



Universidad de Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

Máster en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y
Formación Profesional.

**EL USO DE RECURSOS INFORMÁTICOS EN LAS
MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA**

**THE USE OF COMPUTER RESOURCES IN
SECONDARY EDUCATION MATHEMATICS**

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Autor: MARRÓN CASCUDO, Miguel

Tutor: LUENGO GARCÍA, Miguel Ángel

Mayo de 2022

Resumen

Este trabajo es la culminación del *Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional*, donde se busca reflejar el aprendizaje adquirido durante el curso. Consta de tres partes principales: comienza con una reflexión sobre la formación recibida en el máster, las asignaturas y las prácticas; después, una programación docente para la materia *Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas* de tercer curso de ESO; por último, un proyecto de innovación, sobre la incorporación de herramientas informáticas en las clases de matemáticas, contextualizado en la misma materia que la programación.

A raíz de la observación de las clases de matemáticas durante el periodo de prácticas en un instituto, surge la idea de implementar el uso de los recursos informáticos de los que dispone el aula en las clases de matemáticas. Tiene esta innovación un doble objetivo: por un lado, desarrollar la competencia digital del alumnado, adquiriendo más soltura en el empleo de herramientas informáticas, no solo programas específicos de matemáticas, sino también herramientas de búsqueda de información; por otro lado, mejorar la forma de aprender matemáticas, aumentando la motivación del alumnado y haciendo, potencialmente, más significativos los aprendizajes.

Abstract

This work is the pinnacle of the *Master's Degree in Teacher Training in Secondary and Upper Secondary Education and Vocational Training*, in an attempt to capture the learnings acquired throughout the year. The work consists of three main sections: it begins with a consideration of the training received during the year, the subjects and the Practicum; then, a syllabus for the subject *Mathematics Aimed at Academic Teachings*, for the third grade of Compulsory Secondary Education; lastly, an innovation project, about the integration of computer resources in mathematics classes, in the same subject as the previously developed syllabus.

Following the observation of mathematics classes in a High School during the Practicum, comes the idea of implementing the use of the available computer resources in mathematics classes. This innovation has two main goals: on the one hand, developing the students' digital literacy, helping them become more proficient in the use of ICTs (Information and Communication Technologies), not only math related programs, but also information seeking tools; on the other hand, improving the way mathematics are learned, by increasing the pupils' motivation and, potentially, making the learning more meaningful.

Índice

1. Introducción.	3
2. Reflexión sobre la formación recibida y las prácticas profesionales.	4
2.1. Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad	4
2.2. Procesos y Contextos Educativos	5
2.3. Sociedad, Familia y Educación	5
2.4. Diseño y Desarrollo del Currículum	5
2.5. Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa	6
2.6. Tecnologías de la Información y la Comunicación	6
2.7. Aprendizaje y Enseñanza	6
2.8. Complementos a la Formación Disciplinar	7
2.9. El Uso de los Recursos Informáticos En Los Procesos de Cálculo en el Ámbito de las Ciencias Experimentales	8
2.10. Prácticas profesionales	8
3. Propuesta de programación docente.	10
3.1. Introducción	10
3.2. Organización, secuenciación y cronograma de las unidades didácticas	11
3.3. Objetivos Generales de la Educación Secundaria Obligatoria	41
3.4. Contribución a las Competencias Clave	43
3.5. Metodología	45
3.6. Recursos y materiales didácticos	48
3.7. Evaluación	49
3.8. Programa de refuerzo	51
3.9. Medidas de refuerzo y atención a la diversidad	51
3.10. Actividades complementarias y extraescolares	52
3.11. Desarrollo de una unidad didáctica	54
3.12. Indicadores de logro y procedimiento de evaluación de la programación	65
4. Proyecto de innovación educativa: el uso de recursos informáticos en las Matemáticas de Educación Secundaria.	66
4.1. Diagnóstico inicial	66
4.2. Justificación y objetivos	67
4.3. Marco teórico	68
4.4. Desarrollo de la propuesta	70
4.5. Evaluación y seguimiento	79
5. Conclusiones.	82
Referencias	83
Anexos	85
A. Enlaces a actividades utilizadas	85
B. Prueba escrita para la Unidad Didáctica desarrollada	86
C. Rúbrica y guiones para los trabajos de 3º de ESO	88

1. Introducción.

El Trabajo Fin de Máster que aquí se desarrolla tiene por objetivo reunir y ensamblar los aprendizajes adquiridos durante el curso presente, 2021-2022, en el Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional de la Universidad de Oviedo, en la especialidad de Matemáticas.

Este documento aparece dividido en tres secciones principales, distintas en sus formas pero relacionadas entre ellas. La primera será una reflexión sobre la formación recibida en este máster; la segunda, una propuesta de programación didáctica, y la tercera, un proyecto de innovación educativa.

Tras esta introducción, comenzaremos con la reflexión sobre la formación recibida. Haremos un recorrido por las asignaturas que componen el máster, valorando la utilidad de los conocimientos adquiridos, incluidas las prácticas en un Instituto de Educación Secundaria.

La siguiente sección consistirá en una propuesta de programación docente de una asignatura de la especialidad de Matemáticas, en particular, de *Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas*, de tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria. Esta elección se debe a que durante las prácticas pude desarrollar una unidad didáctica en este curso, además de numerosas intervenciones esporádicas, lo cual me permite tener mayor familiaridad con los contenidos del curso y las características del alumnado. Esta unidad didáctica es la que aparece también desarrollada en esta sección, y lleva por título *Cuerpos geométricos: poliedros y cuerpos de revolución*.

Finalmente, se expone un proyecto de innovación educativa titulado *El uso de recursos informáticos en las Matemáticas de Educación Secundaria*. Este proyecto está pensado para la materia sobre la cual se realizó la programación de la sección anterior, y una parte del mismo pudo llevarse a cabo durante las prácticas en el IES, precisamente con la unidad didáctica desarrollada. La innovación consistirá en agregar los recursos informáticos de que dispone un centro educativo a las clases de matemáticas, tanto como material de apoyo para las explicaciones como en forma de actividades evaluables, con el objetivo de mejorar la comprensión de los contenidos matemáticos y, en definitiva, la calidad del aprendizaje matemático.

2. Reflexión sobre la formación recibida y las prácticas profesionales.

En esta sección analizaremos la utilidad de las asignaturas del máster y los aprendizajes que considero más relevantes de cada una. El máster está dividido en dos fases: una teórica, desarrollada durante todo el curso, especialmente en el primer semestre, y una práctica, en un instituto, entre los meses de enero y abril.

Tabla 1: Asignaturas del Máster, excluyendo las prácticas y el Trabajo Fin de Máster.

Módulo	Asignatura	Créditos
Genérico	<i>Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad</i>	5
	<i>Procesos y Contextos Educativos</i>	7
	<i>Sociedad, Familia y Educación</i>	3
Específico	<i>Diseño y Desarrollo del Currículum</i>	2
	<i>Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa</i>	4
	<i>Tecnologías de la Información y la Comunicación</i>	1
Especialidad	<i>Aprendizaje y Enseñanza</i>	8
	<i>Complementos a la Formación Disciplinar</i>	8
Optativa	<i>El Uso de los Recursos Informáticos En Los Procesos de Cálculo en el Ámbito de las Ciencias Experimentales</i>	3

Fuente: Universidad de Oviedo.

2.1. Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad

Esta asignatura, del módulo genérico, proporciona unas nociones básicas sobre psicología de la educación y psicología del desarrollo. Si bien los contenidos son teóricos, adquieren mucha utilidad los conocimientos adquiridos sobre las teorías de aprendizaje, con elementos que se pueden aplicar, directa o indirectamente, a la práctica docente. Además, la realización de un trabajo final sobre un supuesto caso práctico permite ampliar la información sobre algunas situaciones reales que posteriormente, durante las prácticas y en el futuro, encontraremos en las aulas (alumnado con Trastorno del Espectro Autista, con Dificultades de Aprendizaje...), y reflexionar sobre cómo actuar.

Aunque los contenidos son muy básicos, porque muchos estudiantes nunca habíamos recibido ningún tipo de formación en psicología, la forma de estructurarlos y plantearlos en clase hicieron de esta una asignatura muy interesante, y me dejó con ganas de indagar más en esta disciplina científica.

2.2. Procesos y Contextos Educativos

También del módulo genérico, está dividida en cuatro bloques, donde se tratan diversos temas relativos al sistema educativo: legislación y estructura orgánica, convivencia y trato con el alumnado, tutorías, y atención a la diversidad. Es una de las asignaturas con más peso teórico, aunque se complementa bien con las actividades prácticas de las tutorías grupales y seminarios.

Con el primer bloque empezamos a ver la estructura y el funcionamiento orgánico de un IES, lo cual sería imprescindible para el periodo de prácticas. También lo fue el segundo bloque, que trataba de temas menos legislativos, y más relacionados con la comunicación en el aula. Los dos últimos bloques, relacionados con las tutorías y la atención a la diversidad, también fueron imprescindibles para la realización del cuaderno de prácticas, y parece que lo serán en nuestra futura labor docente.

La evaluación de esta asignatura mediante la realización de escritos entorno a un caso práctico, hipotético pero realista, es un gran punto a favor, ya que permite aplicar los conocimientos teóricos a situaciones prácticas, y deja lugar a cierta creatividad y reflexión personal.

2.3. Sociedad, Familia y Educación

La tercera asignatura del módulo genérico consistía en un estudio sobre la sociedad, y los retos a los que nos enfrentaremos en la parte de la educación que no tiene que ver directamente con los contenidos de nuestras materias: feminismo, sexualidad, trato con las familias, con otros agentes del entorno, etc. La parte más interesante de esta asignatura fue, sin duda, las clases prácticas, donde se podían poner en común distintas ideas y debatirlas, viendo distintos puntos de vista sobre una misma temática.

Además de la importancia intrínseca de los contenidos que aquí se trataban, también sirve como punto de partida para la realización de actividades de tutorías, como las relacionadas con el Día de la Mujer (8 de marzo) o el Día de los Derechos Humanos (10 de diciembre), ya que son fechas de importancia y en los centros se suelen realizar actos y actividades relacionadas.

2.4. Diseño y Desarrollo del Currículum

Esta asignatura nos aportó una visión distinta de la educación, dando más peso a la metodología y a la atención a la diversidad y menos a los contenidos. No tenía un gran

peso teórico, y las actividades prácticas obligaban a reflexionar sobre la mejor manera de desarrollar el currículum en el aula, de forma que todo el alumnado pudiese seguir las clases. La realización de un trabajo final por grupos, donde poner en práctica lo aprendido, y explicar un contenido del currículo de forma alternativa, sirvió para asentar esta visión de la nueva educación, que resulte más atractiva al alumnado y sea inclusiva con todos y todas, sin que sus necesidades o dificultades sean un obstáculo insalvable.

2.5. Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa

Esta asignatura tiene una gran utilidad de cara a la realización de este trabajo, pero además da cuenta de la importancia de la innovación y la investigación en la educación, como herramientas de cambio y mejora. La realización de multitud de actividades prácticas permite aproximarse a la investigación educativa y a la innovación docente de un modo sencillo, y su coetariedad con las prácticas en el instituto facilitan la elección del tema de innovación (o investigación, en su caso) del Trabajo Fin de Máster.

2.6. Tecnologías de la Información y la Comunicación

Si bien es una asignatura notablemente breve, de solamente un crédito, tiene una gran utilidad, especialmente el trabajo final, que consistía en agrupar una serie de recursos TIC que se pudiesen utilizar en el aula de nuestra especialidad. Gracias a este trabajo, descubrí algunos programas y herramientas que tienen mucho potencial para su uso como recurso didáctico. De hecho, una de ellas, *Polypad*, la incorporé al desarrollo de algunas clases durante las prácticas, y será una herramienta de apoyo en la propuesta de innovación que desarrollaremos más adelante en este escrito (Sección 4, pág. 66).

2.7. Aprendizaje y Enseñanza

Del módulo de la especialidad, está dividida en tres partes, donde se estudian los principales elementos de una programación: unidades didácticas, evaluación y metodología. La mayoría de los contenidos son específicos de matemáticas, o bien orientados hacia su enseñanza, lo cual les otorga una gran utilidad. Además, al desarrollarse la asignatura al mismo tiempo que las prácticas, permite poner en práctica lo aprendido en tiempo real, y observar los cambios.

En el primer bloque, desgranamos los elementos de una unidad didáctica, y los criterios para la secuenciación de las mismas en las programaciones. Esto resultó fundamental para

adquirir un conocimiento profundo de estos elementos, y fue la base sobre la que pude hacer las programaciones de las unidades didácticas durante las prácticas, y la programación docente de este TFM.

De la parte de evaluación destacaría dos actividades: la primera, la corrección en clase de un examen, donde pudimos comprobar la dificultad que esto entraña, y cómo cada uno calificaba de forma distinta los mismos aciertos y fallos; la segunda, la elaboración por nuestra parte de una prueba de evaluación, donde pudimos comprobar las complicaciones que surgen en este proceso, y algunas formas de evitarlas.

Por último, en la parte de metodología, se hace un análisis de dos métodos muy apropiados para la enseñanza de las matemáticas: el método de la enseñanza expositiva y el método de aprendizaje por descubrimiento guiado. Una actividad práctica, consistente en preparar y exponer el esquema de cómo aplicar estas metodologías a una unidad didáctica, fue muy interesante, ya que sirve como simulacro de la planificación real de una unidad didáctica, de cara a desarrollarla en un aula.

2.8. Complementos a la Formación Disciplinar

También de la especialidad, y también dividida en tres bloques: Estadística y Probabilidad, Cálculo y Álgebra, y Geometría. Para cada bloque hay un profesor distinto, con distintas formas de dar la clase y gran variedad de actividades prácticas, lo que hacen de esta una asignatura muy útil. Además, es una forma muy completa y didáctica de familiarizarse con el currículum de las materias del área matemática.

Las actividades que más utilidad resultaron tener fueron algunas simulaciones de clases de matemáticas, con las cuales pudimos obtener una primera experiencia de las dificultades que entraña preparar una clase: ajustarse a los tiempos, preparar contenidos y actividades, etc. También destacaría otras actividades más teóricas, como el análisis de los contenidos de algunos libros de texto, de algunos procesos algorítmicos que se enseñan en Bachillerato, o de las pruebas EBAU.

Es una asignatura imprescindible como preparación para las prácticas, ya que muchos de los conocimientos que en ella se enseñan son de aplicación directa e inevitable en las clases.

2.9. El Uso de los Recursos Informáticos En Los Procesos de Cálculo en el Ámbito de las Ciencias Experimentales

Se trata de una asignatura optativa, pero con una utilidad práctica destacable. Además de algunas lecciones sobre el uso de Teams y herramientas de grabación y edición de video, la mayor parte de la asignatura orbita entorno al uso de *GeoGebra* y *eXeLearning*, dos herramientas, diferentes pero en cierto modo complementarias, con mucho potencial para su uso en la educación matemática del alumnado de secundaria.

Gracias a las lecciones sobre GeoGebra pude desarrollar las aplicaciones que, como comentaremos posteriormente, utilicé como parte del proyecto de innovación. GeoGebra es una herramienta muy versátil y potente, y con un conocimiento de su funcionamiento como el que proporciona esta asignatura se pueden crear aplicaciones muy útiles.

La otra herramienta, eXeLearning, no tuve oportunidad de utilizarla en la práctica, pero sí que la utilizaré en el futuro, ya que permite crear actividades de todo tipo, con juegos, ejercicios evaluables, vídeos con preguntas, la posibilidad de insertar actividades de GeoGebra... Además, su fácil integración en plataformas como el Campus Virtual hace que se puedan compartir las actividades con el alumnado de forma muy sencilla.

2.10. Prácticas profesionales

El periodo de prácticas ocupó desde mediados de enero hasta mediados de abril, en un Instituto de Educación Secundaria de la comunidad. A pesar de las restricciones por culpa de la epidemia de COVID, pude presenciar el día a día en un IES, cómo funciona internamente y las partes de la educación que, como alumno, se desconocen.

Durante este periodo, tuve la oportunidad de asistir a multitud de reuniones con distintos cargos del instituto: con el equipo directivo, con el orientador, con la profesora de Pedagogía Terapéutica, con la Profesora Técnica de Servicios a la Comunidad... Ello me permitió ver diferentes puntos de vista de la educación, y las labores que llevan a cabo los distintos departamentos del centro.

También pude asistir a algunas actividades del centro, en el marco de diversos programas, como el de educación sexual *Ni ogros ni princesas*, y a reuniones con los responsables de algunos de estos programas, como el de la biblioteca del centro o de *Erasmus+* y *eTwinning*.

Sin embargo, lo más útil y satisfactorio fue poder asistir al desarrollo diario de las clases de varios grupos. Fue ahí donde pude observar cómo se ven las clases desde el otro lado,

no como alumno sino como profesor. También pude apreciar las dificultades que entraña hacerse cargo de una clase, la preparación que requiere el día a día, y la importancia de conocer bien al alumnado, sus capacidades y sus inquietudes.

El trato recibido fue inmejorable, tanto por parte de la tutora como por parte del resto de la comunidad educativa. Siempre tuvimos libertad para poner en práctica nuestras ideas en las clases, y contábamos con el apoyo y los consejos y guía del resto de profesores y profesoras, especialmente de nuestra tutora, que con su experiencia nos ayudaban a mejorar nuestras ideas. Y también tuvimos el apoyo del alumnado, que desde el principio nos aceptó y confió en nosotros.

En definitiva, la experiencia de las prácticas en un instituto fue profundamente gratificante, probablemente lo mejor del máster. Es una experiencia realista de lo que depara esta profesión, si en un futuro nos queremos dedicar a ella, y nos permite reflexionar sobre si efectivamente queremos continuar por el camino de la docencia. En mi caso, me ha servido para convencerme de que mi futuro pasará por ser profesor, sin duda alguna. Por ende, mi agradecimiento a quienes lo hacen posible, desde los profesores y profesoras del máster y sus coordinadoras hasta los tutores y coordinadores de prácticas de los institutos.

3. Propuesta de programación docente.

Materia: **Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas**
Curso: **3º ESO**

3.1. Introducción

El artículo 27 de la Constitución Española recoge el derecho de todos los españoles a la educación, cuyo objetivo debe ser «el pleno desarrollo de la personalidad humana en el respeto a los principios democráticos de convivencia y a los derechos y libertades fundamentales» (p. 8). Bajo este amparo constitucional es aprobada la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de educación (LOE), que posteriormente será modificada por la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE). El currículo de Secundaria, donde nos basaremos para el desarrollo de esta programación, queda aprobado por el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, y concretado en el Principado de Asturias en el Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias.

La presente programación docente está dirigida al alumnado de tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria de un Instituto de Educación Secundaria ubicado en un entorno urbano. Se trata de un centro que acoge a alumnado de ESO, Bachillerato y Ciclos Formativos de FP, sumando aproximadamente un millar de alumnos y alumnas entre todos los estudios. Se enmarca en un barrio residencial de la ciudad, atendiendo las necesidades educativas de los barrios colindantes, además de algunos pueblos y asentamientos rurales cercanos. En la zona de influencia del IES se pueden encontrar diversos locales y asociaciones culturales y deportivas, y multitud de tiendas y talleres de pequeños y medianos comercios, mas la industria es prácticamente nula.

El curso de 3º al que está dirigida esta programación está compuesto por 24 alumnos y alumnas, uno de ellos repetidor. Del alumnado, dos de ellos presentan necesidades específicas de apoyo educativo, ambos por dificultades en el aprendizaje, y otros dos, necesidades educativas especiales, por Trastorno del Espectro Autista (el alumno repetidor) y por Discapacidad Psíquica Leve (requiriendo esta última una adaptación curricular significativa, con lo que trabajará, con apoyo del/la profesor/a de pedagogía terapéutica, para conse-

guir niveles de competencia curricular de 6º de Primaria y 1º de ESO en la materia de matemáticas).

3.2. Organización, secuenciación y cronograma de las unidades didácticas

Los contenidos de la materia *Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas* vienen indicados en el Decreto 43/2015, de 10 de junio, agrupados en cinco bloques:

1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
2. Números y Álgebra
3. Geometría
4. Funciones
5. Estadística y Probabilidad

El primer bloque comprende una serie de contenidos transversales, que se irán trabajando de forma continuada a lo largo de todo el curso, y de forma simultánea a los otros bloques. Los otros cuatro bloques se secuencian atendiendo a tres criterios (Luengo, 2022):

- La estructura interna de las matemáticas: en matemáticas existen muchas veces relaciones entre los contenidos de un tema o una rama y los de otro. Al secuenciar las unidades didácticas, se debe tener en cuenta qué contenidos es necesario dar antes para poder afrontar los posteriores.
- La dificultad, importancia y momento del curso: el desgaste propio de la actividad académica hace necesaria una reflexión sobre cuándo deben impartirse los contenidos que tengan mayor dificultad. Así, es conveniente que en los dos primeros trimestres se impartan los contenidos con mayor importancia o dificultad, para que el cansancio que acumulen hacia el final de curso no interfiera en la adquisición de los mismos.
- Coordinación con otras materias: es menester que haya un proceso de comunicación fluido entre los y las docentes de matemáticas y de otras materias afines, de modo que se puedan coordinar los aprendizajes de aquellos contenidos matemáticos que se vayan a necesitar en estas otras materias.

El curso escolar presente cuenta con, aproximadamente, 37 semanas lectivas, descontando ya periodos vacacionales y días no lectivos; en cada semana, la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas suma cuatro horas. Se reserva una semana al inicio de curso para la evaluación de los conocimientos iniciales del alumnado.

En base a los anteriores criterios, y teniendo en cuenta que los contenidos del primer bloque no constituyen una unidad didáctica por sí mismos, sino que son transversales, la secuenciación de los contenidos para el curso será como sigue:

Tabla 2: Secuenciación y duración estimada de las unidades didácticas

Bloque	Unidades didácticas	Semanas
2	I. Números racionales. Potencias y raíces.	4
	II. Lenguaje algebraico. Polinomios.	3
	III. Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones.	5
	IV. Sucesiones.	4
3	V. Geometría del plano. Movimientos. Triángulos y semejanza.	5
	VI. Cuerpos geométricos: poliedros y cuerpos de revolución.	3
4	VII. Funciones: características generales.	3
	VIII. Funciones lineales y cuadráticas.	4
5	IX. Estadística	3
	X. Probabilidad	2

A continuación, desglosaremos para cada unidad didáctica los contenidos, los criterios de evaluación y objetivos de aprendizaje y los estándares de aprendizaje.

Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.

Los contenidos y criterios de este bloque, recordemos, no cuentan con unidades didácticas propias, sino que se trabajarán de forma transversal durante el desarrollo del resto de unidades.

Contenidos.

- Planificación del proceso de resolución de problemas.
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.
- Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.
- Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para la recogida ordenada y la organización de datos; la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos; facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico; el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas; la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos; comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla 3 se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de este bloque.

Tabla 3: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias del Bloque 1.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CCL	<p>1. Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Describir verbalmente, de forma razonada y con la terminología adecuada a su nivel, los pasos seguidos en la resolución de un problema 	<p>1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.</p>
CCL CMCT CAA	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Leer comprensivamente el enunciado de un problema, cercano a la realidad, que puede estar expresado mediante texto, tablas o gráficas. – Reflexionar sobre la situación que presenta el problema, identificando y explicando las ideas principales del enunciado de un problema. – Organizar la información haciendo un esquema, una tabla o un dibujo, eligiendo una notación adecuada. – Esbozar y estimar las posibles soluciones del problema, antes de iniciar las fases del proceso de resolución del mismo. – Valorar la adecuación de la solución al contexto del problema. 	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.</p> <p>2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.</p> <p>2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.</p>
CMCT CAA	<p>3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Identificar en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos regularidades que le lleven a realizar generalizaciones. – Utilizar las regularidades y propiedades encontradas para estimar y predecir soluciones de otros problemas similares. 	<p>3.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.</p> <p>3.2. Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

CAA CSIE	<p>4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reflexionar sobre el modo de resolución de un problema buscando nuevas estrategias de resolución. - Compartir sus ideas con sus compañeros y compañeras. - Valorar la coherencia y la idoneidad de las soluciones. - Plantear problemas similares a otros ya resueltos. 	<p>4.1. Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.</p> <p>4.2. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad.</p>
CSIE	<p>5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Buscar información, a través de distintos medios, para realizar una investigación matemática. - Analizar, seleccionar y clasificar la información recogida. - Elaborar un informe con las conclusiones obtenidas, utilizando el lenguaje matemático adecuado y de la forma más rigurosa posible. - Presentar el informe oralmente o por escrito. 	<p>5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico.</p>
CMCT CAA CSIE	<p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconocer la utilidad de las matemáticas para resolver problemas habituales de la vida diaria, buscando la relación entre realidad y matemáticas. - Utilizar modelos matemáticos que le permitan resolver problemas en contextos diversos, proponiendo mejoras que aumenten la eficacia de dichos modelos. - Interpretar la solución del problema en el contexto de la realidad. - Plantear problemas similares a otro dado, relacionando los distintos contextos matemáticos. - Ejemplificar situaciones que permitan comprender las relaciones matemáticas presentes en una situación problemática, valorando positivamente el uso de modelos matemáticos para interpretar la realidad y resolver problemas. 	<p>6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p> <p>6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>6.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>6.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

CMCT CAA	<p>7. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o contruidos.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Reconocer las ventajas de reflexionar sobre los procesos de razonamiento seguidos al resolver un problema como ayuda para resolver otros. – Revisar sus propios errores para aprender de los mismos. – Clasificar los distintos tipos de problemas y relacionarlos con las situaciones problemáticas presentes en su realidad cotidiana. 	<p>7.1. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia. Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados.</p>
CAA CSIE	<p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Desarrollar actitudes de esfuerzo, perseverancia y aceptación de la crítica necesarias en la actividad matemática. – Distinguir entre lo que supone resolver un problema y un ejercicio. – Sentir curiosidad y hacerse preguntas sobre cuestiones matemáticas relacionadas con su realidad. – Discutir de forma argumentada la estrategia utilizada para resolver un problema, respetando y valorando otras opiniones y manifestando comportamientos favorables a la convivencia y proponiendo soluciones dialogadas. – Desarrollar sus propias estrategias para la resolución de problemas en contextos diversos. 	<p>8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.</p> <p>8.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.</p> <p>8.3. Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso.</p> <p>8.4. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas.</p>
CMCT CAA	<p>9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Verbalizar las dificultades que encuentra al desarrollar su quehacer matemático. – Mostrar interés por superar las dificultades sin temer enfrentarse a situaciones nuevas y de creciente complejidad. – Argumentar la toma de decisiones en función de los resultados obtenidos utilizando el lenguaje adecuado. 	<p>9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

CAA CSIE	<p>10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Pensar un plan para resolver un problema. – Proceder sistemáticamente ordenando datos y decidiendo qué pasos va a dar. – Llevar a cabo el plan pensado para resolver el problema. – Comprobar la solución obtenida. – Dar la solución de forma clara y concisa, redactando el proceso seguido para llegar a ella. – Valorar la precisión y sencillez del lenguaje matemático para expresar con rigor información útil en situaciones de creciente complejidad. 	<p>10.1. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.</p>
CMCT CD	<p>11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Utilizar distintas herramientas tecnológicas para realizar cálculos y analizar y comprender propiedades geométricas. – Utilizar algunas herramientas tecnológicas para representar diferentes gráficos usando la más apropiada en cada caso. – Emplear medios tecnológicos para representar los datos de un problema mediante tablas, gráficos o diagramas. – Valorar el uso de recursos tecnológicos para realizar conjeturas, contrastar estrategias, buscar datos, realizar cálculos complejos y presentar resultados de forma clara y atractiva. – Utilizar los medios tecnológicos para diseñar representaciones gráficas que expliquen los procesos seguidos en la resolución de un problema. 	<p>11.1. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente.</p> <p>11.2. Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.</p> <p>11.3. Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.</p> <p>11.4. Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

CLL CD	<p>12. Utilizar las Tecnologías de la Información y la Comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo estos en entornos apropiados para facilitar la interacción.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utilizar diferentes recursos tecnológicos en la búsqueda y selección de informaciones sencillas. - Crear, con ayuda del ordenador, documentos digitales sencillos que presenten los resultados del trabajo realizado. - Utilizar las herramientas tecnológicas de fácil uso para presentar trabajos de forma oral o escrita. - Aprovechar diversas aplicaciones informáticas para presentar la solución de un problema, realizar gráficos, diagramas, tablas, representaciones de funciones o representaciones geométricas. 	<p>12.1. Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada, y los comparte para su discusión o difusión.</p> <p>12.2. Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.</p> <p>12.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.</p>
-----------	---	--

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

I. Números racionales. Potencias y raíces.

Contenidos.

- Potencias de números racionales con exponente entero. Significado y uso.
- Potencias de base 10. Aplicación para la expresión de números muy pequeños. Operaciones con números expresados en notación científica.
- Raíces cuadradas. Raíces no exactas. Expresión decimal. Expresiones radicales: transformación y operaciones.
- Jerarquía de operaciones.
- Números decimales y racionales. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos. Fracción generatriz.
- Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla 4 se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de esta Unidad Didáctica.

Tiempo estimado y orientaciones. Se estima la duración de esta unidad didáctica en 4 semanas, o unas 16 sesiones. Durante las mismas, se trabajarán los contenidos buscando, en la medida de lo posible, la relación con situaciones cotidianas o de otros contextos científicos: físicos, biológicos, geológicos...

Tabla 4: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica I: Números racionales. Potencias y raíces.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CCL CMCT CAA CSIE	<p>1. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana y presentando los resultados con la precisión requerida.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Clasificar los distintos tipos de números, utilizando la representación más adecuada para interpretar información. – Distinguir los decimales finitos e infinitos periódicos calculando la fracción generatriz correspondiente. – Utilizar la notación científica para expresar números muy grandes o muy pequeños y operar con ellos. – Simplificar expresiones con raíces cuadradas no exactas. – Obtener soluciones aproximadas (por redondeo o truncamiento) en problemas contextualizados, estimando el error cometido. – Valorar la precisión y coherencia del resultado obtenido en el contexto del problema planteado. – Utilizar la unidad de medida adecuada en cada contexto. – Utilizar los números racionales y realizar operaciones con ellos reconociendo sus propiedades y respetando la jerarquía de las operaciones. 	<p>1.1. Reconoce los distintos tipos de números (naturales, enteros, racionales), indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.</p> <p>1.2. Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período.</p> <p>1.3. Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico.</p> <p>1.4. Expresa números muy grandes y muy pequeños en notación científica, y opera con ellos, con y sin calculadora, y los utiliza en problemas contextualizados.</p> <p>1.5. Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera con ellas simplificando los resultados.</p> <p>1.6. Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando sus procedimientos.</p> <p>1.7. Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo los errores de aproximación en cada caso para determinar el procedimiento más adecuado.</p> <p>1.8. Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos.</p> <p>1.9. Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.</p> <p>1.10. Emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y analiza la coherencia de la solución.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

II. Lenguaje algebraico. Polinomios.

Contenidos.

- Transformación de expresiones algebraicas.
- Igualdades notables.
- Operaciones elementales con polinomios.
- División de polinomios.
- Regla de Ruffini.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla 5 se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de esta Unidad Didáctica.

Tiempo estimado y orientaciones. Esta unidad didáctica ocupará alrededor de 3 semanas, o 12 sesiones de clase. Se buscará la realización de ejercicios de modelización de situaciones reales en lenguaje algebraico, y la familiarización del alumnado con las igualdades notables, por la gran importancia que adquirirán en el futuro.

Tabla 5: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica II: Lenguaje algebraico. Polinomios.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CCL CMCT CAA CSIE	<p>3. Utilizar el lenguaje algebraico para expresar una propiedad o relación dada mediante un enunciado, extrayendo la información relevante y transformándola.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Realizar operaciones (suma, resta, producto y división) con polinomios de una indeterminada con coeficientes racionales. – Utilizar la regla de Ruffini. – Plantear expresiones algebraicas y transformarlas para simplificarlas a partir de situaciones en un contexto cercano. – Desarrollar correctamente expresiones en las que aparezcan el cuadrado de un binomio o una suma por una diferencia. – Conocer el significado de raíz de un polinomio. – Factorizar polinomios de grado superior a dos con raíces enteras utilizando la regla de Ruffini, las identidades notables o transformaciones en el polinomio. 	<p>3.1. Realiza operaciones con polinomios y los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana.</p> <p>3.2. Conoce y utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica en un contexto adecuado.</p> <p>3.3. Factoriza polinomios de grado 4 con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

III. Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones.

Contenidos.

- Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico).
- Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos.
- Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla 6 se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de esta Unidad Didáctica.

Tiempo estimado y orientaciones. Se estima la duración de esta unidad en unas cinco semanas, aproximadamente veinte sesiones. Siguiendo con la práctica de la unidad anterior, se buscará la modelización y resolución de problemas contextualizados en situaciones reales, para enfatizar la importancia que adquieren las ecuaciones en la vida real.

Tabla 6: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica III: Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CCL CMCT CAA CSIE	<p>4. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones sencillas de grado mayor que dos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Resolver ecuaciones de primer grado, de segundo grado y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando diferentes procedimientos: algebraicos, gráficos o programas informáticos. – Traducir a ecuaciones o sistemas de ecuaciones problemas relacionados con situaciones cercanas a su contexto, resolverlos y valorar la coherencia del resultado obtenido. – Apreciar el lenguaje algebraico como un recurso muy útil para resolver problemas. – Utilizar la factorización de polinomios para resolver ecuaciones sencillas de grado mayor que dos. 	4.1. Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

IV. Sucesiones.

Contenidos.

- Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico.
- Sucesiones numéricas. Sucesiones recurrentes. Progresiones aritméticas y geométricas. Elementos.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla 7 se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de esta Unidad Didáctica.

Tiempo estimado y orientaciones. Esta unidad didáctica ocupará aproximadamente 4 semanas lectivas, unas 16 sesiones. La búsqueda de patrones y sucesiones en la naturaleza y en el arte debe ser un pilar donde se asienten los contenidos de este tema. También se podrá hacer referencia a la sucesión de Fibonacci, relacionándola con la constante ϕ , el número áureo, y su aparición en múltiples contextos: espirales áureas, teselaciones de Voronoi... Un recurso complementario que se puede utilizar para ello es el vídeo *Nature by numbers* (<https://vimeo.com/9953368>), de Cristóbal Vila, donde se relacionan estos elementos.

Tabla 7: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica IV. Sucesiones.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CMCT CAA CSIE	<p>2. Obtener y manipular expresiones simbólicas que describan sucesiones numéricas, observando regularidades en casos sencillos que incluyan patrones recursivos.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Identificar y describir regularidades en un conjunto de números. – Calcular términos sucesivos de una sucesión numérica a partir de un enunciado o de una expresión algebraica. – Obtener el término general de sucesiones numéricas sencillas. – Reconocer progresiones aritméticas y geométricas identificando la diferencia o la razón, calcular otros términos y la suma de términos consecutivos. – Resolver problemas vinculados a situaciones reales en los que haya que identificar sucesiones numéricas y progresiones. 	<p>2.1. Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.</p> <p>2.2. Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.</p> <p>2.3. Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos, y las emplea para resolver problemas.</p> <p>2.4. Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

V. Geometría del plano. Movimientos. Triángulos y semejanza.

Contenidos.

- Geometría del plano. Segmentos y ángulos en las figuras geométricas.
- Lugar geométrico. Determinación de figuras geométricas planas a partir de ciertas propiedades.
- Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas.
- Movimientos en el plano: traslaciones, giros y simetrías en el plano.
- Uso de los movimientos para el análisis y la representación de figuras y representaciones geométricas.
- Reconocimiento de los movimientos en la naturaleza en el arte y en los objetos cotidianos.
- Resolución de problemas de interpretación de mapas y planos.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla 8 se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de esta Unidad Didáctica.

Tiempo estimado y orientaciones. Para esta primera unidad del bloque de geometría se emplearán unas cinco semanas, o veinte sesiones. Se buscará el uso de los conceptos aprendidos (semejanza de triángulos, teorema de Pitágoras, cálculo de áreas...) en problemas aplicables al mundo real: cálculo de alturas y áreas del instituto, de los patios, etc. Además, se podrá plantear la realización de ejercicios utilizando algunas herramientas informáticas, como Polypad, GeoGebra o similares, que permiten dibujar y manipular figuras geométricas para facilitar su comprensión.

Tabla 8: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica V. .

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CCL CMCT CAA	<p>1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Reconocer y describir los elementos característicos de las figuras planas y los cuerpos geométricos elementales a partir de la descripción de sus propiedades. – Definir y determinar los lugares geométricos planos, tales como mediatriz, bisectriz y circunferencia. – Resolver problemas que utilicen las propiedades de lugares geométricos sencillos. – Reconocer cuándo dos ángulos son iguales. – Definir los distintos tipos de ángulos: complementarios, suplementarios, adyacentes y opuestos por el vértice. – Identificar las rectas notables en un triángulo y los puntos en los que se cortan. – Resolver problemas geométricos utilizando las propiedades estudiadas. 	<p>1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos.</p> <p>1.2. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos.</p>
CCL CMCT CEC	<p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Reconocer polígonos semejantes. – Enunciar los criterios de semejanza en polígonos semejantes. – Construir un polígono semejante a otro dado. – Calcular la razón de los perímetros y de las áreas de dos polígonos semejantes. – Calcular la razón de los volúmenes de dos cuerpos geométricos semejantes. – Dividir un segmento en partes proporcionales a otros segmentos dados. – Utilizar el teorema de Tales para obtener medidas indirectas utilizando la semejanza. – Resolver problemas contextualizados en su entorno, o en representaciones artísticas, que presenten situaciones de semejanza y que precisen del cálculo de perímetros y áreas de figuras geométricas. 	<p>2.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.</p> <p>2.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

CMCT CSIE	<p>3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Comprender el concepto de escala. – Calcular las dimensiones reales de un plano o un mapa realizado a escala. 	<p>3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.</p>
CMCT CD CSC CEC	<p>4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Diferenciar entre traslación, simetría y giro en el plano y construir figuras utilizando estos movimientos. – Reconocer la presencia de transformaciones geométricas en la naturaleza y en el arte. – Identificar los elementos característicos de los movimientos en el plano: ejes de simetría, centros, amplitud de giro, etc. – Crear construcciones propias manipulando objetos y componiendo movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario. 	<p>4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.</p> <p>4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

VI. Cuerpos geométricos: poliedros y cuerpos de revolución.**Contenidos.**

- Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros.
- La esfera. Intersecciones de planos y esferas.
- El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto.
- Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla 9 se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de esta Unidad Didáctica.

Tiempo estimado y orientaciones. Se estima el desarrollo de esta unidad en tres semanas, unas doce sesiones; se continuará la dinámica de la unidad anterior, con el uso de herramientas informáticas y la contextualización de los ejercicios y contenidos con ejemplos reales y cercanos al alumnado.

Tabla 9: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica VI: Cuerpos geométricos: poliedros y cuerpos de revolución.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CCL CMCT CAA CSIE CEC	<p>5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Describir, con el lenguaje adecuado, los principales poliedros y cuerpos de revolución. – Calcular áreas y volúmenes de los principales poliedros y cuerpos de revolución. – Resolver problemas contextualizados en el entorno cotidiano. – Identificar los ejes de simetría, centros, amplitud de giro, etc. de las figuras planas. – Identificar los planos de simetría, centros, etc. de los poliedros y los cuerpos de revolución. – Identificar los centros, los ejes y los planos de simetría en la naturaleza, en el arte y en los objetos cotidianos. 	<p>5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.</p> <p>5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.</p> <p>5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p>
CCL CMCT CSIE CEC	<p>6. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Describir los elementos del globo terráqueo: eje terrestre, polos, ecuador, hemisferios, meridianos y paralelos. – Definir las coordenadas geográficas de un punto sobre el globo terráqueo. – Utilizar las coordenadas geográficas para localizar y situar lugares sobre mapas y sobre el globo terráqueo. – Identificar y describir los movimientos para ir de un lugar a otro. 	<p>6.1. Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

VII. Funciones: características generales.**Contenidos.**

- Características de las gráficas, dominio, cortes con los ejes, continuidad, monotonía, extremos, simetría.
- Análisis y descripción cualitativa de gráficas sencillas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.
- Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente.
- Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla 10 se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de esta Unidad Didáctica.

Tiempo estimado y orientaciones. Ocupará esta unidad didáctica unas tres semanas, o doce sesiones, durante las cuales se hará hincapié en la utilidad de las funciones para representar múltiples aspectos del día a día, o relaciones entre variables científicas. Se podrán utilizar herramientas informáticas para estudiar las propiedades de las funciones.

Tabla 10: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica VII: Funciones: características generales.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CL CMCT CAA CSC	<p>1. Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Interpretar el comportamiento de funciones dadas gráficamente y asociar enunciados de problemas contextualizados con sus gráficas. – Identificar las principales características de una gráfica e interpretarlas en su contexto. – Construir una gráfica a partir de un enunciado contextualizado y describir el fenómeno expuesto. – Asociar razonadamente expresiones analíticas con funciones dadas gráficamente. 	<p>1.1. Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas.</p> <p>1.2. Identifica las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto.</p> <p>1.3. Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto.</p> <p>1.4. Asocia razonadamente expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

VIII. Funciones lineales y cuadráticas.

Contenidos.

- Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.
- Expresiones de la ecuación de la recta. Punto-pendiente, general, explícita y por dos puntos.
- Funciones cuadráticas. Vértice, eje de simetría, cortes con los ejes. Representación gráfica. Utilización para representar situaciones de la vida cotidiana.
- Utilización de medios tecnológicos como calculadoras gráficas o programas informáticos sencillos para representar funciones lineales y cuadráticas.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla 11 se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de esta Unidad Didáctica.

Tiempo estimado y orientaciones. Para el desarrollo de esta unidad se reservan unas cuatro semanas (16 sesiones). Las actividades y ejercicios podrán contextualizarse en situaciones reales, dando cuenta de la abundante presencia de estos dos tipos de funciones en la actividad humana y científica. Se podrán utilizar algunas herramientas informáticas (GeoGebra, por ejemplo) para representar funciones lineales y cuadráticas, y estudiar sus propiedades y cómo varían al cambiar sus parámetros.

Tabla 11: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica VIII. Funciones lineales y cuadráticas.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CCL CMCT CAA CSC	<p>2. Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal, valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Determinar las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (punto-pendiente, general, explícita y por dos puntos). – Identificar y calcular puntos de corte y la pendiente en distintos tipos de recta. – Representar gráficamente distintos tipos de rectas. – Obtener la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y representarla. – Realizar conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica tanto verbalmente como por escrito. 	<p>2.1. Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica puntos de corte y pendiente, y la representa gráficamente.</p> <p>2.2. Obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa.</p> <p>2.3. Formula conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.</p>
CCL CMCT CD CAA CSC	<p>3. Reconocer situaciones de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funciones cuadráticas, calculando sus parámetros y características.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Calcular el vértice, puntos de corte con los ejes y eje de simetría de una función polinómica de grado dos. – Representar gráficamente funciones polinómicas de grado dos. – Identificar y describir situaciones del contexto cercano que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas. – Analizar y representar funciones cuadráticas utilizando aplicaciones y programas informáticos diversos. 	<p>3.1. Calcula los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente.</p> <p>3.2. Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

IX. Estadística.

Contenidos.

- Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas y cuantitativas discretas o continuas.
- Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra. Encuestas.
- Organización de los datos en tablas estadísticas. Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.
- Gráficas estadísticas. Histogramas, diagrama de barras, diagrama de sectores, polígono de frecuencias.
- Parámetros de posición y centralización. Cálculo, interpretación y propiedades.
- Parámetros de dispersión. Rango, varianza, desviación típica.
- Diagrama de caja y bigotes.
- Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.
- Utilización de medios tecnológicos para realizar cálculos y gráficos estadísticos.
- Utilización de datos de la población española y/o asturiana para estudios estadísticos y probabilísticos.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla 12 se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de esta Unidad Didáctica.

Tiempo estimado y orientaciones. Se emplearán unas tres semanas, u doce sesiones, para el desarrollo de esta unidad didáctica; durante la misma, se insistirá en el importante uso de la estadística en el día a día, en las ciencias sociales, en los medios de comunicación, etc. Una actividad que se puede proponer es el estudio del uso de gráficos estadísticos en medios de comunicación, y los fallos y errores que puedan cometer al realizarlos. También se podrán utilizar datos reales, extraídos de portales oficiales, como el INE o Eurostat.

Tabla 12: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica IX: Estadística.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CCL CMCT CD CAA CSC CSIE	<p>1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Distinguir población y muestra. Proponer ejemplos del uso de ambos conceptos en problemas de un contexto cercano. – Analizar qué procedimiento de selección es adecuado para garantizar la representatividad de una muestra y describir los pros y contras del uso de uno u otro procedimiento. – Distinguir y proponer ejemplos de los distintos tipos de variables estadísticas. – Organizar un conjunto de datos en forma de tabla estadística. – Calcular las distintas frecuencias de un conjunto de datos estadísticos organizados en una tabla. – Elaborar informes para describir la información relevante obtenida a partir de una tabla de datos. – Realizar gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana. – Utilizar distintas herramientas tecnológicas para realizar gráficos estadísticos. – Exponer de forma ordenada las conclusiones obtenidas a partir de la elaboración de tablas o gráficos estadísticos y justificar su representatividad en la población estudiada. 	<p>1.1. Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.</p> <p>1.2. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.</p> <p>1.3. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.</p> <p>1.4. Elaborar tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.</p> <p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

CCL CMCT CD CAA CSC CSIE	<p>2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Calcular la media, la moda, la mediana y los cuarteles de una variable estadística. – Interpretar el valor obtenido de las medidas de posición, realizar un resumen de los datos y comparar distintas distribuciones estadísticas. – Calcular los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica) de una variable estadística. – Comparar la representatividad de la media de varias distribuciones estadísticas utilizando los parámetros adecuados. – Utilizar herramientas tecnológicas como calculadoras u hojas de cálculo para obtener los distintos parámetros estadísticos. 	<p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p>
CCL CMCT CD CAA CSC	<p>3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación. – Valorar de forma crítica la fiabilidad y representatividad de la información estadística procedente de distintos medios de comunicación. – Utilizar distintas herramientas tecnológicas para calcular los parámetros estadísticos de centralización y dispersión. – Utilizar distintas herramientas tecnológicas para organizar y generar gráficos estadísticos. – Exponer oralmente y por escrito la información relevante de una variable estadística analizada, utilizando las herramientas tecnológicas apropiadas. 	<p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.</p> <p>3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.</p> <p>3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

X. Probabilidad.

Contenidos.

- Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral.
- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace. Diagramas de árbol sencillos. Tablas de contingencia. Permutaciones, factorial de un número.
- Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje. En la tabla ?? se expone la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos de aprendizaje asociados, los estándares de aprendizaje y las competencias clave de esta Unidad Didáctica.

Para esta última unidad didáctica se utilizarán dos semanas, ocho sesiones, durante las cuales se podrá apoyar las clases en el uso de cartas, dados, monedas, generadores de números aleatorios, etc. y en contextos de juegos y retos que puedan resultar más motivadores para el alumnado

Tabla 13: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica x. Modelo.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
CCL CMCT CAA CSC CSIE	<p>4. Estimar la posibilidad de que ocurra un suceso asociado a un experimento aleatorio sencillo, calculando su probabilidad a partir de su frecuencia relativa, la regla de Laplace o los diagramas de árbol, identificando los elementos asociados al experimento.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Distinguir experimentos aleatorios de deterministas y proponer ejemplos de ambos. – Verbalizar utilizando el vocabulario adecuado distintas situaciones relacionadas con el azar. – Usar distintas técnicas de recuento, tales como tablas, diagramas de árbol o enumeraciones, para obtener el espacio muestral de experimentos aleatorios sencillos. – Expresar los sucesos asociados a un fenómeno aleatorio con el lenguaje adecuado. – Utilizar la regla de Laplace para calcular probabilidades en el caso de sucesos equiprobables procedentes de experimentos aleatorios sencillos. – Escoger la opción correcta a la vista de las probabilidades obtenidas al resolver problemas planteados sobre situaciones de incertidumbre. 	<p>4.1. Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas.</p> <p>4.2. Utiliza el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.</p> <p>4.3. Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.</p> <p>4.4. Toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

3.3. Objetivos Generales de la Educación Secundaria Obligatoria

La presente programación busca contribuir a que el alumnado de Educación Secundaria Obligatoria logre avanzar en el alcance de los siguientes objetivos, fijados en el artículo 4 del Decreto 43/2015, de 10 de junio, en concordancia a su vez en el artículo 11 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre:

- a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a las demás personas, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.
- b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
- c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos y ellas. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.
- d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con las demás personas, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.
- e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en su persona, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

- h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, en su caso, en la lengua asturiana, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.
- i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.
- j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de otras personas así como el patrimonio artístico y cultural.
- k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de otras personas, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.
- l) Apreiciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.
- m) Conocer y valorar los rasgos del patrimonio lingüístico, cultural, histórico y artístico de Asturias, participar en su conservación y mejora y respetar la diversidad lingüística y cultural como derecho de los pueblos e individuos, desarrollando actitudes de interés y respeto hacia el ejercicio de este derecho.

En particular, y por las características de los contenidos que componen la materia, la mayor contribución será al desarrollo del objetivo (f), relativo al conocimiento científico y su percepción como saber integrado; no obstante, la flexibilidad de los temas a tratar en los distintos bloques de esta materia y la necesidad de trazar y emplear estrategias heurísticas para la resolución de problemas también contribuirá al logro de objetivos como el (b), el (e) o el (g). Por otro lado, la importancia de la expresión y comprensión lectora y oral en los procesos de resolución de problemas, comunicación de resultados o análisis de situaciones contribuye necesariamente al desarrollo de los objetivos relacionados con la expresión lingüística: (h), y en cierta medida (i) y (m).

3.4. Contribución a las Competencias Clave

La Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, establece, en su artículo 2, las siete competencias clave del currículo:

- a. Comunicación lingüística.
- b. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c. Competencia digital.
- d. Aprender a aprender.
- e. Competencias sociales y cívicas.
- f. Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.
- g. Conciencia y expresiones culturales.

Estas competencias clave deben desarrollarse en todas las materias, y en el caso de *Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas* de tercer curso de ESO, la contribución a su logro se concreta en los siguientes puntos:

Comunicación lingüística: al logro de esta competencia contribuye el hecho de que en las matemáticas se usa de forma continua la comprensión y la expresión, oral y escrita, para la formular y exponer ideas, en la resolución de problemas, en la comunicación y discusión de resultados, etc. Además, el uso del lenguaje propio de las matemáticas, que conlleva una síntesis y abstracción de las ideas, y los procesos constantes de traducción entre este lenguaje y el cotidiano contribuyen a la adquisición de esta competencia.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: la propia naturaleza de la materia hace evidente su contribución a esta competencia, en la cual podemos enmarcar destrezas como la interpretación y expresión de distintas situaciones con claridad, el manejo de las matemáticas en situaciones cotidianas o la puesta en práctica de procesos de razonamiento matemático y pensamiento lógico. Estas destrezas quedan desarrolladas en todos los bloques de contenidos de esta materia. Además, por la profunda relación entre las matemáticas y las ciencias, resulta imposible que el alumnado adquiera un conocimiento científico profundo sin desarrollar destrezas matemáticas.

Competencia digital: esta competencia se ve desarrollada en la materia mediante el uso de herramientas tecnológicas como recurso didáctico. Tanto para resolver problemas como para descubrir nuevos conceptos matemáticos, calculadoras, ordenadores y demás herramientas tecnológicas permiten utilizar nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje. También puede facilitar la comprensión de algunos conceptos matemáticos el uso de ciertos programas informáticos en el desarrollo de los bloques de contenidos. Adicionalmente, la materia proporciona habilidades para la búsqueda de información de calidad en internet.

Aprender a aprender: la adquisición de la competencia aprender a aprender se apoya en esta materia en los procesos de razonamiento, de contextualización de los resultados, en la autonomía para enfrentarse a situaciones complejas, etc. Para ello, que el alumnado sea consciente de sus capacidades y de lo que se puede hacer de forma individual o con ayuda de otras personas o recursos es fundamental. También lo es el desarrollo de habilidades y destrezas para la resolución de problemas, la organización del aprendizaje y la gestión del desarrollo académico. La búsqueda de motivación y la autoconfianza son otra parte importante de esta competencia, bases para aprender y asimilar nuevos conceptos, de forma que el futuro aprendizaje sea más eficaz y autónomo.

Competencias sociales y cívicas: especialmente a través del análisis de funciones y de la estadística, esta materia aporta criterios científicos para la predicción y la toma de decisiones en el ámbito social y ciudadano. La interpretación de gráficas, el análisis de errores en la resolución de problemas o el trabajo en equipo para la resolución de los mismos son pilares para la consecución de esta competencia.

Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: esta competencia se desarrolla en la materia, principalmente, mediante la resolución de problemas. Para ello, es necesario que el alumnado planifique la estrategia de resolución, asuma el reto que conlleva, valore los resultados obtenidos y tome decisiones en función de lo anterior. El desarrollo de técnicas heurísticas afianzan la adquisición de habilidades necesarias para el emprendimiento y el desarrollo personal: autonomía, perseverancia, reflexión crítica..., y sirven de modelo general para el tratamiento de la información y los procesos de razonamiento.

Conciencia y expresiones culturales: a lo largo de la historia, las matemáticas han sido una parte fundamental de la cultura, ligada profundamente al resto de conocimientos, tanto científicos como humanísticos. Las matemáticas se encuentran en el día a día, en otros conocimientos, en medios de comunicación y en situaciones cotidianas. La propia historia de las matemáticas es la historia de los retos y esfuerzos que la humanidad ha tenido que ir asumiendo y enfrentando para avanzar en el conocimiento científico, y es en sí misma parte de nuestra propia cultura. Otras ramas de la matemática, como la geometría, son y han sido habitualmente clave en la expresión artística de las diferentes culturas: simetrías, movimientos, cuerpos geométricos, etc. aparecen frecuentemente en el arte a lo largo de la historia, y dan cuenta de la contribución de esta materia al logro de la competencia.

3.5. Metodología

Se define la metodología como el uso técnico y razonado de métodos para enseñar, de forma que se facilite al alumnado el aprendizaje (Luengo, 2022). En el Decreto 43/2015, de 10 de junio, que establece el currículo en Asturias, viene reflejado en su artículo 13 que las metodologías didácticas deben orientarse a favorecer la participación activa del alumnado en su aprendizaje, y la contextualización del mismo. Además, en la concreción de las metodologías a la actual materia, se establecen unas pautas en estas líneas generales, referidas a evidenciar la importancia de las matemáticas en el mundo real, a plantear, reflexionar y resolver problemas en contextos reales y cercanos al alumnado y a la participación del mismo en el desarrollo de las clases, potenciando el trabajo en equipo y sin desatender las diferencias en el ritmo de aprendizaje de cada alumno o alumna.

Para el desarrollo metodológico escogido en la presente programación, nos centramos en dos de las más importantes teorías del aprendizaje del constructivismo: la Teoría del Aprendizaje Asimilativo, de Ausubel, y la Teoría del Aprendizaje por Descubrimiento, de Bruner.

D.P. Ausubel (Nueva York, 1918–2008) fue uno de los mayores representantes de la corriente pedagógica del constructivismo, que defiende el aprendizaje como un proceso dinámico del que el alumno debe formar parte activa. El constructivismo argumenta que el aprendizaje, para ser de calidad, debe ser *significativo*, es decir, los nuevos conceptos que se aprendan deben poder relacionarse con estructuras cognitivas ya adquiridas. Una

parte con gran importancia para que se pueda producir un aprendizaje significativo es la predisposición del alumnado, es decir, su *motivación*:

Ya que la significatividad es en gran parte fenómeno personal, podrá lograrse sólo cuando el individuo esté dispuesto a realizar los esfuerzos activos indispensables para integrar el material conceptual nuevo en su singular marco de referencia. (...) Las ideas que les sean impuestas a los alumnos, o que estos acepten sin crítica, no podrán ser significativas en el verdadero sentido del término. (Ausubel, Novak, y Hanesian, 1968/1983, p. 352)

Para conseguir esta motivación, al inicio de cada unidad didáctica, se expondrán los conocimientos que el alumnado va a adquirir, y la utilidad práctica de los mismos. Así, por ejemplo, el uso de gráficos estadísticos es continuo en videojuegos o medios de comunicación, y el estudio de funciones es parte fundamental de la economía o la aeronáutica. Hacer ver al alumnado estas relaciones, y que encuentren en su día a día ejemplos de los elementos y procesos que estudian en el aula es una fuente de motivación importante: «la materia de estudio en cuestión debe relacionarse con necesidades percibidas para que ocurra aprendizaje significativo, a largo plazo e importante» (Ausubel et al., 1968/1983, p. 351).

Otro de los pilares de la teoría de Ausubel son los *conceptos inclusores*, aquellos conocimientos previos sobre los cuales se asentarán los nuevos, para construir un aprendizaje significativo. Así, por ejemplo, para poder construir la geometría tridimensional, es necesario que el alumnado maneje con soltura algunos conceptos básicos de la geometría plana: polígonos, rectas, cálculo de áreas...

Conocer el *estado inicial* del alumnado, es decir, «el pensamiento vulgar y científico, tanto de índole conceptual (estructuras conceptuales) como operacional (estructuras cognitivas)» (Luengo, 2022), permitirá al docente adaptar los contenidos y procedimientos que se pretenden enseñar, para partir de un lugar común donde el alumnado pueda anclar los nuevos conocimientos.

Estas ideas previas que tiene el alumnado no son estáticas, sino que se verán modificadas con los nuevos conocimientos, adquiriendo significados nuevos, y de forma que se produce una «elaboración adicional jerárquica de los conceptos (...) “de arriba hacia abajo”» (Ausubel et al., 1968/1983, p. 539), en un proceso denominado *diferenciación progresiva*. Por otro lado, al aprender significativamente nuevos conceptos o procesos, se establecen

relaciones entre estos y los ya presentes en la estructura cognitiva, recombinándolos y estableciendo nuevas conexiones entre ideas; a este proceso Ausubel lo denomina *reconciliación integradora*: «una delineación explícita de las similitudes y diferencias entre ideas relacionadas» (p. 541).

Por todo ello, Ausubel apuesta por un método en el cual el contenido debe seguir una estructura lógica que parta de lo general y vaya diferenciándolo en los casos particulares, es decir, siguiendo el proceso de diferenciación progresiva. De este modo, por ejemplo, es necesario en este curso estudiar las características generales de las funciones (dominio, recorrido, continuidad, puntos de corte con los ejes...) antes de pasar a estudiar los casos particulares de funciones lineales y cuadráticas.

Además, al ir introduciendo nuevos conceptos, el docente debe animar al alumnado a explorar las relaciones entre los conceptos (o proporcionarlas explícitamente), para resaltar las diferencias y las similitudes que haya, haciendo posible así la reconciliación integradora: por ejemplo, las similitudes y diferencias entre prismas y cilindros, en el bloque de geometría.

Una manera de facilitar estos dos procesos es el uso de *organizadores*, estrategias metodológicas que favorecen el aprendizaje significativo: organizadores previos (activan información previa, recordándola para relacionarla con lo nuevo), secuenciales (proporcionan ideas nuevas que sirven de conceptos inclusores para el concepto siguiente) o de otros tipos (por ejemplo, expresiones que dirijan la atención del alumnado a los resultados que se esperan de ellos y ellas: «esto es importante», «aquí suele haber dificultades»...). También es conveniente realizar síntesis parciales y finales, que refresquen en la memoria los conceptos o procedimientos aprendidos y los relacionen entre sí.

Por su parte, J.S. Bruner (Nueva York, 1915–2016), también representante del constructivismo, entendía el aprendizaje como un proceso de descubrimiento, una experiencia personal del alumnado, y que el aprendizaje por transmisión–recepción no podía generar un aprendizaje significativo. Enseñar comprende desarrollar una serie de actitudes hacia el aprendizaje y el descubrimiento, «hacia la posibilidad de resolver problemas cada uno por sí mismo» (Bruner, 1960/1968, p.31), y para ello no basta con la enseñanza expositiva, es necesario estimular al alumnado a que descubra por su cuenta.

Por ello, en el método desarrollado por Bruner, la estructura lógica de los contenidos es la inversa a la de Ausubel: se debe empezar por lo simple, lo particular, y después debe ser el alumno o la alumna quien, mediante descubrimiento guiado, concluya lo elaborado, lo

general. Los nuevos conocimientos se irán asentando en la estructura cognitiva del alumno, en tres niveles de representación: *enactivo* (a través de la acción, de la manipulación), *icónico* (mediante el uso de imágenes mentales) y *simbólico* (representación en palabras o en un lenguaje) (Bruner, 1966). El docente es quien debe estructurar la información en esos tres niveles, para facilitar un aprendizaje significativo.

Así pues, bajo este marco teórico se realiza la propuesta metodológica para esta programación. En general, para los contenidos que se centren en la comprensión, se optará por un método de enseñanza expositiva, basado en los preceptos de Ausubel: a partir de los conocimientos previos del alumnado, que habrá que recordar o proveer si no están presentes, se construirán los nuevos conocimientos siguiendo una estructura lógica desde lo general hacia lo particular. Se pondrá atención a la ilustración de los nuevos conceptos mediante ejemplos aclaratorios, que permitan comprobar la veracidad de las definiciones: por ejemplo, una vez dada la definición de poliedro convexo, se pueden poner ejemplos de distintos poliedros y comprobar si son convexos o no. No obstante, en ocasiones es preferible que el ejemplo (el caso particular) sea la base para deducir posteriormente el concepto (el caso general): para estudiar las posiciones relativas de dos planos, por ejemplo, se puede comenzar con los planos de las paredes del aula, y a partir de ellos deducir todos los casos posibles. También se dedicará tiempo a la realización de síntesis parciales y finales, para facilitar la inclusión de los nuevos conceptos en la estructura cognitiva del alumnado.

Sin embargo, para los casos en que una secuencia particular-general sea más conveniente, especialmente en los procesos algorítmicos, se seguirán las líneas generales del aprendizaje por descubrimiento guiado de Bruner. El profesor o profesora comenzará con un análisis del objetivo, explicitando los pasos para ejecutar el algoritmo; posteriormente, el alumno pasará a realizar el proceso, siguiendo tres fases: al principio, observa y replica la aplicación (fase *declarativa*), después, aplica el algoritmo en ejemplos con complejidad creciente, descubriendo las dificultades y casuísticas (fase *procedimental*), y finalmente repite el algoritmo por su cuenta las veces que necesite hasta interiorizarlo (fase *autónoma*).

3.6. Recursos y materiales didácticos

- Libro de texto: *Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas 3 INICIA DUAL*, editorial Oxford, como referencia en los contenidos y ejercicios.
- Pizarra tradicional, con tiza, o pizarra blanca/digital, con rotulador.

- Ordenador y proyector, con conexión a internet.
- Herramientas informáticas (GeoGebra, Polypad, excel...)/aula informática.
- Materiales complementarios del Departamento de Matemáticas (datos, figuras geométricas, otros libros de texto, fotocopias...).
- Para el alumnado, cuaderno y herramientas de dibujo y escritura (bolígrafos, lápices, goma, regla, escuadra y cartabón, compás...).
- Calculadora científica.
- Si es posible, y en ocasiones, móvil/tablet.
- Libros de la biblioteca, para lecturas recomendadas, actividades PLEI, material complementario...

3.7. Evaluación

Se llama *evaluación* a la medida del grado de consecución de los objetivos educativos (Luengo, 2022). Es un proceso en tres partes: en primer lugar, es necesaria una recogida de información; en vista de esa información se emite un juicio de valor, codificado en una calificación, y a raíz de este juicio se toman las decisiones oportunas. Para la recogida de información se utilizan los *instrumentos de evaluación*. En el transcurso de esta programación, se utilizarán diversos instrumentos de evaluación:

Prueba inicial. La primera semana del curso se reserva para la realización de algunas actividades, tanto escritas como orales, para comprobar el estado inicial del alumnado, los conocimientos que poseen de cursos anteriores, y qué contenidos hay que reforzar, recordar o impartir para poder afrontar los del presente curso.

Observación del aula. Durante el desarrollo diario de las sesiones, el docente observará diversos aspectos del alumnado: comportamiento, actitud, trabajo, dedicación... De esta forma se contribuye a una evaluación continua y formativa del proceso de aprendizaje.

Trabajo autónomo del alumnado. El trabajo que realice el alumnado por su cuenta también será tenido en cuenta en la evaluación. Este apartado se concretará en dos ítems:

Cuaderno. Se valorará que el alumnado mantenga su cuaderno con cierto orden, en condiciones de presentación adecuadas. También se valorará la limpieza y la presentación, que aparezca escrito lo que se escribe en el encerado y las correcciones de los ejercicios, las soluciones de las pruebas escritas, etc. Esta comprobación se hará, como mínimo, una vez por evaluación.

Realización de tareas. Se comprobará con esto si el alumno o la alumna realiza las tareas que se le encomienden, en los tiempos que se marquen.

Pruebas escritas y trabajos. En cada unidad didáctica se reservará una sesión para la realización de una prueba escrita (o al menos dos pruebas por evaluación), donde se compruebe el grado de consecución de los criterios de evaluación marcados, y que sirva para detectar las áreas donde haya dificultades, para poder corregirlas y reajustar el proceso de enseñanza–aprendizaje. Además, se evaluará la realización de trabajos escritos y/o exposiciones orales, tanto individuales como grupales, de forma complementaria a las pruebas escritas.

La base de referencia para la calificación de cada alumno o alumna será *criterial*, es decir, en base a un marco de referencia absoluto, independiente del resto del alumnado. Se irá evaluando a lo largo del curso el grado de logro de los criterios de evaluación, a través de los objetivos de aprendizaje en que se concretan. Se utilizarán diferentes instrumentos para esta calificación: para la observación del aula y el trabajo autónomo del alumnado, se emplearán registros anecdóticos, anotaciones, rúbricas, listas de control o cualquier otro instrumento que el docente estime oportuno, traduciendo las conclusiones (cualitativas) a una escala numérica, entre 1 y 10. Para las pruebas escritas y los trabajos, se empleará una escala numérica, entre 1 y 10, siendo 10 la máxima puntuación, atendiendo a los criterios de evaluación que correspondan.

Cada evaluación, la calificación de cada alumno o alumna se obtendrá según la siguiente ponderación, redondeando a las unidades:

Observación del aula	10 %	
Trabajo autónomo del alumnado	20 %	(10 % cuaderno, 10 % tareas)
Pruebas escritas y trabajos	70 %	

Se entenderá que la calificación de una evaluación es positiva cuando sea igual o superior a 5 puntos. Para aprobar la asignatura, es necesario que el alumno o alumna haya obtenido una calificación positiva en las tres evaluaciones.

En caso de que un alumno o alumna no obtenga una calificación positiva en una evaluación, el o la docente deberá orientarle sobre los contenidos o procedimientos que necesite reforzar. Podrá proponerse la realización de ejercicios sobre estos contenidos y/o de pruebas escritas para la recuperación de la evaluación. Asimismo, podrá optar a la realización de una prueba escrita antes de la evaluación final de junio, de todos los contenidos que no haya superado. La nota final del alumnado que haya superado todas las evaluaciones será la media aritmética de la calificación de la prueba antes mencionada y de las partes previamente superadas.

3.8. Programa de refuerzo

Para aquel alumnado que promocione sin haber superado la materia, el profesor o profesora del nuevo curso hará un seguimiento continuo de su evolución, mediante la realización y entrega periódica de ejercicios y problemas, de carácter teórico y práctico, sobre los contenidos de la materia no superada. Adicionalmente, y si el docente lo estima oportuno, se podrá proponer la realización de pruebas escritas sobre los mismos contenidos.

Corresponde al docente del nuevo curso la secuenciación de los ejercicios o pruebas, y la evaluación de las mismas. El alumnado tendrá a su disposición los materiales didácticos que requiera, principalmente el libro de texto, y podrá en cualquier momento plantear dudas o dificultades que le hayan surgido en el proceso.

El o la docente correspondiente irá realizando un seguimiento continuo del esfuerzo, la dedicación y la evolución del alumno o alumna, y podrá dar por concluido este programa de refuerzo en cualquier momento del curso, cuando detecta que haya adquirido las destrezas básicas y haya superado los objetivos de la materia.

3.9. Medidas de refuerzo y atención a la diversidad

Acorde al Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, los centros educativos tienen autonomía para adoptar las medidas de atención a la diversidad más adecuadas al alumnado, optimizando el aprovechamiento de sus recursos. Una de estas medidas, que puede tener un gran impacto en la atención a la diversidad, es la organización de los grupos: para que todo el alumnado pueda partir desde una posición de igualdad de oportunidades, es necesario que los agrupamientos sean heterogéneos, mezclando en el mismo grupo a alumnado con diversas capacidades y características.

Para la identificación de necesidades individuales de cada estudiante, las pruebas iniciales son un buen punto de partida, ya que permiten al docente identificar al alumnado que pueda presentar más dificultades, y las características y roles del alumnado dentro del grupo, de forma que se puedan adoptar medidas personalizadas durante el curso. También es imprescindible en este aspecto la observación diaria del profesorado, y una colaboración y comunicación fluidas entre los y las docentes del grupo, y con el Departamento de Orientación.

En el aula, las medidas de atención a la diversidad de carácter general consistirán en la adaptación de los contenidos y la metodología al alumnado, a sus capacidades y sus intereses. Además, se seguirán, en su caso, las indicaciones metodológicas que aparezcan reflejadas en los planes de trabajo individualizados (PTI) del alumnado que los tenga.

Para el alumnado que presente adaptaciones curriculares, se coordinarán las medidas a tomar con el orientador u orientadora y el profesor o profesora de Pedagogía Terapéutica, de forma que este alumnado pueda gozar de una atención más individualizada, que le facilite la consecución de los objetivos del curso.

Asimismo, el alumnado con altas capacidades, si lo requiere y se estima oportuno, podrá optar a medidas de enriquecimiento o ampliación curricular, de forma que aumente su interés y motivación por la asignatura y su rendimiento no se vea mermado. Otra medida que se puede proponer a este alumnado es la participación en la Olimpiada Matemática, y su preparación durante el curso realizando problemas y actividades modelo.

3.10. Actividades complementarias y extraescolares

Desde el Departamento de Matemáticas se organizarán actividades complementarias, en celebración de algunas fechas señaladas:

- 14 de marzo: Día Internacional de las Matemáticas (día π). Se realizarán actividades de divulgación matemática y motivación en el centro, relacionadas con el número π , de forma que se exponga un lado más divertido y entretenido de las matemáticas, y se ponga de manifiesto la importancia de las mismas en el día a día.
- 12 de mayo: Día Internacional de las Mujeres Matemáticas. Se propondrá la investigación sobre la contribución histórica de las mujeres en las matemáticas, estudiando importantes figuras de esta disciplina y sus contribuciones: Hipátia de Alejandría, Émilie du Châtelet, Emmy Noether, Clara Grima...

Además, se alentará la participación del alumnado en la Olimpiada Matemática Asturiana, organizada por la Sociedad Asturiana de Educación Matemática Agustín de Pedrajes, celebrada entre los meses de febrero y mayo. Con esta actividad se busca fomentar el interés del alumnado por las matemáticas, su aplicación en contextos distintos a los del aula, y el entrenamiento en la resolución de retos; además, son una ocasión inigualable para impulsar la socialización del alumnado, el trabajo cooperativo y en equipo, y la vivencia de nuevas experiencias.

3.11. Desarrollo de una unidad didáctica

Título	VI. Cuerpos geométricos: poliedros y cuerpos de revolución
Bloque:	3. Geometría
Materia:	Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas
Curso:	3º ESO

Justificación y descripción.

Esta unidad didáctica se sitúa en el bloque tercero de contenidos del currículo de la materia, relativos a la geometría. Se impartirá, atendiendo a la temporización previamente estudiada, durante la segunda evaluación, una vez se haya estudiado el bloque 2, *Números y Álgebra*: el manejo con soltura de potencias, raíces y operaciones básicas es imprescindible, así como la destreza a la hora de operar con expresiones algebraicas y ecuaciones de primer grado. También resultará imprescindible el desarrollo previo de la primera mitad del bloque de geometría, la unidad didáctica *Geometría del plano. Movimientos. Triángulos y semejanza*. En particular, los cálculos de distancias y áreas, el conocimiento de los polígonos y sus características y los teoremas de Pitágoras y Tales.

La geometría es, quizás, una de las ramas de la matemática que más aplicación directa tiene en la vida real: en nuestro día a día, estamos rodeados de cuerpos geométricos, y utilizamos sus propiedades en contextos cotidianos muy habituales. Así, al cocinar, la elección de un recipiente en función de su capacidad responde a la comparación, en ocasiones intuitiva, de los volúmenes de diferentes recipientes. También en muchas ramas científicas se puede encontrar la utilidad del cálculo de volúmenes y de las propiedades de los cuerpos geométricos: química, mecánica, ingeniería... En el arte, especialmente en la arquitectura y la escultura, el uso de estas figuras se convierte en ocasiones en una pieza central de la obra, y podemos reconocer su uso en construcciones muy diversas, desde las pirámides del Antiguo Egipto hasta los hórreos y paneras asturianas.

Por otro lado, una parte importante de la comprensión de los contenidos de esta unidad didáctica radica en la capacidad del alumnado para visualizarlos e imaginarlos. Si bien es cierto que la mayoría de los cuerpos geométricos que se tratarán son factibles de ser dibujados a mano en la pizarra, no sin dificultades, disponer de herramientas de representación de estos cuerpos, de forma que podamos manipularlos para estudiar mejor sus características, puede influir positivamente en la comprensión de la unidad por parte del alumnado. Por ello, es un buen punto de partida para poner en marcha el proyecto de innovación que se

desarrolla más adelante en este mismo escrito, que consistirá en la incorporación a la clase de matemáticas de herramientas informáticas, tanto de apoyo a las explicaciones como de realización de actividades evaluables.

Objetivos generales de la etapa.

Esta Unidad Didáctica se trabajará con el objeto de cumplir los objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria, como aparecen reflejados al inicio de este escrito (página 41). En particular, por las características de la temática de esta unidad y la naturaleza de sus contenidos, se pondrá especial empeño en la consecución de los objetivos siguientes:

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, en su caso, en la lengua asturiana, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

Contribución a las Competencias Clave

Durante la unidad didáctica presente se buscará la consecución de las Competencias Clave del currículo, explicadas en la programación (página 43).

Una parte importante de la unidad didáctica consistirá en la descripción de diferentes cuerpos geométricos, y para ello será necesario que el alumnado emplee un lenguaje apropiado, con el rigor que demandan las matemáticas de este nivel. La comprensión de enunciados y problemas, y la expresión oral y escrita de los procesos de resolución serán de gran importancia en el desarrollo de la unidad, y contribuirán al logro de la **competencia en comunicación lingüística**.

Los contenidos tratados, por su propia naturaleza, contribuyen al desarrollo de la **competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología**. Además, en múltiples ramas de la ciencia y la tecnología, es constante el uso de cuerpos geométricos, y sus características y propiedades.

Mediante los procesos de razonamiento y contextualización de los ejercicios y resultados, la búsqueda de estrategias para resolver problemas geométricos, la búsqueda de información o el trabajo en equipo se contribuirá al logro de la competencia **aprender a aprender**.

Los cuerpos geométricos aparecen continuamente en el arte y la cultura, siendo parte fundamental de construcciones arquitectónicas, esculturas, cuadros... También adquiere una gran importancia la historia de la geometría, indudablemente ligada a la historia de las matemáticas. Además, la caracterización de la Tierra como una esfera, con sus consecuentes propiedades, permite aumentar el conocimiento del entorno y del planeta que habita el alumnado, y explorar diferencias culturales basadas en estas propiedades, con lo que se contribuirá al desarrollo de la competencia **conciencia y expresiones culturales**.

Secuenciación de contenidos y criterios de evaluación.

Atendiendo a lo marcado por el Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias, los contenidos de esta unidad didáctica son los siguientes:

- Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros.
- La esfera. Intersecciones de planos y esferas.
- El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto.
- Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.

Para el desarrollo de las clases, y siguiendo el esquema del libro de texto, concretaremos estos contenidos en los siguientes apartados:

- i. Elementos de la geometría del espacio.
- ii. Poliedros.
- iii. Prismas. Área y volumen de prismas.
- iv. Pirámides. Área y volumen de pirámides.
- v. Composición de poliedros.
- vi. Cilindros y conos. Área y volumen de cilindros y conos.
- vii. Esferas. Área y volumen de esferas.
- viii. Composición de cuerpos geométricos.
- ix. La esfera terrestre. Coordenadas geográficas.

Además de los criterios de evaluación correspondientes del bloque de geometría, evaluaremos también otros criterios del bloque transversal. En la Tabla 14 aparece la relación entre los criterios de evaluación, los objetivos y los estándares de aprendizaje.

Metodología.

Atendiendo a las directrices metodológicas explicadas anteriormente (Sección 3.5, página 45), utilizaremos una metodología principalmente expositiva, de clase magistral, basándonos en los principios del método de aprendizaje asimilativo de Ausubel. Comenzaremos la unidad buscando generar una motivación en el alumnado, relacionando los contenidos que aprenderán con contextos que les puedan resultar cercanos y atractivos. Posteriormente, será necesario asegurarnos que el alumnado tiene presente los conceptos inclusores, es decir, aquellos conocimientos previos sobre los que se sustentará el aprendizaje de los nuevos. En este caso, la mayor parte de estos conceptos inclusores provienen de la unidad didáctica anterior, de geometría plana: cálculo de áreas y distancias, identificación de polígonos y lugares geométricos, teoremas de Pitágoras y de Tales...

Durante las explicaciones, seguiremos la estructura de contenidos recomendada por Ausubel: siguiendo una estructura lógica desde lo general hacia lo particular, iremos incluyendo los elementos menos importantes en conceptos más generales (*diferenciación progresiva*), y haciendo explícitas las relaciones entre los apartados de una misma línea informativa, o buscando, si es posible, que sea el alumnado quien establezca estas relaciones (*reconciliación integradora*). Por último, será conveniente realizar síntesis parciales de los contenidos estudiados, para reforzar el asentamiento de los mismos en la estructura cognitiva del alumnado.

Durante el desarrollo de las explicaciones, se utilizará de forma preferente pizarra y tiza, para escribir las definiciones y esquemas que faciliten el aprendizaje al alumnado, y plantear y resolver los ejercicios y problemas que sean oportunos. Además, se emplearán, cuando la situación lo requiera, programas informáticos que permitan la representación de cuerpos geométricos y su manipulación, proyectándolos en la pantalla de tela o pizarra digital.

Tabla 14: Relación entre criterios, objetivos, estándares y competencias de la Unidad Didáctica desarrollada, VI: Cuerpos geométricos: poliedros y cuerpos de revolución.

Comp.	Criterios de evaluación y Objetivos de Aprendizaje	Estándares de Aprendizaje
Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.		
CCL	<p>1. Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Describir verbalmente, de forma razonada y con la terminología adecuada a su nivel, los pasos seguidos en la resolución de un problema 	1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.
CCL CMCT CAA	<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Leer comprensivamente el enunciado de un problema, cercano a la realidad, que puede estar expresado mediante texto, tablas o gráficas. – Reflexionar sobre la situación que presenta el problema, identificando y explicando las ideas principales del enunciado de un problema. – Organizar la información haciendo un esquema, una tabla o un dibujo, eligiendo una notación adecuada. – Esbozar y estimar las posibles soluciones del problema, antes de iniciar las fases del proceso de resolución del mismo. – Valorar la adecuación de la solución al contexto del problema. 	<p>2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).</p> <p>2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.</p> <p>2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.</p> <p>2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.</p>
CSIE	<p>5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Buscar información, a través de distintos medios, para realizar una investigación matemática. – Analizar, seleccionar y clasificar la información recogida. – Elaborar un informe con las conclusiones obtenidas, utilizando el lenguaje matemático adecuado y de la forma más rigurosa posible. – Presentar el informe oralmente o por escrito. 	5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico.

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

CLL CD	<p>12. Utilizar las Tecnologías de la Información y la Comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo estos en entornos apropiados para facilitar la interacción.</p> <p>Mediante este criterio se valorará que el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Utilizar diferentes recursos tecnológicos en la búsqueda y selección de informaciones sencillas. – Crear, con ayuda del ordenador, documentos digitales sencillos que presenten los resultados del trabajo realizado. – Utilizar las herramientas tecnológicas de fácil uso para presentar trabajos de forma oral o escrita. – Aprovechar diversas aplicaciones informáticas para presentar la solución de un problema, realizar gráficos, diagramas, tablas, representaciones de funciones o representaciones geométricas. 	<p>12.1. Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, vídeo, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada, y los comparte para su discusión o difusión.</p> <p>12.2. Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.</p> <p>12.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.</p>
Bloque 3: Geometría.		
CCL CMCT CAA CSIE CEC	<p>5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Describir, con el lenguaje adecuado, los principales poliedros y cuerpos de revolución. – Calcular áreas y volúmenes de los principales poliedros y cuerpos de revolución. – Resolver problemas contextualizados en el entorno cotidiano. – Identificar los ejes de simetría, centros, amplitud de giro, etc. de las figuras planas. – Identificar los planos de simetría, centros, etc. de los poliedros y los cuerpos de revolución. – Identificar los centros, los ejes y los planos de simetría en la naturaleza, en el arte y en los objetos cotidianos. 	<p>5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.</p> <p>5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.</p> <p>5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p>

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

CCL CMCT CSIE CEC	<p>6. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos.</p> <p>Mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Describir los elementos del globo terráqueo: eje terrestre, polos, ecuador, hemisferios, meridianos y paralelos. – Definir las coordenadas geográficas de un punto sobre el globo terráqueo. – Utilizar las coordenadas geográficas para localizar y situar lugares sobre mapas y sobre el globo terráqueo. – Identificar y describir los movimientos para ir de un lugar a otro. 	6.1. Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.
----------------------------	--	--

Nota.- CCL: Competencia en comunicación lingüística. CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. CD: Competencia digital. CAA: Aprender a aprender. CSC: Competencias sociales y cívicas. CSIE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. CEC: Conciencia y expresiones culturales.

Planificación de actividades

Para el desarrollo de esta unidad didáctica, y de acuerdo a la planificación de la programación dada anteriormente (Tabla 2, página 12), dispondremos de tres semanas, con cuatro sesiones a la semana de 55 minutos cada una, doce sesiones.

El desarrollo de las ocho primeras sesiones seguirá un esquema similar: se comenzará con un repaso de los contenidos anteriores y la corrección, si hay, de las tareas y los ejercicios pendientes. Esta corrección podrá hacerla el profesor en el encerado o de palabra, o pedir al alumnado que la realice en el encerado, bajo su supervisión. Posteriormente se procede a la explicación de los contenidos que corresponda. Durante las mismas, el profesor buscará la participación activa del alumnado, formulando preguntas y reforzando positivamente las respuestas. Tras la explicación, se realizarán ejercicios, primero como ejemplos llevados a cabo por el profesor, y posteriormente como trabajo autónomo del alumnado. Estos serán corregidos, en la medida de lo posible, en la misma sesión, o al inicio de la sesión siguiente si no diera tiempo.

La novena sesión está reservada para la realización de una prueba de evaluación, de carácter escrito. Durante la décima y undécima sesión, el alumnado realizará, en grupos de tres, la presentación de unos trabajos sobre los contenidos de la esfera terrestre. Por último, la duodécima sesión se dedicará a la corrección por parte del profesor de la prueba escrita en el encerado y la entrega de las calificaciones de esta unidad didáctica.

Así, la secuenciación de las sesiones quedaría de la siguiente manera:

Tabla 15: Desarrollo de las sesiones de la unidad didáctica VI: *Cuerpos geométricos: poliedros y cuerpos de revolución.*

Sesión	Desarrollo
1 ^a	Introducción, elementos de la geometría del espacio, poliedros, poliedros convexos, planos de simetría (45 minutos) Ejercicios (10 minutos)
2 ^a	Repaso + corrección deberes (10 minutos) Poliedros regulares, prismas, áreas y volúmenes de prismas (40 minutos) Ejercicios (5 minutos)
3 ^a	Repaso + corrección deberes (10 minutos) Pirámides, troncos de pirámides, áreas y volúmenes. Composición de poliedros. (40 minutos) Ejercicios (5 minutos)

4 ^a	Repaso de poliedros (15 minutos) Ejercicios (40 minutos)
5 ^o	Cuerpos de revolución, cilindros y conos, áreas y volúmenes de cilindros y conos (45 minutos) Ejercicios (10 minutos)
6 ^a	Repaso + corrección deberes (10 minutos) Esferas, intersección esferas con planos, áreas y volúmenes de esferas, composición de cuerpos geométricos (40 minutos) Ejercicios (5 minutos)
7 ^o	Corrección deberes (15 minutos) Repaso cuerpos de revolución (10 minutos) Ejercicios (30 minutos)
8 ^a	Ejercicios de repaso (40 minutos) Repaso general (15 minutos)
9 ^a	Prueba escrita de evaluación (55 minutos)
10 ^a	Presentación trabajos grupales sobre esfera terrestre (55 minutos)
11 ^a	Presentación trabajos grupales sobre esfera terrestre (55 minutos)
12 ^a	Corrección prueba evaluación y entrega calificaciones (55 minutos)

Recursos y materiales

- Libro de texto: *Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas 3 INICIA DUAL*, editorial Oxford, como referencia en los contenidos y ejercicios.
- Pizarra tradicional, con tiza, para la exposición de los contenidos y la corrección de ejercicios y problemas.
- Ordenador y proyector, con conexión a internet y herramientas informáticas (GeoGebra, Polypad), tanto para el desarrollo de las explicaciones¹ como para las exposiciones de los trabajos.
- Para el alumnado, cuaderno y herramientas de dibujo y escritura (bolígrafos, lápices, goma, regla, escuadra y cartabón, compás...).

¹En el Anexo A (pág. 85) aparecen los enlaces a las actividades desarrolladas con estas herramientas para su uso en esta unidad didáctica.

Evaluación.

Siguiendo las pautas marcadas en el apartado de evaluación de la anterior programación (página 49), la evaluación se hará en tres apartados. El primero, la observación del aula, con un peso en la calificación del 10 %, será evaluado a lo largo de todo el trimestre, no solamente durante la unidad didáctica. Lo mismo ocurre con el segundo apartado, relativo al trabajo autónomo del alumnado (cuaderno y tareas), y con un peso del 20 % de la calificación. El restante 70 % quedará distribuido entre la prueba escrita y la presentación de los trabajos, que pasaremos ahora a explicar. De los 7 puntos máximos que corresponden a este 70 %, 5 puntos corresponderán a la calificación de la prueba escrita y 2, a la de la exposición del trabajo.

La prueba escrita se desarrollará en la novena sesión. Constará de dos partes, una teórica, con preguntas acerca de los conceptos básicos de la unidad (definiciones, teoremas, propiedades...) y otra práctica, con ejercicios similares a los realizados en clase y varios niveles de dificultad. Con ello, estaremos evaluando el grado de adquisición del criterio de evaluación 5 del bloque 3 (de Geometría), además de los criterios 1 y 2 del primer bloque (Procesos, métodos y actitudes en matemáticas), y los correspondientes estándares de aprendizaje asociados.

En cuanto a la presentación en el aula, se desarrollará entre la décima y la undécima sesión. Los grupos serán de tres (o dos) individuos, y la distribución la realizará el profesor, de forma que sean grupos equilibrados en cuanto al nivel y rendimiento. Salvo una persona, que tiene una adaptación curricular significativa, todo el alumnado participará, formándose así ocho grupos: siete con tres componentes y uno con dos. Los componentes de cada grupo deben investigar y preparar una presentación de aproximadamente 10 minutos sobre un tema de los cuatro siguientes, a distribuir por el profesor, relacionados con la geometría de la esfera terrestre:

- i. Trópicos y el sol cenital.
- ii. Polos y el sol de medianoche.
- iii. Meridianos y husos horarios.
- iv. Coordenadas geográficas y proyecciones cartográficas.

Cada grupo dispondrá de un guion con información sobre su tema (en Anexo C, p. 88) y unas preguntas que pueden servir de guía para elaborar la presentación. Para esta pueden

utilizarse recursos informáticos (powerpoint, prezi, genially...), y todos los miembros del equipo deben participar de forma activa.

La calificación de la presentación se hará según seis criterios, tres de ellos a nivel individual y otros tres a nivel grupal, recogidos y explicados en la rúbrica de la Tabla 16 (página 88). En cada categoría se otorgará una calificación entre 0 y 3 puntos. La calificación final del trabajo, sobre 2 puntos, será el resultado de dividir entre 9 la suma de las calificaciones de cada categoría. Se evaluará con este trabajo el grado de adquisición de los criterios de evaluación 1, 5 y 12 del Bloque 1, y 6 del Bloque 3.

3.12. Indicadores de logro y procedimiento de evaluación de la programación

Con el fin de hacer la docencia más efectiva y adecuada con el tiempo, es imprescindible que la práctica docente sea evaluada, se detecten los puntos débiles y se pongan en práctica mejoras en esos aspectos. Algunos de los indicadores de logro que se seguirán son los siguientes:

- Adecuación de la secuencia y distribución temporal de las unidades didácticas al proceso educativo, y de los objetivos, contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje.
- Idoneidad de las actividades realizadas al logro de las competencias clave y los objetivos generales de la etapa.
- Validez de las medidas de atención a la diversidad.
- Adaptación de los instrumentos y procedimientos de evaluación a los objetivos y criterios marcados.
- Idoneidad de los recursos y materiales didácticos empleados.
- Pertinencia de las actividades complementarias y extraescolares planteadas.
- Detección de aspectos mejorables y acciones a tomar.

Durante las reuniones del Departamento de Matemáticas se hará un seguimiento periódico de estos indicadores de logro, y de las acciones y medidas tomadas para las mejoras pertinentes. Además, estos análisis y propuestas de mejora se recogerán a final de curso en la Memoria del Departamento, de cara a mejorar las programaciones para los cursos siguientes.

4. Proyecto de innovación educativa: el uso de recursos informáticos en las Matemáticas de Educación Secundaria.

4.1. Diagnóstico inicial

Durante mi estancia en las prácticas en el instituto, en las primeras sesiones que presencié de clases de matemáticas, pude observar que esta materia se sigue impartiendo como se impartía hace muchos años, con libro, tiza y encerado. En ningún momento se hacía uso de los recursos informáticos de los que la propia aula disponía: ordenador y proyector. Si bien la forma tradicional de impartir las clases de esta materia tiene sus ventajas y puede resultar muy provechosa, el hecho de tener a disposición un equipo informático pero no hacer uso del mismo parece una pérdida de oportunidades, un desaprovechamiento de unos recursos que, en muchas ocasiones, pueden facilitar la comprensión de las abstractas matemáticas.

A raíz de esta observación surge la idea del proyecto de innovación: incorporar a las clases de matemáticas algunas herramientas específicas para facilitar la visualización, manipulación y comprensión de algunos conceptos matemáticos.

Identificación de los ámbitos de mejora

El uso de tiza y encerado, o papel y lápiz, para realizar los procesos matemáticos es fundamental, ya que permite al alumnado observar cómo se van construyendo los elementos que se trabajan. Así, por ejemplo, para la representación de funciones lineales, este método permite al alumno ver cómo se va construyendo la gráfica a partir de los elementos conocidos. Sin embargo, el dinamismo de este método solo aparece en la construcción: una vez que se tiene la gráfica, no es sencillo manipularla para poder estudiar diferentes situaciones. En otros ámbitos, como puede ser la geometría, la tiza y el encerado quedan subordinados a la destreza del docente para dibujar, por ejemplo, cuerpos geométricos en el plano.

Sin desaprovechar las ventajas que el uso de estos recursos ofrece, se plantea como innovación la incorporación a las clases de matemáticas del uso de algunos programas informáticos específicos, con el objetivo de facilitar al alumnado la comprensión de los conceptos explicados y promover el aprendizaje significativo. Asimismo, el hecho de que el alumnado aprenda a utilizar estos programas puede contribuir a que adquieran más destrezas con la informática en general. Es altamente probable que el alumnado, en un

futuro, necesite saber manejarse con soltura en el ámbito informático, y aunque no usen específicamente los programas que aquí se les enseñe, enfrentarse a nuevos programas, y los retos y dificultades que estos planteen, sin duda les servirá para adquirir destrezas en esta materia.

Descripción del contexto

Esta innovación se llevará a cabo en el instituto donde realicé las prácticas de este máster. El contexto del centro es el siguiente: se trata de un IES situado en un entorno urbano, en un barrio residencial relativamente cercano al centro de la ciudad. Todas las aulas del centro cuentan con un ordenador para el uso docente, con conexión a internet y con un cañón proyector. Además, hay aulas de informática disponibles, donde cada alumno o alumna pueda disponer de un ordenador propio.

Si bien este proyecto podría incorporarse, con pequeñas adaptaciones, a cualquier curso de Educación Secundaria Obligatoria o de Bachillerato, se llevará a cabo en dos grupos del centro: una clase de tercer curso de secundaria, en la materia *Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas*, y otra de segundo de Bachillerato, en la asignatura *Matemáticas II*. La mayor parte de actividades se desarrollarán, no obstante, con el primer grupo.

El grupo de 3º de ESO involucrado cuenta con 24 alumnos y alumnas. Salvo una alumna, que tiene una Adaptación Curricular Significativa, el resto siguen los contenidos propios del curso, algunos con adaptaciones metodológicas. A nivel académico, se trata de un grupo bueno, con buenas perspectivas, y que encuentra motivación en subir las calificaciones. El clima de aula es, en general, aceptable, aunque en ocasiones son muy habladores y ruidosos. Por su parte, el de 2º de Bachillerato, cuenta también con 24 integrantes, con un buen rendimiento académico, aunque con muy poca participación en clase.

4.2. Justificación y objetivos

Con la puesta en práctica de la presente innovación, se busca lograr la consecución de los siguientes objetivos:

- i. Reforzar la formación del alumnado en el uso de nuevas tecnologías.
- ii. Introducir al alumnado al uso de *software* específico matemático.
- iii. Aumentar la significatividad de los aprendizajes matemáticos.

- iv. Incrementar la motivación del alumnado.
- v. Contribuir a mejorar la competencia digital del alumnado.
- vi. Desarrollar nuevas técnicas para la búsqueda de información y la resolución de problemas, desarrollando así la competencia aprender a aprender.
- vii. Mejorar la calidad del aprendizaje de las matemáticas.

Las competencias que se trabajarán de forma directa mediante este proyecto son la competencia digital, por el uso de herramientas informáticas, la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, por la naturaleza de los contenidos que se tratarán, y aprender a aprender, por las nuevas formas de representar elementos, resolver problemas y buscar información. No obstante, el proyecto permite una gran flexibilidad a la hora de proponer actividades, con lo cual no sería difícil trabajar el resto de las competencias clave.

Del mismo modo, y según las actividades propuestas, podría este proyecto contribuir al desarrollo de todos los objetivos generales de la educación secundaria (artículo 4, Decreto 43/2015, de 10 de junio). En particular, por la propia esencia del proyecto, aportaría en el logro de los objetivos siguientes:

- e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
 - f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- (pág. 3)

4.3. Marco teórico

En las últimas décadas ha habido una explosión tecnológica digital, primero con la popularización de los ordenadores personales y posteriormente con los dispositivos móviles y tabletas, haciendo impensable en el día de hoy la vuelta a un mundo analógico. La educación debe saber adaptarse a los cambios de la sociedad, para poder proporcionarle a esta individuos preparados y con capacidad para enfrentarse a los nuevos retos. Y en este

sentido las instituciones educativas han conseguido ir a remolque, proporcionando a los centros educativos recursos informáticos y tecnológicos. Además, con las nuevas leyes educativas, se está dando más peso a la preparación del alumnado en estos ámbitos: una de las competencias clave a desarrollar en la Educación Secundaria Obligatoria es la Competencia Digital, que implica «el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías de la información y la comunicación» (Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, p. 6995). También aparece en la concreción del currículo en el Principado de Asturias, tanto de ESO (Decreto 43/2015, de 10 de junio) como de Bachillerato (Decreto 42/2015, de 10 de junio), como uno de los criterios de evaluación, común a todos los cursos y todas las materias de matemáticas:

Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones, o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas. (Decreto 42/2015, p. 301)

Los y las estudiantes del sistema educativo actual nacieron y se criaron rodeados y rodeadas de aparatos tecnológicos y digitales. En un artículo titulado *Digital natives, digital immigrants*, Prensky (2001) acuñaba el término «nativo digital», para referirse al nuevo prototipo de estudiante, que habla de forma nativa el lenguaje digital de ordenadores, videojuegos e internet; este alumnado tiene, en general, mucha facilidad para desenvolverse en el entorno digital, y ese es un hecho que debemos aprovechar para mejorar la calidad de nuestra docencia. Si se consigue incorporar el uso de herramientas de esta índole a la práctica docente del día a día, es posible que el alumnado encuentre otra fuente de motivación para afrontar las clases de matemáticas.

Aquí somos los y las docentes quienes jugamos un papel determinante. Es importante que el profesor siga ejerciendo una labor de exposición de los contenidos y de las relaciones entre ellos (Quintero y Jerez, 2019), pero no debe quedar ahí, sino que su rol debe actualizarse a lo que la sociedad demanda. Una parte de esta actualización debe ser el planteamiento de nuevas estrategias más motivadoras, y esto puede ir apoyado en el uso de las nuevas tecnologías (Jiménez García y Jiménez Izquierdo, 2017; Mora, 2020).

Conseguir emplear los recursos TIC en el aula de forma activa y participativa otorga al estudiante un rol de protagonista de su aprendizaje (Arroyo-Arroyo y Yáñez-Rodríguez, 2020), de forma que, sin necesidad de sustituir la labor del propio docente, el alumnado

puede alcanzar mediante la experimentación una construcción más sólida y significativa de los aprendizajes (Grisales-Aguirre, 2018).

No es una labor trivial la puesta en marcha de estos recursos, hay varios aspectos que pueden dificultar la implementación de las TIC en el aula. Das (2019) revela que, desde el punto de vista del alumnado, los mayores inconvenientes radican en la calidad de los aparatos e infraestructuras digitales de que dispone el centro, y para el profesorado influyen, además, la falta de formación específica y el excesivo tiempo que requiere la preparación de estos materiales. Concluye Das, sin embargo, que, a pesar de estos inconvenientes, la integración de las TIC en la educación matemática tiene un impacto positivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las mismas.

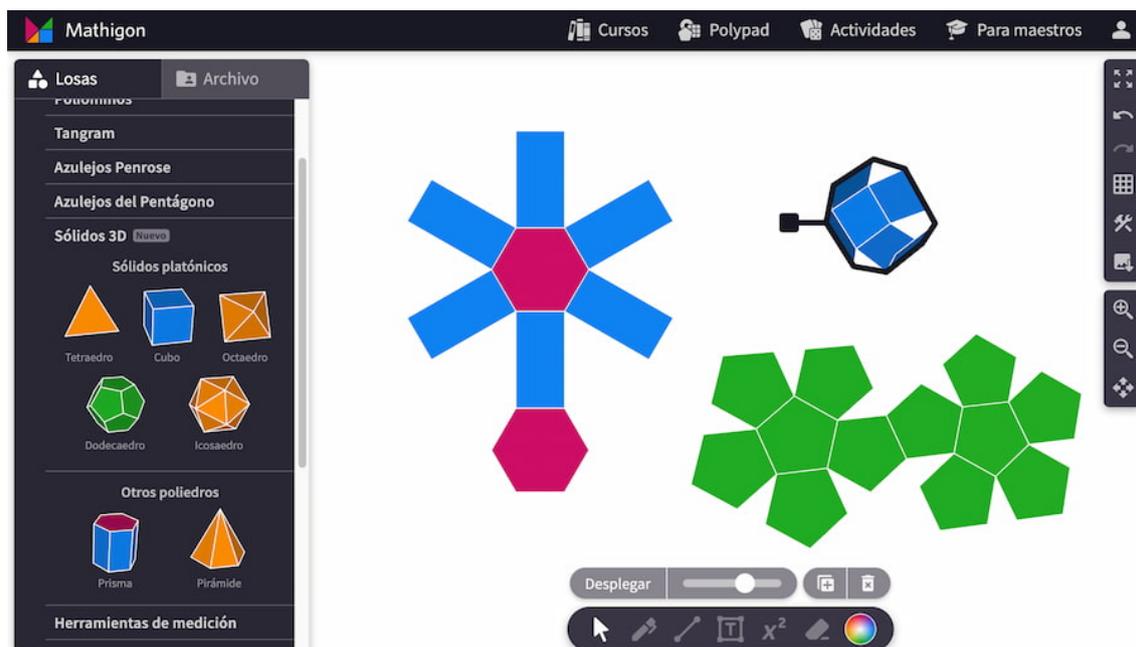
En cuanto al uso de software específico de matemáticas, se ha comprobado que proporciona oportunidades para trabajar con diferentes representaciones, facilitando así la visualización dinámica de los conceptos y permitiendo la variación de escenarios en la proposición de situaciones problemáticas (Bansilal, 2015). Uno de estos programas específicos es GeoGebra (www.geogebra.org), que permite la creación y el uso de recursos propios o de la comunidad para la representación y manejo de multitud de conceptos matemáticos, de una forma sencilla e intuitiva. Afirman Jiménez García y Jiménez Izquierdo (2017) que este programa ayuda a mejorar uno de los ámbitos que se pueden considerar más importantes de las matemáticas, la resolución de problemas, «porque proporciona estrategias diferentes para plantear los enunciados, facilita la exploración dinámica de las situaciones y aporta ayudas diversas y nuevos métodos de resolución» (p. 11), además de su versatilidad en cuanto al uso, ya que dispone de versiones para ordenador, tableta, móvil y navegador.

4.4. Desarrollo de la propuesta

El proyecto de innovación comenzará con una fase de implementación y prueba, para medir el grado de aceptación del alumnado y detectar posibles dificultades técnicas y mejoras. Se tratará de una implementación gradual de algunos cambios metodológicos para introducir el uso de herramientas informáticas en las clases de matemáticas. Posteriormente a esta fase, y si el balance es positivo, dará comienzo la segunda fase, donde ya se emplearán los recursos introducidos de manera regular, y se incorporará a la evaluación actividades relativas al uso de estas herramientas.

Considerando que la probabilidad de éxito de un cambio aumenta cuando este se lleva a cabo de forma gradual, y no radicalmente, la primera fase de esta propuesta de inno-

Figura 1: Interfaz de Polypad.



vación consistirá en la incorporación de algunas herramientas y programas informáticos a las explicaciones de clase, como material de apoyo. En esta etapa, el o la docente usaría el equipo informático del que dispone el aula para proyectar, con ayuda de programas como Polypad (es.mathigon.org/polypad), GeoGebra (www.geogebra.org) o similares, algunos contenidos. También se podrían desarrollar tareas presenciales en el aula de informática, donde se instruya al alumnado en el uso de alguna herramienta, y se planteen ejercicios para resolver con la misma. Esta fase se desarrollaría durante el transcurso de dos o tres unidades didácticas, preferiblemente de distintos bloques temáticos, para poder observar limitaciones, puntos fuertes y la posible utilidad en distintos escenarios, además de medir el grado de conocimiento y manejo que tiene el alumnado de las herramientas informáticas.

Polypad (Figura 1) es un espacio virtual donde se pueden manejar y manipular diferentes «Losas» relativas a contenidos matemáticos de todo tipo: geometría, números, álgebra, probabilidades y estadística... Se pueden crear actividades nuevas y propias utilizando y combinando las distintas losas, o se pueden realizar actividades ya creadas por el equipo de Mathigon. Ofrece mucha versatilidad a la hora de trabajar, por ejemplo, con contenidos de geometría plana, especialmente polígonos, y con lo relativo a los bloques de números y álgebra; además, su uso es muy sencillo e intuitivo, y permite al alumnado manipular los elementos a su antojo, facilitando así un aprendizaje por descubrimiento. La interfaz

gráfica es sencilla y amigable, haciendo el programa muy adecuado para el alumnado de Secundaria, en especial el de los primeros cursos. No obstante, tiene algunos problemas y limitaciones. Las actividades que propone el propio programa están en inglés, lo cual puede suponer un obstáculo para el alumnado, si no tiene un nivel alto de comprensión en esta lengua. Además, para conceptos algo más complejos, como pueden ser poliedros o curvas, queda muy limitado. Su uso es gratuito, pero requiere la creación de una cuenta en la plataforma Mathigon.

Figura 2: Logo de GeoGebra



Por su parte, GeoGebra es un software dinámico de matemáticas que permite la representación y manipulación de elementos de multitud de ramas de las matemáticas: desde geometría, tanto plana como espacial, hasta funciones, pasando por estadística o cálculo. Sus múltiples áreas de trabajo, cada una con su interfaz respectiva (Calculadora gráfica, calculadora 3D, geometría, calculadora CAS...) permite el tratamiento y manipulación de los objetos tanto por líneas de comando como arrastrando con el ratón o la pantalla táctil. El uso es, quizás, menos sencillo que el de Polypad, pero la herramienta es mucho más potente, permitiendo el tratamiento de temas y contenidos de mayor complejidad. Una de las grandes ventajas que presenta este programa es la abundancia de recursos ya construidos por la comunidad: para cada contenido que se quiera tratar hay, seguramente, decenas de *applets* con animaciones, explicaciones e incluso ejercicios y preguntas. También se pueden configurar actividades con partes de texto y partes de manipulación gráfica, e incluso tiene un *Modo Examen*, para poder utilizar esta herramienta durante las pruebas tradicionales de evaluación.

Tras la fase de implementación, si los resultados se consideran positivos, se incorporaría de manera definitiva el uso de estas herramientas a la práctica docente. Se llevaría a cabo de la siguiente manera: en cada unidad didáctica se seguiría utilizando las herramientas informáticas como material de apoyo para las explicaciones, igual que en la primera fase; adicionalmente, se propondría para cada unidad didáctica alguna actividad evaluable donde el alumnado tuviese que utilizar estas herramientas para resolver ejercicios, problemas o retos relacionados con los contenidos de la unidad didáctica, o donde se introduzcan algunos conceptos o procesos, siguiendo un modelo de aprendizaje por descubrimiento guiado, en los casos en que la naturaleza de lo aprendido haga factible este método de aprendizaje.

La evaluación del alumnado, una vez introducidas las actividades evaluables, seguiría los mismos criterios de calificación que los descritos en la programación docente. El 70 %

de la calificación dependería de los resultados obtenidos en las pruebas escritas y en los trabajos. Se realizaría una prueba escrita y una entrega de ejercicios, exposición de trabajos o similar cada unidad didáctica; la prueba escrita se calificaría sobre un máximo de cinco puntos, y los ejercicios o trabajos, sobre dos, sumando así los siete puntos máximos de este apartado. A estos siete puntos, habría que sumarles un máximo de dos puntos dependientes del cuaderno y el trabajo en casa, y otro punto relativo a la actitud y el trabajo en clase.

Para estas posteriores fases, serían necesarios más recursos informáticos que el ordenador del aula. Lo ideal sería que cada alumno y alumna tuviera a disposición un ordenador con acceso a internet para poder hacer el trabajo en el aula, durante todas las clases de la materia. Sin embargo, esto puede resultar difícil de conseguir en un IES, por limitaciones técnicas. Así, una opción sería tener acceso de forma regular a un aula de informática, de modo que el alumnado pudiese ir realizando las actividades en clase. Algunas de estas herramientas permiten también su ejecución en otro tipo de dispositivos electrónicos (móviles o tabletas), si bien el manejo de los programas en estos equipos más pequeños y sin teclado es más complicado y limitado.

En el caso particular del grupo de 3º de ESO donde se pudo poner en marcha esta propuesta (al menos los primeros pasos de la misma), el inicio se dio en la unidad didáctica *Cuerpos geométricos: poliedros y cuerpos de revolución*, del bloque de geometría. Se concretó esta implementación en el uso de las dos herramientas arriba descritas, Polypad y GeoGebra. Como se ha explicado anteriormente, en este momento el uso que se hace de ellas es como material de apoyo para las explicaciones, es decir, es una especie de sustituto, por momentos, del encerado y la tiza, con las ventajas de que las representaciones de estos cuerpos quedan mejor hechas a ordenador que a mano y de que se pueden manipular y mover, para visualizarlos desde diferentes perspectivas.

En un primer momento, y principalmente por desconocimiento de cómo manejar GeoGebra, la herramienta que utilizaba era Polypad. Al final de este documento (p. 85) están los enlaces a todas las aplicaciones utilizadas. Las cuatro primeras están hechas en Polypad, y corresponden a contenidos del tema primero de esta unidad didáctica, sobre poliedros. Las siguientes herramientas están hechas todas con GeoGebra, por dos motivos. El primero, que tras haber aprendido unas nociones básicas llegué a la conclusión de que era más potente, y las actividades, más cómodas de preparar que con Polypad. El segundo, que Polypad, en el área de geometría, prácticamente trabaja solo con poliedros, polígonos y segmentos, apenas maneja curvas, y no permite introducir cuerpos de revolución, el ele-

mento central de la segunda mitad de la unidad didáctica. Con GeoGebra, sin embargo, sí se pueden construir los cuerpos de revolución, pudiendo visualizar su construcción a partir de la rotación de una figura entorno a un eje, además de que permite estudiar en una misma actividad diferentes casuísticas. Por ejemplo, en la actividad de intersección de una esfera con planos (enlace A.10., pág. 85), podemos elegir intersecar uno o dos planos, las posiciones relativas de estos, las alturas a las que cortan a la esfera...

De forma paralela a este proceso, y con el objetivo de obtener más información sobre el uso de herramientas informáticas en las clases y hasta qué punto estaba el alumnado acostumbrado a su uso, realicé dos pequeñas encuestas, una dirigida al alumnado del grupo que nos ocupa y la otra dirigida al profesorado del centro. Estas fueron realizadas utilizando la herramienta *Microsoft Forms*, del paquete *Office365*: por ser una herramienta corporativa, tanto el alumnado como el profesorado ya cuenta con un perfil desde el que puede acceder a realizarla, sin necesidad de crear o utilizar cuentas en otras plataformas.

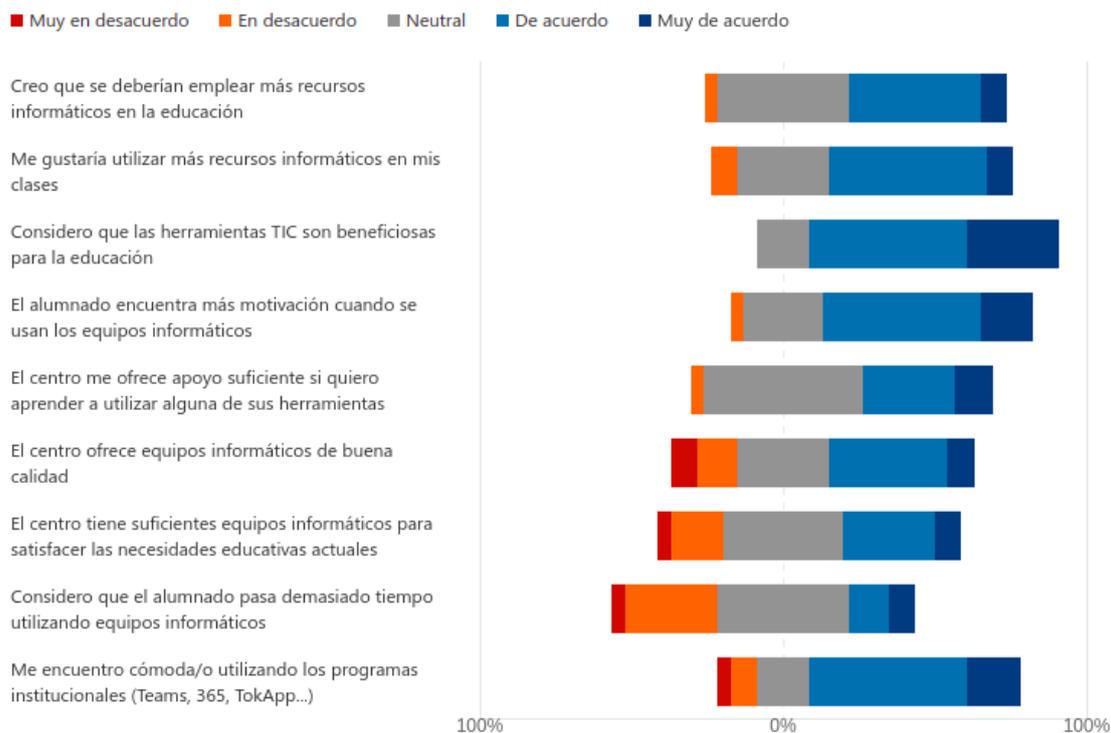
La encuesta al profesorado consta de varios ítems, de diversa índole: comienza preguntando por el departamento didáctico al que pertenece el profesor o la profesora; posteriormente, aparecen una serie de afirmaciones para puntuar en una escala de *Likert* (*Muy en desacuerdo*, *En desacuerdo*, *Neutral*, *De acuerdo*, *Muy de acuerdo*), respecto al uso de herramientas informáticas en la educación: si las consideran beneficiosas, si los centros educativos ofrecen apoyo y recursos suficientes, si aumentan la motivación del alumnado...

A continuación, unos ítems de elección múltiple sobre el uso que el encuestado o la encuestada hace de los recursos informáticos en sus clases: frecuencia de uso, herramientas utilizadas, cómo han aprendido a utilizarlas, análisis de su experiencia. Termina la encuesta con tres ítems, en la misma escala de *Likert*, sobre cómo percibe el entrevistado que ha afectado la pandemia de COVID-19 al uso de estas herramientas.

La encuesta al alumnado, por su parte, comienza con unas preguntas sobre su grado de interés y qué uso hacen de herramientas tecnológicas en el día a día. Posteriormente, unos ítems de escala de *Likert*, la misma que en la encuesta al profesorado, sobre el uso de tecnologías en las aulas, en general (frecuencia, utilidad, calidad de los equipos...) y en las clases de matemáticas (frecuencia, utilidad, influencia en el interés...). Por último, una pregunta abierta sobre algún comentario a añadir respecto al uso de herramientas informáticas, tanto en general como en las clases de matemáticas.

Utilizando el canal del claustro de Teams, se envió el enlace de la encuesta al profesorado del centro de prácticas. De aproximadamente un centenar de docentes que tenía

Figura 3: Respuestas del profesorado respecto al uso de herramientas informáticas y tecnológicas en la educación y en las aulas.



el centro, solamente veintitrés respondieron, con lo cual los resultados obtenidos no son muy significativos. Del profesorado que la ha completado, seis son del departamento de Matemáticas, cuatro de Biología y Geología, tres de Inglés y tres de Lengua Castellana y Literatura, y el resto de Comercio y Marketing (2), Economía (2), Educación Física (1), Geografía e Historia (1) y Tecnología (1). En general, todos están de acuerdo en que las TIC son beneficiosas para la educación, piensan que deberían emplearse más a menudo (tanto en sus clases como en general) y que son una fuente de motivación para el alumnado. Sin embargo, menos de la mitad de los encuestados consideran que los equipos informáticos de los que dispone el centro son de buena calidad, y menos de un 40% piensa que son suficientes para satisfacer las necesidades del centro (Figura 3).

Todos los encuestados afirman utilizar o haber utilizado recursos informáticos como herramienta didáctica y más de la mitad los utilizan la mayoría de los días. Entre los programas utilizados, la gran mayoría es software genérico: Teams, Excel, YouTube, libros digitales, etc., y solo hay unas pocas excepciones con programas específicos de cada materia (CalcMe, Canva, GeoGebra). La gran mayoría de los encuestados afirman haber aprendido a utilizar estos recursos por su cuenta, solamente dos personas han aprendi-

do en cursos o sesiones de formación. En cuanto al modo de uso, nueve docentes afirman que son solamente ellos quienes lo utilizan, mientras que el resto dice que o bien son solamente los alumnos quienes los utilizan (para exposiciones, trabajos, etc.), o bien, el caso mayoritario, tanto docente como alumnado los maneja (Figura 4). Al usarlas, casi la mitad de los encuestados afirman que el alumnado está más motivado, y que la participación aumenta o al menos no disminuye.

Por último, más de la mitad de las respuestas consideran que la situación derivada de la pandemia de COVID-19 les ha ayudado a aumentar y mejorar el uso de herramientas TIC en sus prácticas docentes, y se sienten con más seguridad para incorporar este tipo de recursos a sus clases (Figura 5).

La encuesta al alumnado, por su parte, se proporcionó a través del enlace mediante el canal de Teams de la materia, al grupo de tercer curso donde se llevó a cabo la fase de implementación, y de los veinticuatro alumnos y alumnas del grupo, hubo veintiún respuestas. Empezaba la encuesta preguntando sobre el grado de interés por la tecnología y las herramientas digitales, y la mayoría (17) afirman que sí les interesan, y algo más de la mitad de estos están al tanto de las novedades. En cuanto al uso de herramientas digitales y tecnológicas para labores académicas, todos las usan al menos alguna vez cada mes, y la mayoría (15), cada semana. Solamente tres encuestados dicen utilizarlas todos los días.

Figura 4: Respuestas del profesorado respecto a quién usa los recursos TIC en sus clases.

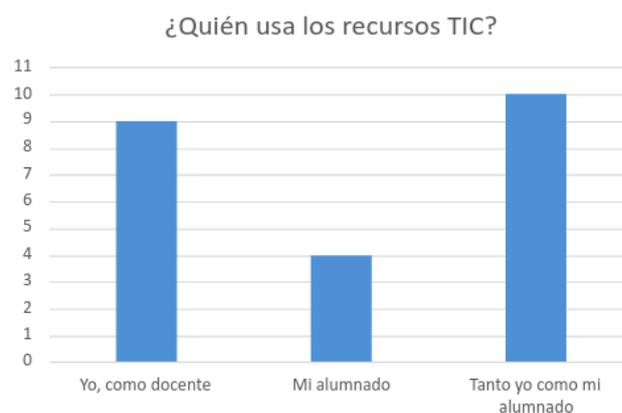
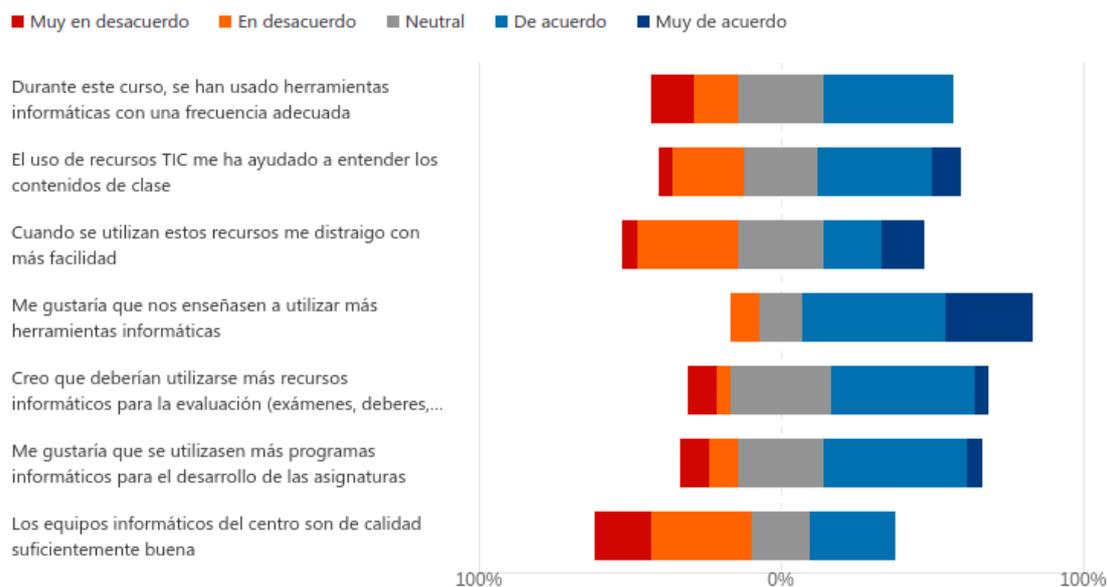


Figura 5: Respuestas del profesorado respecto a cómo afectó la pandemia de COVID a su uso de tecnologías.



En las preguntas sobre el uso de tecnologías en general en las aulas hay diversidad de opiniones. Donde más unanimidad parece haber es en que les gustaría que se les enseñase a

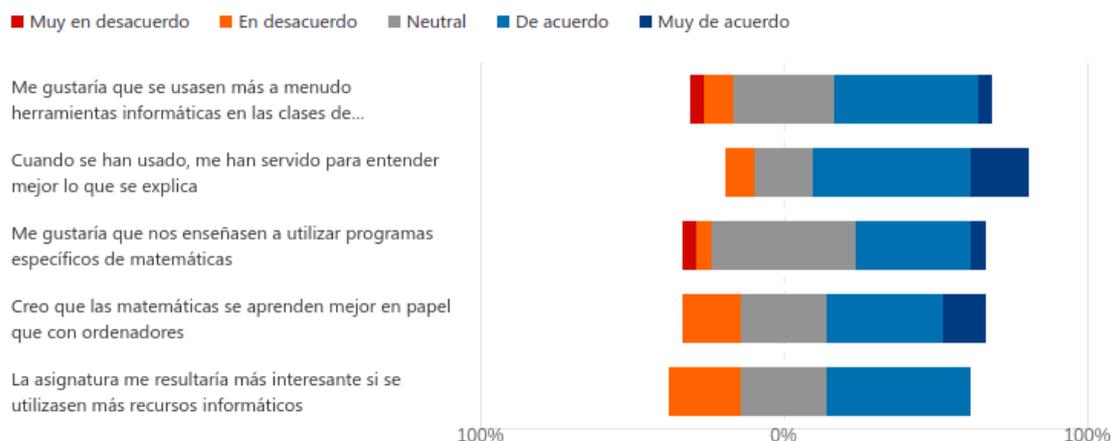
Figura 6: Respuestas del alumnado respecto al uso de TICs en la educación.

utilizar más herramientas informáticas, y en que los equipos informáticos del centro no son de calidad suficientemente buena (Figura 6). En el caso particular de las clases de matemáticas, también hay discrepancias, aunque en general consideran que el uso de herramientas informáticas les ha servido, cuando se ha hecho, para entender mejor las explicaciones (Figura 7). Cabe destacar también que una parte importante de los encuestados creen que las matemáticas se aprenden mejor en papel que con ordenadores.

La última pregunta, «¿Hay algo que quieras añadir sobre el uso de herramientas informáticas, tanto en general como en la clase de matemáticas?», recibió doce respuestas, de las cuales cuatro son «No», «Nada que añadir» o similares. Entre el resto de respuestas, por un lado hay quienes defienden su uso, argumentando que «hacen las clases más dinámicas» o que son una parte importante del día a día, y deberían utilizarse más en las clases y permitir su uso más a menudo, tanto en clase como en el recreo²; las críticas, por otro lado, van referidas al uso que se suele hacer de ellas, argumentando que se abusa de estas herramientas «para mandar deberes» y que en ocasiones los profesores intentan «explicar algo que no se puede explicar con un ordenador».

Las actividades de implementación no quedaron reducidas a lo anterior. Tras terminar la unidad didáctica de cuerpos geométricos, y mientras el alumnado estaba cursando la siguiente, de propiedades generales de funciones, tuvimos la oportunidad de disponer de

²Nota: en el centro donde se realizó la encuesta, el Reglamento de Régimen Interior prohíbe el uso de teléfonos móviles y dispositivos electrónicos en todo el recinto, salvo que se tenga autorización expresa del profesor o la profesora, y únicamente para actuaciones educativas o pedagógicas

Figura 7: Respuestas del alumnado respecto al uso de TICs en las clases de matemáticas.

un aula de informática para el desarrollo de una sesión, y decidimos que el alumnado, en parejas o tríos, debía dibujar las gráficas de unas funciones utilizando *CalcMe*, un programa web similar a GeoGebra, y después estudiar algunas de sus características: dominio, imagen, puntos de corte con los ejes... Sin embargo, el uso de este programa no resultó una buena idea, por varios motivos: para utilizarlo se requiere una cuenta de Google, y no todo el alumnado disponía de una; la interfaz gráfica no es muy intuitiva; en algunas funciones, la forma de introducirlas que requería el programa para poder representarlas era distinta de la que el alumnado conocía, lo que podía dar lugar a confusiones; el programa no funcionaba correctamente en algunos terminales, o dejaba de hacerlo al tener varias funciones representadas a la vez. Por todos estos problemas, finalmente tuvimos que prescindir de esta actividad como ejercicio evaluable.

No fue, aún así, un fracaso absoluto. A uno de los grupos, que les dejó de funcionar el programa, les sugerí que lo intentaran utilizando, en su lugar, GeoGebra, que no requiere registrarse y permite más flexibilidad a la hora de introducir las funciones que debían estudiar. A pesar de que esta sugerencia llegó cuando no faltaba mucho tiempo de clase, pudieron completar más apartados de la tarea que otros grupos, que pudieron seguir utilizando *CalcMe*. Por tanto, en un futuro, realizar una tarea similar sería factible y, a mi parecer, beneficioso, pero con la herramienta GeoGebra.

Por otro lado, al llevar a cabo la unidad didáctica de Bachillerato en las prácticas, también relativa a la geometría, esporádicamente empleé algunas actividades de GeoGebra para ejemplificar los conceptos vistos en clase. El uso fue más puntual, con mucha menos frecuencia que en la clase de tercero, pero aún así sirvió para obtener algunos datos y

conclusiones. También en el Anexo A (p. 85) se pueden encontrar los enlaces a los programas utilizados en este curso.

4.5. Evaluación y seguimiento

Evaluación. El principal instrumento de evaluación del proyecto, una vez puesto en marcha, sería la observación en el aula. Uno de los objetivos de esta innovación es que el alumnado encuentre más motivación en el estudio de las matemáticas, y si hay más motivación, la participación y el trabajo en clase es de esperar que aumenten. Por tanto, el profesor o la profesora debería estar pendiente de si el alumnado está más o menos distraído, y si el grado de participación es mayor o menor que antes de poner en marcha el proyecto.

Esta observación puede ir acompañada de otros métodos de evaluación, como pueden ser breves entrevistas informales al alumnado o la realización de pequeños cuestionarios de forma periódica. Así, se podría preguntar al alumnado, al terminar cada unidad didáctica, en un proceso de autoevaluación, que citen algo que hayan aprendido gracias al uso de alguna de las herramientas informáticas que se hayan empleado en el desarrollo de las sesiones. De este modo, podríamos hacernos una idea de la concepción que el alumnado tiene sobre la utilidad de la presente innovación. El hecho de incorporar esta pregunta como parte de un proceso de autoevaluación, y no solamente como un cuestionario de evaluación de la innovación, puede eliminar algún tipo de sesgo que pueda surgir entre el alumnado: si se preguntase directamente si les parece útil, quizás alumnos o alumnas que tengan más afinidad con el profesor o profesora tiendan a responder más positivamente de lo que realmente les parece, o al contrario con el alumnado menos afín.

Otro instrumento posible de evaluación es el rendimiento, tanto en las pruebas escritas como en los ejercicios y actividades a entregar. Según la naturaleza de los ejercicios propuestos, podemos comprobar el grado de comprensión de los contenidos y procedimientos, y ver si se ha producido o no una mejora respecto a la situación anterior. No obstante, esta comparación debe hacerse con cautela, ya que puede haber otros factores que afecten al rendimiento.

Seguimiento. Una vez puesta en marcha la parte de la implementación que me resultó posible durante la duración del periodo de prácticas en el instituto, pude extraer unas conclusiones, que procedo a comentar:

Puntos fuertes

- Los recursos utilizados son, en efecto, un buen material de apoyo, ya que facilitan la comprensión de los conceptos que se explican, especialmente en áreas de las matemáticas tan visuales como la geometría.
- Al emplear estas herramientas en clase, el grado de atención del alumnado no disminuía, sino que más bien aumentaba.
- Poder manipular las representaciones da lugar a que surjan y se pregunten dudas, o a plantear nuevas situaciones para que el alumnado reflexione.
- Si bien es posible que estas herramientas no les sean de utilidad práctica directa en el futuro, el hecho de aprender a manejarse con ellas y a enfrentarse a los problemas que plantea su uso puede servirles para utilizar en el futuro otras herramientas distintas, en cualquier otro ámbito, que sí les serán útiles para su porvenir personal y laboral.

Puntos débiles

- En el planteamiento de las encuestas, hay ítems que pueden tener interpretaciones distintas a la esperada, y otros que, por su enunciado, pueden provocar sesgos en la respuesta.
- El canal de difusión de las encuestas, especialmente la del profesorado, quizás no fuese el óptimo, ya que aquel profesorado que tenga menos facilidad en el uso de herramientas informáticas es posible que tuviera reticencias a responder una encuesta por internet, y quizás sí la hubiese respondido de otra forma. Esto podría explicar tanto el bajo número de respuestas a la encuesta como el hecho de que ninguno de los encuestados contestase que no utilizaban herramientas informáticas de forma regular.
- Los programas y aplicaciones utilizados, si bien han demostrado ser una herramienta muy potente y con mucho potencial, llevan asociada una serie de problemas y dificultades. El principal y más notable es el tiempo que lleva preparar los recursos. En muchas ocasiones, para una aplicación que se iba a usar durante cinco minutos en clase, necesité prepararla durante varias horas, y aún podría destinar más tiempo a pulir algunos detalles y realizar pequeñas mejoras y ajustes.
- La brevedad del periodo de prácticas limita el margen de actuación y la validez de los resultados obtenidos.

Mejoras

- Es necesaria una revisión y, en ocasiones, reformulación de los ítems de las encuestas, para evitar dobles interpretaciones y sesgos.
- Habría que aumentar, para ganar significatividad en los resultados, el número de participantes, y extenderlo a otros cursos, en cuanto al alumnado. En cuanto al profesorado, quizás una forma fuese utilizando otros canales, no informáticos, para la realización de la encuesta.
- Utilizar no solo actividades propias, sino también algunas creadas por la comunidad. De esta forma, se reduciría el tiempo de crearlas, aunque habría que buscarlas y probarlas. También hay que tener en cuenta que una vez creadas, las actividades estarán disponibles para otros años, con lo cual solo hará falta revisarlas.

Con todo, considero que la implementación ha sido positiva, en este breve periodo se pudieron lograr algunos de los objetivos, y el proyecto tiene potencial para cumplir todas sus metas en una futura aplicación, donde la restricción temporal de las prácticas no limite el campo de actuación. Las perspectivas de futuro, por tanto, son alentadoras.

5. Conclusiones.

Este máster ha sido para mí un curso de continuo aprendizaje. Desde los contenidos teóricos del primer semestre hasta las prácticas del segundo, ha sido un proceso de formación continuo y muy completo. La parte teórica, aunque en ocasiones pudiese llegar a resultar algo tediosa, es imprescindible, ya que es la base sobre la que construir la práctica docente.

Las prácticas fueron el punto álgido del curso, donde pude poner en práctica lo aprendido durante todo el año y ver cómo es la profesión docente y el día a día en un centro educativo. Además, aporta la experiencia de desarrollar dos unidades didácticas en dos cursos, y todo lo que esto conlleva, lo que hace esta experiencia más realista de cara al futuro.

Basándome en esta experiencia de las prácticas y aplicando los conocimientos teóricos del máster he redactado este TFM, como epílogo del curso. El contenido teórico fue especialmente útil en la elaboración de la programación, una piedra angular en la labor de un profesor, y que a su vez ha servido para ayudar a afianzar los aprendizajes del máster y estructurarlos más claramente.

Las experiencias prácticas tuvieron más peso en la elaboración del proyecto de innovación, el cual, sin pretender cambiar radicalmente la forma de dar clase, busca introducir pequeñas mejoras que ayuden tanto al profesor a explicar los contenidos del curso como al alumnado a entenderlos. La parte que he podido llevar a cabo ha arrojado resultados positivos, y constituirá un elemento a tener en cuenta cuando en el futuro vuelva a un instituto a dar clase de matemáticas, ya que sinceramente pienso que el cambio planteado es una mejora.

Con todo, y para concluir, creo que la realización de este máster ha sido una de las experiencias más gratas que he vivido, y aunque este trabajo sea el punto final del mismo, no es sino el comienzo de mi carrera profesional como profesor. No me cabe duda que los conocimientos aquí adquiridos serán una base idónea para comenzar a dar clase, y el punto de partida para formar parte de esta profesión, tan necesaria como, espero, placentera.

Referencias

- Arroyo-Arroyo, M. B., y Yáñez-Rodríguez, M. A. (2020). Propuesta de herramientas TIC para facilitar el proceso de enseñanza–aprendizaje de la matemática. *Polo del Conocimiento*, 5(12), 574-589. doi: 10.23857/pc.v5i12.2105
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., y Hanesian, H. (1983). *Educational psychology: a cognitive view* [Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo] (2.ª ed.; M. Sandoval Pineda, Traduc.). Editorial Trillas. (Trabajo original publicado en 1968)
- Bansilal, S. (2015). Exploring student teachers' perceptions of the influence of technology in learning and teaching mathematics. *South African Journal of Education*, 35(4). doi: 10.15700/saje.v35n4a1217
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction* (1.ª ed.). Belknap Press of Harvard University.
- Bruner, J. S. (1968). *The process of education* [El proceso de la educación] (1.ª ed.; C. Palomar, Traduc.). Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana. (Trabajo original publicado en 1960)
- Constitución Española. Art. 27. 29 de diciembre de 1978. (España).
- Das, K. (2019). Role of ICT for better mathematics teaching. *Shanlax International Journal of Education*, 7(4), 19-28. doi: 10.34293/education.v7i4.641
- Decreto 42/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo del Bachillerato en el Principado de Asturias. (2015). Consejería de Educación, Cultura y Deporte. (BOPA, 29/06/2015)
- Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias. (2015). Consejería de Educación, Cultura y Deporte. (BOPA, 30/06/2015)
- Grisales-Aguirre, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198-214. doi: 10.18041/1900-3803/entramado.2.4751
- Jiménez García, J. G., y Jiménez Izquierdo, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso de enseñanza–aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7).
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de educación (LOE). (2006). Jefatura de Estado. (BOE, 04/05/2006)

- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE). (2013). Jefatura de Estado. (BOE, 10/12/2013)
- Luengo, M. A. (2022). *Contenidos LOMCE, programación docente, evaluación y metodología*. Material curricular del Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional. Facultad de Formación del Profesorado y Educación de la Universidad de Oviedo.
- Mora, J. C. (2020). GeoGebra como herramienta de transformación educativa en matemática. *Mamakuna*(14), 70-81.
- Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. (2015). Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (BOE, 29/01/2015)
- Prensky, M. (2001). Digital natives, digital immigrants. *On the horizon*, 9(5), 1-6. doi: 10.1108/10748120110424816
- Quintero, M., y Jerez, J. (2019). Las TIC para la enseñanza de la matemática en educación media general. *Revista Electrónica de Ciencia y Tecnología del Instituto Universitario de Tecnología del Maracaibo*, 6(1), 20-36.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. (2014). Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (BOE, 03/01/2015)

Anexos

A. Enlaces a actividades utilizadas

A. 3º ESO:

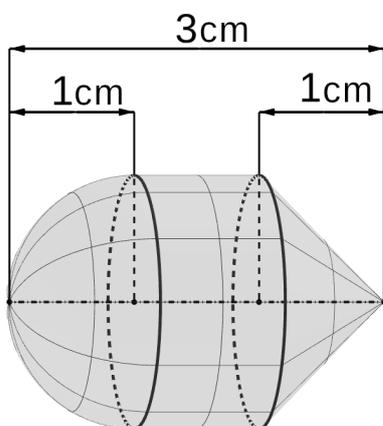
- A.1. Visualización de poliedros: polypad.org/fMxNAQQV23mQiA
- A.2. Desarrollos planos de sólidos platónicos: polypad.org/j1Ep5usJhwP6dA
- A.3. Paralelepípedos: polypad.org/0ahNgfZTNxc8Hg
- A.4. Prismas, áreas y volúmenes: polypad.org/1jfZp0N1HEzJsA
- A.5. Volumen de una pirámide: www.geogebra.org/m/fxhwezbj
- A.6. Tronco de Pirámide: www.geogebra.org/m/yctecpr7
- A.7. Cuerpos de revolución: www.geogebra.org/m/dz4egv3p
- A.8. Área de un cono: www.geogebra.org/m/kqnaavbj
- A.9. Revolución de un tronco de cono: www.geogebra.org/m/uypfggnp
- A.10. Intersección de una esfera con planos: www.geogebra.org/m/bnybffmh
- A.11. Repaso funciones lineales: www.geogebra.org/m/jy2gcumq

B. 2º Bachillerato:

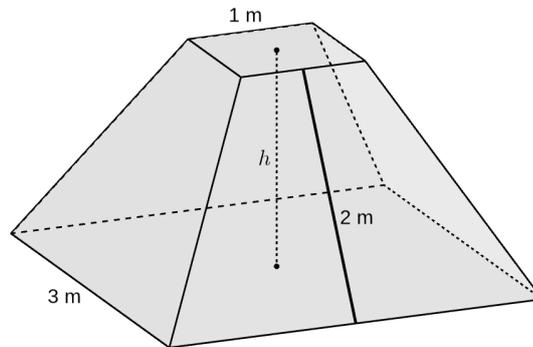
- B.1. Ejemplo posiciones relativas recta y plano: www.geogebra.org/m/ngw8apnc
- B.2. Posiciones relativas de tres planos: www.geogebra.org/m/y5pcpfhf

B. Prueba escrita para la Unidad Didáctica desarrollada

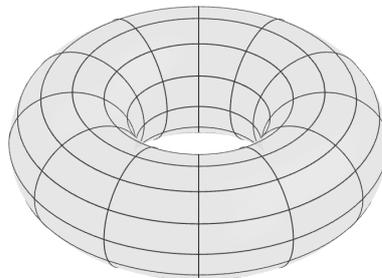
Lee atentamente los enunciados antes de responder. Responde ordenadamente y con letra clara. Razona las respuestas y escribe los pasos que sigas en la resolución de los problemas. Revisa los resultados y las operaciones antes de entregar. Duración de la prueba: 55 minutos.

- (1,5 puntos) Define los siguientes conceptos:
 - Poliedro convexo (0.5 p.)
 - Prisma (0.5 p.)
 - Cono (0.5 p.)
- (1,5 puntos) Enuncia el Teorema de Euler, y razona si puede existir un poliedro convexo que tenga 10 caras, 16 vértices y 26 aristas.
- (1,5 puntos) Calcula el volumen de un prisma regular de 5 m de altura cuyas bases son hexágonos de 12 m de perímetro.
- (1 punto) ¿Cuántos cm^3 de aire caben en una pelota de baloncesto (esférica) de 12 cm de radio? ¿Cuánto material se necesitaría para fabricar la pelota?
- (2,5 puntos) Calcula el área exterior y el volumen de la siguiente figura, sabiendo que la parte de la izquierda es una semiesfera:

6. (1.5 puntos) Tenemos una pirámide recta cuya base es un cuadrado de lado 3 m. La truncamos a una altura h , de forma que obtenemos un tronco de pirámide, cuya base menor es un cuadrado de lado 1 m. Además, las caras laterales del tronco tienen altura 2 m.



- a) Dibuja el desarrollo plano del tronco de pirámide. (0.25 p.)
- b) ¿Cuál es el valor de la altura h del tronco de pirámide? (0.25 p.)
- c) Queremos pintar toda la superficie del tronco de pirámide, y con un litro de pintura podemos cubrir un área de un metro cuadrado. ¿Cuántos litros de pintura necesitaremos? (0.5 p.)
- d) Si la pintura se vende en latas de 3 litros, ¿cuántas latas debemos comprar? Cada litro de pintura cuesta 5€. ¿Cuánto pagaremos por las latas que tenemos que comprar? (0.5 p.)
7. (0.5 puntos) Observa la figura de debajo. En matemáticas, a esta forma se le llama *toro* (es la forma que tienen las rosquillas, por ejemplo), y es un cuerpo de revolución. ¿Sabrías decir cómo se genera, es decir, cómo deben ser la generatriz y el eje?



C. Rúbrica y guiones para los trabajos de 3º de ESO

Tabla 16: Rúbrica para la calificación de la exposición.

Individual.	0	1	2	3
Habla	Habla demasiado rápido o demasiado despacio, sin vocalizar correctamente. Utiliza un tono monótono y un volumen muy bajo.	Habla rápido o despacio, aunque vocaliza bien. El tono es monótono y el volumen, algo bajo.	Habla a buen ritmo y tono, y vocaliza correctamente, aunque utiliza un volumen bajo.	Buen ritmo, volumen suficiente y correcta vocalización. El tono no es monótono, acompaña al discurso.
Sabe	Se limita a leer el texto de las diapositivas o de un guion, sin mirar hacia el público, trabándose al leerlo.	Lee el texto de las diapositivas o del guion sin dirigirse al público, pero de forma fluida.	Lee parte de su intervención, pero dirigiéndose al público y con alguna aclaración adicional.	Expone sin leer, mirando si es necesario el guion para orientarse. Se dirige al público y hace aclaraciones cuando es necesario.
Comprende	No refleja comprensión por el contenido que expone. No sabe responder a ninguna pregunta.	Presenta una comprensión muy superficial sobre lo que expone, sin saber responder con claridad a las preguntas	Comprende mayoritariamente lo que expone, y sabe responder a las posibles dudas que se planteen.	Refleja una comprensión profunda sobre el tema, contestando con claridad a preguntas y dudas.

Grupal.	0	1	2	3
Presentación	El formato es inapropiado, ilegible. Solo aparece texto sin imágenes de apoyo, y los colores y fuentes son inapropiados	Solo aparece texto sin imágenes. Es legible, aunque la elección de colores y fuentes dificulta la lectura	Utiliza pocas imágenes y mucho texto. El formato del texto es correcto, legible y cómodo.	Utiliza recursos visuales (imágenes, vídeos, animaciones...), con poco texto. Las transparencias son claras, dinámicas y legibles.
Contenido	Enfoque excesivamente superficial, sin rigor científico. No establece relación con los contenidos de la materia ni de otras ramas de conocimiento	El enfoque es superficial, con poco rigor científico. Establece relación con contenidos de la materia o de otras ramas, pero muy superficialmente	Presenta los contenidos con rigor, pero sin establecer relaciones entre ellos. Hay algunas relaciones con otras ramas del saber y con los contenidos de la materia	Los contenidos se presentan de forma fluida, relacionando unos con otros. El lenguaje y el rigor son correctos, y se establecen relaciones con los contenidos de esta y otras materias.
Duración	Menos de 5 minutos o más de 15.	Entre 5 y 7 minutos, o entre 13 y 15.	Entre 7 y 8 minutos, o entre 12 y 13.	Entre 8 y 12 minutos.

La geometría de la esfera terrestre: coordenadas geográficas y proyecciones cartográficas

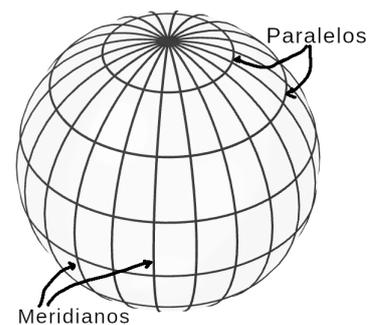
Guion e instrucciones

Introducción

La Tierra, como ya sabéis, tiene forma esférica, aunque está ligeramente achatada por los polos. Esta diferencia con una esfera perfecta es muy pequeña, y vamos a olvidarnos por ahora de ella; con lo cual, supondremos que la Tierra es una esfera perfecta. Tiene un diámetro de unos 12 750 km, lo cual hace inviable representarla a tamaño real. Por tanto, si queremos hacerlo, usaremos maquetas a escala. A estas maquetas se les llama *globos terráqueos*.

¿Recordáis qué pasaba cuando hacíamos la intersección de una esfera con un plano? Obteníamos circunferencias, y nos dividían la esfera en dos *casquetes esféricos*. Había, además, un caso particular: cuando el plano pasaba por el centro de la esfera, la circunferencia se llamaba *circunferencia máxima*, y los casquetes, que eran iguales, *semiesferas*. Además, si en vez de uno usamos dos planos paralelos, obtenemos dos circunferencias y, entre los planos, una *zona esférica*.

Pues con la Tierra, como es una esfera, pasa lo mismo. Si el plano es perpendicular al eje norte-sur, es decir, el eje de rotación, al hacer la intersección, las circunferencias que obtenemos las llamamos *paralelos*. Entre dos paralelos hay una *zona*, y por encima y por debajo, sendos *casquetes*. A la circunferencia máxima, la llamamos *ecuador*, y divide la Tierra en dos *hemisferios*, norte y sur.



Estudiábamos también qué ocurría al cortar una esfera por dos planos que pasasen por un diámetro: obteníamos una *cuña esférica*, y a su superficie la llamábamos *huso esférico*. En la Tierra, si cortamos por un plano que contenga al eje norte-sur, obtendremos una circunferencia, y a cada semicircunferencia (de polo a polo) la llamamos *meridiano*. Son todas circunferencias máximas, ya que el plano pasa por el centro de la esfera, y así cada una divide el planeta en dos hemisferios. Hay un meridiano particular, el llamado *meridiano de Greenwich*, que se toma de referencia para dividir en hemisferio oriental y hemisferio occidental.

Coordenadas geográficas y proyecciones cartográficas

Cuando queremos colocar un punto en un plano, utilizamos un sistema de *coordenadas cartesianas*: colocamos dos ejes perpendiculares, que se cortan en el origen, y así cada punto tendrá unas coordenadas (x, y) únicas. Lo mismo ocurre en el espacio, aunque en vez de dos ejes necesitamos tres. Sin embargo, si estamos hablando de las coordenadas de los puntos de la superficie terrestre, expresarlas como coordenadas cartesianas es un engorro: habría que usar todo el rato decimales muy complicados, el cálculo de distancias sería muy laborioso, y perderíamos parte de las referencias que nos da la propia Tierra. Así, usamos un sistema de coordenadas un poco distinto, que se basa en los paralelos y los meridianos, y que conocemos como *coordenadas geográficas*.

Si los terraplanistas tuvieran razón y la Tierra fuese plana, sería muy fácil representarla en un mapa. Sin embargo, ni tienen razón ni es fácil representar la Tierra en un plano. Esto se debe a que al hacer una *proyección cartográfica* una esfera sobre un plano se producen distorsiones. Así, es imposible tener un mapa de toda la Tierra que sea completamente realista. Según a qué propiedades se dé más importancia, tendremos distintos tipos de mapas.

Vuestro trabajo consistirá en investigar un poco sobre estos dos temas. Para guiaros en vuestras pesquisas, os propongo unos puntos sobre los que podéis explorar:

- El sistema de coordenadas geográficas utiliza dos elementos, longitud y latitud. ¿Cómo se definen? ¿En qué unidades se miden?
- ¿Hay algún punto de la superficie terrestre que pueda expresarse de varias formas, es decir, por el que pasen más de un paralelo o meridiano?
- ¿Por qué son preferibles estas coordenadas para el cálculo de distancias entre dos lugares (por ejemplo, Tokio y Praga) y no las coordenadas cartesianas? ¿Cómo se mide o qué representa la distancia entre dos puntos en cada sistema?
- Dad algún ejemplo de las coordenadas de alguna ciudad o lugar importante.
- ¿Cómo se utilizan las coordenadas geográficas en la realización de proyecciones geográficas o cartográficas?
- Al hacer un mapa, como veíamos, se producen distorsiones, ya que hay tres propiedades que no se pueden tener simultáneamente. ¿Cuáles son?
- Hay tres tipos de proyecciones principales: *cónicas*, *cilíndricas* y *acimutales*. Explicadlas brevemente, y poned, si encontráis, algún ejemplo de un mapamundi de cada tipo.
- Además de estas, hay otras proyecciones que combinan estos métodos. Buscad un ejemplo. ¿Creéis que es útil para representar la Tierra, al menos en alguna situación?

Una vez que tengáis la información recogida, de estas u otras cuestiones relacionadas con estos dos temas, debéis preparar una exposición para presentar al resto de la clase. La presentación tendrá una duración de unos 10 minutos, y podéis usar los recursos tecnológicos que queráis: powerpoint, prezi, genially... No debe consistir únicamente en responder a las preguntas, sino que debe articularse un discurso coherente, hilando en la medida de lo posible toda la información. Además, el resto de grupos solo tiene la información que aparece en la introducción, así que es conveniente utilizar algún tipo de introducción a los temas. Todos los miembros del equipo deben participar en la exposición oral, pero el reparto de tareas es libre, y debéis decidirlo dentro del grupo. Se valorarán la relación de los contenidos con las matemáticas y otras disciplinas que puedan intervenir (Historia, Geografía...), la claridad de la presentación y el discurso, la creatividad y originalidad y el uso de un lenguaje científico apropiado.

La geometría de la esfera terrestre: trópicos y el sol cenital

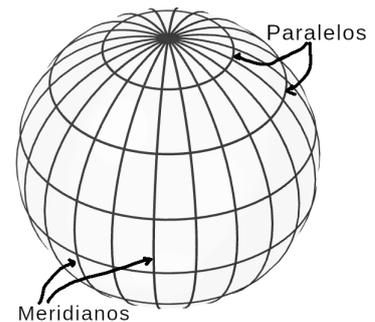
Guion e instrucciones

Introducción

La Tierra, como ya sabéis, tiene forma esférica, aunque está ligeramente achatada por los polos. Esta diferencia con una esfera perfecta es muy pequeña, y vamos a olvidarnos por ahora de ella; con lo cual, supondremos que la Tierra es una esfera perfecta. Tiene un diámetro de unos 12 750 km, lo cual hace inviable representarla a tamaño real. Por tanto, si queremos hacerlo, usaremos maquetas a escala. A estas maquetas se les llama *globos terráqueos*.

¿Recordáis qué pasaba cuando hacíamos la intersección de una esfera con un plano? Obteníamos circunferencias, y nos dividían la esfera en dos *casquetes esféricos*. Había, además, un caso particular: cuando el plano pasaba por el centro de la esfera, la circunferencia se llamaba *circunferencia máxima*, y los casquetes, que eran iguales, *semiesferas*. Además, si en vez de uno usamos dos planos paralelos, obtenemos dos circunferencias y, entre los planos, una *zona esférica*.

Pues con la Tierra, como es una esfera, pasa lo mismo. Si el plano es perpendicular al eje norte-sur, es decir, el eje de rotación, al hacer la intersección, las circunferencias que obtenemos las llamamos *paralelos*. Entre dos paralelos hay una *zona*, y por encima y por debajo, sendos *casquetes*. A la circunferencia máxima, la llamamos *ecuador*, y divide la Tierra en dos *hemisferios*, norte y sur.



Estudiábamos también qué ocurría al cortar una esfera por dos planos que pasaran por un diámetro: obteníamos una *cuña esférica*, y a su superficie la llamábamos *huso esférico*. En la Tierra, si cortamos por un plano que contenga al eje norte-sur, obtendremos una circunferencia, y a cada semicircunferencia (de polo a polo) la llamamos *meridiano*. Son todas circunferencias máximas, ya que el plano pasa por el centro de la esfera, y así cada una divide el planeta en dos hemisferios. Hay un meridiano particular, el llamado *meridiano de Greenwich*, que se toma de referencia para dividir en hemisferio oriental y hemisferio occidental.

Trópicos y el sol cenital

El ecuador no es el único paralelo famoso, hay otros que tienen nombre propio y son importantes. Dos de ellos son los llamados *trópicos*, que se sitúan a un ángulo de $23^{\circ} 26'$ por encima y por debajo del ecuador, y delimitan la *zona tropical* o *intertropical*.

En esta zona se produce en ocasiones un fenómeno curioso, llamado *sol cenital*, y que en las islas de Hawai'i recibe el nombre de *Lāhainā noon*. ¡Mientras dura este fenómeno, hay algunos objetos que parece que no proyectan sombras!

Vuestro trabajo consistirá en investigar un poco sobre estos dos temas. Para guiaros en vuestras pesquisas, os propongo unos puntos sobre los que podéis explorar:

- El ángulo con el que definimos antes los trópicos es un poco extraño. ¿Por qué son esos y no otros los paralelos señalados? ¿Qué característica distingue la zona intertropical del resto del planeta?
- Ambos trópicos, el norte y el sur, tienen nombres propios. ¿Cuáles son? ¿De dónde provienen?
- En la zona intertropical hay unas características climáticas muy particulares, que se definen como *clima tropical*. ¿Qué lo caracteriza? Dad algún ejemplo de flora o fauna que se pueda encontrar solo en climas tropicales.
- ¿Qué partes de la Tierra quedan entre los trópicos? Dad algunos ejemplos de países en la zona intertropical.
- El sol cenital solamente ocurre en la zona intertropical. ¿Por qué no es posible ese efecto en otros lugares? ¿Cuántas veces al año ocurre?
- Antes decíamos que había objetos que durante estos días parecía que no proyectaban sombra. ¿Qué objetos serán, o cuál debe ser su colocación?
- Por la red circulan imágenes que ilustran muy bien este curioso fenómeno. Podéis usar alguna para explicarlo.
- En Hawai'i, el nombre de *Lāhainā noon* es bastante reciente, antiguamente se conocía con otro nombre que parece más descriptivo. ¿Cuál es? ¿Qué significa?

Una vez que tengáis la información recogida, de estas u otras cuestiones relacionadas con estos dos temas, debéis preparar una exposición para presentar al resto de la clase. La presentación tendrá una duración de unos 10 minutos, y podéis usar los recursos tecnológicos que queráis: powerpoint, prezi, genially... No debe consistir únicamente en responder a las preguntas, sino que debe articularse un discurso coherente, hilando en la medida de lo posible toda la información.

Además, el resto de grupos solo tiene la información que aparece en la introducción, así que es conveniente utilizar algún tipo de introducción a los temas. Todos los miembros del equipo deben participar en la exposición oral, pero el reparto de tareas es libre, y debéis decidirlo dentro del grupo. Se valorarán la relación de los contenidos con las matemáticas y otras disciplinas que puedan intervenir (Historia, Geografía...), la claridad de la presentación y el discurso, la creatividad y originalidad y el uso de un lenguaje científico apropiado.

La geometría de la esfera terrestre: polos y el sol de medianoche

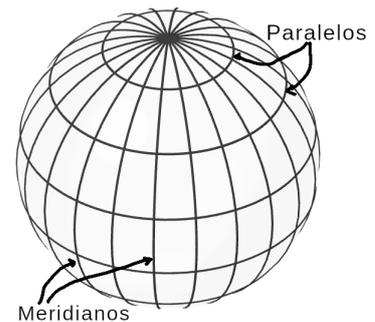
Guion e instrucciones

Introducción

La Tierra, como ya sabéis, tiene forma esférica, aunque está ligeramente achatada por los polos. Esta diferencia con una esfera perfecta es muy pequeña, y vamos a olvidarnos por ahora de ella; con lo cual, supondremos que la Tierra es una esfera perfecta. Tiene un diámetro de unos 12 750 km, lo cual hace inviable representarla a tamaño real. Por tanto, si queremos hacerlo, usaremos maquetas a escala. A estas maquetas se les llama *globos terráqueos*.

¿Recordáis qué pasaba cuando hacíamos la intersección de una esfera con un plano? Obteníamos circunferencias, y nos dividían la esfera en dos *casquetes esféricos*. Había, además, un caso particular: cuando el plano pasaba por el centro de la esfera, la circunferencia se llamaba *circunferencia máxima*, y los casquetes, que eran iguales, *semiesferas*. Además, si en vez de uno usamos dos planos paralelos, obtenemos dos circunferencias y, entre los planos, una *zona esférica*.

Pues con la Tierra, como es una esfera, pasa lo mismo. Si el plano es perpendicular al eje norte-sur, es decir, el eje de rotación, al hacer la intersección, las circunferencias que obtenemos las llamamos *paralelos*. Entre dos paralelos hay una *zona*, y por encima y por debajo, sendos *casquetes*. A la circunferencia máxima, la llamamos *ecuador*, y divide la Tierra en dos *hemisferios*, norte y sur.



Estudiábamos también qué ocurría al cortar una esfera por dos planos que pasaran por un diámetro: obteníamos una *cuña esférica*, y a su superficie la llamábamos *huso esférico*. En la Tierra, si cortamos por un plano que contenga al eje norte-sur, obtendremos una circunferencia, y a cada semicircunferencia (de polo a polo) la llamamos *meridiano*. Son todas circunferencias máximas, ya que el plano pasa por el centro de la esfera, y así cada una divide el planeta en dos hemisferios. Hay un meridiano particular, el llamado *meridiano de Greenwich*, que se toma de referencia para dividir en hemisferio oriental y hemisferio occidental.

Polos y el sol de medianoche

El ecuador no es el único paralelo famoso, hay otros que tienen nombre propio y son importantes. Dos de ellos son los llamados *círculos polares*, que se sitúan a un ángulo de $66^{\circ} 33'$ al norte (el *círculo polar ártico*) y al sur (*círculo polar antártico*) del ecuador. Entre estos y los polos se encuentran dos casquetes polares: el *Ártico*, al norte, y el *Antártico*, al sur.

En estas zonas se producen dos fenómenos curiosos, íntimamente relacionados, que reciben los nombres de *sol de medianoche* (o *día polar*) y *noche polar*, y que son un atractivo turístico y fuente de celebraciones y festividades locales.

Vuestro trabajo consistirá en investigar un poco sobre estos dos temas. Para guiaros en vuestras pesquisas, os propongo unos puntos sobre los que podéis explorar:

- El ángulo con el que definimos antes los círculos polares es un poco extraño. ¿Por qué son esos y no otros los paralelos señalados? ¿Qué característica distingue los casquetes polares del resto del planeta?
- ¿De dónde vienen los nombres de Ártico y Antártico?
- En estas zonas hay unas características climáticas muy particulares, que se definen como *clima polar*. ¿Qué lo caracteriza? ¿Existe fauna y flora autóctonas de este clima?
- Al contrario que el Ártico, dentro del círculo polar antártico solo hay un continente que tenga tierra firme, la Antártida. ¿Cómo es este continente? ¿Tiene habitantes nativos? ¿Qué actividades se llevan a cabo?
- ¿En qué consiste el sol de medianoche? ¿Cuándo ocurre?
- La noche polar es, en cierta medida, el efecto contrario al día polar. ¿En qué consiste? ¿Cuándo ocurre?
- ¿Cómo son los días y las noches en los polos geográficos?
- Al amparo del sol de medianoche, son comunes las celebraciones, y existen varios festivales (de música, cine, teatro...) que se celebran en esas fechas. Buscad información sobre alguno.

Una vez que tengáis la información recogida, de estas u otras cuestiones relacionadas con estos dos temas, debéis preparar una exposición para presentar al resto de la clase. La presentación tendrá una duración de unos 10 minutos, y podéis usar los recursos tecnológicos que queráis: powerpoint, prezi, genially... No debe consistir únicamente en responder a las preguntas, sino que debe articularse un discurso coherente, hilando en la medida de lo posible toda la información.

Además, el resto de grupos solo tiene la información que aparece en la introducción, así que es conveniente utilizar algún tipo de introducción a los temas. Todos los miembros del equipo deben participar en la exposición oral, pero el reparto de tareas es libre, y debéis decidirlo dentro del grupo. Se valorarán la relación de los contenidos con las matemáticas y otras disciplinas que puedan intervenir (Historia, Geografía...), la claridad de la presentación y el discurso, la creatividad y originalidad y el uso de un lenguaje científico apropiado.

La geometría de la esfera terrestre: meridianos y husos horarios

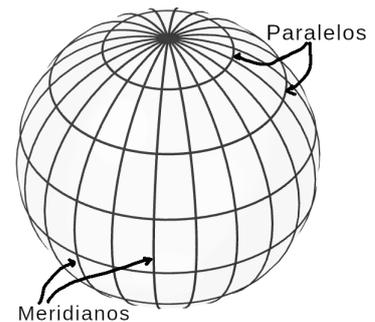
Guion e instrucciones

Introducción

La Tierra, como ya sabéis, tiene forma esférica, aunque está ligeramente achatada por los polos. Esta diferencia con una esfera perfecta es muy pequeña, y vamos a olvidarnos por ahora de ella; con lo cual, supondremos que la Tierra es una esfera perfecta. Tiene un diámetro de unos 12 750 km, lo cual hace inviable representarla a tamaño real. Por tanto, si queremos hacerlo, usaremos maquetas a escala. A estas maquetas se les llama *globos terráqueos*.

¿Recordáis qué pasaba cuando hacíamos la intersección de una esfera con un plano? Obteníamos circunferencias, y nos dividían la esfera en dos *casquetes esféricos*. Había, además, un caso particular: cuando el plano pasaba por el centro de la esfera, la circunferencia se llamaba *circunferencia máxima*, y los casquetes, que eran iguales, *semiesferas*. Además, si en vez de uno usamos dos planos paralelos, obtenemos dos circunferencias y, entre los planos, una *zona esférica*.

Pues con la Tierra, como es una esfera, pasa lo mismo. Si el plano es perpendicular al eje norte-sur, es decir, el eje de rotación, al hacer la intersección, las circunferencias que obtenemos las llamamos *paralelos*. Entre dos paralelos hay una *zona*, y por encima y por debajo, sendos *casquetes*. A la circunferencia máxima, la llamamos *ecuador*, y divide la Tierra en dos *hemisferios*, norte y sur.



Estudiábamos también qué ocurría al cortar una esfera por dos planos que pasasen por un diámetro: obteníamos una *cuña esférica*, y a su superficie la llamábamos *huso esférico*. En la Tierra, si cortamos por un plano que contenga al eje norte-sur, obtendremos una circunferencia, y a cada semicircunferencia (de polo a polo) la llamamos *meridiano*. Son todas circunferencias máximas, ya que el plano pasa por el centro de la esfera, y así cada una divide el planeta en dos hemisferios. Hay un meridiano particular, el llamado *meridiano de Greenwich*, que se toma de referencia para dividir en hemisferio oriental y hemisferio occidental.

Meridianos y husos horarios

En cartografía, se utiliza el meridiano de Greenwich como referencia. A la derecha del mismo, estaremos en el Este, y a la izquierda, en el Oeste. Para los paralelos se utiliza el ecuador como referencia, y el motivo es que es el único paralelo que forma una circunferencia máxima. Pero la elección del meridiano de Greenwich como línea de origen es arbitraria, y responde a cuestiones más bien políticas que matemáticas.

Uno de los usos de este meridiano, y en general de todos, es el establecimiento de un *estándar de tiempo* y de los *husos horarios*: a partir de un meridiano de referencia, se van creando franjas que comparten la misma hora. Este fue un paso importante en la estandarización de la industria y el comercio, y se decidió en la *Conferencia Internacional del Meridiano*, de 1884, en Washington DC.

Vuestro trabajo consistirá en investigar un poco sobre estos dos temas. Para guiaros en vuestras pesquisas, os propongo unos puntos sobre los que podéis explorar:

- El meridiano de Greenwich no es el primer *meridiano principal*, antes de su elección ya se usaban otros para hacer mediciones y referencias. Citad algunos meridianos de referencia que se utilizasen.
- ¿De dónde viene el nombre de meridiano de Greenwich?
- El meridiano de Greenwich atraviesa la península ibérica. ¿Por dónde? ¿Qué provincias o ciudades atraviesa?
- ¿Por qué se tomo la decisión, en la Conferencia Internacional del Meridiano, de adoptar el de Greenwich como meridiano cero? ¿Qué países estaban presentes? ¿Qué otras propuestas había?
- Al lado contrario del de Greenwich hay otro meridiano, el *meridiano 180*. ¿Qué ocurre cuando pasamos de un lado a otro de este meridiano?
- Buscad un mapa con los husos horarios. ¿Las líneas de cambio de hora siguen exactamente la red marcada por los meridianos? ¿Por qué creéis que puede ocurrir esto?
- Si miramos el mapa de husos horarios también podremos observar que España no tiene el horario que le correspondería, ya que el meridiano de Greenwich atraviesa la península pero la hora es la misma que la de Alemania. ¿Desde cuándo y por qué sucede esta disparidad?
- Hay países que, por su extensión, tienen más de un horario. Ese es el caso, por ejemplo, de Australia. ¿Qué husos horarios tiene este país? ¿Qué peculiaridad tiene con otros países en los que haya varios husos, por ejemplo, Estados Unidos?

Una vez que tengáis la información recogida, de estas u otras cuestiones relacionadas con estos dos temas, debéis preparar una exposición para presentar al resto de la clase. La presentación tendrá una duración de unos 10 minutos, y podéis usar los recursos tecnológicos que queráis: powerpoint, prezi, genially... No debe consistir únicamente en responder a las preguntas, sino que debe articularse un discurso coherente, hilando en la medida de lo posible toda la información. Además, el resto de grupos solo tiene la información que aparece en la introducción, así que es conveniente utilizar algún tipo de introducción a los temas. Todos los miembros del equipo deben participar en la exposición oral, pero el reparto de tareas es libre, y debéis decidirlo dentro del grupo. Se valorarán la relación de los contenidos con las matemáticas y otras disciplinas que puedan intervenir (Historia, Geografía...), la claridad de la presentación y el discurso, la creatividad y originalidad y el uso de un lenguaje científico apropiado.