



LA ELASTICIDAD EN UN ENTORNO INPUT- OUTPUT: REPLANTEANDO EFECTOS¹

SERGIO SOZA-AMIGO

Instituto de Gestión e Industria, UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE, CHILE

E-mail: sergio.soza@uach.cl

CARMEN RAMOS CARVAJAL

Departamento de Economía Aplicada, UNIVERSIDAD DE OVIEDO, ESPAÑA

E-mail: cramos@uniovi.es

Recibido: 11 de Diciembre de 2019

Aceptado: 15 de Enero de 2019

RESUMEN

El trabajo que se presenta pretende ser una alternativa metodológica, desde una perspectiva que consideramos novedosa, en la determinación e interpretación del concepto de elasticidad sectorial en un entorno input-output. De esta forma, se pretende dar respuesta a algunas de las críticas que habitualmente se le hacen a dicho concepto. En esta propuesta se incluyen herramientas a partir de las cuales se pueden considerar aspectos tales como la dispersión, ponderación de los efectos o la posibilidad de efectuar una descomposición entre efectos totales, directos e indirectos.

Palabras clave: Input-output; Análisis de sensibilidad; Elasticidad; MPM; Efectos directos e indirectos.

ABSTRACT

The work presented here seeks to become an original methodological alternative about the determination and interpretation of the concept of sectoral elasticity in an input-output environment and thus respond to some of the criticism that is usually made to the concept. In this way, the proposal includes tools that consider some aspects, such as the dispersion, measurement of effects or the possibility of decomposing between total, direct and indirect effects.

Keywords: Input-output; Sensibility Analysis; Elasticity; MPM; Direct and Indirect Effects.

Clasificación JEL: C60, C67, P50, Z00.

¹ Una versión preliminar de este trabajo fue presentada en la XIX Reunión de Economía Mundial, celebrada en mayo de 2017, en la Universidad de Huelva, España

1. INTRODUCCIÓN

El análisis input-output es una herramienta de gran utilidad en la realización de estudios sobre la estructura productiva de una economía. Existen diferentes maneras de abordar este estudio y, una de ellas, es a partir de la consideración de la sensibilidad de los coeficientes.

Consideremos una situación inicial en la que el output total de una economía se representa a partir de la ecuación siguiente:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{y} \quad (1)$$

Donde \mathbf{x} es el output total, $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ es la conocida matriz inversa de Leontief, obtenida a partir, de la matriz \mathbf{A} de coeficientes técnicos e \mathbf{y} , la demanda final. Supongamos que se produce un cambio en dicho output,

$$\mathbf{x}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^*)^{-1}\mathbf{y}^* = \mathbf{B}^*\mathbf{y}^* \quad (2)$$

por lo tanto

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{B}^*\mathbf{y}^* - \mathbf{B}\mathbf{y} = \mathbf{B}(\mathbf{y}^* - \mathbf{y}) + (\mathbf{B}^* - \mathbf{B})\mathbf{y} \quad (3)$$

El primer sumando hace referencia al análisis de multiplicadores y el segundo, al de sensibilidad. Este último es el que va a ser tomado en consideración en este trabajo, y puede ser interpretado en los siguientes términos: para un vector de demanda dado, los cambios en los coeficientes de la inversa de Leontief generan modificaciones en la producción. En este sentido, un coeficiente se denominará como importante si su cambio provoca una modificación elevada en la producción.

Siguiendo con el análisis de la sensibilidad de los coeficientes, un punto de interés es la evaluación de la elasticidad de los efectos provocados por la modificación de un coeficiente sobre una magnitud endógena en el modelo. Sin embargo, la determinación de elasticidades en el entorno input-output presenta algunos problemas. Uno de ellos es que las distintas técnicas que se aplican a tal fin, no permiten responder satisfactoriamente a la pregunta *¿en cuánto cambia la producción si el precio de un producto o servicio se modifica, por ejemplo, en un 1%?* Aunque es cierto que existen metodologías que se aproximan a la esencia del concepto de elasticidad, como son las desarrolladas por Sebald en 1974, Maaß en 1980 o por Schintke y Stäglin (1988), también lo es, que su aplicación no se adecúa completamente a esta idea.

La literatura sobre la determinación de la elasticidad se puede dividir en dos corrientes, el Análisis de Sensibilidad y el de los Límites Tolerables. El primer enfoque, consiste en analizar las repercusiones de la alteración de un elemento de la matriz de coeficientes técnicos (matriz \mathbf{A}), sobre una nueva matriz de coeficientes técnicos (matriz de error) o sobre la matriz inversa de Leontief (Dwyer y Waugh (1953), Sherman y Morrison (1950), Evans (1954), Sebald (1974), Bullard y Sebald (1977), Jensen y West (1980), Morrison y Thumann (1980), Hewings y Romanos (1981), Hewings y Syverson (1982), West (1982), Hewings (1984), Jackson (1986), Bullard y Sebald (1988), Hewings, Fonseca y Sonis (1989) y Sonis y Hewings (1989), entre otros). En el segundo grupo de estudios referidos a los Límites Tolerables, se establecen límites a la producción sectorial para identificar en cuánto debe cambiar una etapa del proceso productivo, para que la producción se incremente en un porcentaje prefijado (Sekulic (1968), Jilek (1971), Maaß (1980), Schintke (1984), Schintke y Stäglin (1988), Songling y Gould (1991), Schnabl (1994), Holub y Schnabl (1994) y Siebe (1996), entre otros). Sin embargo, ambos grupos de técnicas no consideran los efectos de la dispersión o de la ponderación en sus planteamientos.

A modo de comparación entre ambas corrientes existen trabajos como el de Tarancón et al (2008), en el que se sugiere hacer uso del segundo enfoque (Límites Tolerables) cuando existe un mayor potencial para cambiar la producción y otros como, los de Soza-Amigo (2007) y Lahr (1993), los cuales concluyen, entre otros aspectos, que las metodologías de West (1982) y de Schintke y Stäglin (1988) son las más adecuadas y deben ser complementadas. En este sentido Lahr (1993) indica que considera más adecuado emplear una metodología previamente ponderada, sugiriendo el uso de las propuestas de Hazari (1970), de Mc Gilvray (1977) o de Rao y Harmston de 1979, con el objeto de obtener un modelo que refleje adecuadamente los cambios o alteraciones que se evalúan. En una línea similar, Tarancón (2006), Tarancón y del Río (2007 y 2005), Tarancón y Vázquez (2004) y Tarancón et al (2010 y 2008), proponen considerar otro tipo de información, o usos, al incorporar elementos como, por ejemplo, la contaminación, en línea similar se encuentra el trabajo de García- Muñoz et al (2011), en el que se utiliza el análisis cualitativo de Redes Sociales para identificar las rutas productivas más importantes.

Por otra parte, y con una mirada más crítica e integradora respecto a los enfoques tradicionales, surgen los trabajos de Aroche y Márquez (2012) y de Tarancón y del Río (2012), en los que se hace una crítica a la importancia de la estructura de la demanda final en estos enfoques. En este sentido, Tarancón y del Río (2012) proponen la aplicación de programación matemática para estudiar los cambios en los coeficientes. Por otra parte, en Gutiérrez (2016) se plantean y analizan los conceptos de *Crecimiento Uniforme* y *Eficiencia Productiva*, los cuales fueron introducidos previamente en Martellato y Tarancón (2005 y 2010), aspectos que se conjugan con la obtención de

los coeficientes más importantes que son obtenidos tomando en consideración el concepto de autovalor dominante de una matriz, lo que no solo permite vincular el impacto de la demanda final sobre dichos coeficientes, sino también, con componentes endógenos o técnicos, acuñando así el concepto de *Importancia Tecnológica*.

Sin embargo, consideramos que, en líneas generales, no se tienen en cuenta otros aspectos interesantes y complementarios en el estudio de la elasticidad como pueden ser la intensidad de la matriz, la dispersión o la diferenciación entre efectos totales, inmediatos, directos e indirectos. En este mismo sentido, el concepto de elasticidad se puede emplear como una forma de evaluar cuán importante es, en términos de sensibilidad, la actividad que se analiza para el resto del sistema. Desde esta óptica, una alternativa interesante podría ser reorganizar las elasticidades en función de los impactos que presenten en el conjunto de la economía, lo que dará una idea de lo importante que es la relación entre la actividad y el sistema productivo al que pertenece.

A lo anterior, se suma la ausencia de una metodología que indique qué criterio se debe utilizar con el objetivo de identificar cuál, cómo y en qué cuantía se pueden modificar las etapas de los diversos procesos productivos para lograr la producción fijada. Esto es, las técnicas anteriormente señaladas no permiten detectar una pauta que permita determinar cuáles son las elasticidades o los límites adecuados, frente a un cambio en la producción sectorial. En este sentido, podemos referirnos a los trabajos de Soza-Amigo et al (2018), Soza-Amigo (2016), Aroche (2005, 2002 y 1996), Robles y Sanjuán (2005), Tarancón (2003), Ghosh y Roy (1998) y Pulido y Fontela (1993), los cuales no consideran que los recursos y modificaciones necesarios para alterar una función de producción o una etapa productiva varíaran según cuál sea el sector analizado.

Además, se observan otros problemas como el nivel de desarrollo y variación en la agregación de las ramas que hacen que los coeficientes varíen. En el primer caso, Forcell en 1988, señalaba que cuando las economías se desarrollan, en las tablas input-output, se observa una pérdida en coeficientes nulos, lo que hace cambiar las proporciones entre los distintos coeficientes y, por otra parte, en Soza-Amigo y Ramos (2011), se indica que los coeficientes técnicos varían de acuerdo al nivel de agregación empleada, en tal sentido, ambos aspectos alteran los resultados y deben ser corregidos y adecuados a las distintas condiciones que se establezcan.

El objetivo de este trabajo es abordar algunos de los problemas señalados en los párrafos anteriores, para ello se propone complementar la metodología propuesta por Schintke y Stäglin en 1988 con el enfoque de la intensidad global de una matriz, desarrollada por Sonis y Hewings en 2009 y, asimismo, agregar la idea de la descomposición de los efectos totales presentada por Rasmussen en 1956 para detectar los diferentes impactos en el sistema productivo. A lo que se suma, una comparación del cómo se ven afectados los resultados, cuando se realizan agregaciones sectoriales.

Con el objetivo de evaluar la propuesta metodológica aquí presentada, se analizarán las economías de Francia y España. Es preciso hacer constar que no se pretende realizar un estudio en profundidad de las economías señaladas, sino, exclusivamente llevar a cabo un contraste de la metodología presentada.

El trabajo se compone de tres partes adicionales a esta introducción; un primer apartado en el que se presenta la metodología propuesta; una segunda parte donde se muestran los resultados de la aplicación llevada a cabo y finalmente, una tercera donde se plasman las principales conclusiones.

2. METODOLOGÍA APLICADA

En este apartado, y como ya se ha señalado en el epígrafe anterior, se presentará una propuesta metodológica cuyo objetivo es intentar resolver algunas de las críticas que se han puesto de manifiesto, en la determinación de la elasticidad en un entorno input-output. Para lograr dicho objetivo se establecerán las siguientes etapas: en un primer momento se introducirá la formulación necesaria para determinar los cambios en función de las consecuencias que se generen sobre la economía, es decir, se distinguirá entre efectos totales en el sistema productivo, inmediatos, directos, indirectos globales e indirectos sobre el resto del sistema productivo (aquí se excluyen los efectos de autoconsumo e indirectos sobre el propio sector). La segunda etapa consiste en considerar simultáneamente los efectos de la ponderación y de la dispersión, con lo que consideramos que los valores obtenidos se acercarán más a lo que ocurre en la economía, al corregir, entre otros aspectos, el problema de la concentración de las actividades, la cual tiene especial relevancias en aquellas economías con presencia de *commodities*, que tienden a concentrar la producción y a distorsionar los efectos. Con la introducción de estas modificaciones se intenta una aproximación más precisa al concepto de elasticidad y la separación de los distintos efectos. Finalmente, se realizarán una serie de agregaciones, pero con la salvedad de dejar un sector sin unir y se observará cómo se ven alterados los distintos resultados.

Consideremos las tres ecuaciones que propone Rasmussen (1956):

$$B = (I - A)^{-1} \quad (4)$$

$$C = (B - I) \quad (5)$$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{B} - \hat{\mathbf{b}}) \quad (6)$$

Donde

| | | |
|--------------------|---|---|
| \mathbf{B} | = | matriz Inversa de Leontief que representa los efectos totales, con $b_{ij} \in \mathbf{B}$ |
| \mathbf{I} | = | matriz identidad |
| \mathbf{A} | = | matriz de coeficientes técnicos: $\mathbf{A} = [a_{ij}]$; con $a_{ij} = x_{ij}/x_j$ |
| x_{ij} | = | consumo intermedio entre los sectores i-ésimo y j-ésimo |
| x_j | = | producción sectorial del sector j-ésimo |
| \mathbf{C} | = | matriz que representa los efectos indirectos totales, con $\mathbf{C} = [c_{ij}]$ |
| \mathbf{D} | = | matriz que muestra los efectos indirectos sobre otros sectores, excluyendo los del sector que los origina y su autoconsumo, $\mathbf{D} = [d_{ij}]$ |
| $\hat{\mathbf{b}}$ | = | matriz de que representa la diagonal principal de la matriz \mathbf{B} con $\hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}$ |

Las anteriores ecuaciones pueden ser objeto de descomposiciones e interpretaciones adicionales. Partiendo de la ecuación (1) se tiene que;

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = (\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}(\mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots + \mathbf{A}^n + \cdots))\mathbf{y} \quad (7)$$

De (7) se observa que el efecto total producido por un aumento en la demanda final, se puede descomponer en un efecto inmediato $[\mathbf{I}\mathbf{y}]$, un efecto directo $[\mathbf{A}\mathbf{y}]$ y unos efectos indirectos (globales e indirectos a partir de la propia actividad) que se recogen en la suma del resto de elementos $[\mathbf{A}\mathbf{y}(\mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{A}^2\mathbf{y} + \mathbf{A}^3\mathbf{y} + \cdots + \mathbf{A}^n\mathbf{y})]$.

En base a lo anterior se pueden derivar los siguientes 3 efectos:

$$ET = EInm + ED + EIndG \quad (8)$$

Y a su vez,

$$EIndG = IndA + IndR \quad (9)$$

Donde

| | | |
|---------|---|--|
| ET | = | efecto total. |
| $EInm$ | = | efecto inmediato. |
| ED | = | efecto directo. |
| $EIndG$ | = | efecto indirecto global. |
| $IndA$ | = | efecto indirecto provocado por la actividad al resto del sistema, incluyendo las que genera sobre si mismo. |
| $IndR$ | = | efectos indirectos que se generan en el resto del sistema económico producto de la demanda necesaria para satisfacer los requerimientos de consumos intermedios. |

En base a lo anteriormente presentado podemos realizar las siguientes consideraciones:

1.- A partir de la ecuación (5) se puede escribir $[\mathbf{C}\mathbf{y} = (\mathbf{B} - \mathbf{I})\mathbf{y} \equiv \mathbf{A}\mathbf{y} + (\mathbf{B} - (\mathbf{I} + \mathbf{A}))\mathbf{y}]$; esto es, representa un efecto directo $[ED = \mathbf{A}\mathbf{y}]$, además de unos efectos indirectos globales $[EIndG = \mathbf{G}\mathbf{y} = (\mathbf{B} - (\mathbf{I} + \mathbf{A}))\mathbf{y}]$ y, se excluye el efecto inmediato $[EInm = \mathbf{I}\mathbf{y}]$, en otras palabras, la ecuación (5) no refleja adecuadamente los efectos indirectos globales, ya que incluye un efecto directo pero no el efecto que origina la sucesión de consecuencias; esto es, su efecto inmediato. Por ello consideramos que una alternativa interesante sería una formulación que incluya el origen del efecto $[\mathbf{I}\mathbf{y}]$ y las repercusiones indirectas globales $[(\mathbf{B} - (\mathbf{I} + \mathbf{A}))\mathbf{y}]$; esto es,

$$EIndGp = \mathbf{H}\mathbf{y} = (\mathbf{EInm} + \mathbf{EIndG})\mathbf{y} = \mathbf{I}\mathbf{y} + (\mathbf{B} - (\mathbf{I} + \mathbf{A}))\mathbf{y} \quad (10)$$

De esta forma, con la ecuación (10) se consigue descomponer los distintos impactos y, paralelamente, aislar los efectos directos de la actividad en el resto del sistema.

2.- Consideramos que la ecuación (6) no representa adecuadamente los efectos indirectos del resto de las actividades hacia el sistema económico. En concreto, $[(\mathbf{B} - \hat{\mathbf{b}})\mathbf{y} \equiv (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{a}})\mathbf{y} + (\mathbf{G} - \hat{\mathbf{g}})\mathbf{y}]$, donde $[\hat{\mathbf{a}}]$ representa a la matriz diagonal principal de coeficientes técnicos y $[\hat{\mathbf{g}}]$ a la matriz diagonal principal de \mathbf{G} [efectos indirectos

globales], esto es, la expresión (6) representa el efecto directo que tiene la demanda sobre el resto del sistema económico, excluido el autoconsumo de la actividad $[\hat{a}]$, más el efecto indirecto que se genera en el resto del sistema económico sobre sí mismo, dado que se han excluido las consecuencias del autoconsumo y sus repercusiones en el resto del sistema $[\hat{g}]$; es decir, nuevamente se excluye el efecto inmediato.

A partir de lo anteriormente señalado, se propone una alternativa que consideramos más adecuada para representar los efectos del resto del sistema; en dicha alternativa se excluyen los efectos inmediatos, los efectos del autoconsumo y los indirectos de la actividad, analizando así, solo los elementos que hacen alusión al resto del sistema y no todos los anteriores; esto es,

$$EIndR = (G - \hat{g})y \tag{11}$$

O bien, incluir la expresión que origina dichos cambios y aislar las repercusiones propias,

$$EIndRp = Ky = [I + (G - \hat{g})]y = Iy + (G - \hat{g})y \tag{12}$$

En resumen, si se conjugan las ecuaciones (8) y (9) los efectos se pueden descomponer e identificar según se detalla a continuación:

$$ET = EInm + ED + EIndG = EInm + ED + IndA + IndR$$

$$ET = By = Iy + Ay + \hat{g}y + (G - \hat{g})y \tag{13}$$

Por otra parte, en el trabajo de Sonis y Hewings (2009) se presenta el concepto de la Matriz Producto Multiplicador (MPM), que es una extensión derivada de los multiplicadores en fila y columna de la inversa de Leontief. Dicha matriz permite conocer las interrelaciones existentes dentro de una economía, así como la observación de la intensidad de los flujos entre sectores, lo que puede ser entendido como una corrección a los problemas señalados anteriormente sobre la ponderación y la dispersión.

Así, y a partir de las expresiones (4), (10) y (12), se pueden establecer las siguientes matrices MPM:

$$MPM_B = \frac{1}{V_B} B_i B_j = \frac{1}{V_B} \begin{bmatrix} b_{1.} \\ \vdots \\ b_{n.} \end{bmatrix} [b_{.1} \quad \dots \quad b_{.n}] \quad MPM_B = \{m_{ij}\} \tag{14}$$

$$MPM_H = \frac{1}{V_H} H_i H_j = \frac{1}{V_H} \begin{bmatrix} h_{1.} \\ \vdots \\ h_{n.} \end{bmatrix} [h_{.1} \quad \dots \quad h_{.n}] \quad MPM_H = \{h_{ij}\} \tag{15}$$

$$MPM_K = \frac{1}{V_K} K_i K_j = \frac{1}{V_K} \begin{bmatrix} k_{1.} \\ \vdots \\ k_{n.} \end{bmatrix} [k_{.1} \quad \dots \quad k_{.n}] \quad MPM_K = \{k_{ij}\} \tag{16}$$

Donde

$$\begin{aligned} V_B &= \text{intensidad global de la matriz } \mathbf{B}, \text{ definida como } V_B = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} \\ V_H &= \text{intensidad global de la matriz } \mathbf{H}, \text{ definida como } V_H = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n h_{ij} \\ V_K &= \text{intensidad global de la matriz } \mathbf{K}, \text{ definida como } V_K = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} \end{aligned}$$

MPM_B representa la MPM sobre la matriz de Leontief (\mathbf{B}); MPM_H es la matriz MPM, sobre la matriz que representa los efectos indirectos globales (\mathbf{H}); y MPM_K es la MPM sobre la matriz que muestra los efectos indirectos sobre otros sectores (\mathbf{K}).

Es decir, la intensidad global se determina como la suma de todos los elementos de las matrices que representan los efectos inmediatos, directos, los indirectos globales y los indirectos excluidos los efectos sobre el propio sector y su autoconsumo.

Una vez enseñadas estas tres últimas expresiones, definiremos la formulación a partir de la cual se establecerá el concepto de elasticidad. Como se había señalado, el concepto de sensibilidad está muy ligado al de elasticidad, por ello comenzaremos presentando algunas expresiones que permiten determinar la sensibilidad de los coeficientes técnicos, esto es, cuantificar cómo dichos coeficientes experimentan cambios debido a modificaciones de la producción $[\eta(x_i; a_{ij})]$. Dicha expresión puede descomponerse en dos factores, uno de los cuales mide la relación entre la producción y la matriz inversa de Leontief $[\eta(x_i; b_{ij})]$ y el otro, considera la relación de los elementos de dicha inversa, respecto a los coeficientes técnicos $[\eta(b_{ij}; a_{ij})]$. Así, podemos escribir:

$$\eta(x_i; a_{ij}) = \eta(x_i; b_{ij}) * \eta(b_{ij}; a_{ij}) \tag{17}$$

Siguiendo a Pulido y Fontela (1993), los cuales, a su vez, se basan en la formulación de Sherman y Morrison (1950) y Dwyer y Waugh (1953), se llega a:

$$\eta(x_i; a_{ij}) = \frac{b_{ij}y_j}{x_i} \frac{b_{ir}b_{sj}\Delta a_{rs}}{1 - b_{rs}\Delta a_{rs}} \frac{1}{b_{ij}} = \frac{b_{ir}b_{sj}\Delta a_{rs}}{1 - b_{rs}\Delta a_{rs}} \frac{y_j}{x_i} \quad (18)$$

Donde:

| | | |
|----------|---|--|
| y_i | = | elemento i-ésimo de la demanda final |
| a_{rs} | = | coeficiente técnico que ha cambiado |
| b_{rs} | = | elemento de la matriz inversa de Leontief correspondiente al a_{rs} modificado |
| Δ | = | porcentaje de cambio |
| x_i | = | producción total del sector i-ésimo |

Como se observa en la expresión 18, cuando se altera un coeficiente técnico se consideran los efectos directos e indirectos sobre la producción; en este sentido, dicha expresión da origen a una serie de propuestas que ayudan a explicar la elasticidad en un entorno input-output (Sekulic (1968), Jilek (1971), Sebald (1974), Bullard y Sebald (1977), Maaß (1980), West (1982) y, Schintke y Stäglin (1988)).

Siguiendo a Soza-Amigo et al (2018, 2007), Tarancón et al (2008) y Lahr (1993), se aplicará la formulación de Schintke y Stäglin (1988) por considerarla adecuada para identificar los coeficientes que tiene mayor potencial para afectar a la producción; posteriormente, sobre ella se aplicarán las propuestas que se han desarrollado previamente. Entonces, aplicando la formulación de Schintke y Stäglin a los escenarios antes presentados en las ecuaciones (4), (10) y (12), se obtienen las ecuaciones 19 a 21:

$$w_{ij}(p) = a_{ij} \left(m_{ji}p + 100m_{ii}\frac{x_j}{x_i} \right) \quad (19)$$

$$q_{ij}(p) = a_{ij} \left(h_{ji}p + 100h_{ii}\frac{x_j}{x_i} \right) \quad (20)$$

$$u_{ij}(p) = a_{ij} \left(k_{ji}p + 100k_{ii}\frac{x_j}{x_i} \right) \quad (21)$$

Donde:

| | | |
|----------|---|---|
| w_{ij} | = | representa el grado de importancia que logra a_{ij} , si se consideran los efectos totales sobre la economía ponderados. |
| q_{ij} | = | representa el grado de importancia que logra a_{ij} , si se consideran los efectos indirectos sobre la economía ponderados. |
| u_{ij} | = | representa el grado de importancia que logra a_{ij} , si se consideran los efectos indirectos sobre el resto de sectores de la economía ponderados. |
| p | = | representa el porcentaje máximo de variación que se provocará sobre la producción (sectorial). |

Consideremos la ecuación (19), los términos m_{ji} y m_{ii} representan los elementos de la matriz producto de multiplicadores MPM_B, esto es, $b_i.b_j$. Por su parte, $b_i = \sum_j b_{ij}$ (suma en filas) será el indicador de la sensibilidad de la dispersión y $b_j = \sum_i b_{ij}$ (suma en columnas) el indicador del poder de dispersión. Así, un elemento genérico w_{mn} , se expresará como:

$$w_{mn}(p) = a_{mn} \frac{1}{V} \left(b_n.b_m p + 100b_m.b_m \frac{x_n}{x_m} \right) = a_{mn} b_m \frac{1}{V} \left(b_n.p + 100b_m \frac{x_n}{x_m} \right)$$

Es decir, el término $w_{mn}(p)$ permite cuantificar la importancia que tiene el coeficiente a_{mn} , considerando los efectos totales sobre la economía (matriz **B**), ponderado por el índice de poder de dispersión normalizado ($b_m[1/V]$).

Análogamente, q_{ij} cuantifica la importancia del coeficiente técnico correspondiente, considerando los efectos indirectos sobre la economía (matriz **H**) ponderado por el índice de poder de dispersión normalizado. Por su parte, u_{ij} tiene una interpretación similar en términos de los efectos indirectos sobre otros sectores de la economía.

Operando adecuadamente en las expresiones anteriores se obtienen las ecuaciones siguientes, las cuales representan, la cuantía del valor máximo, en porcentaje, que no provoca cambios superiores a un determinado porcentaje en la producción:

$$r_{ij}(p) = \frac{1}{w_{ij}} = \frac{p}{a_{ij} \left[m_{ji}p + 100m_{ii} \frac{X_j}{x_i} \right]} \quad (22)$$

$$s_{ij}(p) = \frac{1}{q_{ij}} = \frac{p}{a_{ij} \left[h_{ji}p + 100h_{ii} \frac{X_j}{x_i} \right]} \quad (23)$$

$$t_{ij}(p) = \frac{1}{u_{ij}} = \frac{p}{a_{ij} \left[k_{ji}p + 100k_{ii} \frac{X_j}{x_i} \right]} \quad (24)$$

Donde:

- $r_{ij}(p)$ = indica cuál es el valor máximo, en porcentaje, que no provoca cambios superiores al porcentaje de producción "p" fijado para la condición establecida en la ecuación 4.
- $s_{ij}(p)$ = indica cuál es el valor máximo, en porcentaje, que no provoca cambios superiores al porcentaje de producción "p" fijado para la condición establecida en la ecuación 10.
- $t_{ij}(p)$ = indica cuál es el valor máximo, en porcentaje, que no provoca cambios superiores al porcentaje de producción "p" fijado para la condición establecida en la ecuación 12.

Consideramos que la metodología propuesta en este trabajo, constituye una generalización de la formulación de Schintke y Stäglin, permitiendo obtener elasticidades ponderadas por el propio sistema, sin tener que acudir a variables tales como demanda final, producción u otras. De esta manera, al hacer uso de la ponderación se incorporan las repercusiones por medio de la dispersión de las mismas. En este sentido, creemos que las formulaciones presentadas reflejan adecuadamente las interrelaciones existentes entre las distintas etapas en el sistema productivo, obteniéndose elasticidades que, además de indicar cuánto es lo que se debe modificar (como es lo usual) una etapa productiva para que la producción sectorial se incremente en un porcentaje determinado, también hacen distinción de tres efectos: (1) elasticidades que se vinculan sectorialmente con efectos sobre la totalidad del sistema; (2) sobre la forma en que se afecta al sistema indirectamente, incluyendo las propias repercusiones indirectas y finalmente (3) en forma indirecta excluyendo los efectos indirectos y los de autoconsumo generados por la propia actividad.

Otra consideración que se propone es la incorporación de la dispersión de los flujos. Esto último, dado que la importancia de un coeficiente se puede ver influida por lo concentrados que estén los flujos entre ramas. Por ello, y siguiendo a Rasmussen (1956) se presenta el índice de Pearson:

$$v_j = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(z_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_{ij} \right)^2}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_{ij}} \quad (25)$$

Donde:

n = Número de ramas.

Si se combinan las ecuaciones (22), (23) y (24) con la ecuación (25), se obtienen las expresiones que siguen:

$$v_j^B = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(m_{ij} - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_{ij} \right)^2}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_{ij}} \quad (26)$$

$$v_j^H = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(h_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{ij} \right)^2}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{ij}} \quad (27)$$

$$v_j^K = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(k_{ij} - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n k_{ij} \right)^2}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_{ij}} \quad (28)$$

Las cuales al multiplicar a las ecuaciones (22), (23) y (24) permiten incorporar la influencia de la dispersión.

3. RESULTADOS

Una vez presentada la propuesta de formulación se aplicará a las matrices de las economías de Francia y España; los resultados obtenidos serán comparados con la metodología original de Schintke y Stäglin (1988). Como ya se ha señalado, la aplicación efectuada en este trabajo tiene por objeto el contraste de la metodología y no el estudio de las economías analizadas.

Las matrices se obtuvieron de EUROSTAT, son simétricas y su última actualización es para el 17 de septiembre del año 2019, se encuentran divididas en 65 productos. Con el fin de facilitar la comparación, las matrices se homogenizan a 17 (ver tabla 1, las columnas; primera, segunda (donde F- nn denota a los sectores iniciales) y tercera (sectores utilizados en esta aplicación)).

Los principales resultados se resumen en la tabla 1, en la que se han agrupado las elasticidades con un valor máximo para el cambio de 50% por actividad para modificar la producción sectorial en un 1%, las que fueron obtenidas de las respectivas matrices, derivadas de las ecuaciones antes descritas. La idea de aplicar este filtro obedece a mostrar los principales cambios que se dan en cada economía. Recordemos que la formulación propuesta permite ordenar los resultados de acuerdo al grado de sensibilidad que presenten las etapas productivas (jerarquizar).

Como se puede observar, en general, se manifiestan diferencias entre la formulación de Schintke y Stäglin y la metodología recogida en E-22 (ecuación 22), en la que sólo existe la ponderación y no se han separado sus repercusiones (directas e indirectas)

TABLA 1
NÚMERO DE SECTORES CON ELASTICIDAD MENOR O IGUAL A 50

| | | | NÚMERO DE SECTORES CON ELASTICIDAD NO SUPERIOR A 50 | | | | | | | |
|-------|-------------------|------------------------------|---|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| | | | FRANCIA | | | | ESPAÑA | | | |
| | <i>Agregación</i> | <i>Sector</i> | <i>S&S</i> | <i>E22</i> | <i>E23</i> | <i>E24</i> | <i>S&S</i> | <i>E22</i> | <i>E23</i> | <i>E24</i> |
| s- 01 | F- 01 | Agricultura | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| s- 02 | F- 02 | Forestales | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| s- 03 | F- 03 | Pesca | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| s- 04 | F- 04 | Minería | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| s- 05 | F- 05 a F- 13 | I. Manufacturera No Metálica | 11 | 4 | 3 | 3 | 11 | 4 | 4 | 4 |
| s- 06 | F- 14 a F- 23 | Ind. Manufacturera Metálica | 7 | 1 | 1 | 0 | 8 | 2 | 1 | 1 |
| s- 07 | F- 24 a F- 26 | Electricidad, Gas y Agua | 2 | 1 | 1 | 1 | 6 | 1 | 1 | 1 |
| s- 08 | F- 27 | Construcción | 9 | 0 | 0 | 0 | 9 | 1 | 0 | 0 |
| s- 09 | F- 28 a F- 30 | Comercio | 9 | 0 | 0 | 0 | 7 | 0 | 0 | 0 |
| s- 10 | F- 31 a F- 35 | Transporte- Comunicaciones | 6 | 1 | 0 | 0 | 4 | 1 | 1 | 1 |
| s- 11 | F- 36 | Hoteles y Restaurantes | 2 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| s- 12 | F- 37 a F- 43 | Intermediación Financiera | 6 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 |
| s- 13 | F- 44 a F- 54 | Empresas y Alquiler | 11 | 2 | 1 | 1 | 8 | 0 | 0 | 0 |
| s- 14 | F- 55 | Administración Pública | 3 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| s- 15 | F- 56 | Educación | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| s- 16 | F- 57 + F- 58 | Salud | 3 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| s- 17 | F- 59 a F- 65 | Otros Servicios | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| | | Total | 72 | 11 | 7 | 6 | 70 | 10 | 7 | 7 |

Nota: S&S se refiere a la formulación de Schintke y Stäglin (1988) y; E-22; E-23 y E-24, a los valores obtenidos a partir de las ecuaciones 22, 23 y 24 respectivamente.

Fuente: Elaboración propia.

Por su parte, los resultados de las ecuaciones 23 y 24 (columnas E23 y E24) permiten ahora analizar las repercusiones indirectas totales e indirectas excluyendo a la actividad y su autoconsumo, lo cual permite visualizar cambios y repercusiones más globales.

Además, la tabla 1 puede ser entendida de la siguiente manera: si se mantienen las elasticidades en las ecuaciones 22 a 24, implica que son más relevantes las relaciones indirectas, dado que el efecto total se sostiene por estas últimas; al contrario, si las elasticidades (y sus valores) disminuyen al pasar, por ejemplo, de la ecuación 22 a la 23, indicará que son relevantes las relaciones directas puesto que no existirán relaciones indirectas; por otra parte, si se produce una disminución paulatina de las elasticidades, indicará que tiene repercusiones en variados ámbitos.

Respecto a los resultados, se observa cómo varía la importancia asignada a algunos sectores, tómesese a modo de ejemplo el sector Industrias Metálicas (s- 06 en tabla 1) en ambas economías, tanto la propuesta de Schintke y Stäglin (S&S), sin ponderar, como la misma ponderada (E22), asignan a esta actividad un número importante de relaciones sensibles. Sin embargo, a medida que se aíslan las repercusiones en términos de impacto, la actividad

va perdiendo relevancia, lo que indica que su autoconsumo y las relaciones directas e indirectas que genera hacia sí mismo pueden ser relevantes, dado que sus repercusiones van perdiendo relevancia.

Otro caso interesante es el de las Industrias No metálicas en Francia (s- 05), en esta rama puede observarse cómo a medida que se van aislando los efectos, estos van perdiendo relevancia, lo que conduce a pensar que la actividad tiene impactos que se derivan de un alto autoconsumo y efectos directos; y, aportando, en general, indirectamente al resto del sistema. Esta actividad es la que más sensible se mostró respecto al resto del sistema productivo, ocurriendo lo mismo en España. Siendo la diferencia respecto a esta última actividad, que la segunda no cambió en términos de sensibilidad (valor de la elasticidad), lo que nos dice que sus repercusiones indirectas son más importantes; que incluso las directas.

Por otra parte, se observa que existen actividades, independientemente de la metodología utilizada, cuya jerarquía en términos de sensibilidad y valores, varía muy poco o nada. En este sentido, pueden considerarse los casos de Agricultura y, Electricidad, Gas y Agua en España y Francia, e Industria Manufacturera No Metálica y, Transporte y Comunicaciones (España), entre otros.

Basado en estos resultados, consideramos que la propuesta presentada permite contrastar desde una perspectiva más adecuada cómo, por ejemplo, la actividad Industrial es más relevante en las dos economías desde distintos enfoques que solo usando la mirada tradicional. Esto es importante pues demuestra que la ecuación original tiende a restar importancia a las actividades que sí dinamizan las distintas economías. En sentido contrario, se observa que otras actividades como la Construcción (s- 08), pierde relevancia con la ponderación, lo que estaría en línea con lo observado en los últimos años en los que, en general, se produjo una disminución del conjunto de actividades tanto en Francia como en España, producto del descenso que experimentó dicha actividad.

Otra forma de visualizar las diferencias entre las ecuaciones propuestas se muestra en la tabla 2. En ella se plasman para la economía de Francia las etapas productivas sensibles que se dan en la Industria No Metálica. El orden de las columnas sigue la misma lógica de la tabla 1. Por otra parte, el número que aparece entre paréntesis, hace alusión al orden de dicha sensibilidad, en este sentido, a menor valor, la actividad acusará más sensibilidad y por tanto mejor posicionamiento en términos de jerarquía.

Si se observa la ecuación tradicional (columna S&S), se nota que la relación más sensible es la que se da entre el sector Minería y la Industria No Metálica, con un valor igual a 1,75, esto es, para que la producción del sector Industria No Metálica se incremente en un 1%, la relación de este sector con la Minería, debe cambiar en un 1,75%. En lógica similar, ocurre lo mismo con el resto de relaciones. Ahora, al comparar las seis primeras sensibilidades que presenta la columna S&S, con la columna (E22), lo primero que resalta son las magnitudes de las elasticidades, así como su ordenación jerárquica (valor entre paréntesis), que como se puede apreciar varía en todos los casos. Si se consideran las ecuaciones 22 a 24 (columnas E22, E23 y E24), nuevamente destacan los cambios en las elasticidades a medida que se van eliminando restricciones; además en general, se alteran los órdenes, lo que demuestra que ciertos sectores varían su importancia de acuerdo a la relevancia que presentan en términos de relaciones directas e indirectas.

TABLA 2
ELASTICIDADES MÁS SENSIBLES PARA EL SECTOR INDUSTRIA NO METÁLICA (FRANCIA)

| Sector/ (s-05) Industria No Metálica | S&S | E22 | E23 | E24 |
|--------------------------------------|----------|-----------|------------|------------|
| (s- 01): Agricultura | 1,82 (2) | 22,69 (1) | 28,48 (1) | 29,64 (1) |
| (s- 02): Forestal | 3,25 (4) | 50,09 (5) | 64,02 (5) | 72,99 (5) |
| (s- 03): Pesca | 2,62 (3) | 44,30 (4) | 45,53 (3) | 44,03 (3) |
| (s- 04): Minería | 1,75 (1) | 35,19 (3) | 32,15 (2) | 31,11 (2) |
| (s- 05): Ind. No Metálica | 4,91 (5) | 35,09(2) | 59,83 (4) | 63,58 (4) |
| (s- 07): Electricidad, Gas y Agua | 9,08 (6) | 94,04(6) | 137,39 (6) | 165,45 (6) |

Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, se observa que se ayuda a eliminar la incertidumbre de saber en qué sector realizar una intervención o invertir, a modo de ejemplo, obsérvese los valores en la columna S&S de los productos agrícolas y minería, los primeros están un 0,07% por encima de los segundos, sin embargo, con la ecuación 22 (columna E22), los productos agrícolas son un 12,5% inferiores a los de la minería lo que hace evidente los impactos entre ambos sectores, lo que no quedada claro en el primer caso, ya que la diferencia es mínima.

A continuación, se presentan algunos ejemplos para el caso de España que ayudan a demostrar lo adecuado de un procedimiento frente al otro. Utilizando la expresión tradicional se detectó que para la relación Agricultura con Industria Manufacturera No Metálica ($a_{1;5}$) una elasticidad igual a 1,82% y para Productos Mineros con Industria No Metálica ($a_{4;5}$) de 1,79% y otro caso similar, Electricidad, Gas y Agua con Industrias Manufactureras No Metálicas ($a_{7;5}$) y Transporte y Comunicaciones con Industrias Manufacturera No Metálica ($a_{10;5}$), ambas con elasticidades de 8,38%. Dados los valores tan similares parece que estas actividades presentan análogas sensibilidades y posibilidades de inversión, sin embargo, si se utiliza la expresión 22 (E22), se aprecia que sus valores son $r_{1;5} = 24,74\%$ y $r_{4;5} = 31,88\%$; de igual forma si se complementa con las ecuaciones 23 y 24 (E23 y

E24), se obtienen $s_{1,5} = 27,45\%$; $s_{4,5} = 30,21\%$; $t_{1,5} = 27,43\%$; $y, t_{4,5} = 29,24\%$, lo que en conjunto ayuda a una mayor clarificación sobre las repercusiones, validando nuevamente la propuesta realizada. Situación similar ocurre con las actividades Electricidad, Gas y Agua con Industrias Manufactureras No Metálicas y Transporte y Comunicaciones con Industrias Manufacturera No Metálica, para las cuales los resultados obtenidos son $r_{7,5} = 70,48\%$ y $r_{10,5} = 79,93\%$; $s_{7,5} = 105,45\%$; $s_{10,5} = 116,3130,21\%$; $t_{7,5} = 130,93\%$; $y, t_{10,5} = 132,44\%$, lo que de nuevo ayuda a aclarar las repercusiones.

A modo de contraste en las dos economías, se puede observar cómo la Industria No Metálica presenta un comportamiento similar en ellas. En el caso de Francia, es relevante en todos los escenarios, aunque va perdiendo importancia a medida que se aíslan sus efectos; en cambio en España mantiene su importancia en los distintos escenarios.

Desde otra perspectiva, se analizó como se ven afectados los distintos resultados luego de realizar un proceso de agregación, como se recordará las matrices utilizadas estaban compuestas a 65 productos, los que se agruparon a 17 (ver tabla 1), posteriormente dicha matriz se fue agregando a 12, 9, 7 y 5 sectores (ver tabla 3). En lo que sigue, se analizó como se ve afectado un sector que no se une en dichos procesos (construcción, F- 27).

TABLA 3
AGRUPACIONES REALIZADAS

| | | AGREGACIÓN | | | | |
|-------|---------------|-----------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | | 17 sectores | 12 | 9 | 7 | 5 |
| s- 01 | F- 01 | Agricultura | 01 a F- 03 | F- 01 a F- 04 | F- 01 a F- 04 | F- 01 a F- 04 |
| s- 02 | F- 02 | Forestales | | | | |
| s- 03 | F- 03 | Pesca | | | | |
| s- 04 | F- 04 | Minería | F- 04 | | | |
| s- 05 | F- 05 a F- 13 | M. No Metálica | F- 05 a F- 23 |
| s- 06 | F- 14 a F- 23 | M. Metálica | | | | |
| s- 07 | F- 24 a F- 26 | E, G y A | F- 24 a F- 26 |
| s- 08 | F- 27 | Construcción | F- 27 | F- 27 | F- 27 | F- 27 |
| s- 09 | F- 28 a F- 30 | Comercio | F- 28 a F- 30 | F- 28 a F- 35 | F- 28 a F- 36 | F- 28 a F- 65 |
| s- 10 | F- 31 a F- 35 | Transporte y Comunicaciones | F- 31 a F- 35 | | | |
| s- 11 | F- 36 | Hoteles y Restaurantes | F- 36 | F- 36 | | |
| s- 12 | F- 37 a F- 43 | I Financiera | F- 37 a F- 54 | F- 37 a F- 54 | F- 37 a F- 54 | |
| s- 13 | F- 44 a F- 54 | Empresas y Alquiler | | | | |
| s- 14 | F- 55 | Administración Pública | F- 55 | F- 55 | F- 55 a F- 65 | |
| s- 15 | F- 56 | Educación | F- 56 a F- 58 | F- 56 a F- 65 | | |
| s- 16 | F- 57 + F- 58 | Salud | | | | |
| s- 17 | F- 59 a F- 65 | Otros Servicios | F- 59 a F- 65 | | | |

Nota: s- 07= E, G y A= Electricidad, Gas y Agua; s- 12= I Financiera= Intermediación Financiera.

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de dicho proceso se centraron en los coeficientes de la diagonal principal de cada matriz de respuesta y se muestran en la tabla 4. Como se puede observar, los resultados emanados de la ecuación tradicional en el caso de Francia, varían a medida que se incrementa la agregación y, en el caso de España, aun cuando su valor cambia, esto es en forma muy leve, lo que indica que no presenta cambios en su nivel de sensibilidad, sin embargo, con las formulaciones que se proponen, los distintos resultados siempre fueron disminuyendo, lo que es acorde a lo esperado, esto es, que la actividad se va haciendo más sensible a un mayor nivel de agregación del resto del sistema.

TABLA 4
RESULTADOS PARA EL ELEMENTO DE LA DIAGONAL PRINCIPAL DEL SECTOR NO AGREGADO SEGÚN NIVEL DE AGREGACIÓN

| CONSTRUCCIÓN | FRANCIA | | | | ESPAÑA | | | |
|--------------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|---------|---------|
| | S&S | E22 | E23 | E24 | S&S | E22 | E23 | E24 |
| 17 | 2,1567 | 22,4202 | 32,7341 | 39,4304 | 1,9047 | 16,0843 | 24,0512 | 29,8693 |
| 12 | 2,1566 | 17,1089 | 24,5249 | 29,6979 | 1,9039 | 12,7023 | 18,5361 | 23,1303 |
| 9 | 3,3706 | 14,0580 | 23,1870 | 25,4486 | 1,9019 | 10,2490 | 14,5601 | 18,1545 |
| 7 | 2,1529 | 11,1123 | 15,1299 | 18,0548 | 1,9025 | 8,5738 | 11,9848 | 14,8193 |
| 5 | 2,1523 | 8,4880 | 11,3034 | 13,3666 | 1,9023 | 6,7070 | 11,1973 | 11,1973 |

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, después de revisar los distintos valores obtenidos para las ecuaciones aquí utilizadas de acuerdo al enfoque requerido, se observa que con las consideraciones que se proponen las sensibilidades tienden a aumentar su valor y, a disminuir su presencia; esto es, las actividades más sensibles son bastantes menos que las que en

principio se recogían, y con valores más altos, lo que indica que existe una tendencia a sobrevalorar las sensibilidades si se utiliza en su detección el enfoque tradicional; por el contrario, con nuestra propuesta y la separación de los efectos, las elasticidades, en general, varían en la medida que se van restando efectos, lo que es acorde a lo esperado y en función de los tipos de relación que ejercen los distintos sectores.

4. CONCLUSIONES

A partir de la formulación de Schintke y Stäglin (1988) y haciendo uso de herramientas y planteamientos ya desarrollados en la literatura habitual (Rasmussen, 1956 y Sonis y Hewings (2009)), este trabajo propone una alternativa que consideramos facilita la interpretación del concepto de elasticidad en un entorno input-output.

Consideramos que esta propuesta, tiene como ventaja corregir e incluir por medio de la introducción de la matriz MPM (Matriz Producto Multiplicador), aspectos tales como la importancia de elasticidades, ponderación y dispersión, permitiendo vincular las elasticidades obtenidas a las interrelaciones de oferta y demanda que presenta cada actividad.

Los resultados manifiestan que, con los cambios sugeridos, sectores que al aplicar la formulación de Schintke y Stäglin, parecían ser relevantes, al utilizar la nueva formulación no lo son y viceversa, en sentido contrario; de igual modo, también se observa que existen actividades que presentan igual relevancia en las diferentes condiciones consideradas. En este sentido, se observa que en algunos casos la sensibilidad de las distintas elasticidades, si bien se mantienen en orden de sensibilidad (orden jerárquico), la forma en que se relaciona varía, mostrando como las distintas etapas se relacionan con el sistema económico. Este último aspecto, ayuda a discernir entre las repercusiones que genera la propia actividad y lo que depende del resto del aparato productivo y, como el mismo afecta a la función de producción que se estudia.

Al proponerse variados escenarios, la consideración de efectos totales, inmediatos, indirectos e indirectos sobre otros sectores, excluyendo los del sector que los origina y su autoconsumo, facilita la visualización e identificación de actividades más sensibles, esto ayuda a visualizar que actividad se vincula más con el sistema productivo en general.

Como se puede observar, la ventaja en incorporar la matriz MPM en la propuesta es la jerarquización de las relaciones de intercambio propias de cada estructura, permitiendo identificar las principales relaciones entre la demanda y oferta de insumos; esto es, y visto desde la perspectiva de los encadenamientos, al considerarse los encadenamientos hacia atrás o poder de dispersión (b_j) y adelante o sensibilidad de dispersión (b_i) conjuntamente, se facilita la obtención de elasticidades jerarquizadas en función de la sensibilidad que presenten; además, las matrices así derivadas incorporan una respuesta en términos de impacto medio, manifestando elasticidades que influyen más al sistema, ya que incorpora esta interconexión entre la actividad y el sistema. Con todo ello se obtienen elasticidades que incluyen un efecto de requerimientos de demanda y oferta. Menores valores, por tanto, estarán asociados a los cambios establecidos en los límites prefijados en la producción y a mayores relaciones y repercusiones de intercambio. En resumen, las sensibilidades varían en función de las repercusiones que tenga en el sistema productivo, en tal sentido, se combina la importancia que tiene en términos de sensibilidad cada coeficiente técnico con sus repercusiones en el sistema productivo.

Otra ventaja observada, es que para las matrices que han sido ponderadas por sus respectivas intensidades, la dispersión resultó ser uniforme, por tanto, no alterará el orden jerárquico de las elasticidades, además, corregirá las magnitudes de las distintas elasticidades, manteniendo con ello su lugar en el orden de las sensibilidades.

Desde la perspectiva de la agregación, se observó que cuando se dejó una actividad sin agregar, los resultados con las distintas formulaciones propuestas se fueron haciendo, en línea a lo esperado, más sensibles en la actividad no agregada, algo que no se observó con la formulación tradicional cuyos valores oscilaron o bien, se mantuvieron sin alteraciones, no mostrando por tanto respuestas claras al proceso realizado.

En resumen, cuando se aplica la formulación propuesta en este trabajo, los órdenes jerárquicos en términos de sensibilidades no varían. Consideramos que se debe a que la propuesta metodológica que se plantea al ser ponderada por la intensidad de la matriz, uniformiza los respectivos coeficientes técnicos, de esta forma, consideramos que la propuesta pondera adecuadamente, considera adicionalmente las repercusiones de los distintos coeficientes por medio de la dispersión y permite separar los distintos tipos de efectos.

Desde otra perspectiva, la determinación de una manera más precisa de aquellos coeficientes, y por lo tanto sectores, cuyo cambio provoca una mayor variación en el output de una economía permite al decisor implementar medidas de política más efectivas y congruentes con la situación real y, por lo tanto, obtener unos resultados más adecuados de acuerdo a los fines perseguidos. En este sentido, consideramos a la propuesta aquí presentada como una herramienta ayuda en la toma de decisiones político-económicas.

La propuesta metodológica presentada se ha aplicado a las economías de Francia y España, a partir de la utilización de las tablas input-output de 2015 (actualizadas al 17 de septiembre del año 2019).

REFERENCIAS

- AROCHE, F. (2006): "Trees of the Essential Economic Structures: A qualitative input-output method", *Journal of Regional Science*, 46(2), 333-353.
- AROCHE, F. (2005): "Desintegración en la Estructura Productiva Mexicana y el Empleo. Los Coeficientes Importantes y su Importancia en la Integración". En: I Jornadas de Análisis Input-Output, Universidad de Oviedo, España, 22-23 de septiembre.
- AROCHE, F. (2002): "Structural Transformations and Important Coefficients in the North American Economies", *Economic Systems Research*, 14(3), 257-273.
- AROCHE, F. (1996): "Important Coefficients and Structural Change: A multi-layer approach", *Economic Systems Research*, 8(3), 235-247.
- AROCHE, F. & M. MARQUEZ. (2012): Structural Integration, Exports and Growth in Mexico: An input-output approach. *Review of Political Economy*, 24(1): 87-101.
- BULLARD, C. & A. SEBALD. (1988): "Monte Carlo Sensitivity Analysis of Input-Output Models". *The Review of Economic Studies*, 70(4):708-712.
- BULLARD, C. & A. SEBALD. (1977): "Effects of Parametric Uncertainty and Technological Change on Input-Output Models". *The Review of Economic and Statistics*, 59(1):75-81.
- DWYER, P. & WAUGH, F. (1953): "On Errors in Matrix Inversion", *Journal of the American Statistical Association*, 48(262):289-319.
- EUROSTAT (2019): Input-Output Tables. <https://ec.europa.eu/eurostat/web/esa-supply-use-input-tables/data/database>. Accesado el 19-11-2019.
- EVANS, D. (1954): "The Effect of Structural Matrix Errors on Interindustry Relations Estimates", *Econometrica*, 22(4):461-480.
- FORSELL, O. (1988): *Growth and Changes in the Structure of the Finnish Economy in the 1960s and 1970s*, In: M. CIASCHINI (Ed), Input-Output Analysis, Chapman and Hall, New York, 1988, pp. 287-302.
- GARCÍA A., A. MORILLAS & C. RAMOS. (2011): Core Periphery Valued Models in Input-Output Fiel: A scope from network theory. *Papers in Regional Science*, 90(1):111-122.
- GHOSH, S. & J. ROY. (1998): "Qualitative Input-Output Analysis of the Indian Economic Structure". *Economic Systems Research*, 10(3):263-272.
- GUTIÉRREZ, M. J. (2015): Importancia Tecnológica y Eficiencia Productiva. Una revisión del análisis de coeficientes importantes en el marco Input-Output. Tesis Doctoral, Departamento de Análisis económico y Finanzas, Universidad de Castilla- La Mancha, España.
- HAZARI, B. (1970): "Empirical Identification of Key Sectors in the Indian Economy", *The Review of Economics and Statistics*, 52(3):301-305.
- HEWINGS, G. (1984): "The role of prior information in updating input- output models", *Socio Economic Planning Science*, 18: 319- 339.
- HEWINGS, G., M. FONSECA & M. SONIS. (1989): "Key Sectors and Structural Change in the Brazilian Economy: A comparison of alternative approaches and their policy implications", *Journal of Policy Modeling*, 11(1):67-90.
- HEWINGS, G., & M. ROMANOS. (1981): "Simulating less developed economies under conditions of limited information", *Geographical Analysis*, 13, pp. 373- 390.
- HEWINGS, G., & W. SYVERSON. (1982): "A Modified Biproportional Method for Updating Required Input- Output Matrices: Holistic Accuracy Evaluation". Paper presented at the European Congress, Regional Science Association, Groningen, The Netherlands.
- HOLUB, H., & H. SCHNABL. (1994): *Input-Output-Rechnung: Input-Output Analyse*, München, Oldenbourg-Verlag.
- JACKSON, R. (1986): "The "full description" approach to the aggregate representation in the input- output modeling framework", *Journal of Regional Science*, 26(3): 515- 530.
- JENSEN, R., & G. WEST. (1980): "The effect of relative coefficient size on input-output multipliers", *Environment and Planning A*, 12(6): 659-670.
- JILEK, J. (1971): "The Selection of Most Important Input Coefficients", *Economic Bulletin for Europe*, 23(1):86-105.
- LAHR, M. (1993): "A Review of the Literature Supporting the Hybrid Approach to Constructing Regional Input-Output Models", *Economic Systems Research*, 5(3):277-294.
- Le MASNE, P. (1988) : Le système productif français face a ses voisins européens. Troisième Colloque de Comptabilité Nationale, Paris, 12-14 décembre.
- MAAß, S. (1980): *Die Reagibilität von Prognosen mittels Input-Output-Modellen auf Fehler im Datenmaterial* (Berlin: Athena üm-Verlag).
- MARTELLATO, D. & M. TARANCÓN. (2010): Productive Efficiency in 16 European Countries. Department of Economics, Working Papers Series, 22, University of Venice.
- _____. (2005): Openness, Dependency and Productive Efficiency in 9 European Countries. Department of Economics, Working Papers Series, 9, University of Venice.
- McILVRAY, J. (1977): "Linkages, key sectors and development strategy. In: W. LEONTIEF, Structure", *Systems and Economic Policy*. Cambridge University Press, New York, pp. 49-56.
- MORILLAS, A. (2005): *Cambios en la Estructura Productiva Española, 1980-1995. Un Análisis Estructural Mediante la Teoría de Grafos*. En: M. Tarancón y C. Ramos. Estructura Input-Output y Dinámica Económica. Editorial Club Universitario (ECU), España, pp. 81-118.
- MORRISON, W., & R. THUMANN. (1980): "A Lagrangian multiplier approach to the solution of a special constrained matrix problem", *Journal of Regional Science*, 20: 279- 292.

- PULIDO, A. & E. FONTELA. (1993). *Análisis Input-Output. Modelos Datos y Aplicaciones*. España. Editorial Pirámide.
- ROBLES, L. y J. SANJUÁN. (2005). "Key Sectors: Big Coefficients and Important Coefficients in Spain". In: I Jornadas de Análisis Input-Output, Universidad de Oviedo, España, 22-23 de septiembre.
- RAO, V., & F. HARMSTON. (1979): "Identification of Key Sectors in a Region of a Developed Economy", *Annals of Regional Science*, 13(3): 78-90.
- RASMUSSEN, P. (1956): *Studies in Inter-Sectoral Relations*. Amsterdam, North- Holland P. C. 1956.
- SCHINTKE, J. (1984): "Fehlersimulationen Mit Input-Output-Tabellen des Statistischen Bundesamtes", *Vierteljahrshefte zur Wirtschaftsforschung*, 3:314-330.
- SCHINTKE, J., & R. STÄGLIN. (1988): *Important Input Coefficients in Market Transaction Tables and Production Flow Tables*. In: Ciaschine, M. (Ed), Input-Output Analysis, Chapman and Hall, Nueva York, pp. 43-60.
- SCHNABL, H. (1994): "The Evolution of Production Structures, Analysed by a Multi-Layer Procedure", *Economic Systems Research*, 6(19), 51- 69.
- SEBALD, A. (1974): *An Analysis of the Sensitivity of Large Scale Input-Output Models to Parametric Uncertainties*. Center for Advanced Computation, document no. 122, University of Illinois at Urbana.
- SEKULIC, M. (1968): Applications for Input-Output Models to the Structural Analysis of the Yugoslav Economy. In: Fourth International Conference on Input-Output Techniques, Geneva, Italy.
- SIEBE, T. (1996): "Important Intermediate Transactions and Multi-sectoral Modelling", *Economic Systems Research*, 8(2):183-194.
- SHERMAN, J., & W. MORRISON. (1950): "Winifred. Adjustment of and Inverse Matrix Corresponding to a Change in One Element of a Given Matrix", *The Annals of Mathematical Statistics*, 21(1):124-127.
- SONIS, M. & G. HEWINGS. (2009): New Developments in Input-Output Analysis: Fields of Influence of Changes, the Temporal Leontief Inverse and the Reconsideration of Classical Key Sector Analysis. In: M. Sonis & G. Hewings (Eds.), *Tool Kits in Regional Science: Theory, Models, and Estimation*. Ney York: Springer.
- SONIS, M., J. GUILHOTO, G. HEWINGS & E. MARTINS. (1995): "Linkages, Key Sectors, and Structural Change: Some New Perspectives", *The Developing Economics*, 33(3): 233-270.
- SONGLING, Xu & P. GOULD. (1991): "The Grad Field of Input-Output Models and the Nature of Coefficients", *Economic Systems Research*, 3(4):367-379.
- SOZA- AMIGO, S. (2007): Análisis Estructural Input-Output: Antiguos problemas y nuevas soluciones. Tesis (Doctorado en Economía Aplicada). Oviedo, España, Universidad de Oviedo, Departamento de Economía Aplicada, 280 p.
- SOZA- AMIGO, S., & C. RAMOS. (2011): "The Aggregation in the Input-Output Model: A review from the perspective of the branches that do not join", *Revista de Economía Mundial*, 28, 247- 276.
- SOZA- AMIGO, S., C. ROSALES & P. AROCA. Análisis de los Centros Primados Vinculados al Turismo en el Parque Nacional Puyehue. *Revista de Geografía Norte Grande*. 2016, Vol. 65, p. 179-195.
- SOZA- AMIGO, S., P. AROCA & J.M. RUEDA- CANTUCHE. El Desarrollo y los Campos de Influencia. *Journal of Regional Research*. 2018, Vol 40 (Primavera): 7-34.
- TARANCÓN, M. (2006): "Locating the Most Important Transactions of the Economy by an Alternative Sensitivity Analysis: Application to the employment structure of nine european countries", *Regional and Sectoral Economic Studies*, 6(1): 35-56.
- TARANCÓN, M., & P. del RIO. (2012): Assessing Energy-Related CO₂Emissions With Sensitivity Analysis and Input-Output Techniques. *Energy*, 37(1): 161-170.
- TARANCÓN, M., & P. (2007): "Structural factors affecting land-transport CO₂ emissions: A European comparison", *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 12(4): 239-253.
- TARANCÓN, M., & P. (2005): CO₂ Emissions in Spain: Sensitivity analysis based on linear programming. In: I Jornadas de Análisis Input-Output, Oviedo, España.
- TARANCÓN, M., & A. VÁZQUEZ. (2004): Análisis de Sensibilidad y Programación Matemática. En: Tarancón, M. A. y C. Ramos, Coordinadores. Estructura Input-Output y Dinámica Económica. Editorial ECU, España, pp 51-80.
- TARANCÓN, M., P. del RIO, E. DIETZENBACHER & M. LAHR. (2008): "A Revision of the Tolerable Limits Approach: Searching for the Important Coefficients", *Economic Systems Research*, 20(1): 75-95.
- TARANCÓN, M., P. del RIO y F. CALLEJAS. (2010): "Assessing the influence of manufacturing sectors on electricity demand. A cross-country input-output approach", *Energy Policy*, 38(4): 1900-1908.
- WEST, G. (1982): "Sensitivity and Key Sector Analysis in Input-output Models", *Australian Economic Papers*, 21:365-378.