

Universidad de Oviedo Universidá d'Uviéu University of Oviedo



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE GIJÓN MÁSTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL ARCELORMITTAL GLOBAL R&D ASTURIAS



ArcelorMittal

TRABAJO FIN DE MÁSTER Estudio del calentamiento de gas de coque mediante inducción electromagnética

Santiago Vázquez Caldevilla TUTOR ACADÉMICO: David García Menéndez TUTOR DE LA EMPRESA: Juan José Arribas Ramírez FECHA: junio 2020



ÍNDICE DE CONTENIDO

| 1 | 1 ANTECEDENTES | | | | | |
|---|-------------------------|--|--|--|--|--|
| 2 | 2 OBJETIVOS DEL TRABAJO | | | | | |
| 3 | 3 INTRODUCCIÓN10 | | | | | |
| | 3.1 T | RASFONDO TEÓRICO10 | | | | |
| | 3.1.1 | Campos de alta frecuencia en materiales uniformes10 | | | | |
| | 3.1.2 | Comportamiento de los campos en la frontera de los materiales15 | | | | |
| | 3.2 G | ENERADORES DE CAMPO20 | | | | |
| | 3.2.1 | Conceptos básicos20 | | | | |
| | 3.2.2 | Parámetros principales de los generadores de campo23 | | | | |
| | 3.2.3 | Clasificación de generadores en función de su campo25 | | | | |
| | 3.3 G | ENERADORES DE CAMPO A ALTA FRECUENCIA: INDUCTORES27 | | | | |
| | 3.3.1 | Fenómenos electromagnéticos principales27 | | | | |
| | 3.3.2 | Criterios de diseño32 | | | | |
| | 3.3.3 | Parámetros principales en inductores33 | | | | |
| | 3.3.4 | Bobinas de inducción37 | | | | |
| | 3.4 E | L CALENTAMIENTO POR INDUCCIÓN39 | | | | |
| | 3.4.1 | Calentamiento por inducción de un cilindro hueco40 | | | | |
| | 3.4.2 | Configuración en lecho empacado44 | | | | |
| 4 | ΜΕΤΟ | DOLOGÍA46 | | | | |
| | 4.1 E | STUDIOS PREVIOS46 | | | | |
| | 4.1.1 | Selección y análisis de datos de partida46 | | | | |
| | 4.1.2 | Elección del software a utilizar47 | | | | |
| | 4.1.3 | Planteamiento de los modelos a desarrollar49 | | | | |
| | 4.2 D | ESARROLLO DE LA CONFIGURACIÓN EN CASO BASE49 | | | | |
| | 4.2.1 | Consideraciones iniciales49 | | | | |
| | 4.2.2 | Dimensiones iniciales de las piezas51 | | | | |
| | 4.2.3 | Modelización de la geometría52 | | | | |
| | 4.2.4 | Definición de los materiales54 | | | | |
| | 4.2.5 | Establecimiento de las leyes físicas y las condiciones de contorno58 | | | | |
| | 4.2.6 | Generación de la malla primigenia63 | | | | |
| | 4.2.7 | Configuración del estudio a simular65 | | | | |
| | 4.2.8 | Mejoras desarrolladas en el modelo66 | | | | |



| | 4.2.9 | Resultados de la simulación74 |
|---|--------|--|
| 4 | 4.3 DE | SARROLLO DE LA CONFIGURACIÓN EN LECHO EMPACADO84 |
| | 4.3.1 | Desarrollo de la geometría85 |
| | 4.3.2 | Definición de los materiales86 |
| | 4.3.3 | Establecimiento de las leyes físicas y las condiciones de contorno87 |
| | 4.3.4 | Generación de la malla89 |
| | 4.3.5 | Configuración del estudio a simular90 |
| | 4.3.6 | Resultados de la simulación90 |
| 5 | ANÁLIS | SIS DE RESULTADOS |
| ļ | 5.1 CA | ASO BASE |
| | 5.1.1 | Análisis de la tubería97 |
| | 5.1.2 | Análisis del inductor106 |
| | 5.1.3 | Modelo final111 |
| | 5.1.4 | Comparación con resultados obtenidos de métodos analíticos112 |
| ļ | 5.2 CC | DNFIGURACIÓN EN LECHO EMPACADO114 |
| | 5.2.1 | Análisis de la tubería114 |
| | 5.2.2 | Análisis de las esferas115 |
| | 5.2.3 | Análisis del inductor116 |
| | 5.2.4 | Modelo final116 |
| ! | 5.3 EL | ECCIÓN DEL MODELO MÁS ADECUADO117 |
| | 5.3.1 | Procesos de reformado del gas de coque117 |
| | 5.3.2 | Procesos de inyección de gas de coque en horno alto119 |
| 6 | CONCL | USIONES |
| 7 | REFERE | NCIAS |



ÍNDICE DE FIGURAS

| Figura 1 | 16 |
|----------------|----|
| Figura 2 | 18 |
| Figura 3 | 19 |
| Figura 4 | 22 |
| Figura 5 | 23 |
| Figura 6 | 26 |
| Figura 7 | 27 |
| Figura 8 | 28 |
| Figura 9 | 29 |
| Figura 10 | |
| Figura 11 | 32 |
| | 34 |
| Figura 13 | 35 |
| - Figura 14 | 36 |
| - Figura 15 | |
| - Figura 16 | |
| - Figura 17 | 41 |
| | 42 |
| Figura 19 | 43 |
| | 44 |
| Figura 21 | 45 |
| Figura 22 | |
| Figura 23 | 53 |
| | 54 |
| | 56 |
| | 63 |
| | 64 |
| - Figura 28 | 65 |
| | 66 |
| | 68 |
| | 69 |
| - Figura 32 | 69 |
| | 71 |
| | 72 |
| Figura 35 | 73 |
| Figura 36 | 73 |
| - Figura 37 | 75 |
| | 76 |
| Figura 39 | 77 |
| - Figura 40 | 78 |
| - Figura 41 | 78 |
| Figura 42 | |
| Figura 43 | 80 |
| Figura 44 | |
| 5 | |



| Figura 45 | 82 |
|-----------|-----|
| Figura 46 | 83 |
| Figura 47 | |
| Figura 48 | 85 |
| Figura 49 | 86 |
| Figura 50 | 90 |
| Figura 51 | 91 |
| Figura 52 | 92 |
| Figura 53 | 93 |
| Figura 54 | 94 |
| Figura 55 | 94 |
| Figura 56 | 95 |
| Figura 57 | 95 |
| Figura 58 | 98 |
| Figura 59 | 99 |
| Figura 60 | |
| Figura 61 | 101 |
| Figura 62 | 102 |
| Figura 63 | 103 |
| Figura 64 | 104 |
| Figura 65 | 105 |
| Figura 66 | 106 |
| Figura 67 | 107 |
| Figura 68 | |
| Figura 69 | 109 |
| Figura 70 | 110 |
| Figura 71 | 116 |



ÍNDICE DE TABLAS

| Tabla 1 | 52 |
|----------|----|
| Tabla 2 | 52 |
| Tabla 3 | 57 |
| Tabla 4 | 57 |
| Tabla 5 | |
| Tabla 6 | |
| Tabla 7 | |
| Tabla 8 | |
| Tabla 9 | |
| Tabla 10 | |
| Tabla 11 | |
| Tabla 12 | |
| Tabla 13 | |
| Tabla 14 | |
| Tabla 15 | |
| Tabla 16 | |
| Tabla 17 | |
| | |



1 ANTECEDENTES

El calentamiento del gas de coque en procesos industriales se lleva a cabo con el fin de conseguir una reducción de la "huella de carbono" [1]: un indicador de sostenibilidad medioambiental, que calcula la totalidad de emisiones de gases de efecto invernadero que son liberadas a la atmósfera. Las razones que empujan a las empresas a llevar a cabo estas acciones son variadas: por un lado, se trata de un tema de compromiso social, en el que todas las partes deben buscar el objetivo común de mitigar el impacto que sus acciones generan sobre el medio ambiente. Por otra parte, ayuda a mejorar la imagen corporativa, diferenciándose cualitativamente de sus competidores.

Evidentemente, si bien las razones comentadas anteriormente no deben dejarse pasar por alto, los factores que realmente influyen en la actuación de las industrias tienen más que ver con temas políticos y económicos. En las últimas décadas, han sido varios los tratados que se han firmado, tanto a nivel europeo como global, con el fin de reducir las emisiones de gases de efecto invernadero [2]; el Protocolo de Kioto, el Acuerdo de París o la Directiva 20/20/20 pueden ser algunos ejemplos. Como consecuencia de ello, cada vez son más las medidas económicas que afectan a la industria en temas de responsabilidad ambiental: con la creación de un mercado de derechos de emisión de CO₂, se busca estimular la producción renovable y el autoconsumo de energías limpias, reduciendo el consumo de energías no renovables. De esta forma, cualquier empresa que vierta a la atmósfera este tipo de gas está obligada a pagar una parte proporcional a la cantidad emitida. Puesto que este impuesto en los últimos años no ha dejado de aumentar [3], es fundamental para la industria intentar reducir al máximo sus emisiones, de forma que puedan seguir siendo competitivas en el mercado.

Particularizando para el caso de *ArcelorMittal*, existen dos procesos orientados a la mitigación de la huella de carbono, para los que es necesario disponer de gas de coque a alta temperatura:

- Procesos de reformado del gas de coque. Se busca una conversión del CO₂ en CO, para enriquecer este gas; es la conocida como Reacción de *Boudouard* [4]. Puesto que es una reacción endotérmica, sería necesario calentar el gas de coque hasta una temperatura cercana a los 400 °C.
- Procesos de inyección del gas de coque en el horno alto [5]. En este caso, se intenta disminuir la carga de coque metálico, provocando una reducción con H₂ en lugar de con carbono. Cuanto más caliente se inyecte el gas, menor oxígeno sería necesario para mantener las temperaturas en el interior del horno.



Los métodos empleados para llevar a cabo el calentamiento del gas de coque pueden ser muy diversos. Por un lado, existe la posibilidad de utilizar intercambiadores de calor [6], por ejemplo, de carcasa y tubos: el gas circula por el interior de la tubería, mientras que por el exterior discurre un fluido a mayor temperatura, de forma que tiene lugar una transferencia de calor entre ambos. Otra opción puede ser el conocido como calentamiento por impedancia del tubo [7], el cual consiste en la aplicación de una fuente eléctrica de baja tensión a la tubería, que permite que la corriente eléctrica pase a través de esta. Debido a la resistencia que ofrece la tubería al paso de la corriente, se generará calor, que posteriormente se transmitirá al gas de coque.

Aunque las alternativas comentadas anteriormente son perfectamente válidas, en este proyecto se ha estudiado una opción que destaca sobre el resto: el calentamiento por inducción. Este procedimiento se basa en la idea de que un campo magnético alterno es capaz de inducir corrientes en una pieza de material conductor que se encuentre en su interior; dicho campo magnético, es generado a su vez por una corriente alterna que circula por una espira o solenoide. Al igual que ocurría con el calentamiento por impedancia de tubo, las corrientes que se forman en la tubería provocarán la disipación de calor, y con ello el calentamiento de la pieza.

Las ventajas que presenta el calentamiento por inducción frente a otros procesos son variadas [8]: por un lado, genera mayor cantidad de calor por unidad de superficie que cualquier otra opción. Además, la eficiencia energética que se alcanza es muy alta, llegando a convertirse el 90% de la energía consumida, en calor útil. La calidad del producto también se incrementa, pues la pieza tratada nunca entra en contacto directo con llama u otro elemento de calor. Gracias a ello, las tasas de alabeo del producto, la distorsión o el rechazo se reducen al mínimo. Por otro lado, no es necesario llevar a cabo procesos de precalentamiento de la tubería: el arranque es virtualmente instantáneo, lo que contribuye a maximizar las tasas de productividad. Por último, es una energía susceptible de tener un origen renovable, dependiendo de la composición del *mix* energético de generación, en la que no se queman combustibles fósiles, y ayuda a mejorar las condiciones de trabajo para los empleados: se elimina el humo, el calor excesivo, las emisiones tóxicas o el ruido. Además, al no utilizar llama abierta, no pone en peligro al operador en ningún momento.

El calentamiento por inducción es una tecnología que se ha aplicado a la fabricación desde los años 20, desarrollándose rápidamente durante la Segunda Guerra Mundial. En la actualidad, el foco



sobre las técnicas de eficiencia productiva (*lean manufacturing*¹) y el énfasis sobre el control de la calidad han liderado el redescubrimiento de la tecnología de inducción, en paralelo al desarrollo de sistemas de potencia que garanticen un control preciso del fenómeno.

¹ Método de organización del trabajo que se centra en la continua mejora y optimización del sistema de producción mediante la eliminación de desperdicios y actividades que no suman ningún tipo de valor al proceso.



2 OBJETIVOS DEL TRABAJO

El objetivo principal del trabajo será el estudio del proceso de calentamiento, mediante inducción, del gas de coque que circula a través de una tubería. Para ello, se llevarán a cabo simulaciones de los campos electromagnéticos y térmicos, de forma que se puedan visualizar mejor los fenómenos que tienen lugar.

Por otro lado, se analizarán los materiales más adecuados para el proceso, así como las dimensiones y parámetros de cada una de las piezas; nuevamente, mediante simulaciones, se comprobará la influencia de cada uno de ellos en el resultado final. Por último, se propondrán dos configuraciones distintas de la instalación y, comparándolas entre ellas, se determinará cuál es la más apropiada para cumplir los requisitos del proyecto.



3 INTRODUCCIÓN

Este capítulo sirve como preparación para el estudio de los fenómenos electromagnéticos que se darán a lo largo del proyecto. Previamente al desarrollo del modelo, es necesario conocer una serie de conceptos, ideas y expresiones que conforman la base teórica del trabajo. Para ello, la introducción se estructurará en cuatro apartados distintos.

En primer lugar, se expondrá el trasfondo teórico del proyecto: un conjunto de definiciones y ecuaciones que rigen los fenómenos que tienen lugar. A continuación, se hablará de los generadores de campo, comentando qué son, sus parámetros principales, los tipos que existen y sus aplicaciones. Posteriormente, el estudio se centrará en una clase concreta de generadores de campo: los inductores, al tener una importancia crucial en el desarrollo del proyecto. Por último, la introducción concluirá con la exposición del calentamiento por inducción: descripción del fenómeno, características del mismo, aplicaciones, etc.

3.1 TRASFONDO TEÓRICO

El primer apartado de la introducción conforma la base puramente teórica del proyecto, dividiéndose en dos bloques claramente diferenciados. Por un lado, se presentarán una serie de definiciones, conceptos y ecuaciones que explican y gobiernan los fenómenos acontecidos: ecuaciones de onda, efecto *Joule*, campos eléctricos y magnéticos, etc.

Por el otro, se estudiará el comportamiento de los campos electromagnéticos en la frontera del material a tratar. Así, se describirán los diversos procesos que pueden tener lugar, y se introducirán ciertos conceptos que se utilizarán en repetidas ocasiones a lo largo del proyecto, como la profundidad pelicular.

3.1.1 Campos de alta frecuencia en materiales uniformes

3.1.1.1 Las ecuaciones de onda

La influencia de las propiedades de los materiales en el electromagnetismo se comprueba en dos de las cuatro ecuaciones de *Maxwell* [9], que gobiernan las relaciones entre el vector campo eléctrico \overline{E} , en *N/C*, y el vector campo magnético \overline{H} , en *A/m*. Estas, conocidas como Ley de *Ampère* (1) y Ley de *Faraday* (2), se muestran a continuación:



$$\overline{\nabla} \times \overline{H} = \sigma \overline{E} + \varepsilon \frac{\partial \overline{E}}{\partial t}$$
⁽¹⁾

$$\overline{\nabla} \times \overline{E} = -\mu \frac{\partial \overline{H}}{\partial t} \tag{2}$$

Donde σ , ε , y μ son la conductividad, la permitividad y la permeabilidad del material, respectivamente. Las ecuaciones relacionan variaciones en el tiempo en un campo con variaciones espaciales en el otro. En otras palabras, manifiestan que campos eléctricos variables en el tiempo inducen campos magnéticos, y viceversa. La única excepción se observa en la Ley de *Ampère*, de la que se deduce que, en presencia de campo eléctrico, aunque este no sea variable en el tiempo, puede generarse un campo magnético. Este es el fenómeno por el cual el uso de la corriente continua puede resultar interesante.

A lo largo del proyecto, se trabajará con sistemas en los que la variación temporal de sus campos es sinusoidal. Esto simplifica en gran medida las ecuaciones anteriores: en lugar de valores instantáneos de los campos eléctrico y magnético, solo las amplitudes de los mismos y su frecuencia de trabajo son necesarias. Las ecuaciones presentan, entonces, el siguiente aspecto:

$$\overline{\nabla} \times \overline{H} = \sigma \overline{E} + j \omega \varepsilon \overline{E} \tag{3}$$

$$\overline{\nabla} \times \overline{E} = -j\omega\mu\overline{H} \tag{4}$$

Donde ω es la frecuencia angular (en *rad/s*), expresada como $\omega = 2\pi f \gamma j = \sqrt{-1}$ es el operador complejo. Para la resolución de problemas prácticos que requieran de condiciones de contorno, la combinación de las dos ecuaciones anteriores permite expresarlas en forma de fasor:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \tag{5}$$

$$\nabla^2 H + k^2 H = 0 \tag{6}$$

Donde el operador ∇ se denomina Laplaciano, y k es el número de onda donde $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$. Estas ecuaciones son las más adecuadas para resolver problemas prácticos, porque cada una de ellas solo involucra a uno de los dos campos (eléctrico o magnético) como función de la dimensión espacial. Por



ello, existen múltiples métodos analíticos y numéricos con los que obtener la solución a dichas ecuaciones diferenciales.

3.1.1.2 Campos eléctricos de alta frecuencia y materiales

Usando la ecuación (3) y la relación del campo magnético con la densidad de corriente, se puede expresar esta última como:

$$\bar{J} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\bar{E} \tag{7}$$

La ecuación (7) muestra que la imposición de un campo eléctrico en un material genera corrientes eléctricas, cuya amplitud y dirección son proporcionales a la intensidad de dicho campo. Además, estas corrientes tienen dos componentes: una es la conductividad, σ (S/m), que produce una conducción de corriente independiente de la frecuencia. Representa la parte de la corriente eléctrica responsable del movimiento de las cargas libres que el material pueda poseer.

El segundo tipo de corrientes generadas son debidas a la permitividad, representada como ε . Está compuesta por una parte real y una imaginaria, expresada de la forma:

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' \tag{8}$$

La parte real ε' es la permitividad relativa o constante dieléctrica, y es la responsable del cambio de fase del campo eléctrico. Por otro lado, la parte imaginaria ε'' se conoce como factor de pérdidas o factor de disipación, y cuantifica las pérdidas energéticas en el material. Ambas expresiones son adimensionales, y tienen la forma:

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 \varepsilon'_r \tag{9}$$

$$\varepsilon^{\prime\prime} = \varepsilon_0 \varepsilon_r^{\prime\prime} \tag{10}$$

Combinando estas ecuaciones con la de la densidad de corriente, se obtiene la ecuación (11):

$$\bar{J} = (\sigma + \varepsilon_0 \varepsilon_r'' \omega) \bar{E} + j \varepsilon_0 \varepsilon_r' \omega \bar{E}$$
(11)



El primer término a la derecha de la igualdad de la ecuación (11) representa las corrientes que conducen a la disipación de energía en el material. La mayor parte de estas pérdidas energéticas provienen de la polarización que ocurre en materiales compuestos por moléculas o partículas con un dipolo permanente. En ellos, el campo eléctrico causa la reorientación de los dipolos en la dirección de este, a la frecuencia de operación. Esto desemboca en un aumento de la fricción mecánica y con ello en la generación de calor procedente de la energía almacenada en el campo eléctrico. Esta es la base del calentamiento inductivo.

Por otro lado, el segundo término es la componente reactiva de la corriente, que presenta un desfase respecto del campo impuesto. A veces se le denomina desplazamiento de corriente, y no genera ningún tipo de disipación energética en el material

3.1.1.3 El Efecto Joule

Al aplicar un campo eléctrico en materiales con cargas libres y con una conductividad determinada, la corriente eléctrica que circula a través de ellos provocará un desprendimiento de calor, debido al movimiento de los electrones por dicho material conductor; este fenómeno es lo que se conoce como *Efecto Joule* [10]. Representa el primer término de la ecuación (7), en el que el vector de campo eléctrico \overline{E} interacciona con los electrones libres de un material con conductividad σ para producir un vector densidad de corriente \overline{J} :

$$\bar{J} = \sigma * \bar{E} \tag{12}$$

La acumulación de energía en el material se expresa como se muestra en la ecuación (13), donde *P* es la densidad de energía en Watios por metro cúbico de material. Será independiente de la frecuencia, siempre que la conductividad no varíe con la misma.

$$P = \sigma E^2 \tag{13}$$

3.1.1.4 Acumulación de energía en materiales con pérdidas en dieléctrico

Las pérdidas dieléctricas son otro de los fenómenos de acumulación energética producidos por la imposición de un campo eléctrico alterno en medios con propiedades de pérdida dieléctrica. Considerando el segundo término de pérdidas de la ecuación (11), la corriente de pérdidas dieléctricas se define como:



$$\bar{J} = \varepsilon_0 \varepsilon_r^{\prime\prime} \omega \bar{E} \tag{14}$$

Cabe destacar que la corriente de pérdidas dieléctricas sí que depende siempre de la frecuencia, y no puede existir con campos estáticos. La disipación energética por unidad de volumen derivada del efecto de pérdidas dieléctricas es:

$$P_V = \varepsilon_0 \varepsilon_r'' \omega E_{rms}^2 \tag{15}$$

Donde P_V es la densidad de acumulación energética, en W/m^3 , debido a las pérdidas dieléctricas, mientras que E_{rms} es el valor cuadrático medio de la intensidad de campo eléctrico, el cual es el valor medio de una onda sinusoidal. Esta ecuación es la base de multitud de aplicaciones de calentamiento en la industria, la ciencia o la medicina. Sin embargo, su uso, en la práctica, se encuentra limitado por la dificultad de trabajar con la amplitud de campo eléctrico como parámetro de diseño, así como por las variaciones que esta muestra ante cambios en el material.

3.1.1.5 Campos magnéticos de alta frecuencia y materiales

La influencia de un campo magnético de alta frecuencia en un material puede dividirse en dos efectos distintos: las corrientes de *Foucault* y el efecto ferromagnético.

El fenómeno de las corrientes de *Foucault* se estudiará en profundidad más adelante. En esencia, un campo magnético alterno induce un campo eléctrico en un material con suficiente conductividad eléctrica. Dependiendo de este parámetro, el campo eléctrico inducirá a su vez una corriente de *Foucault*, de mayor o menor intensidad, en el material.

El segundo fenómeno producido por el campo magnético se conoce como efecto ferromagnético. Este, lógicamente, requiere que el material a tratar sea ferromagnético, de forma que sus propiedades a altas frecuencias pueden ser expresadas matemáticamente mediante el uso de la permeabilidad compleja, μ, como:

$$\mu = \mu' - j\mu'' \tag{16}$$

Donde $\mu' = \mu_0 \mu'_r$ es la permeabilidad magnética en H/m, con $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$ la permeabilidad en el vacío, conocida también como "constante magnética". La parte imaginaria de la



permeabilidad es $\mu'' = \mu_0 \mu_r''$, en donde μ_r'' es el factor de pérdidas magnéticas. En conjunto, la permeabilidad magnética relativa μ_r será:

$$\mu_r = \mu_r' - j\mu_r'' \tag{17}$$

En espacio libre, así como en muchos materiales, $\mu_r = 1$. Para metales ferrosos, $\mu'_r \ge 1$ y μ''_r es muy cercano a cero. Únicamente en materiales ferromagnéticos, con propiedades de histéresis, el valor de μ''_r será significativamente mayor de cero. Este fenómeno es debido a las pérdidas asociadas con el ciclo de magnetización y desmagnetización.

La acumulación de energía debido al efecto de histéresis, P_{hyst} , para un material con factor de pérdidas magnéticas μ_r'' se puede formular como:

$$P_{hyst} = \mu_0 \mu_r^{\prime\prime} H^2 \tag{18}$$

Donde *H* es la media cuadrática o intensidad media del campo magnético de alta frecuencia.

3.1.2 Comportamiento de los campos en la frontera de los materiales

3.1.2.1 Campos en la frontera entre dos materiales reales

Uno de los principales temas de estudio en el diseño de inductores es la configuración del campo eléctrico y magnético en la frontera entre dos medios distintos [10]. Dichos campos pueden tener componentes en dirección paralela o perpendicular a la frontera, pudiendo dar lugar a cuatro escenarios distintos como se aprecia en la Figura 1.





Figura 1. Componentes eléctricas y magnéticas en la frontera entre dos materiales. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

En el caso I, el campo eléctrico es perpendicular a la frontera. La relación entre intensidades de campo eléctrico a través de la misma es proporcional a las permitividades de cada uno de los medios: $\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2$. Si los campos eléctricos son paralelos a la frontera, entonces son iguales, como se muestra en la condición II.

En el caso III se representa un escenario similar a la configuración I, pero para el campo magnético. Ahora, la relación entre campos será proporcional a sus permeabilidades, de la forma: $\mu_1 H_1 = \mu_2 H_2$. Cabe destacar que esta igualdad solo se cumplirá en casos estáticos (corriente continua), pues para condiciones de alta frecuencia pueden aparecer fenómenos de inducción que alteren el vínculo. Por otro lado, si uno de los dos materiales es un conductor perfecto, el campo magnético H en la frontera se desvanece. Por último, en el caso IV, para un campo magnético paralelo la relación depende de las corrientes superficiales, J_S .

3.1.2.2 Impedancia de onda en distintos entornos

En este apartado se tratará de demostrar la gran influencia que tiene la impedancia de onda en las interacciones onda-material. Además, conocer esta relación permitirá una mejor comprensión de la función que desempeñan los inductores.



En primer lugar, se examinarán los campos eléctrico y magnético cuando trabajan en ausencia de materiales. En ese caso, la relación entre campos se denomina impedancia de espacio libre, $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \ \Omega$, que es una de las constantes de la naturaleza.

La presencia de cualquier material alteraría dicha constante, modificando su valor en función de las propiedades eléctricas del material [10], como se puede ver en la ecuación (19).

$$\eta = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon \left(1 + \frac{j\sigma}{\omega\varepsilon}\right)}}$$
(19)

Un caso extremo se puede apreciar en el apartado C) de la Figura 2, donde una corriente atraviesa un hilo de cobre de conductividad elevada, provocando un aumento del campo magnético en sus proximidades. Puesto que el campo eléctrico existente es muy débil, la impedancia de onda sería $\eta = \frac{E}{H} \ll 377 \ \Omega$. Los metales pueden ser usados para conformar campos electromagnéticos y de ahí su amplio uso en electrotecnia, como por ejemplo en inductores, que se estudiarán en capítulos posteriores.

En el caso contrario al anterior se tiene un campo eléctrico entre dos placas paralelas, tal y como se muestra en el apartado B) de la Figura 2. En esta ocasión, es el campo magnético el que se presenta una baja intensidad, y por tanto la impedancia de onda $\eta \gg 377 \Omega$. Una aplicación de este fenómeno se encuentra en los condensadores de placas paralelas.





Figura 2. Relación entre campo magnético y eléctrico en tres escenarios: A) Espacio libre. B) Fuerte campo eléctrico, débil campo magnético. C) Débil campo eléctrico, fuerte campo magnético. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation

Estos dos ejemplos pueden ser usados para generar campos y crear impedancias de onda muy alejadas de la que se encuentra en casos sin material. Normalmente, las estructuras de alta impedancia, como las placas paralelas, son apropiadas para trabajar con dieléctricos, mientras que las de baja impedancia, como el hilo de cobre, son idóneas para interactuar con piezas de alta conductividad.

3.1.2.3 Profundidad pelicular y resistividad superficial

La Figura 3 muestra el comportamiento de los campos en la frontera entre un conductor perfecto y un dieléctrico. En la superficie del conductor, como se había mencionado anteriormente, la componente del campo eléctrico paralelo a la frontera se desvanece, por lo que solo la componente vertical puede existir. En la práctica, dado que los conductores no son perfectos, el campo eléctrico paralelo no desaparece por completo, sino que existe en un estado muy débil con el fin de dar soporte a las corrientes superficiales. Este campo eléctrico superficial se reducirá a medida que se acerca al centro de la pieza y se aleja de la frontera. La profundidad a la que dicho campo se reduce en un $\frac{1}{e} \approx 36,8\%$ se conoce comúnmente [10], [11] como profundidad pelicular o profundidad efectiva de penetración. Su expresión se muestra en la ecuación (20):





Figura 3. Campos en la frontera entre un dieléctrico y un conductor, con decaimiento del campo magnético. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation

Por otro lado, la resistividad superficial de los metales se expresa como:

$$R_S = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} \tag{21}$$

Relacionando las expresiones (20) y (21), se puede obtener la resistividad superficial en función de la profundidad pelicular como:

$$R_S = \frac{1}{\delta\sigma} \tag{22}$$



3.2 GENERADORES DE CAMPO

En el capítulo anterior se discutieron los principios de la interacción entre el campo electromagnético y el material, y se estudiaron los efectos que tenían lugar. El propósito de este capítulo es introducir los generadores de campo, que son los encargados de establecer dichos campos en la pieza.

El uso de los generadores de campo se ha extendido por multitud de disciplinas e industrias. Debido a ello, la terminología es muy diversa y normalmente no está estandarizada. Con el fin de mantener un criterio firme y evitar confusiones, a la pieza sobre la que se generan los campos eléctricos y magnéticos se le denominará la "carga".

3.2.1 Conceptos básicos

3.2.1.1 Distinción entre generadores de campo y sensores

El término "generadores de campo" engloba a todos los dispositivos que ceden energía electromagnética a una determinada frecuencia a un material, a un nivel suficiente para ocasionar un cambio permanente o temporal en alguna de sus propiedades [10]. Estos cambios en el material abarcan desde variaciones en la temperatura o humedad, mejora de una reacción química, descomposición de gases para formar plasma, etc. Se usa el término "sistemas de deposición de energía" cuando estos dispositivos tienen aplicaciones en el área de la Industria, la ciencia o la medicina (ISM²).

Por otro lado, el término "sensor" se utiliza cuando el objetivo de la interacción del campo es únicamente obtener información acerca de la carga. Por ejemplo, en un proceso industrial, un sensor puede ser usado para generar un campo en el material a procesar con el fin de averiguar sus propiedades dieléctricas, de forma que a partir de ellas se puedan obtener otros datos, como el contenido de humedad.

Aunque los fundamentos físicos en los que se basan generadores de campo y sensores son similares, en la práctica hay diferencias que provocan que los criterios de diseño para uno y otro caso sean muy diferentes: en generadores de campo se buscan mayores niveles de potencia, voltaje y corriente; en sensores, se aspira a altos niveles de señal.

² Del inglés, *Industry*, *Science and Medicine*.



3.2.1.2 Campo cercano y campo lejano: antenas frente a generadores y sensores

Un generador o un sensor es de "campo cercano" cuando las distancias entre él y la carga son pequeñas comparado con la longitud de onda [10]. En la mayoría de los casos, la carga se encuentra contenida dentro de la estructura del generador como ocurre, por ejemplo, en el microondas doméstico, o en los modelos de calentamiento inductivo que se presentarán en capítulos posteriores.

En sistemas de "campo lejano" las distancias entre la antena y la carga son grandes comparado con la longitud de onda a la que se trabaja. En ellos, el campo que interacciona con el material está en forma de onda viajera plana, y el cociente entre campo eléctrico y campo magnético tiene un valor cercano a los 377 Ω , como si estuviese trabajando sin carga. En contraposición, en los sistemas de campo cercano, dicho valor se desvía en gran medida debido a la mayor influencia de la carga.

Otra característica de los sistemas de campo cercano es que la presencia de la carga tiene un impacto significativo en algunas de las variables del circuito del dispositivo, como la impedancia, el voltaje o la corriente. En esencia, la carga se convierte en una parte del circuito. En sistemas de antena, por el contrario, el efecto del material en el circuito se puede despreciar.

3.2.1.3 Clasificación de generadores y sensores en función de la geometría de la carga

La relación entre el generador de campo o sensor y la carga de trabajo puede tener una de las cuatro relaciones geométricas que se muestran en la Figura 4 [10].





Figura 4. Tipos de generadores en función de la geometría. A) La carga está completamente rodeada por el generador. B) Semi-volumen, la carga se encuentra parcialmente rodeada. C) El generador se coloca en la superficie de la carga. D) El generador está inmerso en la carga, la cual es un fluido. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation

En el primer caso, la carga está colocada sustancialmente dentro del generador o sensor. Este modelo se caracteriza por generar un campo en todas direcciones, y destaca por una mejor rendimiento y uniformidad de campo que el resto.

En el caso de "semi-volumen", el sensor envuelve a la carga solo de manera parcial. Esta configuración se usa normalmente cuando el acceso a la misma es limitado. En el tercer caso, el generador o sensor está colocado en la superficie de una carga generalmente mayor. Tanto esta disposición como la anterior son usados habitualmente en aplicaciones médicas, como el escaneo de resonancias magnéticas (MRI³).

En el caso de "inmersión", el generador o sensor está sumergido en la carga, que normalmente es un fluido. Destaca por su amplio uso en ciertas aplicaciones médicas, como la ablación por radiofrecuencia.

³ Del inglés, *Magnetic Resonance Imaging*.



3.2.2 Parámetros principales de los generadores de campo

3.2.2.1 Acoplamiento del generador, rendimiento y control de la potencia

Con el fin de facilitar el entendimiento de las fórmulas presentes en este apartado, en la Figura 5 se muestra una configuración simplificada de un sistema electromagnético de deposición de energía, que se utilizará como referencia. En él, una fuente de alimentación suministra energía de la red, P_U (continua o alterna, según requiera la situación) a una fuente a alta frecuencia, que a su vez cede energía (P_S) a través de un subsistema de acoplamiento. Como se observa en el dibujo, una parte de la energía (P_r) es reflejada debido a desequilibrios. Con ello, la energía final que llega al generador de campo es P_a . La energía cedida por el generador de campo, P_a , es a su vez dividida en P_d , que es la energía depositada en el material, y P_w , que es la energía desaprovechada:



Figura 5. Representación esquemática electromagnético de deposición de energía. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation

En muchas aplicaciones, especialmente en piezas metálicas, esta energía desaprovechada se traduce en la aparición del *Efecto Joule* antes explicado, transformándose en calor y elevando la temperatura de la carga. También puede haber otras causas de pérdida de energía, como la radiación o el calentamiento de dieléctricos que pueden aprovecharse para otros propósitos.

Considerando la totalidad del sistema, es deseable maximizar la energía depositada, P_d , frente a la energía suministrada por la red, P_u . De este modo el rendimiento global del sistema, η_s , se define como:

$$\eta_s = \frac{P_d}{P_u} \tag{23}$$



Otro de los parámetros ampliamente usados en el diseño del sistema es el rendimiento del generador de campo η_a , que es el cociente entre la energía depositada en el material P_d y la energía disponible en el generador P_a . También puede expresarse en función de la energía desaprovechada:

$$\eta_a = \frac{P_d}{P_a} = 1 - \frac{P_w}{P_a} \tag{24}$$

Para un acoplamiento perfecto del sistema, $\eta_a = \eta_t$. Las pérdidas en la estructura de acoplamiento son generalmente pequeñas, pero si se necesita tenerlas en cuenta, pueden añadirse a P_w .

3.2.2.2 Volumen de campo efectivo (EFV)

El volumen de campo efectivo (EFV)⁴ de un generador de campo o sensor es la región sobre la cual se localiza el campo útil [10]. En las regiones fuera del EFV, los campos son prácticamente nulos o de una amplitud insuficiente para llevar a cabo su función. Por tanto, a pesar de que existe una cierta estandarización en la industria acerca de esto, la definición de EFV para una determinada aplicación es en gran medida criterio del diseñador.

En los casos en los que el generador de campo es de simple configuración con grandes campos uniformes, definir el EFV resulta tarea sencilla, pues puede considerarse como el área donde estos son sustancialmente uniformes. Por ejemplo, en el caso de un solenoide usado para aplicaciones de calentamiento inductivo, se considera el área cilíndrico interior.

3.2.2.3 Factor de relleno de generadores de campo y sensores

El factor de relleno (del inglés, *fill factor*) [12] indica el grado en el que la carga "ocupa" el volumen de campo efectiva (EFV) del generador de campo. Por ejemplo, en un calentamiento por inducción, si un cilindro de metal está colocado en el interior de un solenoide con campo uniforme, y se supone que ambas piezas tienen la misma altura, el factor de relleno será el cociente entre los volúmenes, que no deja de ser el cociente entre el cuadrado de sus diámetros. La expresión del factor de relleno se muestra en la ecuación (25).

⁴ De sus iniciales en inglés, *Effective Field Volume*.



$$\phi = \frac{\iiint_{V_m} |\psi| dv}{\iiint_{V_t} |\psi| dv}$$
(25)

Donde ψ es la intensidad de campo, que puede ser eléctrico o magnético dependiendo del caso dado. El numerador es la intensidad de campo integrada sobre el volumen que ocuparía la carga, V_m , mientras que en el denominador se integra sobre el volumen de campo efectivo, V_t .

En un caso ideal, en el que el campo es uniforme en todo el volumen del generador, la ecuación (25) se puede reducir al cociente entre los volúmenes de la carga y del generador:

$$\phi = \frac{V_m}{V_t} \tag{26}$$

En el diseño de cualquier generador de campo o sensor es deseable maximizar el factor de relleno, lo que se traduce en colocar la carga en una zona donde la intensidad de campo sea máxima, y abarcar tanto volumen de campo efectivo (EFV) como sea posible. Esto incrementará el rendimiento del generador en sistemas de calentamiento, y mejorará la sensibilidad en sensores.

3.2.3 Clasificación de generadores en función de su campo

Posiblemente, el primer método de clasificación de todos ellos es en base al tipo de campo con el que principalmente trabajan: eléctrico o magnético [10]. Aunque los generadores de alta frecuencia normalmente suelen contener ambos campos para así satisfacer las ecuaciones de *Maxwell*, normalmente solo uno de ellos es útil para llevar a cabo su función prevista. Los esfuerzos para maximizar el campo útil y minimizar el "innecesario" son frecuentemente parte del proceso de diseño.

3.2.3.1 Generadores de campo eléctrico

El generador de campo eléctrico más simple, conocido normalmente como capacitor, tiene una disposición de placas paralelas como la que se muestra en la sección A) de la Figura 6. Este generador es usado normalmente para la interacción de dieléctricos y materiales de baja conductividad con campos eléctricos, aunque también presenta otras aplicaciones como la excitación de plasmas de baja temperatura o de bajas conductividades eléctricas. Su circuito equivalente se muestra en el apartado B) de la Figura 6.







Como se puede observar en el dibujo, en capacitores de placas planas el campo eléctrico (*E field*) es normalmente perpendicular a las dos placas. Existe además un leve campo magnético (*H field*) dispuesto en forma circular alrededor del campo eléctrico. El cociente entre ambos, definido anteriormente como la impedancia de onda, es muy superior a 377 Ω , valor de la constante natural en espacio libre, lo que indica que el campo eléctrico es claramente dominante.

3.2.3.2 Generadores de campo magnético: inductores

Si bien es necesario conocer las características fundamentales de un generador de campo eléctrico, serán los de campo magnético, conocidos comúnmente como inductores, en los que se centrarán los estudios posteriores del trabajo.

La configuración más simple de un inductor magnético es una anilla de corriente, tal y como se muestra en el apartado A) de la Figura 7, aunque también se trabaja con bobinas o solenoides. Al contrario de lo que sucedía caso anterior, en inductores el campo "fuerte" es el campo magnético, mientras que el eléctrico apenas tiene presencia; de este modo, la impedancia de onda es muy inferior a ese valor de 377 Ω . El campo magnético se forma a partir de una corriente eléctrica que circula a través del inductor, de acuerdo con la ley de *Biot-Savart*.





Figura 7. A) Representación esquemática de un inductor. B) Circuito equivalente. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

El circuito equivalente simplificado del inductor se muestra también en la sección B) de la Figura 7. Además de la inductancia, que varía ligeramente con la presencia de la carga, hay dos resistencias en serie: una representa la resistencia del inductor (la bobina) en sí mismo, y el otro representa las pérdidas en la carga. Este tema se tratará en profundidad más adelante.

3.3 GENERADORES DE CAMPO A ALTA FRECUENCIA: INDUCTORES

Este capítulo se centrará en el estudio de los generadores de campo magnético, comúnmente conocidos como inductores. En ellos, como se ha comentado en apartados anteriores, la carga se coloca en la zona de máxima intensidad de campo magnético y mínimo campo eléctrico. Dicha carga puede ser un material conductor, plasma, un ferromagnético o una pieza sometida al efecto de resonancia magnética.

En primera instancia, se estudiarán los diversos efectos que pueden aparecer con el uso de inductores, centrándose sobre todo en aquellos que afectan al calentamiento por inducción. Posteriormente, se comentarán los criterios de diseño que deben tenerse en cuenta para, por último, centrarse en el análisis del tipo de inductores más conocido: las bobinas.

3.3.1 Fenómenos electromagnéticos principales

Existe una gran variedad de inductores, que abarcan múltiples aplicaciones en los campos de la industria, la ciencia y la medicina. Con el fin de clasificarlos en diversos grupos, se categorizarán en función de la interacción de su campo magnético con la carga de trabajo [10]. Así, la Figura 8 muestra una división en tres grandes bloques: las corrientes de *Foucault*, la histéresis y la resonancia magnéticas.





Figura 8. Categorización de los inductores en función de los fenómenos físicos que tienen lugar. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

En este capítulo se tratarán fundamentalmente los dos primeros grupos, por ser los que, como se aprecia en la Figura 8, afectan en mayor medida al calentamiento inductivo.

3.3.1.1 Corrientes de Foucault

Las corrientes de *Foucault*⁵ son parte fundamental en el funcionamiento de la mayoría de los inductores [13]. Un requisito previo para la formación de estas corrientes es disponer de suficiente conductividad eléctrica, si bien esta depende en ocasiones de otros parámetros, como la frecuencia de operación.

La Figura 9 muestra una descripción esquemática de las corrientes de *Foucault*: una corriente alterna de alta frecuencia aplicada crea un campo magnético, que interacciona con la carga. Este campo magnético alterno, en base a la Ley de *Faraday* (2), induce un campo eléctrico en la pieza. Dependiendo de la conductividad del material del que está conformada dicha pieza, el campo eléctrico creará a su vez corrientes en la misma.

⁵ Conocidas también por su término en inglés, *Eddy Currents*.





Figura 9. Representación esquemática del efecto de las corrientes de Foucault. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

La inducción de las corrientes de Foucault se utiliza en la práctica en dos campos distintos: deposición de energía y caracterización de materiales. En deposición de energía, comúnmente conocido como calentamiento inductivo, la resistencia que el material muestra al flujo de corrientes de *Foucault* produce calor por medio del conocido como *Efecto Joule*, ya mencionado en el apartado 3.1.1.3: si por un conductor circula corriente eléctrica, parte de la energía cinética de los electrones se transforma en calor debido a los choques que sufren los átomos del material conductor por el que circulan, elevando la temperatura del mismo.

Aunque en este caso la aparición de las corrientes de *Foucault* es deseada, existen otras situaciones en las que su presencia resulta perjudicial para el proceso, desarrollándose métodos para poder suprimirlas. El ejemplo más simple son los núcleos de los transformadores eléctricos, que están hechos de láminas metálicas para evitar pérdidas asociadas a dichas corrientes.

Con el fin de examinar el impacto de los campos magnéticos de alta frecuencia en la formación de corrientes de *Foucault*, se usa como ejemplo el cilindro mostrado en la Figura 10, hecho de un material con conductividad σ y con un campo magnético alterno H_0 paralelo al eje z del cilindro. Este induce una corriente de *Foucault* J_{ϕ} , la cual genera a su vez otro campo magnético secundario H_z (27). Existe también un campo eléctrico E_{ϕ} , presente en el material.

$$H_z = J_\phi \, d = \sigma \, E_\phi \, d \tag{27}$$







Figura 10. Cilindro conductor sometido a un campo magnético alterno con dirección en el eje Z. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

Entonces, sustituyendo en la ecuación (27), se puede obtener el valor de la densidad de corriente de *Foucault* resultante en función del campo magnético impuesto:

$$J_{\phi} = \frac{H_0}{\sqrt{d^2 + \frac{\delta^4}{a^2}}} \tag{28}$$

Siendo δ la profundidad pelicular, expresada como:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} \tag{29}$$

3.3.1.2 Campos magnéticos de alta frecuencia en materiales ferromagnéticos

Además de las corrientes de *Foucault* establecidas debido a la conductividad, los materiales con propiedades ferromagnéticas crean otro conjunto de fenómenos cuando se les aplica un campo magnético de alta frecuencia [14]. El ferromagnetismo es un fenómeno en el que se produce un ordenamiento de todos los momentos magnéticos de una muestra, en la misma dirección y sentido. Los materiales ferromagnéticos se encuentran divididos en dominios magnéticos, estando todos los momentos alineados en cada uno de ellos. Al someter al material ferromagnético a un campo magnético



intenso, los dominios tienden a alinearse con este, de forma que aquellos dominios en los que los dipolos están orientados en el mismo sentido y dirección de campo magnético aumentan su tamaño.

De manera análoga a las propiedades dieléctricas, las propiedades ferromagnéticas a altas frecuencias pueden ser modeladas matemáticamente con el uso de la permeabilidad relativa compleja, μ_r^* :

$$\mu_r^* = \mu_r' - j\mu_r''$$
 (30)

Donde μ'_r es la permeabilidad relativa y μ''_r el factor de pérdidas magnéticas, siendo cada uno responsable de un aspecto diferente en las interacciones de campos magnéticos de alta frecuencia con materiales ferromagnéticos.

El primer fenómeno, que es una extensión del efecto de las corrientes de Foucault, supone una reducción de la profundidad pelicular debido a la presencia de permeabilidades mayores que las del espacio libre. En el caso de los materiales ferromagnéticos, estas permeabilidades relativas son mucho mayores que 1, por lo que las profundidades peliculares se reducirán en gran medida.

La alta permeabilidad de los metales ferromagnéticos supondrá una menor área transversal disponible para el flujo de corrientes de *Foucault*, y con ello una mayor resistividad superficial. Esto tiene como consecuencia un incremento de la disipación energética, respecto a materiales no ferromagnéticos de la misma conductividad.

La histéresis magnética es un efecto completamente distinto al de las corrientes de *Foucault* y, atendiendo a la ecuación (31), se relaciona con la parte imaginaria de la permeabilidad magnética relativa, μ_r'' , conocida también como factor de pérdidas magnéticas. Este fenómeno es debido a pérdidas asociadas con el ciclo de magnetización-desmagnetización en el dominio magnético.

La deposición energética debido al efecto de histéresis, P_{hyst} , para un material con factor de pérdidas magnéticas μ_r'' se puede expresar como:

$$P_{hyst} = \mu_0 \mu_r^{\prime\prime} H^2 \tag{31}$$

Donde *H* es la intensidad media del campo magnético de alta frecuencia. Una característica interesante de este fenómeno es que el efecto de histéresis tiene un límite térmico conocido como la Temperatura de *Curie* [15], a partir del cual dicho efecto deja de funcionar.



En la Figura 11 se muestra el comportamiento de dos materiales ferríticos, en los que se puede apreciar claramente la temperatura de *Curie*, a partir de la cual su velocidad de calentamiento disminuye rápidamente. Esta será una idea a tener en cuenta en el estudio de los modelos de calentamiento inductivo, y condicionará en parte la temperatura que pueda alcanzar el susceptor⁶.



Figura 11. Velocidad de calentamiento de dos compuestos ferríticos, donde se puede observar el decaimiento producido por sobrepasar la Temperatura de Curie. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

3.3.2 Criterios de diseño

Algunos autores [16] plantean ciertas ideas preliminares de diseño, que pueden contribuir a la optimización del proceso de calentamiento inductivo.

- Acoplamiento y eficiencia. El inductor es similar al primario de un transformador y la pieza es equivalente al núcleo del secundario. Por tanto, la eficiencia entre ambos es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos.
- Máxima transferencia de energía. La distancia entre pieza e inductor debe ser la mínima posible. Cuantas más líneas de flujo magnético intercepten la pieza, mayor será la densidad de corriente.
- Prevención de cancelación de campos magnéticos. Algunos inductores pueden transferir mayor cantidad de energía a la pieza a calentar, debido a su capacidad de

⁶ Material utilizado por su capacidad de absorber energía electromagnética y convertirla en calor.



concentrar flujo magnético. Por tanto, para prevenir pérdidas de energía, es necesario cancelar la inducción que no contribuye al calentamiento.

- Movimiento de la pieza relativa a la bobina. Relativo a sistemas en los que la pieza se mueve dentro y fuera del inductor, lo que puede requerir grandes modificaciones en el proceso.
- Material del inductor. Debe considerarse la resistencia óhmica con la que se elabora el inductor. Una resistencia baja evita pérdidas de potencia por efecto *Joule* en el inductor y reduce la necesidad de refrigeración del sistema. Es necesario emplear un material cuya propiedad de transmisión de calor sea alta.
- Elección de la geometría. La elaboración de un inductor depende de la geometría de la pieza a ser tratada, por lo que es necesario establecer las condiciones geométricas necesarias.
- Factibilidad. El proceso de fabricación del inductor debe considerar los costos asociados al tipo de material utilizado y a las ventajas que representa la construcción de este sin que ello requiera complicados procesos de manufactura.

3.3.3 Parámetros principales en inductores

3.3.3.1 Parámetros del circuito

En la mayoría de los casos, el inductor puede ser aproximado por un circuito equivalente conformado por el inductor propiamente dicho, junto con elementos resistivos que representan pérdidas. En la Figura 12 se muestran los circuitos equivalentes, tanto en el caso de trabajo sin carga (A) como cuando esta se encuentra presente (B). En el caso en el que el inductor está descargado, el circuito equivalente lo conforman una inductancia L_c y una resistencia R_c, representando esta última la resistencia óhmica del propio inductor.



Figura 12. Circuito equivalente de un inductor trabajando en dos situaciones. A) En vacío. B) Con una carga en su interior. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

Con la presencia de carga de trabajo, se considera una nueva resistencia en serie con la anterior, R_{le} , denominada de carga equivalente. Además, la inductancia también se modifica a L_c' . Para cargas no ferromagnéticas, $L'_C \leq L_C$, aunque en la mayoría de los casos prácticos esta diferencia es muy pequeña. En cambio, para cargas ferromagnéticas, la inductancia aumenta o disminuye dependiendo de múltiples factores. Con ello, el rendimiento del inductor entonces se vuelve:

$$\eta = \frac{R_{le}}{R_{le} + R_C} \tag{32}$$

Como ocurría con el caso de la distribución de campo, la eficiencia del inductor puede calcularse también mediante métodos computacionales. En capítulos posteriores del proyecto, se recurrirá a esta fórmula con el fin de poder comparar los resultados obtenidos mediante software con los calculados analíticamente. Así, aunque esto no sirva como método de verificación, permitirá aumentar la fiabilidad de los mismos.

3.3.3.2 Configuración de inductores: bobinas

Los inductores más antiguos y, a su vez, predominantes en la actualidad son las bobinas o solenoides. Las ventajas principales de estas estructuras son, por un lado, la simplicidad en la construcción; por otro, que facilitan una distribución de campo magnético uniforme, que además puede ser diseñada mediante la correcta colocación de los hilos.



En una primera aproximación, se asume que la corriente circula a través de un cable de espesor infinitesimal con diámetro despreciable. En la práctica, sin embargo, el cable tendrá un diámetro determinado, en el que se intentará minimizar la resistencia para así reducir las pérdidas de energía en el mismo.

El tipo de inductor más común se da cuando la fuente de campo magnético son diversos cables que portan la corriente, lo que comúnmente se denomina bobina. En la Figura 13 se muestra un ejemplo, donde el campo magnético generado en el punto de interés es una superposición de todos aquellos generados en cada cable. Una ventaja de diseño que presentan es la flexibilidad para diseñar el campo, basado en la localización y la densidad de corriente.



Figura 13. Configuración general de un inductor. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

3.3.3.3 Otras configuraciones en inductores

Además de las bobinas, existen otras configuraciones propuestas por diversos autores [17] menos utilizadas, pero igualmente válidas para la generación de campo magnético. Un ejemplo son los inductores de tipo lámina, como el que se muestra en la Figura 14. Estos pueden producir campos magnéticos relativamente grandes con bajas inductancias, lo que los hace apropiados para aplicaciones de alta frecuencia. Sin embargo, hay menos control sobre el campo generado, debido a que la distribución de corriente en la lámina está gobernada por las ecuaciones de onda y condiciones de contorno.




Figura 14. Esquema de un inductor tipo lámina. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

Otro tipo de inductores son las bobinas de asiento, como la de la Figura 15. En ellas se busca que la dirección del campo magnético sea perpendicular al eje de la carga cilíndrica de trabajo. Está orientada fundamentalmente a aplicaciones de resonancia magnética, donde se tiene esta necesidad. La corriente eléctrica se divide entre los dos lados del asiento, formándose un campo vertical a los ejes del cilindro.



Figura 15. Representación esquemática de una bobina de asiento. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

3.3.4 Bobinas de inducción

Tal y como se ha visto anteriormente, existen multitud de inductores distintos para la generación de campo magnético. La elección de por cuál decantarse dependerá de la aplicación a la que se destine y los objetivos que se quieran cumplir. En este caso, el estudio se centrará en las bobinas de inducción, por ser las que se usan en prácticamente la totalidad de las aplicaciones de calentamiento inductivo.

3.3.4.1 Distribución de campo magnético

Un esquema simplificado de una bobina con sus líneas de campo magnético y una carga de trabajo en su interior se muestra en la Figura 16. Un solenoide con un cociente de altura entre diámetro mayor de 2 se considera que tiene un campo interno sustancialmente uniforme, soliendo usarse la aproximación de longitud infinita. El campo magnético en este caso, H_Z (en A/m), se calcula mediante la ecuación (33), extraída de [10] :

$$H_{Z} = \frac{N I}{2 h} \left[\frac{x + \frac{h}{2}}{\sqrt{a^{2} + \left(x + \frac{h}{2}\right)^{2}}} - \frac{x - \frac{h}{2}}{\sqrt{a^{2} + \left(x - \frac{h}{2}\right)^{2}}} \right]$$
(33)

Donde a y h son el radio y la altura de la bobina, N es el número de vueltas, I la corriente en Amperios, y x el punto de los ejes donde la intensidad de campo se está estudiando, con el origen situado a la mitad de la altura.





Figura 16. Esquema simplificado de un inductor trabajando con carga, en el que se muestran las líneas de campo magnético. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

3.3.4.2 Cálculo de la inductancia del solenoide y del factor de calidad

Un método bastante preciso de cálculo de la inductancia, usado para un amplio rango de geometrías, se da en forma de nomograma, elaborado por *Riegert* [10]. La inductancia de una bobina circular de N vueltas, con diámetro D_c en metros es de la forma:

$$L_c = 10^\beta N^2 D_c \tag{34}$$

Donde el factor β se obtiene de la expresión polinomial:

$$\beta = -6.17 + 0.67x - 0.19x^2 - 0.009x^3 + 0.12x^4 \tag{35}$$

Siendo *x*:

$$x = \log_{10}\left(\frac{D_c}{h}\right) \tag{36}$$

En cuanto al factor de calidad, los cálculos basados en una distribución uniforme de la corriente en el cable conductor generan mayores valores de aquel, en comparación con los que se obtienen en la



práctica. La razón es el efecto de proximidad, en el que las corrientes se concentran en ciertas partes de la sección transversal del conductor.

Basándose en datos experimentales desarrollados por otros autores [18], el factor de calidad para un solenoide es de la forma:

$$Q_u = AD_c\sqrt{f} \tag{37}$$

Donde el factor de forma *A* se obtiene, de nuevo, mediante un nomograma elaborado por *Riegert*, de la forma:

$$A = 3.95 + 2.9x - 0.62x^2 - 0.7x^3 \tag{38}$$

Siendo *x*, en esta ocasión:

$$x = \log_{10}\left(\frac{h}{D_c}\right) \tag{39}$$

Donde D_c y h (en metros) son el diámetro y la longitud de la bobina respectivamente, y f es la frecuencia de operación (en Hz).

3.4 EL CALENTAMIENTO POR INDUCCIÓN

El calentamiento por inducción, o calentamiento inductivo, ha sido un método de calentamiento sin contacto entre piezas usado durante décadas. Se conocen múltiples aplicaciones y modalidades de este proceso, que engloban un amplio rango de frecuencias de trabajo, pudiendo ir desde los 50-60 Hz hasta órdenes de magnitud de 10⁶ Hz, de acuerdo con diversos autores [12], [19] La mayoría de las aplicaciones industriales contemporáneas trabajan por debajo de los 450 kHz, reservando las frecuencias en el rango de los mega hertzios para casos especiales en los que la conductividad del material es baja (como en los no metales), o en aplicaciones en las que la carga de trabajo es mucho más pequeña que el solenoide, es decir, con bajo factor de relleno [10].

En el apartado 3.3.1.1 se describió el proceso de formación de las corrientes de Foucault cuando un material conductor estaba sometido a un campo magnético de alta frecuencia. El calentamiento inductivo ocurre cuando estas corrientes son lo suficientemente intensas para provocar que la resistencia del material que se opone cause pérdidas óhmicas, y con ello calor por Efecto *Joule*. El calentamiento inductivo presenta ciertas ventajas [8] en comparación con los métodos convencionales, como que no es necesario el contacto entre piezas, que genera un mayor calentamiento por unidad de superficie, o que la productividad y la eficiencia del proceso aumentan.

A lo largo de este capítulo, se expondrán una serie de fórmulas que permiten el estudio analítico del proceso de calentamiento inductivo. Además, se desarrollarán las dos disposiciones que más adelante se modelizarán en este proyecto: en primer lugar, el calentamiento directo de la tubería, o caso base; posteriormente, la configuración en "lecho empacado".

3.4.1 Calentamiento por inducción de un cilindro hueco

En este capítulo se buscará cuantificar el efecto del calentamiento inductivo en una pieza cilíndrica hueca, con el fin de extrapolar los cálculos al análisis de la tubería portadora de gases, que es objeto de estudio en el presente proyecto. Para ello, en primer lugar, se dispondrá de un campo magnético uniforme, para posteriormente estudiar el fenómeno cuando la tubería se encuentra en el seno de una bobina de inducción.

3.4.1.1 En presencia de un campo magnético uniforme

Para estudiar el efecto de calentamiento por inducción, se utilizará la notación de la Figura 10 y los resultados del apartado 3.3.1.1 como base. La potencia total disipada en la pieza se modeliza con la ecuación (40), que ya ha sido propuesta por otros autores como [20]:

$$\langle P_d \rangle = (\pi \ a \ h \ d \ \sigma) \frac{\left(\frac{\omega \ a}{2} \mu_0 H_0\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega \mu_0 \sigma a d}{2}\right)^2} \tag{40}$$

Esto muestra la deposición de energía (en W) en un cilindro hueco con radio a, altura h, espesor d (todo en metros) y conductividad σ (S/m), donde la amplitud de campo magnético es H_0 (en A/m) a frecuencia $\omega = 2\pi f$.

Examinando la ecuación, se aprecia la influencia de determinadas variables, que también aparecerán en geometrías más complejas. Una de ellas es la conductividad del material: cuando su valor sea de 0 o infinito, la deposición resultará nula. Estos dos extremos corresponden con aislantes ($\sigma = 0$) en los que las corrientes de *Foucault* no son posibles, y con materiales altamente conductores ($\sigma \rightarrow \infty$) donde las corrientes de *Foucault* no encuentran la resistencia necesaria para producir calor. Derivado de ello, tendrá que haber un valor intermedio de la conductividad que sea óptimo para la deposición. En la Figura 17 se muestra un ejemplo de cálculo del óptimo para un cilindro de dimensiones a = 1 cm, d = 1 mm y frecuencia de 1 *MHz*. Si bien el gráfico está particularizado para una serie de datos, el "perfil" del mismo es universal para cualquier caso de calentamiento por inducción.



Figura 17. Energía depositada (en escala relativa) en un cilindro hueco en función de su conductividad (frecuencia=1 MHz, radio=1 cm, espesor=1 mm. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

Y, derivando la ecuación (40) con respecto a ψ , se obtiene:

$$\frac{dP_d}{d\psi} = \pi H_0^2 \mu^2 \omega^2 h a^3 \frac{4 - (a \psi \mu \omega)^2}{[4 + (a \psi \mu \omega)^2]^2}$$
(41)

En un cilindro hueco, la deposición energética se maximiza si el espesor del cilindro se elige de acuerdo con la ecuación (42). Es importante señalar que buscar la optimización con otros parámetros, como la frecuencia o el diámetro del cilindro, no conducirá a ningún resultado, pues la deposición energética siempre aumenta conforme se incrementan dichos valores.

$$d = \frac{\delta^2}{a} \tag{42}$$

3.4.1.2 En el interior de un solenoide

Ahora, la fuente de campo magnético se identifica como un solenoide externo y coaxial a la carga cilíndrica, como se muestra en la Figura 18. Este tiene N vueltas, diámetro D_c y longitud l, con un



flujo de corriente I_c . [10] desarrolla un procedimiento para el cálculo analítico de la resistencia equivalente de la carga.



Figura 18. Pieza cilíndrica colocada en el interior de un solenoide. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

El valor cuadrático medio del campo magnético H_0 en el área anular entre la bobina y el cilindro se relaciona con otros parámetros mediante la ecuación (43), desarrollada por [21]:

$$H_0 = \frac{N}{l k} I_C \tag{43}$$

Donde k es un factor de forma para estimar la "desviación" respecto de la aproximación de longitud infinita, y se calcula como:

$$k = l + 0.44 \ \frac{D_C}{l} \tag{44}$$

La potencia cedida a la carga se relaciona con la resistencia de carga equivalente como:

$$P_l = R_l I_C^2 \tag{45}$$

Donde la resistencia de carga equivalente es:



$$R_l = \frac{2\pi N^2 r_0}{\sigma \,\delta \,l \,k^2} \,\Im(\mathbf{x}) \tag{46}$$

Siendo x = $\frac{r_0}{\delta}$, mientras que la función $\Im(x)$ se define como:

$$\Im(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (1+j) \left\{ \frac{j J_1[(1-j)\mathbf{x}]}{J_0[(1-j)\mathbf{x}]} - \frac{J_1[(1+j)\mathbf{x}]}{J_0[(1+j)\mathbf{x}]} \right\}$$
(47)

A pesar de que la expresión (47) contiene el operador complejo $j = \sqrt{-1}$, el resultado final será siempre un número real. La función $\Im(x)$ graficada se muestra en la Figura 19, pudiendo ser usada esta para cálculos aproximados.



Figura 19. Función $\mathfrak{I}(x)$ usada para el cálculo analítico de la energía depositada en un cilindro. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

Alternativamente, a través de un ajuste de curva polinómica se puede calcular de forma aproximada el valor de $\Im(x)$, para un valor de x entre 1 y 8.

$$\Im(x) \approx -0.75 + 1.36x - 0.419x^2 + 0.05558x^3 - 0.002663x^4$$
 (48)
($1 \le x \le 8$)

Cuando la profundidad pelicular es muy pequeña en comparación con el radio de la carga $(\delta \ll r_0)$, por ejemplo, en casos de alta frecuencia de trabajo o conductividad del material, la función $\Im(\mathbf{x})$ se aproxima a la unidad. La resistencia de carga equivalente tiene entonces la forma:



$$R_l \left(\frac{\delta}{r_0} \to 0\right) = \frac{2\pi N^2 r_0 l}{\sigma \delta}$$
(49)

3.4.2 Configuración en lecho empacado

Cuando la carga de trabajo de un inductor está compuesta de múltiples piezas, las corrientes de *Foucault* se formarán en cada una de ellas de manera independiente, como se observa en la Figura 20. Si la intensidad de campo magnético es la misma para diversos cuerpos idénticos, entonces cada uno de ellos portará una cantidad idéntica de corrientes de *Foucault*. Esta propiedad la aprovechan diversos autores [10], [22] para proponer una configuración "en lecho empacado", donde el calentamiento que se consigue puede considerarse uniforme. Aunque los cuerpos pueden ser de diversas formas, lo ideal es que presenten simetría esférica; por tanto, en este caso se considerará que se trabaja con esferas.



Figura 20. Corrientes de Foucault inducidas en cada una de las esferas de manera independiente. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.

Para conseguir ese calentamiento uniforme, un requisito fundamental es que no debe existir transferencia de corriente entre esferas adyacentes; de lo contrario, se formarían circuitos de corrientes de *Foucault* entre ellas que acabarían con la condición de independencia entre piezas. En la práctica, esto ocurre como consecuencia del débil contacto óhmico entre dichas esferas adyacentes. Si estas se funden y se unen debido al sobrecalentamiento, las características de las corrientes de *Foucault* y el perfil de temperaturas se verán afectadas.



Una aplicación característica de este tipo de configuración es la transferencia de calor a fluidos. Las esferas conductoras del lecho se usan como susceptores en el calentamiento inductivo. La gran área total del que disponen permite una transferencia de calor al fluido mucho más uniforme que con otros métodos, como calentar directamente la tubería por la que circula el flujo. Además, el proceso es muy eficiente, pues la superficie de las esferas es exactamente donde los fenómenos generación y transferencia de calor al fluido tienen lugar. En la Figura 21 puede contemplarse un esquema del proceso.



Figura 21. Esquema de un proceso de calentamiento por inducción de un fluido, en una comfiguración de lecho empacado. Extraído del libro: Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation.



En este capítulo se comentarán en detalle todos los procedimientos llevados a cabo para el desarrollo del proyecto. Siguiendo un orden cronológico, se expondrán pormenorizadamente los pasos que se han ido ejecutando, las dificultades a las que ha habido que hacer frente y las nuevas ideas que han surgido a raíz de ello.

4.1 ESTUDIOS PREVIOS

La etapa de estudios previos supuso el comienzo del proyecto, y es una de las de mayor importancia para el correcto desarrollo de este. En ella se engloba desde el análisis de los datos de partida, hasta la elección del software a utilizar o de los casos que se modelizarán. Como es lógico, la elaboración de unos estudios previos escasos o insuficientes puede ser el desencadenante de múltiples problemas: la presencia de errores a lo largo del trabajo, la realización de tareas de manera mucho menos eficiente, desconocer la existencia de ciertos parámetros de vital importancia o, en última instancia, el fracaso del proyecto. Por ello, es inevitable darle a este paso la importancia que se merece, para así obtener unos resultados de calidad y anticipando las dificultades que puedan surgir.

A continuación, se comentan las diversas etapas de las que se componen los estudios previos:

4.1.1 Selección y análisis de datos de partida

El primer paso consistió en la recopilación de información relacionada con el calentamiento inductivo, una tarea necesaria para el entendimiento de los procesos físicos que tienen lugar. Es imposible evaluar la veracidad de los futuros resultados si no se comprende por qué ocurren ciertos fenómenos, y qué agentes están detrás de ello. Como se ha comentado en la introducción, el calentamiento inductivo engloba múltiples fenómenos de diversa naturaleza y, si bien es cierto que con algunos se está más familiarizado en los campos de la ingeniería, existen otros más próximos a las ciencias físicas que merecen ser estudiados con detenimiento.

Además, la bibliografía consultada también sirvió como guía para comparar los resultados obtenidos por otros autores con los extraídos de este proyecto. Al no realizar ensayos experimentales, no se podría hablar de "verificar" con total seguridad que las simulaciones son correctas. El hecho de que las soluciones se asemejen a las alcanzadas por otros autores, ya sea mediante experimentación o con formulación analítica, es una manera de mejorar su veracidad.



La primera fuente bibliográfica consultada, y una de las más importantes para el desarrollo del proyecto, fue el libro *Microwave/RF Applicators and Probes for material heating, sensing and plasma generation*. En él se explica con total detalle el proceso de calentamiento por inducción, y se analizan algunos de los parámetros que pueden influir en el mismo. Además, se desarrollan fórmulas analíticas aproximadas que serán de gran utilidad, y se muestran diversas configuraciones del inductor en función de la aplicación a la que se destine.

En cuanto a contenido online, gran parte de él se obtuvo tanto de *ScienceDirect* como de *Scopus*, pertenecientes ambas a la empresa *Elsevier*. Esta es una plataforma de libre acceso para la comunidad universitaria, y consiste en una especie de repositorio en el que se almacenan multitud de publicaciones científicas, técnicas, de salud, etc. En ella se consultaron estudios relacionados con el calentamiento inductivo que tocaban diversos temas: contenidos más teóricos, como el estudio de los fenómenos físicos, resultados de estudios experimentales, análisis de ventajas e inconvenientes de ciertas configuraciones, etc.

Lógicamente, estos dos repositorios no fueron los únicos sitios web a los que se acudió. Aunque sí es cierto que fueron las páginas más visitadas por su fama y la cantidad de información que albergan, existen muchas otras en las que se han realizado consultas puntuales y que se recogen en el apartado de bibliografía.

4.1.2 Elección del software a utilizar

Como se ha mencionado con anterioridad, el núcleo del trabajo consiste en el desarrollo y simulación de un modelo de calentamiento inductivo, con el posterior análisis de los diversos parámetros que influyen en el mismo. Para ello se utilizó un software informático que cumple con los requisitos del problema y facilite los cálculos.

Puesto que, hoy en día, el mundo de la informática está en constante expansión, cada vez son más las empresas que ofrecen programas enfocados a todos los campos de las ciencias. Por ello, fue necesario llevar a cabo un análisis de la oferta y comparar qué softwares son los que se ajustan en mayor medida a los requerimientos del estudio y con cuáles se consiguen mejores resultados. La elección de un programa inadecuado para la tarea podía suponer una importante pérdida de tiempo, así como un descenso en la precisión de los resultados y una disminución de la calidad global del trabajo.

La primera idea que se tuvo relativa a la elección del software fue el uso de *MATLAB*. Este es uno de los programas más conocidos en el ámbito de la ingeniería, tratándose de un sistema de cómputo



numérico con lenguaje de programación propio. Entre otras muchas aplicaciones, sirve para la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos o la creación de interfaces de usuario. Además, dispone de una herramienta adicional que expande sus prestaciones: *Simulink*, un entorno de programación visual con el que se pueden realizar diagramas de bloques, análisis de sucesos, o simulación de modelos.

Sin embargo, aunque para la simulación de los fenómenos físicos *MATLAB* y *Simulink* resultasen adecuados, el trabajo se complicaba si lo que se quería era extraer mapas de superficie y de volumen (por ejemplo, de las corrientes inducidas que circulan por la superficie de la pieza, o de la intensidad de campo magnético en el volumen del inductor).

Por tanto, estudiando otras posibilidades se decidió probar con los softwares de elementos finitos. El método de los elementos finitos (FEM⁷) es un procedimiento numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy complejas, utilizadas en diversos problemas de ingeniería y física [23]. Su uso en computadoras responde a la necesidad del estudio de geometrías complicadas, donde los métodos de cálculo manual son de excesiva dificultad.

El software elegido fue COMSOL *Multiphysics* [24]. COMSOL es una compañía sueca fundada en 1986 por Svante Littmarck y Farhad Saeidi, y su programa es usado en varias aplicaciones de ingeniería, especialmente para fenómenos acoplados o multifísicos. Esto supone una gran ventaja respecto de muchos otros programas, pues el calentamiento inductivo es un proceso que engloba fundamentalmente tres fenómenos: la inducción electromagnética, la transferencia de calor y el flujo turbulento del fluido. Además, dispone de diferentes módulos específicos en función de la aplicación a la que se oriente: estudio eléctrico, de ondas, de membranas, geomecánico, etc. Esto permite descargar sólo los módulos de interés y así aligerar la carga computacional del programa.

COMSOL *Multiphysics* no es un software libre, pero se pudo usar al disponer ArcelorMittal de una licencia del mismo. Aunque al principio se comenzó con la versión 4.2, pronto se pasó a la 5.3, lanzada en 2017 y con una interfaz mucho más renovada. Utilizar una versión más reciente fue una mejora importante pues, como se comentó anteriormente, de la página web de la empresa se podían descargas varios manuales y videos tutoriales, siendo la mayoría de ellos relativos a la versión 5.3 o similar.

⁷ De sus siglas en inglés, *Finite Element Method*.



4.1.3 Planteamiento de los modelos a desarrollar

Una vez decidido con qué programa se va a llevar a cabo el estudio, el siguiente paso consistió en establecer qué configuración se quería desarrollar.

Tal y como se ha comentado en la introducción, prácticamente la totalidad de las aplicaciones de calentamiento inductivo utilizan bobinas de inducción; en parte por su simplicidad, y en parte porque la distribución del campo magnético que generan, además de ser uniforme, puede ser modificada mediante la correcta colocación de los hilos de la bobina. Por ello, es lógico pensar que esta configuración, que en adelante se conocerá como caso base, es la que se ha elegido para desarrollar en primera instancia con COMSOL. Una vez modelizado dicho caso base, se modificarán ciertos parámetros del mismo, como por ejemplo el diámetro de la tubería o el número de espiras del inductor, para observar la influencia de cada uno de ellos en el resultado final. En el apartado 4.2 se explicará detalladamente todo el proceso llevado a cabo con el caso base.

Una vez desarrollado y analizado el caso base, se planteó el estudio de la configuración en lecho empacado, explicada en el apartado 4.3. Esta se basa en la idea de que, si la carga de trabajo está compuesta de múltiples piezas, las corrientes de *Foucault* se formarán en cada una de ellas de forma independiente. Así, en este caso la carga serán un conjunto de esferas colocadas en el interior de la tubería, estando ésta construida de un material no conductor. Cuando lo que se quiere calentar es un fluido, como en este caso, presenta mejores prestaciones que el caso base, por lo que se consideró interesante el análisis de esta otra configuración.

4.2 DESARROLLO DE LA CONFIGURACIÓN EN CASO BASE

El uso de una bobina o solenoide en cuyo interior, y coaxialmente con ella, se encuentra la pieza de trabajo supone la configuración más empleada en aplicaciones de calentamiento inductivo. Este caso base es de fácil modelización y, puesto que la mayoría de los estudios bibliográficos consultados se basan en este tipo de configuración, será la disposición principal que se analizará durante el proyecto.

4.2.1 Consideraciones iniciales

Antes de comenzar a operar con el programa, fue necesario establecer unas directrices que faciliten el entendimiento de lo que sucede en cada momento y permitan operar con COMSOL en condiciones óptimas.



Para que COMSOL sea capaz de resolver cualquier problema, todo el sistema debe estar perfectamente definido y configurado: la geometría no puede tener incongruencias, los materiales deben estar asignados a cada dominio, las condiciones de contorno definir exactamente lo que se quiere que suceda, la malla tener un aspecto adecuado, etc. Es por ello por lo que, basándose en la información extraída del foro oficial de COMSOL, se optó por desarrollar el modelo paso a paso.

Por ello, una vez modelizada la geometría y habiendo asignado a cada dominio los materiales pertinentes, se pasó a establecer las condiciones de contorno relativas al campo magnético. En este punto, el modelo se simuló varias veces, localizando y corrigiendo los errores que devolvía el programa en cada momento. Una vez que la simulación resultó satisfactoria, se analizaron los resultados para comprobar si eran o no lógicos. Cuando todo esto estaba hecho, se estaba en condiciones de pasar a la siguiente "familia" de condiciones de contorno. Siguiendo este proceso, se añadían los estudios de transferencia de calor y, posteriormente, los del flujo de trabajo y el módulo de Multifísica. Si, con todas las condiciones de contorno asignadas, la simulación convergía y los resultados tenían sentido, se consideraba que la modelización del proceso de calentamiento inductivo se había realizado correctamente. En la Figura 22 se puede ver un esquema de la metodología de trabajo.



Figura 22. Representación esquemática de la metodología de trabajo llevada a cabo para el establecimiento de condiciones de contorno.



Como en cualquier computadora, la potencia es limitada y en ocasiones esta no es capaz de trabajar con archivos que exceden su capacidad. Si bien con el uso de COMSOL no se llegó hasta esta situación extrema, lo que sí se obtenían eran tiempos de cómputo excesivamente largos cuando se intentaba mejorar la precisión de la simulación mediante un refinado de la malla. Puesto que en primera instancia lo que se buscaba era que el modelo convergiese y funcionase, y no tanto la precisión de los resultados, no tenía sentido operar con una malla excesivamente fina. Las primeras pruebas y ensayos se harían con mallas bastas, mucho más ligeras computacionalmente, de forma que los tiempos de simulación se reducían a la tercera o cuarta parte. Una vez que todos los modelos estaban desarrollados, y lo que se quería era obtener los resultados pasa su estudio posterior, entonces sí que se refinaría la malla y se tendría que esperar el tiempo que fuese necesario.

Otra de las decisiones que hubo que tomar antes de comenzar con COMSOL fue si elaborar el modelo en 2D o en 3D. Bien es cierto que, al tener una disposición simétrica, tanto el inductor como la tubería podrían modelizarse en 2D, lo que reduciría en cierta medida la carga computacional y simplificaría el problema. Sin embargo, el modelo 2D presentaba una gran desventaja con respecto al 3D: su capacidad de convergencia era mucho menor, lo que dificultaba en gran medida realizar todo el proyecto únicamente con el modelo 2D. Por tanto, se decidió que ambas propuestas fuesen complementarias: primero, se desarrollaría una geometría 3D y, posteriormente, se aplicaría un plano de corte a la misma que permitiese observar los procesos en 2D. Así, dentro del mismo archivo de programa podrían estudiarse ambos casos simultáneamente, utilizando el modelo 3D cuando el 2D diera problemas de convergencia.

Con estas consideraciones expuestas, ya se estaba en condiciones de comenzar a trabajar con COMSOL *Multiphysics*. A lo largo del resto del capítulo, se desarrollará la metodología que se ha ido siguiendo con el programa, desde la elaboración de la geometría hasta la extracción de resultados tras la simulación.

4.2.2 Dimensiones iniciales de las piezas

Para estas primeras simulaciones, se buscó dar a los diversos elementos unas medidas orientativas que facilitaran las simulaciones y que a su vez estén dentro de los órdenes de magnitud con los que se iba a trabajar. Puesto que el inductor experimental que se encuentra en ArcelorMittal tiene sus dimensiones en el rango de los centímetros, los parámetros iniciales que se le han otorgado a este son:



| INDUCTOR | |
|------------------------|------|
| Diámetro Exterior (m) | 0,26 |
| Diámetro Interior (m) | 0,2 |
| Número de vueltas | 10 |
| Diámetro del cable (m) | 0,03 |
| Longitud (m) | 0,3 |

Tabla 1. Dimensiones iniciales del inductor

En cuanto a la tubería, se le otorgaron unas dimensiones coherentes con el tamaño del inductor en el que se encuentra contenida. Estas pueden consultarse en la Tabla 2. El elevado espesor de la tubería se basa en la idea de utilizar un modelo ligero en primera instancia, ya que a medida que disminuye en espesor, sería necesario llevar a cabo un mayor refinado de malla.

| TUBERÍA | |
|-----------------------|------|
| Diámetro Exterior (m) | 0,16 |
| Diámetro Interior (m) | 0,12 |
| Longitud (m) | 1 |

Tabla 2. Dimensiones iniciales de la tubería.

Para el fluido, se ha tomado un flujo volumétrico de 0,5 L/s, por lo que circularía por el interior de la tubería con una velocidad de 0,044 m/s y con una temperatura de entrada de 20°C. En cuanto al cilindro de aire que envuelve al modelo, se le ha otorgado un diámetro de 0,52 m para que englobe correctamente a todos los componentes y fenómenos físicos.

4.2.3 Modelización de la geometría

4.2.3.1 Modelo 3D

La elaboración de un modelo 3D de la instalación fue la primera tarea que se llevó a cabo con COMSOL. Si bien ni el inductor ni la tubería son componentes especialmente complicados de modelizar, siempre se debe buscar el método más eficiente posible, en el que realizar cambios posteriores en las dimensiones o la forma de las piezas no suponga tener que rehacer el modelo desde el comienzo.

Por ello, como se aprecia en la Figura 23, todos los componentes se modelizaron con la misma longitud que tenía la tubería a calentar. Esta idea puede sonar extraña en un primer momento pues, como se ha visto antes, el inductor no tiene esa misma extensión. Además, en el modelo 3D, el inductor



se muestra como una especie de tubería exterior y concéntrica a la de gas, sin ningún tipo de espiras o cables que caracterizan a las bobinas.

Esto último se debe a que, como se verá más adelante, mediante una condición de contorno del programa se puede conseguir que COMSOL interprete dicho cilindro como si de un solenoide se tratase, sin necesidad de tener que modelizarlo manualmente. De esta forma, se simplifica en gran medida la geometría y se ahorran tiempos de trabajo.

En cuanto a la cuestión de por qué el inductor se extruyó de igual forma que la tubería, la respuesta también tiene que ver con la búsqueda del método más eficiente de trabajo. Mediante el uso de planos de trabajo y planos de corte se pudo delimitar, una vez extruido, en qué punto comienza y termina el inductor. De esta forma, los dominios que se quedaron fuera de estos dos planos no fueron considerados como tal, y se les aginó el material "aire" para que el programa los tratase como ello. En la Figura 23 se ha ocultado el cilindro exterior, para así facilitar la observación de los "cortes" que delimitan la extensión del inductor.



Figura 23. Geometría 3D del modelo de caso base.

4.2.3.2 Modelo 2D

A partir del modelo 3D creado anteriormente, y mediante el uso de un plano de corte ZX, se desarrolló también una geometría 2D que permitía observar el interior del tubo y del inductor. Esto facilitó la visualización y el entendimiento de los procesos que ocurren en cada momento y, además, permitió distinguir claramente las diversas espiras de las que se compone el solenoide. En la Figura 24 se muestra dicha geometría ya modelizada.





Figura 24. Corte 2D por el plano ZX del modelo de caso base, en el que se aprecia la bobina en detalle.

4.2.4 Definición de los materiales

Una vez desarrollada la geometría, el siguiente paso consistió en la definición de los materiales. Dependiendo del componente del que se trate, la elección de qué material asignar a cada dominio tendrá una mayor o menor dificultad.

Por ejemplo, en el caso del cilindro exterior no existían dudas: el material elegido fue el aire. La labor de este dominio es la de simular las condiciones exteriores del proyecto y, por tanto, no tenía sentido considerar otro material que no sea este. Lo mismo ocurre con el fluido que circula por el interior de la tubería. Es gas de coque, y al venir ya delimitado por los requerimientos del problema no fue posible cambiarlo por agua u otro tipo de gas, pues las propiedades de los fluidos ya no serían las mismas y los resultados cambiarían.

Donde sí fue interesante estudiar la influencia del material fue en la tubería. Como se ha comentado en la introducción, los materiales óptimos para ser inducidos son materiales ferromagnéticos con conductividad eléctrica suficiente. Esto es debido a que, por un lado, tendrá lugar una acumulación energética consecuencia del fenómeno de histéresis y, por otro, podrán desarrollarse en su interior corrientes de Foucault que disiparán calor por efecto Joule. De este modo, se seleccionó un abanico de materiales que cumplían estas características y que se probarían en capítulos posteriores del proyecto, como el acero inoxidable 410, el 410s, o el aluminio. Puesto que fue necesario utilizar un



material concreto para esta primera modelización, se eligió el acero inoxidable 410 como punto de partida. Una vez que el modelo estuviese completado y perfeccionado, entonces sí que se ensayarían los diversos materiales y se debatiría cuál de todos es el más adecuado para aplicaciones de calentamiento inductivo.

En cuanto al material del inductor, se ha comentado en el apartado 3.3.2 que debe considerarse la resistencia óhmica con la que se elabora. Una resistencia baja evita pérdidas de potencia por efecto Joule, y reduce la necesidad de refrigeración del sistema. Es necesario un material cuya propiedad de transmisión de calor sea alta. Un material que cumple satisfactoriamente estos requerimientos, y que además es el más ampliamente usado en inductores de este tipo, es el cobre. Por tanto, en primera instancia fue el material que se eligió para las simulaciones. Sin embargo, al igual que ocurría con la tubería, posteriormente se investigarán otras alternativas para ver si existen otros materiales que presenten mejores propiedades para el calentamiento inductivo.

Cabe destacar que COMSOL contaba con una amplia biblioteca en la que se podían encontrar cientos de materiales perfectamente definidos. Tanto el aire del entorno, como el acero inoxidable 410 de la tubería o el cobre del inductor se extrajeron de ella, lo que facilitó la tarea y ahorró tiempos.

Sin embargo, no ocurrió lo mismo con el gas de coque: al ser un fluido tan específico con unas propiedades determinadas dadas por la empresa, hubo que crear el material desde cero. Para la creación del material, la empresa facilitó una serie de tablas en las que se mostraba el comportamiento de diversas propiedades del gas de coque ante una variación de la temperatura. Lo primero que se hizo, fue pasar dichas tablas a Excel y representarlas gráficamente, obteniendo su ecuación experimental. En la Figura 25, se puede observar como ejemplo la gráfica de la conductividad térmica en función de la temperatura.





Figura 25. Evolución de la conductividad térmica del gas de coque en función de la temperatura.

Una vez obtenida la ecuación se exportó a COMSOL, donde también se obtuvo una gráfica similar a la anterior y se creó la variable k, que representaba la conductividad térmica del gas de coque. Este proceso se repitió tanto con la viscosidad dinámica (*eta*) como con el calor específico (c_ρ), al ser propiedades que dependen fundamente de la temperatura.

Sin embargo, en el caso de la densidad el procedimiento variaba ligeramente. A diferencia de los anteriores parámetros, la densidad varía tanto por la presión como por la temperatura. Por tanto, aunque se disponía de una gráfica que relacionaba densidad y temperatura, y los cambios de presión no iban a ser excesivamente grandes en el modelo, se decidió considerar también la influencia de esta variable para lograr la mayor precisión posible.

Para ello, la manera de relacionar la densidad con la presión y la temperatura fue mediante la ecuación de los gases ideales, que se muestra en (50):

$$\rho = \frac{P * M}{R * T} \tag{50}$$

Donde P es la presión en Pascales, M la masa molar en kg/mol, T la temperatura en Kelvin y R la constante de los gases ideales: $8,314 \frac{J}{mol * K}$. La masa molar global del gas se calcula a través la suma de masas molares de cada uno de sus componentes. En la Tabla 3 se muestra el procedimiento de cálculo pormenorizado.



| COMPUESTO | Porcentaje | Peso Atómico (g/mol) | Masa molar (g/mol) |
|-----------|------------|----------------------|--------------------|
| H2 | 45,00% | 2,016 | 0,907 |
| CH4 | 35,00% | 16,032 | 5,611 |
| CO | 8,00% | 28,000 | 2,240 |
| N2 | 5,50% | 28,000 | 1,540 |
| C2H4 | 4,00% | 28,032 | 1,121 |
| CO2 | 2,00% | 44,000 | 0,880 |
| 02 | 0,50% | 32,000 | 0,160 |
| | | MASA MOLAR TOTAL | 0,012 |

Tabla 3. Procedimiento de cálculo de la masa molar del gas de coque.

Con ello, COMSOL ya estaba en condiciones de calcular la evolución de la densidad, *rho*, ante variaciones de la presión y la temperatura. Para comprobar que este procedimiento se había realizado correctamente, se compararon los datos de densidad experimental que fueron facilitados con los calculados mediante la ecuación de gases ideales. Como se puede ver en la Tabla 4, los valores son prácticamente idénticos, lo que dio validez al procedimiento.

| | | Densidad experimental | Densidad analítica |
|--------------|-------------------|-----------------------|--------------------|
| Presión (Pa) | Temperatura(degC) | (kg/m^3) | (kg/m^3) |
| 105378 | 25 | 0,519 | 0,519 |
| 105378 | 50 | 0,479 | 0,479 |
| 105378 | 110 | 0,404 | 0,404 |
| 105378 | 120 | 0,393 | 0,394 |
| 105378 | 130 | 0,384 | 0,384 |
| 105378 | 140 | 0,374 | 0,374 |
| 105378 | 150 | 0,365 | 0,366 |
| 105378 | 160 | 0,357 | 0,357 |
| 105378 | 170 | 0,349 | 0,349 |

Tabla 4. Cálculo de la densidad del gas de coque en función de la temperatura, de forma experimental y analítica.

Así, se dio por concluido el apartado de definición de los materiales. En el capítulo de análisis de resultados, se volverá sobre alguna de las ideas comentadas en esta sección y se estudiará el comportamiento de los diversos materiales en el proceso, así como las ventajas e inconvenientes de cada uno.



4.2.5 Establecimiento de las leyes físicas y las condiciones de contorno

Llegados a este punto ya se tenía perfectamente definida la geometría del modelo y los materiales de los que se componía cada elemento. Ahora, era turno de asignar las leyes y las condiciones de contorno que regirían los diversos fenómenos físicos que tendrían lugar.

En el caso del calentamiento de un gas por inducción electromagnética, las leyes y condiciones de contorno pueden clasificarse en tres grandes grupos. El primero de ellos es el de "Campos Magnéticos", con el que se analizan los parámetros relativos al electromagnetismo. El segundo gran grupo corresponde con la "Transferencia de calor". En él se encuentran las condiciones de contorno con las que se estudia, por ejemplo, el incremento de temperatura en la superficie de la tubería, o el salto térmico que sufre el gas de coque. En la última categoría se localizan aquellas encargadas del estudio del gas de coque: tipo de régimen, velocidades de entrada, presiones, etc. Cabe destacar que, además de estos tres grandes bloques, existe un cuarto denominado Multifísica que también hubo que incluir en el estudio, y del que se hablará posteriormente.

Cabe destacar que COMSOL no hace distinción entre lo que son leyes físicas y lo que son condiciones de contorno, englobándolas todas en este segundo grupo. Sin embargo, con el fin de hacer uso de los términos correctamente, se ha decidido llevar a cabo dicha diferenciación en el proyecto, hablando de ley física o de condición de contorno dependiendo de a qué se haga referencia.

4.2.5.1 Leyes físicas y condiciones de contorno de campo magnético

Las leyes y condiciones de contorno de campo magnético fueron las primeras en estudiarse. Por defecto, COMSOL incluye dentro de este módulo la Ley de *Ampère*, la cual enunciaba que la circulación de la intensidad del campo magnético en un contorno cerrado es proporcional a la corriente que recorre ese contorno. La ecuación que rige este fenómeno fue descrita en el apartado 3.1.1.1. En primera instancia, esta ley estaba aplicada a todo el dominio del modelo, aunque posteriormente se verá que en el inductor quedará anulada.

El aislamiento magnético es una condición de contorno que también coloca COMSOL por defecto. Esta se usa como una manera de "limitar" el área de estudio de los campos magnéticos, por lo que se asignó a las superficies exteriores del cilindro de aire. Por último, también está presente la condición de "valores iniciales", la cual sirve para dar valor de partida al potencial magnético. En este caso, se mantuvo en 0 Wb/m.

Si bien la Ley de *Ampère* y las dos condiciones de contorno presentadas eran necesarias para el correcto funcionamiento del modelo, la que ocupó un papel principal dentro del módulo de campo magnético fue la condición de "bobina". Esta era la encargada de regir el comportamiento del inductor, por lo que los resultados obtenidos tras la simulación dependían en gran parte de cómo estaba definido este. De esta forma, en el inductor se anuló la Ley de *Ampère* inicial, tal y como se había comentado anteriormente.

Con todo ello, las leyes y condiciones de contorno relativas al campo magnético estaban completamente definidas. Como se ha comentado antes, el siguiente paso en orden cronológico sería la elaboración de la malla y simulación del modelo. Si apareciese algún error, habría que volver sobre este capítulo y revisar si todo se ha introducido incorrectamente. Si, por el contrario, los resultados son satisfactorios, se pasaría a añadir las leyes y condiciones de contorno correspondientes a los fenómenos de transferencia de calor.

4.2.5.2 Leyes físicas y condiciones de contorno de transferencia de calor

Una vez establecidas correctamente todas las leyes y condiciones de contorno de campo magnético, el siguiente paso consistió en estudiar el fenómeno de transferencia de calor. Puesto que ya se conocían las corrientes inducidas que circulan por la pieza, lo que se buscaba ahora era estudiar cómo, por efecto *Joule*, dichas corrientes generaban calor en la tubería, elevando su temperatura. Este calor se transmitiría por conducción a través del material, pero también sería necesario considerar la convección con el aire exterior y las pérdidas por radiación.

Las primeras condiciones de contorno añadidas fueron las de "sólido" a la tubería y "fluido" al gas de coque. Si bien el tipo de transferencia de calor que más importaba en este proyecto era la conducción de calor a través de la tubería, también fue necesario fijar las leyes físicas relativas a la radiación y a la convección. En cuanto a esta última, se daba principalmente entre la superficie exterior de la tubería y el ambiente, que se encontraba a menor temperatura. La fórmula que gobierna este fenómeno tiene la forma:

$$q_0 = h * (T_{EXT} - T)$$
 (51)

Donde q_0 es el flujo de calor en W/m², T_{EXT} la temperatura ambiente y T la temperatura superficial de la tubería. El parámetro h es el coeficiente de transmisión superficial o coeficiente de película, y se expresa en W/(m²·K). Su valor depende de múltiples parámetros relacionados con el fluido



a través del cual se da la convección: su velocidad, viscosidad, régimen, etc. Puesto que, en este caso, se trataba de una convección libre de aire, según la bibliografía consultada podía aproximarse a 5 W/(m²·K). Sin embargo, también era posible que el programa estimase el valor del coeficiente de forma más precisa, en función de las propiedades concretas del aire del modelo.

Con la convección ya definida, el siguiente paso trataba acerca del estudio del fenómeno de radiación. Este se basa en la ley de *Stefan-Boltzmann* [25], la cual establece que un cuerpo negro emite radiación térmica con una potencia emisiva hemisférica total (en W/m²) proporcional a la cuarta potencia de su temperatura, de forma que:

$$E = \sigma * T_e^4 \tag{52}$$

Donde T_e es la temperatura absoluta de la superficie, en *K*, y σ es la constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5,67 * 10^{-8} \frac{W}{m^{2}*K^{4}}$. Sin embargo, las superficies reales no son cuerpos negros, capaces de absorber toda la luz y energía radiante que incide sobre ellos. Aparece entonces un parámetro ε , la emisividad, que representa la relación entre la radiación emitida por la superficie real y la emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura. Sus valores oscilan entre 0 y 1, y variará dependiendo del material. La ecuación anterior se transforma entonces en:

$$E = \varepsilon * \sigma * T_e^4 \tag{53}$$

Una vez expuestas las leyes físicas, las condiciones de contorno que quedaban por añadir relativas a la transferencia de calor tenían que ver con el gas de coque, al que en un comienzo se le había añadido la condición de "fluido". Se estableció una temperatura en la entrada de 20 °C, mientras que en la salida se fijó una condición de salida de flujo.

4.2.5.3 Leyes y condiciones de contorno del régimen del fluido

Como se comentó anteriormente, el gas de coque que circulaba por el interior de la tubería también debía ser estudiado. Para ello, COMSOL cuenta con múltiples módulos de trabajo distintos. La elección de uno u otro dependerá de ciertos parámetros que delimitan el comportamiento del fluido: si es o no multifase, si es laminar o turbulento, si circula a través de materiales porosos, etc. Un módulo que no se adapte bien a las características del modelo no reproducirá fielmente el comportamiento del fluido, afectando a la precisión de los resultados finales.



Por ello, previamente a elegir un modelo u otro, debían analizarse las características principales del gas, con el fin de seleccionar el modelo que más se ajustase al comportamiento de este. En primer lugar, debía examinarse de cuántas fases se compone el fluido. Puesto que este siempre circulaba en forma gaseosa, se consideró un flujo monofásico.

El siguiente paso consistía en identificar el régimen del fluido. Para conocer si era laminar o turbulento, se analizó el número de Reynolds: un número adimensional que relaciona las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas presentes en un fluido [26]. Su expresión, para un fluido que circula por el interior de una tubería, es la siguiente:

$$Re = \frac{\rho * U * D}{\mu} \tag{54}$$

Donde ρ y μ son la densidad (kg/m³) y viscosidad dinámica (Pa·s) del fluido respectivamente, *U* su velocidad (m/s) y *D* el diámetro interior de la tubería (m) por la que circula el gas. Si Re<2300, el flujo tendrá régimen laminar. Por otro lado, si Re>10000, será turbulento. Entre medias, existe una zona de transición, en la que 2300<Re<10000. En este caso, sustituyendo en la expresión anterior los valores medios del modelo (cabe recordar que la densidad y la viscosidad dinámica varían con la temperatura), se obtuvo un resultado de:

$$Re = \frac{0.35 \frac{kg}{m^3} * 0.044 \frac{m}{s} * 0.12 m}{1.90 * 10^{-5} Pa * s} = 97,26 < 2300 \rightarrow Laminar$$
(55)

Por tanto, el módulo elegido para el estudio del gas fue el de flujo monofásico y laminar. Al igual que ocurría en casos anteriores, COMSOL ya establece por defecto una serie de parámetros al seleccionar este módulo: viscosidad, densidad, etc. Una vez más, se seleccionó que estos se obtuviesen directamente del material, en lugar de introducirlos manualmente. La condición de contorno de valores iniciales estaba también presente, y de nuevo no se modificó.

Una condición de contorno característica de este módulo es la condición de pared. Con ella, se controla la interacción entre el fluido y la superficie interior de la tubería. En este caso, se eligió una condición de pared "no deslizante", de modo que la velocidad del gas tiende a 0 m/s en las proximidades de esta.

Las dos últimas condiciones de contorno que se establecieron en este módulo sirvieron para definir las propiedades de entrada y salida del fluido. En la entrada, se fijó la velocidad del gas en 0,044 m/s. Por otro lado, en la salida se dispuso de una presión de 0 *Pa* y se suprimió el reflujo.

Con todo ello el estudio del fluido se dio por completado. En este punto, solo quedaba el establecimiento de las condiciones de contorno en el módulo Multifísica para finalizar la modelización.

4.2.5.4 Leyes y condiciones de contorno del módulo Multifísica

En módulo Multifísica, a diferencia de los módulos estudiados anteriormente, no se caracteriza por disponer de una serie de condiciones de contorno de una rama concreta. En él, pueden encontrarse desde leyes electromagnéticas, a ecuaciones de transferencia de calor, o de comportamiento de los fluidos.

El objetivo de este módulo es el de "acoplar" las leyes y condiciones de contorno que, aunque se relacionan entre sí, pertenecen a distintos campos. Por ejemplo, los campos magnéticos que presentes en la tubería provocaban, como se ha comentado anteriormente, un aumento en la temperatura superficial de la misma. Por ello, mediante la condición de "Fuente electromagnética", se enlazó el módulo de campo magnético con el de transferencia de calor en la tubería.

Algo similar ocurría en el fluido, ya que este se calentaba debido al incremento de temperatura que se daba en la superficie interior de la tubería, consecuencia de la conducción de calor a través de ella. Con la condición de "Flujo no isotérmico", se acopló el módulo de flujo laminar con el de transferencia de calor. Así, se dio por completado el módulo Multifísica.

Llegados a este punto, ya se habían establecido las leyes físicas y condiciones de contorno necesarias para el correcto funcionamiento del modelo, dando por concluido el capítulo. Un esquema de todas ellas, extraído directamente de COMSOL, puede verse en la Figura 26.





Figura 26. Resumen de todas las condiciones de contorno necesarias para el caso base.

4.2.6 Generación de la malla primigenia

Uno de los factores más importantes a la hora de realizar una simulación por medio de cualquier aplicación que use el método de los elementos finitos es, sin duda alguna, el mallado de la geometría. La calidad de la malla juega un papel importantísimo en la estabilidad y exactitud de los cálculos numéricos.

El hecho de utilizar una malla de alta precisión permite el cálculo minucioso de los fenómenos que tienen lugar en ella. Sin embargo, también supone un coste computacional más alto, que desencadena en mayores tiempos de simulación. Por ello, tan importante como tener una malla de calidad en las zonas más complejas del modelo, es identificar en qué otras zonas se puede utilizar una malla más basta, ya sea porque no es una región de interés o porque los fenómenos apenas muestran variación en ella.

Además del grado de refinado de la malla, también es necesario estudiar la forma de la misma. La geometría de la mayor parte de los problemas que se resuelven hoy en día por el método de los elementos finitos son geometrías complejas. La creación de mallas estructuradas para tales problemas es un trabajo extremadamente complicado, requiriendo un consumo de tiempo excesivo. Esta problemática suele llevar en estos casos a la elección de mallas de tipo no estructuradas, que emplean elementos de tipo triangular o tetraédrico.

Extrapolando toda esta información al modelo particular, el primer paso consistió en identificar qué partes del mismo eran más interesantes y, por tanto, necesitaban mallas de alta precisión; y cuáles eran de escaso interés, pudiendo desarrollarse en esta zona mallas más bastas. El cilindro de aire, por



ejemplo, solo cumplía la función de simular las condiciones ambientales en las que se desarrolla el proceso. En él no tuvo lugar ningún fenómeno y, consecuentemente, careció de importancia.

No ocurrió lo mismo con el inductor y la tubería. Las condiciones de contorno de campo magnético asociadas a la bobina, y las de transferencia de calor localizadas en la tubería convertían a estos dos elementos en partes de interés. El mayor o menor refinado de la malla en estas zonas delimitaba la precisión en los cálculos de variables como la intensidad de campo, la corriente inducida o la temperatura superficial de la tubería.

Sin embargo, la zona en la que se debía utilizar una malla de más alta precisión era en el gas de coque. Al ser un fluido en movimiento a través de una tubería, existían zonas en las que los gradientes eran muy elevados: en las regiones próximas a la superficie, la velocidad del flujo variaba muy rápidamente desde los 0 m/s (condición de pared) hasta la velocidad de régimen.

De este modo, se decidió utilizar una malla tetraédrica para todos los dominios, variando el tamaño en cada uno de ellos: para el cilindro de aire se usó una malla gruesa, predefinida por el programa. Para el inductor y la tubería se decidió adoptar una malla de tamaño normal. En el fluido, se aplicó un nuevo refinado para conseguir mayor precisión en los resultados. Los detalles de la malla primigenia desarrollada se contemplan en la Figura 27.



Figura 27. Detalles de la malla tetraédrica en los diversos dominios del modelo de caso base 3D.

En cuanto al modelo 2D, el procedimiento de creación de malla fue similar al de 3D. La única salvedad es que en los casos bidimensionales la malla desestructurada no es tetraédrica, sino triangular. En la Figura 28 se muestra el aspecto de esta, en la que se puede apreciar cómo se ha afinado la malla



en el corte transversal de la bobina y sus inmediaciones, así como en la tubería, para conseguir una visualización "más depurada" de los fenómenos electromagnéticos tras la simulación.



Figura 28. Detalle de la malla triangular en los diversos dominios del modelo de caso base 2D.

Como se ha recordado en múltiples ocasiones, el objetivo a estas alturas del proyecto era conseguir un modelo que funcionase y que fuera ligero en términos computacionales. Más que la precisión de los resultados se buscaba la rapidez de las simulaciones, de forma que se pudiesen corregir los errores que fueran surgiendo. Por ello, aunque en términos de creación de la malla se han seguido las directrices anteriormente expuestas, esta no es la malla definitiva. Más adelante, en el apartado 4.2.8, se comentarán las mejoras que se han realizado en la misma. De este modo, se tendrá una malla más pesada, y por tanto un modelo más lento para la simulación; sin embargo, los resultados que se obtengan serán mucho más precisos que los conseguidos a estas alturas, por lo que la calidad global del trabajo aumentará.

4.2.7 Configuración del estudio a simular

Una vez que se había desarrollado la geometría, establecido los materiales, analizadas las condiciones de contorno y elaborado la malla, era el turno de configurar los estudios que se querían

simular. Dependiendo de su función, COMSOL los clasifica en diversos grupos: estacionarios, transitorios, del dominio de la frecuencia, etc.

Cuando son varios los estudios que se necesitan, la forma más eficiente de diseñarlos es mediante "etapas" dentro de un "estudio global", en lugar de que cada uno tenga su estudio individualizado. La principal ventaja de esta distribución es que las condiciones iniciales son automáticamente obtenidas de la etapa anterior, lo que reduce notablemente los tiempos de computación. Además, permite ejecutar toda la secuencia en una única simulación, en lugar de tener que hacerlo de manera particularizada. En la Figura 29 se observan las dos configuraciones posibles:



Figura 29. Distintas configuraciones del estudio: mediante estudios independientes (izquierda), mediante etapas en un único estudio (derecha).

Particularizando para el caso del calentamiento inductivo, fueron tres los pasos que se establecieron para su análisis. El primero de ellos fue un estudio estacionario de frecuencia, con el que se le fijaría una frecuencia de operación al inductor. El segundo, fue un inicializador de distancia de pared, que facilitase la simulación del gas de coque en las regiones cercanas a la superficie interior de la tubería. Por último, se estableció un estudio estacionario para los fenómenos de transferencia de calor, tanto en la tubería como en el fluido. De esta forma, la configuración mostrada anteriormente en la Figura 29 es la que se ha llevado a cabo en primera instancia.

Una vez desarrollado el proceso en régimen permanente, se pretendió analizar cómo evoluciona la temperatura en la tubería y el fluido a lo largo de tiempo. Para ello, bastó con cambiar esta última etapa de estudio estacionario por otra de régimen transitorio, y volver a ejecutar la simulación.

4.2.8 Mejoras desarrolladas en el modelo

Siguiendo todos los procedimientos descritos anteriormente, se consiguió desarrollar en COMSOL un modelo con el que simular el calentamiento inductivo. Sin embargo, dado que lo que se pretendía en primera instancia era la obtención de un archivo rápido y ligero, los resultados que se puedan obtener con él no presentan la precisión ni el rigor suficiente para llevar a cabo un estudio de calidad.

Por ello, previamente a la extracción de resultados, se hizo necesario llevar a cabo un proceso de mejora del modelo en términos de precisión en los cálculos. Además, también se trabajó en la automatización de las simulaciones, de forma que todas se fuesen realizando de forma consecutiva, sin necesidad de que el usuario tuviera que programarlas de manera individualizada. Otras herramientas, como la lista de parámetros o la simulación parcial son ideas que también contribuyeron a la obtención de un modelo más eficiente.

A continuación, se comentarán las principales mejoras que se han desarrollado con respecto al modelo primitivo, y que han supuesto una mejora en la calidad de este.

4.2.8.1 Uso de la lista de parámetros

La lista de parámetros es una herramienta fundamental para la correcta organización del modelo. Con ella, lo que se busca es una manera de referirse a las diversas variables del proceso por su nombre, y no por su magnitud. Normalmente, esta técnica está orientada a los campos del desarrollo de la geometría y el establecimiento de parámetros.

De esta forma, si se necesita modificar algún parámetro del proyecto bastaría con cambiarlo en la lista de parámetros, lo que supone un ahorro de tiempo y un aumento de la fiabilidad en las operaciones.

Además, en ocasiones, existen parámetros que son dependientes de otros. Con el uso de una lista, estos se pueden definir mediante una ecuación en la que aparezcan otras variables. Un ejemplo es el área transversal de cable del inductor, que depende directamente del radio del mismo al cuadrado.

En la Figura 30, se muestra la lista de parámetros elaborada para este proyecto.



| Mame | Expression | Value | Description |
|---------------|------------------------|--------------------------|--|
| R_coil | r_coil+2*R_wire | 0.13 m | Radio exterior del inductor. |
| r_coil | 10 [cm] | 0.1 m | Radio interior del inductor. |
| L_coil | 30 [cm] | 0.3 m | Longitud del inductor. |
| z_coil | (L_pipe/2)-(L_coil/2) | 0.35 m | Posición del inductor. |
| N_coil | 10 | 10 | Número de vueltas del inductor. |
| R_wire | L_coil/(2*N_coil) | 0.015 m | Radio del cable del inductor. |
| I_coil | 500 [A] | 500 A | Intensidad por el inductor. |
| R_pipe | 0.08 [m] | 0.08 m | Radio exterior de la tubería. |
| r_pipe | 0.06 [m] | 0.06 m | Radio interior de la tubería. |
| R_air | R_coil*2 | 0.26 m | Radio del cilindro de aire. |
| L_pipe | 1 [m] | 1 m | Longitud de la tubería. |
| a_coil | pi*R_wire^2 | 7.0686E-4 m ² | Área transversal del cable del inductor. |
| T_in | 20 [degC] | 293.15 K | Temperatura de entrada del fluido. |
| flow_rate | 5e-4 [m^3/s] | 5E-4 m³/s | Flujo másico del gas. |
| cs_area_flow | pi*r_pipe^2 | 0.01131 m ² | Área transversal de paso del fluido. |
| U_in | flow_rate/cs_area_flow | 0.04421 m/s | Velocidad de entrada del fluido. |
| f0 | 1000 [Hz] | 1000 Hz | Frecuencia de operación. |
| z_estudio_sup | (z_coil+L_coil)*1.04 | 0.676 m | Posición del plano de estudio superior. |
| z_estudio_inf | z_coil*0.96 | 0.336 m | Posición del plano de estudio inferior. |
| | | | |

Figura 30. Lista de parámetros elaborada para el modelo de caso base.

4.2.8.2 Perfeccionamiento de la malla

Aunque con la malla elaborada en primera instancia se podían llevar a cabo las simulaciones, el hecho de que fuese una malla simple y ligera suponía que los resultados obtenidos no se iban a caracterizar por su gran precisión. Además, cabe recordar que se habían utilizado mallas predefinidas por el programa. Esto supone que, ante posibles cambios en la geometría de la pieza, podría ser necesario modificar la malla, al no adaptarse al nuevo dominio. Por todo ello, fue necesario llevar a cabo una mejora en las propiedades de la misma.

El primer paso consistió en convertir la malla en adaptativa, es decir, en conseguir que se ajustase al dominio correspondiente. En COMSOL, esto se logra mediante el uso de mallas definidas por el usuario. De esta forma, el tamaño de celda ya no se elige entre varias opciones predeterminadas como antes, sino que puede ser establecida en función de otros parámetros. En el caso de la tubería, por ejemplo, tiene sentido diseñar la malla en función del espesor de la misma. Así, estableciendo que el tamaño máximo de celda fuera igual al espesor de la tubería, pudo conseguirse una malla que se adaptase a todas las situaciones. En la Figura 31, se muestra dicha malla cuando el espesor de la tubería es de 2cm y cuando es de 0.5 cm.





Figura 31. Comportamiento de la malla adaptativa, capaz de refinarse cuanto menor sea el espesor de la tubería.

Siguiendo con la tubería, era evidente que su región de mayor interés es la que se encontraba en el interior del inductor. En ella se localizaban las corrientes inducidas, y los fenómenos de transferencia de calor eran más notorios. Por ello, como puede verse en la Figura 32, la malla se refinó más en esta zona que en el resto de la tubería, con el fin de poder observar los fenómenos en mejores condiciones.



Figura 32. Malla refinada en aquellos dominios de la tubería que se encuentran dentro del inductor.

Una vez perfeccionada la malla de la tubería, fue turno de pasar a la del gas de coque. Como se comentó anteriormente, los fluidos siempre suponen la zona más complicada de mallar. Los mayores gradientes con los que debía trabajar el programa se encontraban en las zonas del fluido próximas a la pared de la tubería, por lo que se introdujo la idea de "capa límite".

La capa límite es la zona donde el movimiento del fluido se ve afectado por la presencia de un sólido. En este caso, la capa límite se localizaba en la superficie interior de la tubería. Como se puede deducir, esta era una zona de gran interés, donde propiedades como la velocidad del gas variaban muy rápido.

COMSOL ofrecía la posibilidad de realizar un mallado más fino en esta capa límite, sin necesidad de modificar el del resto del fluido. Para ello, los parámetros que se introdujeron en el programa fueron el número de capas, el espesor de la primera capa, y el factor de estiramiento de la capa límite. De esta forma, si se fijaba un factor de estiramiento de 1.2, cada capa sería un 20% más gruesa que la anterior.

Cuando se trabaja con flujos laminares, es importante que se cumpla la inecuación (56), basada en la solución de *Blasius*, desarrollada por otros autores [27].

$$y_P \sqrt{\frac{u_\infty}{v \, x}} \le 1 \tag{56}$$

Donde y_P es la distancia desde la pared al centro de la celda adyacente, u_{∞} la velocidad del flujo libre, v la viscosidad cinemática del fluido y x la distancia desde el punto donde comienza la capa límite hasta la pared. Suponiendo un caso con cuatro capas, un espesor de la primera capa de 2 mm y un factor de estiramiento de 1.2, la expresión anterior quedó de la forma:

$$0,001 \ m * \sqrt{\frac{\frac{0,0442 \frac{m}{s}}{\frac{1,80 * 10^{-5} Pa * s}{0,374 \frac{kg}{m^3}} * 0,0123 \ m}} = 0,267 \le 1$$
(57)

La viscosidad cinemática se calculó a partir del cociente entre la viscosidad dinámica y la densidad. Se consideraron valores medios de ambos parámetros, pues cabe recordar que estos variaban con presión y temperatura.

Puesto que esta configuración de capa límite cumplía la expresión, se adoptó como válida para el estudio del fluido. Por otro lado, la malla general del fluido también se hizo adaptativa, estableciendo un tamaño máximo de celda igual a la sexta parte del radio interior de la tubería.

En la Figura 33 se muestra la sección de paso del gas de coque, en un lado mallada de forma simple, en primera instancia, y en el otro tras haberle aplicado las modificaciones y mejoras comentadas anteriormente.



Figura 33. Mejora de la malla aplicada al dominio del fluido: a la izquierda, la malla basta. A la derecha, la malla refinada y con capa límite.

Con el fin de comprobar la precisión en los resultados que ofrecía la malla, se llevó a cabo un análisis de sensibilidad, en el que se compararon los valores de la temperatura de salida del fluido en función del refinado llevado a cabo. Como se ve en la Figura 34, existe un punto a partir del cual por más que se mejore la malla, los resultados obtenidos apenas cambian. El uso de mallas más y más finas sería entonces innecesario, pues solo contribuiría a un incremento del tiempo de cómputo del programa.




Figura 34. Análisis de sensibilidad de la malla utilizada en el caso base.

Así, se consideró que llevar a cabo tres refinados era excesivo, por lo que se eligió la malla con dos refinados y capa límite para continuar con los cálculos. Esta cumplía con los dos requisitos principales: que permitiese estudiar los fenómenos con una precisión aceptable y que no supusiese una carga de trabajo excesiva para la computadora.

4.2.8.3 Simulación parcial del modelo

En ocasiones, cuando el modelo presenta una simetría clara tanto en su geometría como en los procesos que tienen lugar, no es necesario simularlo por completo. Una técnica muy utilizada para disminuir los tiempos de cálculo es dividir el modelo en fracciones, ejecutando solamente una de ellas. Posteriormente, mediante una revolución, es posible contemplar los fenómenos en la pieza completa. De esta forma, COMSOL logra la convergencia más rápidamente, y el archivo se aligera en gran medida.

En la Figura 35 se muestra uno de los cuatro fragmentos en los que se ha dividido el modelo de caso base, con el objetivo de reducir la carga computacional.





Figura 35. División del modelo en cuatro secciones simétricas, considerando solo una de ellas para la simulación.

4.2.8.4 Barrido paramétrico

La forma más básica de llevar a cabo las simulaciones consiste en utilizar un archivo distinto para cada estudio. En esta situación, sería necesario ejecutar de manera individualizada cada uno de los casos, en simulaciones que fuesen completamente independientes unas de otras, lo que suponía un incremento en los tiempos de simulación.

Por ello, se optó por utilizar lo que se conoce como "Barrido Paramétrico": una herramienta que permite simular múltiples estudios en los que se modifican uno o más parámetros del modelo, todos en el mismo archivo de COMSOL. De esta forma, solo era necesario ejecutar el programa en una ocasión. Los diversos casos se irían simulando consecutivamente, sin necesidad de que el usuario inicializase cada uno de ellos. Al final, se obtenía un único archivo que engloba todos los estudios simulados, lo que hacía que el proyecto fuese mucho más compacto. En la Figura 36 se muestra un ejemplo de barrido paramétrico, en el que se analizan diversas combinaciones de la frecuencia y la intensidad de corriente.

| Parameter name | Parameter value list | Parameter unit |
|--------------------|----------------------|----------------|
| f0 (Frecuencia d 🔻 | 50 100 5000 | Hz |
| I_coil (Intensida | 100 300 500 | A |

Figura 36. Configuración del barrido paramétrico en frecuencia e intensidad de corriente.



4.2.9 Resultados de la simulación

Una vez llevada a cabo la simulación, es el turno de la extracción de resultados. Estos pueden presentarse de múltiples formas: tablas de datos, gráficos, mapas 3D, etc. A lo largo de este capítulo se comentarán todas estas opciones, mostrando ejemplos y explicando qué aporta cada una de ellas para el proyecto.

El capítulo seguirá un orden cronológico: en primer lugar, se mostrarán los resultados relativos al estudio del campo magnético. A continuación, los referentes al fenómeno de transferencia de calor a la tubería y, por último, los concernientes al fluido. Además, también se comentarán las herramientas utilizadas para la obtención de tablas y valores analíticos, que servirán de base para un futuro análisis.

El parámetro a estudiar en cada caso será el que determine qué tipo de modelo se debe utilizar. Por ejemplo, para la representación de la temperatura superficial de la tubería deberá utilizarse el modelo tridimensional. Por el contrario, para observar las corrientes inducidas a través del inductor sería más adecuado el modelo 2D, al poder visualizarse un corte de la pieza.

Cabe destacar que este capítulo se limitará a la exposición de los resultados obtenidos. El análisis de estos, así como el estudio de la influencia de diversos parámetros, se llevará a cabo en el capítulo 5.

4.2.9.1 Resultados del campo magnético

Los primeros resultados extraídos fueron los relativos al campo magnético. En la Figura 37 se muestra un corte 2D de la pieza, en el que se representa la densidad de flujo magnético, en Teslas. Además, los contornos dibujados corresponden con el potencial magnético vectorial, expresado en Weber. La frecuencia de operación ha sido de 100 kHz, mientras que la intensidad que circula por el inductor es de 500 A.





Figura 37. Densidad de flujo magnético (T) en un corte 2D del modelo de caso base. Los contornos representan el potencial magnético vectorial (Wb).

Como se aprecia, la máxima intensidad de campo magnético se localiza en las zonas próximas al inductor. Por ello, es lógico pensar que cuanto más cerca se encuentre la tubería con respecto al inductor, mayor cantidad de líneas de campo magnético la atravesarán. Consecuentemente, las corrientes inducidas en ella aumentarán y la temperatura alcanzada será mayor. Esta idea de aproximar tubería e inductor se estudiará en el apartado 5.1.1. Los valores del campo magnético en el inductor se aprecian en una vista 3D en la Figura 38.





Frecuencia de operación=100 kHz, Intensidad por el circuito=500 A

Figura 38. Densidad de flujo magnético (T) en la representación 3D del inductor.

La densidad de flujo magnético sobre la superficie exterior de la tubería se visualiza mejor en la Figura 39. Como es lógico, los mayores valores se encontrarán en la parte de la misma que se aloja en el seno del inductor, volviéndose prácticamente nulos fuera de él. Además, los contornos anteriormente dibujados se representan ahora tridimensionalmente mediante flechas. Su sentido, de acuerdo con la *ley de Biot-Savart,* se ve condicionado por el de la intensidad de corriente eléctrica que circula en el inductor. Puesto que, en este caso, la corriente muestra un giro antihorario, mediante la ley de la mano derecha es fácil comprobar que el vector campo magnético debe apuntar en el sentido del eje -x. Por otro lado, el tamaño de estas es directamente proporcional a su módulo. Así, las líneas que circulan por el interior del inductor, en sentido sur-norte, tendrán mayor valor que las que lo hacen por el exterior, en sentido norte-sur.







Frecuencia de operación=100 kHz, Intensidad por el inductor=500 A

Figura 39. Densidad de flujo magnético (T) sobre la superficie exterior de la tubería. Las flechas representan el potencial magnético vectorial (Wb).

La corriente que circula por el inductor también se ha representado para observar su comportamiento. A bajas frecuencias, esta presenta una disposición más o menos uniforme, como se muestra en la Figura 40. A medida que se aumenta la frecuencia, esta configuración comenzará a distorsionarse, y la densidad de corriente máxima se localizará en las zonas del inductor más próximas a la pieza. Además, como se ve en la Figura 41, una mayor frecuencia también implica una mayor densidad de corriente por las espiras.





Frecuencia de operación=20 Hz, Intensidad por el inductor=500 A

Figura 40. Densidad de corriente (A/m^2) que circula por el inductor, representado en 3D.



Figura 41. Incremento de la densidad de corriente (A/m^2) en las espiras del inductor, al aumentar la frecuencia de operación de 10 kHz (izquierda) a 100 kHz (derecha).

El campo magnético generado por el inductor provocará a su vez la aparición de corrientes inducidas en la superficie de la tubería. Sin entrar en detalle, pues este tema se tratará en profundidad

en el capítulo de análisis de resultados, un incremento de la frecuencia de operación acarreará una disminución en la profundidad pelicular. Debido a ello, la corriente inducida tendrá menos área transversal de paso y la densidad de corriente aumentará. Esto puede apreciarse en la Figura 42, donde se presenta un modelo 3D de la densidad de corriente inducida en la tubería para una frecuencia de 100 Hz y otra de 100 kHz.



Figura 42. Densidad de corriente inducida en la tubería para una frecuencia de 100 Hz (izquierda) y una de 100 kHz (derecha).

4.2.9.2 Resultados de la transferencia de calor a tubería

Las corrientes inducidas que circulan por la tubería, conocidas como corrientes de *Foucault* producen calor de acuerdo con el denominado Efecto Joule. Debido a ello, la temperatura de la tubería aumenta, como se muestra en la Figura 43. Relacionado con lo que se comentó en el apartado anterior, un aumento de la densidad de corriente inducida traerá consigo un incremento de la temperatura superficial de la tubería. Por tanto, en este caso frecuencia y temperatura también serán directamente proporcionales.

Página **80** de **128**





Figura 43. Temperatura superficial de la tubería tras la inducción de corrientes en esta.

4.2.9.3 Resultados del estudio del gas de coque

La representación de la temperatura en la superficie de la tubería supuso un paso intermedio para alcanzar el verdadero objetivo de este proyecto: el estudio del calentamiento en el gas de coque. Para poder observar bien el comportamiento del fluido, en la Figura 44 se ha aplicado un corte a la pieza anterior, con el fin de contemplar cómo se eleva la temperatura del gas en el interior de la tubería.





Figura 44. Calentamiento del gas de coque en el interior de la tubería.

Como se aprecia en la imagen, solo la fracción de gas que está próxima a las paredes de la tubería logra calentarse. Por el contrario, la mayor parte de este atraviesa el inductor sin elevar apenas su temperatura, lo que supondrá un lastre en el salto térmico global, por más que incremente su temperatura el gas periférico. Esto hace pensar que quizás esta no es la configuración más adecuada para el calentamiento de gases, y de ahí que en el capítulo 4.3 se estudie la disposición en lecho empacado.

Para una correcta visualización tanto de la temperatura como de la velocidad del fluido es necesario haber trabajado con una malla de calidad. En la Figura 45 se muestran en detalle los perfiles de velocidad del gas en el interior de la tubería, para una malla basta y para una refinada. Como se observa, las diferencias en cuanto a nitidez y precisión son más que evidentes.





Figura 45. Perfiles de velocidad del gas en el interior de la tubería, para una malla basta (arriba) y para una refinada (abajo).

4.2.9.4 Obtención de tablas y gráficos

Con vistas al análisis de resultados que se llevará a cabo en el capítulo 5, los datos deben presentarse mediante tablas y gráficos con el fin de facilitar su tratamiento. Para una correcta extracción de datos no basta con elegir el parámetro que se quiere analizar, también es necesario especificar qué tipo de valor es el que se busca: valor medio del dominio, valor máximo, mínimo, etc. Por ejemplo, en el análisis de la temperatura superficial de la tubería será necesario averiguar el valor máximo, con el fin de que en ningún punto se supere la temperatura de Curie en el metal. Por el contrario, en el gas de coque a la salida interesaría conocer el salto térmico medio, pues como se comentó antes, el fluido no se calienta uniformemente.

Las tablas también permiten el cálculo de expresiones analíticas. Por ejemplo, como se muestra en la Figura 46, se ha calculado el rendimiento del proceso de calentamiento inductivo de la tubería como el cociente entre el calor total disipado y la potencia del inductor. En dicha tabla se presenta, además del rendimiento, los valores de calor total disipado, y la potencia del inductor, todo ello en función de la frecuencia.

| f0 (Hz) | l_coil (A) | Rendimiento de la inducción (%) | Energía depositada total (W) | Potencia del inductor (W) |
|----------|------------|---------------------------------|------------------------------|---------------------------|
| 25.000 5 | 500.00 | 85.183 | 122.50 | 143.81 |
| 100.00 5 | 500.00 | 98.215 | 1173.5 | 1194.9 |
| 500.00 5 | 500.00 | 99.358 | 3300.2 | 3321.5 |
| 1000.0 5 | 500.00 | 99.410 | 3595.3 | 3616.6 |
| 10000 5 | 500.00 | 99.432 | 3763.8 | 3785.3 |

Figura 46. Tabla de resultados extraída de COMSOL.

Por otro lado, COMSOL también dispone de una herramienta para la elaboración de gráficos, de forma que pueden representarse directamente los datos extraídos de la simulación, sin necesidad de llevar a cabo exportaciones a softwares externos. Sin embargo, la interfaz gráfica que presenta COMSOL para ello muestra un aspecto algo anticuado, y por ello se decidió que todos los gráficos se elaborasen en Excel. En la Figura 47, se muestra a modo de ejemplo un gráfico hecho con COMSOL, en el que se contempla la evolución de la temperatura en la línea central del fluido y en la pared de la tubería a lo largo de la longitud de la misma. La frecuencia de operación ha sido de 100 Hz y la intensidad por el inductor de 500 A.





Figura 47. Evolución de la temperatura de la linea central del gas (azul) y de la pared interior de la tubería (verde), en función de la coordenada x de esta.

Llegados a este punto, se dio por concluida la metodología relativa al caso base. Con los datos obtenidos, el siguiente paso consistió en llevar a cabo un análisis exhaustivo de los mismos, estudiando qué parámetros influían en el proceso y cómo podían ayudar a mejorar las prestaciones de este. En el capítulo 5.1, se tratarán todos estos temas, y se elegirán las combinaciones de parámetros más adecuadas para operar con el caso base.

4.3 DESARROLLO DE LA CONFIGURACIÓN EN LECHO EMPACADO

El segundo gran bloque de este capítulo corresponde con el desarrollo del modelo de lecho empacado. A la vista de los resultados mostrados en el capítulo anterior, se observó que la configuración en caso base quizá no fuera la disposición más adecuada para llevar a cabo el calentamiento de un gas mediante inducción. Como se comprobó, tan solo el gas que se encontraba en las zonas cercanas a la superficie interior de la tubería lograba aumentar su temperatura notablemente; el resto del flujo, que representaba la mayor parte, apenas conseguía un salto térmico considerable.

Por ello, se decidió buscar otro tipo de configuración que favoreciese un intercambio térmico más eficiente con el fluido. Es en este momento, cuando se planteó el uso de una configuración en lecho empacado. Esta se caracteriza porque el componente que actúa como susceptor no es la tubería, sino un conjunto de esferas metálicas que se encuentran inmersas en el seno del fluido. De esta forma, al



contrario que sucedía anteriormente, la gran parte del gas entra en contacto íntimo con las esferas, consiguiéndose un calentamiento mucho más uniforme en el área de paso del flujo. Por otro lado, la tubería estará hecha de un material no conductor, por lo que no se calentará.

Aunque la metodología llevada a cabo para el desarrollo de la configuración en lecho empacado ha sido similar a la del caso base, existen ciertas diferencias entre ambos que deben ser mencionadas. Por tanto, con el fin de evitar caer en la repetición de conceptos, en este capítulo se desarrollarán en mayor medida aquellas ideas que suponen una novedad respecto del caso base.

4.3.1 Desarrollo de la geometría

La geometría de la configuración en lecho empacado puede entenderse como una continuación de la del caso base. El inductor, la tubería y el fluido se desarrollaron de la misma manera que en la configuración anterior, y fue el diseño de las esferas lo que verdaderamente supuso un nuevo reto.

La separación entre los diversos "paquetes" de esferas es algo que se tuvo que controlar. Tan solo serían útiles aquellas que se encontraban en la parte de la tubería alojada en el interior del inductor; el resto, no estarían sometidas a los fenómenos electromagnéticos y por tanto no se calentarían. Por ello, fue necesario establecer un parámetro, *b*_{esf}, de forma que, cuando el número de repeticiones variase, la separación entre ellas se ajustase de tal manera que todas quedasen albergadas en el interior de la bobina. Dicha expresión tiene la forma:

$$b_{esf} = \frac{L_{COIL} - 2 * R_{ESF}}{N_{ESF} - 1} \tag{58}$$

Donde L_{COIL} es la longitud del inductor, R_{ESF} el radio de las esferas y N_{ESF} el número de repeticiones realizadas. En la Figura 48 se puede observar un pequeño esquema que facilita el entendimiento de la expresión.



Figura 48. Representación esquemática de las variables introducidas para la disposición de las esferas.

Como se muestra en la Figura 49, para este primer ensayo se consideraron 4 paquetes, con 7 esferas en cada uno de ellos. Cabe destacar que la elección de esta configuración concreta no supuso que fuera la disposición óptima para el sistema; tan solo se utilizó a modo de ejemplo para el desarrollo del modelo primigenio. El estudio acerca de qué parámetros contribuyen o no a la mejora del proceso se llevará a cabo en el apartado 5.2.



Figura 49. A la izquierda, modelización de un paquete de esferas, constituido por 7 esferas. A la derecha, cuatro paquetes colocados en el interior de la tubería.

4.3.2 Definición de los materiales

Tal y como se ha comentado anteriormente, también se encontraron diferencias entre ambos modelos en el tema de los materiales. En el caso base, puesto que la tubería era la pieza que se calentaba por inducción, debía ser de un material conductor y a ser posible ferromagnético, para aprovechar los efectos de histéresis. En la configuración en lecho empacado, ese papel lo ocupa ahora el conjunto de esferas sumergidas en el fluido. El material elegido en primera instancia para ellas fue, por tanto, el mismo que el de la tubería de caso base: acero inoxidable 410.

El inductor, al igual que en el caso anterior, estuvo compuesto de cobre. De este modo se reducían las pérdidas de potencia por efecto Joule, al ser un material de baja resistencia óhmica. El fluido a estudiar volvería a ser, lógicamente, gas de coque, y el cilindro que envolvía al modelo simularía el aire exterior.

La tubería ya no se utilizaba como medio para calentar el fluido, y por tanto no interesaba que se formen corrientes de Foucault en su superficie; por ello, no podría estar fabricada con un material conductor. En este caso, se ha optado por fibra de vidrio. Algunos plásticos, como el PVC, podrán ser



otra opción; sin embargo, las temperaturas que se van a alcanzar en el interior de la tubería son muy elevadas, lo que provocaría una fusión del mismo.

4.3.3 Establecimiento de las leyes físicas y las condiciones de contorno

A continuación, se comentará en detalle los cambios realizados en las leyes y condiciones de contorno con respecto al caso base. Las variaciones más importantes se localizan en los fenómenos de transferencia de calor y en el estudio del régimen del fluido, y por tanto este apartado se centrará más en esos dos campos.

4.3.3.1 Leyes y condiciones de contorno de campo magnético

Puesto que el inductor seguía siendo el mismo que en el caso base, las leyes y condiciones de contorno de campo magnético permanecieron exactamente igual. La bobina siguió siendo del tipo "definido por el usuario", ya que presentaba menores problemas de convergencia que otras opciones, y fue el tipo de inductor más usado entre los ejemplos encontrados en Internet.

4.3.3.2 Leyes y condiciones de contorno de transferencia de calor

En este caso, las leyes y condiciones de contorno que antes se referían a la tubería debían hacerlo ahora al conjunto de esferas, al ser las que actúan como susceptor en el proceso. Los fenómenos de convección y radiación seguirían ocurriendo de igual manera.

Al gas de coque se le mantuvieron las condiciones de contorno anteriores: categoría de fluido, temperatura de entrada de 20 °C y condición de salida de flujo.

4.3.3.3 Leyes y condiciones de contorno del régimen del fluido

Una de las grandes diferencias entre el modelo en caso base y en lecho empacado residía en el comportamiento del fluido en el interior de la tubería. Anteriormente, el gas circulaba en régimen laminar, en láminas paralelas sin entremezclarse, en trayectorias denominadas líneas de corriente. Esta era una de las principales razones por las que apenas se lograba un incremento térmico significativo en las zonas centrales del fluido.

En la configuración en lecho empacado, sin embargo, el gas impacta contra las esferas metálicas, provocando que las partículas se muevan de manera desordenada, y las trayectorias de unas se encuentren con las de otras formando pequeños remolinos. En este caso, se dice que el fluido se encuentra en régimen turbulento.



COMSOL cuenta con múltiples modelos distintos para el estudio del régimen turbulento. A continuación, se mencionarán brevemente los más importantes, comentando las aplicaciones en las que cada uno ofrece mejores resultados. En base a ello, se comentará y justificará qué modelo de turbulencia se eligió para la configuración en lecho empacado.

- L-VEL e yPlus. Son los modelos más usados, al ser los más robustos y los que menos carga computacional requieren de entre todas las opciones. Aunque generalmente son los menos precisos en temas de cálculo, alcanzan buenas aproximaciones en aplicaciones de flujo interno.
- Spalart-Allmaras. Es un modelo orientado para casos con bajo número de Reynolds, fundamentalmente para aplicaciones de aerodinámica. Presenta la ventaja de que es relativamente robusto, estable y converge con relativa facilidad. Por el contrario, no es preciso en casos en los que el flujo se divide o la turbulencia disminuye progresivamente.
- k-ε. A lo largo de los años ha sido un modelo muy usado en aplicaciones industriales gracias a su buena convergencia y a que exige unos requerimientos de memoria relativamente pequeños. No es muy preciso para aplicaciones que exigen gradientes de presión adversos, fuertes curvaturas o flujo de tipo "chorro". Está más orientado a problemas de flujo externo alrededor de geometrías complejas.
- k-ω. Presenta una convergencia más difícil que la del k-ε. Sin embargo, es útil en los casos en los que este no era muy preciso: flujo interno, fuertes curvaturas, flujos separados o chorros.
- SST. Es una especie de combinación entre el modelo k-ε en flujo libre y el k-ω cerca de las paredes, ampliamente usado en aplicaciones industriales. Tiene unos requerimientos similares a los de los otros dos, aunque su formulación elimina parte de la inestabilidad que caracteriza a ambos.

Con ello, es lógico que de primeras se descarte tanto el modelo *Spalart-Allmaras* como el k- ε , al no estar indicados para aplicaciones de flujo dividido, como es el caso. De entre los otros tres, *L-VEL* e *yPlus* es el más rápido y sencillo, pero también el que menos precisión presenta. Puesto que, tanto k- ω como SST operan bien en las condiciones de fuertes curvaturas y división del flujo, cualquiera de los dos sería adecuado para el estudio del gas. Finalmente, se optó por el SST, al mostrar un mejor comportamiento para este caso concreto.

4.3.3.4 Leyes y condiciones de contorno del módulo Multifísica

El módulo Multifísica permaneció exactamente igual que en el caso base. Mediante la condición de "Fuente Electromagnética", se acoplaron los fenómenos de campo magnético con los de transferencia de calor en las esferas. Por otro lado, con la condición de "Flujo no isotérmico" se enlazaron estos últimos con el módulo de flujo turbulento.

4.3.4 Generación de la malla

Los dominios en los que se centró la mayor parte del estudio fueron, fundamentalmente, el fluido y las esferas. En ambos se optó por una malla adaptativa, que se ajusta a los posibles cambios en las dimensiones de los componentes que puedan tener lugar.

Aunque la malla de la tubería también se diseñó para que fuera adaptativa, esta no se refinó tanto como en el caso base. El motivo reside en que este dominio ya no era de gran interés para el proceso, pues el calentamiento por inducción se daba ahora en las esferas; por ello, no tenía sentido sobrecargar el modelo con un alto número de celdas si estas no se iban a aprovechar al máximo.

Otro de los temas a tratar fue el establecimiento de la capa límite. En este caso, fue necesaria colocarla tanto en la superficie interior de la tubería, como en la superficie de las esferas. Los parámetros de la misma se mantuvieron constantes respecto del caso base: cuatro capas, espesor de la primera capa de 2 mm y factor de estiramiento de 1.2.

El gran problema del modelo en lecho empacado es que es excesivamente más pesado que el del caso base. La interacción del gas de coque con las esferas, el flujo turbulento, o la necesidad de capa límite en cada una de ellas son los responsables de que los tiempos de computación crezcan exponencialmente. Por ello, fue necesario llevar a cabo simulaciones parciales: se dividió en modelo en cuatro fracciones, y se ejecutó tan solo una de ellas. Posteriormente, mediante una revolución de la misma se obtuvo la geometría completa. Así, los tiempos de cómputo se redujeron a la cuarta parte.

Por último, al igual que se había hecho con el caso base, se llevó a cabo un análisis de sensibilidad de malla, con el fin de determinar hasta qué punto merecía la pena refinarla. Como se aprecia en la Figura 50, los valores de la temperatura media de salida del gas se estabilizan una vez se realiza el segundo refinado y se añade la capa límite, por lo que fue esta malla la que se adoptó para llevar a cabo las simulaciones.





Figura 50. Análisis de sensibilidad de la malla empleada en la configuración en lecho empacado.

4.3.5 Configuración del estudio a simular

Puesto que los fenómenos físicos que tenían lugar no dejaban de ser los mismos que en el caso base, los estudios a desarrollar también se mantendrían exactamente igual. En primera instancia, un estudio estacionario de frecuencia. Posteriormente, un inicializador de distancia de pared, que facilita la simulación del gas de coque en las regiones cercanas a la superficie interior de la tubería y a las esferas. Por último, un estudio estacionario para los fenómenos de transferencia de calor en las esferas y el fluido.

Con el proceso en régimen permanente estudiado, también se analizó la evolución de los fenómenos a lo largo del tiempo. Así, al igual que en el caso base, se cambió la etapa de estudio estacionario por otra de régimen transitorio y se ejecutó la simulación.

4.3.6 Resultados de la simulación

Al igual que en el caso base, se extrajeron resultados en forma de mapas 3D, gráficas y tablas que ayudaron a comprender los fenómenos del proceso. A continuación, se expondrán a modo de ejemplo imágenes de los resultados obtenidos con la configuración en lecho empacado. La frecuencia utilizada fue de 10 kHz; se ha utilizado el mismo inductor que en el caso base, y la intensidad de corriente que circula por él se ha fijado en 500 A.

4.3.6.1 Resultados del campo magnético

Como se ha comentado anteriormente, los fenómenos electromagnéticos en la configuración en lecho empacado se localizan en las esferas metálicas. De esta forma, en la Figura 51, puede observarse un gráfico de la densidad de flujo magnético en dichas esferas.



Frecuencia de operación=10 kHz, Intensidad por el inductor=500 A

Figura 51. Densidad de flujo magnético (T) en las esferas.

Como se ve, las esferas situadas en las zonas centrales de la tubería son las que a mayor campo magnético están sometidas. Consecuentemente, como se aprecia en la Figura 52, la corriente inducida que circula por las mismas también será mayor.





Frecuencia de operación=10 kHz, Intensidad por el inductor=500 A

Figura 52. Corriente inducida (A/m^2) *en la superficie de las esferas.*

4.3.6.2 Resultados de la transferencia de calor a las esferas

Las corrientes inducidas en las esferas provocarán, por medio del Efecto Joule, un aumento de la temperatura en las mismas. Así, en la Figura 53, se observa cómo las esferas por las que circulaba mayor cantidad de corriente son las que alcanzan temperaturas más altas, siendo estos valores más elevados que los obtenidos en condiciones similares en la tubería durante el caso base. Esta idea se estudiará con más detenimiento en el capítulo 5.2.







Figura 53. Incremento de temperatura en las esferas.

4.3.6.3 Resultados del estudio del gas de coque

El gas de coque presenta unos resultados muy distintos a los que se obtenían con la configuración en caso base. Como se aprecia en la Figura 54, el fluido experimenta ahora un calentamiento mucho más uniforme, ya que las esferas favorecen que la mayor parte del gas se ponga en contacto con ellas. Cabe recordar que esto no ocurría en el caso base, donde solo el flujo periférico alcanzaba un salto térmico significativo.





Figura 54. Calentamiento del gas de coque debido al contacto con las esferas.

En la Figura 55 se aprecia un detalle de cómo se eleva la temperatura del gas de coque al atravesar el tercer paquete de esferas.



Figura 55. Vista en corte de la elevación de temperatura del gas, en la configuración en lecho empacado.



Por último, la Figura 56 muestra cómo evoluciona la velocidad del gas en el interior de la tubería, mientras que en la Figura 57 se observa un detalle del paso de este a través de las esferas. Como es lógico, las velocidades serán mayores que en el caso base, al existir estrechamientos provocados por la presencia de las esferas.



Figura 56. Evolución de la velocidad del gas de coque a su paso por las esferas.



Figura 57. Vista en corte de la velocidad del gas de coque a su paso por las esferas.

4.3.6.4 Obtención de tablas o gráficas

Las tablas y gráficos obtenidos de la configuración en lecho empacado tienen el mismo formato que las del caso base, por lo que no se volverán a desarrollar en este apartado. En el apartado 5.2 se estudiarán los datos extraídos, comparando los resultados alcanzados y estableciendo cuál de los dos procesos presenta mejores prestaciones.

5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez desarrollado el modelo y ejecutadas las diversas simulaciones, el siguiente paso consiste en analizar los resultados obtenidos. Con ello, lo que se pretende es estudiar qué parámetros influyen en el calentamiento por inducción del gas de coque, y cómo se pueden modificar con el fin de obtener las máximas prestaciones posibles.

De esta forma, el capítulo se dividirá en tres bloques. En los dos primeros, se analizarán por separado los modelos desarrollados: caso base y configuración en lecho empacado. Así, se comentarán las capacidades de cada uno y las limitaciones existentes. Además, también se buscará contrastar los resultados extraídos de COMSOL *Multiphysics*, con aquellos obtenidos a partir de un método analítico aproximado. Para ello, se calcularán los errores absolutos y relativos, comentando los posibles motivos de dicho error. Posteriormente, en el tercer bloque, se establecerán comparaciones entre ambos modelos, explicando cuál de ellos presenta mayores ventajas y cuál es el más adecuado para cumplir los requerimientos del problema.

5.1 CASO BASE

Como se ha comentado anteriormente, el análisis de resultados comenzará con el estudio de la configuración en caso base. Con el fin de obtener un modelo lo más eficiente posible, se examinará individualmente cada uno de los parámetros que puedan influir, buscando qué valores son los que optimizan el proceso. Para ello, se han consultado estudios llevados a cabo por otros autores, como [28] o [29], con el fin de extraer ideas que puedan ser útiles para un análisis de calidad.

Así, esta sección se desarrollará en dos subapartados. En primer lugar, se analizarán las variables relativas a la tubería: diámetros, espesores, material, etc. Posteriormente, se estudiarán aquellos parámetros del inductor que no están fijados desde el inicio: número de vueltas, frecuencia de operación, intensidad, etc.

Cabe destacar que las dimensiones iniciales, tanto de la tubería como del inductor, son las expuestas en el apartado 4.2.2. La intensidad de corriente por el inductor es, hasta que se diga lo contrario, de 500 A.

5.1.1 Análisis de la tubería

Se examinará de qué manera influyen las variaciones en el radio exterior y el radio interior, así como el material del que está compuesta.



5.1.1.1 Radio exterior

El primer parámetro que se analiza es el radio exterior de la tubería. Para ello, manteniendo fijo un espesor de 2 cm, se darán diversos valores al radio exterior y se observarán los resultados en cada caso.

Como se había comentado en el apartado 3.3.2, la distancia entre la tubería e inductor debe ser mínima. Cuanto más cerca esté la una del otro, mayores líneas de campo magnético procedentes de la bobina atravesarán la pieza. Por ende, la densidad de corriente aumentará, y con ello la energía depositada. La Figura 58 verifica esta idea: a medida que el radio exterior crece, la energía depositada en carga se hace mayor, hecho que se acentúa a medida que se incrementa la frecuencia de operación.



Figura 58. Evolución de la energía depositada en la tubería en función de la frecuencia, para diversos valores del radio exterior de esta.

Al aumentar la energía depositada en la tubería, su temperatura superficial también se incrementará, fenómeno que puede observarse en la Figura 59. En este caso, se han suprimido algunos de los valores intermedios mostrados en la Figura 58, con el fin de evitar la aglomeración de gráficas con resultados similares.





Figura 59. Evolución de la temperatura media superficial de la tubería en función de la frecuencia, para distintos valores del radio exterior de esta.

Mediante fenómenos de conducción, el calor se transmitirá desde la superficie exterior a la superficie interior de la tubería, donde, por convección, pasará a su vez al gas de coque. Puesto que en este capítulo se ha establecido que el espesor de la tubería sea constante, es lógico pensar entonces que la temperatura de la superficie interior también aumente conforme lo haga el radio exterior. Sin embargo, esto no quiere decir que la temperatura media de salida del fluido se incremente.

Aunque la temperatura de la superficie interior de la tubería es uno de los parámetros que influyen en la temperatura final del gas, también se debe tener en cuenta su sección de paso. Cuanto más pequeña sea esta, el flujo que circula alejado de las paredes, y que apenas eleva su temperatura, tendrá menor peso en el cálculo de la temperatura media global, por lo que esta no se verá tan perjudicada como en tuberías de mayor diámetro interno.

Esto explica lo observado en la Figura 60, donde, para una frecuencia de 10 kHz, la temperatura de salida del fluido aumenta tanto incrementando como reduciendo el radio exterior. En el primer caso, la temperatura de la superficie interior de la tubería será mayor, pero también se requerirá que se caliente una mayor sección de flujo. Por el contrario, con valores más pequeños del radio, la temperatura conseguida será menor, pero la sección de paso será más reducida y con ello más sencillo el calentamiento.





Figura 60. Evolución de la temperartura media del gas en la sección de salida, en función del radio exterior de la tubería.

Puesto que la temperatura del gas de salida es un parámetro que depende más del radio interior de la tubería, se analizará en el próximo capítulo. En cuanto al radio exterior, dado que interesa que esté lo más próximo al inductor posible, se establecerá un valor de 0.095 m de aquí en adelante.

5.1.1.2 Radio interior

Con el radio exterior fijado en 0.095 m, el siguiente paso consiste en estudiar cómo influye el radio interior en las prestaciones del modelo. Puesto que lo que se modificará será el espesor de la pieza, es interesante ayudarse de expresiones analíticas como la ecuación (40), donde se relacionaba dicho valor con la energía depositada en la tubería.

Según esta, el espesor presenta un valor óptimo, con el cual la energía depositada en la pieza se hace máxima. Como se ve en la Figura 61, para las condiciones del proyecto este valor se encuentra en torno a los 0.15 mm. Aunque este sería el espesor teórico ideal, el hecho de que sea tan pequeño hace imposible utilizar esta medida en la práctica.





Figura 61. Energía depositada en la tubería, en función del espesor de la misma.

Por tanto, se buscará el mínimo espesor posible de la tubería dentro de las limitaciones estructurales existentes. Así, en la Figura 62, se muestra la energía depositada en función de la frecuencia de operaciones, para distintos valores del espesor de la tubería. Debido al perfil de la curva que tenía la Figura 61, similar a una exponencial decreciente, cuando los espesores son reducidos, una pequeña variación en ellos provocará un alto salto energético. De esta forma, puede verse como la energía depositada se incrementa más cuando se pasa de un espesor de 5 mm a uno de 3 mm, que cuando la reducción es de 45 mm a 15 mm.





Figura 62. Energía depositada en la tubería en función de la frecuencia, para diversos espesores de esta

La temperatura superficial de la tubería, por tanto, también aumentará del mismo modo que ha hecho la energía depositada. En cuanto a la temperatura media de salida del fluido, los resultados de un ensayo realizado a 10 kHz se muestran en la Figura 63. Como se ve, ocurre algo parecido a lo que sucedía en el apartado anterior: esta puede aumentar tanto por una temperatura superficial mayor, consecuencia de la disminución del espesor, como por una sección de paso del fluido reducida. Sin embargo, en este caso se observa cómo es la primera opción la que claramente presenta mejores resultados.





Figura 63. Evolución de la temperatura media del gas en la sección de salida, en función del espesor de la tubería.

La obtención de una mayor temperatura de salida del gas no es la única justificación por la que se decide elegir el menor espesor de tubería posible. Otra de las situaciones que se debe analizar es cómo actúa cada tubería en régimen transitorio, es decir, cuál tarda menos tiempo en estabilizar su temperatura máxima. Para conocer en torno a qué valores temporales se mueve el proceso, se han consultado estudios llevados a cabo diversos autores, como [30] o [31].

Como se aprecia en la Figura 64, las tuberías con mayores espesores alcanzan su temperatura final mucho más tarde que aquellas que disponen de un espesor más reducido, lo que supone una demora en los tiempos de calentamiento del fluido. Puesto que incrementar la rapidez de los procesos supone uno de los retos de mayor importancia en el ámbito industrial, este es otro motivo por el cuál decantarse por una tubería con el espesor más pequeño posible.





Figura 64. Evolución de la temperatura media de la tubería a lo largo del tiempo, para distintos valores del espesor de esta.

Además, existen otras razones por las que elegir las tuberías más delgadas. Una de ellas tiene que ver con la economía: a mayor espesor de la tubería, mayores cantidades de material se necesitará para fabricarla, y por tanto más caro será el proceso. Por otro lado, a medida que la tubería se hace más gruesa, también incrementa su peso, lo que puede suponer un inconveniente, si esta necesita colocarse a una determinada altura del suelo.

Con ello, queda claro que las dimensiones óptimas de la tubería suponen adoptar un radio exterior máximo y un espesor mínimo, de forma que se aumente la energía depositada en la misma, y con ello la temperatura de salida del fluido. Dicho límite máximo y mínimo dependerá del grado de calidad que se le quiera dar al proceso, así como de las restricciones constructivas que puedan aparecer. En este caso, para el análisis del resto de parámetros, se considerará un radio exterior de 0.095 m y un radio interior de 0.09 m.

5.1.1.3 Elección del material de la tubería

Una vez establecidas cuáles serían las dimensiones ideales para la tubería, se pasa a analizar qué materiales presentarían mejores prestaciones, basándose en su parámetro más importante: la conductividad eléctrica.

Al igual que ocurría en el caso anterior, la ecuación (40) sirve para relacionar, en esta ocasión, la conductividad eléctrica con la energía depositada en la tubería. Como se puede ver en la Figura 65, existe un valor óptimo de dicha conductividad para el cual la energía se maximiza. Sin embargo, en



ocasiones resulta imposible alcanzar este valor: como se comentó en el apartado 3.3.1.1, para que el proceso de calentamiento por inducción tenga lugar, el material de la tubería debe ser un conductor. En todos ellos, los valores de la conductividad oscilan en un rango que va desde los 10⁶ a los 10⁸ S/m; consecuentemente, solo será posible moverse dentro de ese intervalo, que en la Figura 65 se ha acotado entre dos rectas discontinuas verticales.



Figura 65. Energía depositada en la tubería en función de la conductividad de su material. Las líneas verticales indican los valores límite de materiales ferromagnéticos.

Como se puede observar, cuando la frecuencia alcanza valores superiores a los 5 kHz, el valor óptimo de la conductividad eléctrica se encuentra fuera del rango real; por ello, se buscará trabajar con un conductor en el que dicho valor sea mínimo, de forma que la energía depositada se incremente lo máximo posible.

Para demostrar esto, se han llevado a cabo simulaciones con tres materiales distintos: aluminio, acero inoxidable 410s y acero inoxidable 410. Las conductividades de cada uno se muestran en la Tabla 5.

| CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICADE ALGUNOS METALES (S/m) | | | |
|---|----------|--|--|
| Aluminio (S/m) | 3,77E+07 | | |
| Acero inoxidable 410 (S/m) | 1,75E+06 | | |
| Acero inoxidable 410s (S/m) | 1,60E+06 | | |

Tabla 5. Valor de la conductividad eléctrica para distintos materiales de la tubería.



Comparando los dos casos extremos, en la Figura 66 se muestra la temperatura de salida del fluido que se obtiene con una tubería de aluminio y con una de acero inoxidable 410s. Evidentemente, esto es una consecuencia de que la energía depositada en el caso del acero sea mayor, y por ende, este alcance una temperatura superficial más alta, que se traduce en un mayor calentamiento del gas de coque.



Figura 66. Temperatura media del fluido en la sección de salida, en función de la frecuencia, para una tubería de acero inoxidable 410s y otra de aluminio.

Por tanto, queda claro que, a altas frecuencias, es preferible la utilización de un material con baja conductividad eléctrica, siempre que sea ferromagnético. De esta forma, de aquí en adelante se adoptará el acero inoxidable 410s como material base, al mostrar una ligera mejoría en los resultados obtenidos con respecto al 410 común.

5.1.2 Análisis del inductor

Una vez analizados los parámetros de la tubería, es turno de pasar al estudio del inductor. Como se comentó en el apartado 4.2.2, tanto el radio interior como la longitud son valores fijos, y por tanto no se contemplará su posible variación. Por ello, este apartado se centrará en aquellos parámetros que sí se pueden modificar: el número de vueltas, la frecuencia y la intensidad de operación.

5.1.2.1 Frecuencia de operación

Como se ha visto a lo largo de este capítulo, la frecuencia de operación es un parámetro que influye en gran medida en los resultados finales del proceso. Una frecuencia insuficiente puede provocar



que no se alcancen los valores deseados; por el contrario, un valor demasiado alto de esta supone un aumento del coste del proyecto, al requerir de sistemas más caros y sofisticados para el tratamiento de las ondas.

Como se comprobó, por ejemplo, en la Figura 58, existe un valor (distinto para cada caso) a partir del cual, por más que se incremente la frecuencia, la energía depositada no aumenta. Esto es debido al fenómeno de la profundidad pelicular, comentado en apartado 3.1.2.3, que establecía la profundidad a la que el campo eléctrico se reducía en un 37% aproximadamente.

Según la ecuación (20), este parámetro es inversamente proporcional a la frecuencia de operación, lo que también se comprueba en la Figura 67. Como se ve, existe un momento en el que la gráfica se acerca a la asíntota horizontal, de forma que los valores apenas varían. De esta forma, la sección de paso de las corrientes inducidas no se reducirá más, la densidad de corriente no se incrementará, y por tanto no será posible un mayor aumento de la temperatura de la tubería.



Figura 67. Profundidad pelicular en función de la frecuencia de operación.

Otro de los parámetros a tener en cuenta, a la hora de elegir la frecuencia de operación, es la rapidez de calentamiento que se consigue con ella. Como se ve en la Figura 68, a medida que se incrementa la frecuencia, la tubería alcanza su temperatura final más rápido.




Figura 68. Evolución de la temperatura media de la tubería a lo largo del tiempo, para distintos valores de la frecuencia de operación.

Otro detalle que se aprecia claramente en la Figura 68, es el momento que se sobrepasa la temperatura de *Curie* del material, que tiene un valor entorno a los 700 °C. Como se comentó en el apartado 3.3.1.2, existe una temperatura a partir de la cual la permeabilidad relativa de los materiales ferromagnéticos desciende rápidamente, hasta valores próximos a la unidad. Consecuencia de ello, el efecto de histéresis deja de funcionar, la velocidad de calentamiento se reducirá, y la pieza solo incrementará su temperatura a través de las corrientes inducidas.

Por tanto, a la hora de elegir la frecuencia de operación, tendrán que considerarse principalmente dos aspectos: la temperatura máxima alcanzada y la rapidez de calentamiento. Normalmente, se intentará buscar una solución de compromiso, de forma que se alcancen los valores deseados en un tiempo razonable. En este caso, los valores lógicos oscilarían en torno a los 10-100 kHz, dependiendo de cuánto se está dispuesto a incrementar el coste del proyecto, a cambio de conseguir una mayor reducción de tiempos. Puesto que, a partir de los 10 kHz, la velocidad del proceso apenas aumenta, se adoptará este valor de la frecuencia para continuar con el resto de los cálculos.

5.1.2.2 Material del inductor

Como se comentó en el apartado 3.3.2, para la construcción del inductor deben considerarse materiales con baja resistencia óhmica, de forma que las pérdidas por Efecto *Joule* se minimicen en esa zona. Además, esto permite que el inductor no se caliente tanto, de forma que los costes destinados a refrigeración serán menores.

Para comprender la influencia de la conductividad del inductor en el proceso, se han simulado cuatro escenarios distintos en los que se ha modificado el material del que está compuesto. El valor de la conductividad de cada uno de ellos se muestra en la Tabla 6.

| MATERIAL | CONDUCTIVIDAD (S/m) |
|----------|---------------------|
| Plata | 6,80E+07 |
| Cobre | 6,00E+07 |
| Aluminio | 3,80E+07 |
| Hierro | 1,5E+07 |

Tabla 6. Valores de la conductividad eléctrica para distintos materiales del inductor.

Como se ve en la Figura 69, las conductividades más bajas están asociadas con mayor densidad de pérdidas en el inductor. Esto supone que, para un mismo calentamiento de la tubería, será necesaria una mayor potencia en el inductor, y por ello, el rendimiento descenderá.



Figura 69. Pérdidas electromagnéticas en el inductor, en función de la conductividad del material que lo conforma.

Por tanto, queda claro qué tipo de materiales utilizar si se quieren potenciar las prestaciones del proceso. Aunque la plata presenta los mejores resultados, el cobre es el material más común para la construcción de inductores: a su buen comportamiento, muy similar al de la plata, se le suma un menor coste de adquisición, por lo que suele ser la opción elegida en la mayoría de los casos.



5.1.2.3 Número de vueltas e intensidad de corriente

Todas las modificaciones realizadas a lo largo del capítulo iban encaminadas a la optimización del proceso, es decir, a la consecución de los mejores resultados posibles para unas mismas condiciones de operación. Con ello, lo que se busca es un mayor aprovechamiento energético, que permita reducir la intensidad de corriente empleada: un valor alto de esta supone un incremento en los costes, así como la necesidad de sistemas de tratamiento y refrigeración más sofisticados.

El último parámetro que se va a modificar en el caso base es el número de vueltas del inductor. A mayor número de estas, mayor calentamiento se conseguirá en la tubería, lo que permitirá una reducción de la intensidad. De esta forma, en la Figura 70 se muestra cómo evoluciona la temperatura de salida del gas en función del número de vueltas, para una intensidad de corriente de 100 A.



Figura 70. Temperatura media del gas en la sección de salida, en función del número de vueltas del inductor.

Como se ve, para un número de vueltas elevado, se consiguen valores de temperatura del fluido similares a los de la Figura 63, en los que la intensidad empleada había sido de 500 A. Por ello, será preferible disponer de un inductor con el mayor número de vueltas posible, pues permitirá conseguir mejores resultados con una intensidad de corriente menor. Para el desarrollo del modelo final, se ha considerado un valor de 50 vueltas.



5.1.3 Modelo final.

Una vez analizados todos los parámetros que influyen en el proceso de calentamiento por inducción, es el momento de establecer una configuración final que sirva de referencia para el caso base. Evidentemente, esta no será la mejor configuración posible pues, como se ha comentado en capítulos anteriores, todo depende de cuánto se quiera (o se pueda), perfeccionar el modelo: mínimo espesor de tubería posible, conductividad del inductor, etc. Sin embargo, sí que será una disposición que presente un salto cualitativo grande respecto del modelo inicial desarrollado en el capítulo 4.

La única limitación existente en el proceso corresponde con el punto de fusión del material. Puesto que, para el acero inoxidable 410s, este se encuentra entorno a los 1500 °C, la tubería nunca podrá alcanzar una temperatura superior a dicho valor.

En la Tabla 7 y en la Tabla 8, se muestra un resumen de los parámetros finales de la tubería y el inductor. La intensidad de corriente utilizada dependerá de a cuál de las dos aplicaciones mencionadas en el capítulo 0 se quiere destinar el modelo. Próximamente, en el apartado 5.1.4, se establecerá una comparación entre los resultados obtenidos con el caso base, y los relativos a la configuración en lecho empacado. Así, se determinará cuál de las dos configuraciones presenta un mejor comportamiento y cuál es la más adecuada para cada una de las posibles aplicaciones.

| TUBERÍA | | | | | |
|--------------------------------|--|--|--|--|--|
| Material Acero Inoxidable 410s | | | | | |
| Radio Exterior 95 mm | | | | | |
| Radio Interior 90 mm | | | | | |

| Tabla 7. Parámetros finales de la tubería. |
|--|
| |
| |

| INDUCTOR | | | | |
|-------------------------|--------|--|--|--|
| Material | Cobre | | | |
| Radio Interior | 100 mm | | | |
| Radio exterior | 106 mm | | | |
| Número de vueltas | 50 | | | |
| Longitud | 300 mm | | | |
| Frecuencia de operación | 10 kHz | | | |

Tabla 8. Parámetros finales del inductor



5.1.4 Comparación con resultados obtenidos de métodos analíticos

Todos los resultados presentados hasta el momento han sido desarrollados con el software COMSOL *Multiphysics*. Para logar su verificación, sería necesario llevar a cabo un ensayo experimental del modelo, con el fin de poder contrastar los valores obtenidos por ambos medios.

Sin embargo, a falta de análisis experimental, una alternativa consiste en aproximar el problema mediante métodos analíticos. Si bien esto no sirve para verificar el estudio, sí que ayuda a mejorar la fiabilidad de los resultados obtenidos con el programa. De esta forma, se comparó el valor de la eficiencia calculado con COMSOL del obtenido con el método analítico.

5.1.4.1 Método analítico

En cuanto al primero de ellos, para el cálculo analítico se utilizó la ecuación (32). La expresión de la resistencia equivalente de la carga es de la forma:

$$R_C = \frac{\omega \cdot L_C}{Q_U} \tag{59}$$

Donde $\omega = 2\pi f$. Q_U es el factor de calidad, cuya expresión se desarrolla, según (37):

$$x = \log_{10} \left(\frac{0.3 \ m}{2 \cdot 0.1 \ m} \right) = 0.176 \tag{60}$$

$$A = 3.95 + 2.9 \cdot 0.176 - 0.62 \cdot 0.176^2 - 0.7 \cdot 0.176^3 = 4.438$$
 (61)

$$Q_u = 4,438 \cdot 0,1 \ m \cdot \sqrt{10000 \ Hz} = 88,752 \tag{62}$$

Por otro lado, L_c representa la inductancia del solenoide, calculada según (34).

$$x = \log_{10}\left(\frac{2 \cdot 0.1 \, m}{0.3 \, m}\right) = -0.477 \tag{63}$$

$$\beta = -6.17 + 0.67 \cdot (-0.477) - 0.19 \cdot (-0.477)^2 - 0.009 \cdot (-0.477)$$
(64)
+ 0.12 \cdot (-0.477)^4 = -6.517

$$L_{c} = 10^{-6.517} \cdot 50^{2} \cdot 0.1 \, m = 1.61 \cdot 10^{-4} \, H \tag{65}$$



Con ello, sustituyendo en la ecuación (59), se obtiene una resistencia equivalente del inductor de:

$$R_C = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10000 \, Hz \cdot 1,61 \cdot 10^{-4} \, H}{88,752} = 0,114 \, \Omega \tag{66}$$

Para el cálculo de la resistencia equivalente de la carga, es necesario conocer primero el valor de la profundidad pelicular. Sustituyendo en la ecuación (20), se obtiene:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot 10000 \, Hz \cdot \mu \cdot 1,75 \cdot 10^6 \, S/m}} = 1,35 \cdot 10^{-4} \, m \tag{67}$$

Con ello, la resistencia equivalente de carga se obtiene según la ecuación (49)

$$R_l\left(\frac{\delta}{r_0} \to 0\right) = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50^2 \cdot 0,095 \ m \cdot 0,3 \ m}{1,75 \cdot 10^6 \ S/m \cdot 1,35 \cdot 10^{-4} \ m} = 1,902 \ \Omega$$
(68)

Sustituyendo los valores calculados en (66) y (68) en la expresión (32), se alcanza una eficiencia de:

$$\eta = \frac{1.902}{1,902 + 0,114} \cdot 100 = 94,33\%$$
 (69)

5.1.4.2 Cálculo con COMSOL Multiphysics

Con el uso de COMSOL, todos estos cálculos, además de ser más precisos, se simplifican. Mediante la expresión (70), es posible conocer directamente el valor de la eficiencia:

$$\eta = \frac{Energia\ depositada}{Potencia\ del\ inductor} = \frac{790,70\ W}{1,27\cdot 10^4\ W} \cdot 100 = 99,39\ \%$$
(70)

5.1.4.3 Cálculo de errores

Para concluir este apartado, se expondrán los errores derivados del cálculo de la eficiencia por los dos métodos antes comentados. Así, en (71) se muestra el error absoluto, mientras que en (72) se



plantea el error relativo. En ambos se ha operado con los valores expresados en tanto por uno, con el fin de evitar confusiones.

$$\varepsilon_a = |0,943 - 0,994| = 0,051 \tag{71}$$

$$\varepsilon_r = \frac{|0,943 - 0,994|}{0,943} \cdot 100 = 5,36\%$$
(72)

Las causas de este error relativo pueden ser variadas: por un lado, la expresión (68) es una aproximación para los casos en los que el cociente entre la profundidad pelicular y el radio de la tubería tiende a cero. Esto provoca que, aunque este valor sea muy pequeño, siempre va a existir un ligero error al tratarse de un cálculo aproximado.

Por otro lado, como se comentó en el apartado 3.3.4.2, en el cálculo de la resistencia equivalente del inductor el método analítico considera, para simplificar los cálculos, una distribución de corrientes uniforme. En la práctica, existe un efecto de proximidad, por el cual dichas corrientes se concentran en ciertas partes de la sección transversal del conductor, perdiendo esa uniformidad. Además, la inductancia de la bobina se modifica dependiendo de múltiples factores, entre los que destaca la presencia de carga. Esto no lo tiene en consideración el método analítico, en el que dicho valor es el mismo en cualquier caso, esté el inductor trabajando en vacío o no.

5.2 CONFIGURACIÓN EN LECHO EMPACADO

Para el estudio de la disposición en lecho empacado se lleva a cabo una metodología similar a la del caso base: se analizarán detalladamente los parámetros que influyen en el proceso, y en base a ellos se propondrá una configuración que potencie las prestaciones del modelo.

La parte central del estudio serán las esferas, al representar la diferencia fundamental respecto del caso base. Por otro lado, el inductor sigue desempeñando la misma función, mientras que la tubería, ahora, apenas tiene importancia; por ello, estos elementos se comentarán sin excesivos detalles, con el fin de no caer en la repetición de los conceptos ya expuestos en el apartado 5.1.

5.2.1 Análisis de la tubería

Puesto que la tubería, en este caso, solo cumple la función de transportar el gas de coque, no influye en los resultados del proyecto en la misma medida en la que lo hacía anteriormente. El material del que se compone, como se comentó en el apartado 4.3.2, no podrá ser un conductor, pues esto



provocaría la aparición de corrientes inducidas en su superficie, en lugar de en las esferas. Como este apenas repercute en los cálculos, se mantuvo la fibra de vidrio, utilizada en la sección 4.3.

En cuanto a las dimensiones de la tubería, a lo largo del proyecto, y particularmente en el análisis del caso base, se ha comprobado cómo la reducción de la distancia entre inductor y susceptor permite un mayor incremento de temperatura en este último. Por ello, para que las esferas estén lo más cerca posible de la bobina, es necesario que el diámetro interior de la tubería se aproxime lo máximo al inductor. De este modo, las dimensiones de esta seguirán siendo las mismas que en el caso base: radio exterior de 95 mm e interior de 90 mm.

5.2.2 Análisis de las esferas

Las esferas desempeñarán la función que anteriormente llevaba a cabo la tubería: actuar como susceptor del proceso, permitiendo la generación de corrientes inducidas en su superficie, y transmitiendo calor al gas. Por ello, el material que se les ha asignado ha sido, de nuevo, acero inoxidable 410s; en el apartado 5.1.1.3 ya se comprobó cómo, debido a su menor conductividad, las pérdidas por efecto *Joule* eran mayores, por lo que se alcanzaban temperaturas superficiales más altas que con el aluminio o el acero 410.

5.2.2.1 Número de esferas

Como se comentó en el apartado 4.2.9.3, la gran desventaja del caso base residía en que solo el gas que circulaba por las regiones cercanas a la tubería era capaz de experimentar un salto térmico significativo. Este problema se elimina con el uso de la configuración en lecho empacado: a mayor número de esferas, mayor será la fracción de fluido que entre en contacto con ellas; por tanto, aumentará la uniformidad del calentamiento, y con ello la temperatura media de salida.

En la Figura 71, se puede apreciar la evolución de la temperatura de salida en función del número de esferas. La frecuencia de operación es de 10 kHz, y la intensidad de corriente, que circula por un inductor de 10 vueltas, tiene un valor de 500 A.





Figura 71. Evolución de la temperatura de salida del gas en función del número de esferas.

Como es lógico, a mayor número de esferas, la temperatura media de salida del gas aumentará, aproximándose a la temperatura superficial de las esferas. Para el resto de los cálculos, se considerarán 84 esferas, con un radio de 1.6 cm cada una, aunque podrán ser más si se desea, siempre que no haya contacto entre ellas.

5.2.3 Análisis del inductor

El inductor sigue manteniendo las mismas dimensiones que en el caso base. Basándose en los estudios llevados a cabo en el apartado 5.1.2, se determinó que interesaba un material con baja resistencia óhmica, con el fin de minimizar las pérdidas energéticas. Además, un mayor número de vueltas suponía un aumento de la temperatura en la pieza, y permitía reducir la intensidad de corriente.

Puesto que lo que se buscará en el capítulo 5.3 será comparar ambos modelos, es lógico pensar que las condiciones de operación sean las mismas en los dos casos. Por ello, se decide mantener un inductor de cobre, con 50 vueltas, y trabajando con una frecuencia de operación de 10 kHz.

5.2.4 Modelo final

Con ello, en la Tabla 9, Tabla 10 y Tabla 11 se muestran los parámetros principales de la configuración en lecho empacado. Este será el modelo que se utilice en un futuro para comparar sus resultados con los obtenidos en el caso base.



| TUBERÍA | | | | |
|--------------------------|-------|--|--|--|
| Material Fibra de vidrio | | | | |
| Radio Exterior | 95 mm | | | |
| Radio Interior | 90 mm | | | |

Tabla 9. Parámetros finales de la tubería.

| INDUCTOR | | | | |
|-------------------------|--------|--|--|--|
| Material | Cobre | | | |
| Radio Interior | 100 mm | | | |
| Radio Exterior | 106 mm | | | |
| Número de vueltas | 50 | | | |
| Longitud | 300 mm | | | |
| Frecuencia de operación | 10 kHz | | | |

Tabla 10. Parámetros finales del inductor.

| ESFERAS | | | | | |
|--------------------------------|--|--|--|--|--|
| Material Acero Inoxidable 410s | | | | | |
| Radio 1.6 cm | | | | | |
| Número 84 | | | | | |

Tabla 11. Parámetros finales de las esferas.

5.3 ELECCIÓN DEL MODELO MÁS ADECUADO

Una vez desarrollados los dos modelos y estudiados todos los parámetros que influyen en el proceso, llega el momento de compararlos entre sí, con el fin de poder determinar cuál de ellos presenta mejores prestaciones. Los resultados se dividirán en función de las dos posibles aplicaciones a las que se oriente el calentamiento del gas de coque, las cuales se comentaron en el capítulo 0.

5.3.1 Procesos de reformado del gas de coque

El primero de los usos que se le daba al gas de coque caliente era como agente para la conversión de CO en CO₂, mediante la conocida como Reacción de *Boudouard*. Para ello, era necesario llevar al gas hasta una temperatura próxima a los 400 °C. En la Tabla 12 se muestra, tanto para el caso base como para la configuración en lecho empacado, la intensidad de corriente necesaria, así como la temperatura que alcanza el susceptor, y la temperatura media de salida del gas.

| | CASO BASE | LECHO EMPACADO |
|---------------------------------------|-----------|----------------|
| Intensidad de corriente (A) | 120 | 67 |
| Temperatura máxima del susceptor (°C) | 1317,5 | 844,15 |
| Temperatura del gas (°C) | 439,86 | 428,04 |
| Rendimiento de la inducción (%) | 94,55% | 49,63% |

Tabla 12. Comparación de resultados entre caso base y lecho empacado.

Como se ve, para elevar la temperatura del fluido hasta los 400 °C en el caso base, es necesario que la tubería alcance una temperatura límite, muy cercana al punto de fusión del acero. Esto es consecuencia del tipo de calentamiento que se conseguía con esta configuración, donde solo el gas próximo a las paredes de la tubería lograba un incremento térmico significativo, mientras que el que discurría por el centro de la misma apenas variaba su temperatura.

No ocurre lo mismo con la configuración de lecho empacado, donde se consigue un calentamiento más uniforme. De este modo, para que el gas alcance valores entorno a los 400 °C, las esferas no necesitan aumentar su temperatura tanto como lo hacía la tubería en el caso base; consecuentemente, la intensidad de corriente necesaria será menor (casi la mitad), con lo que se reducirán los costes.

En cuanto al rendimiento de la inducción, explicado en el apartado 5.1.4, se comprueba que es superior en el caso base, debido principalmente a que la energía depositada sobre la tubería es mayor que sobre las esferas, al tratarse de una superficie más "continua". Sin embargo, la eficiencia que realmente interesa para comprobar el buen funcionamiento de la instalación no es la del propio fenómeno de inducción, sino la eficiencia térmica del proceso. Para ello, ciertos autores [32] proponen su cálculo mediante la ecuación (73).

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \tag{73}$$

Siendo P_{in} la potencia del inductor, en W, mientras que P_{out} se calcula como:

$$P_{out} = Q \cdot \rho \cdot c_p \cdot (T_{out} - T_{in}) \tag{74}$$



Donde Q es el flujo másico, en m^3/s , ρ la densidad del gas, en kg/m^3 , c_p el calor específico, en $J/kg \cdot K$, y T_{in} y T_{out} la temperatura de entrada y salida del fluido en K. Los resultados del rendimiento térmico para ambos casos se muestran en la Tabla 13.

| | CASO BASE | LECHO EMPACADO | | |
|-------------------------|-----------|----------------|--|--|
| P _{in} (W) | 30395 | 2989,5 | | |
| P _{out} (W) | 221,69 | 215,45 | | |
| Rendimiento térmico (%) | 0,73% | 7,21% | | |

Tabla 13. Resultados del cálculo del rendimiento térmico.

De este modo, se comprueba que la configuración en lecho empacado tiene un rendimiento térmico bastante más elevado que la configuración en caso base. Esto es debido, como se aprecia en la Tabla 13, a que en ese caso la potencia necesaria en el inductor es mucho más baja, lo que se traducía en una menor temperatura requerida en las esferas, como se había comentado con anterioridad.

5.3.2 Procesos de inyección de gas de coque en horno alto

En este caso, se buscaban las mayores temperaturas posibles en el gas de coque, con el fin de reducir al máximo la cantidad de oxígeno que se necesitaba inyectar en el interior del horno. Puesto que la temperatura de fusión del acero inoxidable 410s es ligeramente inferior a los 1500 °C, no interesará aproximarse en exceso a ese valor. Por ello, situando el límite en torno a los 1400 °C, con el caso base apenas se podrá incrementar la temperatura de salida del gas más de lo que se muestra en la Tabla 12, pues la temperatura máxima alcanzada en la tubería ya tiene un valor superior a los 1300 °C.

Por el contrario, la configuración en lecho empacado sí que permite un aumento considerable de la temperatura de las esferas, y con ello un incremento de la temperatura de salida del gas. En la Tabla 14, se muestran los resultados alcanzados con esta configuración.

| | LECHO EMPACADO |
|---------------------------------------|----------------|
| Intensidad de corriente (A) | 155 |
| Temperatura máxima del susceptor (°C) | 1414,1 |
| Temperatura del gas (°C) | 743,24 |
| Rendimiento de la inducción | 48,80% |

Tabla 14. Resultados de la configuración en lecho empacado para procesos de inyección



Siguiendo el procedimiento de cálculo del apartado 5.3.1, se obtiene el rendimiento térmico del proceso.

| | LECHO EMPACADO |
|-------------------------|----------------|
| P _{in} (W) | 9563,75 |
| P _{out} (W) | 381,87072 |
| Rendimiento térmico (%) | 3,99% |

Tabla 15. Resultados del cálculo del rendimiento térmico en lecho empacado.

Con ello, se comprueba que la configuración en lecho empacado es la que mejores prestaciones presenta para las dos posibles aplicaciones. Si bien, para los procesos de reformado de gas de coque, podría ser posible la utilización de la configuración en caso base, en los procesos de inyección en horno alto esta no cumple con los requerimientos principales. Para elevar la temperatura del gas a valores significativamente superiores a los 400 °C, solo cabe la posibilidad de utilizar la configuración en lecho empacado. Con ella, el fluido alcanza temperaturas superiores a los 740 °C.



6 CONCLUSIONES

El calentamiento del gas de coque es un proceso necesario en múltiples industrias, requerido para llevar a cabo tratamientos orientados a la mitigación de la huella de carbono. En este proyecto se ha estudiado el fenómeno del calentamiento inductivo, como una posible herramienta para elevar la temperatura del gas de forma más sofisticada que con otros métodos tradicionales. De esta forma, se han cumplido de forma satisfactoria los objetivos principales, marcados al inicio del proyecto:

- Se estudió el proceso de calentamiento mediante inducción, llevando a cabo simulaciones de los campos electromagnéticos y térmicos, y visualizando los fenómenos que tenían lugar.
- Se analizó la eficiencia de la transmisión de calor, proponiendo tanto los materiales que serían más adecuados para llevar a cabo el proceso, como la disposición óptima.
 Adicionalmente, también se llevaron a cabo una serie de trabajos complementarios:
- Se analizaron otros parámetros del proceso, como las dimensiones del susceptor o las condiciones de operación, comprobando su influencia en el comportamiento del sistema.
- Se propusieron dos configuraciones distintas, comparando los resultados obtenidos con cada una de ellas y determinando cuál es la mejor para el proceso.

Con el fin de buscar la configuración más adecuada, en primer lugar, se determinaron los parámetros óptimos para la configuración en caso base. Así, teniendo fijado la longitud y el diámetro interno del inductor, se determinó que la utilización de material con bajas pérdidas eléctricas, como el cobre, era el más adecuado para el proceso. Por otro lado, a mayor número de vueltas, mayor energía se depositaba en la pieza. De esta forma, se adoptaron 50 vueltas.

En cuanto a la tubería, se demostró que es recomendable minimizar la distancia entre ella y el inductor, con el fin de que el número de líneas de campo que la atraviesen se incremente. Además, a menores espesores de la tubería la energía depositada aumenta, hasta un máximo imposible de alcanzar en la práctica. Por ello, se establecieron los radios exterior e interior de 95 mm y 90 mm, respectivamente. El material elegido fue acero inoxidable 410s, ya que su valor de la conductividad eléctrica era el que más cercano se encontraba al óptimo de entre las posibilidades consideradas; además, es un material ferromagnético, lo que permite que el proceso de calentamiento se dé tanto por la acción de las corrientes de *Foucault* como por los efectos de histéresis magnética.



Por último, se estableció una frecuencia de operación de 10 kHz. Esta decisión se fundamenta en que la energía depositada apenas varía a partir de ese valor, por lo que utilizar valores más grandes, si bien permitiría aumentar ligeramente la rapidez del proceso, supondría también un incremento en el coste del proyecto, al ser necesario sistemas más sofisticados de control y refrigeración.

Con todas estas modificaciones en los parámetros del modelo se consiguió que el aprovechamiento energético del mismo se aproximara en gran medida al óptimo ideal. Sin embargo, por más que se perfeccione el modelo, el caso base no es la disposición más adecuada para llevar a cabo el calentamiento del gas de coque: tan solo el fluido que se encuentre próximo a las paredes interiores de la tubería experimentará un salto térmico considerable; en el resto del gas, que supone parte mayoritaria, la temperatura apenas se moverá de los 20 °C iniciales. Además, al estar el gas circulando en régimen laminar, las líneas de corriente son paralelas entre sí y no se entremezclan, lo que dificulta el calentamiento homogéneo del fluido, y supone un problema para incrementar su temperatura media final. Puesto que la tubería no se puede calentar más allá de la temperatura de fusión del acero, el gas de coque tendrá una temperatura de salida máxima posible, que en este caso rondará los 450 °C.

Aunque dicha temperatura permite utilizar la configuración en caso base para las aplicaciones de reformado de gas de coque, los procesos de inyección del gas en horno alto requieren valores más elevados de esta. Por tanto, era necesario buscar otra disposición con mejores prestaciones, en la que fuera más sencillo incrementar la temperatura del gas.

Así, tras buscar otras alternativas, se optó por una configuración en lecho empacado. En este caso, son las esferas que se encuentran inmersas en el fluido las que actúan como susceptor en el proceso, permitiendo que el gas se caliente con mayor grado de uniformidad. Esto permite que el susceptor no tenga que incrementar tanto su temperatura para calentar el gas como lo hacía en el caso base.

De esta forma, es posible aumentar la temperatura máxima de salida del gas de coque hasta un valor superior a los 740 °C, lo que hace que esta configuración sea la más adecuada para los procesos de inyección de gas en horno alto. Como se ha comprobado, a mayor número de esferas, la temperatura de salida del gas se aproximará en mayor medida a la temperatura superficial de estas; así, se han considerado 84 esferas de acero inoxidable 410s, con un radio de 1.6 cm cada una. Al inductor se le han mantenido los mismos parámetros que en el caso base: 50 vueltas, radio interior de 10 cm y longitud de 0.3 metros, estando fabricado de cobre. Lo mismo ocurre con la tubería, que tiene un radio interior de 90 mm y exterior de 95 mm; puesto que en este caso no interesa que se generen corrientes inducidas en ella, se ha optado por un material no conductor, como la fibra de vidrio.



Comparando ambos modelos se ha comprobado que, aunque en la configuración en lecho empacado la eficiencia de la inducción sea más baja, el rendimiento térmico, que es el que realmente interesa, es claramente superior al del caso base. Por ello, aquella será la configuración propuesta, tanto para las aplicaciones de reformado de gas de coque como para los procesos de inyección en horno alto, en los que, además, el caso base ya no cumplía con los requisitos. En la Tabla 16 se muestra un resumen de los parámetros principales del modelo en lecho empacado definitivo, mientras que la Tabla 17 se centra en las prestaciones que ofrece este para las dos posibles aplicaciones.

| TUB | ERÍA | | INDUCTOR | | ESFERAS | | |
|----------|----------|----------|-----------|-------------------|----------|----------|------------------|
| Material | Fibra de | Material | Cohre | Número de vueltas | 50 | Material | Acero Inoxidable |
| Wateria | vidrio | Wateria | CODIC | | 50 | Wateria | 410s |
| Radio | 95 mm | Radio | 100 mm | Longitud | 300 mm | Radio | 1.6 cm |
| Exterior | 55 1111 | Interior | 100 11111 | Longituu | 500 1111 | nauto | 1.0 cm |
| Radio | 90 mm | Radio | 106 mm | Frecuencia de | 10 kHz | Número | 84 |
| Interior | 50 1111 | Exterior | 100 11111 | operación | TO KIT | Numero | 54 |

Tabla 16. Resumen de parámetros del modelo definitivo.

| | REFORMADO DEL GAS DE | INYECCIÓN EN HORNO |
|---------------------------------------|----------------------|--------------------|
| | COQUE | ALTO |
| Intensidad de corriente (A) | 67 | 155 |
| Temperatura máxima del susceptor (°C) | 844,15 | 1414,1 |
| Temperatura del gas (°C) | 428,04 | 743,24 |
| Rendimiento de la inducción (%) | 49,63% | 48,80% |
| Rendimiento térmico (%) | 7,21% | 3,99% |

Tabla 17. Prestaciones del modelo definitivo para las dos posibles aplicaciones.

Para concluir el proyecto, se plantean una serie de líneas futuras, que permitirían avanzar en el estudio del calentamiento del gas de coque por inducción, utilizando este trabajo como punto de partida.

- Comprobación experimental de los procesos simulados con COMSOL *Multiphysics*, con el fin de poder llevar a cabo la verificación de resultados.
- Utilización de ordenadores más potentes, que permitan resolver modelos computacionalmente más pesados con tiempos de simulación aceptables, de forma que se puedan obtener resultados aún más precisos.



- Modelización completa de una instalación de calentamiento inductivo: fuente de alimentación, sistema de acoplamiento, capacitores de tanque, etc.
- Perfeccionamiento del modelo, dependiendo de la capacidad técnica y económica de la que se disponga: espesores de la tubería aún más finos, inductor con mayor número de vueltas, materiales con mejores prestaciones, mayor número de esferas, etc.
- Estudio de la utilización de métodos de inducción en otros procesos de la empresa que requieran el calentamiento de un material, ya se encuentre este en estado sólido, líquido o gaseoso.



7 REFERENCIAS

- R. Estévez, «¿Qué es la huella de carbono?,» ecoInteligencia, 07 2017. [En
 1] línea]. Available: https://www.ecointeligencia.com/2017/07/huella-carbono/. [Último acceso: 15 02 2020].
- Iberdrola, «Las negociaciones climáticas: 25 años en busca de consensos para
 2] luchar contra el cambio climático,» [En línea]. Available: https://www.iberdrola.com/medio-ambiente/acuerdos-internacionales-sobre-elcambio-climatico. [Último acceso: 18 02 2020].
- E.R., «El precio del CO2 se ha quintuplicado en los últimos dos años,» *Energías* 3] *renovables,* 06 2019.
- Z. Li, T. Yang y S. Yuan, «Boundary reaction driven by thermal plasma for
 efficient CO2 conversion and energy storage,» 10 2019. [En línea]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S209549561930854X. [Último acceso: 27 02 2020].
- L. García, A. Cores, A. Formoso, A. Babich y S. Yaroshevskii, «Tecnología de
 fabricación de arrabio con la inyección de combustibles y otros materiales por toberas en el horno alto,» *Revista de metalurgia*, 1998.
- R. Brogan, «Heat exchangers,» 02 2011. [En línea]. Available:
 6] http://www.thermopedia.com/content/832/. [Último acceso: 17 02 2020].
- BannerDay, «Impedance pipe heating- what is it? How does it work?,» [En 7] línea]. Available: https://www.banner-day.com/mx/images/pdfs/What-is-it-and-How-Does-it-Work.pdf. [Último acceso: 15 02 2020].
- GH Group, «Beneficios del calentamiento por inducción,» 2011. [En línea]. 8] Available: http://www.ghinduction.com/sobre-calentamiento-porinduccion/?lang=es. [Último acceso: 21 05 2020].
- La web de física, «Ecuaciones de Maxwell,» [En línea]. Available: 9] https://www.lawebdefisica.com/dicc/maxwell/. [Último acceso: 16 02 2020].
- M. Mehdizadeh, Microwave/RF applicators and probes, San DIego: Elsevier, 2010.
- Wikipedia, «Skin effect,»032020.[En línea].Available:11]https://en.wikipedia.org/wiki/Skin_effect.[Último acceso: 02 2020].
- V. Rudnev, D. Loveless, R. L. Cook y M. Black, Handbook of induction heating, 12] CRC Press, 2002.



MagCraft, «What are Eddy Currents?,» 30 02 2015. [En línea]. Available: 13] https://www.magcraft.com/blog/what-are-eddy-currents. [Último acceso: 02 03 2020].

Encyclopaedia Britannica, «Ferromagnetism».

- 14]
- Encyclopaedia Britannica, «Curie point,» 20 02 2020. [En línea]. Available: 15] https://www.britannica.com/science/Curie-point. [Último acceso: 20 03 2020].
- W. Gonzalez, J. M. Aller y S.-B. Lászlo, «Diseño y construcción de bobinas de
 calentamiento para hornos de inducción electromagnética,» 03 2013. [En línea]. Available: http://ve.scielo.org/scielo.php?lng=es. [Último acceso: 22 02 2020].
- P. Murgatroyd y N. Walker, «The frecuency dependence of resistance in foil-17] wound inductors,» 1979. [En línea]. Available: http://downloads.hindawi.com/journals/apec/1979/625834.pdf. [Último acceso: 14 04 2020].
- M. Van Valkenburg, Reference data for engineers. Radio, electronics, computer, and comunications., Prentice Hall, 1993.
- Ambrell. Induction heating solutions., «¿Qué es el calentamiento por 19] inducción?,» 2019. [En línea]. Available: https://www.ambrell.com/es/acerca-deinducci%C3%B3n. [Último acceso: 28 04 2020].
 - L. Chi Shen y J. Au Kong, Applied electromagnetism, PWS, 1995.
- 20]
- A. Gagnoud, Modélisation des installations de fusion en creuset froid pour
 21] l'élaboration en continuou la lévitation, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2016.
- D. Mandal, P. Dabhade y N. Kulkarni, «Estimation of effective thermal conductivity of packed bed with internal heat generation,» 01 2020. [En línea]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920379620300065. [Último acceso: 28 04 2020].
- A. Harish, «Finite Element Method What Is It? FEM and FEA Explained,» 10
 23] 03 2020. [En línea]. Available: https://www.simscale.com/blog/2016/10/what-is-finite-element-method/. [Último acceso: 27 02 2020].
- 24] Wikipedia, «COMSOL Multiphysics,» 11 05 2020. [En línea]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/COMSOL_Multiphysics. [Último acceso: 18 05 2020].
- Wikipedia, «Ley de Stefan-Boltzmann,» Wikipedia, 02 2020. [En línea].
 Available: https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Stefan-Boltzmann. [Último acceso: 20 03 2020].



Wikipedia, «Número de Reynolds,» 02 2020. [En línea]. Available:
https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_de_Reynolds. [Último acceso: 23 03 2020].

H. Schlichting, Boundary-Layer Theory, Nueva York: McGraw-Hill Book 27] Company, 1979.

D. Istardi y A. Triwinarko, «Induction heating process design using COMSOL 28] Multiphysics software,» 08 2011. [En línea]. [Último acceso: 12 04 2020].

- S. Wu, N. Yang, Y. Jin, D. Li, X. Xu y X. Xu, «Development of an innovative induction heating technique for the treatment of liquid food: Principle, experimental validation and application,» 26 10 2019. [En línea]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0260877419304248. [Último acceso: 15 04 2020].
- M. Ocilka y D. Kovác, «Simulation Model of Induction Heating in Comsol 30] Multiphysics,» 2015. [En línea]. Available: https://www.researchgate.net/publication/279242750_SIMULATION_MODEL_OF_IN DUCTION_HEATING_IN_COMSOL_MULTIPHYSICS. [Último acceso: 15 04 2020].
- A. Iagar, I. Sora, D. Radu, C. Panoiu y C. Abrudean, «Technological practicability
 of the numericalmodeling of induction heating process in steel pieces,» *Revista de Metalurgia*, 01 2009.
- L. Siesing, F. Lundström, K. Frogner, T. Cedell y M. Andersson, «Towards energy
 efficient heating in industrial process- three steps to achieve maximized efficiency in an induction heating system,» *ScienceDirect*, 05 2018.
- K. Djellabi y M. Latreche, «Induction heating process design using COMSOL
 33] Multiphysics software version 4.2a,» 2014. [En línea]. Available: https://www.semanticscholar.org/paper/Induction-Heating-Process-Design-Using-Comsol%C2%AE-4.2a-Djellabi-Latreche/89534d2de39ba130ecfc31c2c5916c20eeb73056. [Último acceso: 20 04 2020].
- Y. Han, Y. Enlin, Z. Hongliang y H. Daochen, «Numerical analysis on the medium-frequency induction heat treatment of welded pipe,» 27 08 2012. [En línea]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1359431112005558. [Último acceso: 28 04 2020].
- C. Dodd y W. Deeds, Analytical solutions to Eddy-Current Probe-Coil problems, 35] AIP Publishing, 1968.
- S. Ramo, J. Whinnery y T. van Duzer, Fields and waves in communication 36] electronics, John Wiley & Sons, 1994.



M. Zuvin, M. Koçak, Ö. Ünal y Y. Akkoç, «Nanoparticle based induction heating at low magnitudes of magnetic field strengths for breast cancer therapy,» 03 2019. [En línea]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885318324831. [Último acceso: 26 02 2020].

 A. Peyton, «Electromagnetic induction tomography,» 04 2015. [En línea].
 38] Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9781782421184000034 [líltimo

https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9781782421184000034. [Último acceso: 28 04 2020].

L. Ojea, «La cara y la cruz del nuevo impuesto fronterizo al CO2 que aprobará
39] la UE para proteger a la industria electrointensiva,» *El Periódico de la energía*, 14 01 2020.

TEC News & Events, «Top finite element analysis (FEA) software,» 03 2019. [En 40] línea]. Available: https://www3.technologyevaluation.com/sd/category/finiteelement-analysis-fea. [Último acceso: 23 02 2020].

W. Frei, «Solutions to Linear Systems of Equations: Direct and Iterative
 Solvers,» [En línea]. Available: https://www.comsol.com/blogs/solutions-linear-systems-equations-direct-iterative-solvers/.