



Universidad de
Oviedo



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE GIJÓN.

MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

ÁREA DE MÁQUINAS Y MOTORES TÉRMICOS

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**ESTUDIO DE LAS VARIABLES QUE AFECTAN AL VOLUMEN
ESPECÍFICO DE LOS PRODUCTOS EN POLVO SECADOS POR
ASPERSIÓN Y ESTIMACIÓN DE LAS CONDICIONES DE PROCESO
PARA OBTENER VALORES OBJETIVO**

D. FERNÁNDEZ AMIEIRO, Jesús

TUTOR: D. FERNÁNDEZ GARCÍA, Francisco Javier

COTUTOR: D. DÍAZ TRAPIELLA, José

FECHA: Febrero 2020

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN.....	1
2.	OBJETIVO.....	3
3.	ANTECEDENTES.....	5
	3.1 Contextualización.....	5
	3.2 Flujo del producto.....	6
	3.3 Medida del volumen.....	9
	3.4 Tipos de alimentos infantiles.....	11
4.	DESCRIPCIÓN DEL PROCESO.....	13
	4.1 Generalidades.....	13
	4.2 Tratamientos previos del concentrado.....	13
	4.3 Acondicionamiento de aire.....	17
	4.4 Atomización.....	19
	4.5 Secado.....	22
	4.6 Circuito de finos.....	25
	4.7 Aglomeración.....	26
5.	METODOLOGÍA DE ANÁLISIS.....	30
	5.1 Enfoque.....	30
	5.2 Variables del proceso.....	32
	5.3 Toma de datos.....	37
	5.4 Herramienta de análisis.....	41
6.	DESARROLLO DEL ESTUDIO.....	43
	6.1 Significancia de las variables.....	43
	6.2 Modelado del proceso.....	53

7.	RESULTADOS.	57
7.1	Problemas directo e inverso.	57
7.2	Optimización.	58
7.3	Predicción.	64
7.4	Validación del modelo.	65
7.5	Implantación del modelo.	68
7.6	Estudio de la capacidad productiva.	69
8.	CONCLUSIONES.	76
9.	SUGERENCIAS DE MEJORA.	78
10.	PLANIFICACIÓN TEMPORAL.	80
11.	PRESUPUESTO.	81
12.	REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.	82



1. INTRODUCCIÓN

El secado por aspersión es un proceso ampliamente utilizado en la industria láctea para la obtención de leche en polvo. Dicho polvo es el componente base de numerosos productos alimenticios, siendo los preparados infantiles un grupo fundamental en este ámbito.

Grosso modo, el secado por aspersión consiste en la interacción de un concentrado de leche líquida con una corriente de aire caliente, que en las condiciones de proceso adecuadas da como resultado la leche en polvo deseada.

La interacción de estos flujos es un complejo fenómeno fisicoquímico, tanto a escala macroscópica como microscópica, de ahí que sea necesario un exhaustivo control de las variables que afectan al proceso, ya sean estas variables de entrada o parámetros que afecten al estado de la interacción.

Como consecuencia del párrafo anterior, y en consonancia con todo proceso a escala industrial, resulta imprescindible una monitorización en tiempo real de los distintos parámetros involucrados. Esta circunstancia permite el registro estadístico de las variables, que ayuda en el análisis a posteriori de su influencia en los resultados; y, aún más importante, en la posibilidad de actuar en tiempo real sobre determinados parámetros para conseguir modificaciones en el producto obtenido. Adicionalmente, es indispensable un control de calidad del producto terminado, de forma que sea posible detectar y corregir cualquier anomalía. Para ello, la industria debe contar con un laboratorio dotado con instrumental adecuado, así como con personal cualificado para llevar a cabo las mediciones y controles necesarios.



El estudio realizado se desarrolla en una torre de secado cuyo objetivo es obtener la leche en polvo base de alimentos infantiles^[1], productos extremadamente sensibles en sus especificaciones por estar dirigidos a consumidores muy delicados (bebés y niños de muy corta edad).

Entre las especificaciones básicas de los alimentos infantiles, el volumen específico de la leche en polvo es un factor fundamental, ya que está directamente relacionado con aspectos como su solubilidad. En posteriores capítulos de este documento se define más formalmente el volumen específico y se establece el procedimiento para determinarlo.

En cualquier empresa industrial, el cumplimiento de las especificaciones de calidad de un producto no puede suponer una gran merma en su capacidad productiva en términos de tiempo o coste. Por ello, se prestará especial atención a que el triángulo calidad-tiempo-coste se mantenga optimizado.



2. OBJETIVO.

En primer lugar, es necesario una comprensión lo más exacta posible de la estructura del proceso. Para ello, se partirá de un análisis global del sistema, conociendo sus entradas y caracterizando a las mismas con sus variables más importantes. Del mismo modo, se analizará el producto de salida, caracterizándolo como el resultado del proceso en su conjunto.

A continuación, es interesante desgranar el proceso en sus correspondientes etapas, de forma que se pueda comprender el flujo del producto por la instalación, sus estados intermedios y también las consideraciones técnicas de los equipos utilizados en cada etapa.

Para finalizar el preanálisis del proceso, se desciende al nivel de campo para extraer la información que caracteriza su estado en cada momento y espacio físico. Este punto permitirá conocer las variables de entrada y estado, así como las perturbaciones del sistema, con el objetivo de definir los parámetros que influyen en el producto obtenido.

Una vez definidas las variables a controlar (temperaturas, presiones, humedades, flujos másicos...), estas deben ser clasificadas en función de su grado de influencia en el volumen del producto, de forma que sea posible establecer una jerarquía entre ellas y también un protocolo de actuación sobre las variables cuando se desee modificar la salida.



El objetivo final del estudio es conocer el proceso, la influencia de las variables y parámetros en el volumen del producto y conocer cómo actuar sobre ellas en tiempo real para obtener un resultado deseado. También debe ser posible predecir o anticipar la salida en función de un determinado estado de los parámetros del proceso.



3. ANTECEDENTES.

3.1 Contextualización.

La industria láctea tiene como materia prima fundamental la leche suministrada por los ganaderos en virtud de un convenio preestablecido entre ambas partes^[3]. Pese a que la leche puede tener muy variada procedencia y características, en el norte de España está tradicionalmente asociada a la producida por cabaña bovina de raza frisona o Holstein, en un régimen intensivo de explotaciones cada vez más cualificadas y mecanizadas^[4].

La leche es habitualmente transportada hasta las instalaciones de la industria por medio de camiones cisterna. Este proceso se realiza con una cierta periodicidad (aproximadamente diaria) por transportistas a través de un acuerdo con la empresa láctea^[5]. Cada transportista tiene asignada una determinada ruta de productores y es en este punto donde se realiza un primer control de calidad de la materia prima. La industria debe conocer los detalles del producto que le es suministrado, y marcar especificaciones a cumplir por los productores. El grado de cumplimiento de dichas especificaciones influye en el precio que se paga al productor.

Cuando la leche llega a las instalaciones de la industria, esta presenta una concentración en torno al 12% en sólidos^[5]. Comienza aquí un procesado previo, que consta de varias etapas. Los alimentos infantiles tienen como base la leche desnatada, por lo tanto es necesario un descremado, que resulta en una concentración del 10% al eliminar parte de la materia grasa. A continuación, se realizan sucesivas concentraciones de la leche, eliminando agua hasta alcanzar el



40% en sólidos al final de esta etapa. Este pretratamiento tiene como objetivo preparar el producto que será entrada en la torre de secado.

TABLA 1. COMPOSICIÓN TÍPICA DE LA LECHE CRUDA DE VACA	
Proteínas	3.1 %
(caseínas)	(2.4 %)
(Proteínas Lacto séricas)	(0.7 %)
Grasas	3.4 %
Lactosa	4.7 %
Minerales	0.9 %
Sólidos Totales	12.1 %

Tabla 1. Composición estándar de la leche de vaca.

Hay que hacer notar que la leche bruta presenta una composición distinta en función de factores como la época del año o la alimentación suministrada a los animales^[7]. Dicha composición se traduce en elementos como la proteína, la materia grasa o el contenido en lactosa, que son estudiados a partir del control de calidad mencionado anteriormente.

En la etapa de pretratamiento se introducen diversos aditivos que no están presentes en la leche de forma natural, como determinados tipos de vitaminas. En todo caso, la descripción pormenorizada de cada pretratamiento trasciende los límites del estudio. La leche que llega a la sección de secado procedente del tratamiento previo se toma como una entrada cuya composición no se puede alterar. Se asume que otras secciones de la industria láctea han tratado la leche adecuadamente para conseguir el polvo deseado.

3.2 Flujo del producto.



La leche llega a los tanques de almacenamiento de la sección de secado, a partir de los cuales sufrirá un nuevo aumento de su concentración de una forma más ligera y controlada hasta alcanzar el punto óptimo con el que es introducida en la torre de secado. Adicionalmente, tiene lugar un tratamiento de pasteurización, que permite la destrucción de microorganismos presentes en el concentrado sin que ello suponga una merma en sus cualidades. En este punto, la leche ya está lista para entrar en la torre de secado.

El otro elemento fundamental en el proceso es el aire de secado, captado desde el exterior, debidamente filtrado y tratado para reducir su humedad. Una vez sometido a dichos procesos, se realiza un ajuste de su temperatura a través de intercambios térmicos con vapor, corrientes secundarias de aire u otros métodos de calentamiento como resistores eléctricos. El objetivo es el acondicionamiento del aire de entrada a las condiciones deseadas de temperatura y humedad.

Una vez tratadas las dos corrientes a interactuar es el momento de ponerlas en contacto en la torre de secado, una estructura metálica de forma cilíndrica y parte inferior cónica donde tiene lugar el secado propiamente dicho. El concentrado de leche se introduce verticalmente por la parte superior, a través de un complejo sistema de pulverización que será tratado en detalle posteriormente. El aire caliente llega a un distribuidor en el techo de la torre, que lo introduce en la cámara también verticalmente, produciéndose la interacción de las dos corrientes, la evaporación del agua contenida en el concentrado y la consiguiente formación del polvo de leche.

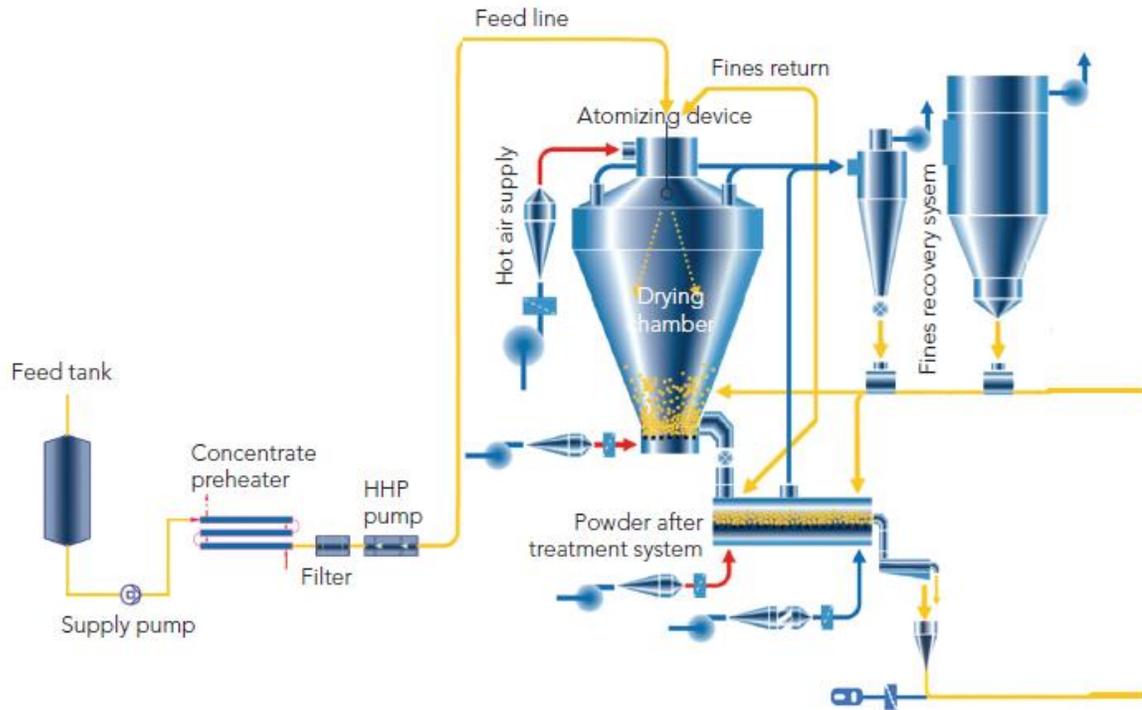


Figura 1. Flujo de producto en la sección de secado.

Durante el proceso, el aire arrastra una parte de las partículas de polvo en su recorrido, típicamente aquellas de un tamaño más pequeño (de ahí que se conozcan como *finos*). Estas partículas no pueden ser devueltas a la atmósfera por cuestiones de índole ambiental, y también porque supondrían un desperdicio de producto, por lo que son separadas en ciclones y devueltas al proceso.

Tras complejos fenómenos de aglomeración, el polvo desciende verticalmente por la torre y es recogido en un lecho estático en el fondo de ésta, donde son controladas las condiciones de presión y temperatura.

Al salir de la torre, el polvo es conducido sucesivamente a través de dos lechos



fluidos, donde finaliza el proceso de acondicionamiento, por el cual es enfriado hasta el entorno de los 25°C y reducido su contenido de humedad hasta valores del 2%. Finalmente, pasa por una gran criba donde se rechazan volúmenes discordantes y se introduce en *big bags* para su almacenamiento.

Durante el proceso, se realiza la monitorización continua de las distintas variables implicadas, mediante un complejo entramado de control compuesto de sensores, actuadores, PLC's y demás elementos característicos de la automatización industrial. Todos los parámetros controlados son visualizados en tiempo real a través de un software SCADA, de forma que sea posible para el *operador* de la torre tener conocimiento del estado del proceso y poder actuar en consecuencia ante posibles desvíos con respecto a las consignas establecidas.

En paralelo con el desarrollo del proceso, el operador realiza periódicamente un registro de los principales parámetros, de forma que sea posible analizar con posterioridad la influencia de las variables en el producto final. Adicionalmente, el polvo obtenido es analizado en el laboratorio con una cierta periodicidad, para comprobar que se cumplen las especificaciones del proceso. De esta forma, la industria tiene información veraz sobre todas las etapas y puede realizar análisis en base a datos reales con el objetivo de implementar una mejora continua del proceso.

3.3 Medida del volumen.

Entre las medidas realizadas en el laboratorio tiene especial relevancia la medida del volumen específico, por ser una especificación clave del producto y la variable de salida objetivo del estudio. El procedimiento de medida del volumen es el siguiente:

Con una periodicidad de dos horas, se toma una muestra de 100 gramos de leche en polvo obtenida en la torre. De la definición de volumen específico, la pregunta subyacente es qué volumen ocupa esa muestra de 100 gramos y es esto lo que cabe determinar. Para ello, la muestra es depositada en un cilindro calibrado y compactada en un proceso de golpeo automático (625 pequeños golpes según procedimiento recogido en el estándar IDF STANDARD 134-1986). Una vez el polvo ha quedado compactado se procede a la lectura del volumen que ocupa la muestra en el cilindro calibrado. El resultado es el volumen específico ocupado por 100 gramos de polvo, y se expresa en ml/g.



Figura 2. Instrumental para la medida del volumen.

Valores típicos de volumen para leche en polvo base de productos infantiles se



encuentran en la horquilla entre 1,8 y 2,1 ml/g, si bien existe una importante variabilidad en función de las características del producto. A continuación, se establece una clasificación a grandes rasgos de las clases de alimentos infantiles.

3.4 Tipos de alimentos infantiles.

El principal criterio para establecer una clasificación dentro de la amplia gama de alimentos infantiles atiende a los tramos de edad a los que están dirigidos. Así, es posible diferenciar entre tres grandes grupos^[6]:

Leches de inicio: son el sustituto fundamental de leche materna y están indicadas para bebés hasta 6 meses.

Leches de continuación: incorporan un mayor aporte de proteínas, energía, vitaminas, minerales y hierro. Los bebés comienzan a nutrirse de nuevos alimentos a partir de los 6 meses, siendo esta la edad a partir de la cual están indicadas las leches de continuación.

Leches de crecimiento: constituyen un producto de transición entre la leche de continuación y la leche de vaca, siendo su composición un híbrido entre ambas. Su introducción se aconseja a partir de los 12 meses de vida.

En la industria de alimentos infantiles es común referirse a las leches de inicio, continuación y crecimiento como leches 1, 2 y 3, respectivamente.

En el estudio considerado, la dirección de la planta encarga a la sección de secado la fabricación de lotes de cada una de las leches presentadas. Los factores



relativos a la composición de estas leches no serán objeto de estudio, pues se considera que son competencia de otras secciones de la fábrica y que la entrada a la torre de secado es consecuente. Cada uno de los grupos tiene, sin embargo, consideraciones adicionales en términos de concentración y otras variables de proceso que sí serán tenidas en cuenta en el análisis. Cada tipo de leche presenta unas especificaciones de volumen distintas: por ejemplo, las leches 3 se emplean habitualmente como base y no como producto final, por lo que requieren de un mayor volumen.



4. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO.

4.1 Generalidades.

La dirección de la planta establece periódicamente el plan de fabricación de los productos en polvo, de forma que los responsables de la sección y los operadores de la torre conocen a corto y medio plazo los productos que se deben fabricar, así como sus especificaciones. Previamente, las indicaciones pertinentes habían sido dadas a las secciones de tratamientos previos, de forma que, a efectos del presente estudio, la entrada principal es un concentrado de leche en torno al 40% de sólidos en los tanques de almacenamiento de la sección de secado.

El incremento en la concentración de la leche tiene como objetivo la reducción del volumen ocupado, factor siempre importante en entornos industriales, y eliminar la mayor cantidad de agua posible antes de entrar en la torre de secado, donde resulta menos económico y más problemático realizar la evaporación (una parte importante del gasto energético de la instalación se invierte en elevar la temperatura del aire de secado).

El análisis del proceso se fundamentará en la descripción de las etapas del mismo, así como en los equipos utilizados y en los diversos flujos másicos involucrados.

4.2 Tratamientos previos del concentrado.

Una vez definidas las consideraciones generales del esquema, se procede a



analizarlo más en profundidad. El objetivo de la etapa de evaporación es realizar una última concentración de la leche, para reducir la cantidad de agua introducida en la torre, en un proceso que permita un ajuste fino del porcentaje de sólidos.

El concentrado de leche se almacena en tanques de hasta 75.000 litros, donde es agitado permanentemente y mantenido a una temperatura baja (5-6°C). Desde ahí es conducido al tanque de alimentación del evaporador, para a continuación ser impulsado hacia las sucesivas etapas de intercambio de calor, con el objeto de subir su temperatura.



Figura 3. Vista exterior del equipo evaporador.



El concentrado pasa por un recuperador de calor y tres intercambiadores de calor, saliendo del último equipo a una temperatura superior a 60°C. El fundamento de estos procesos térmicos es sencillo, se trata de intercambiadores de superficie, donde el concentrado pasa por tubos mientras que el vapor resultante de cada etapa de evaporación calienta la superficie de los tubos condensándose.

El concentrado a alta temperatura está ahora listo para ser introducido en la primera etapa de evaporación. Los evaporadores son también un intercambiador de calor, aunque ligeramente distinto a los anteriores, ya que en este caso el concentrado no solo se calienta, sino que sufre una evaporación^[7]. El concentrado se introduce verticalmente por el interior de los tubos y forma una película superficial. Al producirse el contacto indirecto con el vapor que circula por el exterior, tiene lugar la evaporación. El concentrado líquido desciende por los tubos para ser impulsado a la próxima etapa.

Cada evaporador consta de un separador subsiguiente donde se separa la parte de concentrado que ha sido arrastrada por los vahos de la evaporación. En las figuras 3 y 4 se observa una visión global del evaporador y su principio de funcionamiento.

El proceso consta de tres etapas, al final de las cuales se consigue un concentrado cercano al 50% en sólidos en función de las especificaciones y de las condiciones de operación.

El control del proceso de evaporación se realiza fundamentalmente a través de la presión del vapor utilizado como foco caliente. Este tendrá que ser generado previamente, y es introducido en el sistema a través de un termocompresor a una presión en el entorno de 3 bares. Un parámetro de control adicional es la presión del

condensador, que a su vez depende de la temperatura y flujo másico del agua de enfriamiento.

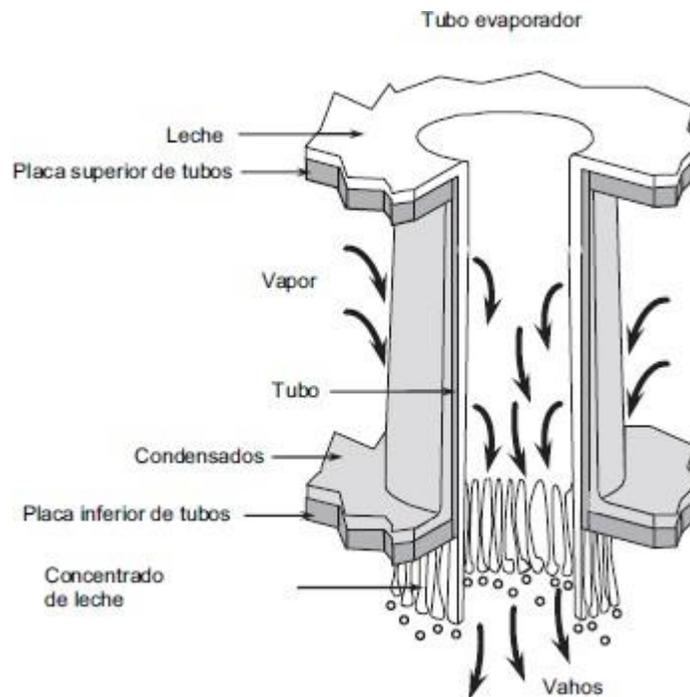


Figura 4. Esquema de funcionamiento del evaporador.

El vapor como foco térmico se utiliza constantemente en el proceso y deberá ser generado previamente de una forma que no es objeto de estudio. Habitualmente, las industrias lácteas disponen de su propia planta de generación de vapor, utilizando combustibles diversos en función de su disponibilidad.

Finalizada la evaporación, el concentrado pasa a la etapa de pasteurización, consistente en calentar el producto hasta 78°C durante un corto periodo de tiempo para eliminar bacterias termófilas y distintos microorganismos presentes en la leche. El



pasteurizador es un equipo dotado de un tubo corrugado por el que circula el concentrado, mientras que por la camisa se hace pasar agua calentada previamente con vapor^[8].

El último proceso que sufre el concentrado antes de ser introducido en la torre de secado es la homogeneización^[9]. Su razón de ser es reducir el contenido de grasa libre en la leche. Técnicamente, consiste en elevar la presión en dos etapas, la última de las cuales da como resultado la presión de alimentación (normalmente superior a 200 bar) a la torre de secado, llamada así o también presión de homogeneización. Desde aquí, el concentrado es impulsado a la parte alta de la torre donde comienza el proceso de atomización que será tratado más adelante.

4.3 Acondicionamiento de aire.

Una vez definidos los procesos previos relativos al concentrado, se trata ahora la otra corriente fundamental del proceso, el aire de secado. El aire se toma del exterior en condiciones atmosféricas y pasa por una etapa de filtrado para eliminar impurezas y agentes indeseables. A continuación, empieza el proceso de adecuación de las condiciones del aire a las que serán necesarias para el secado, típicamente elevar su temperatura y reducir su humedad.

El primer intercambiador de calor es un deshumidificador^[10], en el que se ponen en contacto la corriente filtrada de aire exterior y el aire de regeneración tomado directamente del interior de la planta (precalentado también con vapor).

El efecto principal de este primer intercambio de calor es fundamentalmente el de deshumidificación, por lo que es común conocerlo como deshumidificador. La

temperatura del aire a la salida es todavía baja, y para alcanzar la temperatura habitual de entrada en la torre de secado (180-200°C) se dispone de sucesivos intercambiadores utilizando vapor como foco caliente.



Figura 5. Vista de un intercambiador para el calentamiento del aire.

El aporte final de energía térmica se realiza mediante calentadores eléctricos, que permiten un ajuste más fino de la temperatura de entrada del aire a la torre. La instalación estudiada consta de tres calentadores eléctricos y su aporte energético es gobernado en virtud del lazo de control que lo relaciona con el sensor de temperatura de entrada a la torre.



4.4 Atomización.

Realizados los tratamientos previos en las corrientes de concentrado y de aire, es momento de abordar su puesta en contacto en la torre de secado, donde tiene lugar el punto central del proceso de secado por aspersion.

Se trata de un proceso enormemente complejo a nivel fisicoquímico y esto se pone de manifiesto desde el momento de introducir las corrientes a la torre. Particularmente importante es el correcto tratamiento del concentrado de leche, que debe ser atomizado en pequeñas gotas para incrementar así la superficie efectiva de evaporación y garantizar una correcta eficiencia del proceso de secado.

El concentrado es impulsado por la bomba de alta presión hasta la parte alta de la torre, desde donde es derivada en 6 *lanzas*, cada una de ellas dotada de toberas de alimentación. Las toberas utilizadas en la torre de secado tienen como misión transformar la energía de presión del concentrado en energía cinética, facilitando así la pulverización del líquido en pequeñas gotas.

En la figura 6 se observa un corte de una tobera, a la que el líquido accede verticalmente para ser conducido hacia una cámara en espiral donde adquiere la energía cinética que facilita la atomización cuando el concentrado sale de la tobera por el orificio de la parte inferior.

Un despiece de la tobera completa se presenta en la figura 7, donde se pueden comprender los dos parámetros fundamentales que influyen en la pulverización, las *tapas* o cámaras de turbulencia (*swirl*) y los *orificios*. En función de la combinación tapa-orificio elegida, se obtendrá un tamaño de gota distinto, lo que tendrá influencia

en el volumen final del polvo.

Las tapas utilizadas para este estudio tienen la denominación comercial de SD y SE, siendo las SE de mayor tamaño y permitiendo un mayor flujo de concentrado. Los orificios son de 0,073 y 0,082 pulgadas de diámetro equivalente (en adelante referidos como 73 y 82). Existen por tanto 4 combinaciones tapa-orificio a considerar.

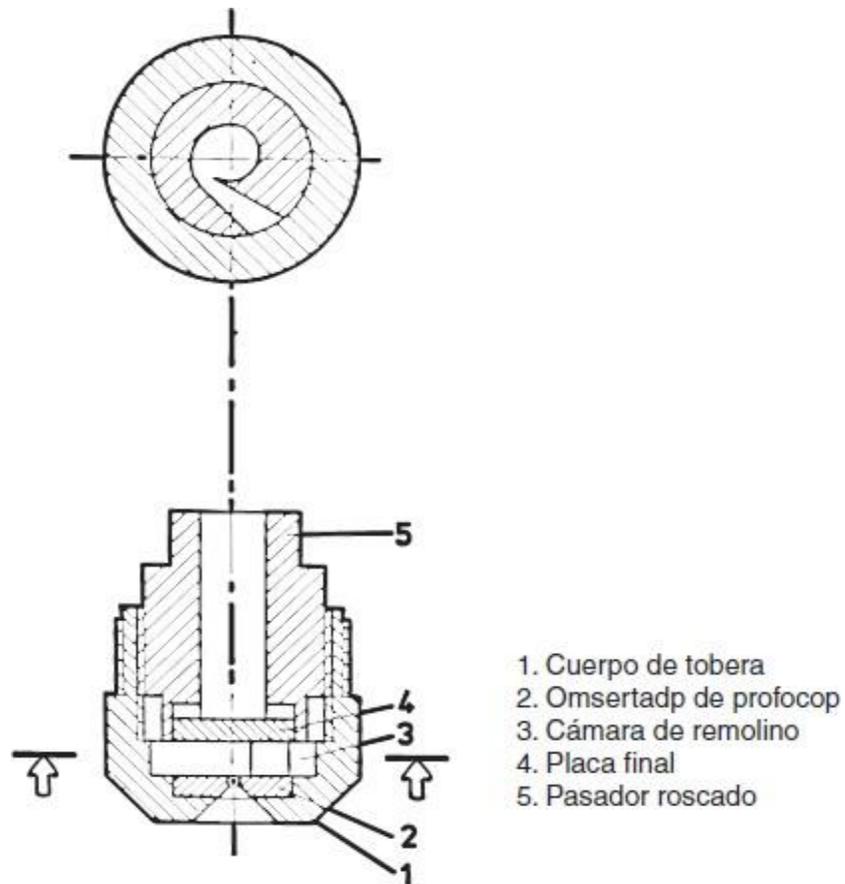


Figura 6. Esquema de una tobera para atomización.

Existe una serie de variables adicionales que influyen en la atomización:

- el *ángulo de spray* (ángulo sólido que representa la amplitud del cono de producto pulverizado por una tobera dispuesta verticalmente), que se fijará en 60° para este estudio.
- El número de lanzas en uso (se considera una operación con las 6 lanzas abiertas).
- La presión de alimentación.



Figura 7. Despiece de la tobera pulverizadora.

La combinación de todos los factores presentados hasta el momento tiene como resultado el caudal de concentrado que entra a la torre. Se trata de un resultado

importante, pues tronca directamente con la capacidad de producción de polvo. En la figura 8 se presenta una tabla de un catálogo de toberas^[11], donde la combinación de tapas, orificios, ángulo de pulverización y presión de entrada arroja el caudal de concentrado que entra a la torre (para una lanza).

SDX® Nozzles Range Capacity Chart						Flow Rate in Litres/HR at BAR G				
Metering Sets (Swirl Chamber/Orifice)				Orifice	Spray Angle (1000 PSIG)					
Swirl Chamber Type						Equivalent Dia mm/in	Measured with Water	69	138	207
Mini SDX®	Compact SDX®	SDX® SDX® III	SDX® V							
–	SDC	SD	SDV	0.073	78°	291	413	503	583	651
–	SDC	SD	SDV	0.076	79°	310	439	538	621	693
–	SDC	SD	SDV	0.079	80°	325	462	564	651	727
–	SDC	SD	SDV	0.082	81°	334	477	583	674	753
–	SDC	SD	SDV	0.085	82°	348	492	602	696	780
–	SDC	SD	SDV	0.088	83°	364	515	628	727	814
–	–	SE	SEV	0.091	78°	469	662	814	939	1048
–	–	SE	SEV	0.094	79°	484	685	840	969	1082
–	–	SE	SEV	0.097	80°	500	708	867	999	1117
–	–	SE	SEV	0.100	80°	515	727	893	1029	1151
–	–	SE	SEV	0.103	81°	530	749	920	1060	1185

Figura 8. Extracto de un catálogo de toberas para atomización.

4.5 Secado.

La tecnología de la torre de secado utilizada en el estudio se conoce como MSD (*Multi-stage dryer*) y en ella se diferencian hasta tres fases de secado en función de la humedad en el polvo^[12].

El concentrado es pulverizado a través de las toberas de atomización y puesto en contacto con el aire de secado que también entra verticalmente. Es en esta primera



interacción donde se produce la mayor parte de la evaporación y de forma prácticamente instantánea el contenido de humedad en el polvo se reduce al entorno del 10%.

El diseño de la torre de secado hace que el aire invierta su trayectoria al acercarse al fondo de la misma, ascendiendo cercano a las paredes de la torre para salir por la parte superior. En su movimiento arrastra inevitablemente una fracción de las partículas más finas que salen con la corriente y que posteriormente serán separadas. La temperatura del aire de salida es una variable importante del proceso, pues determina el grado de secado del polvo y acostumbra a situarse en el entorno de los 90°C.

El polvo resultante de la primera etapa de secado desciende por el interior de la torre y se recoge en el lecho fluidizado estático de la parte inferior. En este punto, el polvo llega ya con una humedad muy baja (inferior al 5%) y en él se introduce un aire secundario de secado y se controla la presión y la temperatura, con el objeto de reducir la humedad de forma controlada y evitar el apelmazamiento del polvo. Como se verá más adelante, en este punto se reintroduce una corriente de finos para favorecer fenómenos de aglomeración.

A continuación, el polvo se descarga del lecho estático a través de una rotoválvula y es transportado neumáticamente hacia la última etapa de sacado, formada por dos lechos fluidos vibrantes^[13] o vibrofluidizadores.

Los lechos fluidos tienen una doble función, reducir la humedad que queda en el polvo hasta valores en el entorno del 2% y enfriarlo hasta una temperatura próxima a la ambiental (20-25°C). El polvo avanza por los vibrofluidizadores gracias a la

vibración del lecho, al tiempo que se introduce aire a través de una placa perforada. El aire atraviesa el lecho finalizando el proceso de secado y enfriando el polvo en la última etapa, para lo cual es templado previamente usando agua helada. Con total seguridad, el aire arrastrará alguna partícula de polvo en su recorrido, por lo cual es derivado hacia el circuito de finos a la salida de los lechos.

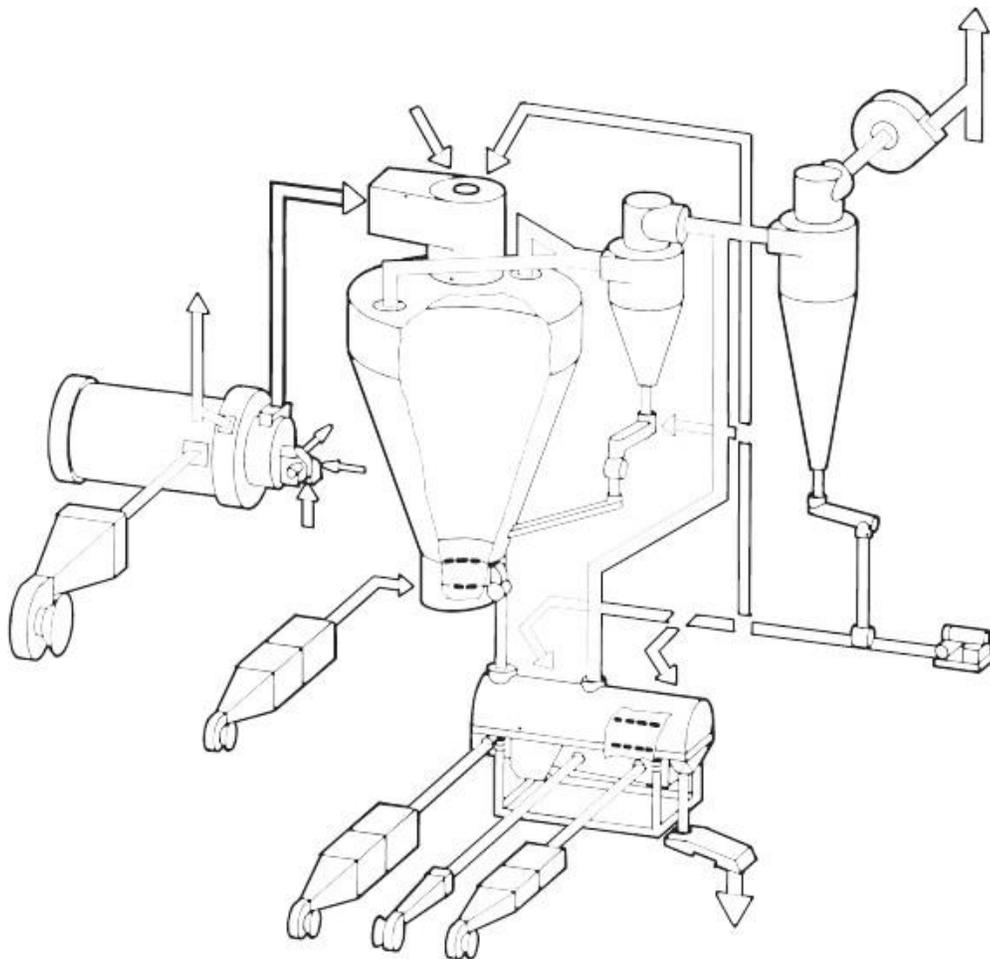


Figura 9. Esquema del proceso de secado.

A la salida del segundo lecho, el polvo es tamizado en una gran criba vibratoria,



donde se retiene la parte del polvo que supera el tamaño deseado. A la salida de la criba, el polvo cae por gravedad para ser ensacado directamente en big bags y proceder a su almacenamiento, dando así fin al proceso de secado. En la figura 9 se presenta un esquema general del sistema de secado MSD. Se aprecia el cono de la torre de secado en la parte central, el lecho fluido en la parte inferior, el circuito de finos a la derecha y el sistema de acondicionamiento de aire a la izquierda.

4.6 Circuito de finos.

Tal y como se ha comentado, el aire de secado arrastra en su recorrido por la torre partículas de polvo que salen por la parte superior. La conveniencia de realizar un tratamiento de esta fracción de polvo se justifica por motivos de índole económica y ambiental.

El sistema de separación de finos consiste en el uso de ciclones. En estos equipos el aire primario entra tangencialmente por la parte superior y debido a su particular diseño cónico realiza una trayectoria en espiral. La fuerza centrífuga hace que las partículas sean arrastradas hacia las paredes del ciclón por su mayor masa, produciéndose así la separación aire-partículas. El aire asciende finalmente para ser evacuado por la parte superior de los ciclones y las partículas descienden para ser recogidas en la zona inferior a través de una rotoválvula.

En la instalación objeto de estudio existen cuatro ciclones, correspondientes a las dos salidas de aire de la torre, que resultan en dos circuitos con dos etapas de separación cada uno. El aire libre de partículas es evacuado a la atmósfera a través de ventiladores, mientras que el polvo resultante es conducido neumáticamente para reintroducirlo al proceso. La incorporación de esta corriente será estudiada con más

detalle en el apartado siguiente, dedicado a los fenómenos de aglomeración, y podrá ser efectuada en el lecho estático o en los lechos fluidos.

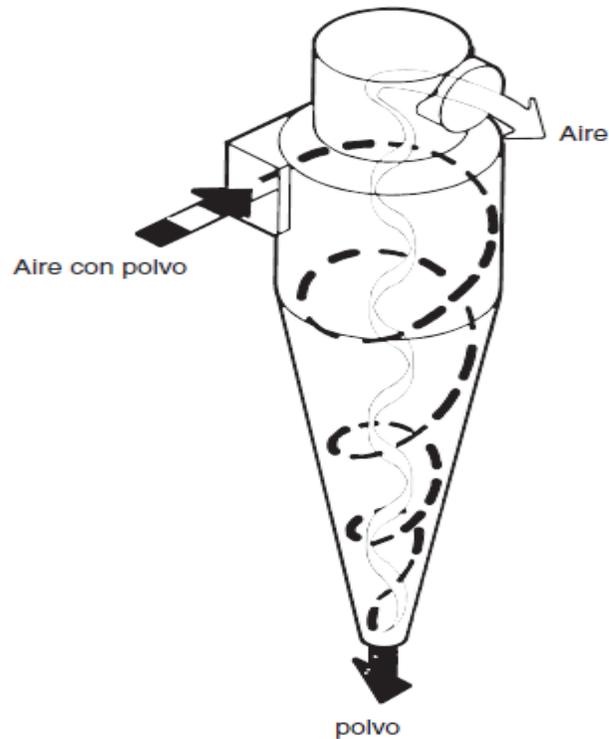


Figura 10. Estructura de un ciclón.

4.7 Aglomeración.

La aglomeración es un fenómeno de importancia capital en los procesos de secado de leche. Las partículas de polvo se adhieren entre sí formando conglomerados de mayor tamaño e influyendo decisivamente en el volumen final del producto, por lo que comprender el fenómeno y controlarlo es fundamental para lograr un polvo con las especificaciones deseadas.



La aglomeración en este proceso se manifiesta de dos modos, espontáneo y forzado. Cada uno de los modos presenta a su vez dos fases, primaria y secundaria. Estas cuatro combinaciones son tratadas a continuación:

- **Aglomeración primaria espontánea:** tiene lugar durante la primera etapa de secado, instantes después de que las gotas de concentrado sean atomizadas. Su naturaleza es casual y no provocada, ya que se produce como resultado de la colisión de partículas pulverizadas por la misma tobera.
- **Aglomeración primaria forzada:** se produce también en la primera etapa de secado, cuando las toberas son dispuestas de tal forma que se fuerza la interacción entre sus nubes de partículas.
- **Aglomeración secundaria espontánea:** se fundamenta en la colisión de las partículas de polvo que descienden por la torre de secado con las que retornan arrastradas por el aire que asciende en su camino de salida.
- **Aglomeración secundaria forzada:** se produce cuando los finos procedentes de los ciclones son devueltos a la zona de atomización, de forma que se suma este efecto a la aglomeración primaria espontánea.

El particular diseño de la torre de secado, que provoca el flujo ascendente de aire en el retorno, hace que la aglomeración secundaria espontánea sea especialmente relevante y a menudo desaconseja las aglomeraciones forzadas.

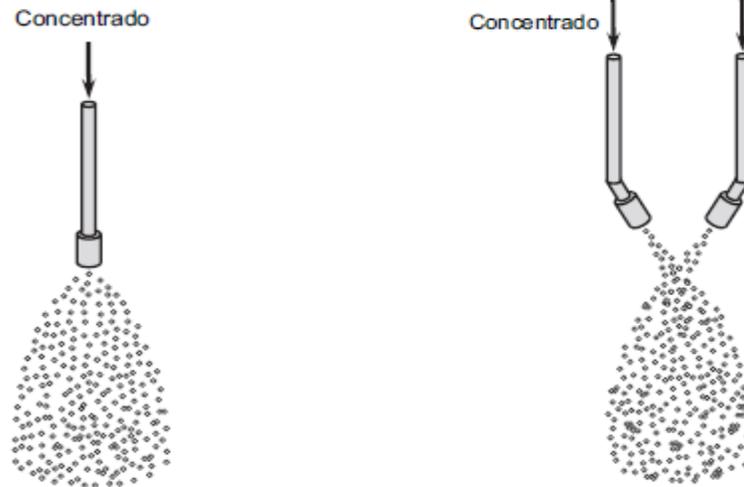


Figura 11. Aglomeración primaria espontánea y forzada.

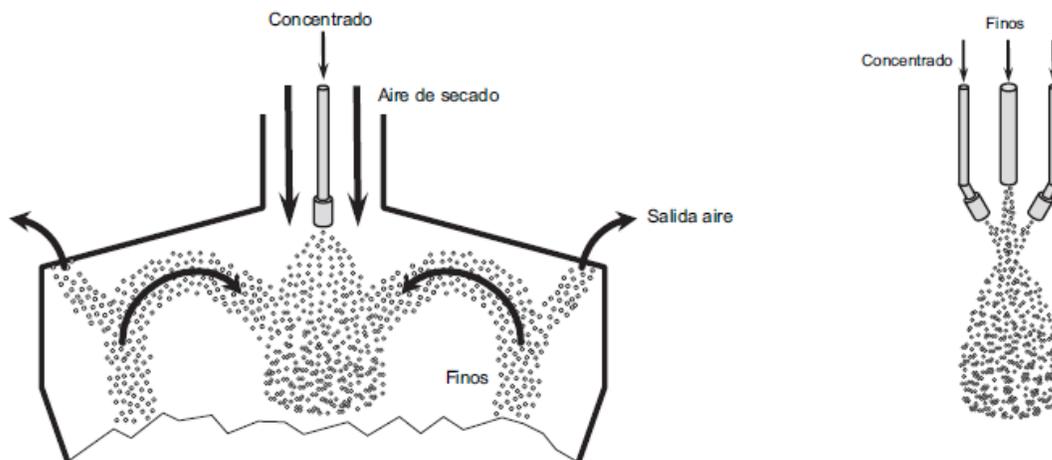


Figura 12. Aglomeración secundaria espontánea y forzada.

Un aspecto especialmente importante es el lugar en el que los finos son reintroducidos en el proceso, pudiendo llevarse a cabo en el lecho estático integrado en la torre de secado o en los vibrofluidizadores. La razón de realizarlo en un lugar o en otro tiene que ver con el volumen que se desea obtener, ya que las partículas finas



presentan una mayor capacidad de aglomeración, lo que redonda en un mayor volumen del polvo final.

Por último, cabe destacar el fenómeno conocido como atrición, que no es más que la destrucción de los aglomerados a consecuencia de impactos mecánicos. Estos impactos pueden darse entre partículas o bien entre partículas y otros elementos. La atrición tiene particular relevancia en los momentos donde el polvo es transportado neumáticamente o en los elementos de naturaleza móvil como los vibrofluidizadores. Resulta siempre en una disminución del volumen del producto final, por lo que las condiciones de operación deben ser seleccionadas cuidadosamente.



5. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS.

5.1 Enfoque.

Abordar el estudio de un proceso complejo como el secado por aspersión supone un importante reto técnico debido a su naturaleza multivariante, donde existe un número importante de variables involucradas cuyas variaciones suponen alteraciones en el producto final.

La complejidad del problema se incrementa al ser abordado desde un punto de vista de operación industrial, que imposibilita en gran medida el análisis experimental que sería esperable a escala de laboratorio. Los requisitos de los clientes, siempre cambiantes, y factores económicos como el gasto energético aconsejan un enfoque práctico y que proporcione conclusiones tangibles y de fácil aplicación.

En el proceso de secado por aspersión intervienen fenómenos fluidodinámicos, de transferencia de calor con y sin cambio de fase, transferencia de materia, equipos de tecnología muy diversa y compleja, instrumentación y control industrial... Además, la literatura consultada no ahonda en un modelado teórico del conjunto del proceso, sino que se sustenta en la experiencia de fabricantes y operadores de cada una de las etapas involucradas en el secado por aspersión.

La pregunta que surge en este punto es cómo se puede caracterizar una respuesta como el volumen del polvo final en función de todas las variables y parámetros del proceso si no se desarrolla un modelo matemático de la instalación. La respuesta está en las técnicas de análisis de datos, de gran relevancia en la industria

actual, ya que permiten extraer conclusiones a partir de los datos recogidos en planta en el día a día.



Figura 13. Ciclo de mejora continua de un proceso.

En capítulos anteriores, se mencionaba el control de calidad continuo que la empresa realiza a su producto. Periódicamente, se analiza el polvo obtenido, conociéndose en tiempo real el volumen y otras características que se están produciendo.

Adicionalmente, el operador realiza un registro de las variables más significativas del proceso con periodicidad horaria, de forma que los resultados obtenidos en el laboratorio pueden ser puestos en común y relacionados con el estado de las variables durante el tramo horario en cuestión.

En virtud de lo anterior, las herramientas de análisis de datos tienen en el proceso de secado una gran oportunidad para demostrar su potencia y versatilidad a la hora de abordar problemas complejos. El objetivo es comprender el comportamiento del volumen con respecto a las variables del proceso, predecir la respuesta de la



salida ante cambios en los parámetros y proporcionar valores de consigna para las variables de estado cuando se desea un volumen objetivo. Todo ello entronca directamente con la filosofía del análisis de datos y la mejora continua de los procesos.

5.2 Variables del proceso.

Conocido el enfoque a la hora de abordar el problema y la naturaleza multivariante del proceso, es momento de identificar aquellas variables del mismo que son susceptibles de tener alguna influencia en la variable de salida, el volumen específico del polvo final. No se pretende en este capítulo caracterizar su nivel de significación, simplemente definir las y argumentar la conveniencia de incluirlas en el estudio.

Previamente en este documento se ha definido el método de operación de la planta: un cliente que comercializa productos infantiles realiza un pedido por una cierta cantidad de leche en polvo con unas determinadas especificaciones. En consecuencia, las distintas secciones de la fábrica se coordinan para transformar la leche líquida que reciben de los ganaderos en un concentrado de leche al 40% en sólidos. La composición de este concentrado (materia grasa, proteína, lactosa...) no será objeto de estudio, ya que no depende de la sección de secado.

Como se ha visto, las distintas leches (inicio, continuación y crecimiento) presentan distintas especificaciones en cuanto al volumen del polvo. Por lo tanto, asumiendo que un cliente puede realizar pedidos para cada uno de los tipos de leche, la variable **producto** es la primera a tener en cuenta. Podrá tomar únicamente los valores 1, 2 y 3, representativos de la clase de alimento a fabricar, por lo que será una

variable de tipo categórico, al tomar un conjunto finito de valores.

Un factor que define de forma fundamental el concentrado que se introduce en la torre de secado es su contenido en sólidos. Este está relacionado con su viscosidad, de manera que a mayor concentración se tiene un líquido más viscoso. De aquí se extrae un buen número de conclusiones, ya que un concentrado más viscoso tiene menos agua para evaporar pero a su vez su manejo y atomización son más costosos. A priori parece difícil determinar la influencia del contenido en sólidos en el volumen final, pero lo que queda claro es la importancia de incluir la variable **concentración** en el análisis. Se trata de un parámetro de tipo continuo que habitualmente se encuentra próximo al 50%.

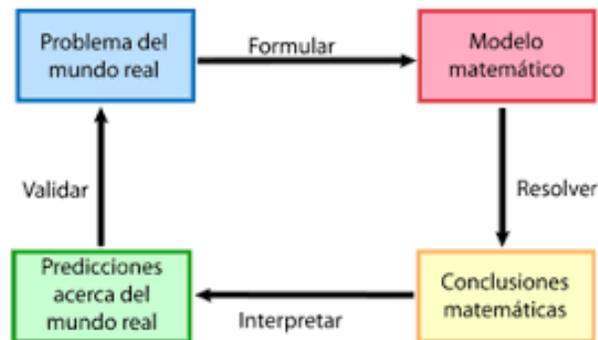


Figura 14. Modelado de un proceso.

En el capítulo anterior se trató la atomización del concentrado como un aspecto crítico para el correcto secado, haciendo énfasis en la tipología y estructura de las toberas. En concreto, se discutieron aspectos geométricos de dichas toberas, como la tapa (swirl) o el tamaño del orificio empleado. La influencia de la geometría de los atomizadores es decisiva en las gotas de concentrado resultantes, por lo que parece evidente su influencia en el volumen final. Por lo tanto, las variables **tapa** y **orificio**



son consideradas en el análisis, siendo ambas de tipo categórico con dos posibles valores: las tapas utilizadas son del tipo SD o SE (en el documento pueden ser referidas como 1 y 2, respectivamente) y los orificios de diámetro equivalente 73 u 82.

Abordando ahora la caracterización de la corriente de aire de entrada, un parámetro importante es su humedad absoluta. A priori, un aire con una mayor humedad será un peor agente secante, pero esto será determinado más adelante. La variable **humedad aire** es de tipo continuo, medida en gramos de agua por kilogramo de aire.

El otro parámetro principal de la corriente de aire que entra al secador es su temperatura, ya que de ello depende en gran medida su capacidad de secado. Sin embargo, esta está limitada por factores de calidad final del producto y de gasto energético. La variable **$t_{entrada}$** será de tipo continuo y oscilará habitualmente entre los 180 y 200°C.

El aire realiza un recorrido por el interior de la torre durante el proceso de secado para salir de la instalación por la parte superior hacia el circuito de finos. La temperatura a la salida de la torre es importante, pues refleja el intercambio térmico que se ha producido entre las dos corrientes. La variable **t_{salida}** es de tipo continuo y alcanza típicamente valores en el entorno de los 90°C.

El polvo desciende de la torre hacia el lecho estático, lugar donde se produce la segunda etapa de secado, ya con valores inferiores al 10% de humedad. En esta zona también puede producirse un retorno de los finos, por lo que goza de relevancia para caracterizar el producto final. La variable **$t_{estático}$** representa la temperatura del lecho y es de tipo continuo con valores en torno a 65°C.

Continuando con el recorrido del polvo, la siguiente etapa son los lechos fluidos, donde finaliza el secado y se enfría el producto hasta la temperatura ambiente. Puede registrarse también aporte de finos en esta zona. La variable t_{fluido} representa la temperatura del lecho fluido, se calcula como la media de la temperatura de los dos lechos, es de tipo continuo y sus valores oscilan habitualmente entre los 45 y los 50°C.

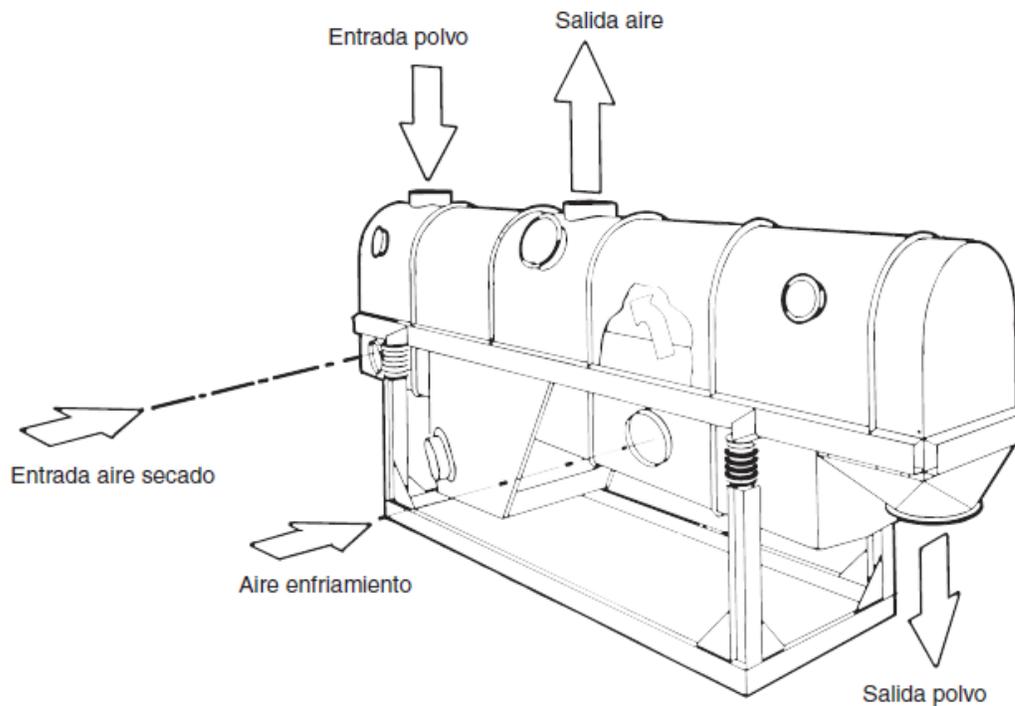


Figura 15. Esquema de un lecho fluido.

Retomando la entrada de concentrado en la torre de secado, cabe reparar en la presión con la que el líquido llega a las toberas de atomización. Esta presión es la proporcionada por la bomba de alimentación e influye decisivamente en el caudal másico que entra al secador. Una mayor presión provoca una mayor energía cinética en las toberas, lo que resulta en una pulverización con gota más fina. La variable p_{entrada} es de tipo continuo y presenta una gran variabilidad con valores que van



desde los 170 hasta los 300 bar.

El aporte de finos influye en los fenómenos de aglomeración que se producen en el polvo, de ahí que sea conveniente caracterizarlo de alguna forma. Los finos se recogen en el fondo de los ciclones mediante un circuito de transporte neumático, de manera que la presión del aire de transporte da una medida fiable del grado de aporte de finos en cada instante. La variable ***p_finos*** es de tipo continuo, medida en milibares y con una importante variabilidad desde algo más de 50 mbar hasta más de 70 mbar.

Evaluando globalmente el proceso y en base a la experiencia del personal de la planta las variables presentadas anteriormente son las consideradas relevantes para caracterizar la salida, todas ellas aparecen recogidas en la siguiente tabla resumen:

Variable	Tipo	Unidades	Valores/Rango
Producto	Categórica	-	1,2,3
Concentración	Continua	%	44-50
Tapa	Categórica	-	1 (SD), 2 (SE)
Orificio	Categórica	in	0.073, 0.082
Humedad aire	Continua	gr agua/kg aire	1-6
T_entrada	Continua	°C	170-210
T_salida	Continua	°C	84-92
T_estático	Continua	°C	60-70
T_fluido	Continua	°C	40-50
P_entrada	Continua	bar	170-300
P_finos	Continua	mbar	55-70

Tabla 2. Variables de entrada del proceso.



La salida del proceso será el volumen específico del polvo final, referida en adelante como **volumen**, de tipo continuo, medida en ml/g y oscilando habitualmente en la horquilla de los 1,8 a 2,1 ml/g dependiendo de las especificaciones del producto.

Por supuesto, el polvo tiene muchas más características que podrían ser consideradas como salidas del problema. La primera y muy evidente es su humedad final, expresada como el porcentaje de agua que contiene. Nótese que se trata de una variable que determina cuestiones tan importantes como el diseño de las etapas de secado, definidas precisamente a partir del contenido de humedad presente en el polvo.

Otras posibles variables de salida serían el resultado de distintos análisis de laboratorio. La leche en polvo debe superar diversos tests que evalúan algunas propiedades importantes para su consumo. Entre ellas cabe citar la solubilidad (capacidad del polvo para disolverse en agua), humectabilidad (capacidad para absorber agua) o la presencia de partículas quemadas. Cada una de estas propiedades presenta unos valores umbrales para admitir el polvo como apto, en base a ensayos normalizados de laboratorio. De tal manera, podrían ser tratadas como variables continuas o simplemente categóricas con dos valores (apto/no apto).

5.3 Toma de datos.

Una vez que las variables del proceso han quedado definidas y planteada la conveniencia del análisis de datos, se establece a continuación la fórmula para obtener esos datos.

Como se había comentado en capítulos anteriores, los operadores de la torre



de secado realizan un seguimiento y anotación periódicos de los principales parámetros del proceso, al tiempo que existe un control en el laboratorio del volumen de polvo resultante. Esta circunstancia es de gran valor para el estudio, ya que permite trabajar con datos reales de operación y también trazar relaciones entre el volumen de salida y el estado de las variables de proceso en ese momento.

El operador anota manualmente los valores de los parámetros en fichas de datos. La ficha se encuentra dividida en tres grandes bloques, según se muestra en la tabla adjunta:

Producto	Lanzas	Tapas	Orificios	Ángulo
Crecimiento	6	1	82	60

Hora	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Concentración	49	49	49	49	48	49	49	49	49	49	49	49
Humedad aire	1,95	1,85	1,74	2,32	2,89	2,67	2,45	2,37	2,28	2,16	2,03	2,52
T_entrada	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	179
T_salida	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
T_estático	65	65	65	66	66	66	65	65	65	65	65	65
T_fluido	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48	49
P_entrada	242	242	242	230	219	224	228	229	230	239	248	234
P_finos	72	72	72	67	62	65	68	66	63	66	69	73

Hora	0	2	4	6	8	10
Volumen	1,87 ml/gr					
Humedad	1,65 gr/kg					
Solubilidad	0,2 ml					
Part. Quemadas	A					

Tabla 3. Esquema de una ficha de toma de datos.



- El primero, en la parte superior, recoge datos generales como el tipo de producto a fabricar, el número de lanzas que están operativas, así como información del sistema de atomización (combinación *tapa-orificio* utilizada, ángulo de spray, etc).
- En el segundo bloque es donde se recogen la mayoría de los parámetros del proceso (temperaturas, presiones...). Cada columna de datos se toma con periodicidad horaria.
- El tercer bloque hace referencia a cuestiones relacionadas con el polvo de salida, entre ellas su volumen específico. Cada valor del volumen se obtiene tras un intervalo temporal de dos horas con respecto al valor anterior.

Se podría pensar que, en los tiempos actuales, el registro manual de datos no es demasiado operativo, cuando un simple *data logger* podría cumplir esa función fácilmente. Sin embargo, dado que la presencia del operador como elemento de supervisión no está en tela de juicio, es una forma simple de mantener su atención al proceso durante los turnos de trabajo. El operador es plenamente consciente de la presencia de valores anómalos cuando tiene que registrarlos periódicamente.

Todas las variables consideradas en el epígrafe anterior están recogidas en las fichas, por lo que es sencillo obtener una tabla de datos, con los parámetros en columnas y cada instante temporal considerado en filas.

La experiencia en la operación de secado ha puesto de manifiesto que no existen periodos transitorios significativos en los equipos, y que cambios en los



parámetros del proceso repercuten en la salida de forma relativamente rápida. Por esta razón, cuando se obtenga un dato de volumen, se le asociarán los valores de las variables recogidos en el instante temporal más próximo.

La muestra de datos utilizada en el estudio corresponde a los pedidos de un mismo cliente. Esta decisión se justifica en virtud de que las características del polvo fabricado pueden variar de un cliente a otro, incluso en productos infantiles equivalentes. En todo caso, esta circunstancia no resta validez a las variables consideradas. Por ejemplo, un mismo cliente comercializa habitualmente toda la gama de leches (inicio, continuación y crecimiento), luego la variable *producto* conserva su razón de ser.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13
#	Producto	Mes	Tapas	Orificios	Concentración	Humedad aire	T entr aire	T sal aire	T lecho estático	T lecho fluido	P homogeneizador	P finos [mbar]	Volumen
1	3	12	1	82	49	1,95	178	90	65	48	242	72	1,87
2	3	12	1	82	49	1,74	178	90	65	48	242	72	1,85
3	3	12	1	82	48	2,89	178	90	66	48	219	62	1,90
4	3	12	1	82	49	2,45	178	90	65	48	228	68	1,85
5	3	12	1	82	49	2,28	178	90	65	48	230	63	1,90
6	3	12	1	82	49	2,03	178	90	65	48	248	69	1,89
7	3	12	1	82	48	3,00	180	90	65	49	220	77	1,88
8	3	12	1	82	48	2,90	180	90	64	47	222	74	1,90
9	3	12	1	82	48	2,90	178	90	64	48	217	71	1,90
10	3	12	1	82	48	2,34	190	90	65	48	220	73	1,90
11	3	12	1	82	48	2,70	195	90	65	46	238	72	1,90
12	3	12	1	82	48	2,83	195	90	66	45	240	71	1,90
13	1	12	1	73	48	3,02	181	91	69	48	248	63	1,96
14	1	12	1	73	47	3,15	180	92	70	47	240	67	1,90
15	1	12	1	73	48	3,05	180	91	69	48	254	66	1,88
16	1	12	1	73	48	2,70	180	91	69	49	256	57	1,92
17	1	12	1	73	48	2,77	181	91	69	48	254	61	1,92
18	1	1	1	82	46	1,84	196	91	65	49	240	68	1,94
19	1	1	1	82	46	1,63	196	91	65	48	235	64	1,95
20	1	1	1	82	46	1,45	197	91	65	48	227	61	1,94
21	1	1	1	82	46	1,81	198	91	65	48	223	61	1,94
22	2	12	1	73	48	2,80	182	90	69	48	243	64	1,90
23	2	12	1	73	48	2,95	182	89	69	48	249	65	1,95
24	2	12	1	73	47	2,72	182	89	69	44	249	69	1,90
25	2	12	1	73	47	2,80	182	89	69	48	253	71	1,90

Figura 16. Extracto de la tabla de datos obtenida.



Aquellas circunstancias que influyen en el proceso y que no han sido consideradas en la ristra de variables del estudio se deben mantener constantes. Así, en los datos tomados están siempre abiertas las 6 lanzas de la torre y el ángulo de spray es de 60° en todo momento.

Por último, cabe hacer notar que el intervalo temporal en el que se han recogido los datos transcurre desde la entrada en operación de la torre de secado hasta el inicio de este estudio. Dicho intervalo comienza en el mes de mayo del año 2018 y termina en febrero del 2019.

Tras estas consideraciones, el resultado alcanzado en este punto es una extensa tabla de datos, donde se recoge toda la información referente a la fabricación de leche en polvo para un mismo cliente bajo las condiciones señaladas.

5.4 Herramienta de análisis.

A la hora de abordar un estudio de estas características, donde la información más veraz es la obtenida por medio de datos reales, las herramientas de análisis de datos son un asistente fundamental para alcanzar conclusiones sólidas de un proceso y también rechazar algunas ideas preconcebidas producto de una simple observación.

Manejar datos de un modo eficiente y extraer información de ellos supone poder realizar tratamientos estadísticos complejos, representarlos gráficamente de muy diversas formas, detectar valores atípicos, valorar el grado de significación de las variables, establecer relaciones entre los parámetros mediante modelos complejos, etc.



La herramienta software elegida para llevar a cabo el estudio es Minitab[®], cuyo entorno de trabajo se muestra en la anterior figura 16. Esta herramienta permite los tratamientos considerados en el párrafo anterior desde un entorno amigable e intuitivo, con la apariencia tradicional de una hoja de cálculo y distintos menús con funcionalidades estadísticas y de tratamiento de datos^[14]. Adicionalmente, una vez definido un modelo que relacione las variables, incorpora una herramienta de predicción y otra de optimización, que serán de mucha utilidad en el estudio.



6. DESARROLLO DEL ESTUDIO.

6.1 Significancia de las variables.

Extraer información relevante y conclusiones sólidas de una gran cantidad de datos es una tarea complicada, no ya por observación directa, si no también utilizando herramientas de análisis. Por lo tanto, el primer paso para afrontar convenientemente un problema de estas características es separar el grano de la paja y centrar los esfuerzos allí donde se encuentra la enjundia de la cuestión.

Cuando se tiene un conjunto de variables, el primer paso debe ser detectar aquellas que influyen más decisivamente en los valores de salida; es decir, medir de alguna forma el nivel de significancia de cada una de ellas. Como se verá en lo sucesivo, será posible descartar alguna de las variables presentadas del análisis sin que ello suponga una pérdida significativa de información. El objetivo es siempre encontrar un compromiso entre simplicidad y rigor en el tratamiento de los datos.

Comenzando por las variables de tipo categórico, su significancia se puede determinar mediante una prueba t de Student^[15]. Se trata de una prueba de hipótesis^[16], donde se comparan las medias de volumen obtenidas con cada valor de la variable considerada. En el caso de que las medias sean relativamente distintas, se tiene una evidencia de que el valor de la variable influye en la salida, por lo que dicho parámetro es significativo y no se puede descartar del análisis. Si las medias son sustancialmente parecidas, no se puede asegurar la evidencia anterior, por lo que hay justificación para descartar la variable del análisis.



La primera variable a considerar será *tapas*, que según se ha visto es categórica pues puede tomar los tipos *SD* y *SE* (1 y 2 en el análisis). Realizando un test t a esta variable con la herramienta de análisis, se obtiene la respuesta que se muestra a continuación, figura 17.

Prueba T e IC de dos muestras: Volumen; Tapas

Método

μ_1 : media de Volumen cuando Tapas = 1

μ_2 : media de Volumen cuando Tapas = 2

Diferencia: $\mu_1 - \mu_2$

No se presupuso igualdad de varianzas para este análisis.

Estadísticos descriptivos: Volumen

Tapas	N	Media	Desv.Est.	Error estándar de la media
1	370	1,9244	0,0550	0,0029
2	151	2,0056	0,0600	0,0049

Estimación de la diferencia

Diferencia	IC de 95% para la diferencia
-0,08116	(-0,09230; -0,07001)

Prueba

Hipótesis nula $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

Hipótesis alterna $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Valor T	GL	Valor p
-14,34	258	0,000

Figura 17. Test t para la variable tapas.



Observando la salida proporcionada, se constata un p-valor^[17] muy pequeño, con lo que para un nivel de significación típico de $\alpha = 0,05$ es posible rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias y asumir la hipótesis alternativa de que las medias son significativamente diferentes. Otra forma de verlo es valorar el intervalo de confianza para la estimación de diferencia entre las medias, que no incluye el valor 0, luego las medias son distintas. El resultado es que la variable *tapas* presenta una influencia significativa en el volumen del polvo y debe ser conservada para el análisis.

Repitiendo el análisis anterior, ahora para la variable *orificios*, se obtiene la salida representada en la figura 18. Nuevamente, se puede rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias, de forma que estamos ante una variable que también es significativa en el análisis.

Para realizar una simple comprobación visual de estos resultados, es útil representar los datos gráficamente. Por ejemplo, en la gráfica de intervalos que se presenta en la figura 19, la variable *tapas* tiene unas medias de volumen muy dispares entre sí, con lo que el tipo de tapa utilizado es decisivo en la salida obtenida.

Considerando ahora la variable *producto*, esta presenta tres niveles, con lo que no es posible analizarla mediante un test t de dos muestras. Se utiliza la técnica conocida como análisis de la varianza (ANOVA) para decidir acerca de su significancia^[18]. Ahora, la hipótesis nula será que todas las medias son iguales (variable no significativa) y la hipótesis alternativa será que existe al menos una media distinta a las demás (variable significativa).



Prueba T e IC de dos muestras: Volumen; Orificios

Método

μ_1 : media de Volumen cuando Orificios = 73

μ_2 : media de Volumen cuando Orificios = 82

Diferencia: $\mu_1 - \mu_2$

No se presupuso igualdad de varianzas para este análisis.

Estadísticos descriptivos: Volumen

Orificios	N	Media	Desv.Est.	Error estándar de la media
73	265	1,9302	0,0562	0,0035
82	256	1,9662	0,0730	0,0046

Estimación de la diferencia

Diferencia	IC de 95% para la diferencia
-0,03602	(-0,04727; -0,02478)

Prueba

Hipótesis nula $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

Hipótesis alterna $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Valor T	GL	Valor p
-6,29	478	0,000

Figura 18. Test t para la variable orificios.

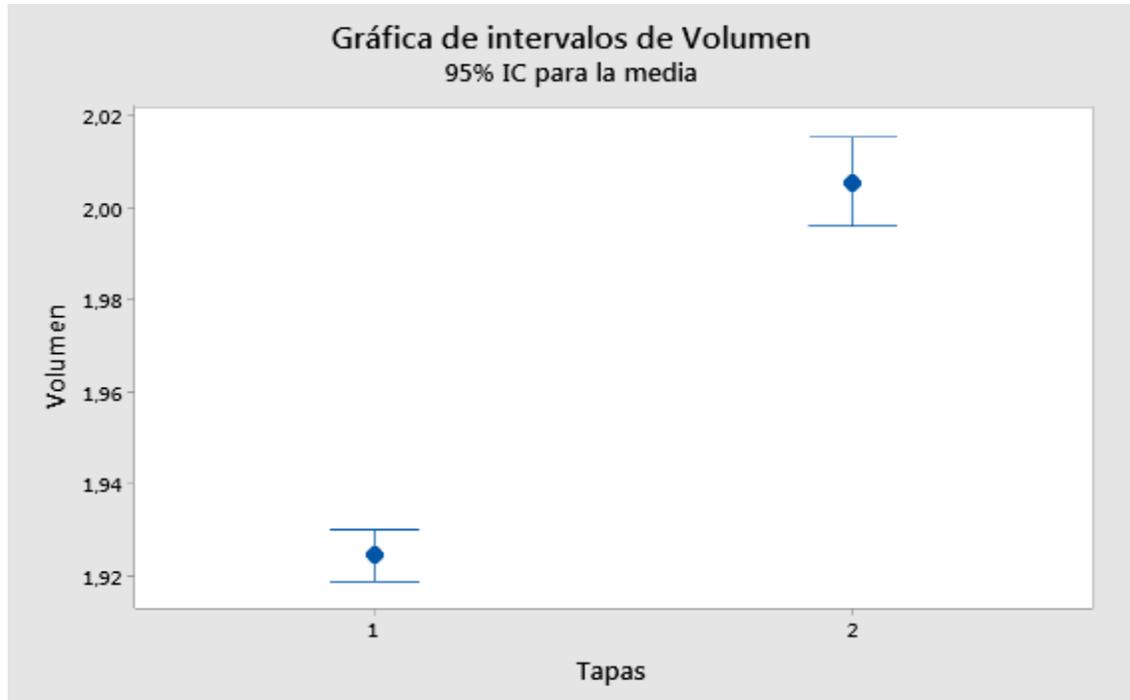


Figura 19. Gráfica de intervalos de volumen en función de las tapas.

El resultado del ANOVA se presenta en la figura 20, arrojando un p-valor próximo a 0 y menor que el nivel de significancia, por lo que se puede rechazar la hipótesis nula. Resulta, en definitiva, que las medias de cada producto son significativamente distintas. Esto conllevaría, siendo coherentes con el procedimiento anterior, la imposibilidad de descartar la variable *producto* del análisis. Sin embargo, no hay que perder de vista los aspectos de operación del proceso y los objetivos del estudio. La idea es conocer cómo actuar sobre las variables para obtener un determinado volumen y esto nunca se podrá hacer modificando el tipo de producto a fabricar. En ese sentido, esta variable es una entrada prefijada por la dirección de la planta (se fabricarán 'x' kg del producto 'y') sobre la que no se tiene control para modificarla en tiempo real. Es por ello que la variable *producto* se descarta del análisis.



ANOVA de un solo factor: Volumen vs. Producto

Método

Hipótesis nula	Todas las medias son iguales
Hipótesis alterna	No todas las medias son iguales
Nivel de significancia	$\alpha = 0,05$

Se presupuso igualdad de varianzas para el análisis.

Información del factor

Factor	Niveles	Valores
Producto	3	1; 2; 3

Análisis de Varianza

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Producto	2	0,09155	0,045776	10,44	0,000
Error	518	2,27121	0,004385		
Total	520	2,36276			

Figura 20. Análisis de la varianza para volumen vs. producto.

Procediendo ahora a evaluar la significancia de las variables estrictamente continuas, esta se valorará atendiendo al coeficiente de correlación de Pearson^[19] de cada una de ellas con respecto al volumen. Este coeficiente es una medida del grado de aproximación de dos variables a una relación estrictamente lineal (valores de 1 y -1 según la correlación sea directa o inversa, el valor central 0 expresa una carencia total de relación entre las variables).

La dispersión de los valores es relativamente importante (ver figura 21), de ahí que el coeficiente obtenido no sea alto. El criterio que se sigue para considerar a una

variable significativa es que el intervalo de confianza de su coeficiente de correlación no incluya el valor 0. Aplicando dicho criterio, la variable *concentración* es considerada significativa.

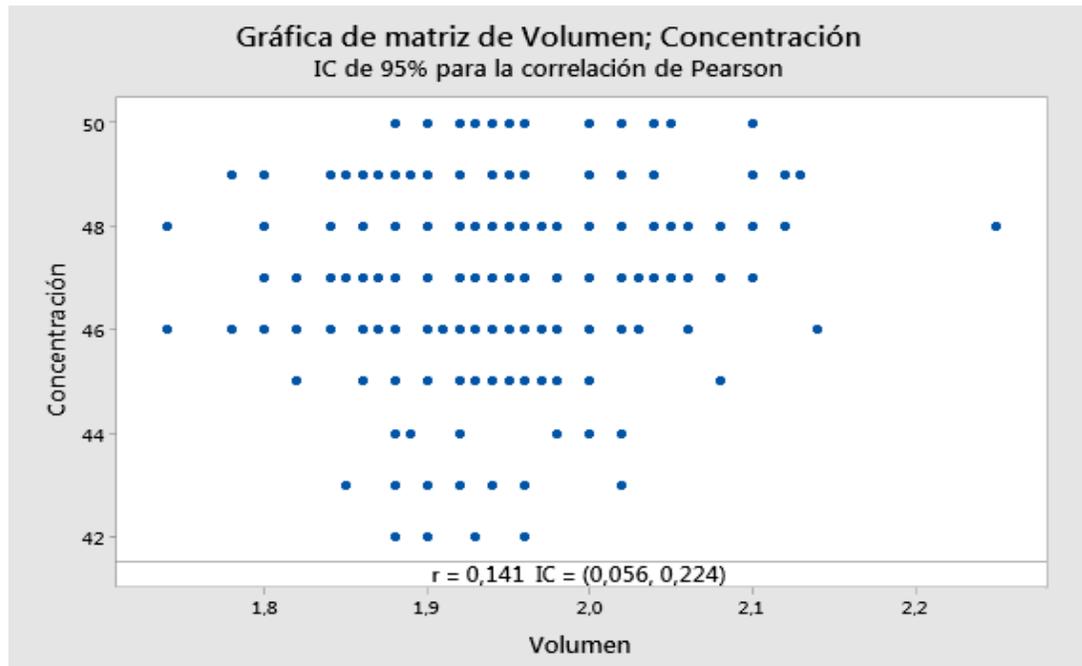


Figura 21. Correlación de Pearson entre volumen y concentración.

El procedimiento anterior se repite para el resto de variables continuas, resultando significativas *humedad aire*, *t_entrada*, *t_salida*, *p_entrada*, *p_finos* además de la consabida *concentración*.

No resultarían significativas las temperaturas de los lechos estático y fluido. Por ejemplo, en la figura 22 se representa la salida de la herramienta para el estudio de la correlación entre el volumen y la temperatura del lecho fluido. En ella se observa que el intervalo de confianza del coeficiente de correlación contiene al 0, y por tanto no es

significativa según el criterio seguido.

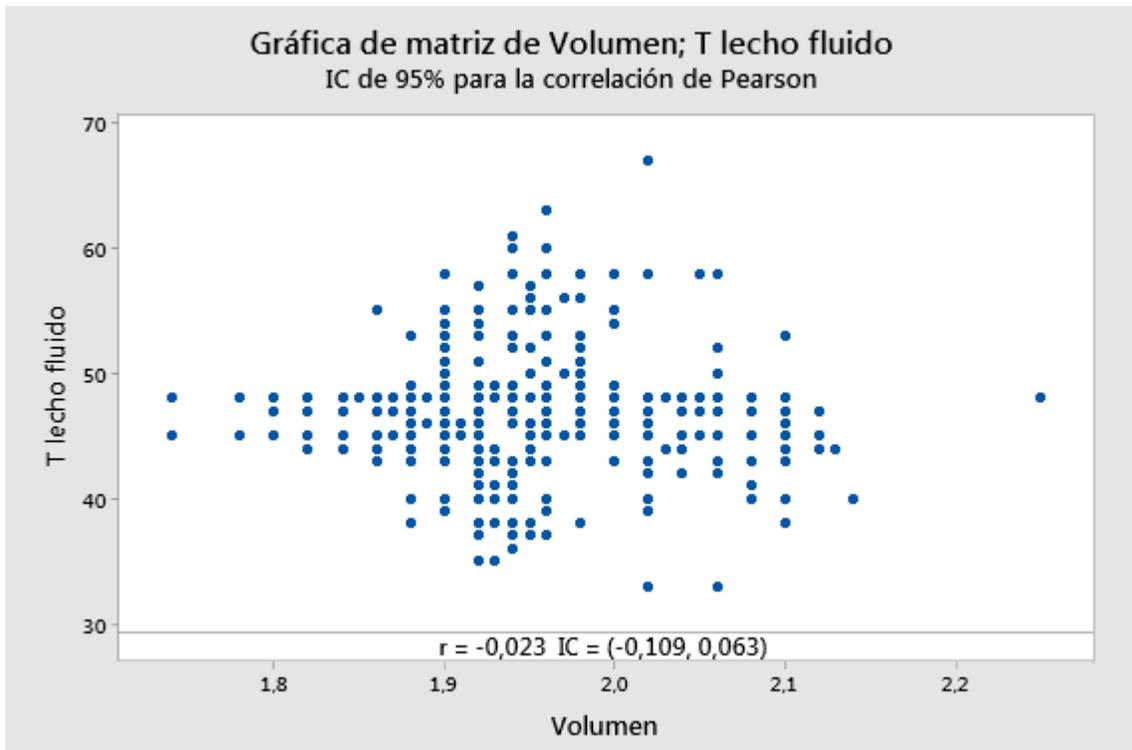


Figura 22. Correlación de Pearson entre volumen y t_{fluido} .

Otra medida interesante de la relación entre una variable de salida y una variable de entrada o predictor es el coeficiente de determinación (r^2), que expresa el porcentaje de variación de la salida que es atribuible a la entrada considerada^[20]. Este coeficiente se puede determinar realizando una simple regresión lineal entre dos variables. A modo de ejemplo, en la figura 23, se tiene la regresión entre el volumen y la temperatura de entrada del aire a la torre, con un valor de r^2 del 5,4%.

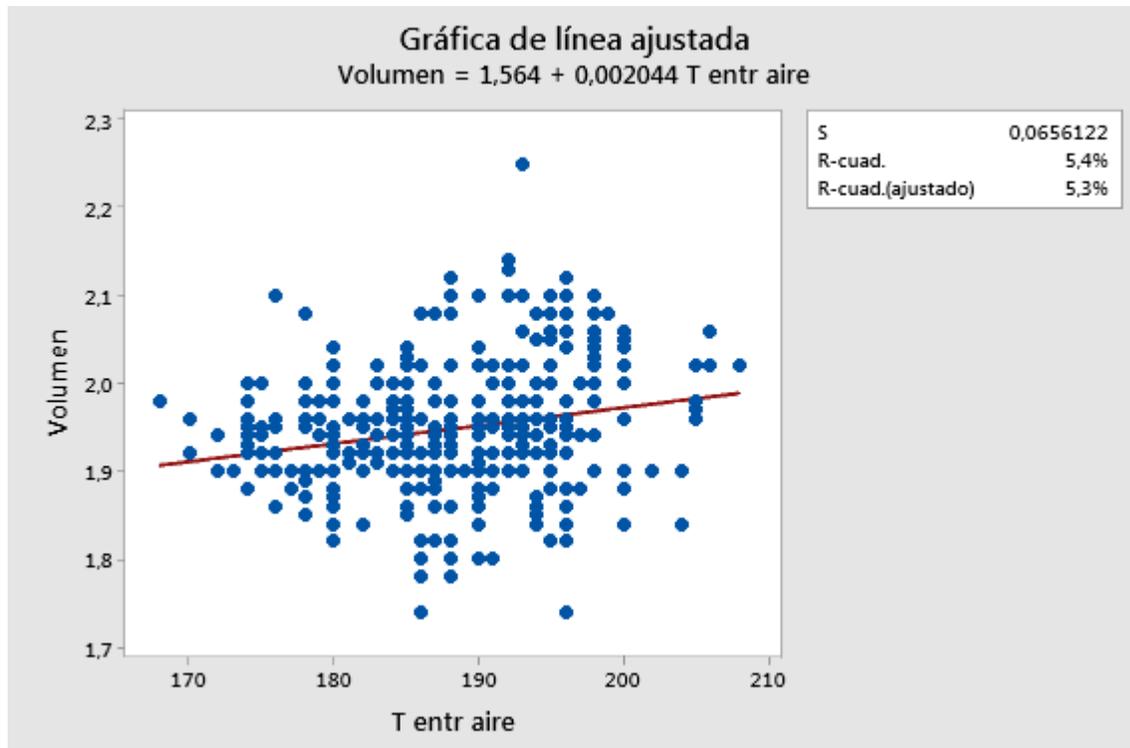


Figura 23. Regresión lineal entre volumen y t_entrada.

En este punto se tienen un total de ocho variables significativas, dos de tipo categórico (*tapas* y *orificios*) y seis de tipo continuo. Sin embargo, se va a realizar el descarte de dos variables adicionales (*p_finos* y *humedad aire*) por cuestiones relacionadas con la experiencia en la operación de la planta. Las correspondientes justificaciones se presentan a continuación.

La presión a la que los finos son reintroducidos en la corriente general de polvo tiene influencia en el volumen en la medida en que favorece los fenómenos de aglomeración estudiados en el capítulo 4 de este estudio, en concreto la aglomeración secundaria forzada. La introducción de los finos puede realizarse en el lecho estático o en los lechos fluidos. En cualquiera de los casos, la humedad del polvo en esas zonas



es reducida (inferior al 10% y con valores de hasta el 2%), lo que redundará en una capacidad de aglomeración muy limitada, que permite excluir la variable p_{finos} del análisis.

En cuanto a la humedad del aire de entrada a la torre, los datos de los que se dispone presentan una elevada variabilidad. En la figura 24 se representa un diagrama de caja^[21] con la distribución de esta variable. Los puntos marcados con un asterisco representan los valores atípicos^[22] o *outliers*, según el criterio de Tukey^[23], valores sensiblemente alejados de la media que bien podrían representar un funcionamiento anómalo de alguno de los equipos y dificultan extraer conclusiones. Se observa una nube de puntos muy importante en la parte inferior, y algunos puntos en la parte superior (pocos, pero considerablemente alejados). En la figura también se observa que la mediana está mucho más próxima al tercer cuartil que al primero, lo que da idea de una distribución poco simétrica.

Existe un importante debate acerca de la conveniencia de eliminar outliers o no^[24]. Si se hiciese en este caso, supondría una pérdida muy importante de información, pues los valores atípicos son numerosos y se eliminarían gran cantidad de datos. Por ello, se opta por no hacerlo, pero considerando la peculiar distribución de la variable *humedad aire* y a instancias nuevamente del personal de la fábrica, se opta por excluirla del análisis.

Como resultado del análisis que se ha llevado a cabo, las variables que han resultado significativas son *tapas*, *orificios* (categóricas), *concentración*, $t_{entrada}$, t_{salida} y $p_{entrada}$ (continuas).

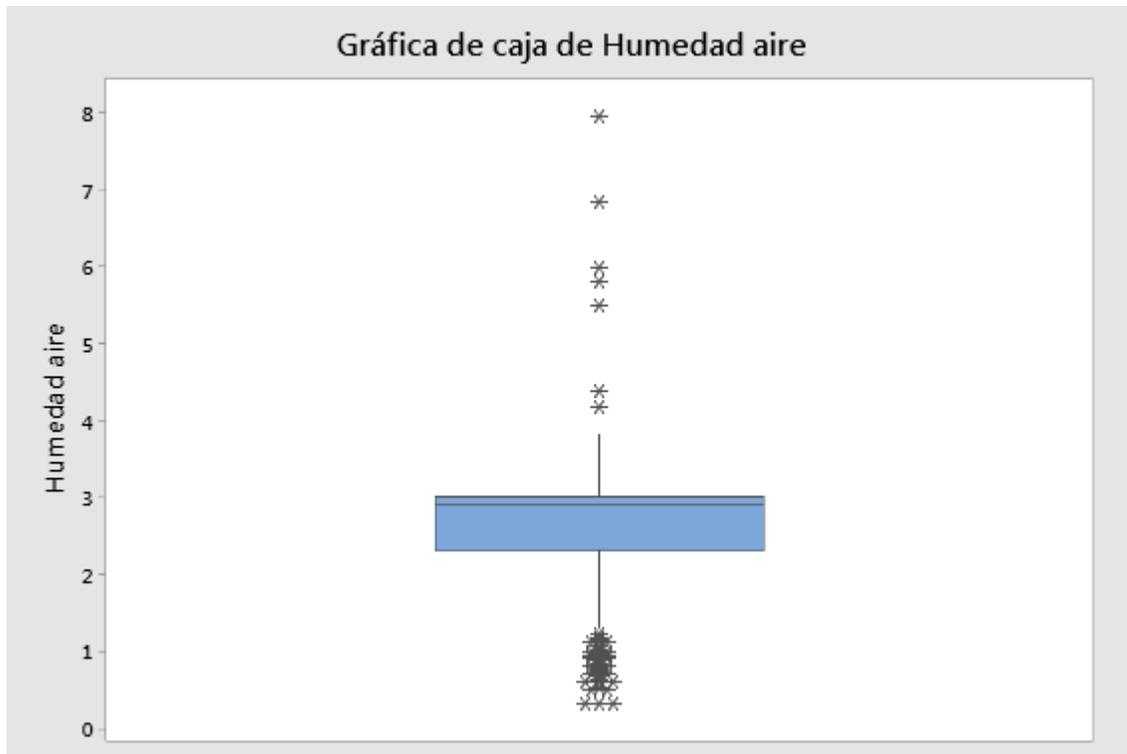


Figura 24. Gráfica de caja de humedad aire.

6.2 Modelado del proceso.

Una vez definidas las variables significativas, el problema que se presenta es la necesidad de encontrar una relación entre ellas y el volumen del polvo, que es la variable de salida. Dicha relación será un modelo matemático de regresión múltiple, por existir más de una variable independiente, y no lineal, pues se necesitan términos de orden superior y de interacción entre variables para alcanzar un ajuste razonable de un problema tan complejo.

A pesar de existir 6 variables predictoras, la herramienta no incluye a las



variables categóricas entre los términos del modelo, que estarán formados únicamente por las 4 variables continuas. Sin embargo, es necesario tener en cuenta la influencia de las tapas y los orificios. Esta cuestión es resuelta con una variación del modelo para cada combinación tapa-orificio, manteniendo los términos pero modificándose sus coeficientes. El resultado será un total de $2 * 2 = 4$ submodelos.

La herramienta de análisis de datos es capaz de construir un modelo de regresión, aportando como entradas las variables independientes y su tipo, el orden de los términos (orden 1 para un modelo lineal, orden 2 para uno cuadrático...) y el orden de las interacciones entre las variables (máximo 4, para el producto de todas ellas).

Por ejemplo, si se incluyen términos hasta el orden 2, el modelo presentará la forma $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_4x_4 + b_1x_1^2 + b_2x_2^2 + \dots + b_4x_4^2$. La herramienta permite que el orden de los términos sea como máximo de 3.

Si además se incluyen interacciones hasta el orden 2 el modelo incluiría las posibles combinaciones de variables de ese orden. A los términos del modelo anterior se añadirían los siguientes: $c_1x_1x_2, c_2x_1x_3, c_3x_1x_4, \dots, c_nx_ix_j, \dots, c_rx_3x_4$. La herramienta admite todas las interacciones posibles, hasta el orden 4.

Por último, es posible incluir términos de predictores cruzados, que combinan y complementan a los anteriores. Así, términos como $d_1x_1x_2^2, d_nx_i^2x_j^2$ o $d_rx_i^3x_j$ podrían ser utilizados en el modelo.

El problema que se plantea en este momento radica en cómo decidir qué términos incluir, es decir, qué modelo presentará un mejor ajuste para la variable de salida, asegurando también un compromiso con una cierta facilidad para manejarlo^[25].



Habitualmente en los problemas de ingeniería, un modelo que contiene los términos lineales o de *efectos principales*, términos cuadráticos para tener en cuenta la curvatura e interacciones de segundo orden para contemplar el comportamiento de una variable ante cambios en cualquier otra es suficiente para representar fielmente el problema. El coste computacional de complicar el modelo con un mayor número de términos es en este caso limitado pero introducir términos gratuitamente en un modelo es contraproducente desde el punto de vista del intervalo de confianza de la variable de salida, tanto para su valor esperado como para valores individuales.

En el problema que nos ocupa, no se pretende tanto un ajuste fino (conseguir un volumen exacto), sino garantizar con una cierta seguridad que el volumen obtenido se encuentra en un determinado intervalo, de ahí que sea preferible un modelo simple siempre que el ajuste sea razonable. El modelo de regresión múltiple escogido en este estudio presentará términos lineales, cuadráticos y de interacción hasta el orden 3, luego tendrá la siguiente forma:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + b_1x_1^2 + b_2x_2^2 + b_3x_3^2 + b_4x_4^2 + c_1x_1x_2 + c_2x_1x_3 + c_3x_1x_4 + c_4x_2x_3 + c_5x_2x_4 + c_6x_3x_4 + d_1x_1x_2x_3 + d_2x_1x_2x_4 + d_3x_1x_3x_4 + d_4x_2x_3x_4.$$

En la figura 25 se presenta dos de los cuatro submodelos obtenidos, para las combinaciones de tapa SD con orificios 73 y 82. Nótese que los términos de cada submodelo son los mismos y la variación se ciñe a los coeficientes.

Los modelos de regresión obtenidos son el elemento clave del estudio y los análisis que se presentarán en este documento a partir de este punto descansarán siempre sobre ellos. Aunque las funcionalidades de la herramienta permiten análisis gráficos del problema, no hay que olvidar que en su base está siempre la evaluación



de los modelos, por lo que si se modificasen sus términos, el análisis habría de repetirse.

Tapas	Orificios	
1	73	$\begin{aligned} \text{Volumen} = & 301 - 6,25 \text{ Concentración} - 1,28 t_{\text{entrada}} - 3,27 t_{\text{salida}} \\ & - 0,450 p_{\text{entrada}} - 0,00019 \text{ Concentración} * \text{Concentración} \\ & - 0,000073 t_{\text{entrada}} * t_{\text{entrada}} - 0,001913 t_{\text{salida}} * t_{\text{salida}} \\ & + 0,000004 p_{\text{entrada}} * p_{\text{entrada}} + 0,0246 \text{ Concentración} * t_{\text{entrada}} \\ & + 0,0703 \text{ Concentración} * t_{\text{salida}} + 0,00685 \text{ Concentración} * p_{\text{entrada}} \\ & + 0,0150 t_{\text{entrada}} * t_{\text{salida}} + 0,00076 t_{\text{entrada}} * p_{\text{entrada}} \\ & + 0,00522 t_{\text{salida}} * p_{\text{entrada}} \\ & - 0,000279 \text{ Concentración} * t_{\text{entrada}} * t_{\text{salida}} \\ & + 0,000001 \text{ Concentración} * t_{\text{entrada}} * p_{\text{entrada}} \\ & - 0,000077 \text{ Concentración} * t_{\text{salida}} * p_{\text{entrada}} \\ & - 0,000010 t_{\text{entrada}} * t_{\text{salida}} * p_{\text{entrada}} \end{aligned}$
1	82	$\begin{aligned} \text{Volumen} = & 326 - 6,49 \text{ Concentración} - 1,32 t_{\text{entrada}} - 3,57 t_{\text{salida}} \\ & - 0,467 p_{\text{entrada}} - 0,00019 \text{ Concentración} * \text{Concentración} \\ & - 0,000073 t_{\text{entrada}} * t_{\text{entrada}} - 0,001913 t_{\text{salida}} * t_{\text{salida}} \\ & + 0,000004 p_{\text{entrada}} * p_{\text{entrada}} + 0,0248 \text{ Concentración} * t_{\text{entrada}} \\ & + 0,0738 \text{ Concentración} * t_{\text{salida}} + 0,00641 \text{ Concentración} * p_{\text{entrada}} \\ & + 0,0154 t_{\text{entrada}} * t_{\text{salida}} + 0,00076 t_{\text{entrada}} * p_{\text{entrada}} \\ & + 0,00563 t_{\text{salida}} * p_{\text{entrada}} \\ & - 0,000279 \text{ Concentración} * t_{\text{entrada}} * t_{\text{salida}} \\ & + 0,000001 \text{ Concentración} * t_{\text{entrada}} * p_{\text{entrada}} \\ & - 0,000077 \text{ Concentración} * t_{\text{salida}} * p_{\text{entrada}} \\ & - 0,000010 t_{\text{entrada}} * t_{\text{salida}} * p_{\text{entrada}} \end{aligned}$

Figura 25. Extracto del modelo de regresión.



7. RESULTADOS.

7.1 Problemas directo e inverso.

Habiendo definido la relación entre el volumen del polvo y los parámetros del proceso mediante el modelo de regresión del capítulo anterior, se pueden abordar ya sin reparos las distintas cuestiones que son objeto de este estudio. Los resultados que se pretenden obtener pueden dividirse en aquellos que corresponden al problema directo y los que se derivan del problema inverso.

- El problema directo es por definición aquel en el que, conocidos los valores de las variables del proceso, se pretende determinar de forma lo más fehaciente posible el volumen que es esperable obtener.
- En el problema inverso, por el contrario, se parte de un volumen objetivo y el resultado que se busca es la combinación de valores para las variables del proceso con la que se obtendría el volumen requerido.

Multitud de consideraciones pueden hacerse en este momento. La primera de ellas es cuándo tienen mayor interés cada uno de estos dos problemas o cuál se da más a menudo. En el transcurso de la operación de la planta es más habitual el problema inverso. Supongamos que se está fabricando un polvo para leche de continuación con especificaciones de volumen en el rango de 1,9 a 2 ml/g. El control de calidad realizado en el laboratorio arroja un resultado de 2 ml/g en la última muestra realizada. En consecuencia, el personal de la planta es consciente de que el



volumen está en su límite máximo admisible y decide tratar de reducirlo. Definir qué variables modificar, en qué sentido y en qué grado para lograr el objetivo es un claro ejemplo de esta problemática.

7.2 Optimización.

La herramienta de análisis de datos presenta una funcionalidad que actúa como optimizador de la respuesta. Basada en el modelo de regresión almacenado, su entrada principal es el valor del volumen que se desea conseguir (que llamaremos óptimo). A continuación, se puede actuar sobre las variables predictoras (ver figura 26) de diversas maneras:

Restricciones

Variable	Restricción	Valor fijo	Inferior	Superior
Concentración	Restricción para región		45	48
't_entrada'	Sin restricciones			
't_salida'	Retener en valor	90		
'p_entrada'	Restricción para región		200	240
Tapas	Retener en valor	1	1	2

Valores iniciales

Variable	Valor de inicio
Concentración	
't_entrada'	
't_salida'	90
'p_entrada'	

Nivel de confianza para todos los intervalos:

Tipo de nivel de confianza:

Figura 26. Cuadro de diálogo del optimizador de respuesta.



-
- Las variables de entrada cuyo valor se desea que sea fijo, deberán llevar la marca “Retener en valor”. Por ejemplo, si se está operando con una tapa SD y un orificio 82, pretender realizar un cambio en estas variables conllevaría una parada momentánea de la instalación, lo cual se trata de evitar siempre que sea posible.
 - Marcando la opción “Restricción para región”, es posible definir un intervalo dentro del cual deberá estar contenida la variable. Por ejemplo, las leches con una composición fuerte en grasa presentan límites superiores de concentración por su mayor viscosidad. En ese caso, es útil definir dicho límite, manteniendo una cierta libertad para valores inferiores.
 - Por último, si no existe ninguna restricción para alguna de las variables y se quiere condicionar lo menos posible la optimización, existe la opción de marcar “Sin restricciones”. En este caso, la variable puede tomar cualquier valor dentro del rango formado por los valores máximo y mínimo de los datos de partida.

Finalmente, se especifican unos valores iniciales para las variables a optimizar. Con esos valores, la herramienta inicia un proceso iterativo a partir del modelo, hasta conseguir el mejor ajuste posible para el volumen deseado. El resultado obtenido por la herramienta se presenta en dos formas. Por un lado, una salida clásica por pantalla, en la cual se muestran los valores exactos de cada variable que darían el volumen objetivo bajo las restricciones impuestas. Dicha salida se muestra en la figura 27.



Optimización de respuesta: Volumen

Parámetros

Respuesta	Meta	Inferior	Objetivo	Superior	Ponderación	Importancia
Volumen	Objetivo	1,74	1,95	2,25	1	1

Rangos de variables

Variable	Valores
Concentración	(45; 48)
t_entrada	(168; 208)
t_salida	90
p_entrada	(200; 240)
Tapas	1
Orificios	82

Solución

Solución	Concentración	t_entrada	t_salida	p_entrada	Tapas	Orificios	Volumen Ajuste
1	46,5	189,568	90	200	1	82	1,95000

Solución	Deseabilidad compuesta
1	1,00000

Predicción de respuesta múltiple

Variable	Valor de configuración
Concentración	46,5
t_entrada	189,568
t_salida	90
p_entrada	200
Tapas	1
Orificios	82

Respuesta	Ajuste	EE de ajuste	IC de 95%	IP de 95%
Volumen	1,9500	0,0130	(1,9245; 1,9755)	(1,8446; 2,0554)

Figura 27. Resultado de la optimización.

Un parámetro interesante a la hora de evaluar la calidad de la optimización es la *deseabilidad*, que mide en una escala de 0 a 1 el grado de ajuste de la respuesta al objetivo. En este caso, la deseabilidad es de 1, ya que con la combinación de variables presentada se alcanza exactamente el valor deseado para el volumen.

Una forma adicional de visualizar los resultados es posible mediante una gráfica de optimización (ver figura 28). En ella se presentan, igual que antes, los valores de las variables que devuelven el volumen objetivo (señalados en rojo en la parte superior), la deseabilidad y el volumen resultante.

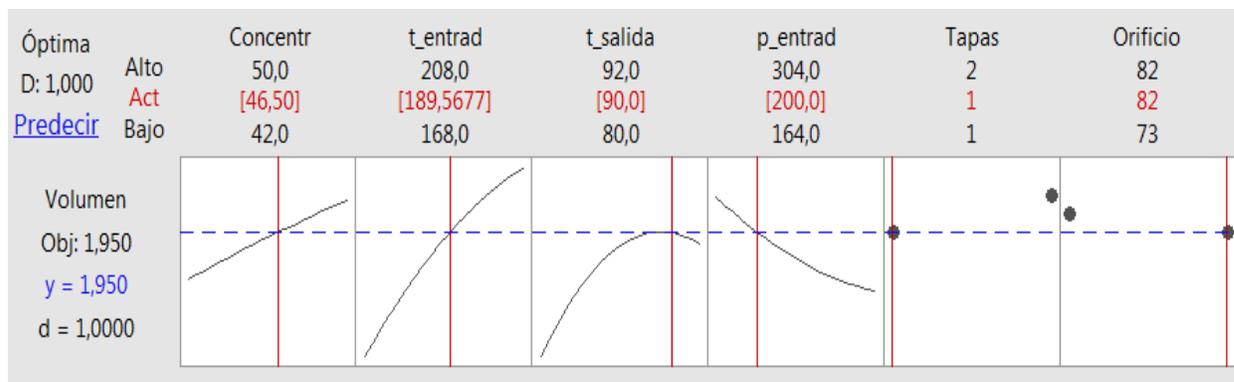


Figura 28. Gráfica de optimización.

Información adicional se puede extraer de la parte inferior de la gráfica. En primer lugar, cabe distinguir las variables continuas (parte izquierda) de las categóricas (parte derecha). Se trata de una gráfica interactiva, en la cual se puede desplazar el valor obtenido para cada variable (línea roja vertical) a lo largo de las distintas tendencias del volumen para cada una de las variables continuas (líneas negras con formas variadas). De esta forma, es posible cuantificar el cambio en el volumen que supone cualquier variación en las variables de entrada.

Supongamos en este punto que el volumen objetivo cambia de valor y quiere obtenerse manteniendo las mismas restricciones para las variables de entrada. Simplemente hay que cambiar el valor objetivo del volumen sin alterar nada más en el optimizador. Se lanzará un nuevo proceso iterativo, que tiene como resultado la gráfica de respuesta obtenida mostrada en la figura 29. El nuevo volumen se alcanza reduciendo la temperatura de entrada hasta y aumentando la presión.

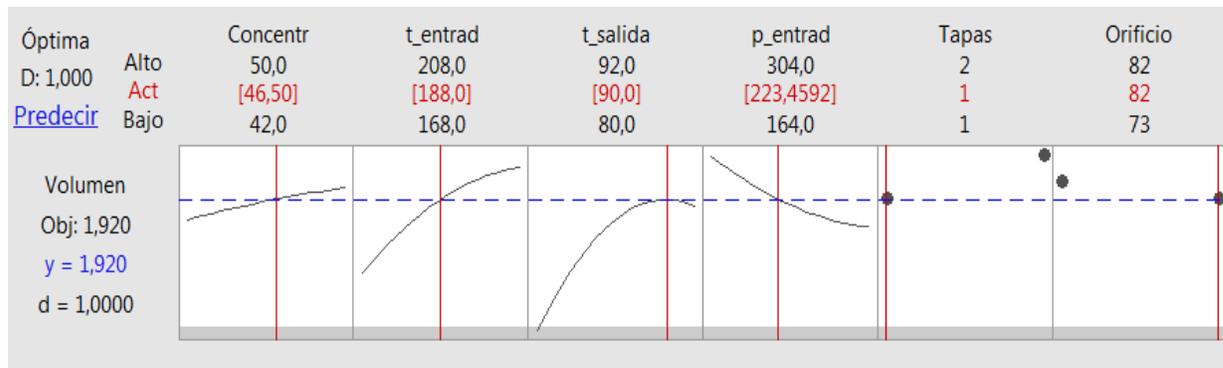


Figura 29. Gráfica de optimización (nuevo volumen).

Las variables categóricas presentan un funcionamiento todo-nada. Si se quisiese incrementar el volumen de una forma sustancial sin alterar demasiado el resto de variables, una opción interesante sería un cambio de tapa del tipo SD al SE. Así se demuestra en la figura 30, donde las variables continuas permanecen casi inalterables y el aumento del volumen se logra gracias al cambio de tapa.

Nótese un factor llamativo que se pone de manifiesto al comparar las figuras. Las curvas de tendencia entre el volumen y las variables continuas predictoras cambian su apariencia de una a otra. Esto quiere decir que el comportamiento de la salida con respecto a una variable de entrada se modifica en función de los valores que tomen el resto. La justificación de este fenómeno se debe al modelo matemático

complejo que está detrás de la optimización. Se trata de un modelo en el que existen numerosos términos de interacción entre las variables, de manera que los valores que toma cada una de ellas influyen decisivamente en el comportamiento de las demás.

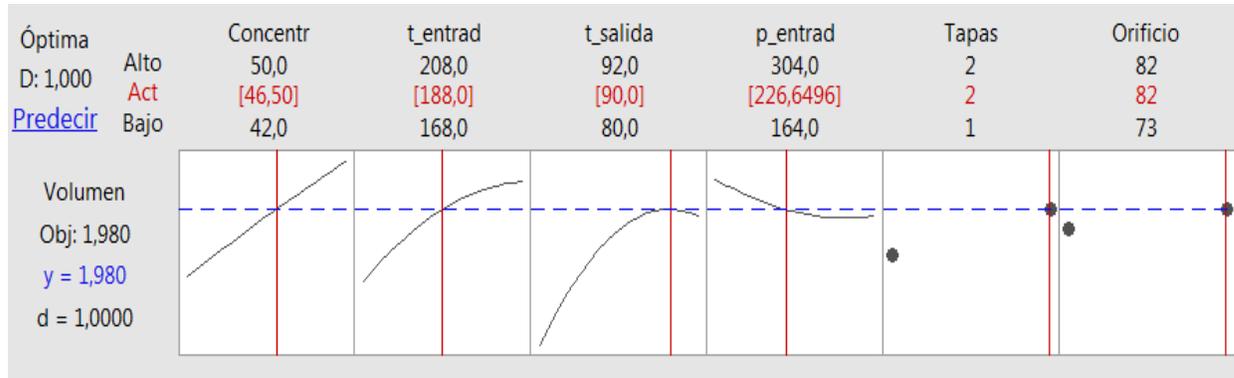


Figura 30. Gráfica de optimización (cambio en variable categórica).

Volviendo sobre la figura 30; si se desea regresar al volumen inicial, es posible actuar en la propia gráfica sobre las distintas variables para reducir el volumen. Por ejemplo, la concentración presenta una característica casi lineal en este caso, de modo que disminuyéndola es seguro que el volumen se reduce. En el caso de la temperatura de salida, nos encontramos cercanos al punto máximo de la curva, de forma que actuando en uno u otro sentido se obtendrá una disminución del volumen. Sin más que *jugar* con el cursor y en función de la habilidad que se posea, se puede obtener una aproximación del valor inicial de volumen (ver figura 31); la concentración se ha reducido algo más de un punto porcentual y la temperatura de salida se ha incrementado.

Se podría considerar la última apreciación como un híbrido entre los problemas directo e inverso. Buscar un volumen objetivo como en los casos anteriores dejando cierta libertad en las variables de entrada era un problema inverso, pero en este último

caso, lo que se termina haciendo es modificar conscientemente las entradas y evaluar la salida que se obtiene.

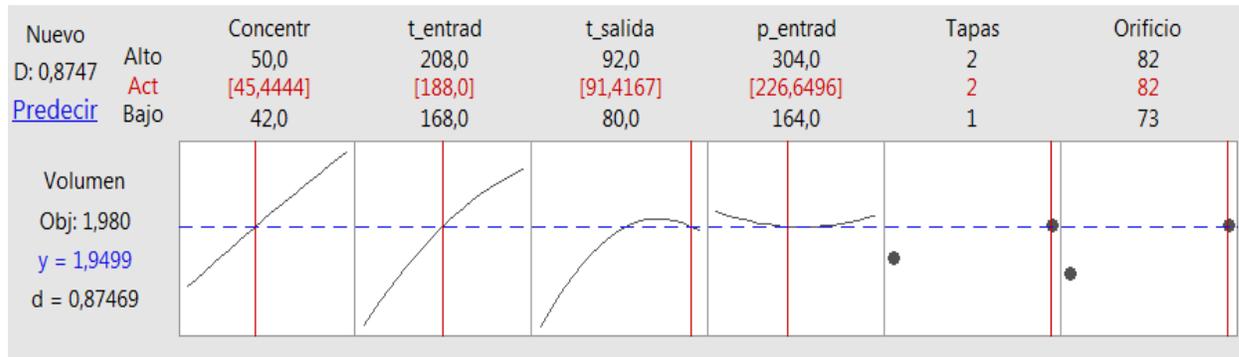


Figura 31. Gráfica de optimización para volumen de 1,95 ml/g (ajuste manual).

7.3 Predicción.

Para afrontar de forma más clara el problema directo se echa mano de la herramienta de predicción de Minitab. En este caso, se introducen valores de las variables predictoras, con el objetivo de predecir el volumen. El fundamento interno es la simple evaluación del modelo obtenido para los valores considerados de las variables. Por ejemplo, en la figura 32, se muestra el resultado de una predicción: partiendo de unos valores para las entradas se obtiene un determinado volumen, con un intervalo de confianza al 95%.

Para los valores de entrada introducidos, el volumen obtenido es 1,91 ml/g, con un intervalo de confianza para el valor esperado de poco más de 0,03 ml/g. El resultado del intervalo de confianza es de gran importancia, pues es el valor que asegura que el modelo es fiable y que la variable de salida está comprendida en el intervalo impuesto por las especificaciones.



Configuración

Variable	Valor de configuración
Concentración	48
t_entrada	190
t_salida	90
p_entrada	240
Tapas	1
Orificios	82

Predicción

Ajuste	EE de ajuste	IC de 95%	IP de 95%
1,91190	0,0083939	(1,89541; 1,92839)	(1,80831; 2,01549)

Figura 32. Resultado de la predicción.

7.4 Validación del modelo.

Cuando se tiene una muestra importante de datos, la herramienta de predicción ofrece la posibilidad de introducir columnas enteras de variables de entrada, proporcionando en cada caso el valor esperado del volumen. Dado que se trabaja con datos reales de operación, cada conjunto de entradas (x_1, x_2, \dots) tiene asociado ya un volumen real, además del ofrecido por la herramienta de predicción.

De lo anterior, es inmediato extraer una comparación entre ambos valores, el volumen real resultado de la operación con esos parámetros y el que se obtiene con la herramienta, que trabaja con el modelo de regresión creado. Este resultado es sumamente interesante, ya que permite evaluar de forma directa las prestaciones del modelo y validarlo como una correcta representación del proceso.

El procedimiento de validación es sencillo. Se toma una muestra de datos originales (no utilizados para la creación del modelo) y se evalúa el volumen obtenido con la herramienta de predicción. A continuación, se compara este valor con su dato de volumen real asociado, siendo posible conocer los errores absoluto y relativo.

En la figura 33 se representan en un diagrama de dispersión el volumen real frente al volumen teórico de cada elemento de la serie de datos de validación.

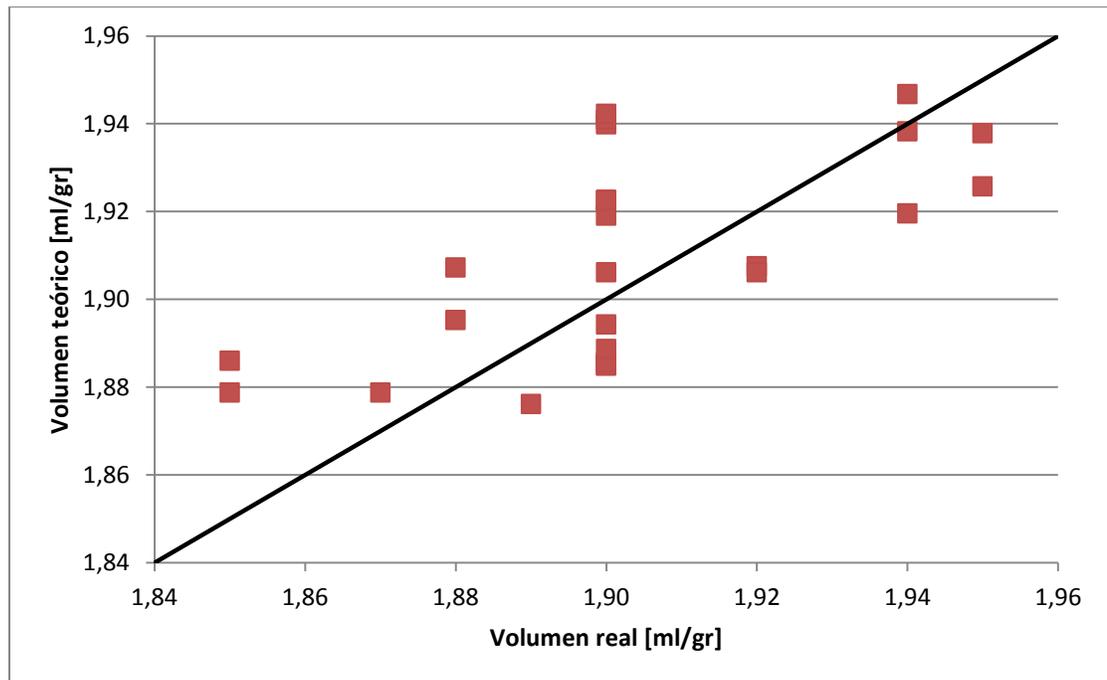


Figura 33. Ajuste del modelo al valor real de volumen.

La línea media diagonal representa los puntos de error nulo, donde coincidirían el volumen real y el teórico. Por otro lado, se representan en color rojo los distintos puntos, cada uno de ellos asociado a un par volumen real-teórico.



El **error absoluto** de cada dato es la distancia vertical de cada punto a la línea media, siendo el **error relativo** el cociente entre el absoluto y su volumen real asociado. En la siguiente tabla se recoge un extracto de los datos utilizados, con sus correspondientes errores.

Volumen real	Volumen teórico	Error absoluto	Error relativo
1,87	1,87878	0,00878	0,47%
1,85	1,87878	0,02878	1,56%
1,90	1,88494	0,01506	0,79%
1,85	1,88603	0,03603	1,95%
1,90	1,8849	0,0151	0,79%
1,89	1,87614	0,01386	0,73%
1,88	1,89529	0,01529	0,81%
1,90	1,89429	0,00571	0,30%
1,90	1,88559	0,01441	0,76%
1,90	1,93987	0,03987	2,10%
1,90	1,92265	0,02265	1,19%
1,90	1,91903	0,01903	1,00%
1,90	1,90614	0,00614	0,32%
1,90	1,88871	0,01129	0,59%
1,88	1,90726	0,02726	1,45%
1,92	1,90753	0,01247	0,65%
1,92	1,90613	0,01387	0,72%
1,94	1,91959	0,02041	1,05%
1,95	1,92569	0,02431	1,25%
1,94	1,93829	0,00171	0,09%
1,94	1,94672	0,00672	0,35%
1,90	1,92249	0,02249	1,18%
1,95	1,93782	0,01218	0,62%
1,90	1,94095	0,04095	2,16%
1,90	1,94226	0,04226	2,22%

Tabla 4. Cuantificación de errores del modelo.



Examinando la tabla anterior, se observa que el modelo creado por la herramienta proporciona un ajuste razonable para el volumen. Los mayores errores relativos no superan el 3% y las máximas desviaciones son inferiores a 0,05 ml/g (el intervalo habitual de volúmenes admisibles para un producto es de 0,1 ml/g; el doble).

Por lo tanto, se deduce que el modelo utilizado es válido para el presente estudio, de forma que las predicciones y optimizaciones realizadas en la teoría se pueden trasladar con seguridad al terreno práctico.

7.5 Implantación del modelo.

Un modo de operación habitual con los resultados del estudio consistiría en utilizar la herramienta de predicción como punto de partida, para evaluar el rango de volúmenes en el que es esperable operar bajo unas determinadas condiciones de entrada.

Por ejemplo, si se va a fabricar un nuevo producto que aún no está en la base de datos de la planta, se parte de unas especificaciones de volumen y se pretenden establecer las condiciones de operación. Una de las primeras cuestiones a definir es qué combinación de tapa y orificio utilizar para la pulverización. Manteniendo constantes el resto de las variables, es posible predecir el rango de volúmenes que se obtendrá con cada combinación tapa-orificio, eligiendo aquella que mejor se adapte. Fijadas las condiciones del equipo atomizador; a continuación, se evalúan el resto de variables estableciendo para cada una de ellas rangos admisibles de operación.

Tras la predicción previa y una vez que el proceso está en marcha, será posible modificar los diferentes parámetros dentro de los rangos citados anteriormente. En el



momento en el que alguna muestra de volumen se desvíe del valor fijado, o por cualquier motivo que el responsable de la planta considere, la herramienta de optimización indica cómo actuar en cada variable para conseguir el volumen deseado.

Por supuesto, existen multitud de condicionantes técnicos en el día a día de cualquier proceso industrial, de manera que el modelo no debe ser considerado como un ente sagrado al que hay que rendir pleitesía. El factor humano nunca podrá ser sustituido en la toma de decisiones, pues es aquí donde se incorporan factores como la experiencia en la operación y el verdadero conocimiento del proceso. El modelo actúa como elemento simplificador y asistente en la toma de decisiones, siempre que las líneas maestras y los límites queden convenientemente trazados de antemano.

7.6 Estudio de la capacidad productiva.

Se ha presentado hasta ahora un caso lo más general posible para el tratamiento de los datos, de forma que se pone de manifiesto la potencia y versatilidad del modelo a la hora de abordar el proceso y extraer resultados sobre él. La operación industrial conlleva que modelados tan amplios de partida acaben sufriendo una serie de restricciones, que limitan los rangos de actuación para cada variable.

En la torre de secado objeto de estudio existe una problemática que pone en conflicto el cumplimiento de las especificaciones con la capacidad productiva de la planta. La torre presenta un límite operativo de 4400 kg/h de concentrado. De superarse ese flujo de producto, la cantidad de agua a evaporar sería excesiva, resultando en un polvo con un contenido de humedad superior al 2%; valor considerado como umbral máximo en las especificaciones.

Como es lógico en cualquier empresa de base industrial, la capacidad



productiva trata de maximizarse, pues el retorno económico depende de la cantidad de producto que se fabrica. Se ha visto que incrementar el flujo de producto saliente (y, por lo tanto, entrante a la torre) provoca un aumento de humedad en el polvo final, pero también un aumento del volumen, como se verá a continuación.

Se plantea un ejemplo de operación en la torre de secado para poner de manifiesto la relación entre el nivel de producción y las variables de entrada y cómo es necesario un compromiso entre capacidad productiva y cumplimiento de especificaciones en muchos casos. La planta está produciendo 1900 kg/h de leche en polvo y desea evaluar la posibilidad de incrementar dicha capacidad productiva sin comprometer las especificaciones de volumen:

NOTA: al relacionar las cantidades de concentrado introducido y de polvo final obtenido, se está despreciado la humedad residual del polvo y las posibles mermas de producto durante el proceso (debidas a depósitos, etc). Se trata pues de una asimilación aproximada, aunque razonable, ya que dichos efectos no suponen una desviación importante en términos relativos.

- Una variable decisiva en el control de la cantidad de producto introducida a la torre es la concentración. Así, una mayor concentración implica manejar un flujo menor en la torre para obtener la misma masa de polvo final. Por ejemplo, para conseguir 1900 kg/h de producto, con una concentración al 46% en sólidos, el flujo de entrada a la torre es de 4130 kg/h de concentrado ($1900/0,46 = 4130$). Si se desea incrementar la producción hasta 2000 kg/h de polvo, manteniendo el flujo de entrada: $(2000/4130)*100 = 48,4\%$ de concentración.

Parece pues ventajoso incrementar la concentración desde este punto de vista,



ya que se reduce la cantidad de agua introducida en la torre y que es necesario evaporar. Sin embargo, existe una importante contrapartida, ya que aumentar en exceso la concentración supone también un aumento de volumen. Esto sucede porque un aumento de la concentración implica un aumento de la viscosidad, lo cual implica un incremento del tamaño medio de las gotas pulverizadas. Con una mayor viscosidad, gotas del mismo tamaño dan lugar también a partículas de polvo mayores, por tener un mayor contenido en sólidos. Se tiene, por lo tanto, una primera fuente de conflicto entre volumen y capacidad productiva.

Supongamos que la concentración ha quedado limitada por la cuestión anterior a un 48% en sólidos, luego con los 4130 kg/h introducidos se tendría una producción de $4130 \cdot 0,48 = 1980$ kg/h de polvo. Si se considera una densidad del concentrado de $1,15 \text{ kg/m}^3$, el flujo volumétrico de entrada a la torre sería de $4130/1,15 = 3590$ l/h.

- El flujo de entrada a la torre se maneja con el equipo atomizador, en particular con la combinación tapa-orificio de las 6 lanzas. Si se utiliza una tapa SD con un orificio 82 y el caudal por lanza es de $3590/6 \approx 600$ l/h, la presión de entrada del concentrado debería ser (mediante interpolación lineal) de 220 bar (ver figura 34).

En este punto, si se quisiese incrementar la capacidad productiva, existirían dos alternativas. Por un lado, realizar un cambio de tapa a SE, que por su mayor geometría es capaz de manejar un mayor flujo, o mantener la tapa SD e incrementar la presión de entrada, ya que existe margen hasta el límite operativo de 300 bar.

Models (Swirl Chamber/Orifice)		Orifice	Spray Angle (1000 PSIG)	Flow Rate in Litres/HR at BAR G				
SDX® SDX® III	SDX® V	Equivalent Dia mm/in	Measured with Water	69	138	207	276	345
SD	SDV	0.073	78°	291	413	503	583	651
SD	SDV	0.076	79°	310	439	538	621	693
SD	SDV	0.079	80°	325	462	564	651	727
SD	SDV	0.082	81°	334	477	583	674	753
SD	SDV	0.085	82°	348	492	602	696	780

Figura 34. Determinación de la presión de entrada.

Desde el punto de vista del volumen cada una de las opciones es muy distinta. El cambio de tapa supondría un incremento muy importante del volumen del polvo (ver figura 19, apartado 6.1), mientras que un aumento de la presión lo reduciría, al provocar una pulverización de gota más fina. Estos escenarios podrían evaluarse con la herramienta de predicción empleada anteriormente y dependiendo de los márgenes de las especificaciones se elegiría una de las dos opciones (o una combinación de ambas).

Trabajar a presiones próximas al límite operativo tiene el inconveniente de un mayor desgaste para los componentes de la instalación, particularmente en aquellos especialmente sensibles como el equipo atomizador. Dicho equipo debe ser evaluado periódicamente, renovando las toberas cuando se comprueben ligeros cambios en sus dimensiones, evitando así un cambio en las prestaciones deseadas.

No se ha mencionado todavía a las temperaturas de entrada y salida de la torre. Pese a que no modifican el caudal que entra, sí influyen sustancialmente en lo que sucede después. La capacidad de secado de la torre es directamente proporcional al



salto térmico del aire en el equipo. Por lo tanto, si se desea incrementar la producción se debe aumentar la temperatura de entrada y/o disminuir la de salida.

- La temperatura de salida se mantiene habitualmente por encima de los 88°C para garantizar el adecuado contenido de humedad en el polvo final. De esta manera, la temperatura de salida está limitada inferiormente por las especificaciones de humedad, de tal manera que se debe buscar un compromiso entre la humedad del polvo y la capacidad de evaporación de la torre. Incrementar la producción (bajar temperatura de salida), supone un aumento de volumen del polvo, pues este tendrá un mayor contenido de humedad residual.
- En cuanto a la temperatura de entrada, la tendencia general es la de un incremento del volumen a medida que esta aumenta. Con una mayor temperatura, las partículas serán más finas y un mayor porcentaje de ellas son arrastradas con el aire de secado, produciéndose una mayor aglomeración al interactuar con el flujo principal. Por lo tanto, se debe ser cauteloso a la hora de incrementar la temperatura de entrada del aire con ánimos de mantener la capacidad productiva. Además, una temperatura excesiva puede provocar sobrecalentamiento dando lugar a partículas quemadas y a una peor evaporación.

En resumen, mantener la capacidad productiva de la torre es un problema complejo y conlleva habitualmente soluciones de compromiso que permitan mantener el volumen del polvo bajo control. A continuación, se muestra una tabla resumen donde se evalúa, para cada variable de entrada, cómo actuar sobre ella si se quiere subir la producción y el efecto que esa variación tiene sobre el volumen.



Variable	Actuación para subir producción	Influencia en el volumen
Tapas	Cambio de SD a SE	Aumenta
Orificios	Cambio de 73 a 82	Aumenta
Concentración	Incrementar	Aumenta
T_entrada	Incrementar	Aumenta
T_salida	Disminuir	Aumenta
P_entrada	Incrementar	Disminuye

Tabla 5. Resumen de las relaciones producción-volumen.

La concentración, combinación tapa-orificio y las temperaturas de entrada y salida a la torre son variables en las que la relación entre capacidad productiva y volumen es directa; por lo que incrementar la producción conlleva siempre un riesgo para el límite superior del volumen. Únicamente la presión de entrada juega a favor en la dicotomía especificaciones-producción, aunque también presenta sus propios límites de operación.

A pesar de que la problemática de la capacidad productiva acostumbra a hacer peligrar el límite superior del volumen, este presenta también un límite inferior que debe ser tenido en cuenta. No hay que olvidar tampoco la influencia del tipo de producto que se está fabricando. Entre una leche de inicio y una de crecimiento puede haber diferencias de hasta 0,2 ml/g en las especificaciones, lo cual varía sustancialmente las necesidades y procedimientos de control del proceso.

Las tendencias comentadas en este apartado son generales y solo indicativas *grosso modo*. Como se comentó anteriormente en el documento, el modelado del proceso no es lineal, ya que incluye interacciones entre las variables de entrada. Por



lo tanto, las tendencias de cada una de ellas pueden verse alteradas en función de los valores que tomen las demás. De ahí que sea necesario realizar estudios con las herramientas señaladas y combinarlos con la experiencia de situaciones precedentes.



8. CONCLUSIONES.

Como resultado del estudio que se ha presentado y del trabajo desarrollado es posible enumerar una serie de hitos y objetivos alcanzados en el mismo:

1. Se ha logrado extraer la información relevante de un proceso complejo y trasladarla a un modelo matemático. La información de las distintas etapas y elementos del proceso se traduce en una serie de variables bien definidas y que pueden ser fácilmente medidas y modificadas.
2. El modelo creado es sencillo y de fácil manejo, sin que ello suponga una pérdida relevante de información o de adaptación al proceso real.
3. Es posible establecer una relación clara entre la variable de salida y cada variable de entrada. Además, se consigue establecer una jerarquía entre las distintas entradas y se analizan las posibles interacciones entre ellas y su influencia en la salida.
4. Se ha conseguido establecer un protocolo de actuación para confrontar posibles desviaciones en el volumen del polvo. La herramienta de optimización permite conocer sobre qué entradas actuar, en qué sentido y en qué grado para corregir la salida.
5. Mediante la herramienta de predicción, es posible anticipar el volumen que se obtendrá especificando previamente las condiciones de operación. Este aspecto es particularmente relevante cuando se afronta la fabricación de nuevos



productos, sobre los que no hay bases de datos y tampoco una experiencia previa.

6. La empresa tiene la seguridad de que el modelo es válido y fiable. Las predicciones realizadas con este modelo tienen un error absoluto máximo de 0,05 ml/gr, siendo el intervalo típico de especificación de volumen de 0,1 ml/gr. Tomando el centro del intervalo como volumen objetivo, el resultado estará siempre comprendido en los márgenes establecidos.
7. Por último, se han conseguido relacionar las distintas variables de entrada con la capacidad productiva de la sección de secado. Además, se ha estudiado cómo afectaría al volumen final cada actuación en pos de una mayor producción, ligando así el rendimiento con el cumplimiento de los estándares de calidad.



9. SUGERENCIAS DE MEJORA.

El estudio realizado es susceptible de ser complementado con una serie de consideraciones adicionales que, por un lado refuercen las conclusiones ya obtenidas y, por otro, ofrezcan una visión más completa del proceso en su conjunto. A continuación, se presentan algunas vías para continuar el estudio:

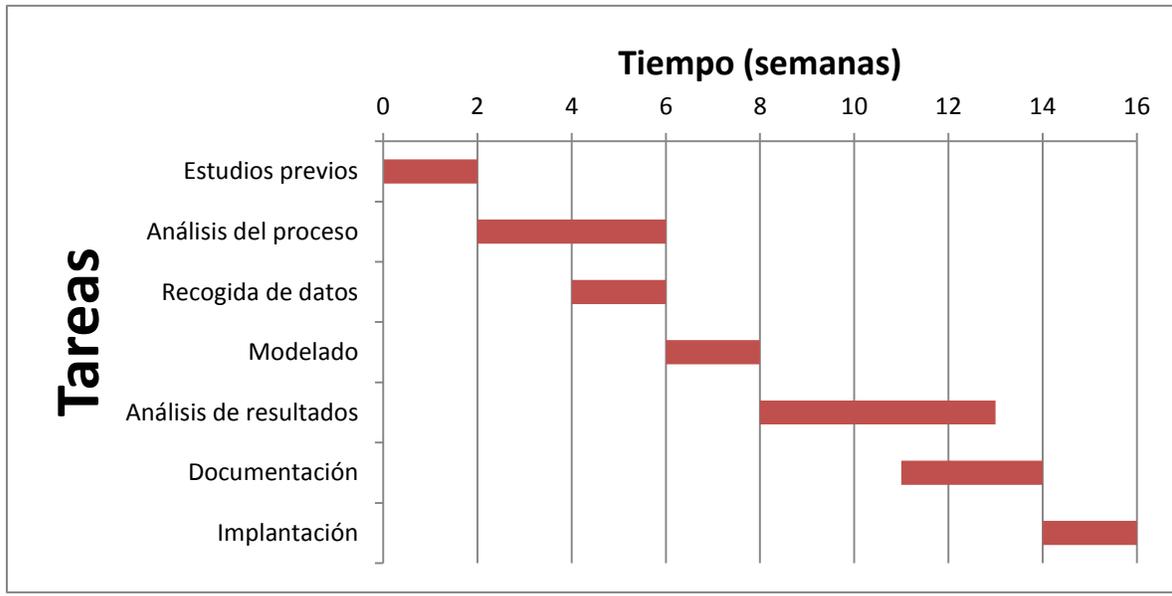
- **Introducción de variables de entrada adicionales:** más allá de las variables de entrada consideradas en el estudio (algunas de ellas descartadas por su bajo nivel de significancia), existen otras variables en el proceso susceptibles de ser introducidas en el modelo:
 - Ángulo de spray: se han tomado datos únicamente con este ángulo a 60°, que, si bien es el más habitual, no es el único que se utiliza en la planta. Tiene influencia en los fenómenos de aglomeración.
 - Retorno de los finos: una variable categórica que representase el lugar en el que se reintroduce la corriente de finos al flujo principal (parte alta de la torre, lecho estático o lechos fluidos). Habitualmente se retornan a los lechos fluidos, ya que hacerlo más arriba provoca demasiada aglomeración.
 - Caudal de entrada: de esta forma se tendría un estudio más orientado a la capacidad productiva de la planta. Incluir esta variable permitiría prescindir de las temperaturas de entrada y salida del aire en la torre, ya que el salto térmico del aire es invertido en evaporar el agua presente en el concentrado, $\text{Caudal} * (100 - \text{Concentración})$.



-
- **Modelado de la humedad del polvo en paralelo con el volumen:** pese a que el control del volumen es la cuestión más problemática de una torre de secado, la humedad del polvo también es una característica sujeta a especificaciones de calidad. Está influenciada por las distintas entradas, al igual que el volumen, por lo que es susceptible de ser modelada de forma similar. De esta manera, se puede contrastar la influencia de actuar sobre las entradas en cada una de las dos salidas.
 - **Análisis de variables químicas y de composición de la leche:** una vez analizadas las variables físicas y de proceso (temperaturas, presiones...), es interesante realizar un estudio similar cuya entrada sea la composición de la leche a secar, estudiando también su influencia en el volumen y humedad final del polvo. Este análisis conllevaría un mayor detenimiento en la fenomenología de las distintas etapas y consecuentemente una mayor carga teórica.



10. PLANIFICACIÓN TEMPORAL.





11. PRESUPUESTO.

Concepto	Cantidad	Precio	Importe
Ingeniería	640 horas	15,65 €	10.016,00 €
Software	1	1330,03 €	1.330,03 €

<u>Total costes directos:</u>	11.049,03 €
Costes indirectos (12%):	1.325,89 €
<u>Coste bruto del proyecto:</u>	12.374,91 €
Beneficio industrial (6%):	742,49 €
<u>Total general:</u>	13.117,40 €
I.V.A. (21%):	2.754,66 €

Coste total del proyecto: **15.872,06 €**



12. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.

Tecnología de la leche en polvo. Evaporación y secado por atomización. Vagn Westergaard, Niro A/S, 5ª edición, 2004.

Handbook of milk powder manufactory. Jan Pisecky, GEA Process Engineering A/S, 2nd edition, 2012.

Design of experiments with Minitab. Paul G. Matthews, ASQ Quality Press, 2005.

Análisis de datos multivariantes. Daniel Peña, 2002.

Industrias Lácteas Asturianas, S.A. (ILAS): Un ejemplo de internacionalización discriminadora. Laura Fernández-Méndez, Esteban García-Canal, Mauro F. Guillén; Universia Business Review; 2011.

Oral motor functioning, frequency of swallowing and drooling in normal children and in children with cerebral palsy. A. Sochaniswskyj, R. Koheil, K. Balblich, M. Milner, D. Kenny; Elsevier; 1986.

[1] Fórmulas de continuación y fórmulas de crecimiento. B. Ferrer, J. Dalmau; Acta Pediátrica Española, 2005.

[2] Real Decreto 95/2019, de 1 de marzo, por el que se establecen las condiciones de contratación en el sector lácteo y se regula el reconocimiento de las organizaciones de productores y de las organizaciones interprofesionales en el sector, y por el que se modifican varios reales decretos de aplicación al sector lácteo. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación, 2019.



-
- [3] **Las transformaciones del sector ganadero en España (1940-1985).** Rafael Domínguez; Ager, Revista de Estudios sobre Despoblación y Desarrollo Rural; 2001; p. 62.
- [4] **Definitions.** International Dairy Foods Association, <https://www.idfa.org/news-views/media-kits/milk/definition>
- [5] **Effect of beta-lactoglobulin polymorphism and seasonality on bovine milk composition.** Bruno Botaro, Ygor Lima, Adriana Aquino, Raquel Fernandes, José Garcia, Marcos Santos; Journal of Dairy Research; 2008.
- [6] **Preguntas frecuentes.** Laboratorios Ordesa®, <https://www.ordesa.es/blemil/faq/>
- [7] **Falling film evaporation of single component liquids.** A. Alhusseini, K. Tuzla, J. Chen; International Journal of Heat and Mass Transfer; 1998; pp. 1623-1632.
- [8] **Pasteurizador de lácteos.** SACOME, <https://www.sacome.com/pasteurizador-de-lacteos/>
- [9] **Introducción a la química industrial.** Ángel Vián, Reverte, 2ª edición, 1993.
- [10] **Performance of rotary heat and mass exchangers.** G. Stiech, S. A. Klein, J. W. Mitchell; HVCA&R Research; 1995.
- [11] **Delavan SDX Brochure.** Delavan, 2014.
- [12] **Torre de atomización MSD™.** GEA, <https://www.gea.com/es/products/gea-msd.jsp>



-
- [13] **Hydrodynamics of vibro-fluidized beds.** S. Satija, I. L. Zucker; Drying Technology: An International Journal; Volume 4; pp. 19-43.
- [14] **Revisión general sobre ayuda y procedimiento.** Minitab, 2019, <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/19/help-and-how-to/>
- [15] **The story of Mathematics.** Richard Mankiewicz, Princeton University Press, 2000, p. 158.
- [16] **Testing statistical hypotheses.** E. L. Lehmann, J. P. Romano; New York: Springer; 3rd Edition; 2005.
- [17] **The ASA's statement on p-values: context, process and purpose.** Ronald Wasserstein, Nicole Lazar; The American Statistician; 2016; pp.129-133.
- [18] **Analysis of variance? Why it is more important than ever.** Andrew Gelman, The Annals of Statistics, 2005, pp. 1-53.
- [19] **Thirteen ways to look at the correlation coefficient.** Rogers and Nicewander, The American Statistician, 1988, pp. 59-66.
- [20] **Probability and statistics for engineering and the sciences.** Jay Devore, Boston: Cengage Learning, 8th Edition; 2011; pp. 508-510.
- [21] **Variations of box plots.** Robert McGill, John Tukey, Wayne Larsen; The American Statistician; 1978; pp. 12-16.
- [22] **Introduction to econometrics.** G. S. Maddala, New York: MacMillan, 2nd Edition, 1992, pp. 88-96.



[23] Exploratory data analysis. John Tukey, Addison-Wesley, 1977.

[24] Detection of influential observations in linear regression. R. Dennis Cook, Technometrics, (American Statistical Association), 1977, pp. 15-18.

[25] Estrategias para la elaboración de modelos estadísticos de regresión. E. Núñez, J. W. Steyerberg, J. Núñez; Revista Española de Cardiología, 2011.