



Universidad de Oviedo

**Facultad de Formación del Profesorado y Educación**

**Máster en Formación del Profesorado de  
Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y  
Formación Profesional**

**Introducción a la Criptografía a través de los  
Polinomios y el Cine: Descifrando Enigma**

***An Introduction to Cryptography using  
Polynomials and Cinema: The Imitation Game***

**TRABAJO FIN DE MÁSTER**

Autora: Daniela Stromer Gutiérrez

Tutor: Manuel José Fernández Gutiérrez

Mayo 2022

## Resumen

En este documento se recoge el Trabajo Fin de Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional de la Universidad de Oviedo, impartido durante el curso 2021/2022, en la especialidad de Matemáticas. A lo largo del presente trabajo, se muestra, estructurado en tres apartados principales, la aportación de las diferentes asignaturas que componen el máster a la formación de la futura docente, así como una breve reflexión acerca de la experiencia vivida a través de las prácticas profesionales, una propuesta de programación didáctica para la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de cuarto curso de Educación Secundaria Obligatoria y una propuesta de innovación educativa aplicada a dicho curso, cuyo objetivo de cambio es favorecer la motivación del alumnado hacia la asignatura de Matemáticas a través de un taller de actividades de introducción a la criptografía tradicional y moderna, utilizando el cine, en concreto la película “Descifrando Enigma”, como recurso didáctico complementario.

## Abstract

*This paper shows the Master's dissertation in Teacher Training of Compulsory Secondary Education, Baccalaureate and Vocational Training at the University of Oviedo, taught during the academic year 2021/2022, in the speciality of Mathematics. Throughout this project, structured in three main sections, it is shown the contribution of the different subjects comprising the master's degree to the professional training of the future teacher, along with a brief reflection on the experience lived through the professional training, a syllabus proposal for the subject Mathematics Oriented to Academic Teaching of the fourth year of Compulsory Secondary Education and a proposal of educational innovation applied to this subject, whose main goal is to encourage the motivation of students towards the subject of Mathematics through a workshop of introductory activities to traditional and modern cryptography, using cinema, in particular, the film "The Imitation Game", as a complementary educational resource.*

## ÍNDICE

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. Introducción</b> .....  | <b>5</b>  |
| <b>2. Reflexión sobre la formación y las prácticas</b> .....              | <b>6</b>  |
| 2.1 Reflexión sobre la formación recibida .....                           | 6         |
| 2.2 Reflexión sobre las prácticas profesionales realizadas .....          | 8         |
| <b>3. Propuesta de programación docente</b> .....                         | <b>10</b> |
| 3.1. Justificación .....  | 10        |
| 3.2. Contexto .....   | 12        |
| 3.3. Competencias clave .....   | 13        |
| 3.4. Objetivos .....  | 16        |
| 3.5. Contenidos y temporalización .....                                   | 21        |
| 3.6. Metodología .....  | 43        |
| 3.7. Evaluación .....   | 44        |
| 3.8. Actividades de refuerzo .....  | 47        |
| 3.9. Atención a la diversidad .....                                       | 47        |
| 3.10. Evaluación de la práctica docente .....                             | 49        |
| 3.11. Propuesta de Unidad didáctica .....                                 | 49        |
| <b>4. Propuesta de innovación educativa</b> .....                         | <b>56</b> |
| 4.1. Contextualización de la propuesta y fundamentación teórica .....     | 56        |
| 4.1.1. El cine como recurso didáctico en el aula de Matemáticas .....     | 55        |
| 4.1.2. La historia como recurso didáctico en el aula de Matemáticas ..... | 58        |
| 4.1.3. La relación entre los polinomios y la criptografía .....           | 59        |
| 4.2. Análisis de necesidades .....  | 64        |
| 4.3. Justificación del proyecto .....                                     | 65        |
| 4.4. Instrumentos de recogida de información .....                        | 66        |
| 4.5. Análisis de resultados .....   | 67        |
| 4.6. Descripción de la implementación y desarrollo de la propuesta .....  | 69        |

|  |           |
|--|-----------|
| 4.6.1. Metodología y recursos .....                          | 69        |
| 4.6.2. Secuenciación de las actividades .....                | 70        |
| 4.6.3. Evaluación de las actividades .....                   | 81        |
| 4.7. Evaluación de la propuesta .....                        | 82        |
| 4.8. Análisis de los resultados de la evaluación .....       | 84        |
| 4.9. Reflexión personal sobre el proceso de innovación ..... | 86        |
| <b>5. Conclusiones.....</b>                                  | <b>88</b> |
| <b>6. Bibliografía.....</b>                                  | <b>89</b> |
| <b>7. Anexo .....</b>  | <b>91</b> |

## 1. Introducción

A lo largo de este Trabajo de Fin de Máster, se realiza una síntesis de los conocimientos adquiridos a través del Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Formación Profesional durante el presente curso académico 2021/2022, mediante el cual se pretende formar al futuro docente en los valores y funciones que un profesional de la educación debe adquirir y desarrollar para poder ejercer y desempeñar su labor profesional con éxito.

En primer lugar, se recoge una síntesis de la formación recibida a través de las diferentes asignaturas que componen los dos cuatrimestres del máster universitario. Además, se incluyen dos breves reflexiones sobre la formación académica recibida y acerca de la experiencia personal resultante de la formación profesional realizada durante las 13 semanas de prácticas docentes en un centro educativo.

En segundo lugar, se justifica y se incluye el diseño de una propuesta de programación didáctica para la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de cuarto curso de Educación Secundaria Obligatoria, en la cual se recogen diferentes aspectos, como los contenidos a impartir, la secuenciación, la metodología o los instrumentos de evaluación, entre otros.

En tercer y último lugar, se realiza una propuesta de innovación docente aplicada a dicho curso, en relación con la programación y, en concreto, con la unidad didáctica desarrollada en el apartado mencionado anteriormente. El principal objetivo de esta propuesta es permitir al alumnado aprender acerca de algunas de las aplicaciones de los polinomios más allá de lo abordado generalmente en el aula de Matemáticas, para incrementar la motivación del alumnado hacia la asignatura, y situando a los estudiantes en un contexto histórico, recurriendo a fragmentos de la obra cinematográfica “Descifrando Enigma” e introduciendo nociones de la criptografía histórica y la criptografía moderna. Para lograrlo, la propuesta consta de una serie de tareas presentadas a lo largo de 4 sesiones que forman parte de la unidad didáctica que se desarrolla en este trabajo.

## 2. Reflexión sobre la formación y las prácticas

A continuación, se incluye una breve reflexión acerca de la formación obtenida y sobre las prácticas profesionales realizadas.

### 2.1. Reflexión sobre la formación recibida

Desde el principio del máster, las asignaturas del primer cuatrimestre me han resultado muy interesantes y necesarias. Realmente, debido a mi previa formación universitaria de grado, no era el tipo de contenidos ni formato de clases al que estaba acostumbrada y considero que, en parte, es una de las razones por la que me han resultado tan atractivas. Al tratarse del campo de la docencia y la educación, el conocimiento que he adquirido me ha servido, no solo en el ámbito profesional de la docencia, sino también a nivel personal.

A continuación, se añade un pequeño comentario sobre cada asignatura cursada durante mi formación:

- *Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad*: sin duda, esta ha sido la asignatura que más bonita e interesante me ha resultado, pues el foco de la asignatura se centró en los diferentes comportamientos que desarrolla el ser humano a la hora de aprender y adquirir diferentes conductas, así como diferentes alternativas para corregirlas, mencionando algunos de los experimentos más destacados a lo largo de la historia que condujeron a las diversas teorías. Además, esta asignatura me ha permitido ampliar mi conocimiento y crear conciencia acerca de las diferentes formas de aprendizaje y las etapas de maduración del alumnado.
- *Aprendizaje y Enseñanza (Matemáticas)*: en la especialidad de Matemáticas, esta asignatura está dividida en tres bloques: elaboración de una unidad didáctica, evaluación y metodología. Cada bloque contiene una parte teórica, una parte de aplicación y un examen. Considero que, aunque realmente todos los bloques me resultaron muy útiles, de cara a desarrollarlo durante las prácticas, la parte teórica de la metodología fue la que más interesante me pareció, donde estudiamos el concepto de aprendizaje y algunas de las teorías.

- *Complementos de la Formación Disciplinar (Matemáticas)*: a lo largo de esta asignatura, secuenciado en tres diferentes bloques (Estadística y Probabilidad, Álgebra y Cálculo, y Geometría), abordamos los contenidos de los currículos de ESO y Bachillerato, realizando trabajos tanto grupales como individuales, a través de las cuales analizamos y comparamos libros de texto, incluyendo en todo momento exposiciones ante nuestros compañeros, lo que, desde mi punto de vista, favoreció mucho a nuestra expresión oral y exposición en público, capacidades evidentes y necesarias en la profesión docente, que uno debe entrenar y mejorar continuamente.
- *El Cine y la Literatura en el Aula de Ciencias*: esta ha sido la asignatura más curiosa y amena. Como buena amante del cine, saqué mucho provecho de las sesiones de esta asignatura, obteniendo ideas muy interesantes e innovadoras para trabajar en el aula y comprendiendo que, mediante recursos audiovisuales, es más probable que el alumnado guarde los contenidos en su memoria a largo plazo y desarrolle una mayor atracción y motivación por la asignatura.
- *Diseño y Desarrollo del Currículum*: en esta asignatura llevamos a cabo diferentes actividades de cara a un proyecto final, en el que tuvimos que diseñar una actividad en la que, desde nuestra especialidad, abordábamos todas las competencias clave, incluyendo las rúbricas necesarias para una evaluación de dicha actividad, así como el curso en el que se llevaría a cabo y los contenidos a enseñar. Gracias a esta asignatura comprendí el significado y la importancia de las competencias clave, algo que personalmente desconocía.
- *Procesos y Contextos Educativos*: esta asignatura me ha permitido ver que el funcionamiento de un centro no es tan sencillo como pensaba y me ha aportado mucha información acerca de la historia de la educación en España, los cambios que supusieron las numerosas leyes que se han ido implantando a lo largo de la historia y los documentos institucionales de cada centro. Además, estudiamos las diferentes situaciones y circunstancias que podemos encontrarnos como docentes en el aula, realizando simulaciones, y analizando los diferentes roles del alumnado, lo cual fue muy interesante y de gran utilidad. Finalmente, en los dos últimos bloques, abordamos el tema de la acción tutorial, la orientación educativa y la atención a la diversidad.

- *Sociedad, Familia y Educación*: en esta asignatura tratamos algunos temas sobre la educación en valores, como los estereotipos de etnia o la identidad de género. Por otro lado, establecimos las diferentes relaciones entre el centro, el profesorado y las familias, considerando diversas actividades y acciones a llevar a cabo, con el objetivo de favorecer al alumnado. Además, hemos realizado exposiciones orales para cada tema, lo cual me permitió ganar más confianza en mí misma a la hora de hablar en público.
- *Tecnologías de la Información y la Comunicación*: esta asignatura, aunque muy breve, me permitió expresar las diferentes opciones para enseñar Matemáticas mediante el uso de las TIC.
- *Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa*: esta asignatura constaba de clases teóricas y de clases prácticas. Considero que las clases prácticas fueron realmente productivas, pues debatíamos en grupos sobre temas actuales que deberían cambiar en el día a día en los centros, sugiriendo nuevas ideas o propuestas innovadoras posteriormente ante la clase.

En resumen, las diferentes asignaturas del máster han aportado su grano de arena en mi formación conjunta como docente y, en concreto, la comprensión de los diferentes documentos del centro y del funcionamiento de este, así como la elaboración y secuenciación de las unidades didácticas, no hubiesen sido posibles sin dicha formación previa.

## **2.2. Reflexión sobre las prácticas profesionales realizadas**

Como bien se dice, para saberlo o sentirlo, hay que vivirlo. Por esta razón, las prácticas han sido parte imprescindible y necesaria de mi formación como docente, no solo para poner en práctica los conocimientos adquiridos a lo largo del curso y tener la experiencia de vivir las diferentes situaciones que se dan en un aula y en un centro educativo, sino también para experimentar el día a día de un docente y ser capaz de decidir si realmente mi lugar está en la docencia.

Sinceramente, aunque al principio de las prácticas no era capaz de apreciarlo, considero que el cronograma en que el contenido de las asignaturas del máster se ha ido proporcionando, así como las plantillas y los documentos a cumplimentar durante las

prácticas que se nos han proporcionado, están perfectamente sincronizados con los conocimientos que tras la formación realizada debemos adquirir y que han contribuido a la producción de este trabajo. Además, a través de las prácticas, me he podido informar acerca de diferentes temas que, quizás, de lo contrario, no hubiese descubierto o aprendido, como puede ser el funcionamiento del Departamento de Orientación.

A nivel personal, las prácticas docentes me han servido para ganar autoconfianza y seguridad en mí misma a la hora de compartir mis conocimientos y enseñar frente a un grupo-aula y, según avanzaban las sesiones, he podido aprender de ciertos aspectos propios que consideré que debía corregir o tener en cuenta para las sesiones posteriores, así como de aquellas actitudes de otros docentes, en concreto, de mi tutora del centro, que observé con gran admiración.

En definitiva, gracias a la experiencia vivida durante mi periodo en prácticas, me he dado cuenta, y pienso fielmente, que enseñar es la profesión más bonita que existe, pues, según uno va adquiriendo experiencia y, con el tiempo, haciéndose mayor, el hecho de compartir conocimientos y el día a día con adolescentes, permite que uno se sienta y mantenga joven. Está claro que no es una tarea fácil y que nos veremos continuamente en situaciones delicadas, sensibles o complicadas; sin embargo, es importante que nos quedemos con la parte gratificante. Nosotros enseñamos y compartimos nuestros conocimientos y experiencias con los y las jóvenes que serán los ciudadanos y las ciudadanas de mañana, pero estoy segura de que ellos nos enseñan mucho más y nos obligan así a permanecer en un continuo aprendizaje, a reinventarnos y a adaptarnos a esta sociedad cada vez más cambiante, caótica y diversa.

### **3. Propuesta de programación docente**

La propuesta de programación docente que en este trabajo se plantea ha sido diseñada para la asignatura “Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas” de cuarto curso de Educación Secundaria Obligatoria, la cual ha sido elaborada acorde a la legislación vigente, que se especificará a lo largo de los diferentes apartados que se detallan en este trabajo.

El objetivo principal del diseño de una programación didáctica es establecer los diferentes aspectos que se tendrán en cuenta en el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumnado, como la metodología, los contenidos o los criterios de calificación, y permitir que, tanto el profesorado de la materia, como el alumnado y las familias, tengan acceso a dicha información.

#### **3.1. Justificación**

En primer lugar, las matemáticas están presentes en el día a día del alumnado, desde la información que reciben a través de los medios de comunicación como las diferentes formas de resolver problemas de la vida cotidiana. Los contenidos del currículo de Matemáticas, divididos en 5 bloques principales, engloban los contenidos que se deben abordar a lo largo del curso, los cuales contribuyen al desarrollo del razonamiento matemático, del pensamiento crítico y analítico y a la búsqueda de alternativas a la hora de resolver problemas en diferentes contextos. Además, los conocimientos adquiridos a través de esta materia ejercen de conceptos inclusores en el proceso de enseñanza-aprendizaje de otras materias del ámbito tecnológico o social, como dibujo técnico, tecnología o economía.

En segundo lugar, el objetivo de esta programación es facilitar al alumnado la comprensión de los contenidos que se imparten, permitiéndole reforzar así su autoconfianza y autonomía en la toma de decisiones, partiendo de conceptos familiares de su contexto cotidiano para, a partir de estos, ser capaz de establecer relaciones cognitivas con conceptos nuevos más complejos, mediante el uso del lenguaje matemático y entrenando su capacidad de traducir lo concreto en abstracto, y viceversa.

En tercer lugar, la programación constituye el elemento principal que el profesorado utiliza como guía para planificar y organizar las sesiones de la materia, ya que se incluyen, principalmente, los contenidos, los criterios de evaluación, los estándares de

aprendizaje, la secuenciación, la metodología y los criterios de calificación, entre otros elementos.

En cuarto lugar, en relación a la secuenciación de la presente programación, cabe mencionar que, a diferencia del orden en que los bloques del currículo oficial se presentan normalmente, se ha decidido secuenciar las unidades didácticas para comenzar a impartir la materia por el bloque de Estadística y Probabilidad, puesto que es un bloque que, frecuentemente, por falta de tiempo, no suele completarse con la calma y adecuación que el logro de los objetivos de aprendizaje relacionados requiere. Dicho bloque 5, se divide en tres unidades didácticas que se imparten en el siguiente orden: Combinatoria, Probabilidad y Estadística. Se ha decidido introducir Probabilidad antes que Estadística con el objetivo de sumergir al alumnado en la materia, atrayendo su atención mediante el uso de objetos manipulativos (i.e. dados, monedas, baraja de cartas), pues el nivel de incertidumbre de aquello que se espera que suceda, que se presenta a través del concepto de probabilidad, puede generar mayor atracción en el alumnado que si se parte de aquello que ya ha sucedido y cuyo resultado es conocido.

La programación se justifica, en última instancia, por la relación directa que guarda con las referencias legales de la normativa estatal y autonómica, detalladas a continuación.

## **Referencias legales**

### **Normativa estatal**

- *Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (BOE de 10 de diciembre).*
- *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. (BOE de 3 de enero)*
- *Real Decreto 83/1996, de 26 de enero, por el que se aprueba el Reglamento Orgánico de los institutos de Educación Secundaria. (BOE de 21 de febrero)*
- *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato. (BOE de 29 de enero)*

## Normativa autonómica

- *Decreto 43/2015, de 10 de junio, de Consejo de Gobierno, por el que se establece para el Principado de Asturias el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. (BOPA de 30 de junio)*
- *Decreto 42/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo del Bachillerato en el Principado de Asturias. (BOPA de 30 de junio)*
- *Resolución de 22 de abril de 2016, de la Consejería de Educación y Cultura, por la que se regula el proceso de evaluación del aprendizaje del alumnado de la Educación Secundaria Obligatoria y se establecen el procedimiento para asegurar la evaluación objetiva y los modelos de los documentos oficiales de evaluación.*

### **3.2. Contexto**

El centro en el que se llevará a cabo esta programación es un instituto público situado en una localidad de la costa asturiana. El centro cuenta aproximadamente con 300 alumnos y alumnas, repartidos en los cursos de la E.S.O. y Bachillerato. La población del concejo donde se encuentra el centro está repartida en los diferentes sectores productivos, con predominio del sector servicios, que representa más del 50% de los recursos económicos.

En general, la constitución de los grupos es equitativa, procurando la heterogeneidad de los agrupamientos con una distribución equitativa de chicos y chicas, alumnado repetidor y alumnos con dificultades, y atendiendo, a su vez, el número de asignaturas comunes en función de la optatividad, en concreto, de los grupos de 4º de ESO y Bachillerato.

Cada aula cuenta con un medidor de CO<sub>2</sub> y dispone de un ordenador con pantalla táctil conectado a un proyector, con conexión a una *webcam* para dar clases online a través de *Microsoft Teams* en caso necesario. Además, hay dos encerados, un armario y un tablón de información.

En cuanto al horario lectivo, las clases comienzan, por lo general, a las 8:35 y terminan a las 14:45, con diferentes cambios de hora entre la ESO y Bachillerato, para

evitar así que el alumnado coincida en los cambios de clase y recreos. Además, el centro permanece abierto los martes, miércoles y viernes de 16 a 18 horas para aquellas actividades de los programas de acompañamiento escolar, de la sección bilingüe o cualquier actividad de colaboración con las AMPAS de otros colegios o con entidades deportivas, entre otras.

En concreto, el alumnado de 4º de ESO está dividido en 3 grupos-aula para la asignatura de Matemáticas, siendo solo uno de ellos el del alumnado que cursa la materia de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. Este grupo-aula en el que se centra esta propuesta está formado por 10 alumnas y 9 alumnos, de los cuales ninguno precisa de Necesidades Educativas Especiales (NEE) y uno de ellos es alumno absentista. La materia se imparte a lo largo de cuatro sesiones lectivas semanales, presenciales en su totalidad.

### **3.3. Competencias clave**

Según el Decreto 43/2015, de 10 de junio (Ministerio de Educación, 2015), la materia contribuirá al desarrollo de las competencias del currículo a las que se hace referencia en el artículo 9 de dicho decreto, entendidas como capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos de esta materia con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos.

El principal objetivo será que cada centro docente diseñe actividades de aprendizaje que permitan al alumnado alcanzar los resultados de aprendizaje de varias competencias al mismo tiempo, para así lograr la adquisición eficaz de estas y su integración efectiva al currículo.

Por el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, se establecen las siguientes competencias del currículo:

- Comunicación lingüística (CL)
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
- Competencia digital (CD)
- Aprender a aprender (CAA)

- Competencias sociales y cívicas (CSC)
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (CSIEE)
- Conciencia y expresiones culturales (CCEC)

Al finalizar la etapa de la Enseñanza Secundaria Obligatoria, el alumno o la alumna deberá haber adquirido las competencias clave, las cuales le permitirán alcanzar su realización personal, integrarse como ciudadano en la sociedad y la vida adulta y continuar aprendiendo y adaptándose al entorno. A continuación, se especifica la contribución de la asignatura de Matemáticas al desarrollo y adquisición de las competencias clave:

- **Comunicación lingüística (CCL):** las matemáticas contribuyen a la competencia en comunicación lingüística, ya que implica el uso continuo del lenguaje matemático para expresar escrita y oralmente sucesos del mundo cotidiano y para la exposición de ideas. En concreto, en la resolución de problemas se requiere de una destreza de comprensión y expresión de los datos que se precisan para el razonamiento y la resolución de estos, ya que es la forma de formalizar el pensamiento abstracto mediante el uso de un léxico de carácter simbólico, propio del lenguaje matemático, que, al traducirlo al lenguaje cotidiano, también contribuye a la adquisición de esta competencia.
- **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT):** la contribución del currículo de Matemáticas a la adquisición de esta competencia es evidente. En todo momento, todo el currículo de la materia favorecerá al desarrollo de la competencia matemática, que implica la adquisición y el desarrollo del pensamiento lógico para que el alumno o la alumna sea capaz de interpretar la realidad, razonar, expresarse y actuar en situaciones cotidianas, manejando los elementos matemáticos básicos en dichas situaciones. Los bloques de contenidos del currículo implican que el alumno adquiera las actitudes que permitan desarrollar dichas destrezas. Las competencias básicas en ciencia y tecnología llevan implícita la comprensión y el manejo de los contenidos matemáticos, luego el currículo de Matemáticas también contribuye a la adquisición de estas.
- **Competencia digital (CD):** la materia de Matemáticas contribuye a la competencia digital a través del uso de programas informáticos, aplicaciones y

herramientas tecnológicas (la calculadora, el ordenador, *Geogebra*, etc.), las cuales facilitan la asimilación de contenidos abstractos mediante, por ejemplo, una representación gráfica, y favorecen la adquisición de nuevos conocimientos y la comprensión de conceptos matemáticos. Realmente, la destreza y el desarrollo del razonamiento matemático favorece implícitamente el desarrollo de habilidades de búsqueda y selección de la información.

- **Aprender a aprender (CAA):** el proceso de análisis y razonamiento en la comprensión y resolución de los conceptos matemáticos promueve y fomenta la autonomía del alumno para enfrentarse a la resolución de problemas y la experimentación de este mediante la creación de conjeturas y, por tanto, el desarrollo de la competencia de aprender a aprender. La adquisición de esta competencia es la que principalmente dota al alumno de la capacidad de permanecer en un continuo aprendizaje a lo largo de su vida. El ejercicio del razonamiento matemático y el aprendizaje de los contenidos del currículo de Matemáticas, tanto cooperativa como individualmente, implican que el alumno sea consciente de lo que es capaz e incremente así su autoconfianza y autonomía a la hora de hallar soluciones a problemas, no solo matemáticos, sino también en su día a día.
- **Competencias sociales y cívicas (CSC):** el bloque de Estadística y Probabilidad facilita el desarrollo del criterio científico del alumnado relacionado con aspectos sociales y cívicos, como puede ser hacer predicciones para una posterior toma de decisiones. A través del lenguaje estadístico y probabilístico, el alumnado podrá ser capaz de comprender el lenguaje utilizado en los medios de comunicación para describir sucesos del ámbito social y ciudadano. Además, en la resolución de problemas en equipo, se entrena el espíritu cooperativo y el respeto a los compañeros y compañeras, y la identificación de posibles errores durante el proceso de resolución estimula la perseverancia del alumno, así como la valoración de diferentes puntos de vista y la búsqueda y análisis de situaciones alternativas.
- **Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (CSIEE):** el pensamiento matemático y los procesos que este implica contribuyen al desarrollo del sentido

de la iniciativa y del espíritu emprendedor. La resolución y el razonamiento de problemas implica una cierta organización mental de la estructura cognitiva del alumno y cierta autonomía por parte del alumno o la alumna a la hora de escoger el procedimiento más adecuado para lograr el objetivo. Estas estrategias de toma de decisiones suponen enfrentarse a los problemas como un reto y, de esta forma, se pueden identificar como técnicas de planificación, necesarias para el desarrollo del espíritu emprendedor.

- **Conciencia y expresiones culturales (CCEC):** las Matemáticas están constantemente presentes en el ámbito histórico y cultural. En concreto, el bloque de Geometría está directamente relacionado con las diferentes expresiones artísticas y culturales desarrolladas a lo largo de la historia, basando los cánones de belleza artística en conceptos puramente matemáticos, como la simetría. En general, el aprendizaje de los contenidos del currículo de la materia facilita el análisis de obras y representaciones artísticas y humanísticas, en las que las Matemáticas están implícitas, como la métrica de los versos de un poema, contribuyendo así al desarrollo y la adquisición de conciencia y expresiones culturales.

### 3.4. Objetivos

#### Objetivos de etapa

En el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, se recogen los objetivos que el alumnado debe lograr por medio de las capacidades que se espera que desarrollen a través de la Educación Secundaria Obligatoria:

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.

j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.

k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.

l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

#### Relación entre los objetivos de etapa y las competencias clave

Por la Orden ECD/65/2015 (Ministerio de Educación, Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por el que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la Educación Primaria, la Educación Secundaria y el Bachillerato (BOE, 21/01/2015), 2015), se establece a continuación, en la Tabla 1, la relación entre los objetivos de etapa y las competencias clave.

**Tabla 1: Relación entre objetivos y competencias**

| Objetivos de etapa | Competencias clave  |
|--------------------|---------------------|
| a)                 | CCL<br>CSC<br>CAA   |
| b)                 | CSC<br>CAA<br>CSIEE |
| c)                 | CSC                 |
| d)                 | CSC                 |
| e)                 | CD<br>CAA<br>CMCT   |
| f)                 | CAA<br>CMCT         |
| g)                 | CAA<br>CSIEE        |
| h)                 | CCL<br>CCEC         |
| i)                 | CCL<br>CSC          |
| j)                 | CSC<br>CCEC         |
| k)                 | CSC                 |

|    |      |
|----|------|
| D) | CCEC |
|----|------|

### Objetivos de 4º de ESO

Según el Decreto 43/2015, de 10 de junio (Ministerio de Educación, 2015), por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias, el proceso de enseñanza y aprendizaje de la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de los cursos de 3º y 4º de ESO tendrá por objeto el desarrollo de las siguientes capacidades:

- a) Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
- b) Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
- c) Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor, utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
- d) Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos y otros) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
- e) Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
- f) Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores y otros) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y

representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.

- g) Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
- h) Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
- i) Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado, que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.
- j) Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
- k) Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

### 3.5. Contenidos y temporalización

A continuación, en la Tabla 2, se muestra la secuenciación de la programación en la que se centra este trabajo, dividiendo cada bloque de contenidos del currículo en 11 Unidades Didácticas, a excepción del bloque I, cuyos contenidos están presentes en cada una de las Unidades.

**Tabla 2: Unidades didácticas y secuenciación**

|               |            | Unidad Didáctica                                  | Temporalización          |
|---------------|------------|---|--------------------------|
| 1ª Evaluación | Bloque V   | Unidad 1: Combinatoria                            | 4 sesiones               |
|               |            | Unidad 2: Probabilidad                            | 8 sesiones               |
|               |            | Unidad 3: Estadística                             | 6 sesiones               |
|               | Bloque II  | Unidad 4: Números reales y logaritmos             | 12 sesiones              |
|               |            | Unidad 5: Expresiones algebraicas                 | 14 sesiones <sup>1</sup> |
| 2ª Evaluación | Bloque II  | Unidad 6: Ecuaciones y sistemas                   | 12 sesiones              |
|               |            | Unidad 7: Inecuaciones y sistemas                 | 12 sesiones              |
|               | Bloque III | Unidad 8: Semejanza y trigonometría               | 14 sesiones              |
| 3ª Evaluación | Bloque IV  | Unidad 9: Geometría analítica                     | 12 sesiones              |
|               | Bloque IV  | Unidad 10: Características generales de funciones | 10 sesiones              |
|               |            | Unidad 11: Funciones elementales                  | 14 sesiones              |

Durante la primera evaluación, de aproximadamente 11 semanas lectivas de duración, se abordarán las unidades didácticas referidas al bloque V de Estadística y Probabilidad, que se desarrollarán a lo largo de 18 sesiones, y las primeras dos unidades didácticas referentes al bloque II de Números y Álgebra, que se llevarán a cabo durante 26 sesiones.

<sup>1</sup> Entre las 14 sesiones de la Unidad 5 se incluyen las 4 sesiones a lo largo de las cuales se desarrolla la Propuesta de Innovación en la que se basa este trabajo.

A lo largo de la segunda evaluación se desarrollarán las unidades didácticas restantes del bloque II, a lo largo de 24 sesiones, y se impartirá, además, la primera unidad didáctica referente al bloque III de Geometría, durante 14 sesiones.

En la tercera evaluación, durante las 3 primeras semanas, se abordará la unidad didáctica restante del bloque III de Geometría y, durante las últimas 6 semanas, equivalente a 24 sesiones, se abordará el bloque IV de Funciones, dividido en dos unidades didácticas.

A continuación, en la Tabla 3, se incluyen 5 bloques, equivalentes a los 5 bloques del currículo, en los que se muestran los contenidos que se engloban en cada unidad didáctica previamente nombrada, así como los criterios de evaluación, los indicadores de logro y los estándares de aprendizaje relacionados con cada una de estas. Así, en cada tabla, se indica en la última columna el número de unidad didáctica a la que corresponde cada agrupación de contenidos y, en la columna penúltima, las competencias claves que se abordan en cada unidad. La intención de estas tablas es establecer e indicar explícitamente la relación que existe entre los distintos elementos que constituyen una programación.

**Tabla 3: Relación entre contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje y competencias clave**

| Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas  |  |  |   |                             |       |
|---|--|--|---|-----------------------------|-------|
| Contenidos  | Criterios de evaluación  | Indicadores de logro   | Estándares de aprendizaje   | C.C.                        | U.D.  |
| Planificación del proceso de resolución de problemas.   | Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema.   | Describir verbalmente, de forma razonada y con la terminología adecuada a su nivel, los pasos seguidos en la resolución de un problema.  | Expresa verbalmente, de forma razonada y con la terminología adecuada a su nivel, los pasos seguidos en la resolución de un problema.   | CCL<br>CMCT                 | Todas |
| Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver sub-problemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. | Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. | <p>Leer comprensivamente el enunciado de un problema, cercano a la realidad, que puede estar expresado mediante texto, tablas o gráficas.</p> <p>Reflexionar sobre la situación que presenta el problema identificando y explicando las ideas principales del enunciado de un problema.</p> <p>Organizar la información, haciendo un esquema, una tabla o un dibujo, eligiendo una notación adecuada.</p> <p>Esbozar y estimar las posibles soluciones del problema, antes de iniciar las fases del proceso de resolución del mismo.</p> <p>Valorar la adecuación de la solución al contexto del problema.</p> | <p>Lee comprensivamente el enunciado de un problema, cercano a la realidad, que puede estar expresado mediante texto, tablas o gráficas.</p> <p>Reflexiona sobre la situación que presenta el problema, identificando y explicando las ideas principales del enunciado de un problema.</p> <p>Organiza la información haciendo un esquema, una tabla o un dibujo, eligiendo una notación adecuada.</p> <p>Esboza y estima las posibles soluciones del problema, antes de iniciar las fases del proceso de resolución del mismo.</p> <p>Valora la adecuación de la</p> | CCL<br>CMCT<br>CAA<br>CSIEE | Todas |

|   |  |  |  |  |       |
|---|--|--|--|--|-------|
|   |  |  | solución al contexto del problema  |  |       |
|   | Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones. | Identificar en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos regularidades que le lleven a realizar generalizaciones.<br><br>Utilizar las regularidades y propiedades encontradas para estimar y predecir soluciones de otros problemas similares.     | Identifica en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos regularidades que le lleven a realizar generalizaciones.<br><br>Utiliza las regularidades y propiedades encontradas para estimar y predecir soluciones de otros problemas similares.   | CCL<br>CMCT<br>CD<br>CAA<br>CSIEE        | Todas |
| Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. | Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.  | Reflexionar sobre el modo de resolución de un problema buscando nuevas estrategias de resolución.<br><br>Compartir sus ideas con sus compañeros y compañeras.<br><br>Valorar la coherencia y la idoneidad de las soluciones.<br><br>Plantear problemas similares a otros ya resueltos. | Reflexiona sobre el modo de resolución de un problema buscando nuevas estrategias de resolución.<br><br>Comparte sus ideas con sus compañeros y compañeras.<br><br>Valora la coherencia y la idoneidad de las soluciones.<br><br>Plantea problemas similares a otros ya resueltos. | CCL<br>CMCT<br>CAA<br>CSIEE              | Todas |
| Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.  | Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.  | Buscar información, a través de distintos medios, para realizar una investigación matemática.<br><br>Analizar, seleccionar y clasificar la información recogida.   | Buscar información, a través de distintos medios, para realizar una investigación matemática.<br><br>Analiza, selecciona y clasifica la información recogida.  | CCL<br>CMCT<br>CD<br>CAA<br>CSIEE<br>CSC | Todas |

|  |  |   |  |   |       |
|--|--|---|--|---|-------|
|  |  | Elaborar un informe con las conclusiones obtenidas, utilizando el lenguaje matemático adecuado y de la forma más rigurosa posible. Presentar el informe oralmente o por escrito.  | Elabora un informe con las conclusiones obtenidas, utilizando el lenguaje matemático adecuado y de la forma más rigurosa posible. Presenta el informe oralmente o por escrito.   |   |       |
| Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. | Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. | <p>Reconocer la utilidad de las matemáticas para resolver problemas habituales de la vida diaria, buscando la relación entre realidad y matemáticas.</p> <p>Utilizar o construir modelos matemáticos que le permitan resolver problemas en contextos diversos, proponiendo mejoras que aumenten la eficacia de dichos modelos.</p> <p>Interpretar la solución del problema en el contexto de la realidad. Plantear problemas similares a uno dado relacionando los distintos contextos matemáticos presentes en su entorno</p> <p>Ejemplificar situaciones que permitan comprender las relaciones matemáticas presentes en una situación problemática valorando</p> | <p>Reconoce la utilidad de las matemáticas para resolver problemas habituales de la vida diaria, buscando la relación entre realidad y matemáticas.</p> <p>Utiliza modelos matemáticos que le permitan resolver problemas en contextos diversos, proponiendo mejoras que aumenten la eficacia de dichos modelos.</p> <p>Interpreta la solución del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>Plantea problemas similares a otro dado, relacionando los distintos contextos matemáticos.</p> <p>Ejemplifica situaciones que permitan comprender las relaciones matemáticas</p> | CCL<br>CMCT<br>CD<br>CAA<br>CSIEE<br>CCEC | Todas |

|  |  |   |  |   |       |
|--|--|---|--|---|-------|
|  |  | positivamente el uso de modelos matemáticos para interpretar la realidad y resolver problemas.  | presentes en una situación problemática, valorando positivamente el uso de modelos matemáticos para interpretar la realidad y resolver problemas.  |   |       |
|  | Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos. | <p>Reconocer las ventajas de reflexionar sobre los procesos de razonamiento seguidos al resolver un problema como ayuda para resolver otros.</p> <p>Revisar sus propios errores para aprender de los mismos.</p> <p>Clasificar los distintos tipos de problemas y relacionarlos con las situaciones problemáticas presentes en su realidad cotidiana.</p> | <p>Reconoce las ventajas de reflexionar sobre los procesos de razonamiento seguidos al resolver un problema como ayuda para resolver otros.</p> <p>Revisa sus propios errores para aprender de los mismos.</p> <p>Clasifica los distintos tipos de problemas y relacionarlos con las situaciones problemáticas presentes en su realidad cotidiana.</p> | CCL<br>CMCT<br>CD<br>CAA<br>CSIEE<br>CCEC | Todas |

|  |   |   |   |   |              |
|--|---|---|---|---|--------------|
| <p>Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.</p> | <p>Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p> | <p>Desarrollar actitudes de esfuerzo, perseverancia y aceptación de la crítica necesarias en la actividad matemática.</p> <p>Distinguir entre lo que supone resolver un problema y un ejercicio.</p> <p>Sentir curiosidad y hacerse preguntas sobre cuestiones matemáticas relacionadas con su realidad.</p> <p>Discutir de forma argumentada la estrategia utilizada para resolver un problema, respetando y valorando otras opiniones y manifestando comportamientos favorables a la convivencia y proponiendo soluciones dialogadas.</p> <p>Desarrollar sus propias estrategias para la resolución de problemas en contextos diversos.</p> | <p>Desarrolla actitudes de esfuerzo, perseverancia y aceptación de la crítica necesarias en la actividad matemática.</p> <p>Distingue entre lo que supone resolver un problema y un ejercicio.</p> <p>Siente curiosidad y se hace preguntas sobre cuestiones matemáticas relacionadas con su realidad.</p> <p>Discute de forma argumentada la estrategia utilizada para resolver un problema, respetando y valorando otras opiniones y manifestando comportamientos favorables a la convivencia y proponiendo soluciones dialogadas.</p> <p>Desarrolla sus propias estrategias para la resolución de problemas en contextos diversos.</p> | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CD<br/>CAA<br/>CSIEE<br/>CCEC</p> | <p>Todas</p> |
|  | <p>Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p>   | <p>Verbalizar las dificultades que encuentra al desarrollar su quehacer matemático.</p> <p>Mostrar interés por superar las dificultades sin temer enfrentarse a</p>   | <p>Verbaliza las dificultades que encuentra al desarrollar su quehacer matemático.</p> <p>Muestra interés por superar las dificultades sin temer</p>  | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CAA<br/>CSIEE</p>                 | <p>Todas</p> |

|  |  |   |  |                                       |              |
|--|--|---|--|---------------------------------------|--------------|
|  |  | <p>situaciones nuevas y de creciente complejidad.</p> <p>Argumentar la toma de decisiones en función de los resultados obtenidos utilizando el lenguaje adecuado.</p>   | <p>enfrentarse a situaciones nuevas y de creciente complejidad.</p> <p>Argumenta la toma de decisiones en función de los resultados obtenidos utilizando el lenguaje adecuado.</p>   |                                       |              |
|  | <p>Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.</p> | <p>Pensar un plan para resolver un problema.</p> <p>Proceder sistemáticamente ordenando datos y decidiendo qué pasos va a dar.</p> <p>Llevar a cabo el plan pensado para resolver el problema.</p> <p>Comprobar la solución obtenida.</p> <p>Dar la solución de forma clara y concisa redactando el proceso seguido para llegar a ella.</p> <p>Valorar la precisión y sencillez del lenguaje matemático para expresar con rigor información útil en situaciones de creciente complejidad.</p> <p>Aplicar estrategias y técnicas de resolución aprendidas a lo largo de la etapa, emitiendo y justificando hipótesis, generalizando resultados</p> | <p>Piensa un plan para resolver un problema.</p> <p>Procede sistemáticamente ordenando datos y decidiendo qué pasos va a dar.</p> <p>Lleva a cabo el plan pensado para resolver el problema.</p> <p>Comprueba la solución obtenida.</p> <p>Da la solución de forma clara y concisa, redactando el proceso seguido para llegar a ella.</p> <p>Valora la precisión y sencillez del lenguaje matemático para expresar con rigor información útil en situaciones de creciente complejidad.</p> <p>Aplica estrategias y técnicas de resolución aprendidas a lo largo de la etapa, emitiendo y</p> | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CAA<br/>CSIEE</p> | <p>Todas</p> |

|   |   |   |  |                   |       |
|---|---|---|--|-------------------|-------|
|   |   | y confiando en su propia capacidad e intuición.   | justificando hipótesis, generalizando resultados y confiando en su propia capacidad e intuición.   |                   |       |
| Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para la recogida ordenada y la organización de datos; la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos; facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico; el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas; la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos; comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas. | Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas. | <p>Utilizar distintas herramientas tecnológicas para realizar cálculos, y analizar y comprender propiedades geométricas.</p> <p>Utilizar algunas herramientas tecnológicas para representar diferentes gráficos usando la más apropiada en cada caso.</p> <p>Emplear medios tecnológicos para representar los datos de un problema mediante tablas, gráficos o diagramas.</p> <p>Valorar el uso de recursos tecnológicos para realizar conjeturas, contrastar estrategias, buscar datos, realizar cálculos complejos y presentar resultados de forma clara y atractiva.</p> <p>Utilizar los medios tecnológicos para diseñar representaciones gráficas que expliquen los procesos seguidos en la resolución de un problema.</p> | <p>Utiliza distintas herramientas tecnológicas para realizar cálculos y analiza y comprende propiedades geométricas.</p> <p>Utiliza algunas herramientas tecnológicas para representar diferentes gráficos usando la más apropiada en cada caso.</p> <p>Emplea medios tecnológicos para representar los datos de un problema mediante tablas, gráficos o diagramas.</p> <p>Valora el uso de recursos tecnológicos para realizar conjeturas, contrasta estrategias, busca datos, realiza cálculos complejos y presenta resultados de forma clara y atractiva.</p> <p>Utiliza los medios tecnológicos para diseñar representaciones gráficas que expliquen los procesos seguidos en la resolución de un problema</p> | CMCT<br>CD<br>CAA | Todas |

|  |   |   |  |                            |              |
|--|---|---|--|----------------------------|--------------|
|  | <p>Utilizar las Tecnologías de la Información y la Comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo estos en entornos apropiados para facilitar la interacción.</p> | <p>Utilizar diferentes recursos tecnológicos en la búsqueda y selección de informaciones sencillas.</p> <p>Crear, con ayuda del ordenador, documentos digitales sencillos que presenten los resultados del trabajo realizado.</p> <p>Utilizar las herramientas tecnológicas de fácil uso para presentar trabajos de forma oral o escrita.</p> <p>Aprovechar diversas aplicaciones informáticas para presentar la solución de un problema, realizar gráficos, diagramas, tablas, representaciones de funciones o representaciones geométricas.</p> | <p>Utiliza diferentes recursos tecnológicos en la búsqueda y selección de informaciones sencillas.</p> <p>Crea, con ayuda del ordenador, documentos digitales sencillos que presenten los resultados del trabajo realizado.</p> <p>Utiliza las herramientas tecnológicas de fácil uso para presentar trabajos de forma oral o escrita.</p> <p>Aprovecha diversas aplicaciones informáticas para presentar la solución de un problema, realiza gráficos, diagramas, tablas, representaciones de funciones o representaciones geométricas.</p> | <p>CMCT<br/>CD<br/>CAA</p> | <p>Todas</p> |
|--|---|---|--|----------------------------|--------------|

**Bloque 2. Números y álgebra**

| Contenidos   | Criterios de evaluación   | Indicadores de logro   | Estándares de aprendizaje  | C.C.  | U.D.     |
|--|---|--|--|---|----------|
| <p>Reconocimiento de números que no pueden expresarse en forma de fracción. Números irracionales.</p> <p>Representación de números en la recta real. Intervalos.</p> <p>Potencias de exponente entero o fraccionario y radicales sencillos.</p> <p>Interpretación y uso de los números reales en diferentes contextos eligiendo la notación y aproximación adecuadas en cada caso.</p> | <p>Conocer los distintos tipos de números e interpretar el significado de algunas de sus propiedades más características: divisibilidad, paridad, infinitud, proximidad, etc.</p>   | <p>Interpretar y transmitir información cuantitativa, identificando y empleando los distintos tipos de números reales.</p> <p>Utilizar la representación más adecuada de los distintos tipos de números, empleándolos en el contexto de la resolución de problemas.</p> <p>Resolver problemas en contextos académicos o de la vida cotidiana, eligiendo las propiedades características de los números.</p>  | <p>Reconoce los distintos tipos números (naturales, enteros, racionales e irracionales y reales), indicando el criterio seguido, y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.</p> <p>Aplica propiedades características de los números al utilizarlos en contextos de resolución de problemas.</p> <p>Opera con eficacia empleando cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o programas informáticos, y utilizando la notación más adecuada.</p> | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CD<br/>CAA<br/>CSC<br/>CSIEE<br/>CCEC</p> | <p>4</p> |
| <p>Potencias de exponente racional. Operaciones y propiedades.</p> <p>Jerarquía de operaciones.</p> <p>Cálculo con porcentajes. Interés simple y compuesto.</p> <p>Logaritmos. Definición y propiedades.</p>   | <p>Utilizar los distintos tipos de números y operaciones, junto con sus propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria y otras materias del ámbito académico.</p> | <p>Clasificar los distintos tipos de números, compararlos, ordenarlos y representarlos en la recta real.</p> <p>Estimar, en el ámbito de la resolución de problemas, la posible solución, valorar su precisión y analizar la coherencia de la misma.</p> <p>Realizar operaciones con los números reales, incluidas potencias y radicales, aplicando sus propiedades y respetando la jerarquía de las operaciones.</p> <p>Conocer y aplicar la definición y las</p> | <p>Realiza estimaciones correctamente y juzga si los resultados obtenidos son razonables.</p> <p>Establece las relaciones entre radicales y potencias, opera aplicando las propiedades necesarias y resuelve problemas contextualizados.</p>   |   |          |

|  |  |   |  |   |   |
|--|--|---|--|---|---|
|  |  | <p>propiedades de los logaritmos.</p> <p>Aplicar los porcentajes y los logaritmos a problemas cotidianos de tipo financiero o a problemas relacionados con el ámbito académico.</p>   | <p>Aplica porcentajes a la resolución de problemas cotidianos y financieros y valora el empleo de medios tecnológicos cuando la complejidad de los datos lo requiera.</p> <p>Calcula logaritmos sencillos a partir de su definición o mediante la aplicación de sus propiedades y resuelve problemas sencillos.</p> <p>Compara, ordena, clasifica y representa distintos tipos de números sobre la recta numérica utilizando diferentes escalas.</p> <p>Resuelve problemas que requieran conceptos y propiedades específicas de los números.</p> |   |   |
| <p>Manipulación de expresiones algebraicas. Utilización de igualdades notables.</p> <p>Introducción al estudio de polinomios. Raíces y factorización.</p> <p>Fracciones algebraicas: simplificación y operaciones.</p> | <p>Construir e interpretar expresiones algebraicas, utilizando con destreza el lenguaje algebraico, sus operaciones y propiedades.</p> | <p>Traducir a expresiones algebraicas situaciones de su contexto más cercano: académico y vida cotidiana.</p> <p>Descomponer polinomios sacando factor común, utilizando la regla de Ruffini, las identidades notables y las ecuaciones de segundo grado.</p> <p>Operar con destreza con polinomios</p> | <p>Se expresa de manera eficaz haciendo uso del lenguaje algebraico.</p> <p>Obtiene las raíces de un polinomio y lo factoriza utilizando la regla de Ruffini u otro método más adecuado.</p> <p>Realiza operaciones con</p>  | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CD<br/>CAA<br/>CSC<br/>CSIEE<br/>CCEC</p> | 5 |

|  |  |  |  |   |   |
|--|--|--|--|---|---|
|  |  | y fracciones algebraicas sencillas.  | polinomios, igualdades notables y fracciones algebraicas sencillas.  |   |   |
| <p>Ecuaciones de grado superior a dos.</p> <p>Sistemas de ecuaciones no lineales (grado dos).</p> <p>Resolución de problemas cotidianos y de otras áreas de conocimiento mediante ecuaciones y sistemas.</p> | <p>Representar y analizar situaciones y relaciones matemáticas utilizando ecuaciones y sistemas para resolver problemas matemáticos y de contextos reales.</p>   | <p>Resolver problemas vinculados a situaciones reales mediante ecuaciones de primer grado, segundo grado, sistemas de dos ecuaciones lineales o no lineales (con dos incógnitas).</p> <p>Resolver ecuaciones de grado superior a dos utilizando la descomposición factorial.</p> <p>Expresar las soluciones de forma clara y precisa cuando se resuelve un problema, valorando la coherencia del resultado obtenido con el enunciado del problema.</p> <p>Utilizar distintos medios y recursos tecnológicos para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones.</p> | <p>Hace uso de la descomposición factorial para la resolución de ecuaciones de grado superior a dos.</p> <p>Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, lo estudia y resuelve, mediante, ecuaciones o sistemas, e interpreta los resultados obtenidos.</p> | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CD<br/>CAA<br/>CSC<br/>CSIEE<br/>CCEC</p> | 6 |
| <p>Inecuaciones de primer y segundo grado. Interpretación gráfica. Resolución de problemas.</p>  | <p>Representar y analizar situaciones y relaciones matemáticas utilizando inecuaciones y sistemas para resolver problemas matemáticos y de contextos reales.</p> | <p>Expresar las soluciones de forma clara y precisa cuando se resuelve un problema, valorando la coherencia del resultado obtenido con el enunciado del problema.</p> <p>Plantear y resolver inecuaciones de primer y segundo grado (con una incógnita), expresando la solución como intervalos de la recta real.</p>  | <p>Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, lo estudia y resuelve, mediante inecuaciones o sistemas, e interpreta los resultados obtenidos.</p>   | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CD<br/>CAA<br/>CSC<br/>CSIEE<br/>CCEC</p> | 7 |

| Bloque 3. Geometría  |  |   |  |   |          |
|--|--|---|--|---|----------|
| Contenidos   | Criterios de evaluación  | Indicadores de logro  | Estándares de aprendizaje  | C.C.  | U.D.     |
| <p>Medidas de ángulos en el sistema sexagesimal y en radianes.</p> <p>Razones trigonométricas. Relaciones entre ellas. Relaciones métricas en los triángulos.</p> <p>Aplicación de los conocimientos geométricos a la resolución de problemas métricos en el mundo físico: medida de longitudes, áreas y volúmenes.</p> <p>Semejanza. Figuras semejantes. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.</p> | <p>Utilizar las unidades angulares del sistema métrico sexagesimal e internacional y las relaciones y razones de la trigonometría elemental para resolver problemas trigonométricos en contextos reales.</p> | <p>Definir las razones trigonométricas de un ángulo agudo.</p> <p>Utilizar las relaciones trigonométricas fundamentales.</p> <p>Emplear correctamente la calculadora para resolver cuestiones trigonométricas.</p> <p>Resolver triángulos cualesquiera.</p> <p>Resolver problemas contextualizados que precisen utilizar las relaciones trigonométricas básicas</p> | <p>Utiliza conceptos y relaciones de la trigonometría básica para resolver problemas empleando medios tecnológicos, si fuera preciso, para realizar los cálculos.</p> <p>Resuelve triángulos utilizando las razones trigonométricas y sus relaciones.</p> <p>Utiliza las herramientas tecnológicas, estrategias y fórmulas apropiadas para calcular ángulos, longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos y figuras geométricas.</p> | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CD<br/>CAA<br/>CSC<br/>CSIEE<br/>CCEC</p> | <p>8</p> |
|  | <p>Calcular magnitudes efectuando medidas directas e indirectas a partir de situaciones reales, empleando los instrumentos, técnicas o fórmulas más adecuadas y aplicando las unidades de medida.</p>        | <p>Manejar las fórmulas de cálculo de ángulos, perímetros, áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos para aplicarlas en situaciones diversas, valorando los resultados obtenidos y expresándolos utilizando las unidades más adecuadas.</p> <p>Utilizar herramientas tecnológicas para calcular ángulos, longitudes, áreas y volúmenes.</p>                | <p>Utiliza las fórmulas para calcular áreas y volúmenes de triángulos, cuadriláteros, círculos, paralelepípedos, pirámides, cilindros, conos y esferas y las aplica para resolver problemas geométricos, asignando las unidades apropiadas.</p>  |   |          |

|  |   |   |  |                                    |          |
|--|---|---|--|------------------------------------|----------|
|  |   | <p>Realizar mediciones en el entorno, utilizando los instrumentos de medida disponibles para calcular longitudes, áreas y volúmenes de objetos cotidianos.</p> <p>Calcular medidas indirectas en situaciones problemáticas reales, utilizando las razones trigonométricas y las relaciones entre ellas.</p> <p>Calcular medidas de cuerpos en el espacio, observando la relación que existe entre perímetros, áreas y volúmenes de figuras semejantes.</p> <p>Aplicar los conocimientos geométricos adquiridos para calcular medidas tanto intermedias como finales en la resolución de problemas del mundo físico, expresando los resultados con las unidades de medida más adecuadas.</p> <p>Usar aplicaciones de geometría dinámica que le ayuden a comprender los conceptos y las relaciones geométricas.</p> |  |                                    |          |
| <p>Iniciación a la geometría analítica en el plano: coordenadas. Vectores. Ecuaciones de la recta. Paralelismo, perpendicularidad.</p> | <p>Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para</p> | <p>Definir un sistema de ejes coordenados y las coordenadas de un punto en el plano.</p>  | <p>Establece correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores.</p> | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CD<br/>CAA</p> | <p>9</p> |

|   |   |   |   |                               |  |
|---|---|---|---|-------------------------------|--|
| <p>Aplicaciones informáticas de geometría dinámica que faciliten la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.</p> | <p>representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas</p> | <p>Determinar las coordenadas de un vector dados su origen y su extremo.</p> <p>Calcular la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector.</p> <p>Calcular el punto medio de un segmento.</p> <p>Hallar la ecuación de una recta determinada por un punto y su vector director.</p> <p>Hallar la ecuación de una recta determinada por dos puntos.</p> <p>Calcular la pendiente de una recta.</p> <p>Reconocer y calcular la ecuación de una recta en sus distintas formas: vectorial, continua, punto-pendiente, explícita y general.</p> <p>Determinar las condiciones de incidencia, perpendicularidad y de paralelismo de dos rectas.</p> <p>Utilizar aplicaciones de geometría dinámica para describir y analizar distintas configuraciones geométricas.</p> | <p>Calcula la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector.</p> <p>Conoce el significado de pendiente de una recta y diferentes formas de calcularla.</p> <p>Calcula la ecuación de una recta de varias formas, en función de los datos conocidos.</p> <p>Reconoce distintas expresiones de la ecuación de una recta y las utiliza en el estudio analítico de las condiciones de incidencia, paralelismo y perpendicularidad.</p> <p>Utiliza recursos tecnológicos interactivos para crear figuras geométricas y observar sus propiedades y características.</p> | <p>CSC<br/>CSIEE<br/>CCEC</p> |  |
|---|---|---|---|-------------------------------|--|

| Bloque 4. Funciones   |  |   |  |   |      |
|---|--|---|--|---|------|
| Contenidos  | Criterios de evaluación  | Indicadores de logro  | Estándares de aprendizaje  | C.C.  | U.D. |
| <p>Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Análisis de resultados. Presentación de las conclusiones.</p> <p>Reconocimiento de otros modelos funcionales: aplicaciones a contextos y situaciones reales. Descripción principales características: dominio, cortes, monotonía, extremos, continuidad, simetría, periodicidad, con un lenguaje adecuado.</p> | <p>Analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales.</p> | <p>Valorar de forma crítica la información proporcionada por tablas y gráficas que se extraen de situaciones reales o medios de comunicación.</p> <p>Utilizar unidades y escalas adecuadas para realizar representaciones de datos mediante tablas y gráficos.</p> <p>Reconocer las características principales de una gráfica, dominio, monotonía, extremos, continuidad y expresarlas con un lenguaje adecuado.</p> <p>Predecir el tipo de gráfica que mejor se adecua a una tabla de valores dada y viceversa.</p> | <p>Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos sobre diversas situaciones reales.</p> <p>Representa datos mediante tablas y gráficos utilizando ejes y unidades adecuadas.</p> <p>Describe las características más importantes que se extraen de una gráfica señalando los valores puntuales o intervalos de la variable que las determinan utilizando tanto lápiz y papel como medios tecnológicos.</p> <p>Relaciona distintas tablas de valores y sus gráficas correspondientes.</p> <p>Analiza el crecimiento o decrecimiento de una función mediante la tasa de variación media calculada a partir de la expresión algebraica, una tabla de valores o de la propia gráfica.</p> | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CD<br/>CAA<br/>CSC<br/>CSIEE<br/>CCEC</p> | 10   |
| <p>Representación de funciones lineales, cuadráticas, proporcionalidad inversa, exponenciales, logarítmicas y a trozos, en casos sencillos.</p>   | <p>Identificar relaciones cuantitativas en una situación, determinar el tipo de función que puede representarlas y aproximar</p>   | <p>Diferenciar distintos tipos de funciones asociándolos con sus correspondientes gráficas.</p> <p>Asociar las gráficas de las distintas</p>  | <p>Identifica y explica relaciones entre magnitudes que pueden ser descritas mediante una relación funcional y asocia las gráficas con sus correspondientes</p>  | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CD<br/>CAA<br/>CSC</p>                    | 11   |

|   |   |   |   |                       |  |
|---|---|---|---|-----------------------|--|
| <p>La tasa de variación media como medida de la variación de una función en un intervalo.</p> <p>Utilización de medios tecnológicos como calculadoras o programas informáticos para realizar y analizar gráficas.</p> | <p>e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.</p> | <p>funciones estudiadas con sus correspondientes expresiones algebraicas.</p> <p>Representar distintos tipos de funciones: lineales, cuadráticas, proporcionalidad inversa, exponencial, logarítmica y a trozos.</p> <p>Utilizar medios tecnológicos como calculadoras o programas informáticos para representar los distintos tipos de funciones estudiadas.</p> <p>Expresar razonadamente tanto verbalmente como por escrito el comportamiento de un fenómeno a partir de una gráfica o una tabla de valores.</p> <p>Calcular la tasa de variación media a partir de una tabla de valores, una expresión algebraica o la propia gráfica y relacionarla con la monotonía de la función.</p> <p>Identificar situaciones del entorno cercano que se corresponden con modelos funcionales estudiados e interpretar su comportamiento.</p> | <p>expresiones algebraicas.</p> <p>Explica y representa gráficamente el modelo de relación entre dos magnitudes para los casos de relación lineal, cuadrática, proporcionalidad inversa, exponencial y logarítmica, empleando medios tecnológicos, si es preciso.</p> <p>Identifica, estima o calcula parámetros característicos de funciones elementales.</p> <p>Expresa razonadamente conclusiones sobre un fenómeno a partir del comportamiento de una gráfica o de los valores de una tabla.</p> <p>Interpreta situaciones reales que responden a funciones sencillas: lineales, cuadráticas, de proporcionalidad inversa, definidas a trozos y exponenciales y logarítmicas.</p> | <p>CSIEE<br/>CCEC</p> |  |
|---|---|---|---|-----------------------|--|

| Bloque 5. Estadística y Probabilidad   |  |  |   |  |      |
|--|--|--|---|--|------|
| Contenidos   | Criterios de evaluación  | Indicadores de logro   | Estándares de aprendizaje   | C.C.   | U.D. |
| Introducción a la combinatoria: combinaciones, variaciones y permutaciones. Elección de la técnica de recuento adecuada.   | Resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana aplicando las técnicas de recuento adecuadas.   | <p>Escoger la técnica de recuento más adecuada según el contexto del problema planteado.</p> <p>Realizar cálculos sencillos utilizando factoriales y números combinatorios.</p> <p>Calcular el número de elementos de un conjunto utilizando el concepto de variación, permutación o combinación según convenga.</p> <p>Reconocer situaciones asociadas a fenómenos aleatorios y describirlas adecuadamente.</p> | Aplica en problemas contextualizados los conceptos de variación, permutación y combinación  | CCL<br>CMCT<br>CAA<br>CSC                        | 1    |
| <p>Espacio muestral. Sucesos elementales, sucesos compuestos.</p> <p>Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y otras técnicas de recuento.</p> <p>Probabilidad simple y compuesta. Sucesos dependientes e independientes.</p> <p>Experiencias aleatorias compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para la asignación de</p> | Calcular probabilidades simples o compuestas aplicando la regla de Laplace, los diagramas de árbol, las tablas de contingencia u otras técnicas combinatorias. | <p>Identificar el espacio muestral asociado a experimentos aleatorios simples o compuestos sencillos utilizando la técnica de recuento más adecuada.</p> <p>Realizar diagramas de árbol o tablas de contingencia según convenga.</p> <p>Calcular probabilidades de sucesos elementales o compuestos sencillos utilizando la regla de Laplace.</p> <p>Diferenciar sucesos independientes</p>                      | <p>Identifica y describe situaciones y fenómenos de carácter aleatorio, utilizándola terminología adecuada para describir sucesos.</p> <p>Aplica técnicas de cálculo de probabilidades en la resolución de diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana.</p> <p>Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos aleatorios y simulaciones.</p> | CCL<br>CMCT<br>CD<br>CAA<br>CSC<br>CSIEE<br>CCEC | 2    |

|   |   |   |   |  |  |
|---|---|---|---|--|--|
| <p>probabilidades.</p> <p>Probabilidad condicionada.</p> <p>Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y la estadística.</p> <p>Juegos de azar y sorteos. Análisis de resultados.</p> |   | <p>y dependientes en fenómenos aleatorios sencillos.</p> <p>Calcular la probabilidad condicionada en problemas sencillos, representando las probabilidades en forma de árbol o tabla.</p> <p>Experimentar con juegos de azar o sorteos sencillos como lanzamiento de dados o monedas o extracciones de cartas y obtener conclusiones sobre las distintas probabilidades asociadas a los resultados del juego.</p>     | <p>Utiliza un vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.</p> <p>Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.</p> <p>Aplica la regla de Laplace y utiliza estrategias de recuento sencillas y técnicas combinatorias.</p>  |  |  |
|   | <p>Resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana aplicando los conceptos del cálculo de probabilidades y técnicas de recuento adecuadas.</p> | <p>Reconocer situaciones asociadas a fenómenos aleatorios y describirlas adecuadamente.</p> <p>Usar el vocabulario adecuado para describir sucesos asociados a fenómenos aleatorios.</p> <p>Emplear técnicas del cálculo de probabilidades para resolver problemas sencillos de la vida cotidiana.</p> <p>Comprobar la coherencia de los resultados obtenidos al realizar experiencias aleatorias o simulaciones.</p> | <p>Calcula la probabilidad de sucesos compuestos sencillos utilizando, especialmente, los diagramas de árbol o las tablas de contingencia.</p> <p>Resuelve problemas sencillos asociados a la probabilidad condicionada.</p> <p>Analiza matemáticamente algún juego de azar sencillo, comprendiendo sus reglas y calculando las probabilidades adecuadas.</p> |  |  |

|   |  |   |  |   |          |
|---|--|---|--|---|----------|
|   | <p>Utilizar el lenguaje adecuado para la descripción de datos y analizar e interpretar datos estadísticos que aparecen en los medios de comunicación.</p>  | <p>Indagar en los distintos medios de comunicación para descubrir noticias en las que la probabilidad sea protagonista.</p> <p>Valorar los distintos resultados probabilísticos expuestos en los medios de comunicación, reflexionando sobre su veracidad.</p> <p>Verbalizar adecuadamente situaciones relacionadas con el azar.</p>  |  |   |          |
| <p>Tipos de muestras. Representatividad.</p> <p>Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico.</p> <p>Gráficas estadísticas: distintos tipos de gráficas. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación.</p> <p>Detección de falacias.</p> <p>Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización. Uso de medios tecnológicos para su cálculo.</p> <p>Comparación de distribuciones, mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.</p> | <p>Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador) y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.</p> | <p>Realizar tablas y gráficos estadísticos asociados a distribuciones unidimensionales y bidimensionales como histogramas, diagramas de barras, polígonos de frecuencias o diagramas de puntos.</p> <p>Interpretar de forma crítica gráficos y tablas estadísticos obtenidos en distintos medios de comunicación o en contextos cercanos.</p> <p>Calcular los parámetros de centralización y dispersión para distribuciones unidimensionales y bidimensionales sencillas utilizando medios tecnológicos como calculadoras o programas informáticos.</p> | <p>Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos.</p> <p>Representa datos mediante tablas y gráficos estadísticos utilizando los medios tecnológicos más adecuados.</p> <p>Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador).</p> <p>Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas.</p> | <p>CCL<br/>CMCT<br/>CD<br/>CAA<br/>CSC<br/>CSIEE<br/>CCEC</p> | <p>3</p> |

|  |   |  |   |  |  |
|--|---|--|---|--|--|
| <p>Construcción e interpretación de diagramas de dispersión.<br/>Introducción a la correlación.</p> <p>Utilización de datos de la población española y/o asturiana para estudios estadísticos y probabilísticos.</p> |   | <p>Interpretar de forma conjunta los parámetros de centralización y dispersión de las distribuciones para obtener conclusiones sobre los datos estadísticos de las mismas.</p> <p>Elegir una muestra aleatoria y valorar su representatividad según su tamaño.</p> <p>Utilizar los diagramas de dispersión para obtener conclusiones sobre la relación existente entre dos variables estadísticas.</p> | <p>Representa diagramas de dispersión e interpreta la relación existente entre las variables.</p> <p>Utiliza un vocabulario adecuado para describir, cuantificar y analizar situaciones relacionadas con el azar.</p> |  |  |
|  | <p>Resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana aplicando los conceptos del cálculo de probabilidades y técnicas de recuento adecuadas.</p> | <p>Realizar estudios estadísticos sencillos a partir de contextos cercanos e interpretar adecuadamente las conclusiones obtenidas.</p> <p>Comunicar correctamente, tanto de forma oral como por escrito, las distintas fases de un estudio estadístico sencillo en un contexto cercano, dando especial relevancia a las conclusiones obtenidas.</p>  |   |  |  |

### **3.6. Metodología**

La metodología de una propuesta de programación docente implica la especificación de los recursos, las estrategias y los métodos didácticos que el profesorado planifica y pretende llevar a cabo de forma consciente con el objetivo de facilitar al alumnado el proceso de enseñanza-aprendizaje y que, de esta forma, se logre alcanzar los objetivos planteados.

Para organizar y planificar la materia acorde a la programación docente del departamento del centro, se debe tener en cuenta, previamente, los recursos de los que el centro dispone. La metodología principal que se aplica durante el desarrollo de esta programación se basa principalmente en las siguientes teorías: la teoría del aprendizaje asimilativo de Ausubel y la teoría del aprendizaje por descubrimiento de Bruner.

Por lo general, esta propuesta de programación se apoya en la enseñanza expositiva, siendo un factor clave, según la teoría de Ausubel, el conocimiento del docente sobre el estado inicial (previo a comenzar el proceso de enseñanza) de la estructura cognoscitiva del alumnado; estructura formada por un conjunto de esquemas de conocimiento que el alumnado ya ha adquirido previamente, en este caso, acerca del campo de las Matemáticas, y que están almacenados estableciendo un orden y una jerarquía. Al transmitir nuevos conocimientos al alumnado, el docente puede beneficiarse de aquellos contenidos y experiencias que el alumno ya ha adquirido y conseguir así que este relacione los nuevos conceptos con las estructuras y los esquemas ya existentes. (Bosch & Duprat, 2004)

Para lograr una mayor significatividad del aprendizaje, siguiendo la línea de la teoría de Ausubel, cada unidad didáctica se introduce a través de una temática de motivación, a la cual se pretende continuar recurriendo a lo largo de las sesiones, como estrategia para lograr atraer la atención del alumnado, y cada sesión se estructura de forma lógica y organizada, recurriendo a una serie de organizadores previos, para activar los conceptos necesarios en la estructura cognoscitiva del alumnado y facilitar así la asimilación de los nuevos conocimientos; y un conjunto de organizadores secuenciales en caso necesario, para que los conocimientos nuevos que se consideren oportunos se introduzcan como conceptos inclusores de los conocimientos siguientes.

Por otro lado, en aquellas sesiones dedicadas a la realización de ejercicios de aplicación, en concreto, de procesos algorítmicos, se recurre a la teoría del aprendizaje por descubrimiento guiado. Mediante secuencias inductivas, se presenta al alumno una serie de ejemplos de aplicación para que pueda inducir el principio general, así como una descripción del proceso algorítmico a aplicar, y lograr así interiorizar los conocimientos por su propia experiencia personal, siendo capaz de aplicar lo aprendido a otros ejercicios similares. Además, mediante un aprendizaje de “ensayo y error”, el alumnado debe ser capaz de reconocer cuándo se equivoca y entrenar, de esta forma, su perseverancia y autoconfianza a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas. (Valhondo, 1995)

A lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje, los siguientes recursos sirven de apoyo para facilitar la organización y transmisión de los conocimientos al alumnado:

- Pizarra: es el elemento principal para poder llevar a cabo las explicaciones y la resolución de dudas.
- Ordenador: esta herramienta facilita el uso de recursos audiovisuales, como *Geogebra*, el uso de diapositivas o la búsqueda en internet de conceptos que sirvan de apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Proyector: este complementa el uso del ordenador, permitiendo que todo el grupo-aula pueda percibir lo que se muestra en la pantalla del ordenador.
- Libro de texto: se recurre al libro de texto, principalmente, como referencia para la realización de ejercicios de aplicación de los conceptos teóricos.
- Fichas: se proporciona al alumno fotocopias que contienen tareas y ejercicios que complementen los contenidos enseñados y los ejercicios que el libro de texto ofrece.

### **3.7. Evaluación**

Según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, se recoge que la evaluación del aprendizaje del alumnado debe ser continua y diferenciada según las distintas materias.

Se puede definir la evaluación educativa como una comprobación del grado de consecución de objetivos, lo cual implica una recogida de información a través de una serie de instrumentos de evaluación, para posteriormente obtener una valoración, codificada en una calificación. (Luengo, 2001)

Así, se distingue entre dos tipos de evaluación, los cuales se llevan a cabo en el desarrollo de esta propuesta:

- La evaluación formativa: se trata de una evaluación permanente para determinar así los aspectos no asimilados por parte del alumnado y hallar formas de mejorar y ajustar el proceso de enseñanza-aprendizaje. A lo largo de cada unidad didáctica, se recoge al menos una producción de aula, instrumento de evaluación que se especifica más adelante, la cual refleja principalmente el sentido de este tipo de evaluación.
- La evaluación sumativa: consiste en una evaluación final que se refleja en una calificación numérica, resultado de sumar las diferentes calificaciones obtenidas a través de los instrumentos de evaluación que se enumeran a continuación:
  - Pruebas de evaluación: se realizan dos pruebas escritas en cada una de las tres evaluaciones, como se indica en la Tabla 3. Cada una de estas pruebas debe abordar los objetivos que se espera que el alumnado adquiera tras el proceso de aprendizaje.
  - Producciones de aula: al menos una sesión de cada unidad didáctica se dedica a la realización de una producción de aula de manera individual. Esta consiste en uno o dos ejercicios sobre los contenidos abordados hasta el momento, para comprobar así si el alumnado va comprendiendo los conceptos enseñados, lo que permite llevar a cabo una evaluación formativa.
  - Tareas: al final de algunas sesiones, el alumnado debe realizar tareas en casa sobre los conocimientos adquiridos en el aula. Estas tareas se corrigen en las sesiones siguientes, comprobando que el alumno las realice con constancia. También se incluyen en este apartado aquellas tareas o trabajos grupales que se realicen en clase.
  - Observación directa: contribuyen a este apartado la actitud, el esfuerzo y el interés que el alumno muestra por aprender y realizar las tareas que se

plantean en el aula. Además, se valora positivamente la voluntad del alumnado para salir a la pizarra a realizar los ejercicios que procedan.

**Tabla 4: Secuenciación de las pruebas de evaluación**

|                                   |            | Unidad Didáctica                                  | Prueba de evaluación |
|-----------------------------------|------------|---|----------------------|
| 1ª Evaluación                     | Bloque V   | Unidad 1: Combinatoria                            | Prueba 1             |
|                                   |            | Unidad 2: Probabilidad                            |                      |
|                                   |            | Unidad 3: Estadística                             | Prueba 2             |
| 2ª Evaluación                     | Bloque II  | Unidad 4: Números reales y logaritmos             | Prueba 3             |
|                                   |            | Unidad 5: Expresiones algebraicas                 |                      |
|                                   |            | Unidad 6: Ecuaciones y sistemas                   | Prueba 4             |
| Unidad 7: Inecuaciones y sistemas |            |   |                      |
| 3ª Evaluación                     | Bloque III | Unidad 8: Semejanza y trigonometría               | Prueba 5             |
|                                   |            | Unidad 9: Geometría analítica                     |                      |
| 3ª Evaluación                     | Bloque IV  | Unidad 10: Características generales de funciones | Prueba 6             |
|                                   |            | Unidad 11: Funciones elementales                  |                      |

En cada evaluación trimestral, se realiza la media aritmética de las dos notas numéricas obtenidas en las pruebas de evaluación correspondientes, la cual aportará al 60% de la calificación final de la evaluación, como se especifica en la Tabla 4. De la misma forma, se realiza la media aritmética de las calificaciones obtenidas en las producciones de aula presentadas a lo largo del trimestre, así como de las calificaciones de las diferentes tareas realizadas, cada una de las cuales constituye el porcentaje correspondiente que se indica en dicha tabla. Así, la nota final de la evaluación se obtiene sumando la nota numérica obtenida a partir de cada instrumento de evaluación, de acuerdo a los porcentajes que se reflejan en la Tabla 5, que se muestra a continuación.

**Tabla 5: Instrumentos de evaluación y porcentajes**

| Instrumento de evaluación | Porcentaje de la nota final de la evaluación |
|---------------------------|--|
| Pruebas de evaluación     | 60%  |
| Producciones de aula      | 20%  |
| Tareas                    | 10%  |
| Observación directa       | 10%  |

### **3.8. Actividades de refuerzo**

Para el alumnado que ha promocionado con evaluación negativa de la asignatura de Matemáticas de 3º de la ESO, se proporcionan una serie de tareas para resolver y entregar trimestralmente. Además, al final de cada trimestre el alumno debe realizar una prueba escrita de evaluación.

Es el docente actual, el que imparte la asignatura de Matemáticas que curse el alumnado en 4º de ESO, quien debe proporcionarle las tareas y ofrecer su apoyo o explicaciones adicionales en caso de que el alumno o la alumna lo requiera, así como el diseño de la prueba de evaluación.

### **3.9. Atención a la diversidad**

La diversidad en la educación debe implicar llevar a cabo un proceso de enseñanza-aprendizaje desde la igualdad, pero atendiendo a su vez de manera individualizada a las necesidades de cada alumno o alumna, para que todos y todas aspiren a tener las mismas oportunidades. Así, la atención a la diversidad en el aula tiene por objetivos asegurar los siguientes aspectos:

- La no discriminación y la no separación para conseguir que todo el alumnado alcance objetivos similares.
- La participación del alumnado en el desarrollo normal y ordinario de la actividad académica.
- El desarrollo de las medidas necesarias en función de la evolución y de las necesidades de los y las estudiantes.
- La creación de expectativas positivas en el alumnado, en su proceso de aprendizaje y en su contexto familiar y social.

- La revisión y validación de las diferentes medidas a través de procesos de seguimiento, atendiendo al grado de consecución de los objetivos y de los resultados del alumnado.

En cualquier caso, se debe tener en cuenta las medidas de atención a la diversidad establecidas por la legislación vigente. Según el Decreto 43/2015 del Principado de Asturias, se recoge que es necesario que los centros establezcan el programa de atención a la diversidad y adecuen sus programaciones a las necesidades del alumnado de cada grupo-aula, estableciendo una serie de medidas, distinguiendo entre ordinarias y singulares. En concreto, en el grupo-aula para el que se ha diseñado esta programación docente, debido a que no hay alumnado NEAE, se aplicarían, si se precisa, las siguientes medidas ordinarias:

- Agrupamientos flexibles.
- Apoyo en grupo ordinario o docencia compartida.

Si el equipo docente detecta algún tipo de dificultad en algún alumno, lo debe comunicar al tutor del grupo-aula, que es quien debe transmitir la información en las reuniones de coordinación al equipo directivo y al departamento de orientación. En dicho caso, se toman las medidas ordinarias de atención a la diversidad que se crean convenientes. En caso de que esas medidas no sean suficientes, el tutor o la tutora del grupo en el que se encuentra el alumno o la alumna, como coordinador/a de ese equipo docente, formaliza una demanda de evaluación psicopedagógica del alumno. Como resultado de este informe, se determina si el alumno/a tiene Necesidades Educativas Especiales (NEE) y, entonces, se tramita el dictamen de escolarización, que tiene la función de procurarles en el centro público con las medidas y los recursos que precise, asegurando así su no discriminación y la igualdad efectiva en el acceso y permanencia en el sistema educativo.

En caso de que, tras la evaluación del informe psicopedagógico por los servicios especializados de orientación educativa, el alumno o la alumna sea identificado con otras necesidades específicas de apoyo educativo (NEAE) vinculadas, por ejemplo, a altas capacidades intelectuales, la atención educativa se basaría, solamente si se precisa, en la adecuación del currículo, con la intención de potenciar y lograr el pleno desarrollo de las capacidades del alumno o la alumna dentro de la normalidad del aula, mediante la realización de tareas adicionales o de mayor dificultad.

### 3.10. Evaluación de la práctica docente

Mediante la evaluación de la práctica docente, se pretende analizar y revisar la actuación del profesorado atendiendo a una serie de aspectos, como la adecuación de las actividades desarrolladas, la metodología empleada, la coherencia de los contenidos abordados y el desarrollo de las unidades didácticas diseñadas que forman parte de la programación docente.

Según el *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*, se recoge que los y las docentes deberán evaluar “tanto los aprendizajes del alumnado como los procesos de enseñanza y su propia práctica docente, para lo que establecerán indicadores de logro en las programaciones didácticas” (Ministerio de Educación). De esta forma, se incluyen en esta programación dos evaluaciones de la práctica docente:

- Una autoevaluación del o la docente: el profesorado de la materia se evalúa a sí mismo mediante una plantilla de autoevaluación que alude diferentes aspectos relacionados con la relación establecida con el grupo-aula, la efectividad de metodología empleada, el grado de consecución de los objetivos propuestos, dificultades encontradas durante el transcurso de las sesiones, etc.
- Una evaluación del alumno o de la alumna: se presenta al alumnado un cuestionario de satisfacción anónimo, diseñado por el docente que imparte la asignatura, para pretender obtener un *feedback* sincero que permita al profesorado identificar aquello que realmente funciona y lo que se debe cambiar o mejorar.

### 3.11. Propuesta de Unidad Didáctica

**Título:** Expresiones algebraicas

**Número de sesiones:** 14 sesiones (4 de las cuales están destinadas al desarrollo de la Propuesta de Innovación que se recoge en este trabajo, que se desarrollarán intercaladamente entre las otras 10 sesiones, según se vaya observando que el alumnado va adquiriendo los contenidos necesarios de la Unidad Didáctica).

**Curso:** 4º ESO - Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas

## **Objetivos Generales de la Etapa con más relación con la unidad didáctica**

En esta unidad didáctica se trabajará para la consecución de los objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria especificados en el artículo 4 del Decreto 43/2015, de 10 de junio:

- Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
- Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, en su caso, en la lengua asturiana, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

## **Contenidos**

- Manipulación de expresiones algebraicas. Utilización de igualdades notables.
- Introducción al estudio de polinomios. Raíces y factorización.
- Fracciones algebraicas. Simplificación y operaciones.

## **Actividades a desarrollar por sesiones:**

**Tabla 6: Descripción de las actividades de cada sesión**

|          |  |
|----------|--|
| Sesión 1 | Se define el concepto de expresión algebraica, monomio y polinomio. Se realizan ejemplos para debatir si ciertas expresiones son monomios o no, y ejercicios sobre el uso del álgebra para expresar acontecimientos del mundo cotidiano. |
|----------|--|

|           |   |
|-----------|---|
| Sesión 2  | Se introducen las operaciones con polinomios (suma, resta y multiplicación y potenciación) y se realizan ejercicios para agilizar el cálculo de identidades notables, incluyendo el triángulo de Pascal.  |
| Sesión 3  | Se introduce el proceso algorítmico de la división euclídea de polinomios (división con caja) y la división utilizando la regla de Ruffini, mencionando la relación entre <i>ser múltiplo</i> o <i>ser factor</i> de un polinomio.                                |
| Sesión 4  | Se corrigen las tareas enviadas el día anterior y se enlaza con un pequeño debate sobre si consideran si es posible conocer el resto de una división previamente a efectuar la operación. Se enuncia el teorema del resto, enlazándolo con el teorema del factor. |
| Sesión 5  | Ejercicios y dudas.   |
| Sesión 6  | Se explica el concepto y la aplicación del proceso de factorización de polinomios y se realizan ejercicios de aplicación de la regla de Ruffini y el teorema del resto.   |
| Sesión 7  | Se introduce el concepto de fracción algebraica: suma, resta, división y multiplicación; repasando a su vez las identidades notables a la hora de hallar el denominador común y simplificar posteriormente.   |
| Sesión 8  | Se recoge una producción de aula sobre división de polinomios durante los primeros 20 minutos de la clase. Después, se realizan ejercicios de factorización de polinomios.  |
| Sesión 9  | Se continúa realizando ejercicios de factorización de polinomios, se corrigen ejercicios que hayan quedado pendientes por falta de tiempo en otras sesiones, se resuelven dudas sobre otros ejercicios que se requieran y se realizan ejercicios de repaso.       |
| Sesión 10 | Realización de la prueba de evaluación que engloba las primeras dos unidades didácticas del bloque II de Números y Álgebra, como se especifica previamente en la Tabla 5.   |

### **Metodología y recursos**

La metodología se centrará en la enseñanza expositiva, basada en explicaciones tanto teóricas como en mostrar ejemplos de los conceptos dados y sus aplicaciones. Además, se combinará con un aprendizaje por descubrimiento guiado por parte del alumnado, proporcionándoles los procesos algorítmicos necesarios (por ejemplo, los pasos para efectuar divisiones euclídeas de polinomios) para que ellos y ellas puedan

resolver los diferentes ejercicios prácticos y las operaciones de forma autónoma y, posteriormente, preguntar sus dudas.

Como recursos didácticos, se utilizará el libro de texto a la hora de realizar diferentes ejercicios de cada contenido abordado, que se complementará con alguna ficha de tareas, como la que se incluye en los anexos de este documento. Se recurrirá, como recurso audiovisual, a la aplicación *Geogebra*, por ejemplo, a la hora de representar polinomios gráficamente y observar los cortes con el eje x para comprender el sentido de la factorización de polinomios.

### **Evaluación**

En cuanto a la evaluación, se llevarán a cabo las siguientes pruebas:

- Una prueba de evaluación escrita que engloba, realmente, dos unidades didácticas, especificado previamente a lo largo de este trabajo. Esta prueba de evaluación formará parte del 60% de la asignatura
- Una producción de aula que incluya dos ejercicios a entregar durante la sesión 8 para comprobar si el alumnado va comprendiendo los contenidos enseñados: una división con caja y una división por Ruffini. Esto contribuirá al 20% de la evaluación trimestral. Esto permite llevar a cabo una evaluación formativa.
- Las tareas que se manden para realizar en casa diariamente se evaluarán como un 10% de la nota. Se comprobarán y corregirán al día siguiente al comienzo de la clase.
- Observación directa: se valorará en todo momento la actitud del alumnado en el aula, el esfuerzo e interés por aprender y la realización de las tareas tanto en clase como en casa, etc. Este apartado se considera un 10% de la nota final.

En cuanto a las 4 sesiones adicionales que forman parte de la propuesta de innovación que se recoge en este trabajo, el alumnado obtendrá una nota numérica individual de las tareas realizadas a lo largo del proyecto, y esta nota formará parte del 20% que representan en total los apartados de tareas y de observación directa.

## **Criterios de evaluación**

1. Construir e interpretar expresiones algebraicas, utilizando con destreza el lenguaje algebraico, sus operaciones y propiedades.

Para alcanzarlo, el alumnado ha de ser capaz de (objetivos de aprendizaje):

- Definir expresión algebraica.
- Definir monomio y polinomio (en una o varias indeterminadas).
- Obtener la suma, diferencia, producto y potencia de monomios y polinomios en una indeterminada.
- Reconocer identidades notables.
- Resolver divisiones euclídeas de polinomios.
- Describir la regla de Ruffini.
- Resolver divisiones aplicando la regla de Ruffini.
- Definir raíces de un polinomio.
- Enunciar el Teorema del Resto.
- Demostrar el Teorema del Resto.
- Calcular el resto de una división aplicando los Teoremas del Resto y del Factor.
- Describir la factorización de un polinomio.
- Definir el concepto de polinomio irreducible.
- Definir el concepto de fracción algebraica y de fracciones equivalentes.
- Obtener la reducción a común denominador de dos o más fracciones algebraicas.
- Calcular operaciones con fracciones algebraicas: suma, resto, producto y división.

Los estándares a los que hace referencia son:

- Se expresa de manera eficaz haciendo uso del lenguaje algebraico.
  - Obtiene las raíces de un polinomio y lo factoriza utilizando la regla de Ruffini u otro método más adecuado.
  - Realiza operaciones con polinomios, igualdades notables y fracciones algebraicas sencillas.
2. Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema.

Para conseguirlo, el alumnado deberá ser capaz de:

- Explicar con la terminología matemática adecuada la representación de la vida cotidiana en lenguaje algebraico.
- Utilizar correctamente la notación matemática adecuada.
- Resolver problemas de contexto cotidiano.

El estándar al que se hace referencia es:

- Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada

### **Contribución de la Unidad Didáctica al desarrollo de las competencias básicas**

- *Competencia en comunicación lingüística (CCL)*: el alumnado será capaz de expresarse tanto escrita como oralmente, explicando sucesos del mundo cotidiano utilizando el lenguaje algebraico. Además, desarrollará su capacidad de comprensión e interpretación de los datos de enunciados para la resolución de problemas. Asimismo, al presentar la criptografía como estrategia de motivación, el alumnado establecerá en todo momento una relación entre los polinomios y las palabras o expresiones que encriptarán y desencriptarán a lo largo de las sesiones correspondientes.
- *Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)*: se aborda en todo momento, a lo largo de toda la unidad didáctica.

- *Competencia digital (CD)*: a lo largo de las sesiones de esta unidad didáctica, se usarán herramientas tecnológicas, como la calculadora o la aplicación Geogebra, como recursos de apoyo a la hora de resolver problemas algebraicos y facilitar así la comprensión de conceptos matemáticos abstractos y la asimilación de estos.
- *Aprender a aprender (CAA)*: el alumnado deberá razonar los conceptos algebraicos y las operaciones que realice, lo que fomentará su autonomía a la hora de resolver problemas y llegando a sus propias conclusiones. A través de la metodología empleada a lo largo de las sesiones, en concreto, el aprendizaje por descubrimiento guiado, el alumno desarrollará la competencia de aprender a aprender.
- *Competencias sociales y cívicas (CSC)*: mediante la realización de tareas y ejercicios en parejas o en equipos, el alumnado desarrollará el espíritu de cooperación y el respeto de los diferentes puntos de vista u opiniones de los miembros del grupo-aula.
- *Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (CSIEE)*: la resolución y el razonamiento de los problemas y operaciones que se plantean a lo largo de la unidad didáctica, permitirán que el alumno o la alumna desarrolle estrategias de toma de decisiones enfrentándose a estos problemas como un reto, habiendo organizado y planificado previamente sus ideas, actuación característica y necesaria para desarrollar el espíritu emprendedor.
- *Conciencia y expresiones culturales (CCEC)*: a través de esta unidad didáctica y del desarrollo de la propuesta de innovación que se incluye en este trabajo, se establecerá una relación entre el concepto de polinomio y la criptografía, explicando cómo esta disciplina matemática, ya utilizada en la Antigua Roma, impulsó a poner fin a la Segunda Guerra Mundial a favor de los Aliados.

## **4. Proyecto de innovación educativa vinculada a la propuesta de programación presentada**

La palabra “*innovar*”, procedente del latín; “*in*” (“estar en”) y “*novus*” (“nuevo”), podríamos interpretarla como el acto de cambiar o transformar un sujeto o sistema en algo nuevo. En el ámbito de la educación, la acción de innovar puede abarcar diferentes niveles, pero, en todos ellos, dicha transformación o cambio debe llevar implícita una intención de mejora. Así, la innovación educativa se suele asociar a mejora, pero debemos ser conscientes de que no siempre un cambio implica mejora, a pesar de que toda mejora sí implica cambio. (Sebarroja, 2013)

Durante la realización de las prácticas educativas, he podido observar la situación del aula desde la perspectiva docente guardando aún recuerdos recientes de mi experiencia como alumna y, por tanto, la posibilidad de pensar en los recursos que me hubiesen permitido incrementar mi motivación hacia lo que se pretendía enseñar y el grado de significatividad de mi aprendizaje. Así, en este proyecto, la propuesta de innovación diseñada se refiere a un cambio en la metodología dentro del aula para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

### **4.1. Contextualización de la propuesta y fundamentación teórica**

El proyecto de innovación educativa vinculado a la propuesta de programación recogida en este trabajo está diseñado para el curso de 4º de ESO de la asignatura Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. Dicho proyecto se desarrolla durante 4 sesiones de la unidad didáctica de “Expresiones Algebraicas” de la programación. Este se basa en la explicación de los polinomios, el valor numérico correspondiente de estos y las expresiones algebraicas a través de la película “Descifrando Enigma” (2014), para mostrar así la estrecha línea que separa los polinomios del ámbito de la criptografía.

En cuanto a la fundamentación teórica, la presente propuesta se basa en tres líneas diferentes de metodología:

- El cine como recurso didáctico en el aula de Matemáticas
- La historia como recurso didáctico en el aula de Matemáticas
- La relación entre los polinomios y la criptografía

#### 4.1.1. El cine como recurso didáctico en el aula de Matemáticas

Mediante el uso de la obra cinematográfica mencionada, se pretende provocar una sensación de placer en el individuo. Al relacionar los diferentes fragmentos de esta película con la asignatura de Matemáticas, se genera en el alumnado una reacción emocional de atracción hacia la asignatura y, por consiguiente, hacia su estudio. (Llera & Álvarez, 1995)

Además de suscitar gran motivación y atracción, el uso del cine como recurso audiovisual en la educación contribuye a llevar a cabo el modelo ORA (Observar, Relacionar-reflexionar, Aplicar), ayudando a despertar la creatividad y la capacidad de análisis en el alumnado. Este recurso ayuda al alumnado a consolidar conocimientos más fácilmente, despertando la capacidad de relación de los contenidos con la vida cotidiana. Además, es una forma de trabajar transversalmente otros aspectos, como valores sociales y educativos. (Torre, Pujol, & Rajadell, 2005)

La película “Descifrando Enigma”, recurso audiovisual de esta propuesta, dirigida por Morten Tyldum y estrenada en el año 2014, narra parte de la vida del matemático británico Alan Turing entrelazando acontecimientos de su época adolescente en el internado en el que estudió y de la etapa durante la que trabajó en la instalación militar de Bletchley Park, junto con un equipo de matemáticos, con el objetivo de descifrar los mensajes encriptados por la máquina alemana Enigma durante la Segunda Guerra Mundial. (Tyldum, 2014)

Si bien ciertos matices del guion y las escenas que se muestran en este largometraje no son totalmente verídicos, el contexto histórico y la trama sí reflejan los acontecimientos que tuvieron lugar en Inglaterra entre 1939, cuando Turing se mudó a Bletchley Park, sede de la Escuela de Códigos y Cifrados del Gobierno (*Government Code and Cipher School*), y 1952, cuando Turing fue juzgado por su homosexualidad, considerada delito en Reino Unido en aquel entonces. (Copeland, 2004)

Aunque la necesidad de crear una trama más atractiva para el público conlleva a difuminar o a añadir ciertas escenas en el mundo del cine (por ejemplo, en esta obra cinematográfica, Turing llama *Cristopher* a su invención, en honor a su compañero del internado, a pesar de no ser cierto), la película proporciona escenas interesantes con ejemplos sobre la aplicación de la criptografía histórica, entre los mensajes que Turing y

su compañero Christopher intercambian durante su estancia en el internado, encriptaciones que se usan en este proyecto como parte de las primeras tareas que se proponen al alumnado y que se detallan más adelante.

#### **4.1.2. La historia como recurso didáctico en el aula de Matemáticas**

Rara vez relacionadas entre sí, las Matemáticas y la Historia pueden ejercer como tándem a la hora de presentarlas ante los alumnos. El hecho de relacionarlas cuando no se espera que se haga, permite despertar la atención del alumnado y promover el almacenamiento de los conocimientos trabajados en su memoria. La historia es la base para ordenar y documentar cómo demostraciones e invenciones relacionadas con las Matemáticas fueron surgiendo, y las Matemáticas han tenido gran influencia en ciertos acontecimientos históricos.

A pesar de la diferencia entre la historia de acontecimientos que sucedieron realmente y una historia propia de cuentos y relatos, podemos contar acontecimientos históricos en forma de relato o cuento, y el cine sirve de gran ayuda a lo que se conoce como “*Storytelling*”, del inglés, “contar historias”. Aunque el *Storytelling* como recurso didáctico suele girar en torno a cuentos de hadas, ciencia ficción, historias de detectives o cuentos de aventuras, como mencionan Schiro y Lawson en su libro “*Oral Storytelling and Teaching Mathematics*”, también se le pueden atribuir relatos autobiográficos, entre los que podemos incluir la trama detrás del recurso audiovisual de esta propuesta: la obra cinematográfica “Descifrando Enigma”. (Schiro & Lawson, 2004)

A través de una introducción al contexto de la película en forma de cuento y de una visualización de los fragmentos de esta que se consideren oportunos en cada actividad, se transmite al alumnado aspectos relevantes de la vida de Alan Turing, se realiza una breve explicación sobre el funcionamiento de la máquina Enigma estableciendo un símil de esta con la aplicación de polinomios y se incluyen, de forma secuencial, las diferentes tareas que implican comprender conceptos algebraicos, idear estrategias para resolver problemas (a través de un análisis crítico de encriptaciones) y abordar temas transversales como el papel de la mujer en la ciencia o la homosexualidad de Alan Turing que, lejos de considerarle un gran matemático en aquella época, fue juzgado y condenado.

### **4.1.3. La relación entre los polinomios y la criptografía**

La criptografía puede considerarse un conjunto de estrategias para comunicar noticias secretas. Esta ciencia surge principalmente cuando el hombre comienza a utilizar la escritura como medio de comunicación, pero encuentra la necesidad de impedir que individuos “ajenos” lean la información que se desea transmitir, algo especialmente necesario en tiempos de guerra. (Galende Díaz, 1995)

Es por ello, que en esta propuesta, para estimular un mayor atractivo hacia el contenido por parte del alumnado, este se relaciona con uno de los mayores acontecimientos históricos que han tenido lugar en el mundo, la Segunda Guerra Mundial, y la gran influencia que la criptografía y el conocimiento del matemático Alan Turing tuvieron sobre el final de esta.

Este contexto permite introducir al alumnado en un viaje a través de la criptografía, partiendo de la “histórica” o la “de lápiz y papel” y, finalmente, informándoles brevemente sobre el funcionamiento de la criptografía moderna, un material que, en cierta forma, les puede parecer lejano, pero que, tarde o temprano, deben comprender su significado en su etapa adulta.

- **Criptografía histórica**

Entre los diferentes métodos tradicionales de criptografía histórica, esta propuesta se centra en el cifrado por sustitución, pues es el que se utiliza en las encriptaciones que realiza Alan Turing en su época joven en la película. Este cifrado consiste en reemplazar cada letra del alfabeto por una o varias letras, y puede ser simple o complejo, dependiendo de si cada letra del mensaje es sustituida por otra única letra, o si se reemplaza por diversas letras, haciendo su descifrado más compleja para quien no conoce el código empleado. (Galende Díaz, 1995)

Este cifrado tiene su origen en la Antigua Roma, cuando surge el problema de establecer la seguridad en la transmisión de mensajes. Una de las soluciones más eficientes fue ideada por Julio César, cuando este decide encriptar los mensajes moviendo cada letra tres lugares adelante en el alfabeto (Churchhouse, 2002). A este cifrado se le denomina Cifrado César.

Si se le asigna a cada letra un valor numérico, se puede representar este tipo de cifrado mediante un polinomio mónico (coeficiente principal igual a 1) de grado 1, en este caso,  $P(x) = x + 3$ . Así, considerando el alfabeto inglés de 26 caracteres, en la Figura 1 se muestra la asignación a cada letra de un valor numérico del 0 al 25.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K  | L  | M  | N  | O  | P  | Q  | R  | S  | T  | U  | V  | W  | X  | Y  | Z  |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

**Figura 1. Asignación de números a las letras del abecedario inglés**

De esta forma, cada letra a encriptar, representada por un valor numérico denotado por  $x$ , se sustituye por aquella letra representada por el valor numérico de  $P(x)$ . Este cifrado por sustitución simple, puede variar según se modifique el valor del término independiente del polinomio  $P(x)$ . Por ejemplo, el cifrado basado en el polinomio  $Q(x) = x + 1$  se conoce también como Cifrado Augusto, en honor al sobrino de Julio César, quien utilizó un cifrado por sustitución moviendo el abecedario una sola posición.

En el caso de que, al aplicar el polinomio, el valor numérico de este resulte superior al número 25, se debe dividir el número obtenido entre 26 y se toma el resto como valor representante de la letra utilizada para codificar:

$$\text{Letra Z} \rightarrow x = 25 \rightarrow P(25) = 28 > 25 \rightarrow \frac{28}{26} = 1 + \frac{2}{26} \rightarrow \text{Resto: 2} \rightarrow \text{Letra C}$$

Este procedimiento, explicado de esta forma al alumnado, equivale realmente al concepto de módulo en el campo matemático de la aritmética modular.

- **Criptografía moderna**

Dado que la criptografía histórica nos permite trabajar fácilmente con polinomios de grado 1, las operaciones con polinomios en este ámbito no suponen grandes dificultades para el alumnado. Por esta razón, la introducción de conceptos actuales sobre criptografía moderna, como el pago por internet o la clave pública, permite plantear problemas que impliquen el cálculo de operaciones con polinomios de mayor grado disfrazándolas dentro de este contexto.

Si bien el alumnado de cuarto curso de Educación Secundaria Obligatoria no cumple la mayoría de edad y, por lo tanto, no está autorizado para realizar pagos en internet sin

consentimiento de un adulto ni estar en posesión de una firma digital, realmente estos son conceptos que ellos ya han podido observar en su vida cotidiana.

Cuando se pretende enviar un mensaje confidencial entre dos ordenadores a través de internet mediante redes públicas, se debe codificar el documento cifrando su contenido, y decodificándolo cuando se recibe el mensaje, para evitar que cualquiera que lo intercepte sea capaz de comprenderlo.

De esta forma, se pueden distinguir dos mecanismos criptográficos diferentes:

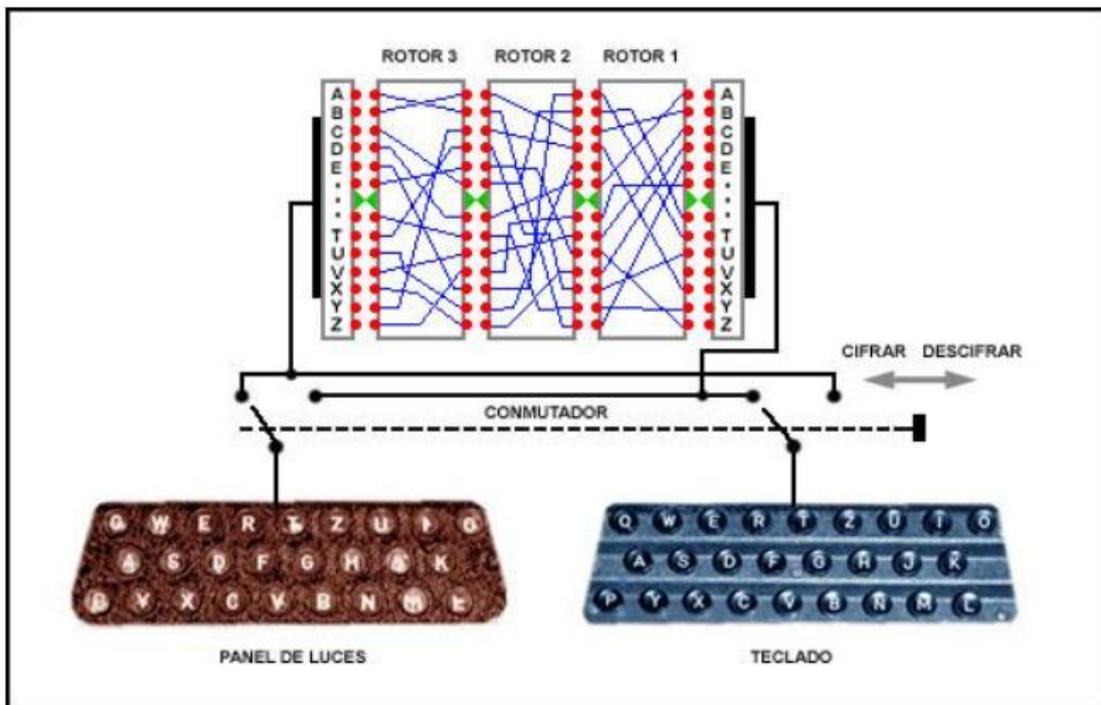
- Sistema de clave simétrica: de esta forma, al enviar el mensaje, este se cifra mediante una clave determinada. Solamente si se conoce esa clave, se podrá descifrar, pero tanto emisor como receptor usan la misma clave.
- Sistema de clave asimétrica: mediante este mecanismo, se utilizan dos claves diferentes, una para cifrar el contenido del mensaje, conocida como clave pública, y otra para descifrarlo, denominada clave privada.
  - Clave pública: esta se envía a todos los usuarios y no importa que otro usuario conozca la clave de otro, pues es la que se utiliza para cifrar.
  - Clave privada: esta clave la conoce únicamente el receptor indicado que debe leer el contenido del mensaje.

Con la intención de presentar esta información al alumnado para facilitarles su comprensión, se realiza una explicación sencilla para introducir una de las tareas de la propuesta. Se establece entonces una identificación de la clave pública y la clave privada como llaves que pueden abrir un buzón; la pública, la que permite depositar las cartas en el buzón, y la privada, la que solamente el propietario del buzón posee, para poder leer las cartas depositadas. (Pedruelo, 2020)

#### ▪ **Contexto histórico y funcionamiento de la máquina Enigma**

Al comenzar la Segunda Guerra Mundial, uno de los objetivos principales de la inteligencia naval y militar británica era comprender las comunicaciones alemanas encriptadas por las máquinas de cifrado *Enigma*, pues las transmisiones secretas de la información de manera mecanizada privaban a los Aliados de la información más preciada sobre los planes de la Alemania Nazi sobre los próximos ataques navales. (Turing, 2018)

Las máquinas Enigma surgen como respuesta a la necesidad de idear un dispositivo de encriptación mecánico. Así, realizando primero un cifrado por sustitución y rotando este a continuación (usando rotores), estas máquinas supusieron una solución ideal y eficiente al permitir encriptar y descifrar mensajes de forma mecánica, a través de cables mediante el uso de un circuito eléctrico que hacía girar los rotores (Smart, 2015). El modelo de máquina Enigma que se considera, a modo de ejemplo, a lo largo de este proyecto, y que se muestra en la película, consta de tres rotores conectados entre sí y colocados como se indica en la Figura 2.



**Figura 2. Esquema de una máquina Enigma**

Fuente: Llorens

Primero, se coloca el primer rotor de una forma determinada, conectando cada letra del abecedario con otra. Como ejemplo, se va a suponer que el primer rotor está colocado de la forma en que se muestra en la Figura 3. (Llorens)

ABCDEFGHIJKL MNOPQRSTUVWXYZ  
 TMKGOYDSIPELUA VCRJWXZNHBQF.

**Figura 3. Ejemplificación de la asignación de letras de un rotor**

Fuente: Llorens

Después, se introduce la primera letra que se desea encriptar en la máquina a través del teclado, por ejemplo, la letra D, que, por la posición del primer rotor, se cifrará mediante la letra G y, a continuación, una vez introducida la primera letra, el rotor gira una posición a la izquierda, como se muestra en la Figura 4.

ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ  
MKG YDSIPELUA VCRJWXZ NHBQFT,

**Figura 4. Ejemplificación de la asignación de letras tras el giro de un rotor**  
Fuente: Llorens

Luego, para la segunda letra introducida, sea esta, por ejemplo, la letra S, se encriptará mediante el carácter X. Para la tercera letra, el rotor vuelve a rotar una posición más, y así sucesivamente. De esta forma, al rotar una posición para cada nueva entrada, el primer rotor podrá formar 26 combinaciones diferentes, hasta que vuelva a su posición inicial, es decir, hasta que la primera combinación se vuelva a formar.

Cabe mencionar que, las máquinas Enigma dotadas de tres rotores eran las más conocidas de las que Alemania utilizaba durante la Segunda Guerra Mundial. Los tres rotores eran elegidos cada día de entre un set de cinco rotores. En la Figura 5, se incluye un ejemplo, resaltando en azul el orden del alfabeto de los diferentes rotores.

ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ  
EKMFLGDQVZNTOWYHXUSPAIBRCJ  
AJDKSIRUXBLHWTMCQGZNPYFVOE  
BDFHJLCPRTXVZNYEIWGAKMUSQO  
ESOV PZJAYQUIRHXLNFTGKDCMWB  
VZBRGITYUPSDNHLXAWMJQOFECK.

**Figura 5. Ejemplificación de la asignación de letras de cinco rotores**  
Fuente: Llorens

Si bien los modelos reales de las máquinas Enigma incluían diferentes posibilidades y elementos adicionales para aumentar la complejidad y fortaleza de las encriptaciones, esta breve introducción del funcionamiento básico de estas máquinas características es en la información en la que se basan las explicaciones planteadas al alumnado a lo largo de las sesiones de esta propuesta de innovación.

Para esta propuesta, se establece un símil entre un rotor y un polinomio (en concreto, un binomio) mónico de grado uno, pretendiendo que el alumnado logre imaginarse que, cada vez que se introduce una letra a través del teclado de la máquina,

esta se codifica con una nueva letra al “pasar” por cada rotor, como si el valor numérico asignado a la letra que se introduce se fuese modificando mediante la aplicación de tres polinomios sucesivos, tomando en cada paso el valor numérico del polinomio aplicado.

Cabe mencionar que, en este ejemplo comparativo, no se tiene en cuenta la rotación que realiza cada rotor tras encriptar las sucesivas letras de la palabra o frase que se considere y que la asignación de cada letra en los rotores utiliza el orden alfabético, lo cual, en un contexto real, no funciona así. Para facilitar la comprensión de esta ejemplificación, se presenta al alumnado de la siguiente forma. Sean los polinomios  $F(x) = x + 3$ ,  $G(x) = x + 2$  y  $H(x) = x + 4$ ,  $F(x)$  representa el cifrado por sustitución que aplica el primer rotor,  $G(x)$  el que aplica el segundo rotor y,  $H(x)$ , el que representa el tercer rotor. Así, si se desea encriptar la letra E, equivalente en el alfabeto inglés al valor  $x = 4$ , la letra que mostraría la máquina a través del panel de luces, se obtiene de la siguiente forma:

$$x = 4 \rightarrow F(4) = 7 \text{ (Letra H)} \rightarrow G(7) = 9 \text{ (Letra L)} \rightarrow H(9) = 13 \text{ (Letra N)}$$

Luego, la máquina encriptaría la letra E a través de la letra N. De esta forma, se pretende establecer una relación o similitud entre el funcionamiento de la máquina Enigma, que se visualiza a través de la película “Descifrando Enigma”, permitiendo que sirva de aplicación para realizar diferentes tareas que impliquen el uso de conceptos dados a lo largo de la unidad didáctica de esta propuesta, como puede ser la definición del valor numérico de un polinomio.

## **4.2. Análisis de necesidades**

La primera idea que impulsa el diseño de este proyecto de innovación surge a través de la observación directa de la situación en el aula, de las conversaciones de profesores en las salas comunes y de la actitud del alumnado. En concreto, la desinformación dentro del aula acerca de la utilidad de las Matemáticas fuera de este y la escasa motivación del alumnado al enfrentarse a los problemas matemáticos han sido el motor principal de la idea de desarrollo de este proyecto, mostrando una clara necesidad de acercar al alumnado a un contexto cotidiano en el que puedan aprender algunas de las utilidades principales de las Matemáticas, y pretendiendo así incrementar su motivación y sus ganas de aprender acerca de esta materia.

El principal objetivo es que mediante el uso del cine y de acontecimientos históricos para introducir o complementar actividades en forma de juego para trabajar una unidad didáctica, dos recursos generalmente poco usados en el aula de Matemáticas, permita al alumno una mejor asimilación del contenido e incremente la motivación de este hacia la asignatura, no solo en el curso presente sino también de cara a cursos o estudios posteriores.

### **4.3. Justificación del proyecto**

El proyecto de innovación propuesto responde a un problema detectado en el aula entre las Matemáticas y el alumnado. El alumnado, en la mayoría de los casos, no es capaz de relacionar los conceptos que se enseñan dentro del aula con situaciones más cercanas a su vida cotidiana o a sus intereses, es decir, no son capaces de asociar un significado concreto al lenguaje matemático utilizado para expresar conceptos tanto abstractos como concretos. En particular, las expresiones algebraicas, utilizadas generalmente para expresar sucesos o aspectos de la vida cotidiana, se suelen enseñar a través de ejercicios mecánicos que se encuentran comúnmente en los libros de texto, que los alumnos y alumnas realizan y completan sin un razonamiento crítico ni un análisis de por qué o para qué se hace así.

Aplicado a una unidad didáctica en concreto, el principal objetivo de esta propuesta de innovación es permitir al alumnado ver algunas de las aplicaciones de los polinomios más allá de lo abordado generalmente en el aula de Matemáticas, situando a los estudiantes en un contexto histórico, en el cual el álgebra fue de gran relevancia, y permitiendo así una posible colaboración interdepartamental con el profesorado de la asignatura de Historia. De hecho, cabe destacar que, en cuanto a temporalidad, el momento es el más adecuado, pues es en 4º de la ESO cuando la programación de Historia recoge entre sus contenidos la temática de la Segunda Guerra Mundial.

Como ya se ha mencionado, esta propuesta se aborda a través del cine, en concreto, de la película “Descifrando Enigma”, la cual engloba, en cierta medida, las principales ideas que queremos transmitir al alumnado mediante este proyecto. Proyectar diferentes fragmentos de esta película, nos permite abordar la unidad didáctica a desarrollar de una forma más amena, “disfrazando” las actividades y los contenidos como obstáculos o problemas a resolver para finalmente descifrar una frase o palabra secreta.

En muchos casos, es evidente que el alumnado no es capaz de ver la utilidad de las operaciones con polinomios más allá de lo que se enseña en el aula y, en efecto, esto refleja la necesidad de llevar a cabo este proyecto. Si bien es cierto que, en el ámbito laboral del trabajo científico e informático, son los programas informáticos los que se encargan de realizar dichas operaciones laboriosas, ellos o ellas deben ser conscientes de que lo que realiza el algoritmo programado debe ser lógico y correcto, y es por eso que deben aprender a realizar operaciones con polinomios correctamente.

Se considera realmente que esta propuesta podría cambiar el problema detectado previamente, al menos impulsarlo hacia algo más entretenido para conseguir que los alumnos y las alumnas recuerden lo llevado a cabo y lo mantengan en su memoria a largo plazo, pues es una de las ventajas de reproducir contenido audiovisual en el aula.

#### 4.4. Instrumentos de recogida de información

Como ya se ha mencionado, la primera idea que impulsa el diseño de la presente propuesta de innovación se origina a través de la observación directa. Sin embargo, para asegurar que la percepción de dicha necesidad a través de la observación no es errónea, se elabora un cuestionario de evaluación inicial al alumnado de 4º de la ESO, curso en el que se lleva a cabo este proyecto, pues, previamente, se debe identificar el conocimiento y el estado inicial del alumnado y valorar si realmente existe una necesidad de cambio. A continuación, en la Tabla 7, se muestra el cuestionario que se presenta a los alumnos:

**Tabla 7: Cuestionario de evaluación inicial**

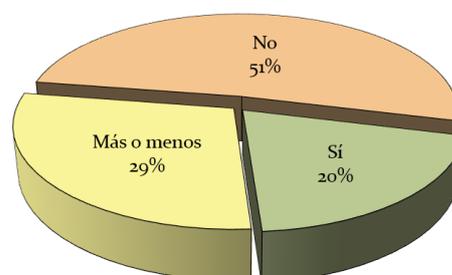
| Afirmación  | Sí | Más o menos | No |
|---|----|-------------|----|
| Las Matemáticas me parecen interesantes.                                    |    |             |    |
| Me siento motivado/a en la clase de Matemáticas.                            |    |             |    |
| Sé a qué se dedica un/a matemático/a.                                       |    |             |    |
| Conozco algunas de las utilidades de las Matemáticas en la vida cotidiana.  |    |             |    |
| Conozco algunas de las aplicaciones de los polinomios en la vida cotidiana. |    |             |    |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| Recuerdo contenidos sobre expresiones algebraicas (i.e. polinomios) del curso pasado.  |  |  |  |
| Recuerdo algún acontecimiento histórico en el que las Matemáticas han sido de gran importancia.                                      |  |  |  |
| Ver fragmentos de películas me puede ayudar a entender mejor los conceptos dados en clase.   |  |  |  |
| Relacionar las Matemáticas con acontecimientos históricos puede ayudarme a comprender y recordar mejor los conceptos dados en clase. |  |  |  |
| Relacionar las Matemáticas con su aplicación en la vida cotidiana haría las clases más interesantes.                                 |  |  |  |
| Trabajar en grupo hace que las clases sean más dinámicas.  |  |  |  |
| Trabajar más en grupo/equipo puede mejorar mi aprendizaje.   |  |  |  |

#### 4.5. Análisis de resultados

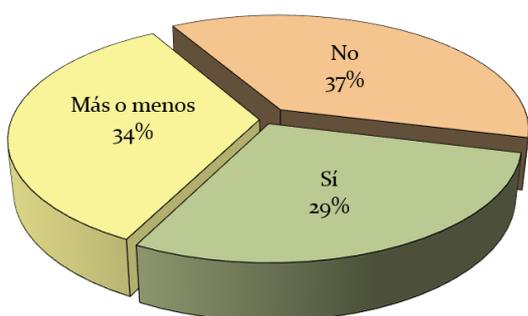
El cuestionario que se muestra se presenta al alumnado de 4º de la ESO del instituto en el que se desarrollaría posteriormente este proyecto. Se recogen así los resultados de las respuestas de 35 alumnos y alumnas de dicho curso. De las diferentes cuestiones que se plantean, destacan, como principal motivo del desarrollo de este trabajo, los resultados obtenidos acerca de las afirmaciones que hacen referencia a la motivación del alumnado hacia la asignatura de Matemáticas.

De 35 alumnos y alumnas de 4º de la ESO de dicho centro, solamente un 20% responde afirmativamente que sí se sienten motivados en la clase de Matemáticas, frente a un 51% que responde negativamente, como se muestra en la Figura 6.



**Figura 6. Porcentaje de respuestas sobre la cuestión “Me siento motivado/a en la clase de Matemáticas”**

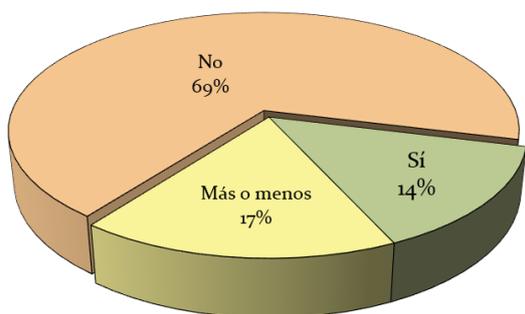
En cuanto a la primera pregunta planteada sobre si las Matemáticas les parecen o no interesantes, se obtuvo un porcentaje de respuestas positivas mayor que el obtenido sobre la motivación en las sesiones de la asignatura. 5 de los 18 alumnos que responden que no se sienten motivados en clase de Matemáticas, indican que las Matemáticas les parecen “más o menos” interesantes y, paralelamente, 3 de los 10 alumnos que responden que se sienten “más o menos” motivados en el aula, afirman que las Matemáticas sí les parecen interesantes. En la Figura 7, se muestran los porcentajes de las respuestas que el alumnado ha ofrecido con respecto a la primera pregunta mencionada.



**Figura 7. Porcentaje de respuestas sobre la cuestión “Las Matemáticas me parecen interesantes”**

Esto indica que, a pesar de no estar motivados dentro del aula, ciertos alumnos y alumnas sienten cierto interés o curiosidad por la naturaleza de las Matemáticas, lo cual es un resultado a favor del desarrollo de esta propuesta.

Por otro lado, un 83% de los y las estudiantes afirma no recordar ningún acontecimiento histórico en el que las Matemáticas hayan sido de gran importancia, como puede ser la Segunda Guerra Mundial. De hecho, entre los resultados más curiosos o, quizás, menos esperados, cabe destacar la afirmación que relaciona las Matemáticas con la historia para facilitar la comprensión de conceptos matemáticos.



**Figura 8. Porcentaje de respuestas sobre la cuestión “Relacionar las Matemáticas con acontecimientos históricos puede ayudarme a recordar mejor los conceptos dados en clase”**

Como se muestra en la Figura 8, el 69% del alumnado indica que no considera que relacionar las Matemáticas con acontecimientos históricos pueda ayudarles a comprender y recordar mejor los conceptos dados en clase, frente a un 14% que responde afirmativamente.

Si bien es cierto que los y las adolescentes de 15 o 16 años pueden no encontrar ningún atractivo hacia el estudio de acontecimientos históricos, esto depende, por supuesto, de los intereses individuales de cada individuo. En concreto, entre los individuos que responden al cuestionario, de entre los que se encuentran aquellos con los que se llevaría a cabo el taller, no muestran gran afición por la historia, lo cual puede generar dudas acerca de la efectividad de la propuesta de innovación diseñada.

## **4.6. Descripción de la implementación y desarrollo de la propuesta de innovación**

### **4.6.1. Metodología y recursos**

La metodología que se utiliza durante la mayor parte del desarrollo del plan de actividades se basa en la teoría del aprendizaje por descubrimiento guiado, mediante el uso de la gamificación a través del contexto histórico y el cine como recurso didáctico. Con la intención de lograr el mayor grado de significatividad del aprendizaje del alumnado, se guía y se orienta al alumnado a lo largo del desarrollo de actividades, y se presentan las tareas y las explicaciones de los conceptos más ajenos al alumnado que se precisen para favorecer el aprendizaje de este y fomentar y “entrenar” su razonamiento crítico el mayor tiempo posible a lo largo de la actividad. Es decir, en todo momento, el docente ejerce de guía, proporcionando al alumnado los conceptos inclusores que precise en caso de necesitarlos para activar así el conocimiento requerido para completar las tareas.

En dos de las tareas, se separa al alumnado en parejas, estimulando así la cooperación entre compañeros y compañeras, y potenciando la aceptación de las posibles diferencias existentes entre ellos y ellas a la hora de enfrentarse a una tarea con objetivo común.

Por consiguiente, se precisa la participación activa de los alumnos y las alumnas, a quienes se les pide la elaboración de predicciones acerca de lo que se va explicando y, mediante los recursos necesarios (audiovisuales, ficha de tareas, etc.) y permitiendo que lleguen a sus propias conclusiones, formulando preguntas y proporcionando ayuda en caso necesario, se logra estimular así su pensamiento deductivo y crítico.

Con esta metodología, se pretende que el alumno sea capaz de desarrollar un mayor interés por el mundo de las Matemáticas, no solo a nivel académico, sino también en un

contexto real, mediante una asociación entre el sentimiento afectivo que existe hacia el cine como actividad de ocio y el sentimiento que se genera en la clase de Matemáticas, asociando así estos dos estímulos en la estructura cognitiva del alumnado. Es decir, aunque no consista en una metodología didáctica concreta, se recurre, en parte, a las estrategias de carácter emocional que nos ofrece el condicionamiento clásico.

### Objetivos de aprendizaje que se pretenden desarrollar mediante esta propuesta

Mediante la realización de las tareas que se proponen a través de esta propuesta, se pretende que el alumnado logre los objetivos de aprendizaje del currículo siguientes:

- Traducir a expresiones algebraicas situaciones de un contexto cotidiano.
- Reconocer identidades notables.
- Describir la factorización de un polinomio.
- Definir los conceptos de valor numérico de un polinomio, de monomio, de polinomio mónico y de polinomio irreducible.
- Obtener la suma, diferencia, producto y potencia de polinomios en una indeterminada.
- Resolver divisiones euclídeas de polinomios.
- Resolver divisiones aplicando la regla de Ruffini.
- Reconocer la utilidad de las matemáticas para resolver problemas, buscando la relación entre realidad y matemáticas.
- Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.

Los cuatro primeros objetivos enumerados, hacen referencia al Bloque II de Números y Álgebra del currículo, mientras que los dos últimos, pertenecen al bloque I de Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas, dos objetivos que generalmente no se suelen abordar con tanta profundidad como se debería.

#### **4.6.2. Secuenciación de las actividades**

Esta propuesta está diseñada para llevarse a cabo durante 4 sesiones, de 55 minutos cada una, que forman parte de la Unidad Didáctica 5, incluida previamente en la Tabla 2. Así, de las 14 sesiones que se dedican a esta Unidad, se utilizan 4 de ellas para el desarrollo de este proyecto de innovación. Las sesiones 1 y 2 están pensadas para

desarrollarse en la mitad del transcurso de sesiones de dicha Unidad, mientras que las sesiones 3 y 4 se deben presentar en las sesiones finales, aunque previas a una sesión de repaso de ejercicios y a la de la prueba de evaluación final correspondiente.

A continuación, en la Tabla 8, se incluye una breve descripción de la secuenciación de estas sesiones, así como una especificación de los recursos que se precisan para llevar a cabo cada una de ellas:

**Tabla 8: Secuenciación de las actividades**

|          | Descripción de la tarea  | Recursos   |
|----------|--|--|
| Sesión 1 | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Exposición con diapositivas sobre criptografía histórica, el contexto de la película y el funcionamiento de la máquina Enigma.</li> <li>▪ Realización de las tareas 1 y 2.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Presentación de diapositivas para ayudar a la explicación</li> <li>▪ Película<sup>2</sup></li> <li>▪ Ficha de tareas</li> </ul> |
| Sesión 2 | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Realización de la tarea 3.</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Película</li> <li>▪ Ficha de tareas</li> </ul>  |
| Sesión 3 | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Explicación sobre criptografía moderna</li> <li>▪ Realización de la tarea 4.</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Presentación de diapositivas para ayudar a la explicación</li> <li>▪ Ficha de tareas</li> </ul>                                 |
| Sesión 4 | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Realización de la tarea 5.</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ficha de tareas</li> </ul>  |

Como bien se menciona en el artículo *Utilización didáctica del cine en matemáticas* (Beltrán & Asti, 2014), proyectar la película completa supone utilizar varias sesiones de clase solo para su visualización, luego no se considera factible llevarlo a cabo en el aula de Matemáticas. Además, la gran mayoría de largometrajes que incluyen aspectos matemáticos abordan el tema que nos interesa únicamente de forma transversal, luego la atención del alumnado podría verse distraída hacia otros aspectos. Sin embargo, se sugiere el desarrollo de esta propuesta con el apoyo complementario de los departamentos de Historia e Inglés, si se consigue animar a docentes de estas materias a

<sup>2</sup>El o la docente debe estar en posesión del DVD de la película o disponer de acceso a la plataforma digital que permita su visualización.

colaborar de manera interdepartamental. De esta forma, se podría visualizar la película completa en 2 sesiones de estas asignaturas, previas al comienzo de las actividades en las 4 sesiones de la materia de Matemáticas, con el objetivo de establecer una relación entre las 3 asignaturas, generalmente poco relacionadas entre sí, así como de conseguir que el alumnado adquiera una idea inicial del contexto histórico en que se deben situar a la hora de trabajar con los diferentes fragmentos de la película “Descifrando Enigma”.

Aunque el objetivo principal de esta propuesta pone su foco en el departamento de Matemáticas y es por eso que se centra principalmente en los contenidos del currículo de esta materia, la intención de trabajar interdepartamentalmente es debido a la oportunidad que ofrece el contexto y la temática de la obra cinematográfica “Descifrando Enigma” (2014), centrada en la Segunda Guerra Mundial y cuya versión original es en inglés.

En el caso de poder colaborar con dichos departamentos, es importante que los docentes de las tres materias estén muy bien coordinados y desarrollen las actividades en el orden cronológico adecuado. Aunque depende del horario en el que las sesiones de cada asignatura estén distribuidas, en la Tabla 9 se presenta una posibilidad para llevar a cabo la propuesta:

**Tabla 9: Secuenciación de las actividades (modelo interdepartamental)**

|          | Departamento | Descripción de la tarea  | Recursos   |
|----------|--------------|--|--|
| Sesión A | Inglés       | Visualización de los primeros 55 minutos de la película en versión original (inglés británico).  | Película   |
| Sesión B | Historia     | Visualización de los 55 minutos siguientes de la película (en castellano).   | Película   |
| Sesión 1 | Matemáticas  | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Exposición con diapositivas sobre criptografía histórica, el contexto de la película y el funcionamiento de la máquina Enigma.</li> <li>▪ Realización de las tareas 1 y 2.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Presentación de diapositivas para ayudar a la explicación</li> <li>▪ Película</li> <li>▪ Ficha de tareas</li> </ul> |
| Sesión 2 | Matemáticas  | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Realización de la tarea 3.</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Película</li> <li>▪ Ficha de tareas</li> </ul>  |

|          |             |  |  |
|----------|-------------|--|--|
| Sesión 3 | Matemáticas | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Explicación sobre criptografía moderna</li> <li>▪ Realización de la tarea 4.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Presentación de diapositivas para ayudar a la explicación</li> <li>▪ Ficha de tareas</li> </ul> |
| Sesión 4 | Matemáticas | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Realización de la tarea 5.</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ficha de tareas</li> </ul>  |

A continuación se detalla el desarrollo de las cuatro sesiones correspondientes al departamento de Matemáticas, para las cuales se diseña la ficha de tareas mencionada previamente.

### Primera sesión

Durante la primera sesión, se realiza una presentación general sobre criptografía, en la que se comienza explicando la relación entre los polinomios mónicos y de grado 1 y los mensajes encriptados usando el Cifrado César, también conocido como cifrado por sustitución, utilizando el polinomio  $P(x) = x + 3$ , es decir, sustituyendo cada letra por aquella que queda 3 posiciones más adelante. Se indica que en la película se utiliza el alfabeto inglés, luego no se incluye la Ñ.

#### Tarea 1:

¿Qué polinomio utiliza el amigo de Turing para **encriptar** en la escena 00:49:23?  
 SEE YOU IN TWO LONG WEEKS DEAREST FRIEND  
 WII CSY MR XAS PSRK AIIOW HIEVIWX JVMIRH

En la primera tarea, se presenta la escena del minuto 00:49:23 de la película y se para en la imagen que se muestra en la Figura 9, dejando al alumnado 10 minutos para que razone qué polinomio se utiliza para codificar la frase.

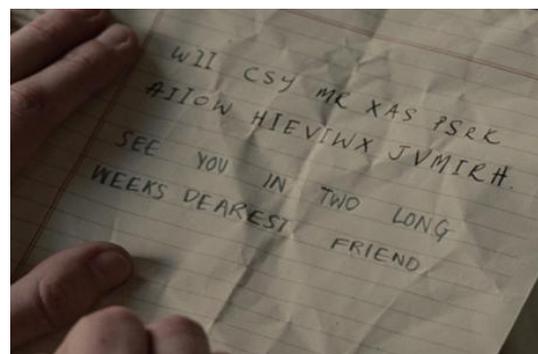


Figura 9. Imagen de la escena 00:49:23

Mediante esta tarea, el alumnado debe distinguir entre el valor numérico de un polinomio y el valor de su variable. La solución de la tarea es que la regla que se utiliza es un cifrado por sustitución simple mediante el uso del polinomio  $P(x) = x + 4$ .

A continuación, se introduce el contexto de la película “Descifrando Enigma”, el conocimiento que los Aliados tenían acerca de las máquinas Enigma y el funcionamiento general de estas, mediante la reproducción de la escena 00:10:15, mostrándoles después la similitud que dicho sistema puede guardar con los polinomios.



**Figura 10. Los rotores en una Máquina Enigma**

Mientras que con el cifrado César se podría suponer la existencia de un único disco rotante (o rotor) al tratarse de un único polinomio, las máquinas Enigas contaban, por lo general, con tres rotores, como se indica en la Figura 10, luego se presenta una identificación de un rotor con un polinomio, y se les plantea el símil ya explicado previamente en este trabajo, tomando el ejemplo de los polinomios  $P(x) = x + 3$ ,  $Q(x) = x + 2$  y  $R(x) = x + 4$  para codificar cada letra. Así, se les indica el procedimiento que seguiría la máquina.

Si se introduce en la máquina la letra E, correspondiente al valor numérico 4 ( $x = 4$ ), se obtiene una letra diferente al “aplicar” cada rotor, es decir, un valor diferente al aplicar el polinomio correspondiente.

### **Tarea 2:**

¿Qué reglas utiliza Turing para encriptar “I love you”?

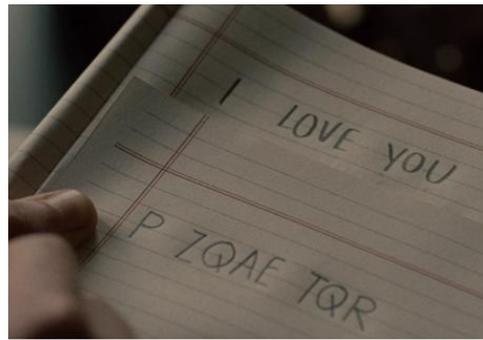
¿Crees que, atendiendo al grado de complejidad de la encriptación de la frase “Te quiero”, el protagonista realmente quería que su compañero lograra descifrarla?

¿Por qué?

I LOVE YOU

P ZQAE TQR

En la escena 1:05:11 de la película, que se muestra en la Figura 11, Turing encripta el mensaje “*I love you*” a su compañero de la infancia. En esta encriptación, no siempre se utiliza el mismo polinomio, es decir, no es un cifrado regular. Luego, para llegar a unas reglas, se debe probar y razonar las diferentes posibilidades y normas que pudieron haberse considerado.



**Figura 11. Imagen de la escena 1:05:11**

El objetivo de esta segunda tarea es abordar los dos últimos objetivos de aprendizaje mencionados previamente, referidos al bloque 1 del currículo “Procesos, métodos y actitudes en matemáticas”, para que el alumnado comprenda que el proceso de matematización de contextos de la realidad consiste en hacer suposiciones o conjeturas para determinar una regla que se repite o que es común en diversas situaciones, pero que, sin embargo, no siempre los resultados son correctos o los que se esperan. A diferencia de lo que se ve en el aula, donde los problemas siempre tienen solución conocida, el alumnado debe comprender que no siempre existe una solución a todos los problemas matemáticos.

Tras permitir al alumnado razonar y pensar sobre algunas de las posibles reglas que Alan Turing utiliza en dicha encriptación en el largometraje, se les muestra una de las posibles normas en las que dicha encriptación podría basarse. Una posible solución, la cual se muestra al alumnado a través de la presentación de diapositivas, es la jerarquía de reglas que se muestra a continuación:

1) La primera letra de cada palabra se encripta mediante el siguiente polinomio:

$$\text{Palabra \#1: } P(x) = x + 7 \cdot \mathbf{1} = x + 7$$

$$\text{Palabra \#2: } P(x) = x + 7 \cdot \mathbf{2} = x + 14$$

$$\text{Palabra \#3: } P(x) = x + 7 \cdot \mathbf{3} = x + 21$$

$$\text{Palabra \#n: } P(x) = x + 7 \cdot \mathbf{n}$$

2) Si la letra ocupa lugar **impar** en la palabra,  $P(x)$  será un binomio con un monomio negativo:  $P(x) = x - "?"$

3) Las vocales (si no están al comienzo de la palabra y siguiendo la regla #2):

$$\text{Letra A} \rightarrow P(x) = x \pm 1 \rightarrow \text{Letra B / Letra Z}$$

$$\text{Letra E} \rightarrow P(x) = x \pm 0 \rightarrow \text{Letra E}$$

$$\text{Letra I} \rightarrow P(x) = x \pm 1 \rightarrow \text{Letra H / Letra J}$$

$$\text{Letra O} \rightarrow P(x) = x \pm 2 \rightarrow \text{Letra M / Letra Q}$$

$$\text{Letra U} \rightarrow P(x) = x \pm 3 \rightarrow \text{Letra R / Letra X}$$

4) El resto de letras de cada palabra:

$$\text{Posición \#2: } P(x) = x - 7 \cdot 2 = x - 14$$

$$\text{Posición \#3: } P(x) = x + 7 \cdot 3 = x + 21$$

$$\text{Posición \#a: } P(x) = x \pm 7 \cdot a$$

Mediante la segunda pregunta de esta segunda tarea, se pretende incitar al alumno a analizar la, quizás, “frialdad” de las Matemáticas y, con ello, conducirles hacia la introducción del sentido del *Imitation Game* (“Juego de la Imitación”) de Alan Turing, pues este fue el gran defensor de la capacidad de las máquinas para “imitar” el pensamiento humano, estableciendo el debate de si las máquinas pueden realmente expresar sentimientos. Turing mencionó que para el final del siglo XX sería posible programar una máquina para responder preguntas de tal forma que sería extremadamente complicado adivinar si las respuestas habrían sido dadas por un hombre o por una máquina. (Warwick & Shah, 2016)

## Segunda sesión

Durante la segunda sesión, se reproducen 5 minutos de la escena 1:13:21, en la que se aprecia cómo Turing pulsa un botón (letra) de la máquina y una letra diferente se ilumina, lo que representa visualmente el significado de valor numérico de un

polinomio; y, cuando pulsa la misma letra otra vez, se ilumina otra letra diferente, lo que nos indica que, para una misma letra, no siempre se utiliza la misma codificación.

La reproducción de esta escena nos permite reforzar la explicación de la sesión anterior sobre el funcionamiento de la máquina Enigma, recordando que, cada vez que se introduce una letra, es decir, cada vez que se pulsa un botón del teclado de la máquina, el primer rotor gira hacia la izquierda y, por tanto, cambia de posición. De modo que si se vuelve a introducir la misma letra de nuevo, esta no obtendrá la misma codificación otra vez.

A continuación, organizados en parejas, el alumnado debe abordar la tercera actividad, en la que se trabaja la factorización de polinomios mediante el uso de identidades notables.

### **Tarea 3:**

Encripta una frase de **al menos 4** palabras utilizando, para encriptar cada palabra, el factor polinómico de grado 1 con un monomio negativo resultante de los siguientes polinomios:

$$\textit{Palabra 1: } x^2 - 1$$

$$\textit{Palabra 2: } x^2 - 25$$

$$\textit{Palabra 3: } x^4 - 16$$

$$\textit{Palabra 4: } x^2 - 9$$

En el caso de tener más de 4 palabras, aplicar de nuevo los mismos polinomios (i.e. la palabra 5 usará el mismo que la palabra 1, la palabra 6 el de la palabra 2, etc.)

Frase a encriptar: \_\_\_\_\_

Tras realizar los cálculos necesarios, indica qué polinomio es el que utilizarás para encriptar cada palabra, e indica la frase encriptada.

*Polinomio 1:*

*Polinomio 2:*

*Polinomio 3:*

*Polinomio 4:*

A continuación, escribe la frase encriptada en otra hoja e intercámbiala con otro de

los equipos... **¡¿Quién será el descriptador más hábil?!**

Frase encriptada: \_\_\_\_\_

A lo largo de esta tarea, el alumnado debe colaborar con su compañera/a, ayudarse mutuamente y respetar las diferentes opiniones y sugerencias que vayan surgiendo. Además, debe poner en práctica parte de los contenidos aprendidos en clase sobre identidades notables, y es una forma de que los y las estudiantes recuerden, en el futuro, algunas de las identidades más frecuentes, como son los polinomios que se les presenta inicialmente en esta tarea. Para la primera palabra, el alumnado debe usar el polinomio  $x - 1$ , para la segunda, el polinomio  $x - 5$ , para la tercera  $x - 2$  y, para la cuarta,  $x - 3$ .

Cuando el alumnado ya ha encriptado el mensaje que ha escogido y lo haya anotado en un papel, se intercambian las diferentes encriptaciones entre las parejas del grupo-aula. Aquella pareja que logre descriptar el mensaje que le haya sido asignado, estaría demostrando sus habilidades de buenos encriptadores y descriptadores. Mediante la exclamación “**¡¿Quién será el descriptador más hábil?!**”, que se incluye en el enunciado de la tarea, se pretende crear cierta competitividad sana entre las parejas e incrementar su motivación por completar el ejercicio propuesto.

### **Tercera sesión**

Durante esta tercera sesión, se introduce el concepto de criptografía moderna a través de una presentación de diapositivas, en concreto, del sistema de criptografía asimétrica de clave pública y clave privada, como se recoge previamente en la fundamentación teórica de esta propuesta. Organizados en parejas, como en la sesión anterior, se les presenta un ejercicio en este contexto, con la intención de que realicen productos y sumas de polinomios fuera de la monotonía de los ejercicios mecánicos que acostumbran a realizar a lo largo del resto de sesiones de la unidad didáctica. Además, deben recordar la nomenclatura de los diferentes elementos de un polinomio, algo que el alumnado suele olvidar con facilidad.

#### **Tarea 4:**

##### UN MEDIO SEGURO

Deseo enviar un documento digital que contiene un mensaje muy personal a un destinatario concreto. Para ello, lo encripto mediante una clave pública (polinomios  $p(x)$  y  $q(x)$ ), que también poseen otras personas, la cual, sin embargo, no permite descifrar dicho mensaje. El destinatario posee una clave privada para poder descifrar el mensaje encriptado recibido.

Ejercicio: sea la clave privada los polinomios  $r_1$  y  $r_2$  definidos por:

$$r_1 = 2p + q$$

$$r_2 = pq - 3p$$

donde  $p(x)$  y  $q(x)$  son la clave pública que cifra el mensaje inicial  $M$ , definidos por

$$p(x) = x^2 + 3x + 3$$

$$q(x) = 2x^3 - 4x + 1$$

- Indica cuál es el coeficiente principal, el término independiente y el grado de los polinomios  $r_1(x)$  y  $r_2(x)$ .
- Sea  $M = 1$  el valor del mensaje inicial, calcula el mensaje cifrado resultante de evaluar el valor del mensaje  $M$  en cada polinomio  $r_1$  y  $r_2$ , es decir, el mensaje cifrado será  $(r_1(M), r_2(M))$ . ¿Cuál es su valor numérico?

Cabe mencionar que, en un contexto real, las claves públicas y las claves privadas no se aplican a la situación planteada en este contexto y que, además, estas utilizan códigos de encriptación y descifrado mucho más complejos. Sin embargo, el objetivo principal es permitir que el alumnado adquiera una primera idea acerca de una de las aplicaciones de la criptografía moderna y desarrolle cierta conciencia sobre la importancia de la seguridad a la hora de transmitir mensajes a través de internet.

#### **Cuarta sesión**

Durante la cuarta sesión, se realizan grupos, convenientemente de 3 alumnos, para llevar a cabo una actividad de repaso que implica la aplicación de diferentes conceptos trabajados a lo largo de la Unidad Didáctica. Esta actividad, tiene mayor peso de conocimiento matemático, englobando el conjunto de ejercicios dentro del objetivo de descifrar una palabra encriptada.

**Tarea 5:**

DESCIFRANDO

El cifrado César consiste en sustituir cada letra de una palabra por la que ocupa 3 posiciones más adelante en el alfabeto, siendo su clave, por lo tanto, el siguiente polinomio:  $P(z) = z + 3$

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K  | L  | M  | N  | O  | P  | Q  | R  | S  | T  | U  | V  | W  | X  | Y  | Z  |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

Si al aplicar  $P(z)$ , el valor obtenido es mayor que 26, se empieza a contar por el comienzo de la tabla, es decir, se divide dicho valor entre 27, pues es el número de letras, y se toma el resto.

Ejemplo:

$$Y \Rightarrow z = 24 \Rightarrow P(24) = 27 > 26 \Rightarrow \frac{27}{26} = 1 + \frac{1}{26} \Rightarrow \text{Resto: } 1 \Rightarrow B$$

Realiza las **operaciones** que se indican en la Tabla 10 que se muestra a continuación, escribe la expresión obtenida y realiza la **acción** que se indica en cada caso. A continuación, utilizando el cifrado César, obtén la letra que corresponda e indica cuál es la palabra encriptada de 5 letras.

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|

**Tabla 10: Operaciones y acciones a realizar en la tarea 5**

| Operación  | Acción (el valor obtenido será el valor de $P(z)$ )   | Valor de $P(z)$ | Valor de $z$ | Letra |
|--|---|-----------------|--------------|-------|
| $Q(x) = \frac{5x^4 - 3x^2 + x - 1}{x^3 - x - 1}$ | Realiza la operación y calcula el valor del cociente para $x = 1$ .   |                 |              |       |
| $Q(x) = (x^4 - 2x^2 + 6x + k) : (x + 1)$         | Calcula el valor de $k$ para que la división sea exacta.  |                 |              |       |
| $Q(x) = 22x^3 + 3x^2 - 1$                        | Toma el valor del coeficiente principal.  |                 |              |       |
| $Q(x) = (2x + 1)^2 - (2x - 1)^2$                 | Calcula el valor de $Q(x)$ para $x = \frac{3}{8}$ .<br><i>Recuerda: <math>(a + b)(a - b) = a^2 - b^2</math></i> |                 |              |       |

|   |  |  |  |  |
|---|--|--|--|--|
| $Q(x) = (3x^2 + 2x - x)(x^2 + 1) + 13x$ | Realiza la operación y calcula el valor de $Q(x)$ para $x = 1$ . |  |  |  |
|---|--|--|--|--|

Mediante esta actividad, se comprueba además si el alumnado alcanza los siguientes objetivos de aprendizaje:

- Obtener la suma, diferencia, producto y potencia de polinomios en una indeterminada.
- Reconocer identidades notables.
- Resolver divisiones euclídeas de polinomios.
- Resolver divisiones aplicando la regla de Ruffini.

#### 4.6.3. Evaluación de las actividades en el aula

La evaluación de este proyecto se realiza a través de la observación directa y mediante la entrega de la ficha de tareas que el alumnado debe presentar al finalizar la última sesión. Para ello, se recurre a una rúbrica diseñada especialmente para la evaluación de las tareas realizadas por el alumnado a lo largo de esta propuesta (Anexo A), en la que se considera la valoración de la actitud positiva y la participación activa del alumnado a lo largo de la actividad, como parte de un 15% de la evaluación. En dicha rúbrica, se especifican los puntos asignados entre 0 y 10 para cada una de las tareas especificadas, cuyo peso en la calificación final depende del porcentaje asignado a cada una de ellas, indicado en la Tabla 11:

**Tabla 11: Porcentajes de cada tarea en la calificación final del proyecto**

|                      |     |
|----------------------|-----|
| Tarea 1              | 5%  |
| Tarea 2              | 10% |
| Tarea 3              | 20% |
| Tarea 4              | 20% |
| Tarea 5              | 30% |
| Participación activa | 15% |

Cabe mencionar que, si alguna de las tareas no se presenta o se presenta en blanco, o si el comportamiento del alumno/a durante su desarrollo es negativo, la valoración de dicha tarea es de 0 puntos.

#### **4.7. Diseño de un instrumento de evaluación de la propuesta**

Es evidente que, esperando un cambio a largo plazo, no es fácil detectar unos resultados inmediatos, y como ya se ha mencionado, esta propuesta pretende observar un cambio a largo plazo. Una vez implementada la propuesta, es el momento de evaluar las actividades llevadas a cabo e intentar determinar si ha tenido o tendrá resultados favorables.

El principal objetivo es incrementar, o quizás despertar, la motivación en el alumnado hacia los contenidos de la asignatura de Matemáticas. De nuevo, la observación directa de la actitud del alumnado y la forma en que este ha respondido hacia las actividades y tareas propuestas, así como la atención a las explicaciones proporcionadas, puede decirnos (y, de hecho, nos ha dicho), si la propuesta ha seguido una línea adecuada en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Sin embargo, para comprobar realmente que se ha logrado el objetivo principal, se ha considerado conveniente diseñar una encuesta de evaluación de la innovación, que se ha presentado al alumnado tras llevar a cabo la propuesta.

Aunque puede considerarse que lo adecuado es presentar el mismo cuestionario de evaluación inicial al alumnado, existen ciertas cuestiones que no es necesario volver a preguntar tras llevar a cabo el proyecto, como las tres primeras preguntas del cuestionario inicial de la Tabla 7, relacionadas con la función de un/a matemático/a o lo interesantes o motivadoras que les resultan las Matemáticas. Asimismo, tras llevar a cabo las actividades, surgen nuevas preguntas que se pueden plantear al alumnado para obtener unos resultados más completos; por ejemplo, preguntas más concretas sobre conceptos criptográficos o sobre el desarrollo de las explicaciones y actividades, que, sin poseer los conocimientos adquiridos a lo largo de las sesiones de este proyecto, carecerían de sentido para el alumnado y, por lo tanto, no hubiesen podido ser planteadas previamente.

A continuación, en la Tabla 12, se incluyen las afirmaciones y opciones de respuesta diseñadas e incluidas en el cuestionario de evaluación inicial:

**Tabla 12: Cuestionario de evaluación final**

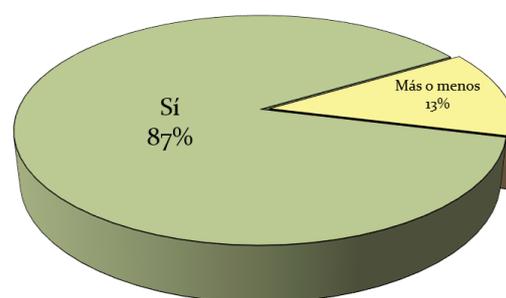
| Afirmación  | Sí | Más o menos | No |
|---|----|-------------|----|
| Conozco algunas de las utilidades de las Matemáticas en la vida cotidiana.  |    |             |    |
| Conozco algunas de las aplicaciones de los polinomios en la vida cotidiana.   |    |             |    |
| Recuerdo algún acontecimiento histórico en el que las Matemáticas han sido de gran importancia.   |    |             |    |
| Ver fragmentos de películas me puede ayudar a entender mejor los conceptos dados en clase.  |    |             |    |
| Ver fragmentos de películas relacionadas con el contenido puede hacer las clases de Matemáticas más interesantes.   |    |             |    |
| Conozco alguna de las aplicaciones de la criptografía.  |    |             |    |
| Soy capaz de encriptar y desencriptar mensajes aplicando polinomios.  |    |             |    |
| A través de la criptografía, las operaciones con polinomios me parecen más interesantes.  |    |             |    |
| Relacionar las Matemáticas con acontecimientos históricos puede ayudarme a comprender y recordar mejor los conceptos dados en clase.  |    |             |    |
| Relacionar las Matemáticas con su aplicación en la vida cotidiana puede hacer las clases más interesantes.  |    |             |    |
| La presentación sobre criptografía ha sido clara y fácil de entender.   |    |             |    |
| Me he sentido motivado durante las tareas propuestas sobre polinomios y criptografía.   |    |             |    |
| Me ha gustado aprender sobre criptografía.  |    |             |    |
| Trabajar en pareja/grupo hace que las clases sean más dinámicas.  |    |             |    |
| Trabajar más en pareja/grupo favorece la convivencia en el aula.  |    |             |    |
| Mi compañero/a y yo nos hemos ayudado en todo momento.  |    |             |    |
| He sabido respetar las diferentes opiniones y sugerencias de mi compañero/a.  |    |             |    |
| He sabido pedir ayuda cuando lo he necesitado.  |    |             |    |
| Me gustaría que, para cada unidad del temario, se llevaran a cabo algunas tareas que relacionasen fragmentos de películas con el contenido y, a su vez, su aplicación en la vida cotidiana. |    |             |    |

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| Aprender historia puede ser interesante si se visualizan fragmentos de películas y se relaciona con acontecimientos actuales. |  |  |  |
|---|--|--|--|

#### 4.8. Análisis de los resultados de la evaluación

La encuesta de evaluación diseñada se presenta a 16 alumnos y alumnas, con los cuales se ha llevado a cabo el proyecto, con el objetivo de comprobar, además de mediante la observación directa, si ellos sienten que las actividades desarrolladas han incrementado su conocimiento sobre alguna de las utilidades de los polinomios y su motivación hacia la asignatura.

Entre las diferentes afirmaciones planteadas, se destaca el resultado positivo obtenido sobre la motivación del alumnado a lo largo de las actividades. Como se muestra en la Figura 12, un 87% del alumnado afirma que, a través de la criptografía, las operaciones con polinomios les parecen más interesantes, lo cual es parte del principal objetivo de esta propuesta.



**Figura 12. Porcentaje de respuestas sobre la cuestión “A través de la criptografía, las operaciones con polinomios me parecen más interesantes”**

Además, un 94% indica que se ha sentido motivado o motivada durante las tareas propuestas sobre polinomios y criptografía, lo que confirma los resultados observados en el aula a lo largo de la propuesta. Todos los encuestados afirman que ver fragmentos de películas les puede ayudar a entender mejor los contenidos dados en clase. Asimismo, todos y todas se consideran capaces de encriptar y desencriptar mensajes aplicando polinomios.

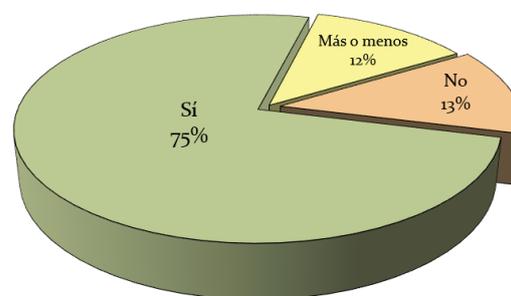
Cabe destacar que, tras el desarrollo de la propuesta de innovación, un 89% del alumnado afirma que relacionar las Matemáticas con acontecimientos históricos puede ayudarles a comprender y recordar mejor los conceptos dados en clase, siendo la respuesta del 11% restante, “más o menos”. Al contrastar estos resultados con los obtenidos en el cuestionario de la evaluación inicial, en el que un 69% rechaza la efectividad de la relación de la historia y las matemáticas para recordar nuevos

conocimientos matemáticos, permite reflejar parte del cambio que este proyecto pretende lograr.

Se considera que la propuesta quizás habría aportado datos más significativos y relevantes si el número de alumnos y alumnas que participaron hubiese sido mayor. De dicha forma, los resultados nos podrían haber ofrecido una visión no tan sesgada del impacto de esta propuesta en los estudiantes; dado que, entre otros aspectos, el número y el perfil de los alumnos y las alumnas del grupo-aula en el que se desarrolla la propuesta, ha facilitado y favorecido el desarrollo de las actividades. Además, la diferencia del número de individuos que realizan el primer cuestionario con respecto al segundo es un aspecto significativo, lo cual es debido a la incompatibilidad de horarios del alumnado del centro en el que se pudo llevar a cabo esta propuesta, pudiendo solo realizarlo con un grupo-aula, pero aprovechando la posibilidad de obtener un *feedback* inicial de un total de 35 alumnos y alumnas de otros grupos del mismo curso.

Otro aspecto que se debe mencionar es que cabe la posibilidad de que la primera afirmación del cuestionario de evaluación no fuese comprendida por el alumnado como se hubiese deseado, pues, por “vida cotidiana” se pretende hacer referencia a un contexto práctico fuera del aula, como es la criptografía o el cine, y no precisamente al

día a día de los y las estudiantes; ya que, como se indica en la Figura 13, un 13% niega conocer algunas de las aplicaciones de los polinomios en la vida cotidiana tras el desarrollo de la propuesta, a pesar de afirmar que se ha sentido motivado durante las tareas propuestas sobre polinomios y criptografía.



**Figura 13. Porcentaje de respuestas sobre la cuestión “Conozco alguna de las aplicaciones de los polinomios en la vida cotidiana”**

A pesar de los diferentes aspectos que se comentan y que son motivo de mejora, dada la acogida que ha tenido el proyecto en el centro en el que se ha implementado, se considera que este proyecto de innovación ha cumplido su propósito.

#### **4.9. Reflexión personal sobre el proceso de innovación**

Al haber tenido la posibilidad de desarrollar e implementar las actividades principales de esta propuesta en un contexto real, he podido experimentar la sensación de motivar al alumnado y de analizar los contenidos de las Matemáticas intentando introducirlos y abarcarlos desde una perspectiva diferente e *innovadora*.

Cabe mencionar que, en cuanto a la colaboración complementaria con el departamento de historia o el de inglés utilizando alguna de las sesiones de estas asignaturas para complementar el desarrollo de esta propuesta, se debe tener en cuenta que el cambio o el esfuerzo que supone desarrollar el proyecto puede derivar a la falta de implicación del profesorado correspondiente y, por consiguiente, eso supone una dificultad a la hora de desarrollar del proyecto de forma interdepartamental. (Martínez Sanahuja, 2019)

El alumnado se ha mostrado muy interesado y sumergido en las explicaciones, ejemplos y actividades y, como docente, he podido confirmar la efectividad de la propuesta. Con la evaluación inicial, me he dado cuenta que realmente los alumnos no son conscientes de la utilidad de las Matemáticas en contextos fuera del aula, pero, no porque ellos no quieran, sino porque no se les ofrecen los recursos o la información necesaria. Charlas divulgativas podrían ser, quizás, de gran utilidad, pero ¿por qué no disfrazar este conocimiento dentro del aula a través de actividades donde se trabajen los contenidos del currículo?

Los y las jóvenes se han mostrado motivados y motivadas por aprender, por comentar la película mostrada hablando de los contenidos matemáticos, por compartir lo aprendido con aquellos que no habían podido asistir a las sesiones y, sobre todo, sorprendidos por estar trabajando, por ejemplo, identidades notables mientras encriptaban y desencriptaban mensajes con sus compañeros y compañeras.

Sin duda, la cooperación entre grupos y parejas y la competitividad sana por lograr completar los ejercicios antes que los otros equipos, ha servido de motivación adicional y, en conclusión, han visto las Matemáticas como un juego, en el que han comprobado que las *fichas del tablero* se utilizaron para ganar una guerra o que sirven, en la actualidad, para proteger datos a la hora de enviar mensajes entre dos ordenadores.

Definitivamente, la propuesta desarrollada ha sido un cambio a mejor, al menos, en la perspectiva con la que los alumnos y alumnas veían las Matemáticas y, sin duda, es un proyecto que guardaré y pretenderé llevar a cabo a lo largo de mi futuro profesional como docente.

## 5. Conclusiones

En este Trabajo de Fin de Máster, se ha realizado una síntesis de lo aprendido a lo largo del máster universitario, mediante el diseño de una propuesta de programación didáctica, plasmando los diferentes conocimientos adquiridos durante la formación académica, y poniendo en práctica los procedimientos y estrategias más relevantes acerca de la innovación docente.

Este curso académico 2021/2022 ha supuesto, tanto a nivel académico y profesional como a nivel personal, un continuo aprendizaje y descubrimiento del mundo de la docencia, totalmente desconocido para mí, y al que espero dedicarme en un futuro no muy lejano. La estructura y el cronograma de las diferentes asignaturas que conforman el máster han sido claves en mi formación como docente, y la forma en que esta se complementa con las prácticas profesionales es muy conveniente. Aunque quizás no sea tan visible, las diferentes asignaturas, incluida la optativa que he cursado, de las cuales incluyo un breve comentario en este trabajo, se han complementado unas con otras y, en mayor o menor medida, han contribuido al diseño, desarrolló y conclusión de la propuesta de innovación que se redacta y justifica en este proyecto final.

En resumen, aunque ya reflejado en las reflexiones incluidas al comienzo de este documento, la experiencia vivida durante el primer cuatrimestre, así como mi periodo en prácticas y el gran aprendizaje que este máster me he permitido lograr en diferentes ámbitos, decido concluir estas páginas ofreciendo una percepción personal concisa que he podido visualizar sobre la profesión docente. He sido consciente de que no es tarea fácil, que uno debe saber adaptarse a los cambios sociales que vayan surgiendo y permanecer en un aprendizaje continuo y que nunca se debe olvidar la razón por la que uno decide dedicarse a “esto”, pues es la forma de que la pasión por enseñar a los y las jóvenes nunca se desvanezca.

## 6. Bibliografía

- Beltrán, P., & Asti, A. (2014). *Utilización didáctica del cine en matemáticas*.
- Blas, R. (2017). *El código enigma - Película completa en español*. Obtenido de Youtube: <https://www.youtube.com/watch?v=Tr4DmyjDXes>
- Bosch, L. P., & Duprat, H. S. (2004). *El nivel inicial: Estructuración. Orientaciones para la práctica*. Buenos Aires: Ediciones Colihue.
- Churchhouse, R. F. (2002). *Codes and Ciphers: Julius Caesar, the Enigma and the internet*. Cambridge University Press.
- Copeland, B. J. (2004). *The Essential Turing*. Oxford University Press.
- Galende Díaz, J. C. (1995). *Criptografía: Historia de la escritura cifrada*. Editorial Complutense.
- Llera, J. B., & Álvarez, J. A. (1995). *Psicología de la Educación*. Editorial Boixareu Universitaria.
- Llorens. (s.f.). *La Web de Anilandro: Páginas Personales de Ciencia y Tecnología*. Obtenido de <https://sites.google.com/site/anilandro/Home>
- Luengo, M. Á. (2001). *Formación Didáctica para Profesores de Matemáticas*. Madrid: Editorial CCS.
- Martínez Sanahuja, S. (julio-diciembre de 2019). Proyectos de innovación docente: cuestiones fundamentales para su diseño, implementación y evaluación. *Revista Ciencias Pedagógicas e Innovación*, VII(1), 7(1), 95-103.
- Ministerio de Educación, C. y. (2014). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid.
- Ministerio de Educación, C. y. (2015). *Decreto 43/2015, del 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias. (BOPA 10/06/2015)*.
- Ministerio de Educación, C. y. (2015). *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por el que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la Educación Primaria, la Educación Secundaria y el Bachillerato (BOE, 21/01/2015)*. Madrid.
- Schiro, M. S., & Lawson, D. (2004). *Oral Storytelling and Teaching Mathematics: Pedagogical and Multicultural Perspectives*. Sage Publications, Inc.

- Sebarroja, J. C. (2013). *La aventura de innovar. El cambio en la escuela.* . Madrid: Morata.
- Smart, N. (2015). *Cryptography Made Simple.* Springer.
- Torre, S. d., Pujol, M. A., & Rajadell, N. (2005). *El cine, un entorno educativo: Diez años de experiencias a través del cine.* Madrid: Narcea, S.A de Ediciones.
- Turing, D. (2018). *X, Y & Z: The Real Story of How Enigma Was Broken.* The History Press.
- Tyldum, M. (Dirección). (2014). *Descifrando Enigma* [Película].
- Valhondo, A. M. (1995). *Psicología del desarrollo y de la educación en la edad escolar.* Servicio de Publicaciones. Universidad de Oviedo.
- Vaudenay, S. (2006). *A Classical Introduction to Cryptography: Applications for Communications Security.* Springer.
- Warwick, K., & Shah, H. (2016). *Turing's Imitation Game: Conversations with the Unknown.* Cambridge University Press.

## 7. Anexo

### Rúbrica para la evaluación de las tareas de la propuesta de Innovación

|           |                      | 2,5 puntos   | 5 puntos  | 7,5 puntos   | 10 puntos   |     |
|-----------|----------------------|--|---|--|---|-----|
| 1ª Sesión | Tarea 1              | La respuesta es errónea/incompleta y no muestra anotaciones coherentes del razonamiento realizado.                 | La respuesta es errónea/incompleta, pero muestra anotaciones coherentes del razonamiento realizado.                 | La respuesta es correcta, pero no muestra anotaciones coherentes del razonamiento realizado.             | La respuesta es correcta y muestra anotaciones coherentes del razonamiento realizado.   | 5%  |
|           | Tarea 2              | No se interesa por la actividad y se muestra pasivo, pero responde con algunas sugerencias, aunque no son válidas. | Muestra interés por la actividad y responde con algunas sugerencias, aunque falta coherencia.                       | Muestra interés por la actividad y sugiere algunas reglas interesantes y coherentes.                     | Muestra interés por la actividad y es capaz de aportar una jerarquía de reglas coherentes y válidas.                                  | 10% |
| 2ª Sesión | Tarea 3              | Factoriza al menos dos polinomios correctamente, pero no encripta ninguna frase.                                   | Encripta una frase, pero no aplica las reglas correctamente porque se confunde al factorizar al menos un polinomio. | No encripta ninguna frase, pero consigue factorizar los cuatro polinomios y lo indica correctamente.     | Encripta una frase correctamente, tras factorizar los polinomios.   | 20% |
| 3ª Sesión | Tarea 4              | Realiza solamente uno de los apartados, pero con errores de cálculo.   | Realiza solamente un apartado, pero indica los cálculos correctamente.  | Realiza los dos apartados correctamente, pero existe algún pequeño error al indicar las operaciones.     | Realiza los dos apartados correctamente e indica los procedimientos realizados.   | 20% |
| 4ª Sesión | Tarea 5              | Realiza al menos 1 operación correctamente.  | Realiza al menos 3 operaciones correctamente.   | Realiza las cinco operaciones correctamente, pero no completa la tabla.                                  | Realiza las cinco operaciones correctamente y completa la tabla correctamente.  | 30% |
| Siempre   | Participación activa | Se muestra pasivo, pero a lo largo de las sesiones, se percibe que desarrolla cierto interés hacia la actividad.   | Muestra cierto interés hacia las tareas, pero interfiere en el transcurso de las sesiones de forma molesta.         | Muestra gran interés hacia lo que se enseña, pero no participa de forma activa durante las exposiciones. | Muestra gran interés hacia lo que se enseña, participa durante las exposiciones de forma razonada y coherente, y es buen compañero/a. | 15% |