



Universidad de Oviedo
Facultad de Formación del Profesorado y Educación

Investigación sobre la probabilidad en
Educación Primaria

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN MAESTRO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Alba Dorado Cora

Tutor: Luis José Rodríguez Muñiz

Cotutora: Marlén Alonso Castaño

Enero 2021

ÍNDICE

1. Introducción.....	3
2. Material y métodos.....	4
2.1. Dificultades del alumnado de Educación Primaria en probabilidad.....	5
2.2. Los conocimientos de los/as profesores/as de Educación Primaria.....	6
2.3. Libros de texto	7
3. Resultados y discusión	8
3.1. Dificultades del alumnado	8
3.2. Conocimiento del profesorado.....	12
3.2.1. Estudios realizados a futuros/as profesores/as de Educación Primaria	14
3.2.2. Estudios realizados a profesores/as de Educación Primaria en activo	14
3.3. Libros de texto	24
4. Conclusiones.....	29
5. Referencias	31

1. INTRODUCCIÓN

La probabilidad es un tema que se ha introducido en el currículo de Educación Primaria desde hace aproximadamente 30 años, en la LOGSE, aunque desde hace 10 años, con el cambio en la LOMCE, ha estado más presente en cursos menores trabajándose en todos los ciclos con diferentes niveles de dificultad, de tal manera que el alumnado tenga una buena formación sobre el mismo (Batanero, Arteaga y Contreras, 2011). Existen diferentes aspectos que debemos analizar y tener en cuenta como futuros/as maestros/as, si queremos que nuestro/as alumnado sea capaz de interiorizar correctamente los conceptos relacionados con la probabilidad y conseguir así un correcto desarrollo en la asignatura de las matemáticas y específicamente en probabilidad.

Desde pequeña las matemáticas han sido una de mis asignaturas favoritas, ya que han conseguido captar mi atención y desarrollar cierto interés en mí. Pero la probabilidad siempre ha sido el tema sobre el que más dudas tenía, era un mundo demasiado amplio e impreciso que generaba en mí una inseguridad un año tras otro. En la universidad he podido comprender más sobre este tema y completar mi conocimiento, pero, aunque hayamos aprendido muchas formas de trabajar la probabilidad en el aula y conocer las dificultades que puede tener el alumnado, siempre será la parte de las matemáticas más incompleta o que más dudas puede generar. Por ello, he decidido realizar el trabajo fin de grado acerca de la investigación sobre este tema, y estudiar ciertos aspectos que influirán en la comprensión de la probabilidad por parte del alumnado.

En la actualidad, nos encontramos con diferentes problemas o recursos que en vez de proporcionar una ayuda para el alumnado y fomentar su capacidad de comprender correctamente los diferentes aspectos que conforman la probabilidad, están siendo un impedimento. El uso de libros de texto puede ser inapropiado o excesivo por parte del profesorado, que en ocasiones no muestra correctamente la información o utilizan diferentes significados que no se corresponden con el nivel educativo del alumnado (Gómez, Ortiz y Gea, 2014). Por otro lado, los/las maestros/as en la actualidad no suelen mostrar una buena actitud con la enseñanza de la probabilidad, esto es así, porque es un concepto nuevo que muchos de ellos no saben cómo trabajar en sus clases (Estrada y Batanero, 2015). Estos dos aspectos hacen que los/las alumnos/as muestren diferentes dificultades de comprensión de la probabilidad que seguirán teniendo al finalizar la Educación Primaria y se convertirán en un gran impedimento para su desarrollo en Educación Secundaria.

En mi experiencia, tanto en las prácticas de la universidad, como en clases particulares impartidas a diferentes alumnos/as, las matemáticas siempre han sido el principal problema de todos los estudiantes. Puede que en muchas ocasiones el problema no esté en el alumnado, sino en la forma de impartir la asignatura y trabajar con ellos/as las diferentes actividades o problemas que proporcionan los libros de texto o los/las maestros/as. He comprobado a lo largo de estos cuatro años que si se trabajan con los/las niños/as actividades que sean de su interés, que les motiven y que despierten su

curiosidad, son capaces de comprender las matemáticas de una forma mucho más sencilla e incluso con una actitud positiva que no se suele ver en las aulas. Por ello he querido realizar una revisión bibliográfica, en este caso de la probabilidad, para poder investigar o mostrar que muchos de esos problemas o dificultades que tienen los/las alumnos/as para su comprensión está en la actitud del maestro/a, el interés, las actividades trabajadas, la metodología utilizada, y el excesivo uso del libro de texto.

Todos estos aspectos han hecho que me interese por investigar sobre diferentes estudios realizados por autores como María Gea, José Fernández, Miguel Contreras, Juan Jesús Ortiz y diversos autores, pero sobre todo en investigaciones y estudios realizados por Carmen Batanero, catedrática en la Universidad de Granada, es la investigadora española en didáctica de las matemáticas con más impacto internacional. Presenta una gran variedad de artículos e investigaciones publicadas en *Google Scholar*, con un índice-h de 72 y 21329 citas presentadas hasta la fecha. En todos estos estudios he querido buscar si realmente la educación que tienen los/las maestros/as o futuros/as maestros/as en probabilidad es la correcta, así como el uso adecuado de los libros de texto y por tanto me pregunto lo siguiente: ¿están correctamente preparados los futuros/as maestros/as en probabilidad? ¿Influirá la actitud y la motivación de los/as maestros/as en el aprendizaje del alumnado sobre la probabilidad? ¿Es adecuado el uso de los libros de texto en Educación Primaria? Si es así, ¿están correctamente diseñados los libros para el nivel de desarrollo de cada alumno/a? Y, por último, ¿es adecuado comenzar a trabajar la probabilidad en Educación Primaria? Estas preguntas, junto con otras serán contestadas a lo largo de este documento, donde podremos ver comparaciones de diferentes estudios y puntos de vista de distintos autores.

2. MATERIAL Y MÉTODOS

En la elaboración del documento se han utilizado diferentes artículos creados por autores especializados en el tema de la Probabilidad. La principal página de búsqueda ha sido *Google Scholar*, donde he encontrado una gran variedad de documentos tras los que he tenido que realizar descartes. Aunque también he utilizado otras páginas de búsqueda como *Science Direct* o *Research Gate* en las que he encontrado documentos de interés que me han servido para aumentar mi conocimiento en ciertos aspectos, pero no específicamente para la realización de esta investigación.

El procedimiento seguido para la búsqueda de documentos o artículos de interés ha sido largo. En un principio no encontraba los documentos apropiados para lo que estaba buscando, y esto era debido a que no estaba buscando correctamente. Introduciendo la palabra “Probabilidad” en *Google Scholar* aparecen artículos relacionados con dicho tema, pero esta palabra abarca un gran número de aspectos diferentes y no resulta nada específica. Muchos de los documentos hablaban, además, de estadística en su mayoría y de diferentes investigaciones o aspectos tratados en Educación Secundaria. En este nivel educativo se trabaja la probabilidad de una manera más amplia que en Educación

Primaria, por ello la gran mayoría de los artículos estaban basados en este alumnado o en este nivel educativo en el que no estaba interesada y no resultaba útil para mi trabajo.

A partir de este momento consideré que las palabras clave utilizadas en la búsqueda abarcaban temas demasiado amplios, con los que no iba a conseguir los documentos que necesitaba. Por ello decidí pensar en ¿qué era lo que quería encontrar?, y ¿cómo podía encontrarlo? Gracias a estas preguntas conseguí establecer tres temas más concretos mediante los que podría conseguir mejor información, lo importante de la búsqueda es que siempre llevara “Educación Primaria”, ya que es el nivel educativo en el que me debía centrar. Dividí mi idea en tres apartados que comento a continuación.

2.1. DIFICULTADES DEL ALUMNADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN PROBABILIDAD.

Este es el tema que considero más interesante, ya que una gran parte del alumnado de Educación Primaria y Secundaria muestra dificultades en el área de matemáticas, pero especialmente en el tema de Probabilidad. Este aspecto crea en ellos diferentes obstáculos que no consiguen superar, haciéndose cada vez más grandes a medida que van creciendo. En ocasiones, estas dificultades han hecho que los/las alumnos/as lleguen a detestar esta asignatura, esto puede ocurrir debido a que no han conseguido comprender alguna cuestión trabajada en el aula, lo que puede generar en ellos cierta ansiedad que se va haciendo cada vez mayor.

Pongamos el ejemplo de que un/a alumno/a no comprende la multiplicación, y, por lo tanto, no va a conseguir superar esa fase del aprendizaje. A medida que va pasando el tiempo van a ir apareciendo en su aprendizaje otros aspectos como la división, las potencias, las operaciones compuestas, las fracciones, la probabilidad, etc. Si ese/a alumno/a no ha comprendido anteriormente un aspecto básico de las matemáticas, en un futuro presentará diferentes problemas para comprender diferentes conceptos como los nombrados anteriormente. Podemos encontrar el ejemplo de la multiplicación, la cual es la base de muchos conceptos nuevos que irá adquiriendo el alumnado, como ocurre con la división, en la cual el/la alumno/a ha de saberse las tablas de multiplicar y comprender el término “multiplicación” para poder realizarla correctamente y entenderla. Ese aspecto va a generar en el/la alumno/a cierto rechazo hacia esta área que va a persistir a lo largo de su educación, hasta encontrarle alguna solución. Por lo que ese/a alumno/a que no conseguirá asentar en su memoria el significado de una multiplicación y lo que representa, presentará un retraso con sus iguales y tendrá una concepción de las matemáticas negativa, haciendo más difícil la comprensión de diferentes conceptos en cursos superiores.

Además, otro aspecto interesante es la edad en la que los/las niño/as deben comenzar a estudiar probabilidad. ¿Cuándo están capacitados o han desarrollado las capacidades necesarias para comprender la probabilidad en su totalidad? Con respecto a este tema,

surgen diferentes dudas ya que, como veremos más adelante, hay dos posturas principales muy diferentes entre sí, pero lo que comparten es que la probabilidad ha de comenzar a estudiarse en los cursos de Educación Primaria.

Es de gran importancia conocer las principales dificultades que presenta el alumnado, para intentar solucionarlas de la mejor manera posible como buenos/as maestros/as, preocupándonos por el correcto desarrollo de nuestro alumnado. El profesorado ha de preocuparse por las diferentes necesidades que presentan cada uno de sus alumnos/as e intentar trabajar con ellos de la mejor manera posible, creando diferentes tipos de actividades y centrándose en los conceptos que resulten más complicados. De esta manera, se conseguirá que ningún/a alumno/a, o la menor parte de ellos genere un rechazo hacia la asignatura de las matemáticas que no podrá cambiar.

Para poder encontrar documentos relacionados con este tema, he utilizado los términos “dificultades”, “probabilidad”, “Educación primaria” y “alumnado”. Mediante esta búsqueda he obtenido aproximadamente veinte documentos, de los cuales he tenido que realizar ciertos descartes, para reorganizar la investigación.

2.2. LOS CONOCIMIENTOS DE LOS/AS PROFESORES/AS DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

A lo largo de mi formación como maestra de Educación Primaria, mi experiencia impartiendo clases particulares y en mis periodos de prácticas en los colegios he aprendido mucho sobre lo importante que es para el alumnado la forma de impartir las clases. En el último año de mi carrera, he tenido la suerte de estar una gran parte del tiempo en prácticas con la profesora de apoyo del colegio. Este aspecto me ha permitido asistir a diferentes clases, de diversos cursos educativos y poder contemplar distintas metodologías. Gracias a esta experiencia puede ver lo importante que es la actitud del maestro/a, ya que contribuirá con el desarrollo del aprendizaje en todas las áreas, pero sobre todo en matemáticas. Por un lado, un/a profesor/a que presenta una actitud negativa hacia esta asignatura hará que sus alumnos/as noten que no es de su interés y, por lo tanto, va a hacer que a los estudiantes les resulte más complicado comprender los diferentes conceptos. Esto hará, como hemos comentado antes, que ciertos alumnos/as no consigan superar algunos contenidos y sea un gran problema en el futuro. Sin embargo, cuando un/a profesor/a presenta una actitud positiva hacia la asignatura y hacia el tema tratado, crea diferentes actividades que llamen la atención del alumnado, y se puede apreciar una mayor implicación en el área que causará un mayor interés por parte del alumnado.

La formación del maestro/a es también muy importante en el desarrollo del aprendizaje del alumnado. Por una parte, si un/a profesor/a muestra dudas o dificultades con un concepto matemático, transmitirá esa inseguridad a su alumnado, además, podrá impartir unos conceptos que no son correctos. Por otra parte, una mala formación del profesorado puede ocasionar que las actividades elegidas para trabajar en el aula y la metodología

utilizada no sean las adecuadas ocasionando, nuevamente, que el alumnado desarrolle ciertas dificultades.

En conclusión, es de gran importancia la actitud que muestre el profesorado en el aula, ya que condicionará a el alumnado en su visión sobre las matemáticas. Además, la formación del profesorado en matemáticas y su didáctica ha de ser adecuada para conseguir trabajar de forma correcta los conceptos que se pretenden transmitir, con actividades y metodología adecuadas, adaptadas a las necesidades del alumnado. Las palabras clave utilizadas en este apartado han sido “profesorado”, “Educación Primaria”, “conocimiento” y “probabilidad”.

2.3. LIBROS DE TEXTO

Los libros de texto pueden ser utilizados en el aula como un recurso para ayudar al profesorado en diversos aspectos, como proporcionar una gran variedad de actividades que pueden utilizar en el aula. Pero el problema no se encuentra en la utilización de los libros, sino en que los/las maestros/as deben asegurarse de que el lenguaje utilizado y las actividades encontradas en los libros de texto son realmente adecuadas para el alumnado. Por ello, he querido hacer una investigación sobre ciertos estudios que traten el lenguaje de diferentes libros de texto y en diferentes niveles educativos.

Utilizando las palabras “probabilidad”, “primaria” y “libros de texto”, he encontrado una gran variedad de estudios sobre el lenguaje utilizado en los libros. Considero que conocer las diferencias que pueden existir entre los libros dependiendo de las editoriales ayudará a los/las maestros/as o futuros/as maestros/as a valorar críticamente si un libro es adecuado o no.

Considero que los libros de texto, los conocimientos del profesorado y los problemas que puede tener el alumnado, son aspectos totalmente relacionados. El correcto uso de los libros de texto con actividades que se adapten al nivel educativo del alumnado y a su desarrollo hará que los estudiantes comprendan de una forma más sencilla los conceptos que se intentan transmitir. Así mismo, la correcta formación del profesorado hará que no presente dificultades o dudas en el aula para la explicación de los conceptos y el alumnado podrá conseguir una mejor comprensión. Estos dos aspectos ayudarán a que el alumnado presente menos dificultades para la adquisición de los conceptos.

Una vez que he sabido cómo encontrar la información, he obtenido aproximadamente cincuenta documentos, de los cuales he tenido que descartar la mitad, ya que no se ajustaban exactamente a la información que estaba buscando o trataban estudios realizados a niveles superiores, como Educación Secundaria. Principalmente para excluir algunos de los artículos he leído las partes principales de cada documento como son el resumen, la introducción y las conclusiones. Buscaba en ellos que trataran aspectos relacionados con la Educación Primaria específicamente, las dificultades del alumnado, de qué manera podía ayudar el profesorado a superar estas dificultades, es decir, buscaba

documentos que me permitiera investigar sobre la probabilidad en primaria, centrándome en el alumnado y en las posibilidades existentes para hacer de la probabilidad un tema que creará mayor interés en el alumnado y no dificultades. Es importante destacar que los documentos buscados han sido en español, únicamente he consultado dos documentos en inglés que me han servido para aumentar el conocimiento sobre ciertos aspectos, pero que no han sido tratados en el documento.

Finalmente, he dividido todos los documentos encontrados y la información relevante en los tres apartados comentados anteriormente, las dificultades que tiene el alumnado de Educación Primaria en Probabilidad, los conocimientos del profesorado en Educación Primaria y la preparación de los futuros/as maestros/as, y la importancia del análisis de los libros de texto para su utilización como recurso en el aula.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Debido a que la búsqueda de los documentos ha sido organizada en tres apartados diferentes en un principio los resultados serán divididos según su reparto inicial. Por lo que el documento en esta sección se encuentra también organizado en tres apartados en los que se tratan los diferentes documentos relacionados con cada uno de ellos, para posteriormente hacer una comparación final de todos los resultados obtenidos.

3.1. DIFICULTADES DEL ALUMNADO

La probabilidad la podemos encontrar en muchos aspectos de nuestra vida cotidiana. Un ejemplo de esto es la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, en estos momentos estamos utilizando, inconscientemente la probabilidad. En muchas ocasiones nos encontramos con situaciones de probabilidad en nuestra vida diaria, nos dejamos llevar por nuestra intuición, que puede ser errónea (Batanero, 2006).

Es importante que los/las alumnos/as empiecen a trabajar probabilidad en Educación Primaria, aunque en muchas aulas no se trabaje de forma adecuada dándole el valor que debería tener. La comprensión de la probabilidad no se logra fácilmente y es un proceso largo, por ello es importante comenzar a trabajarla poco a poco ya que conlleva un largo tiempo en el que el alumnado debe ser capaz de comprender e interiorizar el concepto del azar. Es importante que los/las alumnos/as sepan diferenciar las situaciones aleatorias, en las que no podremos asegurar cual será el resultado final y las situaciones deterministas, en las que habrá una única respuesta correcta y, por tanto, sabremos cuáles antes de que ocurra el suceso (Batanero, 2013).

Piaget e Inhelder (1951) son dos autores que han investigado sobre el comienzo de la enseñanza de la probabilidad en los/las niños/as, cuándo es adecuado comenzar a impartir estos conceptos según el desarrollo del alumnado. Fischbein (1975), también ha realizado

investigaciones sobre este aspecto, pero ha mostrado resultados diferentes a los autores anteriores.

Piaget e Inhelder (1951) sostienen que los/las niños/as pequeños no son capaces de hacer distinción entre las situaciones aleatorias y las deterministas, ya que la comprensión del azar supone a su vez el entendimiento de distintas ideas que aún no han sido adquiridas en esta etapa (Batanero, 2016). Según Piaget, los/las niños/as aprenden a partir de sus experiencias y de los conocimientos que ya han sido adquiridos gracias a ellas. “La teoría desarrollada por Piaget (1975) indica que cuando un individuo afronta un problema matemático, lo intenta resolver mediante los conocimientos que ya posee, usando esquemas conceptuales existentes” (Batanero, 2013, p.2). Por ello, cuando se encuentran con un nuevo concepto, en este caso matemático, lo relacionan con conceptos que ya tienen almacenados en su memoria y que han adquirido anteriormente. Al ver que este nuevo concepto y el conocimiento anterior no coinciden, se crea un conflicto en el interior del alumnado, al presentársele una idea diferente a la que ya tenía almacenada. A partir de este momento el/la niño/a pasará por diferentes etapas para conseguir guardar en su memoria el nuevo concepto. En un principio se presenta una etapa de asimilación, en la que el/la alumno/a deberá aceptar que existen diferentes aspectos y conceptos diferentes a los que ya posee, para posteriormente acostumbrarse a ese cambio e interiorizar los nuevos aprendizajes en su memoria. “Piaget postula que la experiencia, la actividad, y el conocimiento previo son las bases que determinan el aprendizaje” (Batanero, 2013, p.3). Por tanto, para Piaget, el nuevo aprendizaje depende de los conocimientos ya adquiridos y del desarrollo intelectual en el que se encuentre el/la alumno/a que sigue una serie de etapas: periodo sensorio motor, periodo preoperacional, periodo de las operaciones concretas y periodo de las operaciones formales (Batanero, 2013).

Centrándonos específicamente en el tema del azar, relacionado totalmente con la probabilidad, Piaget e Inhelder (1951) consideran que la comprensión del azar es el resultado de varias causas que actúan a la vez y crean un resultado impredecible. Además, el alumnado deberá comprender la relación entre causa y efecto, que será esencial para la comprensión de la probabilidad, y a su vez del azar. Según diferentes estudios y relacionado con las etapas de Piaget, estos dos autores consideran que a partir de los siete años el alumnado podrá ser capaz de comprender los diferentes términos que comprende el azar y podrá suponer que el resultado final de un juego de azar será impredecible (Batanero y Sánchez, s.f.).

Fischbein (1987), por el contrario, comenta que el azar es comprendido por los/las niños/as antes de los siete años, ya que son capaces de realizar juegos de azar sencillos, basándose en la utilización de dados o ruletas en las que los/las alumnos/as pueden jugar a adivinar el resultado (Batanero y Sánchez, s.f.). Pero, que este conocimiento irá evolucionando a medida que el alumnado vaya evolucionando su desarrollo cognitivo y vaya adquiriendo más conceptos relacionados con la probabilidad. A diferencia de Piaget, Fischbein (1987) sostiene que los/las niños/as ya poseen idea sobre el conocimiento de la probabilidad y esto, según él, es debido a que ya tienen desarrollada la intuición

(Batanero,2013). “Las intuiciones son, según Fischbein (1987), procesos cognitivos que intervienen directamente en las acciones prácticas o mentales, y tienen las siguientes características: inmediatez, globalidad, capacidad extrapolaría, estructurabilidad y auto-evidencia” (Batanero, 2013, p.4). Por lo tanto, la intuición es un proceso cognitivo que surge de manera espontánea y que va más allá de un caso particular. Además, diferencia dos tipos de intuiciones, las intuiciones primarias, que son adquiridas mediante la experiencia, y las intuiciones secundarias que se aprenden principalmente en la escuela. Sin embargo, la intuición no se crea a través del estudio de diversos conceptos, es decir, no es un aspecto que se pueda conseguir mediante la educación. Si no que es el resultado de la utilización de la información por parte del alumnado mediante un proceso intelectual. Fischbein (1987) sostiene que los/las niños/as pueden tener una intuición de azar y comprender los fenómenos aleatorios antes de los siete años, realizando actividades como juego de dados o ruletas en las que los/las niños/as pueden jugar a adivinar el resultado (Batanero, 2013).

Según Fischbein (1987) el azar es una intuición primaria, por lo que el/la alumno/a lo aprende a través de la experiencia, esto es debido a que los/las niños/as juegan a juegos de azar sin ser conscientes desde muy pequeños. Partiendo de esta teoría, lo primero que deberán realizar los/las maestros/as es asegurarse de que el alumnado comprende el azar y las situaciones aleatorias, ya que, aunque se haya encontrado con ellas desde su nacimiento, no son conscientes de que en ciertos juegos o acciones está presente el azar. La intuición relacionada con el azar se irá desarrollando gracias a la experiencia y con ayuda de la escuela se irá integrando en la memoria poco a poco. (Batanero, 2013). Sin embargo, Piaget (1975) defiende que el/la niño/a no es capaz de comprender el concepto del azar, ya que, como se ha comentado es el resultado de la relación causa y efecto y aun no conoce la idea de causa (Batanero y Sánchez, s.f.)

Una vez sabemos que nuestro alumnado comprende el azar y los fenómenos aleatorios, es momento de trabajar con el/la alumno/a las situaciones simples con números finitos, como puede ser, por ejemplo, sacar bolas de una urna y ver qué color de bola sale o lanzar una moneda y ver si sale cara o cruz. A partir de este momento los/as alumnos/as deberán comenzar a realizar estimaciones, aunque según Piaget (1975) el/la alumno/a no puede realizar este paso hasta superar los siete años, ya que hasta este momento no será capaz ni de reconocer situaciones aleatorias. Fischbein (1987) discrepa, y comenta que el/la alumno/a puede estimar situaciones probabilísticas sencillas como las sugeridas anteriormente. Además, añade, que los/las niños/as menores de siete años son capaces de resolver un problema de probabilidad cuando el número de casos favorables y desfavorables es igual en ambos casos. Cuando el/la alumno/a ya cumple los trece años, será capaz de resolver las situaciones aleatorias, al comprender perfectamente ya los términos de fracción. Según este autor se podrá conseguir que un/a niño/a comprenda el término de azar y probabilidad siempre y cuando se trabajen estos conceptos en la escuela y los viva con experiencias personales y actividades que pueda ver reflejadas o relacionar con su vida cotidiana (Batanero y Sánchez, s.f.)

Como se puede ver estos dos autores difieren en diferentes aspectos relacionados con la edad en la que los/las niños/as comienzan a tener las suficientes capacidades para comprender aspectos relacionados con la probabilidad. Por lo que se puede apreciar, Fischbein (1987) sostiene que los/las alumnos/as conocen los conceptos de probabilidad debido a sus experiencias a las intuiciones primarias, mucho antes de lo que sostiene Piaget (1975), que se basas en la relación de los contenidos nuevos con los antiguos y en el distinto periodo de desarrollo en el que se encuentre el/la niño/a.

Según lo comentado anteriormente se puede trabajar la probabilidad en primaria mediante una enseñanza activa por parte de los/las niños/as, o apoyándonos en los conocimientos que ya poseen y crear actividades manipulativas basadas en las experiencias para estimar probabilidades sencillas. Los juegos manipulativos son muy útiles para trabajar con niños/as, ya que son juegos que pueden conocer y que pueden practicar habitualmente, sin ser conscientes de que están relacionados con la probabilidad. También se puede utilizar en el aula canciones infantiles que utilicen para jugar al escondite o pilla pilla y ver a quien le toca o juegos de mesa como el parchís o la oca (Batanero, 2016).

Los/las maestros/as deben proponer actividades que capten la atención y el interés del alumnado, relacionándolas con las experiencias vividas, de tal manera que les será muchos más sencillo comprender los diferentes conceptos que recoge la probabilidad. Pero, además, el profesorado debe estar bien preparado y mostrar a su alumnado ese interés por aprender sin sentirse inseguros. Si los/las propios maestros/as trabajan la probabilidad más rápido de lo necesario, o incluso no lo imparten, aun sabiendo su importancia, los/las alumnos/as no van a conseguir relacionar esas actividades que suelen ver habitualmente en su vida, como puede ser lanzar un dado, con el termino de probabilidad o azar. Este aspecto creará en los/las alumnos/as un retraso con respecto a este tema, ya que muchas veces comenzarán más tarde de lo apropiado a trabajar estos aspectos o incluso no lo lleguen a trabajar en Educación Primaria, haciendo que en Educación Secundaria no consigan comprender correctamente los conceptos más complicados (Batanero, 2016).

Por lo tanto, en la enseñanza de la probabilidad es de gran importancia la actitud de los/las profesores/as, que en ocasiones no muestran interés por este tema y transmiten ese desinterés a su alumnado. Además, hay que tener en cuenta el nivel que presentan los/las niños/as, ya que la probabilidad es un tema abstracto y ellos/as están acostumbrados a realizar operaciones que puedan saber el resultado final, incluso puedan recrear una situación en el aula y verlo de una forma más sencilla, como la suma, la multiplicación, la resta o la división. Por ello, es importante trabajar desde los primeros ciclos conceptos probabilísticos muy sencillos, como diferencia entre suceso imposible, seguro y posible pero no seguro, con ejemplos que puedan realizar en el aula de manera visual y que puedan comprender, como puede ser tirar un dado o una ruleta (Batanero, 2013).

3.2. CONOCIMIENTO DEL PROFESORADO

Las matemáticas tienen un papel muy importante en la vida de las personas, ya que gracias a ellas podemos resolver los diferentes problemas con los que nos encontramos. La probabilidad, forma parte de las matemáticas y es un aspecto que nos va a ser útil conocer y va a estar presente a lo largo de nuestra vida cotidiana. Desde pequeños comenzamos a encontrarnos con diferentes juegos de azar, sin darnos cuenta de que en ellos se trabaja inconscientemente la probabilidad. Además de las actividades de probabilidad, a lo largo de nuestra vida nos vamos a encontrar con diversos problemas que deberemos resolver con nuestra intuición o con probabilidad, por ello, es extremadamente importante trabajar la resolución de problemas en el aula (Jiménez y Jiménez, 2005).

La resolución de problemas es una parte de las matemáticas muy importante, ya que ayuda a saber solucionar diferentes problemas o situaciones que nos encontramos en nuestra vida cotidiana. Pólya (1990) afirma:

Mi punto de vista es que la parte más importante de la forma de pensar que se desarrolla en matemáticas es la correcta actitud de cometer y tratar los problemas, tenemos problemas en la vida diaria, en las ciencias, en la política, tenemos problemas por doquier. La actitud correcta en la forma de pensar puede ser ligeramente diferente de un dominio a otro, pero solo tenemos una cabeza y por lo tanto es natural que en definitiva allá solo un método de acometer toda clase de problemas. Mi opinión es que lo central en la enseñanza de las matemáticas es desarrollar tácticas de Resolución de problemas. (Alfaro, 2006, p.1)

Este autor realiza un método para saber resolver los problemas matemáticos de una manera más sencilla basado en cuatro pasos: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución. Lo principal de este método es que se basa en relacionar los nuevos problemas con otros semejantes realizados anteriormente, de tal manera que al relacionar un problema con otro llegaremos más rápida y fácilmente a la solución y al proceso que debemos hacer para conseguirla. El profesorado, deberá tener una postura neutra, es decir, ayudará al alumnado únicamente cuando esta ayuda sea totalmente necesaria (Alfaro, 2006)

En Educación Primaria va a ser la primera vez en la que los/las niños/as se enfrenten con el concepto de probabilidad, y por ello, es importante que los/las maestros/as tengan un conocimiento adecuado de la probabilidad, muestren interés y puedan ofrecer al alumnado una educación completa sobre este concepto, ya que será la base de los estudios en Educación Secundaria. Es muy importante trabajar con los/las alumnos/as juegos de azar o actividades sencillas de probabilidad que puedan ver y realizarse en el aula, actividades muy útiles pueden ser tener diferente número de bolas de distintos colores en una urna, y calcular la probabilidad de sacar una bola en concreto. Ejercicios como estos ayudan mucho a la comprensión del azar por parte del alumnado, ya que son actividades que podemos realizar en el aula de forma material y así el/la niño/a podrá entender mejor la tarea e interiorizar mejor los conceptos. Además, otro punto positivo es que estas

actividades pueden realizarse en pequeños grupos donde los/las alumnos/as intercambien ideas, y estas actividades pueden estar relacionadas con otras áreas u otros conceptos de matemáticas como pueden ser las fracciones o las divisiones (Alfaro, 2006)

La probabilidad es un concepto que se imparte en Educación Primaria desde hace aproximadamente treinta años (Batanero et al., 2001), por ello muchos de los/las profesores/as no se consideran lo suficientemente preparados para impartir esta asignatura, lo que crea en ellos ciertas inseguridades. Estas desconfianzas pueden hacer que la formación que se imparte al alumnado sobre probabilidad, en ocasiones, no sea el adecuado, ya que los/las maestros/as no le dan la importancia que se merece y no están motivados en enseñar estos conceptos (Estrada y Batanero, 2015). En algunos casos los/las maestros/as tienden a saltarse este tema o a tratarlo muy rápidamente en el aula haciendo que los/las alumnos/as no comprendan nada sobre él o muy poco. Además, si se trabaja este tema en el aula las actividades que se realizan son meramente tradicionales con fórmulas, sin trabajar ejemplos cotidianos o resolución de problemas, por ello es muy importante que los/las profesores/as entiendan sobre probabilidad y sobre los diferentes conceptos relacionados con este tema para proporcionar una enseñanza adecuada a el alumnado (Vásquez y Alsina, 2015). Estos problemas hacen que los/las alumnos/as no consigan comprender o interiorizar bien los aspectos o conceptos relacionados con la probabilidad.

Son de gran importancia las actitudes que muestren los/las maestros/as respecto a la materia, en este caso, la probabilidad. Para formar al alumnado respecto un tema, los/as profesores/as han de transmitir el propio interés por ese tema (Estrada, Batanero, 2015). El alumnado ve al maestro/a como un modelo a seguir, generalmente, y crea con él una conexión, por ello si muestra una actitud negativa sobre probabilidad en el aula, la gran mayoría de sus alumnos/as harán lo mismo sin tener intención de comprenderla. Este es un hecho que dificultará la comprensión de la probabilidad en el futuro del alumno/a, ya que al tener esta actitud negativa y falta de interés no interiorizará correctamente los conceptos y le crearán problemas a medida que vaya aumentando la dificultad.

Autores como Pierce y Chick (2011) indican que:

Algunos profesores de matemáticas se encuentran inseguros al enseñar esta materia, pues, su interés es contribuir a la formación, no solo de los conocimientos matemáticos de sus estudiantes, sino también de sus intuiciones probabilísticas. Por otro lado, cuando se sugiere introducir un nuevo tema en el currículo es muy importante estudiar el razonamiento de los/las niños respecto al mismo, para poder valorar hasta qué punto son asequibles para ellos los nuevos conocimientos que tratamos de enseñar (Batanero, 2013, p.1).

Los/las profesores/as son una parte muy importante de la educación ya que de ellos dependerá que el/la niño/a complete su desarrollo. Muchas veces el profesorado no muestra toda su actitud en un tema y puede que el alumnado no guarde la información de manera correcta (Fernandes, Gea y Batanero, 2016). Existen una gran variedad de

estudios en los que se evalúan los conocimientos de los futuros/as maestros/as para la enseñanza de matemáticas, algunos de ellos son los siguientes.

3.2.1. Estudios realizados a futuros/as profesores/as de Educación Primaria

Azcárate (1995), observó que, al realizar un cuestionario sobre probabilidad a futuros/as profesores/as de Educación Primaria, no poseían una idea clara de aleatoriedad, cálculo de probabilidades, juegos equitativos y esquemas combinatorios. Serrano (1996) realizó entrevistas a futuros/as profesores/as obteniendo una falta de comprensión en el concepto de independencia y la equiprobabilidad. Batanero, Cañizares y Godino (2005) y Batanero, Arteaga, Serrano y Ruiz (2014) obtuvieron resultados muy similares a los anteriores en los estudios realizados a futuros/as profesores/as de Educación Primaria. Contreras (2011) realizó un estudio a estudiantes para profesores/as de Educación Primaria en el que se obtuvieron mejores resultados, pero aun así se pudieron apreciar dificultades con el cálculo de la probabilidad compuesta y condicional. Mohamed (2012) obtuvo buenos resultados en su estudio, teniendo únicamente dificultades en problemas de variable aleatoria y muestreo. En un estudio realizado por Prodromou (2012) los futuros/as profesores/as tuvieron problemas en la comprensión de la idea de convergencia. Finalmente, Smith y Hjalmarson (2013) analizaron el transcurso de la comprensión de aleatoriedad en futuros/as profesores/as a lo largo de un curso, obteniendo al principio resultados negativos que fueron mejorando con la realización de actividades (Batanero, Gómez-Torres, Conteras y Díaz, 2015).

3.2.2. Estudios realizados a profesores/as de Educación Primaria en activo

Azcárate, Cardeñoso y Porlán (1998) observaron que la mayoría de los/as profesores/as de primaria estudiados en su investigación no reconocen la aleatoriedad. Begg y Edward (1999) observan una escasa comprensión de ideas básicas relacionadas con la probabilidad, sucesos equiprobables e independencia, en profesores/as de Educación Primaria. Watson (2001) observa una preparación escasa en probabilidad y estadística en profesores/as de Educación Primaria y Secundaria. Batanero, Godino y Cañizares (2005) analizan el razonamiento probabilístico, la equiprobabilidad y la representación de un enunciado probabilístico en forma no probabilística. Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano y Rodríguez (2006) observan una falta de razonamiento en la resolución de ciertos problemas, pero una mejora en el conocimiento de los/as profesores/as con respecto a los anteriores estudios. (Vásquez y Alsina, 2015).

Existen estudios como los de Watson y Collis (1994), Lidster, Pereira-Mendoza, Watson y Collis (1995), Lidster, Watson, Collis y Pereira-Mendoza (1996), Scholttmann y Anderson (1994), Vahey, Enydey y Gifford (1997) y Cañizares, Batanero, Serrano y Ortiz (1999) que analizan el juego equitativo en los/las niños/as. Discuten sobre lo que ven los/las niños/as como juego equitativo, desde que los/las niños/as poseen una intuición matemática sobre la esperanza matemática hasta saber que es equitativo cuando en una misma partida los dos jugadores tienen la misma probabilidad de ganar. Estos autores analizaron que había una gran variedad de respuestas por parte de los/las niños/as sobre

que juego era equitativo y cual no, hasta algún/a niño/a era capaz de transformar un juego no equitativo en uno equitativo (Ortiz, Batanero y Contreras, 2012). El problema es que, como se ha comentado anteriormente, según Piaget e Inhelder (1951), los/las niños/as no adquieren las estrategias necesarias para poder reconocer un juego equitativo hasta el periodo de las operaciones concretas, es decir entre los 7 y los 11 años, para desarrollarse en su totalidad en el periodo de las operaciones formales, 11 y 15 años (Ortiz, Batanero y Contreras, 2012). Por ello el proceso de enseñanza en los últimos años de primaria es muy importante para asentar las bases de la probabilidad.

Se han realizado diversos estudios, como los de Azcárate (1995), Serrano (1996), Batanero, Arteaga, Ruiz y Roa (2010), Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano y Rodríguez (2006), Batanero, Godino y Cañizares (2005), Lopes (2006) y Sthol (2005). En los que se muestra un conocimiento escaso por parte de los futuros/as profesores/as con respecto a la enseñanza de la probabilidad y en ellos se mostraba que pocos presentan una idea clara sobre las características de los fenómenos aleatorios, mostraban dificultades con el conocimiento de independencia y equiprobabilidad, algunos de ellos utilizaban estrategias incorrectas, realizaban un mal uso del razonamiento probabilístico, etc. (Ortiz, Batanero y Contreras, 2012). Pero relacionada con la idea del juego equitativo, en la que hay que comparar las diferentes probabilidades y que todas sean iguales, y con el conocimiento didáctico de los/as profesores/as, hay muy pocas investigaciones. Ortiz, Batanero y Contreras (2012) realizan un estudio en el que se analiza el conocimiento de los/las maestros/as de los juegos equitativos. Investigar sobre este aspecto es importante, ya que los juegos de azar son utilizados por los/las niños/as en su vida cotidiana y gracias a ellos van adquiriendo los conceptos de situaciones aleatorias inconscientemente.

En la investigación, los futuros/as profesores/as tuvieron que realizar un cuestionario compuesto por dos ítems en los que se trabajaba un juego equitativo y otro no equitativo, y posteriormente deberían resolver los problemas por escrito para evaluar su conocimiento matemático. Se obtuvo que la mayoría de los futuros/as profesores/as respondieron correctamente a que ítem correspondía con un juego equitativo y cual no, así como responder correctamente al cuestionario. Además, también fue bastante mayor el porcentaje de futuros/as profesores/as que utilizaron las estrategias correctas en la resolución que los que no (Ortiz, Batanero y Contreras, 2012).

Principalmente parece que los resultados son muy positivos y que la gran mayoría de los futuros/as profesores/as saben utilizar sus conocimientos previos para comparar probabilidades, pero cabe destacar que una parte de estos futuros/as profesores/as utiliza estrategias inapropiadas. Además, los resultados son insuficientes, muchos de los futuros/as maestros/as han conseguido identificar correctamente que problema correspondía con un juego equitativo y saber calcular una probabilidad. Pero los contenidos matemáticos son bastante escasos y no son capaces de saber que estrategias matemáticas son necesarias para realizar una tarea o resolver un problema (Ortiz, Batanero y Contreras, 2012). Si los futuros/as profesores/as presentan problemas o dudas en la utilización de las estrategias correctas, incluso en el significado de los diferentes

conceptos, esto va a ser un problema cuando sean profesores/as de primaria y muestren esas dudas e inseguridades o incluso errores a sus alumnos/as, quienes van a construir una mala base de probabilidad. Por ello, es muy importante que se realice mayor hincapié en la enseñanza de la probabilidad en los futuros/as maestros/as y que estos utilicen posteriormente juegos equitativos en sus aulas relacionados con la vida cotidiana de los/las alumnos/as.

La probabilidad se trabaja desde edades muy tempranas (Batanero, Arteaga y Contreras, 2011) y el alumnado ha de acabar su Educación Primaria teniendo una serie de conocimientos básicos relacionados con esta área específica, como, por ejemplo, saber hacer estimaciones probabilísticas y conocer un lenguaje sencillo de probabilidad. Pero para ello, deben recibir una buena enseñanza por parte de los/las maestros/as, que han de tener un conocimiento claro sobre el tema y no confundir al alumnado. En el estudio de Batanero, Gómez-Torres, Contreras y Díaz (2015) se habla del Conocimiento Matemático para la Enseñanza, lo que se conoce como MKT, por sus siglas en inglés *Mathematical Knowledge for Teaching*, esta teoría sostiene que los/las maestros/as han de poseer dos conocimientos matemáticos que deben utilizar según la situación (Hill, Ball y Schilling, 2008):

1. Conocimiento del contenido

- Conocimiento común del contenido. Es el que tienen las personas que están especializadas en el área de matemáticas.
- Conocimiento especializado del contenido. Está relacionado con el conocimiento que es utilizado por el profesorado en el momento de crear las actividades o tareas más adecuadas para su alumnado.
- Conocimiento en el horizonte matemático. Es un conocimiento más abstracto y amplio relacionado con la capacidad de crear una conexión entre el nuevo conocimiento adquirido y el poseído.

2. Conocimiento pedagógico del contenido

- Conocimiento del contenido y los estudiantes. El conocimiento relacionado con las dificultades o errores que puede presentar el alumnado a lo largo de su aprendizaje
- Conocimiento del contenido y la enseñanza. Relacionado con los procesos que deberá realizar el/la maestro/a para aportar al alumnado una buena educación.
- Conocimiento del Currículo.

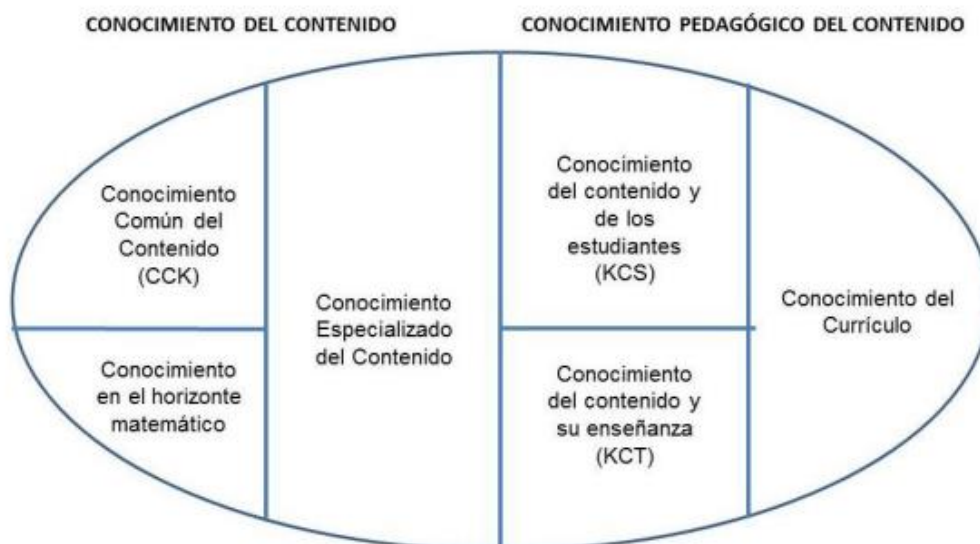


Figura 1. Conocimiento Matemático para la Enseñanza. (Parra-Sandoval y Villa-Ochoa, 2017, p.296).

Autores como Azcárate (1995), Serrano (1996), Batanero, Cañizares y Godino (2005) o Contreras (2011) han descubierto que el conocimiento probabilístico en profesores/as o futuros/as profesores/as de Educación Primaria no es el adecuado. Gracias a estos estudios se ha demostrado que el profesorado muestra dificultades relacionadas con la aleatoriedad, el cálculo probabilístico, la distinción de juegos equitativos, el orden de los datos y más aspectos relevantes relacionados con la probabilidad. Pero no solo se han visto problemas con este tipo de conocimiento, sino que, relacionado con el conocimiento pedagógico de la probabilidad, diversos autores como Watson (2001), Stohl (2005), Carter (2008), Mohamed (2012) y Ortiz, Batanero y Contreras (2012) vuelven a demostrar que los conocimientos adquiridos por los futuros/as maestros/as son escasos en cuanto a aspectos conceptuales probabilísticos, dar explicaciones razonables de los ejercicios realizados, o incluso en el tratamiento de los juegos equitativos (Batanero et al., 2015). Por lo que se puede apreciar resulta complicado pensar que nuestro alumnado pueda conseguir comprender la probabilidad cuando los propios/as maestros/as tienen dudas sobre ella. Estos estudios se realizan para que se aprenda a valorar más la educación y a darle especial importancia al conocimiento de los/las profesores/as para posteriormente conseguir que los/las niños/as adquieran una buena educación

Batanero, Gómez-Torres, Contreras y Diaz (2015) realizaron un estudio a 157 profesores/as en formación, a los cuales se presentan dos tipos de cuestionario. Uno de ellos relacionado con la resolución de problemas para evaluar el conocimiento común del contenido, poniendo en práctica la equiprobabilidad, el juego equitativo y la capacidad de comparación de probabilidades. En la segunda parte se analiza el conocimiento matemático utilizado por el profesorado para la resolución de problemas, como el análisis y la identificación de los datos, evaluando, a su vez, el conocimiento del contenido y los estudiantes. El análisis de las respuestas en este estudio fue algo diferente al de los demás, ya que una vez evaluadas las respuestas se presentaba el cuestionario en el aula y se

comentaban las diferentes respuestas, justificándose e intentando diferenciar las correctas de las incorrectas. Una semana después, se realizó el segundo cuestionario en grupos, para corregirse colectivamente en una cuarta sesión (Batanero et al., 2015).

Una vez que se sabían todas las respuestas, se analizaron los diferentes aciertos y fallos, en el primer cuestionario casi el 50% de los participantes consiguieron acertar la primera pregunta, el 43% la segunda y la última de juego equitativo tuvo una mejor puntuación. En el segundo cuestionario se obtuvieron mejores resultados que los realizados en otros estudios que trabajaban ejercicios similares (Batanero et al., 2015).

Hubo una parte adicional en el cuestionario en el que se pretendía que en los futuros/as maestros/as evaluaran respuestas de alumnos/as ficticios de Educación Primaria y que intentaran explicar la causa de los fallos. En este cuestionario se pudo observar que en este aspecto la mayoría de los futuros/as profesores/as calificaron correctamente las respuestas como correctas, parcialmente incorrectas e incorrectas, presentando muy pocos fallos (Batanero et al., 2015).

Los resultados fueron positivos con respecto a los estudios anteriores. Aunque en el conocimiento común de la probabilidad la mitad de los futuros/as maestros/as tuvieron fallos y dudas en la realización de los cuestionarios, estos resultados mejoren en la corrección de las respuestas de alumnado ficticio, viéndose que en la corrección el conocimiento mejora. Se observa, además, que el conocimiento especializado del contenido es bastante escaso en los futuros/as maestros/as y se propone centrar más la educación en este aspecto, ya que en un futuro podría conllevar ciertos problemas para actividades realizadas por el profesorado. Por último, el conocimiento del contenido y los estudiantes se han obtenido mejores resultados que en otros estudios, siendo capaces de identificar las respuestas incorrectas del alumnado ficticio y dar un razonamiento correcto (Batanero et al., 2015).

El hecho de que los futuros/as maestros/as tuvieran la oportunidad de corregir de manera conjunta las respuestas realizadas en los cuestionarios y debatir las distintas dificultades ha hecho que el conocimiento de los estudiantes aumente, gracias al razonamiento realizado en las correcciones (Batanero et al., 2015). Discutir en una sesión las respuestas correctas e incorrectas del primer cuestionario ha hecho que la identificación de respuestas correctas e incorrectas en el cuestionario realizado a alumnos/as ficticios sean mucho mejores, esto es debido a que han aprendido mediante la discusión inicial. Pero a pesar de este hecho, es importante que la probabilidad se trabaje con mayor intensidad con los futuros/as profesores/as, ya que al ser un tema incluido en el currículo desde hace aproximadamente treinta años (Batanero, Arteaga, y Contreras, 2011), puede haber maestros/as que se encuentren en activo y no se hayan formado en probabilidad. Es importante trabajar con los futuros/as maestros/as situaciones experimentales contextualizadas en su futura labor, resolución de problemas y discusión colectiva en el aula de las soluciones, establecer situaciones relacionadas con la docencia, etc. Estas actividades ayudaran a que el conocimiento de los futuros/as maestros/as este mejor

estructurado y más desarrollado para conseguir que en un futuro su alumnado obtenga una buena educación en probabilidad (Batanero et al., 2015).

Fernandes, Gea y Batanero (2016) realizan un estudio en el que se investiga el conocimiento que poseen los/las profesores/as de primaria o que debe poseer para poder impartir probabilidad en un aula de Educación Primaria y conseguir con esto que el alumnado aprenda de la mejor manera posible y con un tipo de metodología que favorezca la adquisición de estos contenidos. En el estudio se trabaja con una actividad bastante común en probabilidad que se basa en la extracción de bolas de diferentes colores de un saco, para analizar los fallos más comunes que suelen tener los futuros/as profesores/as de Educación Primaria (Fernandes, Gea y Batanero, 2016).

Como se ha comentado anteriormente, siguiendo el modelo MKT (Batanero et al., 2015), se establece que el profesorado ha de tener dos tipos de conocimiento uno relacionado con el contenido y otro con la enseñanza, en este estudio se analiza el conocimiento relacionado con el contenido. Se establece que el profesorado debe tener tres tipos de conocimiento para poder enseñar la probabilidad o cualquier aspecto matemático a los/las alumnos/as. El primero es el conocimiento común del contenido, relacionado con el conocimiento que obtenemos después de haber trabajado un tema. El segundo es el conocimiento avanzado del contenido, el cual se refiere a una adquisición mayor y más avanzada del contenido. Y por último el conocimiento especializado del contenido, que ya está relacionado con la enseñanza y la creación de tareas o problemas para conseguir que alumnado adquiera en conocimiento común (Fernandes, Gea y Batanero, 2016).

En un principio, sabemos que el cálculo de la probabilidad de una experiencia simple es mucho más sencillo que en una experiencia compuesta. Esto es debido a que en la simple tenemos que fijarnos únicamente en un hecho o una acción y calcular la probabilidad, como puede ser lanzar una moneda y ver si sale cara o cruz. Pero en las experiencias compuestas tenemos que mantener nuestra atención fijada en varios procesos que están relacionados entre sí. Como se ha comentado anteriormente en el estudio de Fernandes, Gea y Batanero (2016) se pone como ejemplo sacar dos bolas de un saco, en el que se encontraban dos bolas blancas y dos negras. La acción de sacar una bola por segunda vez estará condicionada por la primera, dependiendo si hay reposición o no. Los resultados demuestran que se encuentra una mayor dificultad en los estudiantes si no existe reposición de las bolas. Esto es debido a que la segunda vez que sacas la bola se encontraría una bola menos en la bolsa y la probabilidad se calcula de una forma diferente (Batanero et al., 2015). Por ello, necesitamos tener un conocimiento más avanzado para saber realizar correctamente la probabilidad de las experiencias compuestas.

El estudio intenta mostrar más información sobre el conocimiento que poseen los futuros/as maestros/as sobre probabilidad en experiencias compuestas. En él se analizan las respuestas de 59 estudiantes respondiendo a una tarea de probabilidad en experiencias compuestas relacionada con sacar dos bolas a la vez, de un saco en el que hay cuatro bolas blancas y dos negras. A continuación, deberán decir si es más probable obtener dos bolas blancas o una blanca y una negra. Este problema no presenta reposición, ya que al sacar

dos bolas al mismo tiempo no se devuelve ninguna bola. Uno de los fallos que más presentan los estudiantes, es que interpretan el problema como si existiera una reposición y este hecho cambia totalmente el procedimiento de cálculo. Otro fallo bastante común es realizar el cálculo de la probabilidad como si fuera una experiencia simple, cometiendo el error de calcular la probabilidad mediante la operación de la suma. Debido a estos fallos, poco más de un tercio de los estudiantes para maestro/as obtienen la respuesta correcta (Batanero et al., 2015).

Con este estudio se demuestra que los futuros/as profesores/as de enseñanza básica muestran dificultades para realizar la probabilidad de experiencias compuestas y que la enseñanza de los/las maestros/as debería ser mayor. Esto es un problema porque cuando estos estudiantes se conviertan en profesores/as de enseñanza básica mostrarán estos errores frente el alumnado y creará diferentes errores y dudas. Lo principal para que la enseñanza básica sea buena y el alumnado pueda comprenderla correctamente es que los/las maestros/as estén bien formados y no presentes dudas o fallos en sus propias explicaciones.

Llinares (2013) refleja que los/las maestros/as han de tener un conocimiento diferente de las matemáticas, que les permita analizar los distintos aspectos de su enseñanza. Como comenta en su artículo, los/las maestros/as han de “mirar profesionalmente”, es decir, ver el área de matemáticas de forma distinta al que la vería un/a profesor/a que no fuera de matemáticas, ha de analizar las situaciones de enseñanza-aprendizaje, para poder diferenciar las más adecuadas de las menos. El/la profesor/a ha de utilizar el conocimiento de matemáticas para la enseñanza, para poder enseñar desde la práctica y conseguir un correcto aprendizaje por parte del alumnado. Como comenta Llinares (2011) hay una serie de actividades en la enseñanza de las matemáticas como una práctica, como se puede ver en la imagen.

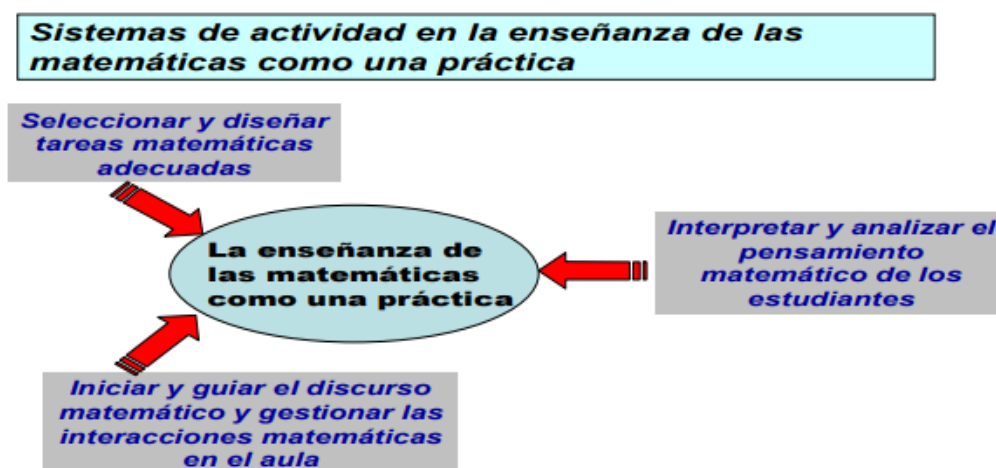


Figura 2. Sistema de actividades en la enseñanza de las matemáticas como una práctica (Llinares, 2011, p.6).

Un aspecto muy importante que deben conocer los/las maestros/as y futuros/as maestros/as es saber identificar las actividades que serán relevantes en el desarrollo del aprendizaje matemático de nuestro alumnado. Por ello, se pretende que en la educación de los futuros/as profesores/as se realicen actividades de identificación de actividades para que en un futuro conozcan las más adecuadas (Batanero et al., 2015). Cuando un profesor/a o estudiante para profesor/a analiza las actividades para ver si son válidas o no en el aprendizaje del alumnado estarán utilizando el conocimiento matemático para la enseñanza. En el momento en el que un/a profesor/a o futuro profesor/a se encuentra con una tarea deberá analizarla para comprobar lo eficaz que sería trabajarla con el alumnado. Además, si es demasiado sencilla no será de gran ayuda para incrementar su aprendizaje, pero si presenta un rango de dificultad alto tampoco, ya que no serían capaz de resolverla y en muchas ocasiones podría conllevar una actitud negativa por parte del alumnado. Pero el problema es que hay ciertos/as profesores/as o futuros/as profesores/as que tienen problemas para identificar los conceptos matemáticos en los enunciados, realizándose de forma global.

Los futuros/as maestros/as han de conocer todas las destrezas necesarias para que posteriormente puedan realizar tareas, problemas o actividades para sus futuros/as alumnos/as de educación básica. Para ser un buen/a maestro/a, hay que saber seleccionar las tareas que sean adecuadas para el alumnado ajustándose a su nivel, de tal manera que un/a profesor/a debe conocer el nivel de su alumnado y saber qué tipo de tareas son mejores para que puedan conseguir los objetivos propuestos.

Un aspecto para tener en cuenta es la propia comprensión del contenido matemático que poseen los futuros/as maestros/as, ya que en ocasiones existen maestros/as que no saben realizar problemas o actividades que presentan a sus alumnos/as o las hacen de manera incorrecta. Por ello, es importante que los formadores de maestros/as les planteen actividades que les hagan reflexionar sobre su conocimiento y su comprensión en las matemáticas. La finalidad es que intentan comprender mejor lo que creen que ya saben o conocen (Llinares, 2011). Al mismo tiempo los estudiantes para profesores/as en un futuro han de ponerse en el lugar del alumnado, pensar que están adquiriendo ese concepto por primera vez y que resulta algo nuevo para ellos e intentar comprenderles. La comprensión de una tarea varía según seas un estudiante para maestro/a, que debes saber si es un ejercicio adecuado e intentar conocer más del ejercicio de lo que nos pide, que un/a niño/a de educación básica que únicamente tienen como objetivo comprender lo que dice el enunciado y saber responder correctamente. Por tanto, los estudiantes para maestros/as deben conocer la diferencia entre comprender los conceptos en la etapa de Educación Primaria como un/a niño/a o comprenderlos para transmitirlos de manera correcta en un aula.

Como hemos visto, la probabilidad tiene un papel relevante en la Educación Primaria y los/las maestros/as han de realizar actividades adecuadas al alumnado. La sociedad va evolucionando y nos encontramos con que las nuevas tecnologías están cada vez más presentes en nuestro día a día y sobre todo en el de nuestro alumnado. Por ello, un aspecto

importante sería realizar en el aula actividades con recursos virtuales, ya que motivarán a los/las niños/as y despertarán su interés en probabilidad. Las actividades virtuales suelen ser útiles porque las nuevas tecnologías son un aspecto que se encuentra presente en la vida del alumnado desde edades muy tempranas y puede que no establezcan una relación tan directa con la escuela y con estudiar, si no que aparente para ellos ser actividades más lúdicas.

Hay diversos autores como Godino (2006), Mills (2004), Sada (2011), Barragués y Guisasola (2007), Pérez, Maya, Inzunza, Escobar, Rosete y Romero (2012), Osorio, Suárez y Uribe (2013), Oviedo, Contreras, Arteaga y Ruiz (2017) Herrera y Rodríguez (2011) que aconsejan el uso de recursos virtuales en el área de matemáticas y que sostienen que permite una mejor comprensión e interpretación de los resultados, una mejora en la resolución de problemas, para superar las dificultades del alumnado, fortalecer la enseñanza-aprendizaje, mejorar la comprensión de los conceptos, y sobre todo potencia la estimulación del alumnado y el interés por aprender probabilidad (Ruiz-Reyes, Contreras, Ruiz y Molina-Portillo, 2019). Además, de esto también resulta un recurso útil para el profesorado, ya que se pueden encontrar una gran variedad de actividades, que facilitarían su docencia. En este aspecto, considero que buscar actividades en internet resulta muy sencillo para un/a maestro/a, pero no sería relevante, si las actividades utilizadas no son útiles para el alumnado. En ocasiones puede ocurrir que las actividades virtuales son demasiado sencillas y no consiguen mostrar ninguna complejidad en el alumnado, pero también pueden estar mal realizadas y generar más dudas y conflictos de los que ya pueden tener. Por ello considero que es de gran importancia que el profesorado se asegure de que las actividades son correctas, y no contienen fallos. Para categorizar los recursos virtuales como adecuados o no para trabajar en el aula, autores como Godino, Contreras y Font (2006) y Godino, Wilhelmi y Bencomo (2005) han establecido el concepto de “idoneidad didáctica”, que consiste en el grado de validez de un recurso para que sea apto para trabajar en el aula o no (Ruiz-Reyes et al., 2019). Un recurso será idóneo para trabajar si reúne las siguientes características (Godino, 2013):

- Idoneidad epistémica. El recurso deberá presentar algún significado institucional con respecto al significado de referencia.
- Idoneidad cognitiva. Los recursos han de adaptarse al desarrollo del alumnado.
- Idoneidad afectiva. Los recursos han de estar relacionados con los intereses de nuestro alumnado.
- Idoneidad interaccional. Consiste en evaluar la trayectoria de enseñanza y analizar la idoneidad según el papel del docente y sus interacciones con el alumnado
- Idoneidad mediacional. Se evalúan los recursos materiales necesarios para la realización de la actividad.
- Idoneidad ecológica. El recurso debe adaptarse al proyecto educativo y a los conocimientos del alumnado.

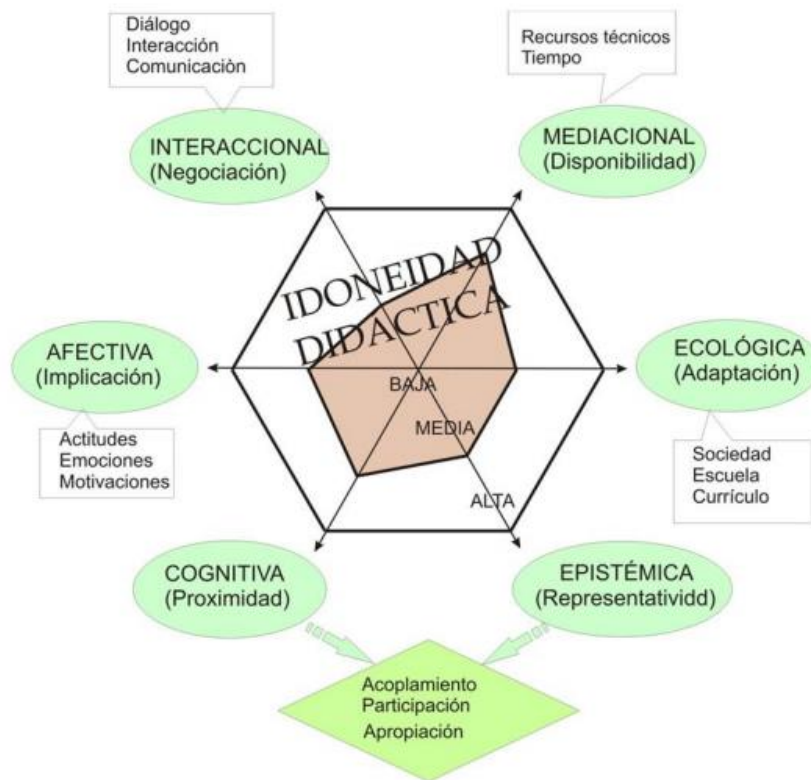


Figura 3. Idoneidad didáctica. (Godino, 2013, p.116)

Una vez encontrado un recurso que consideremos óptimo deberemos categorizarlo en uno de los grupos establecidos por Contreras (2009): juegos, exploración de conceptos con subcategorías (azar, tipos de sucesos, experimentos aleatorios, simulaciones probabilísticas), problemas, lecciones o libros virtuales y videotutoriales (Ruiz-Reyes et al., 2019).

Ruiz-Reyes, Contreras, Ruiz y Molina-Portillo (2019) analizan algunos recursos virtuales de la categoría de juegos que nos podemos encontrar. Uno de ellos es una simulación de una caja en la que se encuentran bolas cinco bolas rojas y cinco azules, que introduces dentro de la caja, para posteriormente adivinar cual es la probabilidad de sacar una bola de color azul. Con este ejercicio se trabaja el concepto de Laplace (casos favorables/casos posibles).

Acceder a numerosos recursos virtuales es muy sencillo, pero considero que en muchas ocasiones los/las alumnos/as ya se encuentran muy relacionados con las nuevas tecnologías en su tiempo libre y que en el aula en ciertas ocasiones pueden ser de gran ayuda, pero concretamente en el área de matemáticas no considero que sea así. Poniendo de ejemplo el recurso comentado anteriormente considero que es una actividad muy sencilla de realizar en el aula, únicamente el/la maestro/a tiene que presentar una actitud positiva y llevar al aula los materiales necesarios. En el aula los/las alumnos/as podrían participar de forma activa y en mi opinión comprender de una forma mucho más sencilla lo que se intenta trabajar. Considero que, con las nuevas tecnologías, algunos/as maestros/as pueden abusar de ellas por ser un recurso muy sencillo de utilizar y que

ofrece una gran variedad de actividades, pero lo que los/las niños/as realmente necesitan es aprender e interiorizar los conceptos y este aspecto únicamente va a ocurrir si el profesorado se esfuerza por ello.

Finalmente, para terminar con el estudio de los conocimientos del profesorado considero que los aspectos más importantes señalados en este apartado son la falta de conocimiento que presentan, en ocasiones, los/las maestros/as o futuros/as maestros/as y que ha de corregirse. La mala actitud o actitud negativa hará que el alumnado adopte también esa actitud y la búsqueda de recursos sencillos, que en ocasiones pueden no ser los más adecuados. El área de matemáticas está totalmente relacionada con las actividades realizadas fuera y dentro del aula y con las explicaciones del profesorado. Por ello, es de gran importancia analizar el conocimiento de los/las maestros/as y asegurarse una correcta utilización de las actividades, que consigan crear un correcto desarrollo en el alumnado

3.3. LIBROS DE TEXTO

Los libros de texto son utilizados por los/las maestros/as de manera complementaria a la enseñanza, pero para poder utilizarlos de manera positiva y que favorezcan el aprendizaje del alumno/a es importante valorar los conceptos básicos y sus propiedades. Ya que muchas de las tareas realizadas por los/las profesores/as en el aula están programadas por los libros de texto y muchos de los ejemplos utilizados son sacados de los ellos. Para que el alumnado aprenda correctamente los conceptos matemáticos es importante que se impartan a través de una serie de ejemplos y actividades de forma adecuada en vez de realizarlo mediante una definición. De esta manera, los/las alumnos/as podrán ver esos conceptos matemáticos que han de adquirir, representados con ejemplos que puede encontrarse en su vida diaria. Además, los libros han de adaptarse al nivel y la edad de cada alumno/a según el curso al que están dirigidos (Gómez-Torres, Batanero y Contreras, 2014).

En probabilidad, en Primaria, hay cuatro tipos de significados (Batanero, 2005):

- Significado intuitivo. Consta de ideas intuitivas de probabilidad que se crean mediante actividades o juegos totalmente relacionados con el azar, en los cuales te dejas llevar por tu propia intuición, como pueden ser los juegos de azar o las apuestas. En Educación Primaria se pueden utilizar diferentes juegos cualitativos en los cuales los/las alumnos/as poseen un papel activo y gracias a esto podrán ir desarrollando en su memoria el concepto de probabilidad, ya que no saben a ciencia cierta el resultado, simplemente lo intuyen.
- Significado clásico. Esta totalmente relacionado con la definición de probabilidad de Laplace, en la cual la probabilidad de un suceso es igual al número de casos favorables entre el número de casos posibles. Esta definición es la más utilizada

cuando se empieza a estudiar el concepto de probabilidad, debido a que es sencilla de comprender por parte del alumnado y pueden calcularse con ellas distintas situaciones cotidianas o que se pueden encontrar los/las niños/as en su día a día como hallar la probabilidad de que salga un número par al lanzar un dado, o cara al lanzar una moneda. Pero en aquellos experimentos compuestos, que requieren de un razonamiento combinatorio no se puede utilizar y requerirá una mayor complejidad.

- Significado frecuencial. En este caso, como la propia palabra indica es un significado relacionado con la frecuencia relativa de los sucesos aleatorios. El problema es que, en ocasiones, no se puede utilizar este significado porque hay que repetir muchas veces el experimento para obtener una estimación correcta y fiable y en ocasiones este hecho resulta muy complicado. Pero es adecuado enseñarlo en Educación Primaria, ya que nos ofrece una conexión entre estadística y probabilidad y una aplicación más amplia que el significado clásico.
- Significado subjetivo. Relacionado con el teorema de Bayes, en el que se permiten transformar probabilidades a priori en probabilidades a posteriori. Es decir, los significados nombrados anteriormente son todos del tipo objetivo, cuando es subjetivo estamos hablando de probabilidades como el diagnóstico de un médico o la evaluación de un estudiante, en las cuales el médico o el/la profesor/a poseen una información adicional que les permitirá dar la solución más probable. Este significado se suele trabajar en Educación Secundaria, ya que conlleva una gran dificultad, pero algunos autores como Carmen Batanero, Godino y Cañizares aconsejan comenzar a trabajarla en Educación Primaria con situaciones cotidianas del niño/a.

En un estudio realizado por Gómez-Torres, Ortiz y Gea (2014) en libros de diferentes editoriales y diferentes cursos se muestra un análisis de los conceptos utilizados en cada uno de los ciclos, dando como resultado que en su mayoría se utilizan conceptos básicos de los cuatro tipos de significado probabilístico. Relacionado con el significado intuitivo se utilizan en todos los ciclos de primaria conceptos como el azar, la probabilidad, suceso seguro, posible e imposible y posibilidad o grado de frecuencia. En el significado clásico a pesar del juego de azar, que se trabaja en todos los ciclos, los conceptos de probabilidad, casos favorables y casos posibles y juego equitativo se trabajan en el tercer ciclo de primaria. Relacionado con el significado frecuencial y el significativo ocurre exactamente igual que en el anterior, son conceptos que se trabajan en el segundo y el tercer ciclo de primaria, como puede ser la frecuencia, el valor estimado y el suceso incierto (Gómez-Torres, Ortiz y Gea, 2014).

Por lo tanto, en primaria están presentes los cuatro significados de probabilidad, aunque algunos de ellos están más presentes en unos ciclos que en otros. Pero no solamente es importante que en los libros se trabajen los diferentes conceptos de probabilidad desde los primeros cursos, sino que, el papel de los/las profesores/as es también de gran

relevancia. Esto es así, porque son los responsables de realizar las actividades adecuadas con su alumnado y de trabajar con ellos actividades manipulativas, en las que presentan un papel activo, para que puedan interiorizar los conceptos de una forma mucho más sencilla. (Gómez-Torres, Ortiz y Gea, 2014). Los libros nos proporcionan una serie de ejercicios que pueden ayudarnos como maestros/as en nuestra enseñanza, pero es nuestro deber intentar que esos ejercicios consigan formar parte de la educación del alumnado.

Los libros de texto son utilizados por los/las profesores/as frecuentemente, pero, dependiendo de la frecuencia con la que son utilizados y el contenido que presentan, ayudarán o perjudicarán en el aprendizaje del alumnado. Esto es así, porque hay ciertos libros que no presentan las tareas o ejercicios adecuados para cada alumno/a en el nivel que se encuentre y que puede ocasionar desorientación o duda en los/las niños/as. Además, aunque estemos en el área de matemáticas es de gran importancia el lenguaje, ya que es un área en la que todos los enunciados o actividades están compuestas por lenguaje, y el nivel debe ser apropiado para que el alumnado pueda comprender lo que este leyendo (Gómez-Torres, Ortiz, Batanero y Contreras, 2013). Si esto no es así, la atención del alumno/a estará dirigida a intentar comprender lo que está comunicando el enunciado que a realizar las actividades de matemáticas. Por ello, es muy importante prestar atención a los libros de textos y utilizarlo como material complementario a la explicación siempre que favorezca el desarrollo del alumnado.

Gómez-Torres, Ortiz, Batanero y Contreras (2013) realizan un análisis del lenguaje en dos libros de texto de Educación Primaria de editoriales diferentes, con el cual se pretende analizar las expresiones y el vocabulario utilizado y, además, ver si es adecuado para el nivel del alumnado correspondiendo con cada curso. Además, los libros estarán relacionados con la enseñanza impartida por el/la profesor/a, es decir, por el papel que representa en el aula, ya que la utilización de los libros condicionará las metodologías utilizadas por los/las diferentes maestros/as y la forma de impartir sus clases. Lo que se pretende con este estudio es orientar a los/las maestros/as o futuros/as maestros/as de las posibles dificultades con las que se encontrarán los/las alumnos/as en la utilización de los libros, y la importancia de su lenguaje, que ya deben conocer, y el nuevo que deben aprender y que se convertirá en una parte fundamental para su desarrollo (Gómez-Torres et al., 2013).

Para analizar un libro debemos fijarnos primero en el lenguaje, y en un libro de matemáticas podemos encontrarnos tres tipos de expresiones. Podemos encontrar lenguaje específico de matemáticas que no utilizamos en nuestra vida diaria, lenguaje de matemáticas pero que no está relacionado con el significado de la misma palabra utilizada en el lenguaje cotidiano y palabras que significan lo mismo en el lenguaje matemático como en el coloquial. Debemos fijarnos en que la última opción sea la más utilizada en los libros de matemáticas, ya que las otras dos, sobre todo la segunda, puede causar confusión en el alumnado y complicar aún más la comprensión de los conceptos. Además, nos encontramos con expresiones coloquiales, utilizadas en todos los cursos, expresiones específicas de aleatoriedad y probabilidad, utilizadas únicamente en los últimos dos

ciclos, y expresiones específicas de los juegos de azar, que son utilizadas en todos los ciclos, aunque con más incidencia en los dos últimos (Gómez-Torres et al., 2013). Este aspecto resulta coherente, ya que a medida que los/las alumnos/as van aumentando sus capacidades y van creciendo podrán comprender de mejor manera y con mayor facilidad los distintos conceptos matemáticos, que serán cada año más complicado.

En Educación Primaria nos encontraremos con cuatro tipos de vocabulario que serán los más utilizados en los libros de texto, y que por ello debemos conocer, para poder darles una mejor educación a nuestro alumnado y comprender los tipos de palabras con las que se van a encontrar y nunca han visto (Gómez-Torres et al., 2013).

- Lenguaje numérico: dentro de este lenguaje se encuentra el lenguaje numérico como los números enteros, las fracciones y los decimales. Son conceptos trabajados en los primeros cursos de Educación Primaria y que nuestro alumnado ha de conocer a la perfección para poder superar los cursos superiores con éxito. Además, las fracciones serán un componente principal en el inicio de la probabilidad, utilizándose para representar el valor de la probabilidad de un suceso. Los números enteros son utilizados en probabilidad por todas las editoriales y en todos los ciclos, ya que es un aspecto esencial en las matemáticas y que deberán comenzar a comprender desde edades tempranas. Los números decimales únicamente son utilizados en los ciclos superiores, siendo más complicada su comprensión. Y finalmente la utilización de las fracciones como representación de la probabilidad y como representación de la frecuencia relativa suelen ser utilizadas en el tercer ciclo y en ocasiones en el segundo. El problema que se puede apreciar en este primer ejemplo es que no todos los libros son iguales ni trabajan con el mismo vocabulario y con la misma dificultad. En este ejemplo hemos podido ver que una de las editoriales comienza a trabajar las fracciones como representación de la probabilidad y de la frecuencia relativa en el segundo ciclo, mientras que la otra editorial comienza en el tercero. Ese hecho hará que ciertos alumnos/as comiencen a trabajar este lenguaje antes que otros, y que aún no estén preparados para ello.
- Lenguaje simbólico. Este lenguaje es el relacionado con los símbolos en matemáticas como puede ser la suma (+) o la resta (-). Los símbolos son utilizados para realizar operaciones desde cursos muy tempranos, pero hay símbolos más sencillos, como los comentados anteriormente y símbolos más complejos que serán utilizados en cursos superiores. Relacionándolo con probabilidad, nos encontramos con símbolos de igualdad y suma que comienzan a ser utilizados en el segundo ciclo, y desigualdad, aproximación, división y letras con símbolos que se comienzan a utilizar en el tercer ciclo. Pero, según los resultados del estudio, únicamente se utilizan en una de las editoriales, este hecho vuelve a hacer que nos planteemos las diferencias que se pueden crear en los/las alumnos/as si se utilizan diferentes editoriales, ya que algunos/as comenzarán a utilizar estos símbolos relacionados con probabilidad mucho antes que sus

iguales. Por lo tanto, cuando se utiliza este lenguaje en probabilidad el alumnado debe tenerlo interiorizado previamente para que no conlleve un problema en la adquisición de los nuevos conceptos

- Lenguaje tabular. Está relacionado con la representación de los datos a través de tablas, es decir es el uso de tablas para la resolución de los ejercicios en el área de matemáticas. En Educación Primaria se comienza a trabajar con las tablas en probabilidad a partir del segundo ciclo, aunque, generalmente suelen estar relacionadas con la estadística, aspecto complementario a la probabilidad. Por ello, las tablas pueden utilizarse en Educación Primaria para la presentación de los datos, para resumir la información de una muestra o relacionando cada variable con su valor. También existen tablas con espacios en blanco para ser completados por el alumnado y que presentan un nivel de razonamiento mayor. La utilización de tablas en Educación Primaria aumenta de complejidad según el curso, y ocurre así en las dos editoriales estudiadas en el informe visto. Pero lo cierto es que, en la mayoría de los casos el uso de las tablas está relacionado con estadística y en pocas ocasiones se intenta establecer esa relación con el concepto de probabilidad. Por lo tanto, el lenguaje tabular se comienza a utilizar en primaria de manera progresiva, primero los/las niños/as realizan tablas para recoger los datos, a continuación, tablas de frecuencia absoluta, hasta finalmente llegar a tablas de frecuencia relativa, a medida que se va aumentando de curso su lenguaje y su nivel de dificultad van aumentando.
- Lenguaje gráfico. Se pueden encontrar distintos tipos de gráficos, como gráficos de barras, de sectores, histogramas o diagramas de árbol. Pero todos ellos, excepto el último, suelen ser utilizados en estadística y no relacionados con la probabilidad. Además, el lenguaje gráfico presenta en Educación Secundaria, en Educación Primaria únicamente se analizan en los últimos cursos, pero no se trabaja con ellos.

Como se puede ver en el análisis realizado, el lenguaje utilizado en los libros de texto cambia de unas editoriales a otras. Este aspecto puede ser perjudicial para el alumnado, por el hecho de que dependiendo del libro utilizado adquirirá algunos de los conocimientos antes o después que sus iguales, haciendo que se complique la comprensión de la probabilidad o del área de matemáticas en general (Gómez-Torres et al., 2013). Por ello, también es importante el uso que hace el profesorado del libro de texto, que deberá ser moderado. Es decir, no se recomienda que toda su enseñanza se centre como recurso único y principal en los libros, ya que en ocasiones puede ser perjudicial para el alumnado. Pero la influencia del libro dependerá del propio/a alumno/a y del profesor/a, que deberá utilizarlo de manera adecuada, e intentar que los/las alumnos/as empiecen a comprender el lenguaje utilizado en los libros, para que posteriormente no sea un problema para ellos. El lenguaje utilizado suele incrementar su dificultad de forma paralela al desarrollo del alumnado, es decir, a medida que el/la alumno/a va creciendo podrá aumentar su capacidad para comprender los conceptos cada

vez más complejos. Como resulta lógico en un aula de Educación Primaria habrá alumnado muy diferente y para algunos será fácil la comprensión del lenguaje, pero para otros resultará más complicado comprender los enunciados de los ejercicios, ya que no todos poseen el mismo vocabulario. Por ello, los/las maestros/as han de centrar toda su atención a las necesidades de cada uno de ellos e intentar resolver todas las dudas posibles, intentando que el lenguaje no sea un obstáculo para la adquisición de las matemáticas.

4. CONCLUSIONES

La probabilidad es un concepto que suele resultar muy complicado de comprender por parte del alumnado y que suele conllevar diferentes problemas en su desarrollo. En esta revisión bibliográfica han sido trabajados los aspectos principales relacionados con esta dificultad en la adquisición de los conceptos probabilísticos. Se han analizado una gran variedad de estudios y se han puesto en común ideas de diferentes autores sobre el desarrollo del alumnado y cuando es el momento indicado para comenzar a trabajar la probabilidad.

Autores como Piaget, Inhelder y Fischbein discrepan sobre cuál es la edad correcta para comenzar a trabajar la probabilidad con el alumnado. Por una parte, Piaget sostiene que los/las alumnos/as no están aún preparados en edades tempranas para comenzar a trabajar la probabilidad, debido a la etapa del desarrollo en la que se encuentran. Mientras que Fischbein defiende la capacidad de intuición que poseen los/as niños/as y que gracias a ella podrán comprender la probabilidad desde el comienzo de la Educación Primaria. Lo principal es que las actividades utilizadas por el alumnado han de estar relacionadas con sus propias experiencias, y trabajar en el aula actividades manipulativas y en las que los/las niño/as presenten un papel activo. Este hecho es importante porque, de esta manera, relacionan esos conceptos de probabilidad con las diferentes situaciones que han vivido en su día a día y que inconscientemente han sabido resolver sin saber que estaban caracterizadas por el azar y la probabilidad. Considero que es importante que se empiece a trabajar desde edades tempranas conceptos sencillos de probabilidad y realizar situaciones probabilísticas en el aula, como juegos de azar o actividades, como sacar bolas de una urna y jugar a quien adivina el color y cual será más probable. Situaciones que, a medida que vayan creciendo, deberán analizar de una forma más concreta y complicada, pero que de momento es importante que se vaya trabajando poco a poco.

Otro aspecto que está relacionado con las dificultades que tiene el alumnado para adquirir los conceptos probabilísticos son los conocimientos que posee el profesorado. Se ha podido comprobar, mediante el análisis de varios estudios que en ciertas ocasiones los/las maestros/as o futuros/as maestros/as no están correctamente preparados para enseñar la probabilidad. Muchos de ellos muestran diferentes dudas con los conceptos básicos probabilísticos, lo que conlleva por un lado que la enseñanza transmitida sea errónea y por otro, que muestren una actitud negativa hacia la probabilidad y el alumnado la adopte.

Es importante asegurarse de que el profesorado conoce los conceptos a la perfección y que intente realizar actividades que consigan despertar el interés de nuestro alumnado.

Por último, nos encontramos con el análisis de los libros de texto y su utilización en el aula. Es importante que el profesorado no dependa únicamente de este recurso para impartir su asignatura, ya que en ocasiones los libros de texto pueden contener un vocabulario poco apropiado para el curso educativo, haciendo que esto suponga un problema para el alumnado y dificulte su aprendizaje. Aun así, los/las maestros/as han de evaluar las actividades presentadas por los libros de texto para su posterior realización en el aula.

Por lo tanto, la probabilidad es una asignatura que se ha introducido recientemente en el currículo y que suele crear distintas dificultades y obstáculos tanto en alumnos/as como en profesores/as. Para que este hecho no cause un problema en el desarrollo del aprendizaje del alumnado es importante que los/las maestros/as tengan una actitud positiva, se centren en las necesidades de los estudiantes e intenten trabajar estos conceptos mediante actividades dinámicas y relacionadas con las propias experiencias del alumnado. Con los datos comentados en este documento y el cambio de actitud de algunos/as profesores/as se conseguirá que la probabilidad deje de ser un problema para el alumnado.

5. REFERENCIAS

- Alfaro, C. (2006). Las ideas de Pólya en la resolución de problemas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1, 1-13.
- Azcárate, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. (Tesis doctoral en Educación). Universidad de Cádiz, Cádiz, España.
- Azcárate, P., Cardeñoso, J. M. y Porlán, R. (1998). Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(1), 85-97.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 8(3), 247-264.
- Batanero, C., Cañizares, M. J. y Godino, J. (2005). Simulation as a tool to train preservice school teachers. In *Proceedings of ICMI First African Regional Conference. Johannesburg: International Commission on Mathematical*, 13-23.
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo. *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar*. 1-17.
- Batanero, C., Arteaga, P., Ruiz, B. y Roa, R. (2010). Assessing pre-service teachers conceptions of randomness through project work. *VIII International Conference on teaching Statistics*.
- Batanero, C., Arteaga, P. y Contreras, J. M. (2011). El currículo de estadística en enseñanza obligatoria. *Revista de Educacao Matemática e Tecnologia Iberoamericana*, 1(2), 1-20.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación? *Atas do III Encontro de probabilidades y estadística na escola*. 9-21.
- Batanero, C., Arteaga, P., Serrano, L. y Ruiz, B. (2014). Prospective primary school teachers 'perception of randomness. *Probabilistic Thinking*, 345-366.
- Batanero, C., Gómez-Torres, E., Contreras, J. M. y Díaz, C. (2015). Conocimiento matemático de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: un estudio exploratorio. *Praxis Educativa, Ponta Grossa*, 10(1), 11-34. doi:10.5212/PraxEduc.v.10i1.0001.
- Batanero, C. (2016). Posibilidades y retos de la enseñanza de la probabilidad en la Educación primaria. *Actas del 6º Congreso Uruguayo de Educación Matemática. CUREM6*.
- Batanero, C. y Sánchez, E. (s.f.). Azar y probabilidad en la Escuela Primaria, ¿Qué podemos aprender de la investigación? *Universidad de Granada, España*.

- Begg, A. y Edwards, R. (1999). Teachers 'ideas about teaching statistics. *Proceedings of the 1999 combined conferred of the Australian Association for Research in Education and New Zealand Association for Research in Education*.
- Carter, T. A. (2008). Preservice teacher knowledge and understanding of probability and statistics. *Teacher knowledge and practice in middle grades mathematics*, 19-43.
- Cañizares, M. J., Batanero, C., Serrano, L. y Ortiz, J. (1999). Comprensión de la idea de juego equitativo en los niños. *Revista de didáctica de las matemáticas*, 37, 37-55.
- Contreras, J.M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional*. (Tesis doctoral en Didáctica de la Matemática) Universidad de Granada, Granada, España.
- Estrada, A. y Batanero, C. (2015). Construcción de una escala de actitudes hacia la probabilidad y su enseñanza para profesores. *Investigación en Educación Matemática* 19, 239-248.
- Fernandes, J. A., Gea, M. M. y Batanero, C. (2016). Conocimiento de futuros profesores de Educación Primaria sobre probabilidad en experiencias compuestas. *Investigación en Educación Matemática*, 20, 217-225.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht: Reidel.
- Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111-132.
- Gómez-Torres, E., Ortiz, J. J., Batanero, C. y Contreras J. J. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* 35, 75-91.
- Gómez-Torres, E., Ortiz, J. J. y Gea, M. M. (2014). Conceptos y propiedades de probabilidad en libros de texto españoles de educación primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática* 5, 49-71.
- Gómez-Torres, E., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2014). Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España. *Epsilon* 31(2), 25-42.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content Knowledge of student. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 272-400.
- Jiménez, L. y Jiménez, J. R. (2005). Enseñar probabilidad en primaria y secundaria ¿Para qué y por qué? *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 6(1), 1-14.

- Lidster, S., Pereira-Mendoza, L. Watson, J. & Collis (1995). What is fair for grade 6? *Conference of the Australian Association for Research in Education*.
- Lidster, S., Watson, J., Collis, K. F. & Pereira-Mendoza, L. (1996). The relationship of the concept of fair to the construction of probabilistic understanding. *Technology in Mathematics Education*, 352-359.
- Llinares, S. (2011). Tareas matemáticas en la formación de maestros. Caracterizando perspectivas. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 78, 5-16.
- Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educar en Revista, Curitiba, Brasil*, (50), 117-133.
- Lopes, C. (2006). Stochastics and the professional Knowledge of teachers. *Proceedings of the Seventh International Conference on teaching Statistics*.
- Mohamed, N. (2012). *Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de Educación Primaria sobre probabilidad*. (Tesis doctoral en Didáctica de la Matemática) Universidad de Granada, Granada, España.
- Ortiz, J. J., Mohamed, N., Batanero, C., Serrano, L. y Rodríguez, J. (2006). Comparación de probabilidades en maestros en formación. *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación de Educación Matemática*, 268-276.
- Ortiz, J. J., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2012). Conocimiento de futuros profesores sobre la idea de juego equitativo. *Revista latinoamericana de Investigación de Matemática Educativa*, 15(1), 63-91.
- Parra-Sandoval, H. y Villa-Ochoa, J. A. (2017). Vinculación de las matemáticas con la realidad. Implicaciones en la conformación del pensamiento profesional del docente. *Revista Paradigma*, 38, 288-311.
- Piaget, J. y Inhelder, B. (1951). *La genès de l'idée de hasard chez l'enfant*. París: Presses Universitaires de France.
- Piaget, J. (1975). *Psicología de la inteligencia*. Buenos Aires: Psique.
- Pierce, R. y Chick, H. (2011). *Teachers' beliefs about statistics education. Teaching Statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education (151-162)*. Nueva York: Springer.
- Pólya, G. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Prodromou, T. (2012). Connecting experimental probability and theoretical probability. *The International Journal of Mathematics Education*, 44, 855-868.
- Ruiz-Reyes, K., Contreras, J. M., Ruiz, F. y Molina-Portillo, E. (2019). Recursos virtuales para la enseñanza de la probabilidad en educación. *Actas del tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. 1-10.

- Serrano, L. (1996). *Significados institucionales y personales de objetos matemáticos ligados a la aproximación frecuencial de la enseñanza de la probabilidad*. (Tesis doctorado en Didáctica de la Matemática) Universidad de Granada, Granada, España.
- Schlottmann, A. & Anderson, N. H. (1994). Children's judgements of expected value. *Developmental Psychology*, 30(1), 55-66.
- Smith, T. y Hjalmarson, M. (2013). Eliciting and developing teachers' conceptions of random processes in a probability and statistics course. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 58-82.
- Stohl, H. (2005). Facilitating students' problem solving: Prospective teachers' learning trajectory in technological contexts. *Journal of Mathematics teacher Education*, 8(3), 223-254, doi: 10.1007/s10857-005-2618-6.
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2015). Conocimiento Didáctico-Matemático del profesorado de Educación Primaria sobre probabilidad: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Bolema, Rio Claro*, 29(52), 681-703.
- Vahey, P., Enyedy, N. & Gifford, B. (1997). Beyond representativeness: Productive intuitions about probability. *Annual Conference of the Cognitive Science Society*.
- Watson, J. M. & Collis, K. F. (1994) Multimodal functioning in understanding chance and data concepts. *XVIII International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 369-376.
- Watson, J. M. (2001) Profiling teachers competence and confidence to teach particular mathematics topics: The case of chance and data. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(4), 305-337.