7)$$

Y la ecuación de aceleración con esta modificación quedaría:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\varepsilon + 3P) + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.8)$$

2.6. Modelos cosmológicos

El modelo cosmológico de Einstein asume que el universo es homogéneo e isótropo en promedio. Además, motivado por las bajas velocidades observadas de las estrellas conocidas, consideró que la estructura del universo a gran escala era estática. Así, Einstein introdujo la constante cosmológica Λ en su teoría de la relatividad general, para obtener soluciones dinámicas. Tras la investigación de Hubble, donde demuestra que las galaxias se están alejando unas de otras, Einstein comprende que el universo no está en un estado estacionario, y por tanto, considera la constante cosmológica errónea. Tiempo después, se llega a la conclusión de que para reconciliar la teoría con las observaciones, esta constante Λ sí debía de existir. Así, la constante cosmológica, Λ , evolucionó hacia el concepto de energía oscura (Peebles and Ratra, 2003).

La radiación cósmica de fondo de microondas (CMB: *cosmic microwave background*) proporciona la evidencia fundamental de que el universo empieza a partir de un Big Bang caliente. Justo después del Big Bang, se formó un gas relativista donde todas las partículas carecían de masa. A medida que el universo se expandía, la temperatura disminuía y la radiación y la materia se iban enfriando. En la temperatura de desacoplamiento, la materia y la radiación se disocian, y se forman los primeros átomos neutros. Esta radiación es la denominada radiación cósmica de fondo de microondas, y antes de ese momento no se puede observar directamente lo que ocurrió (Olesen, 1998).

El CMB es una radiación de cuerpo negro con una temperatura actual de $T_{CMB} \approx 2.73$ K. Se tiene que la dependencia de la temperatura del CMB con el desplazamiento al rojo es de la forma: $T \propto (1 + z)$, demostrando así que el universo era más caliente en tiempos anteriores. La radiación de microondas nos llega desde todas las direcciones. Esta radiación es isotrópica a excepción de una pequeña parte, pero muy importante, de fluctuaciones con una amplitud relativa de 10^{-5} . La radiación cósmica de fondo de microondas está formada por fotones que interaccionaron con la materia por última vez a $z \sim 1100$. En ese entonces el universo ya tenía que ser inhomogéneo para que se formasen las estructuras del universo actual. Esas inhomogeneidades espaciales se aprecian como unas pequeñas anisotropías en el CMB, que son las fluctuaciones descritas (Schneider, 2006).

Entonces, se concluye que las anisotropías del CMB reflejan las condiciones del universo en la época de la recombinación, es decir, a $z \sim 1100$. Las fluctuaciones de temperatura que se originaron en la recombinación se llaman anisotropías primarias. Posteriormente, se pudieron dar las anisotropías secundarias, que son los efectos causados por el cambio de la distribución de temperatura después de que los fotones del CMB se propagasen por el universo y experimentasen una serie de distorsiones a lo largo de su camino (Schneider, 2006).

2.6.1. Modelo estándar (Λ -CDM)

El modelo estándar cosmológico actual, también conocido como Λ -CDM, es un modelo que se basa en que la materia es mayoritariamente materia oscura y fría (CDM: *cold dark matter*) con la mayor parte de la densidad de energía comportándose como energía en el vacío (como la constante cosmológica de la relatividad general: Λ). La peculiaridad de la materia oscura es que no interactúa electromagnéticamente, solo se puede detectar de forma gravitacional, por tanto se desconocen sus propiedades y su origen (Scott, 2020).

El modelo CDM supone que la masa del universo está dominada por materia oscura y, además, se comporta como un gas de partículas masivas de interacción débil con una dispersión de velocidad primitiva insignificante. Considera que la estructura de la materia se ha formado como resultado del crecimiento gravitacional de desviaciones primitivas de la homogeneidad que son adiabáticas, invariantes de escala y gaussianas.

En la parametrización Λ -CDM, la energía oscura interactúa solamente consigo misma y con la gravedad, entonces se tiene la ecuación de estado dada en (2.6). A partir de la ecuación de fluidos dada en (2.4), pero para la densidad de masa:

$$\dot{\rho} = -3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + P)$$

Se sustituye la ecuación de estado obteniendo:

$$\dot{\rho} = -3 \frac{\dot{a}}{a} \rho (1 + w)$$

De esta forma, tomando w constante, la densidad de energía oscura es proporcional a:

$$\rho \propto a^{-3(1+w)} \tag{2.9}$$

Donde se diferencian tres casos (Peebles and Ratra, 2003):

- Si $w < -\frac{1}{3}$: la energía oscura contribuye positivamente a $\frac{\ddot{a}}{a}$, en virtud de la ecuación de aceleración (2.5).
- Si $w = -\frac{1}{3}$: la energía oscura no tiene ningún efecto sobre \ddot{a} , por la ecuación (2.5).
- Si $w < -1$: la densidad de energía oscura aumenta, en virtud de (2.9).

Este modelo describe la evolución y la estructura del universo a partir del Big Bang hasta el tiempo actual. En su descripción, se combina la Teoría de la Relatividad General de Einstein con la física de partículas y la Cosmología. El efecto de la constante cosmológica en la teoría de Einstein es provocar que la gravitación actúe de manera repulsiva en escalas espaciales grandes. De esta manera, en el origen del universo la fuerza predominante era la fuerza atractiva de la gravedad, mientras que en etapas posteriores va dominando la fuerza repulsiva de la gravitación, provocando así la expansión acelerada del universo.

La densidad de la materia viene dada por la suma de tres componentes:

$$\rho = \rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda$$

Denotamos ρ_r para la contribución de la radiación, que se divide en ρ_γ para fotones y ρ_ν para neutrinos; ρ_m para la contribución de la materia, que se divide en ρ_c , materia oscura fría, y ρ_b , materia bariónica; y ρ_Λ para la contribución de la energía en el vacío (Baumann, 2022).

La materia ordinaria satisface que $c, p \ll \rho c^2$, por tanto, se aproxima la presión por $p = 0$. Así, se tiene que $\rho_m \propto a^{-3}$, con a^3 las dimensiones de un volumen fijo. Este resultado está intuitivamente claro porque el número de partículas de materia se conserva, y por

tanto su densidad numérica, entonces la densidad tiene que decrecer proporcionalmente al inverso del volumen. Sin embargo, la materia relativista, también llamada radiación, tiene presión $p = \frac{\rho c^2}{3}$, luego $\rho_r \propto a^{-4}$. Este resultado también está intuitivamente claro porque mientras el número de densidad de fotones decrece según a^{-3} debido al número de conservación, su energía individual decrece como a^{-1} , debido al desplazamiento al rojo de su energía.

Estas componentes se pueden reescribir como densidades evaluadas en el tiempo presente:

$$\rho_m = \frac{\rho_{m0}}{a^3} \quad \rho_r = \frac{\rho_{r0}}{a^4}$$

A partir de estas componentes y de la densidad crítica descrita en (2.3), se definen los siguientes parámetros de densidad adimensionales (Schneider et al., 2006):

$$\Omega_m \equiv \frac{\rho_{m0}}{\rho_c} \quad \Omega_r \equiv \frac{\rho_0}{\rho_c} \quad \Omega_\Lambda \equiv \frac{\rho_v}{\rho_c} = \frac{\Lambda}{3H_0^2} \quad \Omega_K \equiv -\frac{k}{H_0^2 a(t_0)^2}$$

En el modelo estándar cosmológico, la historia de la expansión del universo viene determinada por los parámetros adimensionales cuya suma está normalizada a la unidad (Peebles and Ratra, 2003):

$$\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1 \quad (2.10)$$

con:

- Ω_m : medida de la densidad de masa media actual no relativista.
- Ω_r : medida de la masa actual de radiación relativista termal de fondo de microondas a $T_{CMB} \approx 2.73$ K.
- Ω_Λ : la medida de Λ .

- Ω_K : efecto de la curvatura del espacio.

Los valores de cada parámetro son según (Planck Collaboration et al., 2020):

$$\Omega_m = 0.31 \quad \Omega_r = 9.4 \cdot 10^{-5} \quad \Omega_\Lambda = 0.69 \quad |\Omega_K| \leq 0.01$$

El valor de estos parámetros viene determinado por experimentos anisótropicos medidos en el fondo cósmico de microondas. Actualmente los efectos de la curvatura implican menos del 1 % de la energía cósmica, y en tiempos anteriores era despreciable, por tanto, se suele considerar $\Omega_K = 0$ (Baumann, 2022).

El modelo estándar consiste en una descripción del fondo cosmológico que es una solución homogénea e isotrópica de las ecuaciones de campo de la Relatividad General, y una teoría para la formación de la estructura del universo. El modelo de fondo se describe a través de la métrica de Robertson-Walker, donde las hipersuperficies de tiempo constantes son triespacios homogéneos e isotrópicos, planos o curvos, y cambian con el tiempo según el factor de escala $a(t)$.

Hay dos postulados que rigen el modelo estándar de cosmología referidos a su métrica (Bartelmann and Schneider, 2001):

- Para valores promediados a escalas suficientemente grandes, existe un movimiento medio de la radiación y de la materia en el Universo con respecto al cual todas las propiedades observables promediadas son isotrópicas.
- Todos los observadores fundamentales, es decir, aquellos que siguen el movimiento medio, experimentan la misma historia del Universo, es decir, las mismas propiedades observables promediadas. Este Universo, desde el punto de vista del observador, se denomina homogéneo.

Por tanto, en este modelo también se recoge la isotropía y homogeneidad del Universo a gran escala.

La ecuación de Friedmann dada en (2.7) puede escribirse en términos de los parámetros de densidad adimensionales como sigue, tomando $a(t_0) = 1$:

$$H(t)^2 = H_0^2 \left[\frac{\Omega_r}{a^4} + \frac{\Omega_m}{a^3} + \frac{\Omega_K}{a^2} + \Omega_\Lambda \right]$$

Y usando la relación dada en (2.1), se tiene:

$$H(t)^2 = H_0^2 \left[\Omega_m (1+z)^3 + \Omega_r (1+z)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_K (1+z)^2 \right]$$

Si despejamos Ω_K en la expresión (2.10) y tenemos en cuenta que $\Omega_0 = \Omega_m + \Omega_\Lambda + \Omega_r$, se reescribe la ecuación de Friedmann como sigue (Peebles and Ratra, 2003):

$$H(t)^2 = H_0^2 \left[\frac{\Omega_r}{a^4} + \frac{\Omega_m}{a^3} + \frac{(1 - \Omega_0)}{a^2} + \Omega_\Lambda \right]$$

El modelo cosmológico actual recoge con éxito las anisotropías en el CMB, la expansión acelerada del universo y la nucleosíntesis del Big Bang, y también predice algunas características importantes de la estructura a gran escala en la distribución de galaxias. No obstante, con el aumento de la cantidad y la calidad de las medidas han aparecido pequeños problemas en el modelo, como el problema de los satélites perdidos y el problema de la cúspide-núcleo (Bonavera et al., 2020).

Para más información sobre los problemas actuales del modelo cosmológico Λ -CDM consultar (Klypin et al., 1999) y (Wechsler et al., 2002).

Capítulo 3

El efecto de lente gravitacional: el sesgo de magnificación

En este capítulo vamos a introducir el efecto lente gravitacional y los tipos de lentes gravitacionales que hay. También se va a describir el efecto del sesgo de magnificación, las galaxias submilimétricas y sus propiedades.

3.1. Efecto de lente gravitacional

La información que se presenta a continuación esta basada, en general, en el libro ([Bartelmann and Schneider, 2001](#)) y el artículo ([Schneider et al., 2006](#)), con la excepción de las referencias indicadas.

El estudio del campo de las lentes gravitacionales se ha desarrollado a raíz de una particular desviación gravitacional de la luz. El efecto de los rayos de luz que se desvían cuando se propagan a través de un campo gravitatorio no homogéneo, se describió cuantitativamente tras la última formulación de Einstein en su teoría de la Relatividad General.

Los cuerpos cósmicos más lejanos, con mayor masa o más compactos que el Sol pueden desviar los rayos de luz de una única fuente con la suficiente fuerza como para que múltiples rayos de luz lleguen al observador. De esta forma, el observador ve una imagen de cada rayo, de manera que la fuente aparece con múltiples imágenes. Desde que se detectó el primer sistema de imagen múltiple (1979), el campo de lentes gravitacionales se ha convertido en uno de los principales temas para la investigación astrofísica.

El fenómeno de propagación de la luz en campos gravitacionales fuertes, como por ejemplo agujeros negros o estrellas de neutrones, no suelen estar incluidos en el estudio de lentes gravitacionales. Esto se debe a que el desarrollo matemático de los efectos de campos fuertes es distinto al desarrollo matemático del fenómeno de desviación débil.

El aspecto común de todos los estudios sobre lentes gravitacionales débiles es que las mediciones de sus efectos son de naturaleza estadística. No hay una definición general de lente débil. Una única fuente con múltiples imágenes proporciona información sobre la distribución de la masa del deflector, el cuerpo que causa la desviación de la luz, mientras que los efectos de lente débil solo se pueden estudiar en conjuntos de fuentes.

Los efectos de magnificación y de distorsión debido a las lentes débiles se suelen utilizar haciendo algunas suposiciones sobre las propiedades de las fuentes, para investigar propiedades estadísticas de la distribución de materia entre nosotros y un conjunto de fuentes distantes.

En la Teoría General de la Relatividad, el ángulo de desviación de la luz que se propaga en un campo de una masa esférica, M , viene dada por

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2\xi}$$

con ξ el parámetro de impacto del rayo de luz entrante, G la constante de gravitación de Newton y c la velocidad de la luz.

Las lentes gravitacionales se han convertido en una herramienta polivalente para la cosmología observacional. Esto se debe a dos razones principales:

- El ángulo de desviación de un rayo luminoso viene determinado por el campo gravitatorio de la distribución de materia a lo largo de su trayectoria. No distingue entre materia ordinaria y materia oscura, porque el campo gravitatorio no depende de la naturaleza de la materia ni de su estado físico.
- Una vez dado el ángulo de desviación en función del parámetro de impacto, la lente gravitacional se reduce a geometría simple. La mayoría de los sistemas de lentes gravitacionales implican fuentes que tienen un desplazamiento al rojo moderado o alto, permitiendo así investigar la geometría del universo a partir de estas lentes.

Las galaxias tenues y lejanas observadas a través del campo gravitatorio de un deflector tienen un aspecto diferente. La componente de marea de un campo gravitacional distorsiona la forma de las imágenes de las galaxias y la magnificación asociada a la luz deflectada cambia su brillo aparente. Si todas las galaxias fueran intrínsecamente circulares, cualquier imagen de galaxia proporcionaría información sobre el campo gravitatorio de la marea local. Con las galaxias intrínsecamente elípticas, la obtención de información significativa de imágenes individuales no es posible, a excepción de en los arcos luminosos gigantes, cuya distorsión es tan extrema que se reconocen fácilmente.

Sin embargo, suponiendo que la orientación de las galaxias es al azar, la intensidad del campo gravitatorio de marea puede calcularse a partir de una muestra de imágenes de galaxias, siempre que la elipticidad sea mayor que el ruido de Poisson, que es el ruido causado por el número finito de imágenes de galaxias de la muestra y por la distribución de la elipticidad.

La imagen de un objeto astronómico refleja su distribución de brillo superficial. El brillo superficial se define como la energía fotónica recibida por una unidad de superficie en el observador por unidad de tiempo desde una unidad de ángulo sólido en una dirección específica. Denotando el brillo superficial por I , se tiene que las unidades son:

$$[I] = \text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$$

con sr el estereorradián, que mide ángulos sólidos. Si se integra el brillo superficial sobre toda la imagen, se obtiene el flujo del objeto f , con unidades:

$$[f] = \text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$$

Por último, si se integra el flujo sobre una esfera centrada en el objeto y con radio igual a la distancia r del objeto al observador, se tiene la luminosidad del objeto es:

$$L = 4\pi r^2 f$$

con $[L] = \text{erg} \cdot \text{s}^{-1} = 10^{-7} \text{ W}$ (Mo et al., 2010).

Como las lentes conservan el brillo superficial, la magnificación aumenta el tamaño de las imágenes de galaxias a un nivel fijo de brillo superficial. El aumento del flujo resultante permite ver hasta magnitudes intrínsecas más débiles, por tanto la densidad numérica local de imágenes de galaxias por encima de cierto umbral de flujo puede verse alterada por la lente.

Algunos descubrimientos de lentes gravitacionales son:

- Sistemas de lentes de imagen múltiple con una galaxia que actúa como lente principal (a partir de 1979). Se introduce un ejemplo en la figura 3.1.
- Arcos luminosos gigantes.
- Anillos.
- Cuásar microlente.
- Lentes débiles.
- Retrasos temporales.
- Microlentes galácticas.



Figura 3.1: Imagen del telescopio espacial Hubble del sistema de lentes fuertes Q0957+561 (Congdon and Keeton, 2018). Crédito: ESA/NASA.

La figura 3.1 muestra un sistema llamado Q0957+561 capturado por el telescopio espacial Hubble. Los dos objetos del centro de la imagen con forma de estrella son imágenes

múltiples de un único cuásar distante. La razón por la que vemos múltiples imágenes en lugar de solo una es porque la gravedad que hay entre el cuásar y el telescopio, doblan los rayos de luz creando una distorsión y una amplificación de la luz, que forman las imágenes.

En la figura 3.2 se representa un evento de microlentes. Los dos paneles de la izquierda muestran imágenes de la misma zona del cielo tomadas desde el suelo. Se observa que en 1993, la estrella del recuadro era mucho más brillante que antes o después de ese momento. En el panel de la derecha se muestra una observación del telescopio espacial Hubble de la misma zona del cielo, que detectó la misma estrella (que se encuentra en la Vía Láctea) y también la estrella fuente azul (se encuentra en una galaxia cercana Gran Nube de Magallanes). En estas imágenes se puede observar el cambio de la magnificación según el movimiento del observador, lente y fuente.

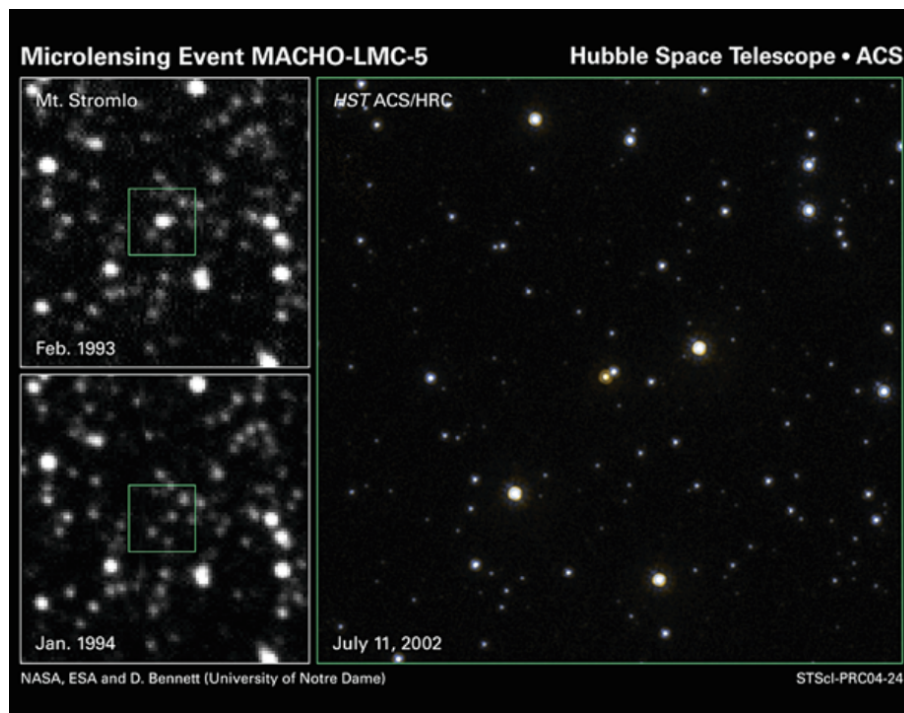


Figura 3.2: Evento de microlentes (Congdon and Keeton, 2018). Crédito: NASA, ESA and D. Bennett (Universidad de *Notre Dame*).

En general, las lentes gravitacionales se pueden clasificar en tres tipos ([Congdon and Keeton, 2018](#)):

- Lentes fuertes.

El fenómeno de lentes fuertes se da cuando un objeto cercano divide la luz de una fuente más lejana en múltiples imágenes resueltas. La lente y la fuente tienen que estar alineadas y cercanas entre sí para que ocurra este efecto.

Estas lentes permiten estudiar la distribución de la materia en galaxias y cúmulos de galaxias que dividen las fuentes de fondo en múltiples imágenes. Y, además, permiten restringir parámetros cosmológicos examinando las lentes en su contexto cosmológico.

- Microlentes.

En ocasiones, una lente de primer plano produce varias imágenes distintas de una fuente de fondo que no se pueden resolver. Sin embargo, a medida que se ha avanzado tecnológicamente se han ido desarrollando las microlentes, donde se mide la magnificación colectiva (o total) de todas las imágenes de la lente.

Por ejemplo, en el caso de las estrellas, se observa el cambio de la magnificación resultante del movimiento relativo del observador, la lente y la fuente, que ocurre en escalas de tiempo de meses o años. En la [figura 3.2](#) se proporciona un ejemplo de un evento de microlentes.

Las microlentes se pueden utilizar para buscar planetas extrasolares, complementando técnicas basadas en el tránsito de planetas enfrente de sus estrellas anfitrionas. Las microlentes son más sensibles a planetas cuya masa es comparable con la de Júpiter y Saturno.

- Lentes débiles.

Las lentes débiles, al contrario que las lentes fuertes y las microlentes, no se pueden inferir a partir de un único objeto, sino que son observables cuando pueden analizarse muchas fuentes para obtener una señal estadísticamente significativa.

Los objetos situados detrás de la lente, aunque estén muy alejados de su centro, pueden desviar su luz si la lente es lo suficientemente masiva. Si la densidad de la masa superficial de la lente supera un determinado umbral, se formarán múltiples imágenes (sería una lente fuerte), en caso contrario, se inducirá una sutil distorsión de la fuente de fondo (el efecto de lente débil).

Las lentes débiles se pueden usar para determinar la concentración de masa individual y para determinar la estructura a gran escala del universo entre el observador y la fuente.

3.2. Sesgo de magnificación

En este apartado seguiremos las ideas expuestas en los siguientes artículos: ([Bonavera et al., 2020](#)) y ([Bonavera et al., 2022](#)).

Nos centraremos en el estudio de las lentes gravitacionales débiles, que son las causantes del sesgo de magnificación. Este efecto consiste en el exceso aparente de fuentes de alto desplazamiento al rojo que se observan cerca de galaxias de bajo desplazamiento al rojo, y pueden ser cuantificadas utilizando la correlación cruzada entre galaxias de alto y bajo desplazamiento al rojo. Las lentes gravitacionales desvían los rayos de luz de las fuentes lejanas que tienen alto desplazamiento al rojo, provocando el estiramiento del área aparente del cielo en la región afectada por el fenómeno. El aumento del área provoca que se disminuya la densidad superficial aparente de cualquier fuente de fondo. Las

desviaciones también amplifican el flujo de las fuentes de fondo, como ya se ha indicado previamente en este apartado, aumentando así las posibilidades de que supere el umbral para ser incluidas en una muestra de flujo limitado. El efecto de este potenciamiento se conoce como sesgo de magnificación.

En la figura 3.3a se representa este efecto: en el plano posterior (el de la fuente), en rojo se representan las fuentes con un límite de densidad de flujo por encima del límite de detección del instrumento, por tanto, detectables, mientras que en naranja se representan las fuentes con densidad de flujo por debajo del límite de detección, no detectables a menos que se potencien con el sesgo de magnificación. En el plano de la lente, en azul, se representan las posibles lentes que pueden causar el efecto del sesgo de magnificación. Por último, en el plano del observador, se podrán observar los objetos azules del plano de la lente, los objetos rojos del plano de la fuente, y algunos objetos naranjas cuyo flujo haya sido aumentado. Además, se tiene una peculiaridad: los objetos naranjas magnificados se encuentran cerca de algunos de los objetos azules (de sus lentes).

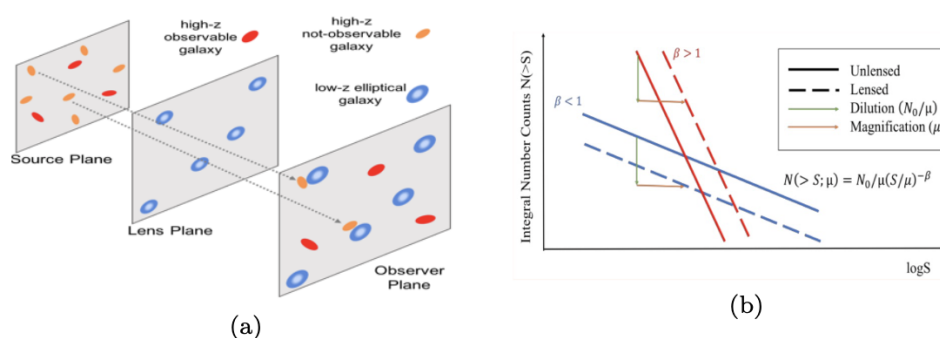


Figura 3.3: (a) Esquema del sesgo de magnificación. (b) Cómo afecta a los recuentos integrados de las fuentes con lente. Se pueden encontrar las imágenes en (Bonavera et al., 2022).

Una manifestación del sesgo de magnificación es la correlación cruzada entre dos muestras de fuentes con distribuciones que tienen desplazamiento al rojo que no se solapa. La fuerza que tiene el sesgo de magnificación depende de la cantidad de desviación gravitacional que se produce cuando la luz viaja cerca de las galaxias que tienen bajo desplazamiento al rojo. Dicha desviación depende de la distancia cosmológica entre el observador y la galaxia, y de las propiedades del halo de la galaxia. Al medir la intensidad del sesgo de magnificación, se pueden restringir los parámetros del modelo estándar cosmológico.

La principal ventaja del sesgo de magnificación es la pendiente que tienen los recuentos de las fuentes de fondo y el hecho de que no requiere medidas de la elipticidad ni conocimientos sobre la orientación de las galaxias.

Dado n_0 los recuentos integrados de fuentes de fondo sin lente, es decir, el número de fuentes de fondo por ángulo sólido y desplazamiento al rojo con densidad de flujo observada mayor que una cantidad S en ausencia de lente gravitacional, se tiene:

$$n_0(> S, z) \equiv \int_S^\infty \frac{dN}{dS dz d\Omega} dS$$

Y los recuentos del número de fuentes de fondo en una posición angular $\vec{\theta}$ dentro de una imagen siguen la expresión:

$$n(> S, z; \vec{\theta}) = \frac{1}{\mu(\vec{\theta})} n_0\left(> \frac{S}{\mu(\vec{\theta})}, z\right)$$

con $\mu(\vec{\theta})$ el campo de magnificación en la posición angular $\vec{\theta}$.

Si se supone un comportamiento del número de recuentos integrados sin lente de ley de potencia, siendo β la pendiente del número de recuentos de la fuente, se tiene esta

dependencia: $n_0(> S, z) = AS^{-\beta}$. Así:

$$\frac{n_0(> S, z, \vec{\theta})}{n_0(> S, z)} = \mu^{\beta-1}(\vec{\theta}) \quad (3.1)$$

donde depende del valor de β que el recuento de fuentes puede aumentar o disminuir debido a las lentes. En la figura 3.3b se representa en rojo el aumento del número de fuentes para $\beta > 1$ y en azul la disminución del número de fuentes para $\beta < 1$.

3.2.1. Correlación cruzada

El sesgo de magnificación se suele observar por las mediciones de la función de correlación cruzada angular (CCF: *cross-correlation function*) entre dos muestras de fuentes. Esta correlación se define como la cantidad de fuentes de fondo que caen “cerca” de la posición de una lente, repetidas para cada objeto de la muestra de la lente. Dado que las muestras se encuentran en diferentes desplazamientos al rojo, la detección de una señal distinta de cero se debería exclusivamente a la lente gravitacional inducida por las lentes.

3.3. Herschel y las galaxias submilimétricas

Los telescopios submilimétricos tienen una resolución espacial limitada que da lugar a una confusión entre las fuentes emisoras, y dificulta el estudio de las poblaciones que tienen emisión submilimétrica de fondo. De este modo, los estudios realizados en longitudes de onda submilimétricas se benefician de las lentes gravitacionales, ya que facilitan las observaciones de seguimiento de las galaxias oscurecidas por el polvo cósmico y, en particular, la determinación de su desplazamiento al rojo (Negrello et al., 2010).

Se les llama galaxias submilimétricas (SMGs: *submillimeter galaxies*) a las galaxias de formación estelar oscurecidas por el polvo. Gran parte de los fotones ultravioletas de las estrellas jóvenes de este tipo de galaxias, son absorbidos por el polvo y reemitidos en el infrarrojo lejano. De esta forma, las galaxias se pueden detectar en la banda submilimétrica, que se corresponde al infrarrojo lejano en reposo con $z \sim 3$. Tras realizar múltiples observaciones a la población de fuentes débiles submilimétricas, se ha detectado que la mayoría de estas fuentes son galaxias con brotes estelares con desplazamiento al rojo medio de $z \sim 2.5$ (Mo et al., 2010).

La detección de la radiación submilimétrica de galaxias lejanas es uno de los avances más recientes de la cosmología observacional, y ha hecho posible utilizar esta región del espectro electromagnético para realizar observaciones cosmológicas sin estar vinculadas a la radiación cósmica de fondo de microondas, CMB.

La razón más importante del retraso de la cosmología submilimétrica es el reto técnico que supone construir receptores sensibles que funcionen eficientemente en el límite entre las técnicas de detección coherentes de tipo radioeléctrico e incoherentes de tipo óptico. Además, la emisión y la absorción atmosférica solo permiten realizar observaciones submilimétricas sensibles desde lugares de alta montaña y únicamente en ventanas atmosféricas específicas.

Un acontecimiento clave fue la puesta en servicio del conjunto de bolómetros submilimétricos de usuario común (SCUBA: *Submillimetre Common-User Bolometer Array*). Los primeros estudios extragalácticos submilimétricos con este experimento revelaron la existencia de una población de galaxias muy luminosas a alto desplazamiento al rojo, responsables de la liberación de una fracción significativa de la energía generada por todas las galaxias a lo largo de la historia del Universo. Estas fueron las primeras fuentes

submilimétricas detectadas (Blain et al., 2002).

Para profundizar en el estudio de las SMGs, el Observatorio Espacial Herschel fue lanzado con éxito en 2009. Fue un observatorio espacial de la agencia espacial europea (ESA: *European Space Agency*). Este observatorio ofreció capacidades de observación en el infrarrojo lejano y en el rango espectral submilimétrico $55 - 671 \mu m$ (Pilbratt et al., 2010).

En concreto, se realizó el *Herschel Astrophysical Terahertz Large Area Survey* (H-ATLAS) para el estudio de las SMGs. H-ATLAS cubrió sobre 610 grados cuadrados con una sensibilidad superior a $7.3 mJy$ (unidad de mili flujo) a $250 \mu m$, convirtiéndose en ideal para este tipo de estudios. También se amplió el estudio a longitudes de onda milimétricas con el Telescopio del Polo Sur (González-Nuevo et al., 2017).

A raíz de estas investigaciones, se obtienen que las propiedades principales de las SMG que hacen interesante su estudio son (Bonavera et al., 2022):

- Tienen una pendiente de recuentos numéricos de $\beta \sim 3$, mostrado por las observaciones del Observatorio Espacial Herschel y el Telescopio del Polo Sur. Esta propiedad potencia su magnificación debido a 3.1.
- Las SMGs son débiles en el óptico, evitando así ser confundidas con las muestras de lentes en primer plano, que son también invisibles en longitudes de onda submilimétricas.
- Los desplazamientos al rojo de las SMGs suelen ser superiores a $z > 1 - 1.5$, como hemos visto en párrafos anteriores, lo que garantiza que no se solapen con la muestra del primer plano.

Estas características convierten a las SMGs en la muestra de fondo perfecta para estudios de sesgo de magnificación mediante medidas de la función de correlación cruzada y permitir así la determinación de la densidad de masa (tanto bariónica como materia oscura) y su evolución en el tiempo.

Por tanto, la mejor manera de medir la función de correlación cruzada es elegir como muestras de fondo las SMGs de alto z .

Capítulo 4

Modelo de halos

En este capítulo se seguirán las ideas expuestas en los artículos: (Cooray and Sheth, 2002), (Zheng et al., 2005) y (Berlind and Weinberg, 2002), con las excepciones que se indican.

La relación entre la distribución de materia oscura y la de las galaxias depende de la física de formación de galaxias, y se espera que las galaxias sirvan como indicadores sesgados¹ de la distribución de masa. Esta expectativa viene derivada de la evidencia observacional que hay y nos indica que la agrupación de galaxias varía en función de

¹Indicador sesgado: medida que no refleja completamente la propiedad que se está midiendo debido a la influencia de otros factores que afectan a la medida. En este caso, además de la distribución de las galaxias, los factores como la formación y la evolución de las galaxias también pueden influir en la distribución.

su luminosidad, morfología y color. Esta variabilidad que complica la validación de los modelos cosmológicos utilizando la agrupación de galaxias observada. Sin embargo, a pesar de la presencia del sesgo en la distribución de galaxias, el agrupamiento de galaxias puede utilizarse para limitar la física de formación de galaxias. Sobre todo se puede limitar a medida que se realizan observaciones independientes que definen la cosmología de fondo con mayor precisión, y se realizan estudios detallados del desplazamiento al rojo de galaxias utilizando, por ejemplo el cartografiado *Sloan Digital Sky Survey*, SDSS². Esto permite medir el agrupamiento de diferentes tipos de galaxias con un detalle sin precedentes.

En este capítulo se va a analizar la influencia del sesgo en las estadísticas de agrupamiento de galaxias, utilizando la distribución de ocupación de halos, HOD (*Halo Occupation Distribution*). Además se van a describir los modelos HOD más representativos: el de 3 parámetros, el de 5 parámetros y el gaussiano.

4.1. Función de ocupación de halos

El modelo de halos introduce un enfoque que permite describir todas las correlaciones de n puntos de la estructura a gran escala, es decir, permite medir la distribución espacial de n galaxias en el universo. Además, con este modelo se pueden estudiar varias cantidades físicas, incluyendo el campo de densidad de la materia oscura, la distribución de ocupación de galaxias, la presión, etc.

²Proyecto científico que utiliza un telescopio robótico ubicado en Nuevo México, Estados Unidos.

En este planteamiento se asume que toda la masa del universo está dividida en unidades distintas, y a cada una de estas partes se le denomina halo. Los halos de materia oscura individuales pueden ser identificados si son lo suficientemente masivos, pero a grandes escalas, la mayoría de halos se fusionan y forman estructuras más grandes, por lo que es difícil distinguirlos individualmente. En consecuencia, la mayoría de halos distintos que se identifican son pequeños comparándolos con las distancias típicas que los separan. Esto implica que, a pequeña escala, las estadísticas del campo de densidad de masa están determinadas por las distribuciones espaciales dentro de los halos, y la forma precisa en la que los halos se organizan a gran escala no es relevante. Entonces, la clave del modelo de halos reside en que la distribución de la masa se puede estudiar en dos pasos: la distribución de la masa dentro de cada halo y la distribución de los propios halos.

Otra suposición del modelo es que el régimen en el que la física no está descrita mediante teoría de perturbaciones se limita a regiones dentro de halos, y que se puede hacer una aproximación adecuada de ese régimen asumiendo que está en equilibrio virial, es decir, en equilibrio gravitacional.

La distribución de ocupación de halos, HOD, es una potente herramienta para describir el sesgo de las galaxias y modelar su ocupación. Esta función caracteriza el sesgo entre las galaxias y la masa en términos de la distribución de probabilidad $P(N|M)$, las distribuciones espaciales y de velocidad en los halos de las galaxias y de la materia oscura. La distribución de probabilidad $P(N|M)$ representa la probabilidad de que un halo de masa virial M (masa necesaria para que el objeto astronómico esté en equilibrio gravitacional) contenga N galaxias de un tipo determinado. Por tanto, podemos decir que la HOD, como función del tipo de galaxia, es una predicción fundamental de la teoría de formación de galaxias.

Algunos modelos de la distribución de probabilidad se basan en cálculos semianalíticos y otros en simulaciones hidrodinámicas. Los modelos $P(N|M)$ basados en cálculos semianalíticos son unos modelos teóricos que combinan aproximaciones analíticas y numéricas para describir la relación entre el número de galaxias, N , y la masa de los halos de materia oscura, M , en los que se encuentran. Por otro lado, las simulaciones hidrodinámicas de $P(N|M)$ son una técnica más compleja para analizar lo mismo, por tanto se obtienen soluciones más precisas pero requiere mucho más tiempo de cálculo que el modelo anterior.

El punto más fuerte de la formulación HOD del sesgo es su completitud: para un modelo cosmológico dado, la HOD nos proporciona toda la información que una teoría de formación de galaxias tiene que decir sobre las estadísticas de agrupación de galaxias, en el espacio real y en el espacio del desplazamiento al rojo, para cualquier escala: pequeña, intermedia y grande. Es decir, si podemos determinar empíricamente la HOD sabremos toda la información que la agrupación de galaxias observada puede proporcionar sobre la física de formación de galaxias.

Como se ha mencionado, la relación entre las distribuciones de galaxias y materia viene completamente definida por:

- La distribución de probabilidad $P(N|M)$.
- La relación entre las distribuciones espaciales de galaxias y materia oscura dentro de los halos.
- La relación entre las distribuciones de velocidad de galaxias y materia oscura dentro de los halos.

Al referirnos a la HOD, hacemos referencia a estas tres características. Además, cada

clase individual de galaxias (clasificadas por rangos de luminosidad y color, o por tipo morfológico) tiene su propia HOD.

Una formulación HOD equivale a una descripción para seleccionar un subconjunto de partículas de materia oscura en estos halos para representar la población de galaxias de la simulación. Esta formulación para una muestra subhalo limitada por la velocidad circular máxima consiste en las siguientes características:

1. $\langle N \rangle_M$:

El número medio de galaxias que habitan en halos de materia oscura de masa M , $\langle N \rangle_M$, viene dado por

$$\langle N \rangle_M = \begin{cases} 0 & \text{si } M < M_{min} \\ \left(\frac{M}{M_1}\right)^\alpha & \text{en otro caso} \end{cases}$$

con α el índice de la ley de potencia, M_{min} la masa mínima del halo necesaria para que contenga una galaxia, y M_1 fija la amplitud de la relación y se corresponde con la masa de los halos a partir de la cual se pueden tener más de una galaxia.

2. $P(N|\langle N \rangle_M)$:

Con el $\langle N \rangle_M$ determinado, el número real de galaxias que ocupa cualquier halo se extrae de la probabilidad $P(N|\langle N \rangle_M)$. Se suelen considerar tres distribuciones de probabilidad:

- La distribución de Poisson.
- Una distribución muy limitada, llamada “media”, donde el número real de galaxias es el número entero por encima o por debajo de $\langle N \rangle_M$.
- La distribución binomial negativa.

Este término depende de la regularidad de la formación de galaxias en halos de una masa final determinada.

3. Galaxia central:

Dado el número real de galaxias que ocupa el halo, N , se tiene que especificar cómo se distribuyen estas galaxias dentro de los halos. El primer paso es determinar si hay una galaxia en el centro del halo para que $N > 0$. Si se considera que hay una galaxia en el centro del halo, esta se coloca en el centro de masas y se le asigna la velocidad media del halo.

4. Concentración de galaxias:

Se admite la posibilidad de que las galaxias estén más o menos concentradas espacialmente que la materia oscura dentro de los halos. Se seleccionan partículas “galaxia” que tienen probabilidad $P \propto r^{\Delta\gamma}$, de manera que en media se tiene:

$$\frac{\rho_g(r)}{\rho_c(r)} = r^{\Delta\gamma}$$

con ρ_g la densidad de las galaxias y ρ_c la densidad de la materia oscura.

Esta formulación impone una diferencia $\Delta\gamma$ en las pendientes logarítmica de los perfiles de galaxia y materia oscura, sin exigir ninguna forma o simetría específica en la distribución de galaxias en los halos.

5. Sesgo de velocidad:

La velocidad media de las galaxias de un halo no debería diferir de la de la materia oscura, ya que ambas componentes responden al mismo campo gravitatorio a gran escala. Sin embargo, las galaxias de un halo podrían tener una dispersión de velocidad mayor o menor que las partículas de materia oscura en los mismos lugares. Definimos el factor del sesgo de velocidad, α_v , a través de la siguiente relación:

$$v_g = v_h + \alpha_v(v_c - v_h)$$

con v_g y v_c las velocidades de las galaxias y de las partículas de materia oscura respectivamente, y v_h la velocidad media del centro de la masa del halo.

Para aplicar la formulación HOD introducimos primero la función de correlación entre galaxias. En concreto, introducimos la función de correlación de dos puntos, $\xi_g(r)$, que se ha estudiado a fondo en función del tipo de galaxia, color y luminosidad, por tanto desempeña un papel fundamental en el estudio de la agrupación de galaxias. Además, su forma observada es bastante simple: para muestras típicas seleccionadas ópticamente, $\xi_g(r)$ sigue una ley de potencia $\left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\gamma}$ para separaciones de $r \gtrsim 5 h^{-1}$ Mpc con $r_0 \approx 5 - 6 h^{-1}$ Mpc y $\gamma \approx 1.8$.

A continuación se presentan tres formulaciones HOD distintas.

4.1.1. Modelo HOD de 3 parámetros

Para modelar funciones de correlación de dos puntos de galaxias de SDSS, se parametrizan las funciones de ocupación media para galaxias más brillantes que un umbral de luminosidad utilizando este modelo.

Es una versión simplificada del modelo HOD que utiliza solo tres parámetros para describir la distribución de ocupación de galaxias en los halos de materia oscura. La función de ocupación de halos se define como la combinación de las contribuciones centrales y de los satélites, que son las otras galaxias que se encuentran en el halo correspondiente:

$$\langle N_{gal} \rangle_M = \langle N_{cen} \rangle_M + \langle N_{sat} \rangle_M \quad (4.1)$$

$\langle N_{cen} \rangle_M$ se corresponde con la función escalón con valores 0 y 1:

$$\langle N_{cen} \rangle_M = \begin{cases} 0 & \text{si } M < M_{min} \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y $\langle N_{sat} \rangle_M$ se corresponde con la ley de potencia:

$$\langle N_{sat} \rangle_M = \langle N_{cen} \rangle_M \cdot \left(\frac{M}{M_1} \right)^\alpha$$

Por tanto, los tres parámetros del modelo son:

1. M_{min} : la masa mínima del halo necesario para que contenga una galaxia. Es decir, si $M < M_{min}$ se tiene que $N_{cen} = N_{sat} = 0$.
2. α : la pendiente de la función de ocupación de halos. Este parámetro controla la rapidez con que la función de ocupación de halos aumenta a medida que lo hace la masa del halo.
3. M_1 : la masa característica de los halos grandes que alojan una galaxia central y a partir de la cual pueden alojar galaxias satélites.

4.1.2. Modelo HOD de 5 parámetros

El modelo de 5 parámetros es una extensión del modelo de 3 parámetros que incluye dos parámetros adicionales para modelar la distribución espacial de los halos de materia oscura. Es decir, describe la relación entre la galaxia y la masa del halo que la rodea.

Los parámetros adicionales necesarios para este modelo son:

- M_0 : masa de corte para ajustarse a valores de M pequeños. Se trata de un parámetro basado en observaciones experimentales.
- $\sigma_{\log M}$: anchura del perfil del corte.

Estos dos parámetros adicionales permiten modelar de manera más precisa la distribución espacial de los halos de materia oscura y, por lo tanto, mejorar la precisión de las predicciones del modelo para las observaciones cosmológicas. Los parámetros del modelo son $(M_{min}, \sigma_{\log M}, M'_1, M_0, \alpha)$. Es importante destacar que, en este caso, el parámetro M'_1 no es la masa a la cual $\langle N_{sat} \rangle = 1$, sino que deja de tener una interpretación sencilla y pasa a convertirse en una normalización matemática. En el modelo de 5 parámetros la función de ocupación de halos también viene dada por la expresión (4.1), pero en lugar de usar la función escalón para el término central, se usa la función error.

El término central viene dado por la expresión:

$$\langle N_{cen} \rangle_M = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\log M - \log M_{min}}{\sigma_{\log M}} \right) \right]$$

con $\operatorname{erf}()$ la función error:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Aplicando el mismo perfil de corte que en las galaxias centrales se tiene:

$$\langle N_{sat} \rangle_M = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\log M - \log M_{min}}{\sigma_{\log M}} \right) \right] \left(\frac{M - M_0}{M'_1} \right)^\alpha$$

Aunque para masas grandes, este término se puede parametrizar de manera más sencilla como sigue:

$$\langle N_{sat} \rangle_M = \begin{cases} \left[\frac{M-M_0}{M'_1} \right]^\alpha & \text{si } M > M_0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Se destaca en este modelo que, a pesar de usar los mismos parámetros que en el modelo de 3 parámetros, no tienen el mismo valor en ambos modelos ([Zheng et al., 2007](#)).

4.1.3. Modelo HOD gaussiano

El modelo HOD gaussiano es una variante del modelo HOD de 5 parámetros. Este nuevo modelo usa una función de probabilidad gaussiana para modelar las contribuciones centrales, mientras que para la contribución de los satélites se mantiene la misma expresión que en el modelo HOD de 5 parámetros.

Los parámetros por los que viene descrito el modelo son: $(M_g, Norm_g, \sigma_g, \alpha, M_1)$. Por la descripción del modelo, los parámetros M_g , M_1 y α se pueden identificar con M_{min} , M'_1 y α respectivamente del modelo de 5 parámetros. Los parámetros adicionales se corresponden con:

- $Norm_g$: parámetro de normalización de la función gaussiana.
- σ_g : desviación típica de la gaussiana.

Así, el término central viene dado por:

$$\langle N_{cen} \rangle = Norm_g \cdot \frac{1}{\sigma_g \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(\log M - \log M_g)^2}{2 \cdot \sigma_g^2}\right)$$

Mientras que el término satélite:

$$\langle N_{sat} \rangle_M = \begin{cases} \left[\frac{M-M_g}{M_1} \right]^\alpha & \text{si } M > M_g \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Y la función de ocupación de halos también viene dada por la suma de ambas contribuciones dada en (4.1).

4.2. Espectro de potencia

El modelo de halo para el espectro de potencia supone que toda la materia está en forma de halos aislados que tienen una masa M bien definida y un perfil de halo $\rho(r, M)$. El perfil del halo se define como una media de todos los halos de una masa determinada y no supone necesariamente que todos los halos tengan el mismo perfil. El perfil del halo se promedia esféricamente, ya que se asume que hay un modelo de colapso esférico y que solo depende de la masa del halo [Seljak \(2000\)](#).

El perfil del halo que se va a utilizar viene dado por ([Navarro et al., 1996](#)), y en adelante nos referiremos a él por NFW:

$$\frac{\rho(r)}{\rho_c} = \frac{\delta_c}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}$$

con ρ_c la densidad crítica ya vista en (2.3), δ_c la sobredensidad característica del halo esférico y r_s el radio de escala donde $r_s = \frac{r_v}{c}$ con r_v el radio virial y c su concentración.

La función de masa del halo, dN/dM , viene dada por:

$$\frac{dN}{dM} dM = \frac{\bar{\rho}}{M} f(\nu) d\nu$$

con $\bar{\rho}$ la densidad media de materia del universo, y $f(\nu)$ una función que tiene una forma universal independiente del espectro de potencia, o del desplazamiento al rojo, al escribirse en función de la altura del pico, ν :

$$\nu = \left(\frac{\delta_c(z)}{\sigma(M)} \right)^2$$

donde $\sigma(M)$ es la fluctuación cuadrática media en esferas que contienen una masa media M en el momento inicial (Seljak, 2000).

Hay una teoría analítica de la función de correlación en el modelo de sesgo del halo, en la que el espectro de potencia de la distribución de galaxias, P_{gal-dm} , está parametrizado por la suma de un término denominado “un halo” que representa pares de galaxia dentro de un único halo, y otro término “dos halos”, que representan pares de galaxias en halos separados y espacialmente correlacionados. Esta correlación cruzada entre distribuciones de galaxias y materia oscura viene dada por:

$$P_{gal-dm}(k, z) = P_{gal-dm}^{1h}(k, z) + P_{gal-dm}^{2h}(k, z)$$

La teoría analítica completa se simplifica en el dominio de Fourier, donde las convoluciones del perfil del halo se transforman en multiplicaciones.

Los espectros de potencia de un halo y de dos halo vienen dados por las siguientes expresiones:

$$P_{gal-dm}^{1h}(k, z) = \int dM \frac{M \frac{dN}{dM}(z)}{\bar{\rho}} \frac{\langle N_{gal} \rangle_M}{\bar{n}_{gal}} |u_{dm}(k|M, z)| |u_{gal}(k|M, z)|^{p-1}$$

$$P_{gal-dm}^{2h}(k, z) = P^{lin}(k, z) \left[\int dM \frac{M \frac{dN}{dM}(z)}{\bar{\rho}} b(M, z) u_{dm}(k|M, z) \right] \cdot \left[\int dM \frac{dN}{dM}(z) \frac{\langle N_{gal} \rangle_M}{\bar{n}_{gal}} b(M, z) u_{gal}(k|M, z) \right]$$

donde $P^{lin}(k, z)$ es el espectro de potencia lineal de la materia oscura, $b(M, z)$ es el sesgo lineal a gran escala y $u_{gal}(k|M, z)$ es la transformada de Fourier normalizada de la distribución de densidad de galaxias dentro de un halo, que se toma igual al perfil de densidad de la materia oscura: $u_{gal}(k|M, z) = u_{dm}(k|M, z)$. El número medio de galaxias viene dado por \bar{n}_{gal} , mientras que el número medio de galaxias en el halo de masa M viene dado por $\langle N_{gal} \rangle_M$. Por último, como ya se ha indicado $\frac{dN}{dM}(z)$ es la función de masa del halo y $\bar{\rho}$ es la densidad media de la materia en el universo (González-Nuevo et al., 2017).

Podemos concluir que el modelo de halos proporciona un método motivado físicamente para estimar las funciones de correlación de dos puntos o de orden superior del campo de densidad de la materia oscura. No obstante, tiene varias limitaciones. Según la formulación actual, se asume que todos los halos comparten un perfil parametrizado uniforme y esféricamente simétrico que solo depende de la masa del halo. Sin embargo, sabemos que los halos de la misma masa tienen una distribución de parámetros de concentración, por tanto hay cierta variación en la forma del perfil del halo, incluso con la masa fijada. Además, los halos en las simulaciones no suelen ser uniformes, y a menudo tampoco son esféricamente simétricos.

Capítulo 5

Metodología

En este capítulo se describe la metodología que se sigue en los resultados. Para ello se van a introducir las propiedades que tienen los datos usados para el estudio, así como las distintas herramientas utilizadas para el análisis de los datos. Entre ellas se encuentran: la función de correlación cruzada, la inferencia de parámetros y los *corner plots*. Para terminar, se describe el procedimiento que se sigue para hallar los resultados.

Además, los parámetros cosmológicos utilizados en los resultados son los fijados por la cosmología estándar actual:

$$h = 0.6774 \quad T_{CMB} = 2.726 \quad \sigma_8 = 0.8159 \quad \Omega_m = 0.3089$$

5.1. Muestras de fondo y de primer plano

Para medir la correlación cruzada se necesitan separar claramente las muestras de fondo y de primer plano. Para que se de esta separación, las muestras de primer plano se toman con desplazamiento al rojo $z < 1$, mientras que las muestras de fondo se toman con $z > 1$.

Las muestras de primer plano que se utilizan en este trabajo se extrajeron del sondeo Galaxy and Mass Assembly (GAMA, ver (Driver et al., 2011)), con el desplazamiento al rojo variando entre los valores $0.2 < z < 0.8$. En particular, nuestra principal muestra considera todas las galaxias del sondeo GAMA II, que contiene sobre 150000 galaxias en total (principalmente son galaxias elípticas), y cuyo desplazamiento al rojo medio es $z \approx 0.28$.

Las muestras de fondo son las más determinantes para poder medir la CFF. Las mejores muestras de fondo que se pueden tomar para medir la correlación cruzada son las galaxias submilimétricas de alto z . Según lo visto en la sección 3.3, estas galaxias tienen unas propiedades determinadas que las hacen la muestra perfecta para calcular la CFF. Recordemos estas propiedades:

- Pendiente de recuentos numéricos de $\beta \sim 3$.
- SMGs débiles en el óptico.
- Desplazamientos al rojo superiores a $z > 1 - 1.5$.

Este tipo de galaxias se han estudiado en el Observatorio Espacial Herschel (Bonavera et al., 2022), y tienen desplazamientos al rojo entre $1.2 < z < 4.0$. Debido a estas ca-

racterísticas, se concluye que las muestras de primer plano y las muestras de fondo no se solapan, así se procede al estudio de la CFF.

5.2. Función de correlación cruzada

Como se ha mencionado en la subsección 3.2.1, el sesgo de magnificación se puede observar a partir del cálculo de la correlación cruzada.

La función de correlación cruzada, CCF, de dos poblaciones fuente, D_1 y D_2 , es el exceso de probabilidad fraccional relativo a una distribución aleatoria, R_1 y R_2 , de encontrar una fuente de la población D_1 separada por un ángulo θ de la fuente de la población D_2 , dentro de un ángulo sólido infinitesimal $d\theta$ (Bonavera et al., 2022). El estimador que usamos de la CFF es una versión modificada del estimador de Landy-Szalay (Landy and Szalay, 1993):

$$\omega_{12}(\theta) = \frac{D_1 D_2(\theta) - D_1 R_2(\theta) - D_2 R_1(\theta) + R_1 R_2(\theta)}{R_1 R_2(\theta)} \quad (5.1)$$

donde $D_1 D_2$, $D_1 R_2$, $D_2 R_1$, $R_1 R_2$ son los recuentos normalizados de los pares datos1-datos2, datos1-aleatorios2, datos2-aleatorios1 y aleatorios1-aleatorios2 respectivamente para una separación dada θ .

Cuando se tienen dos muestras con distribuciones que tienen desplazamiento al rojo que no se solapan, el exceso de señal al calcular su correlación cruzada se debe al sesgo de magnificación. Al estar la señal relacionada con las lentes también lo está con las distancias cosmológicas y las características del halo de las galaxias, por tanto la CFF se puede utilizar para restringir los parámetros cosmológicos y astrofísicos (Bonavera et al.,

2022).

5.3. Inferencia de parámetros

La inferencia de parámetros es una técnica muy utilizada en Cosmología. Se trata de un proceso fundamental en estadística que consiste en estimar valores desconocidos. Estos valores, normalmente, se tratan de los parámetros que describen a la población subyacente.

Muchos problemas en Cosmología y Astrofísica se han beneficiado del análisis probabilístico de los datos, de hecho, muchos avances han surgido gracias a estos métodos numéricos de inferencia aproximada. En particular, la técnica de MCMC: la cadena de Markov de Monte Carlo (*Markov chain Monte Carlo*, propuesto por (Goodman and Weare, 2010)) ha tenido mucho éxito.

El análisis probabilístico de los datos implica calcular y utilizar la función de densidad de probabilidad (PDF: *probability density function*) posterior de los parámetros del modelo o de la función de verosimilitud. Los métodos MCMC están diseñados para muestrear y proporcionar aproximaciones de muestreo de la PDF posterior incluso en espacios paramétricos con muchas dimensiones (Foreman-Mackey et al., 2013).

Este análisis incluye la inferencia Bayesiana, donde una ventaja muy destacada es que se pueden marginar los parámetros molestos, que son aquellos parámetros necesarios para modelizar el proceso que genera los datos pero que, aparte de eso, carecen de interés. El proceso de marginación consiste en hacer la integral a todos los valores posibles del parámetro y así propagar los efectos de la incertidumbre sobre su valor en el resultado

final (Foreman-Mackey et al., 2013).

Debido a estos factores, para encontrar los parámetros de mejor ajuste a nuestros datos se usa la técnica MCMC y, en particular, el muestreador *emcee*, que utiliza un algoritmo que proporciona varias ventajas respecto a otros muestreadores más tradicionales del método MCMC.

En este trabajo se ha decidido ejecutar solo 100 iteraciones en el muestreador *emcee*, con el lenguaje de programación `python` (Challenger-Pérez et al., 2014), debido al gran tiempo de ejecución que conlleva.

5.4. *Corner plot*

El *corner plot*, también llamado *triangular plot* por su forma característica, es una de las maneras más eficientes de estudiar las correlaciones cruzadas entre cada par de parámetros, ya que se pueden estudiar las correlaciones y las distribuciones conjuntas de las variables involucradas al mismo tiempo.

El *corner plot* es una herramienta gráfica utilizada en el análisis estadístico y en la visualización de datos. Consiste en representar una matriz de gráficos donde cada gráfico muestra la relación entre las dos variables, mientras que en la diagonal se representa la distribución a posteriori marginalizada, es decir, la distribución de probabilidad a posteriori integrada para el resto de variables salvo la que se está considerando.

Además, esta técnica de representación proporciona información sobre la incertidumbre asociada a cada variable y también sobre las distribuciones de probabilidad.

En el contexto físico de este trabajo, el *corner plot* sirve para estudiar las relaciones entre los diferentes parámetros de cada modelo HOD.

5.5. Procedimiento

A partir de los datos recogidos a través de las observaciones, y elegido el modelo HOD, se aplica el muestreador *emcee* descrito en la sección 5.3 y se obtienen una serie de datos. Estos datos tienen que pasar un proceso de “limpieza”: el *burnin* y el *thinnin*. El *burnin* consiste en eliminar los primeros pasos, mientras que el *thinnin* consiste en quedarse solo con los pasos independientes, es decir, que los valores solo se repitan una única vez.

Una vez que el proceso de limpieza de datos se ha realizado, se dibuja el *corner plot* con los datos sin limpiar y limpiados para poder compararlos. Si hay una diferencia considerable entre ambos *plots* significa que hay que ejecutar más iteraciones, ya que no se ha alcanzado una convergencia. Después, se estudian los valores para el modelo HOD que mejor se ajustan a los datos. Para calcular el error de este ajuste, se utilizan los intervalos de confianza de los parámetros del modelo HOD. Estos intervalos son un concepto importante en la inferencia de parámetros, que consisten en definir un rango en el cual se encuentra el parámetro que se quiere estimar con un nivel de confianza establecido. En este caso, se tomarán los intervalos de confianza a un nivel del 68 %.

Por último, se realiza una comparativa de los tres modelos HOD, analizando las distribuciones a posteriori de los parámetros que comparten los tres modelos, y analizando las gráficas que representan el número de galaxias frente a la masa de cada modelo.

Capítulo 6

Resultados

En este capítulo vamos a exponer los resultados obtenidos de aplicar los tres modelos HOD proporcionados en el capítulo 4, con el objetivo de ver si hay alguno que se ajusta mejor que otro. Primero se analizarán las gráficas de las correlaciones cruzadas de las variables de cada modelo, y luego se hará una comparativa de los tres modelos, para concluir los resultados.

6.1. Análisis gráfico

En esta sección se van a recordar las características de cada modelo y se van a presentar las gráficas obtenidas de las correlaciones cruzadas de cada modelo: los *corner plot* y los ajustes de cada modelo HOD a los datos obtenidos.

6.1.1. Modelo HOD 3 parámetros

Empezamos con el análisis aplicando el modelo HOD de 3 parámetros. Como se ha mencionado en la subsección 4.1.1, el modelo HOD de 3 parámetros viene dado por los parámetros (M_{min}, M_1, α) :

- M_{min} : la masa mínima del halo necesaria para que contenga una galaxia.
- M_1 : masa característica de los halos que alojan una galaxia central y a partir de la cual se alojan galaxias satélites.
- α : la pendiente de la función de ocupación de halos.

Para mejorar las escalas, se toman los logaritmos de las masas. En la figura 6.1, se representan los *corner plots* de los datos sin limpiar y los datos limpiados.

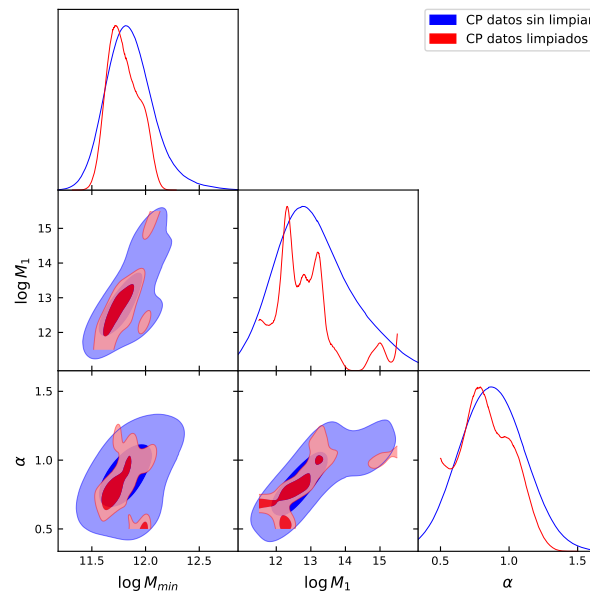


Figura 6.1: *Corner plot* del modelo de 3 parámetros con datos sin limpiar y limpiados.

A partir de la figura 6.1 se puede observar que hay bastante diferencia entre el *corner plot* de los datos sin limpiar y el *corner plot* de los datos limpiados, lo que nos indica que no se ha alcanzado la convergencia deseada. Como ya hemos mencionado, al utilizar la herramienta *emcee* para muestrear solo se realizan 100 iteraciones, y por tanto hay mucha variabilidad en los resultados, como se puede observar en la distribución a posteriori marginalizada de $\log M_{min}$. Para un estudio más robusto, se deberían correr más de 5000 iteraciones, pero para un ordenador común, ejecutar miles de iteraciones llevaría mucho tiempo: en este modelo, el tiempo de ejecución de las 100 iteraciones fueron aproximadamente 14 minutos. Además, esta representación da información del rango de valores que tiene cada parámetro. El parámetro con el rango más amplio en este caso es M_1 , pero están todos restringidos.

Para hallar los mejores valores de los parámetros del modelo HOD de 3 parámetros que se ajusten a los datos (*best fit*), se calculan los picos de las distribuciones a posteriori marginalizadas y las medias de los datos obtenidos tras la limpieza.

Parámetros	$\log M_{min}$	$\log M_1$	α
Picos	11.72	12.31	0.79
Medias	11.80 $^{+0.11}_{-0.18}$	12.84 $^{+0.51}_{-0.75}$	0.84 $^{+0.19}_{-0.19}$

Tabla 6.1: Valores de los posibles mejores ajustes del modelo HOD de 3 parámetros con intervalos de confianza del 68 %.

Los errores asociados a cada parámetro provienen de la anchura de la distribución, que consideramos como un intervalo de confianza de cada parámetro con un nivel de confianza del 68 %.

Representamos la función de correlación cruzada frente a la separación θ , tomando los

logaritmos para mejorar las escalas. De esta manera, considerando como parámetros del modelo HOD los datos de la tabla 6.1 se obtiene la gráfica 6.2.

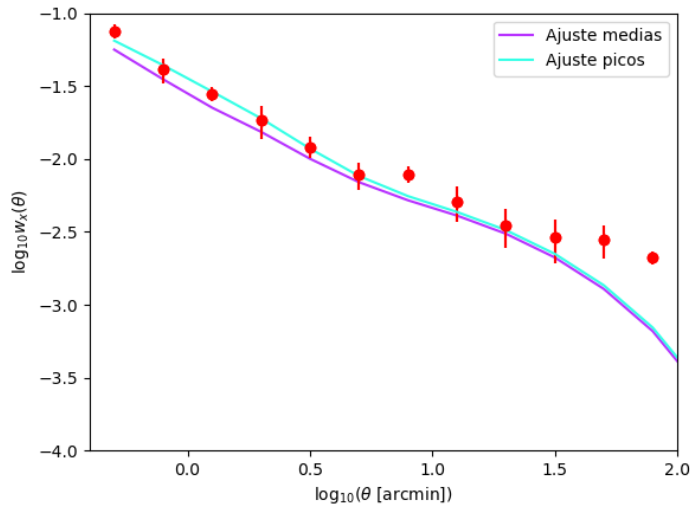


Figura 6.2: Ajustes de picos y medias a las correlaciones cruzadas (en rojo), modelo HOD de 3 parámetros.

En la gráfica 6.2 se representan: en rojo los distintos valores de las correlaciones cruzadas para distintos valores de separación θ , calculados con (5.1), y en violeta y azul cyan dos ajustes distintos: el de medias y el de picos, respectivamente. Observamos que ambos ajustes son muy similares, dificultando la elección de cuál es el mejor ajuste. También se observa que el modelo no describe bien a los últimos datos representados, los que se corresponden con la separación a gran escala. Este problema es conocido y se ha discutido en (González-Nuevo et al., 2021). Esto implica que los datos considerados, a gran escala, tienen algún problema que no los hace compatible con el modelo cosmológico estándar, no obstante, a pequeñas escalas (menores de 10 arcmin) este problema es despreciable. Por ello nos centraremos en escalas menores de 10 arcmin.

Si en lugar de tomar solamente los valores de los parámetros dados en la tabla 6.1, se consideran 50 valores aleatorios seleccionados de los datos limpios, los ajustes obtenidos vienen dados por la figura 6.3, donde se presentan también los dos ajustes considerados en la tabla 6.1.

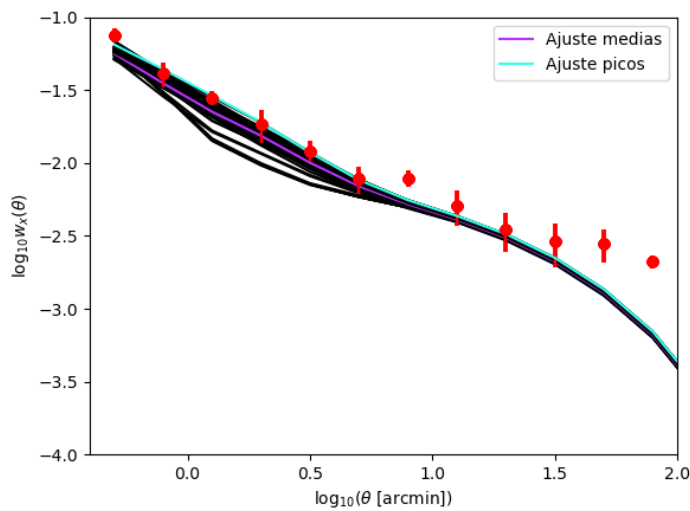


Figura 6.3: Ajustes aleatorios a los datos (en rojo), modelo HOD 3 parámetros.

En la figura 6.3 se puede observar que, en general, todas las curvas tienden a ajustarse a las correlaciones cruzadas por debajo. Además, no hay ningún otro ajuste que presente una clara mejora respecto al de medias o al de picos. De los 50 ajustes, hay algunos que se ajustan muy mal y otros que son similares a los ya estudiados en la figura 6.2, ya que ninguna curva se ajusta bien a los puntos finales.

6.1.2. Modelo HOD de 5 parámetros

A continuación, se cambia el modelo HOD al modelo HOD de 5 parámetros. Como ya se ha visto en la sección 4.1.1, en este caso se consideran los siguientes parámetros $(M_{min}, \sigma_{\log M}, M'_1, M_0, \alpha)$.

En este modelo, hay tres parámetros: (M_{min}, M'_1, α) , que se derivan directamente del modelo HOD de 3 parámetros: (M_{min}, M_1, α) , aunque el término M'_1 deja de tener la misma interpretación que M_1 del modelo HOD de 3 parámetros y pasa a ser una normalización matemática.

Se recuerda que los nuevos parámetros se describen como sigue:

- M_0 : masa de corte para ajustarse a valores de M pequeños. Se trata de un parámetro basado en observaciones experimentales.
- $\sigma_{\log M}$: anchura del perfil de corte.

Vamos a realizar el mismo análisis que en el anterior modelo. Para ello, primero presentamos, en la figura 6.4, las correlaciones cruzadas entre cada par de parámetros mediante el *corner plot* con los datos sin limpiar y los datos limpiados.

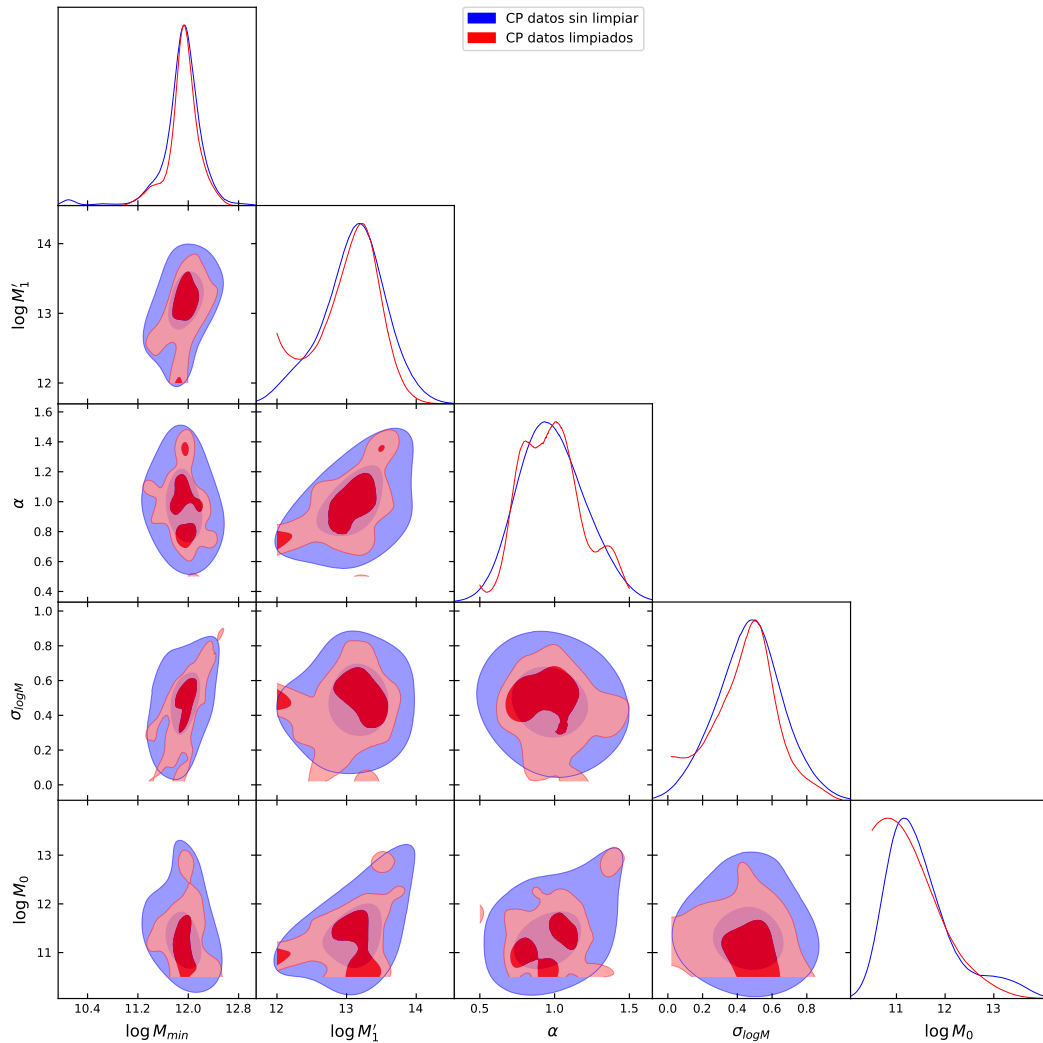


Figura 6.4: *Corner plot* del modelo de 5 parámetros con datos sin limpiar y limpiados.

En la figura 6.4 se han representado las funciones de correlación cruzadas de cada par de variables. En este caso también hay diferencias notables entre el conjunto de los datos sin limpiar y el conjunto de los datos limpiados, de manera que se tiene el mismo inconveniente de la variabilidad de los resultados provocado por el número de iteraciones que se toman. En este modelo el tiempo total de ejecución fueron aproximadamente de 21 minutos. Este *corner plot* y el dado en la figura 6.1 del modelo de 3 parámetros no

se pueden comparar directamente porque los parámetros son distintos. No obstante, los parámetros que comparten ambos modelos sí se pueden comparar: M_{min} y α . Este análisis se realizará en la sección 6.2.

A continuación, se presentan en la tabla 6.2 los posibles valores de los parámetros del modelo HOD de 5 parámetros que mejor se ajustan a los datos (*best fit*): los picos de las distribuciones marginalizadas a posteriori y las medias de los datos obtenidos tras la limpieza.

Parámetros	$\log M_{min}$	$\log M_1$	α	$\sigma_{\log M}$	$\log M_0$
Picos	11.94	13.22	1.01	0.50	10.84
Medias	$11.92^{+0.23}_{-0.17}$	$13.03^{+0.53}_{-0.30}$	$0.98^{+0.15}_{-0.25}$	$0.45^{+0.19}_{-0.17}$	$11.37^{+0.21}_{-0.87}$

Tabla 6.2: Valores de los posibles mejores ajustes del modelo HOD de 5 parámetros con intervalos de confianza del 68 %.

Los errores de los parámetros dados en la tabla 6.2 están calculados con un intervalo de confianza del 68 %.

En la figura 6.5 se representa la correlación cruzada respecto a la separación θ , tomando logaritmos, y se intenta ajustar el modelo HOD de 5 parámetros usando los parámetros dados en la tabla 6.2.

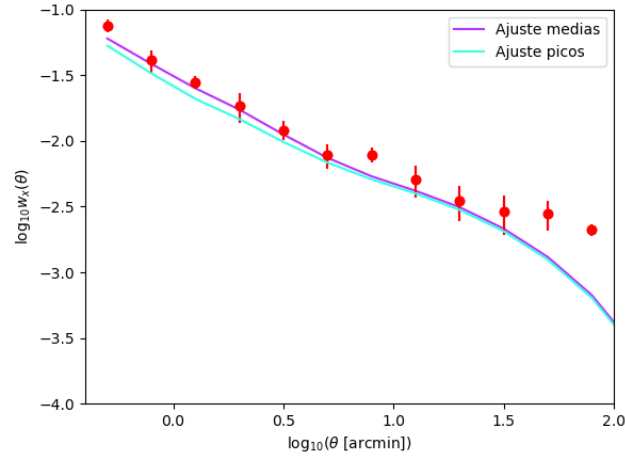


Figura 6.5: Ajustes de picos y medias a las correlaciones cruzadas (en rojo), modelo HOD 5 parámetros.

En la figura 6.5 se representa en rojo los valores de la correlación cruzada evaluada en distintas separaciones θ , usando la ecuación dada en (5.1). En violeta se representa el ajuste realizado a partir de la media de los datos, y en azul cian el ajuste a partir de los picos. En este caso observamos que el ajuste de medias parece ligeramente mejor que el ajuste de picos, pero esta diferencia se puede deber a la variabilidad de los datos. Notamos que, de nuevo, los datos a grandes escalas no se ajustan al modelo HOD propuesto.

Para tener más información respecto a cómo se ajusta este modelo con distintos valores de los parámetros a los datos, representamos 50 valores aleatorios de los datos limpiados junto con el ajuste de picos y medias en la gráfica 6.6.

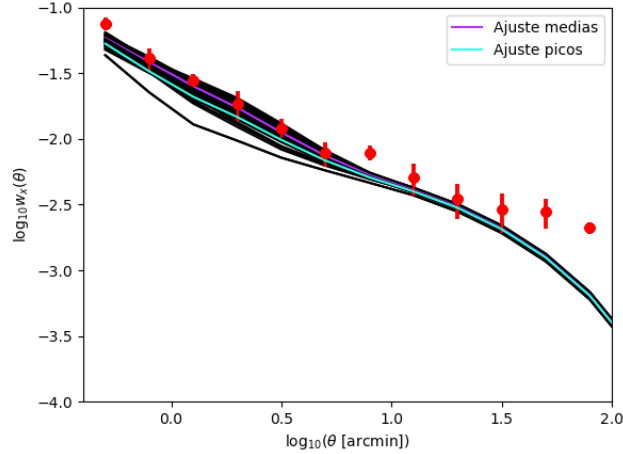


Figura 6.6: Ajustes aleatorios a las correlaciones cruzadas (en rojo), modelo HOD 5 parámetros.

Como se puede ver en la figura 6.6, los ajustes se aproximan a las correlaciones cruzadas por debajo pero hay algunos ajustes que también lo hacen por encima, al contrario de lo que pasaba en la figura 6.3, que ajustaban todos por debajo de las correlaciones cruzadas. Por tanto, este gráfico parece indicar que el modelo HOD de 5 parámetros realiza ligeramente mejores ajustes que el modelo HOD de 3 parámetros.

6.1.3. Modelo HOD gaussiano

Por último, analizamos el modelo HOD gaussiano. Para este modelo se consideran también 5 parámetros: $(M_g, Norm_g, \sigma_g, \alpha, M_1)$. En este caso, los parámetros (M_g, α, M_1) de este modelo se identifican con los parámetros (M_{min}, α, M'_1) del modelo de 5 parámetros, respectivamente. Los nuevos parámetros se describen como:

- $Norm_g$: la normalización de la función gaussiana.
- σ_g : la desviación típica de la función gaussiana.

Se realizan los mismos pasos que en casos anteriores para analizar el modelo. Primero, representamos el *corner plot* de los datos limpiados y sin limpiar en la figura 6.7.

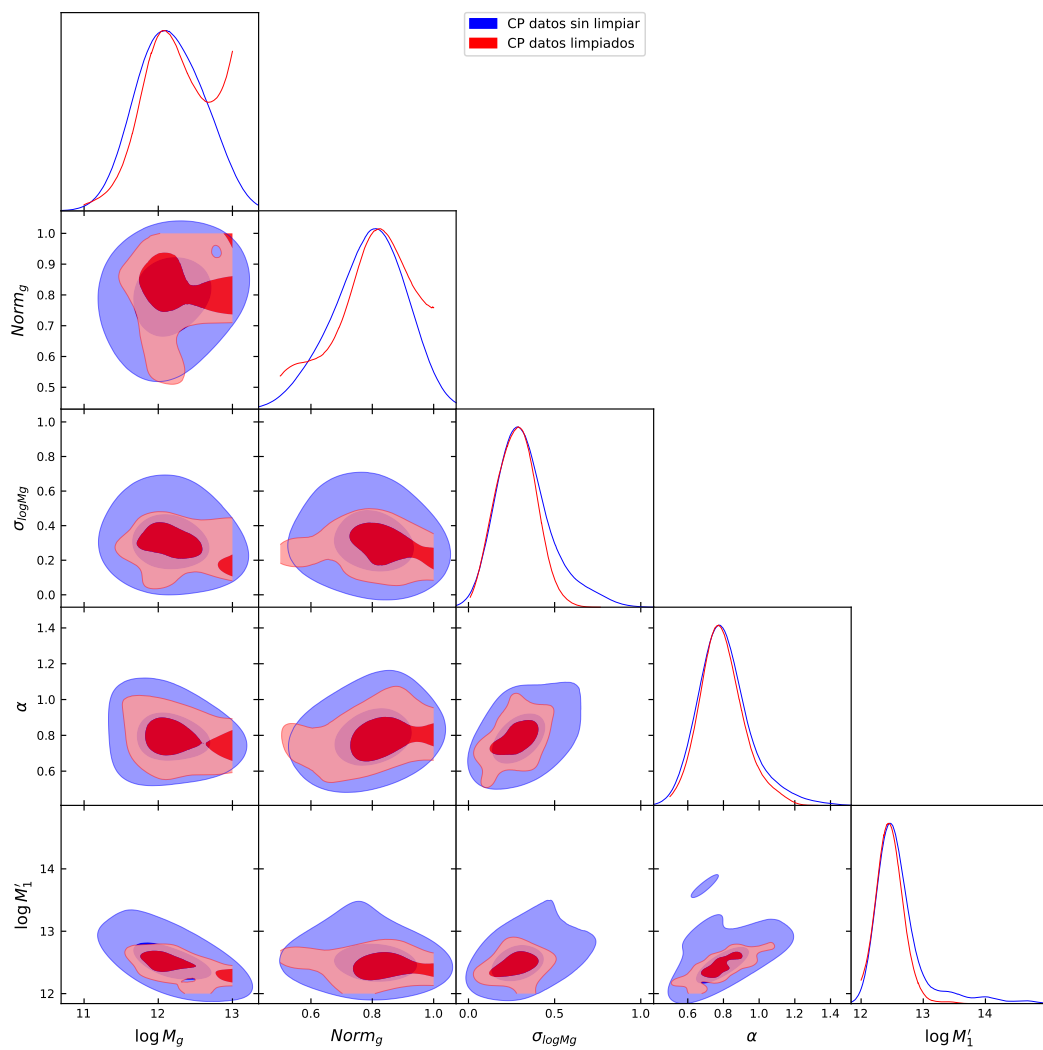


Figura 6.7: *Corner plot* del modelo gaussiano con datos sin limpiar y limpiados.

En la figura 6.7 se representan las correlaciones cruzadas dos a dos entre todos los parámetros del modelo HOD gaussiano, obteniendo también el rango en el que se restringen las variables. En este caso vemos que al limpiar los datos también hay ciertas diferencias, lo que nos indica que no se ha llegado a la convergencia requerida y sería mejor correr más iteraciones para tener menos variabilidad con los datos. En este modelo el tiempo de ejecución de las 100 iteraciones fueron aproximadamente 20 minutos.

Si buscamos comparar el *corner plot* de la figura 6.7 con los de los modelos anteriores, el único parámetro que se comparte en los tres modelos HOD es α . No obstante, esta figura se puede comparar con el *corner plot* del modelo HOD de 5 parámetros porque además del α , se pueden identificar los parámetros como sigue: $M_g \leftrightarrow M_{min}$ y $M_1 \leftrightarrow M'_1$. Con esta identificación, los parámetros M_{min} y M_g se comparten en los tres modelos HOD y también se puede estudiar su relación. Consideraremos esta comparación en la sección 6.2.

Para buscar los valores de los parámetros de este modelo que mejor se ajustan a la distribución de las correlaciones cruzadas, se plantean en la tabla 6.3 los picos de las distribuciones a posteriori marginalizadas y las medias de los datos obtenidos tras la limpieza.

Parámetros	$\log M_g$	$Norm_g$	σ_g	α	$\log M_1$
Picos	12.06	0.83	0.29	0.77	12.44
Medias	12.23 $^{+0.77}_{-0.23}$	0.80 $^{+0.16}_{-0.08}$	0.28 $^{+0.12}_{-0.12}$	0.79 $^{+0.11}_{-0.13}$	12.47 $^{+0.19}_{-0.23}$

Tabla 6.3: Valores de los posibles mejores ajustes del modelo HOD gaussiano con intervalos de confianza del 68 %.

Los errores de la tabla 6.3 se corresponden con la anchura de la distribución, que

proviene de tomar un intervalo de confianza al 68 %.

Se representa, en la figura 6.8, la función de correlación cruzada frente a la separación θ , tomando logaritmos. Además, se representa el ajuste realizado con los valores de los parámetros de la tabla 6.3.

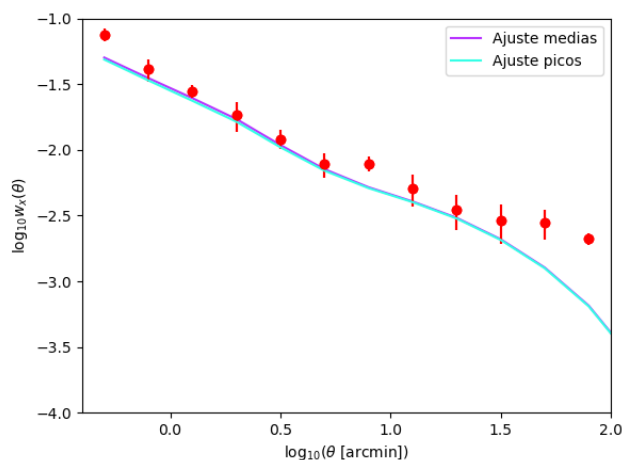


Figura 6.8: Ajustes de picos y medias a las correlaciones cruzadas (en rojo), modelo HOD gaussiano.

En la figura 6.8 se representa con puntos rojos las correlaciones cruzadas para ciertos valores de la separación θ . En violeta y azul cian se representan los ajustes de medias de los datos y de picos, respectivamente. En este caso, ambos ajustes casi se solapan completamente, por tanto se puede considerar que son igual de buenos. No obstante, este modelo HOD tampoco se ajusta correctamente a los valores de separación altos.

Para ver el comportamiento del ajuste en general, se toman 50 valores aleatorios de los datos limpiados y se representan en la figura 6.9, junto con el ajuste de picos y el de medias.

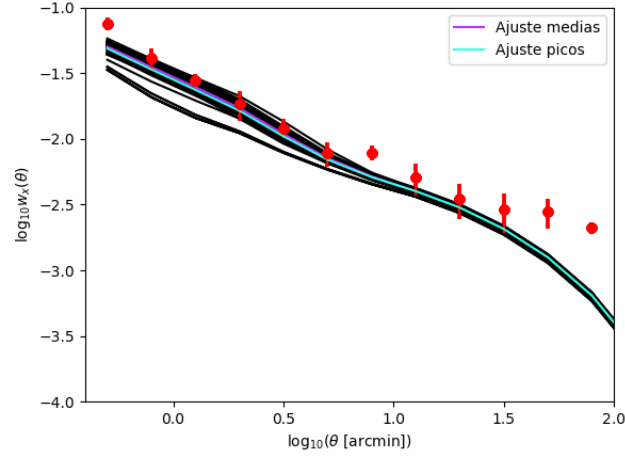


Figura 6.9: Ajustes aleatorios a las correlaciones cruzadas (en rojo), modelo HOD gaussiano.

En la figura 6.9, se observa que, en general, los ajustes se parecen bastante a los obtenidos en la gráfica 6.6 del modelo HOD de 5 parámetros: se ajustan tanto por arriba como por abajo a los valores de las autocorrelaciones cruzadas, excepto a los valores a gran escala.

6.2. Análisis comparativo

Al analizar el *corner plot* de la figura 6.1 del modelo HOD de 3 parámetros, con el de la figura 6.4 del modelo HOD de 5 parámetros y el de la figura 6.7 del modelo HOD gaussiano, podemos observar que todos ellos restringen el valor de los parámetros, aunque con las iteraciones que se usan no se llega a un estado de convergencia. Además, los *corner plot* de los dos últimos modelos parece que tienen menor variabilidad que el del modelo

HOD de 3 parámetros, ya que los datos limpios y los datos sin limpiar se parecen más.

Para realizar un análisis más completo, se comparan las distribuciones a posteriori marginalizadas de los *corner plots*. Como se ha mencionado, el parámetro α se comparte en los tres modelos HOD. En la figura 6.10 se representa la distribución marginalizada a posteriori del α para cada modelo HOD.

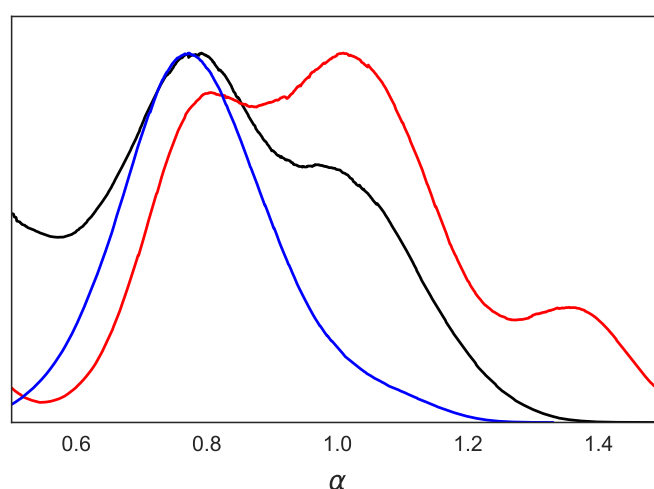


Figura 6.10: Representación del parámetro α de los tres modelos HOD. En negro se representa el modelo HOD de 3 parámetros, en rojo el de 5 parámetros y en azul el gaussiano.

En la figura 6.10 observamos las distintas distribuciones de α para cada modelo HOD. La gráfica parece indicar que la distribución del modelo HOD de 3 parámetros (en negro) es similar a la del modelo HOD gaussiano (en azul), mientras que para el modelo HOD de 5 parámetros (en rojo) es bastante diferente.

Además, debido a la identificación realizada entre el modelo HOD de 5 parámetros y el gaussiano, el parámetro M_{min} correspondiente a los modelos HOD de 3 y 5 parámetros

y el parámetro M_g del modelo HOD gaussiano, se pueden comparar en la misma gráfica. En la figura 6.11 se representan las distribuciones a posteriori de M_{min} y M_g de los tres modelos HOD.

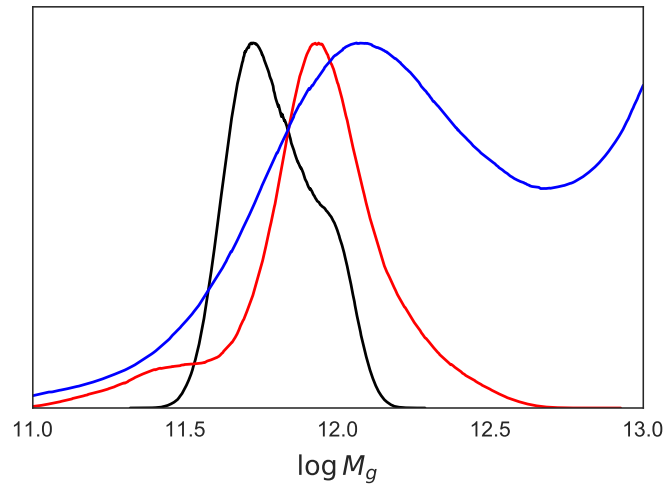


Figura 6.11: Representación del parámetro $M_{min} \leftrightarrow M_g$ de los tres modelos HOD. En negro se representa el modelo HOD de 3 parámetros, en rojo el de 5 parámetros y en azul el gaussiano.

En la figura 6.11 se tienen las distribuciones marginalizadas a posteriori del parámetro M_{min} del modelo HOD de 3 parámetros (en negro), del modelo HOD de 5 parámetros (en rojo), y del parámetro M_g del modelo HOD gaussiano (en azul). Se observa que la curva negra y roja son muy similares entre sí, mientras que la azul tiene un comportamiento diferente. Habría que aumentar el número de iteraciones para observar si la curva del modelo HOD gaussiano tiende a la misma forma que las curvas de los otros modelos. También se observa que la distribución del modelo HOD de 5 parámetros está más desplazada hacia valores más altos que la del modelo HOD de 3 parámetros, así como la curva del modelo HOD gaussiano, está todavía más desplazada hacia la derecha. No obstante, el punto donde alcanzan el pico las curvas roja y azul tiene muy poca diferencia, dato que

también podemos observar a partir de las tablas 6.2 y 6.3.

Ahora, para poder analizar más parámetros, se van a comparar el *corner plot* del modelo de 5 parámetros y del modelo HOD gaussiano. Los parámetros que comparten son ($M_{min} \leftrightarrow M_g, M_1 \leftrightarrow M'_1, \alpha$). Ya hemos analizado los parámetros $M_{min} \leftrightarrow M_g$ y α . Por tanto, se representan las distribuciones a posteriori marginalizadas de $M_1 \leftrightarrow M'_1$ en la figura 6.12.

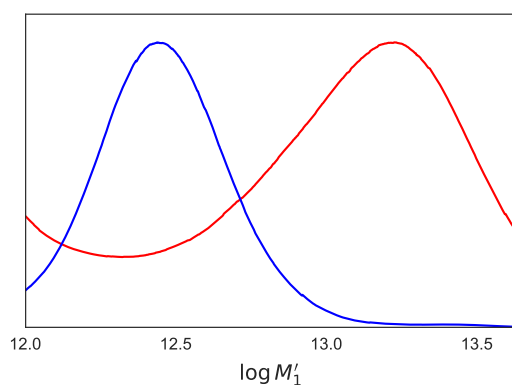


Figura 6.12: Relación entre las distribuciones marginalizadas a posteriori del parámetro M'_1 del modelo HOD de 5 parámetros (en rojo) y M_1 del modelo HOD gaussiano (en azul).

En la figura 6.12 se representan las distribuciones a posteriori marginalizadas del parámetro M'_1 del modelo HOD de 5 parámetros (en azul) y del parámetro M_1 del modelo HOD gaussiano (en rojo). En esta gráfica se observa que las curvas son parecidas, pero la curva roja está desplazada hacia valores más altos, y no es tan gaussiana como la curva azul.

Por último, se comparan los tres modelos HOD propuestos de forma directa, representando para cada modelo HOD el número de galaxias que hay por cada masa en la

figura 6.13. Además, también se representan todos los modelos en una única gráfica para estudiar su comportamiento en general, y a la misma escala.

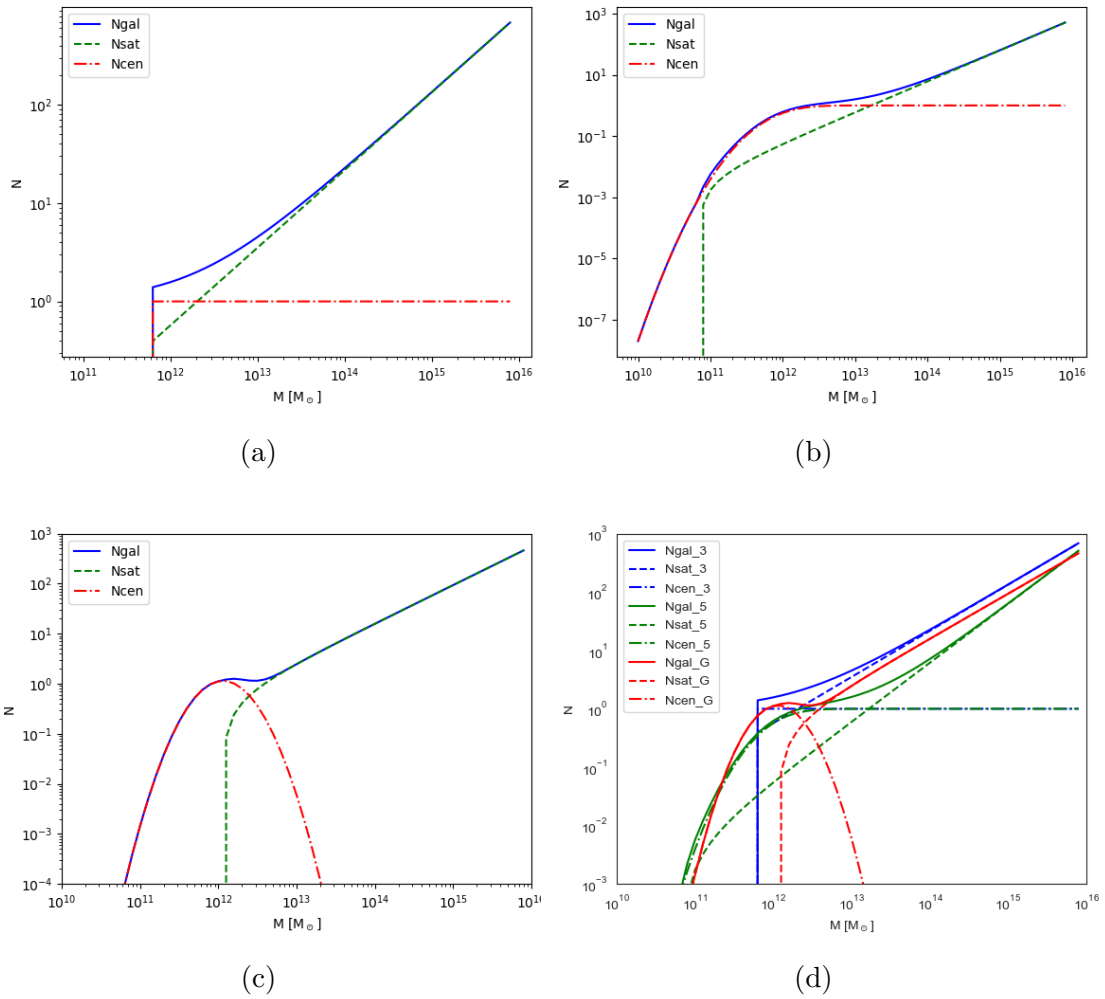


Figura 6.13: Modelos HOD. (a) Modelo HOD de 3 parámetros. (b) Modelo HOD 5 parámetros. (c) Modelo HOD gaussiano. (d) Todos los modelos HOD.

En las figuras 6.13a, 6.13b y 6.13c se representa el número de galaxias que hay por cada masa en el modelo HOD de 3 parámetros, el de 5 parámetros y el gaussiano, respectivamente. En color rojo se tiene la contribución central $\langle N_{cen} \rangle_M$, en color verde, la

contribución de los satélites $\langle N_{sat} \rangle_M$ y en azul, el término $\langle N_{gal} \rangle_M$ que es la suma de los otros dos términos.

En la figura 6.13a, como se esperaba, se tiene que $\langle N_{cen} \rangle_M$ es una función escalón que vale 0 y 1. En la gráfica 6.13b se han modificado ambos términos, aportando complejidad a las funciones, y haciendo que el término $\langle N_{gal} \rangle_M$ se ajuste mejor a los otros términos. En la gráfica 6.13c el término central es una gaussiana, mientras que $\langle N_{sat} \rangle_M$ se mantiene igual que en la figura 6.13b.

En la figura 6.13d se representan los tres modelos HOD en una misma gráfica para analizar su comportamiento en general. Notamos que los tres modelos tienen el mismo patrón: la contribución central $\langle N_{cen} \rangle_M$ domina el término de $\langle N_{gal} \rangle_M$ al principio, y a partir de cierta masa cuando el número de galaxias es uno o superior, empieza a dominar el término $\langle N_{sat} \rangle_M$. Además, en los tres modelos HOD el número total de galaxias es muy parecido, pero en la zona de masas intermedias ($10^{12} - 10^{13}$) los tres modelos tienen un compartamiento diferente. El modelo HOD de 3 parámetros es el más rígido, necesita muchas más galaxias satélites al principio, el de 5 parámetros tiene menos satélites al principio porque lo compensa con la posibilidad de tener galaxias centrales a masas más bajas. Por último, el modelo HOD gaussiano es el caso intermedio de los otros dos modelos, y es el único que permite tener una disminución de galaxias en torno a $M = 5 \cdot 10^{12} M_{\odot}$.

Capítulo 7

Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo era comparar los modelos HOD propuestos: modelo HOD de 3 parámetros, modelo HOD de 5 parámetros y modelo HOD gaussiano; y decidir si alguno modeliza mejor que los otros. Para ello consideramos que las muestras de fondo de las galaxias submilimétricas eran las ideales para realizar este estudio, debido a sus favorables características, con desplazamiento al rojo $1.2 < z < 4.0$. Para las muestras de primer plano se tomaron todas las galaxias del sondeo GAMA II con desplazamiento al rojo $0.2 < z < 0.8$.

Con estas muestras se aplicó la técnica MCMC con el muestreador *emcee* y se obtuvieron unos gráficos llamados *corner plots* para los tres modelos HOD. En estos gráficos observamos que los datos sin el proceso de limpiado y los datos limpiados tienen una diferencia considerable, lo que nos indica que el proceso no ha alcanzado la convergencia deseada, y habría que aumentar el número de iteraciones. Usualmente, en trabajos de investigación se toman más de 5000 iteraciones. El hecho de no tener convergencia implica

que cada vez que se aplica el muestreador *emcee* los resultados obtenidos varían bastante, porque no hay suficiente estadística. Además, de los *corner plots* se puede observar que todos los parámetros de los diferentes modelos quedan restringidos.

En general, las conclusiones que podemos obtener de los tres modelos HOD, es que no se ajustan bien a los puntos finales en las gráficas de la CFF frente a la separación θ . Este problema se debe a que el ajuste a grandes escalas depende principalmente del modelo cosmológico, y en este caso se han fijado los valores estándar de la cosmología actual. Por tanto, centramos el estudio en escalas más pequeñas, inferiores a 10 arcmin.

También hemos probado que el comportamiento, en general, de los tres modelos HOD es el mismo, como cabría esperar. De esta manera nos aseguramos de que no hay una diferencia sustancial entre un modelo u otro.

Para analizar mejor las diferencias entre los tres modelos HOD, se han comparado las distribuciones a posteriori marginalizadas de los parámetros equivalentes entre los modelos. No hay resultados claros, las gráficas obtenidas parecen indicar que si se realizan más iteraciones las curvas tendrían el mismo comportamiento cualitativo, aunque según el modelo utilizado quedarían desplazadas.

En resumen, se concluye que los modelos HOD de 5 parámetros y el gaussiano, sí que presentan una ligera mejora frente al modelo HOD de 3 parámetros, por tanto, añadir grados de libertad al modelo de halos proporciona resultados más efectivos. No obstante, entre el modelo HOD de 5 parámetros y el gaussiano no hay diferencias claras. Para sacar mejores conclusiones habría que repetir el estudio aumentando el número de iteraciones.

Bibliografía

- Bartelmann, M. and Schneider, P. (2001). Weak gravitational lensing. *Physics Reports*, 340(4-5):291–472.
- Baumann, D. (2022). *Cosmology*. Cambridge University Press.
- Berlind, A. A. and Weinberg, D. H. (2002). The halo occupation distribution: Toward an empirical determination of the relation between galaxies and mass. *The Astrophysical Journal*, 575(2):587.
- Blain, A. W., Smail, I., Ivison, R., Kneib, J.-P., and Frayer, D. T. (2002). Submillimeter galaxies. *Physics Reports*, 369(2):111–176.
- Bonavera, L., Cueli, M. M., and Gonzalez-Nuevo, J. (2022). Cosmological and astrophysical results exploiting magnification bias with high- z sub-millimetre galaxies. *Proceedings of the MG16 Meeting on General Relativity, R. Ruffini & G. Vereshchagin eds., World Scientific.*, page arXiv:2112.02959.
- Bonavera, L., González-Nuevo, J., Cueli, M., Ronconi, T., Migliaccio, M., Dunne, L., Lapi, A., Maddox, S., and Negrello, M. (2020). Cosmology with the submillimetre galaxies magnification bias: Proof of concept. *Astronomy & Astrophysics*, 639:A128.

- Challenger-Pérez, I., Díaz-Ricardo, Y., and Becerra-García, R. A. (2014). El lenguaje de programación python. *Ciencias Holguín*.
- Congdon, A. B. and Keeton, C. R. (2018). Principles of gravitational lensing. *Astronomy and Planetary Sciences, Springer International Publishing*, 10:978–3.
- Cooray, A. and Sheth, R. (2002). Halo models of large scale structure. *Physics reports*, 372(1):1–129.
- Driver, S. P., Hill, D. T., Kelvin, L. S., Robotham, A. S., Liske, J., Norberg, P., Baldry, I. K., Bamford, S. P., Hopkins, A. M., Loveday, J., et al. (2011). Galaxy and mass assembly (gama): survey diagnostics and core data release. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 413(2):971–995.
- Foreman-Mackey, D., Hogg, D. W., Lang, D., and Goodman, J. (2013). emcee: the mcmc hammer. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 125(925):306.
- González-Nuevo, J., Cueli, M., Bonavera, L., Lapi, A., Migliaccio, M., Argüeso, F., and Toffolatti, L. (2021). Cosmological constraints on the magnification bias on sub-millimetre galaxies after large-scale bias corrections. *Astronomy & Astrophysics*, 646:A152.
- González-Nuevo, J., Lapi, A., Bonavera, L., Danese, L., De Zotti, G., Negrello, M., Bourne, N., Cooray, A., Dunne, L., Dye, S., et al. (2017). H-atlas/gama: magnification bias tomography. astrophysical constraints above 1 arcmin. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2017(10):024.
- Goodman, J. and Weare, J. (2010). Ensemble samplers with affine invariance. *Communications in applied mathematics and computational science*, 5(1):65–80.
- Klypin, A., Kravtsov, A. V., Valenzuela, O., and Prada, F. (1999). Where are the missing galactic satellites? *The Astrophysical Journal*, 522(1):82.

- Landy, S. D. and Szalay, A. S. (1993). Bias and variance of angular correlation functions. *Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X)*, vol. 412, no. 1, p. 64-71., 412:64–71.
- Mo, H., Van den Bosch, F., and White, S. (2010). *Galaxy formation and evolution*. Cambridge University Press.
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., and White, S. D. M. (1996). The Structure of Cold Dark Matter Halos. *The Astrophysical Journal*, 462:563.
- Negrello, M., Hopwood, R., De Zotti, G., Cooray, A., Verma, A., Bock, J., Frayer, D., Gurwell, M., Omont, A., Neri, R., et al. (2010). The detection of a population of submillimeter-bright, strongly lensed galaxies. *Science*, 330(6005):800–804.
- Olesen, P. (1998). An introduction to cosmology. *CERN*.
- Peebles, P. J. E. and Ratra, B. (2003). The cosmological constant and dark energy. *Reviews of modern physics*, 75(2):559.
- Pilbratt, G., Riedinger, J., Passvogel, T., Crone, G., Doyle, D., Gageur, U., Heras, A., Jewell, C., Metcalfe, L., Ott, S., et al. (2010). Herschel space observatory-an esa facility for far-infrared and submillimetre astronomy. *Astronomy & Astrophysics*, 518:L1.
- Planck Collaboration, P., Aghanim, N., Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., Ballardini, M., Banday, A., Barreiro, R., Bartolo, N., et al. (2020). Planck 2018 results. vi. cosmological parameters. *EDP Sciences*.
- Ryden, B. (2006). *Introduction to cosmology*. Cambridge University Press.
- Schneider, P. (2006). *Extragalactic astronomy and cosmology: an introduction*, volume 146. Springer.
- Schneider, P., Kochanek, C. S., Wambsganss, J., and Schneider, P. (2006). Introduction to gravitational lensing and cosmology. *Gravitational Lensing: Strong, Weak and Micro*, pages 1–89.

- Scott, D. (2020). The standard model of cosmology: A skeptic's guide. *Proc. Int. Sch. Phys. Fermi*, 200:133–153.
- Seljak, U. (2000). Analytic model for galaxy and dark matter clustering. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 318(1):203–213.
- Wechsler, R. H., Bullock, J. S., Primack, J. R., Kravtsov, A. V., and Dekel, A. (2002). Concentrations of dark halos from their assembly histories. *The Astrophysical Journal*, 568(1):52.
- Williams, R. E. et al. (1996). The hubble deep field: Observations, data reduction, and galaxy photometry. *The Astrophysical Journal*.
- Zheng, Z., Berlind, A. A., Weinberg, D. H., Benson, A. J., Baugh, C. M., Cole, S., Davé, R., Frenk, C. S., Katz, N., and Lacey, C. G. (2005). Theoretical models of the halo occupation distribution: Separating central and satellite galaxies. *The Astrophysical Journal*, 633(2):791.
- Zheng, Z., Coil, A. L., and Zehavi, I. (2007). Galaxy evolution from halo occupation distribution modeling of deep2 and sdss galaxy clustering. *The Astrophysical Journal*, 667(2):760.