



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

Máster en Formación del Profesorado de Educación
Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación
Profesional

**Dinamización de la clase de Matemáticas: propuesta de
gamificación y aprendizaje cooperativo apoyada en la
historia de las Matemáticas**

**Dynamization of the Mathematics' class: proposal of
gamification and cooperative learning supported in the
history of Mathematics**

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Autor: Guillermo Fernández Lugilde

Tutor: Pedro Alonso Velázquez

Mayo 2020

Índice de contenidos

1. Resumen.....	3
2. Introducción.....	5
3. Reflexión sobre la formación recibida a lo largo del máster.....	7
3.1. Formación teórica del máster.....	7
3.2. Reflexión sobre el Prácticum.....	14
4. Propuesta de programación docente para Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO.....	18
4.1. Contribución de la materia al logro de las competencias clave para la etapa.....	20
4.2. Metodologías.....	22
4.3. Recursos y materiales.....	25
4.4. Medidas de refuerzo y atención a la diversidad.....	25
4.5. Secuenciación, temporalización y cronograma.....	28
4.6. Propuesta de actividades complementarias y extraescolares.....	50
4.7. Plan de Lectura, Escritura e Investigación.....	51
4.8. Evaluación del alumnado.....	52
4.9. Evaluación de la programación docente.....	55
4.10. Desarrollo de la unidad didáctica Sistemas de Ecuaciones.....	55
5. Propuesta de innovación: propuesta de gamificación y aprendizaje cooperativo apoyado en la historia de las Matemáticas.....	66
5.1. Contexto y diagnóstico inicial.....	66
5.2. Objetivos de la innovación.....	68
5.3. Fundamentación teórica.....	69
5.4. Desarrollo de la innovación.....	71
5.5. Evaluación.....	76
5.6. Análisis de resultados.....	78

6. Conclusiones.....	81
7. Bibliografía y referencias.....	83
ANEXO I. Prueba escrita para la unidad didáctica de Sistemas de Ecuaciones..	86

1. Resumen

Este trabajo supone la conclusión del Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional, y en él quedan plasmados los conocimientos adquiridos durante el desarrollo del mismo. Se dividirá el trabajo en tres bloques principales.

El primero recoge una reflexión sobre la formación recibida durante el curso, tanto a través de las asignaturas teóricas, como de las prácticas en un centro educativo. Ambos períodos me ofrecieron aprendizajes esenciales para comprender la complejidad de la docencia y prepararme para afrontarla.

En el segundo se diseña una programación docente para la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, de 3º de ESO. Esto incluye, entre otras cosas, una propuesta metodológica, medidas de atención a la diversidad, una secuenciación, una temporalización y una evaluación de un curso completo. Posteriormente, se procede a desarrollar extensamente una de las unidades didácticas del curso, concretamente la de Sistemas de Ecuaciones.

Por último, se describirá la propuesta de innovación que fue implementada durante el período de prácticas en dos grupos de 3º de ESO, a través de la introducción de metodologías poco habituales para el alumnado como la gamificación y el aprendizaje cooperativo.

This work entails the conclusion of the Master Degree in Teacher Training of Secondary Education, A level and Vocational Training, in which the knowledges acquired during the master degree are captured. The work is divided in three main blocks.

The first one gathers a reflection about the training received during the course, through the theoretical subjects, as well as the internship in an education center. Both periods offered me essential learnings to understand the complexity of teaching and to prepare me to confront it.

In the second block, a teaching program is design, for the subject of Mathematics Oriented to Academic Education, for 3rd of Secondary Education. This includes, among other aspects, a methodological proposal, measures for diversity outreach, a sequencing, a temporality proposal and an evaluation of a whole curse. Later on, one of the teaching units is developed extensively, in particular the Systems of Equations.

At last, an innovation proposal will be described, that was implemented during the internship period in two groups of 3rd course of Secondary Education, through the introduction of methodologies that were not frequent for the student body, like gamification or cooperative learning.

2. Introducción

Este Trabajo Fin de Máster (TFM) se divide en tres bloques principales: reflexión sobre la formación recibida a lo largo del máster, elaboración de una programación docente y una propuesta de innovación.

En el primero de ellos, se analizan las aportaciones de cada una de las asignaturas de este máster. En primer lugar, de las asignaturas teóricas cursadas durante el máster, tres de las cuales se desarrollan durante el segundo semestre, simultáneamente a las prácticas. La reflexión acerca de las prácticas ocupa la segunda parte de este primer bloque. Este período de prácticas supone la mejor formación posible para un docente, y la concreción de todos los conocimientos adquiridos previamente durante el máster.

El segundo bloque es el más extenso y se corresponde con el diseño de una programación docente para la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas del curso de 3º de Educación Secundaria Obligatoria (ESO). Seleccioné este curso debido a que es en el que impartí una de las unidades didácticas, y en el que desarrollé la propuesta de innovación durante las prácticas. En la programación se recogen las contribuciones a la adquisición de las competencias básicas de la etapa, las metodologías que se tratarán de implementar, las medidas de atención a la diversidad, la secuenciación y temporalización, la relación entre contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje de cada unidad didáctica, los procedimientos para evaluar al alumnado, etc.

Asimismo, dentro de dicha programación, se desarrollará de manera extensa una de las unidades didácticas, concretamente la de Sistemas de Ecuaciones, en la que se concretan más los planteamientos expuestos en la programación, ofreciendo, por ejemplo, una propuesta de temporalización en la que se vean plasmadas las metodologías propuestas.

En el tercer bloque se describe una propuesta de innovación que fue llevada a cabo durante el período de prácticas. Tras un diagnóstico inicial de los grupos en los que se impartiría la unidad didáctica, en los que resultaba palpable, por ejemplo, el desinterés hacia los contenidos de la asignatura, el rendimiento del alumnado por debajo

de su capacidad o el poco trabajo en casa; se trató de dar respuesta a estas necesidades mediante una propuesta de innovación que supusiera una ruptura de la monotonía, en lo que a metodologías se refiere, a la que el alumnado de estos grupos estaba habituado. Para ello, se fueron introduciendo algunos juegos que, combinados con pequeñas historias muy llamativas de distintos matemáticos y matemáticas, tenían el objetivo de recuperar el interés hacia la asignatura, aumentar el trabajo en casa del alumnado y generar un clima más animado durante las clases. Se cierra el bloque con un análisis de los resultados observados tras la implementación de la innovación.

El TFM finaliza con un apartado en el que se recogen, a modo de resumen, las principales conclusiones de este curso. Tanto de las asignaturas teóricas y prácticas, como de todo lo que ha supuesto la elaboración de este TFM.

3. Reflexión sobre la formación recibida a lo largo del máster

El Máster en Formación de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional supone una preparación para poder encarar la labor docente de manera profesional y, sin duda, los aprendizajes alcanzados a través de las asignaturas y las prácticas son una formación imprescindible para conocer el ámbito en el que ejerceremos nuestra profesión en el futuro. Las asignaturas del primer semestre aportan la base necesaria para afrontar la labor docente y, en un plazo más corto, encarar las prácticas en el centro. Estas prácticas son, desde luego, la parte del máster en la que mayor cantidad de aprendizajes se adquieren, en cierta medida gracias a la preparación previa durante los tres meses de clase, a través de cada una de las materias, que complementan los aprendizajes de las prácticas. A continuación, se exponen algunas reflexiones sobre la aportación de cada elemento de este máster a nuestra formación.

3.1 Formación teórica del máster

En este apartado se analiza la utilidad de cada una de las asignaturas teórica del máster. La mayoría de ellas se cursan durante el primer semestre, previamente a las prácticas, ejerciendo de base para las mismas y suponiendo una formación fundamental para cualquier docente. Repasaremos la contribución de cada una de estas asignaturas a la formación del alumnado del máster.

Procesos y Contextos Educativos

Es una de las asignaturas más densas, con contenidos de diversa naturaleza pero complementarios en su aplicación práctica. En primer lugar, tratamos la historia del Sistema Educativo español, las legislaciones vigentes y las que lo fueron en su día, la estructura y obligaciones legales de los centros educativos, etc. Personalmente, estos aspectos me resultaron muy útiles por el desconocimiento que tenía de este tipo de procesos subyacentes a la labor de los docentes.

El segundo bloque se centraba en potenciar nuestra habilidad comunicativa a través de fórmulas estudiadas y comprobadas que conviene adoptar para elaborar un discurso ameno, adecuado y eficaz. Sin duda, es una capacidad esencial que todo docente debería dominar y que, aunque considero que no era uno de los aspectos que más debía mejorar, me sirvió para afianzar ciertas ideas preconcebidas y aprender nuevas técnicas que perfeccionasen mi discurso.

En el tercer bloque se estudiaba la labor que llevaban a cabo aquellos docentes a los que se les había asignado la tutoría de un grupo. Es decir, se estudiaba el Programa de Acción Tutorial (PAT), esto es, las distintas maneras que tienen los tutores y tutoras de obtener información de su alumnado, etc. A lo largo de mi estancia en el centro de prácticas, pude observar cómo se concreta la acción tutorial, no sólo asistiendo a una reunión de tutores, sesiones de evaluación o reuniones de Equipo Docente, sino mediante la observación de cómo mi tutora desarrollaba esta acción tutorial en un grupo particularmente conflictivo.

El cuarto y último bloque trataba la necesidad e importancia de adaptar las metodologías de aula y, en general, el enfoque de la educación para satisfacer las necesidades de cada uno de los alumnos del centro. Se analizaba el Plan de Atención a la Diversidad (PAD) y la implicación del centro en cubrir las necesidades del alumnado. De este bloque no solo aprendí algunas técnicas para adaptarse a las características del grupo con el que trabaje, sino también la gran importancia que se otorga a esta atención a la diversidad en el Sistema Educativo y en cada centro, elaborando incluso un documento íntegramente dedicado a dar respuesta a las necesidades requeridas por parte de todo el alumnado.

Considero que esta asignatura fue la que me resultó más útil de todo el máster por ser la más completa, ya que trata temas diversos pero de vital importancia. Además, la carencia de conocimientos sobre estos aspectos de la educación con la que llegué a este máster demandaba una asignatura como esta para ponerme en situación sobre el funcionamiento general del Sistema Educativo, siendo esta demanda satisfecha, mayormente, en esta materia.

Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad

Esta asignatura ofrecía una perspectiva de la educación desde el área de la Psicología, analizando cómo aprenden los animales, cómo aprenden las personas, qué caracteriza a la etapa de la adolescencia, qué síntomas se pueden observar en alumnos que estén siendo víctimas de acoso, etc. Antes de cursar el máster, no tenía base alguna en Psicología, y esta asignatura me ofreció los conocimientos necesarios para tener una visión más completa del proceso de enseñanza-aprendizaje. Además, tener presentes ciertos procedimientos básicos de aprendizaje es una ayuda importante para elaborar las estrategias de enseñanza o para saber responder ante determinadas situaciones conflictivas que sucedan en el aula.

Ser consciente de las características y preocupaciones de los adolescentes es esencial para saber cómo establecer contacto con ellos y ganarse su aprecio y confianza, lo cual considero que es uno de los pilares del mencionado proceso de enseñanza-aprendizaje. Asimismo, haber estudiado el perfil habitual de alumnos víctimas de acoso, alumnos acosadores o incluso alumnos en proceso de desarrollar un problema de anorexia o bulimia ofrece un mayor capacidad para detectar estos casos con rapidez y, de esta manera, poder actuar en consecuencia lo antes posible. La anticipación en este tipo de casos es crucial.

Sociedad, Familia y Educación

En esta asignatura se trabaja principalmente el papel de la educación en la lucha por la igualdad entre chicos y chicas, el respeto a la diversidad de etnias o nacionalidades y el respeto de los Derechos Humanos. De igual manera, nos enseña la variedad de familias que existen en la sociedad actual y cómo los centros colaboran con ellas para ofrecer una educación de calidad al alumnado.

Es necesaria una asignatura de concienciación acerca del impacto que tiene la educación en los valores que desarrollarán nuestros alumnos de cara a su futuro. En ella se aprende, por ejemplo, a utilizar un lenguaje adecuado y a tratar con los alumnos y

alumnas de tal manera que no se excluya a nadie y se transmita ese respeto a la diversidad. Tener presente este tipo de fórmulas me ayudó a cuidar mi discurso, ya que tiendo a ser muy espontáneo cuando me encuentro cómodo en clase, corriendo el riesgo de hacer algún comentario que, involuntariamente, resulte inadecuado o pueda molestar a alguien. Asimismo, habiendo realizado las prácticas en un instituto de gran tamaño y gran diversidad de alumnado, me permitió observar cómo enfocaba el centro esta filosofía inclusiva para que todo el mundo se sintiese integrado y aceptado en el instituto.

Diseño y Desarrollo del Currículo

Los contenidos de esta asignatura están principalmente orientados al entendimiento del entramado de competencias, contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje que componen el currículo, y que cada docente debe saber concretar en una programación, ya sea de un curso o de una unidad didáctica. Se llevaban a cabo actividades cuyo objetivo principal era aprender a plasmar estos elementos fundamentales del currículo en las tareas y unidades didácticas que diseñásemos.

Esta materia me sirvió como toma de contacto con todos estos elementos, en los que intervienen procedimientos que me han sido de mucha utilidad, como la concreción de la legislación a través de las comunidades autónomas, de los centros y de los docentes. Es un punto de inicio para otras asignaturas como Aprendizaje y Enseñanza, en la que se concretan más estos conceptos y se desarrolla una programación con todo detalle.

Tecnologías de la Información y la Comunicación

Abordaba distintos ámbitos relacionados con las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), como su uso responsable, el papel insustituible de algunas de ellas en la vida diaria de los adolescentes, las políticas de los centros educativos para

implementarlas en las clases y sus beneficios e inconvenientes en la educación. Entre sus propuestas estaba la reflexión sobre la responsabilidad de los docentes en relación con todo lo anteriormente comentado o la búsqueda de cursos con los que incrementar nuestra formación y de recursos tecnológicos útiles para la docencia.

A pesar de suponer tan sólo un crédito de este máster, esta asignatura me hizo reflexionar sobre el uso de las TIC en el aula y sobre su impacto en la sociedad. Además, no sólo me proporcionó recursos informáticos con los que enriquecer mi desempeño en la profesión sino que también me enseñó a encontrar más de estos recursos, fomentando la capacidad de adaptación a las tecnologías y recordando lo importante que es en la docencia mantenerse actualizado en este sentido.

Complementos a la Formación Disciplinar

Esta era una de las asignaturas específicamente orientada a la especialidad de Matemáticas, en la que se estudiaba el currículum de las materias de todos los cursos y etapas que alcanza esta especialidad, se preparaban exposiciones en las que se ensayasen ciertas explicaciones o metodologías, se analizaban libros de textos comparándolos con el currículum, se examinaban pruebas de Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad (EBAU) comparándolas, de nuevo, con el currículum, se mostraban técnicas específicas para facilitar el aprendizaje de algunos conceptos matemáticos, se repasaban contenidos, etc.

El hecho de estar orientada de manera específica a la especialidad de Matemáticas hace que sea una asignatura imprescindible, en la que se puede conocer mejor la labor que deberemos hacer en el futuro como docentes de Matemáticas. Me resultó especialmente útil para tomar contacto con el currículum de la especialidad, repasar algunos conceptos y aprender ciertas fórmulas para estructurar mejor las explicaciones. Valoro especialmente este último punto, ya que soy consciente de que la mayoría de estudiantes aprenden de manera distinta a la mía, y ciertas técnicas que a mí me sirven para entender rápidamente un concepto matemático, a otras personas les puede resultar incluso más confuso que aclaratorio. Por consiguiente, me ayuda mucho conocer las

técnicas que mejor funcionen para transmitir los conocimientos matemáticos a una clase y, por la misma razón, me hubiese gustado que se profundizase más en este aspecto.

Las tres asignaturas siguientes se cursaron durante el segundo semestre, es decir, simultáneamente al desarrollo de las prácticas. Por ello, conviene resaltar que las clases presenciales fueron suspendidas de manera repentina cuando se decretó en España en estado de alarma y la cuarentena obligatoria por motivo de la pandemia de coronavirus.

Aprendizaje y Enseñanza

Siendo la segunda asignatura orientada específicamente a la especialidad de Matemáticas, se centraba en aprender a desarrollar una programación docente, tanto de un curso académico como de una unidad didáctica, poniendo así en práctica todo lo aprendido en diversas asignaturas del máster. También se profundizaba en aspectos teóricos sobre evaluación, metodologías, elementos del currículum, etc. Nos proponía actividades prácticas interesantes, como la corrección cada uno, por separado, de un mismo examen para observar la variación de las notas en función del corrector, o una exposición de una clase para poner en práctica lo aprendido sobre metodologías, aunque finalmente no pudimos llevarla a cabo.

Considero que el enfoque general de la asignatura es muy acertado, ya que teníamos bastante tiempo para realizar las tareas durante las clases, y así no tener que dedicar demasiado tiempo en casa que podríamos invertir en nuestras innovaciones durante el Prácticum o en el cuaderno de prácticas. Algunos aspectos de la asignatura son esenciales incluso para el TFM, como aprender a confeccionar una programación docente, aunque considero que los exámenes teóricos se podrían haber sustituido por otro tipo de trabajos que se pudiesen realizar durante las clases, reduciendo nuestra carga de trabajo en casa y siguiendo con la filosofía anteriormente mencionada, ya que en ciertas semanas se nos puede llegar a acumular mucho trabajo entre todas las asignaturas, el cuaderno de prácticas, las propias prácticas, el TFM, etc.

No obstante, contar en esta materia con un profesor tan experimentado me ofreció muchísimos aprendizajes valiosos a partir de sus consejos como gran conocedor de la profesión. Además, el estudio de algunas teorías de aprendizaje también contribuyen a

ampliar mis herramientas para elaborar explicaciones eficaces y, de la misma manera, analizar las ventajas e inconvenientes de los principales instrumentos de evaluación es una gran ayuda para saber utilizarlos adecuadamente.

Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa

Está concebida para que conozcamos las distintas fases que tiene una innovación, el proceso que se sigue para llegar a ella, los distintos elementos de un proyecto de innovación docente y unos primeros contactos con la investigación educativa ligados a la innovación o a cualquier otro ámbito. Las sesiones prácticas se dedicaban a plantear innovaciones basadas en un contexto que ofreciese dicha oportunidad (el Día de la Paz, combatir el bullying, etc.) para después exponerlas y defenderlas brevemente ante la clase.

Los conceptos básicos sobre innovación e investigación educativa son de gran valor para cualquier docente, así como insistir en la importancia de renovarse, adaptarse a las nuevas situaciones, a la evolución de la sociedad y a los nuevos grupos de alumnos. Debemos renovar nuestras metodologías y los enfoques de las clases para que estas sean lo más satisfactorias posible. Conocer estos procedimientos me ayudó a saber en qué fijarme y cómo plantear la innovación que posteriormente recogería en este TFM aunque, precisamente por esta razón, hubiese resultado más productivo haber cursado esta asignatura en el primer semestre para tener estas nociones claras y poder aplicarlas en las prácticas, ya que muchos de nosotros las tuvimos que aplicar *a posteriori* por haber empezado a desarrollar la innovación docente en los centros de prácticas antes de haber tenido suficiente contacto con los conceptos básicos que ofrece esta asignatura.

El Uso de los Recursos Informáticos en los Procesos de Cálculo en el Ámbito de las Ciencias Experimentales

Es una asignatura optativa en la que se enseña a utilizar algunos softwares que pueden llegar a ser muy útiles para los docentes, como GeoGebra o exeLearning.

Culminaba en un proyecto final en el que se debían plasmar estas capacidades diseñando una actividad en la que se utilizaran los softwares vistos en las clases.

Es una asignatura que me resultó muy útil ya que pude aprender a utilizar estos softwares tan versátiles y que complementan muchos contenidos matemáticos. Especialmente el programa GeoGebra, muy utilizado en Matemáticas, es fantástico para acompañar explicaciones sobre cualquier tema que tenga que ver con Geometría o Funciones, que a su vez se aplican en otras muchas ocasiones, y haber trabajado con él en esta asignatura me ofrece una poderosa herramienta para llevar al aula.

3.2. Reflexión sobre el Prácticum

La duración del período de prácticas fue unas cinco semanas más corta de lo inicialmente esperado debido a la suspensión de las clases a partir del 13 de marzo, por lo que no pude aprovechar mi estancia en el centro para participar en todas las actividades que tenía en mente.

El instituto en el que tuve la oportunidad de formarme como profesor de prácticas es de un gran tamaño, preparado para los 700 alumnos y alumnas que cada año reciben su educación allí. La diversidad de etnias y nacionalidades es muy amplia, de forma que es habitual contar con algún alumno de origen extranjero en el aula. En el centro se imparte tanto ESO como Bachillerato y algunos Ciclos de Formación Profesional, contando además con la oferta de Bachillerato Nocturno, cuya acogida siempre fue muy positiva y el centro se esfuerza en mantener sus buenos resultados. Asimismo, propone numerosos programas, especialmente para la ESO, en los que se hace al alumnado participe de su educación y dinamiza su estancia en el centro.

Mi tutora únicamente impartía clases de Matemáticas en dos grupos de 3º de ESO y en uno de 1º de ESO, en el cual, a su vez, ejercía de tutora. Además, aprovechando la compatibilidad de horarios, solía incorporarme a las clases de 2º de Bachillerato de Ciencias Sociales que impartía otro profesor. Más allá de estas clases habituales, tuve la oportunidad de asistir a una clase de Programa de Mejora del Aprendizaje y el

Rendimiento (PMAR) de 3º de ESO, a una sesión del club de lectura que organizaba un profesor del centro, a una reunión del Claustro, una reunión del Consejo Escolar, una reunión de tutores, una reunión del Equipo Docente, una sesión de evaluación, una reunión con una familia, una sesión informativa sobre el uso de las TIC en el centro y otra sesión con el Departamento de Orientación en la que nos explicaron su funcionamiento y labor.

Por otro lado, una profesora nos ofreció, a todos los alumnos del máster que cursábamos las prácticas en el centro, la oportunidad de dar juntos una charla a los grupos de 1º de Bachiller sobre nuestra experiencia en la universidad y sobre las posibilidades que tenían para continuar con su formación tras finalizar su etapa en el instituto. También se organizaron durante nuestra estancia un gran número de juegos educativos como parte del programa de Tutoría Entre Iguales, en el que participaba el alumnado de 1º y 3º de ESO y que suponían un día de diversión para el alumnado con el que evadirse de las clases habituales y disfrutar de distintos juegos mientras continuaban aprendiendo. Sin embargo, me hubiese gustado poder asistir, por ejemplo, a alguna sesión del Programa de Refuerzo y Orientación Académica (PROA) o a una de las clases de repaso de Matemáticas que organizaba el centro cada miércoles por la tarde, pero no tuve tiempo para hacerlo.

Desarrollé las dos unidades didácticas durante este período, aunque la segunda de ellas quedó truncada por la suspensión de las clases y fue terminada a distancia. Fue principalmente durante las clases presenciales donde pude poner a prueba mi habilidad como docente, aunque la planificación de la segunda unidad didáctica de forma online también supuso un reto del que extraer muchos aprendizajes. Es en esos momentos en los que se observa la gran utilidad de las prácticas, ya que la cantidad y variedad de aprendizajes que se obtienen es muy amplia. Además, algunos de mis puntos débiles como docente, por ejemplo, el control de aula, eran precisamente algunos de los puntos fuertes de mi tutora, de la que aprendí muchísimo durante mi estancia en el centro. Además, su apoyo y ayuda durante el desarrollo de la unidad didáctica que impartí en sus grupos de 3º de ESO fue indispensable para que pudiese llevarlas a cabo con un resultado óptimo, favoreciendo enormemente mi progresión.

Todo lo anteriormente mencionado supone una formación incomparable, ya que la mejor manera de aprender a ser docente es mediante la experiencia. Además, se ponen en valor los conocimientos adquiridos a lo largo del semestre anterior del máster, que suponen un gran apoyo y una guía para optimizar el aprendizaje de las prácticas. Son, sin duda, los meses de mayor formación, y por eso considero que sería un mejor planteamiento tratar de reducir la carga de trabajo durante este período, ya que las obligaciones acumuladas por las asignaturas que se cursan simultáneamente al Prácticum, el extenso cuaderno de prácticas, las clases dos tardes a la semana e, incluso, la planificación del TFM acaban por obstaculizar los aprendizajes del Practicum al no poder reservar el tiempo y la dedicación que nos gustaría.

En general, mi progresión como docente ha sido notable, a pesar de no haber podido completar el período de prácticas. He podido poner a prueba mis métodos y corregirlos, mejorar la gestión del tiempo de clase, comprobar qué fórmulas didácticas son efectivas en según qué caso, observar cómo otros docentes experimentados solventaban situaciones en el aula que a mí me hubiesen puesto en un aprieto, aprender de sus métodos de enseñanza, etc. Todo ello supone una formación que no se puede obtener de otra manera, sólo durante un período de prácticas, y por ese motivo es la formación más valiosa.

Por último, y a modo de apunte final, me gustaría resaltar que, a lo largo de este máster, he aprendido muchísimo no sólo de los profesores y las asignaturas directamente, sino también de otros compañeros y compañeras. Sus propuestas de innovación, sus distintos estilos a la hora de impartir una clase, sus reflexiones basadas en sus propias formas de aprender y experiencias en el Sistema Educativo, sus ideas originales para plantear las clases, etc., me han permitido percibir el potencial de todos ellos y por eso creo que, aunque ya se hace con frecuencia, se debería explotar este aspecto con más actividades grupales e individuales que siempre se compartan con la clase. Especialmente durante el desarrollo de las prácticas, sería enormemente enriquecedor tener más oportunidades para, guiados por un profesor o profesora, poner en común las ideas que estamos implementando y los aprendizajes que hemos ido adquiriendo con el resto de compañeros del máster, tanto de nuestra especialidad como

de otras, para aprender de las experiencias y perspectivas personales que cada uno aporta.

4. Propuesta de programación docente para Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO

Para la siguiente propuesta de programación docente se seguirán las directrices marcadas por el Decreto 43/2015 del 10 de junio (BOPA, 150, de 30 de junio de 2015, 1 a 521), donde, en el Artículo 35, se establece:

2. Las programaciones docentes deberán contener al menos los siguientes elementos:

a) Organización, secuenciación y temporalización de los contenidos del currículo y de los criterios de evaluación asociados en cada uno de los cursos.

b) Contribución de la materia al logro de las competencias clave establecidas para la etapa.

c) Procedimientos, instrumentos de evaluación y criterios de calificación del aprendizaje del alumnado, de acuerdo con los criterios de evaluación de la materia y los indicadores que los complementan en cada uno de los cursos, y con las directrices fijadas en la concreción curricular.

d) La metodología, los recursos didácticos y los materiales curriculares.

e) Medidas de refuerzo y de atención a la diversidad del alumnado, incluidas, en su caso, las adaptaciones curriculares para el alumnado con necesidades educativas especiales o con altas capacidades intelectuales.

f) Los programas de refuerzo para recuperar los aprendizajes no adquiridos cuando se promoció con evaluación negativa en la asignatura.

g) La concreción de los planes, programas y proyectos acordados y aprobados, relacionados con el desarrollo del currículo, entre los que deberá contemplarse, en todo caso, el plan de lectura, escritura e investigación.

h) El desarrollo de las actividades complementarias y, en su caso, extraescolares, de acuerdo con lo establecido en la programación general anual del centro.

i) Indicadores de logro y procedimiento de evaluación de la aplicación y desarrollo de la programación docente.

Se utilizarán estos apartados como guía para la programación docente, aunque se alterará el orden de algunos de ellos, manteniendo una coherencia interna.

Esta materia deberá cubrir los objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria marcados en el Artículo 11 del Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre (BOE, 3, de 3 de enero de 2015, 1 a 169):

La Educación Secundaria Obligatoria contribuirá a desarrollar en los alumnos y las alumnas las capacidades que les permitan:

a) *Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.*

b) *Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.*

c) *Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.*

d) *Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.*

e) *Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.*

f) *Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.*

g) *Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.*

h) *Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.*

i) *Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.*

j) *Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.*

k) *Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.*

l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

Asimismo, se debe garantizar la adquisición de las competencias clave establecidas para la etapa, las cuales se mencionan y abarcan a continuación.

4.1. Contribución de la materia al logro de las competencias clave para la etapa

Las competencias clave de la etapa educativa vienen establecidas en el Artículo 9.3 del Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre (BOE, 3, de 3 de enero de 2015, 1 a 169), donde se recogen las siguientes: comunicación lingüística, competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, competencia digital, aprender a aprender, competencias sociales y cívicas, sentido de iniciativa y espíritu emprendedor, conciencia y expresiones culturales.

La materia en la que se enmarca esta programación docente, es decir, Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de tercer curso de ESO, contribuye a la adquisición de todas estas competencias básicas de diversas maneras. En primer lugar, resulta evidente la contribución de la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología debido a la imprescindible presencia de las Matemáticas en cualquier disciplina científica, siendo esta la que aporta el rigor necesario al ejercer como lenguaje de la misma. Todo fenómeno real debe ser modelado matemáticamente para poder estudiarlo rigurosamente a través de la disciplina científica pertinente, por lo que no se puede concebir la ciencia sin Matemáticas, quedando evidenciadas las aportaciones de esta asignatura al desempeño científico de los alumnos.

Además, como se ha recalcado, las Matemáticas son el lenguaje de la ciencia, que aporta el rigor necesario a esta, por lo que entender su estructura interna y saber comunicar de manera correcta los conceptos matemáticos que se estudian en esta asignatura supone una contribución a la competencia de comunicación lingüística. Especialmente en la resolución de problemas, se hace manifiesta la necesidad tanto de comprender el lenguaje matemático para entender los procedimientos que se deben

aplicar para la resolución, como comprender el lenguaje cotidiano para entender el enunciado que se nos presenta, por lo que estos dos lenguajes se complementan.

La competencia digital debe trabajarse a lo largo del curso y se cubre en el apartado de “Metodologías”. Aparte del uso de calculadora, cualquier actividad en la que se anime a buscar información en internet, a utilizar programas como GeoGebra para visualizar ciertos conceptos matemáticos o, por ejemplo, se deba exponer una parte del temario con la ayuda de diapositivas, contribuirá a esta competencia. Además, la materia ofrece herramientas para filtrar e interpretar correctamente la información que encuentren en internet.

Este último punto, precisamente, enlaza con el motivo por el cual esta asignatura contribuye también al desarrollo de las competencias sociales y cívicas. Los bloques de Funciones y Estadística, especialmente, ofrecen la capacidad de comprender y analizar las informaciones que se obtengan de medios de comunicación, ayudando a fomentar el pensamiento crítico y analítico. Por otro lado, las Matemáticas también aportan herramientas para comprender y solventar problemas cotidianos, sirviendo como conocimiento básico para entender el mundo que nos rodea y formando al alumnado como ciudadanos críticos y responsables.

Las Matemáticas, al contar con una estructura interna perfectamente delimitada y que requieren de una comprensión lo más profunda posible, supone, generalmente, un reto para el alumnado, que debe adquirir el pensamiento abstracto y lógico. De esta forma, se hace necesario un dominio del propio aprendizaje por parte del alumno para trabajar adecuadamente estos contenidos matemáticos, lo cual contribuye a la competencia de aprender a aprender. Asimismo, una de las particularidades que caracterizan a las Matemáticas es la capacidad de analizar un problema, dividirlo en sus elementos principales y planificar su solución, lo cual es una manera de facilitar la resolución de problemas de cualquier índole, fomentando que el alumnado se enfrente a ellos y, por tanto, dirija su propio aprendizaje por descubrimiento.

Por el mismo aspecto, esta asignatura contribuye a la competencia del sentido de iniciativa y espíritu emprendedor, ya que predispone al alumno a asumir los retos,

encararlos de manera analítica, ser crítico con el procedimiento y los resultados, analizar los mismos para extraer conclusiones, etc. Especialmente el dominio de la Estadística y la Probabilidad suele proveer de razonamientos fundamentales en la toma de decisiones y, por tanto, en el espíritu emprendedor.

Por último, las Matemáticas y la ciencia son en sí mismas una parte fundamental de la cultura y dos de las ramas del conocimiento que más contribuyeron al desarrollo de la sociedad tal y como la conocemos. Incorporar las Matemáticas en nuestra vida cotidiana es una forma de trabajar la competencia de conciencia y expresiones culturales, así como apreciar el valor de los contenidos matemáticos y estudiar su historia y contribución al conocimiento humano. No se pueden comprender en su completitud los avances científicos sin un buen dominio de las Matemáticas. Por otro lado, especialmente la Geometría ha sido uno de los pilares para muchas obras artísticas, tanto en el uso de proporciones o simetrías como en el de figuras geométricas.

Más allá de estas contribuciones generales, cabe recordar la necesidad de trabajar estas competencias en el día a día de las clases de una manera más directa. Es decir, que conviene elaborar actividades con las que trabajar estos aspectos en el aula más allá de que el trabajo de la asignatura contribuya al desarrollo de las competencias básicas, logrando de esta manera una adquisición más sólida de las mismas.

4.2. Metodologías

Las metodologías son un apartado fundamental ya que suponen el enfoque con el que se tratará de transmitir los conocimientos necesarios al alumnado de tal manera que se trabajen las competencias básicas y se alcancen los objetivos de la etapa. Se apostará por la implementación de distintas metodologías, de manera que se trabaje tanto el aprendizaje por recepción (Ausubel, 1983) como el aprendizaje por descubrimiento (Bruner, 2011). Las bases de estas metodologías se fundamentarán en los siguientes principios.

- Enfocar las actividades desde la perspectiva de la adquisición de competencias clave por parte del alumnado.
- Implementar metodologías participativas y activas.
- Facilitar la adquisición de aprendizajes significativos.
- Tener presente el nivel previo del alumnado con el que se trabaje.
- Hacer hincapié en las relaciones y estructuras de los contenidos matemáticos.
- Incidir en la importancia de la comprensión de los razonamientos.
- Generar un clima de estudio, trabajo, respeto y cooperación.
- Promover los principios de igualdad, equidad y respeto en el aula, ejerciendo como modelos de conducta y seleccionando actividades que alimenten estos valores básicos.
- Promover el pensamiento crítico.
- Hacer uso de herramientas tecnológicas tanto para explicaciones como para actividades de clase.
- Insistir en la relación de las Matemáticas con el mundo real y con la vida cotidiana y cercana al alumnado.

Basándose en los principios listados, se deberán implementar las siguientes recomendaciones orientativas cuando el docente lo considere oportuno.

- Contextualizar los problemas que se planteen en el mundo real, de manera que el alumno lo sienta cercano a su entorno, presentando la información de forma clara y concisa.
- Proponer actividades de aprendizaje cooperativo con mucha frecuencia, tratando de implementarlo al menos una vez en cada unidad didáctica. La capacidad de trabajar en equipo es una de las más demandadas actualmente, y por tanto se debe apostar por estas metodologías de manera habitual, formando grupos heterogéneos y

promoviendo el apoyo mutuo, el respeto a las opiniones de los demás integrantes, la capacidad de llegar a acuerdos, etc.

- Incidir en la competencia de comunicación lingüística, manteniendo un lenguaje riguroso y correcto y valorando positivamente que el alumnado exprese sus ideas de la misma manera. Tratar de mejorar la comprensión lectora a través de los enunciados de los problemas y proponerles, al menos una vez durante el curso, preparar una exposición oral sobre algún contenido. Proponer exposiciones acerca de una parte del temario que no se haya dado aún en clase pero resulte sencillo, es una manera muy productiva de fomentar las competencias de sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor, digital, lingüística y de aprender a aprender.

- Dado que la resolución de problemas resulta el eje central de la asignatura y de la etapa en general, se deben introducir de manera graduada en cuanto a dificultad y adaptándolos al nivel previo del alumnado. Insistir en la importancia de conocer las estrategias de resolución, así como saber descomponer los problemas en partes más sencillas para resolverlos.

- Combinar distintos tipos de metodologías, alternando entre aprendizaje por asimilación y aprendizaje por descubrimiento. Apoyar siempre la introducción de conceptos nuevos con ejemplos y aplicaciones que les supongan una motivación. Proponer problemas a los que se puedan enfrentar por sí mismos para hallar la solución o, aunque no la logren, haber estudiado y analizado el problema por su cuenta para luego observar la resolución en la pizarra.

- Plantear problemas extraídos de medios de comunicación u otras fuentes de información para ser analizados en clase, promoviendo el razonamiento crítico todo lo posible.

- Llevar al aula actividades que incluyan la utilización de recursos tecnológicos, así como acompañar las explicaciones pertinentes con recursos informáticos que resulten visuales y favorezcan la adquisición del contenido en cuestión.

- Controlar el uso de calculadora, utilizándola cuando sea necesario pero trabajando también la habilidad de cálculo mental.

Bajo estas indicaciones, se tratará de potenciar todas las competencias básicas del alumnado, así como lograr que alcancen los objetivos de la etapa fijados por el BOE y expuestos anteriormente. Aunque toda metodología que favorezca estos aprendizajes será una buena elección, las resaltadas en este apartado son a las que se otorgaría mayor peso, y algunas serían evaluadas directamente como parte de la calificación como, por ejemplo, el trabajo cooperativo.

4.3. Recursos y materiales

A lo largo del curso, se hará uso de los siguientes recursos didácticos.

- Libro de texto “Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, 3 ESO”, de la editorial SM (ISBN: 978-84-675-7622-1).
- Proyector disponibles en cada aula.
- Calculadora.
- Recursos tecnológicos como GeoGebra, Kahoot o cualquier otro programa o herramienta que se desee utilizar en clase.
- Materiales de dibujo en la pizarra como reglas, escuadras, etc.
- Materiales para actividades matemáticas como cuerpos geométricos, juegos de lógica, construcciones, etc.
- Cualquier recurso adicional de refuerzo que el docente considere oportuno.

4.4. Medidas de refuerzo y atención a la diversidad

Basándonos en el Decreto 43/2015 del 10 de junio (BOPA, 150, de 30 de junio de 2015, 1 a 521), se define, en el Artículo 16, el concepto de atención a la diversidad

como “el conjunto de actuaciones educativas dirigidas a dar respuesta a las diferentes capacidades, ritmos y estilos de aprendizaje, motivaciones e intereses, situaciones sociales, culturales, lingüísticas y de salud del alumnado”. Es decir, que su objetivo será garantizar que todos los alumnos y alumnas puedan alcanzar los contenidos y competencias necesarias para superar la etapa de Educación Secundaria Obligatoria y desarrollen al máximo sus capacidades.

En todos los casos, se debe hacer un seguimiento del alumnado para detectar lo antes posible sus fortalezas y debilidades y poner en marcha cualquier medida que se considere oportuna para ofrecer el apoyo necesario. Es imprescindible tener en cuenta el ritmo de aprendizaje de cada estudiante para este tipo de medidas, y por ello se debe mantener una observación atenta a estos durante cada clase. En la mayoría de ocasiones se llevarán a cabo adaptaciones metodológicas, quizá acompañadas de materiales de refuerzo o, en general, medidas de carácter ordinario que favorezcan el aprendizaje del alumnado. En caso de ser necesario un apoyo más individualizado y con medidas de mayor importancia, se tomarán las decisiones convenientes en colaboración con el Departamento de Orientación.

Las razones por las que algún alumno pueda requerir una atención más individualizada pueden ser muy variadas, aunque algunos ejemplos son los siguientes.

Alumnado con Necesidades Educativas Especiales (NEE)

Serán atendidos por el profesorado de Pedagogía Terapéutica (PT) en aulas aparte, en las que puedan trabajar y ser atendidos mucho más eficazmente.

Alumnado de incorporación tardía

Son alumnos que se incorporan al Sistema Educativo con el curso ya avanzado, generalmente llegados de Latinoamérica. Se les hará una prueba inicial para comprobar el nivel curricular con el que llegan y saber cómo ofrecerles la ayuda necesaria para tratar de incorporarles al nivel que les correspondería por edad. En caso de ser necesario, se les atenderá en las aulas de acogida por el personal de PT.

Alumnado de altas capacidades

Se prepararán actividades complementarias y con las que se trabajen procesos cognitivos más avanzados. En caso de que la capacidad del alumno sea suficiente y con el acuerdo del mismo, se podrá implementar una ampliación curricular.

Alumnado con la materia pendiente del curso anterior

Estos alumnos realizarán tres pruebas escritas a lo largo del curso, en noviembre, en marzo y en mayo, en las que se les examinará de los contenidos correspondiente a cada evaluación. Además, entregarán unas actividades complementarias en la fecha de cada examen. La calificación de cada evaluación se dividirá en un 70% correspondiente a las pruebas escritas y un 30% correspondiente a las actividades complementarias, siempre y cuando haya obtenido al menos un 3 en cada actividad y examen. El alumno tendrá la oportunidad, en junio, de recuperar aquellas evaluaciones que no haya logrado aprobar y, en caso de necesitarlo, también se podría presentar a la prueba extraordinaria de septiembre.

En caso de aprobar la asignatura de 3º de ESO, se le aprobará automáticamente la asignatura pendiente si el alumno se ha presentado a todos los exámenes y ha entregado los trabajos requeridos obteniendo un 3 como nota mínima en todos ellos.

A estos alumnos se les debe realizar un seguimiento a lo largo del curso para supervisar su evolución y brindarles el apoyo necesario para que superen, a poder ser, la asignatura pendiente y la del curso actual, ya que supone un esfuerzo extra para ellos.

Alumnado repetidor

Se adoptarán las medidas pertinentes en función de cada caso particular, ya que es posible que, a pesar de repetir, el alumno o alumna haya aprobado Matemáticas el curso anterior y no necesite un seguimiento individualizado. En caso de necesitarlo, se le ofrecerán materiales de refuerzo, insistiendo en aquellos aspectos que le ocasionaron más dificultades en el curso anterior.

4.5. Secuenciación, temporalización y cronograma

La asignatura queda dividida, en el Decreto 43/2015 del 10 de junio (BOPA, 150, de 30 de junio de 2015, 1 a 521) en cinco bloques de contenidos:

- Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas,
- Bloque 2: Números y Álgebra,
- Bloque 3: Geometría,
- Bloque 4: Funciones,
- Bloque 5: Estadística y Probabilidad.

Para establecer los elementos de esta secuenciación, tomaremos como referencia la siguiente división de los contenidos de esta asignatura en 15 unidades didácticas: 7 del Bloque 2 (Números y Álgebra), 4 del Bloque 3 (Geometría), 2 del Bloque 4 (Funciones) y 2 del Bloque 5 (Estadística y Probabilidad). El Bloque 1 (Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas) es un bloque transversal que se trabaja en todos los bloques restantes, debido a que se refiere a conceptos y capacidades intrínsecas a la propia naturaleza de las Matemáticas, de manera que no se requiere reservarle sesiones aparte.

El curso académico 2019-2020, atendiendo al calendario escolar derivado de la Resolución de 1 de abril de 2019 (BOPA, 85, de 6 de mayo de 2019, 1 a 2), cuenta con 177 días lectivos, repartidos en 66 para el primer trimestre, 60 para el segundo y 51 para el tercero. En el caso de esta asignatura, al impartirse cuatro días a la semana, podemos considerar que cuenta con 141 sesiones: 52 para el primer trimestre, 48 para el segundo y 41 para el tercero. Estos números son variables según el día de la semana que no se curse la asignatura, las sesiones que no se impartan debido a la celebración de alguna actividad extraescolar, etc. No obstante, se utilizarán como referencia para la temporalización.

La secuenciación presentada en la Tabla 1 responde tanto a la estructura interna de las Matemáticas como a un criterio de dificultad de cada unidad didáctica. Se ha colocado el bloque de Estadística al inicio por ser una parte del temario que no suele

ocasionar grandes dificultades al alumnado, de manera que pueden comenzar el curso con buen pie, elevando así su motivación. Además, este bloque se suele relegar a las últimas semanas, de forma que acaba impartándose apresuradamente y, a menudo, sin llegar a completarlo por falta de tiempo.

De la misma manera, se han colocado las unidades más densas, como Factorización de Polinomios o Ecuaciones, en el segundo trimestre, puesto que los alumnos ya han entrado en el hábito del curso y es el mejor momento para enfrentarse a los temas más difíciles, ya que en el tercer trimestre el desgaste acumulado puede obstaculizar el aprendizaje. Por esta razón se ha colocado el bloque de Funciones en último lugar, puesto que, si bien puede resultar algo más complicado que Estadística y Probabilidad, en él se repasan conceptos relativamente intuitivos, la gran mayoría ya estudiados en el curso anterior, y cuyas aplicaciones resultan cercanas a los alumnos, de manera que el incremento en la densidad de este bloque sucede en la asignatura de 4º de ESO.

Tabla 1. Secuenciación y temporalización de la asignatura

PRIMER TRIMESTRE (52 SESIONES)	
Presentación de la asignatura	1 sesión
BLOQUE 5: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD	
1. Estadística Unidimensional	9 sesiones
Examen Estadística y corrección	2 sesiones
2. Probabilidad	9 sesiones
Examen Probabilidad y corrección	1 sesión
BLOQUE 2: NÚMEROS Y ÁLGEBRA	
3. Conjuntos Numéricos	8 sesiones
4. Potencias y Raíces	8 sesiones
Examen Números y corrección	2 sesiones
5. Polinomios	8 sesiones
Actividades cooperativas complementarias	3 sesiones
SEGUNDO TRIMESTRE (48 SESIONES)	
Examen recuperación 1ª evaluación	1 sesión

6. Sucesiones	2 sesiones
7. División y Factorización de Polinomios	9 sesiones
Examen Polinomios y Factorización y corrección	2 sesiones
8. Ecuaciones	8 sesiones
9. Sistemas de Ecuaciones	9 sesiones
Examen Ecuaciones y Sistemas y corrección	2 sesiones
BLOQUE 3: GEOMETRÍA	
10. Proporcionalidad y Geometría	8 sesiones
Examen Proporcionalidad y corrección	2 sesiones
11. Figuras Planas	2 sesiones
Actividades cooperativas complementarias	3 sesiones
TERCER TRIMESTRE (41 SESIONES)	
Examen recuperación 2ª evaluación	1 sesión
12. Movimientos en el Plano	2 sesiones
11. Figuras Planas	6 sesiones
Examen Figuras Planas y corrección	2 sesiones
13. Cuerpos Geométricos	8 sesiones
Examen Cuerpos Geométricos	2 sesiones
BLOQUE 4: FUNCIONES	
14. Funciones	7 sesiones
15. Funciones Lineales y Cuadráticas	7 sesiones
Examen Funciones y corrección	2 sesiones
Examen recuperación 3ª evaluación	1 sesión
Actividades cooperativas complementarias	3 sesiones

Las sesiones de “actividades cooperativas complementarias” se refieren a aquellas que coinciden después de la correspondiente sesión trimestral de evaluación y antes del período de vacaciones. En estas sesiones el alumnado prefiere actividades dinámicas y poco exigentes debido al desgaste acumulado durante las semanas previas, en las que

suelen tener una acumulación de exámenes. Por tanto, se pueden aprovechar para hacer actividades de trabajo cooperativo relacionadas con la asignatura y que no le supongan un gran esfuerzo al alumnado.

Por otro lado, las unidades didácticas “Movimientos en el Plano” y “Sucesiones” tienen asociadas únicamente dos sesiones ya que son unidades didácticas cortas que les suelen resultar relativamente sencillas al alumnado, por lo que se les puede pedir que preparen una exposición oral durante las vacaciones y la expongan en las primeras sesiones del posterior trimestre. De esta manera se ahorran sesiones y se logra más tiempo para otras unidades didácticas de suma importancia. Además, las exposiciones requieren una preparación y ejecución que resulta muy productiva para la adquisición de las competencias básicas. También se pueden preparar en parejas para continuar con la implementación del aprendizaje cooperativo y para ahorrar más tiempo todavía al haber reducido a la mitad el número de exposiciones a presentar.

Preferiblemente, en cada una de las unidades didácticas, se podría realizar una sesión de trabajo cooperativo mientras se resuelven ejercicios del tema en cuestión, o incluso, de ser posible, mientras se avanza materia con una metodología menos expositiva de lo habitual, pudiendo poner en práctica, a su vez, el aprendizaje por descubrimiento.

A continuación, se expondrá una relación entre los contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje evaluables e indicadores recogidos en el Decreto 43/2015 del 10 de junio del BOPA asociada a cada una de las unidades didácticas anteriores, así como los objetivos de las mismas y, de manera aproximada, las competencias que se pueden trabajar con cada objetivo.

Tabla 2. Relación entre contenidos, criterios de aprendizaje, estándares de aprendizaje e indicadores

BLOQUE 5: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD		
1. Estadística Unidimensional		
Objetivos de la unidad	Competencias	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Distinguir entre población y muestra. Elegir la muestra más representativa. 2. Reconocer variables estadísticas continuas y discretas y cualitativas y cuantitativas. 3. Realizar tablas de frecuencias. 4. Representar variables estadísticas mediante diagramas de barras, diagramas de sectores, histogramas y polígonos de frecuencias. 5. Distinguir y calcular las medidas de posición: media, moda, mediana y cuartiles. 6. Distinguir y calcular las medidas de dispersión: recorrido, varianza, desviación típica, rango intercuartílico y coeficiente de variación. 7. Reconocer variables estadísticas y experimentos aleatorios en su entorno cercano. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1, 2, 5 y 6.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1, 5, 6 y 7.</p> <p>Competencia digital: objetivos 3 y 4.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 1, 3, 4 y 7.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 5 y 6.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 3, 4 y 7.</p>	
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>- Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas y cuantitativas discretas o continuas.</p> <p>- Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra. Encuestas.</p> <p>- Organización de los datos en tablas estadísticas. Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.</p>	<p>1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.</p> <p>- Distinguir población y muestra. Proponer ejemplos del uso de ambos conceptos en problemas de un contexto cercano.</p> <p>- Analizar qué procedimiento de selección es adecuado para garantizar la representatividad de una muestra y describir los pros y contras del uso de uno u otro procedimiento.</p> <p>- Distinguir y proponer ejemplos de los distintos tipos de variables estadísticas.</p>	<p>1.1. Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.</p> <p>1.2. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.</p> <p>1.3. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.</p> <p>1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.</p>

<ul style="list-style-type: none"> - Gráficas estadísticas. Histogramas, diagrama de barras, diagrama de sectores, polígonos de frecuencias. - Parámetros de posición y centralización. Cálculo, interpretación y propiedades. - Parámetros de dispersión. Rango, varianza, desviación típica. - Diagrama de caja y bigotes. - Interpretación conjunta de la media y la desviación típica. - Utilización de medios tecnológicos para realizar cálculos y gráficos estadísticos. - Utilización de datos de la población española y/o asturiana para estudios estadísticos y probabilísticos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Organizar un conjunto de datos en forma de tabla estadística. - Calcular las distintas frecuencias de un conjunto de datos estadísticos organizados en una tabla. - Elaborar informes para describir la información relevante obtenida a partir de una tabla de datos. - Realizar gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana. - Utilizar distintas herramientas tecnológicas para realizar gráficos estadísticos. - Exponer de forma ordenada las conclusiones obtenidas a partir de la elaboración de tablas o gráficos estadísticos y justificar su representatividad en la población estudiada. 	<p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p>
	<p>2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calcular la media, la moda, la mediana y los cuarteles de una variable estadística. - Interpretar el valor obtenido de las medidas de posición, realizar un resumen de los datos y comparar distintas distribuciones estadísticas. - Calcular los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica) de una variable estadística. - Comparar la representatividad de la media de varias distribuciones estadísticas utilizando los parámetros adecuados. - Utilizar herramientas tecnológicas como calculadoras u hojas de cálculo para obtener los distintos parámetros estadísticos. 	<p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica). Cálculo e interpretación de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p>

	<p>3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación. - Valorar de forma crítica la fiabilidad y representatividad de la información estadística procedente de distintos medios de comunicación. - Utilizar distintas herramientas tecnológicas para calcular los parámetros estadísticos de centralización y dispersión. - Utilizar distintas herramientas tecnológicas para organizar y generar gráficos estadísticos. - Exponer oralmente y por escrito la información relevante de una variable estadística analizada, utilizando las herramientas tecnológicas apropiadas. 	<p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.</p> <p>3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.</p> <p>3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.</p>
--	---	---

2. Probabilidad

Objetivos de la unidad	Competencias	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Distinguir experimentos aleatorios y deterministas. 2. Describir el espacio muestral y los sucesos asociados a un experimento aleatorio. 3. Realizar operaciones con sucesos. 4. Calcular probabilidades de experimentos sencillos utilizando la Regla de Laplace. 5. Reconocer experimentos compuestos y calcular sus probabilidades. 6. Construir tablas de contingencia, diagramas de árbol y diagramas de Venn. 7. Calcular factoriales de números y resolver problemas de permutaciones. 8. Reconocer experimentos aleatorios y experimentos compuestos en su entorno cercano. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1, 2 y 8.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-8.</p> <p>Competencia digital: objetivo 6.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 1 y 4-8.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 5-8.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 1, 4, 5, 6 y 8.</p>	
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje

<p>- Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral.</p> <p>- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace. Diagramas de árbol sencillos. Tablas de contingencia. Permutaciones, factorial de un número.</p> <p>- Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos.</p>	<p>1. Estimar la posibilidad de que ocurra un suceso asociado a un experimento aleatorio sencillo, calculando su probabilidad a partir de su frecuencia relativa, la regla de Laplace o los diagramas de árbol, identificando los elementos asociados al experimento.</p> <p>- Distinguir experimentos aleatorios de deterministas y proponer ejemplos de ambos.</p> <p>- Verbalizar utilizando el vocabulario adecuado distintas situaciones relacionadas con el azar.</p> <p>- Usar distintas técnicas de recuento, tales como tablas, diagramas de árbol o enumeraciones, para obtener el espacio muestral de experimentos aleatorios sencillos.</p> <p>- Expresar los sucesos asociados a un fenómeno aleatorio con el lenguaje adecuado.</p> <p>- Utilizar la regla de Laplace para calcular probabilidades en el caso de sucesos equiprobables procedentes de experimentos aleatorios sencillos.</p> <p>- Escoger la opción correcta a la vista de las probabilidades obtenidas al resolver problemas planteados sobre situaciones de incertidumbre.</p>	<p>1.1. Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas.</p> <p>1.2. Utiliza el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.</p> <p>1.3. Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.</p> <p>1.4. Toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre.</p>
---	---	---

BLOQUE 2: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

3. Conjuntos Numericos

Objetivos de la unidad	Competencias
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer y utilizar fracciones en contextos cotidianos. 2. Realizar operaciones con números racionales. Operaciones combinadas. 3. Distinguir entre números decimales exactos, periódicos puros y periódicos mixtos. Hallar la fracción generatriz. 4. Distinguir números racionales e irracionales. 5. Realizar aproximaciones y calcular errores. Valor absoluto de un número. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1, 3, 4 y 7.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-7.</p> <p>Competencia digital: objetivos 3 y 4.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 1, 3, 4 y 7.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 1 y 7.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 1, 3, 4 y 7.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivo 4.</p>

<p>6. Representar números reales. Intervalos y semirrectas.</p> <p>7. Plantear y resolver problemas en los que intervienen distintos tipos de números.</p>		
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>- Jerarquía de operaciones.</p> <p>- Números decimales y racionales. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos. Fracción generatriz.</p> <p>- Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo.</p>	<p>1. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana y presentando los resultados con la precisión requerida.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Clasificar los distintos tipos de números, utilizando la representación más adecuada para interpretar información. - Distinguir los decimales finitos e infinitos periódicos calculando la fracción generatriz correspondiente. - Utilizar la notación científica para expresar números muy grandes o muy pequeños y operar con ellos. - Simplificar expresiones con raíces cuadradas no exactas. - Obtener soluciones aproximadas (por redondeo o truncamiento) en problemas contextualizados, estimando el error cometido. - Valorar la precisión y coherencia del resultado obtenido en el contexto del problema planteado. - Utilizar la unidad de medida adecuada en cada contexto. - Utilizar los números racionales y realizar operaciones con ellos reconociendo sus propiedades y respetando la jerarquía de las operaciones. 	<p>1.1. Reconoce los distintos tipos de números (naturales, enteros, racionales), indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.</p> <p>1.2. Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período.</p> <p>1.3. Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico.</p> <p>1.4. Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando sus procedimientos.</p> <p>1.5. Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo los errores de aproximación en cada caso para determinar el procedimiento más adecuado.</p> <p>1.6. Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos,</p>

		<p>de acuerdo con la naturaleza de los datos.</p> <p>1.7. Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.</p> <p>1.8. Emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y analiza la coherencia de la solución.</p>
--	--	--

4. Potencias y Raíces

Objetivos de la unidad	Competencias	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Conocer y utilizar potencias de exponente entero. 2. Realizar operaciones con potencias. 3. Aprender a apreciar la utilidad de la notación científica. 4. Distinguir radicales de distintos índices. 5. Operar con radicales. 6. Escribir raíces como potencias de exponente fraccionario y viceversa. 7. Plantear y resolver problemas en los que intervienen distintos tipos de números. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1, 3, 4 y 7.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-7.</p> <p>Competencia digital: objetivos 1-6.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 1-4 y 7.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 1 y 7.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivo 7.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivo 3.</p>	
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>- Potencias de números racionales con exponente entero. Significado y uso.</p> <p>- Potencias de base 10. Aplicación para la expresión de números muy pequeños. Operaciones con números expresados en notación científica.</p> <p>- Raíces cuadradas. Raíces no exactas. Expresión decimal. Expresiones radicales: transformación y operaciones.</p>	<p>1. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana y presentando los resultados con la precisión requerida.</p> <p>- Utilizar la notación científica para expresar números muy grandes o muy pequeños y operar con ellos.</p> <p>- Simplificar expresiones con raíces cuadradas no exactas.</p>	<p>1.1. Expresa números muy grandes y muy pequeños en notación científica, y opera con ellos, con y sin calculadora, y los utiliza en problemas contextualizados.</p> <p>1.2. Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera con ellas simplificando los resultados.</p>

<p>- Jerarquía de operaciones.</p>	<p>- Valorar la precisión y coherencia del resultado obtenido en el contexto del problema planteado.</p> <p>- Utilizar la unidad de medida adecuada en cada contexto.</p>	
5. Sucesiones		
Objetivos de la unidad		Competencias
<ol style="list-style-type: none"> 1. Definir sucesión e identificar su término general. 2. Reconocer sucesiones recurrentes y calcular la ley de recurrencia. 3. Identificar progresiones aritméticas e identificar la diferencia. Calcular el término general y la suma de términos. 4. Identificar progresión geométrica e identificar la razón. Calcular el término general y la suma de términos. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1-4.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-4.</p> <p>Competencia digital: objetivos 1-4.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 1-4.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 1-4.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 1-4.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivo 2.</p>	
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>- Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico.</p> <p>- Sucesiones numéricas. Sucesiones recurrentes. Progresiones aritméticas y geométricas. Elementos.</p>	<p>1. Obtener y manipular expresiones simbólicas que describan sucesiones numéricas, observando regularidades en casos sencillos que incluyan patrones recursivos.</p> <p>- Identificar y describir regularidades en un conjunto de números.</p> <p>- Calcular términos sucesivos de una sucesión numérica a partir de un enunciado o de una expresión algebraica.</p> <p>- Obtener el término general de sucesiones numéricas sencillas.</p> <p>- Reconocer progresiones aritméticas y geométricas identificando la diferencia o la razón, calcular otros términos y la suma de términos consecutivos.</p> <p>- Resolver problemas vinculados a situaciones reales en los que haya que identificar sucesiones numéricas y progresiones.</p>	<p>1.1. Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.</p> <p>1.2. Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.</p> <p>1.3. Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos, y la emplea para resolver problemas.</p> <p>1.4. Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas.</p>
6. Polinomios		
Objetivos de la unidad		Competencias

<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer y utilizar el lenguaje algebraico para resolver situaciones cotidianas. 2. Identificar los distintos elementos de monomios y polinomios. 3. Operar con polinomios y monomios. 4. Identificar y desarrollar identidades notables. 5. Plantear problemas haciendo uso de expresiones algebraicas. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1, 2, 4 y 5.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-5.</p> <p>Competencia digital: objetivos 1-6.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 1 y 5.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 1 y 5.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 1 y 5.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivo 1.</p>	
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>- Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables. Operaciones elementales con polinomios.</p>	<p>1. Utilizar el lenguaje algebraico para expresar una propiedad o relación dada mediante un enunciado, extrayendo la información relevante y transformándola.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Realizar operaciones (suma, resta, producto y división) con polinomios de una indeterminada con coeficientes racionales. - Plantear expresiones algebraicas y transformarlas para simplificarlas a partir de situaciones en un contexto cercano. - Desarrollar correctamente expresiones en las que aparezcan el cuadrado de un binomio o una suma por una diferencia. 	<p>1.1. Realiza operaciones con polinomios y los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana.</p> <p>1.2. Conoce y utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica en un contexto adecuado.</p>
7. División y Factorización de Polinomios		
Objetivos de la unidad	Competencias	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Utilizar el lenguaje algebraico para expresar relaciones dadas mediante enunciados. 2. Saber realizar la división clásica de polinomios. 3. Saber dividir un polinomio entre un binomio utilizando la regla de Ruffini. 4. Aplicar el teorema del resto y el teorema del factor para dividir y factorizar polinomios. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1 y 4.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-4.</p> <p>Competencia digital: objetivos 2, 3 y 4.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 1-4.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 1-4.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivo 1.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivo 1.</p>	

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>- Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables. Operaciones elementales con polinomios. División de polinomios. Regla de Ruffini.</p>	<p>1. Utilizar el lenguaje algebraico para expresar una propiedad o relación dada mediante un enunciado, extrayendo la información relevante y transformándola.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Realizar operaciones (suma, resta, producto y división) con polinomios de una indeterminada con coeficientes racionales. - Utilizar la regla de Ruffini. - Plantear expresiones algebraicas y transformarlas para simplificarlas a partir de situaciones en un contexto cercano. - Desarrollar correctamente expresiones en las que aparezcan el cuadrado de un binomio o una suma por una diferencia. - Conocer el significado de raíz de un polinomio. - Factorizar polinomios de grado superior a dos con raíces enteras utilizando la regla de Ruffini, las identidades notables o transformaciones en el polinomio. 	<p>1.1. Realiza operaciones con polinomios y los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana.</p> <p>1.2. Conoce y utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica en un contexto adecuado.</p> <p>1.3. Factoriza polinomios de grado 4 con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común.</p>

8. Ecuaciones

Objetivos de la unidad	Competencias
<ol style="list-style-type: none"> 1. Trabajar con el lenguaje algebraico. 2. Identificar los términos de una ecuación. 3. Resolver ecuaciones lineales. 4. Resolver ecuaciones de segundo grado completas e incompletas mediante la fórmula o factorización. 5. Resolver ecuaciones de grado superior a 2 mediante la factorización. Ecuaciones bicuadradas. 6. Apreciar la utilidad de las ecuaciones para la resolución de problemas cotidianos. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1 y 2.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-6.</p> <p>Competencia digital: objetivos 3-5.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 3, 4 y 6.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 3, 4 y 6.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 1 y 6.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivos 1 y 6.</p>

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
------------	---------------------------------------	---------------------------

<p>- Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico).</p> <p>- Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos.</p> <p>- Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.</p>	<p>1. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones sencillas de grado mayor que dos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos.</p> <p>- Resolver ecuaciones de primer grado, de segundo grado y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando diferentes procedimientos: algebraicos, gráficos o programas informáticos.</p> <p>- Traducir a ecuaciones o sistemas de ecuaciones problemas relacionados con situaciones cercanas a su contexto, resolverlos y valorar la coherencia del resultado obtenido.</p> <p>- Apreciar el lenguaje algebraico como un recurso muy útil para resolver problemas.</p> <p>- Utilizar la factorización de polinomios para resolver ecuaciones sencillas de grado mayor que dos.</p>	<p>1.1. Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.</p>
--	--	--

9. Sistemas de Ecuaciones

Objetivos de la unidad	Competencias
<ol style="list-style-type: none"> 1. Trabajar con el lenguaje algebraico. 2. Distinguir sistemas lineales de no lineales. 3. Clasificar sistemas de ecuaciones según su número de soluciones. 4. Resolver sistemas de ecuaciones mediante los métodos de sustitución, igualación, reducción y gráfico. 5. Interpretar gráfica y geoméricamente las soluciones de un sistema. 6. Comprender la relación entre el número de soluciones de un sistema y la posición relativa de las rectas correspondientes a sus ecuaciones. 7. Apreciar la utilidad de los sistemas de ecuaciones para la resolución de problemas cotidianos. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1, 2 y 3.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-7.</p> <p>Competencia digital: objetivos 2-6.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 4, 5 y 7.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 4, 5 y 7.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 1 y 7.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivos 1, 4 y 7.</p>

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
- Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.	<p>1. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones sencillas de grado mayor que dos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos.</p> <p>- Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando diferentes procedimientos: algebraicos, gráficos o programas informáticos. algebraicos, gráficos o programas informáticos.</p> <p>- Traducir a ecuaciones o sistemas de ecuaciones problemas relacionados con situaciones cercanas a su contexto, resolverlos y valorar la coherencia del resultado obtenido.</p> <p>- Apreciar el lenguaje algebraico como un recurso muy útil para resolver problemas.</p>	1.1. Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.
BLOQUE 3: GEOMETRÍA		
10. Proporcionalidad y Geometría		
Objetivos de la unidad	Competencias	
<ol style="list-style-type: none"> Manejar la proporcionalidad directa e inversa y los porcentajes. Conocer las condiciones de semejanza de polígonos y el concepto de razón de semejanza. Aplicar sus propiedades a perímetros, áreas y volúmenes de figuras semejantes. Conocer y aplicar el teorema de Tales Interpretar y elaborar escalas y mapas. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1-4.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-4.</p> <p>Competencia digital: objetivos 1-4.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 2, 3 y 4.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 2, 3 y 4.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 1 y 4.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivos 1, 3 y 4.</p>	
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje

<p>- Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas.</p> <p>- Resolución de problemas de interpretación de mapas y planos.</p>	<p>1. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconocer polígonos semejantes. - Enunciar los criterios de semejanza en polígonos semejantes. - Construir un polígono semejante a otro dado. - Calcular la razón de los perímetros y de las áreas de dos polígonos semejantes. - Calcular la razón de los volúmenes de dos cuerpos geométricos semejantes. - Dividir un segmento en partes proporcionales a otros segmentos dados. - Utilizar el teorema de Tales para obtener medidas indirectas utilizando la semejanza. - Resolver problemas contextualizados en su entorno, o en representaciones artísticas, que presenten situaciones de semejanza y que precisen del cálculo de perímetros y áreas de figuras geométricas. 	<p>1.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.</p> <p>1.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.</p> <p>1.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.</p>
	<p>2. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comprender el concepto de escala. - Calcular las dimensiones reales de un plano o un mapa realizado a escala. 	<p>2.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.</p>
11. Figuras Planas		
Objetivos de la unidad	Competencias	

<ol style="list-style-type: none"> 1. Conocer los polígonos y sus características y los ángulos interiores de un polígono. 2. Conocer los triángulos y sus elementos. 3. Conocer el teorema de Pitágoras y aplicarlo. 4. Conocer la circunferencia y el círculo, sus elementos y los ángulos en la circunferencia. 5. Razonar y calcular perímetros y áreas de polígonos. 6. Calcular longitudes y áreas de figuras circulares. 7. Saber definir e identificar lugares geométricos sencillos del plano: mediatriz, bisectriz, circunferencia, elipse, hipérbola y parábola. 8. Calcular áreas, longitudes y perímetros de objetos cotidianos. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1, 2, 5 y 7.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1, 3, 5, 7 y 8.</p> <p>Competencia digital: objetivos 1-7.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 3-8.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 3-8.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 2 y 8.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivos 2, 3 y 6.</p>
---	--

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>- Geometría del plano. Segmentos y ángulos en las figuras geométricas.</p> <p>- Lugar geométrico. Determinación de figuras geométricas planas a partir de ciertas propiedades.</p>	<p>1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconocer y describir los elementos característicos de las figuras planas y los cuerpos geométricos elementales a partir de la descripción de sus propiedades. - Definir y determinar los lugares geométricos planos, tales como mediatriz, bisectriz y circunferencia. - Resolver problemas que utilicen las propiedades de lugares geométricos sencillos. - Reconocer cuándo dos ángulos son iguales. - Definir los distintos tipos de ángulos: complementarios, suplementarios, adyacentes y opuestos por el vértice. 	<p>1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos.</p> <p>1.2. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar las rectas notables en un triángulo y los puntos en los que se cortan. - Resolver problemas geométricos utilizando las propiedades estudiadas. 	
	<p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calcular la razón de los perímetros y de las áreas de dos polígonos semejantes. - Calcular la razón de los volúmenes de dos cuerpos geométricos semejantes. - Resolver problemas contextualizados en su entorno, o en representaciones artísticas, que presenten situaciones de semejanza y que precisen del cálculo de perímetros y áreas de figuras geométricas. 	<p>2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.</p> <p>2.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.</p> <p>2.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.</p>

12. Movimientos en el Plano

Objetivos de la unidad	Competencias
<ol style="list-style-type: none"> 1. Saber definir vector y suma de vectores. 2. Conocer y aplicar la traslación de vectores. 3. Conocer y aplicar giros de figuras. 4. Reconocer y distinguir simetría axial y central. 5. Identificar el centro y los ejes de simetría de figuras planas. 6. Calcular puntos simétricos respecto a ejes o centros. 7. Reconocer simetrías, giros o traslaciones en obras artísticas, en la naturaleza y en otros contextos de la vida real. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1 y 4.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1, 2, 5 y 7.</p> <p>Competencia digital: objetivos 1-6.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 2-7.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 4, 5 y 7.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 3 y 7.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivos 3 y 7.</p>
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores
	Estándares de aprendizaje

<p>- Movimientos en el plano: traslaciones, giros y simetrías en el plano.</p> <p>- Uso de los movimientos para el análisis y la representación de figuras y representaciones geométricas.</p> <p>- Reconocimiento de los movimientos en la naturaleza en el arte y en los objetos cotidianos.</p> <p>- Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.</p>	<p>1. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.</p> <p>- Diferenciar entre traslación, simetría y giro en el plano y construir figuras utilizando estos movimientos.</p> <p>- Reconocer la presencia de transformaciones geométricas en la naturaleza y en el arte.</p> <p>- Identificar los elementos característicos de los movimientos en el plano: ejes de simetría, centros, amplitud de giro, etc.</p> <p>- Crear construcciones propias manipulando objetos y componiendo movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.</p>	<p>1.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.</p> <p>1.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.</p>
	<p>2. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.</p> <p>- Identificar los ejes de simetría, centros, amplitud de giro, etc. de las figuras planas.</p> <p>- Identificar los centros, los ejes y los planos de simetría en la naturaleza, en el arte y en los objetos cotidianos.</p>	<p>2.1. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p>

13. Cuerpos Geométricos

Objetivos de la unidad	Competencias
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer y definir puntos, rectas y planos y sus posiciones relativas. 2. Reconocer poliedros e identificar sus elementos. Conocer la fórmula de Euler. 3. Reconocer los cuerpos de revolución. 4. Calcular superficies y volúmenes de poliedros, cuerpos de revolución y otras figuras geométricas. 5. Saber identificar centros, ejes y planos de simetría en cuerpos geométricos. 6. Identificar los elementos del globo terráqueo y conocer las coordenadas geográficas: meridianos, paralelos, longitud y latitud. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1 y 6.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 4, 5 y 6.</p> <p>Competencia digital: objetivos 1-6.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 3 y 6.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 3 y 6.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 2, 3 y 6.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivos 2 y 6.</p>

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>- Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros.</p> <p>- La esfera. Intersecciones de planos y esferas.</p> <p>- El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto.</p> <p>- Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.</p>	<p>1. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Describir, con el lenguaje adecuado, los principales poliedros y cuerpos de revolución. - Calcular áreas y volúmenes de los principales poliedros y cuerpos de revolución. - Resolver problemas contextualizados en el entorno cotidiano. - Identificar los planos de simetría, centros, etc. de los poliedros y los cuerpos de revolución. - Identificar los centros, los ejes y los planos de simetría en la naturaleza, en el arte y en los objetos cotidianos. 	<p>1.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.</p> <p>1.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.</p> <p>1.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p>
	<p>2. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Describir los elementos del globo terráqueo: eje terrestre, polos, ecuador, hemisferios, meridianos y paralelos. - Definir las coordenadas geográficas de un punto sobre el globo terráqueo. - Utilizar las coordenadas geográficas para localizar y situar lugares sobre mapas y sobre el globo terráqueo. - Identificar y describir los movimientos para ir de un lugar a otro. 	<p>2.1. Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.</p>

BLOQUE 4: FUNCIONES

14. Funciones

Objetivos de la unidad	Competencias
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer las funciones como correspondencias entre dos conjuntos. 2. Reconocer funciones dadas mediante enunciados, fórmulas, tablas de valores y gráficas. 3. Representar funciones dadas mediante enunciados, fórmulas o tablas. 4. Estudiar gráficas de funciones. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1 y 7.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-9.</p> <p>Competencia digital: objetivos 2-8.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 2, 3, 4 y 6-9.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 2, 5 y 9.</p>

<p>5. Analizar dominio y recorrido de una función.</p> <p>6. Estudiar la continuidad de una función, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de una función a partir de la gráfica.</p> <p>7. Estudiar la simetría y la periodicidad de una función.</p> <p>8. Representar y estudiar la continuidad de funciones a trozos.</p> <p>9. Reconocer funciones en el entorno cotidiano y en contextos reales.</p>	<p>Competencia social y cívica: objetivos 2, 3, 4, 6, 7 y 9.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivos 1 y 9.</p>	
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>- Características de las gráficas, dominio, cortes con los ejes, continuidad, monotonía, extremos, simetría.</p> <p>- Análisis y descripción cualitativa de gráficas sencillas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.</p> <p>- Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente.</p> <p>- Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.</p> <p>- Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.</p>	<p>1. Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica.</p> <p>- Interpretar el comportamiento de funciones dadas gráficamente y asociar enunciados de problemas contextualizados con sus gráficas.</p> <p>- Identificar las principales características de una gráfica e interpretarlas en su contexto.</p> <p>- Construir una gráfica a partir de un enunciado contextualizado y describir el fenómeno expuesto.</p> <p>- Asociar razonadamente expresiones analíticas con funciones dadas gráficamente.</p>	<p>1.1. Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas.</p> <p>1.2. Identifica las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto.</p> <p>1.3. Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto.</p> <p>1.4. Asocia razonadamente expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente.</p>
15. Funciones Lineales y Cuadráticas		
Objetivos de la unidad	Competencias	

<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer funciones lineales y de proporcionalidad directa. 2. Calcular diferentes ecuaciones de rectas así como la pendiente y la ordenada en el origen. 3. Estudiar la posición relativa de rectas a través de su pendiente. 4. Identificar funciones cuadráticas. 5. Representar y hacer el estudio analítico de funciones cuadráticas. 6. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que intervienen funciones lineales y cuadráticas. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1 y 3-6.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-6.</p> <p>Competencia digital: objetivos 1-6.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 3, 5 y 6.</p> <p>Aprender a aprender: objetivo 6.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 1, 4, y 6.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivo 1.</p>	
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>- Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.</p> <p>- Expresiones de la ecuación de la recta. Punto-pendiente, general, explícita y por dos puntos.</p> <p>- Funciones cuadráticas. Vértice, eje de simetría, cortes con los ejes. Representación gráfica. Utilización para representar situaciones de la vida cotidiana.</p> <p>- Utilización de medios tecnológicos como calculadoras gráficas o programas informáticos sencillos para representar funciones lineales y cuadráticas.</p>	<p>1. Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal, valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado.</p> <p>- Determinar las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (punto-pendiente, general, explícita y por dos puntos).</p> <p>- Identificar y calcular puntos de corte y la pendiente en distintos tipos de recta. - Representar gráficamente distintos tipos de rectas.</p> <p>- Obtener la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y representarla.</p> <p>- Realizar conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica tanto verbalmente como por escrito.</p> <p>2. Reconocer situaciones de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funciones cuadráticas, calculando sus parámetros y características.</p> <p>- Calcular el vértice, puntos de corte con los ejes y eje de simetría de una función polinómica de grado dos.</p>	<p>1.1. Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica puntos de corte y pendiente, y la representa gráficamente.</p> <p>1.2. Obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa.</p> <p>1.3. Formula conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.</p> <p>2.1. Calcula los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> - Representar gráficamente funciones polinómicas de grado dos. - Identificar y describir situaciones del contexto cercano que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas. - Analizar y representar funciones cuadráticas utilizando aplicaciones y programas informáticos diversos. 	<p>2.2. Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.</p>
--	--	---

4.6. Propuesta de actividades complementarias y extraescolares

A continuación se exponen algunas actividades que pueden resultar de interés para el alumnado, de manera que su puesta en práctica pueda suponer una buena forma de reforzar algunas habilidades o competencias del alumnado.

Juegos durante los recreos

En el centro se habilitará un aula en el que se dispongan diversos juegos de lógica e ingenio para distintos niveles, de forma que cualquier estudiante pueda invertir su tiempo de recreo en alguna de estas actividades.

Talleres de juegos matemáticos

Una vez al año, la fundación municipal de cultura de Gijón desarrolla este programa, en el que se propone al alumnado una batería de juegos matemáticos como Tangram, tres en raya tridimensionales y muchos otros. Se realizaría durante una sesión y es adecuado para alumnado de cualquier curso.

Olimpiada matemática asturiana

Está organizada por la Sociedad Asturiana de Educación Matemática. Se puede proponer al alumnado que lo desee la participación voluntaria en esta competición, en la que se pone a prueba la capacidad de razonamiento matemático mediante retos y problemas.

Liga de debates

Es una competición en la que se debate, por equipos, acerca de un tema propuesto. El alumnado deberá preparar la perspectiva “a favor” y la perspectiva “en contra”, lo cual supone un ejercicio de búsqueda de información fiable, sentido crítico, argumentación, lógica, etc. Se organiza en tres categorías distintas, pudiendo participar alumnado de cualquier curso de Secundaria y Bachillerato.

4.7. Plan de Lectura, Escritura e Investigación

El objetivo de este programa es fomentar la lectura, escritura e investigación en el alumnado, y tener esto en cuenta es esencial para potenciar la capacidad de aprendizaje cada alumno y alumna. Para contribuir a estos aspectos, se tomarán las siguientes medidas:

- Inculcar frecuentemente en clase el hábito por la lectura.
- Recomendar la lectura de libros relacionados con la materia que se encuentren disponibles en la biblioteca.
- Lectura de las pequeñas historias que se encuentran en el libro de texto en la página inicial de cada tema.
- Promover la investigación acerca de temas relacionados con contenidos de la asignatura.
- Proponer la búsqueda de otras fuentes fiables de información distintas del libro de texto para la preparación de las exposiciones orales.
- Lectura y análisis en clase de noticias y datos encontrados en medios de comunicación.
- Incidir en la resolución de problemas matemáticos, puesto que requieren de una correcta comprensión del enunciado para su planteamiento.

4.8. Evaluación del alumnado

Como ya se introdujo en el apartado de Metodologías, se otorgará especial importancia a las actividades que impliquen aprendizaje cooperativo, y estas serán tenidas en cuenta para la evaluación continua, mezclando la participación durante las actividades con algunos ejercicios para entregar durante estas sesiones. Es tan importante la evaluación continua como la evaluación final, ya que permite que el alumnado se implique en la asignatura a lo largo de todo el curso y no únicamente para los exámenes finales.

4.8.1. Procedimientos e instrumentos de evaluación

Observación

Se incluye en este apartado el trabajo de aula y en casa, es decir, todo lo relativo a la participación en clase, la realización de tareas en clase, la realización de las tareas propuestas como deberes, la puntualidad, la educación y respeto hacia el profesor o profesora y a los compañeros, etc. De la misma forma, se tiene en cuenta la participación y el consiguiente esfuerzo extra en algunas actividades extraescolares como las Olimpiadas Matemáticas.

Cuaderno del alumno

Se revisará al final de cada unidad didáctica, siendo recogidos el día del examen. Se tendrá en cuenta que los cuadernos tengan el nombre, estén escritos los apuntes que se ordenó copiar en clase, se encuentren los deberes hechos con las respectivas correcciones, se hayan copiado los apuntes de los días que el alumno haya faltado a clase y que tenga una limpieza aceptable y buena ortografía, además de cualquier otro criterio que el docente considere importante.

Pruebas escritas

Se realizarán al menos dos en cada evaluación, agrupando las unidades didácticas que se deseen, aunque también es posible evaluar alguna unidad didáctica mediante un

trabajo en vez de con una prueba escrita. En cada examen se deben plasmar los indicadores destacados en la Tabla 2 en ejercicios similares a los realizados en clase, donde se valorará tanto el procedimiento como el resultado, otorgando más peso al primero.

Trabajos complementarios

Este apartado hace referencia tanto a aquellos ejercicios que se entreguen durante las actividades grupales y la colaboración e implicación en las mismas, como los ejercicios de mayor dificultad que se propongan durante las clases o las exposiciones orales que se pidan.

4.8.2. Criterios de calificación

Calificación de las evaluaciones

Para la nota de cada evaluación se tomará en cuenta el siguiente criterio para el cálculo de la calificación:

- 60% por las pruebas escritas durante la evaluación,
- 20% por los trabajos complementarios,
- 10% por el cuaderno del alumno o alumna,
- 10% por la observación diaria.

Esta nota corresponde a la de cada evaluación trimestral, siendo útil como seguimiento del trabajo del alumnado en dicho período de tiempo, pero la calificación de final de curso tendrá en cuenta otras consideraciones, tal como se detallará en el siguiente apartado. Siempre habrá ocasión de recuperar esta nota en caso de ser negativa con algún examen o actividad de recuperación, ya sea de la evaluación completa o de uno de los bloques.

Calificación final de curso

Para la nota final de la asignatura se utilizarán los mismos porcentajes mostrados antes, pero con la peculiaridad de no tener en cuenta la nota de cada evaluación, sino la de cada bloque de contenidos de acuerdo con la siguiente ponderación:

- 40% por el bloque de Números y Álgebra,
- 30% por el bloque de Geometría,
- 10% por el bloque de Funciones,
- 20% por el bloque de Estadística y Probabilidad.

Las notas de las pruebas escritas ponderarán de esta manera para completar el 60% de la nota final, y de igual forma con los trabajos complementarios para el correspondiente 20%. Para el 10% de observación y el 10% del cuaderno se hará la media aritmética de las notas obtenidas según dichos instrumentos en las tres evaluaciones.

Los criterios de evaluación han de ser presentados al alumnado el primer día de clase, de manera que queden perfectamente especificados y estos sepan sin lugar a la duda cómo se les evaluará.

4.8.3. Prueba extraordinaria

Para el alumnado que no haya superado la asignatura, se ofrecerá la oportunidad de recuperarla en septiembre. El profesor o profesora propondrá unas actividades de refuerzo que deben ser resueltas durante el verano y entregadas el día del examen. Estas actividades compondrán un 20% de la nota de la recuperación, siendo el otro 80% la calificación del examen. En este examen se dividirán las preguntas por bloques de contenidos, teniendo que resolver únicamente las preguntas de aquellos bloques en lo que tuviese una calificación negativa.

4.9. Evaluación de la programación docente

Para la evaluación de la programación docente es necesario un seguimiento continuo por parte del profesorado, a lo largo del curso, del desarrollo de las propuestas recogidas en la programación. La evaluación de la misma se realizará en las reuniones de departamento de manera trimestral, atendiendo a distintos indicadores de su efectividad como pueden ser:

- el rendimiento académico (tanto en las calificaciones como en el resto de capacidades evaluables),
- la valoración de las medidas de atención a la diversidad llevadas a cabo, de las metodologías propuestas o de la secuenciación y temporalización adoptada,
- el ajuste de los recursos previstos a las necesidades reales,
- el grado de cumplimiento de los objetivos establecidos.

También se tomarán en cuenta, a través del Jefe o Jefa del Departamento, las observaciones del Departamento de Orientación acerca de aquellos aspectos en los que intervenga. Tras recoger toda la información necesaria, se realizaría una puesta en común durante la reunión del departamento de todos los ámbitos de mejora de la programación docente de cara a los posteriores trimestres o al curso siguiente. Se debe tener en cuenta la perspectiva de cada docente en cuanto a la efectividad de la misma y a las propuestas de mejora que se sugieran en la reunión.

4.10. Desarrollo de la unidad didáctica Sistemas de Ecuaciones

A continuación, se elaborará de manera extensa la programación de una de las unidades didácticas de la asignatura, concretamente la unidad de Sistemas de Ecuaciones, perteneciente al bloque de Números y Álgebra, siguiendo el planteamiento elegido para la programación docente.

Contribución de la materia al logro de las competencias clave y los objetivos de la etapa

Como ya se comentó, las competencias clave y los objetivos de la etapa educativa vienen establecidos en los artículos 9.3 y 11, respectivamente, del Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre.

· Competencias clave

Las competencias clave se introdujeron en el Apartado 4.1., recogiendo las siguientes: comunicación lingüística, competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, competencia digital, aprender a aprender, competencias sociales y cívicas, sentido de iniciativa y espíritu emprendedor, conciencia y expresiones culturales.

De nuevo, la contribución a la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología es evidente, teniendo además en cuenta que el Álgebra es una de las ramas más importantes a la hora de ser aplicada en las diversas disciplinas científicas, puesto que la resolución de ecuaciones de cualquier tipo es un problema habitual en el desarrollo de cualquier proceso científico.

Asimismo, el lenguaje algebraico es una de las herramientas fundamentales para traducir los fenómenos observados en el mundo real a lenguaje matemático. Realizar esta traducción de la realidad a Matemáticas requiere de una buena comprensión de ambas y de la capacidad de describir con rigor y precisión los fenómenos reales, lo cual supone una contribución a la competencia de comunicación lingüística. La traducción del enunciado para plantear la resolución de un problema será uno de los aspectos a trabajar en la unidad y con los que contribuir a esta competencia.

Para trabajar la competencia digital se incluirá en algunas sesiones el programa GeoGebra, con el que conviene que el alumnado esté mínimamente familiarizado. Este programa puede ser una ayuda para las explicaciones del método gráfico, ya que facilita enormemente la visualización de la relación entre las ecuaciones y las representaciones

gráficas. También se podrán proponer ejercicios de búsqueda de información o actividades en las que se haga uso de herramientas tecnológicas.

Dado que tanto el lenguaje algebraico como sus métodos de resolución son herramientas para comprender el mundo que nos rodea, nos permiten desenvolvernó de mejor manera en la vida diaria. La competencia social y cívica se ve reforzada por la capacidad de comprender el funcionamiento de, por ejemplo, la Economía o la tecnología, que no se pueden concebir sin las herramientas algebraicas básicas. Por otro lado, las actividades grupales que se realicen serán una forma de fomentar el trabajo en equipo, el respeto al compañero y demás valores sociales fundamentales.

Cualquier actividad que implique enfrentarse a un reto al que no se hayan enfrentado antes sería una manera de trabajar la competencia de sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor, así como la de aprender a aprender, puesto que asentaría las habilidades necesarias para afrontar retos y reforzaría la idea de que afrontar este tipo de obstáculos es una fuente de aprendizaje.

En último lugar, sería posible contribuir a la competencia de conciencia y expresiones culturales con la divulgación de historia de la ciencia o las Matemáticas. Una buena oportunidad sería con la introducción del método de reducción, adelantándoles que su generalización se conoce como método de Gauss, ya que este suele ser uno de los primeros momentos en los que oyen hablar de este gran matemático y científico. No obstante, cualquier unidad didáctica puede suponer una oportunidad de comentar la historia de algunos de los grandes genios de la ciencia. Más en concreto, en el área de Álgebra, se pueden encontrar muchos ejemplos de matemáticos relacionados con el temario que suelen llamar la atención del alumnado, como Galois, Noether o, en las unidades más relacionadas con Números, Ramanujan.

· Objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria

Por otro lado, todo lo ya expuesto, tanto en la unidad didáctica como en el planteamiento general de la programación docente, supone la contribución a la adquisición de algunos de los objetivos de la etapa introducidos al inicio de la programación. Tal es el caso de:

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.

Metodologías

Para tratar de plasmar las metodologías expuestas en el Apartado 4.2., se implementarán sesiones de trabajo cooperativo y se implementarán siempre clases participativas en las que se involucre al alumnado en las explicaciones.

Por ejemplo, el método de sustitución sería un buen momento para implementar el aprendizaje por descubrimiento a través del razonamiento del alumnado, guiado por el profesor. Como ya conocen los métodos desde el curso anterior y el de sustitución es el

que requiere unos razonamientos más simples e intuitivos, incentivar que el alumnado llegue a él sería una forma de recordar el método al mismo tiempo que lo relacionan con sus conocimientos previos. Algo similar se puede hacer con la identificación de sistemas sin solución o con infinitas soluciones, guiando al alumnado hacia el razonamiento de por qué dichos sistemas tienen estas características.

Como ya se indicó, también se puede incorporar el aprendizaje por descubrimiento con retos intelectuales, como sistemas con varias incógnitas pero que se puedan resolver con las herramientas de las que disponen, sistemas no lineales sencillos para que se percaten de que se pueden resolver sin problema con el método de sustitución, o planteándoles por qué en el método de reducción se suman o restan las ecuaciones sin que ello altere las soluciones del sistema.

Dado que todos los métodos ofrecen una técnica distinta de resolución de problemas algebraicos, todas ellas importantes y muy utilizadas, esta unidad es una oportunidad de incidir en la importancia de comprender por qué estas técnicas son válidas, por qué resuelven el problema y en qué otros contextos se pueden aplicar. Es decir, incidir en la importancia de comprender los conceptos y procedimientos matemáticos, más allá de saber resolver los ejercicios mecánicamente. De la misma manera, se debería poner en valor la aplicabilidad de estas herramientas en su entorno cercano para aquellos problemas que involucren más de un dato desconocido.

Como el temario de la unidad didáctica se basa en los cuatro métodos de resolución, cuyo dominio se adquiere con la práctica, las sesiones reservadas para dicha práctica pueden resultar especialmente productivas si se organizan mediante la implementación del trabajo cooperativo. Por último, el programa GeoGebra se podría utilizar para la resolución de sistemas por el método gráfico, fomentando así el uso de las herramientas informáticas y la competencia digital.

Recursos

Esta unidad didáctica no supone una demanda exigente de recursos, ya que únicamente serían necesarios el libro de texto ya mencionado y el proyector, con una buena conexión a internet, para aquellas sesiones en las que se utilice el programa GeoGebra. Únicamente en caso de proponer una sesión en la que el alumnado trabajase con este programa para resolver sistemas de ecuaciones se requeriría reservar una de las aulas de ordenadores disponibles en el centro. La calculadora no sería necesaria en ningún momento ya que los problemas que se plantean en esta unidad siempre parten de números y cantidades manejables a mano.

Atención a la diversidad

Se llevarán a cabo las medidas descritas en el Apartado 4.4. según lo requiera la situación particular del grupo. Para el alumnado con la materia pendiente del curso anterior se debe efectuar un seguimiento permanente para responder a sus dificultades y se podrán elaborar, de considerarse conveniente, actividades de refuerzo en consonancia con sus necesidades. En el caso del alumnado de altas capacidades, se pueden plantear diferentes retos intelectuales, como los mencionados anteriormente, con mayor frecuencia o de mayor dificultad para que el alumno entrene su capacidad matemática. Si se cree conveniente una ampliación curricular, se le puede introducir la resolución de sistemas no lineales o, de manera esquemática, el método de Gauss para sistemas con mayor número de ecuaciones o incógnitas.

Secuenciación y temporalización

Anteriormente, en la Tabla 2 del Apartado 4.5., se estableció la relación entre contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje e indicadores, así como los objetivos y competencias que se trabajarán a lo largo de la unidad. Esta relación se extiende de la siguiente manera.

Tabla 3. Relación entre contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje e indicadores para la unidad didáctica Sistemas de Ecuaciones

9. Sistemas de Ecuaciones		
Objetivos de la unidad	Competencias	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Trabajar con el lenguaje algebraico. 2. Distinguir sistemas lineales de no lineales. 3. Clasificar sistemas de ecuaciones según su número de soluciones. 4. Resolver sistemas de ecuaciones mediante los métodos de sustitución, igualación, reducción y gráfico. 5. Interpretar gráfica y geoméricamente las soluciones de un sistema. 6. Comprender la relación entre el número de soluciones de un sistema y la posición relativa de las rectas correspondientes a sus ecuaciones. 7. Apreciar la utilidad de los sistemas de ecuaciones para la resolución de problemas cotidianos. 	<p>Comunicación lingüística: objetivos 1, 2 y 3.</p> <p>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: objetivos 1-7.</p> <p>Competencia digital: objetivos 2-6.</p> <p>Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: objetivos 4, 5 y 7.</p> <p>Aprender a aprender: objetivos 4, 5 y 7.</p> <p>Competencia social y cívica: objetivos 1 y 7.</p> <p>Conciencia y expresiones culturales: objetivos 1, 4 y 7.</p>	
Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje
<p>Sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas.</p> <p>Elementos de un sistema.</p> <p>Clasificación de sistemas de ecuaciones según su número de soluciones.</p> <p>Resolución de sistemas. Métodos de sustitución, igualación, reducción y gráfico.</p> <p>Interpretación gráfica de un sistema.</p> <p>Interpretación gráfica del número de soluciones de un sistema.</p> <p>Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones.</p>	<p>1. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones sencillas de grado mayor que dos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos.</p> <p>- Conocer la clasificación de los sistemas según su número de soluciones.</p> <p>- Resolver sistemas de ecuaciones mediante los métodos de sustitución, igualación, reducción y gráfico.</p> <p>- Reconocer la conexión entre las ecuaciones lineales y la representación gráfica.</p>	<p>1.1. Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> - Predecir la posición relativa de las rectas asociadas a cada ecuación en función del número de soluciones de un sistema. - Traducir a sistemas de ecuaciones problemas relacionados con situaciones cercanas a su contexto, resolverlos y valorar la coherencia del resultado obtenido. - Appreciar el lenguaje algebraico como un recurso muy útil para resolver problemas. 	
--	--	--

Estos objetivos e indicadores se trabajarán a lo largo de la unidad didáctica, que cuenta, según la temporalización introducida en la programación anual, con 9 sesiones. La planificación de estas sesiones se haría de acuerdo con las propuestas metodológicas planteadas anteriormente, resultando en la siguiente temporalización orientativa.

Tabla 4. Temporalización de la unidad didáctica Sistemas de Ecuaciones

Temporalización	
Sesión 1	Introducción y fundamentos teóricos de los sistemas de ecuaciones: linealidad, elementos de un sistema, clasificación según el número de soluciones e identificación del número de soluciones. Se aplicará el aprendizaje por descubrimiento y se combinará la explicación con aplicaciones prácticas y ejemplos.
Sesión 2	Método de sustitución con aprendizaje por descubrimiento. Ejemplos y ejercicios.
Sesión 3	Método de igualación , recalando su similitud con el razonamiento del método de sustitución y comprobando que ambos arrojan la misma solución. Resolución de problemas.
Sesión 4	Repaso de ambos métodos con una actividad grupal. Propuesta de algún reto matemático sencillo cuya resolución suponga una recompensa.
Sesión 5	Método de reducción . Comentar brevemente la figura de Gauss. Tratar de resolver un sistema sin solución o con infinitas soluciones mediante este método, ya que supone una buena forma de que visualicen por qué dichos sistemas no tienen solución única. Resolución de problemas.
Sesión 6	Repaso de los tres métodos algebraicos con una actividad grupal. Propuesta de algún reto.
Sesión 7	Método gráfico con la ayuda de GeoGebra. Incidir en la conexión entre el Álgebra y las Funciones. Interpretación gráfica de las soluciones de un sistema. Relación entre el número de soluciones de un sistema y la posición relativa de las rectas.

Temporalización	
Sesión 8	Repaso del método gráfico, quizá con una actividad grupal o con GeoGebra.
Sesión 9	Repaso general con una sesión de aprendizaje cooperativo. Resolución de problemas

Algunos ejemplos de ejercicios que se podrían implementar durante esta unidad didáctica serían los siguientes.

· *Retos matemáticos*

Existen un gran número de ejercicios de sistemas de ecuaciones con los que trabajar el razonamiento matemático aplicando las mismas estrategias requeridas para los tres métodos algebraicos. Por ejemplo, en alguna de las sesiones de aprendizaje cooperativo se les puede explicar la resolución del sistema de la Figura 1 para luego proponerles como reto el de la Figura 2, que utiliza la misma lógica (Rivera, 2018).

$$\begin{array}{l}
 \boxed{\text{★} + \text{⚡} + \text{★}} = 10 \\
 \boxed{\text{★} + \text{⚡} + \text{★}} + \text{⚡} = 14 \\
 \text{¿ ⚡ ?}
 \end{array}$$

Figura 1. Ejemplo para explicar la resolución.

$$\begin{array}{l}
 \text{⚙} + \text{🔧} + \text{🔓} + \text{🏠} = 13 \\
 \text{⚙} + \text{🔧} = \text{🔓} + \text{🔓} \\
 \text{🔓} + \text{🔓} + \text{🔓} = 10 \\
 \text{¿ 🏠 ?}
 \end{array}$$

Figura 2. Ejemplo para proponer al alumnado.

En caso de considerarse de mucha dificultad, se puede simplificar el problema para reducir su exigencia. Además, cuando se utilizan pequeños dibujos para simbolizar las incógnitas, el interés por el problema se incrementa, ya que es inmediatamente percibido como un problema más novedoso que los que se resuelven habitualmente en clase, efecto que no se consigue si se utilizan simplemente letras.

· *Actividad con GeoGebra*

GeoGebra es un software muy útil para acompañar explicaciones que requieran de un apoyo visual, como es el caso de conceptos de Geometría o Funciones. En este caso, como el método gráfico conecta los sistemas de ecuaciones con el bloque de Funciones, se puede utilizar para que visualicen cómo cambian las rectas en función de cómo se modifiquen los coeficientes y en qué casos esas rectas se vuelven paralelas o coincidentes. Una actividad mostrando esto podría ser la siguiente (Fernández, 2020).

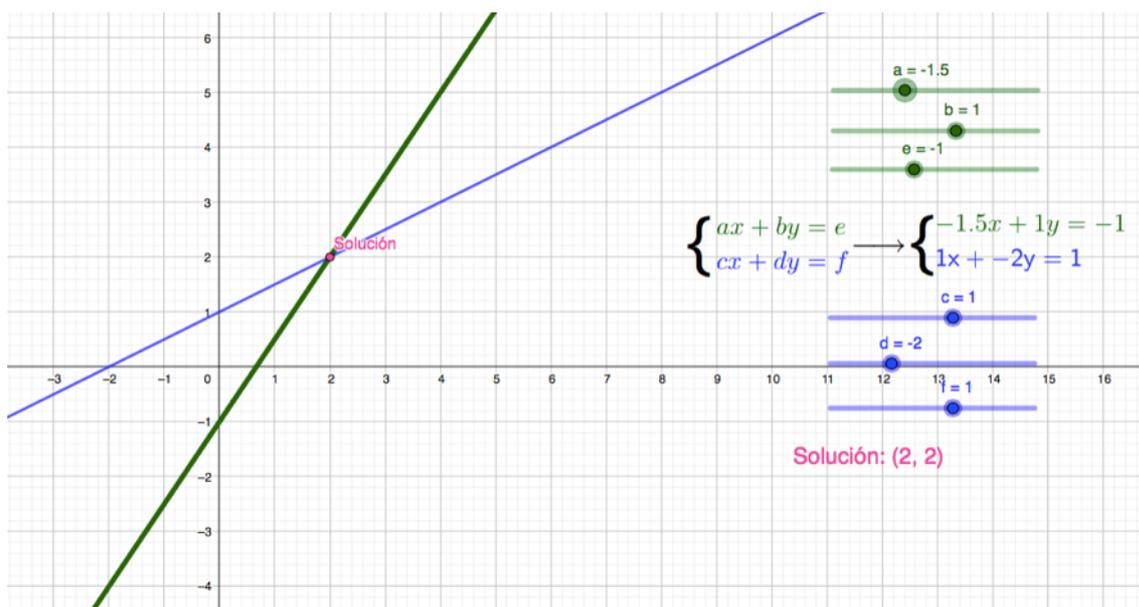


Figura 3. Actividad de GeoGebra para el método gráfico.

· *Actividades grupales*

Para las sesiones de trabajo cooperativo, cualquier planteamiento original serviría para propiciar una clima activo y dinamizar la clase. Por ejemplo, para el repaso de los métodos algebraicos, se puede dividir al grupo en equipos de tres personas. El docente

escribe un sistema y cada equipo debe resolverlo por los tres métodos, ocupándose cada integrante del grupo de un método distinto (se rotarían cada turno para que todos los alumnos practiquen todos los métodos). La comparación de las soluciones entre los miembros del equipo sería una manera de cerciorarse de que lo resolvieron bien. Si se añade una puntuación por las resoluciones para proponer una competición entre los distintos equipos, sería suficiente incentivo para lograr la implicación del alumnado.

Evaluación

Para evaluar esta unidad didáctica se haría una prueba escrita final de la misma que, además, incluiría la unidad de Ecuaciones, de manera que se evaluarían juntas. En este examen se debe intentar plasmar la mayor cantidad de indicadores y objetivos de la unidad que sean posibles. La calificación obtenida pasaría a formar parte de la nota de la evaluación y la de final de curso, así como todas las informaciones que se hayan recogido del alumnado en lo relativo al trabajo en clase, la realización de los deberes, la participación e implicación en las sesiones de trabajo cooperativo, etc. También se agregaría a la nota de “observación” cualquier puntuación extra que se haya decidido otorgar por la resolución de alguno de los retos de mayor dificultad.

Un ejemplo de prueba escrita para evaluar esta unidad didáctica (sin incluir la parte de Ecuaciones), tratando de plasmar los objetivos establecidos para la unidad, se puede revisar en el Anexo I.

5. Propuesta de innovación: gamificación y aprendizaje cooperativo apoyado en la historia de las Matemáticas

La propuesta de innovación que será descrita a continuación se llevó a cabo durante el transcurso de las prácticas, en la unidad didáctica de Sistemas de Ecuaciones, para la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO. Además, se impartió en dos grupos distintos simultáneamente: el grupo B y el grupo E. La innovación tenía como premisa principal la ruptura de la monotonía, en lo que a metodologías se refiere, a la que estaba acostumbrado el alumnado de ambos grupos.

5.1. Contexto y diagnóstico inicial

El centro en el que tuvo lugar la innovación es un centro situado en una de las grandes ciudades asturianas, siendo un instituto que recoge alumnado de un barrio tradicionalmente obrero y de nivel socioeconómico bajo. Cuenta con unos 700 alumnos y alumnas con una diversidad enorme, ya que reciben mucho alumnado inmigrante con dificultades de aprendizaje o con un nivel muy pobre de castellano.

Por esta razón, son un centro especialmente preocupado por la inclusión del alumnado y la atención a la diversidad. Sus esfuerzos en este sentido han dado resultado ya que, en general, se respira un ambiente de respeto entre alumnos y alumnas. Cuentan con multitud de programas con los que lograr tanto la inclusión de todos los estudiantes como la educación de los mismos, tratando de promover el trabajo en equipo y el apoyo mutuo.

En los grupos donde se desarrolló la innovación, se podían observar muchas de estas características. En el grupo B, debido a los desdobles y grupos flexibles, tan sólo se contaba con 13 alumnos, de los cuales dos eran repetidores pero apenas aparecían por clase, por lo que generalmente solían ser alrededor de 11 alumnos. Tres de estos tenían la materia pendiente de 2º de ESO, aunque otros también ofrecían bastante buen rendimiento en la materia, incluyendo un chico que mostraba gran interés por las

Matemáticas y sentía curiosidad y satisfacción por los problemas y acertijos matemáticos.

En el grupo E había 15 alumnos, todos de habitual asistencia. Cinco de ellos tenían la materia pendiente del curso anterior y, algunos, mostraban un desapego evidente hacia la asignatura, potenciado por otros problemas personales. También se podían encontrar chicos y chicas que exhibían muy buen rendimiento, aunque eran pocos casos.

Eran grupos acostumbrados a las clases expositivas y, aunque no las rechazaban, se hacía evidente el clima de desmotivación hacia la asignatura. La mayoría se mostraban desinteresados por la misma y no acababan de verle la importancia y utilidad a los contenidos. Esto quedaba también reflejado en el hecho de que muchos de ellos llegaban a clase sin los deberes resueltos, y las consiguientes sanciones no parecían resultar suficientes como para corregir la conducta. A esto se le suma las bajísimas calificaciones que venían obteniendo en los últimos exámenes, incluso el alumnado con capacidad para lograr resultados mucho mejores y que habían mostrado un rendimiento alto el curso anterior.

No obstante, eran grupos con buena relación entre compañeros, en los que no había ningún tipo de conflicto ni entre ellos ni con la profesora de Matemáticas. Se podía impartir clases fluidamente en ambos grupos ya que no tendían a interrumpir en ningún momento, aunque, a excepción de unos pocos alumnos muy activos, tampoco solían mostrarse excesivamente participativos, pero sí agradecían que se les involucrase en las clases, por ejemplo, mediante preguntas durante las explicaciones o animándoles a salir a la pizarra a resolver ejercicios.

De esta manera, las actividades que se implementarían irían dirigidas principalmente a dar respuesta a esa falta de motivación, tratando de generar un ambiente de mayor implicación y trabajo.

5.2. Objetivos de la innovación

La observación en el aula permitió percibir que, el único interés del alumnado hacia la asignatura, era aprobar u obtener una nota acorde con sus aspiraciones, pero no por las Matemáticas en sí ni por los útiles conocimientos que se les presentaban. Por tanto, ese era el principal punto en el que centrarse. La alarmante dejadez por realizar los deberes era una muestra más de este desinterés, pero también otro aspecto a mejorar.

Dado que durante el período previo al desarrollo de la innovación no se llevaron a cabo demasiadas actividades grupales durante las clases de Matemáticas, aunque sí en otros momentos como consecuencia de los programas del centro, se consideró que sería un buen punto de partida para enfocar algunas actividades. Entre las metodologías recomendadas en la programación docente del Departamento de Matemáticas se encontraba el aprendizaje cooperativo que, si bien es practicado con frecuencia en el centro gracias a los múltiples programas que organizan, quizá se podía aplicar con más frecuencia durante las clases habituales de la asignatura.

Por último, debido a que, personalmente, considero que la historia de las Matemáticas y, en general, de la ciencia es un buen incentivo para interesar al alumnado en un tema y, además, no es un aspecto en el que se suele hacer hincapié, lo consideré un complemento interesante a la hora diseñar algunos de los juegos que se introdujeron posteriormente. Así se aprovecharía la oportunidad para divulgar algo de cultura matemática, dado que existen multitud de grandes genios de las Matemáticas que son desconocidos para mucha gente, pese a haber ofrecido aportaciones de incalculable valor a la sociedad.

En resumen, la intención principal sería propiciar un clima de motivación e interés hacia la asignatura, proponiendo actividades diversas con distintos enfoques, logrando así clases variadas que resultasen más atractivas. A su vez, dichos enfoques irían dirigidos a paliar otros aspectos ya citados, como el bajo compromiso con el trabajo en casa o la poco frecuente implementación del aprendizaje cooperativo.

De esta manera, los aspectos que más se pretendían incentivar con la propuesta de innovación serían los siguientes.

- Aumentar el grado de motivación hacia la asignatura.
- Implementar con más frecuencia el aprendizaje cooperativo.
- Aumentar el trabajo en casa del alumnado.
- Mejorar las calificaciones en los exámenes.
- Proponer metodologías novedosas para ellos.
- Lograr un clima más activo en el aula que fomente una mayor implicación durante las clases.
- Mejorar el manejo de los procedimientos algebraicos necesarios para los sistemas de ecuaciones y otros muchos problemas matemáticos.
- Promover el gusto por la historia y cultura matemática.
- Proponer retos matemáticos con los que trabajar el razonamiento lógico y el aprendizaje por descubrimiento.
- Incentivar a la búsqueda de información a través de la red.
- Mostrar distintas aplicaciones de los conceptos matemáticos que estaban trabajando en las clases.

5.3. Fundamentación teórica

Como se introdujo al inicio, el principal arma con el que se tratarían de combatir estas necesidades sería la ruptura de las dinámicas habituales de las clases y de los deberes. La premisa fundamental sería la introducción de metodologías como la gamificación o el aprendizaje cooperativo, muy poco habituales en sus clases y muy eficaces para los objetivos que se pretendían alcanzar. Estas metodologías se implementarían a través de actividades en las que se incentivara, entre otras cosas, la realización de los deberes, a la vez que se divulgaba algo de cultura e historia matemática proponiendo pequeños juegos para hacer en casa con los que conociesen a

matemáticos importantes e interesantes y con los que sintiesen algo más de satisfacción al hacer las tareas en casa.

La introducción de la gamificación como incentivo para el aumento de la motivación es una herramienta conocida y estudiada (Muñiz-Rodríguez, Alonso y Rodríguez-Muñiz, 2014), que, combinada con ciertos retos matemáticos, supone un beneficio en la capacidad de resolución de problemas (Macías Espinales, 2017). Además, junto con el aprendizaje cooperativo, puede contribuir a que el alumno aprenda por descubrimiento y mediante tutoría entre iguales.

Según el estudio de Muñiz-Rodríguez, Alonso y Rodríguez-Muñiz (2014): “La variedad de recursos didácticos utilizados en el aula es un elemento relevante, puesto que influye directamente en el rendimiento de los alumnos”. Siguiendo esta filosofía, se trató de ofrecer una cierta variedad de juegos con los que generar en el alumnado la expectativa de que, en cualquier clase, podrían ser sorprendidos con algún juego original. La competitividad e interés por ganar en el juego provoca mayor interés por aprender aquello que necesiten saber para ganar, aumentando la satisfacción por el aprendizaje.

El trabajo cooperativo es una de las metodologías más conocidas y una de las competencias más valoradas en el mercado laboral. Sin embargo, a pesar de su frecuente promoción, no se implementa con la frecuencia que se debería hacer (Vilches y Gil, 2012), y en este caso supondría una estrategia especialmente productiva debido la buena relación entre alumnos que se podía observar en los dos grupos, de manera que, aunque haya sido el docente quien confeccionase los grupos, no tuviesen problemas en colaborar con cualquier compañero y ayudarse mutuamente a la hora de resolver los problemas.

En las sesiones de trabajo grupal se crearon grupos heterogéneos formados por el profesor que se trataron de mantener para aumentar su productividad (Maset, 2003), mientras que en otras se permitió que los alumnos formasen sus propios equipos para actividades más cortas, evitando que trabajen siempre con los mismos compañeros.

La idea detrás de la planificación de la unidad didáctica era preparar distintos juegos variados para implementar alguna novedad cada poco tiempo, de tal manera que las nuevas propuestas no supusieran un cambio radical respecto a las metodologías a las que estaban acostumbrados, pero sí un cambio significativo que les incentivase a trabajar más y generase la motivación de la que carecían.

5.4. Desarrollo de la innovación

La innovación se implementó a lo largo de la unidad didáctica de Sistemas de Ecuaciones, en la que se contaba con 10 sesiones. Los contenidos, más allá de una parte teórica a la que se dedicó la primera sesión, se basan en el dominio de cuatro métodos de resolución de sistemas: sustitución, igualación, reducción y gráfico. La temporalización de la propuesta vino marcada por estos métodos. Para el desarrollo de la misma se hizo uso de los siguientes materiales:

- libro de texto “Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, 3 ESO” de la editorial SM,
- baraja española de cartas,
- proyector (disponible en todas las aulas del centro).

Las actividades para las que se usó el proyector requerían, a su vez, una buena conexión a internet para el profesor y para el alumnado.

De esta manera, se podría dividir el desarrollo de la innovación en tres fases, atendiendo a los métodos que se iban introduciendo.

Fundamentos teóricos y métodos de sustitución e igualación (sesiones 1-3)

La primera sesión debía ser más expositiva debido a que la unidad de Sistemas de Ecuaciones requiere de ciertos fundamentos teóricos. Para que la clase fuera más dinámica, además de introducir ejemplos e involucrar al alumnado en la explicación, se propuso el primer incentivo: un pequeño juego de cartas al inicio de la hora. Un voluntario elegía dos cartas de la baraja, calculaba la suma de sus valores, la diferencia

del mayor y el menor e informaba al docente de estos dos resultados. Rápidamente, el profesor adivina cuáles son los valores que había escogido el estudiante. Se repitió varias veces con aquellos que se animaron a participar, y se acordó con ellos que, al final de la clase, tras explicar el truco con sistemas de ecuaciones, un alumno o alumna sería capaz de repetirlo desde el rol de adivino.

En la segunda sesión, tras practicar el método de sustitución, se propuso otra actividad que trataba de ofrecer más interés a la realización de los deberes. La tarea serían tres sistemas de ecuaciones que, cuando los resolviesen en casa, tendrían que traducir las soluciones obtenidas a letras siguiendo el orden alfabético, de manera que obtendrían una palabra, para luego buscarla en internet. Manifestaron una gran intriga, hasta el punto de no querer saber ninguna pista sobre qué obtendrían al completar la palabra.

En la tercera sesión se corrigió el ejercicio que, si bien, por diversos errores, nadie logró descifrar, sí se consiguió el principal objetivo con una muy buena participación, ya que casi todos lo intentaron. La solución era la palabra “Noether”, que se eligió porque, precisamente esa semana, se había celebrado el Día de la Mujer y la Niña en la Ciencia, así que se conversó unos minutos sobre la biografía y aportaciones de Emmy Noether de la manera más entretenida posible para el alumnado, puesto que el objetivo era, además de dar a conocer a esta gran matemática y divulgar algo de cultura científica, dinamizar la clase y captar la atención del alumnado.

Método de reducción y repaso de los tres métodos algebraicos (sesiones 4-7)

Una vez explicado el método de reducción, aprovechando para darles a conocer a Gauss, se continuó con la actividad anterior proponiendo como deberes siete sistemas de ecuaciones con los que obtendrían las palabras “Evariste Galois” (contaban con un puente de cinco días para su realización).

Tras el puente, en la quinta sesión, se corrigieron los sistemas utilizando los tres métodos algebraicos de resolución. En este caso sí hubo dos alumnas capaces de obtener la palabra completa y buscarla en internet. Se volvió a dedicar unos minutos clase a conversar sobre Galois, cuya biografía les resultó fascinante. Se proyectó un

pequeño vídeo del canal de Youtube “Derivando”, en el que se contaba de una manera amena la vida y las aportaciones de Galois. También se comentaron algunas de las aplicaciones más interesantes de estas aportaciones y del Álgebra en general, como la Criptografía, aprovechando para introducir alguna anécdota personal que sabía que les resultaría divertida. Con esto se logró la atención del alumnado durante esa hora, generando un clima más activo y consiguiendo un inicio relajado de la clase que, después de un puente tan largo, agradecieron.

Las dos sesiones siguientes se dedicaron a hacer un repaso de los tres métodos con un juego más elaborado, introduciendo por fin el aprendizaje cooperativo. Se trataba de una especie de juego de batalla inspirado en el sistema de combate más básico que se utiliza en los videojuegos. Se dividió a la clase en equipos de tres a cinco personas, que fueron confeccionados por los docentes, tratando de que fuesen mixtos y heterogéneos en cuanto a rendimiento. El juego constaba de dos partes:

- Primero, cada miembro del equipo resolvía un sistema de una ficha otorgada por el profesor por el método que prefiriesen. La suma de las soluciones de todos los integrantes del equipo serían los puntos de vida acumulados por dicho equipo para enfrentarse a los demás.

Parte 1: Cada miembro del equipo elige uno de los siguientes sistemas y lo resuelve por el método que quiera. La suma de las soluciones de todos vuestros sistemas será la vida que habéis adquirido para enfrentaros a otros equipos.

$$\begin{array}{cccc}
 1. \begin{cases} -6x+7y = -7 \\ -5x+7y = 0 \end{cases} & 2. \begin{cases} 4x-3y = 11 \\ -5x+7y = 9 \end{cases} & 3. \begin{cases} -6x+2y = 2 \\ -9x-2y = 7 \end{cases} & 4. \begin{cases} -4x+2y = -2 \\ 7x-5y = -10 \end{cases} \\
 5. \begin{cases} -4x+y = -15 \\ 3x-5y = -10 \end{cases} & 6. \begin{cases} x+2y = 15 \\ x-2y = -1 \end{cases} & 7. \begin{cases} 10x-2y = 8 \\ -5x+2y = 7 \end{cases} & 8. \begin{cases} 6x-3y = -9 \\ -5x+2y = 2 \end{cases}
 \end{array}$$

Figura 4. Primera parte de la ficha con la que se llevó a cabo el juego de las sesiones 6 y 7.

- Después, se enfrentarían los equipos en un “uno contra uno” o un “todos contra todos” en el que se atacarían circularmente. Para ello, el profesor nombra un método de resolución y cada equipo elige un sistema de ecuaciones de la ficha para que uno

de los integrantes lo resuelva por el método seleccionado al inicio del turno. Si el sistema elegido por el equipo tiene solución única, el valor para la incógnita 'x' en la solución serán los puntos de ataque con los que atacarán al equipo contrario, mientras que el valor para la incógnita 'y' serán los puntos de defensa con los que se defenderán del ataque del otro equipo. La diferencia entre el ataque de un equipo y la defensa del otro serán los puntos de vida que perderá el equipo atacado. En el caso de que el sistema de ecuaciones elegido al inicio tenga infinitas soluciones o ninguna, perderán el turno con 0 de ataque y 0 de defensa, por lo que deben saber identificar estos sistemas.

Parte 2: Os enfrentáis a otro de los equipos. El profesor elige un método de resolución y cada equipo elige uno de los sistemas siguientes para que lo resuelva uno de los miembros del equipo (os turnáis) con la ayuda del resto. Una vez elijáis el sistema ya no hay vuelta atrás. ¡Pero ojo! Algunos de estos sistemas son incompatibles o compatibles indeterminados, si elegís uno de ellos perdéis el turno. Si el sistema elegido es compatible determinado, la solución para x es vuestro ataque y para y vuestra defensa ese turno. Le quitaréis al equipo contrario el valor de vuestro ataque menos el valor de su defensa.

$$\begin{array}{cccc}
 1. \begin{cases} 5x-7y = 11 \\ x-9y = -13 \end{cases} & 2. \begin{cases} -4x+9y = 7 \\ 4x-2y = 14 \end{cases} & 3. \begin{cases} 3x-5y = 7 \\ 9x-15y = 21 \end{cases} & 4. \begin{cases} 2x-5y = 12 \\ x-y = 6 \end{cases} \\
 5. \begin{cases} -3x+7y = 0 \\ -2x+9y = 13 \end{cases} & 6. \begin{cases} -2x+y = -15 \\ -2x+2y = -14 \end{cases} & 7. \begin{cases} -3x+10y = 1 \\ -x+7y = 7 \end{cases} & 8. \begin{cases} x-3y = 6 \\ 2x-8y = 10 \end{cases} \\
 9. \begin{cases} x+y = 0 \\ x+y = 3 \end{cases} & 10. \begin{cases} -2x+5y = -3 \\ x-2y = 3 \end{cases} & 11. \begin{cases} 4x-9y = -3 \\ x+y = 9 \end{cases} & 12. \begin{cases} x+3y = 13 \\ -5x+10y = -15 \end{cases} \\
 13. \begin{cases} 4x-7y = 11 \\ 2x-7y = -5 \end{cases} & 14. \begin{cases} x-3y = -6 \\ 2x-5y = -8 \end{cases} & 15. \begin{cases} 2x+3y = 14 \\ -x+6y = -7 \end{cases} & 16. \begin{cases} -9x+9y = -9 \\ -x+5y = 15 \end{cases} \\
 17. \begin{cases} x+8y = 9 \\ -2x-7y = -18 \end{cases} & 18. \begin{cases} -6x+7y = -7 \\ 5x-6y = 5 \end{cases} & 19. \begin{cases} 6x-9y = 3 \\ -2x+3y = -1 \end{cases} & 20. \begin{cases} -2x+y = -12 \\ -4x+7y = -4 \end{cases} \\
 21. \begin{cases} -x-2y = -14 \\ -4x+4y = -8 \end{cases} & 22. \begin{cases} 4x-2y = 10 \\ 3x-2y = 5 \end{cases} & 23. \begin{cases} 2x-9y = -11 \\ -x+2y = -2 \end{cases} & 24. \begin{cases} 3x+y = 3 \\ 6x+2y = -1 \end{cases} \\
 25. \begin{cases} -4x+9y = -1 \\ 5x-7y = 14 \end{cases} & 26. \begin{cases} x+4y = 6 \\ -x-5y = -6 \end{cases} & 27. \begin{cases} -x-y = -8 \\ x+8y = 15 \end{cases} & 28. \begin{cases} -5x+6y = -5 \\ x-2y = -3 \end{cases} \\
 29. \begin{cases} -5x+4y = -10 \\ -x+2y = 4 \end{cases} & 30. \begin{cases} 3x+4y = 2 \\ -6x-8y = -1 \end{cases} & 31. \begin{cases} 3x-9y = 6 \\ 2x-5y = 6 \end{cases} & 32. \begin{cases} -3x+2y = -13 \\ 2x-4y = -2 \end{cases} \\
 33. \begin{cases} 3x-2y = 7 \\ 2x-3y = -2 \end{cases} & 34. \begin{cases} -6x+6y = -6 \\ -9x-10y = -4 \end{cases} & 35. \begin{cases} 2x-3y = -5 \\ -x+3y = 10 \end{cases} & 36. \begin{cases} -x+4y = -1 \\ 2x-8y = 2 \end{cases} \\
 37. \begin{cases} 4x-10y = -2 \\ 2x-4y = 2 \end{cases} & 38. \begin{cases} 2x-8y = 0 \\ -x-6y = -4 \end{cases} & 39. \begin{cases} 4x+3y = 7 \\ -4x-3y = 3 \end{cases} & 40. \begin{cases} -6x+5y = -11 \\ 3x-6y = -12 \end{cases}
 \end{array}$$

Figura 5. Segunda parte de la ficha con la que se llevó a cabo el juego de las sesiones 6 y 7.

Con este ejercicio se pretendía practicar los métodos de resolución de sistemas de una manera más dinámica y llevadera, y se extendió durante dos sesiones. Además, al

ser un único integrante del equipo el que resolvía el sistema, se pretendía que el resto le ayudasen en su resolución, fomentando el trabajo en equipo y el aprendizaje a través de la tutoría entre iguales. Por otro lado, como se comentó al inicio, la intención mantener los equipos en ambas sesiones. No obstante, en la segunda de ellas, aquellos alumnos que tenían la asignatura de 2º de ESO pendiente tenían uno de los exámenes de recuperación, por lo que se mantuvieron los equipos en la medida de lo posible a pesar de las bajas.

En esta segunda sesión, además, se propuso otro ejercicio de mayor dificultad que tendría una recompensa valiosa en el juego, y con el que se podría trabajar el razonamiento matemático de mejor manera que con los procesos algorítmicos habituales, utilizando la recompensa en el juego como incentivo y favoreciendo la capacidad de resolución de problemas. También se podría considerar un aprendizaje por descubrimiento al tener que enfrentarse a un reto complicado en el que aplicar ciertas técnicas de manera distinta a la que estaban acostumbrados. Para resolver este ejercicio se requería utilizar la lógica del método de sustitución, y el primer equipo en solucionarlo mostraría su procedimiento en la pizarra.

$$\left\{ \begin{array}{l} \heartsuit + 4 = \text{😊} \\ \spadesuit \cdot 4 = \text{😊} \end{array} \quad \begin{array}{l} \clubsuit - 4 = \text{😊} \\ \diamondsuit : 4 = \text{😊} \end{array} \right\}$$

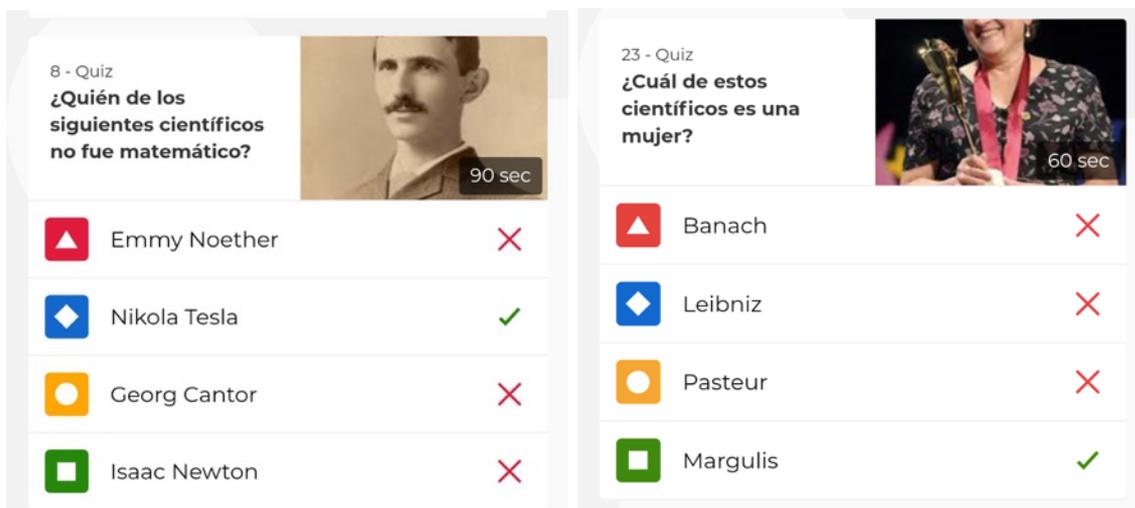
$$\heartsuit + \spadesuit + \clubsuit + \diamondsuit = 100$$

Figura 6. Ejercicio planteado durante la sesión 7.

Método gráfico y repaso general (sesiones 8-10)

Durante estas tres últimas sesiones, en las que se presentó el método gráfico, se realizó por última vez la actividad de los nombres de matemáticos codificados bajo las soluciones de sistema de ecuaciones, esta vez con Gödel como protagonista. Para este momento, la participación en la realización de los deberes había ascendido, aunque seguía siendo común que dos o tres personas llegasen a clase sin ellos resueltos.

El último juego que se implementó fue en la décima sesión, en la que se dividió a la clase en tres equipos para hacer un test con Kahoot. En este test se repasaron principalmente los conceptos teóricos, pero combinados con otras preguntas relacionadas con historia y cultura científica en las que disponían de tiempo suficiente para buscar la respuesta en internet. De esta manera se amenizaba el test al mismo tiempo que se divulgaba cierta historia básica de la ciencia y se repasaban las cuestiones teóricas más importantes que entrarían en el examen del día siguiente.



Figuras 7 y 8. Ejemplos de preguntas con temática histórica incluidas en el test de Kahoot.

5.5. Evaluación

Evaluación del alumnado

La evaluación del alumnado se efectuó a través de una prueba escrita en la que los contenidos teóricos tenían casi tanto peso como los prácticos. Más en concreto, la distribución de la puntuación se hizo de la siguiente manera.

Tabla 5. Evaluación de la unidad didáctica durante la innovación

Linealidad	0,75
Elementos de un sistema	0,75

Número de soluciones (2 ejercicios)	2,5
Relación entre el número de soluciones y la representación gráfica de las ecuaciones	0,75
Métodos algebraicos	3
Método gráfico	1
Problema práctico	1,25

Se les permitió el uso de bolígrafos de distintos colores y de una regla para el ejercicio del método gráfico, en el que se les ofrecía un eje cartesiano para que no tuviesen que perder tiempo en hacerlo a mano. Todos los contenidos del examen fueron trabajados a través de algún juego en algún momento del desarrollo de la innovación, a excepción de los problemas, en los cuales se incidió durante otras sesiones de la unidad.

El examen escrito que se realizó en ambos grupos y con el que se evaluó la unidad didáctica se puede revisar en el Anexo I.

Evaluación de la innovación

La propia prueba escrita serviría como instrumento de evaluación de la innovación, pues en la unidad didáctica anterior, Ecuaciones, se había, recogido unas calificaciones muy pobres, de manera que si en un tema relacionado como es el de Sistemas de Ecuaciones se obtenía una notable mejora, sería un indicativo de que la innovación habría sido exitosa. Si bien hay que tener en cuenta que Sistemas de Ecuaciones es una unidad didáctica menos densa que Ecuaciones y, por tanto, algo más asequible, la mejora en el rendimiento fue más que satisfactoria.

El otro instrumento fundamental era la observación, pues a lo largo de las sesiones de gamificación y trabajo cooperativo se pudo efectuar un seguimiento permanente del trabajo de los estudiantes, de sus impresiones sobre las propuestas que se estaban implantando y su rendimiento en comparación con las semanas anteriores.

Otro de los objetivos principales de la innovación era el de aumentar el esfuerzo en casa del alumnado, para el cual se propuso la actividad de los nombres encriptados.

Dado que todos los días se hacía seguimiento de la realización de los deberes, se pudo comprobar cómo, a partir del momento en el que se comenzó a introducir la mencionada medida, el ratio de alumnado que llegaba sin los deberes resueltos experimentó un descenso que, si bien no fue definitivo y se debería seguir insistiendo en este aspecto, fue suficiente como para notar una mejora.

5.5. Análisis de resultados

En general, la propuesta de innovación desarrollada tuvo unos resultados satisfactorios. La prueba escrita de Sistemas de Ecuaciones supuso una muy notable mejora respecto a la anterior prueba de Ecuaciones: solo se registraron cuatro suspensos entre ambos grupos, y la gran mayoría de alumnos y alumnas obtuvieron notas más altas de las que llevaban obteniendo durante el curso. Sin embargo, el ejercicio del problema práctico fue claramente el que más penalizó en las notas, pues les costaba mucho plantear problemas. Posiblemente se debió haber trabajado más esta habilidad, quizá incorporándola a las sesiones de gamificación con mayor frecuencia.

No obstante, no cabe duda de que la gamificación es una estrategia poderosa, pues fue el principal cambio respecto a las metodologías de las clases anteriores y, por tanto, el principal motivo por el cual se observó un aumento de la motivación en el aula. Evidentemente, revertir el clima de desmotivación hacia la asignatura en 10 sesiones es muy complicado, pero en base a los resultados de la prueba escrita, el seguimiento de los deberes y la propia observación, parece claro que se estaba yendo por buen camino.

Además, dado que, especialmente para las unidades didácticas de mayor dificultad, es necesario el compromiso del trabajo en casa por parte del alumnado, también extraigo como conclusión que destinar algunos de los juegos a trabajar este aspecto, como se hizo con los nombres encriptados, es una forma efectiva de fomentar ese compromiso. Si el alumnado cuenta con estos incentivos de manera frecuente durante el curso, se podría lograr mayor interés por la asignatura y, como consecuencia, mayor predisposición al trabajo y estudio, tanto en clase como en casa.

Analizando las distintas actividades que se plantearon, mi propia observación del aula durante cada sesión de la unidad didáctica supuso una fuente de información muy

valiosa. El juego que ocupó las sesiones 6 y 7 supuso un extra de motivación, reflejado en las reacciones de los propios alumnos. Reconocieron que les resultaba mucho más gratificante practicar las técnicas matemáticas de esta manera, además de haber pasado un rato divertido durante el desarrollo de ambas sesiones. Respecto al repaso con Kahoot el último día, ya habían tenido contacto con esta aplicación en otras clases, por lo que el simple hecho de saber que se utilizaría para repasar suponía una motivación.

Por otro lado, las primeras propuestas de palabras ocultas les interesaron mucho, tanto el juego en sí como los genios matemáticos de los que les hablé, disfrutando de las historias de Noether y Galois especialmente. Se interesaron por las aportaciones matemáticas de ambos, incluso pidiendo que se las contase.

Sin embargo, es el juego de las sesiones 6 y 7 en el que mayor cantidad de mejoras incluiría. La experiencia me ha permitido comprobar que los grupos de cinco personas son demasiado grandes. En 3º B, en la séptima sesión, al contar con solo ocho alumnos debido a que el resto estaba realizando el examen de recuperación de la materia pendiente del curso anterior, se confeccionaron grupos de dos o tres personas que funcionaron mucho mejor que los de cinco: tienden a ayudar más al que está resolviendo el sistema y resuelven más sistemas cada uno por sesión. Asimismo, el formato de “todos contra todos” resultó ser mucho mejor idea, debido a que permite involucrar a la totalidad de la clase en el mismo juego y facilita la supervisión del docente. También eliminaría la primera parte del juego, pues no resuelta tan emocionante y tan sólo añade complejidad a las reglas del mismo.

En la segunda sesión de dicho juego se agregó el incentivo del reto matemático. Si bien la sensación inicial fue de poco interés hacia el reto por la desgana que les producía tener que pensar sesudamente una solución, sí mostraban interés hacia la recompensa en el juego, lo que fue suficiente incentivo como para lograr su implicación en el ejercicio. Además, cuando uno de los equipos lograba resolverlo, el resto solía estar ya cerca de la solución, de manera que al explicar en la pizarra la resolución correcta, el alumnado prestaba atención a la misma para verificar si sus planteamientos estaban siendo

acertados o, en caso de no haber logrado encontrar un planteamiento satisfactorio, cómo deberían haberlo planteado en su lugar, siendo una retroalimentación muy productiva.

En último lugar, durante la actividad con el Kahoot, algunos equipos terminaron por lanzarse a responder algunas preguntas al azar porque lo encontraban más divertido que pensarlas y razonarlas. Además, en algunas de las cuestiones que se planteaban, en las que disponían de tiempo suficiente para buscar la respuesta en internet, acabaron prefiriendo responder rápidamente sin hacer ninguna búsqueda. Quizá aumentar la recompensa por responder correctamente lograría un mayor interés por razonar las respuestas y asegurarse de que sean las correctas.

Para finalizar, y debido al repentino confinamiento que tuvo lugar hace unos meses y que obligó a cada docente a reinventarse y adaptarse a la nueva situación, resaltaría que algunos de los juegos propuestos en esta innovación, como el Kahoot o el de los nombres encriptados, se podrían adaptar y poner en práctica durante este período de docencia telemática.

6. Conclusiones

Este máster me ha sido de gran ayuda para conocer la profesión a la que siempre he querido dedicarme, y ha supuesto una toma de contacto con las responsabilidades que implica este oficio. Sin duda, es una preparación imprescindible para ser consciente de todo lo que significa ser docente, del sacrificio y el esfuerzo que requiere. La sensación con la que me quedo tras las asignaturas teóricas y las prácticas del máster es que, si bien necesito muchas horas de experiencia, ahora estoy mucho mejor preparado para ser un profesor competente y resolutivo.

La elaboración de la programación docente de este TFM ha sido, a su vez, un nuevo aprendizaje acerca de lo compleja que es la labor de los educadores, la preparación previa que requiere una buena planificación de un curso, la atención que debe volcarse en cada alumno y alumna para que desarrollen sus capacidades al máximo, etc. Cada elemento de la labor docente es digno de un análisis minucioso para tratar de lograr una ejecución acorde a las necesidades.

Además, algo que me han enseñado las Matemáticas es la importancia de conocer los aspectos teóricos de un campo de estudio, y lo mucho que pueden aportar a la hora de comprender cómo se desarrollan posteriormente los aspectos prácticos cuando nos enfrentamos al mundo real. Por ello, valoro mucho estudiar, por ejemplo, teorías de aprendizaje, metodologías, teoría de la innovación, psicología educativa, etc. Sé que con el tiempo se asentarán mejor todos estos conocimientos y sabré aprovecharlos mucho más.

La propuesta de innovación que llevé a cabo durante las prácticas ha supuesto una gran formación. Si bien me resultó difícil proponer innovaciones cuando aún estaba dando los primeros pasos como docente, también supuso un reto del que extraje muchos y muy valiosos aprendizajes. En primer lugar, para mejorar mi desempeño como profesor, pero también para tomar contacto con la implementación de nuevas metodologías.

Una de las principales conclusiones que obtengo es que, para ciertas actividades, como algunas de las que planteé, los grupos pequeños son mucho más productivos. A

menos que cada miembro del grupo tenga una misión asignada que deba completar, en los grupos grandes es fácil que algunos de los integrantes se distraigan, mientras que en grupos más pequeños se ven más forzados a ayudar a quien esté realizando la tarea en ese momento. Valoro mucho este tipo de aprendizajes ya que considero el aprendizaje cooperativo como una metodología fundamental que aporta muchísimas ventajas, por lo que me gustaría aplicarla con frecuencia en el futuro.

Asimismo, comprobé la eficacia de los pequeños incentivos para aumentar el interés por una tarea. Con el simple hecho de esconder un nombre tras las soluciones de un sistema de ecuaciones, la intriga y las ganas de resolverlo aumentaron drásticamente. Si además esto se acompaña con una breve historia sobre un matemático con una curiosa biografía detrás, se va generando poco a poco mayor motivación por la asignatura, al crear la expectativa de que el profesor proponga algo interesante en cualquier momento. De la misma manera, esta actividad de los nombres encriptados me permitió comprobar cómo un juego entretenido puede acabar por hacerse pesado, ya que la tercera vez que se realizó se pudo notar una menor expectación. De aquí concluyo que la variedad es una de las claves para mantener la motivación.

En resumen, cada paso de este máster ha supuesto una contribución a mi formación como docente que valoro muy positivamente. Me ha permitido tener un bagaje amplio y una base desde la que comenzar a crecer en esta profesión.

7. Bibliografía y referencias

Artículos y libros de texto

Alcaide, F., Hernández, J. & Serrano, E. (2015). *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas, 3 ESO*. Ediciones SM. (ISBN: 978-84-675-7622-1).

Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF, 1*, 1-10.

Bruner, J. (2011). Aprendizaje por descubrimiento. *NYE U: Iberia*.

Macías Espinales, A. V. (2017). La Gamificación como estrategia para el desarrollo de la competencia matemática: plantear y resolver problemas (Master's thesis, Universidad Casa Grande. Departamento de Posgrado).

Maset, P. P. (2003). El aprendizaje cooperativo: algunas ideas prácticas. *Recuperado en, 10*.

Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Revista Iberoamerica de Educación Matemática*, 19-33.

Vilches, A., & Gil, D. (2012). El trabajo cooperativo en el aula: una estrategia considerada imprescindible pero infrutilizada. *Aula de Innovación educativa*, 20(208), 41-48.

Legislación

Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias. *Boletín Oficial del Principado de Asturias*, 150, de 30 de junio de 2015, 1 a 521.

Recuperado de: <https://sedemovil.asturias.es/bopa/2015/06/30/2015-10785.pdf>

(Link alternativo utilizado como guía para la Tabla 2: <https://www.educastur.es/documents/10531/40636/Curr%C3%ADculo+de+ESO+y+relaciones+entre+sus+elementos+%28pdf%29/bd4d4cc6-4300-46d7-acd4-6f86ab73f8fb>)

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 3, de 3 de enero de 2015, Sec. I, 169 a 546. Recuperado de:

<https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>

Resolución de 1 de abril de 2019, de la Consejería de educación y Cultura, por la que se aprueba el calendario escolar para el curso 2019-2020. *Boletín Oficial del Principado de Asturias*, 85, de 6 de mayo de 2019, 1 a 2. Recuperado de:

<https://sede.asturias.es/bopa/2019/05/06/2019-03967.pdf>

Webs

Rivera, M. (2018). *Cómo resolver un razonamiento de incógnitas. Ejercicio guiado #7*. Manual Psicotécnicos. Recuperado de: <https://manualpsicotecnicos.es/como-resolver-razonamiento-incognitas-ejercicio-guiado-7>

Fernández, G. (2020). *Sistemas de Ecuaciones, método gráfico*. GeoGebra. Recuperado de: <https://www.geogebra.org/m/euw8ruby>

Videos

Sáenz, E. (2016). *El increíble caso de Évariste Galois*. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=pSSAkrECg5A>

ANEXOS

ANEXO I. Prueba escrita para la unidad didáctica de Sistemas de Ecuaciones

La siguiente prueba se realizó al finalizar la propuesta de innovación como instrumento para evaluar la adquisición de los objetivos de la unidad didáctica de Sistemas de Ecuaciones por parte del alumnado.

1. Indica si los siguientes sistemas son lineales o no. (0'75)

$$\begin{cases} -x + 3y^2 = 6 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -\frac{1}{2x} + 4y = 1 \\ -3x - 2y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 2y = -1 \\ \frac{2y-x}{3} = -2 \end{cases}$$

2. Señala los coeficientes, incógnitas y términos independientes del siguiente sistema: (0'75)

$$\begin{cases} -3x + 8y = 5 \\ 4x - y = -2 \end{cases}$$

Coeficientes	Incógnitas	Términos independientes

3. ¿Qué significan las siguientes siglas? (0'75) ¿Cuántas soluciones tienen los sistemas clasificados bajo esas siglas? (0'75)

SCD:

Nº de soluciones:

SCI:

Nº de soluciones:

SI:

Nº de soluciones:

4. Indica, sin resolverlos, el número de soluciones que tienen los siguientes sistemas. (1)

$$\begin{cases} -2x + y = 4 \\ -6x + 3y = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 4y = 3 \\ -6x + 8y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 3y = -1 \\ 2x - 2y = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} -3x + y = 2 \\ -x + \frac{1}{3}y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

5. Si representamos gráficamente las dos ecuaciones de un sistema lineal obtenemos dos rectas. ¿Cómo serán esas rectas en función del número de soluciones del sistema? Une con flechas. (0'75)

SCD	Rectas coincidentes
SCI	Rectas secantes
SI	Rectas paralelas

6. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando una vez el método de sustitución, una vez el método de igualación y una vez el método de reducción. (3)

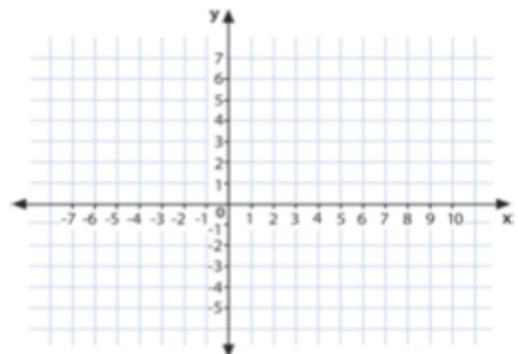
$$\begin{cases} x + 4y = 8 \\ 3x + 6y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x + y = -2 \\ 7x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x + 3y = 7 \\ x - \frac{2}{3}y = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

7. Resuelve por el método gráfico: (1)

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2x - 3y = -3 \end{cases}$$



8. Irene sabe tocar muchos instrumentos de cuerda y de viento. En total, tiene en su casa siete instrumentos, aunque le ha prestado a su compañero Jaime la mitad de sus instrumentos de cuerda y uno de sus instrumentos de viento, así que ahora a ella le quedan cuatro en total. ¿Cuántos instrumentos de cuerda y cuántos de viento tenía Irene antes de prestárselos a Jaime? (0'75 planteamiento, 0'5 resolución)

Figuras 6 y 7. Las prueba escrita con la que se evaluó la unidad didáctica de Sistemas de Ecuaciones.