

Universidad de Oviedo

Universidá d'Uviéu

University of Oviedo

Programa de Doctorado en Materiales

Modelado del avance del rayo líder descendente, su velocidad, el punto de encuentro con el rayo líder ascendente del campo eléctrico en un punto alejado del impacto y de la distancia de cebado.

TESIS DOCTORAL

Aníbal Seminario García

Enero 2020



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Programa de Doctorado en Materiales

Modelado del avance del rayo líder descendente, su velocidad, el punto de encuentro con el rayo líder ascendente, del campo eléctrico en un punto alejado del impacto y de la distancia de cebado.

TESIS DOCTORAL

Directores de tesis:
Cristina González-Morán
Pablo Arboleya Arboleya



RESUMEN DEL CONTENIDO DE TESIS DOCTORAL

1.- Título de la Tesis	
Español: Modelado del avance del rayo líder descendente, su velocidad, el punto de encuentro con el rayo líder ascendente, del campo eléctrico en un punto alejado del impacto y de la distancia de cebado.	Inglés: Modeling the progression of stepped leaders, their speed, the encounter point with the upward streamer, the electric field far away from the convergence point and the arc distance.
2.- Autor	
Nombre: Aníbal Seminario García	DNI: _____
Programa de Doctorado: Materiales	
Órgano responsable: Comisión Académica del Programa de Doctorado en Materiales	

RESUMEN (en español)

En primer lugar se exponen estudios y teorías previas sobre tormentas eléctricas en lo relacionado con la formación del Cumulonimbus, separación de cargas en su interior (Hipótesis de Precipitación y Convección), Modelo de Progresión del Rayo Líder Descendente (RLD), velocidad del rayo líder, intensidad eléctrica y Distancia de Cebado. Posteriormente, se emplean nuevos enfoques y parámetros para el análisis del avance, velocidad y energía del rayo. Entre ellos se menciona la nube tripolar, el campo eléctrico que se genera en un punto alejado de la tormenta y el punto de encuentro entre los rayos ascendente y descendente. Así mismo se formulan nuevas expresiones para la Distancia de Cebado, Fuerza de Impacto e influencia de la estructura.

RESUMEN (en Inglés)

Firstly, previous studies and theories on thunderstorms are presented in relation to the formation of the Cumulonimbus, separation of interior electrical charges (Precipitation and Convection Hypothesis), Descendant Step Leader characterisation, speed of the guide beam, electrical intensity and Priming Distance. Then, new approaches and parameters are used to analyze the progress, speed and energy of the beam. Among them we have a three-pole cloud modelling and the mathematical analysis of the leader speed evolvement with the subsequent study of the electric field generated at a point away from the storm and the meeting point of the ascendant and descendant beams. Also new formulations for the impact force and the structure influence are proposed.

SR. PRESIDENTE DE LA COMISIÓN ACADÉMICA DEL PROGRAMA DE DOCTORADO EN MATERIALES

Agradecimientos

En primer lugar, deseo agradecer a mi esposa e hijos el apoyo recibido, han tenido que soportar momentos complicados y difíciles. Siempre que hubo dudas e incluso ganas de abandonar, me animaban para que continuara.

Por otro lado, quiero dar las gracias a mis directores de tesis Cristina González-Morán y Pablo Arboleya Arboleya; sin su ayuda no habría conseguido esta labor. Su orientación y guía han sido fundamentales para realizar este trabajo. También agradezco la colaboración de Xavier Domínguez, sus consejos a la hora de estructurar y darle forma a la tesis han sido muy valiosos.

Por último, tengo que mencionar a Juan Ramón Hermoso Cuesta, autor de la tesis: Descargas Atmosféricas, descripción del Rayo Líder Descendente y su influencia en la localización del Punto de Impacto. Aunque no conozco a Juan Ramón, su trabajo ha sido un referente para mis estudios pues me ha permitido ahondar temáticas similares dándoles una perspectiva distinta y un mayor desarrollo teórico.

Resumen

En primer lugar se exponen estudios y teorías previas sobre tormentas eléctricas en lo relacionado con la formación del Cumulonimbus, separación de cargas en su interior (Hipótesis de Precipitación y Convección), Modelo de Progresión del Rayo Líder Descendente (RLD), velocidad del rayo líder, intensidad eléctrica y Distancia de Cebado. Posteriormente, se emplean nuevos enfoques y parámetros para el análisis del avance, velocidad y energía del rayo. Entre ellos se menciona la nube tripolar, el campo eléctrico que se genera en un punto alejado de la tormenta y el punto de encuentro entre los rayos ascendente y descendente. Así mismo se formulan nuevas expresiones para la Distancia de Cebado, Fuerza de Impacto e influencia de la estructura.

Abstract

Firstly, previous studies and theories on thunderstorms are presented in relation to the formation of the Cumulonimbus, separation of interior electrical charges (Precipitation and Convection Hypothesis), Descendant Step Leader characterisation, speed of the guide beam, electrical intensity and Priming Distance. Then, new approaches and parameters are used to analyze the progress, speed and energy of the beam. Among them we have a three-pole cloud modelling and the mathematical analysis of the leader speed evolvment with the subsequent study of the electric field generated at a point away from the storm and the meeting point of the ascendant and descendant beams. Also new formulations for the impact force and the structure influence are proposed.

Contribuciones

- En el presente trabajo se introducen parámetros nuevos que intervienen en el avance y velocidad del Rayo Líder Descendente (RLD) como son: densidad superficial de carga (φ_s) en la base de la nube, densidad lineal de carga del rayo (φ_l), diámetro (D) de los círculos donde se concentran las cargas en la base de la nube y por último resistencia óhmica (λ) que ofrece la atmósfera al paso del rayo líder.
- Se calcula la energía del rayo y de la nube para posteriormente determinar la potencia teórica del rayo.
- Se aplica un criterio nuevo para una nube tripolar. Consiste en considerar a ésta como un todo donde la suma total de las cargas es cero. Con esta nueva consideración fue posible establecer una relación entre cargas.
- Una de las contribuciones más interesantes en el estudio del campo eléctrico, en un punto alejado del impacto del rayo, ha sido el considerar la existencia de cuatro focos de carga: dos están situados en la nube y en el rayo bajante respectivamente mientras que los otros dos se encuentran en el extremo de una estructura en tierra y en el rayo que sube. Con este nuevo enfoque se encuentra una ecuación de campo eléctrico cuyos parámetros más influyentes son: Punto de Encuentro (Pe) entre ambos rayos (descendente y ascendente), altura de la estructura (h_E) en tierra y la distancia horizontal (r) al punto de impacto del rayo.
- Para la Distancia de Cebado (D_c) se determina una nueva expresión, resultando una ecuación muy sencilla, que sólo depende de la altura de la estructura y de la relación entre la densidad lineal de carga del rayo y el campo eléctrico existente en el ambiente.
- Finalmente, se define la fuerza de impacto del rayo, tanto descendente como ascendente, como el producto de tres factores que son: campo eléctrico, densidad lineal de carga del rayo y longitud del propio rayo.

Índice de Contenidos

Agradecimientos	iii
Abstract	iv
Contribuciones	v
Índice de Contenidos	vi
Índice de Figuras.....	x
Índice de Tablas.....	xiii
Nomenclatura, notaciones y abreviaturas principales	xiv
CAPÍTULO I	1
INTRODUCCIÓN.....	1
1.1) Objetivo	1
1.2) Descripción de los capítulos.....	1
1.3) Consideraciones generales.....	3
1.4) Motivación.....	3
CAPÍTULO II.....	5
ESTADO DEL ARTE	5
2.1) Resumen	5
2.2) El cumulonimbus y su formación.....	7
2.3) Mecanismos de separación de cargas. Teoría de C.T.R. Wilson. Nube de tormenta dipolar.....	11
2.4) Nube de tormenta tripolar.....	16
2.5) Campo eléctrico de una nube tripolar en un punto alejado de la tormenta	20
2.6) Rayo Líder (Stepped Leader) y su campo eléctrico en un punto alejado del impacto del rayo.....	22
2.7) Campo magnético originado por el rayo líder	25
2.8) Velocidad del rayo líder. Intensidad eléctrica.	26
2.9) Energía liberada por los rayos y su aprovechamiento energético.....	28
2.10) Distancia de Cebado	29

2.11) Modelo de Progresión del rayo Líder (LPM).....	32
2.12) Relámpagos y rayos. Entendimiento del origen del rayo.	34
2.13) Circuito eléctrico global	39
2.14) Conclusiones.....	40
CAPÍTULO III	43
APORTACIONES TEÓRICAS AL AVANCE Y VELOCIDAD DEL RAYO LÍDER DESCENDENTE (RLD).....	43
3.1) Avance del Rayo Líder Descendente (RLD).....	43
3.2) Parámetros considerados	44
3.3) Fases del rayo líder en su descenso	45
a) Tramo l_1	45
b) Tramo l_2	46
3.4) Trayectoria del Rayo Líder.....	48
3.5) Velocidad del Rayo Líder. Intensidad Eléctrica.	50
a) Primer caso	50
b) Segundo caso.....	51
c) Velocidad del rayo líder descendente.....	52
3.6) Velocidad del rayo guía en función del diámetro D y del parámetro G	58
3.7) Forma alternativa de expresar el avance del rayo y su velocidad.....	61
3.8) Conclusiones.....	63
CAPÍTULO IV	65
ENERGÍA DEL RAYO EN FUNCIÓN DEL TIEMPO. ENERGÍA DE LA NUBE.	65
4.1) Energía del rayo.....	65
4.2) Energía de la nube	67
4.3) Tiempo de actuación para descargar un cumulonimbus..	71
4.4) Conclusiones.....	72

CAPÍTULO V.....	74
POTENCIAL Y CAMPO ELÉCTRICO DE UNA NUBE TRIPOLAR EN UN PUNTO ALEJADO DE LA TORMENTA.....	74
5.1) Potencial en el punto “A” debido a las cargas reales	74
5.2) Potencial en el punto “A” debido a la carga imagen	75
5.3) Campo eléctrico en el punto “A”	76
5.4) Conclusiones.....	77
 CAPÍTULO VI.....	 78
POTENCIAL ELÉCTRICO DEBIDO AL RAYO LIDER DESCENDENTE (RLD) EN UN PUNTO ALEJADO DEL IMPACTO DEL RAYO EN TIERRA. CAMPO ELÉCTRICO EN DICHO PUNTO.	78
6.1) Potencial en el Punto “A” debido a la carga qn	79
6.2) Potencial en el Punto “A” debido al Líder con carga ϕL	81
6.3) Potencial debido a las cargas “imagen” ql' y qn'	81
6.4) Campo eléctrico en el Punto “A”	81
a) Descenso del Rayo Líder.....	82
b) Impacto del rayo.....	85
6.5) Conclusiones.....	87
 CAPÍTULO VII.....	 88
RAYO LÍDER DESCENDENTE Y ASCENDENTE. CAMPO ELÉCTRICO EN UN PUNTO ALEJADO DEL IMPACTO DEL RAYO. PUNTO DE ENCUENTRO (Pe).....	88
7.1) Campo eléctrico en un punto alejado del impacto del rayo	90
a) Campo eléctrico debido a la carga qN – de la nube....	91
b) Campo eléctrico debido al rayo descendente ($dql -$)	91
c) Campo eléctrico debido al rayo ascendente ($dqa +$).	91

d) Campo eléctrico debido a la carga de la estructura ($dqE +$)	92
e) Campo eléctrico total	92
7.2) Punto de Encuentro (Pe).....	93
7.3) Representación gráfica del campo	95
a) Cálculo del ángulo límite β	98
7.4) Influencia de la estructura (h_E)	100
7.5) Conclusiones.....	103
 CAPÍTULO VIII.	 105
DISTANCIA DE CEBADO (STRIKING DISTANCE).....	105
8.1) Cálculo de la Distancia de Cebado	105
a) Una hipotética Distancia de Cebado nula:	107
b) Distancia de Cebado $0 < Dc \leq z - hE$	107
8.2) Valor máximo de la Distancia de Cebado	108
8.3) Parámetro H	112
8.4) Conclusiones.....	113
 CAPÍTULO IX.	 115
RESUMEN, CONCLUSIONES FINALES Y TRABAJOS FUTUROS	115
9.1) Resumen y Conclusiones finales	115
9.2) Trabajos futuros.....	119
 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 121
ANEXO A	128
ANEXO B	132
ANEXO C	133
ANEXO D	134
ANEXO E: Publicaciones.....	135

Índice de Figuras

Figura 2.1: Cumulonimbus. Temperaturas a diferentes cotas. La cota cero (suelo terrestre).	8
Figura 2.2: Tipos de rectas de temperatura en función de la altura. 10	
Figura 2.3: Distribución de cargas en una nube de tormenta.....	12
Figura 2.4: Teoría de separación de cargas por C.T.R. Wilson	14
Figura 2.5: Hipótesis de la Precipitación	15
Figura 2.6: Hipótesis de la Convección	16
Figura 2.7: Nube de tormenta Tripolar.....	17
Figura 2.8: Temperatura de inversión de carga.....	19
Figura 2.9: Experimento de Charles B. Moore y Bernard Vonnegut	21
Figura 2.10: Posición de las cargas en una nube tripolar.....	21
Figura 2. 11: Campos eléctricos parciales y total en función de la distancia $r(m)$	23
Figura 2.12: Campo eléctrico en un punto alejado del avance del Rayo Líder Descendente.....	24
Figura 2.13: Campo magnético originado por Rayo Líder Descendente.....	26
Figura 2.14: Funcionamiento del rayo según Josep R. Dwyer.....	37
Figura 2.15: Circuito Global	40
Figura 3.1: Situación de las cargas, en círculos concéntricos con densidad ρl , en la base de la nube.....	44
Figura 3.2: Tramos del Rayo Líder Descendente.....	49
Figura 3.3: Condensador formado por el conjunto nube-tierra.....	51
Figura 3.4: Velocidad del rayo en función del parámetro χ	52
Figura 3.5: Relación entre los segmentos l del rayo y el diámetro D	57

Figura 3.6: Velocidad del rayo en función del diámetro D	60
Figura 3.7: Evolución de la velocidad del rayo.....	60
Figura 3.8: Concentración volumétrica de cargas en la nube y rayo	62
Figura 4.1: Valores máximos de energía en función del tiempo.....	67
Figura 4.2: Variación de la carga a medida que crece la nube.....	69
Figura 5.1: Distribución de las cargas en una nube tripolar. Carga Imagen y Real.....	75
Figura 6.1: Posición de las cargas en la nube. Rayo Líder Descendente (RLD)	80
Figura 6.2: El RLD a la altura h del suelo y los diferentes puntos situados a distancias D, D_1, D_2, D_3	83
Figura 6.3: Evolución del campo eléctrico desde el comienzo del rayo hasta su impacto en el suelo para varias posiciones del observador	84
Figura 6.4. Ángulo límite. Cambio de polaridad en el campo eléctrico	85
Figura 6.5: Valores de campo eléctrico positivos y negativos.....	86
Figura 6.6: Evolución del campo eléctrico para diferentes valores de D para $h=0$	87
Figura 7.1: Posición de las cargas en un instante dado t	89
Figura 7.2: Campos eléctricos parciales en el punto “A”	90
Figura 7.3: Comparación del campo eléctrico según Rakov y la propuesta de Pe	94
Figura 7.4: Parámetros “a”, “b” y “k”	96
Figura 7.5: Familia de curvas de campo eléctrico según los parámetros “a” y “b”	97
Figura 7.6: Valores de campo eléctrico para distintos Pe	98

Figura 7.7. Ángulo límite β y α	99
Figura 7.8: Valor máximo del ángulo límite β	101
Figura 7.9: Envoltente que recoge valores máximos de campo para diferentes Pe	102
Figura 7.10: Influencia de la estructura.....	102
Figura 7.11: Comparación de campos eléctricos para el instante $t =$ 0	104
Figura 8.1: Distancia de cebado	106
Figura 8.2: Distancia de Cebado en función de h_E y H	109
Figura 8.3: Estructura máxima en función de H	110
Figura 8.4: Distancia de Cebado en función de h_E para tres casos de H_1, H_2 y H_3	111
Figura Anexo A1: Estructuras iguales	128
Figura Anexo A2: Distribución de cargas.....	129

Índice de Tablas

Tabla 2.1: Valores de α y β	28
Tabla 2.2: Valores de la constante K y del exponente a	30
Tabla 7.1: Valores del ángulo límite β según “ a ” y “ b ”	100

Nomenclatura, notaciones y abreviaturas principales por orden de aparición

CAPÍTULO II	
a	Parámetro característico (m) de las rectas atmosféricas
b	Pendiente característica (m/°C) de las rectas atmosféricas.
T	Temperatura en °C
Z	Altura (m) desde el suelo terrestre hasta la posición puntual de la temperatura
T_{ic}	Temperatura de inversión de carga
R_{DA}	Rigidez dieléctrica del aire (V/m)
q_i	Cargas en la nube en Culombios
r	Metros entre el punto “A” y el eje central de la nube
L, l	Longitud (m) entre la base de la nube y el suelo terrestre
N	Altura total de la nube en metros
Z	Altura (m) desde el suelo terrestre a la torta de carga negativa situada en la nube. En general es la altura desde el suelo hasta donde se concentran en el interior de la nube.
ϵ_0	Constante dieléctrica: $8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$
π	3.1416
E_A	Campo eléctrico en el punto “A”, en V/m o KV/m
φ_L, φ_l	Densidad lineal de carga en C/m en el rayo líder
h	Altura (m) entre el extremo del rayo líder y el suelo terrestre. También representa la altura (m) de estructura
D	Distancia (m) entre el lugar de impacto del rayo al punto donde se calcula el campo
I	Intensidad de corriente en amperios
x	Distancia (m) desde el punto de impacto al lugar de aplicación del campo magnético
μ_0	Permeabilidad magnética: $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Henrios/m}$

B	Campo magnético en Teslas ($V \cdot s/m^2$)
Q	Carga en Culombios
l	Longitud (m) del rayo líder
I_{pf}	Corriente de pico en KA
α, β	Parámetros que varían según observaciones y medidas realizadas por diferentes autores
RLA	Rayo Líder Ascendente
RLD	Rayo Líder Descendente
D_c	Distancia de Cebado (m)
K, a	Parámetros variables según el campo eléctrico existente en la Distancia de Cebado
H	Estructura semielíptica (m) de curvatura 1 cm
δ	Densidad relativa del aire
P, P_0	Presión final e inicial
T, T_0	Temperatura final e inicial
R	Radio de curvatura (m)
E, E_0	Campo eléctrico (KV/m)
E_{Peek}	Campo eléctrico según F. Peek
LPM	Leader Progression Model (Modelo Progresión Líder)
V	Potencial en KV y en ocasiones también representa velocidad m/s
CAPÍTULO III	
D_{max}	Diámetro máximo (m) del círculo donde se concentran las cargas negativas en la nube
φ_s	Densidad superficial de carga (C/m^2)
Q_{max}	Carga máxima (C) existente en el círculo de diámetro máximo
q_{l_i}	Carga (C) que transporta el rayo líder en una fase o tramo ($q_{l_1}, q_{l_2} \dots$)
ΔD	Disminución de diámetro en la base de la nube.
l_1, l_2, \dots	Longitudes (m) de los respectivos tramos de RLD
l_t	Longitud total (m) del RLD
D_{min}	Diámetro mínimo (m), es el diámetro final

ϕ_{AB}	Diferencia de potencial (V) entre las placas imaginarias “A” y “B”
C	Capacidad en Faradios
v	Velocidad (m/s) del RLD
t	Tiempo en segundos
E_{AB}	Campo eléctrico entre placas “A” y “B”
R	Resistencia óhmica (Ω)
δ	Resistividad ($\Omega \cdot m$)
d	Diámetro (m) de la sección del RLD
E_{RDA}	Rigidez dieléctrica del aire (V/m)
K_D	Constante dieléctrica en A/m
χ	Parámetro Ji adimensional que relaciona la longitud del rayo con el diámetro del círculo donde se concentran las cargas en el interior de la nube.
λ	Resistencia en Ω , es la relación entre la rigidez dieléctrica (E_{RDA}) y la constante K_D
C_L	Velocidad de la luz (m/s)
a	Constante de valor: $15.64 \times 10^4 \frac{m/s}{\Omega}$
b	Constante de valor: $368 \times 10^4 \Omega^2$
D_{med}	Diámetro medio (m)
G	Parámetro que relaciona las densidades lineal y superficial: $6,34 \times 10^4 \cdot \left(\frac{\phi_l}{\phi_s}\right)^2 \frac{m/s}{\Omega/m^2}$
$\phi_{v(n)}$	Densidad de carga volumétrica (C/m^3) en la esfera imaginaria en el interior de la nube
$\phi_{v(r)}$	Densidad de carga volumétrica (C/m^3) en el tubo imaginario que forma el rayo en su descenso.
χ_v	Representa el valor de Ji volumétrico y equivale a: $\frac{2 \cdot \phi_{v(n)}}{\phi_{v(r)}} \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^2$
G_v	Parámetro que equivale: $\frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot C_L^2}{64} \cdot \left(\frac{\phi_{v(r)}}{\phi_{v(n)}}\right)^2 \frac{m/s}{\Omega}$
CAPÍTULO IV	
ϕ_{max}	Potencial máximo (V o kV)

W, W_{nube}	Energía en julios
φ_v	Densidad volumétrica de carga (C/m^3)
N	Altura de la nube (m)
D	Diámetro de la nube (m)
K	Relación entre el diámetro y altura de la nube (D/N)
T_t	Tiempo en segundos
P_{rayo}	Potencia eléctrica del rayo
N	número de rayos caídos
CAPÍTULO V	
B	Relación entre cargas q_1/q_3
R_i, R_i'	Radios(m) de posición desde el punto de observación a las cargas real e imagen
H	Relación entre la longitud l y la altura N
CAPÍTULO VI	
q_N, q_N'	Cargas en la nube (real e imagen)
q_l, q_l'	Cargas que transporta el líder (real e imagen)
z'	Longitud del rayo líder en un instante dado
α_l	Ángulo límite
a	$\tan \alpha_l$. Relación entre diámetro D y altura z
CAPÍTULO VII	
h_E	Altura (m) de la estructura en tierra
h_l	Altura (m) del extremo del Rayo Líder Descendente al suelo en el instante t
q_N^-	Carga situada en el foco de la nube
q_l^-	Carga que transporta el rayo descendente
h_a	Altura (m) desde el extremo del rayo ascendente al suelo en el instante t
q_E^+	Carga en el extremo de la estructura
q_a^+	Carga que transporta el RLA
$R_N, R_l,$	Distancias desde las cargas respectivas al punto "A"

R_a, R_E	posición del campo eléctrico
r	Distancia del eje del rayo hasta el punto "A"
$E_{Z(N)}, E_{Z(l)}$ $E_{Z(a)}, E_{Z(E)}$	Componentes verticales del campo eléctrico según las respectivas cargas de la nube, RLD, RLA y estructura
Pe	Punto de encuentro del RLD y RLA
$E_{A(Rakov)},$ $E_{A(Pe)}$	Campo eléctrico situado en "A", dado por Rakov y el calculado para el Pe
a	Relación entre r y z
b	Relación entre Pe y z
K	Relación entre h_E y z
CAPÍTULO VIII	
E_{RDA}	Campo eléctrico equivalente a la rigidez dieléctrica del ambiente
H	Relación entre la densidad lineal de carga $\varphi_l/2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0$ y el campo E_{RDA} . Viene en metros
E_0, φ_{l_0}	Campo y densidad iniciales
f	Parámetro que viene expresado en N/m
ANEXO A	
q_N	Carga en la base de la nube (C)
q_a	Carga en la estructura (C)
E_D	Campo eléctrico descendente (V/m)
E_a	Campo eléctrico ascendente (V/m)
F_D	Fuerza descendente (N)
F_a	Fuerza ascendente (N)

CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

1.1) Objetivo

El objetivo de la presente tesis consiste en el desarrollo de un modelo teórico del comportamiento del rayo, considerando primero la concentración inicial de cargas eléctricas en determinadas zonas de la nube; hasta la posterior descarga y su impacto en el suelo terrestre. Para el efecto, se modela la descarga eléctrica entre la nube y tierra en el seno de una tormenta eléctrica. Se destaca al campo eléctrico que se origina en el suelo terrestre cuando el Rayo Líder (guía que transporta la carga desde la nube) avanza e impacta en el suelo o estructura.

1.2) Descripción de los capítulos

El Capítulo I contiene el objetivo, descripción de los capítulos, consideraciones generales y motivación de la tesis.

El análisis del estado del arte se detalla en el Capítulo II. Allí se describen distintas teorías relacionadas con las tormentas eléctricas, estudiando la formación de la nube y la separación de cargas, el campo eléctrico, velocidad y corriente relacionadas a los rayos (descendente, ascendente y de retorno), modelos de progresión de avance del rayo y justificantes para el origen del rayo en sí.

Las aportaciones realizadas por la presente tesis empiezan a exponerse a partir del Capítulo III.

En el Capítulo III se plantea una hipótesis para el avance del Rayo Líder Descendente y el cálculo de su velocidad. Con el avance del rayo se produce una transferencia de carga desde la nube al rayo líder, siendo los parámetros más influyentes la densidad superficial de carga en la base de la nube, la densidad lineal de carga del rayo y por último el diámetro del círculo máximo donde se concentran las cargas en la base de la nube. En el cálculo de la velocidad del rayo

se observa sobre todo la importancia de dos parámetros: uno es la resistencia óhmica que ofrece la atmósfera al paso del rayo y el otro denominado J_i , representado por χ , relaciona el avance del rayo con el diámetro del círculo donde se concentran las cargas en el interior de la nube.

Posteriormente, se estudia de una manera teórica la energía del rayo y de la nube en el Capítulo IV. Allí se determina el tiempo que tarda la nube en descargarse para luego determinar una ecuación sencilla que relaciona la potencia del rayo con el cuadrado de la densidad volumétrica de carga de la nube y con la quinta potencia de su altura.

En el Capítulo V, al considerar la nube tripolar como un todo en el cual la suma total de sus cargas es nula, se establece una relación entre cargas cuyo valor está comprendido entre cero y la unidad. Así mismo, se determina que los potenciales y campos eléctricos dependen de esta relación de carga. El potencial y campo eléctrico en un punto alejado del impacto del rayo son determinados en el Capítulo VI. Para ello, se consideran dos focos de carga: uno situado en la base de la nube y el otro se encuentra en el mismo rayo descendente. También se define el ángulo límite y se estudia el efecto del impacto del rayo en el suelo.

Después, se calcula el campo eléctrico del Rayo Descendente y Ascendente en un punto alejado del impacto del rayo como parte del Capítulo VII. Se define el Punto de Encuentro (Pe) entre ambos rayos y se determina el campo eléctrico en función del Pe . Luego, se comparan estos resultados con los propuestos por V. Rakov.

Luego, en el Capítulo VIII se estudia la Distancia de Cebado y se obtiene una nueva expresión para la misma considerando como variables a la altura de la estructura, el campo eléctrico y la densidad de carga lineal del rayo. Se culmina calculando la fuerza de impacto del rayo.

Finalmente, en el Capítulo IX se elabora un resumen y se detallan las conclusiones finales.

1.3) Consideraciones generales

Para la determinación numérica y representación de curvas donde el potencial eléctrico, campo eléctrico, distancia de cebado y velocidad son las incógnitas, se han considerado los siguientes valores:

- Densidad lineal de carga: $\varphi_l = 0.002 \text{ C/m}$
- Factor: $\varphi_l/2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 = 3.5967 \times 10^7 \text{ Voltios}$
- Constante dieléctrica del aire: $K_D = 100 \text{ A/m}$
- Altura entre nube (foco de carga) y tierra $Z = 1000 \text{ m}$

En este trabajo se aplica las leyes de la electrostática, utilizando el método de las imágenes tanto para el cálculo del potencial eléctrico como para el campo. También, cabe mencionar que la gran mayoría de los cálculos realizados se han hecho con el supuesto de una nube con el polo negativo en su base, donde por inducción el suelo terrestre se carga positivamente, formando un gigantesco condensador. Criterio que se exceptúa en donde se puntualice el uso de otra consideración.

1.4) Motivación

A continuación, hago una breve mención de las circunstancias que me motivaron al desarrollo de la presente tesis. Me gradué como Ingeniero Técnico de Minas en la Universidad de Oviedo en 1979. Durante 22 años trabajo en minas privadas de antracita, desempeñé varios cargos propios de mi profesión. Posteriormente, colaboré cerca de 12 años en una empresa de telecomunicaciones afincada en Madrid. Allí realicé diversas actividades relacionadas con el análisis y promoción de un producto denominado “Inhibidor de Rayos”. Para ello, repasé nociones acerca de electromagnetismo y el comportamiento de la nube de tormenta y del propio rayo.

A medida que fui conociendo el Inhibidor de Rayos, aumentó mi interés por las descargas atmosféricas hasta el punto de plantearme desarrollar el presente trabajo y analizar la viabilidad futura de implementación de los estudios y análisis derivados. Para poder realizar mi matrícula como estudiante de doctorado, realicé en primer lugar un curso de adaptación al Grado en Ing. de Recursos Mineros y Energéticos (2011/2012). Luego, al año siguiente finalicé el máster en Ciencia de los Materiales de la Universidad de Oviedo (2012/2013). Con estas nuevas titulaciones, en el año 2013 pude optar al desarrollo de la tesis, matriculándome en el departamento de Ciencias de los Materiales de la referida universidad. El tema inicial del doctorado fue “Tormentas Eléctricas y su aprovechamiento energético”. No obstante, en virtud del estudio del estado del arte, con el tiempo se modificó la temática de la tesis como está planteada en la presente memoria. En este contexto, se han realizado diferentes contribuciones referentes al modelado del rayo ascendente y descendente; así como del campo eléctrico derivado de su encuentro.

CAPÍTULO II

ESTADO DEL ARTE

2.1) Resumen

Con el fin de desarrollar un modelo teórico del comportamiento del rayo desde la concentración de cargas hasta su descarga e impacto en tierra, en este capítulo se detalla el estudio del estado del arte haciendo alusión a las referencias bibliográficas de mayor aceptación en la temática hoy en día. Para facilitar el entendimiento del lector, a continuación se elabora un resumen sobre lo detallado en este capítulo.

En primer lugar, haciendo mención al cumulonimbus, se describe físicamente la formación de una nube de tormenta mediante diferencias de temperatura existentes en su interior [1]. Este hecho provoca corrientes de aire que dan origen a choques entre partículas de agua y hielo, conllevando a la ionización del ambiente y polarización de la nube.

Posteriormente, se narra el mecanismo de separación de cargas que polariza el interior de la nube [2]. Al respecto, se menciona las dos teorías existentes. La primera propone una estructura de polarización dipolar por medio de dos hipótesis: precipitación y convección [4]. En la segunda teoría, Malan, Schonland y Kasemir [5] – [7] proponen una nube tripolar. Para ello introducen un factor importante denominado Temperatura de Inversión de Carga (TIC). Este explica la formación de: cargas positivas en la base de la nube, la torta negativa y la acumulación de cargas positivas en la parte superior del cumulonimbus.

Luego, bajo este precepto, para el cálculo del campo eléctrico de una nube tripolar en un punto alejado de la tormenta, se consideran tres puntos de carga (q_1, q_2 y q_3) para el interior de la nube [16], [17]. Una vez discutida la separación de cargas bajo

estos precedentes, se introduce el concepto de Rayo Líder y se calcula los campos eléctrico y magnético generados por el mismo. En consecuencia, se describe luego a los rayos Líder Descendente, Ascendente y de Retorno. También se explica brevemente que el campo eléctrico medio, que origina el rayo guía, es bastante inferior al campo de ruptura dieléctrica del aire [9]. El campo eléctrico y magnético del rayo Líder Descendente, en un punto alejado de la tormenta, se determina con las expresiones (2.7) y (2.11) respectivamente.

En lo referente a la velocidad del Líder Descendente, experimentaciones han encontrado una media entre 2×10^5 m/s [13]. Además, la velocidad del Líder junto con la densidad lineal de carga, determinan la corriente eléctrica existente. Luego, la carga del rayo de Retorno se calcula mediante la expresión (2.16) y se hace también una breve mención sobre la energía liberada por los rayos y su posible aprovechamiento.

También, se define la Distancia de Cebado (D_c) y su importancia para la formación del Líder Ascendente. Al respecto, F. Peek calcula un campo eléctrico y lo compara con el campo eléctrico estabilizador, que es el valor mínimo necesario para que se produzca el Líder Ascendente. Se menciona también que la D_c es función de tres variables que son: densidad lineal de carga, campo eléctrico y altura de la estructura.

Así mismo, en este apartado se describe el Modelo de Progresión del Rayo Líder (PLM) propuesto por Deller, Garbagnati y Bernardi [30], [31]. En esta teoría aparece un concepto denominado “Stream Zone”, definiéndolo como una región donde el campo eléctrico es igual o mayor a 300 kV/m. Esta zona está comprendida entre la punta del Líder Descendente y la D_c . Es importante destacar que la “Stream Zone” influiría en la trayectoria del Líder al hacerla no rectilínea. No obstante, otro modelo es propuesto por Rizt [27] quien describe más bien una trayectoria

vertical y rectilínea del Líder Descendente donde el potencial eléctrico es función de la altura de la estructura. Cabe mencionar que en los cálculos posteriores realizados en éste trabajo, se considera que el Líder sigue una trayectoria similar a la descrita por Ritz.

Luego, con el fin de ahondar sobre el entendimiento del origen del rayo, se comenta sobre el modelo denominado Avalancha Relativista de Electrones que apareció a finales del siglo pasado y principios de este. El mismo relaciona los Rayos X con las descargas atmosféricas, pues siempre que se inicia el rayo hay emisiones de Rayos X [9]. Finalmente, para justificar el por qué la alta atmósfera tiene carga positiva y mantiene una diferencia de potencial constante, se expone la teoría del circuito eléctrico global. En este se considera al planeta tierra como una gran batería auto-recargable, donde las cargas positivas generadas por las tormentas son transportadas por la alta atmósfera a otros puntos de la tierra. Mientras que, en zonas de buen tiempo o anticiclónicas se producen corrientes de aire de retorno que presentan diferencias de potencial de 300 kV [10], entre el suelo terrestre y la alta atmósfera.

2.2) El cumulonimbus y su formación

Se considera al cumulonimbus como una nube de gran desarrollo vertical que está compuesta de una serie de células bastante juntas y casi independientes entre sí [1]. Cada célula es como indica la Fig. 2.1. Una célula es un volumen de aire limitado en la dirección horizontal y vertical en la cual ocurren procesos de corrientes ascendentes y descendentes de aire tibio y húmedo. El mecanismo consiste en que a medida que sube el aire de la superficie terrestre se va enfriando y se condensa, a la vez que arrastra tras de sí aire de los costados.

Podemos definir la temperatura atmosférica como una función lineal de la altura [1] y considerar la ecuación de una recta de la siguiente manera:

$$Z = a + b \cdot T \quad (2.1)$$

Donde,

T = Temperatura en °C

a = Parámetro característico en metros de las rectas atmosféricas y oscila entre 3000 a 9000 m.

b = Pendiente característica de la recta en m/°C. Está comprendida entre 120 a 360 m/°C.

Z = Altura en metros

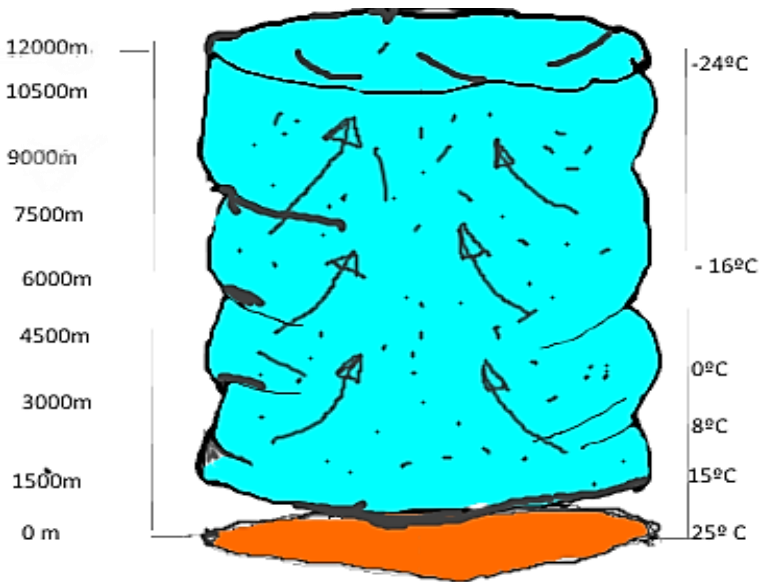


Figura 2.1: Cumulonimbus. Temperaturas a diferentes cotas. La cota cero (suelo terrestre).

Se pueden establecer tres tipos de comportamientos rectilíneos que se detallan en la Fig. 2.2:

- Recta Atmosférica Estática: representa las condiciones normales de presión y temperatura en la superficie terrestre del aire seco (recta A). A medida que la altura aumenta la temperatura disminuye. En esta condición la atmósfera está relativamente estática con apenas corrientes de aire.

- **Recta Atmosférica de Aire Húmedo:** representa el enfriamiento adiabático del aire húmedo, es la recta C. La diferencia con respecto a la curva A radica en el contenido de vapor de agua que tiene la atmósfera. Para una misma temperatura el exceso de aire húmedo, que tiene esta nueva situación, hace que el aire suba y se enfríe más rápidamente que en el caso anterior. La diferencia entre una atmósfera seca de otra húmeda (además del contenido de vapor de agua), es que para una misma cota el ambiente seco siempre tiene una temperatura menor que el húmedo. Una región de aire caliente y húmeda tiende a subir y enfriarse muy rápidamente hasta que el vapor de agua contenido se condensa formando gotas de agua y cristales de hielo muy pequeños.
- **Recta Atmosférica Real:** representa aire húmedo mezclado con aire del ambiente, es la recta D. Esta es la más representativa del interior de una nube de tormenta.

La recta D tiene una posición intermedia respecto a las dos anteriores, su explicación es la siguiente: a medida que el vapor es arrastrado hacia arriba, éste se condensa formándose pequeñísimas gotas que se enfrían rápidamente a temperaturas por debajo de cero grados. Cuando hay trozos pequeños de cloruro sódico (NaCl), las gotitas se congelan llegando un momento que desaparece el agua quedando sólo partículas de hielo. En este punto también puede formarse grandes cristales de hielo como consecuencia de choques, debido a los fuertes vientos, entre gotas “sobre-enfriadas” y partículas de hielo. Las gotas “sobre-enfriadas” son aquellas que tardan en congelarse debido a pequeñas variaciones en su densidad. En este sentido, influyen también la concentración de NaCl y otras sustancias.

Cuando las partículas son suficientemente grandes, comienzan a caer a través del aire ascendente y terminan arrastrando aire con ellas e inician una corriente descendente que se auto-mantiene. A partir de un punto elevado de la nube, por ejemplo el punto D´ de la Fig. 2.2, el aire húmedo sobre-enfriado empieza a caer aumentando su

temperatura, pero no desciende con la misma pendiente con la que subió (recta D), lo hace mas bien con la pendiente de la recta C que representa el aire húmedo. Si no fuera de esta forma no habría diferencias de temperaturas que originen cambios físicos en las gotas provocando que las más densas se precipiten.

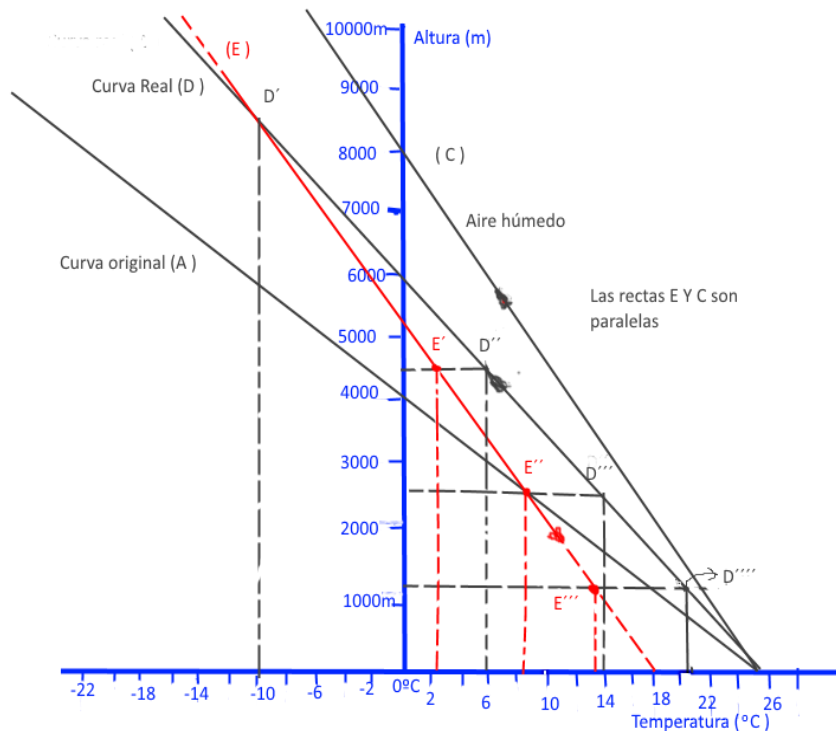


Figura 2.2: Tipos de rectas de temperatura en función de la altura.

A medida que descienden las gotas, se observa (Fig. 2.2) que los puntos E', E'',... tienen una temperatura menor que en los puntos D', D'',... de la curva real. Esta situación hace que el aire frío descendente, cargado de lluvia, termine chocando en la superficie terrestre. En este instante estamos en plena tormenta y es cuando aparecen los rayos [1].

Resumiendo lo expuesto, se puede mencionar que:

- En una nube de tormenta hay corrientes de aire que suben y se enfrían (recta D) y otras que descienden calentándose (puntos D', E', E'', E'''...), pero siempre a temperaturas inferiores respecto a la recta atmosférica real (puntos D'', D'''...).
- Llegará un momento en que las corrientes ascendentes se detienen por no quedar aire caliente para mantener la tormenta. En ese instante, el cumulonimbus alcanza su final y se extingue, creándose en la parte más alta de la nube una forma de yunque.
- En todo este proceso de corrientes de aire se producen choques entre partículas de agua y hielo dando origen a cargas positivas y negativas. En los siguientes apartados se describe el proceso de ionización de la nube.

2.3) Mecanismos de separación de cargas. Teoría de C.T.R. Wilson. Nube de tormenta dipolar.

Experimentos realizados con vuelos de aviones atravesando tormentas eléctricas [2], nos dicen que las cargas positivas se sitúan en la parte superior de la nube y las negativas en la parte inferior, a excepción de una pequeña región donde se concentran cargas positivas en la base de la nube (actualmente se desconoce el motivo) tal y como indica la Fig. 2.3.

Las cargas negativas (q^-) de la parte inferior de la nube producen por inducción cargas positivas (q^+) en la superficie terrestre dando origen a diferencias de potencial de 20 a 100 MV entre nube y tierra. Estas grandes tensiones llegan a superar la rigidez dieléctrica del lugar creando grandes descargas denominadas rayos. Cuando se produce la ruptura dieléctrica, los rayos transportan las cargas negativas desde la parte inferior de la nube a tierra. Las descargas también pueden ser, dentro de la propia nube, entre dos zonas de cargas opuestas o entre nubes distintas (relámpagos).

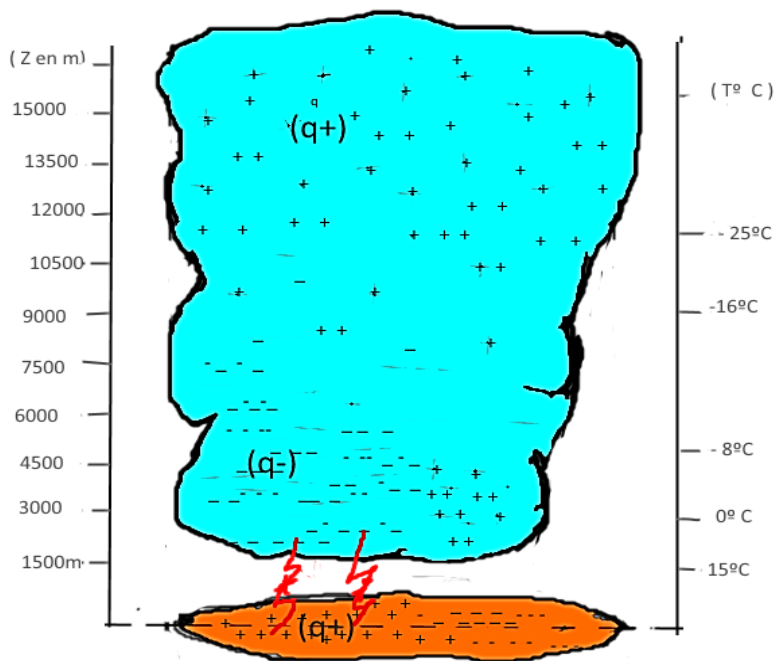


Figura 2.3: Distribución de cargas en una nube de tormenta

En general cada rayo puede transportar entre 10 a 100 Culombios de carga, que representa aproximadamente entre 10 kA a 100 kA de intensidad de corriente (en ocasiones se han alcanzado los 500 kA). Para dar un ejemplo, si admitimos una carga de 20 Culombios y un tiempo de 0.001 s [3], tendremos:

$$I = 20/0.001 = 20000 \text{ A} = 20 \text{ kA}$$

Cada vez que se produce un rayo, la nube tarda un tiempo en regenerar la carga. Esto se conoce al medir, lejos de la nube, el campo eléctrico producido por el momento dipolar de la nube (se entiende momento dipolar como el producto de la carga por la distancia entre los polos positivo y negativo de la nube) [2]. Así mismo, cada vez que hay una descarga se observa una disminución repentina del campo eléctrico que es seguido de un resurgimiento exponencial del mismo hasta su valor inicial con una constante de tiempo que varía entre 5 a 6 segundos [2].

En general, la constante de tiempo varía de unos casos a otros. No obstante, esto no quiere decir que cada 5 o más segundos se produzca un rayo, simplemente indica que al cabo de este periodo se desarrolla una nueva carga y podrá haber condiciones para originarse una nueva descarga. En este sentido, una teoría que explica la separación de cargas en una tormenta fue planteada por C.T.R. Wilson [2]. El expone que debido al campo eléctrico de la tierra (alrededor de 100 V/m), las gotas de agua que caen tienen un momento dipolar inducido, siendo positivas su parte inferior y negativas en la superior. Por otra parte, en el aire están presentes una gran cantidad de iones lentos y de gran tamaño que son producidos generalmente por la fricción y colisión entre partículas de agua y aire. Si un ion positivo se acerca a la base de las gotas polarizadas, es repelido y el aire ascendente lo termina subiendo a la parte superior de la nube.

Contrariamente, si se acercan iones negativos a la base de las gotas polarizadas, anularán la parte positiva de la gota quedando ésta cargada negativamente; de esta forma la base de la nube queda también cargada de manera negativa (Fig. 2.4).

Para que se mantenga esta separación de cargas es necesaria una fuente grande de iones, siendo esto fundamental para la ionización del aire. A medida que la separación de cargas se desarrolla, se originan campos eléctricos intensos. En ellos las partículas (electrones) adquieren velocidad chocando con otros átomos, arrancándoles electrones y dejando cargas positivas a su paso. Esto da origen a nuevos choques produciendo una reacción en cadena y una rápida acumulación de iones.

Posteriormente, las cargas negativas en la base de la nube se descargarán en tierra mediante el rayo, mientras que las cargas positivas en la parte superior de la nube terminarán dejando esta zona al entrar en la capa alta de la atmósfera y se extenderán alrededor de toda la atmósfera terrestre. Complementariamente, en

las regiones de buen tiempo o anticiclónicas, las cargas positivas son de nuevo conducidas lentamente a tierra.

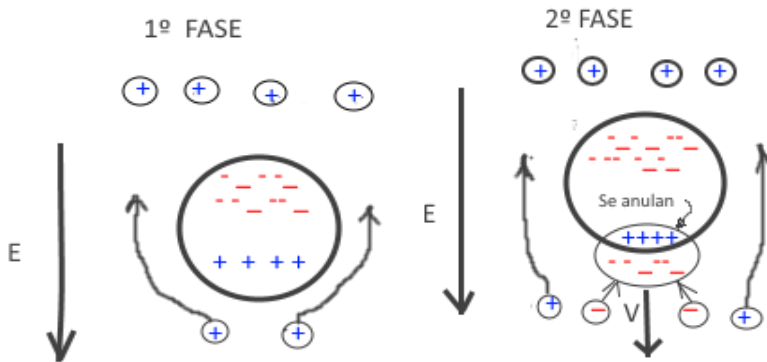


Figura 2.4: Teoría de separación de cargas por C.T.R. Wilson

Hasta ahora, se ha comentado sobre la estructura dipolar de la nube y su forma, mediante un mecanismo de separación de cargas. Esta polarización se puede explicar con dos modelos que se describen a continuación [4]:

- a) Hipótesis de la Precipitación propuesta por los físicos Julius Elster y HansF. Geitel en 1881 (Fig. 2.5). Este modelo se basa en que las gotas grandes de agua caen por gravedad, mientras que las pequeñas permanecen en suspensión en el aire. Las colisiones e impactos entre partículas que se precipitan y las que están suspendidas cargan negativamente a las gotas grandes, mientras que la neblina (gotas pequeñas) se carga positivamente. Las gotas positivas terminan subiendo a la zona más alta de la nube, mientras que las gotas cargadas negativamente se acumulan en la parte inferior de la nube. La estructura de la nube es dipolar.
- b) Hipótesis de la Convección. Este modelo la formuló Gaston Grenet y Bernard Vanne Gut (1947 y 1953). Esta teoría se basa en el generador de Van de Graff [58] (Fig 2.6). El modelo de

convección nos dice que las cargas negativas y positivas proceden de dos fuentes: una parte de los rayos cósmicos y la otra de los campos eléctricos originados en la tierra.

Bajo esta teoría, los rayos cósmicos inciden sobre las moléculas del aire situadas por encima de la nube y los ioniza dando lugar a cargas positivas y negativas. Por otra parte, el campo eléctrico originado por las zonas puntiagudas de la superficie de la tierra origina iones positivos que son arrastrados, como en la cinta de Van de Graff [58], por el aire caliente hacia la zona superior de la nube.

Por otro lado, los iones positivos atraen a los negativos (formados por la acción de los rayos cósmicos), los cuales penetran en las gotas o cristales de hielo creando partículas cargadas negativamente. Éstas últimas, debido a corrientes descendentes de la periferia, son trasportadas hasta la base de la nube que queda cargada negativamente. Así se formaría el dipolo eléctrico.

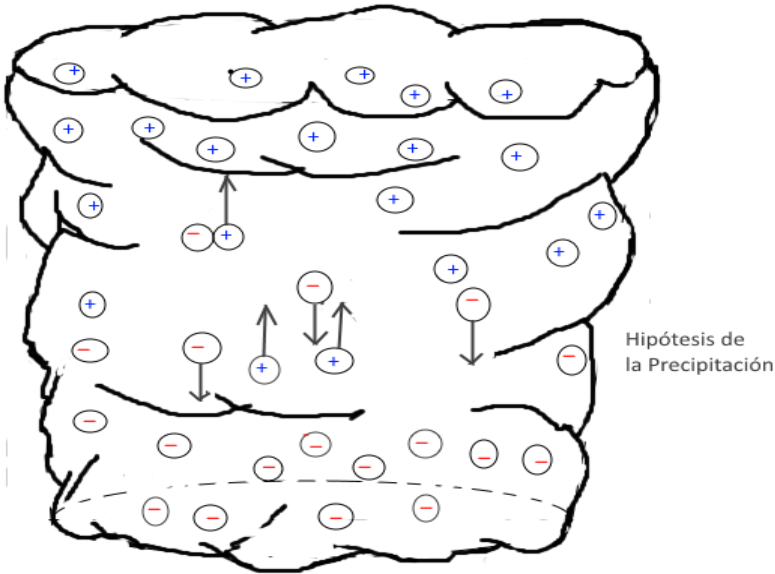


Figura 2.5: Hipótesis de la Precipitación

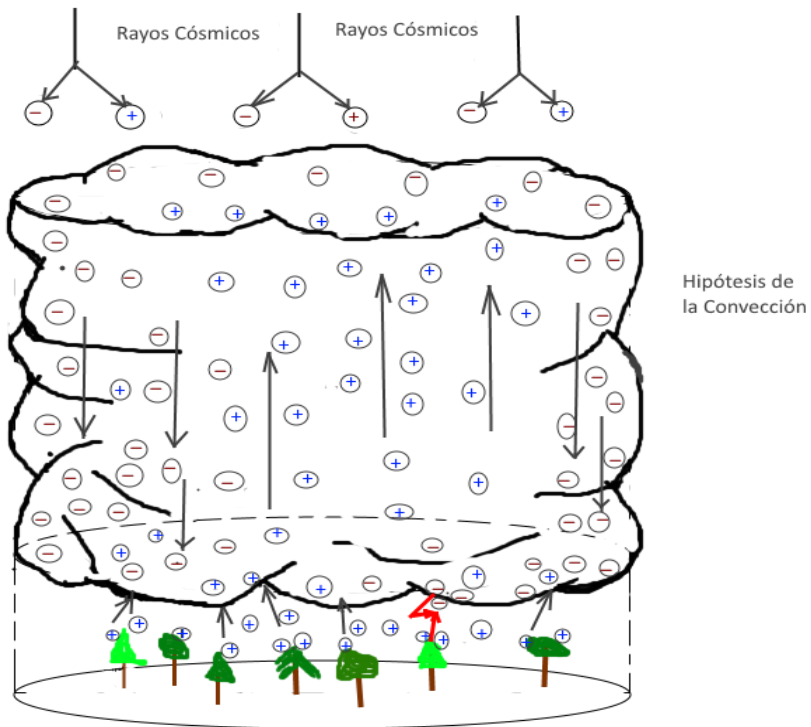


Figura 2.6: Hipótesis de la Convección

Cabe mencionar que el modelo de la precipitación explica mejor la electrificación de la nube, pero le falta describir los movimientos de convección. Actualmente, se combinan los mejores aspectos de ambos modelos dando lugar a un sistema híbrido que se describe a continuación.

2.4) Nube de tormenta tripolar

C.T.R. Wilson [4] en 1920 planteó, que la nube de tormenta es un dipolo positivo (las cargas negativas se sitúan en la base de la nube), mientras que George Simpson [4] propuso que la nube debe tener estructura de dipolo negativo (siendo la parte inferior de la nube positiva). Después de más de medio siglo de controversia Wilson-Simpson, gracias a los científicos Malan, Schonland y Kasemir [5], [6] y [7], se estableció que la estructura de la nube es más bien tripolar. Esta configuración (Fig. 2.7) consta de una región

de carga negativa en el centro, con otra de carga positiva encima y una tercera de menor cuantía por debajo. La característica más notable de la capa negativa es su forma de torta con un espesor de 1000 m aproximadamente y varios kilómetros de extensión, misma que es representada en función del diámetro de la nube. Esta capa negativa está situada a alrededor de 5 km de la superficie terrestre y alcanza temperaturas de hasta $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ e incluso menores.

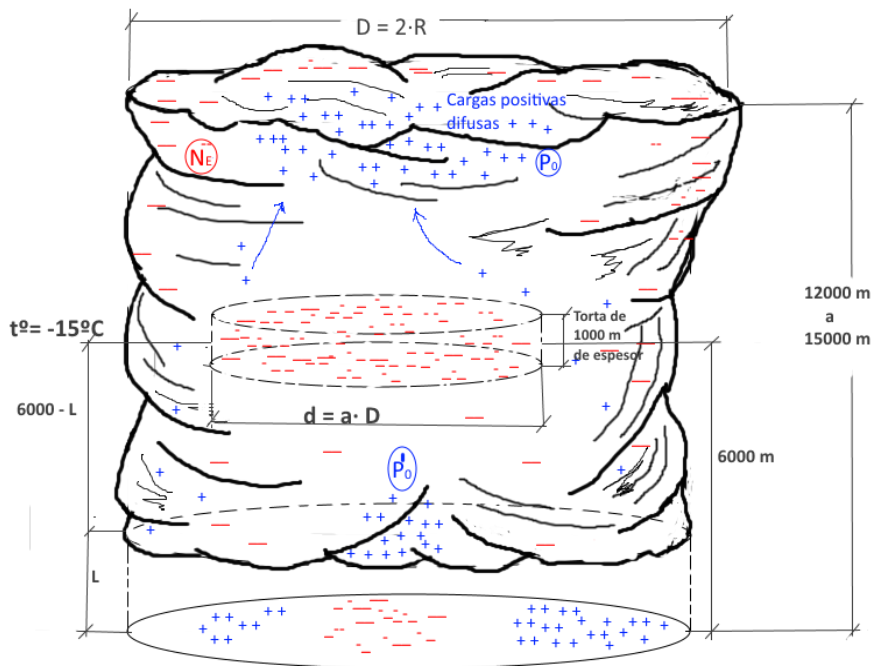


Figura 2.7: Nube de tormenta Tripolar

Los campos eléctricos más intensos de la nube se encuentran en la parte superior e inferior de la torta. La región superior de carga positiva (P_0) es más difusa y su altura puede alcanzar la cima de la nube, mientras la región inferior de carga positiva (P_0'), es tan pequeña que el campo eléctrico en la superficie terrestre está determinado más bien por la carga negativa principal. Existe otra región (N_E) de carga negativa, de alrededor de unos 100 m de espesor, situada en la parte superior de la nube. Estas cargas negativas proceden de iones negativos como consecuencia de los

rayos cósmicos. Sin embargo, esto no altera la estructura básica de la nube tripolar.

Por otro lado, con el fin de explicar las cargas positivas alojadas en la parte inferior de la nube, en un principio se observó que la descarga en corona de objetos puntiagudos en la superficie terrestre producía un flujo de cargas positivas hacia la base de la nube originando la estructura tripolar. Sin embargo, mediciones posteriores indican que esta carga es demasiado pequeña. Al respecto, Simpson experimentalmente explicó [4] el hecho que la parte inferior de la nube quede cargada positivamente sería debido a que las gotas grandes de agua (que están cercanas al suelo por su mayor peso) están cargadas positivamente. Después, en los años 40 se observó que las partículas de hielo adquieren una fuerte carga positiva al fundirse. Esta fusión del hielo puede ser una causa, en parte, de la estructura tripolar, pero no la única.

Recientemente, la estructura tripolar se ha explicado de mejor manera con la teoría de la Temperatura de Inversión de Carga (TIC) [4] – [7], denominándose a ésta como la temperatura crítica que, por debajo de ella las partículas se cargan negativamente y a temperaturas superiores positivamente (Fig. 2.8). La TIC es aproximadamente de $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$. En la actualidad se considera un factor importante a las colisiones entre cristales de hielo y partículas de granizo blando. Cuando estas partículas chocan, la polaridad adquirida depende de la temperatura existente.

Se ha observado que el mayor número de rayos se originan en la zona por encima de la región de Torta Negativa, donde se encuentra el movimiento ascendente de granizo blando. Podemos admitir entonces que el movimiento relativo entre los cristales de hielo y el granizo blando (la velocidad de los cristales de hielo es mayor que la del granizo blando) es la razón de la separación de cargas a gran escala. Es importante destacar la misión de las gotas de agua subenfriadas que proporcionan el material necesario para el crecimiento del granizo blando y su electrificación. Se ha comprobado que no

hay transferencia de cargas entre el granizo y los cristales si no hay gotitas sub-enfriadas. Otro aspecto a tener en cuenta son los cristales descendentes, denominados por Tetsuya T. Fujita [4] como microrreventones que han causado importantes accidentes en aviones. Estas corrientes se producen entre 5 a 10 minutos después del momento de ascendencia máxima y de la mayor actividad eléctrica intranubosa [4]. Las corrientes descendentes están ligadas a la intensa precipitación que produce cuando se agotan las corrientes ascendentes.

Este fenómeno explicaría la procedencia de cargas positivas en la base de la nube.
 La teoría de la temperatura T_{ic} concuerda con la existencia de Torta de Carga negativa en la región t^º= -15°C y también como a t^º más altas (más cerca de la base de la nube) las cargas

negativas son menos frecuentes

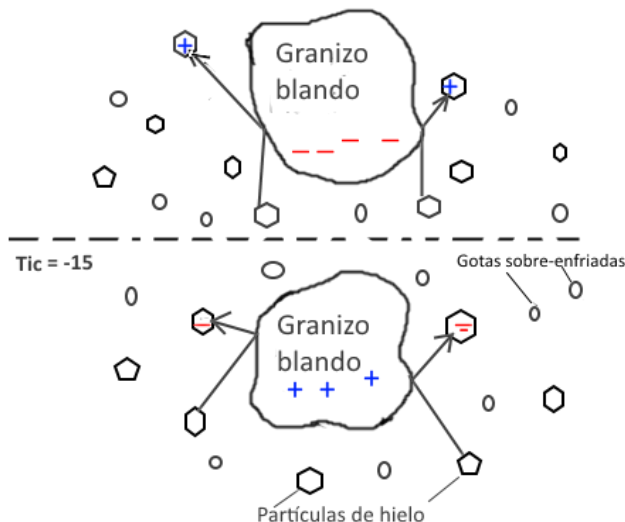


Figura 2.8: Temperatura de inversión de carga

Por último, cabe mencionar uno de los experimentos que demuestran cierto movimiento convectivo del aire. Fue realizado por Charles B. Moore y Bernard Vonnegut [4]. Estos científicos cargaron el aire, bajo un cúmulo de buen tiempo, mediante un cable metálico sometido a la acción de un alto voltaje (Fig. 2.9). Se observó que la carga liberada en forma de descarga en corona se transporta hacia arriba debido al movimiento convectivo del aire. Si se libera la carga positiva, ésta subirá hasta la parte superior de la

nube y quedará cargada negativamente su parte inferior, formando un dipolo positivo. En cambio, si se libera la carga negativa, ésta subirá hacia la parte superior de la nube, quedando la zona inferior cargada positivamente (dipolo negativo). La carga interior de las nubes producidas por estos experimentos fue unas cien veces menor que las registradas en tormentas activas y su campo eléctrico unas mil veces menor para que se inicie rayos y relámpagos.

2.5) Campo eléctrico de una nube tripolar en un punto alejado de la tormenta

Conocer el campo eléctrico teórico en un punto alejado de la tormenta es relevante para comprender su variación respecto a la distancia considerada. Esto permite observar que el campo eléctrico alcanza su máximo en el punto central de la proyección de la nube y además facilita establecer los niveles mínimos de campo eléctrico para que existan rayos. Para este análisis, E. R. Williams [11] y V. Rakov [13] proponen tres puntos de carga tal y como indica la Fig. 2.10.

Los parámetros que intervienen para calcular los campos eléctricos parciales son:

- Cargas q_1, q_2 y q_3 en Culombios.
- Distancia r , en metros, entre el punto “A” y el eje central de la nube.
- La longitud l (m), representa la distancia entre la base de la nube y el suelo terrestre.
- El valor N es la altura, en metros, de la nube.
- La distancia Z representa los metros desde el suelo hasta la torta de carga negativa.
- ϵ_0 es la Constante Dieléctrica: $8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$
- E_A es el Campo Eléctrico en el punto A, en kV/m
- Empleando el método de la “carga imagen” obtenemos los campos eléctricos parciales.

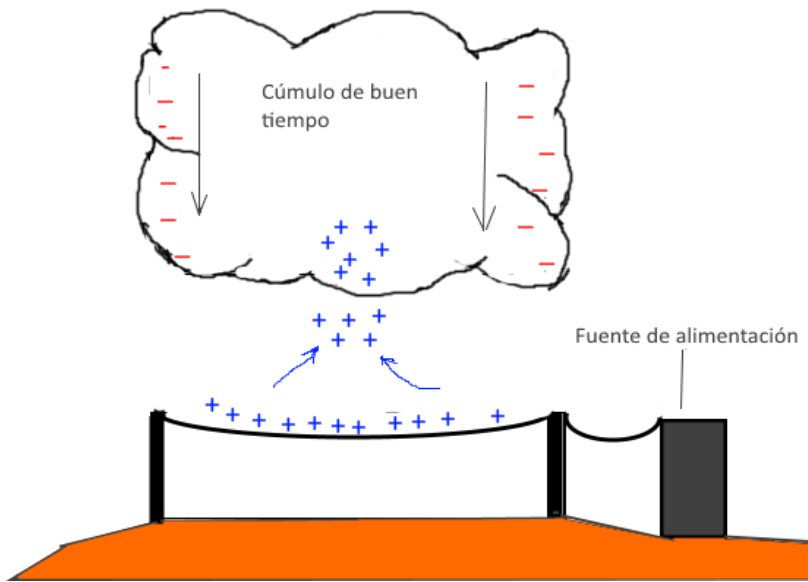


Figura 2.9: Experimento de Charles B. Moore y Bernard Vonnegut

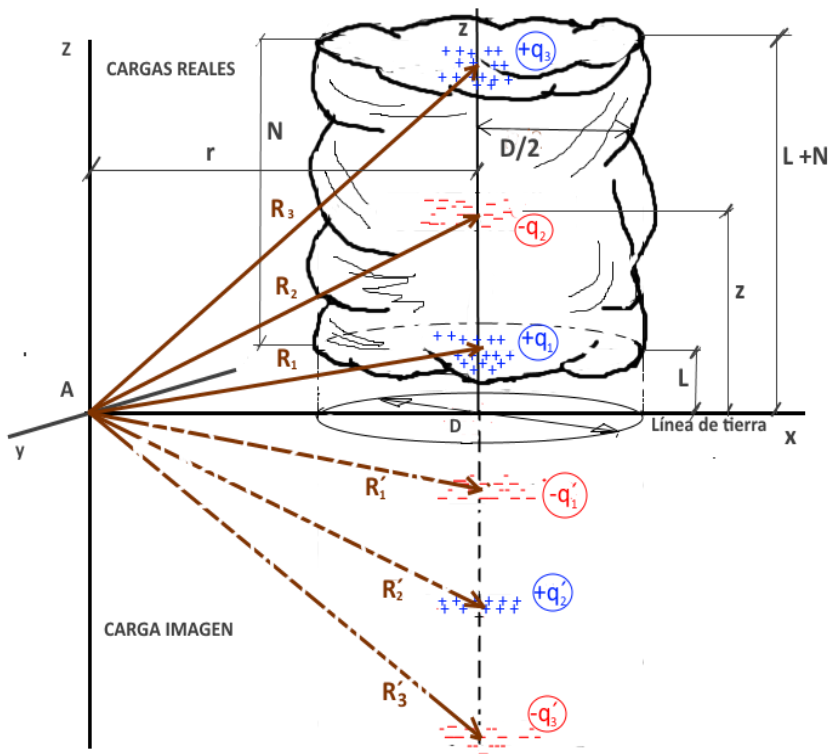


Figura 2.10: Posición de las cargas en una nube tripolar

$$E_{A(l)} = - \frac{q_1 \cdot l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot (r^2 + l^2)^{3/2}} \quad (2.2)$$

$$E_{A(z)} = + \frac{q_2 \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot [r^2 + z^2]^{3/2}} \quad (2.3)$$

$$E_{A(N+l)} = - \frac{q_3 \cdot (N+l)}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot [r^2 + (N+l)^2]^{3/2}} \quad (2.4)$$

El campo total en el punto “A” es la suma de los campos parciales:

$$E_A = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\frac{q_2 \cdot z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{q_1 \cdot l}{(r^2 + l^2)^{3/2}} - \frac{q_3 \cdot (N+l)}{[r^2 + (N+l)^2]^{3/2}} \right] \quad (2.5)$$

En la Fig. 2.11 se representan los campos eléctricos parciales y total.

2.6) Rayo Lider (Stepped Leader) y su campo eléctrico en un punto alejado del impacto del rayo.

Recordando los Apartados 2.2 y 2.4, el cumulonimbus una vez formado presenta en determinadas zonas de su interior, cargas eléctricas lo suficientemente intensas como para crear el campo eléctrico necesario y romper la rigidez dieléctrica del aire y hacerlo conductor. Es en ese instante cuando se originan una chispa, que partiendo de la nube, va abriendo en el aire un camino estrecho que avanza de forma escalonada y con ramificaciones múltiples [4]. Este chorro iónico se denomina Rayo Líder o “Stepped Leader”. Mientras baja el Líder, transporta una carga de unos 10 culombios (carga negativa) con una velocidad que varía según la altura, pudiéndose establecer una media de 2×10^5 m/s [12] - [15].

Cuando el “Stepped Leader” está próximo al suelo (100 m), debido al intenso campo eléctrico existente entre el extremo del rayo bajante y zonas puntiagudas de la superficie terrestre, se produce

una nueva corriente eléctrica ascendente desde la tierra en busca del rayo descendente. Una vez unidos los rayos, el Líder se descarga para posteriormente originarse una descarga de retorno (Rayo de Retorno) del suelo a la nube. A continuación, por el canal formado se producen varias transferencias de cargas descendentes y ascendentes hasta que la nube se descarga. En este proceso las descargas alcanzan velocidades de $1/3$ de la velocidad de la luz y temperaturas de hasta $20000\text{ }^{\circ}\text{C}$, generando una sobrepresión en el canal de descarga de 1000 atmósferas y provocando un choque de ondas que originan el trueno [14], [53].

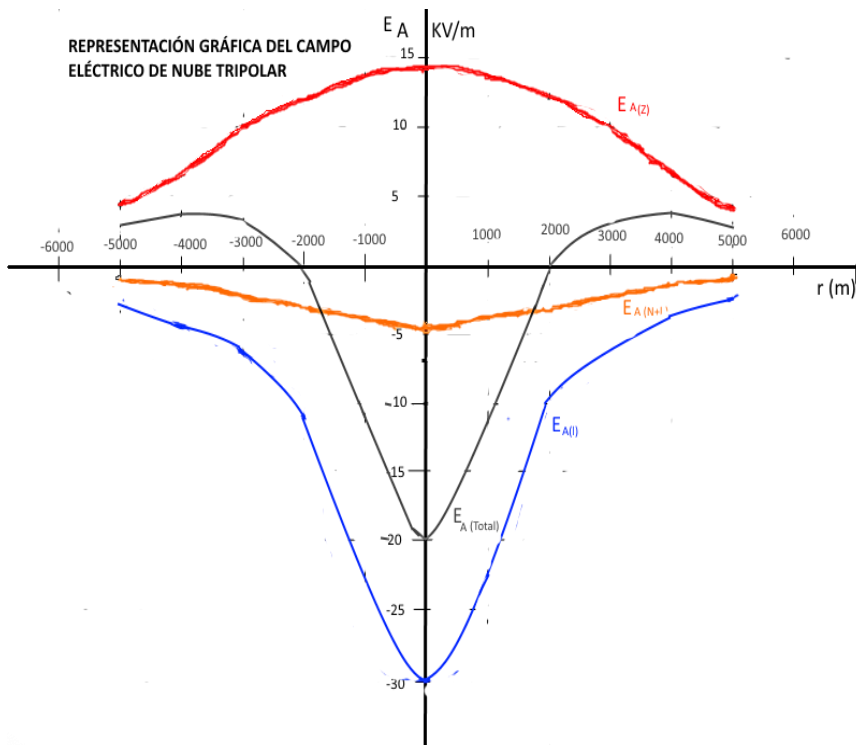


Figura 2. 11: Campos eléctricos parciales y total en función de la distancia $r(\text{m})$

Para calcular el campo eléctrico en un punto “A” determinado, nos limitamos a exponer el valor hallado por los autores R. Thottappillil, Rakov y Uman [16], [17] (Fig. 2.12). Los parámetros que intervienen son:

φ_l = Densidad lineal de carga en C/m

h = Altura en metros entre el extremo del rayo Líder y el suelo terrestre

D = Distancia en metros entre el lugar de impacto de rayo al punto donde se determina el campo eléctrico.

Z = Altura en metros desde el lugar donde se concentran las cargas en la nube hasta el suelo terrestre

ϵ_0 = Constante dieléctrica: $8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$

E_A = Campo eléctrico en el punto "A" en kV/m

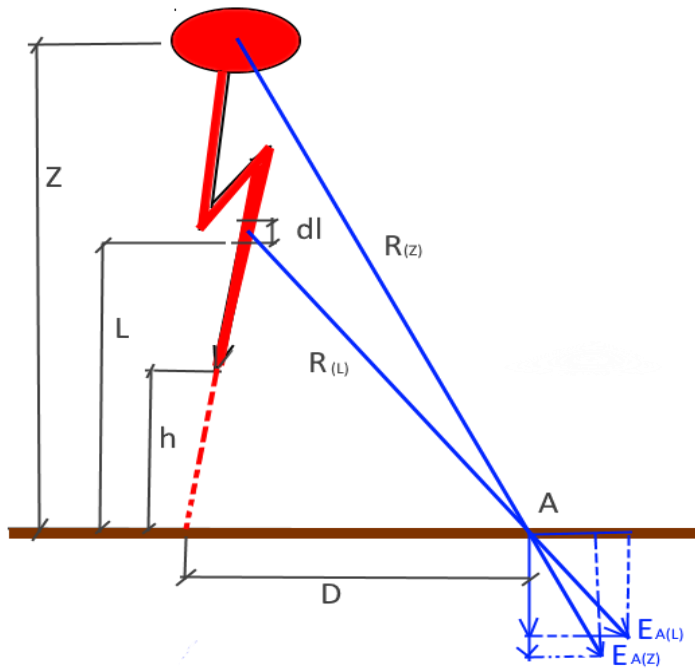


Figura 2.12: Campo eléctrico en un punto alejado del avance del Rayo Líder Descendente

El campo total en "A" viene expresado por la integral:

$$E_{A(D,t)} = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\int_h^Z \frac{l}{R^3(l)} \left(l, t - \frac{R(l)}{c} \right) dl - \frac{Z}{R^3(l)} \int_h^Z \left(l, t - \frac{R(l)}{c} \right) dl \right] \quad (2.6)$$

Resolviendo esta integral:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{(h^2 + D^2)^{1/2}} - \frac{Z \cdot (Z - h)}{(Z^2 + D^2)^{3/2}} - \frac{1}{(Z^2 + D^2)^{1/2}} \right] \quad (2.7)$$

Para el caso de $Z \gg D$, es decir el punto "A" está relativamente cerca del lugar de impacto del rayo, y la altura $h \cong 0$, el valor del campo queda:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{D} - \frac{2}{Z} \right) \quad (2.8)$$

Como $Z \gg 2$ podemos despreciar $2/Z$, finalmente obtenemos:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot D} \quad (2.9)$$

2.7) Campo magnético originado por el rayo líder

Para el cálculo del campo magnético empleamos la ley de Biot-Savart [18], [13]. En la Fig. 2.13 se representa el campo magnético. Los parámetros que intervienen son:

I = Intensidad de corriente en Amperios

h = Altura en metros desde el extremo del rayo Líder al suelo

Z = Altura en metros desde la nube al suelo

x = Distancia en metros desde el punto de impacto al lugar de aplicación del campo magnético.

μ_0 = Permeabilidad magnética de valor $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ H/m

B = Campo magnético en Teslas (V·S/m²)

Aplicando la ley de Biot- Savart se tiene:

$$B = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \int_Z^h \frac{I \cdot dl}{R_l^2} \cdot \sin(180 - \beta) \quad (2.10)$$

Dónde:

$$\sin(180 - \beta) = \sin \beta = x/R_l ; \quad R_l = \sqrt{l^2 + x^2} \quad \text{y} \quad h = z - V \cdot t$$

Sustituyendo estos valores en (2.10) y resolviendo la integral se llega al siguiente resultado:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi} \left[\frac{h}{x \cdot \sqrt{h^2 + x^2}} - \frac{z}{x \cdot \sqrt{z^2 + x^2}} \right] \quad (2.11)$$

Como consecuencia del método de las imágenes, el valor del campo magnético es el doble, quedando finalmente:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot x} \cdot \left[\frac{h}{\sqrt{h^2 + x^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + x^2}} \right] \quad (2.12)$$

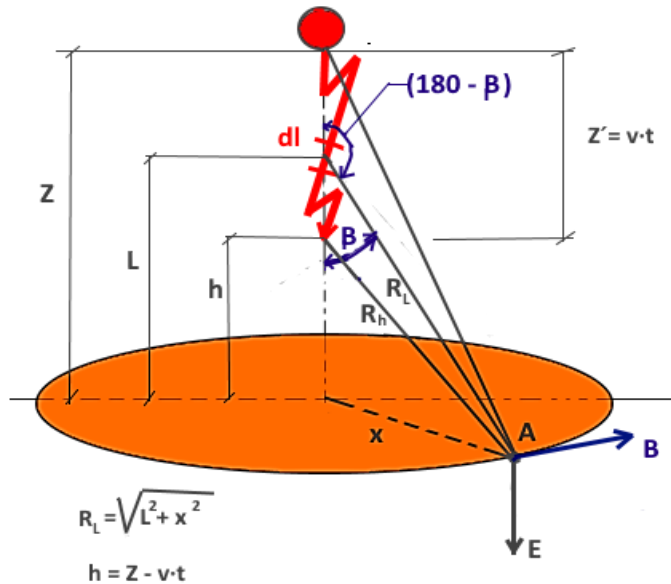


Figura 2.13: Campo magnético originado por Rayo Líder Descendente

2.8) Velocidad del rayo líder. Intensidad eléctrica.

Existen varios estudios sobre la velocidad del rayo Líder y la carga que transporta. V. Rakov y M. Uman [13] recopilan una serie de velocidades del Líder encontrada por varios autores. En ella se observa que la velocidad depende de la altura posicional del rayo. Algunos de estos datos son:

- En 1956 Schonland (sur de África) encontró en alturas de 2 a 3 km velocidades comprendidas entre 0.8×10^5 y 8×10^5 m/s.
- En 1961 Isikawa (Japón) obtuvo una media de 3.1×10^5 m/s.

- En 1966 Berger y Vogelsanger (Suiza) en una zona a 1.3 km de altura obtiene velocidades que van de 0.9×10^5 a 4.4×10^5 m/s
- En 1982 Orville e Idone (Florida) observan que en alturas cercanas al suelo la velocidad del Líder es mayor: 15×10^5 m/s en alturas de 166m.
- En 1990 Rakov y Uman hallan una media de 2×10^5 m/s con una duración de 35 milisegundos
- En 1999 Chen et al (Australia y China) determinan $4.5 \times 10^5 - 11 \times 10^5$ m/s para alturas comprendidas entre 367 y 1620 m.

Por otro lado, hay que diferenciar entre la carga e intensidad del rayo Líder [6], [7], [19] y del rayo de retorno [20]. Para el rayo Líder se transporta unos 10 C de carga negativa, con una intensidad de corriente que oscila entre 1 a 5 kA [13], [46]. Tanto la carga Q como la intensidad de corriente son función de la densidad lineal de carga [20] de forma que:

$$Q = \varphi_l \cdot l \quad (2.13)$$

Donde:

Q = Carga en C

φ_l = Densidad lineal de carga en C/m

l = Longitud del Líder en m.

Si a la ecuación anterior la diferenciamos respecto al tiempo tenemos:

$$\frac{dQ}{dt} = \varphi_l \cdot \frac{dl}{dt} \quad (2.14)$$

Ya que:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{y} \quad V = \frac{dl}{dt}$$

$$I = \varphi_l \cdot V \quad (2.15)$$

Siendo:

I = Intensidad en Amperios

V = velocidad en m/s

Para el rayo de Retorno hay diferentes estudios que relacionan la carga Q y la corriente de pico (I_{pf}). En general se establece la siguiente expresión [48] y [49]:

$$Q = \alpha \cdot (I_{pf})^\beta \quad (2.16)$$

Donde los valores α y β dependen de las observaciones y medidas hechas por diferentes autores (Tabla 2. 1) [23], [48], [51], [52], [59]- [61].

AUTOR	α	β
Berger (1972)	$33,8 \cdot 10^{-3}$	1,43
Hutzler- Berger (1988)	0,06666	1
Golde (1977)	0,05	1
Eriksson (1979)	$7,95 \cdot 10^{-3}$	1,43
Cooray – Lundquist (1985)	$(6 \sim 21) \cdot 10^{-3}$	1,43 – 1,67
Dellera et al.(1990)	$76 \cdot 10^{-3}$	0,68
Cooray – Rakov (2004)	0,0298	1

Tabla 2.1: Valores de α y β

2.9) Energía liberada por los rayos y su aprovechamiento energético

El rayo, como descarga eléctrica, se asemeja a un circuito eléctrico y como tal su energía depende del producto de su potencia por el tiempo transcurrido [36]. En general, la potencia teórica de un rayo es muy grande, basta con multiplicar el potencial (voltios) entre nube-tierra con la intensidad eléctrica del rayo (amperios) para alcanzar gigavatios (10^9) e incluso petavatios (10^{15}). Hoy en día se está desarrollando un nuevo método para medir la energía del rayo. El profesor Matthew Pasek y su ayudante Marc Hurst de la Universidad de Florida están investigando las denominadas fulguritas. Éstas son estructuras de vidrio de forma cilíndricas generadas cuando el rayo impacta en un depósito de arena. Estudiando la longitud y el diámetro de estos vidrios se puede

determinar la cantidad de energía necesaria para lograr esta transformación [37].

El mayor inconveniente del aprovechamiento energético del rayo radica en su brevísimo tiempo de existencia, además hay que buscar un sistema de atracción para que caigan en un lugar determinado que esté dotado de sistemas y estructuras capaces de soportar el impacto, así como distribuir y almacenar la energía.

Actualmente, las últimas investigaciones se basan en la conocida como higroelectricidad (electricidad de la humedad) que ha sido desarrollada por el investigador Fernando Galembeck de la Universidad Estatal de Campinas (Brasil) [38]. También hay otro proyecto serbio llamado Hydra Skyscraper creado por Milos Vlastic, Vuk Djordjevic, Ana Lazovic y Milica Stankovic donde investigan sobre una estructura de grafeno apta para captar la energía del rayo [38].

2.10) Distancia de Cebado

Su estudio es interesante por su influencia en el inicio del RLA. Su valor depende de la intensidad de pico del RLD, altura de la estructura y campo eléctrico del ambiente [32]. Se define Distancia de Cebado (D_c) como la longitud para la cual el valor del gradiente de potencial entre el extremo del rayo líder y las estructuras terrestres, alcanzan el valor crítico de ruptura dieléctrica del ambiente, surgiendo el rayo ascendente [21] y [22]. Golden [20] establece este valor crítico entre 300 a 500 kV/m.

La mayoría de los autores que estudian la distancia de cebado no contemplan la altura de las estructuras terrestres y otros factores como la densidad de carga del rayo líder. Bajo este criterio, Golden [20], [23] y [24] determina una ecuación general:

$$D_c = K \cdot I_{pf}^a \quad (2.17)$$

Dónde:

D_c = Distancia de Cebado en metros

I_{pf} = Intensidad de pico en KA

K y a son parámetros que varían según el campo eléctrico existente en la Distancia de Cebado. La Tabla 2.2 establece valores de K y a para varios autores y diferentes gradientes de potencial [51], [62] – [65].

Autores	Gradiente [kV/m]	K	a	D_c
V. Cooray V. Rakov	500	1.9	0.9	$1,9 \cdot I_{pf}^{0.9}$
Vargas	750	3.9472	0.7851	$3,9472 \cdot I_{pf}^{0.7851}$
IEEE WG	≥ 300	10	2/3	$10 \cdot I_{pf}^{2/3}$

Tabla 2.2: Valores de la constante K y del exponente a

Ciertos autores [25], [26] introducen, para el cálculo de D_c , la altura de la estructura sobre el suelo terrestre. Para valores de 10 a 100 m formulan que:

$$D_c = I_{pf}^a \cdot 0.84 \cdot h^{0,6} \quad (2.18)$$

El valor de a es:

$$a = 0.7 \cdot h^{0,02} \quad (2.19)$$

Siendo h la altura de estructura.

Así mismo, el modelo de F.A. M. Rizk [27] y [28] determina una expresión en función de la altura h para una corriente de pico de aproximadamente 30 kA (para valores comprendidos de 10 a 200 m):

$$D_c = 25,9 \cdot h^{0,48} \quad (2.20)$$

Las ecuaciones de Eriksson (2.18) , (2.19) y de Rizk (2.20) representan en realidad el Radio de Atracción, que se define como la máxima longitud desde la estructura para la cual el Líder guía es atraído por la propia estructura. Aquí la altura juega un papel importante. Para efectos prácticos, ambos conceptos, Distancia de

Cebado y Radio de Atracción; son parecidos y se consideran iguales.

No obstante, otros autores como Lalande [29] consideran la D_c como función de un campo eléctrico estabilizador (E_{esta}), que se define como el campo eléctrico mínimo para que se produzca el Líder Ascendente desde la estructura hasta alcanzar el Rayo Descendente.

Lalande propone:

$$E_{esta} = \left(\frac{240}{1+H/10} + 12 \right) \cdot \delta \quad (2.21)$$

Donde H es la altura en metros de la estructura semielíptica considerada y que presenta además un radio de curvatura de 1 cm. Mientras que δ es la densidad relativa del aire (al nivel del mar $\delta = 1$) de forma que:

$$\delta = \frac{P \cdot T_0}{P_0 \cdot T} \quad (2.22)$$

Los valores P_0 y T_0 son la presión y temperatura a nivel del mar. En general, el campo eléctrico E generado según (2.21), dentro de un campo uniforme E_0 , se determina mediante un factor de ampliación $K_{ampl.}$, es decir:

$$E_{amp} = K_{amp} \cdot E_0$$

$$K_{amp} = \frac{1}{\mu \cdot (\mu^2 - 1) \cdot \left[\frac{1}{\mu} - 0,5 \ln \frac{\mu+1}{\mu-1} \right]} \quad (2.23)$$

El valor de μ equivale:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R}{H}}} \quad (2.24)$$

Donde R = radio de curvatura y H = altura de la estructura.

Por otro lado, en relación a la determinación del campo eléctrico considerando las variables previas y según análisis experimentales,

F. Peek en 1929 estableció la siguiente relación para determinar el campo eléctrico pico:

$$E_{peek} = 3100 \cdot \delta \cdot \left(1 + \frac{0,0436}{\sqrt{R \cdot \delta}}\right) \quad (2.25)$$

Comparando los valores de E y E_{peek} , se obtiene un criterio para determinar si el Líder Ascendente es estable o no:

Si $E_{amp} < E_{peek}$ no empieza la descarga ascendente.

Si $E_{amp} \geq E_{peek}$ se origina una descarga ascendente para $E_0 = E_{esta}$

También es necesario definir el Radio de Curvatura Crítico, el cual para valores menores se producen descargas ascendentes estables y espontaneas y para valores mayores no hay descargas espontáneas. El Radio Crítico también es un factor importante a considerar en las estructuras [32].

2.11) Modelo de Progresión del rayo Líder (LPM).

Dellera, Garbagnati y Bernardi [30], [31] desarrollaron el modelo Leader Progression Model (LPM). En dicho estudio se determina la variación del campo eléctrico a medida que avanza el rayo Líder Descendente en busca del Ascendente. Establecen una trayectoria que se ajusta bastante a la realidad y que normalmente no es una línea recta [33].

Este modelo parte asumiendo una nube con densidad superficial de carga uniforme en la base con una extensión de 10 km de diámetro y una altura entre la nube y la superficie terrestre de 2 km. Según estos autores, el proceso es el siguiente:

a) El Líder Descendente se inicia con una carga por unidad de longitud que está en función de la intensidad de pico:

$$\varphi_l = 38 \cdot I_{pf}^{0,68} \cdot 10^{-3} \quad (2.26)$$

El primer tramo se denomina como la “Streame Zone” o “Zona de Serpentina”, siendo una región donde el campo eléctrico es igual o mayor a 300 kV/m y donde el rayo se propaga. La dirección que sigue el rayo es siempre la del máximo gradiente de potencial entre la punta del rayo y la “ Streame Zone “.

b) Si en la estructura o suelo terrestre, el campo eléctrico es igual o mayor al valor crítico de ruptura (500 kV/m), se inicia la descarga ascendente siguiendo la dirección del Líder Ascendente hacia el máximo gradiente de potencial.

Adicionalmente, Rizk describe un modelo de Líder negativo Descendente [27] con una trayectoria vertical donde su dirección no se ve alterada por el Líder Ascendente. Según Rizk la descarga ascendente se inicia cuando el potencial en una estructura, de altura H en metros, sobrepasa del valor dado por:

$$V = \frac{1556}{1+3.89/H} \quad (2.27)$$

Dónde: V en kV y H en m.

Una vez unidos el rayo descendente y ascendente, se forma la descarga de retorno dando origen a la corriente de pico I_{pf} . Sin embargo, puede ocurrir que estos rayos no interaccionen y uno de ellos avance con más rapidez que el otro de manera que el Descendente impacte en el suelo [33]. Recientemente, Vernon Cooray y Liliana Arévalo [54] han estudiado el Rayo Líder Descendente, sugiriendo un comportamiento escalonado. En sus trabajos aproximan la longitud de cada escalón y la velocidad de propagación en función de las corrientes de pico de golpes de retorno. En general, la velocidad aumenta con los golpes de retorno y también a medida que se acercan al suelo. Estos autores establecen diagramas que incluyen:

- Longitud de paso en función de la altura de la punta del líder al suelo para varias intensidades de pico (15 kA a 60 kA) para campos eléctricos de 10^6 a 2×10^6 V/m.
- Tiempo de paso que depende de la altura de la punta del líder al suelo para las mismas condiciones de intensidad y campo eléctrico mencionados anteriormente.
- La velocidad como variable, encontrando a ésta como función de la altura de la punta del líder al suelo bajo diferentes campos eléctricos e intensidades.

M.Long, M. Becerra y R. Thottappillil [55] emplean un método que simula el inicio y propagación del líder ascendente, lanzando objetos conectados a tierra (dardos). De estos estudios deducen que el avance del líder depende de la variación de la carga respecto a su densidad lineal: $l = dq/d\varphi_l$. También, calculan el campo eléctrico en función del tiempo y el radio de cada segmento del líder.

Otros autores como M.R. Bank Tavakoli y B. Vahidi [56] estudian la trayectoria del rayo desde la nube hasta el punto de impacto en estructuras de alto voltaje de líneas aéreas. En unas de sus observaciones determinan para el Rayo Líder Ascendente una longitud de “Zona Streamer” proporcional al potencial e inversamente proporcional al campo eléctrico, además de una carga que depende del cuadrado de la longitud “Streamer”.

Shah, W.A.; He, Hengxin; He, Junjia y Yang, Y [57] llevan a cabo un trabajo experimental que registra la propagación del líder con una cámara de alta velocidad. Realizaron diagramas de voltajes en función del tiempo (μs). Allí se observan propagaciones continuas y discontinuas.

2.12) Relámpagos y rayos. Entendimiento del origen del rayo.

Como ya se ha comentado en secciones anteriores, cuando la nube de tormenta se ha cargado eléctricamente hasta el punto en que el campo eléctrico excede la rigidez dieléctrica local, se producen los relámpagos y rayos superando el campo eléctrico los 100 kV/m [4]. Para el caso de una descarga Nube – Tierra, denominada Rayo Líder Descendente [4], la descarga se inicia y progresa en forma de guía transportando la corriente de miles de amperios hacia tierra. Cuando la descarga está cerca del suelo terrestre (10 a 100 m de distancia) se inicia un Rayo Ascendente de carga positiva en busca del rayo Guía [5]. Las descargas son mucho más frecuentes y extensas dentro de la propia nube, éstas se conocen como relámpagos. Por ende, es interesante estudiar el camino del relámpago y su relación con la estructura de la nube.

Hasta hace poco se creía que la intensidad y la dirección del campo eléctrico local determinan la trayectoria del relámpago. Sin embargo, en la actualidad los datos indican que la chispa o guía del relámpago (o rayo) tienden a seguir el camino de la máxima concentración de carga, observándose además que las chispas prefieren la región principal de carga negativa [4].

La prueba más clara que la trayectoria de las guías se rige por la distribución de las cargas en el espacio, procede de estudiar las chispas originadas por explosiones nucleares [8]. Las fotografías de las pruebas de la bomba H llevadas a cabo en los años 50 muestran que la bola de fuego suele estar rodeada de rayos. En estas pruebas se descubre que el rayo se produce donde el campo eléctrico es más intenso y que se propaga a través de la región de máxima carga negativa.

Según se indicó en la electrificación de las tormentas, el granizo blando (estado entre partículas de hielo y gotitas de agua) choca entre sí arrancando electrones y adquiriendo carga eléctrica que genera campos eléctricos que rara vez superan los 200 kV/m en el interior de la nube. No obstante, para romper la Rigidez Dieléctrica

del Aire (R_{DA}) se necesita un campo de unos 3000 kV/m. Consecuentemente, la pregunta es: ¿cómo se explica que se originen descargas cuando en el seno de la tormenta sólo se alcanzan los 200 kV/m, en vez de los 3000 kV/m necesarios para la ruptura dieléctrica del aire?. Convencionalmente, existieron dos teorías que intentaron responder ésta pregunta [9]:

- a) Existen campos eléctricos más intensos en el interior de la nube y sólo en volúmenes pequeños. De esta forma tendríamos un campo medio de unos 200 kV/m, mientras que en determinados puntos de la nube se pueden alcanzar concentraciones de carga muy grandes, dando origen a campos eléctricos muy intensos de cerca de los 3000 kV/m, lo suficiente para perforar la R_{DA} y producir el rayo guía.
- b) Hay experimentos que muestran que el campo eléctrico necesario para producir una descarga eléctrica disminuye apreciablemente cuando hay gotas de agua o partículas de hielo en el aire. No obstante, este campo sigue siendo débil para generar una descarga.

Sin embargo, ante la falta de sustento de las dos teorías anteriores, a finales del siglo pasado una serie de investigadores propusieron [9] una nueva teoría sobre el origen del rayo donde hacen alusión a la conocida como Descarga Desbocada, cuyo proceso y breve reseña histórica se describe a continuación:

Si un campo eléctrico intenso acelera un electrón de alta velocidad, éste se moverá y adquirirá aún mayor velocidad llegando incluso a la velocidad de la luz; es decir, adquiere grandes cantidades de energía produciendo una Descarga Desbocada. Este proceso requiere una población inicial de electrones de alta energía. Al respecto, en 1925, C.T.R. Wilson ya había planteado que los electrones en las tormentas podían proceder de los choques entre partículas de rayos cósmicos y moléculas de aire. Esto podría formar una Descarga Desbocada que, junto a los campos eléctricos del interior de la nube, darían origen a los rayos. Esta teoría no

prosperó en su momento por el escaso número de electrones que producen estos choques con los rayos cósmicos.

En virtud del comentario previo, en 1992 se propuso un nuevo modelo denominado *Avalancha Relativista de Electrones Desbocados* (Gurevich, M. Milikh y Pobert Roussel-Dupré)[9]. Esta teoría nos dice que los electrones de alta energía chocan bruscamente con moléculas de aire, arrancando otros electrones, éstos a su vez chocan con otras moléculas de aire que dan origen a más electrones de alta energía. Este proceso se repite produciendo una avalancha de electrones que crece exponencialmente en el tiempo y la distancia recorrida por el rayo. El principio se inicia con un sólo electrón denominado *Electrón Semilla* (Fig. 2.14).

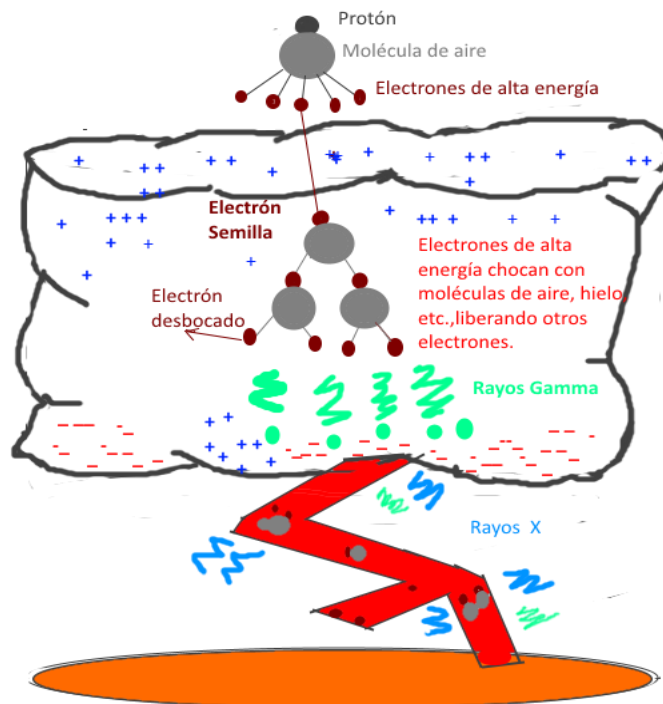


Figura 2.14: Funcionamiento del rayo según Josep R. Dwyer

La avalancha desbocada requiere campos eléctricos del orden de 150 a 200 kV/m muy acordes con los campos existentes en el

interior de la nube. En una ruptura desbocada de electrones, que se mueven a gran velocidad (desde $1/4$ a $1/3$ de la velocidad de la luz) se ioniza un gran número de moléculas de aire produciendo Rayos X. Por ende, una forma de comprobar si un rayo es una ruptura desbocada es observando la emisión de Rayos X. Al respecto, se creó una nueva línea de investigación sobre el fenómeno del rayo, que consiste en examinar los Rayos X que se emiten cuando cae un rayo desde el interior de la nube hasta el suelo [9]. En este sentido, en el año 2001 se encontró una conexión entre los Rayos X y el propio rayo de tormenta. Esta radiación de alta energía parece producirse por el propio rayo y no por los campos eléctricos del interior de la nube. Además, las emisiones siempre ocurren en la primera fase del rayo [9].

Adicionalmente, se han hecho investigaciones utilizando cohetes de la siguiente manera. En medio de una tormenta se lanza un cohete que sube hasta una altura de 700 m desenrollando un alambre de cobre recubierto de kevlar. El alambre vertical, con un extremo sujeto en el suelo, refuerza el campo eléctrico en la punta del cohete. De esta forma se obtiene una guía que asciende desde el suelo hasta el extremo del cohete, permitiendo que las cargas inducidas en tierra suban por el alambre. Esta situación provoca rayos en las nubes situadas encima que generalmente terminan cayendo sobre el lanzador de cohetes. Es decir, la descarga se inicia formando la “carga guía“ que se propaga hacia abajo; mientras que cerca del suelo el rayo sigue el camino hecho por el cohete y el alambre. Una vez aterrizado el rayo con el suelo, fluye el rayo de retorno. Tras éste puede venir otro rayo guía, repitiéndose el proceso [9].

Con aparatos de medida adecuados para éstas experimentaciones, se descubrió que en los rayos provocados artificialmente se producen grandes cantidades de Rayos X, alcanzando energías de 250000 eV. En el año 2004, durante el lanzamiento de un cohete se captó una radiación de alta energía que resultó ser Rayos Gamma, en vez de

rayos X. Esta medición dio a entender que el foco de la emisión estaba a muchos kilómetros de altura en el interior de la nube tormentosa. No se esperaba la presencia de Rayos Gamma, pues la atmósfera a esta altura absorbe dicha radiación. Este hecho nos indica que la intensidad de la fuente es tan grande que parte de esa radiación llega al suelo terrestre.

Por lo anteriormente mencionado, en la actualidad se considera un rayo como una descarga que: produce electrones, emite Rayos X y en ocasiones incluso Rayos Gamma [9].

2.13) Circuito eléctrico global

Para justificar el por qué la alta atmósfera tiene carga positiva y mantiene una diferencia de potencial constante, se propuso la teoría del circuito global (Fig. 2.15). Así para considerando una especie de circuito eléctrico terrestre, la fuente de cargas positivas en la parte superior de la atmósfera serían las tormentas eléctricas distribuidas en las zonas anticiclónicas mediante corrientes de aire.

El circuito global actúa como una enorme batería auto-recargable [10], funcionando de la siguiente manera:

Entre la tierra y la alta atmósfera hay una diferencia de potencial de aproximadamente 300 kV. Como consecuencia de las tormentas eléctricas, hay corrientes de un amperio que salen de la parte superior de las nubes tormentosas. Como ya se comentó en la Sección 2.2, las cargas positivas son transportadas por la alta atmósfera ayudando a mantener la diferencia de potencial de 300 kV. En zonas anticiclónicas se producirían descargas mediante corrientes de fuga, desde la zona alta de la atmósfera al suelo. Las zonas de mayor producción de tormentas en número y magnitud son los trópicos. Siendo éstas las verdaderas baterías generadoras de cargas positivas y negativas.

Por último, cabe mencionar que otro aspecto interesante de las tormentas es la energía de la nube. Si a la Ecuación (4.23) hacemos $K = 1$ (altura de la nube igual a su diámetro), la energía nos queda aproximadamente igual a $\phi_v^2 \cdot N^5 / 60 \cdot \epsilon_0$. Es decir, la energía es directamente proporcional a la quinta potencia de su altura. Esta enorme cantidad de Julios se libera mediante los rayos, logrando en tormentas muy grandes más de 100 rayos/minuto [4], [10].

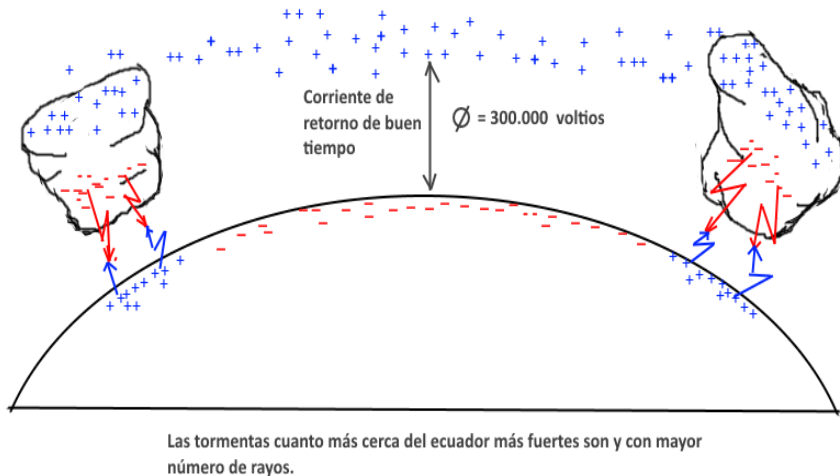


Figura 2.15: Circuito Global

2.14) Conclusiones

Como parte del análisis del estado del arte, se han descrito diversos estudios realizados sobre las tormentas eléctricas. En los primeros apartados se mencionaron teorías sobre la variación de la temperatura en el proceso de formación del cumulonimbos, mecanismos de separación de cargas y también la Hipótesis de Precipitación y Convección. Luego, se estudió el campo eléctrico tanto en una nube tripolar como en la del propio rayo en su descenso. Se mencionaron como factores importantes a la velocidad del rayo, su intensidad eléctrica y su energía. A continuación, se comentaron los trabajos realizados sobre la Distancia de Cebado y la Progresión del Rayo Líder. En ellos el hilo conductor es la

variación del campo eléctrico, siendo una variable que influye tanto en la Distancia de Cebado como en el avance del rayo.

Por último, se ha mencionado también los nuevos descubrimientos que relacionan las descargas atmosféricas con los Rayos X y Gamma y se ha hecho mención a la teoría del circuito global. A pesar de los diferentes estudios y referencias bibliográficas expuestas, todavía quedan muchas incógnitas y respuestas que expliquen en detalle el proceso real del rayo y sobre todo del inicio del mismo. Justamente, con el fin de realizar aportaciones en la temática y después de haber considerado las distintas teorías analizadas, a continuación se detallan las hipótesis que se derivan para la presente tesis y se desarrollan en futuros capítulos:

- Modelo de Progresión del Rayo Líder (LPM). Ésta desarrolla un avance del rayo guía según la variación del campo eléctrico. En mis estudios, la progresión del rayo depende de las densidades de carga lineal del rayo y superficial en la nube. También considero otro parámetro que es el diámetro de la placa imaginaria donde se concentran las cargas eléctricas en la nube.
- Velocidad del Rayo Líder Descendente. Al respecto se tiene los estudios hechos por V. Rakov y M. Uman [13]. Por otra parte R.H. Golden establece la intensidad de corriente del rayo en función de la densidad de carga lineal. Por mi parte, calculo la velocidad del rayo partiendo de su intensidad eléctrica, considerando dos hipótesis: una es admitir el conjunto nube-tierra como un gigantesco condensador y la otra es suponer a la nube-tierra como un circuito resistivo.
- Campo eléctrico de una nube tripolar en un punto alejado de la tormenta. E. R. Willians y V. Rakov [11], [13] proponen tres puntos de carga en la nube pero sin establecer si hay alguna relación entre ellas. En mis aportaciones considero el conjunto de las cargas como nula, de esta forma se obtiene un parámetro que relaciona las cargas entre sí.

- Campo eléctrico del Rayo Líder Descendente en un punto alejado del impacto del rayo. Según los trabajos realizados por Thottappillil, V. Rakov y M.Uman [16],[17] se obtiene la ecuación de campo eléctrico (2.6) con la que finalmente se llega al resultado (2.7). Estos estudios se han hecho pensando en dos focos de carga: uno está situado en la nube y el otro es el propio rayo descendiendo. Por mi parte, he desarrollado otra ecuación suponiendo cuatro focos de carga.
- Distancia de Cebado (D_C). Para A. J. Erksson [25] , [26] tiene gran importancia la altura de la estructura y lo mismo podemos decir en la ecuación de F. A. Rizk (2.20). Se deduce que la Distancia de Cebado es función de tres parámetros que son: campo eléctrico, altura de estructura y densidad lineal de carga del rayo bajante. En un capítulo posterior, encuentro otra ecuación que relaciona estas variables.

CAPÍTULO III

APORTACIONES TEÓRICAS AL AVANCE Y VELOCIDAD DEL RAYO LÍDER DESCENDENTE (RLD).

En los Apartados 2.8 y 2.10 se mencionan estudios sobre la velocidad y el avance del rayo. En este capítulo se describe un nuevo modelo teórico sobre la progresión del Rayo Líder Descendente (RLD) [34] y otro sobre su velocidad en una tormenta eléctrica característica [35]. Así, el objetivo de este capítulo es exponer el avance del RLD desde su inicio en la base de la nube hasta su encuentro con el Rayo Líder Ascendente (RLA) procedente del suelo terrestre. Con este modelo se logra concebir a la progresión de rayo como una sucesión de tramos con diferentes trayectorias.

3.1) Avance del Rayo Líder Descendente (RLD)

A diferencia de las teorías expuestas en el capítulo previo, en este apartado se presenta otra manera de explicar la progresión del RLD, considerando el avance del mismo como una serie de fases o tramos, cada una de ellas con dirección y sentido que son función de la resistencia eléctrica que ofrece la atmósfera. Para ello, se demuestra cómo se llevaría a cabo la transferencia de la carga de la nube al rayo. Al respecto, se parte de una nube de tormenta ya desarrollada previamente y similar a la expuesta por Deller y Garbagnati [30], considerando su base como una serie de círculos donde se concentran las cargas eléctricas negativas. Se asume un círculo de diámetro máximo (D_{max}) con una densidad superficial de carga φ_s . Cuando se inicia el Rayo Líder Descendente, el avance del primer tramo l_1 hace que el círculo disminuya hasta un diámetro D_1 . A medida que avanza la guía en los tramos l_2, l_3, \dots, l_n , se obtienen nuevos diámetros siempre inferiores a los anteriores de manera que: $D_2 > D_3 > D_4 > \dots > D_n$. Estudiando este proceso se

puede obtener la longitud total del RLD como la suma de los avances parciales (Fig. 3.1).

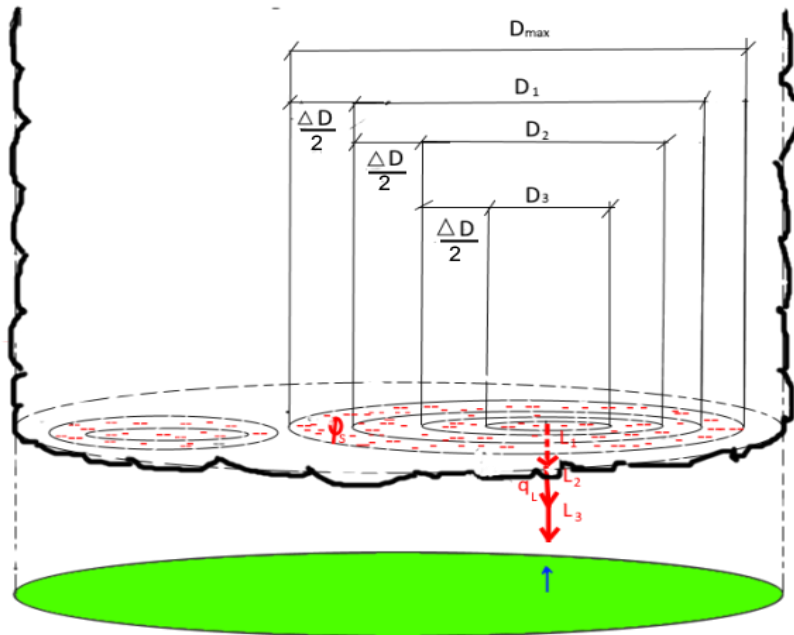


Figura 3.1: Situación de las cargas, en círculos concéntricos con densidad (φ_l), en la base de la nube.

3.2) Parámetros considerados

Para elaborar un modelo que satisfaga las consideraciones anteriores, se han tomado en cuenta los siguientes parámetros:

- Densidad Superficial de Carga (φ_s). Representa la carga total máxima por unidad de superficie (C/m^2) en el círculo de diámetro máximo (D_{max}) en metros.

$$\varphi_s = \frac{Q_{max}}{\pi \cdot D_{max}^2 / 4} \quad (3.1)$$

- Carga Total Máxima en culombios. Despejando la carga máxima de la ecuación anterior tenemos:

$$Q_{max} = \varphi_s \cdot \pi \cdot \frac{D_{max}^2}{4} \quad (3.2)$$

- Densidad Lineal de Carga (φ_l). Representa la carga por unidad de longitud (C/m) que tiene el rayo guía en su descenso.

$$\varphi_l = \frac{q_l}{l} \quad (3.3)$$

- Carga del Rayo Líder Descendente. Es la carga que transporta el rayo en una fase o tramo. Despejando q_l de la Ecuación (3.3) se tiene:

$$q_l = \varphi_l \cdot l \quad (3.4)$$

3.3) Fases del rayo líder en su descenso

Se definen las fases como los tramos o avances parciales del rayo guía. Con esta lógica, a continuación se analizarán los primeros avances para llegar luego al n -ésimo tramo.

a) Tramo l_1

Cuando el rayo empieza a descender, el diámetro del círculo máximo disminuye hasta quedar en D_1 , siendo el avance del rayo guía l_1 (Fig. 3.1). El nuevo diámetro es:

$$D_1 = D_{max} - \Delta D \quad (3.5)$$

Por otro lado, la nueva carga en la base de la nube es:

$$q_1 = \varphi_s \cdot \pi \cdot \frac{(D_{max} - \Delta D)^2}{4} \quad (3.6)$$

Si restamos la carga q_1 de la carga máxima Q_{max} tendremos la carga que transporta el rayo líder en el tramo l_1 :

$$q_{l_1} = Q_{max} - q_1 = \varphi_s \cdot \pi \cdot \frac{D_{max}^2}{4} - \varphi_s \cdot \pi \cdot \frac{(D_{max} - \Delta D)^2}{4}$$

Trabajando matemáticamente se obtiene que:

$$q_{l_1} = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4} \cdot \Delta D \cdot (2 \cdot D_{max} - \Delta D) \quad (3.7)$$

Ahora, en virtud de la Ecuación (3.3) se puede despejar la longitud del tramo primero: $l_1 = \frac{q_{l_1}}{\varphi_l}$; sustituyendo q_{l_1} por su valor anterior obtenemos finalmente:

$$l_1 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot \Delta D \cdot (2 \cdot D_{max} - \Delta D) \quad (3.8)$$

b) Tramo l_2

Cuando el rayo guía recorre el segundo tramo, el nuevo diámetro con carga es D_2 , que vale:

$$D_2 = D_{max} - 2 \cdot \Delta D \quad (3.9)$$

Siendo la nueva carga en la nube:

$$q_2 = \pi \cdot \varphi_s \cdot \frac{(D_{max} - 2 \cdot \Delta D)^2}{4} \quad (3.10)$$

Si se resta la nueva carga q_2 de la carga q_1 se tiene la carga que transporta el rayo líder en l_2 : $q_{l_2} = q_1 - q_2$. Sustituyendo q_1 y q_2 por sus valores y operando se obtiene que:

$$q_{l_2} = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4} \cdot \Delta D \cdot (2 \cdot D_{max} - 3 \cdot \Delta D) \quad (3.11)$$

La longitud l_2 se determina dividiendo la carga anterior (q_{l_2}) entre la densidad lineal de carga φ_l , el resultado es:

$$l_2 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot \Delta D \cdot (2 \cdot D_{max} - 3 \cdot \Delta D) \quad (3.12)$$

c) Tramo l_3

Como en los casos anteriores en este recorrido tenemos un nuevo diámetro (D_3). Empleando el mismo razonamiento se llega al siguiente resultado:

$$l_3 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot \Delta D \cdot (2 \cdot D_{max} - 5 \cdot \Delta D) \quad (3.13)$$

d) Tramo l_n

El tramo enésimo queda:

$$l_n = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot \Delta D \cdot [2 \cdot D_{max} - (2 \cdot n - 1) \cdot \Delta D] \quad (3.14)$$

Entiendo la longitud total del Rayo Líder Descendente como la suma de todos los tramos parciales:

$$\begin{aligned} l_t &= \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot \Delta D \cdot [2 \cdot D_{max} - \Delta D + 2 \cdot D_{max} - 3 \cdot \Delta D + 2 \cdot D_{max} - \\ &\quad 5 \cdot \Delta D + \dots + 2 \cdot D_{max} - (2 \cdot n - 1) \cdot \Delta D] \\ &= \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot \Delta D \cdot [2 \cdot n \cdot D_{max} - (1 + 3 + 5 \dots + 2 \cdot n - 1) \cdot \Delta D] \end{aligned}$$

La anterior es una progresión aritmética de los números impares donde su suma equivale a n^2 . Sustituyendo y tomando a n como factor común:

$$l_t = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot n \cdot \Delta D \cdot (2 \cdot D_{max} - n \cdot \Delta D) \quad (3.15)$$

Esta última ecuación puede transformarse de la siguiente manera:

El diámetro mínimo vendrá dado por:

$$D_{min} = D_{max} - n \cdot \Delta D \quad (3.16)$$

Despejando $n \cdot \Delta D$ obtenemos:

$$n \cdot \Delta D = D_{max} - D_{min} \quad (3.17)$$

Sustituyendo esta última expresión en (3.15), se obtiene finalmente la siguiente ecuación:

$$l_t = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot (D_{max}^2 - D_{min}^2) \quad (3.18)$$

La expresión previa es interesante pues explica el comportamiento del Rayo Líder tanto si se junta con el Rayo Ascendente o en el caso que termine desapareciendo en la atmósfera. En el caso que se junten los dos rayos, queda en la nube un círculo de diámetro mínimo con cargas eléctricas, que son las que originan las descargas sucesivas de retorno y las de nube-tierra. Éstas descargas

desaparecen cuando la carga residual que hay en el D_{min} se elimina o se neutraliza. En el supuesto que el Líder descendente desaparezca sin llegar a tierra, nos indica que en el círculo mínimo no queda carga, siendo el $D_{min} = 0$. En este caso la ecuación anterior queda:

$$l_t = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot D_{max}^2 \quad (3.19)$$

Cabe mencionar que, si el aire no ofreciera resistencia óhmica, el rayo bajante sería vertical, rectilíneo y con velocidad próxima a la de la luz. No obstante, la realidad es otra pues el RLD siempre avanza en zigzag y en general con trayectorias más largas y complicadas que la propia distancia nube-tierra. Su velocidad no llega a un tercio de la velocidad de la luz [9].

3.4) Trayectoria del Rayo Líder

Empleando la Ecuación (3.18) podemos empezar a establecer una trayectoria del Rayo Líder Descendente muy parecida a la real. Supongamos tres tramos:

El primer tramo queda definido por:

$$l_1 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot (D_{max}^2 - D_1^2) \quad (3.20)$$

La longitud l_1 tiene una dirección y sentido que lo marca la resistencia óhmica que ofrece la atmósfera. El abanico de posibilidades depende del lugar geométrico de los puntos de la esfera de radio l_1 ; es decir, cualquier punto de la esfera unido con su centro puede ser su trayectoria. Pero es de suponer que la guía tienda a avanzar por el lugar de menor resistencia, para ello se puede suponer que el sentido es hacia abajo y la dirección la más cerca posible a la verticalidad (Fig. 3.2).

Por otro lado, el segundo tramo viene dado por:

$$l_2 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot (D_1^2 - D_2^2) \quad (3.21)$$

Como en el caso anterior, la dirección y sentido depende de la resistencia que ofrece la atmósfera al paso del rayo guía. En la Figura 3.2 se ha marcado una hipotética dirección.

Luego, el tercer tramo es:

$$l_3 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot (D_2^2 - D_3^2) \quad (3.22)$$

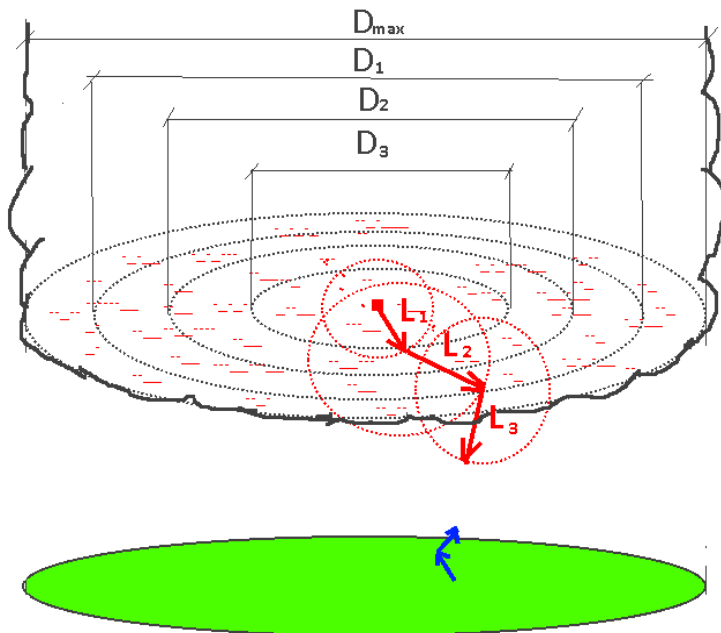


Figura 3.2: Tramos del Rayo Líder Descendente

Al ser este el último tramo puede ocurrir dos posibilidades. En la primera, aparece el rayo ascendente juntándose con el RLD y dando lugar a descargas sucesivas hasta eliminar la carga de la nube. En la segunda opción, el rayo guía avanza hasta desaparecer en la atmósfera al quedarse la nube sin carga, en ese instante $D_3 = 0$ y el tramo l_3 equivale a:

$$l_3 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot D_2^2 \quad (3.23)$$

No obstante, en realidad el rayo está formado por innumerables tramos haciendo zigzag hasta desaparecer o encontrar el rayo que sube.

3.5) Velocidad del Rayo Líder. Intensidad Eléctrica.

Para calcular la velocidad del rayo debemos primero encontrar la intensidad eléctrica (corriente) teórica del Rayo Líder Descendente, pudiéndose calcular la corriente teórica del rayo empleando dos enfoques diferentes. En ambos casos se considera el conjunto nube-tierra como un gran condensador cilíndrico en el cual las cargas se concentran en placas circulares imaginarias situadas respectivamente en puntos determinados en la nube y tierra (Fig. 3.3) [30].

a) Primer caso

En el primer caso tenemos la intensidad de carga del rayo, en amperios, en función de la capacidad del condensador nube-tierra y de la variación del potencial respecto al tiempo (voltios/segundos).

$$I = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{d\phi_{AB}}{dt} \quad (3.24)^1$$

Donde la capacitancia C es igual a:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4 \cdot l} \quad (3.25)$$

Siendo,

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{c^2}{N \cdot m^2}$$

D = diámetro (m) de la placa imaginaria en el interior de la nube.

l = longitud(m) del Rayo Líder que coincide aproximadamente con la distancia nube-tierra.

La Ecuación (3.24) puede transformarse multiplicando y dividiendo el segundo término por dl y nos queda:

$$i = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{d\phi_{AB}}{dl} \cdot \frac{dl}{dt}$$

Donde:

¹ La demostración de la Ecuación (3.24) se detalla en el Anexo B

$$E_{AB} = \frac{d\phi_{AB}}{dl} \text{ y } v = \frac{dl}{dt}$$

Sustituyendo estos valores en la Expresión (3.24) se obtiene la intensidad de descarga del condensador, formado por las placas “A” y “B” de nube y tierra respectivamente:

$$i = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E_{AB} \cdot v \quad (3.26)$$

Dónde:

E_{AB} = Campo Eléctrico (V/m) entre placas y

v = Velocidad de avance del rayo en m/s

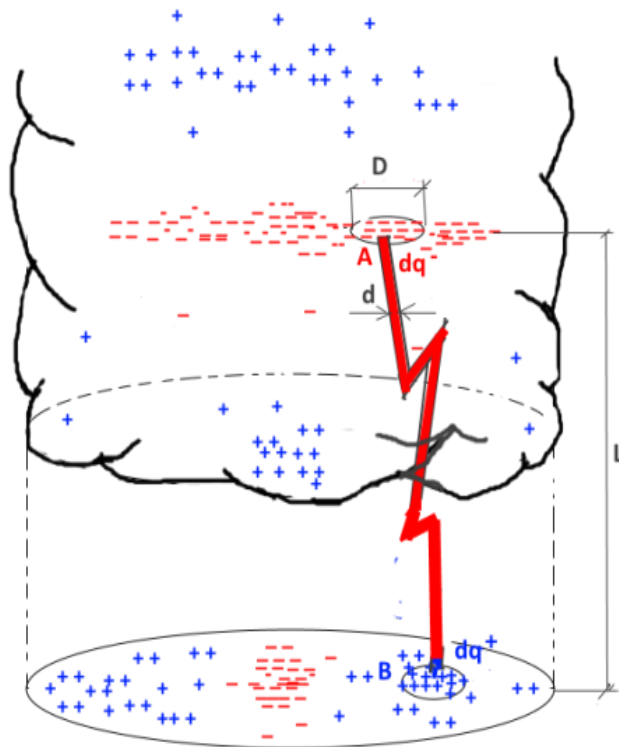


Figura 3.3: Condensador formado por el conjunto nube-tierra

b) Segundo caso

En este caso se puede considerar la descarga del rayo como un circuito eléctrico resistivo que obedece a la ley de Ohm, que dice:

$$I = \frac{\phi_{AB}}{R} \quad (3.27)$$

Siendo ϕ_{AB} la diferencia de potencial entre placas "A" y "B" (Figura 3.4) y R la resistencia óhmica que depende de la resistividad (δ) del conductor (expresado en $\Omega \cdot m$), de la longitud (l) de la guía (en metros) y de la sección del rayo líder ($\pi \cdot d^2/4$).

$$R = \delta \cdot \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot d^2} \quad (3.28)$$

Dónde d es el diámetro en metros de la sección del rayo guía.

Por último, sustituyendo (3.28) en (3.27) obtenemos:

$$I = \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot \delta \cdot l} \cdot \phi_{AB} \quad (3.29)$$

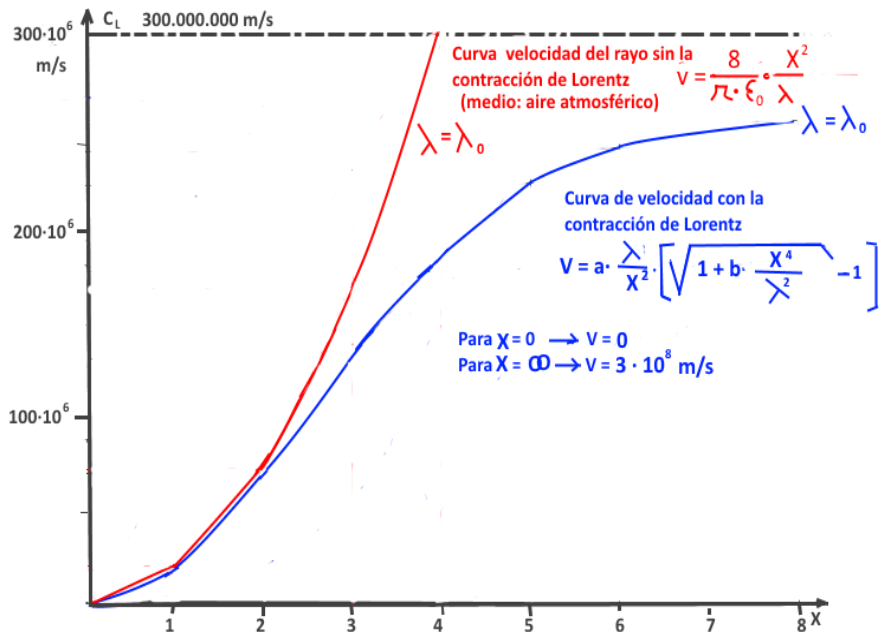


Figura 3.4: Velocidad del rayo en función del parámetro χ

c) Velocidad del rayo líder descendente

Antes de calcular la velocidad del rayo líder descendente, debemos considerar el campo eléctrico E_{AB} como la diferencia de potencial máxima entre placas dividida por la longitud entre nube y tierra:

$$E_{AB} = \frac{\phi_{AB}}{l} \quad (3.30)$$

En el inicio del rayo guía o para un punto específico de su trayectoria, podemos hipotéticamente considerar las intensidades halladas en (3.26) y (3.29) como iguales para obtener la expresión:

$$\frac{1}{2} \cdot C \cdot E_{AB} \cdot v = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{d^2}{\delta \cdot l} \cdot \phi_{AB} \quad (3.31)$$

Sustituyendo la capacidad C y el campo E_{AB} por los valores dados en (3.25) y (3.30), despejando v se llega al siguiente resultado:

$$v = \frac{2 \cdot l \cdot d^2}{\varepsilon_0 \cdot \delta \cdot D^2} \quad (3.32)$$

Según la expresión previa, la velocidad de rayo dependería de la longitud del mismo, de la relación al cuadrado entre los diámetros guía/placa, de la resistividad del ambiente expresado en $\Omega \cdot m$ y de la constante dieléctrica ε_0 . Sin embargo, se debe mencionar que la ecuación anterior requiere de dos correcciones:

- Primero, en la longitud real del rayo hay que aplicar la contracción de Lorentz-Fitzgerald que dice: $l = l_0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c_L^2}$; siendo v la velocidad del propio rayo y c_L la velocidad de la luz. Si no introducimos esta consideración, puede llegar el caso de obtenerse una velocidad del rayo superior a la de la luz, situación imposible según la teoría relativista.
- Segundo, la resistividad puede ponerse en función de la rigidez dieléctrica del ambiente y de la constante dieléctrica del material. Teniendo:

$$\delta = \frac{E_{RD}}{K_D} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot l} \quad (3.33)^2$$

Donde,

E_{RDA} es la Rigidez dieléctrica del ambiente, en este caso es el aire (V/m).

K_D es la Constante dieléctrica del aire en A/m.

d es el Diámetro de rayo guía en metros.

l corresponde a Longitud del rayo guía en metros.

Sustituyendo l y δ por sus valores en (3.32) nos queda

$$v = \frac{8 \cdot K_D \cdot l_0^2 \cdot (1 - v^2 / c_L^2)}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot E_{RD} \cdot D^2} \quad (3.34)$$

En adelante suprimiremos el subíndice cero de la longitud.

Denominamos ahora como J_i , representado por χ , a la relación entre la longitud del rayo guía y el diámetro de la placa donde se concentran las cargas en el interior de la nube, por ende el valor de χ es adimensional:

$$\chi = \frac{l}{D} \quad (3.35)$$

Es necesario incluir un factor (lambda) que considere la resistencia que ofrece la atmósfera al avance del rayo. Para ello, definimos a lambda (λ) como la relación entre la rigidez dieléctrica y la constante dieléctrica, expresada en ohmios (Ω):

$$\lambda = \frac{E_{RD}}{K_D} \quad (3.36)$$

Despejando la velocidad de (3.34) e introduciendo los valores de χ y λ obtenemos:

$$v^2 + \frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot c_L^2 \cdot \lambda}{8 \cdot \chi^2} \cdot v - c_L^2 = 0 \quad (3.37)$$

² La demostración de la Ecuación (3.33) se detalla en el Anexo C

Resolviendo la ecuación de segundo grado se llega al siguiente resultado al tomar la raíz positiva:

$$v = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot c_L^2}{16} \cdot \frac{\lambda}{\chi^2} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{16}{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot c_L} \right)^2 \cdot \left(\frac{\chi^2}{\lambda} \right)^2} \right] \quad (3.38)$$

Conocemos las constantes:

$$\pi = 3.1416,$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

$$c_L = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Para simplificar la escritura de la ecuación previa, definimos un par de constantes:

$$a = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot c_L^2}{16} = 15.64 \times 10^4 \frac{\text{m/s}}{\Omega}$$

$$b = \frac{16^2}{\pi^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot c_L^2} = 368 \times 10^4 \Omega^2$$

Finalmente la expresión de la velocidad del rayo guía es:

$$v = a \cdot \frac{\lambda}{\chi^2} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + b \cdot \frac{\chi^4}{\lambda^2}} \right] \quad (3.39)$$

La ecuación anterior se puede reescribir de la siguiente manera:

$$v = \frac{a \cdot b}{\frac{\lambda}{\chi^2} + \sqrt{b + \frac{\lambda^2}{\chi^4}}}$$

Para un valor dado de χ , se puede observar que cuando λ tiende a cero ($\lambda \rightarrow 0$), tendríamos que la velocidad del rayo guía llegaría a alcanzar la velocidad de la luz ($v \rightarrow a \cdot \sqrt{b} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$). Por otro lado, si $\lambda \rightarrow \infty$, la velocidad se acerca a cero ($v \rightarrow 0$).

d) Parámetro χ

Por definición el parámetro χ es la relación entre el avance del rayo (l) y el diámetro (D) del círculo donde se concentran las cargas eléctricas en el interior de la nube. Por ende, considerando un criterio de diferenciales, χ puede redefinirse como la variación de la longitud del rayo (dl) respecto al diámetro (dD):

$$\chi = \frac{dl}{dD} \quad (3.40)$$

Despejando ahora dl e integrando, obtenemos:

$$l = \chi \cdot \int_{D_{min}}^{D_{max}} dD = \chi \cdot (D_{max} - D_{min})$$

$$l = \chi \cdot (D_{max} - D_{min}) \quad (3.41)$$

Igualando (3.18) y (3.41) y operando se llega al siguiente resultado:

$$\chi = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot (D_{max} + D_{min}) \quad (3.42)$$

Esta ecuación puede modificarse introduciendo el diámetro medio (D_{med})

$$D_{med} = \frac{D_{max} + D_{min}}{2} ; D_{max} + D_{min} = 2 \cdot D_{med}$$

La Ecuación (3.42) queda entonces:

$$\chi = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{2 \cdot \varphi_l} \cdot D_{med} \quad (3.43)$$

En adelante suprimimos el subíndice “medio” (med):

$$\chi = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{2 \cdot \varphi_l} \cdot D \quad (3.44)$$

De manera que cuando nos referimos a D representa el diámetro de los diferentes círculos imaginarios en la base de la nube. La expresión anterior es muy interesante pues conlleva la obtención de valores de χ directamente proporcionales al producto de la densidad superficial de carga en la base de la nube por su diámetro, e

inversamente proporcional a la densidad lineal de carga del rayo descendente. Es importante mencionar que a partir de la Ecuación (3.44) se puede deducir la fórmula (3.18) del avance del rayo antes obtenida³.

Si partimos de una nube con un diámetro inicial máximo (Fig. 3.5), éste irá disminuyendo a medida que avanza el rayo descendente a través de la atmósfera.

En los diferentes avances parciales obtenemos valores de J_i en función de los diámetros imaginarios correspondientes, por tanto, cada tramo l_1, l_2, \dots, l_n tendrá $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n$

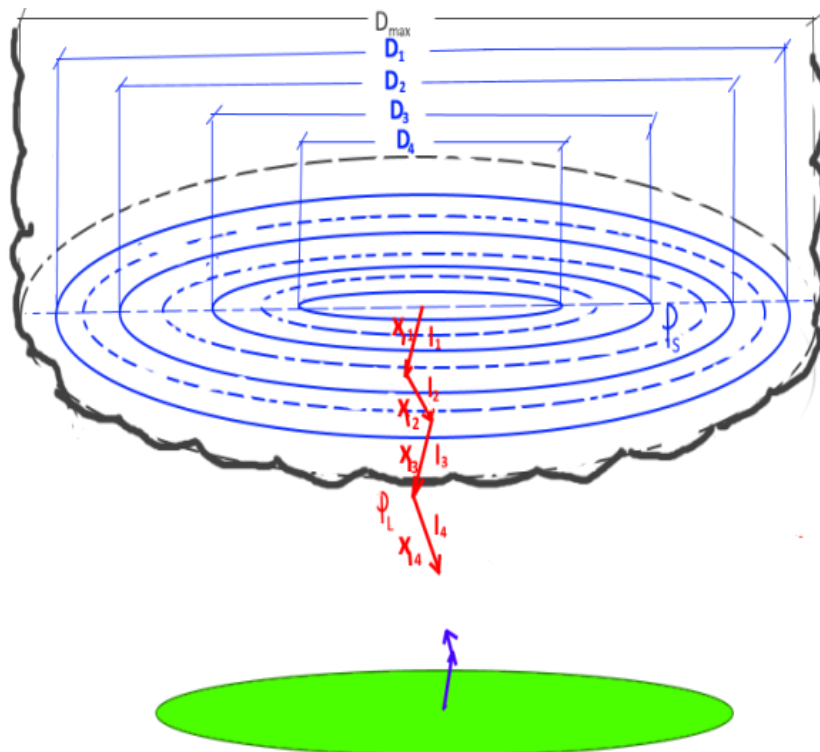


Figura 3.5: Relación entre los segmentos l del rayo y el diámetro D

$$^3 \chi = \frac{dl}{dD} = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{2 \cdot \varphi_l} \cdot D \rightarrow l = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{2 \cdot \varphi_l} \cdot \int_{D_{min}}^{D_{max}} D \cdot dD$$

Resolviendo esta integral obtenemos la Ecuación (3.18)

3.6) Velocidad del rayo guía en función del diámetro D y del parámetro G

Sustituyendo en (3.39) el valor de χ dado en (3.44) y haciendo operaciones se obtiene un nuevo valor de la velocidad del rayo:

$$v = \frac{\varepsilon_0 \cdot C_L^2 \cdot \varphi_L^2}{4 \cdot \pi \cdot \varphi_S^2} \cdot \frac{\lambda}{D^2} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{C_L^2}{\frac{\varepsilon_0^2 \cdot C_L^4 \cdot \varphi_L^4}{4^2 \cdot \pi^2 \cdot \varphi_S^4}} \cdot \frac{D^4}{\lambda^2}} \right] \quad (3.45)$$

Llamamos:

$$G = \frac{\varepsilon_0 \cdot C_L^2}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\varphi_L^2}{\varphi_S^2} \quad \left(\frac{\text{m/s}}{\Omega/\text{m}^2} \right) \quad (3.46)$$

Reemplazando valores de constantes conocidas, G queda igual a:

$$G = 6.34 \times 10^4 \cdot \left(\frac{\varphi_L}{\varphi_S} \right)^2 \quad \left(\frac{\text{m/s}}{\Omega/\text{m}^2} \right) \quad (3.47)$$

Se puede observar que el parámetro G es proporcional a la relación entre la densidad lineal y la superficial de carga elevada al cuadrado. En otras palabras, G representa la cantidad de carga o el caudal que traslada el rayo por la resistencia óhmica que ofrece el ambiente ($\frac{\text{m}^3/\text{s}}{\Omega}$). También puede interpretarse como la velocidad del rayo dividido por la resistencia óhmica del ambiente por metro cuadrado. La ecuación (3.45) quedaría entonces:

$$v = G \cdot \frac{\lambda}{D^2} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{C_L^2}{G^2} \cdot \frac{D^4}{\lambda^2}} \right] \quad (3.48)$$

O también:

$$v = \frac{C_L^2 \cdot D^2}{G \cdot \lambda + \sqrt{G^2 \cdot \lambda^2 + C_L^2 \cdot D^4}} \quad (3.49)$$

Según la Fig. 3.6, se puede apreciar que a medida que aumenta el diámetro (D), la velocidad del rayo aumenta. Por el contrario, si la resistencia del ambiente (λ) se hace mayor, la curva se tumba adquiriendo menor velocidad para un mismo diámetro. De la

ecuación anterior, el parámetro G es un indicador de la capacidad de descarga que tiene el rayo de manera que:

- Cuando G tiende a cero la velocidad del rayo se aproxima a la de la luz. Esto es debido a una densidad superficial de carga en el interior de la nube, muy superior a la densidad lineal del rayo bajante. Esta situación implica una descarga rápida obligando al rayo a adquirir una velocidad próxima a la luz, disminuyendo de esta manera la carga de la nube muy deprisa.
- Cuando G es muy elevado, la velocidad del rayo tiende a ser pequeña debido a la gran cantidad de carga que transporta el rayo obligándole a ir despacio. En este caso la densidad lineal de carga es mucho mayor que la densidad superficial de carga.

Cabe destacar que el rango de velocidades entre 0.5×10^5 a 20×10^5 m/s encontradas por autores ya mencionados como Schonland, Isikawa, Berger, Vogelsanger, Rakov y otros, están comprendidas para resistencias ambientales superiores a los 10000Ω y con una relación de densidades de carga (φ_l/φ_s) muy superiores a 1000 m.

Ahora, para describir cómo evoluciona la velocidad del rayo, haremos referencia a la Figura 3.7. Partimos del punto A con un diámetro inicial D_n . Luego el rayo empieza a bajar hacia tierra con una velocidad v_n impuesta por las condiciones atmosféricas λ_n y G_n . A medida que disminuye el diámetro, la velocidad del rayo también lo hace debido a que sigue la trayectoria de la curva AB. Sin embargo, puede ocurrir que en B cambien los valores de λ y G . Seguidamente, el diámetro sigue disminuyendo hasta alcanzar el punto C a la vez que aumenta la velocidad. Si a partir de este punto se mantienen los valores de λ y G , el diámetro seguirá decreciendo y lo mismo la velocidad según la trayectoria CD. Estando en el punto D pueden volver a variar las condiciones ambientales, llegando luego al punto E y así sucesivamente hasta que desaparece el diámetro en la nube. Resumiendo, la velocidad del rayo está cambiando constantemente debido a las condiciones de λ y G .

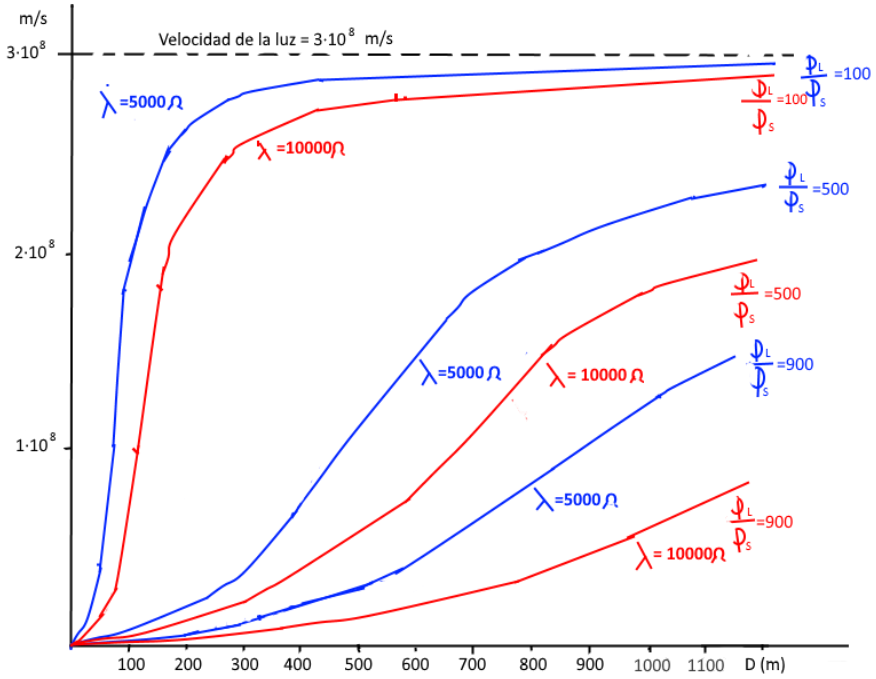


Figura 3.6: Velocidad del rayo en función del diámetro D

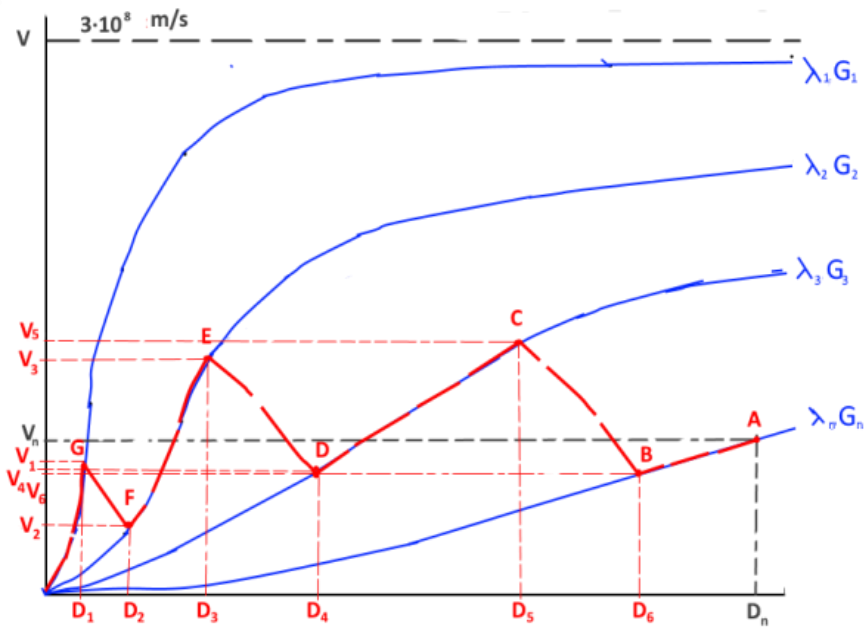


Figura 3.7: Evolución de la velocidad del rayo

3.7) Forma alternativa de expresar el avance del rayo y su velocidad

Hasta ahora hemos considerado la base de la nube con cargas situadas en una superficie circular con una densidad determinada, mientras que para el rayo se ha asumido una densidad lineal. No obstante, se puede asumir otro criterio y considerar una distribución volumétrica de las cargas de la nube (Fig. 3.8) y lo mismo para el rayo.

Bajo este nuevo supuesto, se emplea el mismo razonamiento que se hizo para el cálculo del avance del rayo en el Apartado 3.3; obteniéndose otra expresión para el avance del rayo en función de los siguientes parámetros:

- $\varphi_{v(n)}$: Densidad volumétrica de carga en la esfera imaginaria donde se concentran las cargas en la base de la nube (C/m^3)
- $\varphi_{v(r)}$: Densidad volumétrica de carga en el tubo imaginario que forma el rayo en su descenso (C/m^3)
- d : Diámetro (m) del tubo imaginario por donde bajan las cargas
- D_{max} y D_{min} : Diámetros máximo y mínimo (m) de la esfera con cargas situada en la base de la nube.

La ecuación que relaciona estos parámetros es:

$$l_t = \frac{2 \cdot \varphi_{v(n)}}{3 \cdot d^2 \cdot \varphi_{v(r)}} \cdot (D_{max}^3 - D_{min}^3) \quad (3.50)$$

Empleando la expresión anterior se puede establecer una trayectoria del RLD muy parecida a la real. Como en el caso desarrollado en el Apartado 3.4, la guía está formada por una infinidad de tramos con distintas trayectorias que acaban desapareciendo o encontrando el rayo que sube. El parámetro χ definido en (3.35) varía también en función de la relación de las densidades volumétricas y de los diámetros (D/d), lo representamos por χ_v :

$$\chi_v = \frac{dl}{dD} = \frac{2 \cdot \varphi_{v(n)}}{\varphi_{v(r)}} \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^2 \quad (3.51)$$

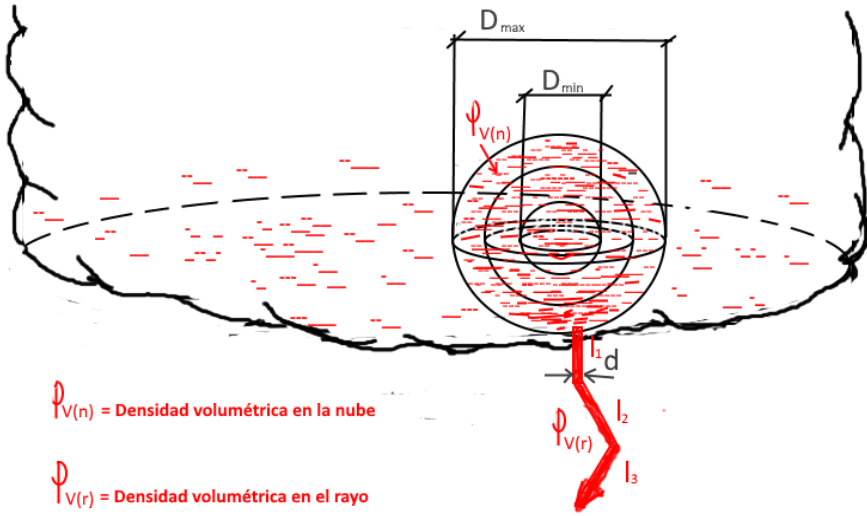


Figura 3.8: Concentración volumétrica de cargas en la nube y rayo

Introduciendo el valor χ_v en (3.39) obtenemos la velocidad del rayo en función de las densidades volumétricas y de la relación (D/d)

$$v = \frac{c_L^2 (D/d)^4}{G_v \cdot \lambda + \sqrt{(G')^2 \lambda^2 + c_L^2 (D/d)^8}} \quad (3.52)$$

Dónde:

$$c_L = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$G_v = \frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot c_L^2}{64} \cdot \left(\frac{\varphi_{v(r)}}{\varphi_{v(n)}}\right)^2 \frac{\text{m/s}}{\Omega} \quad (3.53)$$

Como en el caso anterior, el parámetro G_v es un indicador del comportamiento del rayo. Si G_v tiende a cero, la velocidad del rayo se aproxima a la de la luz. Esto es debido a una densidad volumétrica de carga en la nube muy superior a la del rayo y por tanto la guía transporta la carga muy rápidamente adquiriendo grandes velocidades. Por el contrario, si G_v tiende a valores muy

grandes, el Rayo Líder transporta la carga lentamente con velocidades bastante lejanas a la de la luz.

3.8) Conclusiones

Según lo desarrollado en este capítulo, se pueden destacar tres aspectos:

- La longitud del rayo descendente está formada por una serie de fases o tramos, siendo directamente proporcional a la densidad superficial de carga en la nube e inversamente proporcional a la densidad línea de carga del propio rayo guía. El factor de proporcionalidad está definido por la diferencia de los cuadrados de los diámetros máximos y mínimos de los círculos donde se concentran las cargas en el interior de la nube. Cuando estos diámetros son iguales ($D_{max} = D_{min}$) se obtiene una longitud de guía nula, indicando que no hay transferencia de carga de nube a rayo. A medida que el diámetro máximo disminuye, aparecen tramos rectilíneos que, según la resistencia del ambiente y la relación de densidades (superficial/lineal), tendrán diferentes trayectorias. Cuando el diámetro mínimo se hace cero, el rayo guía se junta con el rayo ascendente o bien desaparece antes de llegar a tierra.

El análisis desarrollado en este capítulo es distinto al explicado por Deller y Garbagnati en el Modelo de Progresión del Líder (LPM) [30] y [31]. Tampoco se parece al modelo de Rizk [27] aunque con éste último hay un punto en común al considerar al RLD con una carga uniforme y una trayectoria vertical. En el avance del rayo no se ha implicado al campo eléctrico, éste tiene influencia en la dirección de su trayectoria, pero no en la longitud tal como se expresa en la Ecuación (3.18).

- La velocidad del rayo guía inicia con una velocidad determinada que irá disminuyendo o aumentando en función de las siguientes

variables: El diámetro del círculo donde se concentran las cargas, la resistencia óhmica de ambiente y un parámetro G que decide la capacidad del rayo de transportar la carga eléctrica. Si G tiende a cero la densidad lineal del rayo es muy pequeña respecto a la densidad superficial de la nube, en este caso la velocidad del rayo se aproxima a la velocidad de la luz aliviando la concentración de carga en la nube. Al contrario, si G es muy grande, debido a $\varphi_L \gg \varphi_s$, la velocidad del rayo está muy alejada de la velocidad de la luz. Esta lentitud es consecuencia de la gran cantidad de carga que transporta el RLD. El análisis realizado para el cálculo de la velocidad indica que esta última de manera general decrece a medida que el rayo se acerca al suelo terrestre. Cabe mencionar que a diferencia de lo elaborado en este capítulo, la mayoría de otros autores determinan la velocidad del RLD a partir de la forma de onda del campo eléctrico generado. Otro trabajo a destacar es el realizado por Juan R. Hermoso Cuesta [50] donde calcula una velocidad del RLD mediante el criterio denominado Dart Leader.

- Por último, según lo demostrado en el Apartado 3.7), debemos recordar que de emplearse el criterio de densidades volumétricas en la base de la nube, se llegan a obtener conclusiones similares (sobre el avance del rayo y su velocidad) a las encontradas cuando se considera una distribución superficial de cargas como al inicio del presente Capítulo.

CAPÍTULO IV

ENERGÍA DEL RAYO EN FUNCIÓN DEL TIEMPO. ENERGÍA DE LA NUBE.

4.1) Energía del rayo

En este apartado nos limitamos a calcular la energía del rayo aplicando ecuaciones elementales de la física, por ende la energía medida es netamente teórica y de carácter orientativo.

En el Apartado 3.5 se analizó la intensidad eléctrica del rayo según dos enfoques. Por un lado asumiendo el rayo como la descarga de un gigantesco condensador formado por el conjunto nube-tierra, y por otro considerando nube-tierra como los extremos de un circuito eléctrico resistivo que se comporta según la ley de Ohm [39]. Si a la atmósfera le adjudicamos una resistencia óhmica determinada, la descarga del rayo actúa como un circuito eléctrico. La resistencia eléctrica del aire depende de la resistividad (δ) del ambiente que a su vez es función de la rigidez dieléctrica del aire (E_{RDA} en V/m) y de la constante dieléctrica K_D en A/m. Reflejándose para este caso la ley de Ohm de la siguiente manera:

$$I = \frac{K_D}{E_{RDA}} \cdot \phi_{AB} \quad (4.1)$$

Por otro lado, la Expresión (3.24) nos dice que la intensidad del rayo disminuye según varía el potencial eléctrico respecto al tiempo:

$$i = -\frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{d\phi_{AB}}{dt} \quad (4.2)$$

En algún punto de la trayectoria del rayo consideremos iguales las intensidades en (4.1) y (4.2):

$$-\frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{d\phi_{AB}}{dt} = \frac{K_D}{E_{RDA}} \cdot \phi_{AB} \quad (4.3)$$

Resolviendo esta ecuación diferencial obtenemos el potencial en función del tiempo:

$$\phi_{AB} = \phi_{max} \cdot e^{-\frac{2 \cdot K_D \cdot t}{C \cdot E_{RD}}} \quad (4.4)$$

Ahora, la energía en un circuito eléctrico viene dada por [36]:

$$W = \phi_{AB} \cdot I \cdot t \quad (4.5)$$

Sustituyendo el potencial entre nube y tierra (ϕ_{AB}) y la intensidad (I) por sus respectivos valores se tiene que:

$$W = \phi_{max}^2 \cdot \frac{K_D}{E_{RDA}} \cdot t \cdot e^{-4 \cdot K_D \cdot t / C \cdot E_{RDA}} \quad (4.6)$$

De la ecuación anterior se puede demostrar que para un tiempo t igual a:

$$t = \frac{C \cdot E_{RDA}}{4 \cdot K_D} \quad (4.7)$$

Se obtiene el valor máximo de energía:

$$W_{max} = \frac{\phi_{max}^2 \cdot C}{4 \cdot e} \quad (4.8)$$

Así mismo, si de la Ecuación (4.7) despejamos la capacidad C y la introducimos en (4.8) tenemos:

$$W_{max} = \frac{\phi_{max}^2 \cdot K_D}{e \cdot E_{RD}} \cdot t \quad (4.9)$$

Esta ecuación previa es la recta que envuelve todos los valores máximos de energía en función del tiempo.

Para hacernos una idea del análisis previo, supongamos que tenemos un potencial máximo entre nube y tierra de 75 millones de voltios, un campo eléctrico de 75 kV/m y una constante dieléctrica del ambiente de 100 A/m. Para una milésima de segundo que puede durar un rayo, tendríamos una energía liberada de 766 kWh.

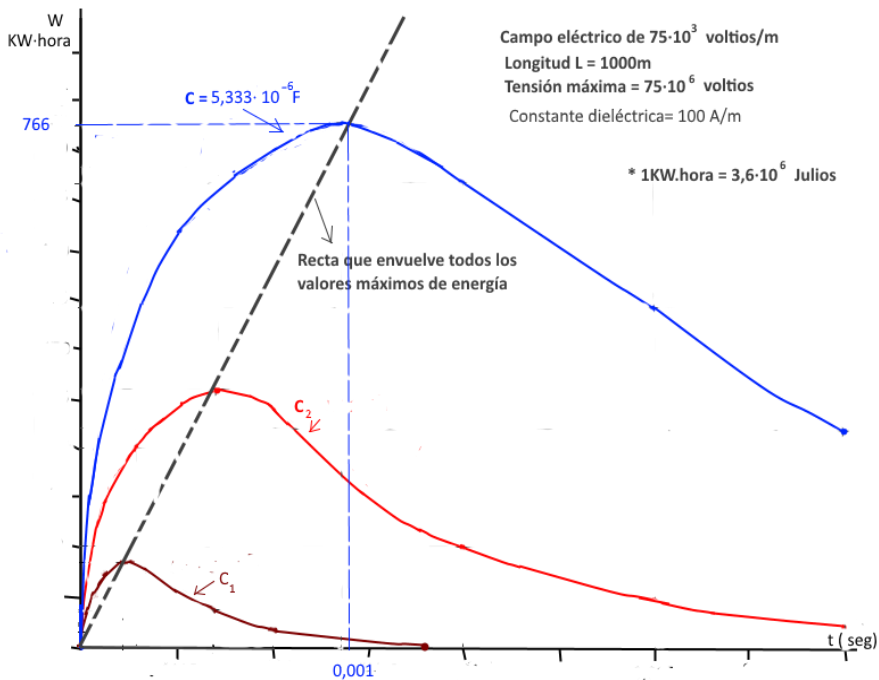


Figura 4.1: Valores máximos de energía en función del tiempo

En el caso de una central eléctrica de 1000 MW de potencia que esté funcionando las 24 horas del día, al cabo del día ha suministrado una energía de 24×10^6 kWh. El número de rayos necesarios para lograr los mismos efectos que la central sería $24 \times 10^6 / 766 = 31331$ rayos. No obstante, un rayo puede llegar a tener mucha potencia. Así en el ejemplo anterior hay 2759×10^9 W, casi tres mil veces más potencia que la central de 1000 MW.

4.2) Energía de la nube

En una nube de tormenta, su carga aumenta a medida que su volumen se hace mayor. El choque entre partículas de agua y hielo (ocasionado por las corrientes de aire ascendentes y descendentes) sumado al campo eléctrico terrestre producen una ionización del ambiente dando origen a cargas eléctricas. Consideramos la nube como un volumen cilíndrico que crece en altura y en diámetro a la

vez que las partículas con carga aumentan progresivamente. Denominamos densidad volumétrica de carga a la variación de la carga con respecto al volumen:

$$\varphi_v = \frac{dq}{dv} ; dq = \varphi_v \cdot dv \quad (4.10)$$

Por otra parte, la variación de energía en una nube de tormenta depende de su potencial eléctrico y de su variación en la carga; es decir, representa el trabajo realizado para juntar la carga desde el infinito hasta la nube o la lógica también podría ser en sentido contrario: desde un punto inicial hacia el infinito. A medida que el radio r de la nube y su altura z aumentan, también lo hará la cantidad de carga. Por tanto, la energía en julios viene dada por la expresión [47]:

$$dw = \phi \cdot dq \quad (4.11)$$

Donde el potencial ϕ depende de la carga:

$$\phi = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \quad (4.12)$$

Sustituyendo la ecuación (4.12) en la (4.11) e integrando tenemos:

$$w = \int \frac{q \cdot dq}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \quad (4.13)$$

En principio se puede considerar la nube como un cilindro de altura z y radio r (Figura 4.2) con su potencial eléctrico ϕ . A medida que aumenta sus dimensiones también lo hace su carga en un elemento diferencial dq . Luego, el volumen inicial de la nube viene dado por:

$$v = \pi \cdot r^2 \cdot z \quad (4.14)$$

La carga existente en ese volumen es:

$$q = \varphi_v \cdot \pi \cdot r^2 \cdot z \quad (4.15)$$

Siendo φ_v la densidad volumétrica de carga en C/m^3 , mientras que el elemento diferencial de carga sería:

$$dq = \varphi_v \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot dz \quad (4.16)$$

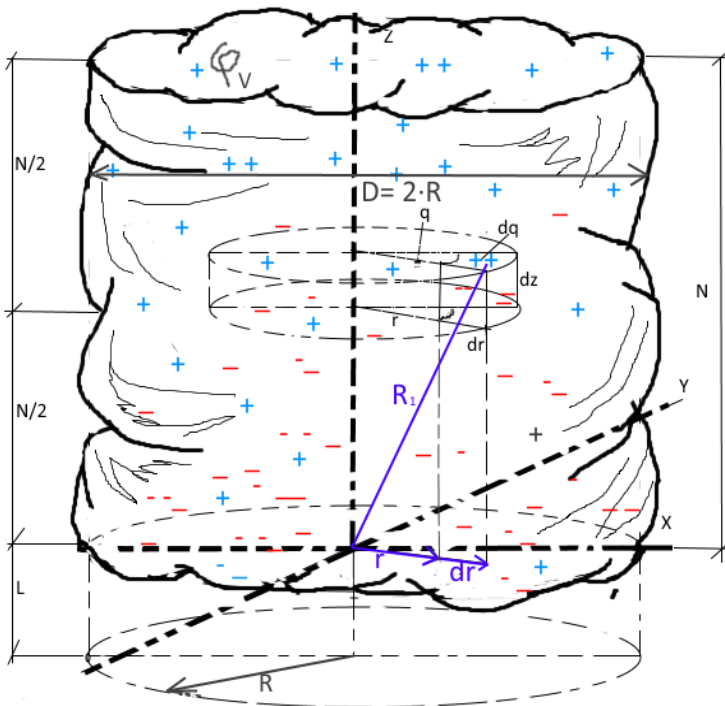


Figura 4.2: Variación de la carga a medida que crece la nube

Denominemos ahora a:

N como la altura total de la nube en metros, y

K a la relación entre el diámetro de la nube y su altura:

$$K = \frac{2 \cdot R}{N} \quad (4.17)$$

Sustituyendo en (4.13) los valores q y dq dados en (4.15) y (4.16) obtenemos:

$$W = \frac{\varphi_v^2 \cdot \pi}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \iint_{0,0}^{R,N} \frac{r^3 \cdot z}{R_1} \cdot dr \cdot dz \quad (4.18)$$

Dónde:

$$R_1 = \sqrt{r^2 + z^2} \quad (4.19)$$

Finalmente, la Expresión (4.18) queda:

$$W = \frac{\varphi_v^2 \cdot \pi}{2 \cdot \varepsilon_0} \cdot \iint_{0,0}^{R,N} \frac{r^3 \cdot z}{\sqrt{z^2 + r^2}} \cdot dr \cdot dz \quad (4.20)^4$$

Resolviendo esta integral obtenemos:

$$W = \frac{\varphi_v^2 \cdot \pi \cdot N^5}{30 \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\left(1 + \frac{K^2}{2^2}\right)^{3/2} \cdot \left(3 \cdot \frac{K^2}{2^2} - 2\right) - 3 \cdot \left(\frac{K}{2}\right)^5 + 2 \right] \quad (4.21)$$

Si denominamos β a:

$$\beta = \left(1 + \frac{K^2}{2^2}\right)^{3/2} \cdot \left(3 \cdot \frac{K^2}{2^2} - 2\right) - 3 \cdot \left(\frac{K}{2}\right)^5 + 2 \quad (4.22)$$

La energía en una nube de tormenta sería:

$$W = \frac{\varphi_v^2 \cdot \pi \cdot N^5}{30 \cdot \varepsilon_0} \cdot \beta \quad (4.23)$$

Donde,

W = Energía en Julios

N = Altura en metros

φ_v = Densidad volumétrica de carga (C/ m³)

β = factor adimensional que depende de la relación K

ε_0 = Constante dieléctrica 8.85×10^{-12} C² / N·m²

Observamos que la energía de la nube está en función del cuadrado de la densidad de carga, de la quinta potencia de la altura de la nube y del parámetro β que a su vez depende de la relación entre el diámetro/altura de la nube.

Según algunos valores de K tenemos:

- Para $K = 0.5 \rightarrow \beta = 0.012$
- Para $K = 1 \rightarrow \beta = 0.16$
- Para $K = 1.5 \rightarrow \beta = 0.68$

⁴ La demostración de la Ecuación (4.20) se encuentra en el Anexo D

4.3) Tiempo de actuación para descargar un cumulonimbus

Empleando las ecuaciones de electrostática [4] y según lo analizado en el apartado previo, se observa cómo la energía de la nube depende de la quinta potencia de su altura (N). Si a esto agregamos lo obtenido en la Expresión (4.6) sobre la energía producida por un rayo, podemos obtener el tiempo teórico que tarda la nube en descargarse. Los parámetros que intervienen en este caso son:

- Tiempo total para descargar la nube (T_t) en segundos
- Energía de la nube en julios (W_{nube}). Este valor está expresado por la Ecuación (4.23).
- Potencia eléctrica del rayo (P_{rayo}), representada por la Ecuación (4.6) dividida por el tiempo de actuación del mismo (muy breve, en el orden de milésimas de segundo). Para simplificar el problema consideramos que todos los rayos de una misma tormenta tienen una potencia eléctrica parecida. En general el rayo tiene una potencia de teravatios (10^{12}).
- Número de rayos caídos (n) en el tiempo (T_t)

La ecuación que relaciona estos parámetros es:

$$T_t = \frac{\pi \cdot \varphi_v^2 \cdot N^5 \cdot \beta}{30 \cdot \varepsilon_0 \cdot n \cdot P_{rayo}} \quad (4.24)$$

Resulta difícil calcular la densidad volumétrica (φ_v), la altura de la nube (N) y la potencia del rayo (P_{rayo}), en cambio sí se puede contabilizar el número de rayos caídos y la duración de la tormenta. Conocidos estos últimos datos reducimos a tres variables la expresión anterior y tenemos:

$$P_{rayo} = \frac{\pi \cdot \beta}{30 \cdot \varepsilon_0 \cdot n \cdot T_t} \cdot \varphi_v^2 \cdot N^5 \quad (4.25)$$

Si llamamos “ A ” al cociente:

$$A = \frac{\pi \cdot \beta}{30 \cdot \varepsilon_0 \cdot n \cdot T_t} \left(\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2 \cdot \text{s}} \right) \quad (4.26)$$

Finalmente la expresión (4.28) queda:

$$P_{\text{rayo}} = A \cdot \varphi_v^2 \cdot N^5 \quad (4.27)$$

Se puede decir entonces que la potencia del rayo es directamente proporcional al cuadrado de la densidad volumétrica de carga y a la quinta potencia de la altura de la nube.

4.4) Conclusiones

- Un rayo puede llegar a tener una cantidad de potencia muy elevada, del orden de teravatios. Si embargo, energéticamente no es aprovechable debido a su brevísimo tiempo de existencia. Para poder conseguir energía del rayo habría que idear un sistema que pueda:
 - Captar todos los rayos originados en la tormenta y dirigirlos a un punto determinado. Además, hay que contar con que la nube no es estática, pues está desplazándose con una velocidad y trayectoria que depende de la dirección del viento.
 - Contar con materiales y sistemas eléctricos que soporten el impacto del rayo y que sean capaces de conducir y almacenar las cargas eléctricas en condensadores de gran capacidad para su posterior utilización [38].
- Respecto a la potencia del rayo, un dato relevante a tener en cuenta es el cálculo de la densidad volumétrica de carga en la nube. Se pueden hacer aproximaciones para diferentes valores de N y P_{rayo} , siempre y cuando se cuente con datos fiables del número de rayos caídos y del tiempo T_t . Si despejamos de la Ecuación (4.27) la densidad φ_v observamos que depende principalmente de $1/N^{5/2}$; es decir, disminuye rápidamente a medida que crece la nube. Además, cuando la nube alcanza

grandes alturas, el posible aumento de potencia del rayo sólo consigue pequeños incrementos en la densidad de carga, lo mismo ocurre si se incrementa el número de rayos.

CAPÍTULO V

POTENCIAL Y CAMPO ELÉCTRICO DE UNA NUBE TRIPOLAR EN UN PUNTO ALEJADO DE LA TORMENTA.

La nube tripolar se mencionó en el Apartado 2.6. Según E.R. Williams [4], [11] y las teorías expuestas por Vladimir A. Rakov y Martin A. Uman en “Lightning Physics and Effects” [13]; proponen para el análisis a tres puntos de carga: dos positivas y una negativa, tal y como indica las Fig. 2.10 y 5.1. Al respecto y como parte de este estudio, consideramos que el conjunto de sus cargas están en equilibrio una vez que se ha formado la estructura de la nube. Por lo tanto, su suma debe ser nula:

$$\sum q_i = q_1 - q_2 + q_3 = 0 \quad (5.1)$$

Si denominamos “b” a la relación entre las cargas q_1/q_3 dónde: $0 \leq b \leq 1$.

$$b = \frac{q_1}{q_3} \quad (5.2)$$

Las cargas quedan:

$$q_3 = q; q_2 = (b + 1) \cdot q; q_1 = b \cdot q \quad (5.3)$$

Antes de calcular el campo eléctrico en un punto alejado de la tormenta, hallaremos en primer lugar su potencial eléctrico. Para ello, el método empleado es el de “carga imagen” [40] donde intervienen los mismos parámetros expuestos en el Apartado 2.5, con la salvedad de la nueva relación “b”.

5.1) Potencial en el punto “A” debido a las cargas reales

El potencial en “A” viene dado por [41]:

$$\phi_A^{real} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \sum \frac{q_i}{R_i} \quad (5.4)$$

Los valores de R_i son:

$$R_1 = \sqrt{r^2 + l^2}; \quad R_2 = \sqrt{r^2 + z^2}; \quad R_3 = \sqrt{r^2 + (N + l)^2} \quad (5.5)$$

Sustituyendo las cargas y los valores de R_i en la Ecuación (5.4) obtenemos:

$$\phi_A^{real} = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left(\frac{b}{\sqrt{r^2 + l^2}} - \frac{b+1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (N+l)^2}} \right) \quad (5.6)$$

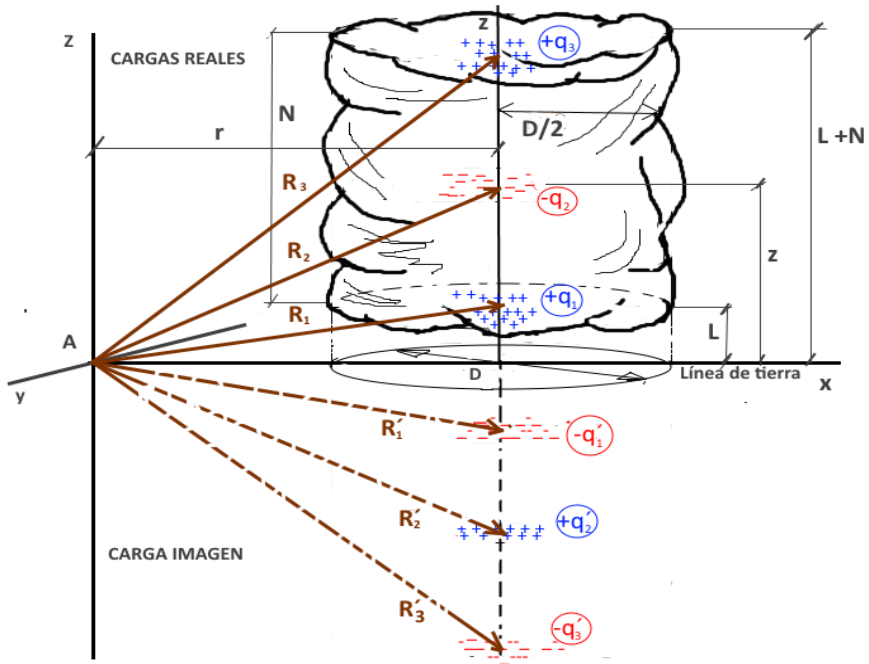


Figura 5.1: Distribución de las cargas en una nube tripolar. Carga Imagen y Real

5.2) Potencial en el punto "A" debido a la carga imagen

Según la Fig. 5.1, los valores q_1' , q_2' y q_3' son iguales en valor absoluto que las cargas reales, lo mismo ocurre con las distancias R_1' , R_2' y R_3' . Tenemos entonces:

$$q_1 = q_1'; \quad q_2 = q_2'; \quad q_3 = q_3'$$

$$R_1 = R_1'; R_2 = R_2'; R_3 = R_3'$$

$$\phi_A^{imag} = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left(-\frac{b}{\sqrt{r^2 + l^2}} + \frac{b+1}{\sqrt{r^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (N+l)^2}} \right) \quad (5.7)$$

Ya que el potencial total en “A” es la diferencia entre el potencial real y el potencial imagen:

$$\phi_A = \phi_A^{real} - \phi_A^{imag} \quad (5.8)$$

Sustituyendo los valores de potencial real e imagen se obtiene el potencial eléctrico de nube tripolar:

$$\phi_A = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left(\frac{b}{\sqrt{r^2 + l^2}} - \frac{b+1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (N+l)^2}} \right) \quad (5.9)$$

En el caso de una nube dipolar el valor de $b = 0$, y si nos encontramos en el eje central de la nube, la distancia r también es $r = 0$; lo que implica que $z = l$. La Ecuación (5.9) queda se simplifica en:

$$\phi_A = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \left(\frac{1}{N+l} - \frac{1}{l} \right) \quad (5.10)$$

Ahora, si denominamos H a la relación $H = 1/N$, la ecuación anterior resulta:

$$\phi_A = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{N \cdot (1+H)} - \frac{1}{N \cdot H} \right] \quad (5.11)$$

Por último, si $H \ll 1$, podemos considerar que $(1+ H) \cong 1$, y finalmente obtenemos:

$$\phi_A = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot N} \cdot \frac{H-1}{H} \quad (5.12)$$

El potencial es negativo por ser H menor que la unidad.

5.3) Campo eléctrico en el punto “A”

El campo eléctrico en “A” sólo tiene componentes verticales, por tanto tendremos valores de campo según las alturas l , z y $(N + 1)$.

Derivando el potencial respecto a estas alturas obtenemos los campos parciales [41]:

$$E_{A(l)} = \frac{\partial \phi_A}{\partial l} = -\frac{b \cdot q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{l}{(r^2 + l^2)^{3/2}} \quad (5.13)$$

$$E_{A(z)} = \frac{\partial \phi_A}{\partial z} = +\frac{(b+1) \cdot q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \quad (5.14)$$

$$E_{A(N+l)} = \frac{\partial \phi_A}{\partial (N+l)} = -\frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{N+l}{[r^2 + (N+l)^2]^{3/2}} \quad (5.15)$$

El campo total en el punto “A” es la suma de los campos parciales:

$$E_A = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\frac{(b+1) \cdot z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{b \cdot l}{(r^2 + l^2)^{3/2}} - \frac{N+l}{[r^2 + (N+l)^2]^{3/2}} \right] \quad (5.16)$$

Para una nube dipolar: $b = 0$, y si además hacemos $r = 0$ y $z = l$, la ecuación anterior queda:

$$E_A = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{l^2} - \frac{1}{(N+l)^2} \right] \quad (5.17)$$

La representación gráfica del campo eléctrico según la Expresión (5.16) es la misma que la mostrada en la Fig. 2.11

5.4) Conclusiones

- En este capítulo principalmente se ha introducido un criterio por el cual se puede considerar la nube tripolar como un todo, dónde la suma total de sus cargas es nula.
- Se estableció además una relación entre cargas denominada “ b ”, que está comprendida entre cero y la unidad. Dependiendo de este valor obtendremos diferentes potenciales y campos eléctricos.

CAPÍTULO VI

POTENCIAL ELÉCTRICO DEBIDO AL RAYO LIDER DESCENDENTE (RLD) EN UN PUNTO ALEJADO DEL IMPACTO DEL RAYO EN TIERRA. CAMPO ELÉCTRICO EN DICHO PUNTO.

En la Sección 2.6 al elaborarse el estado del arte, se menciona como los investigadores R.Thottappillil, Rakov y Uman [16,17] describen y calculan el campo eléctrico del Stepped Leader. Al respecto, también se debe mencionar un trabajo resumen similar realizado por Juan Ramón Hermoso Cuesta en su tesis doctoral [42]. Los autores anteriores parten de la integral (2.6), misma que al resolverse se obtiene la ecuación de campo eléctrico (2.7).

Por otro lado, en este trabajo se calcula el campo eléctrico encontrando primero el potencial existente en el punto considerado. Luego, una vez hallado éste se deriva respecto a su altura obteniéndose así el campo. El método empleado es el de la “carga imagen”. Respecto a las cargas, se emplea el mismo criterio empleado por los autores previamente referidos: la carga total es la suma de la carga en la nube más la que transporta el Stepped Leader. En relación de éste análisis, los parámetros a considerarse son:

φ_l = Densidad lineal de carga en C/m

h = Altura en metros entre el extremo del rayo Líder y el suelo terrestre

$D = r - x$. Distancia en metros entre el lugar de impacto de rayo al punto donde se determina el campo eléctrico.

Z = Altura en metros desde el lugar donde se concentran las cargas en la nube hasta el suelo terrestre

ε_0 es la constante dieléctrica ($8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$)

E_A = Campo eléctrico en el punto “A” en kV/m

Haciendo alusión a la Fig. 6.1 se puede hacer una explicación cronológica del proceso. Antes de iniciarse el Rayo Líder, hay una concentración de cargas en una zona determinada de la nube (B) de carga total Q . Cuando la concentración es muy elevada llega un momento que se produce la ruptura dieléctrica del aire, originándose el rayo. A medida que avanza la guía, la carga total Q de la zona B disminuye.

La carga total en un instante determinado debe ser igual a:

$$Q = q_n + q_l \quad (6.1)$$

Dónde q_n es la carga que queda en el centro B y va disminuyendo a medida que avanza el Líder, mientras que q_l es la carga que transporta el líder y equivale a:

$$q_l = \varphi_l \cdot z' \quad (6.2)$$

Siendo:

φ_l la densidad lineal de carga (coulomb/m)

z' la longitud del Líder en un instante determinado. A su vez $z' = V \cdot t$. Con V como la velocidad del Rayo Líder.

Tenemos así en el punto A un potencial eléctrico debido a las cargas q_n y q_l . Mismo que se analiza en la siguiente sección.

6.1) Potencial en el Punto “A” debido a la carga q_n

La carga q_n representa la diferencia entre la carga total Q y la carga distribuida mientras desciende el rayo guía. No obstante, otra manera de considerarla es como la cantidad que queda de carga dentro del centro B, a medida que avanza el rayo Líder. Su valor equivale al producto de la altura h por la densidad lineal de carga φ_l :

$$q_n = h \cdot \varphi_l \quad (6.3)$$

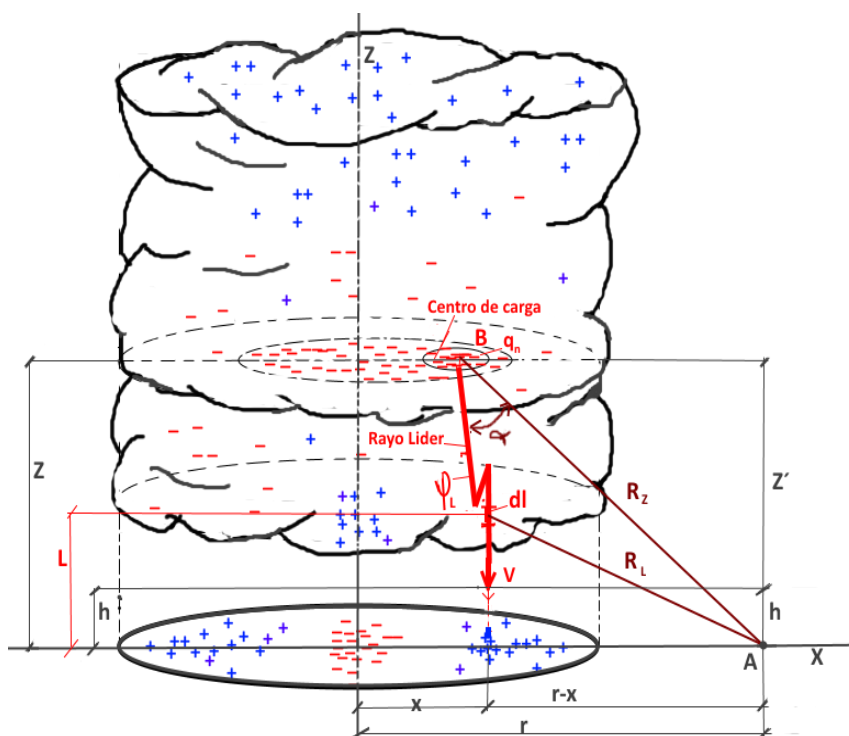


Figura 6.1: Posición de las cargas en la nube. Rayo Líder Descendente (RLD)

Aplicando el potencial eléctrico para una distribución de carga [41] tenemos el potencial en el punto A:

$$\phi_{A(q_n)} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_{h \cdot \varphi_l}^Q \frac{dq}{\sqrt{z^2 + (r-x)^2}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q - h \cdot \varphi_l}{\sqrt{z^2 + (r-x)^2}} \quad (6.4)$$

Los límites de integración anteriores lo definen la variación de la carga; es decir, partimos de una carga Q que va disminuyendo hasta quedar con una carga de valor $q_n = h \cdot \varphi_l$ en la nube. Con esta convención para los límites de integración, el valor obtenido para el potencial resultaría positivo. El valor de Q , una vez descargada la región central B, es igual a:

$$Q = z \cdot \varphi_l \quad (6.5)$$

Por otro lado, el valor de h es:

$$h = z - V \cdot t = z - z' \quad (6.6)$$

Sustituyendo las expresiones (6.5) y (6.6) en la ecuación del potencial (6.4), obtenemos finalmente la ecuación deseada:

$$\phi_{A(q_n)} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{V \cdot t \cdot \phi_l}{\sqrt{z^2 + (r-x)^2}} \quad (6.7)$$

6.2) Potencial en el Punto “A” debido al rayo líder con carga ϕ_L

Si se considera que el elemento diferencial de carga mientras baja el rayo es igual a $dq_l = \phi_l \cdot dl$, el potencial viene dado por:

$$\begin{aligned} \phi_{A(q_l)} &= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_z^{h=z-V \cdot t} \frac{\phi_l \cdot dl}{\sqrt{l^2 + (r-x)^2}} \\ \phi_{A(q_l)} &= \frac{\phi_l}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left| \ln \left(l + \sqrt{l^2 + (r-x)^2} \right) \right|_z^{z-V \cdot t} \end{aligned} \quad (6.8)$$

Operando matemáticamente se llega a la expresión buscada:

$$\phi_{A(q_l)} = \frac{\phi_l}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \frac{z-V \cdot t + \sqrt{(z-V \cdot t)^2 + (r-x)^2}}{z + \sqrt{z^2 + (r-x)^2}} \quad (6.9)$$

6.3) Potencial debido a las cargas “imagen” q_l' y q_n'

Considerando que el potencial de las cargas “imagen” son similares al valor antes encontrado pero con el signo cambiado, la diferencia de potencial existente en el punto “A” representa el potencial total, siendo este:

$$\phi_A = \frac{\phi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\frac{V \cdot t}{\sqrt{z^2 + (r-x)^2}} + \ln \left(\frac{z-V \cdot t + \sqrt{(z-V \cdot t)^2 + (r-x)^2}}{z + \sqrt{z^2 + (r-x)^2}} \right) \right] \quad (6.10)$$

6.4) Campo eléctrico en el Punto “A”

El campo eléctrico en “A” sólo tiene componente vertical, por tanto si se deriva el potencial respecto a z se puede obtener este campo

$$(E_A = \frac{\partial \phi_A}{\partial z}) \quad [41]:$$

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{(z-V \cdot t)^2 + (r-x)^2}} - \frac{V \cdot t \cdot z}{[z^2 + (r-x)^2]^{3/2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2 + (r-x)^2}} \right] \quad (6.11)$$

De la expresión previa, si se considera a $r - x = D$ como la distancia entre el punto de observación “A” y el impacto de rayo; y si además se asume que $V \cdot t = z' \sim z$, la ecuación anterior se simplifica:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{D} - \frac{1}{(z^2 + D^2)^{1/2}} - \frac{z^2}{(z^2 + D^2)^{3/2}} \right] \quad (6.12)$$

Al respecto de la obtención del campo eléctrico, cabe destacar dos momentos particulares en la caída del Rayo Líder: uno mientras desciende y el otro en el instante de tocar el suelo; mismos que se estudian a continuación.

a) Descenso del Rayo Líder

La ecuación (6.11) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \left[\frac{1}{(h^2 + D^2)^{1/2}} - \frac{z \cdot (z-h)}{(z^2 + D^2)^{3/2}} - \frac{1}{(z^2 + D^2)^{1/2}} \right] \quad (6.13)$$

Dónde

$$h = z - V \cdot t$$

$$D = r - x .$$

Cabe mencionar que la presentación del campo eléctrico según la Expresión (6.13) fue presentada por E.M. Thomson [43], R. Thottappillil [17], V. Rakov [16] y M.A. Uman [13], mediante la Ecuación 2.7. Por medio de esta ecuación se puede observar la variación del campo eléctrico en función de la altura h entre el extremo de rayo y el suelo. Como es de suponerse, el valor de h está comprendido en el rango $0 \leq h \leq Z$. En la Figura 6.2 se observa el

descenso del rayo desde su inicio hasta llegar a h , recordemos que la altura del rayo Líder siempre la consideramos como z .

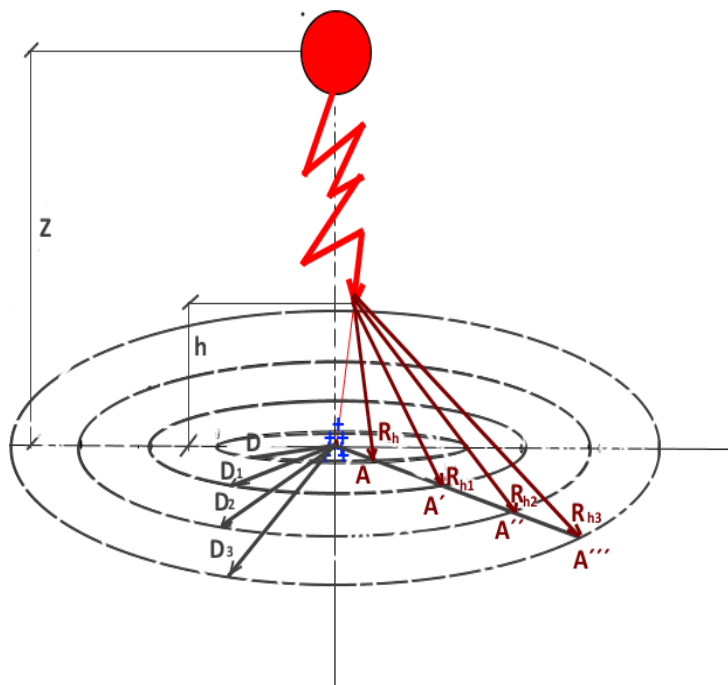


Figura 6.2: El RLD a la altura h del suelo y los diferentes puntos situados a distancias D , D_1 , D_2 , D_3

Si representamos la Ecuación 6.13 para distintas distancias D_1 , D_2 , D_3, \dots , obtenemos un gráfico con una serie de curvas como las indicadas en la Fig. 6.3. Los datos empleados para realizar la misma son $\varphi_l = 0,002 \text{ C/m}$ y $z = 1000 \text{ m}$. Justamente, para la definición de la densidad lineal de carga, se ha empleado los estudios realizados por Cooray, Rakov y Berger [48], [49] y [52]. Con estos criterios, en la Fig. (6.3) se observa la evolución del rayo desde su comienzo a la altura $h = z$, hasta su impacto en el suelo. A medida que desciende el Líder, su distancia h disminuye a la vez que aumenta su campo eléctrico llegando a alcanzar un máximo para luego descender instantes antes de tocar tierra ($h = 0$).

Los valores máximos de campo eléctrico se recogen en una curva envolvente (Figura 6.4) cuyos valores se encuentran considerando la Ecuación (6.13). Además, si a la Figura 6.3 trazamos una recta paralela al eje del campo eléctrico E por la cota $h = 300$ m, podemos obtener una fotografía del rayo momentos antes del impacto en el suelo. La imagen es la indicada en la Fig. 6.4

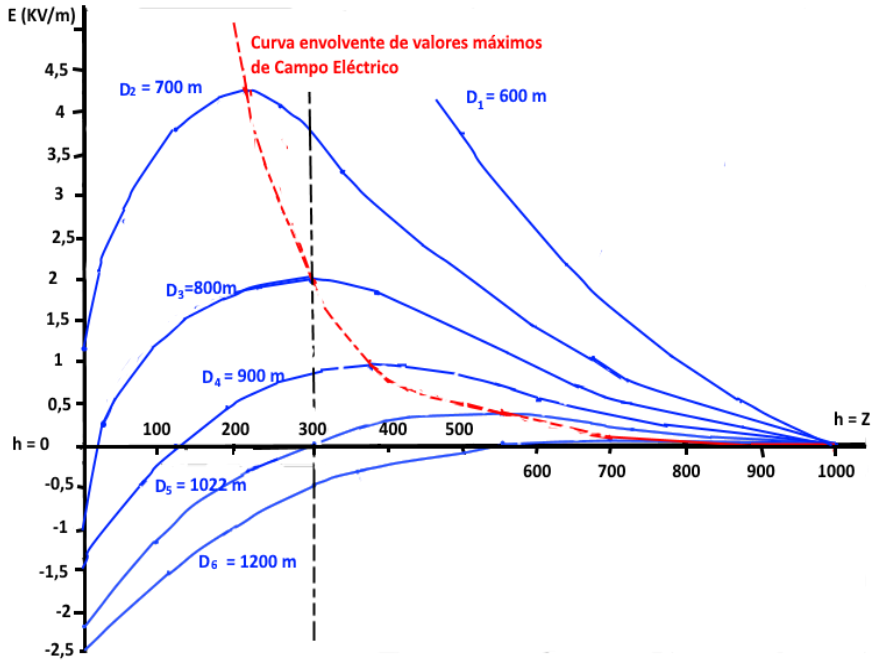


Figura 6.3: Evolución del campo eléctrico desde el comienzo del rayo hasta su impacto en el suelo para varias posiciones del observador

Adicionalmente, relacionemos la distancia D (desde el impacto del rayo hasta el observador) y la altura hasta la nube z : $\tan \alpha = a = D/z$. Así mismo, definamos a N como la relación h/Z . Si sustituimos $D = a \cdot z$ y $h = N \cdot z$ en la Expresión (6.13), obtenemos un campo eléctrico en función de los parámetros “ a ” y “ N ”. Con este precedente, se define como Ángulo Límite (α_L) al ángulo a partir del cual hay un cambio de polaridad, esto es cuando $E_A = 0$ en la Ecuación (6.13). Al hacer esta última evaluación obtenemos la siguiente expresión para el Ángulo Límite:

$$\tan \alpha_L = a_L = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(2 \cdot N - 1) \pm \sqrt{4 \cdot N + 5}]} \quad (6.14)$$

El valor de este ángulo varía según la posición del rayo ($0 \leq h \leq z$). Así mismo, cabe recalcar que la ecuación previa relaciona la posición del rayo descendente con la distancia en la cual el campo eléctrico es nulo.

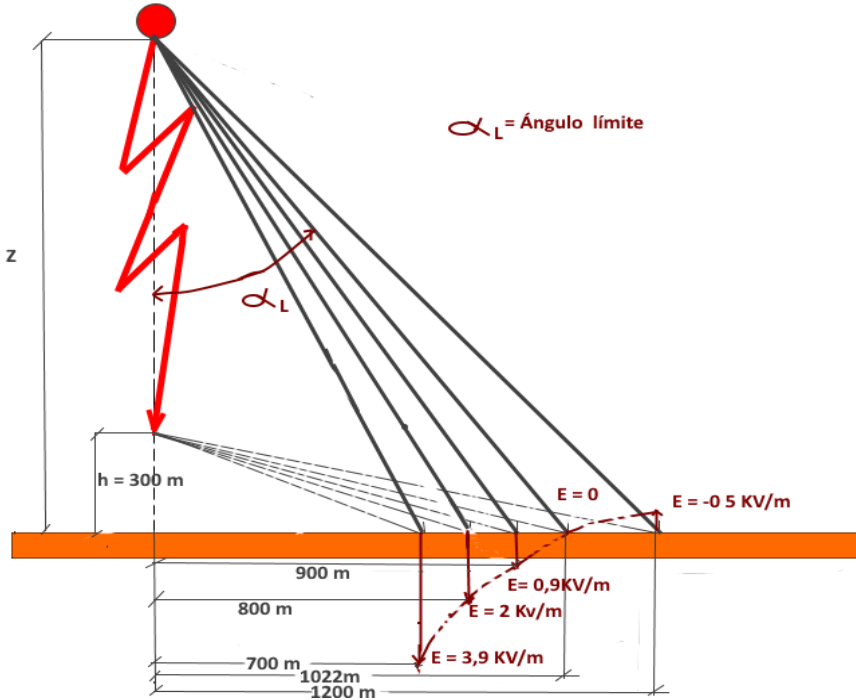


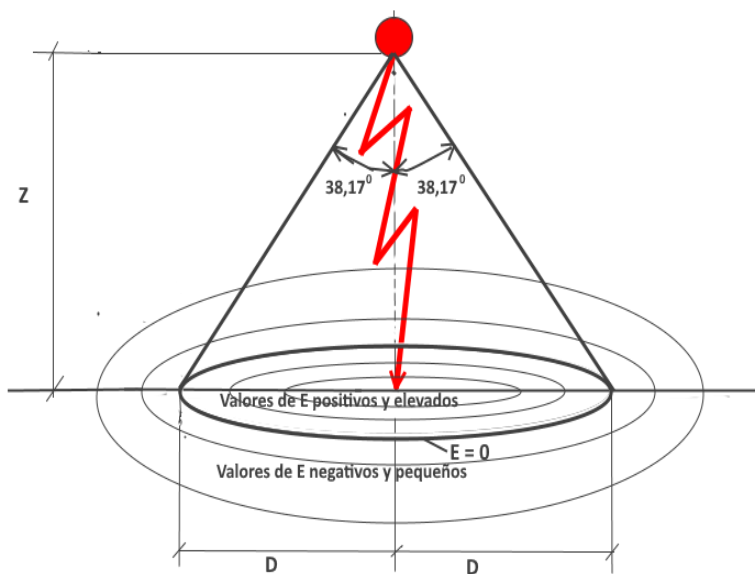
Figura 6.4. Ángulo límite. Cambio de polaridad en el campo eléctrico

b) Impacto del rayo

Cuando el rayo impacta en tierra, su distancia h es cero. Entonces la Expresión (6.13), después de sustituirse la distancia D por su valor $a \cdot z$, queda de la siguiente manera:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot z} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{(1+a^2)^{1/2}} - \frac{1}{(1+a^2)^{3/2}} \right] \quad (6.15)$$

Igualando la ecuación anterior a cero y despejando “ a ” obtenemos que $a = 0.7861$, cuyo arco tangente nos da un ángulo límite de 38.17° ; valor a partir del cual hay un cambio de polaridad. Por otro lado, en la Fig. 6.5 se puede observar que, en las circunferencias de radios inferiores a D , los campos eléctricos son positivos y van creciendo a medida que nos aproximamos al punto de impacto. Contrariamente, cuando los radios son superiores a D , los campos eléctricos se hacen negativos y así cuando aumenta la distancia el campo tiende a anularse. Por último, en la Fig. 6.6 se ha dibujado el campo eléctrico para diferentes posiciones del observador en el momento del impacto del rayo ($h = 0$). El campo eléctrico es nulo para una distancia D y es directamente proporcional a la altura entre nube-Tierra, siendo su factor de proporcionalidad la tangente del ángulo límite.



Cuanto mayor la longitud del rayo Líder (Z) mayor será la superficie afectada por el campo eléctrico positivo.

Figura 6.5: Valores de campo eléctrico positivos y negativos

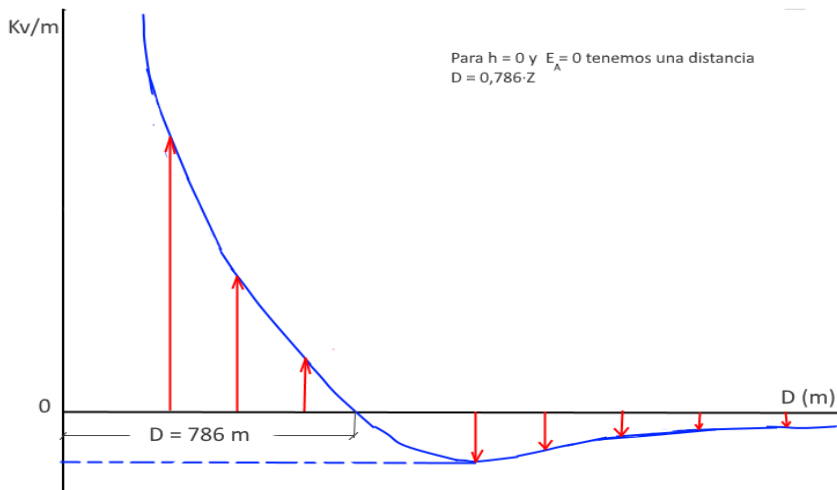


Figura 6.6: Evolución del campo eléctrico para diferentes valores de D para $h=0$

6.5) Conclusiones

- Para la obtención del campo eléctrico en el punto considerado, primero se ha encontrado el potencial en dicho punto.
- Cabe destacar el comportamiento del campo eléctrico a medida que avanza el Rayo Líder Descendente. Dependiendo de la distancia que evaluemos con respecto del punto de impacto del rayo, se puede establecer unos valores de campo eléctrico que dependen de la posición del RLD.
- El ángulo límite define la frontera entre campos eléctricos positivos y negativos. En la Fig. 6.5 se puede observar la circunferencia divisoria que marca el cambio de polaridad en el instante del impacto.

CAPÍTULO VII

RAYO LÍDER DESCENDENTE Y ASCENDENTE. CAMPO ELÉCTRICO EN UN PUNTO ALEJADO DEL IMPACTO DEL RAYO. PUNTO DE ENCUENTRO (Pe).

De momento se ha estudiado el comportamiento del rayo sin tener en cuenta al rayo ascendente. Además, en el apartado anterior se calculó el campo eléctrico considerando dos focos de carga: uno en la nube y otro en el propio rayo en su descenso. Con el propósito de desarrollar un modelo más detallado, en este capítulo dentro del análisis se añade la participación del rayo ascendente y nuevas cargas en el sistema. Así en total se considerarán cuatro focos de carga que son: carga de la nube, carga del propio rayo bajante, carga concentrada en la estructura de tierra y por último la carga que transporta el rayo ascendente. En la Fig. 7.1 se muestra la posición de estos cuatro tipos de cargas en un instante dado, siendo su definición y distribución la siguiente:

- Carga q_N^- : Es la carga situada en el foco de la nube desde donde se inicia el rayo líder. Consideramos una carga negativa que va disminuyendo a medida que desciende el rayo. Su valor es:

$$q_N^- = \varphi_l \cdot (h_E - h_l) \quad (7.1)$$

Dónde

φ_l = densidad lineal de carga,

h_E = altura de la estructura en tierra,

h_l = altura del extremo del rayo descendente al suelo en el instante t .

- Carga del rayo descendente q_l^- : Esta carga equivale a:

$$q_l^- = \varphi_l \cdot (h_l - z) \quad (7.2)$$

La altura z representa la distancia desde el foco de carga en la nube hasta la tierra.

- Carga en la estructura q_E^+ : Es la carga eléctrica que se forma, por inducción del campo eléctrico de la nube, en puntos determinados de la superficie terrestre. Generalmente estas cargas se concentran en estructuras que pueden ser naturales o artificiales. Su carga siempre es opuesta a la del rayo Líder descendente y va disminuyendo a medida que el rayo ascendente avanza:

$$q_E^+ = \varphi_l \cdot (z - h_a) \quad (7.3)$$

Siendo h_a la altura desde el extremo del rayo ascendente al suelo en el instante t .

- Carga en el rayo ascendente q_a^+ : Es la carga que transporta el rayo ascendente y aumenta a medida que asciende, su valor viene dado por:

$$q_a^+ = \varphi_l \cdot (h_a - h_E) \quad (7.4)$$

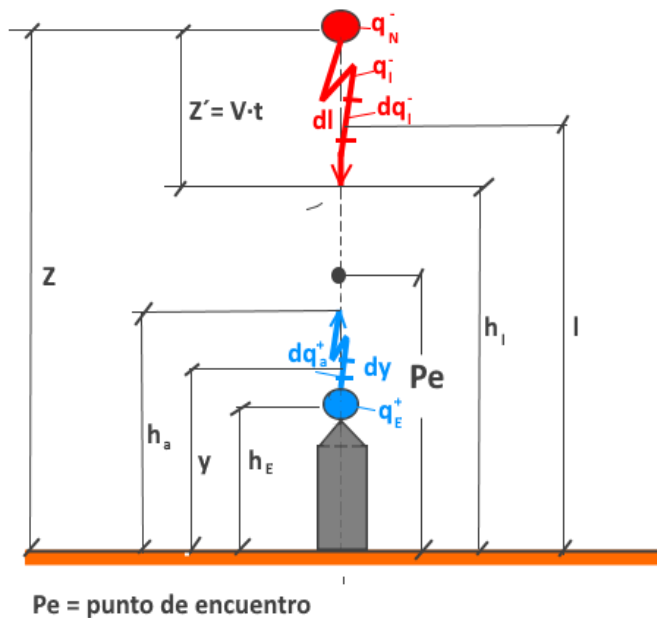


Figura 7.1: Posición de las cargas en un instante dado t

Recordando que el conjunto del sistema de cargas debe ser nulo ($\sum q = 0$), tenemos que:

$$q_E^+ + q_a^+ + q_N^- + q_l^- = 0$$

$$\varphi_l \cdot (z - h_a + h_a - h_E + h_E - h_l + h_l - z) = 0$$

7.1) Campo eléctrico en un punto alejado del impacto del rayo

Empezamos el análisis calculando los campos eléctricos parciales de los diferentes focos con carga. Hay que destacar que sólo existen componentes verticales, las horizontales se anulan con un punto simétrico situado a la distancia $2 \cdot r$ y con un giro de 180° . En la Fig. 7.2 se indica la posición de los vectores verticales.

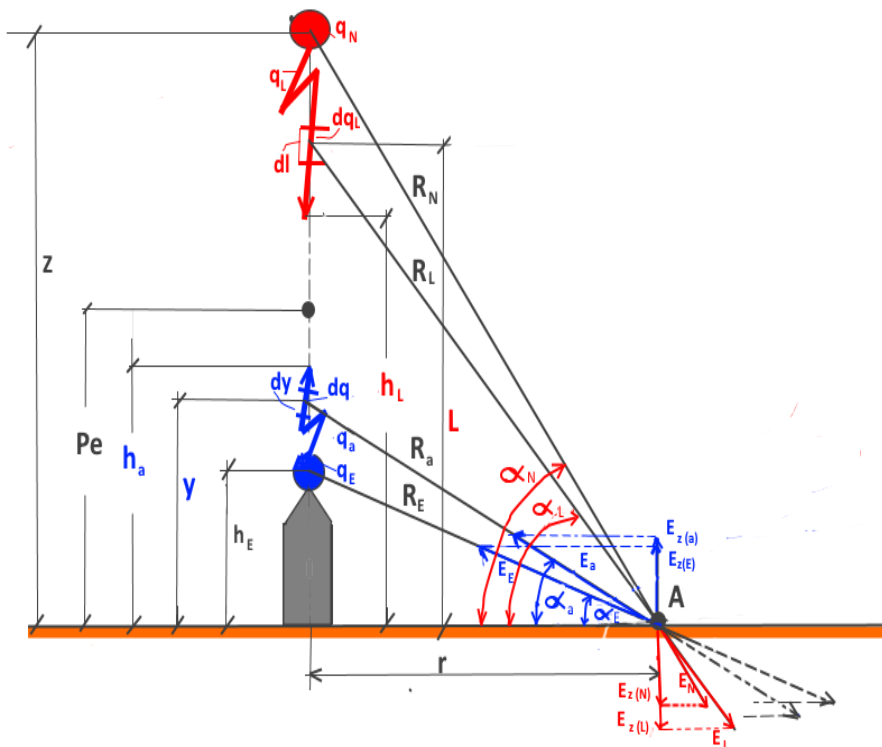


Figura 7.2: Campos eléctricos parciales en el punto “A”

Las distancias desde el punto “A” hasta las respectivas cargas son:

$$R_N = \sqrt{z^2 + r^2};$$

$$R_l = \sqrt{l^2 + r^2};$$

$$R_a = \sqrt{y^2 + r^2};$$

$$R_E = \sqrt{h_E^2 + r^2}$$

a) Campo eléctrico debido a la carga q_N^- de la nube

$$E_{z(N)} = E_N \cdot \sin \alpha_N ; \quad \sin \alpha_N = \frac{z}{R_N}$$

$$E_N = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q_N^-}{R_N^2}$$

Recordando que $q_N^- = \varphi_l \cdot (h_E - h_l)$ y sustituyendo estos valores en $E_{z(N)}$ tenemos:

$$E_{z(N)} = \frac{\varphi_l}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{z \cdot (h_E - h_l)}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \quad (7.5)$$

b) Campo eléctrico debido al rayo descendente (dq_l^-)

$$E_{z(l)} = E_l \cdot \sin \alpha_l ; \quad \sin \alpha_l = \frac{l}{R_l}$$

El valor de E_l equivale a:

$$E_l = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_z^{h_l} \frac{dq_l}{R_l^2}$$

El diferencial de carga es: $dq_l = \varphi_l \cdot dl$

Sustituyendo estos valores en la expresión de la componente $E_{z(l)}$ y resolviendo la integral obtenemos:

$$E_{z(l)} = \frac{\varphi_l}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{(z^2 + r^2)^{1/2}} - \frac{1}{(h_l^2 + r^2)^{1/2}} \right] \quad (7.6)$$

c) Campo eléctrico debido al rayo ascendente (dq_a^+)

$$E_{z(a)} = E_a \cdot \sin \alpha_a ; \quad \sin \alpha_a = \frac{y}{R_a}$$

$$E_a = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_{h_E}^{h_a} \frac{dq_a^+}{R_a^2}; \text{ la carga es: } dq_a^+ = \varphi_l \cdot dy$$

Una vez resuelta la integral nos queda:

$$E_{z(a)} = \frac{\varphi_l}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{(h_E^2 + r^2)^{1/2}} - \frac{1}{(h_a^2 + r^2)^{1/2}} \right] \quad (7.7)$$

d) Campo eléctrico debido a la carga de la estructura (dq_E^+)

$$E_{z(E)} = E_E \cdot \sin \alpha_E ; \quad \sin \alpha_E = \frac{h_E}{R_E}$$

$$\text{A su vez: } E_E = \frac{q_E^+}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R_E^2}; \text{ y } q_E^+ = \varphi_l \cdot (z - h_a)$$

Sustituyendo estos valores obtenemos

$$E_{z(E)} = \frac{\varphi_l}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{h_E \cdot (z - h_a)}{(h_E^2 + r^2)^{3/2}} \quad (7.8)$$

e) Campo eléctrico total

Debido al método de la imagen, el campo total es el doble de la suma total de los campos parciales:

$$E_A = 2 \cdot [E_{z(N)} + E_{z(l)} + E_{z(a)} + E_{z(E)}] \quad (7.9)$$

Sustituyendo en (7.9) los valores de los campos y haciendo las correspondientes operaciones y simplificaciones se llega finalmente a:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\frac{z^2 + r^2 + z \cdot (h_E - h_l)}{(z^2 + r^2)^{3/2}} + \frac{h_E^2 + r^2 + h_E \cdot (z - h_a)}{(h_E^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{1}{(h_l^2 + r^2)^{1/2}} - \frac{1}{(h_a^2 + r^2)^{1/2}} \right] \quad (7.10)$$

Instantes antes que se inicie el proceso de la guía descendente podemos considerar $h_a = h_E$ y $h_l = z$, sustituyendo en la ecuación anterior se obtiene la siguiente expresión:

$$E_A = \frac{\varphi_l \cdot (z - h_E)}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{h_E}{(h_E^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{z}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \right] \quad (7.11)$$

7.2) Punto de Encuentro (Pe)

Definamos ahora como Punto de Encuentro (Pe) al lugar geométrico donde se encuentran el rayo descendente y el ascendente. En ese instante las distancias h_l y h_a son iguales, por tanto:

$$h_l = h_a = Pe$$

La ecuación de campo (7.10) quedaría entonces:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{z^2 + r^2 - z \cdot (Pe - h_E)}{(z^2 + r^2)^{3/2}} + \frac{h_E^2 + r^2 + h_E \cdot (z - Pe)}{(h_E^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{2}{(Pe^2 + r^2)^{1/2}} \right] \quad (7.12)$$

Se debe tomar en cuenta que el Punto de Encuentro está limitado entre h_E y z , esto es $h_E \leq Pe \leq z$. Además, la ecuación del Pe está pensada para un sistema de cargas (q_n^-, q_l^-, q_a^+ y q_E^+) que en su conjunto es nulo, mientras que la expresión (6.13), ecuación de Rakov, sólo contempla dos focos de carga: una en la propia nube y la otra la del rayo descendente. Si a la expresión (7.12) hacemos que $Pe = h_E = 0$, tenemos:

$$E_{A(Pe)} = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{(z^2 + r^2)^{1/2}} - \frac{1}{r} \right] \quad (7.13)$$

Por otro lado, si a la fórmula de Rakov de la ecuación (6.13), la transformamos haciendo que $x = 0$, $D = r$ y la altura $h = 0$; llegamos a:

$$E_{A(Rakov)} = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{r} - \frac{z^2}{(z^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{1}{(z^2 + r^2)^{1/2}} \right] \quad (7.14)$$

Comparando (7.13) con (7.14) y calculando su diferencia tenemos:

$$\Delta E_A = E_{A(Rakov)} - (-E_{A(Pe)}) = E_{A(Rakov)} + E_{A(Pe)} \quad (7.15)$$

$$\Delta E_A = -\frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{z^2}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \quad (7.16)$$

La diferencia máxima se alcanza para:

$$r = 0 \rightarrow \Delta E_{A(\max)} = -\frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot z}$$

Finalmente, si representamos estas ecuaciones en un sistema de coordenadas se demuestra cómo la fórmula de Rakov parte de valores positivos para distancias próximas al impacto del rayo, mientras que en la expresión del *Pe* siempre tenemos valores negativos. La diferencia entre ambas curvas es relativamente pequeña y tiende a cero a medida que nos alejamos. En la Fig. 7.3 se muestra la diferencia entre la ecuación aquí propuesta del *Pe* y la formulada por Rakov.

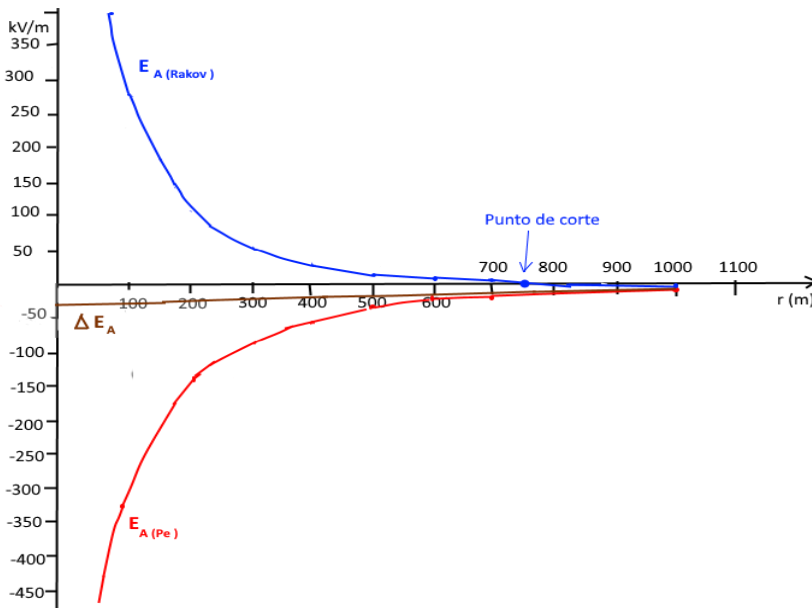


Figura 7.3: Comparación del campo eléctrico según Rakov y la propuesta de *Pe*

7.3) Representación gráfica del campo

La ecuación general del Punto de Encuentro (7.12) se puede transformar definiendo los siguientes parámetros (Ver Fig.7.4):

- Parámetro “ a ”: Representa la relación entre la distancia r y la altura z . En realidad es la tangente de α :

$$\tan \alpha = a = r/z \rightarrow r = a \cdot z \rightarrow a \geq 0$$

- Parámetro “ b ”: Es la relación entre el Punto de Encuentro y la altura z :

$$b = Pe/z \rightarrow Pe = b \cdot z \rightarrow h_E/z \leq b \leq 1$$

- Parámetro “ k ”: Relación entre la altura de la estructura (h_E) y la altura de la nube “ z ”

$$k = h_E/z \rightarrow h_E = k \cdot z \rightarrow 0 \leq k \leq 1$$

Sustituyendo r , Pe y h_E por sus valores, haciendo luego las operaciones y simplificaciones correspondientes se llega al siguiente resultado:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot z} \cdot \left[\frac{1+a^2+k-b}{(1+a^2)^{3/2}} + \frac{k^2+a^2+k \cdot (1-b)}{(k^2+a^2)^{3/2}} - \frac{2}{(b^2+a^2)^{1/2}} \right] \quad (7.17)$$

Si por último, suponemos que no tenemos altura de estructura, implicaría que el parámetro $k = 0$. De modo que la ecuación anterior queda:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot z} \cdot \left[\frac{1+a^2-b}{(1+a^2)^{3/2}} + \frac{1}{a} - \frac{2}{(b^2+a^2)^{1/2}} \right] \quad (7.18)$$

Para la expresión previa, si graficamos el campo eléctrico en función de la distancia r para valores de b entre $0 \leq b \leq 1$, obtenemos la familia de curvas de la Fig. 7.5. Esta gráfica es muy representativa pues muestra la variación del campo eléctrico en función de la distancia (r) para diversas posiciones del Punto de Encuentro. Al respecto, se puede destacar que:

- Para $b = 0$, el Punto de Encuentro está situado en el suelo terrestre lo que implica que solo tenemos RLD, no existe el rayo ascendente. El rayo transporta carga eléctrica negativa, siendo su campo también negativo.
- Para $b = 1$, el Punto de Encuentro está posicionado en la propia nube, es decir solo existe RLA, es el caso de un rayo positivo. Su campo eléctrico es positivo hasta la distancia $r = 0.786 \cdot z$, a partir del cual hay un cambio de polaridad. Esta curva ya se representó en la Fig. 6.6 mediante la Ecuación (6.15) y procede del campo eléctrico calculado por Thottapillil, Rakov y Uman [16,17].
- Para valores de “ b ” comprendidos entre: $0 < b < 1$, obtenemos todas las posiciones del Punto de Encuentro desde el suelo hasta la nube. Por ejemplo, para $b = 0.1$, nos indica que ambos rayos se juntan en: $Pe = 0.1 z$

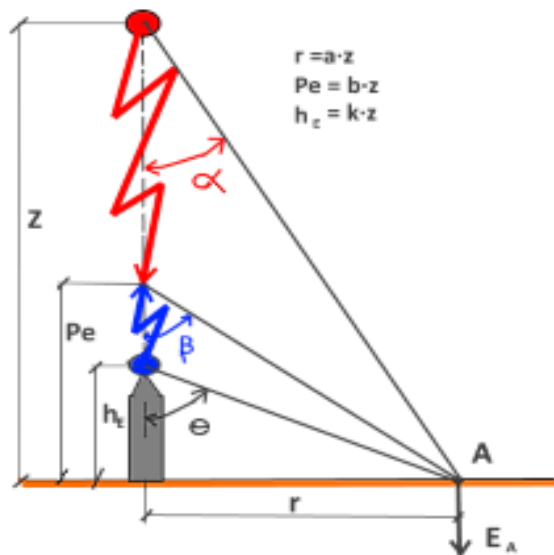


Figura 7.4: Parámetros “ a ”, “ b ” y “ k ”

Por medio de la Fig. 7.6 se puede explicar, para diferentes distancias al impacto del rayo, los valores de campo eléctrico que se originan según la posición del Pe . Por ejemplo, si el observador está

a 100 m del impacto y el Punto de Encuentro se sitúa a 100 m del suelo; el campo eléctrico es negativo (vector hacia abajo y de color azul). Por otro lado, con el observador a los mismos 100 m del impacto pero el Pe posicionado a 200 m, observamos un vector positivo (vector de color granate y hacia arriba).

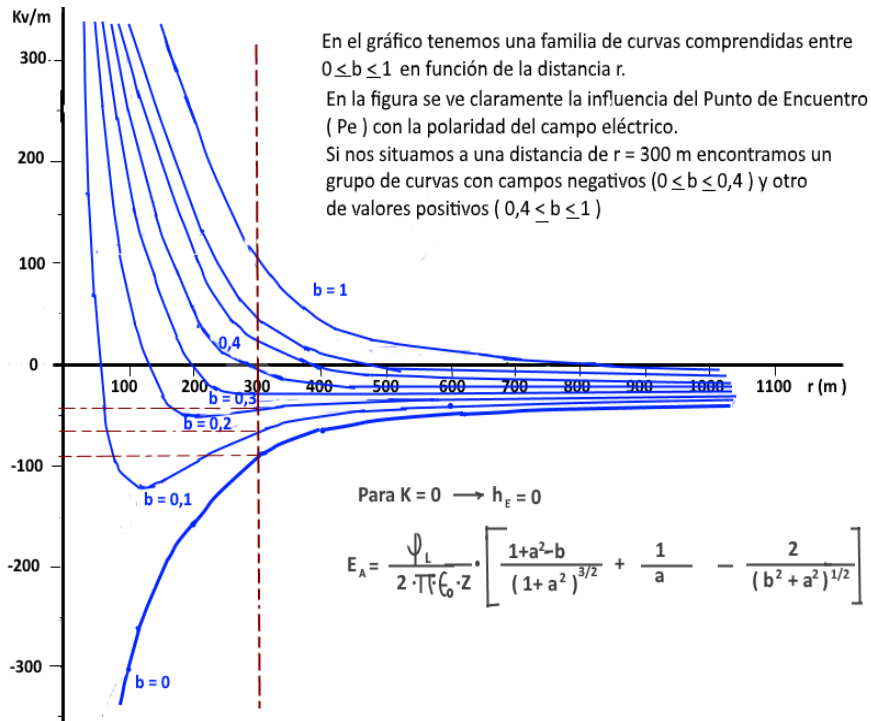


Figura 7.5: Familia de curvas de campo eléctrico según los parámetros “a” y “b”

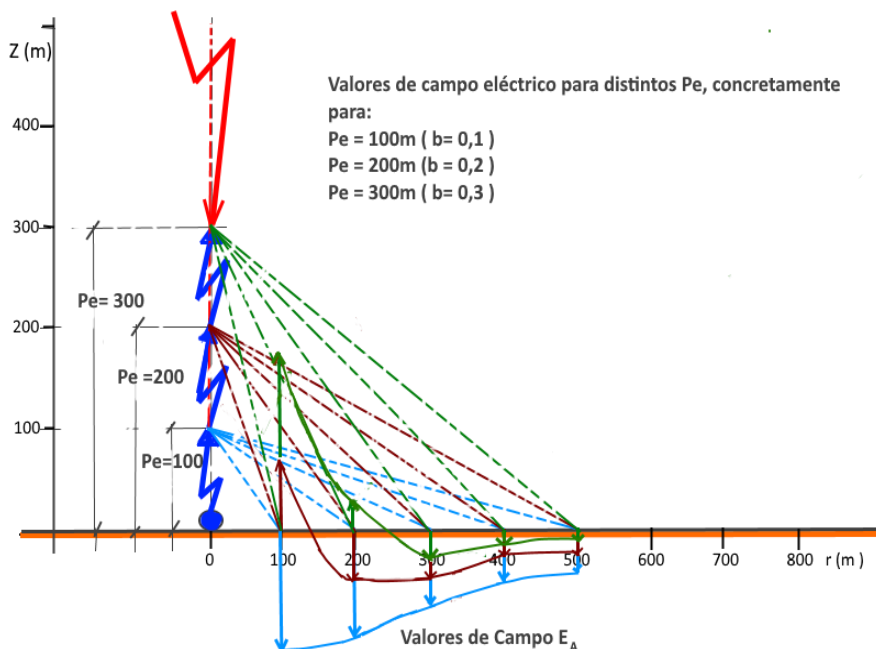


Figura 7.6: Valores de campo eléctrico para distintos Pe

En el supuesto de encontrarse el Pe a 300 m, el campo eléctrico sigue siendo positivo y de mayor valor que cuando tuvimos el Pe a 100 y 200 m. En el caso de un observador que se encuentre a 500 m del impacto con Pe a 300 m, obtenemos campos eléctricos negativos para las posiciones antes mencionadas del Pe y además con valores muy inferiores.

a) Cálculo del ángulo límite β

En el capítulo anterior definimos el ángulo α como aquel a partir del cual hay un cambio de polaridad en el campo eléctrico, cuyo vértice está situado en el foco de carga en la base de la nube. En esta ocasión, el ángulo límite β sigue teniendo el mismo criterio anterior pero varía la posición del vértice que ahora siempre coincide con el Punto de Encuentro (Fig. 7.7).

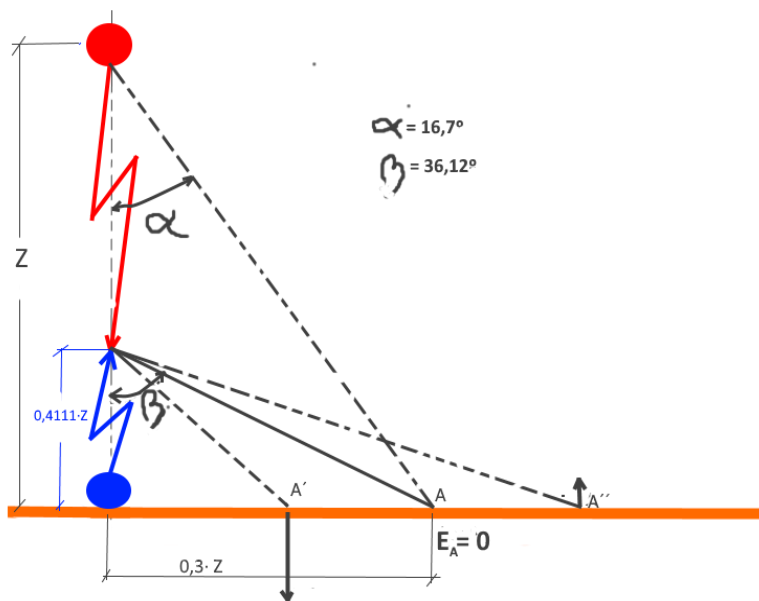


Figura 7.7. Ángulo límite β y α

En la figura previa, si nos situamos en el punto A, que coincide con el perímetro que forma el ángulo límite, el campo eléctrico es nulo; mientras que los observadores posicionados en A' y A'' tienen valores de campo con signo contrario. Ya que por definición, $\tan \beta = r/Pe = a/b$, bastaría con conocer "a" y "b" para determinar el ángulo β . Justamente, para el cálculo de "a" y "b" debemos de igualar a cero la Expresión 7.18, obteniendo una ecuación de cuarto grado en "b" que se puede resolver por métodos numéricos. Si damos valores al parámetro "a", se pueden encontrar los respectivos de "b", obteniéndose de éste modo los siguientes valores:

De los datos en la tabla se puede observar un ligero aumento del ángulo β a medida que nos alejamos del impacto del rayo. El ángulo máximo viene dado para $b = 1$, indicándonos que no hay RLD y sólo tenemos un rayo que sube hasta impactar con el foco de carga en la nube. En ese instante el ángulo $\beta = \alpha = 38.2^\circ$ que es el previamente obtenido en el Apartado 6.4.2. Estas condiciones se pueden observar en la Fig. 7.8.

Parámetro “a”	Parámetro “b”	Ángulo β
0.1	0.155	32.8
0.2	0.2876	34.8
0.3	0.4111	36.1
0.4	0.5328	36.9
0.5	0.6558	37.2
0.6	0.78	37.6
0.7	0.9017	37.8
0.78615	1.00	38.2

Tabla 7.1: Valores del ángulo límite β según “a” y “b”

7.4) Influencia de la estructura (h_E)

Para simplificar el análisis de la incidencia de la estructura, suponemos estar situados a una distancia nula del impacto del rayo, por lo tanto el parámetro $a = 0$. La ecuación de campo (7.17) queda entonces:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot z} \cdot \left[\frac{(k^2+1) \cdot (1+k-b)}{k^2} - \frac{2}{b} \right] \quad (7.19)$$

Dónde los parámetros k y b están comprendidos:

$$0 \leq k \leq 1 \quad \text{y} \quad k \leq b \leq 1$$

Representemos ahora el campo eléctrico en función del Pe para una serie de alturas ($k=0.1$; $k=0.2$; $k=0.3$; ...) tal como detalla la Fig. 7.9. Además, todas estas curvas están unidas por una envolvente para las cuales $k=b$ (es el caso donde el Pe está situado en el extremo superior de la estructura). La ecuación de la curva envolvente es:

$$k = b \rightarrow E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot z} \cdot \frac{(b-1)^2}{b^2} \quad (7.20)$$

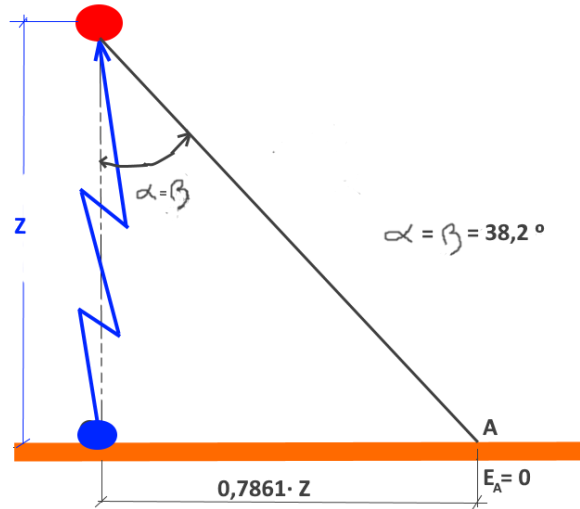


Figura 7.8: Valor máximo del ángulo límite β

En la Fig. 7.9 también se puede observar los valores máximos de campo eléctrico, mismos que ocurren para $b = \frac{k \cdot \sqrt{2 \cdot (k^2 + 1)}}{k^2 + 1}$. El valor máximo de $E_{A(max)}$ es:

$$E_{A(max)} = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot z} \cdot \left[\frac{(1+k) \cdot (k^2 + 1) - 2 \cdot k \cdot \sqrt{2 \cdot (k^2 + 1)}}{k^2} \right] \quad (7.21)$$

Si trazamos una recta paralela al eje vertical, por ejemplo para $Pe = 500 \text{ m}$ ($b = 0.5$), podemos representar diversas alturas de estructura (h_E). Por último, en la Fig. 7.10 se muestra la influencia que tiene la altura de la estructura, visualizándose claramente que cuanto más alta es ésta; menor será el campo eléctrico en tierra.

En una tormenta las descargas eléctricas siempre buscan zonas elevadas con concentraciones de cargas. Es así que el rayo, encuentra mayor facilidad de inicio en puntos situados lo más cerca de la nube. Además, el rayo también buscará el menor trayecto posible que es justamente donde menos resistencia encuentra. En este contexto podemos definir el rayo como “la descarga eléctrica a la estructura con menos campo eléctrico en su base”.

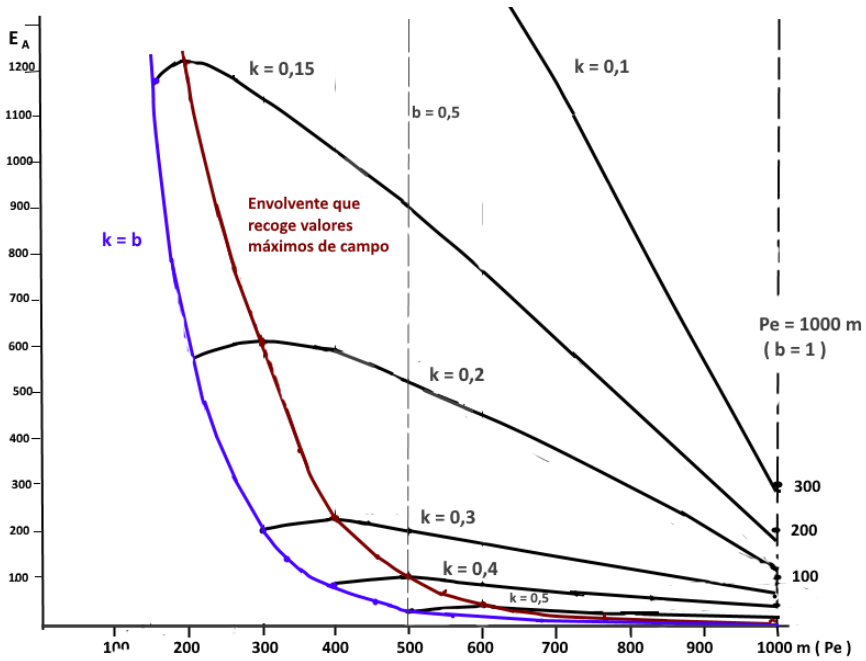


Figura 7.9: Envlovente que recoge valores máximos de campo para diferentes Pe

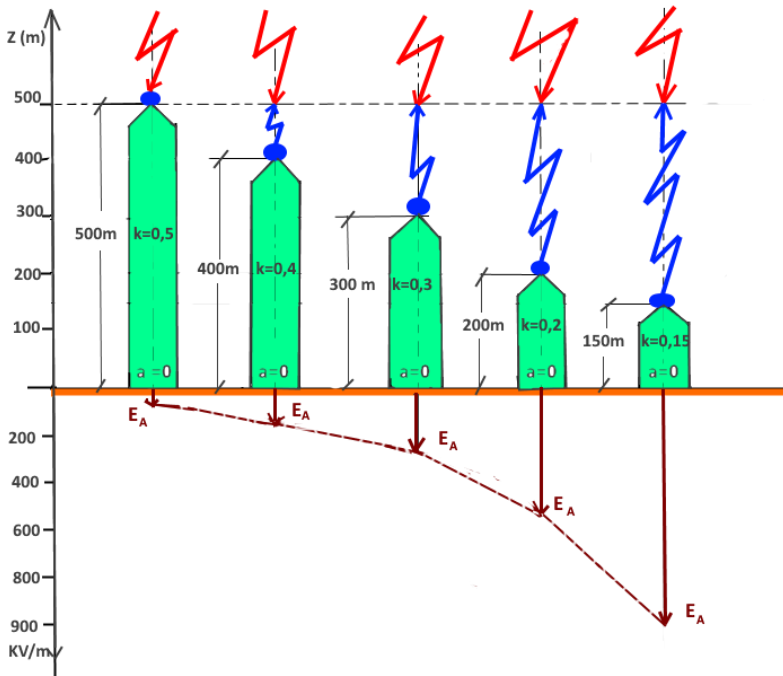


Figura 7.10: Influencia de la estructura.

7.5) Conclusiones

Del presente capítulo, se puede destacar los siguientes puntos:

- Es relevante comparar la ecuación de Rakov (6.13) con la del Pe (7.12) instantes antes de iniciarse el RLD. En ese momento la distancia entre el foco de carga en la nube y la tierra es máxima e igual a z ; es decir $h = z$ ó $h_l = z$. Para el caso de la ecuación de Rakov obtenemos un valor de campo nulo (no refleja el foco de carga en la nube). Por otro lado, la Ecuación (7.10) aquí elaborada nos proporciona un campo eléctrico en función de la distancia r , altura de estructura h_E y altura z . Si hacemos $h_E = 0$ tendríamos el esquemático de la Figura 7.11, donde el nuevo campo eléctrico en el punto A es igual a:

$$E_A = -\frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{z^2}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \quad (7.22)$$

Esta última ecuación del campo refleja la carga situada en la nube y coincide con la diferencia hallada entre las ecuaciones 7.13 y 7.14 (que resulta ser la 7.16). Esta situación demuestra que el criterio empleado de cuatro focos de carga es más completo que cuando se consideran dos. Además, si nos situamos en la verticalidad del foco de carga ($r = 0$) y hacemos $\varphi_l = q/z$, obtenemos un campo igual a:

$$E_A = -\frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot z^2} \quad (7.23)$$

La expresión previa permite encontrar el campo eléctrico de una carga situada a una distancia z , que es la misma si empleáramos las leyes de la electrostática para una carga puntual [44].

- Al respecto de la influencia de la estructura, en general el rayo busca estructuras naturales o artificiales elevadas, cuanto más cerca la estructura de la nube, mayor probabilidad que el rayo impacte en la misma.

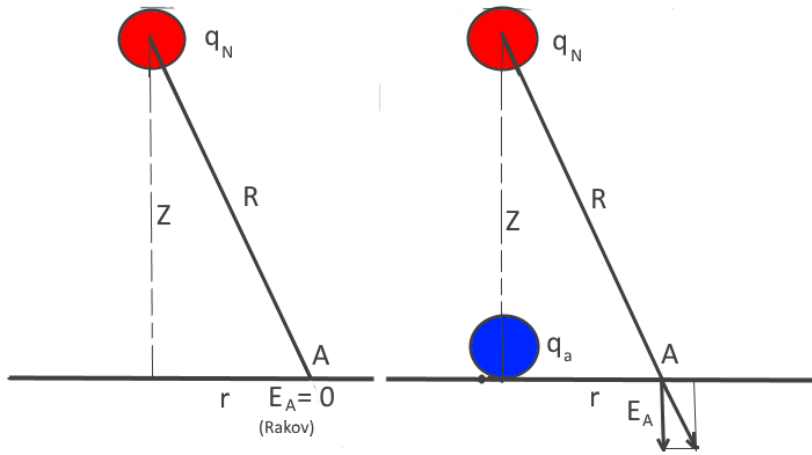


Figura 7.11: Comparación de campos eléctricos para el instante $t = 0$

CAPÍTULO VIII

DISTANCIA DE CEBADO (STRIKING DISTANCE)

La Distancia de Cebado (Striking Distance) es la longitud entre el extremo del Rayo Líder Descendente (RLD) y el suelo o estructura terrestre en el instante en que se inicia el Rayo Líder Ascendente (RLA). También se puede definirla como “el gradiente de potencial entre el extremo del rayo bajante y tierra en el momento que se produce la ruptura dieléctrica del ambiente surgiendo el RLA” [20], [23], [24], [32].

8.1) Cálculo de la Distancia de Cebado

Como uno de los aportes de esta tesis, en el año 2016 se publicó en la revista técnica “Energía y Minas” un artículo científico relacionado al cálculo de la Distancia de Cebado (D_c) [45]. En el presente trabajo, se emplea en principio los mismos argumentos utilizados en dicha publicación para el cálculo de la expresión de la D_c , pero aquí adicionalmente se simplifica dicha ecuación al dejarla en función de la estructura (h_E) y de un parámetro H que depende de la relación entre la densidad lineal y el campo eléctrico. Se explica a continuación el proceso arriba indicado. Al hablarse sobre las distintas alturas, se hace alusión a la Fig. 8.1.

Iniciamos considerando la Ecuación (7.10). El campo eléctrico formado por el rayo, en la base de la estructura (donde $r=0$) es:

$$E_A = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\frac{z+h_E-h_l}{z^2} + \frac{z+h_E-h_a}{h_E^2} - \frac{1}{h_l} - \frac{1}{h_a} \right] \quad (8.1)$$

Recordando los respectivos parámetros:

φ_l = Densidad lineal de carga (C/m).

z = Altura desde el foco de carga en la nube hasta el suelo (en metros)

h_E = Altura (m) de la estructura, que puede ser natural (árbol, montaña, etc.) o artificial (edificios, torres eléctricas, etc.).

h_l = Altura (m) del extremo del rayo bajante hasta el suelo. Es la posición a partir del cual el rayo ascendente se inicia.

h_a = Altura del extremo del RLA al suelo

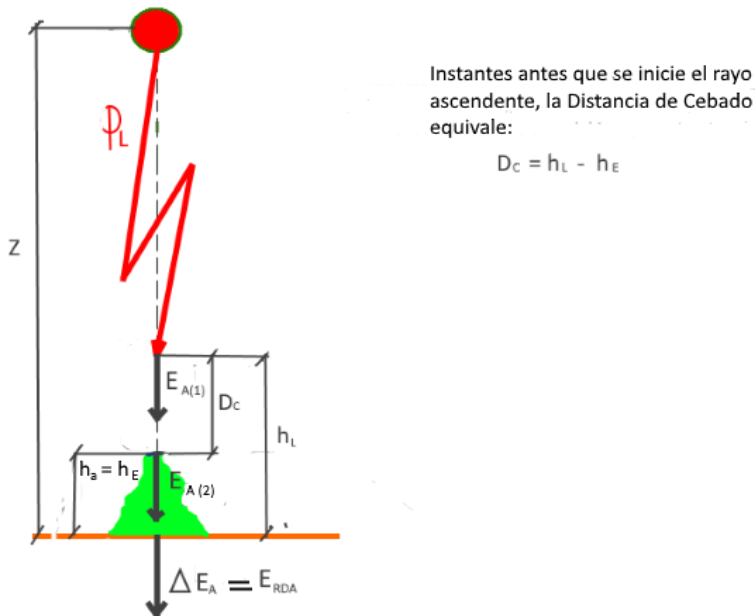


Figura 8.1: Distancia de cebado

En el instante que el RLD esté en la posición crítica de h_l tenemos:

$$h_l = D_c + h_E \quad (8.2)$$

El rayo ascendente (RLA) aún no ha salido, por tanto:

$$h_a = h_E \quad (8.3)$$

Sustituyendo estos últimos valores en (8.1) obtenemos:

$$E_{A1} = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\frac{z - D_c}{z^2} + \frac{z - h_E}{h_E^2} - \frac{1}{D_c + h_E} \right] \quad (8.4)$$

Esta ecuación representa el campo eléctrico en función de la Distancia de Cebado, en el momento antes de iniciarse el RLA. Podemos considerar dos posibles valores para la Distancia de Cebado:

a) Una hipotética Distancia de Cebado nula:

En este caso el rayo descendente impacta directamente en la estructura, sin producirse el RLA. La ecuación anterior, con $D_c = 0$ para este caso es igual a:

$$E_{A_2} = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{(z-h_E)^2}{z \cdot h_E^2} \quad (8.5)$$

b) Distancia de Cebado $0 < D_c \leq (z - h_E)$

Comprendida entre cero y la diferencia entre la altura z y la estructura h_E ; es decir: $0 < D_c \leq (z - h_E)$. Por tanto, la ecuación sigue siendo la misma que en (8.4). La diferencia entre los campos eléctricos E_{A_1} y E_{A_2} la admitimos como la rigidez dieléctrica del ambiente (E_{RDA}), siendo la causa del RLA:

$$E_{RDA} = E_{A_1} - E_{A_2} \quad (8.6)$$

Sustituyendo los respectivos valores de campo eléctrico y haciendo operaciones se llega al siguiente resultado:

$$E_{RDA} = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot D_c \cdot \left[\frac{1}{h_E \cdot (D_c + h_E)} - \frac{1}{z^2} \right] \quad (8.7)$$

Considerando que generalmente el valor de z suele ser superior a los mil metros, se puede despreciar el término $1/z^2 \cong 0$, la expresión anterior queda entonces:

$$E_{RDA} = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{D_c}{h_E \cdot (D_c + h_E)} \quad (8.8)$$

Despejando la Distancia de Cebado obtenemos:

$$D_c = \frac{h_E^2 \cdot E_{RDA}}{\frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} - h_E \cdot E_{RDA}} \quad (8.9)$$

Lo anterior nos dice que la Distancia de Cebado depende de la rigidez dieléctrica del ambiente, de la carga por unidad de longitud del rayo bajante y de la altura de la estructura. Si no hay estructura, la D_c es nula y el rayo impacta directamente en el suelo terrestre sin

formarse el RLA. Esto demuestra la importancia de la estructura, siendo imprescindible su existencia para la formación del Rayo Líder Ascendente. Por ende, a medida que aumenta la estructura crece la Distancia de Cebado, siempre y cuando se cumpla la relación:

$$\varphi_l/2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{RDA} > h_E$$

Si sacamos factor común al campo E_{RDA} en el denominador de la Expresión (8.9), obtenemos:

$$D_c = \frac{h_E^2}{\frac{\varphi_l/2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{E_{RDA}} - h_E} \quad (8.10)$$

Definamos ahora como H a la relación entre el potencial originado por la densidad lineal de carga (φ_l) y el campo eléctrico E_{RDA} . El valor de H está medido en metros. La ecuación queda finalmente:

$$D_c = \frac{h_E^2}{H - h_E} \quad (8.11)$$

Dónde:

$$H = \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{RDA}} \quad (8.12)$$

Así, la Distancia de Cebado resulta ser una ecuación simple que sólo depende de longitudes. Para un valor constante de H , la D_c aumenta a medida que crece la altura de la estructura. En cambio, para una estructura fija (invariable), cuando aumenta H disminuye D_c , hecho que normalmente se debe a la existencia de campos eléctricos pequeños.

8.2) Valor máximo de la Distancia de Cebado

El valor máximo de la Distancia de Cebado ($D_{c_{max}}$) es la diferencia entre la altura nube-tierra (z) y la altura de la estructura (h_E). Sustituyendo según este concepto en la Expresión 8.11 tenemos:

$$z - h_E = \frac{h_E^2}{H - h_E}$$

Ahora, despejando h_E que es el máximo según este criterio:

$$h_{E_{max}} = \frac{z \cdot H}{z + H} \quad (8.13)$$

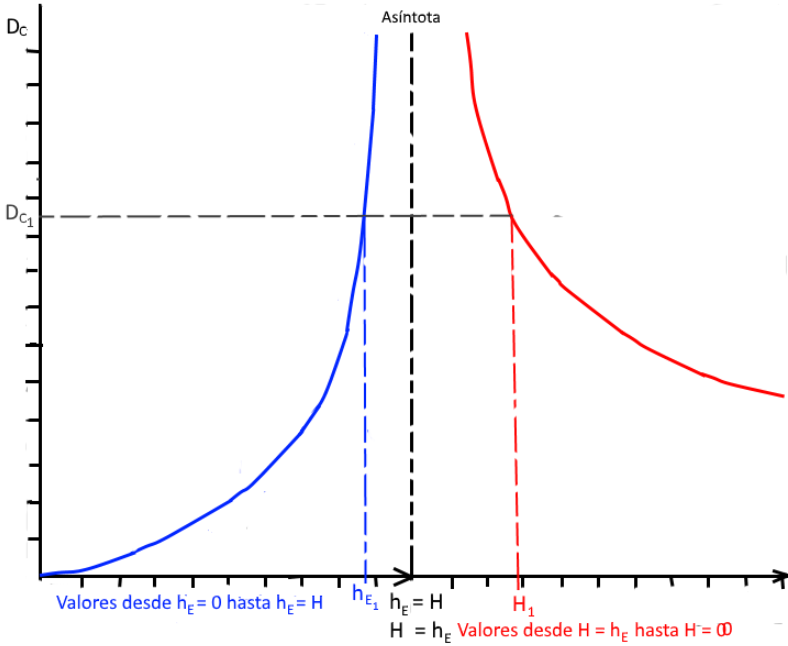


Figura 8.2: Distancia de Cebado en función de h_E y H

Reemplazando (8.13) en (8.11) conseguimos la Distancia de Cebado máxima en función del parámetro H .

$$D_{C_{max}} = \frac{z^2}{z + H} \quad (8.14)$$

La suma de (8.13) y (8.14) tiene que dar la altura total z .

$$z = h_{E(max)} + D_{C(max)} \rightarrow D_{C(max)} = z - h_{E(max)} \quad (8.15)$$

La representación gráfica de la estructura máxima en función de H está representada en la Fig. 8.3, mientras que la visualización de la Distancia de Cebado para tres posibles casos de H_1, H_2 y H_3 (donde $H_1 < H_2 < H_3$) se puede observar en la Fig. 8.4. Supongamos

ahora una zona donde todas las estructuras tienen la misma altura h_{E_0} , si además admitimos la misma densidad de carga lineal, podemos establecer las siguientes relaciones:

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{E_{RDA_2}}{E_{RDA_1}} \rightarrow E_{RDA_2} = \frac{H_1}{H_2} \cdot E_{RDA_1} \quad (8.16)$$

$$\frac{H_2}{H_3} = \frac{E_{RDA_3}}{E_{RDA_2}} \rightarrow E_{RDA_3} = \frac{H_1}{H_3} \cdot E_{RDA_1} \quad (8.17)$$

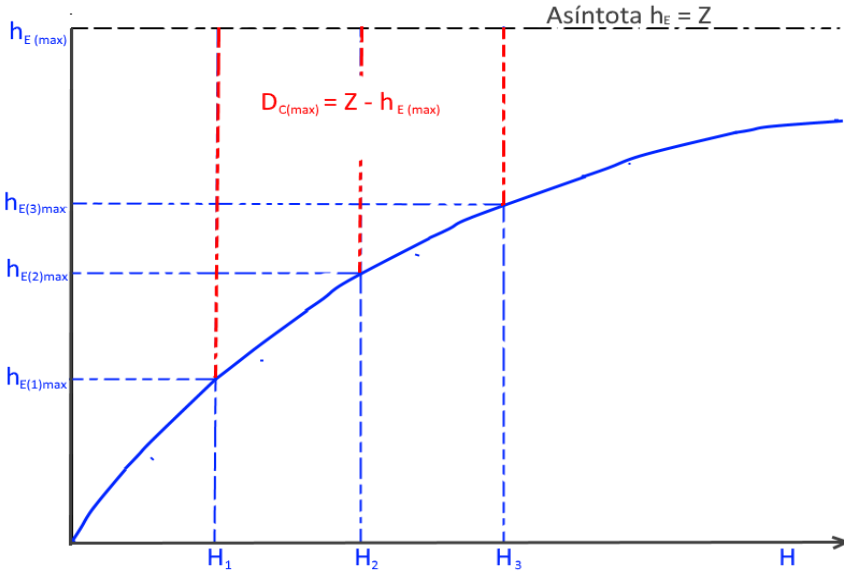


Figura 8.3: Estructura máxima en función de H

De la Fig. 8.4 se puede apreciar cómo se tumba D_c a medida que aumenta el parámetro H . Con el campo eléctrico ocurre lo mismo, disminuye a medida que lo hace la Distancia de Cebado. En igualdad de alturas h_E , el rayo irá a la estructura que genere mayor Distancia de Cebado y campo eléctrico.

Por otra parte, el Rayo Líder Ascendente entrega una intensidad de corriente proporcional a la Distancia de Cebado según la constante dieléctrica del ambiente (K_D):

$$I_{RLA} = K_D \cdot D_C \quad (8.18)$$

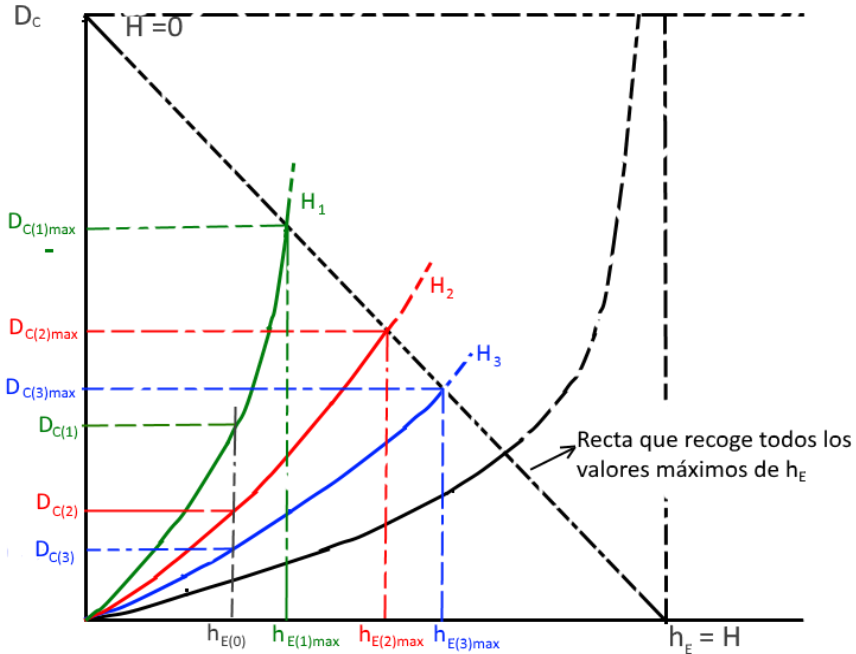


Figura 8.4: Distancia de Cebado en función de h_E para tres casos de H_1 , H_2 y H_3

El RLD crea la D_c , siendo los motivos primordiales: la estructura h_E y la relación entre la densidad lineal de carga y el campo eléctrico ambiental (φ_l/E_{RDA}). Si ésta aumenta, las curvas representadas en la Fig. 8.4 decrecen en tendencia obteniendo valores de D_c cada vez más pequeños, mientras que las estructuras aumentan considerablemente. El valor de H puede aumentar o disminuir según lo haga la densidad lineal o el campo eléctrico.

Si aceptamos el criterio de R.H. Golden [20], que establece un campo eléctrico constante para el RLA de 300 kV/m, nos obliga a considerar la densidad lineal de carga como una variable. Este nuevo enfoque cambia las diferentes relaciones de H entre sí, de manera que:

$$\varphi_{l_2} = \frac{H_2}{H_1} \cdot \varphi_{l_1} \quad \text{y} \quad \varphi_{l_3} = \frac{H_3}{H_1} \cdot \varphi_{l_1} \quad (8.19)$$

8.3) Parámetro H

Se mencionó previamente que el parámetro H es la relación entre la densidad de carga lineal del rayo guía respecto a la rigidez dieléctrica del ambiente. No obstante, se puede aproximar el valor de H como la variación del potencial respecto al campo eléctrico ambiental. Además, hay un aspecto interesante del parámetro H que consiste en su variación respecto a la densidad lineal y al campo eléctrico. Si a partir de la expresión 8.12 diferenciamos H respecto a φ_l y respecto al campo E_{RDA} obtenemos:

$$dH = \frac{d\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot E_{RDA}} ; dH = - \frac{\varphi_l}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{dE_{RDA}}{E_{RDA}^2}$$

Si consideramos estas variaciones iguales se llega a la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d\varphi_l}{\varphi_l} = - \frac{dE_{RDA}}{E_{RDA}} \quad (8.20)$$

Resolviendo esta ecuación tenemos:

$$E_{RDA} \cdot \varphi_l = E_0 \cdot \varphi_{l_0} = f \quad (8.21)$$

Dónde E_0 y φ_{l_0} son los valores iniciales de campo y densidad respectivamente. Justamente, el producto de la densidad lineal de carga del rayo por su campo eléctrico es constante y equivale a la fuerza ejercida por unidad de longitud. De esta manera el nuevo parámetro f viene expresado en N/m. Empleando el parámetro f , podemos explicar la razón por la cual el rayo al impactar en la estructura destroza la misma en el punto de colisión, ya que:

- La fuerza ejercida es de gran valor. Basta con multiplicar f por el recorrido del rayo.
- Las altas temperaturas que funden e inflaman los materiales en el punto de impacto.

Además, con la Expresión (8.21) podemos explicar hipotéticamente el rayo de retorno y los rayos positivos, para ello es necesario

establecer los siguientes criterios (ver Anexo A. Fuerza de Impacto):

- Fuerza de impacto descendente (F_D). Es el resultado del producto de tres factores: campo eléctrico descendente, densidad lineal del RLD y la diferencia de cota entre la altura (z) a la nube y el punto de encuentro (Pe).
- Fuerza de impacto ascendente (F_a). También es el resultado de tres factores: campo eléctrico ascendente, densidad lineal del RLA y la diferencia de alturas entre el punto de encuentro (Pe) y la estructura (h_E).

Cuando se juntan los RLD y RLA en el punto de encuentro, puede ocurrir según la posición de Pe , los siguientes casos:

- El punto de encuentro está más cerca de la estructura que el punto medio del trayecto. En este caso $F_D > F_a$ y la carga residual en la estructura es mayor que la existente en la nube. Esta posición hace que surja el rayo de retorno y continúe hasta equilibrar las cargas en la nube.
- El Pe situado en el centro del trayecto del rayo. En este caso $F_D = F_a$, los campos eléctricos también son iguales y el diferencial de cargas entre nube y tierra es nulo. Normalmente no hay rayos de retorno.
- El punto de encuentro situado cerca de la nube con la fuerza $F_D < F_a$. La carga de la nube es superior a la existente en la estructura. En este caso el rayo líder principal es el ascendente (rayo positivo), mientras que el rayo de retorno se convierte en negativo y es el que baja desde la nube a tierra para equilibrar las cargas.

8.4) Conclusiones

- Cuánto más altura tiene la estructura mayor es la Distancia de Cebado, siendo más probable que impacte el rayo.

- Cuánto menor es el campo eléctrico ambiental, más pequeña es la D_c y menor es la probabilidad que caiga el rayo. Otro motivo causante de la disminución del D_c consiste en un mayor transporte de carga eléctrica a través del RLD, esto es un aumento de la densidad de carga lineal φ_l . En general cuanto más crezca H respecto a la estructura, menor es la Distancia de Cebado.
- Muchos autores como Cooray, Rakov y Vargas [48], [51] calculan la Distancia de Cebado en función de la corriente de pico del primer retorno (Ecuación (2.17)). Mientras que otros como M.A.M. Rizk [27] dan mucha importancia a la estructura y al radio de curvatura de los picos de la misma. Estos últimos autores, al establecer el potencial necesario en una estructura de altura H (Ecuación (2.27)) para el inicio del RLA, compaginan más con el análisis realizado en este capítulo. Es así que según Rizk si no hay estructura, el potencial es nulo y por consiguiente no se forma la D_c . Justamente, la Expresión (8.11) obtenida, expresa lo mismo, que sin estructura no hay Distancia de Cebado.
- Si en el seno de una tormenta eléctrica hay alguna zona totalmente llana sin ningún tipo de saliente, protuberancia o relieve, este es el lugar ideal para que el rayo no impacte. Se necesita un árbol, arbusto, edificio, montañas con picos característicos u otro tipo de estructuras para que se inicie el RLA.
- Al respecto de la fuerza de impacto del rayo, esta es el resultado del producto de tres variables: densidad lineal, campo eléctrico y longitud del rayo.

CAPÍTULO IX. RESUMEN, CONCLUSIONES FINALES Y TRABAJOS FUTUROS

9.1) Resumen y Conclusiones finales

El análisis teórico desarrollado en esta tesis sobre el RLD y RLA es de gran significancia en la temática. Se empezó por describir cómo se realiza la transferencia de carga de la nube al rayo o guía descendente sin estudiar el rayo de retorno ni otras descargas sucesivas que ocurren una vez hecha el canal de descarga (Capítulo III). En principio se aceptó una aglomeración de cargas negativas (o positivas) en una zona determinada de la nube, distribuyéndose las cargas en una superficie circular imaginaria. Cuando la concentración es muy elevada, llega el momento que las cargas tienden a salir de la zona analizada e inician el camino hacia tierra dando origen al RLD. Luego el rayo avanza por tramos o fases a través de la atmósfera, siendo su longitud una función de la densidad de carga superficial, de la densidad lineal de carga del propio rayo y de la disminución del diámetro del círculo imaginario.

Al respecto del estudio de la longitud del rayo, no se implicó a la variación del campo eléctrico como hacen los autores del modelo “Leader Progression Model” (LPM) [30] y [31]. Se optó más bien por introducir un concepto nuevo que nos expresa la variación de la longitud del rayo respecto al diámetro imaginario en la base de la nube. Este parámetro adimensional lo denominamos χ . El valor de χ tiene un protagonismo muy importante a la hora de encontrar la velocidad teórica del rayo. En este contexto, para el cálculo de su velocidad se consideraron las siguientes hipótesis:

La intensidad eléctrica de una descarga atmosférica (RLD) cumple con las leyes de un circuito eléctrico resistivo (ley de Ohm) donde la intensidad eléctrica depende del potencial entre nube-tierra, del

diámetro de la sección del rayo, de la resistividad del ambiente y de la longitud del propio circuito, que en este caso coincide con la longitud del propio rayo. Por otro lado, se puede imaginar un gigantesco condensador que se forma entre nube-tierra donde su intensidad de descarga varía según el campo eléctrico existente en el ambiente y de la propia velocidad de descarga (v).

La segunda hipótesis consiste en considerar las dos intensidades calculadas en (3.26) y (3.29) iguales, por lo menos en algún punto del trayecto del rayo. Igualando las intensidades obtenemos una velocidad del rayo que depende principalmente de su longitud y de la resistividad, que a su vez está ligado a la rigidez dieléctrica del ambiente y de la constante dieléctrica. No obstante, la Expresión (3.32) encontrada no es correcta del todo pues debió aplicarse la corrección de Lorentz-Firzgerald. De no hacerlo, el modelo permitiría que el rayo alcance velocidades superiores a la luz, situación que se opondría a la teoría relativista.

Una vez hallada la ecuación general de la velocidad del rayo (3.39), vemos que depende de dos parámetros muy influyentes que son el parámetro χ y λ que relaciona el campo eléctrico ambiental y la constante dieléctrica del aire. La ecuación antes mencionada puede transformarse aplicando una nueva definición de χ (3.44). Sustituyendo y haciendo operaciones se obtuvo finalmente la velocidad del RLD (3.49). Con este resultado se observó la importancia que tiene la relación de densidades, la resistencia óhmica que ofrece la atmósfera (otros autores prefieren mencionar el campo eléctrico) y del propio diámetro, que disminuye según avanza el rayo, donde se supone que se concentran las cargas.

En el Capítulo IV teorizamos tres temas: por un lado la energía del rayo, por otro la energía de la nube y por último dedujimos el posible tiempo de actuación para descargar una nube de tormenta. Se destacó que el rayo presenta mucha potencia eléctrica, del orden de teravatios (10^{12}), pero el tiempo aplicable es de milésimas de

segundo o menos. Resulta así muy complejo el aprovechar la energía de un rayo, haría falta primero atrapar todas las descargas en un punto para conducir las a su almacenamiento en sistemas de gran capacidad. Luego se necesitaría contar con materiales y sistemas eléctricos capaces de soportar el impacto del rayo. Por otro lado, hay que considerar que la nube es dinámica pues se mueve con una velocidad y trayectoria determinada.

Otro aspecto interesante de este capítulo fue el cálculo de la potencia del rayo partiendo de la energía de la nube. Se demostró que la potencia del rayo depende del cuadrado de la densidad volumétrica de carga, de la quinta potencia de la altura de la nube y que además es inversamente proporcional al número de rayos caídos y al tiempo de duración de la tormenta.

En el Capítulo V se destaca que las cargas que actúan en conjunto son nulas. El potencial quedó determinado por una carga única y por un parámetro que relaciona las diferentes cargas de la nube tripolar. Una vez encontrado el potencial en el punto considerado, se puede conocer el campo eléctrico derivando parcialmente los potenciales.

En el Capítulo VI se calculó el campo eléctrico de forma distinta al encontrado por Rakov, Uman y Thottappillil según las Expresiones (2.6) y (2.7). Empleando los mismos focos de carga que utilizan estos autores, se encontró el campo eléctrico a través del potencial. A continuación, derivando el potencial respecto a la componente vertical se obtuvo la ecuación del campo eléctrico (2.7) o (6.13). Vale la pena mencionar el concepto introducido del ángulo límite α que se definió como “el ángulo a partir del cual hay un cambio de polaridad del campo eléctrico”. En el instante del impacto del rayo, el ángulo límite es constante e igual a 38.2° . Con este dato podemos encontrar la altura vertical del rayo siempre y cuando se conozca la distancia donde el campo es nulo.

En el Capítulo VII, se empleó un enfoque muy distinto que el de Rakov, Uman y Thottappillil. Se consideró al conjunto de cargas que intervienen en el proceso como nulo. Además, se consideraron cuatro focos de carga en lugar de dos como lo hacen otros autores. Así mismo se incluyó un parámetro importante que es la altura de la estructura. Los focos de carga se distribuyeron de la siguiente manera: uno en el RLD y otro en la nube, los otras dos se encuentran en el extremo de la estructura y el RLA. Una vez definida la posición de las cargas se determinó el campo eléctrico parcial de cada foco de carga en el punto considerado. El campo total fue la suma de todos los campos parciales, siendo el resultado final la Expresión (7.10). Comparando la ecuación anterior con la de Rakov vemos grandes diferencias, sobre todo, instantes antes de iniciarse el rayo (tiempo $t = 0$). En ese momento la Ecuación de campo (2.7) es nula, mientras que para la Ecuación (7.10) el campo tiene un valor determinado que refleja la carga concentrada en la nube. Otro concepto que se incorporó en este capítulo fue el Punto de Encuentro (Pe) entre el RLD y RLA.

El Punto de Encuentro tiene la característica de coincidir con el vértice del ángulo límite, llamado β , cuya propiedad es la misma que el ángulo α mencionado anteriormente. La diferencia consiste en la variación de β con la posición del Pe . Únicamente hay un caso donde el ángulo límite α coincide con β ($\alpha = \beta = 38.2^\circ$) y es cuando no hay RLD, sólo existiendo el RLA. Este es el caso de carga positiva que sube directamente a la nube. Por último, se mencionó la influencia de la estructura. Al respecto, una particularidad es que cuanto mayor es la estructura, menor es el campo eléctrico en su base.

R. H. Golden [20],[23] y [24] establecieron una ecuación general para la Distancia de Cebado en función de la corriente de pico del primer retorno. En cambio, otros autores como A.J. Eriksson y F.A.M. Rizk [25],[26],[27],[28] ponen a la estructura como un factor determinante, de manera que sin ella la Distancia de Cebado

(D_c) es nula. El trabajo desarrollado en este capítulo está en la línea de estos últimos autores pues se llegó a la conclusión que la estructura es fundamental para la existencia de la D_c y del RLA. También hay que destacar la importancia del parámetro H que controla la relación entre la densidad lineal de carga del rayo con el campo eléctrico ambiental. Para una misma estructura, la D_c disminuye si aumenta el valor de H , en cambio si éste último disminuye, la D_c aumenta captando al RLD. Los valores máximos de la D_c están recogidos en una ecuación muy sencilla (8.15) que tiene la particularidad de representar en cada punto de la recta valores de H desde cero a $H = h_E$.

Por último, queda por mencionar sobre la fuerza de impacto del rayo en el Pe . Según donde esté situado este punto podemos formular la hipótesis del funcionamiento del rayo de retorno, de los rayos positivos y los negativos.

9.2) Trabajos futuros

Como consecuencia de este trabajo queda pendiente el demostrar experimentalmente que estas teorías e hipótesis se acercan a la realidad. Como contexto al respecto me permito mencionar una experiencia profesional relacionada. En abril de 1994 una empresa catalana encargó al “Laboratori General D’Assaigs i Investigacions” unos ensayos con el propósito de comprobar el comportamiento de un sistema de protección contra descargas atmosféricas. Las pruebas consistían en comparar la Punta Franklin con este sistema que inhibe el rayo y se observó la eficacia de este nuevo producto. Estos ensayos se realizaron con un sistema de placas paralelas imitando a un condensador de gran capacidad, dándose tensión a la placa superior y creando grandes campos eléctricos.

Por esta razón considero que se puede realizar ensayos similares y estudiar el comportamiento de descargas artificiales. Se empezaría

por preparar un gran condensador formado por dos placas metálicas circulares de una superficie considerable. Su capacidad vendrá dada por: $C = \epsilon_0 \cdot \pi \cdot D^2 / 4 \cdot l$; donde D = diámetro de la placa (m) y l = distancia (m) entre placas. El ambiente entre placas sería aire con cierto porcentaje de humedad, temperatura y presión controladas. Se introduciría progresivamente carga eléctrica en la placa superior creando campo eléctrico entre placas, que irá aumentando a medida que se agregue más carga. Llegará un momento que se origine campo eléctrico lo suficientemente grande que rompa la rigidez dieléctrica del ambiente y que produzca una descarga en forma de rayo en dirección a la placa inferior. Con este sistema y con los aparatos de control adecuados se podría observar:

- El campo eléctrico a partir del cual hay una descarga en una estructura colocada en la placa inferior. Se efectuarían varios ensayos con diferentes alturas de estructuras y con distintos materiales.
- Se podría estudiar si se produce descarga de no haber estructura en la placa inferior, estando ésta totalmente llana y lisa.
- Si se mantuviera una estructura determinada en la placa inferior, en la superior se cambiaría las condiciones del ensayo de forma que se variaría el diámetro hasta alcanzar un valor mínimo. En estas condiciones, se podría:
 - Introducir tensión lentamente a la placa superior, mientras disminuye su diámetro y observar la respuesta.
 - Mantener la tensión constante a la vez que el diámetro disminuye y observar el desenlace.

De esta manera, al contar con un laboratorio acondicionado para realizar pruebas de este tipo, se podrían poner a prueba los estudios aquí realizados y formular adicionalmente otras teorías relacionadas a las descargas atmosféricas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Richard Feynman, Robert B. Leighton y Matthew Sands. “Física, Volumen II: Electromagnetismo y Materia”, Pearson Educación. Capítulo 9, apartado 4. 1998
- [2] Richard Feynman, Robert B. Leighton y Matthew Sands. “Física, Volumen II: Electromagnetismo y Materia”, Pearson Educación. Capítulo 9, apartado 5. 1998
- [3] Richard Feynman, Robert B. Leighton y Matthew Sands. “Física, Volumen II: Electromagnetismo y Materia”, Pearson Educación. Capítulo 9, apartado 6. 1998
- [4] Earle R. Williams en “Investigación y Ciencia. Tema 12: La Atmósfera”, 1998, artículo “Electrificación en las tormentas”, pp 42-52
- [5] H. Torres “El Rayo, mitos, leyendas, Ciencia y Tecnología”. Bogotá, Unibiblos, 2002, 4110 p; pp 67-69
- [6] Malan, D.J., Schonland, B.F.J., “Progressive Lightning: Directly correlation photography an electrical studics of lightning near fron thunderstorms”, Proc. Rotal Society, Vol. A 191, London, 1947, pp. 513-523
- [7] Schonland, B.F.J., "The lightning discharges", Handbuch der Physic, Springer- Verlag, Ed., ed Berlín, 1956, pp 576-628
- [8] Chathan M. Cooke, Kenneth A. Wright y Earle R Williams. Laboratorio de Investigación de Alta tensión del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT)
- [9] Joseph R. Dwyer “Investigación y Ciencia”, julio 2005, artículo “ El Rayo” pp 50-57
- [10] M. Uman, “The Lightnig Discharge”, A. Press, Ed., ed New York, 1987
- [11] E.R. Williams, “The electrical structure of thunderstars”, Journal of Geophysical Research, vol 94, pp13, 15-13, 167, 1989
- [12] R. Morrov and T.R. Blackburn, “The Stepped nature of lightning, and the upward connecting streamer”, Journal of physics D-Applied physics, vol 36, pp416-417 Feb 21, 2003

- [13] V. Rakov and M. Uman, *Lightning Physics and effects*. Cambridge, Uk Cambridge University Press, 2003
- [14] E. Bacelýan and J. Raizer, *Lightning Physics an Lightning Protection*. London: Institute of Physics Publishing, 2000
- [15] V. Cooray, *The Lightning Flash*. London Uk: Institution of Electrical Engineers, 2003
- [16] R. Thottappillil and V. Rakov “On different aproaches to calculating lightning electric fields”, *Journal of Geophysical Research- Atmos pheres*, vol.106,pp14191-14205, jul 16, 2001
- [17] R. Tottappillil, V. Rakov and M.A. Uman, “Distribution of charge alongthe lightning cannel: Relation to remate electric and magnetic fields and to return- stroke models”. *Journal of Geophysical Rexarch- Atmospheras*, vol102, pp 6987-7006, Marzo 27, 1997.
- [18] David K. Cheng, *Fundamentos de Electromagnetismo para Ingeniería*, Addison Wesley Longman, Pearson Educación, pp180, 1998
- [19] Schonland B.F.J, “Progressive lightning”, presented at the IV Poc. Roy. Soc: London. 1938
- [20] R.H. Golde, *Lightning Protection*. London: Edward Arnold, 1973
- [21] B. Hermoso, “Etapas en las descargas atmosféricas, aportaciones investigadoras y modelos” Presented at the Altae 2005. Panamá, 2005
- [22] H. Torres, B. Hermoso and S. Visacro, “Striking Distance and Atractive Radius: A New Revision”, *Ground 2002 Conference*, Río de Janeiro, Brazil, 2002
- [23] R.H. Golden, *Lightning Vol. I: Physics of lightning*. New York: Academic Press, 1977
- [24] R.H. Golden, “Protection of structures against lightning“, *Electrical Engineers, Proceeding of the Institution of Electrical Engineers*, vol.115, pp.1523-, 1968

- [25] A. J. Eriksson, "Improved electrogeometric model for transmission line shielding analysis", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. PWRD-2, pp.871-886, 1997
- [26] A. J. Eriksson, " The Incidence of lightning Strikes to Power Lines", Power Delivery, IEEE Transactions on, vol 2, pp. 859-870, 1987
- [27] F. A. M. Rizk ,,"Modeling of transmission line exposure to direct lightning strokes", Power Delivery, IEEE Transactions on , vol. 5, pp.1983-1997, 1990
- [28] F.A. M. Rizk, "Modeling of lightning incidenc to tall structures part. I y II Theory of Applicattion", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 9, pp. 162.171, 172-193, 1994
- [29] P. Lalande, Etude des conditions de foudroiement d'une structure au sol ", PhD. Thesis No. 4458, University of Paris Sud UTR Scientifique D´Orasy, 1996
- [30] L. Delleria and E. Garbagnati, "Lightning strokr similation by means of the leader progression model–I: Description of the model and evaluation of exposure of free-standin structures", IEEE Transaction on Power Delivery, vol.5, pp.2009-2022, 1990
- [31] M. Bernardi, Delleria L., Garbagnati E., Sartorio G., "Leader Progression Model of Lightning: Updating of the Modell on the Basis of Recent Test Results", 23rd ICLP, Firenze, Italy, pp. 399-407. 1996
- [32] Juan Ramón Hermoso Costa. Tesis "Modelo y estudio del líder descendente negativo en una descarga eléctrica atmosférica y su influencia en la localización del punto de impacto del rayo". Apartado 2.4.3: Striking distance y radio de atracción, pag. 61-67. Universidad Politécnica de Cataluña. 2012
- [33] Juan Ramón Hermoso Costa. Tesis "Modelo y estudio del líder descendente negativo en una descarga eléctrica atmosférica y su influencia en la localización del punto de impacto del rayo". Apartado 2.4.4.1: Modelo de progresión

- del líder (LPM), pag. 68-71. Universidad Politécnica de Cataluña. 2012
- [34] Aníbal Seminario, Cristina González-Morán y Pablo Arboleya, “Theoretical Model for the Progression of the Leader Steppers in a Thundercloud”, 2018 IEEE 18th International Conference on Environment and Electrical Engineering (EEEIC), Palermo, 2018, pp 1-5
- [35] Aníbal seminario, Cristina González-Morán y Pablo Arboleya, “Descendant Step Leader Characterisation in Electric Thunderstorms”, Presented at 2nd International Research Conference on Sustainable Energy, Engineering, Materials and Environment, 201, Mieres, Spain; 25-27 July 2018, pp1-8
- [36] Juan Hernández Álvaro, Joaquín Tovar Pescador. “Electricidad y Magnetismo”. Universidad de Jaén 1997, pag. 107
- [37] <https://www.tiempo.com/ram/.../nuevo-metodo-par-medir-la-energía-de-un-rayo>
- [38] www.ingenieros.es/noticias/ver/como-capturar-los-rayos/6843
- [39] Juan Hernández Álvaro, Joaquín Tovar Pescador “Electricidad y Magnetismo”. Universidad de Jaén. Servicios de Publicaciones e Intercambios Científicos, 1997. Pag.102
- [40] David K. Cheng “Fundamentos de Electromagnetismo para Ingeniería”. Pearson Educación. Addison-Wesley Longman de México.1998. Pag.136-140
- [41] David K. Cheng “Fundamentos de Electromagnetismo para Ingeniería”. Pearson Educación. Addison-Wesley Longman de México. 1998. Pag.74-95
- [42] Juan Ramón Hermoso Cuesta. Tesis “Modelo y Estudio del Líder Descendente negativo en una descarga eléctrica atmosférica y su influencia en la localización del punto de impacto del rayo”. Apartado 2.4.2 Campo eléctrico en presencia del Líder. Pag.: 57-61. Universidad Politécnica de Cataluña. 2012

- [43] E.M. Thomson. “ A Theoretical-Study of Electrostatic-Field Wava Shapes From Lightning Leaders, “Journal of Geophysical Research-Atmospheres”. Vol.90, pp8125-8135, 1985
- [44] David K. Cheng “Fundamentos de Electromagnetismo para Ingeniería”. Pearson Educación. Addison-Wesley Longman de México. 1998. Pag.76-77
- [45] Aníbal Seminario García. “Tormentas Eléctricas: La fuerza de impacto del rayo”. Energía y Minas. Consejo General de Colegios Oficiales de Ingenieros Técnicos de Minas Y Grados en Minas y Energía, nº 12. Pag.56-59. 2016.
- [46] V.A. Rakov and M.A. Uman “Waveforms of first and subsequent leaders in negative lightning flashes”, J. Geophys.Res., vol.95, pp. 561-577. 1990.
- [47] Richard Feynman, Robert B.Leighton Y Matthew Sand, Física: Volumen II: Electromagnetismo y Materia, Pearson Educación. Capítulo 8, apartado 1. 1998
- [48] V. Cooray, V. Rakov and N. Theethayi, “The relationship between the leader charge and the return stroke current-Berger’s data revisited”, 27th International Conference Lightning Protection, Avignon, France, 2004
- [49] Juan Ramón Hermoso Cuesta. Tesis “Modelo y Estudio del Líder Descendente negativo en una descarga eléctrica atmosférica y su influencia en la localización del punto de impacto del rayo”, Apartado 2.3.2: Carga total en el canal, pp 48-50
- [50] Juan Ramón Hermoso Cuesta, Tesis “Modelo y Estudio del Líder Descendente negativo en una descarga eléctrica atmosférica y su influencia en la localización del punto de impacto del rayo”, Capítulo 3. Apartado 3.1.3, pp. 82
- [51] M. Vargas, V. Cooray, M. Becerra and H. Torres. “Lightning cannel modellig”, 28th International Conference on Lightning Protection Kanazawa, Japan, 2006.

- [52] K. Berger, "Novel observations on lightning discharges: Results of research on Mount San Salvatore", *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 283, pp 478-525, 1967
- [53] Juan Ramón Hermoso Cuesta, Tesis "Modelo y estudio del líder descendente negativo en una descarga eléctrica atmosférica y su influencia en la localización del punto de impacto de rayo", Apartado 2.3 Líder escalonado (Stepped-Leader), Pag.43, Universidad Politécnica de Cataluña, 2012
- [54] Vernon Cooray and Liliana Arevalo, "Modeling the Stepping Process of Negative Lightning Stepped Leaders", *Atmosphere* 2017,8, 245, doi:10.3390/atmos 8120245
- [55] Mengi Long, Marley Becerra and Rajeev Thottappillil, "Modeling the Attachment of Lightning Dart and Dart-Stepped Leaders to Grounded Objects", *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 2017, 59, 128-136; doi:10.1109/TEMC.2016.2594703
- [56] Bank Tavakoli, M. Vahidi, B. "Statistical analysis of the lightning performance of high voltaje OHLs using dynamic simulation of lightning leaders movements". *Int.J.Electr. Power Energy syst.*2010,32, 1024-1030
- [57] Shah, W.Ali; He, Hengxin; He, Junjia and Yang, Y., "Continuous and discontinuous streamer leader propagation phenomena under slow front impulse voltajes in a 10- meter rod-plane air gap", *Energies* 2018,11,2636, doi:10.3390/en11102363.
- [58] Francis W. Sears. *Fundamentos de Física II Electricidad y Magnetismo*. Aguilar.Madrid 1958, pp 77-79.
- [59] B. Hutzler, "Notes Bibliographiques concernant la simulation en laboratoire des points d'impact de la foudre" Note technique EDF, Ref. HM80-1173. 1988.
- [60] A.J. Eriksson, "The lightning ground flash-An engineering study", PhD. thesis, Faculty of Engineering, University of Natal, Pretoria, South Africa, 1979.
- [61] V. Cooray and S. Lundquist, "Characteristics of the radiation-field from lightning in sri-lanka in the tropics", *Journal of*

Geophysical Research-Atmospheres, vol. 90, pp 6099-6109.1985.

- [62] C.WG 3301 Lightning, "Guide Procerures for Estimating the lightning Performance of Transmission Lines", ed: CIGRE Monograph No.63. October,1991
- [63] C.3301 (TF03) Lightning, "Exposure of structures and interception efficiency of air terminals," ed: CIGRE, April 1997
- [64] IEC, "Protection against lighthning-Part 1: General principles", in 62305-1, ed, 2005.
- [65] V. Cooray,V. Rakov and N. Theethayi, "The Lightning distance-Revisited", Journal of Electrostatics, vol.65, pp 296-306, 2007.

ANEXO A

Supongamos dos estructuras iguales (h_{E_0}), cada una de ellas tiene diferentes valores de H lo que implica distintas Distancias de Cebado. En la figura siguiente se representa esta situación

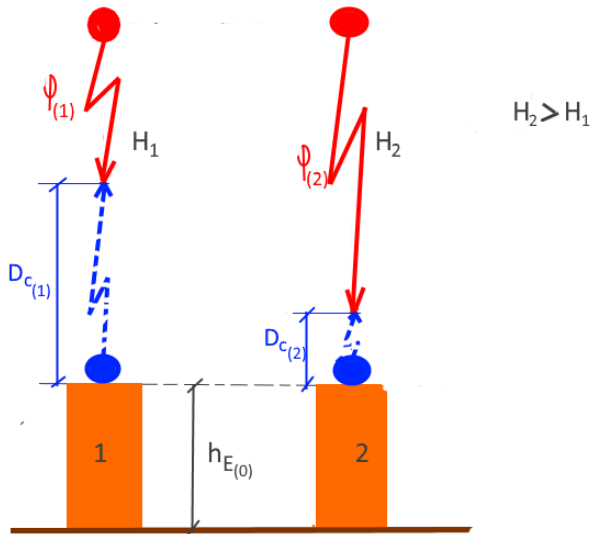


Figura Anexo A1: Estructuras iguales

En igualdad de campos eléctricos el rayo puede impactar en la estructura que genere mayor densidad lineal (estructura 2). En este caso $\varphi_{l_2} > \varphi_{l_1}$ debido:

$$\varphi_{l_2} = \frac{H_2}{H_1} \cdot \varphi_{l_1} ; \quad H_2 > H_1$$

En igualdad de densidades lineales de carga, el rayo se dirige a la estructura que genere mayor campo eléctrico (estructura 1). En esta situación: $E_{RDA_1} > E_{RDA_2}$

$$E_{RDA_1} = \frac{H_2}{H_1} \cdot E_{RDA_2}$$

Fuerza de impacto

En la Fig. Anexo A2 se exhiben los siguientes conceptos:

Carga negativa en la nube: $-q_N$

Carga en el extremo de la estructura: $+q_a$

Carga que transporta el RLD : $-\varphi_{l(D)} \cdot (z - Pe)$;

$\varphi_{l(D)}$ = densidad lineal descendente

Carga que transporta el RLA : $+\varphi_{l(a)} \cdot (Pe - h_E)$;

$\varphi_{l(a)}$ = densidad lineal ascendente.

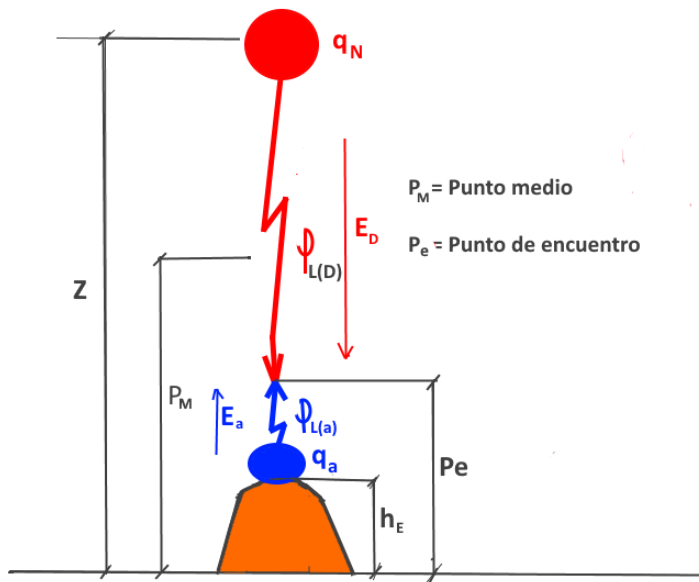


Figura Anexo A2: Distribución de cargas

La suma de las cargas debe ser nula:

$$-q_n - \varphi_{l(D)} \cdot (Z - Pe) + q_a + \varphi_{l(a)} \cdot (Pe - h_E) = 0 \quad (A1)$$

Campo eléctrico descendente = E_D

Campo eléctrico ascendente = E_a

El diferencial de cargas entre nube y tierra es:

$$\Delta q = q_a - q_N \quad (A2)$$

En el Punto de Encuentro (Pe) convergen las fuerzas descendente y ascendente (F_D, F_a):

$$F_D = E_D \cdot \varphi_{l_{(D)}} \cdot (Z - Pe) \quad [\text{N}] \quad (\text{A3})$$

$$F_a = E_a \cdot \varphi_{l_{(a)}} \cdot (Pe - h_E) \quad [\text{N}] \quad (\text{A4})$$

Los tres casos planteados son:

a) La fuerza $F_D > F_a$; sustituyendo las fuerzas por sus valores tenemos:

$$E_D \cdot \varphi_{l_{(D)}} \cdot (Z - Pe) > E_a \cdot \varphi_{l_{(a)}} \cdot (Pe - h_E) \quad (\text{A5})$$

Según la ecuación A1, si despejamos $\varphi_{l_{(a)}} \cdot (Pe - h_E)$ y su valor lo introducimos en (A5) obtenemos:

$$E_D \cdot \varphi_{l_{(D)}} \cdot (Z - Pe) > E_a \cdot \left[\varphi_{l_{(D)}} \cdot (Z - Pe) - \Delta q \right] \quad (\text{A6})$$

Sustituyendo Δq por su valor y despejando la relación de campos eléctricos descendentes y ascendentes nos queda:

$$\frac{E_D}{E_a} > \frac{\varphi_{l_{(D)}} \cdot (Z - Pe) + q_N - q_a}{\varphi_{l_{(D)}} \cdot (Z - Pe)} \quad (\text{A7})$$

Para que se cumpla la relación (A7) es necesario que la carga residual de la estructura (q_a) sea mayor que la de la nube. El punto de encuentro (Pe) se encuentra por debajo del punto medio

b) Las fuerzas son iguales $F_D = F_a$

$$\frac{E_D}{E_a} = \frac{\varphi_{l_{(D)}} \cdot (Z - Pe) - \Delta q}{\varphi_{l_{(D)}} \cdot (Z - Pe)} \quad (\text{A8})$$

Para que se cumpla esta ecuación es necesario que: $\Delta q = 0$, resultando los campos eléctricos iguales. El punto de encuentro coincide con el punto medio

c) La fuerza $F_D < F_a$

$$\frac{E_D}{E_a} < \frac{\varphi \varphi_{l(D)} \cdot (Z - Pe) + q_N - q_a}{\varphi_{l(D)} \cdot (Z - Pe)} \quad (A9)$$

En este caso la carga de la nube es superior a la existente en la estructura ($q_N > q_a$) mientras que el punto de encuentro está por encima del punto medio.

ANEXO B

Demostración de la Ecuación (3.24)

Considerando la Figura 3.3 se puede elaborar que:

En la placa "A": $dq^- = C \cdot d\phi_A$.

Donde:

dq^- es la carga negativa concentrada en la región "A".

$d\phi_A$ = potencial negativo en la zona "A".

C = capacidad del condensador formado por las placas "A" y "B".

En la placa "B" tenemos $dq^+ = C \cdot d\phi_B$

donde dq^+ es la carga positiva en la zona "B"

$d\phi_B$ = potencial positivo en el punto "B" del suelo terrestre.

Tomando en cuenta que la igualdad de las cargas:

$$dq^- = dq^+ = dq$$

Sumando las ecuaciones dq^- y dq^+ obtenemos:

$$2 \cdot dq = C \cdot (d\phi_A + d\phi_B)$$

Definimos ahora diferencia de potencial entre las placas:

$$d\phi_{AB} = d\phi_A + d\phi_B$$

Finalmente, despejando el diferencial de carga:

$$dq = \frac{1}{2} \cdot C \cdot d\phi_{AB}$$

Si se divide la expresión anterior por dt se llega a la Ecuación (3.24).

ANEXO C

Demostración de la Ecuación (3.33)

Partiendo de la ley de Ohm podemos despejar la resistividad:

$$\delta = \frac{\phi_{AB}}{I} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot l}$$

Esta ecuación puede transformarse de la siguiente manera:

$$\delta = \frac{\phi_{AB}/l}{I/l} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot l}$$

Dónde:

$\frac{\phi_{AB}}{l}$ es la rigidez dieléctrica del material y lo representamos como E_{RD} (V/m).

La relación $\frac{l}{I}$ representa la constante dieléctrica del material y lo representamos como K_D (A/m).

Finalmente queda la resistividad como indica (3.33). La ecuación (3.32) se obtiene una vez sustituida δ por su valor en:

$$v = \frac{8 \cdot \chi^2}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \lambda}$$

Ecuación última que no incluye la contracción Lorentz-Firzgerald.

ANEXO D

Demstración de la Ecuación (4.20)

Para resolver esta integral primero se integra respecto a la altura z desde el límite $z = l = 0$ hasta $z = N$, dando el siguiente resultado:

$$W = \frac{\pi \cdot \varphi_v^2}{2 \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\int_0^R r^3 \cdot \sqrt{N^2 + r^2} \cdot dr - \int_0^R r^4 \cdot dr \right] \quad (4.24)$$

Mediante el siguiente cambio de variable:

$$t = N^2 + r^2 \rightarrow r^2 = t - N^2 \rightarrow r \cdot dr = \frac{dt}{2}$$

Última expresión que sustituyendo en (4.24) e integrando se obtiene:

$$W = \frac{\pi \cdot \varphi_v^2}{2 \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[(N^2 + R^2)^{3/2} \cdot \frac{(3 \cdot R^2 - 2 \cdot N^2)}{15} + \frac{2 \cdot N^5}{15} - \frac{3 \cdot R^5}{15} \right] \quad (4.25)$$

Sabemos que:

$$R = \frac{k \cdot N}{2} \quad (4.26)$$

Sustituyendo (4.26) en (4.25) y sacando factor común a $N^5/15$ nos queda la expresión (4.21).

ANEXO E: Publicaciones

Publicaciones científicas en revista:


- A. Seminario-García, A.; González-Morán, C.; Arboleya, P. Stepped Leader Progression and Speed Evolution in a Thunderstorm: Theoretical Model. *Energies* 2019, 12, 2507.

Publicaciones científicas en conferencia:

- A. Seminario-García, C. Gonzalez-Moran and P. Arboleya, "Theoretical Model for the Progression of Leader Steppers in a Thundercloud," 2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC/I&CPS Europe), Palermo, 2018, pp. 1-4.
- B. Seminario-García, C. Gonzalez-Moran and P. Arboleya, "Descendant Step Leader Speed Characterisation in Electric Thunderstorms," International Research Conference on Sustainable Energy, Engineering, Materials and Environment, 2018, Mieres-Spain, July 2018.

Article

Stepped Leader Progression and Speed Evolution in a Thunderstorm: Theoretical Model [†]

Aníbal Seminario-García ¹, Cristina González-Morán ²  and Pablo Arboleya ^{2,*} ¹ Department of Material Science, University of Oviedo, 33204 Gijón, Spain² LEMUR Group, Department of Electrical Engineering, University of Oviedo, 33204 Gijón, Spain

* Correspondence: arboleyapablo@uniovi.es; Tel.: +34-985182283

[†] This paper is an extended version of our paper published in 2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC/ICPS Europe), Palermo, Italy, 12–15 June 2018.

Received: 22 April 2019 ; Accepted: 19 June 2019; Published: 28 June 2019



Abstract: This paper presents a theoretical model to describe the progression of leading (falling) lightnings in storms (stepped leaders). Stepped leaders move down from the thundercloud base to the encounter point with an upward streamer. First, the existing models, related to the advance of leading lightnings, are analyzed. Then, a novel theory is presented. The proposed model describes both the leader progression and speed. It aims at explaining the leader progression as a succession of several steps, or branches, that form the well-known tree-like shape. The speed of advance per step is described as a function of various parameters: the charge concentration surface diameter and the step length, among others. The derived formulas include two new parameter named (χ) and G . χ is the ratio between the guide beam length (L) and the diameter of the circle, inside the cloud, where the charges are concentrated (D). G relates density of charges, as explained herein.

Keywords: electric field; leader progression model; stepped leader; thunderstorm

1. Introduction

Electric discharge in long air gaps is a complex phenomenon that has been studied for many different applications [1], one of these applications being the development of mathematical theories able to model the stepped leader progression and its speed evolution in a thunderstorm. Thundercloud consists of several cells, very close to each other but almost independent. A cell is defined as an air region (or volume) that is limited in horizontal and vertical directions. In this limited region, several processes of updrafts and descendants warm and humid air flows occur at the same time ([2] Chapter 9). Due to these movements, and due the Earth's electric field (about $100 \frac{V}{m}$), the falling water drops have an induced dipole moment. This dipole is positive at the bottom and negative at the top ([2] Chapter 9). On the other hand, there are many large and slow ions in the air, generally produced by friction and collisions between particles of water and ice. If a positive ion approaches the base of the polarized drop, it will be repelled. The ascendant air ends up raising the positive ions to the top of the cloud. In contrast, if a negative ion approaches, it nullifies the positive part of the drop, leaving it negatively charged. As the negative ions are heavier, they end up at the cloud base. In this way, the cloud is negatively charged at the bottom and positive at the top. This mechanism is known as the theory of separation of charges in a thunderstorm. Figure 1 shows a scheme of this mechanism in two steps. The small circles represent the charged ions and E is the electric field originated in the process.

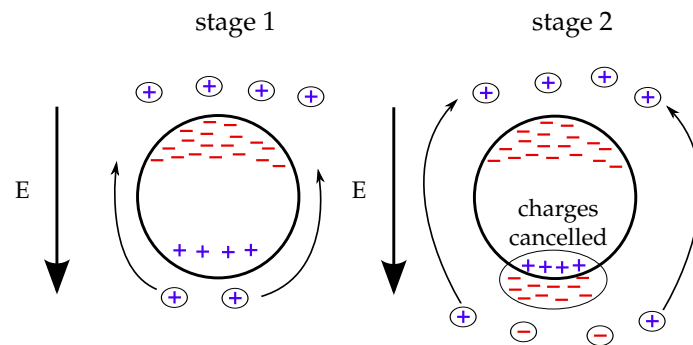


Figure 1. Separation of charges in a thundercloud. Reproduced/Adapted with permission from [3], Anibal Seminario-Garcia, Cristina Gonzalez-Moran, Pablo Arboleya. “Theoretical Model for the Progression of Leader Steppers in a Thundercloud”, 2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC/ICPS Europe).

The charge separation process creates three types of very intense electric fields (E): inside the cloud, between two different clouds and between the cloud and ground. When the electric field exceeds the local dielectric strength, an electrical discharge occurs in the form of lightning. This channel of ionized air is called leader. Moreover, the leader often splits in multiple branches, reminiscent of a tree form. Then, the channel is called stepped leader. In the case of a cloud-to-Earth discharge, the stepped leader starts at the base of the cloud and progresses as a guide carrying negative charge towards the Earth. When this stepped leader is close to the ground, around 10–200 m approximately, the positive charge of Earth may give rise to a positively ionic channel appearing to meet the leader. This new channel from the ground is called the upward streamer. In Figure 2, the red and blue lines represent the stepped leader and the upward streamer, respectively.

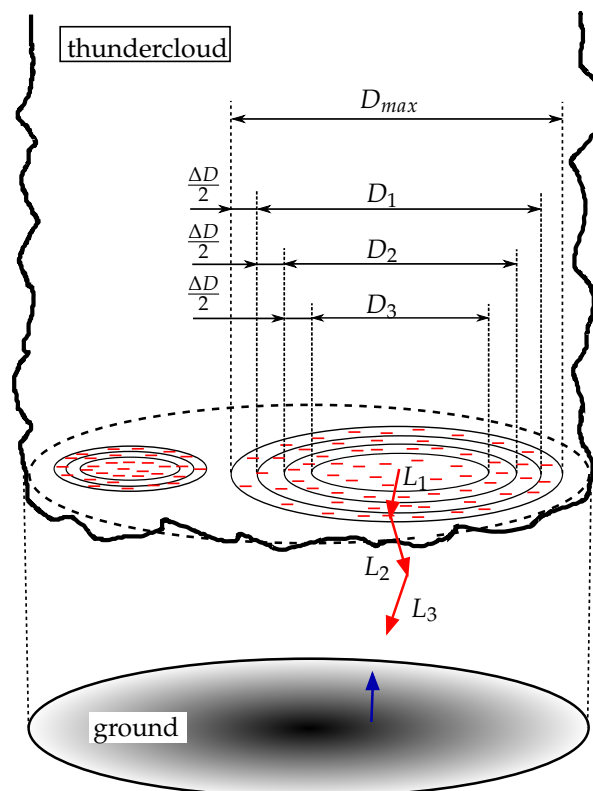


Figure 2. Stepped leader progression in different sections (stages). Reproduced/Adapted with permission from [3].

Once the stepped leader and the upstream have met, the lightning channel resistance plummets. Then, the electrons accelerate very quickly and move across the whole leader network at a fraction of the speed of light. This is the so-called return stroke, from ground to cloud. After that, a new stepped leader might appear and the entire process may repeat several times [4–6].

Sometimes, the leader disappears into the atmosphere before it reaches the ground through a process that is explained below.

Related to this work, Delleria, Garbagnati and Bernardi [7,8] developed the leader progression model (LPM). In their studies, they determined the electrical field evolution as the stepped leader advances to meet the upward streamer. They established trajectories that approached quite well to real cases. The trajectories are not straight lines. Their model approaches the cloud to a cylinder, with a diameter of about 10 km, uniformly charged on its base (surface charge is considered). The distance between the cloud and the ground could be near 2 km. According to those considerations, the progression model can be summarized as follows:

- The stepped leader starts from an initial zone, called streamer zone. That is a region where the electrical field is equal or higher than $300 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$. The leader advances following always the maximum potential gradient direction (between the streamer zone and the leader tip).

The linear density of charge (φ_l), in Coulombs per meter ($\frac{\text{C}}{\text{m}}$), can be expressed as a function of the peak intensity (I_{pf}), in kA:

$$\varphi_l = 38 I_{pf}^{0.68} 10^{-3} \quad (1)$$

- When the electrical field on the ground (or building, or structure) is equal or higher than the critical value of rupture (about $500 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$), the upward streamer appears and goes to meet the leader. The upward streamer also follows the direction of the maximum potential gradient.

Rizk [9] described a different stepped leader model, based on a vertical trajectory. According to this author, the trajectory of the stepped leader is not affected by the presence of an upward streamer. The upward streamer appears when the potential V (kV) of a structure of height H (m) surpasses the value given by Equation (2).

$$V = \frac{1556}{1 + \frac{3.89}{H}} \quad (2)$$

In his work, Rizk also claimed that, once the leader and the upward have met, the return stroke is formed, resulting in a peak intensity I_{pf} . However, it may occur that they do not really interact. Then, because the leader is faster than the streamer, it impacts on the ground before they meet.

Some authors describe or employ models of stepped leader, and lightnings in general, for protection purposes. Protection against lightning includes transmission lines, electronic equipment, buildings, etc. That is the case of Bank Tavakoli and Vahidi [10] who used the lightning path from cloud to a striking point to study the effect on high voltage overhead lines. They modeled the cloud as ring charges and downward leaders as several steps. In [11], the authors developed a model capable of finding the inception of the upward leaders. The application is related to lightning protection systems for electronic equipment.

The authors of [12] proposed a physical upward leader propagation model. This model is applied to simulate leaders in laboratory experiments. The parameters to describe the model were the leader current, the electric field and the leader speed. In addition, the authors of [13] described a physical model based on experimental investigations. The results show that the step length and the leader speed increase with increasing prospective return stroke current. It also increases as it approaches the ground. The authors of [14] observed several leaders in natural lightning by using a high-speed video camera. The main conclusion is that the speed of leaders changes as they get closer to the ground. In addition, Shah et al. [15] performed a large-scale investigation into leader development in a 10-m rod-lane gap under a long front positive impulse. They recorded the leader propagation with a high-speed charge camera. Long and Becerra [16] studied the lightning attachment of stepped

leaders to ground objects. Nag and Rakov [17] proposed a unified model to compute the electric field produced by the sequence of the preliminary breakdown, the stepped leader and the return stroke. Wang et al. [18] presented a regional multi-frequency-band lightning detection and location network in China. They applied different location algorithms trying to cover research and operational purposes. In [19], the authors proposed a conceptual view of leader step formation. Zhu et al. [20] used an automated data processing algorithm to study records of electric field for cloud-to-ground flashes reported by the U.S. National Lightning Detection Network.

Regarding the leader speed, Rakov and Uman [21] presented a review of the different theories for leader speed evolution. This review showed the speed is a function of the leader height and can be summarized as follows:

- In 1956, Scholand (South Africa) found speeds near 0.8×10^5 to $8 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ at a height from the ground of 2 to 3 km.
- In 1961, Isikawa (Japan) measured speeds of $3.1 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
- In 1966, Berger and Vogelsanger (Switzerland) got speeds of 0.9×10^5 to $4.4 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ at a height of approximately 1.3 km.
- In 1982, Overville and Idone (Florida) noticed the leader speed increased near the ground, measuring speeds of $15 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ at a height of 166 m.
- In 1990, Rakov and Uman found a mean measure of $2 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
- In 1999, Chen et al. (Australia) determined 4.5×10^5 to $11 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ at heights between 367 and 1620 m.

Golde [22,23] computed the leader speed as a function of the lineal density of charge and its length. By deriving that expression, the speed is obtained as a function of its current density. On the other hand, Berger [24] related the upward streamer peak density to the carried charge.

According to the current literature review, more recent works can be added to Rakov and Uman's review [21]:

- In 2006, Becerra and Cooray [12] obtained leader speeds of 0.1×10^5 to $0.5 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, and observed that leader velocity increases before the final step.
- In 2015, Wang et al. [19] measured speeds of 4.8×10^5 to $5.9 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ in China.
- In 2016, Wang et al. [18] observed an average leader speed of about $8.7 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a decrease in the downward propagation speed.
- In 2018, Shah et al. [15] measured experimental speeds of 0.1×10^5 to $0.6 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

The new theoretical model proposed in this paper explains the progression of stepped leaders and the evolution of their speed. This work improves the model presented in [3] and includes a deeper study of the leader progression and a new detailed model of its speed.

In this case, we include a deeper study on leader trajectories and a new study of their speed. Because the leader has been demonstrated to advance into different steps, we have explained the leader progression as several sections of the whole trajectory. At each step, the direction is fixed by the electrical resistance offered by the air mass. The proposed model also describes the leader speed. The speed variation is presented as a function of several parameters, such as diameter of the region of concentration of charges in the thundercloud, among other atmospheric parameters. The main novelty of this proposal is that it is completely theoretic, and it describes and adapts to most of the theories previously described, reinforcing some of them. The speed model is based on a new parameter, named χ . It defines the ratio between the length of advance and the diameter of the surface of concentration of charges. We demonstrate that this new parameter plays an important role in the leader speed evolution.

In the following sections, we explain the mathematical model for stepped leader evolution in different sections and its speed variation as well. Then, a section to compare the work presented in here to recent studies is included. In the last section, the conclusion is presented.

2. Mathematical Model of the Leader Progression

2.1. Problem Statement

The mathematical model is based on the following considerations: The whole process starts inside an already formed thundercloud. Then, the negative charge surface, located at the cloud bottom, is approached as several concentric circles. This description is represented in Figure 2. D_{max} stands for the initial diameter of the outer circle. Assuming that the maximum initial charge is Q_{max} in Coulombs, the surface density or charge (φ_s) can be expressed as:

$$\varphi_s = \frac{Q_{max}}{\pi \cdot \frac{D_{max}^2}{4}} \quad (3)$$

Then, the process evolves in this way: In the first stage, there is a partial progression of the stepped leader. As the leader advances, the section of the initial negative charged circle decreases. For example, if the leader advances a length of L_1 , the diameter changes to D_1 . The total decrease in this diameter can be expressed as (see Figure 2):

$$\Delta D = D_{max} - D_1 \quad (4)$$

The charge delivered by the leader is calculated as the initial charge (the maximum charge at the beginning, in the first step, from Equation (3)) minus the remaining charge at the cloud. First, the maximum initial charge is computed as:

$$Q_{max} = \varphi_s \cdot \pi \cdot \frac{D_{max}^2}{4} \quad (5)$$

Then, the remaining charge can be computed using Equation (3), but replacing D_{max} by D_1 (the latter is obtained from Equation (4)):

$$q_1 = \varphi_s \cdot \pi \cdot \frac{(D_{max} - \Delta D)^2}{4} \quad (6)$$

Finally, the charge delivered by the stepped leader is obtained as the difference between Equations (5) and (6):

$$q_{L_1} = \frac{\varphi_s \pi}{4} \cdot \Delta D \cdot (2D_{max} - \Delta D) \quad (7)$$

Since the step length and the charge can be related through the longitudinal density of charge:

$$\varphi_L = \frac{q_L}{L} \quad (8)$$

the leader length of advance in the first step is computed as:

$$L_1 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} \Delta D \cdot (2 \cdot D_{max} - \Delta D) \quad (9)$$

After the first step, the leader advances in successive stages L_2, L_3, \dots, L_n in which the diameters change to D_2, D_3, \dots, D_n respectively. For each step, the previously described procedure is applied to calculate the remaining charge using Equation (6). For instance, in a second step, the leader advances L_2 :

$$L_2 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} \Delta D \cdot (2 \cdot D_{max} - 3 \cdot \Delta D) \quad (10)$$

Assuming that the total number of steps is n , the final expression (that can be considered as a general expression for a given step) is of the following form:

$$L_n = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} \Delta D \cdot (2 \cdot D_{max} - (2n - 1) \cdot \Delta D) \quad (11)$$

This procedure is applied to several steps, until the leader reaches the ground, or an upward streamer. Considering constant linear density of charge [25], the total length covered by the stepped leader (L) may be obtained as the sum of the partial lengths.

$$L = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} \Delta D \cdot [2 \cdot D_{max} - \Delta D + \dots + 2 \cdot D_{max} - 3 \cdot \Delta D + 2 \cdot D_{max} - \dots \dots - 5 \cdot \Delta D + 2 \cdot D_{max} - (2n - 1) \cdot \Delta D] \quad (12)$$

Rearranging terms in Equation (13), it can be written:

$$L = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} \cdot \Delta D \cdot [2n \cdot D_{max} - (1 + 3 + 5 + \dots + n - 1) \cdot \Delta D] \quad (13)$$

The sum $(1 + 3 + 5 + \dots + n - 1)$, in Equation (13), describes an arithmetic progression of odd numbers. Thus, it can be substitute by n^2 . In this way, a more compact equation can be rewritten:

$$L = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} n \cdot \Delta D \cdot (2 \cdot D_{max} - n \cdot \Delta D) \quad (14)$$

The minimum diameter, at the end of the process, can be computed as:

$$D_{min} = D_{max} - n \cdot \Delta D \quad (15)$$

From this expression, we can obtain $n \cdot \Delta D$ and replace its value in Equation (14). Thus, it can be written:

$$L = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} \cdot (D_{max}^2 - D_{min}^2) \quad (16)$$

Equation (16) describes the stepped leader behavior when it meets an upward streamer but also if the leader does not reach the ground. In the former case, the thundercloud remains charged, thus allowing subsequent processes, being the final diameter $D_{min} > 0$. In the latter case, the leader has already carried all charge available, being the final diameter $D_{min} = 0$ before it reaches the ground.

The stepped leader trajectory would be a straight line if the air would not offer electrical resistance. In that case, the leader would move at the speed of light. However, experiments reveal the real trajectories are zigzags. The total length of advance might be much larger than the distance between cloud and ground. Besides, the speed is less than a third of the speed of light [21].

2.2. Description of the Stepped Leader Trajectory

Equation (16) shows us how the derived trajectory approaches to real cases. For that propose, let us consider a trajectory split in three different steps. In Figure 3, a diagram representing this assumption is depicted. Under this considerations, the three steps are established by the following equations:

$$L_1 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} \cdot (D_{max}^2 - D_1^2)$$

$$L_2 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} \cdot (D_1^2 - D_2^2)$$

$$L_3 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} \cdot (D_2^2 - D_3^2)$$

The direction followed by the leader in the first step could be any of those in the geometrical place depicted in Figure 3. That is sphere of radius L_1 , as shown in the picture. The proper choice is the way of minimum electrical resistance offered by air. Then, for the second step, L_2 is the length covered by the leader. Again, the geometrical place for all possible trajectories is a sphere of radius L_2 . The final choice is the path with the lowest resistance. Another step of length L_3 is also depicted. These three steps define the whole trajectory in this case. The sum of the three partial lengths gives the total length (Equation (16)).

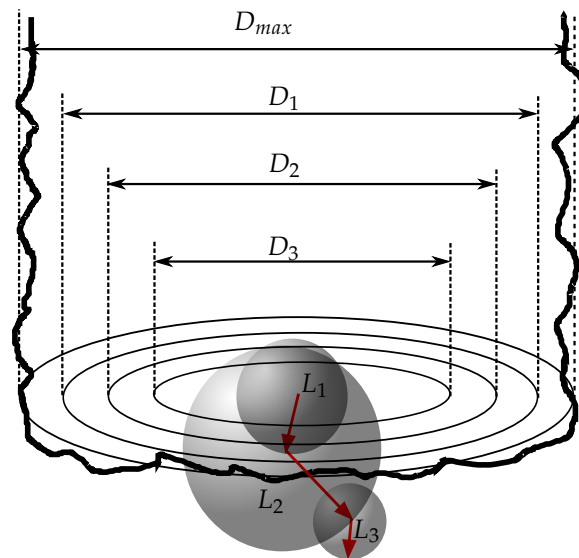


Figure 3. Stepped leader progression sections.

The last step, the third in this example, can give rise to two different possibilities:

- (1) The leader meets an upward streamer. Together, they give rise to several subsequent discharges until the thundercloud charge is canceled (it disappears).
- (2) The leader carries all the remaining charge in its last step, L_3 . In this case, the third diameter is zero $D_3 = 0$. The length of the last step is computed as:

$$L_3 = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_L} D_2^2 \quad (17)$$

Summarizing, the stepped leader trajectory can be described as a sequence of several steps in a zigzag, until the charge from the cloud dissipates or the leader meets an upward streamer.

With this model, it has been demonstrated that the length covered by the stepped leader is directly proportional to the superficial density of charge and inversely proportional to the linear density of charge carried by the leader. The proportionality factor is defined by the squared difference between the initial and the final diameters of the thundercloud base. The final diameter might be zero, in the case the leader does not meet an upward streamer. In other words, there is no remaining charge to be carried, so the leader has dissipated.

3. Mathematical Model for the Leader Speed

3.1. Problem Statement

The leader speed can be computed through the theoretical electric intensity of the descendant stepped leader. This intensity can be obtained in two different ways that are about to be described. In both cases, the couple cloud-ground is approached by a large cylindrical capacitor. The charges

are concentrated on imaginary circular plates, located, respectively, at certain points in the cloud and Earth (see Figure 4).

In the first case, the electrical charge has to be considered in both plates. The positive charge (q^+) is concentrated in plate B, while the negative charge is located in plate A (q^-) (see Figure 4). Then, we consider the well known expression with the current intensity (I , in A), depending on the capacitance (C , in F) and the potential variation with respect to time ($\frac{d\phi_{AB}}{dt}$, in $\frac{V}{s}$) (Equation (18)). In this particular case, the capacitance represents the capacitor between cloud and ground, the potential is defined between the two plates and the current density is the carried current.

$$I = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{d\phi_{AB}}{dt} \tag{18}$$

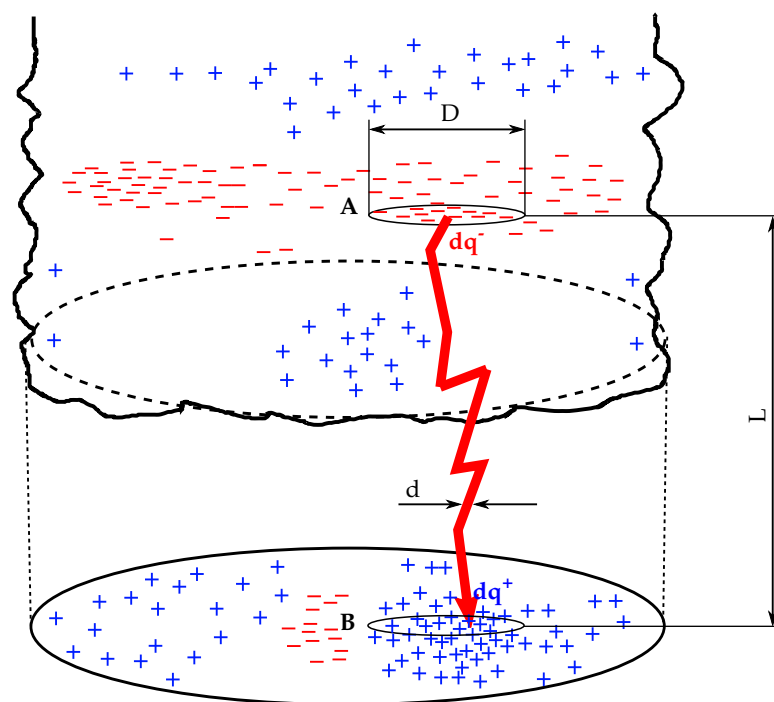


Figure 4. Distribution of charges.

The capacitance (C) is computed through the vacuum permittivity $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$, the diameter (D , in m) of the imaginary plate inside the cloud and L (in m) the length covered by the stepped leader. For simplicity, it is approached as the distance between the cloud and the ground.

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4 \cdot L} \tag{19}$$

Equation (18) can be transformed by multiplying and dividing the right term by dl and substituting the capacitance by Equation (19). Then, we obtain an expression including the derivative of length with respect to time ($\frac{dl}{dt}$):

$$I = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{d\phi_{AB}}{dl} \cdot \frac{dl}{dt} \tag{20}$$

Considering that the derivative of the potential with respect to the length is equal to the electrical field (E_{AB} , in $\frac{V}{s}$), and the derivative of the length with respect to time is the leader speed (v , in $\frac{m}{s}$),

we obtain the equation that relates the discharge intensity of the capacitor that consists of two plates, A and B, which correspond to cloud and ground, respectively.

$$I = \varepsilon_0 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{8 \cdot L} \cdot E_{AB} \cdot v \quad (21)$$

In the second case, the lightning discharge is considered as a resistive electrical circuit. According to Ohm's law, the current intensity is:

$$I = \frac{\phi_{AB}}{R} \quad (22)$$

where R is the electrical Ohmic resistance, which depends on the material and its resistivity (δ , in Ωm), the leader length (L , in m) and the leader cross section (s , in m^2). In turn, the cross section is a function of the length (L) and the diameter (d), both represented in Figure 4: $s = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$. Thus, the resistance can be written as:

$$R = \delta \cdot \frac{4 \cdot L}{\pi \cdot d^2} \quad (23)$$

If we replace Equation (23) into Equation (22), the current intensity is obtained as a function of the stepped leader length and diameter:

$$I = \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot \delta \cdot L} \cdot \phi_{AB} \quad (24)$$

In this equation, the relationship between potential and length might be replaced by the electric field: $E_{AB} = \frac{\phi_{AB}}{L}$. The obtained expression gives us the current as a function of the leader diameter, its total length and the electric field. Considering this expression together with Equation (21), we propose the hypothesis:

$$\varepsilon_0 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{8 \cdot L} \cdot E_{AB} \cdot v = \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot \delta} \cdot E_{AB} \quad (25)$$

Finally, the leader speed is obtained as:

$$v = \frac{2 \cdot d^2 \cdot L}{\varepsilon_0 \cdot \delta \cdot D^2} \quad (26)$$

This equation needs two corrections.

- The first one has to do with Lorentz–Fitzgerald contraction that establishes that the length of an element in movement is lower than in rest. Without this contraction, it could happen that the leader reaches speeds higher than the speed of light, as proved below. This situation would be against the relativistic theory. The Lorentz–Fitzgerald contraction states that:

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c_L^2}} \quad (27)$$

where l_0 is the length of the element in rest, l is the length in movement, v is the speed of movement and c_L is the speed of light.

- On the other hand, the resistivity can be expressed as a function of the environment dielectric strength and the material dielectric constant. To do so, the resistivity is obtained from Equation (24), multiplying and dividing by L as:

$$\delta = \frac{\phi_{AB}}{L} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot L} \quad (28)$$

The relationship $\frac{\phi_{AB}}{L}$ is the environment dielectric strength E_{RD} , in $(\frac{V}{m})$, while $\frac{l}{L}$ is the dielectric constant of the material k_D , in $\frac{A}{m}$. The new expression of δ is:

$$\delta = \frac{E_{RD}}{K_D} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot l} \quad (29)$$

Combining Equations (4), (26) and (27), we obtain:

$$v = \frac{8 \cdot K_D \cdot l_0^2 \cdot (1 - \frac{v^2}{c_L^2})}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot E_{RD} \cdot D^2} \quad (30)$$

For the sake of simplification, from now on, we express the leader length l_0 without the subindex.

For the next step in this reasoning, we define the parameter χ as the ratio between the leader length (L) and the diameter of the cloud (D). Thus, χ results dimensionless:

$$\chi = \frac{L}{D} \quad (31)$$

λ , in Ω , is the resistance that the atmosphere offers against the leader advance.

$$\lambda = \frac{E_{RD}}{K_D} \quad (32)$$

With these two assumptions, we can rewrite Equation (30) as:

$$v^2 + \frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot c_L^2 \cdot \lambda}{8 \cdot \chi^2} \cdot v - c_L^2 = 0 \quad (33)$$

To solve v from this second-order equation, only the real root is taken. In this way, the leader speed is obtained:

$$v = \frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot c_L^2 \cdot \lambda}{16 \cdot \chi^2} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{16}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot c_L} \right)^2 \left(\frac{\chi^2}{\lambda} \right)^2} \right] \quad (34)$$

To simplify Equation (34), two constants a and b are computed as a function of π , ϵ_0 and c_L . The simplified equation is:

$$v = a \cdot \frac{\lambda}{\chi^2} \left[-1 + \sqrt{1 + b \left(\frac{\chi^2}{\lambda} \right)^2} \right] \quad (35)$$

where $a = 15.64 \cdot 10^4$, in $\frac{m}{s\Omega}$ and $b = 368 \cdot 10^4$, in Ω^2 .

In Figure 5, the leader speed is represented as a function of the parameter χ , for different values of λ . For each λ , two different lines are plotted: solid lines include the Lorenz contraction while dotted lines do not. This proves that, without considering the Lorenz contraction, leader speeds higher than the speed of light would be obtained.

A deeper analysis of Equation (35) and Figure 5 shows that, for a given χ , when λ tends to zero, the speed will reach values near the speed of light ($v \rightarrow a\sqrt{b} = 3 \cdot 10^8$ m/s). On the other hand, when $\lambda \rightarrow \infty$, the speed approaches to zero $v \rightarrow 0$.

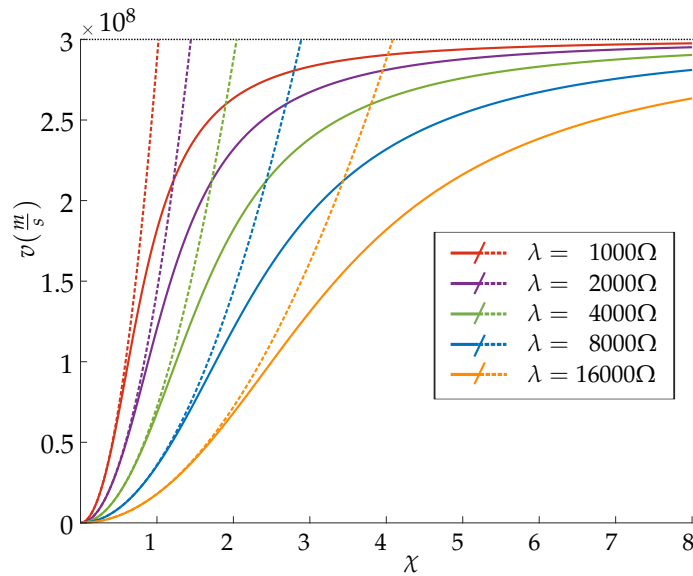


Figure 5. Stepped leader speed as a function of $\chi = \frac{L}{D}$ Solid lines correspond to Lorenz contraction.

3.2. Analysis of the Leader Speed

The obtained results show the influence of the environmental resistance and χ on the leader speed. The parameters λ and χ may vary during the advance of the stepped leader. It is observed that, for the same value of χ , as the resistance increases, the leader speed decreases. On the other hand, if the resistance λ is kept constant, as the ratio χ increases, so does the leader speed. For very high values of χ , this speed might approach the speed of light.

If we consider now the χ parameter at a give time instant, it represents the variation of the leader length (l) with the plate diameter (D):

$$\chi = \frac{dl}{dD} \tag{36}$$

Solving this differential equation to get the total length:

$$L = \chi \cdot (D_{max} - D_{min}) \tag{37}$$

If we substitute this length into Equation (16), χ is expressed as a function of the leader density of charge, the plate density of charge, and the initial and final diameters of the plates:

$$\chi = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot (D_{max} + D_{min}) \tag{38}$$

Furthermore, with the mean diameter, defined as the mean value considering the maximum and the minimum diameters ($D_{mean} = \frac{1}{2} (D_{max} + D_{min})$), we obtain:

$$\chi = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{2 \cdot \varphi_l} \cdot D_{mean} \tag{39}$$

From now on, the sub-index “mean” is removed from the equation, to simplify the expressions. Analyzing this equation together with Figure 3, it is deduced that, for each different step of the leader progression, between two different diameters D_i and D_j , the parameter χ varies depending on the mean value $D = \frac{1}{2} (D_i + D_j)$. This expression also allows removing the χ parameter from Equation (34). The new equation gives a different perspective of the leader speed.

$$v = \frac{\varepsilon_0 \cdot c_L^2 \cdot \varphi_l^2}{4 \cdot \pi \cdot \varphi_s^2} \frac{\lambda}{D^2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{c_L^2 D^4}{\frac{\varepsilon_0 \cdot c_L^4 \cdot \varphi_l^4}{4^2 \cdot \pi^2 \cdot \varphi_s^4} \lambda^2}} \right] \quad (40)$$

A parameter G , in ($\frac{\text{m}}{\text{s}\Omega/\text{m}^2}$), might be defined as:

$$G = 6.34 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{\varphi_l}{\varphi_s} \right)^2 \quad (41)$$

This parameter represents, in fact, the amount of charge carried by the leader by the ohmic resistance that the atmosphere offers ($\frac{\text{m}^3}{\text{s}\Omega}$). It might be also defined as the relationship between the leader speed and the atmosphere ohmic resistance per squared meter. Using this parameter G , Equation (40) can be simplified:

$$v = G \cdot \frac{\lambda}{D^2} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{c_L^2 D^4}{G^2 \lambda^2}} \right] \quad (42)$$

In a more compact form:

$$v = \frac{c_L^2 \cdot D^2}{G \cdot \lambda + \sqrt{G^2 \cdot \lambda^2 + c_L^2 \cdot D^4}} \quad (43)$$

In Figure 6, the variation of the leader speed as a function of the cloud plate diameter is represented for different values of $\frac{\varphi_l}{\varphi_s}$. It has been demonstrated that, as the diameter (D) increases, the step leader speed increases as well. On the other hand, if the resistance of the environment (λ) becomes greater, the curve would lie down and acquire lower speeds for the same diameter.

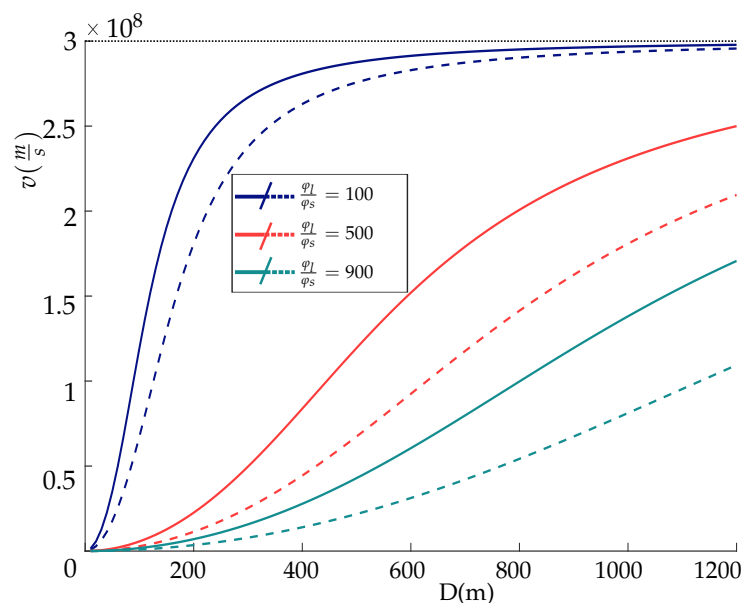


Figure 6. Steeped Leader Speed as function of the diameter for different $\frac{\varphi_l}{\varphi_s}$. Solid lines are for $\lambda = 5000 \Omega$ while dotted lines are for $\lambda = 10,000 \Omega$.

The G parameter is an indicator of the leader discharge capacity:

- When G tends to zero, the leader speed approaches the speed of light. This fact is due to a surface charge density, inside the cloud, much higher than the linear density of leader. This situation implies a fast discharge, forcing the leader to acquire a speed close to light, thus reducing the cloud load very quickly.

- When G is very high, the lightning speed tends to be small due to the large amount of load carried by the leader, forcing it to go slowly. In this case, the linear charge density is much higher than the surface charge density.

It should be noted that the speed range 0.5×10^5 – $20 \times 10^5 \frac{m}{s}$, found by several authors (see Introduction section), is considered for environmental resistances higher than $10,000 \Omega$ and with a load density ratio ($\frac{\rho_l}{\rho_s}$) well above 1000 m.

To describe how the leader speed evolves, we present an example in Figure 7. We start from point A with an initial diameter D_1 . The stepped leader starts its progression with a speed of v_1 imposed by the atmospheric conditions λ_1 and G_1 . As the diameter decreases, the speed also decreases because it follows the trajectory of the AB curve. However, it may happen, in B, that the values of λ_1 and G_1 change to λ_2 and G_2 , thus we move to point C. This new situation causes the speed to increase. Then, the diameter decreases through the line corresponding to λ_2 and G_2 . If these values of λ_2 and G_2 are kept constant from this point onwards, the diameter would decrease according to the CD path. Being at point D, the environmental conditions may vary again, reaching, for example, point E and so on, until the diameter in the cloud disappears.

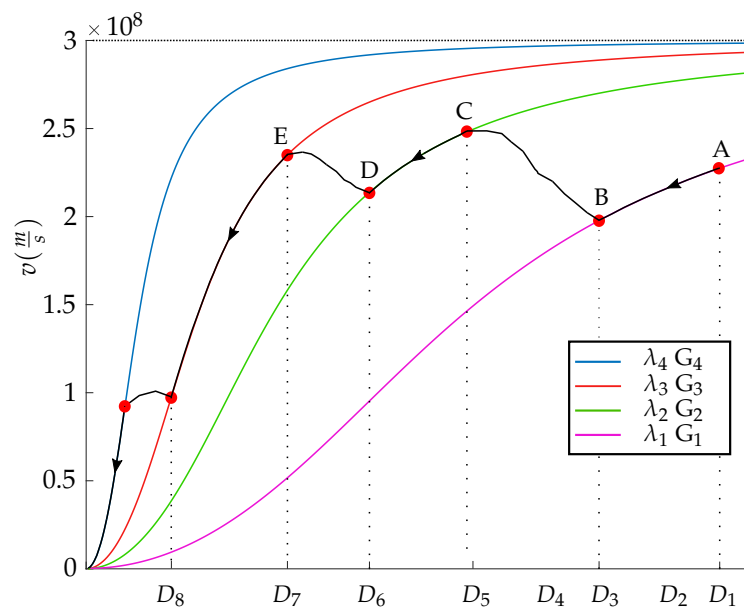


Figure 7. Stepped Leader speed evolution.

4. Comparison to Recent Studies

In Table 1, a comparison to the most relevant among the recent studies is shown. The information is organized considering two models, the progression itself on the one side, and the leader speed on the other. For each work, a short description of the contributions to both models and the involved parameters is shown. In our work, the theoretical contribution is reflected in the definition of parameters χ and G , which were not previously employed. It has been demonstrated that both parameters play important roles in describing stepped leader behavior.

Table 1. Comparison to previous studies.

References	Progression Model	Progression Parameters	Speed Model	Speed Parameters
[12,16]	Attachment of dart and dart-stepped leaders to ground objects	Derivative of charge with linear density of charge	Complex function with several parameters	Input energy, time constant, temperature
[15]	Experimental	Voltage, time	Experimental	Voltage, time
[10]	Cloud as ring charges. Leader in steps.	Peak current, cloud and leader heights, charge density	–	–
[13]	Leader in steps	Length, current	Function of some parameters	Peak current, height to the tip
This work	The cloud transfers charge to the leader. As the leader advances the cloud diameter decreases.	Charge densities. Maximum and minimum diameters	The couple cloud-ground is a capacitor that discharges through a resistive circuit	Cloud diameter, air resistance, χ , G

5. Conclusions

In this paper, we present a mathematical model to explain the behavior of stepped leaders advance in a thundercloud and their speeds. The trajectories are split into different sections, which are reminiscent of the typical tree-form of leaders. The cloud is approached as a cylinder. The base diameter is one the most important parameters to be considered. With each step of advance, this diameter changes. The model establishes the length of each step as a function of several parameters: the diameters at the beginning and end of the step, the surface charge density, the initial charge in the cloud base and the linear charge density carried by the stepped leader. The linear and surface charge densities are assumed to remain constant during the whole process. The obtained equations describe the behavior for the different stepped leader trajectories. The model is appropriated if the leader meets an upward streamer but also if it impacts on the ground.

If the air does not offer electrical resistance, the path would be vertical (straight trajectory, to cover the minimum distance), but real cases have demonstrated the paths are not straight: The leader follows a tree-like form trajectory, and the total might be higher than the distance from the cloud to the ground itself. This fact justifies propagation speeds no higher than a third of the speed of light [21]. The propose mathematical model also matches this tree-like trajectories followed by stepped leader lightnings in a thundercloud.

When the leader starts its progression, it starts at a maximum speed that will decrease as the diameter inside the cloud decreases. This situation may not occur all the time, thus the initial speed approaches light or simply acquires a very small speed that can be observed by the human eye. The parameters that determine this behavior are:

- χ parameter at a give time instant. It represents the variation of the leader length (l) with the plate diameter (D). As χ increases so does the leader speed.
- Ohmic resistance of the environment λ : The lower is the resistance, the faster is the speed. The maximum atmosphere resistance is determined by dividing the air dielectric strength by the dielectric constant (30,000 Ω).
- Parameter G . G represents the squared ratio, between the leader linear density of charge and the cloud surface density of charge. When G approaches zero, the linear density is very small compared to the surface density. In this case, it the leader speed approaches the speed of light, alleviating the cloud concentration of charges. Conversely, if G is very large, the leader tends to go slowly due to the large amount of charge transported.

Author Contributions: A.S.-G. developed the idea and the electrical models; C.G.-M. structured the mathematical formulation; and P.A. reviewed the coherence of the models.

Funding: This work has been supported by Principality of Asturias Government, Spain, under grant FC-GRUPIN-IDI/2018/000241.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

References

1. Beroual, A.; Fofana, I. *Discharge in Long Air Gaps*; IOP Publishing: Bristol, UK, 2016; pp. 2053–2563. [[CrossRef](#)]
2. Feynman, R.; Leighton, R.B.; Sands, M. *The Feynman Lectures on Physics: Mainly Electromagnetism and Matter*; Pearson Education: Upper Saddle River, NJ, USA, 1998; Volume 2.
3. Seminario-Garcia, A.; Gonzalez-Moran, C.; Arboleya, P. Theoretical Model for the Progression of Leader Steppers in a Thundercloud. In Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC/I CPS Europe), Palermo, Italy, 12–15 June 2018; pp. 1–4. [[CrossRef](#)]
4. Williams, E.R. The Electrification of Thunderstorms. *Sci. Am.* **1988**, *259*, 88–99. [[CrossRef](#)]
5. Torres-Sanchez, H. *El rayo: Mitos, Leyendas, Ciencia y Tecnologia*; Universidad Nacional de Colombia: Bogotá, Colombia, 2002. (In Spanish)
6. Dwyer, J.R. El Rayo. In *Investigacion y Ciencia (Spanish Edition of Scientific American)*; Prensa Cientifica S.A.: Barcelona, Spain, 2005; Volume 346. (In Spanish)
7. Bernardi, M.; Deller, L.; Garbagnati, E.; Sartorio, G. Leader Progression Model of the lightning: Updating of the Model on the Basis of Recent Test Results. In Proceedings of the International Conference on Lightning Protection, Florence, Italy, 23–27 September 1996; pp. 399–407.
8. Deller, L.; Garbagnati, E. Lightning stroke simulation by means of the leader progression model. I. Description of the model and evaluation of exposure of free-standing structures. *IEEE Trans. Power Deliv.* **1990**, *5*, 2009–2022. [[CrossRef](#)]
9. Rizk, F.A.M. Modeling of transmission line exposure to direct lightning strokes. *IEEE Trans. Power Deliv.* **1990**, *5*, 1983–1997. [[CrossRef](#)]
10. Bank Tavakoli, M.; Vahidi, B. Statistical analysis of the lightning performance of high voltage OHLs using dynamic simulation of lightning leaders movements. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **2010**, *32*, 1024–1030. [[CrossRef](#)]
11. Kumar, U.; Bokka, P.K.; Padhi, J. A macroscopic inception criterion for the upward leaders of natural lightning. *IEEE Trans. Power Deliv.* **2005**, *20*, 904–911. [[CrossRef](#)]
12. Becerra, M.; Cooray, V. A self-consistent upward leader propagation model. *J. Phys. D Appl. Phys.* **2006**, *39*, 3708–3715. [[CrossRef](#)]
13. Cooray, V.; Arevalo, L. Modeling the stepping process of negative lightning stepped leaders. *Atmosphere* **2017**, *8*, 245. [[CrossRef](#)]
14. Campos, L.; Saba, M.; Warner, T.; Pinto, O.; Krider, E.; Orville, R. High-speed video observations of natural cloud-to-ground lightning leaders—A statistical analysis. *Atmos. Res.* **2014**, *135–136*, 285–305. [[CrossRef](#)]
15. Shah, W.; He, H.; He, J.; Yang, Y. Continuous and discontinuous streamer leader propagation phenomena under slow front impulse voltages in a 10-meter rod-plane air gap. *Energies* **2018**, *11*, 2636. [[CrossRef](#)]
16. Long, M.; Becerra, M.; Thottappillil, R. Modeling the Attachment of Lightning Dart and Dart-Stepped Leaders to Grounded Objects. *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **2017**, *59*, 128–136. [[CrossRef](#)]
17. Nag, A.; Rakov, V. A unified engineering model of the first stroke in downward negative lightning. *J. Geophys. Res.* **2016**, *121*, 2188–2204. [[CrossRef](#)]
18. Wang, D.; Takagi, N.; Uman, M.; Jordan, D. Luminosity progression in dart-stepped leader step formation. *J. Geophys. Res.* **2016**, *121*, 14612–14620. [[CrossRef](#)]
19. Wang, Y.; Qie, X.; Wang, D.; Liu, M.; Su, D.; Wang, Z.; Liu, D.; Wu, Z.; Sun, Z.; Tian, Y. Beijing Lightning Network (BLNET) and the observation on preliminary breakdown processes. *Atmos. Res.* **2016**, *171*, 121–132. [[CrossRef](#)]
20. Zhu, Y.; Rakov, V.; Tran, M. A study of preliminary breakdown and return stroke processes in high-intensity negative lightning discharges. *Atmosphere* **2016**, *7*, 130. [[CrossRef](#)]
21. Rakov, V.A.; Uman, M.A. *Lightning: Physics and Effects*; Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2003.

22. Golde, R.H. *Lightning Protection*; Chemical Publishing Company: New York, NY, USA, 1975.
23. Golde, R.H. *Lightning, Volume 1: Physics of Lightning*; Academic Press: New York, NY, USA, 1978.
24. Berger, K. Novel observations on lightning discharges: Results of research on Mount San Salvatore. *J. Frankl. Inst.* **1967**, *283*, 478–525. [[CrossRef](#)]
25. Hutzler, B. *Notes Bibliographiques Concernant la Simulation en Laboratoire des Points d'Impact de la Foudre*; Technical Report, Note Technique EDF, Ref. HM80-1173; Electricite de France: Paris, France, 1988. (In French)



© 2019 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Theoretical Model for the progression of Leader Steppers in a Thundercloud

Aníbal Seminario-García
Material Science Dpt.
University of Oviedo, Spain
agseminario@telecable.es

Cristina González-Morán
Electrical Engineering Dpt.
University of Oviedo, Spain
gonzalezmorcristina@uniovi.es

Pablo Arboleya
Electrical Engineering Dpt.
University of Oviedo, Spain
arboleyapablo@uniovi.es

Abstract—This paper presents a theoretical model to describe the progression of leading (falling) lightnings in storms (stepped leaders), moving down from their starting at the thundercloud base to they meet an upward streamer. First, some existing models, related to the advance of leading lightnings, are described and then, a novel theory is presented. The model aims to explain the leader lightning progression as a succession of different steps, or branches, that form the typical tree-like shape through the air mass.

I. INTRODUCTION

Lightnings are formed in a process inside a thundercloud in which a channel of ionized air, or leader, is initiated between regions with opposite electrical charges. The process can be detailed as follows: A thundercloud is composed of a group of cells that are almost independent, but located very close to each other. A cell is a volume of air that is limited both in the horizontal and the vertical directions. In this limited region of air, several processes of updrafts and descendants warm and humid air flows occur at the same time [1, Chapter 9, Section 4]. During these movements, and due to the earth electric field (about $100 \frac{V}{m}$), the falling drops of water have an induced dipole moment, being positive at the bottom and negative at the top [1, Chapter 9, Section 5]. On the other hand, there are many large and slow ions in the air, generally produced by friction and collisions between particles of water and ice. If a positive ion approaches the base of the polarized drop it will be repelled. The ascendant air ends up raising the positive ions to the top of the cloud. On the other hand, if negative ions approach, they annul the positive part of the drop, leaving it negatively charged. As the negative ions are then heavier, they end up at the base of the cloud. This is the way the cloud is negatively charged at the bottom. This is known as the theory of separation of charges in a thunderstorm and the whole process is depicted in Fig. 1.

The charge separation process creates very intense electric fields (E) of two different types: Inside the own cloud, between two different clouds or between the cloud and the ground. When the electric field exceeds the local dielectric strength, an electrical discharge occurs in the form of lightning. The channel of ionized air is called leader and it often splits in multiple branches that reminds of a tree form, so the channel is called stepped leader. In the case of a cloud-to-earth discharge,

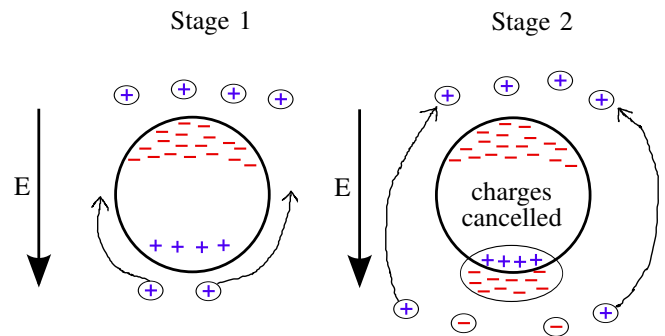


Fig. 1. Separation of charges in a thundercloud

the stepped leader moves from the the base of the cloud and progresses as a guide carrying negative charge towards the earth. When this stepped leader is close to the ground (around 10 to 200 meters approximately), the positive charge of earth gives rise to a positively ionic channel appearing to meet the leader. This is called the upward streamer. In Fig. 2 the red lines represent the stepped leader and the blue line corresponds to the upward streamer.

Once the stepper leader and the upstream have met, there is a huge drop in the lightning channel resistance so the electrons accelerate really fast and move across the whole leader network at a fraction of speed light. This is the so called return stroke, from the ground to the cloud. After that, a new stepped leader might appear and the entire process can repeat several times [2]–[4]. Related to this work, Deller, Garbagnati and Bernardi [5], [6] developed the Leader Progression Model (LPM). In their studies, they determined the electrical field evolution as the stepper leader advances to meet the upward streamer. They established trajectories that approached quite well to real cases, being those trajectories different from straight lines. Their model approaches the cloud to a cylinder, with a diameter of about 10 kilometers, uniformly charged in its base (surface charge is considered). The distance between the cloud and the ground could be near 2 kilometers. According to those considerations, the progression model can be summarized as follows:

- The stepper leader starts whit a first zone, called streamer zone, which is a region where the electrical field is equal

or higher than $300 \frac{kV}{m}$ and the leader advances following always the maximum potential gradient direction (between the streamer zone and the leader tip). The linear density of charge (φ_l) in Coulombs per meter ($\frac{C}{m}$) can be expressed as a function of the peak intensity (I_{pf}) in kA:

$$\varphi_l = 38I_{pf}^{0.68} 10^{-3} \quad (1)$$

- If the electrical field on the ground (or building, or structure) is equal or higher than the critical value of rupture, which is about $500 \frac{kV}{m}$, the upward streamer appears, going to meet the leader, in the direction of the maximum potential gradient.

Rizk [7] described a different stepper leader model, based in a vertical trajectory. According to this author, the trajectory of the stepper leader is not affected by the presence of an upward streamer and the upward streamer appears when the potential $V(kV)$ of an structure of height $H(m)$ surpasses the value given by (2).

$$V = \frac{1556}{1 + \frac{3.89}{H}} \quad (2)$$

In his work, Rizk also claimed that once the leader and the upward have met, the return stroke is formed, giving rise to a peak intensity I_{pf} , but it may occur that they do not really interact and because the leader is faster than the other, it impacts on the ground.

In the model proposed in this work, a new theoretical, mathematical model, will be proposed to explain the advance of stepped leaders. Because the stepped leader has been demonstrated to progress in different steps, with different directions, we have explained the leader progression as several sections of the whole trajectory. At each step, the direction will be fixed as a function of the electrical resistance offered by the air mass. In the following sections we will explain the mathematical model for the different sections, described all the parameters involved to finally estimate the whole trajectory of the stepped leader. In the last section a conclusion is presented.

The mathematical model is based on the following considerations: It starts with an already formed thundercloud. The surface charge at the cloud bottom is then approached as several concentric circles in which the negatives charges are concentrated. The following description is represented in Fig. 2. D_{max} stands for the diameter of the outer circle. If the initial (or maximum) charge is Q_{max} in Coulombs, then, the surface density or charge (φ_s) can be expressed as:

$$\varphi_s = \frac{Q_{max}}{\pi \frac{D_{max}^2}{4}} \quad (3)$$

The process can be described in the following: In the first stage, the partial progression of the stepper leader is considered: As the leader advances, the section of the negative charged circle decreases. For instance, when the leader advances L_1 , the diameter changes to D_1 . The total decrease in diameter can be calculated as (see Fig. 2):

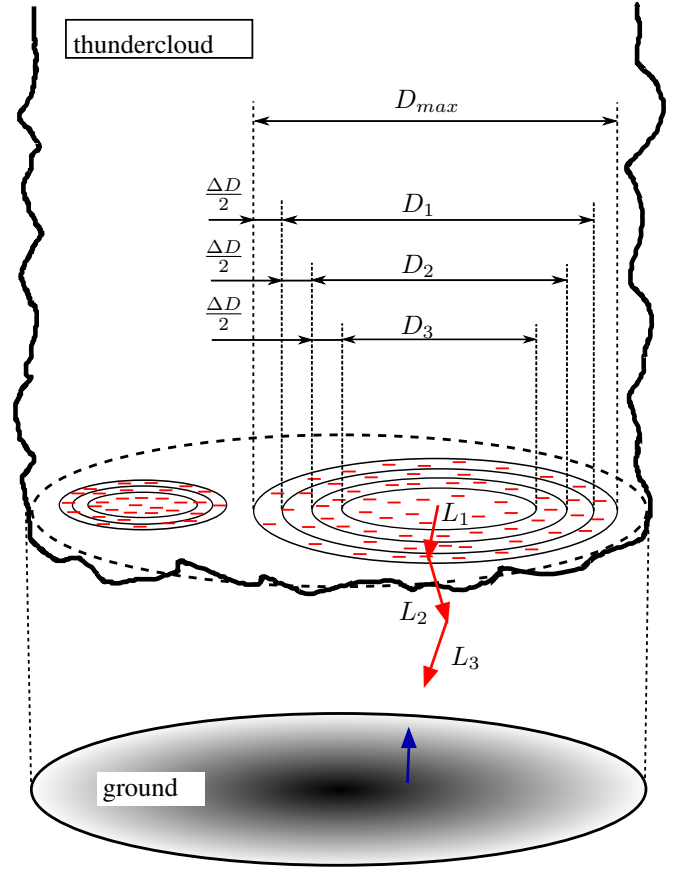


Fig. 2. Stepper Leader Progression in different sections (stages).

$$\Delta D = D_{max} - D_1 \quad (4)$$

And the charge delivered by the leader will be calculated as the initial charge (the maximum charge at the beginning, in the first step, from (3)) minus the remaining charge at the cloud. First, the maximum initial charge is computed as:

$$Q_{max} = \varphi_s \pi \cdot \frac{D_{max}^2}{4} \quad (5)$$

Then, also from (3), the remaining charge can be computed by replacing D_{max} by D_1 (the latter is obtained from 4):

$$q_1 = \varphi_s \pi \frac{(D_{max} - \Delta D)^2}{4} \quad (6)$$

Finally, the charge delivered by the stepper leader is computed as the difference between (5) and (6):

$$q_{L_1} = \frac{\varphi_s \pi}{4} \Delta D (2D_{max} - \Delta D) \quad (7)$$

Due to the fact that the step length and the charge can be related through the longitudinal density of charge as follows:

$$\varphi_L = \frac{q_L}{L} \quad (8)$$

the length of advance of the leader in the first step is computed as:

$$L_1 = \frac{\pi \varphi_s}{4 \varphi_L} \Delta D (2D_{max} - \Delta D) \quad (9)$$

II. MATHEMATICAL MODEL

After the first step, the leader advances in successive stages L_2, L_3, \dots, L_n in which the diameters change to D_2, D_3, \dots, D_n respectively. For each step, the same procedure to calculate the remaining charge can be applied by using (6). Assuming the total number of steps is n the final expression (that can be considered as a general expression for a given step) is of the following form:

$$L_n = \frac{\pi \varphi_s}{4 \varphi_L} \Delta D (2D_{max} - (2n - 1)\Delta D) \quad (10)$$

Following this procedure in several steps applied until it reaches the ground or an upward streamer, the total length covered by the stepper leader (L) will be obtained as the sum of the partial lengths:

$$\begin{aligned} L = & \frac{\pi \varphi_s}{4 \varphi_L} \Delta D [2D_{max} - \Delta D + \dots \\ & \dots + 2D_{max} - 3\Delta D + 2D_{max} - \dots \\ & \dots - 5\Delta D + 2D_{max} - (2n - 1)\Delta D] \end{aligned} \quad (11)$$

Rearranging terms in (11) it can be written:

$$\begin{aligned} L = & \frac{\pi \varphi_s}{4 \varphi_L} \Delta D [2n D_{max} - (1 + 3 + 5 + \dots \\ & \dots + n - 1) \Delta D] \end{aligned} \quad (12)$$

Equation (12) describes an arithmetic progression of odd numbers. Thus, it can be substitute by n^2 so a compact equation can be rewritten:

$$L = \frac{\pi \varphi_s}{4 \varphi_L} n \Delta D (2 D_{max} - n \Delta D) \quad (13)$$

If we consider the minimum diameter, at the end of the process, it can be computed as:

$$D_{min} = D_{max} - n \Delta D \quad (14)$$

From this expression, we can obtain $n \Delta D$ and replace this value on (13). Thus, it can be written:

$$L = \frac{\pi \varphi_s}{4 \varphi_L} (D_{max}^2 - D_{min}^2) \quad (15)$$

Equation (15) describes the stepped leader behavior when it meets an upward streamer but also if the leader does not reached the ground. In the former case, the thundercloud remains charged, thus allowing subsequent processes, being the final diameter $D_{min} > 0$ and in the latter case, the leader has already carried all charge available, being the final diameter $D_{min} = 0$ before it reaches the ground.

This trajectory would be a straight line if the air would not offer electrical resistance and the leader would move at speed of light. But experiments reveal the real trajectories are zigzag kind, the total length of advance might be much larger than the distance between cloud and ground and the seep is less than a third of the speed of light [8].

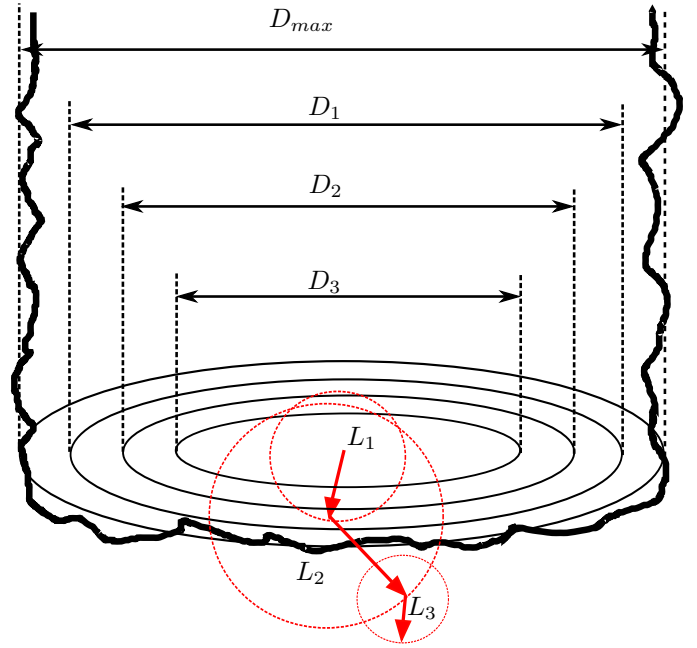


Fig. 3. Stepper Leader Progression sections.

III. STEPPER LEADER TRAJECTORY

Equation (15) will show us how the derived trajectory approaches to real cases. For that propose, we will consider here a trajectory split in three different steps. In Fig. 3, a diagram representing this assumption has been depicted. Under this considerations, the three steps are established by the following equations:

$$L_1 = \frac{\pi \varphi_s}{4 \varphi_L} (D_{max}^2 - D_1^2)$$

$$L_2 = \frac{\pi \varphi_s}{4 \varphi_L} (D_1^2 - D_2^2)$$

$$L_3 = \frac{\pi \varphi_s}{4 \varphi_L} (D_2^2 - D_3^2)$$

The direction followed by the leader in the first step (L_1) could be anyone in the geometrical place depicted in Fig. 3, that is a circumference of radius L_1 . The proper choice will be, among the infinite possible trajectories in this circumference, the way of minimum electrical resistance offered by air. Let us consider the trajectory of the figure. Then, for the second step, L_2 is the length covered by the leader, and one more time, the geometrical place for all possible trajectories is depicted as a circumference or radius L_2 , being the final choice the trajectory with the lowest resistance. These three steps will defined the whole trajectory for this step leader. The sum of these three partial lengths give the total length as the result (see (15)).

The last step, the third step in this example, can give rise to two different possibilities:

1. The leader meets an upward streamer and both together give rise to several subsequent discharges until the thundercloud charge is canceled (it disappears).
2. The leader carries all the remaining charge in its last step, L_3 in this case, so the third diameter is zero $D_3 = 0$, being the length of the last step computed as:

$$L_3 = \frac{\pi \varphi_s}{4 \varphi_L} D_2^2 \quad (16)$$

The trajectory can be then described as a sequence of several steps in a zigzag form, until the charge from the cloud dissipates or the leader meets an upward streamer.

With this model it has been demonstrated that the length covered by the stepper leader is directly proportional to the superficial density of charge and inversely proportional to the linear density of charge carried by the leader. The proportionality factor is defined by the squared difference between the initial and the final diameters of the thundercloud base. The final diameter might be zero, in case of the leader does not meet an upward streamer meaning it has dissipated before it reaches the ground, or in other words, there is no remaining charge to be carried.

IV. CONCLUSION

In this paper we present a description of a mathematical model to explain the behavior of stepper leaders advance in a thundercloud. The trajectories are split in different section that remind of the typical tree-form of leaders. The cloud is approached to a cylinder, being its base diameter the most important parameter to be considered that changes with each step advance. This model establishes the length of each section as a function of some parameters. Those parameters are: The diameters at the beginning and end of the step, the surface charge density, the initial (or maximum) charge in the cloud base and the linear charge density that is carried by the stepper leader. The linear and surface charge densities are assumed to remain constant during the whole process.

The obtained equations describe the behavior for the different stepper leader trajectories. The model is appropriated if the leader meets an upward streamer but also if it impacts in the ground.

If the air did not offer electrical resistance, the path would be vertical (straight trajectory, to cover the minimum distance), but the real cases have demonstrated the paths are not straight: The leader follows a tree-like form trajectory (that is why it is called stepped leader), and the final length that covers might be much higher than the distance from the cloud to the ground itself. This fact justifies propagation speeds no higher than a third of the speed of light [8]. The propose mathematical model also matches this tree-like trajectories followed by stepped leader lightnings in a thundercloud .

REFERENCES

- [1] R. B. L. Richard Feynman and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics: Mainly Electromagnetism and Matter ,Volume 2.* Pearson Education, 1998.
- [2] E. R. Williams, "The electrification of thunderstorms," *Scientific American*, vol. 259, pp. 88–99, November 1988. [Online]. Available: <https://eric.ed.gov/?id=EJ386133>
- [3] H. Torres-Sanchez, *El rayo: Mitos, leyendas, ciencia y tecnologia*, Unibiblos, Ed. universia.net, 2002.
- [4] J. R. Dwyer, "El rayo," *Investigacion y Ciencia (Spanish edition of Scientific American)*, vol. 346, 2005. [Online]. Available: <https://www.investigacionyciencia.es/revistas/investigacion-y-ciencia/retinas-artificiales-401/el-rayo-4452>
- [5] E. G. S. M. Bernardi, L. Deller, "Leader progression model of the lightning: Updating of the model on the basis of recent test results." International Conference on Lightning Protection, Firenze, Italy, 1996, pp. 399–407.
- [6] L. Deller and E. Garbagnati, "Lightning stroke simulation by means of the leader progression model. i. description of the model and evaluation of exposure of free-standing structures," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, no. 4, pp. 2009–2022, Oct 1990.
- [7] F. A. M. Rizk, "Modeling of transmission line exposure to direct lightning strokes," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, no. 4, pp. 1983–1997, Oct 1990.
- [8] M. A. U. Vladimir A. Rakov, *Lightning: Physics and Effects*, C. U. Press, Ed., 2003.

Descendant Step Leader Speed Characterisation in Electric Thunderstorms [†]

Anibal Seminario ¹, Cristina González-Morán ¹ and Pablo Arboleya ^{1, *}

¹ Department of Electrical Engineering, University of Oviedo, Gijón Campus, 33204, SPAIN

Emails: agseminario@telecable.es, gonzalezmorcristina@uniovi.es, arboleyapablo@uniovi.es

* Correspondence: arboleyapablo@uniovi.es; Tel.: +34-985-18-2283

† Presented at 2nd International Research Conference on Sustainable Energy, Engineering, Materials and Environmet, 2018, Mieres, Spain, 25-27 July 2018

Published: date (leave it empty)

Abstract: There are several models that describe the process inside a thundercloud that trigger the appearance of the lightning and its progression from the cloud base to the ground. Assuming that the cloud can be modelled as a cylinder, it has been demonstrated the relation between the diameter of the base where the electrical charges are concentrated and the different straight segments of lightning advance. The objective of this work is to find a new expression of (χ) defined as the relationship between the advance of the guide beam (l) and the diameter (D) of the circle where the charges are concentrated inside the cloud and use this expression to propose a formulation for calculating the speed of the descendant step leader.

Keywords: Step Leader Speed, Thundercloud, lightning progression

1. Introduction

There are several studies on the step leader speed and its progression. Delleria, Garbagnati and Bernardi [1,2] developed the stepper Leader Progression Model (LPM). In this study, the variation of the electric field is calculated as the Descending Leader (DL) searches for the Ascending Leader (AL). This data is used to establish a guide path that is quite realistic and is not normally a straight line. Concerning the lightning speed, Rakov and Uman [3] describe the speed of the DL according to a table composed by several authors. It shows that the speed depends on the positional height of the ray, some data are:

- In 1956, Schonland (Southern Africa) found speeds of between 0.8×10^5 and 8×10^5 m/s in altitudes of two to three kilometres.
- In 1961, Isikawa (Japan) proposed averaged speeds of 3.1×10^5 m/s
- In 1966, Berger and Vogelsanger (Switzerland) observed speeds of 0.9×10^5 to 4.4×10^5 m/s in altitudes of around 1.3 km.
- In 1982, Orville and Idone (Florida) observed at heights close to the ground that the Leader's speed was higher: 15×10^5 m/s at heights of 166 m.
- In 1990 Rakov and Uman found an average of 2×10^5 m/s with a duration of 35 milliseconds.
- In 1999 Chen et al. (China and Australia) determined speeds of 4.5×10^5 to 11×10^5 m/s for heights between 367 and 1620.

Also R.H. Golde [4] calculates the lightning speed by relating its intensity to its linear charge density. In the following sections, we explain another model of the step leader progression and its speed. The paper develops a new theoretical model of lightning speed through the atmosphere. It starts by calculating the lightning current according to two different perspectives. The first one is the discharge current, considering the whole cloud-ground as a large capacitor, being the result an intensity depending on the capacity C , the electric field between cloud-ground and the speed of the

lightning itself. On the other hand, the intensity can be calculated considering the cloud and the earth as the ends of a resistive electrical circuit where Ohm's law is applied, being the ohmic resistance offered by the environment a function of the resistivity of the medium, the length of the ray and the section of the imaginary duct existing in the air. As the calculated intensities must be equal in a given instant, we find an equation where the lightning speed appears, which once cleared and with the corresponding corrections we obtain the final result. Afterwards, the value of the lightning advance () formulated by [5] is recalled and the parameter J_i () is introduced demonstrating that this parameter is directly proportional to the product of the surface charge density (φ_s) by the diameter of the imaginary circle (D) inside the cloud and inversely proportional to the linear charge density of the downward beam (φ_l). Finally, this new value is introduced in the lightning speed equation obtaining as a result an expression that depends on the diameter (D), on the ohmic resistance of the environment (λ) and on a G parameter that relates the load densities of the lightning and cloud.

2. Step Leader Speed

To calculate the lightning speed, we must first find the theoretical electrical intensity of the descending leader (DL). The theoretical intensity is calculated using two different approaches. In both cases we consider the cloud-ground array as a large cylindrical capacitor in which the charges are concentrated on imaginary circular plates, located respectively at certain points in the cloud and earth (Figure 1).

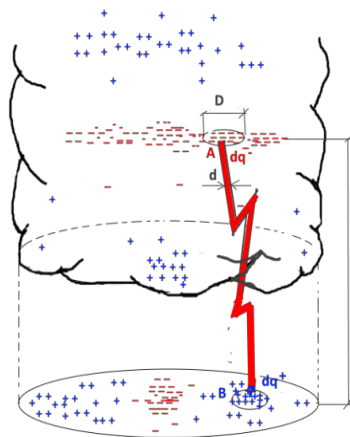


Figure 1. Model of thundercloud and ground as a virtual capacitor with two circular plates.

In the first case, we have the load intensity of the lightning, in amperes, depending on the capacity of the cloud-ground capacitor and the variation of the potential with respect to time (volts/seconds).

$$I = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{d\phi_{AB}}{dt} \tag{1}$$

The capacity (C) depends on $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$, D is diameter (m) of the imaginary plate inside the cloud and l is the length (m) of the step leader that coincides \approx with the distance between the cloud and the ground.

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4 \cdot l} \tag{2}$$

Equation (1) can be transformed by multiplying and dividing the second term by dl and we obtain the expression $I = (1/2) C (d\phi_{AB}/dl)(dl/dt)$, where: $E_{AB} = d\phi_{AB}/dl$ and $v = dl/dt$. Substituting these values in the expression (1) we obtain the discharge current of the capacitor, formed by the plates "A" and "B" of cloud and earth respectively:

$$i = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E_{AB} \cdot v \quad (3)$$

Where: E_{AB} is the electric field (V/m) between plates and v = Speed of leader advance in m/s.

In the second case, the lightning discharge can be considered as a resistive electric circuit, and according to the Ohm's law [6]:

$$I = \frac{\phi_{AB}}{R} \quad (4)$$

Where ϕ_{AB} is the potential difference between plates "A" and "B" (figure 1) and R = Ohmic resistance depending on the resistivity (δ) of the duct, expressed in Ωm , the length (l) of the leader in meters and the section of the step leader ($\pi d^2 / 4$). Where d is the diameter in m of the step leader section.

$$R = \delta \cdot \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot d^2} \quad (5)$$

Substituting (5) in (4) we obtain:

$$I = \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot \delta \cdot l} \cdot \phi_{AB} \quad (6)$$

Before calculating the speed, we must consider the electric field E_{AB} as the maximum potential difference between plates divided by the length between cloud and ground, therefore we have:

$$E_{AB} = \frac{\phi_{AB}}{l} \quad (7)$$

Considering the hypothesis that at some point the intensities found in (3) and (6) are equal:

$$\frac{1}{2} \cdot C \cdot E_{AB} \cdot v = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{d^2}{\delta \cdot l} \cdot \phi_{AB} \quad (8)$$

Substituting the capacity C and the field E_{AB} with the values given in (2) and (7), we clear v and reach the following result:

$$v = \frac{2 \cdot l \cdot d^2}{\epsilon_0 \cdot \delta \cdot D^2} \quad (9)$$

According to (9), the lightning speed depends on the length of the leader, the squared relation between the leader/plate diameters, the resistivity of the environment expressed in Ωm and the dielectric constant m . However, the expression (9) is not fully correct due the next reason:

- The Lorentz-Firzgerald contraction should be applied to the actual length of the leader; $l=l_0(1-v^2/c_L^2)^{(1/2)}$. Being v the speed of lightning itself and c_L the speed of light. If we do not introduce this expression, we may get the case of obtaining a lightning speed higher than that of light, a situation impossible according to relativistic theory.

On the other hand, the resistivity can be a function of the dielectric strength of the environment and the dielectric constant of the material. We have:

$$\delta = \frac{E_{RD}}{K_D} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot l} \quad (10)$$

Where E_{RD} is the dielectric strength of the environment, in this case air (V/m), K_D is the dielectric constant of air in A/m, d leader diameter in meters, l is the leader length in metres. Substituting l and δ for their values in (9) we obtain:

$$v = \frac{8 \cdot K_D \cdot l_0^2 \cdot (1-v^2/c_L^2)}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot E_{RD} \cdot D^2} \quad (11)$$

From now on we will express the length l_0 without the subindex. We denote χ (ji) the relationship between the length of the guide ray and the diameter of the plate where the charges are concentrated inside the cloud. The value of χ is dimensionless.

$$\chi = \frac{l}{D} \tag{12}$$

We call lambda (λ) the ratio of dielectric strength to dielectric constant, expressed in ohms (Ω):

$$\lambda = \frac{E_{RD}}{K_D} \tag{13}$$

Lambda is the resistance offered by atmosphere to the advance of lightning. By clearing the speed and entering χ and λ we get:

$$v^2 + \frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot c_L^2 \cdot \lambda}{8 \cdot \chi^2} \cdot v - c_L^2 = 0 \tag{14}$$

Solving the second-degree equation, we obtain the following result (the positive root is considered).

$$v = \frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot c_L^2}{16} \cdot \frac{\lambda}{\chi^2} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{16}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot c_L} \right)^2 \cdot \left(\frac{\chi^2}{\lambda} \right)^2} \right] \tag{15}$$

Substituting the constants and rearranging the equation we can express the speed of the step leader as:

$$v = a \cdot \frac{\lambda}{\chi^2} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + b \cdot \frac{\chi^4}{\lambda^2}} \right] \tag{16}$$

Where $a=15.64 \times 10^4 \text{ m}/(\Omega\text{s})$ and $b = 368 \times 10^4 \Omega^2$. For a constant value of χ , if $\lambda = 0$, the speed $v=a\sqrt{b} = 3 \times 10^8 \text{ ms/}$ and if $\lambda = \infty$, the speed $v=0$. The following is a representation of the lightning speed as a function of the χ parameter for constant environmental resistance $\lambda = \lambda_0$. (see Figure 2)

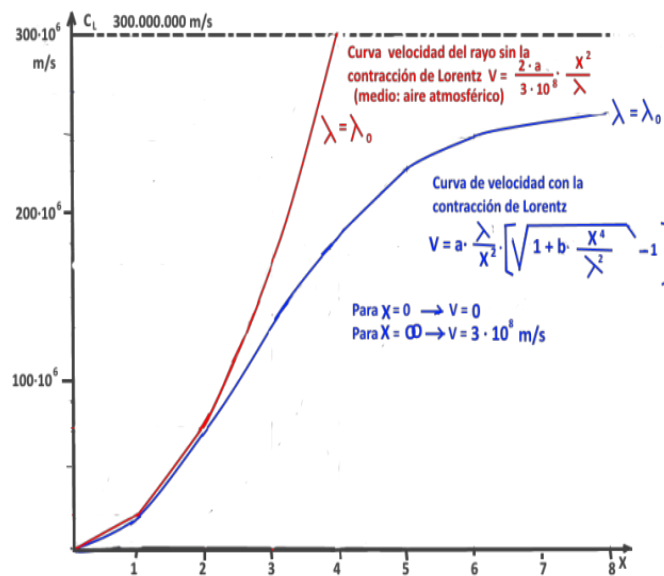


Figure 2. Lightning speed as a function of the χ parameter for constant environmental resistance.

3. Analysis of the proposed model and advance of the descendent step leader

The result of the speed shows the importance of environmental resistance and the χ parameter. It is observed that, for the same value of χ , as the resistance increases λ decreases the speed of the guide. On the other hand, if we keep the resistance constant λ , as the ratio increases l/D so does the speed and it approaches the speed of light for χ very large. The parameters λ and χ may vary

and in general, the lightning speed increases as the environmental resistance decreases and the ratio l/D increases. According to the graph in the Figure 3, the speeds between $0.5 \cdot 10^5$ m/s to $20 \cdot 10^5$ m/s found by authors already mentioned, such as Schonland, Isikawa, Berger, Vagelsanger, Rakov, Uman and others, are within a resistance range between 3000 and 30000 Ω and always for χ values between 0 and 0.4. The maximum of 30000 Ω is given by the ratio between the maximum dielectric strength of the air (3000 KV/m) divided by the dielectric constant of the material, which in the case of air is 100 A/m. It is interesting to mention that with χ values small and less than 0.4 we obtain step leader lengths, which at most represent 40% of the diameter of the circle where the charges are concentrated inside the cloud.

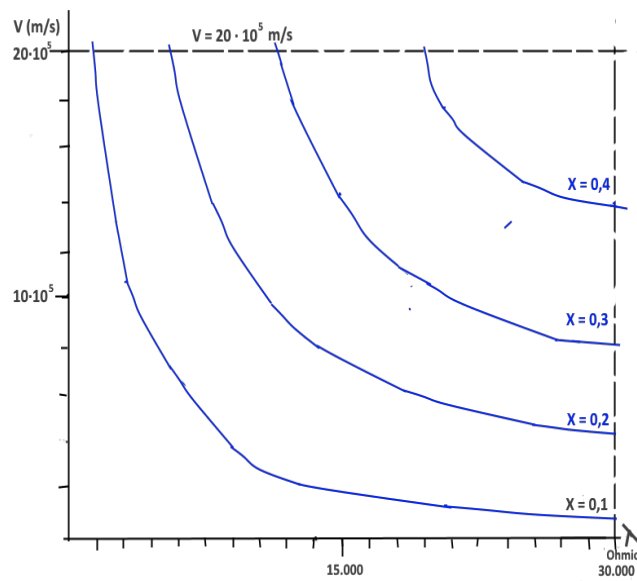


Figure 3. Lightning speed versus ohmic resistance for a constant χ parameter.

According to [5], the advance of the leading ray (l) is defined with a length directly proportional to the surface charge density in the cloud and inversely proportional to the linear charge density of the downward leader, with a variable proportionality factor consisting of the difference of the squares of the maximum and minimum diameters. (see expression 17).

$$l = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot (D_{max}^2 - D_{min}^2) \tag{17}$$

Where l is the step leader advance in meters, φ^s = Surface charge density at the base of the cloud (C/m^2). φ_l = Linear falling beam charge density (C/m), D_{max} is the maximum diameter in m and D_{min} is the minimum diameter in m. By definition, the parameter χ is the relationship between the beam advance (l) and the diameter (D) of the circle where the electrical charges are concentrated inside the cloud. In fact, χ represents the variation of the length of the ray (dl) with respect to the diameter (dD).

$$\chi = \frac{dl}{dD} \tag{18}$$

By clearing dl and integrating we get:

$$l = \chi \cdot (D_{max} - D_{min}) \tag{19}$$

Matching (17) and (19) and rearranging the expression we get the following result:

$$\chi = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{4 \cdot \varphi_l} \cdot (D_{max} + D_{min}) \tag{20}$$

This equation can be modified by entering the average diameter (D_{med}) to obtain:

$$\chi = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{2 \cdot \varphi_l} \cdot D_{med} \tag{21}$$

From now on, we will remove the subscript "med" when we refer to the average diameter of the different virtual circles at the base of the cloud:

$$\chi = \frac{\pi \cdot \varphi_s}{2 \cdot \varphi_l} \cdot D \tag{22}$$

This is a very interesting expression because we obtain a value of χ directly proportional to the product of the surface density of charge at the base of the cloud by its diameter and inversely proportional to the linear density of charge of the downward step leader. It is important to mention that from equation (22) we can deduce the formula (17) of the step leader advance. If we start from a cloud with a maximum initial diameter (Figure 4), it will decrease as the downward step leader moves through the atmosphere. In the different partial advances we obtain χ values according to the corresponding imaginary diameters, therefore, each section l_1, l_2, \dots, l_n will have $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n$.

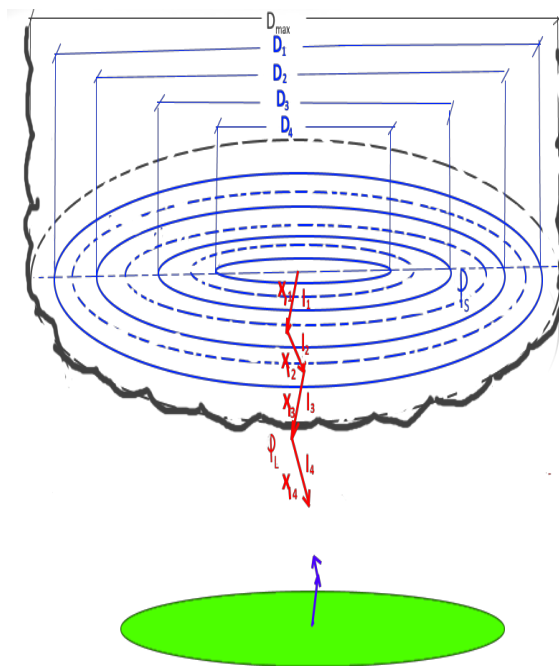


Figure 4. Evolution of the diameter of the base of the cloud and the length of the step leader advance.

The lightning speed as a function of the lambda, J_i , and D parameters is expressed in (16). Substituting χ for its value and doing operating with the expression we get:

$$v = \frac{\epsilon_0 \cdot C_L^2 \cdot \varphi_l^2}{4 \cdot \pi \cdot \varphi_s^2} \cdot \frac{\lambda}{D^2} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{C_L^2}{\frac{\epsilon_0^2 \cdot C_L^4 \cdot \varphi_l^4}{4^2 \cdot \pi^2 \cdot \varphi_s^4}} \cdot \frac{D^4}{\lambda^2}} \right] \tag{23}$$

We label G as:

$$G = \frac{\epsilon_0 \cdot C_L^2}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\varphi_L^2}{\varphi_s^2} \left(\frac{m/s}{\Omega/m^2} \right) \tag{24}$$

Substituting the value of the constants in the expression above we obtain:

$$G = 6,34 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{\varphi_L}{\varphi_s} \right)^2 \left(\frac{m/s}{\Omega/m^2} \right) \tag{25}$$

Parameter G is proportional to the ratio between the linear and squared charge surface density. Actually, G represents the amount of atmospheric airflow that displaces the leader by the ohmic resistance it represents. The equation (23) can be rearranged as follows:

(26)

Or in a more compact form:

(27)

According to Figure 4, as the diameter (D) increases, the step leader speed increases. On the other hand, if the resistance of the environment (λ) becomes greater, the curve will lie down and acquire lower speed for the same diameter.

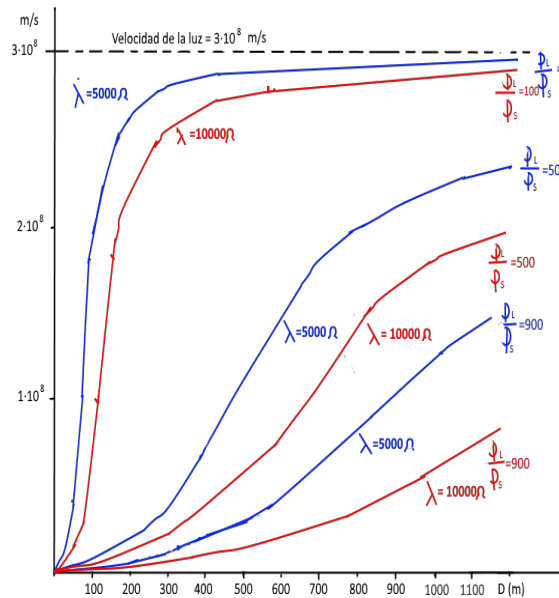


Figure 5. Speed of the step leader versus diameter for different λ .

Parameter G is an indicator of the discharge capacity of the leader:

- When G tends to zero the leader speed approaches light, this is due to a surface charge density, inside the cloud, much higher than the linear density of the downward beam. This situation implies a fast discharge, forcing the leader to acquire a speed close to light, thus reducing the load on the cloud very quickly.
- When G is very high, the lightning speed tends to be small due to the large amount of load carried by the leader, forcing it to go slowly. In this case the linear charge density is much higher than the surface charge density.

It should be noted that the speed range between $0.5 \times 10^5 - 20 \times 10^5$ m/s found by authors already mentioned such as Schonland, Isikawa, Berger, Vogelsanger, Rakov and others are included for environmental resistances higher than 10000Ω and with a load density ratio (φ_L/φ_s) well above 1000 m. To describe how the leader speed evolves, we use Figure 6. We start from point A with an

initial diameter D_n . The step leader starts its progression with a speed of v_n imposed by the atmospheric conditions λ_n and G_n . As the diameter decreases, the speed of the leader also decreases because it follows the trajectory of the AB curve. But it can happen, in B, that the values of λ and G change. The diameter continues to decrease until it reaches point C. This new situation causes the speed to increase. If the values of λ and G are maintained from this point onwards, the diameter will continue to decrease and so will the speed that passes according to the CD path. Being at point D, the environmental conditions may vary again, reaching, for example, point E and so on until the diameter in the cloud disappears. Summarizing the leader speed is constantly changing due to the conditions of λ and G .

4. Conclusions

When the leader starts its progression, it starts at a maximum speed that will decrease as the diameter (D) inside the cloud decreases. This situation may not occur all the time so the initial speed approaches light or simply acquires a very small speed that can be observed by the human eye. The parameters that determine this behavior are:

- Ohmic resistance of the environment (λ): the lower the resistance, the faster the speed. The maximum resistance that the atmosphere can acquire is determined by the quotient between the dielectric strength of the air and its dielectric constant, being the total of 30000 (Ω).
- Parameter G : represents the relationship, squared, between the linear charge density of the leader and the surface charge density of the cloud. If G tends to zero the linear density of the leader is very small in relation to the surface density of the cloud, in this case it approaches the speed of light, alleviating the concentration of charge in the cloud. Conversely, if G is very large, the leader tends to go slowly due to the large amount of charge transported.

References

1. Delleria and E. Garbagnati, "Lightning stroke simulation by means of the leader progression model-1: description of the model and evaluation of exposure of freestanding structures", IEEE Transaction on Power Delivery, vol.5, pp. 2009-2022. 1990
2. M. Bernardi, Delleria L., Garbagnati E., SartorioG., "Leader Progression Model of the lightning: Updating of the Model on the Basis of Recent Tes Results", in 23rd ICLP, Firenze, Italy, pp.399-407.1996
3. V. Rakov and M. Uman, *Lightning Physics and Effects*. Cambridge, UK Cambridge University, 2003
4. R.H. Golde, *Lightning Protection*. London: Edward Arnold.1973
5. A. Seminario, C González-Morán, P. Arboleya, "Theoretical model for the progression of the Leader Steppers in a Thundercloud", 2018 IEEE 18th International Conference on Environment and Electrical Engineering (EEEIC), Palermo, 2018, pp 1-5. (Accepted for Publication).
6. Dr. Ing. Franz Moeller, Ind Dipl. Friedroch Woll. "Fundamentos de la Electrotecnia". Editorial Labor S.A. Pág. 16-25.
7. Edward M. Purcell. "Electricidad y Magnetismo". Berkeley Physics Course- Volumen 2. Editorial Reverté. Pg. 102

