



Universidad de Oviedo

**MASTER EN INGENIERÍA MECATRÓNICA**

**TRABAJO DE FIN DE MASTER**

**INVESTIGACIÓN DEL COMPORTAMIENTO Y CONFORT  
DE LA SUSPENSIÓN DE UN VEHICULO PARA UN MODELO  
DE CUARTO DE COCHE (QCM), MEDIO COCHE (HCM) Y  
COCHE COMPLETO (FCM) USANDO SIMUINK-MATLAB**

**Pablo Pérez Camporro**

**Oviedo, Julio de 2019**

---



## **Esclarecimiento**

Este documento ha sido traducido del reporte presentado en la Staffordshire University con el título “Ride investigation and comfort behaviour of a Quarter Car, Half Car and Full Car Model Suspension System using Simulink-Matlab.” Como proyecto de fin de master el 15 de febrero de 2019.

Es probable que algunos términos o expresiones no hayan sido correctamente traducidos, y ha de tenerse en cuenta que la estructura del documento sigue los estándares de la Universidad británica, para poder comprender correctamente y poder evitar cualquier malentendido se recomienda la lectura de la versión original, la cual aparece en los anexos de este documento.

## Abstract

Over the history the need to isolate the irregularities from the road to the cabin in the mean of transport has been always present. It was soon detected that the wheels had an important influence. The connections between the wheels and the cabin could help to reduce those effects and to maintain the wheels in contact with the road to improve the handling. Different configurations of suspension system were tested, but the ratio comfort/handling has always bothered engineers.

Habitually suspension systems use a helicoidal springs to store the energy and dampers to absorb the energy introduced into the system, these systems are known as passive suspensions. Modern suspension systems can vary the configuration of its parameters, semi active suspensions, or even include actuators electronically controlled, that can introduce or extract energy into the system creating a wide range of new possibilities to encounter all the challenges that could not been resolved yet, the new generation of suspensions that include actuators to control the system are known as active suspensions.

The main objective of this project is to test mathematical model of an average vehicle in different scenarios that vehicles usually can be submitted. With different configurations of new generation controllers, the comfort and handling can be undertaken at the same time.

To understand the behaviour of the vehicle different mathematical models of the suspension system are used, starting from a simplification of the vehicle using a model of a one wheeled quarter car to more complex models until a full car mathematical is tested to examine the possibilities that these new suspension system configurations can contribute.

**KEYWORDS:** Suspension system, active suspension, passive suspension, semi-active suspension, quarter car model, half car model, full car model, PID control, SIMULINK.

## Contenido

Esclarecimiento .....	1
Abstract .....	2
Introducción .....	4
Sistemas de suspensión .....	4
Masa semi-suspendida ( $m_{ss}$ ): .....	4
Masa suspendida ( $m_s$ ): .....	5
Masa del vehículo ( $m$ ): .....	5
Vibraciones: .....	5
Elementos de los sistemas de suspensión .....	5
Las suspensiones tipo ballesta: .....	5
Resortes / Muelles helicoidales: .....	6
Amortiguadores: .....	6
Diferentes categorías de sistemas de suspensión .....	6
Sistema de suspensión pasiva .....	7
Suspensión semi activa: .....	7
Suspensión activa .....	8
Finalidad y objetivos del proyecto .....	9
Objetivos: .....	9
Modelación matemática .....	9
Modelo cuarto de coche de un grado de libertad (QCM 1GDL) .....	10
Modelo de cuarto de vehículo de dos grados de libertad (QCM 2GDL) .....	14
Modelo de medio coche (HCM): .....	15
Modelo de coche completo (FCM) .....	20
Control de la suspensión activa: .....	26
Resultados .....	27
QCM .....	27
HCM .....	32
FCM .....	35
Conclusiones .....	38
Futuras recomendaciones .....	40
Referencias .....	41

## Introducción

Desde los orígenes de la industria del automóvil la necesidad de aislar la cabina del conductor de las irregularidades de la carretera ha estado siempre presente, gracias a la continua evolución de esta industria se ha investigado mucho y se han encontrado muchas soluciones mejorando la experiencia de los viajeros considerablemente.

Cuando pasajeros o cargos se transportan en los medios de transporte es necesario minimizar las perturbaciones a las que puedan ser sometidos, bien sea para mejorar la sensación de confort o simplemente para evitar daños en la carga. Evitando estas perturbaciones también se consigue que el conductor no se fatigue con rapidez, mejorando así la concentración del mismo y por lo tanto la seguridad.

La necesidad de utilizar sistemas de suspensión no está solo motivada por la comodidad de los pasajeros, además el buen funcionamiento de un sistema de suspensión se deben cumplir otros factores:

- Proteger el vehículo
- Mantener el contacto de las ruedas con el suelo
- Asegurar la estabilidad del vehículo
- Mejorar la dirección del vehículo:

### Sistemas de suspensión

Se ha mencionado con anterioridad la función de aislamiento que los sistemas de suspensión proporcionan, absorbiendo las oscilaciones en las ruedas producidas por el perfil del suelo. En este caso tanto las ruedas como los amortiguadores y resortes tienen su función específica, por último ha de recordarse que el asiento del conductor también tiene un gran peso en la sensación de confort.

La presión del aire de las ruedas permite absorber las pequeñas perturbaciones de la carretera, el principal objetivo de las ruedas es permitir un buen agarre y reducir el ruido que produce la fricción del contacto con la carretera. Cuando las perturbaciones de la carretera son demasiado grandes y no pueden ser absorbidas por la rueda, los elementos elásticos de la suspensión actúan, la sensación de confort dependerá de la rigidez de estos elementos, estas perturbaciones producen oscilaciones que son rápidamente absorbidas por los amortiguadores para mantener el contacto de las ruedas con la carretera.

Para explicar correctamente el funcionamiento de los sistemas de suspensión han de explicarse ciertos conceptos primero:

### Masa semi-suspendida ( $m_{ss}$ ):

Hace referencia a las ruedas y todos los elementos que las conectan con el chasis del vehículo, frenos, manguetas y amortiguadores entre otros.

### Masa suspendida ( $m_s$ ):

El término de masa suspendida se utiliza para referenciar a los elementos del vehículo, no incluidos en la masa semi-suspendida; como puede ser el motor, chasis, asientos o incluso pasajeros si los hubiese.

### Masa del vehículo ( $m$ ):

La suma de la masa suspendida del vehículo y la masa semi-suspendida representan la masa total del vehículo.

### Vibraciones:

La mayoría de los medios de transporte terrestres pueden alcanzar grandes velocidades, lo que hace que se vean bajo el efecto de diferentes tipos de vibraciones, estas vibraciones se pueden dividir en dos grupos; aquellas propias del vehículo, como las vibraciones producidas por un motor a grandes revoluciones o aquellas externas como las vibraciones producidas por el flujo de aire o el perfil de la carretera. Estas vibraciones afectan a los pasajeros los cuales pueden percibirlos de diferentes maneras; ya sea auditivamente, el oído humano puede escuchar un espectro de frecuencias entre 25 y 25.000 Hz. Estas vibraciones son consideradas como “ruido” y para estudiar del efecto en los pasajeros ha de realizarse un estudio paralelo a este, al afectar de una manera completamente distinta a los pasajeros, por lo cual todas las vibraciones superiores a 250 Hz. no se estudiaran en este proyecto. Por otro lado, las frecuencias inferiores a 250 Hz pueden afectar de distinta manera a la suspensión dependiendo de la frecuencia.

- 1-3 Hz Estas vibraciones afectan principalmente a la masa suspendida.
- 5-40 Hz estas frecuencias afectan a la masa semi-suspendida
- 40-250 Hz estas oscilaciones se producen en la masa semi-suspendida debido a la frecuencia natural de las ruedas.

## Elementos de los sistemas de suspensión

Hasta ahora únicamente se ha hablado de los sistemas de suspensión contemporáneos, pero el estudio de los antiguos sistemas de suspensión permite darnos una idea más concisa del funcionamiento idóneo de estos.

### Las suspensiones tipo ballesta:

Estos sistemas de suspensión utilizan la unión de diferentes hojas de acero de distintas longitudes, acopladas entre sí para proporcionar una unión entre el vehículo y las ruedas. El sistema se monta siguiendo una pirámide invertida donde las capas más largas se colocan sobre las más cortas. Esta configuración permite únicamente un desplazamiento vertical de las ruedas sin necesidad de un elemento de guía, además fueron ampliamente usadas debido a que tenían un coste de producción bajo, son sencillas de reparar y de modificar, en función de las necesidades. El sistemas produce claramente un movimiento elástico, pero la fricción entre las hojas produce también un amortiguamiento de las oscilaciones evitando así la necesidad de utilizar amortiguadores. Sin embargo, el excesivo peso y el mantenimiento que necesitan los hizo obsoletos respecto a modernos sistemas de suspensión en modelos de no muy gran peso.

### Resortes / Muelles helicoidales:

Los muelles helicoidales son utilizados como elementos elásticos en la mayoría de sistemas de suspensión, se utilizan como “acumulador” para absorber la energía introducida en el sistema. Los primeros muelles helicoidales utilizados en los vehículos tenían una sección y paso entre anillos constante lo cual permitía obtener una respuesta casi proporcional a la longitud desplazada siguiendo la ley de Hooke, sin embargo los muelles actuales varían tanto la sección como el paso para obtener una respuesta más adecuada dependiendo de la compresión a la que se vean sometidos. Aun así, en este estudio el comportamiento y la reacción de los muelles se considerarán proporcional al desplazamiento para simplificar los cálculos. (eq.1)

$$F = -k \Delta x$$

Como se había mencionado previamente, los sistemas de suspensión son sistemas vibratorios que cuando una excitación externa se aplica, producen movimientos oscilatorios. Se mencionó también que el muelle es el elemento elástico de la suspensión, pero otros elementos elásticos como los “silent-blocks” ubicados al final del muelle como tope de compresión, que también forman parte del sistema de suspensión del vehículo. Estos elementos, principalmente formados por goma o elastómeros de poliuretano utilizados para evitar que las altas frecuencias de la masa semisuspendida se transmitan a la cabina.

### Amortiguadores:

El principal objetivo de los amortiguadores es el de disipar la energía cinética almacenada en los muelles producida por la dinámica del de la masa semi-suspendida, esta energía se disipa en forma de calor gracias a la viscosidad del aceite almacenado en su interior, permitiendo así que la suspensión vuelva a la posición neutral evitando cualquier balanceo innecesario para mejorar el control del vehículo. Las características de los amortiguadores están claramente referenciadas a la necesidad de evitar y prevenir posibles oscilaciones que provoquen una sensación de falta de confort que un amortiguamiento brusco pueda causar. Los amortiguadores utilizan fluidos viscosos que producen fuerzas de rozamientos y diferencias de presión entre cámaras, lo cual produce una fuerza vertical opuesta al desplazamiento, y por lo general proporcional a la velocidad del desplazamiento del vástago.

## Diferentes categorías de sistemas de suspensión

Es ya conocido que el perfecto balance entre confort y funcionamiento es difícilmente alcanzable, este problema se complica debido a la multitud y diversidad de factores externos e internos que condicionan su funcionamiento, tales como la diversidad de pavimentos, la velocidad del vehículo, la masa y muchos otros. Todas estas circunstancias han de tenerse en cuenta a la hora de escoger los parámetros del coche, el problema reside en que estos factores puedan variar fácilmente, pero los parámetros de la suspensión no.

Las distintas implementaciones realizadas en las últimas décadas en los sistemas de suspensión han podido mejorar el confort de los pasajeros y también las prestaciones de los



vehículos. Hoy en día los sistemas de suspensión más utilizados siguen siendo los pasivos, pero los sistemas semiactivos son cada vez más utilizados en coches de gama media y la llegada de las suspensiones activas a los vehículos de calle ya es un hecho como la suspensión neumática de Tesla en sus modelos más asequibles, totalmente automática.

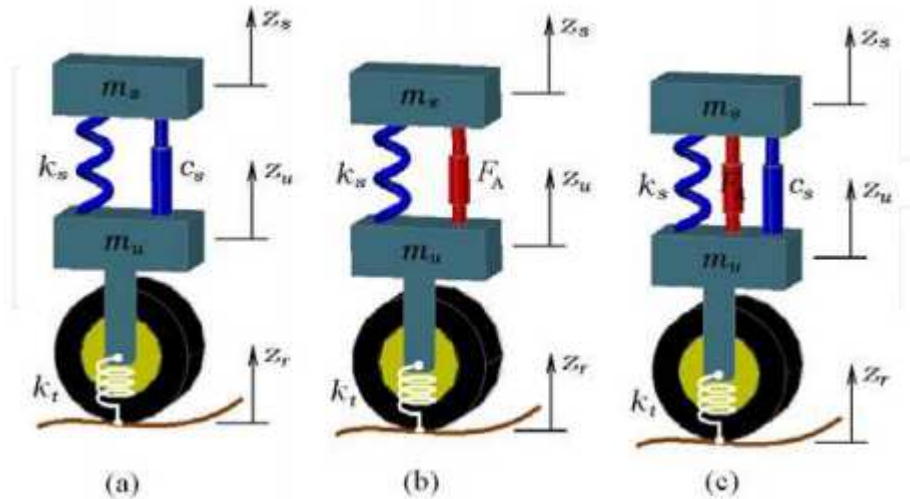


Figura 1 - Diferentes configuraciones de sistemas de suspensión  
 a) Suspensión pasiva b) Suspensión semi-activa c) Suspensión activa FUENTE: (Conde, et al., 2008)

### Sistema de suspensión pasiva.

Los sistemas de suspensión pasivos se diseñan partiendo que las condiciones más extremas afecten en la menor medida de lo posible en el comportamiento del coche. Como ya se ha explicado los sistemas pasivos no permiten una configuración de los parámetros de la suspensión, al menos no de una forma automática y/o instantánea. Además, las condiciones si son cambiantes como puede ser la masa del vehículo al aumentar la carga, es verdad que algunos coches con suspensión neumática, los Citroën fueron los primeros en introducir este sistema, se regulan automáticamente, la gran mayoría de vehículos no cuentan con estas cualidades, por lo que los parámetros de la suspensión tienen una gran influencia en el comportamiento del vehículo.

### Suspensión semi activa:

La suspensión semi activa es similar a la suspensión pasiva, únicamente los valores de amortiguación pueden ser ajustados en función de los gustos del conductor o automáticamente en función de los factores que afecten al vehículo.

Los amortiguadores automáticamente regulables son comúnmente utilizados en la actualidad y es un elemento diferenciador en los coches de gama media y alta. El ratio confort/comportamiento es un problema que se pueda si no erradicar al menos si atenuar, gracias a los sistemas semi activos, por ejemplo se puede utilizar una configuración más dura cuando se necesite una mejor tracción y más blanda cuando se desee un mayor confort.

La mayoría de los sistemas modernos semi-activos utilizan amortiguadores conocidos como eléctricos, aunque el término correcto sea electro-mecánicos, que permiten variar el coeficiente de absorción introduciendo un diferencial en el voltaje que permite al aceite férreo aumentar o disminuir su viscosidad. Este diferencial de potencial puede bien ser ajustado por el piloto o bien por la centralita del coche en función de la información proveniente de los diferentes sensores que miden la aceleración-frenada, inclinación del vehículo, velocidad, desplazamiento de las ruedas, entre otros sensores dependiendo del fabricante.

### Suspensión activa

Los primeros sistemas de suspensión activa fueron utilizados a finales de los 80 en la fórmula 1 con la intención de subsanar las fuertes cargas aerodinámicas a las que se veían sometidos los vehículos al alcanzar grandes velocidades. Estas cargas aerodinámicas podían triplicar el peso del vehículo, este incremento de la carga vertical permitía un mayor agarre pero los sistemas pasivos de suspensión difícilmente podrían soportarlos. Este problema se convirtió rápidamente en una necesidad en mejorar los tiempos, por lo que los elementos pasivos fueron rápidamente sustituidos.

El sistema más simple de una suspensión activa consiste en un actuador neumático controlado electrónicamente en lugar de muelles y amortiguadores. La fuente de la energía de estos actuadores es un circuito hidráulico el cual utiliza una bomba conectada directamente al motor, uno o varios colectores se utilizan para reducir las fluctuaciones de la presión requerida en cada instante.

Al igual que en los sistemas semi activos, se utilizan sensores los cuales graban el comportamiento del coche de forma constante como puede ser la posición del volante o acelerómetros. Estas señales son enviadas a la centralita, la cual compara con información almacenada y en función de los algoritmos envía una señal para que los actuadores realicen una fuerza siempre en función de la señal recibida.

Los actuadores, uno por rueda, son cilindros de doble efecto donde el flujo es proporcional a la señal de control recibida. Este sistema se completa con un intercambiador de calor para disipar el calor generado.

Otros sistemas de suspensión activos combinan los elementos de una suspensión pasiva (muelle y amortiguador) con el actuador. Estos sistemas permiten a los elementos pasivos absorber las oscilaciones más espontaneas y reducir las fuerzas que el actuador ha de realizar, disminuyendo así su tamaño y por lo tanto precio, peso y complejidad. Algunas de estas suspensiones utilizan también actuadores neumáticos los cuales son más rápidos, pero tienen menor fuerza, además el fluido en este caso si es comprensible.

Uno de los principales inconvenientes de este sistema es la pérdida de potencia del motor, debido a que tiene que mover a su vez las bombas del sistema, bien es cierto que esta pérdida de potencia se ve recompensada ampliamente con la mejora del comportamiento del vehículo.

## Finalidad y objetivos del proyecto

La finalidad de este proyecto es la de comparar la simulación de diversos tipos de sistema de suspensión; el pasivo, el semi-activo y el activo. Para ello se realizan cuatro modelos de sistemas de suspensión, empezando desde el más simple con un grado de libertad, hasta un modelo de 7 grados de libertad, aun con ciertas simplificaciones, permite un estudio del comportamiento real del vehículo.

### Objetivos:

- Entender el funcionamiento de los diferentes tipos de suspensión
- Encontrar las ecuaciones características de los distintos modelos
- Implementar estas ecuaciones en Matlab
- Representación del sistema de los modelos en Simulink
- Calibrar y encontrar los correctos parámetros de la suspensión y almacenar la información de la simulación
- Simular los diferentes sistemas de suspensión en los distintos modelos y estudiar la sensación de confort de los pasajeros así como el comportamiento de la suspensión.
- Comparar los resultados de los diferentes tipos de suspensión

## Modelación matemática

Las vibraciones y fuerzas que actúan en el vehículo se pueden dividir en dos grupos, como se había comentado anteriormente, aquellas propias del vehículo, como las vibraciones generadas por un cigüeñal mal alineado, por ejemplo o externas como pueden ser las vibraciones del vehículo debido a una calzada irregular.

Por lo general, las calzadas irregulares contienen anomalías que pueden producir indirectamente excitaciones en el vehículo cercanas a la frecuencia natural de la masa suspendida, lo que podría llevar a efectos resonantes. Es por ello que cualquier efecto de rebote deba ser rápidamente amortiguado.

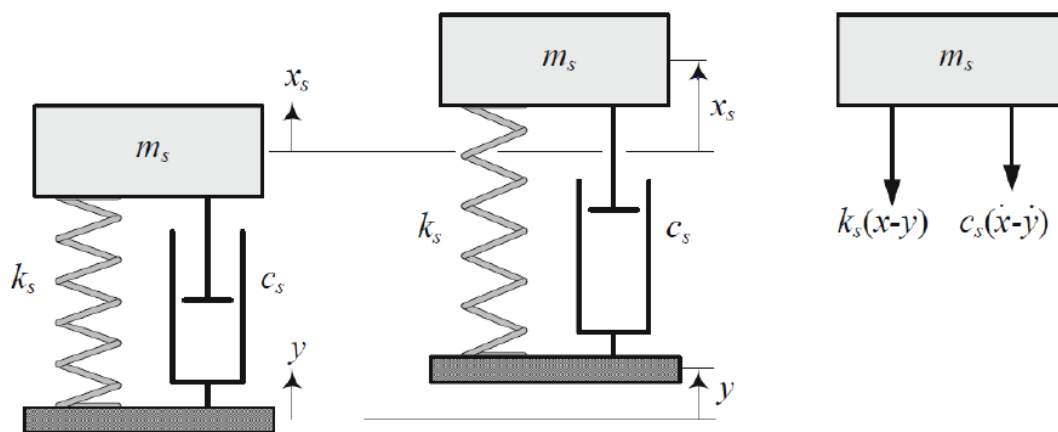


Figura 2 – Modelo de cuarto de coche de un grado de libertad (Jazar, 2017)

Para poder entender el comportamiento del vehículo han de estudiarse el desplazamiento de cada rueda respecto del chasis, el desplazamiento vertical del vehículo, pero también el cabeceo y balanceo (Alabeo).

Para poder adquirir los correctos valores de los distintos parámetros de la de los elementos de la suspensión se realiza el estudio de un modelo de un único grado de libertad que permita investigar el comportamiento y respuesta del vehículo y establecer criterios y fundamentos para el diseño de la suspensión.

### Modelo cuarto de coche de un grado de libertad (QCM 1GDL)

El modelo de cuarto de coche QCM debido a sus siglas en inglés, es un modelo simplificado de la suspensión de un vehículo, que proporciona una representación precisa del comportamiento de la suspensión. En este caso el sistema es considerado como una única masa, es decir la masa semi-suspendida se considera despreciable respecto a la masa suspendida. Este sistema puede representar tanto la parte frontal o trasera del coche en su conjunto y estudiar el movimiento vertical del vehículo.

Incluso este modelo simplista permite obtener una aproximación de la frecuencia natural del vehículo y regular los parámetros de la suspensión.

La ecuación para este modelo se puede obtener gracias un diagrama de cuerpo libre:

$$m \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + C \frac{dz(t)}{dt} + K z(t) = F(t) \quad (\text{eq. 2})$$

Si  $F(t)=0$ , entonces la ecuación diferencial puede transformarse en un polinomio característico y resolver la ecuación como una ecuación lineal diferencial:

$$z(t) = Z e^{\omega t} \quad (\text{eq. 3})$$

A través de la ecuación característica del sistema se pueden obtener dos soluciones,  $w_1$  y  $w_2$ , las cuales representan las frecuencias naturales del sistema.

$$\omega_{1,2} = \frac{-B}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2m}\right)^2 - \frac{K}{m}} \quad (\text{eq. 4})$$

Si el sistema tiene dos frecuencias naturales entonces se puede reestructurar las ecuaciones de la siguiente forma.

$$z(t) = X \cdot e^{\omega_1 t} + Y \cdot e^{\omega_2 t} \quad (\text{eq. 5})$$

Donde X e Y son valores constantes que dependen de las condiciones iniciales. Sustituyendo en las ecuaciones previas se tiene:

$$z(t) = e^{-\left(\frac{B}{2m}\right)t} [X e^{l t} + Y e^{-l t}] \quad (\text{eq. 6})$$

Donde:

$$I = \sqrt{\left(\frac{B}{2m}\right)^2 - \frac{K}{m}}$$

Para  $I=0$ , el sistema es oscilatorio y amortiguado. Entonces el amortiguamiento crítico del sistema se puede obtener a partir de estas ecuaciones:

$$B_{crit} = 2m \sqrt{\frac{K}{m}} = 2 \sqrt{K \cdot m} \quad (\text{eq. 8})$$

El coeficiente amortiguamiento se define pues como:

$$\xi = B/B_{crit} \quad (\text{eq. 9})$$

Dependiendo del valor de B, el sistema puede entonces clasificarse como sub-amortiguado, sobre-amortiguado, críticamente amortiguado o sin amortiguar.

- $\xi > 1$  ( $B > B_{crit}$ ) Sobre amortiguado: El sistema recupera la posición natural sin oscilaciones
- $\xi = 1$  ( $B = B_{crit}$ ) Críticamente amortiguado: El sistema recupera la posición natural sin producirse oscilaciones pero de la manera más rápida posible.
- $\xi < 1$  ( $B < B_{crit}$ ) Sub-amortiguado: El sistema recupera la posición natural produciéndose oscilaciones que un decrecimiento gradual de la amplitud de las oscilaciones
- $\xi = 0$  ( $B = 0$ ) Sin amortiguamiento: Sistema con oscilación pero sin amortiguación.

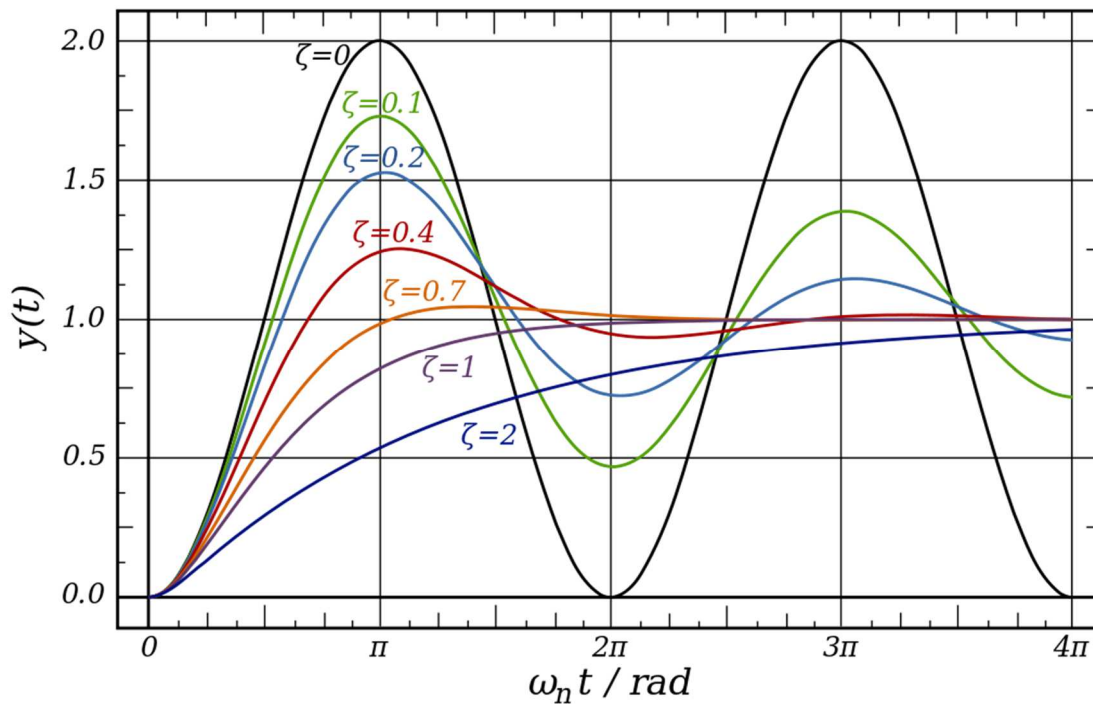


Figura 3 – Ratio de amortiguamiento (fuente [www.revolv.com](http://www.revolv.com))

El efecto de amortiguación en los sistemas de suspensión se produce en los elementos hidráulicos disipadores (amortiguadores). Puede parecer que un sistema críticamente amortiguado produzca la mejor respuesta para un vehículo y controlan frecuencias cercanas a 1 Hz satisfactoriamente, pero el comportamiento del vehículo empeora cuando la frecuencia aumenta. De la misma manera sistemas sobre amortiguados ( $\xi = 2$ ) presentan efectos resonantes entre 3-4 Hz. Para  $\xi = 0.2$  la frecuencia natural aumenta solo un 2% respecto del sistema sin amortiguar y para  $\xi = 0.4$  la frecuencia aumenta un 10% aproximadamente. Los coches modernos tienen un coeficiente de amortiguación ( $\xi$ ) entre 0,2 y 0,4 más precisamente valores cercanos a  $\xi = 0,25$ , de este modo la frecuencia natural apenas es alterada. La representación de estos sistemas se puede encontrar en la figura 3.

Si la suspensión fundamental del sistema ha de ser cercana a 1 Hz para mejorar la sensación de confort de los pasajeros y el factor de amortiguamiento se ha definido como 0,25, entonces el valor óptimo de  $K$  y  $B$  pueden hallarse:

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \tag{eq. 10}$$

Donde:

$$K = 4\pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \tag{eq. 11}$$

Una vez se ha hallado el valor de  $K$ , sustituyendo en la ECUACIÓN el valor de amortiguación será:

$$\tag{eq. 12}$$

$$B = 0.25 \cdot B_{crit} = 0.25 \cdot 2 \cdot \sqrt{K \cdot m}$$

El QCM de 1GDL puede expresarse de forma polinómica y resolverse utilizando un método matricial de modelos integrativos o numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarios como el método de Euler o Range-Kutta.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \tag{eq. 13}$$

Comparado los parámetros de previos trabajos se puede comprobar lo mencionado en los apartados anteriores:

Tabla 1 – Parametros de la suspension en publicaciones similares

	(Florin, 2013)	(Conde, et al., 2008)	(Agharkakli, et al., 2012)	(Hurel, et al., 2012)	(Nath, 2012)		
k (stiffness)	13500	17900	16812	16000	18600	18147	18147
b (damping)	1400	1000	1000	1500	1000	1250	1962
m (mass)	466,5	282	290	250	250	284	284
$\omega$ (natural frequency)	0,856	1,268	1,211	1,273	1,372	1,272	1,272
$\xi$ (damping ratio)	0,278	0,222	0,226	0,375	0,231	0,275	0,432

Sustituyendo los valores en las ecuaciones 11 y 12, se puede comprobar como los factores de amortiguamiento son cercanos a 0,25. Para comenzar este estudio se utilizaran los mismos parámetros utilizados por T. Nath en 2012, debido a que tanto la frecuencia natural como el coeficiente de amortiguamiento se acercan a los propuestos anteriormente, además esta publicación contiene información suficiente como para extrapolar valores a un sistema más complejo como el que se va a modelar a continuación.

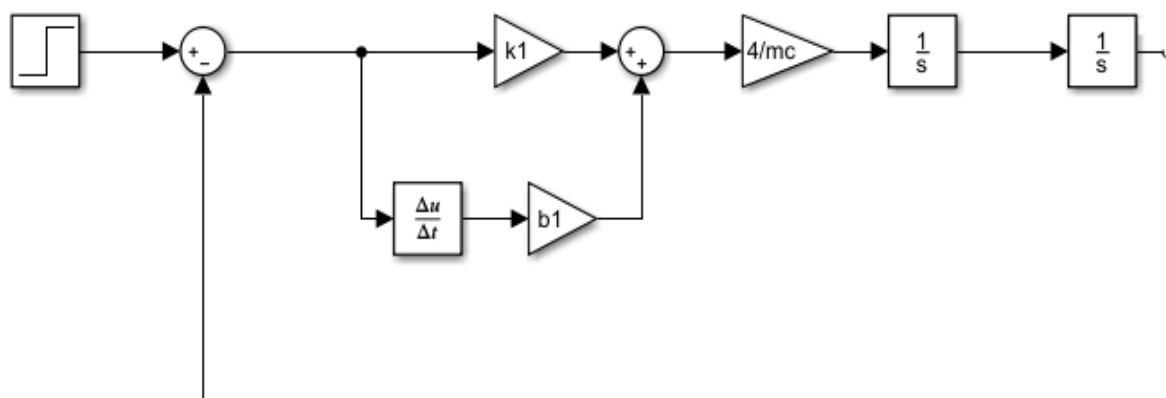


Figura 4 – Modelo Simulink para el QCM de 1 GDL

En este específico proyecto el modelo matemático es convertido a un diagrama de bloques en simulink (figura 4), el cual resolverá el sistema utilizando sus propios métodos de resolución de integración ODE (ordinary differential equation), dependiendo de sus algoritmos escogerá uno u otro método. El

sistema de resolución de simulink le permite utilizar el método de resolución más conveniente en cada caso en función de sus propios parámetros como el tiempo de interpolación o la exactitud de los resultados. Por lo general, cuanto más preciso se desee el resultado mayor tiempo de cálculo conllevará.

Modelo de cuarto de vehículo de dos grados de libertad (QCM 2GDL).

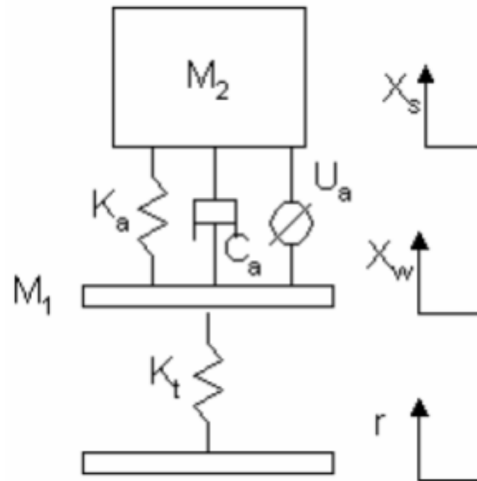


Figura 5 – Representación de un modelo de cuarto de coche de dos grados de libertad (Agharkakli, et al., 2012)

El QCM de dos grados de libertad se puede considerar como una mejora del QCM de 1 GDL. En este modelo no se desprecia la masa semi-suspendida y no considera irrelevante la influencia de la rueda en el sistema, este modelo solo representa un cuarto de vehículo y por tanto únicamente permite estudiar el desplazamiento vertical de la masa suspendida y de la masa semi-suspendida. Debido a que hay dos grados de libertad, serán necesarias dos ecuaciones para resolver el sistema. Las ecuaciones dinámicas se pueden obtener gracias al diagrama de cuerpo libre y las ecuaciones de Newton:

$$\begin{aligned}
 m_s \ddot{x}_s &= -c_s (\dot{x}_s - \dot{x}_u) - k_s (x_s - x_u) = 0 \\
 m_u \ddot{x}_u &= c_s (\dot{x}_s - \dot{x}_u) + k_s (x_s - x_u) - k_u (x_u - y) = 0
 \end{aligned}
 \tag{eq. 14}$$

Siempre que se cumpla:

$$x_s > x_u > y \tag{eq. 15}$$

Estas ecuaciones, de forma similar al QCM de 1 GDL pueden simplificarse resolviéndose de forma matricial:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{x}\} = \{\mathbf{F}\}$$

(eq. 16)



$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_s \\ \ddot{X}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & -C \\ -C & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{X}_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -K_s \\ -K_s & K_s + K_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_s \\ X_u \end{bmatrix} = [F]$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ k_s * y \end{bmatrix} = [F]$$

Tabla 2 – Simbología QCM

Símbolo	Significado	Unidades
$m_s$	Masa suspendida	kg
$m_u$	Masa semi suspendida	kg
$c$	Amortiguación suspension	N s/m
$k_s$	Rigidez elástica	N/m
$k_u$	Rigidez elástica neumática	N/m
$y$	Desplazamiento del neumático	m

El diagrama de bloques en Simulink se puede encontrar en figura 6 y se puede comprobar la complejidad del mismo respecto al QCM de 1GDL:

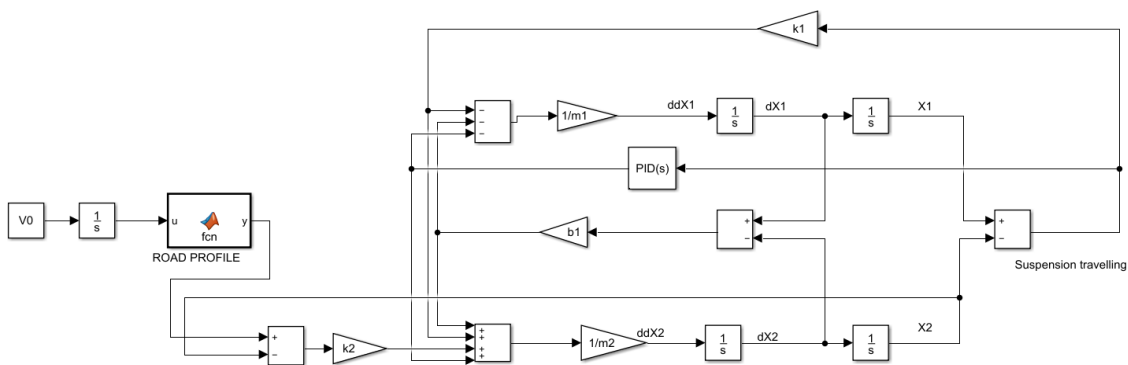


Figura 6- QCM 2 gdl en Simulink

Modelo de medio coche (HCM):

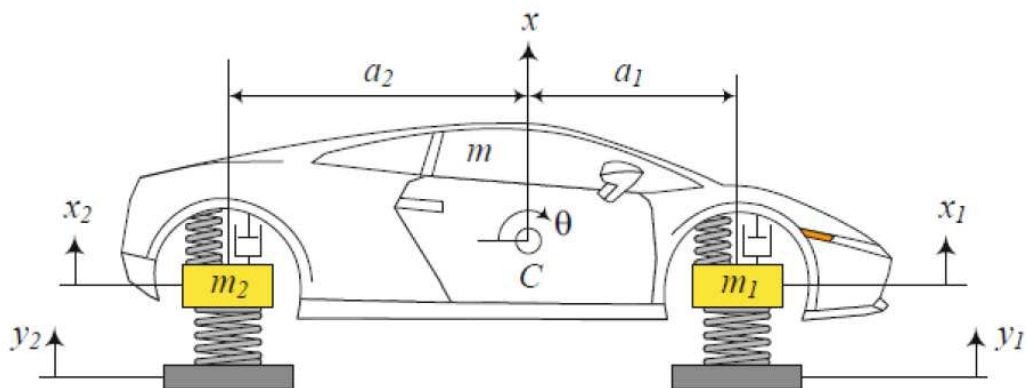


Figura 7 - HCM representación (Jazar, 2017)

El QCM representa un vehículo de una sola rueda, por lo tanto no puede representar todos los grados de libertad de un vehículo. Debido a la distancia longitudinal entre el eje frontal y el trasero de las ruedas (batalla), no existe una única excitación trabajando en el sistema si no dos. Estas excitaciones y la distancia entre ejes producen un efecto de rotación respecto al eje transversal o cabeceo. Tanto el cabeceo como el movimiento vertical de la masa han de estudiarse de forma separada, debido a que afectan al confort y comportamiento del vehículo de forma distinta.

El modelo de medio coche es una representación 2D del vehículo, para explicar este concepto una vista lateral del vehículo es utilizada figura 7. El modelo representa solo dos ruedas del vehículo, una rueda representa la suspensión delantera del vehículo mientras que la segunda representa la suspensión trasera. Ha de tenerse en cuenta que este modelo más complejo permite representar de forma casi exacta el comportamiento del vehículo debido a la simetría que suelen representar los vehículos en los sistemas de suspensión, suponiendo una distribución del peso ecuánime por lo cual la masa suspendida y semi suspendida se dividirán entre 2 para representar esta distribución de la carga.

$$m\ddot{x} + c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) + k_1(x - x_1 - a_1\theta) + k_2(x - x_2 + a_2\theta) = 0$$

$$I_y\ddot{\theta} - a_1c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + a_2c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) - a_1k_1(x - x_1 - a_1\theta) + a_2k_2(x - x_2 + a_2\theta) = 0$$

$$m_1\ddot{x}_1 - c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) - k_1(x - x_1 - a_1\theta) + k_{t1}(x_1 - y_1) = 0 \quad (\text{eq. 17})$$

$$m_2\ddot{x}_2 - c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) - k_2(x - x_2 + a_2\theta) + k_{t2}(x_2 - y_2) = 0$$

Tabla 3 - Half car model symbology

Simbolo	Significado	Unidades
$m$	Masa suspendida	kg
$m_1$	Masa semi suspendida delantera	kg
$m_2$	Masa semi suspendida trasera	kg
$I_y$	Momento de inercia de la masa suspendida en el eje transversal	kg m <sup>2</sup>
$c_1$	Amortiguación suspension delantera	N s/m
$c_2$	Amortiguación suspension trasera	N s/m
$k_1$	Rigidez elástica suspension delantera	N/m
$k_2$	Rigidez elástica suspension trasera	N/m
$k_{t1}$	Rigidez elástica neumática delantera	N/m
$k_{t2}$	Rigidez elástica neumática trasera	N/m
$y_1$	Desplazamiento del neumático delantero	m
$y_2$	Desplazamiento del neumático trasero	m
$a_1$	Distancia del CDG al neumático delantero	m
$a_2$	Distancia del CDG al neumático trasero	m
$\theta$	Cabeceo del vehículo	rads

Este modelo puede representarse de forma matricial:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\}$$

Donde:

$$\{x\} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 2k & kb_1 - kb_2 & -k & -k \\ kb_1 - kb_2 & kb_1^2 + kb_2^2 & -kb_1 & 0 \\ -k & -kb_1 & k + k_t & 0 \\ -k & kb_2 & 0 & k + k_t \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 18})$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 2c & cb_1 - cb_2 & -c & -c \\ cb_1 - cb_2 & cb_1^2 + cb_2^2 & -cb_1 & 0 \\ -c & -cb_1 & c & 0 \\ -c & cb_2 & 0 & c \end{bmatrix}$$

$$\{F\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ y_1 k_1 \\ y_2 k_2 \end{bmatrix}$$

El estudio del cabeceo depende principalmente de las aceleraciones del vehículo y las oscilaciones del vehículo, además el estudio del cabeceo es importante ya que es la principal fuente de las vibraciones longitudinales cuando el cuerpo se encuentra posicionado sobre el centro de gravedad, el cabeceo también produce una distribución irregular de la carga lo que conlleva a una pérdida de agarre y por lo tanto control sobre el vehículo y el tiempo de frenada en caso de emergencia.

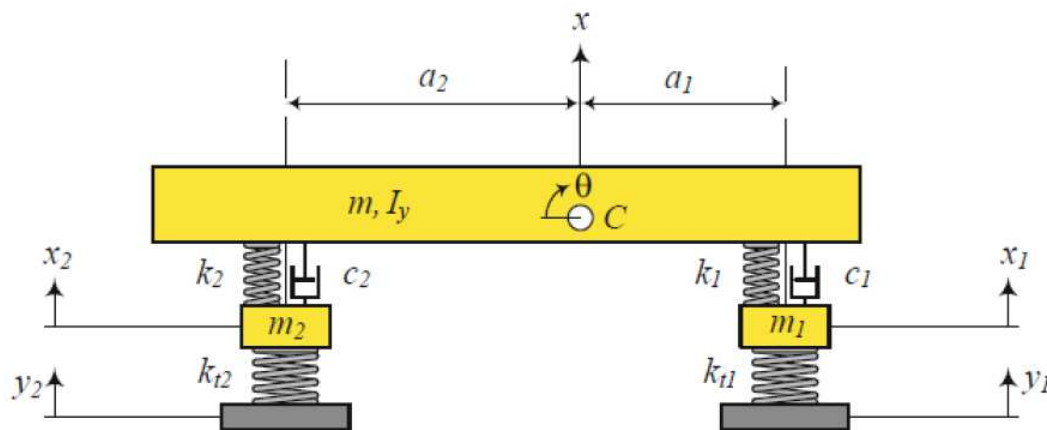


Figura 8 - Simplificación del HCM (Jazar, 2017)

Las excitaciones creadas por las irregularidades de la carretera no son independientes para cada eje del vehículo, por lo general las ruedas traseras siguen el mismo perfil que las ruedas traseras pero con un retardo, este retardo depende de la velocidad del vehículo. El retraso de estas oscilaciones es igual a la batalla del vehículo (distancia entre ejes) dividida por la velocidad del vehículo. Este retraso puede utilizarse para filtrar tanto el cabeceo como el desplazamiento vertical.

*Mauricie Olley* fue uno de los ingenieros más importantes en la década de 1930 y es considerado como el padre de la dinámica de vehículos moderna. *Olley* propuso ciertas reglas para el diseño y la mejora del confort de los pasajeros, incluso considerando el confort como algo subjetivo estas normas son aún utilizadas y aplicadas a los sistemas de suspensión. Una de estas propuestas indicaba que endureciendo la regulación de la suspensión trasera para filtrar el cabeceo del coche, las oscilaciones afectan en primer lugar a las ruedas delanteras y después a las ruedas lo que conlleva a un cabeceo del coche debido la diferencia de alturas entre suspensión delantera y trasera. Si se aumenta la frecuencia natural de la suspensión trasera es posible armonizar ambas las fases de ambas suspensiones tras dos o tres oscilaciones.

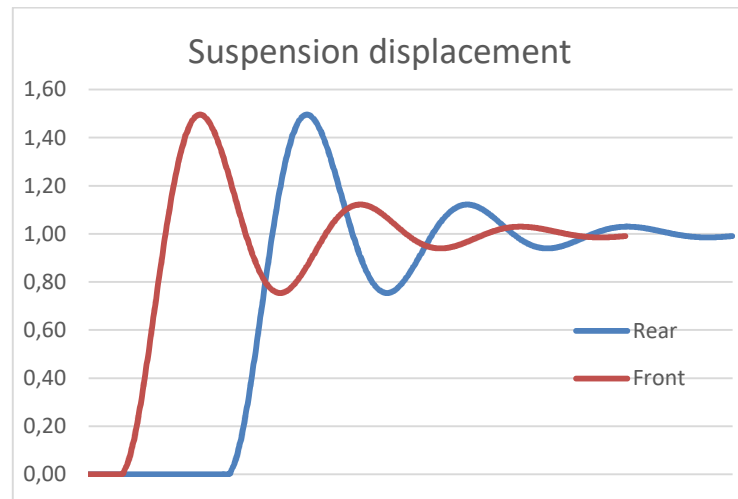


Figura 9 – Desplazamiento de la suspensión trasera y delantera ante un escalón unitario

Para evitar los efectos que una desincronización entre las suspensiones pueden causar, la frecuencia natural de la rueda trasera ha de cambiarse en función de la velocidad del vehículo.

Si se quiere que tanto la sincronización ocurra tras tres oscilaciones de la rueda delantera y dos de la rueda trasera entonces el sistema se ve gobernado por la siguiente ecuación, donde  $a$  representa el retraso de la perturbación, es decir la batalla entre la velocidad  $\left(\frac{b}{v}\right)$ :

$$\frac{3}{\omega_n} = \frac{2}{\omega} + a \tag{eq. 19}$$

$$\omega = \frac{(3 \omega_n) - a}{2} \tag{eq. 20}$$

Tras encontrar la frecuencia del sistema debe adoptar, la dureza de la suspensión puede hallarse resolviendo en ecuación 9:

$$K' = 4\pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 = 4 \pi^2 \cdot m \left( \frac{3 \cdot \omega_n - \left(\frac{b}{v}\right)}{2} \right)^2 \tag{eq. 21}$$

Por lo que el valor proporcional del controlador debe adoptar será:

$$P_{PID} = K' - K_s$$

Cuando las ruedas traseras y delanteras están sincronizadas se puede considerar que la altura es casi idéntica, reduciendo considerablemente el efecto de cabeceo, por lo que no disturbará a los ocupantes.

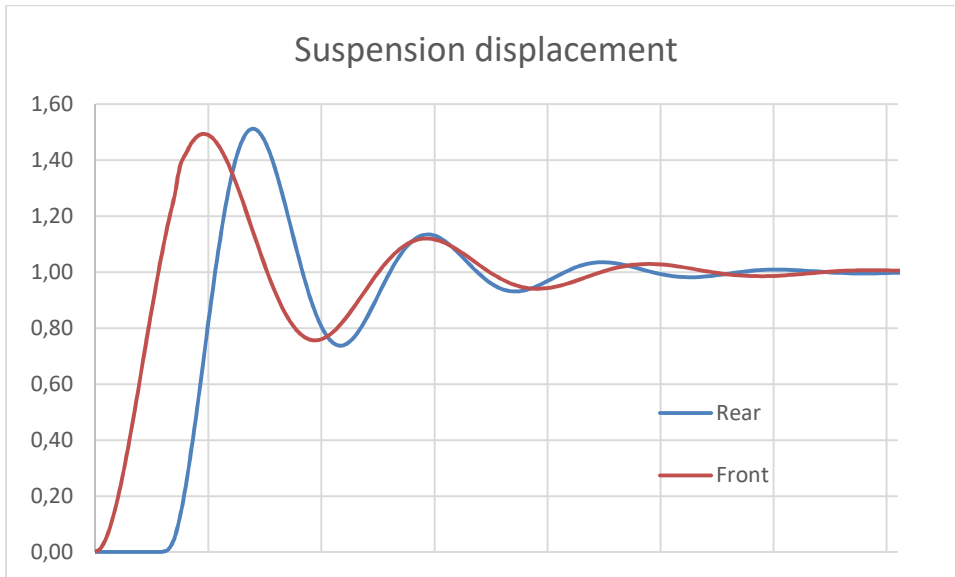


Figura 10 - Desplazamiento de la suspensión trasera y delantera ante un escalón unitario

### Modelo de coche completo (FCM).

El FCM representa un vehículo de 4 ruedas con 7 GDL. El modelo representa tanto el desplazamiento de cada rueda como el desplazamiento vertical, el balanceo y el cabeceo del vehículo. En estos casos aún ha de considerarse como insignificante la torsión angular del vehículo al tratarse del utilitario de un cuerpo rígido.

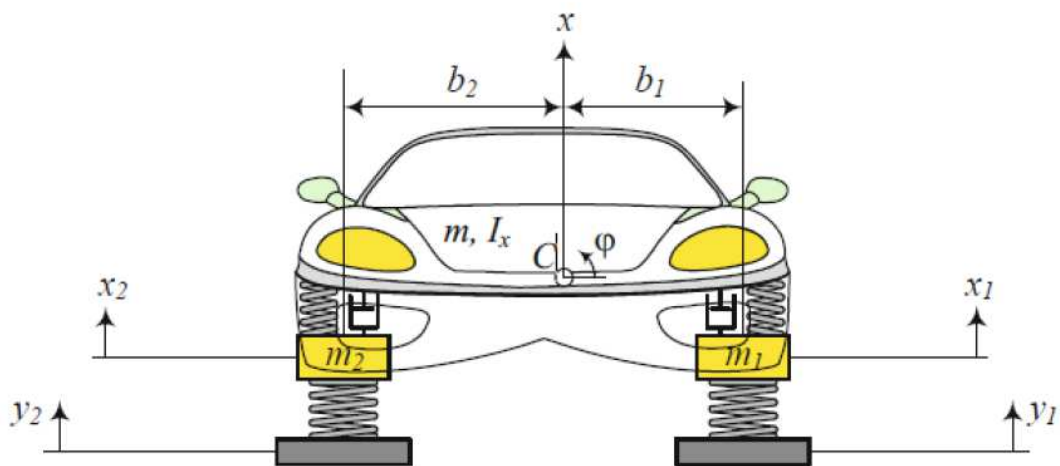


Figura 11 – Representación frontal de un modelo de coche (Jazar, 2017)

El balanceo de los elementos del vehículo produce una caída angular de las ruedas y de los elementos de la suspensión a ambos lados del vehículo pero opuestos al estar bajo

solicitaciones contrapuestas, lo cual origina una reducción de la distancia entre ruedas y la elevación del centro de gravedad reduciendo así la estabilidad del vehículo.

Para el FCM aún resultan ciertas simplificaciones que han de tenerse en cuenta, cada uno de los sistemas de suspensión de cada rueda es independiente del resto, los elementos de la suspensiones tienen una disposición completamente vertical y normal al plano que representa el vehículo, los cuales además pasan por el centro de cada rueda simplificando así las ecuaciones, produciendo un error de coseno despreciable.

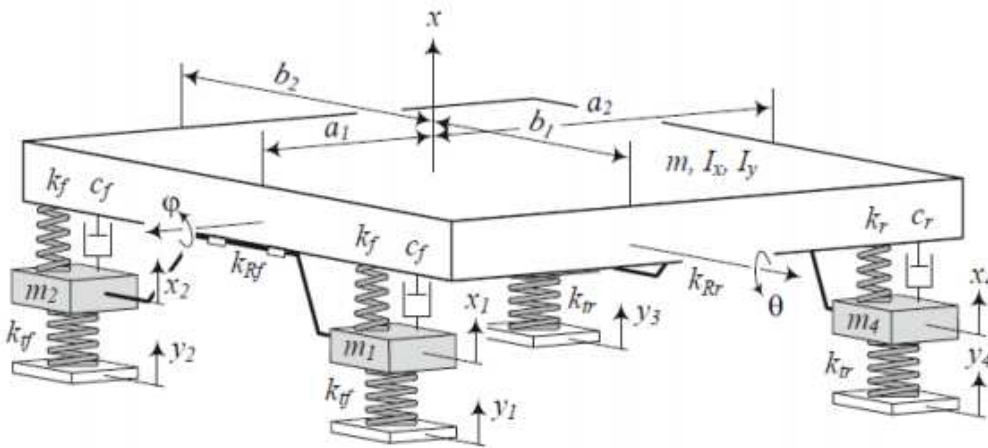


Figura 12 - Representación FCM

$$m\ddot{x} + c_f(\dot{x} - \dot{x}_1 + b_1\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) + c_f(\dot{x} - \dot{x}_2 - b_2\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) + c_r(\dot{x} - \dot{x}_3 - b_2\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta}) + c_r(\dot{x} - \dot{x}_4 + b_1\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta}) + k_f(x - x_1 + b_1\varphi - a_1\theta) + k_f(x - x_2 - b_2\varphi - a_1\theta) + k_r(x - x_3 - b_2\varphi + a_2\theta) + k_r(x - x_4 + b_1\varphi + a_2\theta) = 0$$

$$I_x\ddot{\varphi} + b_1c_f(\dot{x} - \dot{x}_1 + b_1\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) - b_2c_f(\dot{x} - \dot{x}_2 - b_2\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) - b_2c_r(\dot{x} - \dot{x}_3 - b_2\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta}) + b_1c_r(\dot{x} - \dot{x}_4 + b_1\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta}) + b_1k_f(x - x_1 + b_1\varphi - a_1\theta) - b_2k_f(x - x_2 - b_2\varphi - a_1\theta) - b_2k_r(x - x_3 - b_2\varphi + a_2\theta) + b_1k_r(x - x_4 + b_1\varphi + a_2\theta) = 0$$

$$I_y\ddot{\theta} - a_1c_f(\dot{x} - \dot{x}_1 + b_1\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) - a_1c_f(\dot{x} - \dot{x}_2 - b_2\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) + a_2c_r(\dot{x} - \dot{x}_3 - b_2\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta}) + a_2c_r(\dot{x} - \dot{x}_4 + b_1\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta}) - a_1k_f(x - x_1 + b_1\varphi - a_1\theta) - a_1k_f(x - x_2 - b_2\varphi - a_1\theta) + a_2k_r(x - x_3 - b_2\varphi + a_2\theta) + a_2k_r(x - x_4 + b_1\varphi + a_2\theta) = 0 \quad (\text{eq. 22})$$

$$m_f\ddot{x}_1 - c_f(\dot{x} - \dot{x}_1 + b_1\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) - k_f(x - x_1 + b_1\varphi - a_1\theta) + k_{tr}(x_1 - y_1) = 0$$

$$m_f \ddot{x}_2 - c_f (\dot{x} - \dot{x}_2 - b_2 \dot{\varphi} - a_1 \dot{\theta}) - k_f (x - x_2 - b_2 \varphi - a_1 \theta) + k_t_r (x_2 - y_3) = 0$$

$$m_r \ddot{x}_3 - c_r (\dot{x} - \dot{x}_3 - b_2 \dot{\varphi} + a_2 \dot{\theta}) - k_r (x - x_3 - b_2 \varphi + a_2 \theta) + k_t_r (x_3 - y_3) = 0$$

$$m_r \ddot{x}_4 - c_r (\dot{x} - \dot{x}_4 + b_1 \dot{\varphi} + a_2 \dot{\theta}) - k_r (x - x_4 + b_1 \varphi + a_2 \theta) + k_t_r (x_4 - y_4) = 0$$

Estas ecuaciones pueden ser formuladas de forma matricial:

$$[M]\{\ddot{\mathbf{x}}\} + [C]\{\dot{\mathbf{x}}\} + [K]\{\mathbf{x}\} = \{\mathbf{F}\}$$

$$\{\mathbf{x}\} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & -c_f & -c_f & -c_r & -c_r \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & -b_1 c_f & b_2 c_f & b_2 c_r & -b_1 c_r \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & a_1 c_f & a_1 c_f & -a_2 c_r & -a_2 c_r \\ -c_f & -b_1 c_f & a_1 c_f & c_f & 0 & 0 & 0 \\ -c_f & b_2 c_f & a_1 c_f & 0 & c_f & 0 & 0 \\ -c_r & b_2 c_r & -a_2 c_r & 0 & 0 & c_r & 0 \\ -c_r & -b_1 c_r & -a_2 c_r & 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix}$$

(eq. 23)

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & -k_f & -k_f & -k_r & -k_r \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & -b_1 k_f & b_2 k_f & b_2 k_r & -b_1 k_r \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & a_1 k_f & a_1 k_f & -a_2 k_r & -a_2 k_r \\ -k_f & -b_1 k_f & a_1 k_f & k_f + k_t & 0 & 0 & 0 \\ -k_f & b_2 k_f & a_1 k_f & 0 & k_f + k_t & 0 & 0 \\ -k_r & b_2 k_r & -a_2 k_r & 0 & 0 & k_r + k_t & 0 \\ -k_r & -b_1 k_r & -a_2 k_r & 0 & 0 & 0 & k_r + k_t \end{bmatrix}$$



$$\{F\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ y_1 k_t \\ y_2 k_t \\ y_3 k_t \\ y_4 k_t \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\begin{aligned} c_{11} &= 2c_f + c_r \\ c_{21} &= c_{12} = b_1 c_f - b_2 c_f + b_1 c_r - b_2 c_r \\ c_{13} &= c_{31} = 2a_2 c_r - 2a_1 c_f \\ c_{22} &= b_1^2 c_f + b_2^2 c_f + b_1^2 c_r + b_2^2 c_r \\ c_{32} &= c_{23} = a_1 b_2 c_f - a_1 b_1 c_f + a_2 b_1 c_r - a_2 b_2 c_r \\ c_{33} &= 2c_f a_1^2 + 2c_r a_2^2 \end{aligned} \tag{eq. 24}$$

$$\begin{aligned} k_{11} &= 2k_f + 2k_r \\ k_{21} &= k_{12} = b_1 k_f - b_2 k_f + b_1 k_r - b_2 k_r \\ k_{31} &= k_{13} = 2a_2 k_r - 2a_1 k_f \\ k_{22} &= b_1^2 k_f + b_2^2 k_f + b_1^2 k_r + b_2^2 k_r \\ k_{32} &= k_{23} = a_1 b_2 k_f - a_1 b_1 k_f + a_2 b_1 k_r - a_2 b_2 k_r \\ k_{33} &= 2k_f a_1^2 + 2k_r a_2^2 \end{aligned} \tag{eq. 25}$$

Tabla 4 Simbología ecuaciones FCM

Símbolo	Significado	Unidades
$m$	Masa suspendida	Kg
$m_1$	Masa semi suspendida delantera derecha	Kg
$m_2$	Masa semi suspendida delantera izquierda	Kg
$m_3$	Masa semi suspendida trasera derecha	Kg
$m_4$	Masa semi suspendida trasera izquierda	Kg
$I_x$	Momento de inercia de la masa suspendida en el eje longitudinal	kg m <sup>2</sup>
$I_y$	Momento de inercia de la masa suspendida en el eje transversal	kg m <sup>2</sup>
$c_f$	Amortiguación suspensión delantera	N s/m
$c_r$	Amortiguación suspensión trasera	N s/m
$k_f$	Rigidez elástica suspensión delantera	N/m
$k_r$	Rigidez elástica suspensión delantera	N/m
$kt_f$	Rigidez elástica neumática delantera	N/m

$kt_r$	Rigidez elástica neumática delantera	N/m
$y_1$	Desplazamiento del neumático delantero derecho	m
$y_2$	Desplazamiento del neumático delantero izquierdo	m
$y_3$	Desplazamiento del neumático trasero derecho	m
$y_4$	Desplazamiento del neumático trasero izquierdo	m
$a_1$	Distancia del CDG al neumático delantero	m
$a_2$	Distancia del CDG al neumático trasero	m
$b_1$	Distancia del CDG al neumático derecho	m
$b_2$	Distancia del CDG al neumático izquierdo	m
$\phi$	Balaceo del vehículo	rads
$\theta$	Cabeceo del vehículo	rads

La complejidad del sistema lleva a utilizar diversos subsistemas en simulink como se puede apreciar en la representación del sistema en simulink:

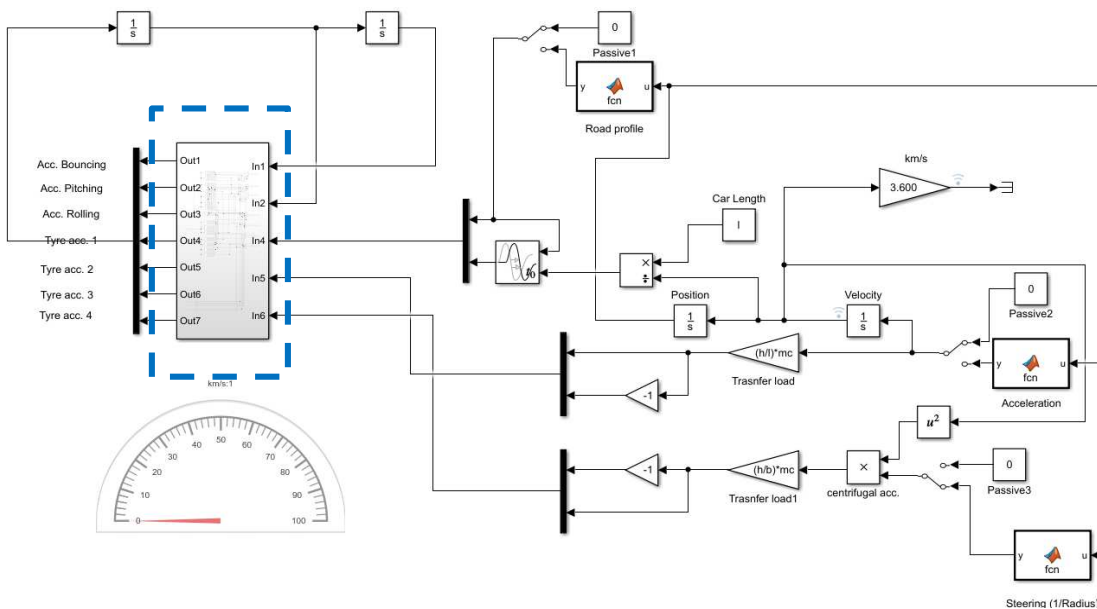


Figura 13 – Sistema FCM en Simulink

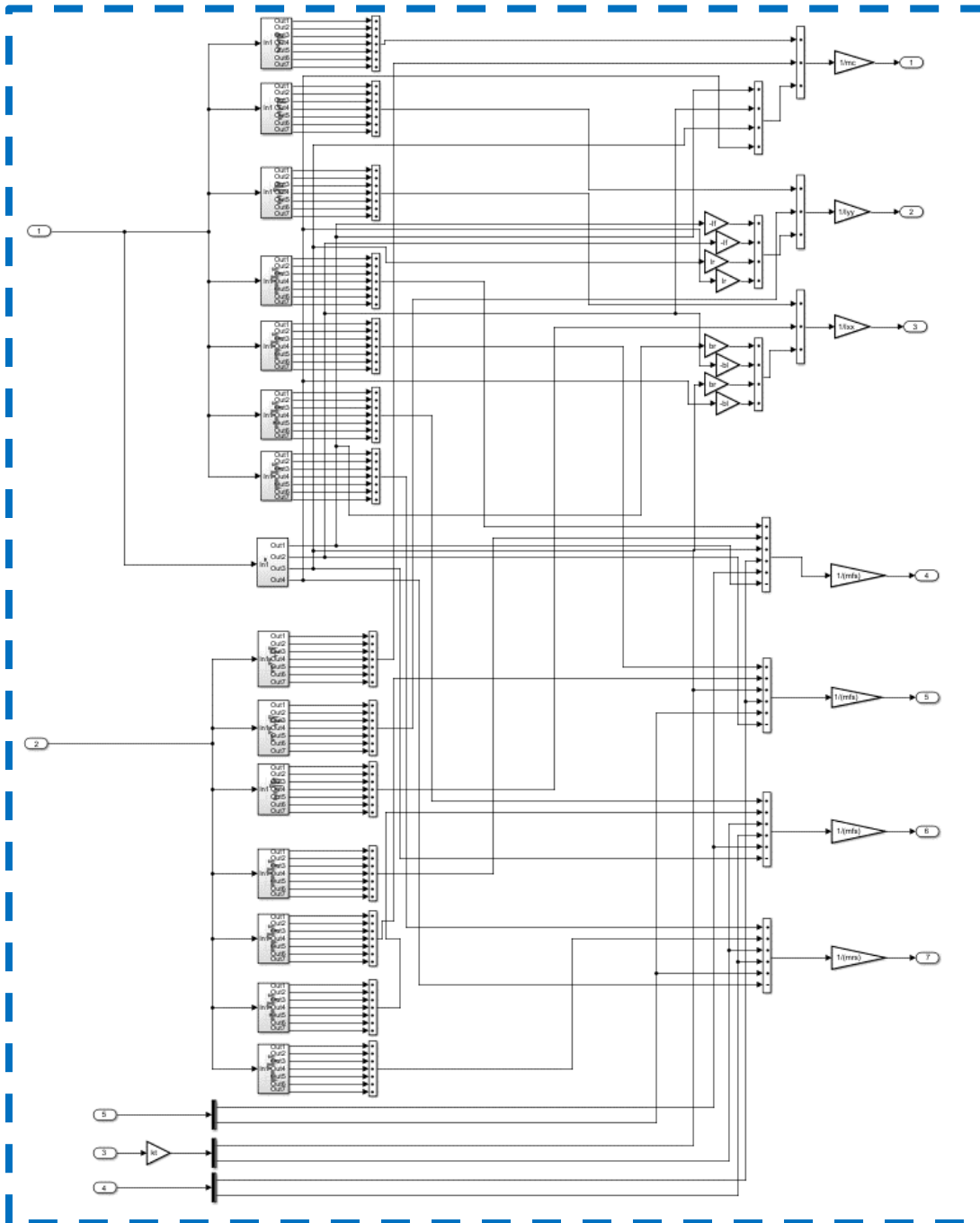


Figura 14 - subsistema del FCM Simulink

Ha de tenerse en cuenta que las fuerzas que actúan en el sistema pueden ser debidas al desplazamiento de la distribución del peso en las ruedas debido a las aceleraciones transversales y longitudinales, la transferencia de la carga es gobernada por la siguiente ecuación:

$$N_F = mg\left[1 - \frac{d}{L}\right] + mA_x\left[\frac{h}{L}\right] \quad (\text{eq. 26})$$

## Control de la suspensión activa:

El controlador PID puede ser definido como un método de control simultaneo de una señal gracias a la retroalimentación continua del sistema. Este modelo integra tres controladores diferentes con distintos parámetros para calcular la señal de salida del controlador; proporcional, derivativos o integral. Este algoritmo analiza el error (diferencia entre el valor actual y el deseado) para computar la señal de control. El proporcional multiplica el error actual por una constante, el integrador utiliza el mismo funcionamiento pero con valores pasados; es decir integrados, y el derivativo multiplica el erro futuro o predicho por una constante, cada constante es independiente del resto y para un funcionamiento correcto del sistema estos valores han de ser afinados en función de la capacidad del sistema, la velocidad y precisión. La suma de los tres controladores proporciona el valor de la señal de respuesta del sistema. Para una rápida respuesta del y control del sistema la energía utilizada ha de ser mayor.

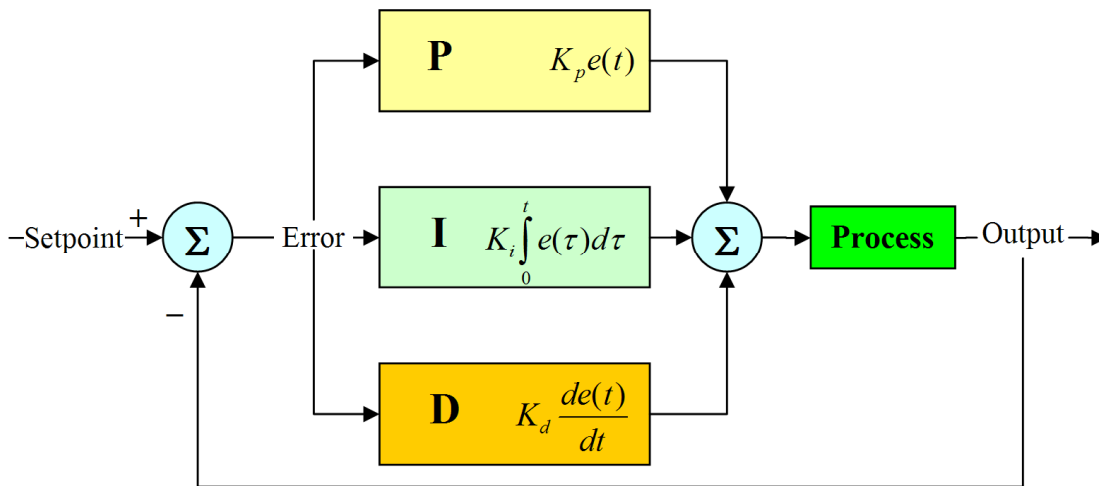


Figura 15 - PID diagrama de bloque (source: programacion Siemens.com)

En el escenario más sencillo de la suspensión pasiva puede ser definida como un control PD, donde el muelle actúa como la parte proporcional del controlador (P) y el amortiguador como el derivativo (D). Este ejemplo es sencillo de entender al comparar el controlador PID con el diagrama de bloques del QCM 1 GDL.

$$K_p e(t) = K (X_c - X_w) \tag{eq. 27}$$

$$K_d \frac{d e(t)}{dt} = C (\dot{X}_c - \dot{X}_w)$$

La suspensión activa utilizará un controlador PID el cual utiliza dos sistemas complementarios, la suspensión pasiva y la activa. Obteniendo los valores del controlador a partir de:

$$P_s = K_s + P_{PID} \tag{eq. 28}$$

$$D_s = C_s + D_{PID}$$

$$I_s = I_{PID}$$

Es bien sabido que el conflicto comportamiento vehículo-confort pasajeros ha dado muchos dolores de cabeza a los ingenieros. La ventaja principal de utilizar un controlador gobernado electrónicamente permite cambiar la configuración instantáneamente en función de las diferentes entradas del sistema permitiendo una configuración más blanda o dura cuando sea necesario. Por lo tanto se pueden implementar por lo menos dos configuraciones variando los parámetros PID.

## Resultados

### QCM

Una vez todas las ecuaciones para los diferentes modelos han sido definidas una configuración correcta puede realizarse a partir del QCM 1GDL modelo. Se puede utilizar un controlador PID en lugar del diagrama de bloques en FIGURA. Utilizando los valores de trabajos previos se afinará el controlador PID del sistema.

*Tabla 5 - Parametros suspensión pasiva*

	P	I	D	N
Suspensión pasiva	18147	0	1250	-

Para afinar el sistema se utilizará un paso unitario como excitación externa del sistema manteniendo el tiempo de establecimiento y el overshoot.

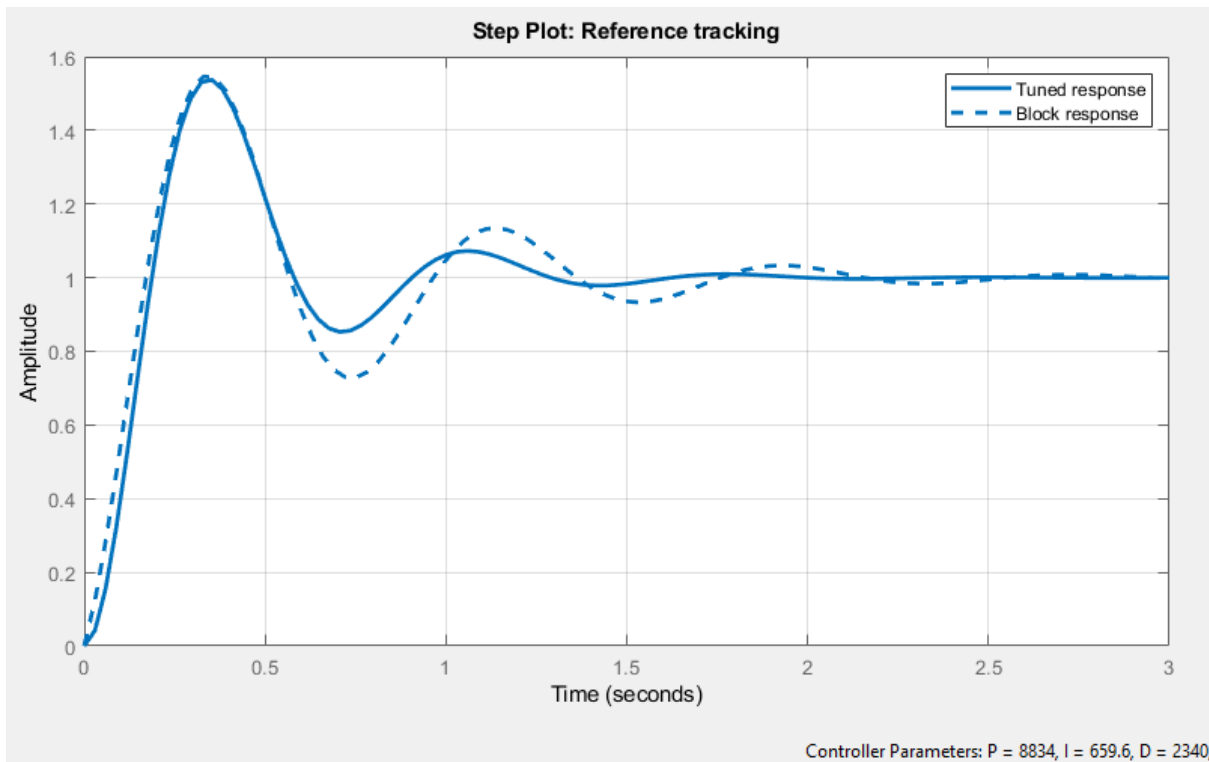


Figura 16 - QCM 1 GDL suspensión pasiva vs PID control

La figura 16 muestra la respuesta de ambos sistemas, los parámetros de la nueva configuración se encuentran en la tabla 6

Tabla 6 – Parametros suspension activa

	P	I	D	N
PID controller	8834	659	2340	8.71

Tabla 7 - Performance and robustness

	Passive Suspension	Active Suspension
Rise time	0.13	0.126
Settling time	2.05	1.47
Overshoot	54.9%	53.8%
Peak	1.55	1.54
Gain-Margin	28 deg @ 8.71 rad/s	24.5 deg @ 8.5 rad/s
Closed-loop stability	Stabla	Stabla

Una vez los parámetros de la suspensión activa hayan sido configurados, se realiza una simulación de los dos tipos de suspensión para el modelo de 2 grados de libertad ante un bache de 0,25 m de alto a una velocidad de 30 km/h. Se realizarán varias simulaciones variando velocidad y masa, añadiendo 70/4 kg por cada ocupante extra del vehículo al tratarse de un modelo de cuarto de coche.

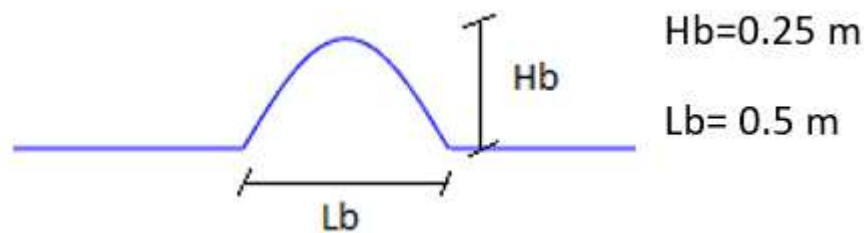


Figura 17 – Representación del bache utilizado para la simulación de la suspensión

Se comprueban los resultados obtenidos en el modelo de 1 grado de libertad, en este caso se puede observar una frecuencia similar pero una recuperación mucho más rápida de la posición natural de la masa suspendida en el modelo activo.

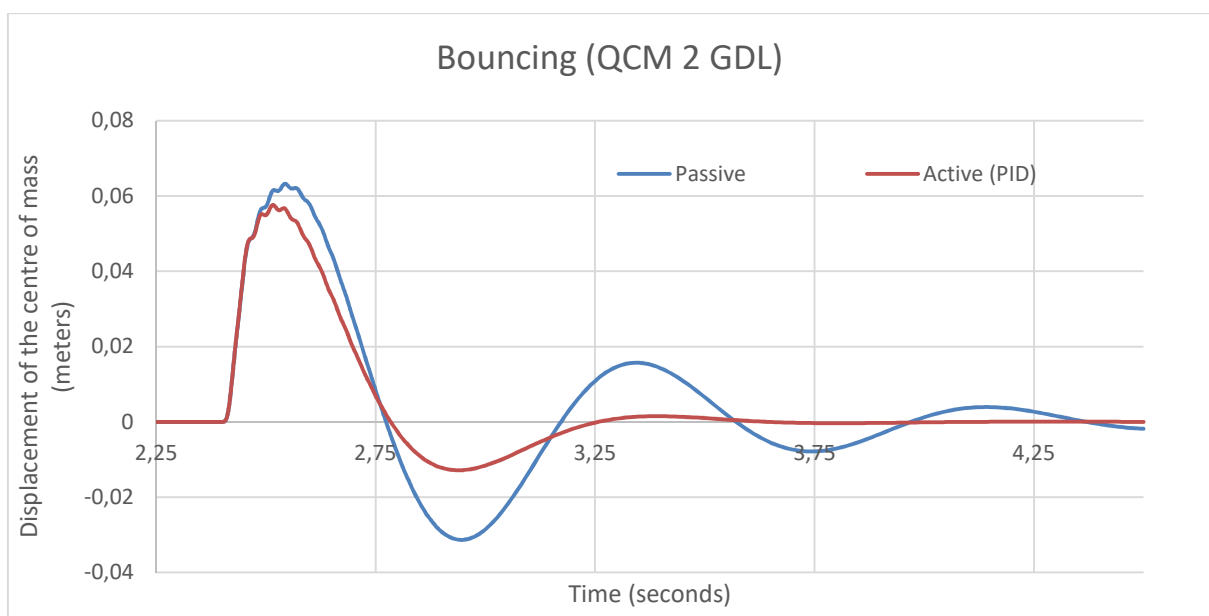


Figura 18 – Desplazamiento vertical para QCM de 2 GDL en suspensión activa y pasiva

El desplazamiento de la suspensión otorga resultados mucho más similares con apenas variaciones, tanto la frecuencia del desplazamiento de la suspensión como el tiempo de establecimiento.

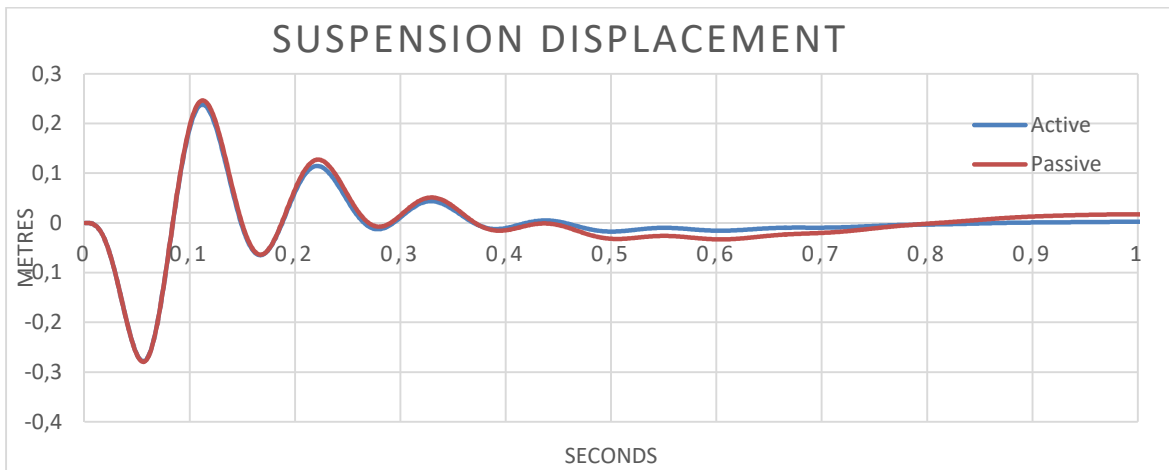


Figura 19- Desplazamiento de la suspensión para QCM de 2 GDL en suspensión activa y pasiva

Tal y como se había establecido se puede comparar los efectos de la velocidad y de la masa del vehículo en la respuesta de la suspensión. Se puede ver que la masa afecta tanto al desplazamiento vertical de la masa suspendida como a la frecuencia de esta. Sin embargo, al variar la velocidad apenas varía el desplazamiento vertical del vehículo (las casi nulas diferencias entre modelos son debidas a los modos integradores de Matlab) ni a la frecuencia, pero si al retraso de la onda, es obvio que al aumentar la velocidad la perturbación causada por el bache ocurre con anterioridad.

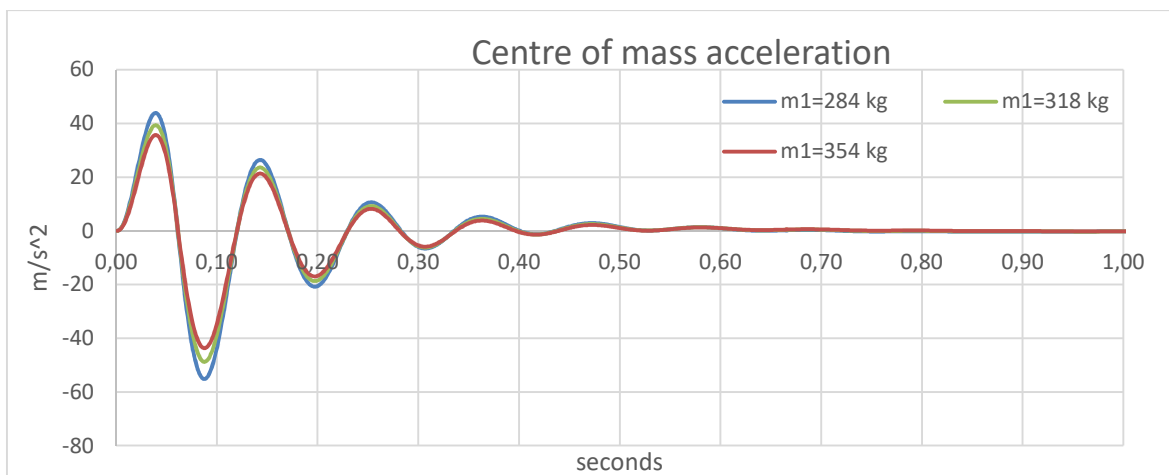


Figura 20 – Aceleración vertical de la masa suspendida al variar la masa del vehículo QCM



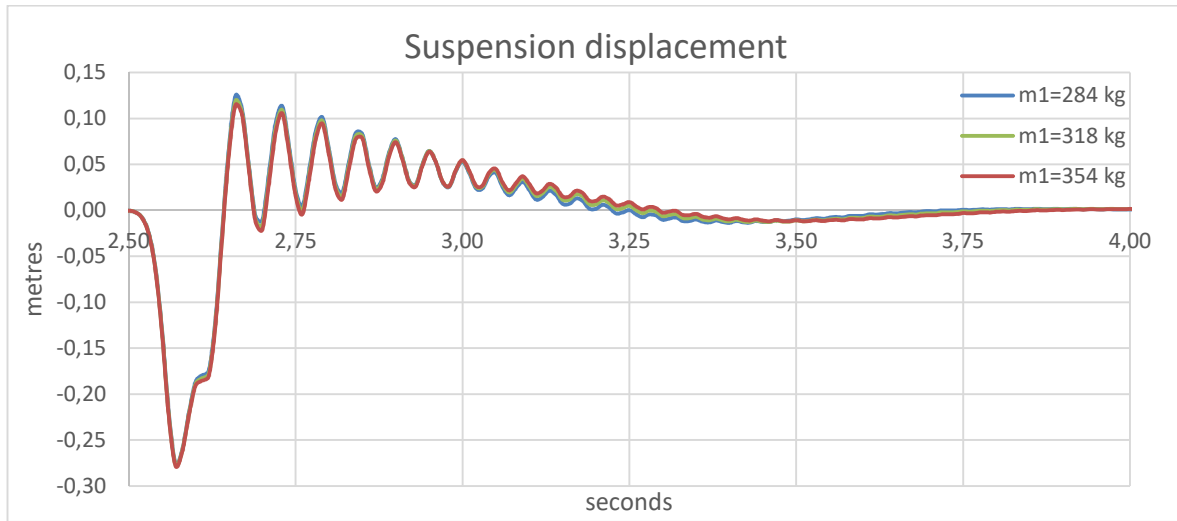


Figura 21 – Desplazamiento de la suspensión al variar la velocidad QCM suspension activa

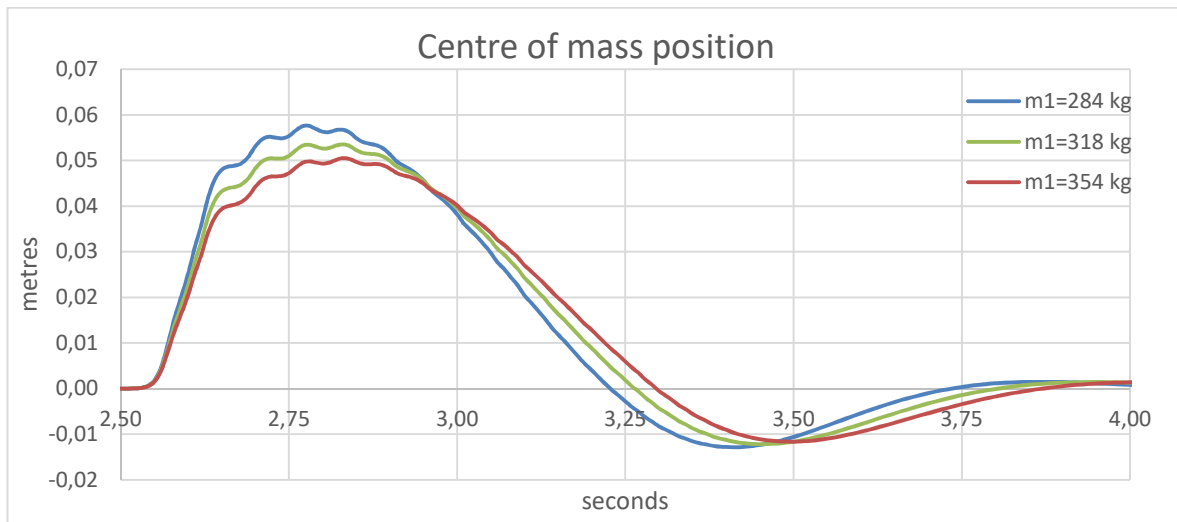


Figura 22 - Movimiento vertical de la masa suspendida al variar la masa del vehiculo QCM

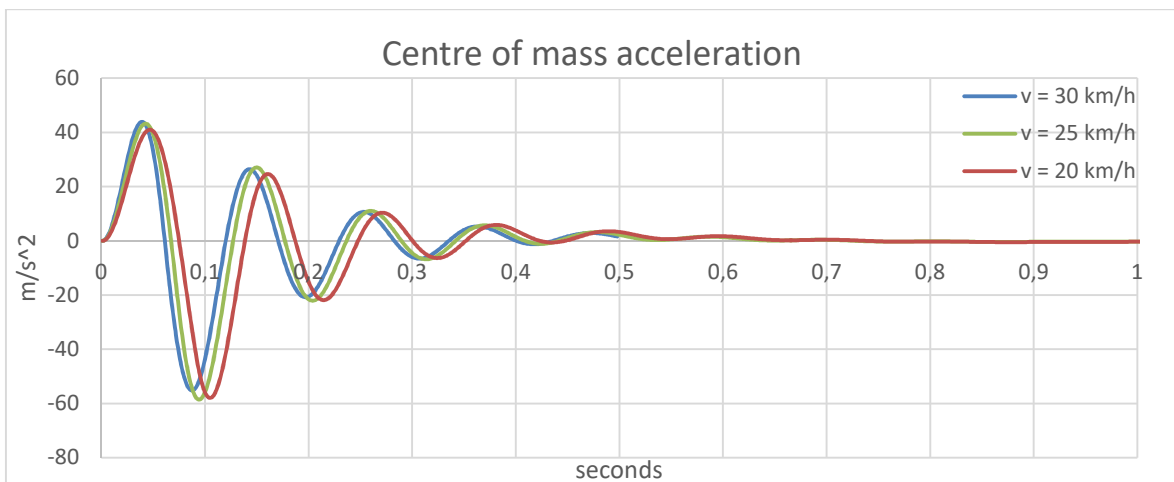


Figura 23 – Aceleración vertical de la masa suspendida al variar la velocidad QCM suspension activa

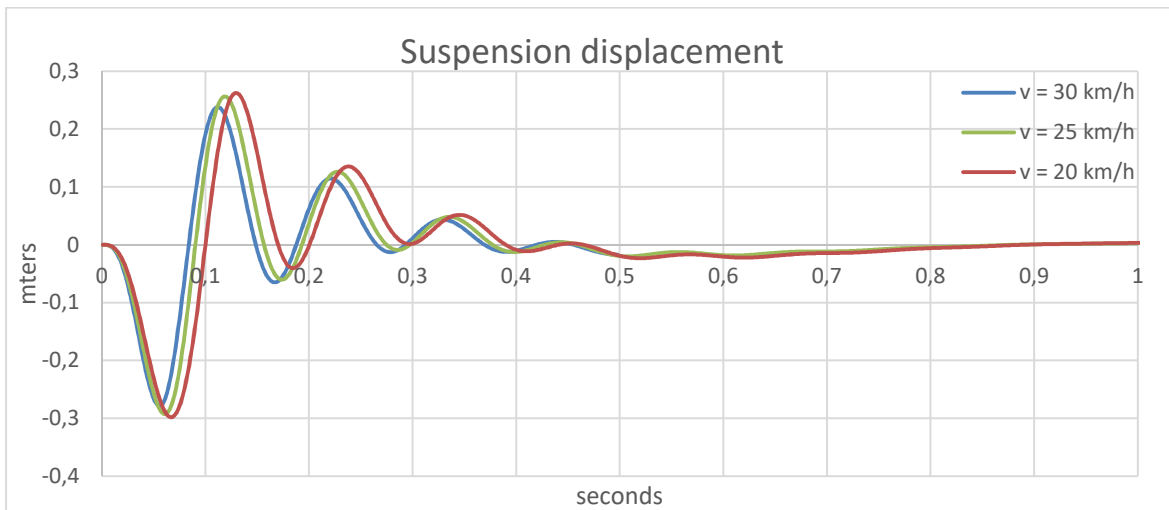


Figure 24 – Desplazamiento de la suspensión para un QCM de suspensión activa

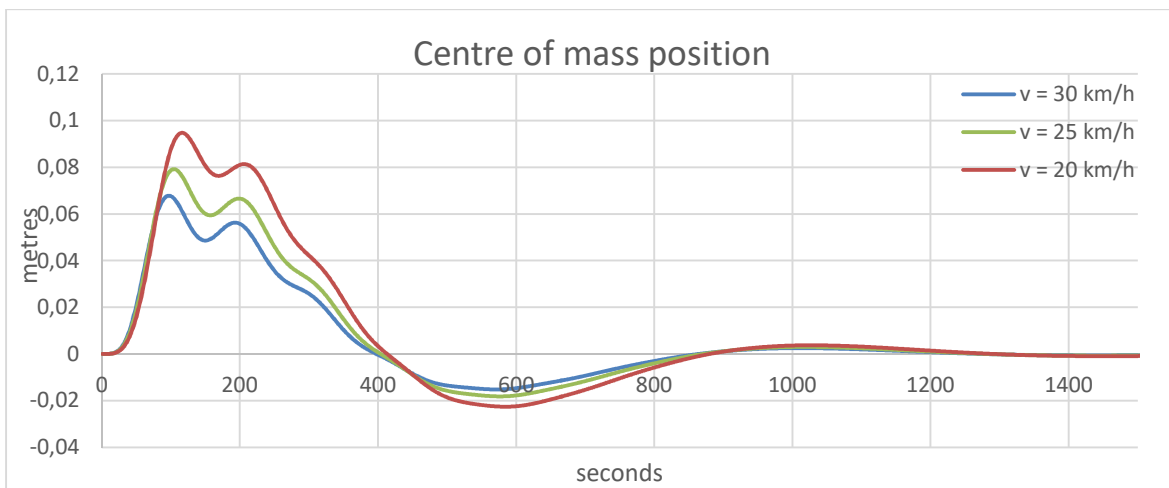


Figure 25 – Movimiento vertical de la masa suspendida al variar la velocidad QCM

## HCM

Extrapolando los resultados ya afinados de la suspensión activa un modelo de 4 grados de libertad, en el cual tanto la suspensión delantera como trasera tienen una configuración idéntica. Como se ha explicado con anterioridad el efecto batalla permite filtrar el efecto de cabeceo al aumentar la dureza de la suspensión trasera. De este modo se comparan dos modelos: El pasivo y el semi-activo (regulación trasera dependiente de la velocidad).

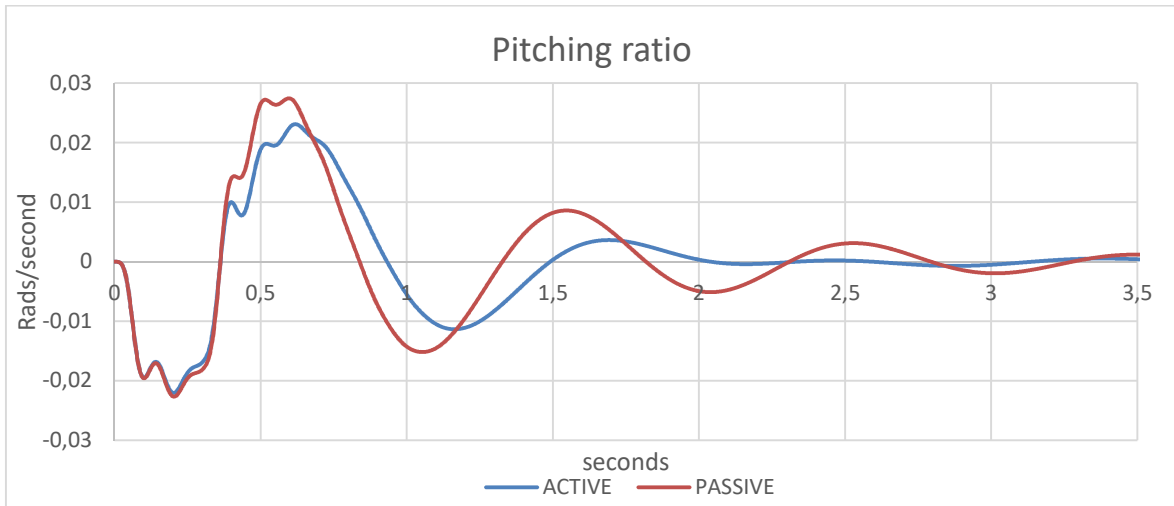


Figura 26 - Comparación del cabeceo para suspensión semiactiva y pasiva HCM

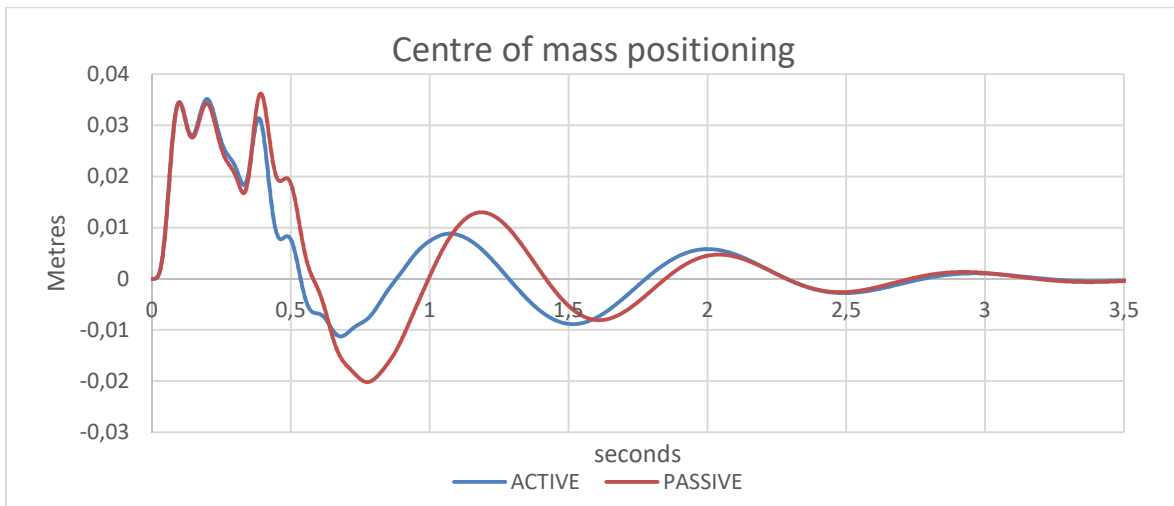


Figura 27- Comparación del movimiento vertical para suspensión semiactiva y pasiva HCM

Al aumentar la frecuencia natural en la suspensión trasera, ambas frecuencias se sincronizan tras 2 oscilaciones reduciendo así el cabeceo del vehículo.

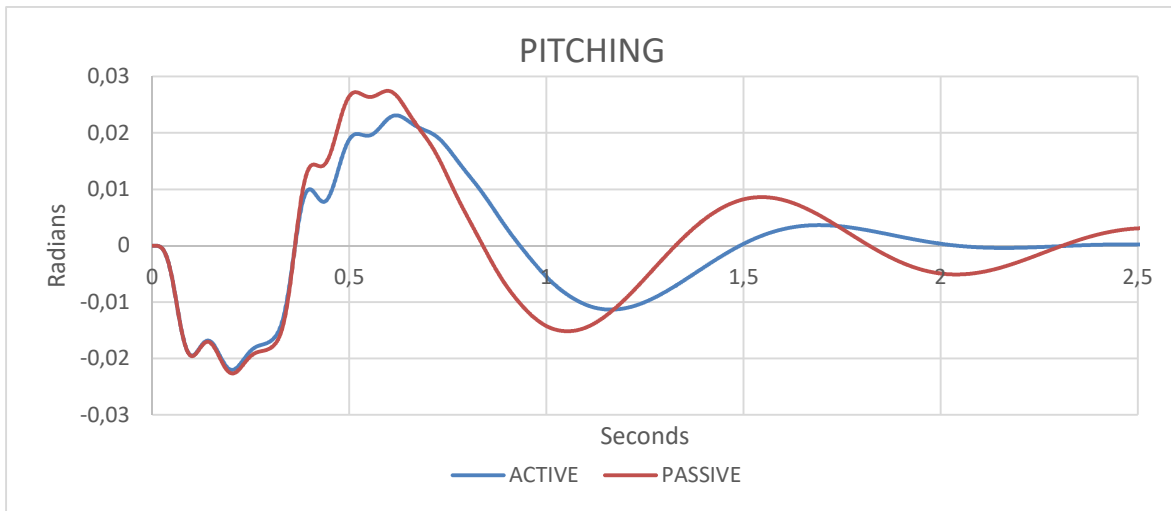


Figura 28 – Comparación del cabeceo entre una suspensión semi activa y pasiva HCM

A mismo, se evalúa el modelo semi-activo variando la velocidad para la validación del modelo.

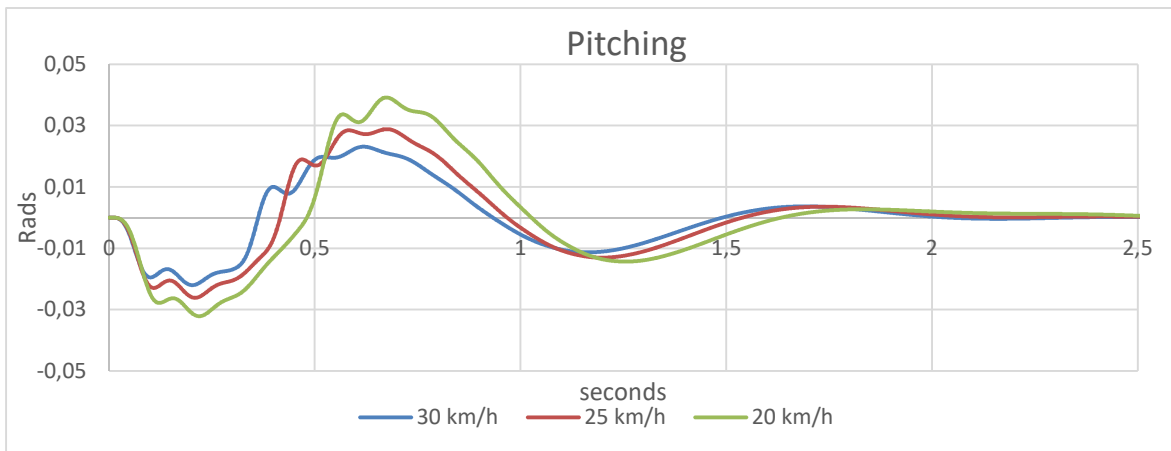


Figura 29 – Estudio del cabeceo al variar la velocidad

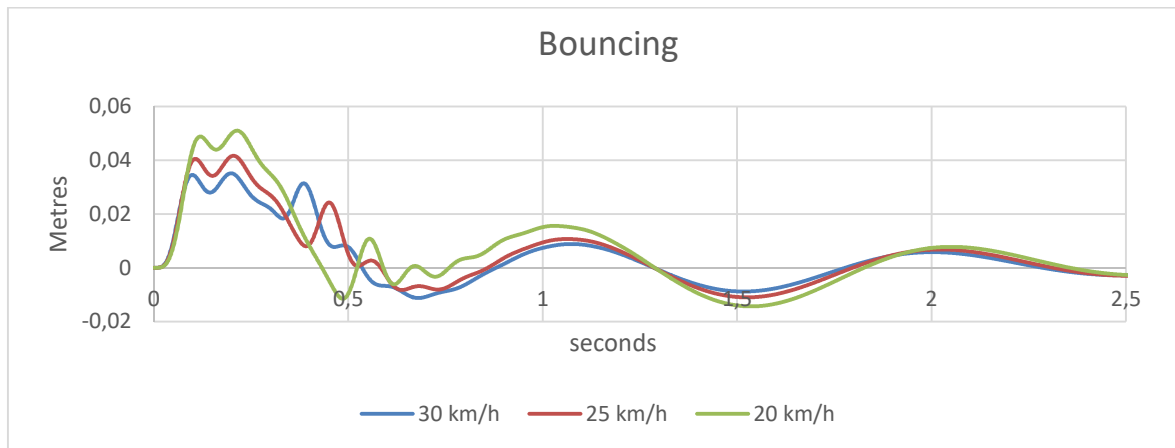


Figura 30 – Estudio del desplazamiento vertical al variar la velocidad

Tabla 8 – Parametros para HCM

Mass of the car	1136/2 kg
Front and rear tyre stiffness	1824470 N/m
Front suspension stiffness	18600 N/m
Front damping coefficient	1000 N*s/m
Rear suspension stiffness	Variable
Rear damping coefficient	Variable
Moment of inertia Y axis	2400
Distance from centre of mass to rear wheel	1.35 m
Distance from centre of mass to front wheel	1.15 m
Velocity	8.33 m/s

### FCM

Finalmente, se estudia un modelo de 7 grados de libertad. Nótese que al tratarse de un modelo simétrico cualquier estudio que conlleve un circuito rectilíneo otorgará los mismos resultados que el HCM. Este modelo evalúa la suspensión de un vehículo de 4 ruedas en todos sus grados de libertad, de tal manera que el coche siga un circuito en “slalom”, este circuito permite evaluar la transferencia de cargas laterales a las que se ve sometido el vehículo al entrar en curva y la respuesta del sistema de suspensión, el estudio es importante ya que un comportamiento inadecuado puede conllevar a una pérdida de la estabilidad del vehículo.

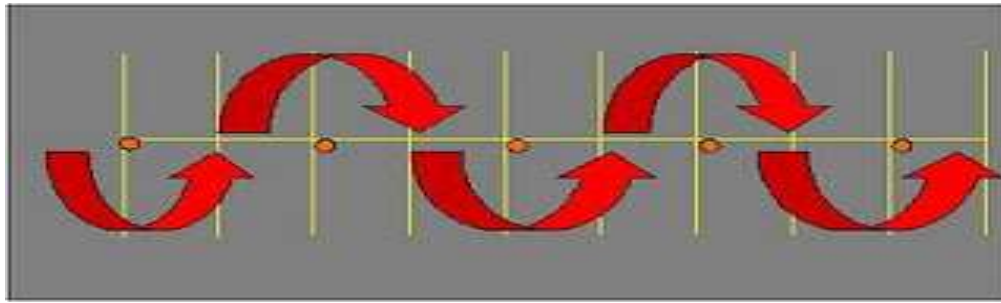


Figura 31 - Slalom circuit (source: motodesdecero)

En este escenario se endurecerá la suspensión del vehículo aumentado un 50% la constante de elasticidad y recalculando los parámetros de la amortiguación para obtener un coeficiente de amortiguamiento de 0,4. Este modelo debería proporcionar una mejor respuesta ante fuerzas laterales.

Tabla 9 – Parametros de la suspensión pasiva en FCM

	P	I	D	N
Suspension parameters	27900	0	2252	-

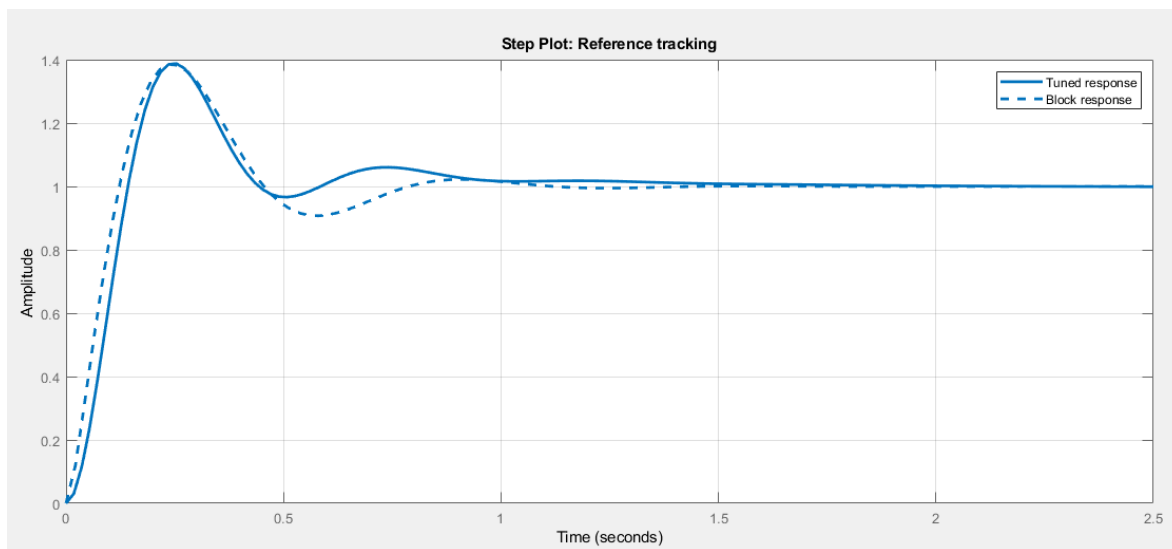


Figura 32 – Suspensión activa en FCM

Tabla 10 – Parametros de la suspensión active en FCM

	P	I	D	N
Suspension parameters	18600	657	2150	12.02

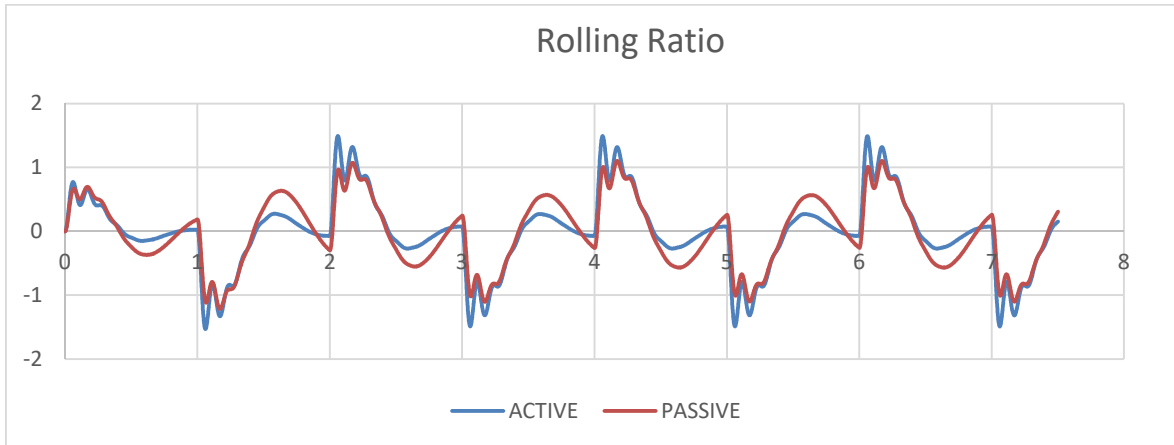


Figura 33 – Velocidad angular del balanceo del vehiculo

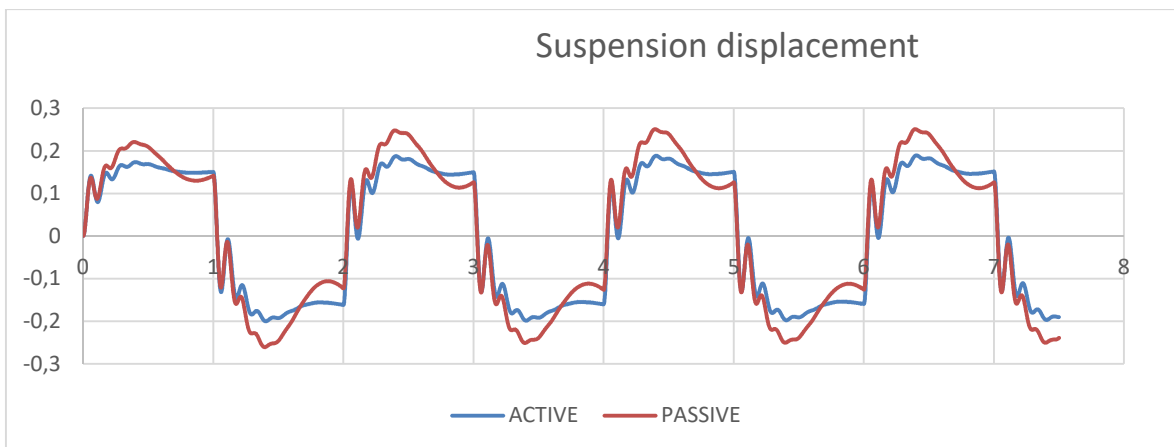


Figura 34 - Suspension displacement for a slalom circuit in a FCM

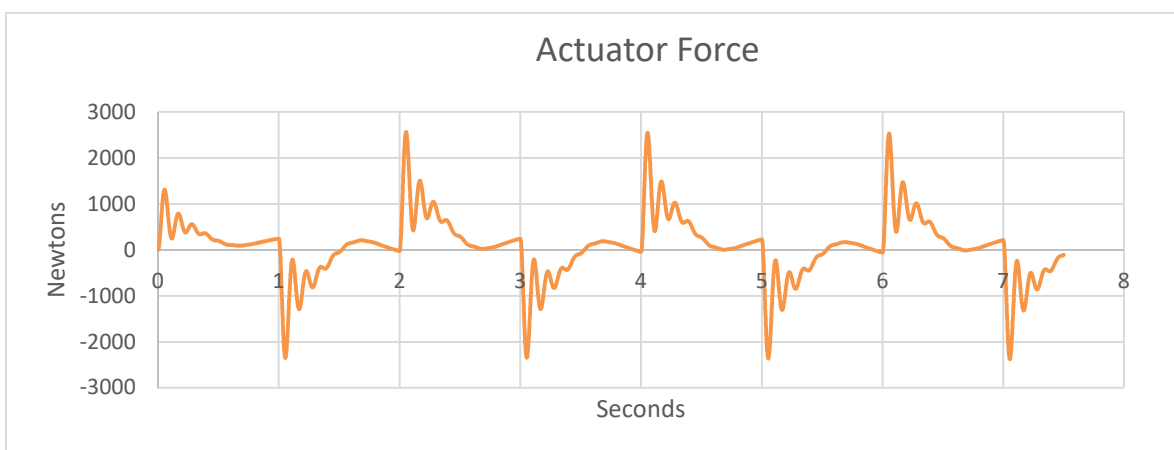


Figura 35 – Fuerza realizada por el actuador en el FCM

Tabla 11 – Parametros para la simulación del FCM

Masa del vehículo	1136 kg
-------------------	---------

Elasticidad del neumático	1824470 N/m
Elasticidad de la suspensión	18600 N/m
Amortiguación de la suspensión	1000 N*s/m
Momento de inercia en el eje Y	2400
Momento de inercia en el eje Y	400
Batalla del vehículo	1.35 m
Distancia entre el CDG y suspensión delantera	1.15 m
Distancia entre el CDG y neumático izquierdo	0.53 m
Distancia entre el CDG y neumático derecho	0.53 m
Altura del CDG	0.8 m
Velocidad	8.33 m/s
Radio de las curvas del circuito	4 m

## Conclusiones

La finalidad de este proyecto era modelizar y probar diferentes configuraciones de sistemas de suspensión en Simulink de distintos modelos. Para alcanzar este objetivo, se ha realizado una amplia investigación y un estudio de publicaciones similares.

Se puede decir que el objetivo inicial del proyecto se ha conseguido, ya que se han estudiado los distintos tipos de suspensiones (Activa, semi-activa y pasiva) para los diferentes modelos (QCM; HCM y FCM). Existen una gran cantidad de publicaciones en referencia este tema, sobre todo para el HCM y/o baches o irregularidades de la calzada, lo que supuso una gran ayuda en los primeros modelos, por su parte no ha sido posible encontrar publicaciones en las cuales la transferencia de carga afectará a la suspensión del vehículo, imposibilitando la comparación de los resultados obtenidos en el estudio del HCM y FCM.

Uno de los objetivos del proyecto era el estudio de la percepción del confort en los pasajeros, y aunque no se haya podido probar experimentalmente, comparando los resultados de las diferentes simulaciones se puede comprobar como la suspensión activa puede mejorar la percepción de confort en los pasajeros, lo que puede permitir una mejora en la seguridad de las carreteras al aumentar la concentración del conductor.

La suspensión activa además de aumentar el confort de los pasajeros también permite reducir ligeramente el desplazamiento de la suspensión, lo cual permite mejorar el agarre y por lo tanto la respuesta del vehículo.



Al variar la masa del vehículo en el QCM, se puede observar como tanto la frecuencia y aceleración varían, cuando la masa del vehículo aumenta la frecuencia disminuye, tal y como se podría esperar en la ecuación 7, desde esta perspectiva, la dureza de la suspensión ha de aumentar también cuando aumente la masa del vehículo para poder mantener la frecuencia natural de la masa suspendida. Sin embargo, al aumentar la masa disminuye la aceleración vertical a la que se ven expuestos los pasajeros ante una anomalía en el perfil de la carretera. Estos resultados pueden ser contrastados con otras publicaciones (Conde, et al., 2008) (Mitra, 2013) (Thite, 2012) (Unaune, 2011).

Al contrario de lo que pueda pensarse, la velocidad del vehículo no juega un rol importante en la frecuencia de la masa suspendida, lo que si varía es el momento en la que las oscilaciones ocurren es decir; provoca un desfase en los resultados. En este caso es obvio que el vehículo a velocidad de 30 km/h pasa por encima del bache antes que a una velocidad de 20 km/, este desfase que aparece en los resultados de 0,18 s equivale a  $\frac{0,5 m}{2,77m/s}$ .

Al aumentar la velocidad en este caso si aumenta la aceleración de la masa suspendida, esto es debido a que el perfil del bache se ve más puntiagudo en función del tiempo dando menos tiempo al sistema para compensarse.

En el caso del HCM, se puede comprobar como el filtro de la suspensión semi-activa reduce el cabeceo ocasionado por el “efecto batalla”, sin embargo este filtro no parece filtrar los desplazamientos verticales en el centro de masa, probablemente debido a que los actuadores tan solo trabajan en la suspensión trasera. Los efectos de la velocidad en el cabeceo si son importantes, de todos modos la regulación ha sido parametrizada en función de la velocidad para poder evadir este problema. Los efectos de la suspensión semi-activa son evidentes al estabilizar el cabeceo del coche 1 segundo más rápido a la velocidad de 30 km/h.

Por último, el FCM y el circuito “slalom” muestran como el desplazamiento de la carga lateral produce un balanceo en el vehículo el cual puede incluso provocar el vuelco de vehículo. En este caso el desplazamiento de la suspensión no puede ser eliminado, pero sus efectos si se pueden reducir. En la suspensión activa las fuerzas aplicadas por los actuadores llegan a los 2500N en sus picos de máximo esfuerzo, ha de tenerse en cuenta que este es un escenario muy exigente, pero el valor medio ronda los 750 N, como se había enunciado con anterioridad, esta energía proviene de los motores y pueden reducir el par efectivo lo que los hace poco conveniente en vehículos pequeños ya que también conllevan un incremento en el peso del vehículo debido a la complejidad de los sistemas pero recomendable en vehículos deportivos o camiones.

## **Futuras recomendaciones**

Hoy en día suspensiones semi-activas ya son ampliamente utilizadas, en este proyecto además de estas y las más tradicionales e han modelado suspensiones activas, presente y futuro de la automoción. Una de las claves de este proyecto han sido las simplificaciones realizadas, asumiendo como constantes los parámetros de la suspensión, un modelo utilizando curvas en lugar de constantes permitiría unos resultados más realísticos

Además, durante el proyecto se ha llegado a modelar un coche con 7 grados de libertad. Aún sería posible añadir un nuevo grado de libertad la guiñada, ligando por ejemplo este modelo con otro que introduzca las ecuaciones de Pacejka. Este modelo permitiría obtener una consola capaz que permitiese por ejemplo conocer el comportamiento de un vehículo en un circuito permitiéndose una optimización de trazadas para mejorar tiempos.

## Referencias

- Agharkakli, A., Ghobad Shaefiei, S. & Barouz, A., 2012. Simulation and analysis of passive and active suspension system using quarter car model for different road profile.. *International Journal of Engineering Trends and Technology*, , 3(5), pp. 636-644.
- Aparicio, F., Vera, C. & Diaz, V., 1995. *Teoria de los vehiculos automoviles*. Madrid: SP ETSII Universidad politecnica de Madrid.
- Bastow, D. & Howard, G., 1996. *Car Suspension and handling*. London: ARNOLD.
- Casacajosa, M., 2000. *Ingenieria de vehiculos*. Madrid: Tebar.
- Conde, E. C., Carbajal, F. B., Valderrabano Gonzalez, A. & Cahvez Bracamontes, R., 2008. Generalized PI Control of Active Vehicle Suspension Systems with MATLAB. pp. 337-348.
- Crouse, W., 1993. *Mecanica del automovil*. Barcelona: Marcombo.
- Dieter, A., 2000. *The passenger car body*. USA: SAE- Society of Automotive Engineers.
- Edmondson, C., 2011. *Fast Car Physics*. s.l.:JHU Press.
- Florin, A. I.-C. M. R. & L. P., 2013. Passive suspension modeling using MATLAB, quarter-car model, input signal step type.. *New technologies and products in machine manufacturing technologies*, pp. 258-263.
- GAO, W., ZHANG, N. & DU, H. P., 2007. A half-car model for dynamic analysis of vehicles with random parameters. *5th Australasian Congress on Applied Mechanics (ACAM 2007)*. , Volume 1, pp. 595-600.
- Hurel, J., Mandow, A. & Garc´ia-Cerezo, A., 2012. *Tuning a Fuzzy Controller by Particle Swarm*. Malaga, s.n.
- Hurtel Erzeta, J., Mandow, A. & Garcia Cerezo, A., 2013. Los Sistemas de Suspensi´on Activa y Semiactiva: Una Revision. *Revista Iberoamericana de Autom´atica e Inform´atica industrial*, pp. 121-132.
- Inman, D. J., 2014. *Engineering vibration*. Edinburg Gate. *Pearson Education*..
- Jazar, R. N., 2017. *Vehicle dynamics: theory and application*. Springer.. *Springer*.
- Luque, P., ´Alvarez, D. & Vera, C., 2004. *Ingenier´ia del Autom´ovil. Sistemas y Comportamiento Din´amico*. Madrid: Paraninfo.
- Mitra, A. et al., 2013. Simulation and Analysis of Full Car Model for various Road profile on a analytically validated MATLAB/SIMULINK model. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering*, pp. 23-33.
- Mitra, A. C. & B. N., 2013. Ride comfort and Vehicle handling of Quarter Car Model Using SIMULINK and Bond Graph. *Proceedings of the 1st International and 16th National Conference on Machines and Mechanisms (iNaCoMM2013)*.
- Moore, H., 2012. *MATLAB for engineers*. *Pearson education* .

- Nath, T., 2012. *Quarter/Half/Full Car Models for Active Suspension (with PID controller)*. Meerut, s.n.
- Olley, M., 2002. *Chassis design: principles and analysis..* s.l.:Warrendale: Society of Automotive Engineers.
- Prem Jeya Kumar, M. et al., 2010. PC modeling and simulation of car suspension system.
- Rosheila Darus, Y. M. S., 2009. Modeling and Control Active Suspension System for. *Signal Processing & Its Applications, 2009. CSPA 2009. 5th International Colloquium on.*, pp. 13-18.
- Thite, A. N., 2012. Development of a Refined Quarter Car Model for the analysis of Discomfort ue to the vibration. *Hindawi publishing Corporation*.
- Unaune, D. R. P. M. J. & M. S. S., 2011. Ride analysis of Quarter Vehicle Model. *n Proceedings of the first international conference on modern trends in industrial engineering..*

# ANEXO 1

## TRABAJO ORIGINAL

SCHOOL OF CREATIVE ARTS & ENGINEERING



# Ride investigation and comfort behaviour of a Quarter Car, Half Car and Full Car Model Suspension System using Simulink-Matlab.

**STUDENT:** PABLO PEREZ CAMPORRO 17025326

**SUPERVISOR:** ABDUL WAHEED AWAN

**AWARD:** MSc Automotive Engineering

**January 2019**

## 1. Abstract

Over the history the need to isolate the irregularities from the road to the cabin in the mean of transport has been always present. It was soon detected that the wheels had an important influence. The connections between the wheels and the cabin could help to reduce those effects and to maintain the wheels in contact with the road to improve the handling. Different configurations of suspension system were tested, but the ratio comfort/handling has always bothered engineers.

Habitually suspension systems use a helicoidal springs to store the energy and dampers to absorb the energy introduced into the system, these systems are known as passive suspensions. Modern suspension systems can vary the configuration of its parameters, semi active suspensions, or even include actuators electronically controlled, that can introduce or extract energy into the system creating a wide range of new possibilities to encounter all the challenges that could not been resolved yet, the new generation of suspensions that include actuators to control the system are known as active suspensions.

The main objective of this project is to test mathematical model of an average vehicle in different scenarios that vehicles usually can be submitted. With different configurations of new generation controllers, the comfort and handling can be undertaken at the same time.

To understand the behaviour of the vehicle different mathematical models of the suspension system are used, starting from a simplification of the vehicle using a model of a one wheeled quarter car to more complex models until a full car mathematical is tested to examine the possibilities that these new suspension system configurations can contribute.

**KEYWORDS:** Suspension system, active suspension, passive suspension, semi-active suspension, quarter car model, half car model, full car model, PID control, SIMULINK.

## 2. Acknowledgment

I would like to thank my supervisor Abdull Waheed whose support and knowledge helped me and guided me during my time at Staffordshire University.

Also, I am thankful to Daniel Mantaras whose lectures at Universidad de Oviedo and book “Ingeniería del Automóvil” provided me a good background and knowledge of the field to face this project.

Finally, express my gratitude to my colleagues Cesar Menendez and Lucas Rezakhanlou whose support during the stages of the project helped me to reach all my personal objectives.



**Contents**

1. Abstract..... 1

2. Acknowledgment..... 2

4. Acronyms..... 7

5. Introduction ..... 8

6. Suspension system function..... 8

    Improve the comfort..... 8

    Protect the vehicle ..... 8

    Stability ..... 8

    Ensure the contact of the car and the road. .... 9

    Improve the directionality ..... 9

7. Suspension System ..... 9

    Vehicle mass ..... 9

        Un-suspended mass: ..... 9

        The suspended mass. .... 9

    Vibrations ..... 10

8. Elements of suspension system ..... 10

    Leaf Springs ..... 10

    Helicoidal springs..... 11

    Shock absorber ..... 11

    Categories of suspensions systems..... 11

    Passive suspension Systems ..... 12

    Semi active suspension: ..... 12

    Active Suspensions ..... 13

9. Aim and objectives ..... 14

    Objectives:..... 14

10. Mathematic modelling ..... 14

    Quarter car model (1 degree of freedom)..... 15

    Quarter Car model (2 degrees of freedom) ..... 18

    Half car model..... 20

    Full Car Model ..... 24

    External Forces..... 29

11. Control of the suspension system. .... 29

12. Results..... 32

    QCM..... 32

HCM.....36

FCM .....38

13.....40

14. Conclusions.....41

15. Further Improvements.....43

16. References.....44

17. APENDIX 1 -MATLAB CODE .....46

18. APENDIX 2 – Simulation Matlab Code.....47

## List of Figures

Figure 1 - Different configurations of suspension systems a) Passive Suspension system b) semi-active suspension system c) Active suspension system (Conde, et al., 2008) .....	12
Figure 2 - Quarter car model of 1 degree of freedom representation (Jazar, 2017) .....	14
Figure 3 - Damping ratio graph (source www.revolvvy.com).....	16
Figure 4 - Quarter car model 1 degree of freedom block diagram in Simulink.....	18
Figure 5 - Quarter car model 2 degrees of freedom representation (Agharkakli, et al., 2012) .....	18
Figure 6- Quarter car model 2 degrees of freedom block diagram in Simulink .....	19
Figure 7 - Half car model representation (Jazar, 2017) .....	20
Figure 8 - Simplification of the half car model (Jazar, 2017).....	22
Figure 9 - Travelling of the passive front and rear suspension systems after a unitary step ...	23
Figure 10 - Travelling of the active front and rear suspension systems after a unitary step ...	24
Figure 11 - Front view of car model (Jazar, 2017) .....	24
Figure 12 - Representation of a full car model .....	25
Figure 13 - FCM Simulink system.....	28
Figure 14 - subsystem in the FCM Simulink .....	29
Figure 15 - PID block diagram (source: programacionsiemens.com) .....	30
Figure 16 - QCM 1 DOF Passive Suspension vs PID control .....	32
Figure 17 - Speed bump configuration .....	33
Figure 18 - Active and passive suspension bouncing of a 2 DOF QCM.....	33
Figure 19- Suspension displacement for an active and passive suspension QCM 2 DOF .....	34
Figure 20 - Centre of mass acceleration for an active QCM varying its mass .....	34
Figure 21 - Suspension displacement for an active QCM varying its mass .....	34
Figure 22 - Suspension displacement for an active QCM varying its mass .....	35
Figure 23 - Centre of mass acceleration for an active suspension QCM varying the velocity .....	35
Figure 24 - Suspension displacement for an active suspension QCM varying the velocity .....	35
Figure 25 - Bouncing for an active suspension QCM varying the velocity.....	36
Figure 26 - Pitching ratio comparison of an active and passive suspension system of a HCM .....	36
Figure 27- Bouncing comparison of an active and passive suspension system of a HCM .....	37
Figure 28 - Pitching comparison of an active and passive suspension system of a HCM.....	37
Figure 29 - Study of an active suspension pitching HCM varying its velocity .....	37
Figure 30 -Study of an active suspension bouncing HCM varying its velocity .....	38
Figure 31 - Slalom circuit (source: motodesdecero).....	38
Figure 32 - FCM active suspension tuning.....	39
Figure 33 - Rolling ratio for Slalom circuit FCM.....	39
Figure 34 - Suspension displacement for a slalom circuit in a FCM.....	40
Figure 35 - Actuator force in an active suspension for a FCM.....	40

**List of Tables**

Table 1 - Suspension parameters from previous works ..... 17  
Table 2 - Quarter car model symbology ..... 19  
Table 3 - Half car model symbology ..... 20  
Table 4 Symbology for the full car model equations..... 27  
Table 5 - Suspension parameters ..... 32  
Table 6 - Active suspension Parameters after tuning..... 32  
Table 7 - Performance and robustness ..... 33  
Table 8 - Half car model simulation parameters..... 38  
Table 9 - Recalculated parameters for a FCM ..... 39  
Table 10 - Recalculated parameters for a FCM active suspension ..... 39  
Table 11 - Full car model simulation parameters ..... 40

## 4. Acronyms

DOF: Degrees of freedom

FCM: Full car model

HCM: Half car model

QCM: Quarter car model

ODE: Ordinary differential equation

## 5. Introduction

Since the origin of the automobile industry and with the continued evolution and development of the means of land transportation the need of isolate the irregularities from the road transmitted to the passengers was soon detected. (Aparicio, et al., 1995)

When passengers or cargos are transported using a vehicle, all the perturbations and possible damages must be minimized. For cargo and shipment, vibrations transmitted into the cabin must be reduced in order to avoid any harm on the content. On the other hand, when people are transported the more comfortable the journey is, the longer they can drive without feeling fatigue. Isolating the cabin of the driver from any disturbance can increase the concentration of the driver leading to a safer voyage. (Casacajosa, 2000)

The need of using suspension systems is not only motivated by the comfort tolerance of the passengers but also the requirement to maintain the wheels and the road in contact at all time, the reason for that is that the stability and control of the vehicle are mainly related to the vertical forces acting on each wheel. The wheels of the vehicles cannot transfer forces to the road when the contact between them is lost. (Crouse, 1993)

## 6. Suspension system function.

The suspension systems must reduce the effects from the irregularities of the surface of the road on the vehicle and maintain the vehicle in contact with the road, but these are not the only functions that the suspension system must carry, more precisely all the functions that suspension system must accomplish are:

### **Improve the comfort**

This is the main reason why suspension systems were introduced in first place, isolating the vehicle from the irregularities of the terrain can improve the comfort of the passengers and at the same time the respond of the car. The seats and tyres also improve the sensation and comfort of the passengers, the softer these elements are the more comfort the passengers will sense. (Mitra, 2013)

### **Protect the vehicle**

By avoiding the irregularities of the road to be transmitted to the cabin, the vehicles are no longer under the influence of oscillations with big frequencies that may damage their parts, such as the engine or transmission part that can stop the car from working correctly. In this specific case the tyre is the main responsible to filter those isolation, since the natural frequency of the tyres is close to the oscillations that can be found in the road avoiding that they can be transferred into the vehicle. (Agharkakli, et al., 2012)

### **Stability**

When the vehicle moves and follows a non-straight path during the trajectory, centrifugal forces are generated. These forces transfer the load from one wheel to another, this may result in the lost of grip and thus the safety of the passengers. The suspension system reduces the forces that tyres are under by absorbing them. (Edmondson, 2011)

Some vehicles include auxiliary elements known as anti-rolling bar to try to minimize this issue. The stability function opposes the comfort sensation, since both functions are related to the stiffness of the suspension if the stability of the car is improved then the

stiffness of the car must be increased reducing the comfort sensation into the passengers. (Bastow & Howard, 1996)

### **Ensure the contact of the car and the road.**

The displacement between tyres and vehicle allows the tyres to maintain the contact with the road and to adapt the irregularities. If a vehicle did not have a suspension and the road was slightly uneven, at least one of the wheels may lose the contact if this happens it is impossible to transmit the braking, traction and directional efforts from the vehicle to the road. (Unaune, 2011)

### **Improve the directionality**

Another effect that the contact between the wheels and the road is the improvement of the directionality. By ensuring the contact of the wheels with the road, the tyres can still transmit the directional forces and control the direction of the vehicle. (Bastow & Howard, 1996)

## **7. Suspension System**

It has been previously mentioned that the main function of the suspension systems is to absorb the reactions produced in the wheels by the irregularities, so the passenger's comfort is not interrupted, and the cargo and parts of the car are not damaged. This is achieved by the combined action of the tyre, the elastic system of the suspension and finally the car seat. (Dieter, 2000)

The air pressure and the rubber only absorb the small imperfections on the road, the most important objective of the tyre is to provide a good grip and a silent journey. When the amplitude of the irregularities and perturbations cannot be absorbed by the tyres, the elastic element of the suspension system absorb them generating oscillations on the wheel that will be as low as the hardness of the suspension, these oscillations of the semi-suspended mass must be quickly buffered by the absorbers to maintain the car in contact with the road at any time. (Mitra, 2013)

In order to be able to explain the behaviour of the suspension system few concepts must be explained first.

### **Vehicle mass**

From the perspective of the suspension system the mass of the car can be split in two different groups:

#### *Un-suspended mass:*

The un-suspended mass is composed by the wheels and all the elements that connect them to the cabin of the vehicle, this includes the brakes, the elements of the suspension among others.

#### *The suspended mass.*

The term suspended mass is used when referred to all the elements not included in the un-suspended mass like the engine and the cabin, for example. Usually the lighter the suspended mass the better the behaviour of the suspension system. (Luque, et al., 2004)

## Vibrations

Most of land means of transport can reach high velocities and that make them to be submitted under different spectrum of vibrations. These vibrations are transmitted to the passengers either visually, tactile or auditive. Auditive vibrations are usually referred as “noise”. These vibrations can be classified regarding its frequency, anything below 25 Hz can be classified as vibrations since the human ear cannot perceive them, between 25-25000 Hz is the spectrum of the human sense, so these vibrations are considered as noise. (Inman, 2014)

These vibrations can be originated either in the vehicle, usually the engine (direct forces) or by an external source (indirect forces), the main external source of the indirect forces is the generated by the contact of the tyre and the road and this increases as the velocity of the car does. The vibrations that affect the car can also be classified in three different groups:

- 1-3 Hz These vibrations affect mainly the suspended mass.
- 5-40 Hz the frequency of oscillation of the un-suspended mass.
- 40-250 Hz These oscillations are produced in the unsuspended mass due to the natural frequency of the tyre. (Inman, 2014)

All the frequencies above 250 Hz can only by sensed by the ear in human beings and should not be studied at the same time than the other frequencies named since the effect in the comfort of the passenger is completely different.

## 8. Elements of suspension system

The first factories started to add simple suspension systems on the vehicles to create a minimum isolation in the cabin from the irregularities of the pavement, such as leaf springs, slender arc-shaped length of spring steel (Aparicio, et al., 1995) these systems were mainly used in the previous century. The leaf springs link the wheels and the car providing a flexible union between them. After the second world war the evolution of the industry and the use of helicoidal springs led to the design of independent suspension systems, these new elements had a lower resistance forces but did not dissipate the energy induced into the system fast enough, so absorbers were then included in the new suspension system to dissipate the energy. (Edmondson, 2011)

Nowadays there are many different types of suspension systems but most of them still use helicoidal springs and absorbers in diverse shapes and geometries.

### Leaf Springs

This system is formed by different steel blades of different length assembled together. The position of each blade depends on its length, the system is mounted following a specific pyramidal order where all the blades are linked to the longest blade decreasing their length layer by layer. The longest blade is connected to the vehicle by its ends. (Bastow & Howard, 1996)

The main reason why this system was so popular is that its geometry allows only the vertical displacement evading the need of a guiding element, their fabrication is economic, they are easy to repair, substitute or modify but also the friction between the blades



provides a dumping effect avoiding the need of use absorbers in the configuration. (Crouse, 1993)

However, the excessive weight and maintenance made them soon obsolete.

### **Helicoidal springs**

Helicoidal springs are widely used nowadays as elastic element of the suspension system of most of the vehicles they are used as energy accumulator elements instead of the archaic leaf springs. The first helicoidal springs had a constant pass between the rings and fixed crossed-sections and diameters thus provided an almost constant spring coefficient, modern springs change these parameters on the design to vary the constant of stiffness to adapt the behaviour and performance of the car depending on the compression of the spring. The functioning of these elements is ruled by the law of elasticity, also known as Hooke's law, that stipulates that for small deformations the reacting force of the system is proportional to the displacement. (Crouse, 1993)

$$F = -k \Delta x \quad (\text{eq.1})$$

As previously stated, suspension system is a vibratory system that when external excitations are applied produces oscillatory movements. Helicoidal springs are not the only elastic elements that may be found on suspension systems, most of the modern vehicles possess compression buffer stops ubicated either in the springs, the vertical axes or in the arms of the suspension. These elements are usually made out of rubber or polyurethane elastomers that avoid the high frequencies in the un-suspended mass to the suspended mass. (Casacajosa, 2000)

### **Shock absorber**

The main objective of the absorbers is to dissipate the kinetic energy originated by the dynamics of the semi suspended mass of the vehicle, this energy is dissipated thanks to the heat transfer, to allow the suspension to return to its neutral position avoiding any possible bounce of the tyre and thus improving the control over the vehicle. Viscid absorbers are widely used benefitting by the hydraulic procedure. The required characteristics of the absorbers are strongly linked to the need of prevent plausible oscillations into the system and the lack of comfort that a rush cushion may inflict into the passengers. Absorbers use viscous fluid to disperse the energy due to the dragging forces generated into the absorber that are proportional to the vertical velocity of the suspension displacement, therefore the bigger the velocity the bigger the reactive force of the absorbers. This dragging force is obtained by the liquid into the absorber passing from one chamber to another through small holes producing a differential pressure that is proportional to the velocity of the liquid passing by. (Aparicio, et al., 1995)

### **Categories of suspensions systems**

It has been known that a perfect combination between comfort and performance on vehicle is not easily achievable. This problem become more challenging by the different types of conditions that the road and vehicle are undergone, such as varieties of pavements, velocity of the car or the mass of the cargo. All these circumstances made difficult to find the correct parameters in the suspension system of a car that can provide an optimum balance between the comfort and the performance. (Bastow & Howard, 1996)

During the history, implementations on the suspension systems have been introduced to improve the comfort on the passenger and the carriage of shipment (Hurtel Erzeta, et al.,

2013). Nowadays the most common suspension systems that can be found in different vehicles are passive, active or semi-active suspension systems Figure 1 - Different configurations of suspension systems

a) Passive Suspension system b) semi-active suspension system c) Active suspension system .

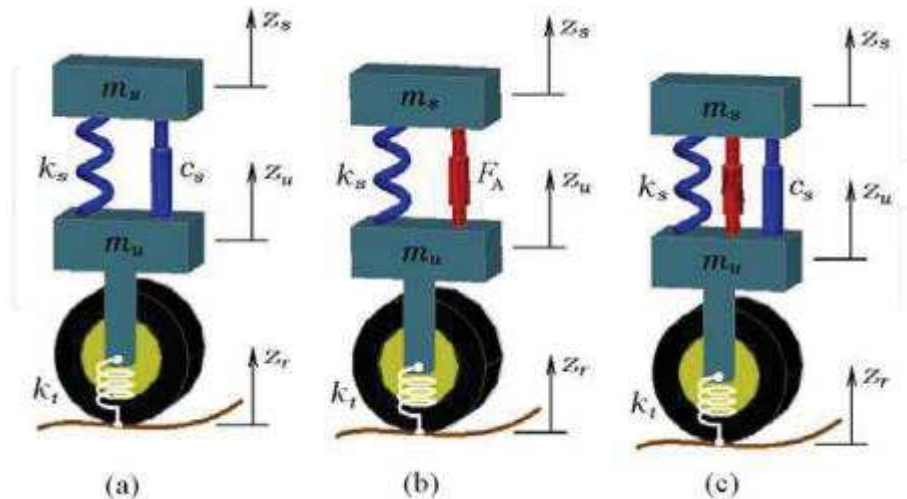


Figure 1 - Different configurations of suspension systems

a) Passive Suspension system b) semi-active suspension system c) Active suspension system (Conde, et al., 2008)

### Passive suspension Systems

Classic suspension systems are designed so the performance and comfort are not disturbed under any situation, but the parameters and configuration of the suspension cannot be modified by the drivers regarding their preferences or the conditions of the road, this becomes a challenging situation when the vehicle is under extreme conditions and security and stability of the vehicle are compromised. These suspension systems are also known as passive suspension systems. (Florin, 2013)

Automobile industry is looking for a new and upgraded designs that may improve the respond of the car. Engineers have developed new suspension system that completely differ from the classic suspension system to avoid these situations, these are known as non-passive suspension systems.

Non-passive suspension systems vary their characteristic to adapt to the circumstances of the road or the vehicle.

### Semi active suspension:

Semi active systems are similar to passive systems but the values of the damping coefficient on the absorbers can be adjusted either manually or automatically. Usually a controller changes this variable depending on different conditions like the load of the car or the type of road to provide a better experience and improve the comfort. (Hurtel Erzeta, et al., 2013)

Adjustable absorbers are widely used nowadays, and its use is becoming a common element in modern cars and medium range price. The comfort / behaviour dilemma can become less problematic by the change of damping coefficient, when perturbations affect

the suspended mass, producing resonance an enormous damping force is required, on the other hand when the perturbations are small a softer configuration is desired.

Most of modern semi active suspension systems use an electro-mechanic absorber that can vary the coefficient of its absorber depending on the information that the sensors of the car can read. The logic that the control system follows usually difference between the comfort, stability (lateral forces acting), acceleration and braking (longitudinal forces), velocity and suspension displacement (Hurtel Erzeta, et al., 2013). When the suspension displacement and steering angle surpass a set point, which depends on the velocity of the car, a change in the configuration is made. These setpoints can be found in a map which is stored in the memory of the controller and are read by the system periodically. The controller changes the configuration of the system to improve the stability thanks to a harder configuration.

### Active Suspensions

The first active suspension systems were used in Formula 1 to solve the problems related to the aerodynamic load, which F1 vehicles are summited when they reach high velocities. This aerodynamic load can increase the weight of the car over three times (Casacajosa, 2000). The increasement of the vertical load on the suspension lead to an increasement of the grip on the tyres allowing higher lateral forces that the elements of passive suspension system struggle to handle. This problem became a need, and the elements form the passive suspension were substituted by active elements (Rosheila Darus, 2009).

The simplest design of an active suspension consists on a hydraulic actuator controlled electronically instead of springs and shock absorbers. The source of the energy of this actuator is a hydraulic circuit where the pressure is originated by a pump, which is connected to the engine. One or more collectors are added to the circuit in order to reduce the fluctuations on the required pressure and supply enough energy on the demand peaks (Hurtel Erzeta, et al., 2013).

Like in semi-active suspension systems, different sensors are used to capture the behaviour of the vehicle constantly, most of the time vertical accelerator are used but also lateral accelerator and sensors to capture the position of the steering wheel, the position of each wheel and the load that each wheel are submitted are also used. The signals and information transmitted by each sensor are read by a computer and compared with the previous information, then the computer sends a signal to the actuator with the information of the load that must be supplied depending on each case.

The actuators, one per wheel, are hydraulic cylinders with double-effect where the flux is proportional to the control signal. The system is finally completed with a heat exchanger to dissipate the heat generated by the active suspension (Rosheila Darus, 2009).

Other suspension system combines the springs and absorbers of passive suspension systems with the active suspension allowing the passive elements to absorb the fastest oscillations and reducing the forces on the actuator decreasing the complexity and the prices of these systems. Nowadays pneumatic actuators are also used, producing a faster respond but smaller forces. (Hurtel Erzeta, et al., 2013)

On the other hand, active suspensions require to absorb a great amount of energy from the engine to produce the desired pressure in the hydraulic system. Also, the complexity of the system increases the weight and price of the vehicle. (Luque, et al., 2004)

## 9. Aim and objectives

The aim of this project is to simulate the suspension of the car using passive suspension systems and an active suspension system in three different simplified models used for vehicles suspension systems and tune both systems to improve the comfort and the ridding and compare these results in the different scenarios.

### Objectives:

- Understand how the different types of suspension systems work.
- Find the equations of the suspension systems for the different models.
- Implement these equations in MATLAB.
- Model the QCM, HCM and FCM in Simulink.
- Find the correct parameters of the suspension and collect the needed data to use in the simulation.
- Simulate the behaviour of the QCM, HCM and FCM in different scenarios.
- Study the perception of the comfort on the passengers

## 10. Mathematic modelling

The vibrations and forces acting on the vehicle can be split in direct forces or proper of the vehicle and indirect or external forces, aforementioned. These vibrations can affect both; the suspended mass and the semi-suspended mass, when their frequencies are in a specific range. These vibrations are usually located between 10 and 20 Hz. On the other hand, when frequencies are near 1 or 2 Hz affect mainly the suspended mass thus the comfort sensation of the passengers. (Inman, 2014)

Generally, road profiles contain undulations that may induce indirectly excitations with frequency close to natural frequency of the suspended mass, that could lead to big displacement on the suspension due to resonance effects. The grip loses on the wheels and the loss of control over the stability should be seriously considered and if possible evaded or at least reduced.

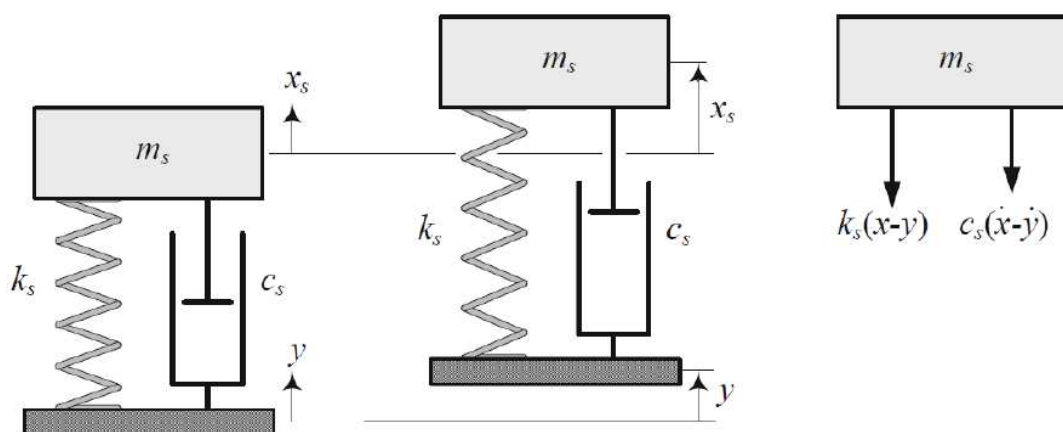


Figure 2 - Quarter car model of 1 degree of freedom representation (Jazar, 2017)

For security reasons any bouncing on the wheels must be reduced to maintain the wheels in contact with the road at any time and prevent the loss of grip, therefore the control of the vehicle. To understand the behaviour of the car and the suspension system, any movement

or displacement between the semi-suspended and suspended mass, including the bouncing, pitching and rolling of the car, must be studied.

In order to obtain the correct parameters and values for the elements of the suspension system a study of a simpler model must be carried, starting from a quarter car model (QCM) of the suspension system of 1 DOF (degree of freedom) that permit the researcher to investigate the respond and phenomena and to stablish a criteria and fundamentals of the design.

### Quarter car model (1 degree of freedom)

The QCM 1 DOF model is the simplest model for a suspension system that can be designed and at the same time, provides an accurate representation of an independent suspension of the quarter of a vehicle, but considering as irrelevant the suspended mass and the stiffness of the tyre. It can either represent the front or rear wheel or a simplification of the whole vehicle. If a representation of the rear or front wheel is made the parameters of the wheels must remain the same but the vertical forces acting on it vary depending on the distribution of the load of the vehicle. On the other hand, parting from the half car model, because the springs of the suspension are located parallelly a simplification of the two suspensions can be done creating a unique wheel with the parameter of both wheels combined. (Thite, 2012)

Even if this model is extremely simplified it is used to obtain the magnitude of the natural frequency for the un-suspended mass and adequate the parameters of the suspension regarding the limits of the comfort.

The equation of the 1 DOF can be obtained from the free body diagram.

$$m \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + C \frac{dz(t)}{dt} + K z(t) = F(t) \quad (\text{eq. 2})$$

If  $F(t)=0$ , then the differential equation can be transformed into a characteristic polynomial equation and solved as a linear differential equation.

$$z(t) = Z e^{\omega t} \quad (\text{eq. 3})$$

From the characteristic equations of the system two solutions can be obtained,  $w_1$  y  $w_2$ , known as fundamental frequencies of the system.

$$\omega_{1,2} = \frac{-B}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2m}\right)^2 - \frac{K}{m}} \quad (\text{eq. 4})$$

It is a 2 solutions equation, where the respond of the eq(2) for a linear system will be as follows.

$$z(t) = X \cdot e^{\omega_1 t} + Y \cdot e^{\omega_2 t} \quad (\text{eq. 5})$$

Where X and Y are constant values which depend on the initial conditions. Substituting in the previous equations:

$$z(t) = e^{-\left(\frac{B}{2m}\right)t} [X e^{I t} + Y e^{-I t}] \quad (\text{eq. 6})$$

Where:

$$I = \sqrt{\left(\frac{B}{2m}\right)^2 - \frac{K}{m}} \tag{eq. 7}$$

For  $I = 0$ , the system is oscillatory and damped. Then, the critic damping can be defined as.

$$B_{crit} = 2m \sqrt{\frac{K}{m}} = 2 \sqrt{K \cdot m} \tag{eq. 8}$$

The dumping coefficient can be defined as.

$$\xi = B/B_{crit} \tag{eq. 9}$$

Depending on the value of B, the system then can be categorized as undamped, underdamped, critically damped and overdamped.

- $B > B_{crit}$  Overdamped: The system returns to its natural position with no oscillations
- $B = B_{crit}$  Critically damped: The system returns to the natural position as quickly as it can be with no oscillations
- $B < B_{crit}$  Underdamped: The system oscillates with a gradual decrement of the amplitude till its value reaches zero.
- $B = 0$  Undamped: The system oscillates with no damping.

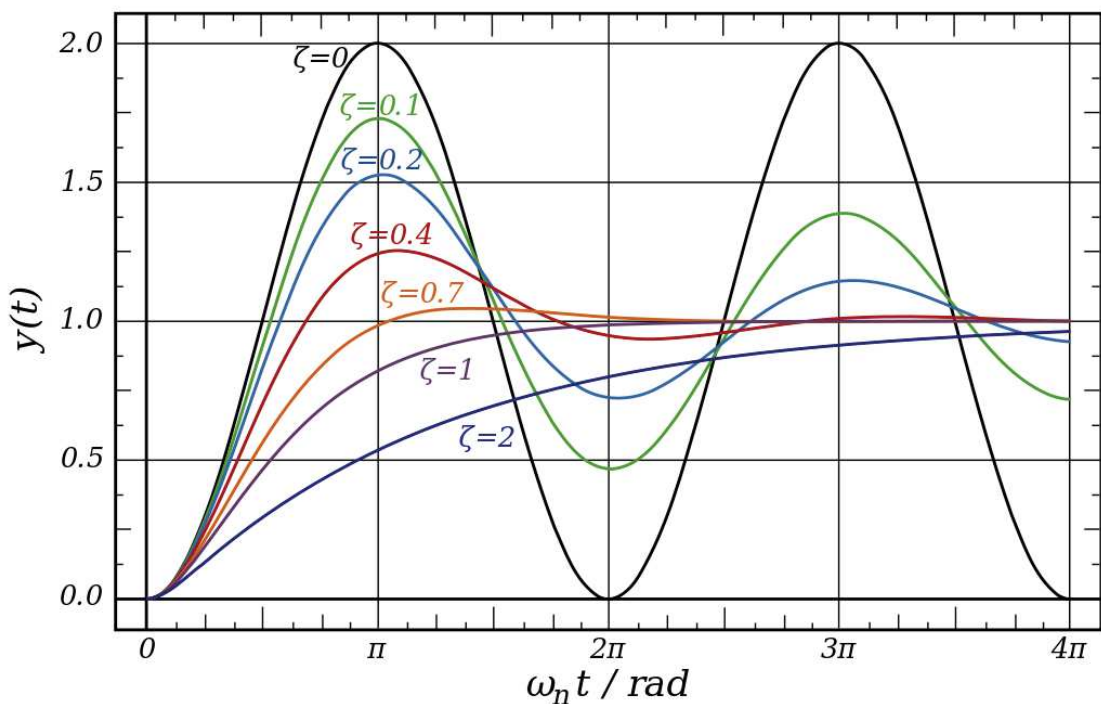


Figure 3 - Damping ratio graph (source www.revolvy.com)

The damping effect in a suspensions system comes from the hydraulic dissipating element. Critically damped systems control the frequencies close to 1 Hz satisfactorily, but the behaviour worsens when the frequency has augmented. Overdamped systems ( $\xi = 2$ ) present resonance effects at 3-4 Hz. For  $\xi = 0.2$  the system natural frequency a 2% bigger than the undamped system, if  $\xi = 0.4$  then the natural frequency decreases a 10%

(Aparicio, et al., 1995). In modern cars usually, suspension systems have a dumping ratio ( $\xi$ ) between 0.2 and 0.4 so the natural frequency is not altered, commonly  $\xi = 0.25$ .

(Luque, et al., 2004) A graphical representation of the different systems can be found in Figure 3 - Damping ratio graph (source www.revolv.com)

If the fundamental frequency of the suspended mass typically is 1 Hz or similar values (1 to 3 Hz) and the dumping ratio is equal to 0.25, the optimum value of K for this frequency and suspended mass can be found.

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \tag{eq. 10}$$

Where:

$$K = 4\pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 \tag{eq. 11}$$

Once the value of K has been found, by substituting in eq.8 the damping value can be found:

$$B = 0.25 \cdot B_{crit} = 0.25 \cdot 2 \cdot \sqrt{K \cdot m} \tag{eq. 12}$$

The QCM of 1 DOF and its characteristic equation (eq.1) can also be expressed as a linear polynomial and be solved using integrative models or numerical methods for ordinary differential equations such as the Euler method or Runge-Kutta.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \tag{eq. 13}$$

By using the data of the suspension system from previous work where the parameters of the car were as follows:

Table 1 - Suspension parameters from previous works

	(Florin, 2013)	(Conde, et al., 2008)	(Agharkakli, et al., 2012)	(Hurel, et al., 2012)	(Nath, 2012)		
k (stiffness)	13500	17900	16812	16000	18600	18147	18147
b (damping)	1400	1000	1000	1500	1000	1250	1962
m (mass)	466,5	282	290	250	250	284	284
$\omega$ (natural frequency)	0,856	1,268	1,211	1,273	1,372	1,272	1,272
$\xi$ (damping ratio)	0,278	0,222	0,226	0,375	0,231	0,275	0,432

Substituting these values into the previous formulas, it can be seen that most of the values of the dumping ratio are close to  $\xi = 0.25$ . As a starting point of the project the different values of the parameters used by T. Nath will be used for this project Table 1 - Suspension parameters from previous works, since their natural frequency and damping coefficient not only match the expected values, but the paper also includes enough information to extrapolate these values to a full car model.

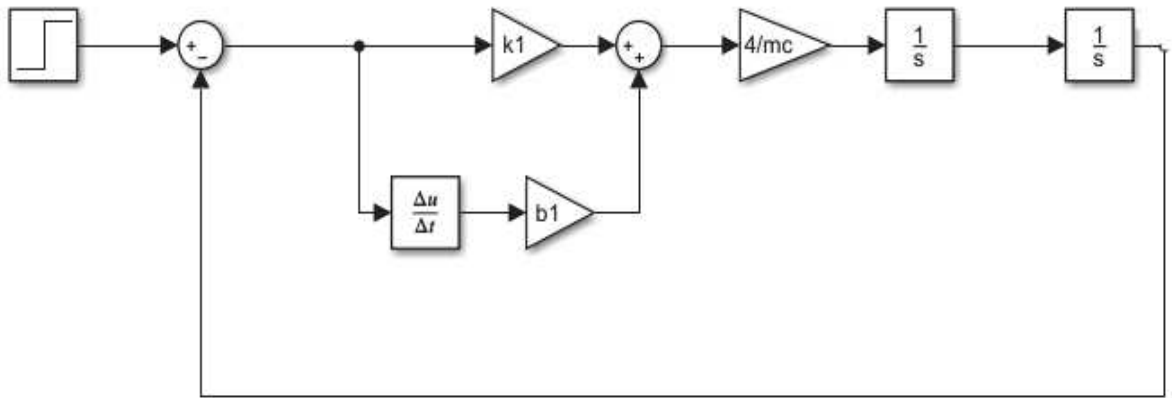


Figure 4 - Quarter car model 1 degree of freedom block diagram in Simulink

In this specific project the mathematical model is converted into a block diagram in SIMULINK Figure 4 - Quarter car model 1 degree of freedom block diagram in Simulink, which will solve the system by different ODE (ordinary differential equation) solver methods depending on its own algorithm. The Simulink solver can choose a different ODE to solve the system in the more precise way, always following a criterion depending on the time of calculation and the precision of the results. Habitually, the more precise the results are the longer time the software takes to solve the system. (Moore, 2012)

**Quarter Car model (2 degrees of freedom)**

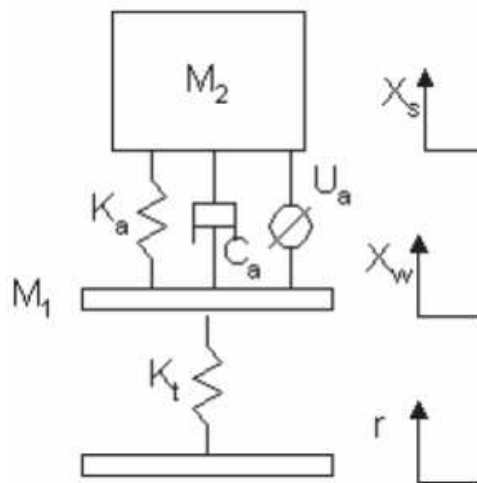


Figure 5 - Quarter car model 2 degrees of freedom representation (Agharkakli, et al., 2012)

The QCM (2 DOF) can be considered as an upgrade from the QCM (1 DOF), this model no longer considers as insignificant the suspended mass and the stiffness of the tyre, this model still represents a quarter car model, but the movement of the semi-suspended mass and the suspended mass can be studied at the same time. Since now there are 2 degrees of freedom, two equations are needed to solve the system. The dynamic equations can be obtained using Newton’s law following the free body diagram in Figure 5 - Quarter car model 2 degrees of freedom representation :

$$m_s \ddot{x}_s = -c_s (\dot{x}_s - \dot{x}_u) - k_s (x_s - x_u) = 0 \tag{eq. 14}$$



$$m_u \ddot{x}_u = c_s (\dot{x}_s - \dot{x}_u) + k_s (x_s - x_u) - k_u (x_u - y) = 0$$

Always that the following criteria are satisfied:

$$x_s > x_u > y \tag{eq. 15}$$

These two equations follow a similar pattern and the equations can be expressed as a matrix system that can simplify the solving of the equations.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\}$$

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_s \\ \ddot{X}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & -C \\ -C & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{X}_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -K_s \\ -K_s & K_s + K_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_s \\ X_u \end{bmatrix} = [F] \tag{eq. 16}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ k_s * y \end{bmatrix} = [F]$$

Table 2 - Quarter car model symbology

Symbol	Meaning	Units
$m_s$	Suspended mass	kg
$m_u$	Un-suspended mass	kg
$c$	Damping coefficient	N s/m
$k_s$	Suspension stiffness (spring constant)	N/m
$k_u$	Tyre stiffness (spring constant)	N/m
$y$	Scope of the perturbation of the wheel	m

The Simulink model can be found in Figure 6- Quarter car model 2 degrees of freedom block diagram in Simulink and represents a more complex system than the QCM 1 DOF.

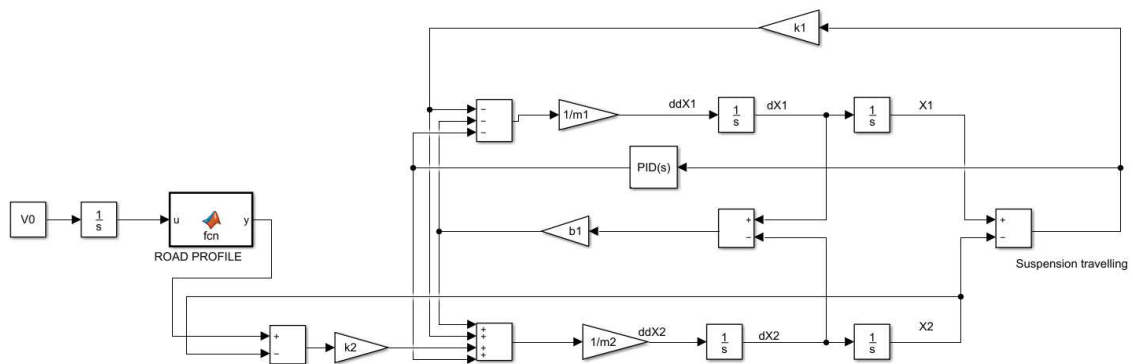


Figure 6- Quarter car model 2 degrees of freedom block diagram in Simulink

Half car model

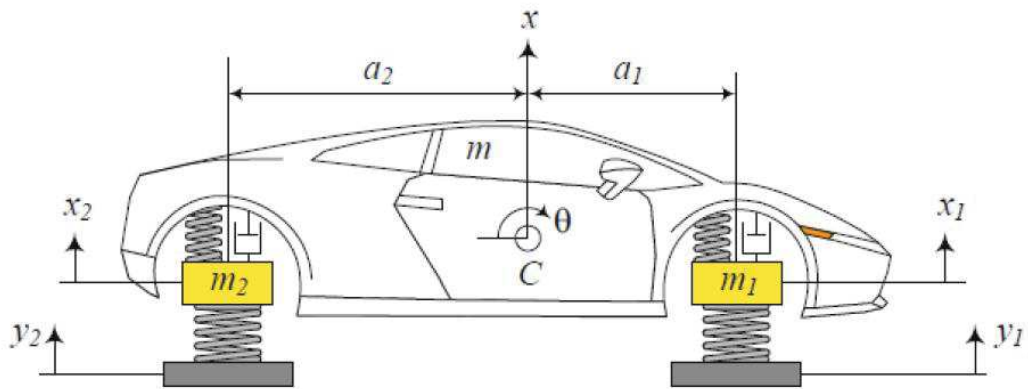


Figure 7 - Half car model representation (Jazar, 2017)

The QCM it is a one-wheel vehicle that cannot represent all the degrees of freedom of a standard vehicle. Since there is a distance between the axis of the front and rear suspension, there is not only one external force acting into the system but at least two important forces acting at the same time for a HCM to be considered. These two forces and the displacement between them produce not only a bouncing of the car but also a rotation of the longitudinal axis or pitching. The pitching ( $\theta$ ) and bouncing ( $z$ ) of the vehicle should be considered as two different case of study for the reason that they affect the riding and comfort in different ways. (GAO, et al., 2007)

The half car model is a 2D representation of the car, to explain the modelling of the half car model a lateral view of the car be used Figure 7 - Half car model representation . The model represents only 2 wheels, one wheel represents the front of the car, including its suspension and wheels and the second one the rear of the car. Assuming that the load of the car is perfectly distributed at both side of the car, and that the profile of the road is symmetric a simplification of the car is used, where the weight of the car is the 50% of the total load but the model keeps the suspension parameters for each wheel. (Bastow & Howard, 1996)

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} + c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) + k_1(x - x_1 - a_1\theta) + k_2(x - x_2 + a_2\theta) &= 0 \\
 I_y\ddot{\theta} - a_1c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + a_2c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) - a_1k_1(x - x_1 - a_1\theta) + a_2k_2(x - x_2 + a_2\theta) &= 0 \\
 m_1\ddot{x}_1 - c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) - k_1(x - x_1 - a_1\theta) + k_{t1}(x_1 - y_1) &= 0 \\
 m_2\ddot{x}_2 - c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) - k_2(x - x_2 + a_2\theta) + k_{t2}(x_2 - y_2) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{eq. 17}$$

Table 3 - Half car model symbology

Symbol	Meaning	Units
--------	---------	-------

$m$	Suspended mass	kg
$m_1$	Front un-suspended mass	kg
$m_2$	Rear un-suspended mass	kg
$I_y$	Moment of inertia of the vehicle in the transversal axis	kg m <sup>2</sup>
$c_1$	Damping coefficient in the front suspension	N s/m
$c_2$	Damping coefficient in the rear suspension	N s/m
$k_1$	Front suspension stiffness (spring constant)	N/m
$k_2$	Rear suspension stiffness (Spring constant)	N/m
$k_{t1}$	Front tyre stiffness	N/m
$k_{t2}$	Rear tyre stiffness	N/m
$y_1$	Scope of the perturbation of the front wheel	m
$y_2$	Scope of the perturbation of the rear wheel	m
$a_1$	Longitudinal distance from the centre of mass to the front suspension	m
$a_2$	Longitudinal distance from the centre of mass to the rear suspension	m
$\theta$	Pitching angle of the vehicle	rads

As the previous model, the full car model equations can also be represented as:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\}$$

Where:

$$\{x\} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 2k & kb_1 - kb_2 & -k & -k \\ kb_1 - kb_2 & kb_1^2 + kb_2^2 & -kb_1 & 0 \\ -k & -kb_1 & k + k_t & 0 \\ -k & kb_2 & 0 & k + k_t \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 18})$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 2c & cb_1 - cb_2 & -c & -c \\ cb_1 - cb_2 & cb_1^2 + cb_2^2 & -cb_1 & 0 \\ -c & -cb_1 & c & 0 \\ -c & cb_2 & 0 & c \end{bmatrix}$$

$$\{F\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ y_1 k_1 \\ y_2 k_2 \end{bmatrix}$$

Pitching study in a vehicle is important because it is an undesired oscillation and it is the principal source of the longitudinal vibrations when the position is above the centre of mass, also the pitching produces an uneven distribution of the load producing a loss of grip and increasing the time that the vehicle need to fully stop in case of an emergency braking.

The combination of the pitching and bouncing governs the vertical and longitudinal vibrations into the vehicle. (GAO, et al., 2007)

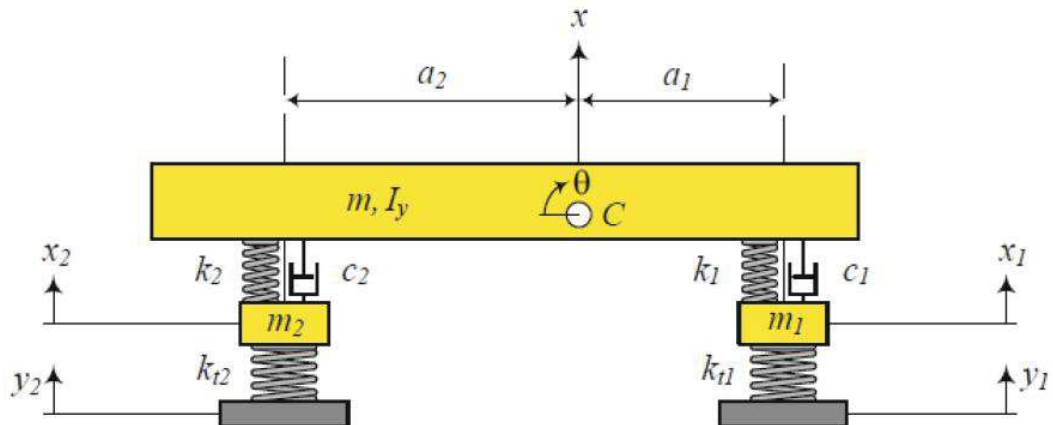


Figure 8 - Simplification of the half car model (Jazar, 2017)

The excitations created by the irregularities of the road are not independent for the different axis, rear wheels follow almost the same profile than the front wheels do but with a delay. This delay is equal to the distance between the front and rear wheels divided the velocity at that specific moment. The delay can filter the amplitude of the bouncing and the pitching as later will be explained.

*Maurice Olley* was one of the greatest mechanical engineers in the 30's and considered as the father of the modern vehicle dynamics engineering. He proposed a few rules to improve the comfort on the passengers, even if the comfort is something subjective these rules are still applied in most of modern cars. One of this rule claims that the rear suspension should be have a bigger stiffness coefficient thus a bigger natural frequency. This rule sometimes cannot be so obvious but observing the vehicle passing through a speed bump it can easily be explained, the oscillation affects in first place the front wheels and then the rear wheels, increasing the pitching due to the difference in the height of the rear and front part of the car. If the stiffness of the rear wheel has been changed then the natural frequency will change as well (Olley, 2002). The bouncing of the both limits of the car will be in the same phase after one or two oscillations, this is clearly explained in the Figure 9 - Travelling of the passive front and rear suspension systems after a unitary step and Figure 10 - Travelling of the active front and rear suspension systems after a unitary step.

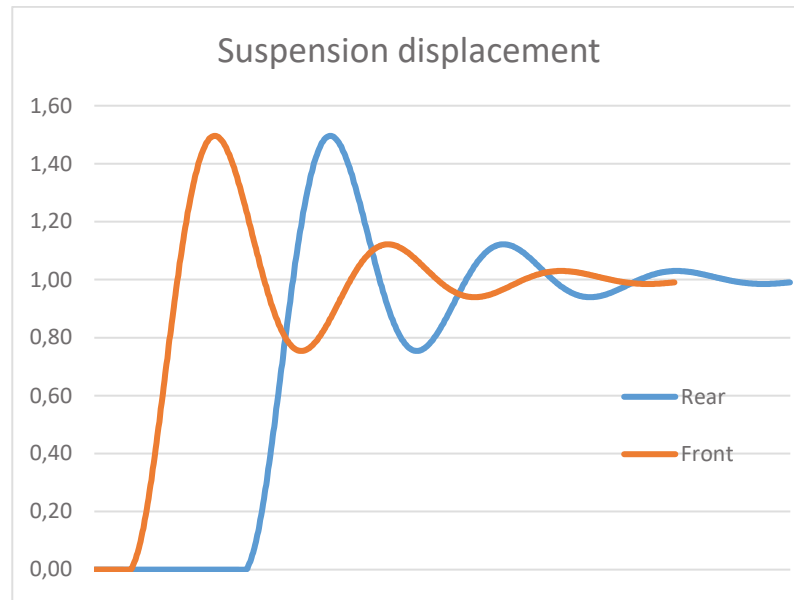


Figure 9 - Travelling of the passive front and rear suspension systems after a unitary step

To avoid the effects that unsynchronized suspensions can cause, the natural frequency of the rear suspension can be changed by manipulating its stiffness.

Supposing that the oscillations of the rear and front suspension are wanted to be synchronised after the third oscillations of the front suspension, the system will be governed by the following equations where  $a$  represents the delay of the perturbation in the rear wheel.

$$\frac{3}{\omega_n} = \frac{2}{\omega} + a \tag{eq. 19}$$

$$\omega = \frac{(3 \omega_n) - a}{2}$$

After finding the natural frequency that the system must adopt, the stiffness of the rear suspension can be found by substituting in eq.9:

$$K' = 4\pi^2 \cdot m \cdot \omega^2 = 4 \pi^2 \cdot m \left( \frac{3 \cdot \omega_n - \left(\frac{b}{v}\right)}{2} \right)^2 \tag{eq. 20}$$

The value that proportional controller must adapt ( $P_{PID}$ ) is obtained by:

$$P_{PID} = K' - K_s \tag{eq. 21}$$

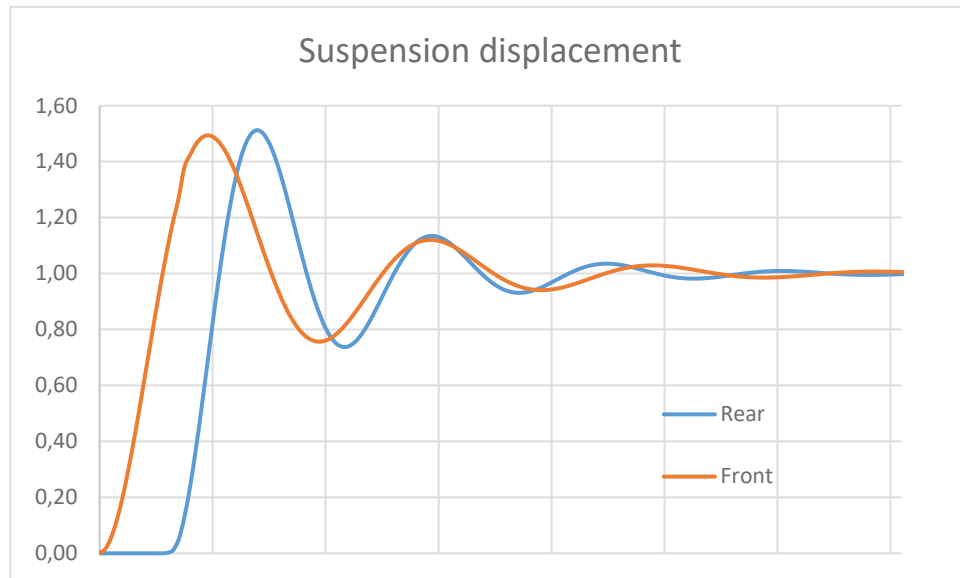


Figure 10 - Travelling of the active front and rear suspension systems after a unitary step

When the front and rear suspension are synchronised the position of the front and rear is the same and the pitching of the vehicle is 0 and only the bouncing effects will disturb the comfort into the vehicle.

**Full Car Model**

The FCM represents the whole vehicle and the 7 DOF. The model represents the bouncing of the four wheels and the vehicle but also the pitching and rolling. The rolling ( $\varphi$ ) is defined as the rotation of the body on the X (longitudinal) axis of the vehicle. Generally speaking, the rolling of the vehicle is the gathering of the rolling of the suspension and the rolling of the axis of the wheel due to the deformations of the tyres. For a rigid body like a utility vehicle, the torsional angle of the structure of the vehicle is insignificant. (Edmondson, 2011)

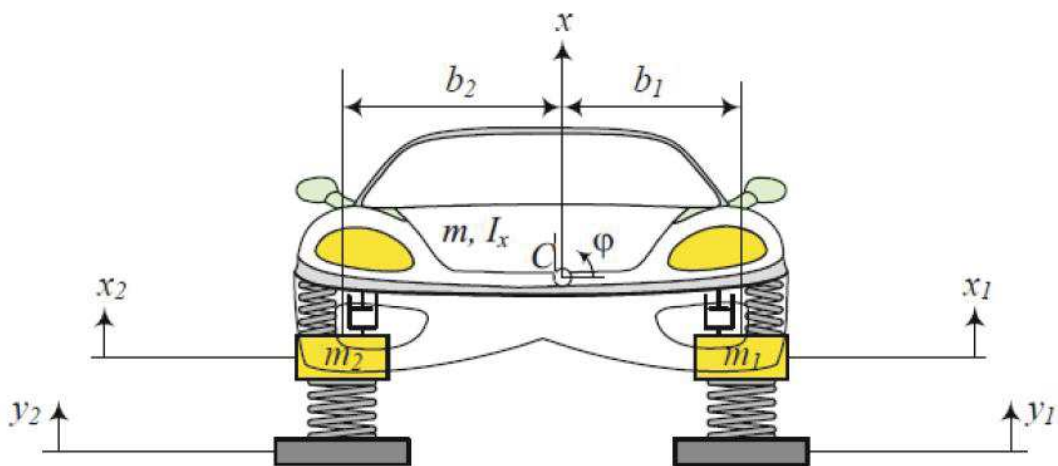


Figure 11 - Front view of car model (Jazar, 2017)

The rolling of the elements of the vehicle causes a drop in the tyres chamber angle, and the elements of the suspension at both side of the car are under completely different solicitations, this produces a vertical load transfer that usually leads to reduce the distance

between the left and right wheels and elevate the height of the centre of mass decreasing the stability and the control of the car.

For this model a few simplifications were made, an independent suspension system is used for the four wheels and the elements of the suspension are located vertically, normal to the plane of the vehicle and at the same position than the wheels to simplify the equations. A representation of the model can be found in Figure 12 - Representation of a full car model.

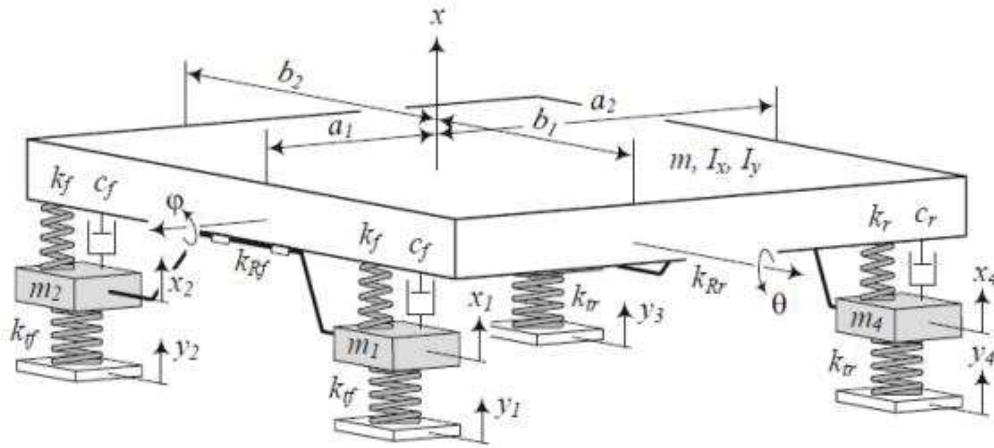


Figure 12 - Representation of a full car model

$$m\ddot{x} + c_f(\dot{x} - \dot{x}_1 + b_1\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) + c_f(\dot{x} - \dot{x}_2 - b_2\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) + c_r(\dot{x} - \dot{x}_3 - b_2\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) + c_r(\dot{x} - \dot{x}_4 + b_1\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) + k_f(x - x_1 + b_1\phi - a_1\theta) + k_f(x - x_2 - b_2\phi - a_1\theta) + k_r(x - x_3 - b_2\phi + a_2\theta) + k_r(x - x_4 + b_1\phi + a_2\theta) = 0$$

$$I_x\ddot{\theta} + b_1c_f(\dot{x} - \dot{x}_1 + b_1\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) - b_2c_f(\dot{x} - \dot{x}_2 - b_2\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) - b_2c_r(\dot{x} - \dot{x}_3 - b_2\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) + b_1c_r(\dot{x} - \dot{x}_4 + b_1\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) + b_1k_f(x - x_1 + b_1\phi - a_1\theta) - b_2k_f(x - x_2 - b_2\phi - a_1\theta) - b_2k_r(x - x_3 - b_2\phi + a_2\theta) + b_1k_r(x - x_4 + b_1\phi + a_2\theta) = 0$$

$$I_y\ddot{\theta} - a_1c_f(\dot{x} - \dot{x}_1 + b_1\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) - a_1c_f(\dot{x} - \dot{x}_2 - b_2\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) + a_2c_r(\dot{x} - \dot{x}_3 - b_2\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) + a_2c_r(\dot{x} - \dot{x}_4 + b_1\dot{\phi} + a_2\dot{\theta}) - a_1k_f(x - x_1 + b_1\phi - a_1\theta) - a_1k_f(x - x_2 - b_2\phi - a_1\theta) + a_2k_r(x - x_3 - b_2\phi + a_2\theta) + a_2k_r(x - x_4 + b_1\phi + a_2\theta) = 0 \quad (\text{eq. 22})$$

$$m_f\ddot{x}_1 - c_f(\dot{x} - \dot{x}_1 + b_1\dot{\phi} - a_1\dot{\theta}) - k_f(x - x_1 + b_1\phi - a_1\theta) + k_{tr}(x_1 - y_1) = 0$$

$$m_f \ddot{x}_2 - c_f (\dot{x} - \dot{x}_2 - b_2 \dot{\varphi} - a_1 \dot{\theta}) - k_f (x - x_2 - b_2 \varphi - a_1 \theta) + kt_r (x_2 - y_3) = 0$$

$$m_r \ddot{x}_3 - c_r (\dot{x} - \dot{x}_3 - b_2 \dot{\varphi} + a_2 \dot{\theta}) - k_r (x - x_3 - b_2 \varphi + a_2 \theta) + kt_r (x_3 - y_3) = 0$$

$$m_r \ddot{x}_4 - c_r (\dot{x} - \dot{x}_4 + b_1 \dot{\varphi} + a_2 \dot{\theta}) - k_r (x - x_4 + b_1 \varphi + a_2 \theta) + kt_r (x_4 - y_4) = 0$$

These equations can also be formulated in a matrix system.

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{x}\} = \{\mathbf{F}\}$$

$$\{\mathbf{x}\} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \varphi \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & -c_f & -c_f & -c_r & -c_r \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & -b_1 c_f & b_2 c_f & b_2 c_r & -b_1 c_r \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & a_1 c_f & a_1 c_f & -a_2 c_r & -a_2 c_r \\ -c_f & -b_1 c_f & a_1 c_f & c_f & 0 & 0 & 0 \\ -c_f & b_2 c_f & a_1 c_f & 0 & c_f & 0 & 0 \\ -c_r & b_2 c_r & -a_2 c_r & 0 & 0 & c_r & 0 \\ -c_r & -b_1 c_r & -a_2 c_r & 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 23})$$

Where:

$$\begin{aligned} c_{11} &= 2c_f + c_r \\ c_{21} &= c_{12} = b_1 c_f - b_2 c_f + b_1 c_r - b_2 c_r \\ c_{13} &= c_{31} = 2a_2 c_r - 2a_1 c_f \\ c_{22} &= b_1^2 c_f + b_2^2 c_f + b_1^2 c_r + b_2^2 c_r \\ c_{32} &= c_{23} = a_1 b_2 c_f - a_1 b_1 c_f + a_2 b_1 c_r - a_2 b_2 c_r \end{aligned} \quad (\text{eq. 24})$$



$$c_{33} = 2c_f a_1^2 + 2c_r a_2^2$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & -k_f & -k_f & -k_r & -k_r \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & -b_1 k_f & b_2 k_f & b_2 k_r & -b_1 k_r \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & a_1 k_f & a_1 k_f & -a_2 k_r & -a_2 k_r \\ -k_f & -b_1 k_f & a_1 k_f & k_f + k_t & 0 & 0 & 0 \\ -k_f & b_2 k_f & a_1 k_f & 0 & k_f + k_t & 0 & 0 \\ -k_r & b_2 k_r & -a_2 k_r & 0 & 0 & k_r + k_t & 0 \\ -k_r & -b_1 k_r & -a_2 k_r & 0 & 0 & 0 & k_r + k_t \end{bmatrix}$$

Where:

$$\begin{aligned} k_{11} &= 2k_f + 2k_r \\ k_{21} = k_{12} &= b_1 k_f - b_2 k_f + b_1 k_r - b_2 k_r \\ k_{31} = k_{13} &= 2a_2 k_r - 2a_1 k_f \\ k_{22} &= b_1^2 k_f + b_2^2 k_f + b_1^2 k_r + b_2^2 k_r \\ k_{32} = k_{23} &= a_1 b_2 k_f - a_1 b_1 k_f + a_2 b_1 k_r - a_2 b_2 k_r \\ k_{33} &= 2k_f a_1^2 + 2k_r a_2^2 \end{aligned} \tag{eq. 25}$$

$$\{F\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ y_1 k_t \\ y_2 k_t \\ y_3 k_t \\ y_4 k_t \end{bmatrix}$$

Table 4 Symbology for the full car model equations

Symbol	Meaning	Units
$m$	Suspended mass	kg
$m_1$	Front right un-suspended mass	kg
$m_2$	Front left un-suspended mass	kg
$m_3$	Rear front un-suspended mass	kg
$m_4$	Rear left un-suspended mass	kg
$I_x$	Moment of inertia of the vehicle in the transversal axis	kg m <sup>2</sup>
$I_y$	Moment of inertia of the vehicle in the transversal axis	kg m <sup>2</sup>
$c_f$	Damping coefficient in the front suspension	N s/m
$c_r$	Damping coefficient in the rear suspension	N s/m
$k_f$	Front suspension stiffness (spring constant)	N/m
$k_r$	Rear suspension stiffness (Spring constant)	N/m
$k_t$	Front wheel stiffness	N/m

$kt_r$	Rear wheel stiffness	N/m
$y_1$	Scope of the perturbation of the right front wheel	m
$y_2$	Scope of the perturbation of the left front wheel	m
$y_3$	Scope of the perturbation of the right rear wheel	m
$y_4$	Scope of the perturbation of the left rear wheel	m
$a_1$	Longitudinal distance from the centre of mass to the front suspension	m
$a_2$	Longitudinal distance from the centre of mass to the rear suspension	m
$b_1$	Transversal distance from the centre of mass to the left extreme of the suspension	m
$b_2$	Transversal distance from the centre of mass to the right extreme of the suspension	m
$\varphi$	Rolling angle of the vehicle	rads
$\theta$	Pitching angle of the vehicle	rads

In Simulink, the system complexity escalates a representation can be found in FIGURE where the subsystem can be found in the Appendixes of the project.

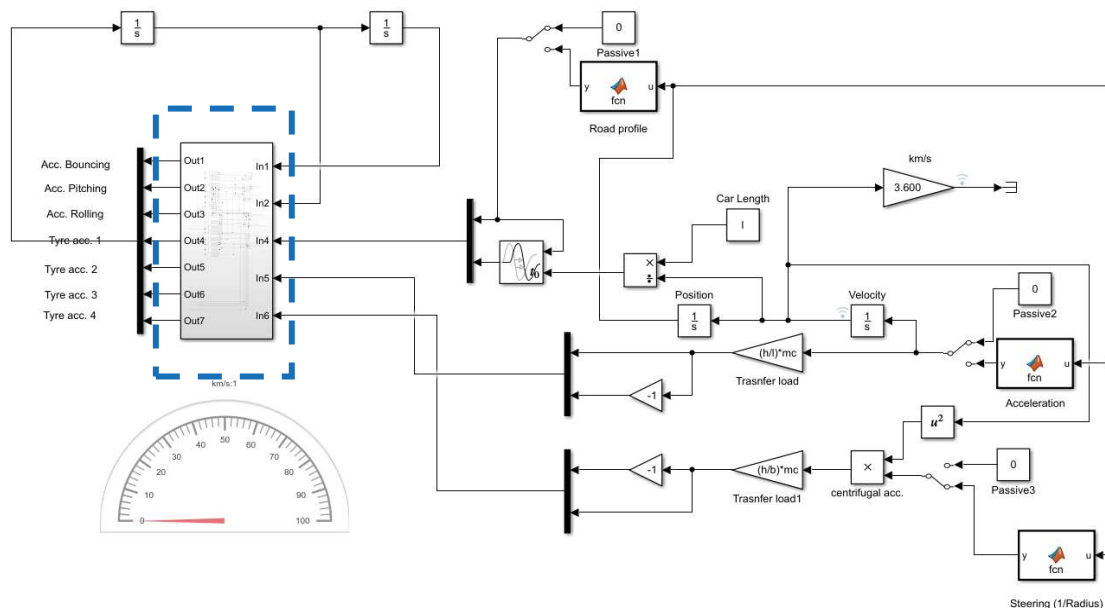


Figure 13 - FCM Simulink system

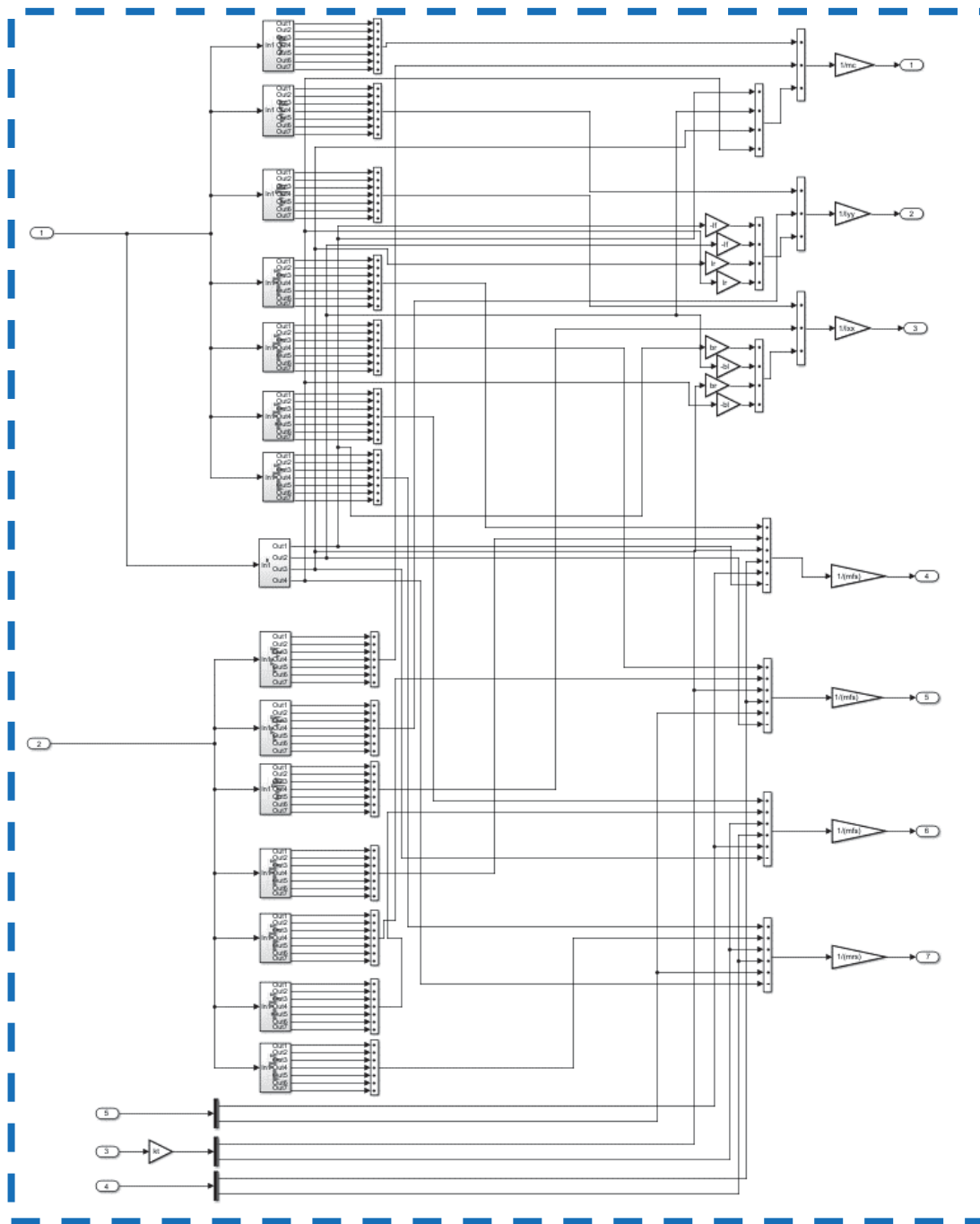


Figure 14 - subsystem in the FCM Simulink

### External Forces

The forces acting in the system can either be internally induced (controller for active suspensions only), or externally induced. When the forces are externally induced the two reasons why they can be generated are the load transfer or the distance between the suspended mass and the road. (Casacajosa, 2000)

The load transfer of the vehicle is governed by eq. 26.

$$N_F = mg\left[1 - \frac{d}{L}\right] + mA_x\left[\frac{h}{L}\right] \tag{eq. 26}$$

## 11. Control of the suspension system.

The PID controller can be defined as a mechanism that allows a simultaneous control of a signal thanks to the continuous feedback from the system. This method uses three different

parameters to calculate the output, the proportional, the derivative and the integrative controller (Nath, 2012). The algorithm analyses the error of the system to compute the response. For the proportional controller the system calculates the difference between the desired value and the actual value, in the integrative controller this calculation depends on the previous values of the error while in the derivative controller depends on the prediction of the error, then these values are multiplied by a different constant for each controller. The sum of these three actions is used to adjust the process and to achieve the closest value to the setpoint (Conde, et al., 2008). The variables of the three different controllers must be adjusted depending on the desired output of the system, the velocity of the response and the accuracy of the results are the most important parameters to be considered when adjusting the parameters. The faster to achieve the desired value to an oscillation into the system the more effort the system must do. (Nath, 2012)

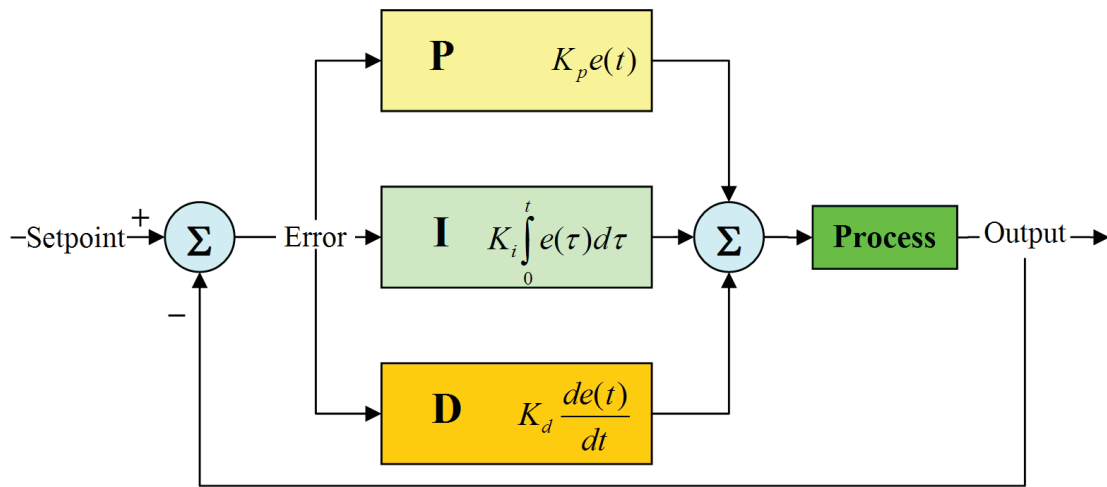


Figure 15 - PID block diagram (source: programacion Siemens.com)

In the simplest scenario the passive suspension system can be considered as a PD control, where the springs acts as the P (proportional) and the absorber as the D (derivative). This example is easy to understand by comparing the block diagram of an QCM 1 DOF with the PID diagram.

$$K_p e(t) = K (X_c - X_w)$$

$$K_d \frac{d e(t)}{dt} = C (\dot{X}_c - \dot{X}_w)$$

The active suspension system with a PID controller can be established as two different system acting at the same time, where the values of the PID control can be calculated as follows:

$$P_s = K_s + P_{PID}$$

$$D_s = C_s + D_{PID}$$

$$I_s = I_{PID}$$

It has been explained that the comfort- behaviour ratio has been a challenged for engineers in the suspension system design. A softer suspension can reduce the vertical acceleration

increasing the comfort and a harder suspension will reduce the suspension displacement thus improving the behaviour of the car.

The proposed system used two elements where their specifications cannot be changed but uses one controlled by a computer which values can be changed depending on the desired response, for example a softer suspension can be used when the pavement of the road is not good enough and a harder configuration when the vehicle reaches a great velocity and the steering wheel has been turned. Then, at least 2 different configurations with different PID values can be implemented, the actuator will no longer act as an Integrative controller but as parallel PID control to the passive elements (PD) in the harder configuration and as PID controller, with negatives P and D values for a softer configuration. (Prem Jeya Kumar, et al., 2010)

## 12. Results

### QCM

Once all the equations for the different models have been found an implementation is carried starting from the QCM 1DOF. As previously mentioned, the equations of the system can be stated as a block diagram in Simulink (Figure 4 - Quarter car model 1 degree of freedom block diagram in Simulink), similar to the PID controller (Figure 15 - PID block diagram (source: programacionsiemens.com)), so the passive elements can be substituted by a PID controller. By using the values of the previous work as a starting point, the system can be then tuned with the new PID controller including this time an integrative controller and compare the results.

Table 5 - Suspension parameters

	P	I	D	N
Suspension parameters	18147	0	1250	-

To tune the system a unitary step is used as the external excitation of the system, this method is widely used to tune this kind of controller.

The Figure 16 - QCM 1 DOF Passive Suspension vs PID control, shows the response of the system and the response of the tuned block, the parameters of the new configuration can be found in Table 6 - Active suspension Parameters after .

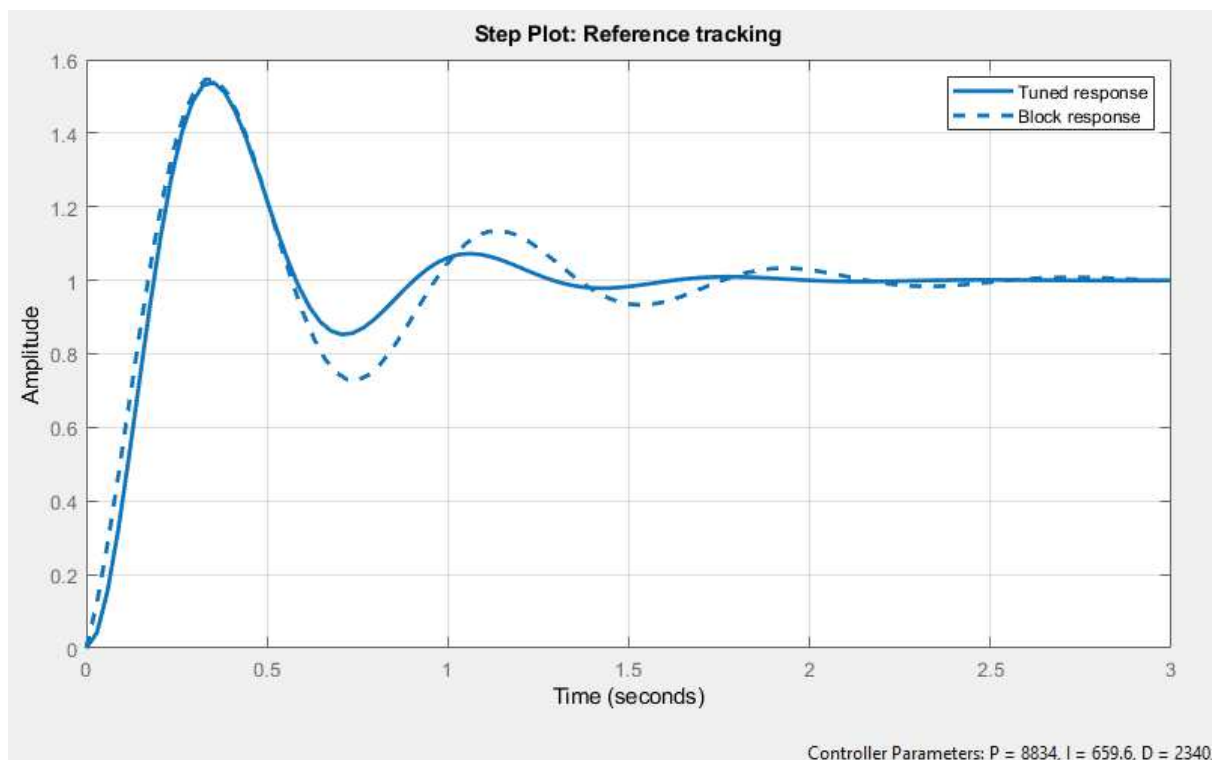


Figure 16 - QCM 1 DOF Passive Suspension vs PID control

Table 6 - Active suspension Parameters after tuning

	P	I	D	N
PID controller	8834	659	2340	8.71

Table 7 - Performance and robustness

	Passive Suspension	Active Suspension
Rise time	0.13	0.126
Settling time	2.05	1.47
Overshoot	54.9%	53.8%
Peak	1.55	1.54
Gain-Margin	28 deg @ 8.71 rad/s	24.5 deg @ 8.5 rad/s
Closed-loop stability	Stable	Stable

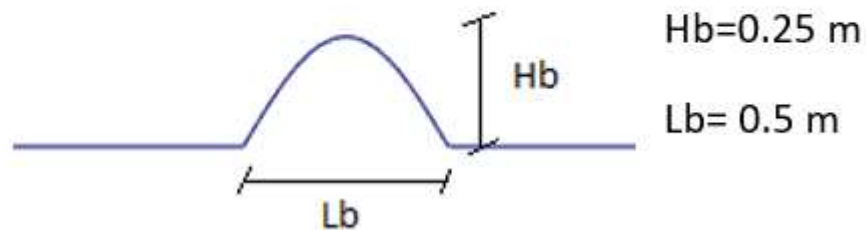


Figure 17 - Speed bump configuration

After the QCM 1 DOF has been tuned, a test of the QCM 2 DOF is done by using the values of the new configuration and the passive suspension of the QCM 1 DOF model, where this time the vehicle passes over a speed bump. The geometry of the speed bump is shown in the following picture, but different configurations of the velocity and mass are used to test the model. The velocity values are the standard for cities around Europe and the mass increase represents more passengers into the vehicle (70 kg/4 per additional passenger).

By comparing the passive and active model for the QCM 2 DOF, the results lead to a similar conclusion than the specifications stated for the QCM 1 DOF.

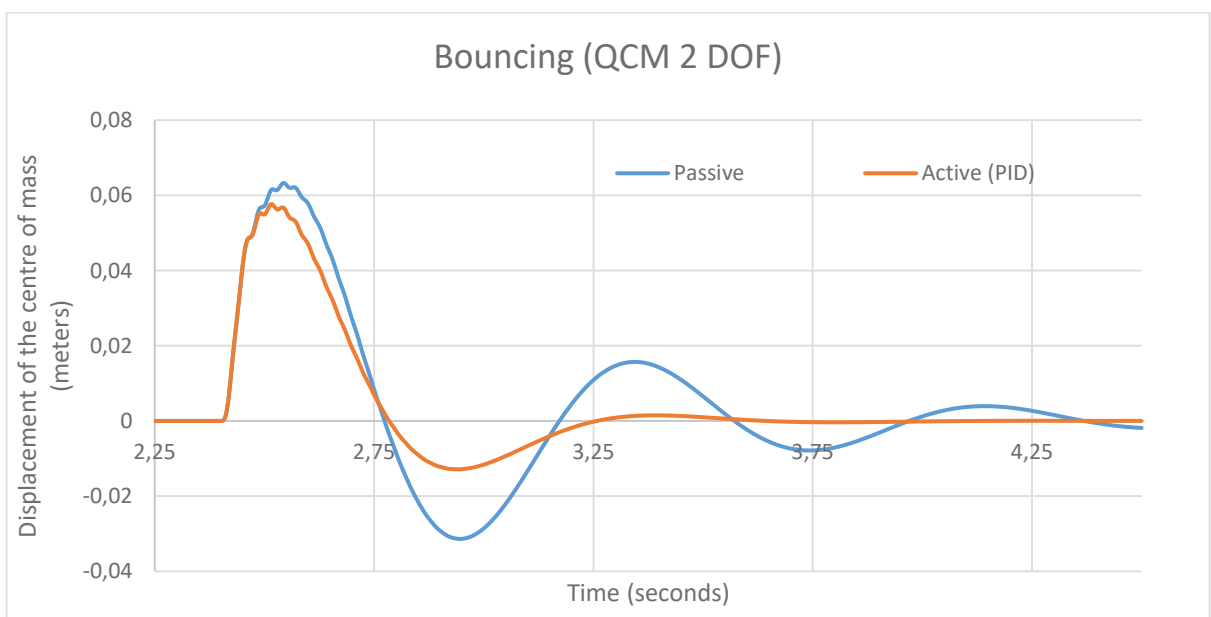


Figure 18 - Active and passive suspension bouncing of a 2 DOF QCM

It also can be proved that the model natural frequency of the suspended mass is almost 1 Hz (1 second per oscillation) and that the natural frequency of the un suspended mass is approximately 10 times bigger, as Figure 19- Suspension displacement for an active and passive suspension QCM 2 DOF shows, where both oscillations coexist.

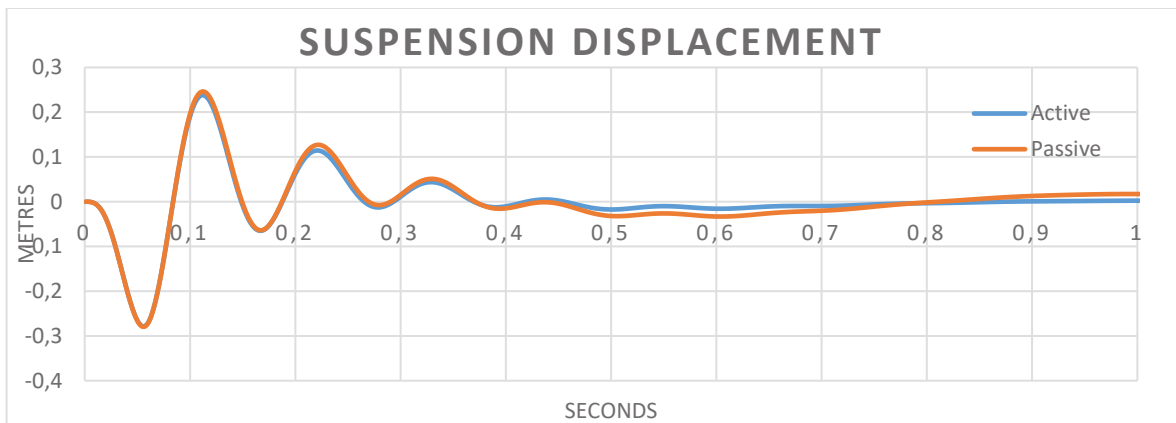


Figure 19- Suspension displacement for an active and passive suspension QCM 2 DOF

By using the same model, a study of the behaviour of the car varying its load has been carried. By increasing the mass of the car by 35 kg and 70 kg (2 and 4 passengers for a QCM) the behaviour of the controller can be studied.

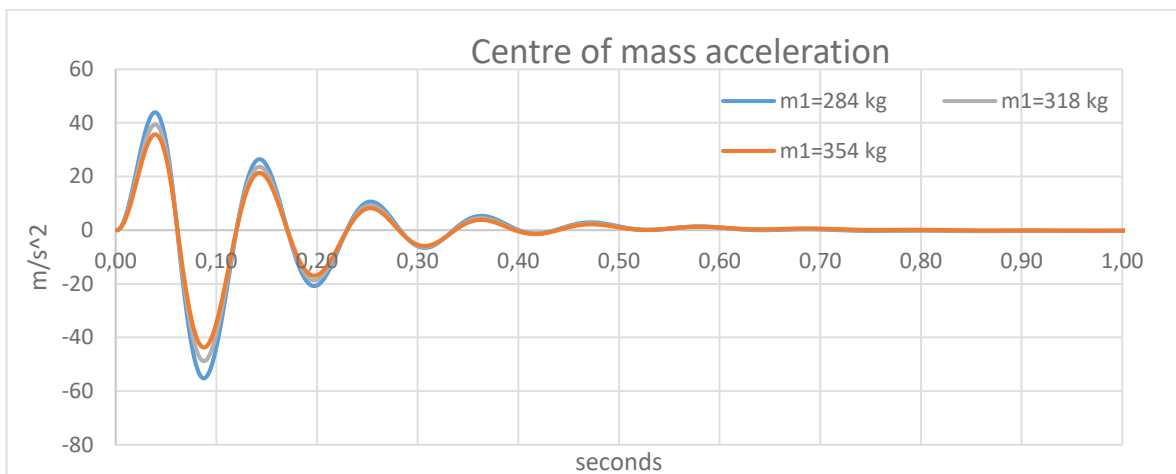


Figure 20 - Centre of mass acceleration for an active QCM varying its mass

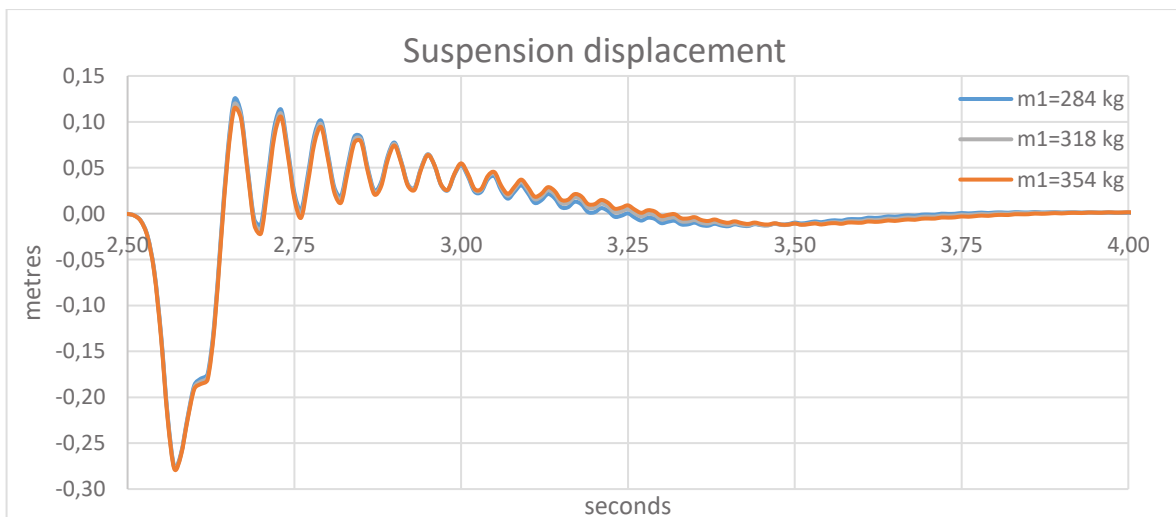


Figure 21 - Suspension displacement for an active QCM varying its mass



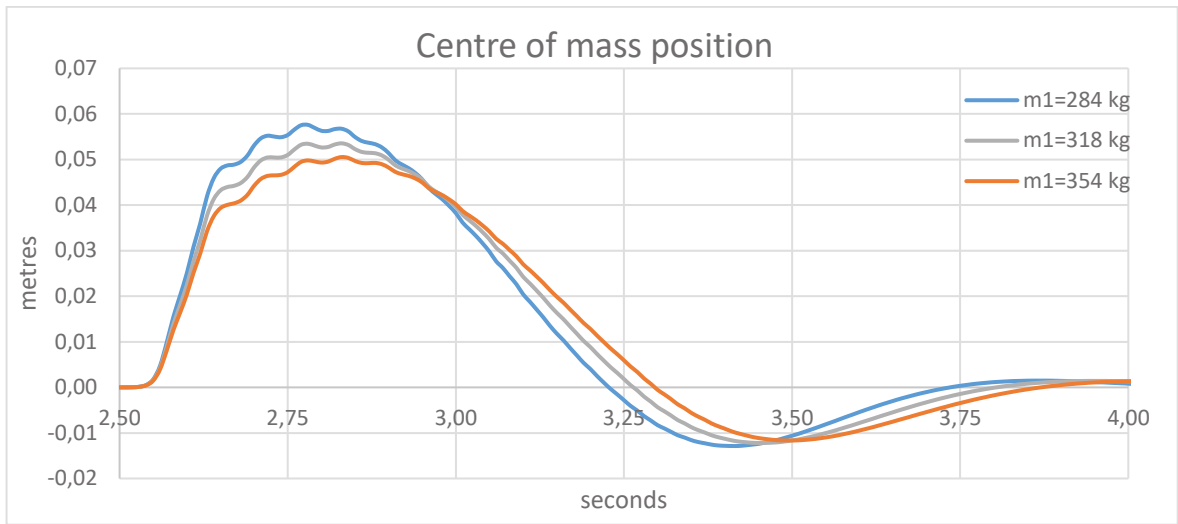


Figure 22 - Suspension displacement for an active QCM varying its mass

A similar study has been done comparing the effects of the velocity into the comfort and behaviour of the suspension, varying the velocity from 30 km/h to 25 km/h and 20 km/h.

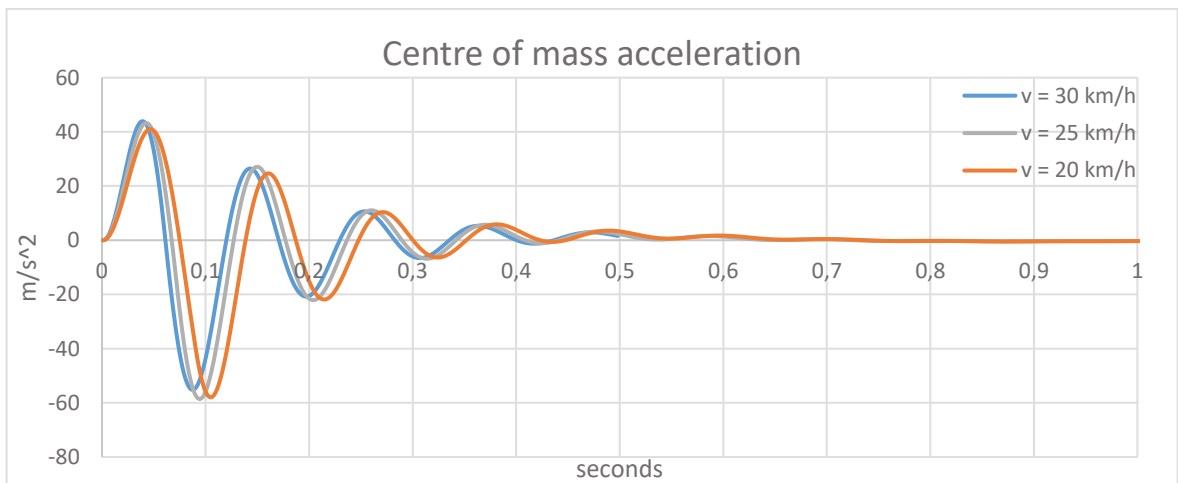


Figure 23 - Centre of mass acceleration for an active suspension QCM varying the velocity

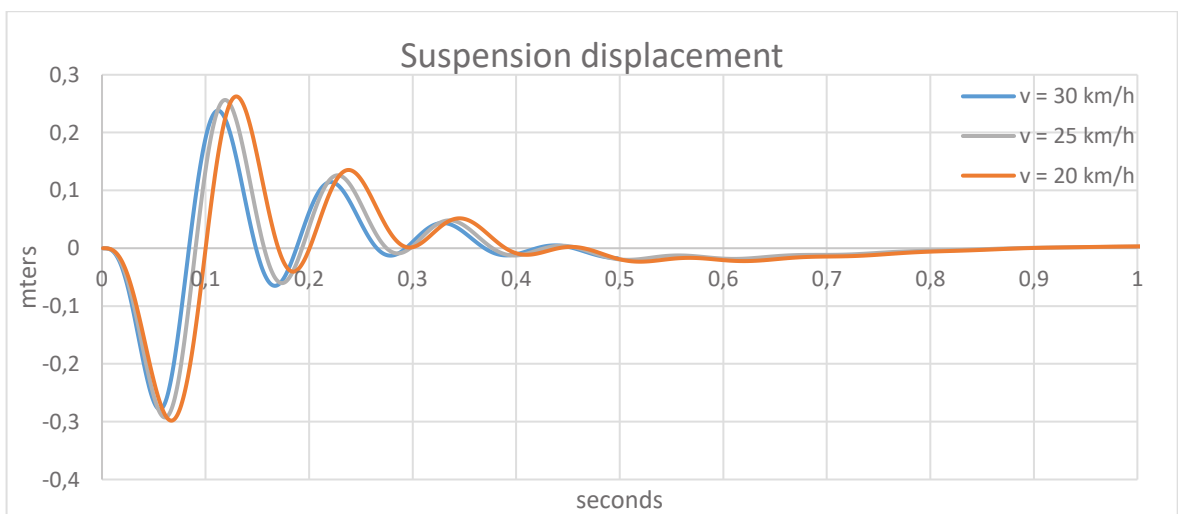


Figure 24 - Suspension displacement for an active suspension QCM varying the velocity

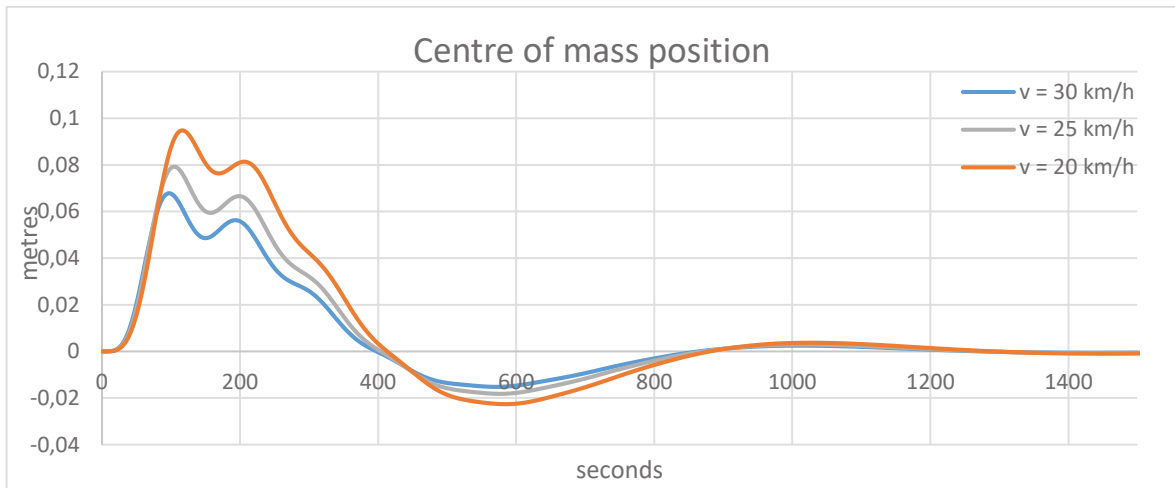


Figure 25 - Bouncing for an active suspension QCM varying the velocity

### HCM

Extrapolating the tuned values to an HCM, where the rear and front suspension show an identically configuration the effect of the distance between the rear and front suspension was clearly shown (Figure 9 - Travelling of the passive front and rear suspension systems after a unitary step). By increasing the stiffness of the rear suspension, the natural frequency of the system is also increased and by changing its value these frequencies can be tuned to filter the oscillations (eq.15).

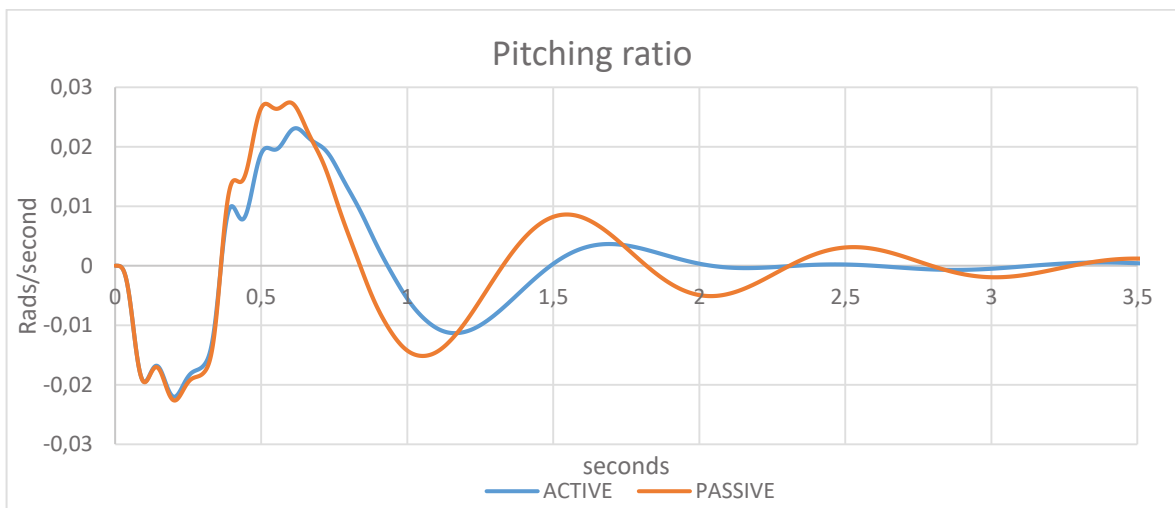


Figure 26 - Pitching ratio comparison of an active and passive suspension system of a HCM

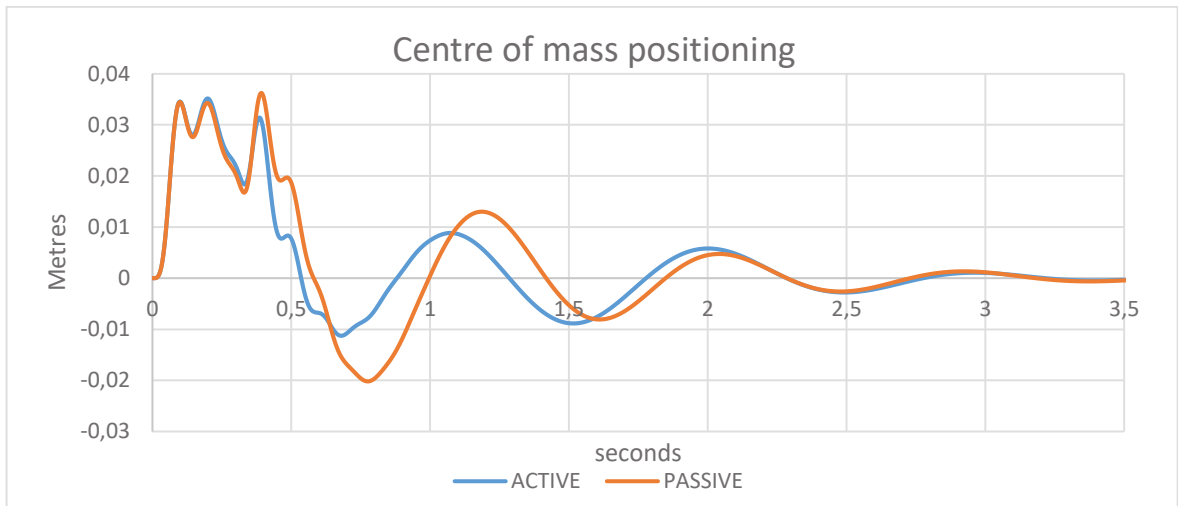


Figure 27- Bouncing comparison of an active and passive suspension system of a HCM

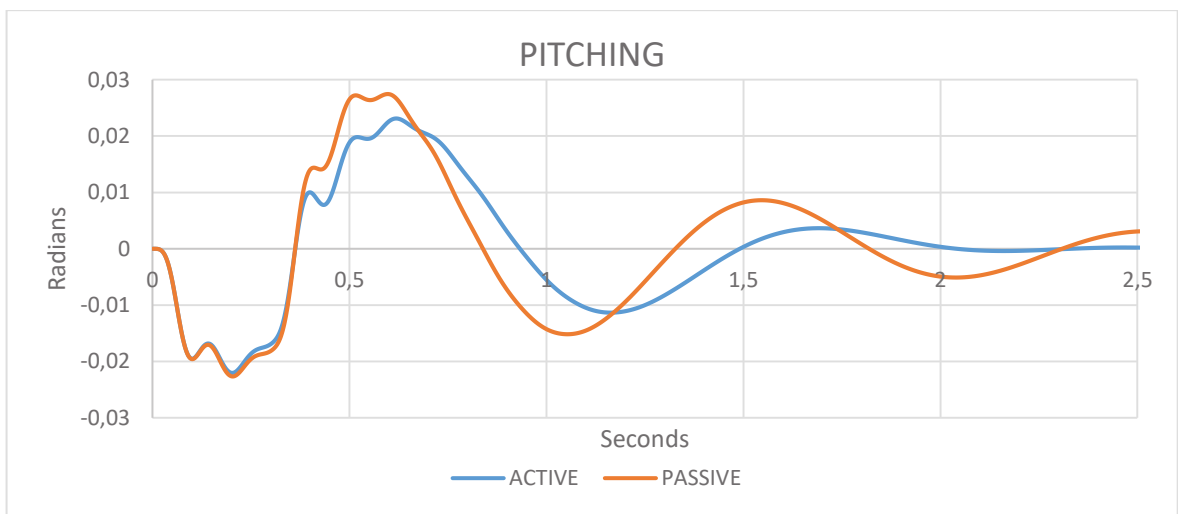


Figure 28 - Pitching comparison of an active and passive suspension system of a HCM

By increasing the natural frequency of the rear suspension, the two suspensions seem to synchronize after two oscillations.

By varying the velocity of the vehicle to prove the validation of the active suspension in different scenarios more simulations have been made.

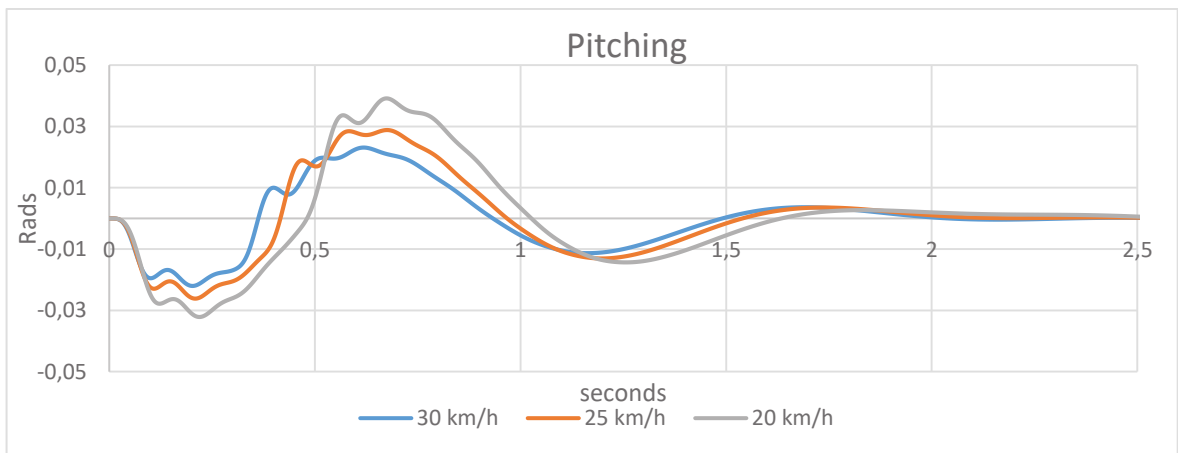


Figure 29 - Study of an active suspension pitching HCM varying its velocity

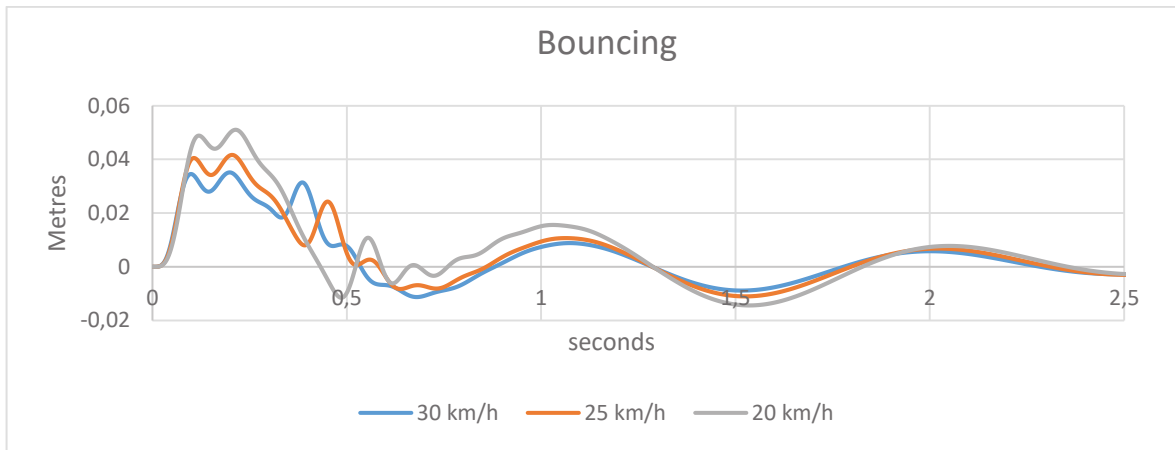


Figure 30 -Study of an active suspension bouncing HCM varying its velocity

Table 8 - Half car model simulation parameters

Mass of the car	1136/2 kg
Front and rear tyre stiffness	1824470 N/m
Front suspension stiffness	18600 N/m
Front damping coefficient	1000 N*s/m
Rear suspension stiffness	Variable
Rear damping coefficient	Variable
Moment of inertia Y axis	2400
Distance from centre of mass to rear wheel	1.35 m
Distance from centre of mass to front wheel	1.15 m
Velocity	8.33 m/s

**FCM**

Finally, another case is tested where this time the full car model follows a slalom circuit (Figure 31 - Slalom circuit) to test the stability of the vehicle. This time a harder and damped configuration is desired to decrease the displacement in the wheels due to the load transfer and the pitching resonances effects.

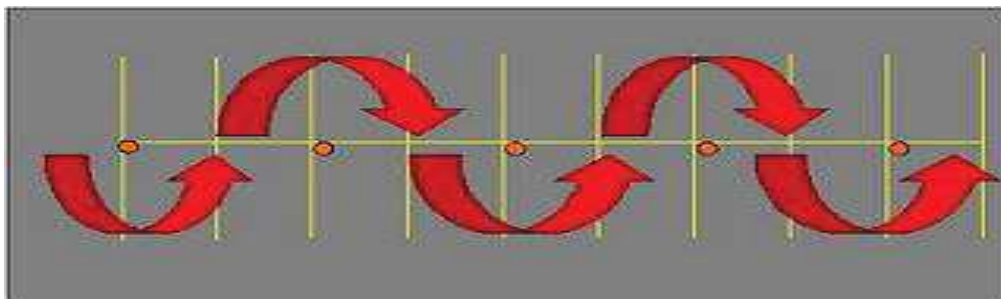


Figure 31 - Slalom circuit (source: motodesdecero)

Any resonance effect on the car may lead to a loose of stability. The system has been tuned again to find a new configuration.

As stated at the beginning of the document the harder the suspension the better the stability, and as mentioned as well, the active suspension systems have sensors to measure velocity and steering. The actuator can switch their parameters of its controller at any time since it is electronically governed, so a ‘harder’ configuration can be programmed when the steering and velocity overpass a setpoint. By increasing the stiffness of the suspension a 50% and re-calculating the damping coefficient to achieve a 0.4 damped response (eq. 7), the new model should provide a better response when big centrifugal forces are generated.

Table 9 - Recalculated parameters for a FCM

	P	I	D	N
Suspension parameters	27900	0	2252	-

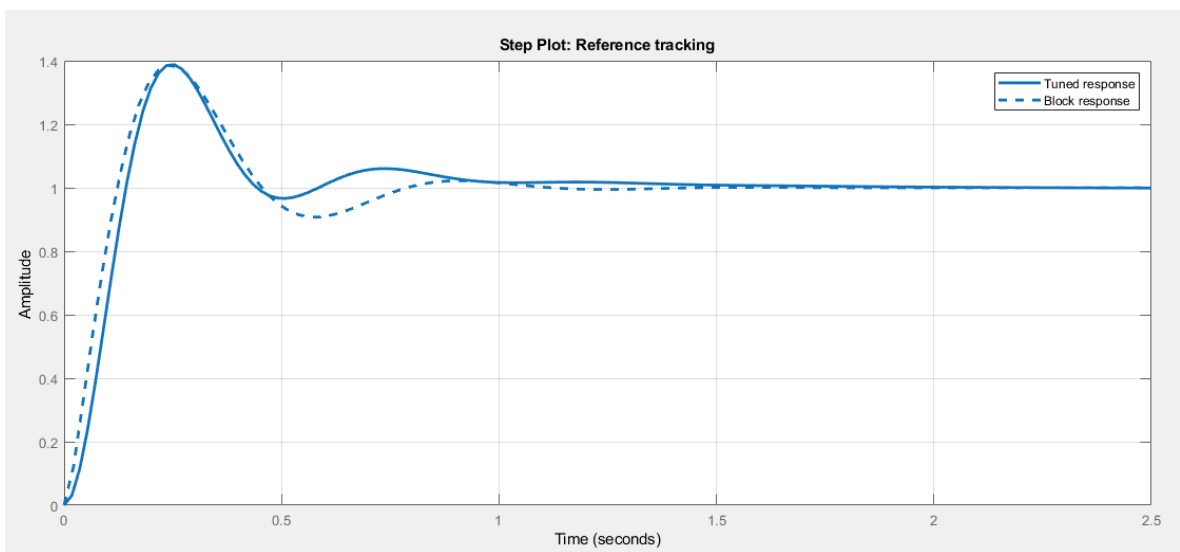


Figure 32 - FCM active suspension tuning

Table 10 - Recalculated parameters for a FCM active suspension

	P	I	D	N
Suspension parameters	18600	657	2150	12.02

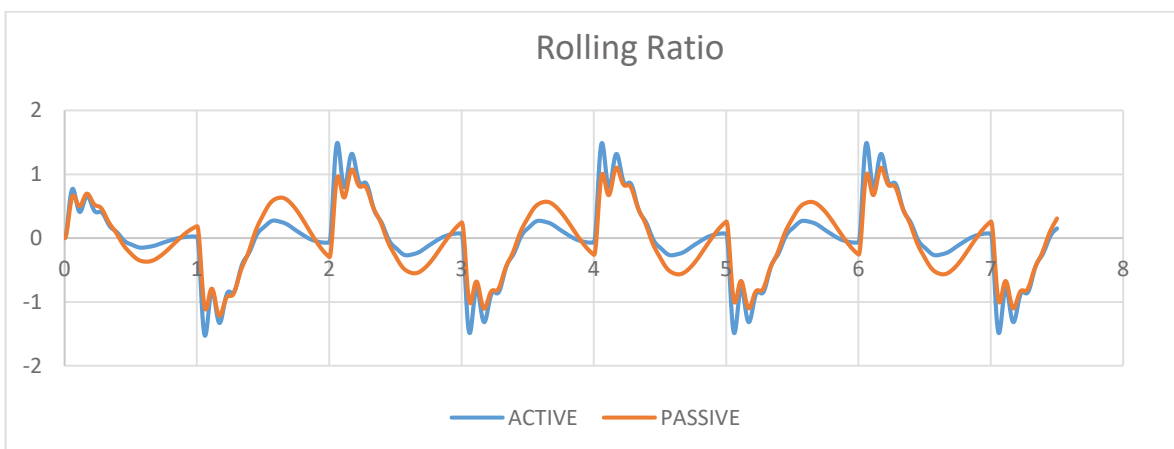


Figure 33 - Rolling ratio for Slalom circuit FCM

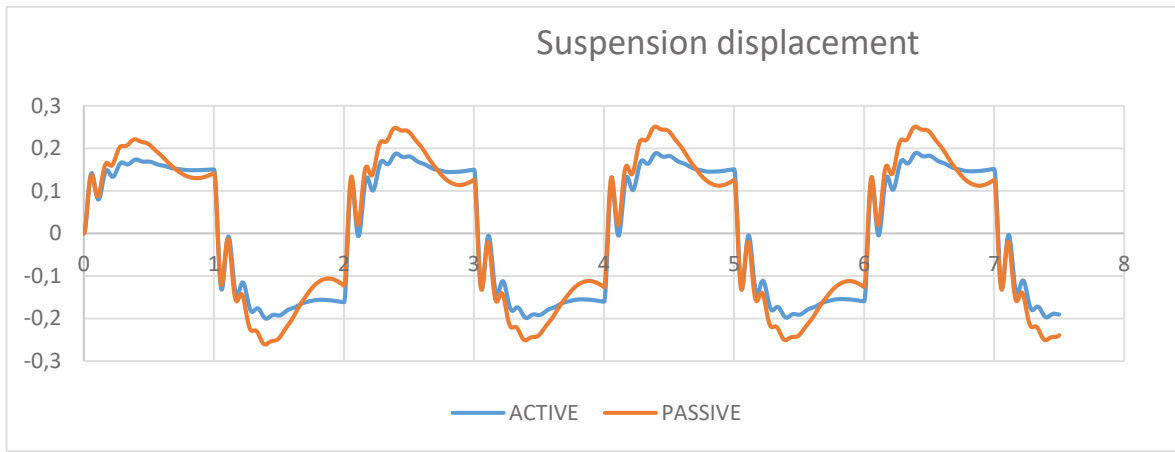


Figure 34 - Suspension displacement for a slalom circuit in a FCM

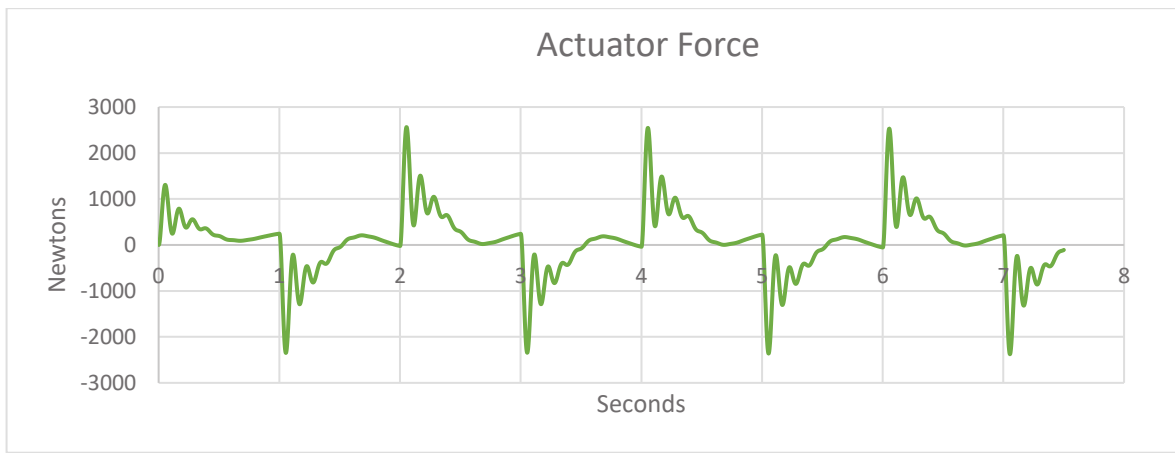


Figure 35 - Actuator force in an active suspension for a FCM

Table 11 - Full car model simulation parameters

Mass of the car	1136 kg
Front and rear tyre stiffness	1824470 N/m
Front and rear suspension stiffness	18600 N/m
Front and rear damping coefficient	1000 N*s/m
Moment of inertia Y axis	2400
Moment of inertia X axis	400
Distance from centre of mass to rear wheel	1.35 m
Distance from centre of mass to front wheel	1.15 m
Treat from centre of mass to left	0.53 m
Treat from centre of mass to right	0.53 m
Height of centre of mass	0.8 m
Velocity	8.33 m/s
Radius of the curves of the circuit	4 m

### 13. Conclusions

The aim of this project was to model and test different suspension system configurations in Simulink. To achieve this objective, many researches have been done and similar papers have been studied.

It can be said that the aim of this project has been accomplished since the different models have been not only modelled and tested but also tuned and compared. The great number of papers that tested different models passing through a speed bump or other road profiles provided a good background to start this project, but the lack of papers that use a FCM, made this project more interesting. The few papers found that used a HCM or FCM did not introduced the weight transfer due to the accelerations of the car, making it difficult to compare and verify the results obtained.

One of the objective of the project was to study the perception of the comfort on the passengers, and by comparing the active model and the passive model (Figure 18 - Active and passive suspension bouncing of a 2 DOF QCM and Table 7 - Performance and robustness) It can be clearly stated that the active suspension can provide a better sensation of comfort decreasing the acceleration that passengers may feel but keeping the natural frequency of the model close to 1 Hz to avoid dizziness effects.

The active suspension beside improve the comfort also reduces slightly the suspension displacement (Figure 19- Suspension displacement for an active and passive suspension QCM 2 DOF) thus improving the behaviour and ridding of the car.

By comparing the QCM when the mass has been changed (Figure 20 - Centre of mass acceleration for an active QCM varying its mass), it can be observed that both frequency and acceleration change, when the mass has been incremented the frequency decrease just as it could be expected from eq.7, from this perception, the stiffness of the suspension must be increased when the mass of the vehicle has augmented in order to maintain the natural frequency of the suspended mass(Figure 24 - Suspension displacement for an active suspension QCM varying the velocity). On the other hand, when the mass augments, the acceleration that the suspended mass suffers decreases improving the comfort on the passengers. Similar results can be found in other publications (Conde, et al., 2008) (Mitra, 2013) (Thite, 2012) (Unaune, 2011).

In contrast to it can be thought, the velocity of the vehicle does not play an important role in the frequency of the vehicle, even when the velocity increases a 50% (from 20 km/h to 30 km/h) the frequency does not change, what changes is the time of the oscillation to occur and the reason of this to happen is that the 30 km/h surpasses the speed bump faster than the 20 km/h model, the delay of the oscillation matches the 0.18 seconds ( $0.5\text{m} \div 2.77\text{m/s}$ ) delay , which corresponds to the difference of time to pass through the speed bump for both models (Figure 25 - Bouncing for an active suspension QCM varying the velocity).

When the velocity increases, the acceleration of the suspended mass increases as well. As it could be expected (Figure 23 - Centre of mass acceleration for an active suspension QCM varying the velocity), the slower the vehicle moves the more comfortable the ride will be. On the other hand, for the same configuration of the speed bump the displacement of centre of mass is bigger for 20 km/h than for 30 km/h, when the system is accelerated the speed bump will become sharper giving the system less time to settle.

For the half car model, it can be clearly seen how the filter of the active suspension decreases the pitching ratio (Figure 26 - Pitching ratio comparison of an active and passive suspension system of a HCM). This filter does not seem to damp the bumping effects on the centre of mass. Since the actuator only acts in the rear wheel, the effect on the first seconds of the perturbation do not change much (Figure 27- Bouncing comparison of an active and passive suspension system of a HCM). The effect that the speed bump may cause in the pitching is very important, if the configuration of the suspension is incorrect the oscillations in the pitching may not be dissipated easily, producing dizziness into the passengers. The effect of the filter dissipates the pitching 1 second faster than the standard configuration. This filter can be used regardless the velocity, but only in active suspension, that vary their parameters increasing the safety and comfort into the passengers (Figure 29 - Study of an active suspension pitching HCM varying its velocity).

Finally, the FCM in the slalom circuit shows how load transfer produces displacement into the suspension when centrifugal forces are applied. The displacement of the suspension cannot be erased but their effects can be reduced (Figure 34 - Suspension displacement for a slalom circuit in a FCM). The forces applied by the actuator reach the 2500 N in its maximum peak, but the average value rounds the 750 N. These forces are generated in the engine of the car and reduce the traction of the car, this system may not be worth for small vehicles not because of the loss of traction but the increasement of the mass and the complexity and added value, but other vehicles like trucks or competition cars may be benefited by these new configurations improving the ridding and comfort at the same time.



## 14. Further Improvements

Nowadays most of the vehicles use an active or semi-active suspension, in this project passive and active system could be modelled. One of the keys of the project and simplifications made was to assume that all the parameters were constant. The actual suspension does not follow a linear model, the contact between the parts produces dragging forces and even hysteresis. The shape of the modern dampers and springs permits to accomplish a more precise configuration when needed by varying its parameters (semi-active). Experimental data will be needed to acquire a more complex and realistic model of the car and could become an interesting project in the future.

Also, during this project the FCM has been modelled and bouncing, pitching and rolling could be tested. Nevertheless, 4-wheel vehicles include an 8<sup>th</sup> DOF, the yaw. The yaw depends not only the vehicle itself, also the tyres play an important role and is governed by complex equations (non-linear). If the 8th DOF (yaw) could be included into the system a realistic console could be modelled and used to test the behaviour of the suspension, the comfort ridding, and the dynamic analysis with different configurations in a wider range of possible scenarios.

## 15. References

- Agharkakli, A., Ghobad Shaeefei, S. & Barouz, A., 2012. Simulation and analysis of passive and active suspension system using quarter car model for different road profile.. *International Journal of Engineering Trends and Technology*, , 3(5), pp. 636-644.
- Aparicio, F., Vera, C. & Diaz, V., 1995. *Teoria de los vehiculos automoviles*. Madrid: SP ETSII Universidad politecnica de Madrid.
- Bastow, D. & Howard, G., 1996. *Car Suspension and handling*. London: ARNOLD.
- Casacajosa, M., 2000. *Ingenieria de vehiculos*. Madrid: Tebar.
- Conde, E. C., Carbajal, F. B., Valderrabano Gonzalez, A. & Cahvez Bracamontes, R., 2008. Generalized PI Control of Active Vehicle Suspension Systems with MATLAB. pp. 337-348.
- Crouse, W., 1993. *Mecanica del automovil*. Barcelona: Marcombo.
- Dieter, A., 2000. *The passenger car body*. USA: SAE- Society of Automotive Engineers.
- Edmondson, C., 2011. *Fast Car Physics*. s.l.:JHU Press.
- Florin, A. I.-C. M. R. & L. P., 2013. Passive suspension modeling using MATLAB, quarter-car model, input signal step type.. *New technologies and products in machine manufacturing technologies*, pp. 258-263.
- GAO, W., ZHANG, N. & DU, H. P., 2007. A half-car model for dynamic analysis of vehicles with random parameters. *5th Australasian Congress on Applied Mechanics (ACAM 2007)*. , Volume 1, pp. 595-600.
- Hurel, J., Mandow, A. & Garc'ia-Cerezo, A., 2012. *Tuning a Fuzzy Controller by Particle Swarm*. Malaga, s.n.
- Hurtel Erzeta, J., Mandow, A. & Garcia Cerezo, A., 2013. Los Sistemas de Suspensi'on Activa y Semiactiva: Una Revision. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, pp. 121-132.
- Inman, D. J., 2014. *Engineering vibration*. Edinburg Gate. *Pearson Education*..
- Jazar, R. N., 2017. *Vehicle dynamics: theory and application*. Springer.. *Springer*.
- Luque, P., Álvarez, D. & Vera, C., 2004. *Ingeniería del Automóvil. Sistemas y Comportamiento Dinámico*. Madrid: Paraninfo.
- Mitra, A. et al., 2013. Simulation and Analysis of Full Car Model for various Road profile on a analytically validated MATLAB/SIMULINK model. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering*, pp. 23-33.
- Mitra, A. C. & B. N., 2013. Ride comfort and Vehicle handling of Quarter Car Model Using SIMULINK and Bond Graph. *Proceedings of the 1st International and 16th National Conference on Machines and Mechanisms (iNaCoMM2013)*.
- Moore, H., 2012. *MATLAB for engineers*. *Pearson education* .
- Nath, T., 2012. *Quarter/Half/Full Car Models for Active Suspension (with PID controller)*. Meerut, s.n.

Olley, M., 2002. *Chassis design: principles and analysis..* s.l.:Warrendale: Society of Automotive Engineers.

Prem Jeya Kumar, M. et al., 2010. PC modeling and simulation of car suspension system.

Rosheila Darus, Y. M. S., 2009. Modeling and Control Active Suspension System for. *Signal Processing & Its Applications, 2009. CSPA 2009. 5th International Colloquium on.,* pp. 13-18.

Thite, A. N., 2012. Development of a Refined Quarter Car Model for the analysis of Discomfort ue to the vibration. *Hindawi publishing Corporation.*

Unaune, D. R. P. M. J. & M. S. S., 2011. Ride analysis of Quarter Vehicle Model. *n Proceedings of the first international conference on modern trends in industrial engineering..*

## 16. APENDIX 1 -MATLAB CODE

```
% CAR DATA

%%
%Data from '33365'
%
kt=182470; %Tyre Stiffness [N/m]
br=0.53; %treat right [m]
bl=0.53; %Teat left [m]
b=br+bl; %treat [m]
kf=18600; %Front susp. Stiffness [N/m]

kr=18600; %Rear susp, Stiffness [N/m]
mc=1136; %Mass of the car [Kg]
mfs=60; %Unsprung mass at the fornt [kg]
mrs=60; %Unsprung mass at the rear [kg]
Iyy=2400; %Pitch moment of inertia [kg m^2]
Ixx=400; %Roll moment of inertia [kg m^2]
cr=1000; %Rear damping [N*s/m]
cf=1000; %Front damping [N*s/m]

h=0.8; %G.C height
lr=1.35; %Distance from CG to rear
lf=1.15; %Distance from CG to front
l=lr+lf; %Distance between wheels
r=0.3; %Radious wheel m
t=0.0001; %steps time maximum value =0.01
tmax=7.5;

%Acceleration
Acc=0; %Acceleration m/s^2
Tacc=0; %step time
V0=30/3.6; %m/s 8.33333m/s=30km/h
delay=1/V0;
Hsb=0.25;
Lsb=0.5;
k2=kt;
k1=kf;
b1=cr;
m2=mfs;
m1=mc/4;
wn= ((kf/mc)^(1/2))/(2*pi);
kr1=4*pi^2*mc*((3*wn-(1/V0))*0.5)^2 ;
```

## 17. APENDIX 2 – Simulation Matlab Code

```
subplot(3, 4, 10)
    plot(Data.Data(:,22), Data.Data(:,15)');
    title('GC. Bouncing')
    xlabel('meters')
    ylabel('meters')
subplot(3, 4, 11)
    plot(Data.time, Data.Data(:,16)');
    title(['Pitching'])
    xlabel('time')
    ylabel('rads')

subplot(3, 4, 1)
    plot(Data.time, Data.Data(:,17)');
    title(['Rolling'])
    xlabel('time')
    ylabel('rads')
subplot(3, 4, 5)
    plot(Data.Data(:,22), Data.Data(:,18)');
    title(['X1 wheel position '])
    xlabel('meters')
    ylabel('meters')
subplot(3, 4, 9)
    plot(Data.time, Data.Data(:,11)');
    title(['X1 wheel velocity '])
    xlabel('time')
    ylabel('meters/second')
subplot(3, 4, 4)
    plot(Data.time, Data.Data(:,4)');
    title(['X1 wheel acceleration'])
    xlabel('time')
    ylabel('meters')
subplot(3, 4, 8)
    plot(Data.time, Data.Data(:,8)');
    title(['GC. Velocity '])
    xlabel('time')
    ylabel('m/s')
subplot(3, 4, 12)
    plot(Data.time, Data.Data(:,1)');
    title(['GC. Acceleration '])
    xlabel('time')
    ylabel('m/s^2')

for x=2:1:length(P1.data)
subplot(3, 4, [2 3 6 7])

    plot3( [0 b b 0 0], [1 1 0 0 1], [P1.data(x) P2.data(x) P4.data(x)
P3.data(x) P1.data(x)]);
    axis equal
    hold on
    for n=1:1:8 %Wheels polygons representation the bigger the number the
slower
        plot3([0 0], [1+r*sin(2*pi/8*(n-1)) 1+r*sin(2*pi/8*(n))], [X1.data(x)-
r*cos(2*pi/8*(n-1)) X1.data(x)-r*cos(2*pi/8*(n))], '-k')
        plot3([b b], [1+r*sin(2*pi/8*(n-1)) 1+r*sin(2*pi/8*(n))], [X2.data(x)-
r*cos(2*pi/8*(n-1)) X2.data(x)-r*cos(2*pi/8*(n))], '-k')
        plot3([0 0], [r*sin(2*pi/8*(n-1)) r*sin(2*pi/8*(n))], [X3.data(x)-
r*cos(2*pi/8*(n-1)) X3.data(x)-r*cos(2*pi/8*(n))], '-k')
```

```

plot3([b b],[r*sin(2*pi/8*(n-1)) r*sin(2*pi/8*(n))],[X4.data(x)-
r*cos(2*pi/8*(n-1)) X4.data(x)-r*cos(2*pi/8*(n))], '-k')
end
Limits=[-0.5 b+0.5 -0.5 1+0.5 -0.75 0.75];
axis (Limits)
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
grid on
hold off
title(['Animation' ])
pause(t*0.001);
end

```

### Screenshot of the animation

