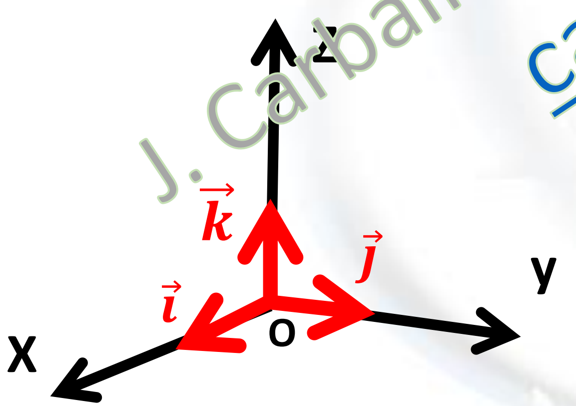
Tema 2. Cinemática de la partícula

- Sistemas de referencia.
- Vector de posición y trayectoria.
- Velocidad.
- Aceleración.
- Componentes intrínsecas de la velocidad y de la aceleración.
- Movimientos particulares.

Cinemática de la partícula

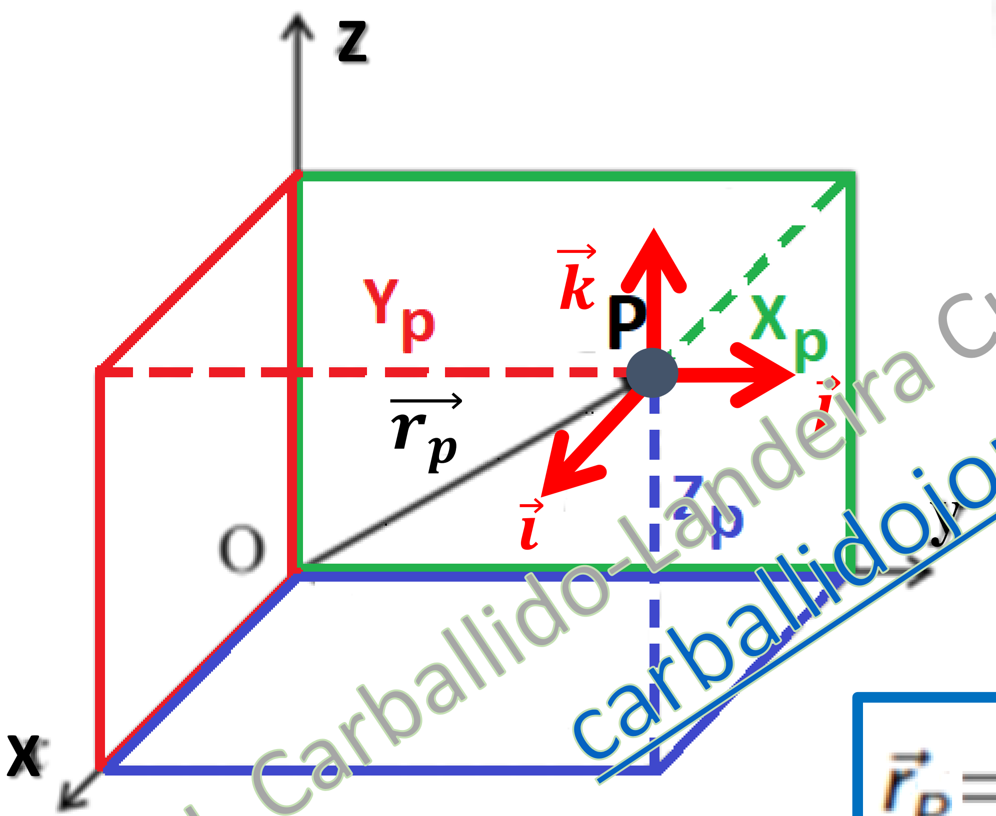
- Parte de la Mecánica que estudia el movimiento sin tener en cuenta las causas que lo producen
- La cinemática del punto estudia la posición del punto y sus características en función del tiempo
- Un **sistema de referencia** o **referencial** permite describir el movimiento de la partícula en el espacio en función del tiempo.



O: Origen de coordenadas

Base vectorial: vectores unitarios ortogonales **i, j, k**

Coordenadas cartesianas



Base unitaria $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Vector de posición

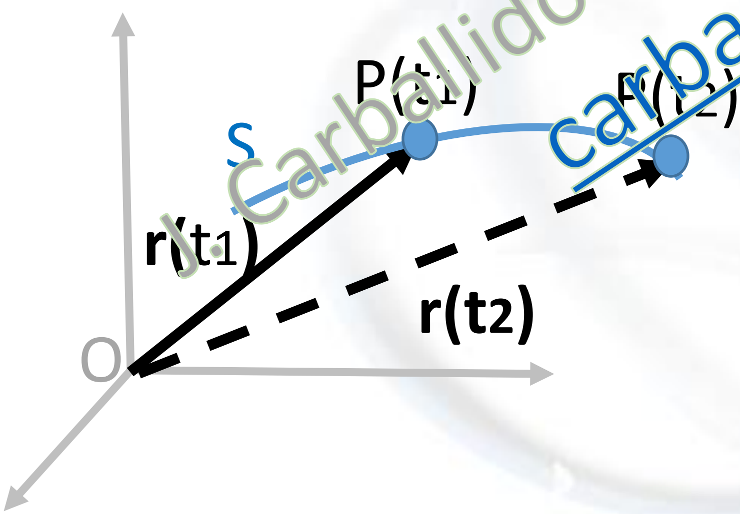
$$\boxed{\vec{r}_P = \vec{OP} = x_P\vec{i} + y_P\vec{j} + z_P\vec{k}}$$

Vector posición

- Une en cada instante el origen O del Sistema de referencia con el punto P en movimiento

- Tiene dependencia temporal **r**=**r**(t). Al variar t, el extremo describe una curva llamada trayectoria

- **OP(t)=r(t) vector de posición.**



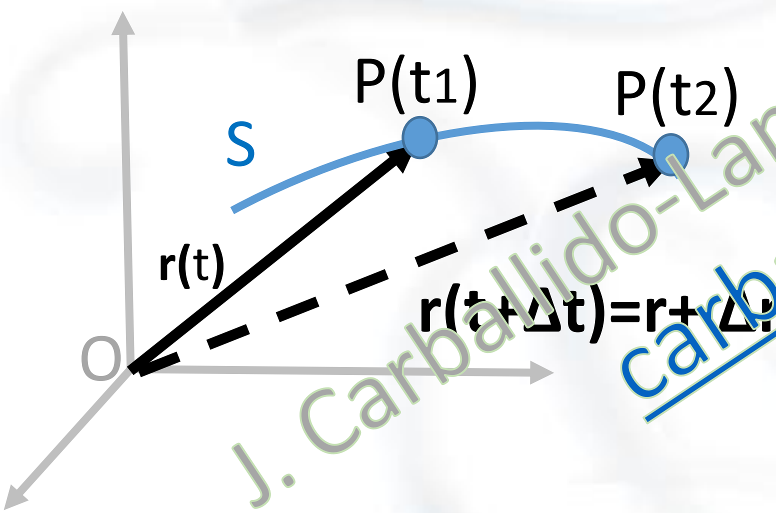
Ec vectorial:

r(**t**)=x(t)**i**+y(t)**j**+z(t)**k**

Ecuaciones del movimiento

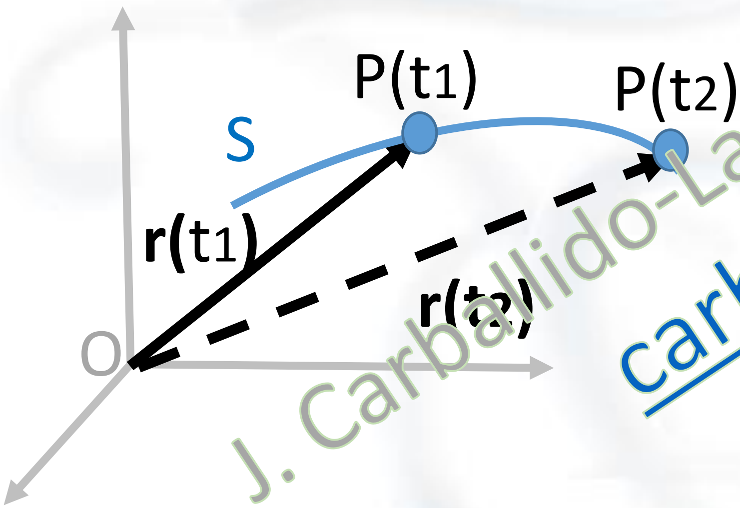
- Expresiones de las coordenadas de la partícula móvil en función del tiempo

$$\text{Ec. Paramétricas} \rightarrow \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$



Trayectoria

- TRAYECTORIA (S en la figura) : Curva indicatriz que describe el extremo del vector de posición al avanzar el tiempo.



Ecuación de la trayectoria

$$f(x,y,z)=0$$
$$g(x,y,z)=0$$

Eliminar variable tiempo

Ec. Movimiento

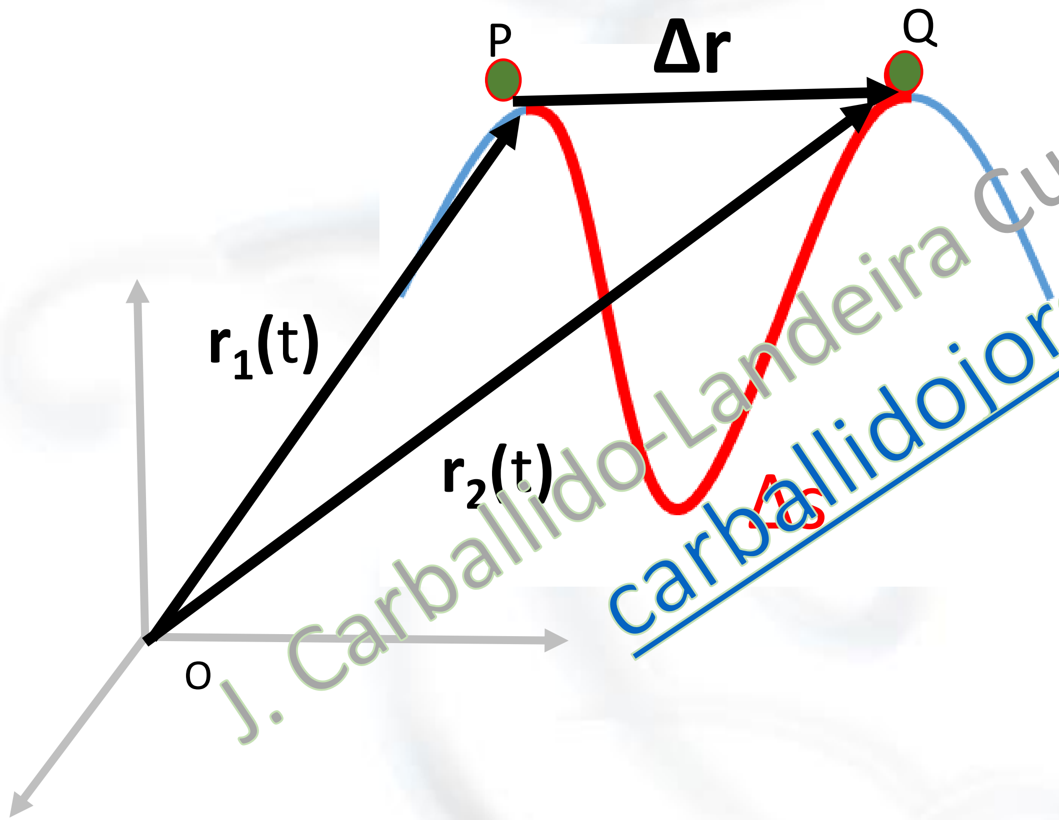
$$x= x(t)$$
$$y= y(t)$$
$$z= z(t)$$

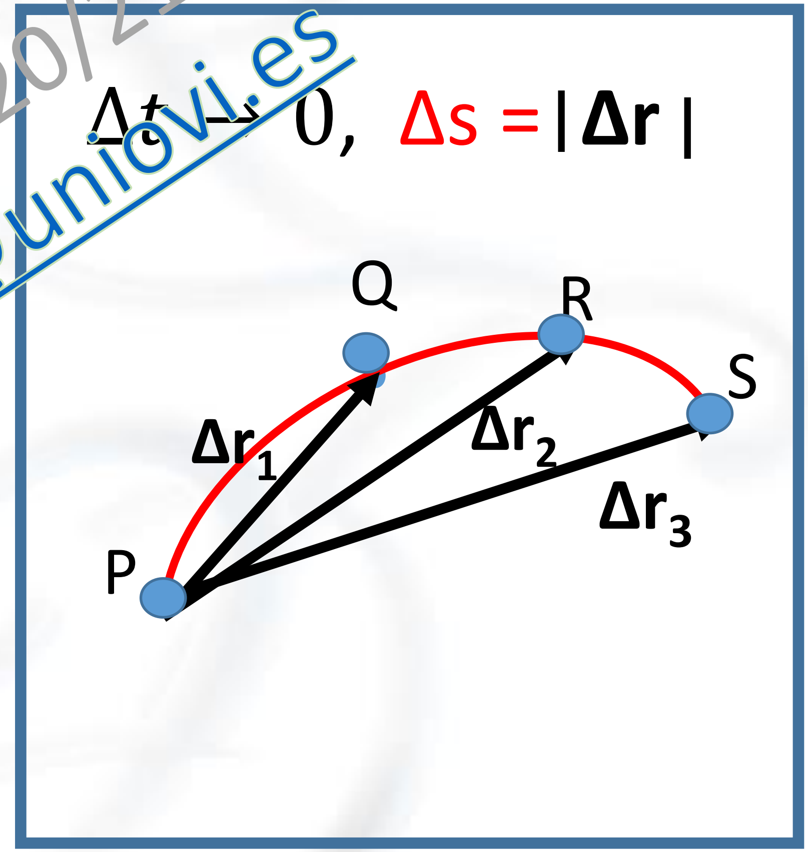
Ej. cálculo trayectoria

El movimiento de una partícula móvil viene dado por las siguientes ecuaciones (donde K y ω son constantes positivas conocidas)

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \mathrm{k}t\cos(\omega t) \\
y(t) &= \mathrm{k}t\,\mathrm{sen}(\omega t) \\
\mathrm{z}(t) &= \mathrm{k}t
\end{aligned}
$$

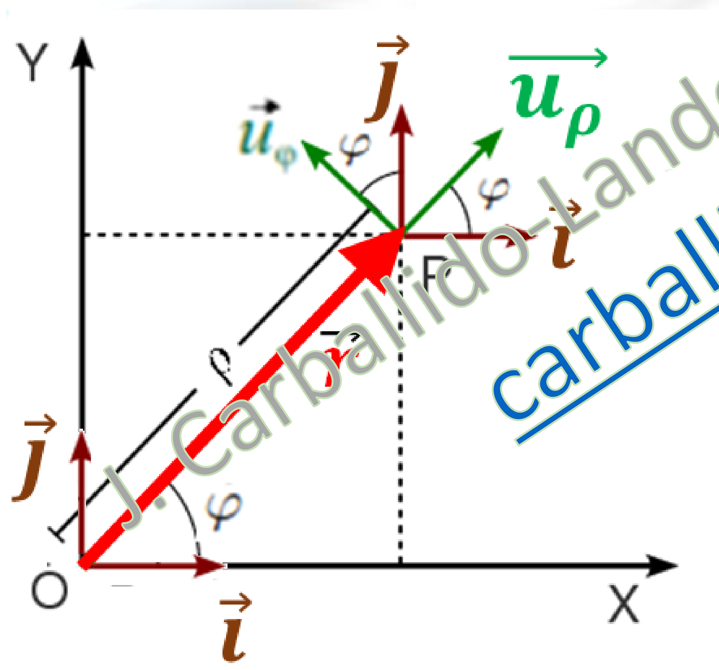
Vector desplazamiento Δr y espacio recorrido Δs





Coordenadas Polares Planas

- Caso particular de coordenadas Cilíndricas
- Movimiento en un plano



Base unitaria

$$(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\varphi)$$

Vector de posición

$$\vec{r} = \vec{OP} = \rho_P \vec{u}_\rho$$

Vector velocidad

- **Velocidad media:** variación del vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ en el intervalo de tiempo Δt $\left(\overrightarrow{v_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right)$
- **Velocidad instantánea:** Derivada del vector desplazamiento respecto al tiempo (límite cuando $\Delta t \to 0$)

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

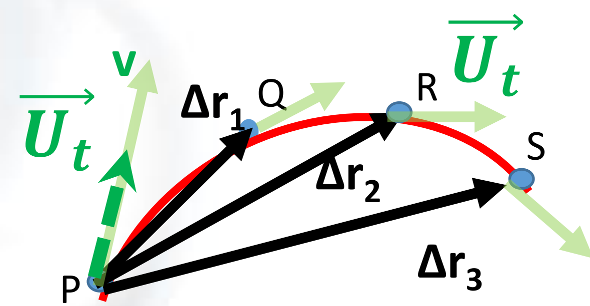
Vector velocidad

- **Velocidad media:** variación del vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ en el intervalo de tiempo Δt $\left(\overrightarrow{v_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right)$
- **Velocidad instantánea:** Derivada del vector desplazamiento respecto al tiempo (límite cuando $\Delta t \to 0$)

(Regla de la cadena)

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \boxed{\lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta s}}\ \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$\boxed{\overrightarrow{U_t}}$



- Sentido: el del movimiento
- Dirección: **tangente a la trayectoria en cada punto**

ds: Elemento de arco de la curva trayectoria

Vector velocidad

- **Velocidad media:** variación del vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ en el intervalo de tiempo en el tiempo Δt $\left(\overrightarrow{v_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right)$
- **Velocidad instantánea:** Derivada del vector desplazamiento respecto al tiempo (límite cuando $\Delta t \to 0$)

(Regla de la cadena)

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta s\to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta s} \boxed{\lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}}$$

Módulo: celeridad instantánea (espacio recorrido sobre la trayectoria por unidad de tiempo)

$$|\vec{v}(t)| = |\dot{\vec{r}}| = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Vector velocidad

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{ds}{dt}\overrightarrow{u_t}}$$

- <u>Características</u>:
  - Sentido: el del movimiento
  - Dirección: **tangente a la trayectoria en cada punto**
  - Módulo: celeridad

Velocidad: hodógrafa, funciones horaria y cinemática

- ***Hodógrafa de velocidades*** **:** curva indicatriz de la función $\vec{v} = \vec{v}$ (t)

- **Función horaria:** S =S(t) espacio recorrido sobre la trayectoria en función del tiempo

$$\vec{v}(t) = \frac{ds}{dt}\overrightarrow{u_t} \Rightarrow |\vec{v}(t)| = \frac{ds}{dt} \Rightarrow \int_{s_0}^{s} ds = \int_{t_0}^{t} |\vec{v}(t)|\, dt$$

- **Función cinemática o velocidad escalar:** *v*=*v*(t) derivada temporal de la función horaria

$$\mathrm{v(t)} = |\vec{v}(t)| = \frac{ds}{dt}$$

Vector velocidad: cartesianas

$$\vec{r}(t) = x_p(\mathrm{t})\vec{\imath} + y_p(t)\vec{\jmath} + z_p(t)\vec{k}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} = \frac{dx}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\boxed{\dot{\vec{i}} = \dot{\vec{j}} = \dot{\vec{k}} = 0}$$

$$\vec{v} = \mathrm{V}\mathrm{x}\vec{\imath} + \mathrm{V}y\vec{\jmath} + \mathrm{V}\mathrm{z}\vec{k}$$

Vector aceleración

- **Vector aceleración instantánea:** función vectorial obtenida como la derivada del vector velocidad respecto al tiempo

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Características:

- Dirección : no se puede determinar *a priori*
- Sentido: hacia la región donde se encuentre el centro de curvatura
- Módulo: $\mathrm{a(t)} = |\vec{a}| = \left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$

Función aceleración escalar: a=a(t) derivada temporal de la función cinemática

Hodógrafa de aceleraciones: indicatriz de la función $\vec{a} = \vec{a}$ (t)

Aceleración

Cartesianas

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{x}(t)\vec{i} + \ddot{y}(t)\vec{j} + \ddot{z}(t)\vec{k}$$

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \dot{x}(t)\vec{i} + \dot{y}(t)\vec{j} + \dot{z}(t)\vec{k}$$

$$\boxed{\dot{\vec{i}} = \dot{\vec{j}} = \dot{\vec{k}} = 0}$$

$$\vec{r}(t) = x_p(t)\vec{i} + y_p(t)\vec{j} + z_p(t)\vec{k}$$

Caracterización cinemática del punto

- A partir del vector posición $\vec{r}$ (t)

$$\vec{r}\,(t) \longrightarrow \vec{v}(t)=\frac{d\vec{r}}{dt} \longrightarrow \vec{a}(t)=\frac{d\vec{v}}{dt}$$

- A partir de la velocidad $\vec{v}$ (t)

$$\vec{a}\,(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v}(t)=\frac{d\vec{r}}{dt} \longrightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}\,dt$$

Caracterización cinemática del punto

- A partir de la aceleracion $\vec{a}$ (t)

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}\,dt$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}\,dt$$

Movimientos particulares

Movimientos rectilíneos:

- Trayectoria línea recta
- $\vec{r}(t), \vec{v}(t), \vec{a}(t)$ dirección trayectoria

a) Movimiento rectilíneo uniforme (*m.r.u.*):

- *velocidad* constante

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\int_{\vec{r_0}}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}\,dt$$

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v}(t - t_0)}$$

Movimiento rectilíneo

b) Mov. rectilíneo uniformemente acelerado

- *aceleración* constante

$$\vec{a}\,(\mathrm{t}) = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}\,dt$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}(t - t_0) \quad (1)}$$

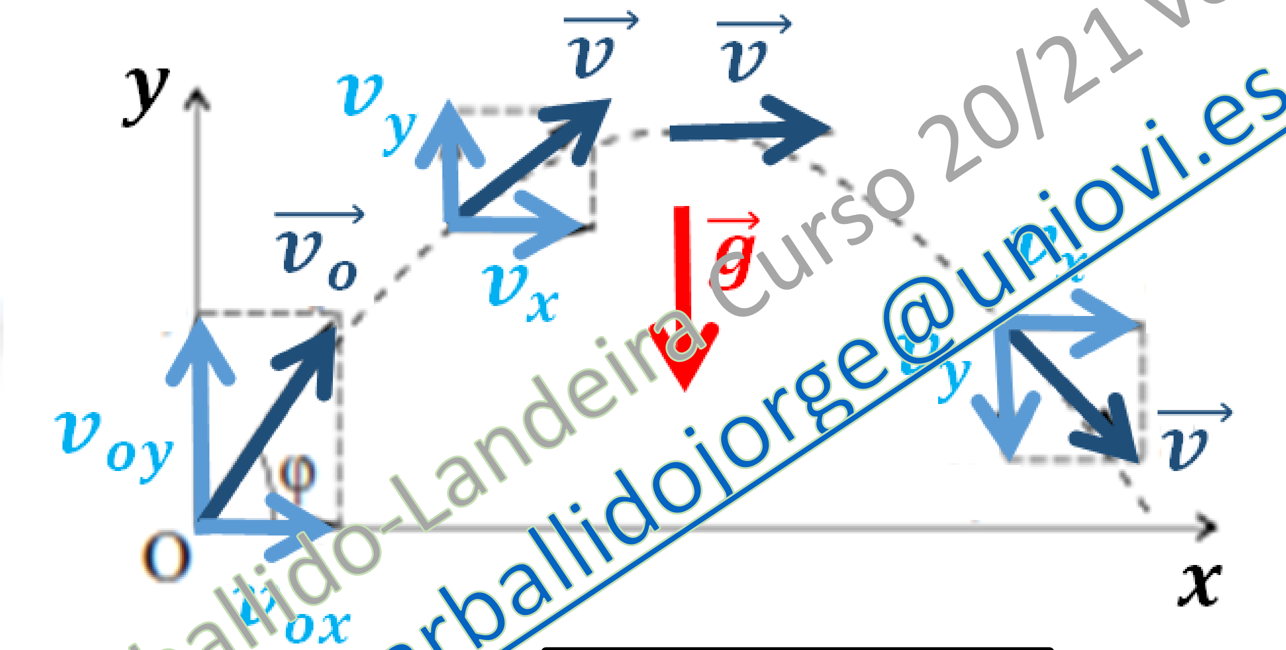
$$\vec{v}(\mathrm{t}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}\,dt$$

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2 \quad (2)}$$

Despejando (t-t0) en **(1)** y sustuyendo en **(2)**

$$\boxed{v^2 - {v_0}^2 = 2\vec{a}(\vec{r} - \vec{r_0})}$$

Composición de movimientos
Movimiento parabólico



$$\vec{a} = 0\vec{i} - g\vec{j}$$

Eje OX: Movimiento rectilíneo uniforme

Eje OY: Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Composición de movimientos
Movimiento parabólico

$$\boxed{\vec{a} = 0\vec{i} - g\vec{j}}$$

$\vec{a}\,(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$ $\Rightarrow$ $\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}dt$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)}$$

Condiciones iniciales

t0=0s, $\vec{v}_0 = V_{ox}\vec{i} + V_{oy}\vec{j} = V_o cos\varphi\vec{i} + V_o sen\varphi\vec{j}$

$$\boxed{\vec{v} = V_o cos\varphi\vec{i} + V_o sen\varphi\vec{j} - g\vec{j}t}$$

Composición de movimientos
Movimiento parabólico

Ecuaciones de velocidad

$$\vec{\boldsymbol{v}} = V_o cos\varphi\vec{\imath} + V_o sen\varphi\vec{\jmath} - \boldsymbol{g}\vec{\boldsymbol{\jmath}}\boldsymbol{t}$$

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{v}} = V_o cos\varphi\vec{\imath} + (V_o sen\varphi - gt)\vec{\jmath}}$$

$$\boxed{V_x = V_o cos\varphi}$$

$$\boxed{V_y = V_o sen\varphi - gt}$$

Composición de movimientos
Movimiento parabólico

$$\boxed{\vec{v} = V_o cos\varphi\vec{i} + (V_o sen\varphi - gt)\vec{j}}$$

$$\vec{v}(\mathrm{t}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \int_{\vec{r_0}}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}dt$$

Condiciones iniciales t_0=0s

$$\vec{r} - \vec{r_0} = \int_0^t [V_o cos\varphi\vec{i} + (V_o sen\varphi - gt)\vec{j}\,]dt$$

$$\vec{r} - \vec{r_0} = V_o t cos\varphi\vec{i} + (V_o t sen\varphi - \frac{gt^2}{2})\vec{j}$$

Composición de movimientos
Movimiento parabólico

Ecuaciones del movimiento

$$\vec{\boldsymbol{r}} = \overrightarrow{\boldsymbol{r_0}} + V_o t\cos\varphi\vec{\imath} + (V_o t sen\varphi - \frac{gt^2}{2})\vec{\jmath}$$

$$x = x_0 + V_o t\cos\varphi$$

$$y = y_0 + V_o t sen\varphi - \frac{gt^2}{2}$$

Condiciones iniciales t_0=0s, $\overrightarrow{\boldsymbol{r_0}} = x_0\vec{\imath} + y_0\vec{\jmath} = 0\vec{\imath} + 0\vec{\jmath}$

Composición de movimientos
Movimiento parabólico

Ecuación de la trayectoria

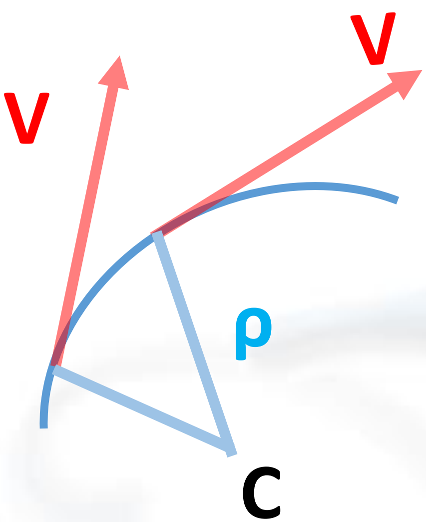
$$\boxed{\begin{aligned} x &= V_o t cos\varphi \\ y &= V_o t sen\varphi - \frac{gt^2}{2} \end{aligned}}$$

$$t = \frac{x}{V_o cos\varphi}$$

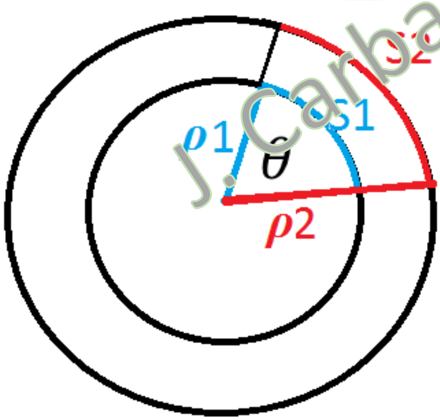
$$y = V_o \frac{x}{V_o cos\varphi} sen\varphi - \frac{g\left(\frac{x}{V_o cos\varphi}\right)^2}{2}$$

$$\boxed{y = xtan\varphi - \frac{gx^2}{2{V_o}^2 cos^2\varphi}}$$

Radio, centro de curvatura y arco



- Dibujar el vector velocidad **v** en los instantes *t* y *t+dt*.
- **Centro de curvatura C:** el punto de cruce de las rectas perpendiculares a las direcciones anteriores
- **Radio de curvatura *ρ*:** La distancia entre la posición del móvil y el centro de curvatura *C*
- **Relación entre el arco y el radio** (*figura izquierda*) a través del radián (unidad de ángulos)



$$\theta = \frac{s1}{\rho 1} = \frac{s2}{\rho 2} \Rightarrow s = \rho\theta$$

Componentes intrínsecas (triedro intrínseco)

- Característico de la trayectoria del móvil caso de estudio
- Compuesto por :
  - ❑ Eje Tangente a trayectoria ($\overrightarrow{u_t}$)
  - ❑ Eje Normal a trayectoria ($\overrightarrow{u_n}$)
  - ❑ Eje binormal: perpendicular plano osculador ($\overrightarrow{u_b}$)

Plano osculador

- $\overrightarrow{u_b} = \overrightarrow{u_t}\ x\ \overrightarrow{u_n}$
- **Velocidad:** tangente a la trayectoria $\vec{v}(t) = \frac{ds}{dt}\overrightarrow{u_t}$

Aceleración Coordenadas intrínsecas

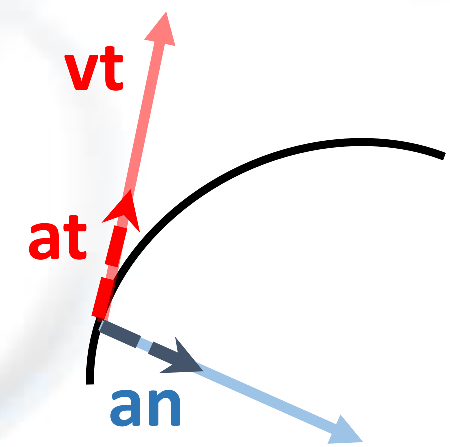
- Deducción a través de la expresión de vector velocidad como el productor de escalar por vector unitario $\vec{v} = v.\overrightarrow{u_t}$

- Sentido positivo de $\overrightarrow{u_n}$: hacia el centro de curvatura de la trayectoria.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\,(v.\overrightarrow{u_t})}{dt} = \boxed{\frac{d\,(v)}{dt}\overrightarrow{u_t}} + \boxed{v\,\frac{d\,(\overrightarrow{u_t})}{dt}}$$

$\overrightarrow{a_n}$ Aceleración Normal

$\overrightarrow{a_t}$ Aceleración Tangencial



La derivada del vector unitario tangencial es perpendicular a dicho vector

$$\frac{d\,(\overrightarrow{u_t}.\overrightarrow{u_t})}{dt} = \frac{d\,(\mathrm{u}^2)}{dt} = 0 \qquad \frac{d\,(\overrightarrow{u_t}.\overrightarrow{u_t})}{dt} = 2\overrightarrow{u_t}\,\frac{d\,(\overrightarrow{u_t})}{dt} = 0$$

$\overrightarrow{u_t}.\overrightarrow{u_t} = \mathrm{u}^2 = 1$

Aceleración Coordenadas intrínsecas

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\,(v.\vec{u_t})}{dt} = \boxed{\frac{d\,(v)}{dt}\vec{u_t}} + \boxed{v\,\frac{d\,(\vec{u_t})}{dt}}$$

$\vec{a_n}$ Aceleración Normal

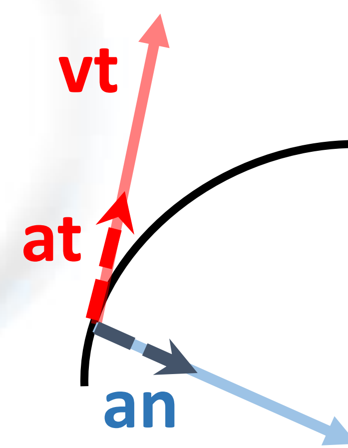
$\vec{a_t}$ Aceleración Tangencial

- **Trayectoria rectilínea**

$\vec{u_t}$ = cte $\Rightarrow$ $\frac{d\,\vec{u_t}}{dt} = 0$ $\Rightarrow$ $\vec{a}$ y $\vec{u_t}$ paralelos

- **Trayectoria curvilínea**

$\frac{d\,\vec{u_t}}{dt} \neq 0$ $\quad$ $\vec{a}$ no es necesariamente paralela a la velocidad



Aceleración Coordenadas intrínsecas

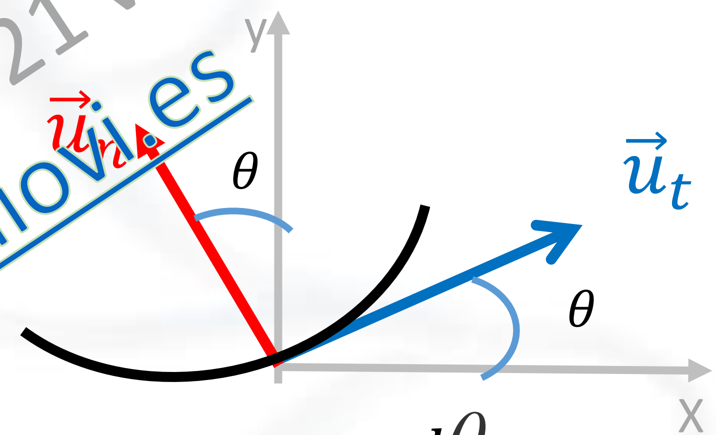
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\,(v.\overrightarrow{u_t})}{dt} = \boxed{\frac{d\,(v)}{dt}\overrightarrow{u_t}} + v\,\frac{d\,(\overrightarrow{u_t})}{dt}$$

Aceleración Tangencial $\boxed{\vec{a}_t = \frac{d\,v}{dt}\overrightarrow{u_t}}$

Aceleración Coordenadas intrínsecas

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\,(v.\overrightarrow{u_t})}{dt} = \frac{d\,(v)}{dt}\overrightarrow{u_t} + \boxed{v\,\frac{d\,(\overrightarrow{u_t})}{dt}} \quad \overrightarrow{a_n}$$

$U_t = \cos\theta\cdot\mathbf{i} + \sin\theta\cdot\mathbf{j}$



Aceleración Normal

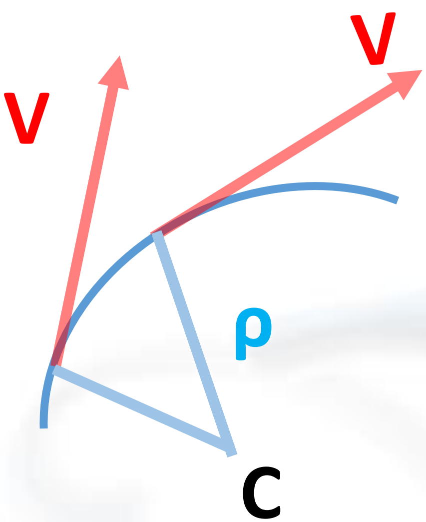
$$\frac{d\,\overrightarrow{u_t}}{dt} = \frac{d\,\overrightarrow{u_t}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d(\cos\theta\cdot\mathbf{i}+\sin\theta\cdot\mathbf{j})}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = (-\sin\theta\mathbf{i}+\cos\theta\mathbf{j})\,\frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d\,\overrightarrow{u_t}}{dt} = \vec{u}_n\,\frac{d\theta}{dt} = \frac{\vec{u}_n}{\rho}\frac{ds}{dt} = \frac{\vec{u}_n}{\rho}v$$

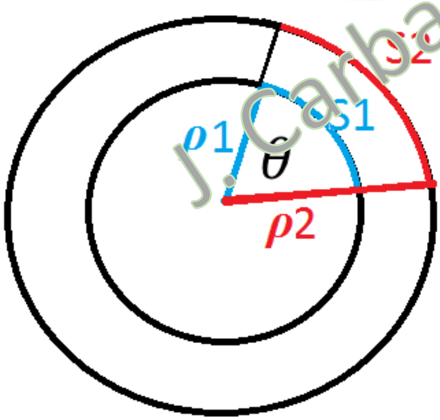
$$\text{ds} = \rho d\theta \;\Rightarrow d\theta = \frac{ds}{\rho}$$

$$\boxed{\overrightarrow{a_n} = v\,\frac{d\,\overrightarrow{u_t}}{dt} = v\,\frac{\vec{u}_n}{\rho}v = \frac{v^2}{\rho}\vec{u}_n}$$

Radio, centro de curvatura y arco

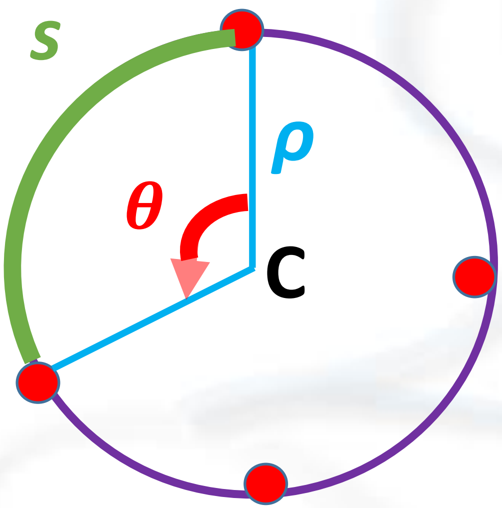


- Dibujar el vector velocidad **v** en los instantes *t* y *t+dt*.
- **Centro de curvatura C:** el punto de cruce de las rectas perpendiculares a las direcciones anteriores
- **Radio de curvatura *ρ*:** La distancia entre la posición del móvil y el centro de curvatura *C*
- **Relación entre el arco y el radio** (*figura izquierda*) a través del radián (unidad de ángulos)



$$\theta = \frac{s1}{\rho 1} = \frac{s2}{\rho 2} \Rightarrow s = \rho\theta$$

Movimiento curvilíneo circular



- **Radio de curvatura** ρ constante durante el movimiento
- **Trayectoria: circunferencia**.

❖**Relación entre el arco y el radio** a través del ángulo

$$\boxed{s = \rho\theta}$$

Relación entre magnitudes escalares lineales y angulares

- **Relación entre velocidad lineal y velocidad angular**

$$v = \frac{ds}{dt} = \rho\frac{d\theta}{dt} = \rho\omega$$

ω= velocidad angular: ángulo girado por unidad de tiempo

ds= $\rho d\theta$

- **Relación entre aceleración tangencial y aceleración angular**

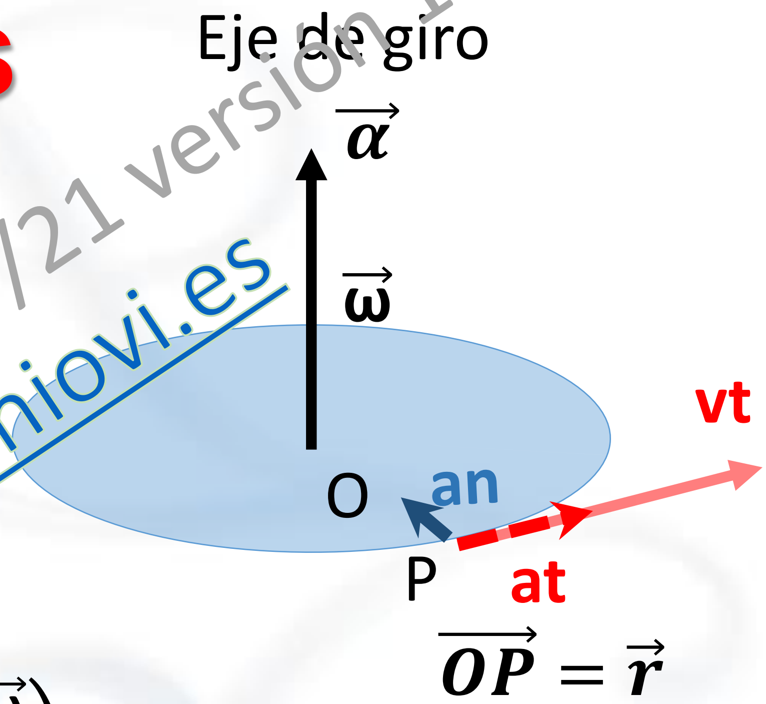
$$a_t = \frac{dv}{dt} = \rho\frac{d\omega}{dt} = \rho\alpha$$

α aceleración angular

- **3.Relación entre aceleración normal y la velocidad angular**

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(\rho\omega)^2}{\rho} = \rho\omega^2$$

Descripción vectorial magnitudes angulares



- ***Vector velocidad angular $\vec{\omega}$***

  Módulo $|\vec{\omega}| = |\dot{\theta}|$

  Recta soporte: eje de giro

  Sentido : *sacacorchos*

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{w} \; x \; \vec{r}$$

- **Vector aceleración angular** $\left(\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)$

  Colineal con $\vec{\omega}$

$$\vec{a} = \frac{d\,\vec{v}}{dt} = \frac{d\,(\vec{w}\;x\;\vec{r})}{dt} = \underbrace{\vec{\alpha}\;x\;\vec{r}}_{\text{Tangencial}} + \underbrace{\vec{w}\;x\;(\vec{w}\;x\;\vec{r})}_{\text{Normal}}$$

Movimientos particulares

a) *Movimiento circular uniforme*

$$\boxed{\omega = cte \Rightarrow \alpha = 0}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_{t_0}^{t} \omega dt \Rightarrow \boxed{\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0)}$$

b) *Movimiento circular uniformemente acelerado*

$$\boxed{\alpha = cte}$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha(t - t_0)}$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2}$$

Movimiento armónico simple

- Oscilación de la partícula entre dos posiciones extremas en torno a un punto fijo.
- Aceleración $\vec{a} = -k\vec{x}$
- **Periodo (T):** Tiempo que tarda en realizarse una oscilación completa.

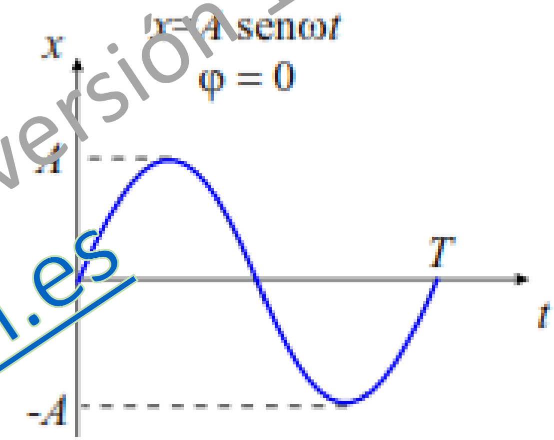
  Unidad de medida SI: segundo (s)
- **Frecuencia (f):** Número de veces que se repite una oscilación en un segundo.

  Unidad de medida SI: el hertzio (Hz)

Movimiento armónico simple

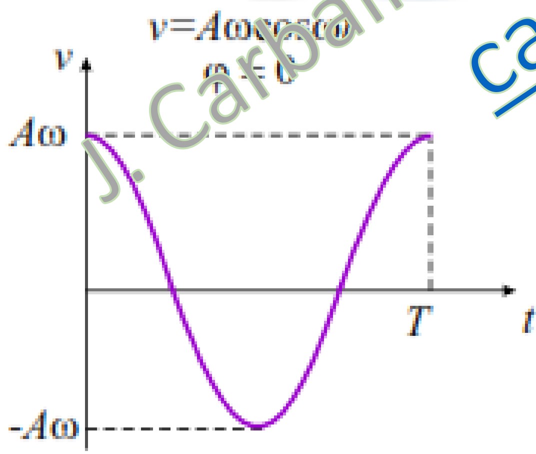
- ***Función horaria***

$$x = A\, sen\,(\omega t + \varphi)$$



- ***Función cinemática***

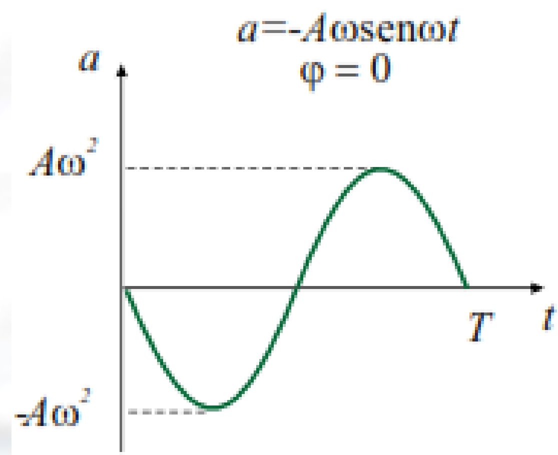
$$v = A\omega\, cos\,(\omega t + \varphi)$$



- ***Función aceleración***

$$a = -A\omega^2\, sen\,(\omega t + \varphi)$$

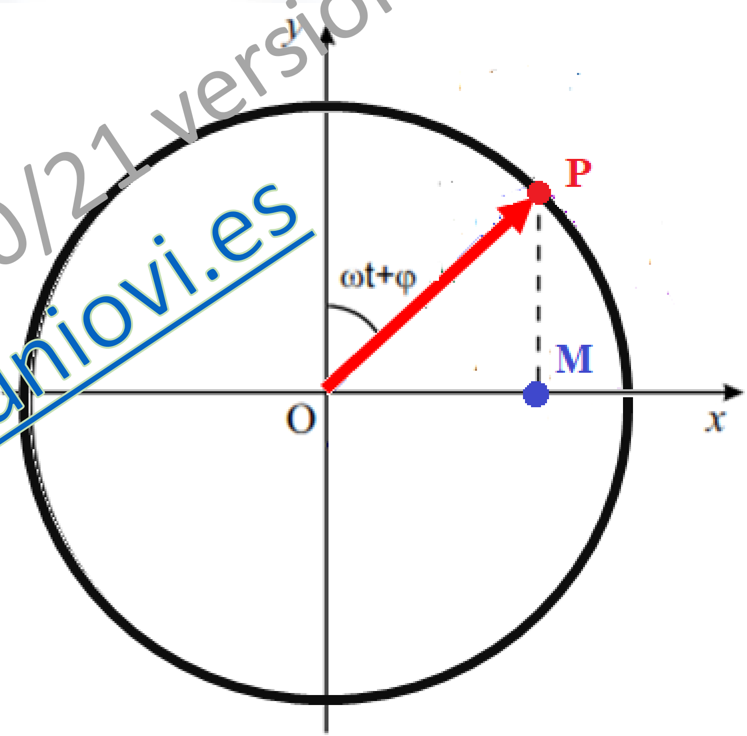
$$a = -\omega^2 x$$



Construcción de Fresnel

Punto P describe un movimiento curvilíneo circular con radio r=A y velocidad angular ω

Vector de posición $\vec{r} = r\,\overrightarrow{U_r}$



Punto M (Proyección del punto P sobre el eje X) describe un movimiento armónico simple:

$$x = A\,sen\,(\omega t + \varphi)$$

$$v = A\omega\,cos\,(\omega t + \varphi)$$

$$a = -A\omega^2\,sen\,(\omega t + \varphi)$$

Bibliografía

- **Alonso, M., Finn, E. J.**, 1995. *Física*, Addison-Wesley.
- **Halliday, D., Resnick, R., Walker J.**, 2001. *Fundamentos de Física*, (2 vols.), Compañía Editorial Continental, México.
- **Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D., Freedman, R. A.**, 2004. *Física universitaria* (2 vols.), Pearson.
- **Serway, R. A., Jewett, J. W.**, 2005, *Física para Ciencias e Ingeniería* (2 Vols.), Thomson.
- **Tipler, P. A., Mosca, G.**, 2005. *Física para la ciencia y la tecnología* (2 vols.), Reverté.