

Universidad de Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

**Máster en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y
Formación Profesional**

Trabajo Fin de Máster

**MATEMÁTICAS EN LA VIDA REAL. PROPUESTA DE
PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA PARA 4º DE ESO
(OPCIÓN B)**

Autor: Víctor Sánchez Valdés

Director: José Ángel Huidobro Rojo

Junio 2012

Nº de Tribunal

48

Autorización del directora/a. Firma

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	3
PARTE I: ANÁLISIS Y REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA.....	5
1. Aportación de las asignaturas del Máster al Prácticum	5
2. Breve descripción de la experiencia en el centro de prácticas	6
2.1. Desarrollo de las unidades didácticas	8
3. Conclusiones	9
PARTE II: PROPUESTA DE PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA E INNOVACIÓN EN 4º ESO (OPCIÓN B)	11
1. Contexto del centro y del grupo	11
2. Objetivos generales y contribución de la materia a la adquisición de las competencias básicas	13
2.1. Competencias básicas.....	13
2.2. Contribución de la materia a la adquisición de las competencias básicas.....	13
2.3. Objetivos generales de la etapa (ESO)	15
2.4. Objetivos generales de las Matemáticas en la ESO	17
3. Secuenciación de los contenidos por unidades didácticas	19
4. Distribución temporal.....	47
5. Metodología	49
5.1. Principios metodológicos	49
5.2. Principios didácticos	51
6. Recursos, medios y materiales didácticos	53
7. Criterios y procedimientos de evaluación y calificación	54
7.1. Criterios de evaluación.....	54
7.2. Procedimientos e instrumentos de evaluación	58
7.3. Prueba extraordinaria	59
7.4. Criterios de calificación	59
7.5. Calificación de la prueba extraordinaria.....	60
8. Atención a la diversidad	61
8.1. Principios de atención a la diversidad	61
8.2. Medidas de atención a la diversidad.....	62
8.2.1. Medidas ordinarias de atención a la diversidad	62
8.2.2. Medidas extraordinarias de atención a la diversidad.	62
8.3. Aplicación de las medidas de atención a la diversidad en el aula	63
9. Propuesta de innovación: La belleza matemática del número áureo	65
9.1. Descripción y justificación.....	65
9.2. Contexto.....	65
9.3. Aportación de la innovación a las diferentes materias implicadas.....	66
9.4. Objetivos	67
9.5. Competencias básicas.....	67
9.6. Conceptos previos que el alumno debe conocer	68
9.7. Realización.....	68
9.8. Resultados	69
9.9. Criterios de calificación	73
9.10. Evaluación de la actividad.....	73
9.11. Valoración final.....	73

10. Referencias bibliográficas	74
10.1. Legislación	74
10.2. Libros	74
10.3. Fuentes electrónicas	74
10.3. Otras fuentes	74
ANEXO: Ficha de la propuesta de innovación para el alumno	75

INTRODUCCIÓN

El presente Trabajo Fin de Máster pretende integrar el conjunto de saberes y experiencias que se han ido adquiriendo durante el desarrollo del curso, tanto en lo que se refiere a las clases teóricas como a la experiencia del Prácticum. Contiene dos partes claramente diferenciadas, pero a su vez muy relacionadas entre sí:

La primera es una reflexión crítica y personal sobre las prácticas realizadas en el Instituto Montevil de Gijón. En ella se detallará la experiencia vivida durante el periodo de prácticas (grupos con los que trabajé, desarrollo de las unidades didácticas, actividades del centro en las que participé, etc.), tratando de relacionarla con los conocimientos adquiridos en las sesiones teóricas del Máster.

La segunda parte de este trabajo consiste en una programación didáctica para el cuarto curso de la ESO en la modalidad de Matemáticas B. Esta programación estará formada por los siguientes elementos:

- Integración de la programación en el contexto del centro y del grupo. Esta contextualización estará basada en la experiencia que tuvo lugar durante el Prácticum.
- Objetivos generales y contribución de la materia a la adquisición de las competencias básicas. La programación está orientada a la consecución de un conjunto de objetivos, así como de una serie de destrezas y habilidades conocidas como competencias básicas. En este apartado se detallarán dichos objetivos y competencias.
- Secuenciación de los contenidos por unidades didácticas. Se concretarán las 13 unidades didácticas propuestas que serán impartidas a lo largo del curso. Estarán incluidos los contenidos, objetivos, criterios de evaluación, mínimos exigibles y contribución a la adquisición de las competencias básicas en cada una de las unidades didácticas.
- Distribución temporal. En este apartado se presentará la duración prevista, en sesiones de 55 minutos, de los contenidos a lo largo del curso.
- Metodología. Se incluirán los principios metodológicos y didácticos que se deberán tener en cuenta durante el desarrollo de las clases.
- Materiales, medios y recursos didácticos. Se detallarán todos los materiales y recursos necesarios para el correcto desarrollo de las diferentes sesiones.
- Criterios y procedimientos de evaluación y calificación. Se especificarán claramente los métodos e instrumentos utilizados para evaluar al alumnado y los criterios seguidos a la hora de calificarlos. También se explicará el funcionamiento del sistema de recuperación.

- Medidas de atención a la diversidad. En este apartado se propondrán una serie de medidas que permitan atender a los diferentes tipos y ritmos de aprendizaje de los alumnos.

- Propuesta de innovación: La belleza matemática del número áureo. En este apartado se desarrollará con todo detalle una propuesta de innovación integrada en la programación didáctica. En ella se hará uso de las nuevas tecnologías para tratar de fomentar la motivación del alumnado, viendo la presencia de las matemáticas en la vida real y su relación con otras materias, y promoviendo además la coordinación entre distintos departamentos didácticos.

- Referencias bibliográficas. Para finalizar, se citan todas las referencias bibliográficas utilizadas en la elaboración del trabajo.

PARTE I: ANÁLISIS Y REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA

Personalmente, creo que el Prácticum es la parte más gratificante y que más útil nos ha resultado, en general, a los alumnos del Máster, dado que realmente es en ella donde descubrimos lo que significa ser profesor en un instituto, donde al fin podemos poner en práctica todas las aportaciones de las asignaturas teóricas del Máster, así como poner a prueba nuestras habilidades como docentes frente a un grupo real de alumnos, y donde finalmente podemos decidir si es a esto a lo que queremos dedicarnos en nuestro futuro. Pero no todo el Máster se reduce al Prácticum, ya que antes de comenzar nuestra experiencia como docentes se nos proporcionó, como ya he comentado, una base teórica.

1. Aportación de las asignaturas del Máster al Prácticum

Antes de las prácticas conocíamos ya, gracias a las asignaturas del Máster, la evolución de los Sistemas Educativos y sus características; el marco jurídico del Sistema Educativo actual, que se rige por la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación; así como la estructura organizativa y gestión de los centros de secundaria. También analizamos todos los documentos institucionales por los que se rigen dichos centros, y estudiamos con especial atención el Plan de Acción Tutorial (PAT), así como el Plan de Atención a la Diversidad (PAD). He podido comprobar que todos estos conocimientos, en principio extraños y desconocidos, tienen una gran relevancia en la realidad de los institutos de educación secundaria, y me resultaron de gran utilidad a la hora de comprender y analizar los documentos del IES Montevil, en el que realicé el periodo de prácticas.

Pero la teoría no sólo me ha servido para conocer la organización del centro, sino también a sus alumnos: saber qué es un grupo, como es la dinámica de un grupo y qué papel desempeña en él el profesor, conocer el clima del aula, estrategias de comunicación en el aula, etc. El grupo de alumnos también ha sido estudiado en las asignaturas del Máster desde el punto de vista de la Psicología. Todos pudimos ver cómo se lleva a cabo el proceso de desarrollo (tanto cognitivo como socioafectivo) del alumno. Estudiamos también modelos conductistas, cognitivistas y constructivistas para la instrucción en el aula, y en estos últimos vimos por primera vez lo que es el aprendizaje significativo, que hoy en día es fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Sin embargo, no podemos olvidar que la Comunidad Educativa está formada por tres pilares fundamentales: todo el personal docente del centro, el conjunto formado por todo el alumnado y, por último, las familias de estos alumnos. Así es que recibimos formación en igualdad de género y Derechos Humanos, en la importancia de la participación en el centro no sólo de los

profesores, sino también de las familias, acerca de diferentes estilos educativos parentales, comunicación con las familias, en mediación de conflictos y actitud ante ellos, etc.

Por otro lado, nos instruyeron sobre lo que son las nuevas tecnologías, cuáles de ellas resultan útiles en la enseñanza y cómo utilizarlas correctamente. En mi caso, tuve además la oportunidad de conocer en profundidad dos programas destinados a la docencia, que fomentan la introducción de estas tecnologías en la clase: Wiris y GeoGebra. Estos dos programas, muy utilizados a día de hoy en los institutos de Educación Secundaria, tienen una gran utilidad en el aula, especialmente en la enseñanza de las Matemáticas, y resultan muy motivadores para los alumnos.

Por supuesto, recibí también clases sobre la especialidad de Matemáticas. En el Máster pudimos revisar el currículum de la asignatura de Matemáticas en todos los cursos de ESO y Bachillerato, e hicimos un breve repaso de todos los contenidos tratados. También aprendimos a diseñar programaciones didácticas, estudiamos diferentes metodologías y formas de evaluación y, en general, vimos cómo se debería de dar una clase de Matemáticas.

Todos estos conocimientos constituyen la base con la que contábamos al iniciar nuestra experiencia como docentes, y además me han servido como fuente continua de ayuda y de consulta a la hora de realizar las prácticas. Pero voy a centrarme ya en la experiencia del Prácticum, que constituye el núcleo de esta reflexión.

2. Breve descripción de la experiencia en el centro de prácticas

Realicé las prácticas en el IES Montevil, ubicado al sureste de Gijón en la confluencia de los barrios de Pumarín, Contrueces y Montevil. En él se imparten enseñanzas de Educación Secundaria Obligatoria y dos modalidades de Bachillerato: de Ciencias y Tecnología y de Humanidades y Ciencias Sociales. En lo referente a idiomas, se imparten enseñanzas de Inglés, Francés y Alemán. Se incluye también Lengua Asturiana. También se desarrolla el programa bilingüe para 4 grupos de la ESO, uno por nivel. El alumnado que acude al centro procede, generalmente, de los barrios cercanos al mismo, por lo que no abundan los alumnos de origen inmigrante. Éstos suelen concentrarse, además, en los grupos de 1º y 2º de ESO, siendo realmente escasa su presencia en cursos superiores.

Asistí por primera vez al instituto el día 10 de enero, y fui recibido por la coordinadora de las prácticas en el centro, por el director y por los tutores, en una reunión inicial sobre los aspectos básicos del centro de prácticas. A partir del segundo día acudí a todas las sesiones en las que impartía docencia mi tutora.

Éstas se repartían entre 2 grupos de 2º de ESO, un grupo de 4º de ESO (Matemáticas A), un grupo de 2º de Bachillerato (Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales), dos grupos de refuerzo de 1º de ESO y un grupo de alumnos de 2º de Bachillerato con Matemáticas pendientes de 1º (a cuyas clases apenas pude asistir por incompatibilidad horaria)

A pesar de que el instituto de prácticas fue el mismo en el que cursé tanto la Educación Secundaria como el Bachillerato, pude observar bastantes cambios en las aulas con respecto a lo que yo recordaba. El índice de suspensos era considerablemente más alto, tanto en Matemáticas como en el resto de asignaturas; un número nada despreciable de alumnos no realizaba las tareas encomendadas; el ruido de los alumnos de 2º de ESO, en ocasiones, casi impedía oír al propio profesor; etc. Quizá fuera el tiempo transcurrido desde que yo estudiaba en ese mismo centro, o tal vez se debiera al hecho de ver las cosas desde el punto de vista del profesor, pero desde luego la clase distaba mucho de lo que inicialmente esperaba encontrar, y por supuesto no tiene nada que ver con el ambiente de la Universidad.

Pocos días más tarde comencé a recorrer el aula resolviendo las dudas de los alumnos. Tras un breve periodo de tiempo empecé a conocerlos mejor, a apreciar la diversidad de alumnado presente en el aula, las relaciones entre compañeros, el “papel” que representa cada miembro del grupo, etc. En uno de los grupos de 2º de ESO había, además, un alumno de necesidades educativas especiales, al que acompañé en alguna de sus clases con la profesora de apoyo, por lo que pude aprender mucho sobre el tratamiento que requiere este tipo de alumnos. Las clases de refuerzo resultaron también de gran utilidad; en ellas pude tratar con alumnos de diferentes problemáticas, en las que era frecuente el alumnado de etnia gitana y de origen inmigrante.

Uno de los aspectos que más me sorprendió, fue la gran desmotivación y falta de interés por parte de los alumnos de 4º de ESO hacia la materia: de una clase de 14 alumnos, únicamente 2 realizaban diariamente las tareas y atendían a las explicaciones de la profesora. Creo que la motivación del alumnado es especialmente importante en este curso, pues implica una decisión sobre la continuación de sus estudios y sobre su futuro laboral. En muchos casos, además, supone la última oportunidad de apreciar la utilidad de las matemáticas, antes de abandonar definitivamente sus estudios en esta materia. En mi opinión, el esfuerzo por fomentar el interés del alumno debe ser especialmente importante en este curso, por ello profundizaré en este tema más adelante.

En cuanto a los alumnos de 2º de Bachillerato creo que, en general, eran buenos estudiantes que se esforzaban en comprender las explicaciones del profesor, por realizar las tareas y en pedir materiales de apoyo cuando los consideraban necesarios. Sin embargo, desde el principio me llamó mucho la

atención la pésima base que tenían en Matemáticas (varios alumnos tenían dificultades incluso para realizar operaciones con fracciones). De hecho, alguno de ellos había tenido problemas para aprobar la asignatura desde casi el inicio de la ESO.

Durante estos primeros días asistí también a reuniones de tutores, reuniones de departamento, claustros, reuniones con el director, con el Consejo Escolar, con la coordinadora de prácticas, con la coordinadora del programa bilingüe... e incluso acompañé a los alumnos de 4º de ESO en una actividad extraescolar. Me facilitaron toda la documentación del centro, y todos los miembros de la Comunidad Educativa mostraron su disposición a colaborar con los alumnos de prácticas. En particular, algunos profesores del Departamento de Matemáticas se ofrecieron a que presenciara sus propias clases, por lo que pude observar a grupos de 1º y de 3º de ESO. Me resultó especialmente interesante asistir a las clases de este último grupo, dado que estaba integrado dentro del programa bilingüe y, además, el profesor utilizaba constantemente la pizarra digital en el desarrollo de las explicaciones y los ejercicios.

He de destacar en este aspecto la excelente organización de las prácticas por parte del centro (reuniones fijadas previamente, documentación, etc.), así como el grado de implicación de todos los profesionales del mismo, en especial de la coordinadora de prácticas, de la tutora y del departamento de Matemáticas en general, que no han dudado en apoyarme siempre que les ha sido posible. También ha sido fundamental la colaboración de los alumnos en el desarrollo de las clases, que paso a detallar a continuación.

2.1. Desarrollo de las unidades didácticas

Tras los primeros días de toma de contacto, expuse la unidad didáctica de Estadística en uno de los grupos de 2º de ESO. Esta experiencia tuvo para mí un gran valor y resultó enormemente útil. A pesar de que el grupo que elegí era bastante “revoltoso” y era necesario pedir silencio con mucha frecuencia, me sentí realmente cómodo desde el primer momento. Los alumnos no tuvieron ningún problema a la hora de preguntarme las dudas que les iban surgiendo, y su interés por participar y colaborar en todo lo posible fue fundamental para el desarrollo de la clase. A lo largo de las explicaciones intenté presentar los contenidos de una forma motivadora para el alumno, a través de “juegos”, como la realización de una encuesta en el aula con las votaciones de todos los alumnos, así como el correspondiente recuento y estudio de datos por los propios alumnos, o el estudio de encuestas reales y noticias actuales. Me habría gustado utilizar materiales didácticos relacionados con las TIC, pero esto fue inviable debido a la falta de recursos en el aula. Asimismo, intenté fomentar todo lo posible la participación del alumnado mediante preguntas de opinión y elección de respuesta, salidas a la

pizarra, etc. Utilicé una gran cantidad de ejemplos cercanos a los alumnos, y también tuve especial cuidado en emplear un lenguaje correcto, claro y que no deje lugar a dudas. Por último, realicé una prueba escrita para evaluar el tema expuesto, en el que los alumnos obtuvieron, por lo general, muy buenos resultados. Creo que las explicaciones se entendieron con bastante claridad y estoy muy satisfecho con el trabajo realizado.

La segunda unidad didáctica la expuse en el grupo 2º de Bachillerato. En este caso repartimos el tema de Álgebra de Matrices a partes iguales entre mi compañera de prácticas y yo, por lo que únicamente impartí la clase durante la mitad del tema. Aunque los alumnos de este curso eran, con diferencia, mucho menos participativos en comparación con los de 2º de ESO, tampoco dudaron en preguntarme siempre que fuese necesario y colaboraron en todo momento cuando era yo quien realizaba las preguntas. En este curso procuré también fomentar la participación del alumnado, en la medida de lo posible, mediante preguntas guiadas para que el alumno obtuviese por sí mismo la solución a un problema, o para que fuese capaz de adelantar las explicaciones del profesor, detallando posteriormente los pasos a realizar. Dada la naturaleza de los contenidos intenté también maximizar las actividades y ejercicios a realizar por el alumnado con el fin de coger soltura con las operaciones. Procuré a su vez ampliar los contenidos mínimos, incluyendo un matiz distinto en cada uno de estos ejercicios (producto nulo de matrices no nulas, potencia de una matriz distinta de la identidad que da como resultado la identidad, etc.). Sin embargo, esta ampliación tuvo como consecuencia un gasto de tiempo excesivo, por lo que, a diferencia de lo ocurrido en la primera unidad didáctica, no pude ajustarme al tiempo previsto. Creo que, en adelante, debería centrarme en los contenidos mínimos presentes en el BOPA y en la programación del Departamento y, en el caso de que fuese posible, ampliar los contenidos al final del tema. Por otro lado, propuse ejercicios de la prueba PAU para la resolución en el aula de las dudas que puedan surgir al resolver los problemas. Todos los alumnos mostraron un gran interés por este tipo de ejercicios.

3. Conclusiones

Tras la experiencia vivida en el IES Montevil, creo que el papel fundamental para que se produzca un aprendizaje significativo lo juega la motivación del propio alumno. Este es, además, el principal punto en contra para los profesores de Matemáticas, debido a su mala fama tan generalizada entre el alumnado. Por ello, creo que nuestro mayor esfuerzo debe dedicarse a fomentar el interés del alumno por la materia, mediante dos estrategias fundamentales:

- Hacer ver a los alumnos que las Matemáticas son útiles, que tienen aplicaciones a la vida real y que están presentes en ella. Se puede buscar su relación con la naturaleza, con el cine, con la arquitectura, etc.

- Presentar los contenidos de una forma entretenida, novedosa y que capte la atención del alumno. Esto se puede llevar a cabo con facilidad a través de las TIC, introduciendo animaciones, programas informáticos que puedan utilizar en su propia casa, escenas de cine, etc.

La innovación propuesta en la programación didáctica que se puede encontrar a continuación está elaborada siguiendo estas mismas ideas.

PARTE II: PROPUESTA DE PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA E INNOVACIÓN EN 4º ESO (OPCIÓN B)

1. Contexto del centro y del grupo

El Instituto de Educación Secundaria está ubicado al SE de Gijón, en una zona con abundantes equipamientos: cuenta con un ambulatorio, centros sociales, hogares de pensionistas, bibliotecas públicas, instalaciones deportivas, equipamientos comerciales, zonas verdes, comunicaciones y amplia cobertura en el sector servicios. Por otra parte, se halla cercano a un centro público que está dotado, entre otros, de biblioteca, salón de actos, instalaciones deportivas, etc. El instituto se encuentra, por tanto, en un entorno urbano.

Este centro consta aproximadamente de 650 alumnos y de 76 profesores, de entre los cuales 46 son mujeres y 30 son hombres. También cuenta con 3 auxiliares administrativos, 3 ordenanzas y 5 operarias de servicios. El alumnado procede, en su mayoría, de su zona de influencia, por lo que la presencia de alumnos inmigrantes es más bien escasa, concentrándose principalmente en los dos primeros cursos de la ESO.

En el instituto se imparten enseñanzas de Educación Secundaria Obligatoria y dos modalidades de Bachillerato: de Ciencias y Tecnología y de Humanidades y Ciencias Sociales. En lo referente a idiomas, se imparten enseñanzas de Inglés, Francés y Alemán. Se incluye también Lengua Asturiana. También se desarrolla el programa bilingüe para 4 grupos de la ESO, uno por nivel.

Además, a lo largo de cada curso se desarrollan una serie de actividades complementarias y extraescolares que por una parte complementan las programaciones de las distintas áreas y por otra propician la formación integral del alumno. Entre las que se suelen realizar se pueden señalar las siguientes: viaje de estudios de los alumnos de 1º de Bachillerato, programas de intercambio con familias de centros de Francia y Alemania, estancia de los alumnos del programa bilingüe en Inglaterra, talleres, asistencias a conciertos y representaciones teatrales, actividades deportivas, convivencias, salidas a la naturaleza, visitas a museos e instalaciones industriales...

El centro participa también en diversos programas institucionales: Asturias en la Red (Programa de las Nuevas Tecnologías de la Información), Comenius, PROA y el programa bilingüe.

En cuanto al edificio propiamente dicho, las aulas disponen de buena acústica y se está intentando dotarlas de ordenadores y de pizarras digitales, si bien por el momento estos recursos sólo están disponibles en los grupos bilingües.

El centro dispone de tres aulas de informática conectadas en red y con conexión a internet, un aula de Música insonorizada, cuatro laboratorios, un

gimnasio y dos pistas deportivas exteriores. También cuenta con un salón de actos con un aforo de algo más de 120 butacas. En él se ha colocado un cañón para la visualización de películas o cualquier otro material multimedia, y tiene un aceptable equipo de megafonía. La biblioteca del centro ocupa una amplia superficie de la planta baja del edificio, tiene unos 80 puestos de lectura y más de 10000 volúmenes. Dispone además de varios ordenadores con conexión a Internet para uso de los alumnos y profesores.

Otros espacios, como la sala de profesores, despachos del equipo directivo, secretaría, etc., son excelentes y totalmente adecuados para sus funciones. Se dispone de dos salas de visitas de padres, de un espacio reservado para el AMPA, un despacho para la coordinadora del PROA y una salita para que se reúnan los profesores del programa bilingüe.

Por último, en el diseño de la programación didáctica de 4º de ESO, he considerado un grupo heterogéneo de aproximadamente 20 alumnos. Cada uno de estos alumnos posee un ritmo de trabajo y de aprendizaje distinto, aunque ninguno presenta graves dificultades ni, por el contrario, altas capacidades, como para ser considerado de necesidades educativas especiales. Recordemos que se trata de un grupo de alumnos que ha elegido cursar la modalidad de Matemáticas B por voluntad propia, por lo que no se trata, en general, de un grupo problemático.

2. Objetivos generales y contribución de la materia a la adquisición de las competencias básicas

2.1. Competencias básicas

Según lo dispuesto en el Decreto 74/2007, de 14 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias:

Se entiende por competencias básicas aquellas que debe haber desarrollado un joven o una joven al finalizar la enseñanza obligatoria para poder lograr su realización personal, ejercer la ciudadanía activa y fomentar el espíritu crítico, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida.

En otras palabras, podemos decir que una competencia básica es la forma en que una persona utiliza todos sus recursos personales (habilidades, actitudes, conocimientos y experiencias) para resolver de forma adecuada una tarea en un contexto definido. Con el logro de dichas competencias el alumno debe, utilizando lo que sabe (saber teórico), demostrar que lo sabe aplicar (saber práctico), y que además sabe ser y estar.

Este mismo Decreto establece ocho competencias básicas:

- Competencia en comunicación lingüística (C1).
- Competencia matemática (C2).
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico (C3).
- Tratamiento de la información y competencia digital (C4).
- Competencia social y ciudadana (C5).
- Competencia cultural y artística (C6).
- Competencia para aprender a aprender (C7).
- Autonomía e iniciativa personal (C8).

Cada una de las competencias básicas se debe alcanzar a través del trabajo en varias materias y, a su vez, cada materia debe contribuir al desarrollo de las diferentes competencias.

2.2. Contribución de la materia a la adquisición de las competencias básicas

Desde las matemáticas hay una aportación clara y determinada para capacitar al alumno en su realización personal, el ejercicio de la ciudadanía activa, la incorporación a la vida adulta y el desarrollo de un aprendizaje permanente a lo largo de la vida. El Anexo II del Decreto 74/2007, de 14 de junio, especifica cuáles serán las aportaciones de la materia a las competencias básicas.

Competencia en comunicación lingüística

Las matemáticas contribuyen a la competencia en comunicación lingüística ya que son concebidas como un área de expresión que utiliza continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas. Por ello, en todas las relaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en particular en la resolución de problemas, adquiere especial importancia la expresión tanto oral como escrita de los procesos realizados y de los razonamientos seguidos, puesto que ayudan a formalizar el pensamiento. El propio lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos y por su gran capacidad para transmitir conjeturas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto.

Competencia matemática

Puede entenderse que todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática, puesto que la capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático, con objeto de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella, forma parte del propio objeto de aprendizaje. Todos los bloques de contenidos están orientados a aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas adecuadas e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para obtener conclusiones, reducir la incertidumbre y para enfrentarse a situaciones cotidianas de diferente grado de complejidad. Conviene señalar que no todas las formas de enseñar matemáticas contribuyen por igual a la adquisición de la competencia matemática: el énfasis en la funcionalidad de los aprendizajes, su utilidad para comprender el mundo que nos rodea o la misma selección de estrategias para la resolución de un problema, determinan la posibilidad real de aplicar las matemáticas a diferentes campos de conocimiento o a distintas situaciones de la vida cotidiana.

Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico

La discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, especialmente con el desarrollo de la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones entre el plano y el espacio, contribuye a profundizar en la competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico. La modelización constituye otro referente en esta misma dirección. Elaborar modelos exige identificar y seleccionar las características relevantes de una situación real, representarla simbólicamente y determinar pautas de comportamiento, regularidades e invariantes a partir de las que poder hacer predicciones sobre la evolución, la precisión y las limitaciones del modelo.

Tratamiento de la información y competencia digital

La incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas contribuye a mejorar la competencia en tratamiento de la información y competencia digital de los estudiantes, del mismo modo que la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar mejor la realidad expresada por los medios de comunicación. No menos importante resulta la interacción entre los distintos tipos de lenguaje: natural, numérico, gráfico, geométrico y algebraico como forma de ligar el tratamiento de la información con la experiencia de los alumnos.

Competencia social y ciudadana

Esta materia contribuye a la competencia social y ciudadana mediante su utilización en la descripción de fenómenos sociales. Las matemáticas, fundamentalmente a través del análisis funcional y de la estadística, aportan criterios científicos para predecir y tomar decisiones. Contribuyen a esta competencia enfocando los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas con espíritu constructivo, lo que permite valorar los puntos de vista ajenos en plano de igualdad con los propios como formas alternativas de abordar una situación.

Competencia cultural y artística

Las matemáticas contribuyen a la competencia cultural y artística porque el mismo conocimiento matemático es expresión universal de la cultura, siendo, en particular, la geometría parte integral de la expresión artística de la humanidad al ofrecer medios para describir y comprender el mundo que nos rodea y apreciar la belleza de las estructuras que ha creado. Cultivar la sensibilidad y la creatividad, el pensamiento divergente, la autonomía y el apasionamiento estético son objetivos de esta materia.

Competencia para aprender a aprender

Las técnicas heurísticas que desarrolla constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento y consolida la adquisición de destrezas involucradas en la competencia de aprender a aprender tales como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.

Autonomía e iniciativa personal

Los propios procesos de resolución de problemas contribuyen de forma especial a fomentar la autonomía e iniciativa personal porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y contribuyen a convivir con la incertidumbre controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones.

2.3. Objetivos generales de la etapa (ESO)

En el Decreto 74/2007, de 14 de junio, Capítulo I, Artículo 4, se concretan los objetivos que deberá alcanzar el alumnado, asumiendo que la educación secundaria obligatoria contribuirá a desarrollar en los alumnos y las alumnas las capacidades que les permitan:

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.

j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.

k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.

l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación, desarrollando la sensibilidad estética y la capacidad para disfrutar de las obras y manifestaciones artísticas.

k) Conocer y valorar los rasgos del patrimonio lingüístico, cultural, histórico y artístico de Asturias, participar en su conservación y mejora y respetar la diversidad lingüística y cultural como derecho de los pueblos e individuos, desarrollando actitudes de interés y respeto hacia el ejercicio de este derecho.

2.4. Objetivos generales de las Matemáticas en la ESO

En el Anexo II al Decreto 74/2007, de 14 de junio, que regula la ordenación y establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias, se establece que la enseñanza de las Matemáticas en esta etapa tendrá como objetivo el desarrollo de las siguientes capacidades:

1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.

2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.

3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.

4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, y otros) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que

desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

5. Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.

6. Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores y otros) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.

7. Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.

8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado, que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.

10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.

11. Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

3. Secuenciación de los contenidos por unidades didácticas

La distribución de los contenidos se ha llevado a cabo teniendo en cuenta, en mayor o menor medida, los siguientes criterios:

- La estructura interna de las Matemáticas.
- Dificultad de los propios contenidos.
- Momento del curso en que se desarrollan los contenidos.
- Coordinación con otras materias.

En base a estos criterios se divide la asignatura en 5 grandes bloques, divididos a su vez en distintas unidades didácticas:

Aritmética

Números reales

Potencias y radicales

Álgebra

Polinomios y fracciones algebraicas

Ecuaciones e inecuaciones

Sistemas de ecuaciones e inecuaciones

Geometría

Semejanza

Trigonometría

Análisis

Vectores y rectas

Estudio de funciones

Tipos de funciones

Estadística y probabilidad

Estadística

Combinatoria

Probabilidad

A continuación se detallan los contenidos, objetivos, criterios de evaluación y contribución a la adquisición de competencias básicas por unidades didácticas. De entre los criterios de evaluación, se consideran mínimos exigibles los indicados con el símbolo “●”, que el alumnado deberá alcanzar para conseguir superar la asignatura y obtener una evaluación positiva. Éstos serán evaluados tanto durante la evaluación continua como en pruebas escritas.

Unidad Didáctica 1: Números reales	
Distribución temporal: 5 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de número racional, irracional y real. • Determinación de los conjuntos numéricos a los que pertenece un número. • Clasificación de números decimales en exactos, periódicos puros y periódicos mixtos. • Obtención de la expresión decimal de una fracción. • Definición y cálculo de la fracción generatriz. • Relaciones de orden en \mathbb{R}. Ordenación y representación de números reales en la recta real. • Propiedades de los números reales. • Expresión y representación de intervalos de números reales. • Definición de aproximación por exceso y por defecto. Truncamiento y redondeo. • Definición y cálculo de error absoluto, error relativo y cota de error. • Uso de la calculadora para realizar aproximaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Definir número real, irracional y real. • Clasificar distintos tipos de números (irracionales, decimales periódicos puros,...). • Definir fracción generatriz. • Calcular la expresión decimal a partir de una fracción y viceversa. • Representar números reales e intervalos en la recta real. • Expresar intervalos de números reales. • Utilizar las propiedades de los números reales. • Aproximar números decimales por exceso y por defecto, así como por redondeo y por truncamiento, hasta un orden dado. • Hallar el error absoluto, el error relativo y una cota de error razonable de una aproximación. • Obtener aproximaciones con la calculadora. • Incorporar, al lenguaje y formas comunes de argumentación, la forma de expresión numérica, con el fin de mejorar su comunicación en precisión, e incluyendo ya un cierto rigor.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Distinguir los distintos conjuntos numéricos y reconocer aquellos a los que pertenece un número. ○ Construir números irracionales. • Dar ejemplos de números irracionales conocidos (π, Φ, $\sqrt{2}$...). • Calcular la expresión decimal de un 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar críticamente información proveniente de diversos contextos que contenga distintos tipos de números, y relacionarlos eligiendo la representación más adecuada. (C2, C7, C8) • Reconocer y calcular el resultado de determinadas operaciones básicas con

<p>número racional dado en forma de fracción.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hallar la fracción generatriz de un número racional. • Realizar ordenaciones y representaciones de números reales e intervalos en la recta real, empleando la nomenclatura adecuada para expresarlos. • Operar correctamente con números reales utilizando las propiedades de dichos números. • Realizar adecuadamente aproximaciones por exceso y por defecto de números reales, así como redondeos. <ul style="list-style-type: none"> ○ Truncar correctamente cualquier número real. • Determinar el error absoluto y relativo de una aproximación, así como una cota de error. <ul style="list-style-type: none"> ○ Usar la calculadora para obtener aproximaciones. • Interpretar y transmitir información, identificando y empleando los distintos tipos de números reales. <ul style="list-style-type: none"> ○ Resolver problemas con más de una solución y representar los resultados mediante intervalos de la recta real. 	<p>números utilizando la calculadora como herramienta de cálculo. (C2, C4)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Emplear correctamente el lenguaje matemático de forma oral y escrita. (C1, C2) • Utilizar, de forma autónoma y razonada, diferentes estrategias para abordar los problemas, planificando el proceso de resolución, desarrollándolo y mostrando confianza en las propias capacidades. (C1, C7, C8) • Comprender que en la representación de un número se comete siempre un error. (C2, C3)
---	--

Unidad Didáctica 2: Potencias y radicales	
Distribución temporal: 7 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Potencias de base real y exponente entero. Propiedades. • Expresión de un número en notación científica. • Uso de la notación científica en la calculadora. • Operaciones con notación científica. • Radicales. Concepto de raíz n-ésima. Partes de un radical. • Potencias de exponente fraccionario. • Definición de radicales equivalentes. • Operaciones con radicales. • Definición de radicales semejantes. • Concepto de racionalización. • Racionalización de fracciones con un radical o con un binomio en el denominador. 	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular potencias de exponente entero. • Operar con potencias de base real y exponente entero, con radicales y con notación científica, aplicando correctamente las propiedades. • Expresar números en notación científica. • Introducir notación científica en la calculadora. • Reconocer las distintas partes de un radical y su significado. • Calcular e interpretar el valor numérico de un radical. • Expresar un radical como potencia de exponente fraccionario y viceversa. • Obtener radicales equivalentes a uno dado. • Reconocer radicales semejantes. • Racionalizar expresiones con raíces en el denominador.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Obtener el valor numérico de potencias de exponente entero y radicales. • Realizar adecuadamente operaciones con potencias de base real y exponente entero, con radicales y con notación científica. • Utilizar la notación científica para la representación de números muy grandes o muy pequeños, así como de las operaciones que con ellos puedan realizarse en problemas prácticos. ○ Manejar la calculadora o programas 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar críticamente información proveniente de diversos contextos que contenga distintos tipos de números, y relacionarlos eligiendo la representación más adecuada. (C2, C7, C8) • Reconocer y calcular el resultado de determinadas operaciones básicas con números, decidiendo si es necesario dar una respuesta exacta o aproximada y aplicando un modo de cálculo adecuado (mental, calculadora, etc.). (C2, C4, C8)

<p>informáticos sencillos para la realización de cálculos con notación científica y para valorar los resultados obtenidos en la resolución de los problemas.</p> <ul style="list-style-type: none">• Reconocer las partes de un radical.• Calcular radicales equivalentes y semejantes a partir de uno dado.• Expresar un radical como potencia de exponente fraccionario y viceversa.○ Utilizar potencias de exponente fraccionario para realizar cálculos con radicales.• Racionalizar expresiones con raíces en el denominador.○ Resolver problemas eligiendo la forma de cálculo más adecuada, aplicando las potencias y los radicales, y dando la solución, exacta o aproximada, según la exigencia del contexto de partida.	<ul style="list-style-type: none">• Aplicar el razonamiento deductivo e inductivo en contextos numéricos. (C2, C7, C8)
--	--

Unidad Didáctica 3: Polinomios y fracciones algebraicas	
Distribución temporal: 9 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de polinomio, grado de un polinomio y término independiente. • Cálculo del valor numérico de un polinomio. • Operaciones básicas (suma, resta, producto y división) con polinomios. • Potencias de polinomios. Uso del triángulo de Tartaglia para calcular potencias de binomios. • Identidades notables. • Aplicación de la regla de Ruffini para dividir un polinomio entre el binomio $(x - a)$. • Teorema del resto. Enunciado y aplicación. • Definición de raíz de un polinomio. Propiedades de las raíces. • Obtención de las raíces enteras de un polinomio a partir de los divisores del término independiente. • Cálculo de las raíces enteras de un polinomio mediante el teorema del resto. • Concepto de divisor de un polinomio y de polinomio irreducible. Factorización de polinomios. • Definición de fracción algebraica y fracciones equivalentes. • Simplificación y operaciones con fracciones algebraicas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular el valor numérico de un polinomio. • Realizar operaciones básicas con polinomios. • Calcular potencias de polinomios. • Reconocer las identidades notables. • Hallar la potencia de un binomio utilizando el triángulo de Tartaglia. • Aplicar la regla de Ruffini para realizar la división de un polinomio entre el binomio $(x - a)$. • Utilizar el teorema del resto para hallar el valor numérico de un polinomio y encontrar sus raíces enteras. • Obtener las raíces enteras de un polinomio a partir de los divisores del término independiente. • Factorizar un polinomio. • Identificar y simplificar fracciones algebraicas. • Realizar operaciones con fracciones algebraicas.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Calcular el valor numérico de un polinomio. • Realizar operaciones básicas con polinomios. 	<ul style="list-style-type: none"> • Representar relaciones y patrones numéricos mediante expresiones algebraicas sencillas. (C1, C2) • Utilizar, de manera comprensiva, el

<ul style="list-style-type: none"> • Calcular potencias de polinomios. • Reconocer las identidades notables. ○ Usar el triángulo de Tartaglia para calcular la potencia de un binomio. • Averiguar, mediante el teorema del resto, si un polinomio es divisible por $(x - a)$. • Utilizar la regla de Ruffini para realizar la división de un polinomio entre el binomio $(x - a)$. • Aplicar el teorema del resto para encontrar el valor numérico y las raíces de un polinomio. • Obtener las raíces enteras de un polinomio a partir de los divisores del término independiente. • Factorizar un polinomio. • Operar con fracciones algebraicas. ○ Realizar operaciones con fracciones algebraicas, simplificando el resultado. ○ Traducir situaciones de la realidad cotidiana y de otras materias a modelos algebraicos y, a través de dichos modelos, resolver problemas asociados a estas situaciones. 	<p>lenguaje algebraico para expresar situaciones, y relacionar este lenguaje con otros como el lenguaje gráfico, tabular, descriptivo, etc. (C1, C2)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conocer, valorar y utilizar sistemáticamente conductas asociadas a la actividad matemática, como el orden, contraste, precisión y revisión sistemática y crítica de los resultados. (C2, C7, C8) • Utilizar el lenguaje algebraico para traducir situaciones de la vida cotidiana y de otras materias, y resolver problemas asociados a estas situaciones. (C1, C2, C3, C5)
--	---

Unidad Didáctica 4: Ecuaciones e inecuaciones	
Distribución temporal: 10 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Elementos de una ecuación y concepto de solución. • Ecuaciones de primer y segundo grado. Fórmula de la solución general. • Concepto de discriminante de una ecuación de segundo grado. Clasificación de dichas ecuaciones en función del número de soluciones. • Resolución de ecuaciones con fracciones algebraicas, factorizadas, bicuadradas y con radicales. • Uso de la calculadora para resolver ecuaciones. • Resolución de inecuaciones con una incógnita y representación del conjunto solución. • Identificación de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas y obtención gráfica de su solución. • Resolución de problemas reales con ecuaciones e inecuaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Distinguir los distintos elementos de una ecuación. • Resolver ecuaciones de primer y segundo grado. • Clasificar ecuaciones de segundo grado en función del número de soluciones. • Resolver ecuaciones con fracciones algebraicas, factorizadas, bicuadradas y con radicales. • Reconocer las inecuaciones de primer grado con una incógnita, resolverlas y representar el conjunto solución. • Identificar las inecuaciones de primer grado con dos incógnitas y representar el conjunto solución. • Aplicar las ecuaciones e inecuaciones a la resolución de problemas reales. • Resolver ecuaciones con calculadora como medio de comprobación de las soluciones obtenidas.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Distinguir los distintos elementos de una ecuación. • Resolver y clasificar ecuaciones de primer y segundo grado. • Determinar el número de soluciones de una ecuación de segundo grado por su discriminante. • Resolver ecuaciones con fracciones algebraicas, factorizadas, bicuadradas y con radicales. • Resolver inecuaciones de primer grado con una incógnita y representar 	<ul style="list-style-type: none"> • Usar el método de resolución de ecuaciones e inecuaciones aplicando los algoritmos correspondientes. (C2, C7, C8) • Utilizar, de forma autónoma y razonada, diferentes estrategias para abordar los problemas, planificando el proceso de resolución, desarrollándolo y mostrando seguridad y confianza en las propias capacidades. (C1, C7, C8) • Aplicar el razonamiento deductivo e inductivo en contextos numéricos y

<p>el conjunto solución.</p> <ul style="list-style-type: none">• Resolver problemas de enunciado mediante ecuaciones de primer y segundo grado e inecuaciones de primer grado, facilitando las soluciones de forma clara y relacionándolas con el enunciado.• Reconocer inecuaciones de primer grado con dos incógnitas, obtener soluciones particulares de ellas y representar el conjunto solución.○ Resolver ecuaciones de grado superior a dos utilizando las técnicas de factorización.○ Comprobar y discutir las soluciones encontradas al resolver sistemas y problemas.• Expresar en lenguaje algebraico un enunciado dado en lenguaje habitual.○ Plantear y resolver problemas reales utilizando ecuaciones e inecuaciones.○ Resolver ecuaciones con calculadora como medio de comprobación de las soluciones obtenidas.	<p>alfanuméricos. (C2, C7, C8)</p> <ul style="list-style-type: none">• Utilizar el lenguaje algebraico para traducir situaciones de la vida cotidiana y de otras materias, y resolver problemas asociados a estas situaciones. (C1, C2, C3, C5)• Resolver ecuaciones con calculadora como medio de comprobación de las soluciones obtenidas. (C2, C4)
---	--

Unidad Didáctica 5: Sistemas de ecuaciones e inecuaciones	
Distribución temporal: 8 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Ecuación lineal con dos incógnitas. Definición y concepto de solución. • Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Definición y concepto de solución del sistema. • Clasificación de sistemas en función del número de soluciones. • Métodos de resolución de sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas: sustitución, igualación y reducción. • Determinación gráfica de las soluciones de un sistema. • Definición de sistema de ecuaciones no lineales. • Resolución de sistemas de dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas. • Resolución de sistemas de dos inecuaciones de primer grado con una incógnita y representación del conjunto solución. 	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar las soluciones de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas gráficamente y mediante los métodos de sustitución, igualación y reducción. • Clasificar sistemas lineales según el número de soluciones. • Resolver sistemas de dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas. • Resolver sistemas de dos inecuaciones de primer grado con una incógnita y representar del conjunto solución. • Aplicar los sistemas de ecuaciones e inecuaciones a la resolución de problemas.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Resolver sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, tanto gráficamente como por los métodos de sustitución, igualación y reducción. • Clasificar, según su número de soluciones, un sistema de ecuaciones lineales. • Resolver sistemas de ecuaciones no lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas. ○ Resolver sistemas de ecuaciones de 	<ul style="list-style-type: none"> • Usar el método analítico de resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones e inecuaciones, aplicando con destreza los algoritmos de resolución. (C2, C7, C8) • Utilizar, de forma autónoma y razonada, diferentes estrategias para abordar los problemas, planificando el proceso de resolución, desarrollándolo y mostrando seguridad y confianza en las propias capacidades. (C1, C7, C8) • Aplicar el razonamiento deductivo e

<p>segundo grado sencillas.</p> <ul style="list-style-type: none">• Resolver sistemas de inecuaciones de dos inecuaciones de primer grado con una incógnita, y representar el conjunto solución.• Resolver problemas de enunciado que requieran plantear un sistema de ecuaciones o inecuaciones, facilitando las soluciones de forma clara y relacionándolas con el enunciado.○ Plantear y resolver problemas reales con sistemas de ecuaciones e inecuaciones.• Expresar en lenguaje algebraico un enunciado dado en lenguaje habitual.○ Comprobar y discutir las soluciones encontradas al resolver sistemas y problemas.	<p>inductivo en contextos numéricos y alfanuméricos. (C2, C7, C8)</p> <ul style="list-style-type: none">• Utilizar el lenguaje algebraico para traducir situaciones de la vida cotidiana y de otras materias, y resolver problemas asociados a estas situaciones. (C1, C2, C3, C5)
--	--

Unidad Didáctica 6: Semejanza	
Distribución temporal: 5 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de semejanza y razón de semejanza. • Criterios de semejanza de triángulos. • Resolución de problemas de semejanza de triángulos aplicando los criterios de semejanza. • Teorema de Tales. Enunciado y aplicaciones: teorema del cateto y teorema de la altura. • Cálculo de la razón de semejanza de dos figuras. • Obtención de figuras semejantes a una figura dada. • Cálculo de perímetros, áreas y volúmenes de figuras semejantes mediante su razón de semejanza. • Aplicación de la razón de los perímetros, las áreas y los volúmenes de dos figuras semejantes en la resolución de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer figuras semejantes. • Conocer los criterios de semejanza de triángulos. • Aplicar los criterios para determinar la semejanza de triángulos. • Formular y aplicar el teorema de Tales en diversos contextos. • Calcular la razón de semejanza de dos figuras. • Encontrar figuras semejantes a una figura dada. • Construir figuras semejantes. • Estudiar el comportamiento de la razón de semejanza entre las superficies o los volúmenes de figuras semejantes. • Hallar perímetros, áreas y volúmenes de figuras semejantes haciendo uso de su razón de semejanza. • Resolver problemas reales de semejanza de figuras planas.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer figuras semejantes y calcular su razón de semejanza. • Enunciar los criterios de semejanza de triángulos. • Resolver problemas de semejanza de triángulos aplicando los criterios de semejanza. • Enunciar el teorema de Tales y aplicarlo en distintos contextos. • Obtener figuras semejantes a una figura dada con una razón prefijada. ○ Construir figuras semejantes. • Relacionar la razón de semejanza de 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar, analizar, describir y construir, con precisión y destreza, transformaciones geométricas de figuras planas presentes en el medio social y natural, y utilizar las propiedades geométricas asociadas a las mismas en las situaciones requeridas. (C1, C2, C3, C5, C6) • Identificar relaciones de proporcionalidad geométrica y utilizarlas para resolver problemas. (C2, C3, C7, C8) • Aplicar el razonamiento deductivo e inductivo en contextos geométricos.

<p>figuras semejantes con la razón de sus perímetros, áreas o volúmenes.</p> <ul style="list-style-type: none">• Calcular perímetros, áreas y volúmenes de figuras semejantes haciendo uso de su razón de semejanza.• Utilizar los conocimientos de semejanza en la resolución de problemas reales.○ Realizar mediciones en el entorno, utilizando los instrumentos de medida disponibles, para obtener, mediante cálculos adecuados, perímetros, áreas y volúmenes, observando la relación que existe entre ellos.○ Utilizar herramientas informáticas para construir figuras semejantes.	<p>(C2, C7, C8)</p> <ul style="list-style-type: none">• Utilizar herramientas informáticas para construir figuras semejantes. (C2, C4)
---	--

Unidad Didáctica 7: Trigonometría	
Distribución temporal: 9 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de radián. • Equivalencia entre radianes y grados sexagesimales. • Razones trigonométricas de un ángulo agudo. • Cálculo de las razones trigonométricas a partir de los datos en distintos contextos. • Uso de la calculadora para hallar el seno, el coseno y la tangente de un ángulo. • Relaciones fundamentales entre las razones trigonométricas de un ángulo. • Relaciones entre las razones trigonométricas de los ángulos complementarios, suplementarios y opuestos. • Utilización de la circunferencia goniométrica. Determinación del signo de razones trigonométricas de un ángulo en función del cuadrante en el que se encuentre. • Resolución de triángulos rectángulos, conocidos dos de sus lados, o un lado y un ángulo agudo. • Cálculo del área de un triángulo, conocidos dos de sus lados y el ángulo comprendido entre ellos. • Utilización de la trigonometría para la resolución de problemas geométricos reales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar la conversión de grados sexagesimales en radianes, y viceversa. • Operar correctamente con ambas unidades de medida. • Distinguir y determinar las razones trigonométricas de un ángulo agudo, tanto haciendo uso de la calculadora como sin ella. • Calcular con fluidez las razones trigonométricas de ángulos utilizados habitualmente (30°, 45°, 60°, $90^\circ \dots$), así como su expresión en radianes. • Utilizar las relaciones fundamentales de la trigonometría. • Hallar las razones trigonométricas de un ángulo dado a partir de una de ellas. • Utilizar las relaciones entre las razones trigonométricas de los ángulos complementarios, suplementarios y opuestos. • Determinar el signo de las relaciones trigonométricas de un ángulo en función del cuadrante en el que se encuentre. • Calcular los lados y ángulos de un triángulo rectángulo conociendo dos de sus lados, o un lado y un ángulo. • Aplicar la trigonometría en la resolución de problemas reales.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Realizar el cambio de radianes a grados sexagesimales, y viceversa. • Operar correctamente, con y sin 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar instrumentos, técnicas y fórmulas para calcular las razones trigonométricas de cualquier ángulo.

<p>calculadora, con medidas de ángulos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diferenciar y determinar las razones trigonométricas de un ángulo agudo, con y sin calculadora. • Hallar con fluidez las razones trigonométricas de ángulos utilizados habitualmente, así como su expresión en radianes. • Utilizar correctamente las relaciones fundamentales de la trigonometría. ○ Hallar las razones trigonométricas de un ángulo dado a partir de una de ellas. ○ Utilizar adecuadamente las relaciones entre las razones trigonométricas de los ángulos complementarios, suplementarios y opuestos. • Determinar el signo de las relaciones trigonométricas de un ángulo en función del cuadrante en el que se encuentre. • Calcular los lados y ángulos de un triángulo rectángulo conociendo dos de sus lados, o un lado y un ángulo. • Aplicar la trigonometría en la resolución de problemas reales. ○ Utilizar las relaciones entre las razones trigonométricas para simplificar expresiones y comprobar identidades de naturaleza trigonométrica. 	<p>(C2, C7, C8)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas, individualmente y en grupo, que requieran el uso de razones trigonométricas. (C2, C5, C7, C8) • Conocer, valorar y utilizar sistemáticamente conductas asociadas a la actividad matemática, como el orden, contraste, precisión y revisión sistemática y crítica de los resultados. (C2, C7, C8) • Calcular el resultado de determinadas operaciones básicas de trigonometría utilizando la calculadora como herramienta de cálculo. (C2, C4) • Aplicar la trigonometría en la resolución de problemas reales. (C2, C3, C6)
---	--

Unidad Didáctica 8: Vectores y rectas	
Distribución temporal: 8 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Definición y elementos de un vector: dirección, módulo, sentido y coordenadas. • Determinación de las características de un vector en el plano (dirección, módulo, sentido y componentes) y representación gráfica. • Definición de vectores equivalentes. • Cálculo, de forma gráfica y analítica, de sumas y restas de vectores, del producto de un vector por un número y de la traslación de un punto por un vector. • Obtención de la ecuación vectorial y de las ecuaciones paramétricas de una recta, dados dos puntos. • Determinación de la ecuación continua de una recta. • Cálculo de la ecuación explícita y de la ecuación punto-pendiente de una recta. • Ecuación general de una recta. • Determinación de la posición relativa de dos rectas en el plano. 	<ul style="list-style-type: none"> • Obtener las coordenadas de un vector a partir de las coordenadas de los puntos origen y extremo. • Calcular el módulo de un vector dadas sus coordenadas. • Hallar, gráfica y analíticamente, sumas y restas de vectores, el producto de un vector por un número y la traslación de un punto por un vector. • Reconocer y calcular las diferentes ecuaciones con las que se puede expresar una recta. • Determinar la posición de dos rectas en el plano.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Obtener las coordenadas de un vector a partir de las coordenadas de los puntos origen y extremo, y calcular con ellas el módulo del vector. • Hallar, gráfica y analíticamente, sumas y restas de vectores, el producto de un vector por un número y la traslación de un punto por un vector. • Reconocer las diferentes ecuaciones 	<ul style="list-style-type: none"> • Representar relaciones geométricas y vectoriales, proponiendo, utilizando y manipulando con fluidez expresiones algebraicas sencillas. (C1, C2, C7, C8) • Utilizar instrumentos, técnicas y fórmulas, individual y grupalmente, para determinar posiciones relativas de rectas. (C2, C5, C7) • Aplicar el razonamiento deductivo e inductivo en contextos geométricos.

<p>con las que se puede expresar una recta.</p> <ul style="list-style-type: none">• Calcular la ecuación vectorial y las ecuaciones paramétricas de una recta dados dos puntos.• Calcular las ecuaciones paramétricas y la ecuación continua de una recta a partir de la ecuación vectorial.• Calcular la ecuación explícita de una recta a partir de la ecuación continua.• Calcular la ecuación punto-pendiente de una recta a partir de la ecuación explícita.• Calcular la ecuación general de una recta.• Distinguir si un punto pertenece o no a una recta.• Determinar la posición de dos rectas en el plano.○ Relacionar los conocimientos adquiridos para la resolución de sistemas de ecuaciones con la determinación de las posiciones relativas de dos rectas.○ Extraer toda la información que proporciona la ecuación de una recta.	<p>(C2, C7, C8)</p>
---	---------------------

Unidad Didáctica 9: Estudio de funciones	
Distribución temporal: 6 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Concepto y elementos de una función: variable dependiente e independiente, dominio y recorrido. • Obtención del dominio y el recorrido de una función. • Cálculo de imágenes de una función y puntos de corte con los ejes. • Estudio de la continuidad de una función. • Análisis de la monotonía y detección de máximos y mínimos. • Determinación de las simetrías de una función respecto del eje Y o respecto del origen, y reconocimiento de si es par o impar. • Análisis de la periodicidad de una función. • Representación y análisis de funciones definidas a trozos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Expresar una función de diferentes formas: tablas, gráficas, etc. • Obtener la gráfica de una función a partir de la tabla, y viceversa. • Calcular tanto el dominio como el recorrido de una función, dada su gráfica o su expresión algebraica. • Hallar imágenes y puntos de corte con los ejes de una función. • Estudiar la continuidad de una función y, en su caso, los puntos de discontinuidad. • Determinar el crecimiento o decrecimiento de una función, sus máximos y mínimos, simetrías y periodicidad, identificando, en su caso, el periodo. • Representar y analizar funciones definidas a trozos.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Hallar la gráfica de una función a partir de la tabla, y viceversa. • Obtener el dominio y el recorrido de una función a partir de su gráfica. ○ Obtener el dominio y el recorrido de una función a partir de su expresión algebraica. • Calcular imágenes de una función, así como los puntos de corte con los ejes de coordenadas. • Determinar si una función es o no continua en un punto. • Determinar el crecimiento o decrecimiento de una función, así como los máximos y mínimos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar e interpretar relaciones funcionales expresadas en distintas formas (verbal, tabular, gráfica y algebraica), realizando transformaciones entre estas formas de representación. (C1, C2, C7, C8) • Utilizar el lenguaje algebraico para expresar situaciones problemáticas basadas en situaciones con contexto real y relacionar esta forma expresiva con otras. (C1, C2, C3) • Valorar e integrarse en el trabajo en grupo para la realización de actividades de diversos tipos, como base del aprendizaje matemático y de

<ul style="list-style-type: none">• Distinguir simetrías respecto del eje Y o del origen de una función, identificar si es par o impar y reconocer si es periódica.• Representar funciones definidas a trozos.• Leer e interpretar gráficas de funciones basadas en situaciones con contexto real.	la formación de la autoestima. (C2, C5, C7, C8)
--	---

Unidad Didáctica 10: Tipos de funciones	
Distribución temporal: 15 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Funciones polinómicas de primer grado: rectas. Fórmula general y elementos: pendiente y ordenada en el origen. • Funciones polinómicas de segundo grado: parábolas. Fórmula general y elementos: vértice, eje de simetría y ramas. • Identificación de los elementos fundamentales de una parábola: vértice y eje de simetría. • Estudio de las características de una función polinómica de segundo grado: dominio, recorrido, puntos de corte, crecimiento y decrecimiento.. • Representación gráfica de una función polinómica de segundo grado, $y = ax^2 + bx + c$, a partir del estudio de sus elementos y características o mediante traslaciones de la función $y = ax^2$. • Funciones de proporcionalidad inversa: hipérbolas. Fórmula general y propiedades. Representación. • Resolución de problemas donde aparezcan funciones de proporcionalidad inversa. • Funciones racionales. Fórmula general. • Representación de una función racional mediante transformaciones de la gráfica de la función $y = \frac{k}{x}$. • Funciones exponenciales. Definición y propiedades. Funciones $y = a^x$, $y = a^x + b$ e $y = a^{x+b}$. 	<ul style="list-style-type: none"> • Distinguir las funciones polinómicas por su grado. • Identificar los elementos principales de una parábola. • Realizar el estudio de las características de una función polinómica de segundo grado: dominio, puntos de corte... • Representar gráficamente una función polinómica de segundo grado a partir de traslaciones de la gráfica de la función $y = ax^2$. • Representar gráficamente y analizar cualquier tipo de parábola a partir del estudio de sus características. • Reconocer funciones de proporcionalidad inversa y obtener sus gráficas, a partir de una tabla o de su expresión algebraica. • Resolver problemas donde aparezcan funciones de proporcionalidad inversa. • Reconocer funciones racionales y representarlas gráficamente, mediante transformaciones de la gráfica de la función $y = \frac{k}{x}$. • Interpretar y representar funciones exponenciales del tipo $y = a^x$ e $y = a^{kx}$ con $a > 0$, $a \neq 1$ y $k \neq 0$. • Interpretar y representar funciones exponenciales del tipo $y = a^x + b$ e $y = a^{x+b}$, como una traslación vertical y una traslación horizontal de $y = a^x$ respectivamente (con $a > 0$, $a \neq 1$). • Aplicar la fórmula del interés compuesto a la resolución de

<ul style="list-style-type: none"> • Interpretación y representación de la función exponencial. • Aplicaciones de las funciones exponenciales a la resolución de problemas de la vida cotidiana: interés compuesto. • Logaritmos. Definición y propiedades. • Operaciones con logaritmos en distintas bases. Uso de las propiedades de los logaritmos para resolver problemas. • Función logarítmica. Definición y propiedades. Funciones $y = \log_a x$, $y = \log_a x + b$ e $y = \log_a(x + b)$. • Interpretación y representación de la función logarítmica. • Relación entre funciones exponenciales y logarítmicas. • Operaciones con funciones exponenciales y logarítmicas. 	<p>problemas reales.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Operar con logaritmos en distintas bases. • Interpretar y representar una función logarítmica de la forma $y = \log_a x$. • Interpretar y representar funciones logarítmicas de la forma $y = \log_a x + b$ e $y = \log_a(x + b)$ como una traslación vertical y una traslación horizontal de la función $y = \log_a x$ respectivamente. • Identificar la función logarítmica como función inversa de la función exponencial. • Operar con funciones exponenciales y logarítmicas. • Aplicar las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas en la resolución de problemas.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Estudiar las características de una función polinómica de segundo grado: dominio, puntos de corte... • Representar gráficamente una función polinómica de segundo grado a partir del estudio de sus características. ○ Representar gráficamente una función polinómica de segundo grado mediante traslaciones de la función $y = ax^2$. • Reconocer y representar gráficamente funciones de proporcionalidad inversa. • Resolver problemas donde aparezcan funciones de proporcionalidad inversa. ○ Determinar las asíntotas de una función de proporcionalidad inversa. 	<ul style="list-style-type: none"> • Representar y analizar relaciones funcionales sencillas utilizando las técnicas de lápiz y papel, o la calculadora u ordenador. (C1, C2, C4, C7, C8) • Utilizar el lenguaje algebraico para expresar situaciones problemáticas basadas en situaciones con contexto real y relacionar esta forma expresiva con otras. (C1, C2, C3) • Conocer, valorar y utilizar sistemáticamente conductas asociadas a la actividad matemática, tales como el orden, contraste, precisión y recisión sistemática y crítica de los resultados. (C2, C7, C8)

<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer una función racional, dada su expresión algebraica o su representación gráfica. • Representar gráficamente funciones racionales mediante transformaciones de la gráfica de la función $y = \frac{k}{x}$. • Reconocer las expresiones algebraicas y las gráficas de las funciones exponenciales. • Interpretar y representar las gráficas de las funciones exponenciales. • Aplicar la fórmula del interés compuesto a la resolución de problemas reales. • Calcular el logaritmo de un número y operar con logaritmos en distintas bases. • Interpretar y representar las gráficas de las funciones logarítmicas. • Operar con funciones exponenciales y logarítmicas. • Aplicar las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas en la resolución de problemas. ○ Representar la gráfica de las funciones $f(x) + k$ o $f(x + k)$ a partir de la gráfica de una función $f(x)$ cualquiera. ○ Utilizar la calculadora y medios informáticos para la construcción de tablas de valores en funciones de proporcionalidad inversa, exponenciales y logarítmicas, con objeto de facilitar su estudio. • Extraer y expresar, verbalmente o por escrito, conclusiones razonables sobre un fenómeno asociado a una función, dada en forma algebraica, tabla o gráfica. 	
---	--

Unidad Didáctica 11: Estadística	
Distribución temporal: 9 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Conceptos de población, muestra, individuo, tamaño de la población o muestra y variable estadística. • Clasificación de variables estadísticas. • Frecuencias absolutas y relativas, simples y acumuladas. Definición, cálculo y organización en tablas de frecuencias. • Interpretación de gráficos estadísticos: diagrama de barras, histograma, polígono de frecuencias y diagrama de sectores. • Cálculo de las medidas de centralización: media, mediana y moda. • Obtención de las medidas de posición: cuartiles y percentiles. • Determinación de las medidas de dispersión: rango, desviación media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar la población, muestra y variable de un estudio estadístico. • Clasificar variables estadísticas en cualitativas, cuantitativas discretas y cuantitativas continuas. • Agrupar datos en intervalos o clases, eligiendo razonadamente el número y amplitud de los mismos. • Calcular las distintas frecuencias y ordenarlas en forma de tabla. • Diferenciar y representar gráficos estadísticos. • Utilizar el gráfico más adecuado en función de la variable estudiada. • Calcular las medidas de centralización. • Hallar las medidas de posición. • Obtener las medidas de dispersión. • Analizar conjuntamente las medidas estadísticas en estudios reales. • Obtener conclusiones sencillas, lo más precisas posible, de representaciones numéricas y gráficas. • Utilizar la calculadora científica para obtener medidas de centralización y dispersión. • Reconocer datos estadísticos, gráficos, cálculos, etc., en los distintos medios de comunicación, sobre temas de actualidad para formar criterios propios de análisis crítico. • Utilizar correctamente el lenguaje estadístico.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar la población, muestra y variable de un estudio estadístico. 	<ul style="list-style-type: none"> • Emplear correctamente el lenguaje matemático de forma oral y escrita.

<ul style="list-style-type: none"> • Clasificar las distintas variables estadísticas. • Agrupar datos en intervalos o clases, eligiendo razonadamente el número y amplitud de los mismos. • Interpretar y construir tablas de frecuencias. • Representar los datos mediante gráficos, utilizando en cada caso el gráfico más conveniente en función de la variable estudiada. • Obtener las medidas de posición de un conjunto de datos. • Hallar, con y sin calculadora, las medidas de centralización y dispersión de un conjunto de datos. • Analizar conjuntamente las medidas estadísticas en estudios reales. • Obtener conclusiones sencillas, lo más precisas posible, de representaciones numéricas y gráficas. ○ Reconocer datos estadísticos, gráficos, cálculos, etc., en los distintos medios de comunicación, sobre temas de actualidad. ○ Detectar errores en las gráficas que puedan afectar a su interpretación. • Utilizar correctamente el lenguaje estadístico. 	<p>(C1, C2)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretar y presentar la información estadística mediante tablas, gráficos y medidas estadísticas así como calcular las medidas estadísticas básicas, utilizando los medios más adecuados. (C1, C2, C4, C7, C8) • Reconocer y calcular el resultado de las operaciones numéricas básicas, decidiendo si es necesario dar una respuesta exacta o aproximada, y aplicando el modo de cálculo pertinente. (C2, C7, C8) • Conocer, valorar y utilizar de forma sistemática conductas asociadas a la actividad matemática, como el orden, contraste, precisión y revisión sistemática y crítica de los resultados. (C2, C7, C8) • Utilizar la estadística en el análisis de estudios reales. (C2, C3, C5)
--	---

Unidad Didáctica 12: Combinatoria	
Distribución temporal: 5 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Métodos de conteo: método del producto y diagramas de árbol. • Utilización del método del producto y diagramas de árbol en la resolución de problemas de la vida real. • Números combinatorios. Definición y propiedades. • Binomio de Newton. • Uso de los números combinatorios para obtener la potencia de un binomio. • Permutaciones y variaciones con y sin repetición. Definición y cálculo. • Distinción entre variaciones con y sin repetición. • Combinaciones. Definición y cálculo. • Distinción entre variaciones, permutaciones y combinaciones. • Aplicación de la combinatoria en la resolución de problemas de la vida cotidiana. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar el método del producto y diagramas de árbol como métodos de conteo en la resolución de problemas de la vida real. • Aplicar las propiedades de los números combinatorios. • Utilizar las propiedades de los números combinatorios para calcular la potencia de un binomio (binomio de Newton). • Distinguir entre variaciones sin repetición y con repetición. • Reconocer las permutaciones como caso particular de las variaciones. • Distinguir entre variaciones, permutaciones y combinaciones. • Calcular el número de grupos que se forman mediante permutaciones, variaciones y combinaciones. • Aplicar la combinatoria en la resolución de problemas de la vida cotidiana. • Utilizar correctamente el lenguaje matemático.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB
<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar el método del producto y el diagrama de árbol en la resolución de problemas de la vida cotidiana. • Aplicar las propiedades de los números combinatorios en diversos contextos. • Utilizar las propiedades de los números combinatorios para calcular la potencia de un binomio. • Distinguir entre variaciones sin repetición y con repetición. 	<ul style="list-style-type: none"> • Emplear correctamente el lenguaje matemático de forma oral y escrita. (C1, C2) • Utilizar, de manera autónoma y razonada, estrategias para abordar problemas, planificando la resolución, desarrollándola ordenadamente y mostrando seguridad y confianza en las propias capacidades. (C1, C7, C8) • Representar relaciones y patrones numéricos, proponiendo, utilizando y

<ul style="list-style-type: none">• Reconocer las permutaciones como caso particular de las variaciones.• Distinguir entre variaciones, permutaciones y combinaciones.• Calcular el número de grupos que se forman mediante permutaciones, variaciones y combinaciones.• Utilizar la combinatoria en la resolución de problemas de la vida cotidiana.• Utilizar correctamente el lenguaje matemático.	<p>manipulando con destreza los distintos métodos de conteo. (C1, C2, C7, C8)</p> <ul style="list-style-type: none">• Conocer, valorar y utilizar de forma sistemática conductas asociadas a la actividad matemática, como el orden, contraste, precisión y revisión sistemática y crítica de los resultados. (C2, C7, C8)• Utilizar la combinatoria en la resolución de problemas de la vida cotidiana. (C2, C3)
---	--

Unidad Didáctica 13: Probabilidad	
Distribución temporal: 9 sesiones	
Contenidos	Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> • Conceptos básicos: experimento aleatorio, experimento determinista, suceso elemental, espacio muestral y suceso compuesto. • Análisis de la aleatoriedad o el determinismo de un experimento. • Diferenciación de sucesos compatibles e incompatibles. • Operaciones con sucesos: unión, intersección y complementario. • Concepto de probabilidad de un suceso. Sucesos seguros e imposibles. • Obtención de probabilidades de sucesos compatibles e incompatibles. • Definición de experimento regular. Cálculo de la probabilidad de sucesos equiprobables mediante la regla de Laplace. • Uso de la relación entre frecuencia relativa y probabilidad. Ley de los grandes números. • Propiedades de la probabilidad. • Cálculo de probabilidades en contextos de no equiprobabilidad. • Distinción entre experimentos aleatorios simples y compuestos. • Probabilidad condicionada. Definición y cálculo. • Resolución de problemas de probabilidad condicionada. • Definición de sucesos dependientes e independientes. Regla del producto. • Aplicación de la regla del producto en problemas de probabilidad. 	<ul style="list-style-type: none"> • Distinguir entre experimentos aleatorios y deterministas. • Distinguir cuando dos sucesos son compatibles o incompatibles. • Reconocer el espacio muestral y los sucesos de un experimento aleatorio y realizar operaciones entre estos. • Hallar probabilidades de sucesos compatibles e incompatibles. • Calcular la probabilidad de sucesos equiprobables mediante la regla de Laplace. • Utilizar la relación entre frecuencia relativa y probabilidad en la resolución de problemas. • Obtener probabilidades en contextos de no equiprobabilidad. • Distinguir entre experimento simple y compuesto. • Resolver problemas de probabilidad condicionada. • Aplicar la regla del producto en problemas de probabilidad. • Utilizar la probabilidad en situaciones de la vida cotidiana. • Utilizar correctamente el lenguaje matemático. • Utilizar herramientas informáticas para simular experimentos aleatorios.
Criterios de evaluación	Contribución a la adquisición de CCBB

<ul style="list-style-type: none"> • Distinguir entre experimentos aleatorios y deterministas, así como entre sucesos compatibles e incompatibles. • Reconocer el espacio muestral y los sucesos de un experimento aleatorio y realizar operaciones entre estos. ○ Utilizar las operaciones unión e intersección en la obtención de nuevos sucesos y en la detección de la compatibilidad o incompatibilidad. • Obtener probabilidades de sucesos compatibles e incompatibles. • Reconocer si los sucesos elementales asociados a un experimento aleatorio son equiprobables o no. • Calcular la probabilidad de sucesos equiprobables mediante la regla de Laplace. ○ Utilizar la relación entre frecuencia relativa y probabilidad en la resolución de problemas. • Obtener probabilidades en contextos de no equiprobabilidad. • Distinguir entre experimentos aleatorios simples y compuestos. ○ Asignar probabilidades a sucesos de experimentos compuestos utilizando tablas de doble entrada y diagramas de árbol. ○ Reconocer la dependencia entre sucesos y aplicarla para calcular probabilidades condicionadas. • Aplicar la regla del producto en problemas de probabilidad. • Utilizar la probabilidad en situaciones de la vida cotidiana. • Utilizar correctamente el lenguaje matemático. ○ Utilizar herramientas informáticas para simular experimentos aleatorios. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar fenómenos y situaciones de la vida cotidiana asociados a la probabilidad y el azar, resolviendo problemas asociados a estos conceptos. (C2, C3, C5) • Reconocer y calcular el resultado de las operaciones básicas, decidiendo si es necesario dar una respuesta exacta o aproximada, y aplicando el método de cálculo más adecuado. (C2, C7, C8) • Valorar e integrarse en el trabajo en grupo para la realización de actividades de diversos tipos, como base del aprendizaje matemático y de la formación de la autoestima. (C2, C5, C7, C8) • Emplear correctamente el lenguaje matemático de forma oral y escrita. (C1, C2) • Utilizar herramientas informáticas para simular experimentos aleatorios. (C2, C4)
---	--

4. Distribución temporal

El curso se desarrolla en 3 trimestres comprendidos entre septiembre y junio y consta de 175 días lectivos. Teniendo en cuenta que en 4º de ESO sólo 3 de cada 5 días se imparte la asignatura de Matemáticas, las sesiones disponibles a lo largo del curso se reducen a un total de 105, de 55 minutos de duración. Siguiendo estas pautas, se distribuyen los contenidos de la asignatura de la siguiente forma:

Bloque temático	Unidad didáctica	Nº sesiones necesarias para la unidad	Nº sesiones necesarias para el bloque
Aritmética	Números reales	5	12
	Potencias y radicales	7	
Álgebra	Polinomios y fracciones algebraicas	9	27
	Ecuaciones e inecuaciones	10	
	Sistemas de ecuaciones e inecuaciones	8	
Geometría	Semejanza	5	14
	Trigonometría	9	
Análisis	Vectores y rectas	8	29
	Estudio de funciones	6	
	Tipos de funciones	15	
Estadística y probabilidad	Estadística	9	23
	Combinatoria	5	
	Probabilidad	9	

La distribución temporal está sujeta a las variaciones del calendario escolar y de las actividades extraescolares, así como a la respuesta del grupo ante la materia impartida. Se procurará respetar la distribución temporal de los bloques intentando que las variaciones sean compensadas entre las unidades que los conforman.

5. Metodología

5.1. Principios metodológicos

Se entiende por metodología la utilización técnica y razonada de recursos y métodos de enseñanza, de manera que faciliten el aprendizaje a los alumnos. La metodología utilizada en todos los niveles de la ESO debe estar orientada, de forma prioritaria, a la adquisición de las competencias básicas, así como también al logro de los objetivos fijados para esta etapa.

Concretamente, el currículo oficial de Matemáticas en la ESO tiene en cuenta las siguientes orientaciones metodológicas:

- Buscar la funcionalidad de los aprendizajes, aplicando los conceptos y procedimientos en la resolución de cuestiones cotidianas del ámbito personal, social y laboral.
- Para lograr un grado de significatividad y coherencia en el desarrollo de los contenidos es preciso relacionar los conocimientos y experiencias previos de los alumnos y las alumnas con los nuevos.
- Las matemáticas deben constituir para los alumnos y las alumnas un instrumento de análisis crítico de la realidad. Es por ello particularmente importante la elección de contextos adecuados para las actividades de clase, con el fin de formar personas que han de ser capaces de comprender y valorar críticamente la información expresada en términos propios del lenguaje matemático.
- Habrá que prestar especial atención al desarrollo de la comprensión y expresión oral y escrita, y al manejo del lenguaje. Será preciso hacer hincapié en verbalizar conceptos, explicar sus ideas, redactar por escrito conclusiones y razonamientos y, por supuesto, realizar la lectura comprensiva de enunciados diversos, entre ellos textos literarios de contenido matemático.
- En la resolución de problemas confluyen la funcionalidad de los aprendizajes, las destrezas de razonamiento, las estrategias de resolución y el manejo del lenguaje, por lo que este aspecto de currículo deberá ser tratado como eje vertebrador desde el primer curso de la etapa. La consecución de destrezas que permiten razonar matemáticamente y comunicarse utilizando un lenguaje matemático adecuado ha de lograrse, de forma gradual, en los últimos cursos de la etapa.
- La visualización es un aspecto extraordinariamente importante en la actividad matemática, y también en la enseñanza. Las calculadoras y los medios informáticos y audiovisuales facilitan en gran medida los procesos de visualización y, en consecuencia, el aprendizaje de las Matemáticas. El uso de estos recursos, especialmente de la calculadora, deberá ser ordenado

convenientemente desde los primeros cursos, de modo que la calculadora no eximirá del cálculo mental y el desarrollo de estrategias fundamentales de cálculo operativo.

- Un aspecto importante a considerar en las clases de Matemáticas es el de la atención a la diversidad. Los diferentes ritmos de aprendizaje del alumnado exigen una atención individualizada. La planificación de la actividad en el aula ha de atender tanto a los alumnos y alumnas que tienen facilidad y avanzan rápidamente como a quienes tienen dificultades, de modo que se consiga el desarrollo de las capacidades individuales de todos y todas en función de sus posibilidades.
- El desarrollo de capacidades individuales con un progresivo grado de autonomía requiere un trabajo personal de los conceptos y procedimientos matemáticos, pero la sociedad actual precisa personas que sepan trabajar en equipo. Por ello es importante habituar al alumnado al trabajo en grupo lo que les obligará a escuchar y apreciar opiniones ajenas, a aportar las propias y valorarlas. Ello fomentará actitudes como ser tolerante, respetar las opiniones y razonamientos ajenos y, tras contrastar diferentes opciones, tomar decisiones en común.
- Es preciso que tanto en el desarrollo curricular como en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se eviten todo tipo de estereotipos sexistas. Por lo que se debe cuidar la elección de materiales, libros de texto, actividades, ejemplos, etc.
- Las matemáticas forman parte de un amplio conjunto de conocimientos que la humanidad ha ido forjando a lo largo de siglos. Es preciso situar las matemáticas en el mundo de la cultura, lo que va más allá de la simple presentación de los contenidos disciplinares.

Por último, en la presente programación de 4º de ESO se consideran los siguientes principios metodológicos:

- Contextualizar los conocimientos en situaciones reales de la vida cotidiana, mostrando la relación de las matemáticas con el medio natural, cultural y social, así como su aplicación práctica.
- Comprobar el nivel de desarrollo y los conocimientos que posee el alumnado antes de intentar introducir nuevos aprendizajes, para lograr con éxito un aprendizaje significativo.
- Fomentar la motivación del alumnado mediante actividades adecuadas a su nivel de desarrollo, que resulten atractivas y con aplicaciones a la vida real.
- Promover la reflexión personal y el análisis crítico sobre las actividades desarrolladas, valorando los resultados obtenidos y el trabajo realizado.
- Utilizar un enfoque basado en la resolución de problemas, en los que se basa el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para introducir los conceptos y

procedimientos, se partirá de situaciones problemáticas en las que estén subyacentes aquellos que se quieren enseñar.

- Potenciar la correcta utilización, la precisión y el rigor en el uso lenguaje matemático.
- Procurar que los alumnos entiendan e interpreten correctamente los mensajes que, en lenguaje matemático (numérico, gráfico, datos estadísticos, etc.), aparecen en los medios de comunicación, detectando los posibles errores que en ellos puedan cometerse.
- Realizar actividades con diversos niveles de dificultad, que permitan atender las necesidades concretas de cada alumno.
- Fomentar la participación activa del alumnado en el desarrollo de la clase, mediante un aprendizaje interactivo.
- Promover, en la medida de lo posible, el trabajo en grupo y la ayuda mutua entre los alumnos, de forma que aquellos alumnos aventajados apoyen a sus compañeros con mayores dificultades, al mismo tiempo que asimilan y comprenden mejor los conceptos y procedimientos.
- Utilizar herramientas informáticas (GeoGebra, applets, búsqueda a través de internet, etc.) y fundamentalmente la calculadora como medio habitual para llevar a cabo procesos de cálculo, recogida de información, comprobación y representación, si bien el alumno también debe conocer y utilizar con fluidez los métodos usuales.
- Fomentar la comprensión de los contenidos por encima del aprendizaje memorístico y mecánico.

Todos estos principios tienen como objetivo no sólo el desarrollo de las capacidades cognitivas de los alumnos, sino también despertar su interés por el aprendizaje, favorecer el espíritu de búsqueda y análisis de información y, en definitiva, fomentar su iniciativa personal, de forma que puedan continuar aprendiendo de forma autónoma tanto durante sus estudios, como una vez finalizados los mismos.

5.2. Principios didácticos

Teniendo en cuenta los principios metodológicos anteriores, se establecen las estrategias didácticas que serán adoptadas durante el desarrollo de las diferentes sesiones:

Se utilizará el método expositivo para presentar, de forma organizada y precisa, la información nueva, y relacionándola con los aprendizajes ya adquiridos para lograr un aprendizaje significativo. Siempre que la dificultad de los contenidos lo permita, se utilizará además el aprendizaje por descubrimiento, en el que los propios alumnos deberán ir aportando sus ideas y razonamientos para llegar finalmente, a través de preguntas guiadas por el profesor o técnicas

similares, a la solución del problema. El papel del profesor será por tanto el de guiar el proceso de aprendizaje del alumno, fomentando la participación, la reflexión y la discusión. Por otro lado, de tratará de ir de lo particular (empezando por ejemplos sencillos) a lo más general (expresiones algebraicas, etc.) facilitando de este modo el aprendizaje por descubrimiento de los alumnos.

El aprendizaje estará siempre basado en la resolución de problemas, que constituirá la práctica educativa más habitual. La dificultad de dichos problemas debe ir aumentando de forma gradual, para detectar problemas de aprendizaje de los alumnos, y finalmente deben reflejar la aplicación práctica de las matemáticas en situaciones reales, de forma que resulten motivadores para el alumnado. Es importante que, una vez que el alumno conozca y sepa aplicar una estrategia de resolución de un problema, aprenda también a obtener la solución haciendo uso de la calculadora. Se procurará, además, que sean los propios alumnos quienes lleven a cabo la corrección de las actividades, pudiendo ser ayudados en caso de necesidad por sus compañeros, y discutiendo con el resto de la clase la validez de las soluciones obtenidas. También se realizarán prácticas con herramientas informáticas a lo largo de todo el curso, siendo especialmente utilizadas en los bloques de geometría, estadística y probabilidad y, aunque quizá en menor medida, en el bloque de análisis.

En ocasiones se utilizará también el aprendizaje cooperativo, en el que los alumnos trabajarán en pequeños grupos para después exponer y defender sus ideas ante los demás compañeros. Fundamentalmente se utilizará este tipo de aprendizaje para realizar trabajos de recogida y análisis de información, donde los alumnos deberán organizarse, repartirse tareas, comprometerse con sus compañeros y trabajar en grupo. También podrá utilizarse en la resolución de problemas o en aquellas actividades para las que no se suele disponer de recursos suficientes (como aquellas que requieren el uso de ordenadores, etc.).

6. Recursos, medios y materiales didácticos

Para el correcto desarrollo de las clases los alumnos deberán disponer, además del cuaderno de apuntes, de los siguientes materiales:

- Libro de texto. Se utilizará el libro de texto Matemáticas 4 ESO Opción B, Proyecto Los Caminos del Saber, de la editorial Santillana, pero sin que esto implique una dependencia absoluta del mismo. Se completarán algunos temas mediante hojas sueltas fotocopiadas y/o toma de apuntes, mientras que otros temas se reducirán con respecto a lo que viene en dicho libro de texto.
- Apuntes y actividades proporcionados por el profesor.
- Calculadora científica.
- Instrumentos de dibujo (regla, compás, etc.)
- Materiales específicos de alguna de las unidades didácticas (datos, baraja de cartas, figuras geométricas, etc.)

En lo que se refiere al aula, en ocasiones será necesario reservar un aula de ordenadores, que deben tener instalado el programa de software libre GeoGebra, además de disponer de determinados applets de simulación de experimentos aleatorios. Por otro lado, aunque no es estrictamente necesario, sí sería conveniente disponer en el aula, además de la pizarra convencional, de una pizarra digital interactiva para su uso diario en las clases expositivas.

7. Criterios y procedimientos de evaluación y calificación

7.1. Criterios de evaluación

Los criterios de evaluación permiten la valoración del tipo y grado de aprendizaje adquirido y son el referente fundamental para valorar la adquisición de los objetivos y de las competencias básicas. Los criterios de evaluación para el 4º curso de la ESO (opción B de matemáticas) vienen establecidos en el Decreto 74/2007, de 14 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias, y son los siguientes:

1. Utilizar los distintos tipos de números y operaciones, junto con sus propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria y otras materias del ámbito académico.

Con este criterio se pretende valorar la capacidad de identificar y emplear los distintos tipos de números reales y las operaciones de cálculo con ellos, siendo conscientes de su significado y propiedades y resolver problemas cercanos a la realidad en los que faciliten las soluciones adecuadas al contexto. Mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- interpretar y transmitir información, identificando y empleando los distintos tipos de números reales;
- representar números en la recta real y realizar operaciones con los mismos incluidas potencias y radicales sencillos, valorando la conveniencia de expresar estos en forma de potencia y respetando la jerarquía de las operaciones;
- resolver problemas con más de una solución y representar los resultados mediante intervalos de la recta real;
- resolver problemas de la vida diaria o relacionados con otras materias del ámbito académico, eligiendo la forma de cálculo más adecuada, aplicando las potencias, las fracciones y los radicales y dando la solución, exacta o aproximada, según la exigencia del contexto de partida;
- utilizar la calculadora y programas informáticos sencillos para realizar cálculos con todo tipo de números y para valorar los resultados obtenidos en la resolución de los problemas.

2. Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos y métodos algebraicos para resolver problemas.

Se trata de valorar la capacidad de utilizar el álgebra para resolver problemas diversos e identificar la resolución algebraica de ecuaciones y sistemas con su interpretación gráfica. Mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- traducir situaciones de la realidad cotidiana y de otras materias a modelos algebraicos y a través de dichos modelos resolver problemas asociados a estas situaciones;
- realizar con soltura operaciones con expresiones algebraicas usuales como las igualdades notables, fracciones algebraicas, o expresiones irracionales sencillas;
- resolver problemas de enunciado que requieran plantear una ecuación de primer, segundo grado o irracional sencilla, facilitar las soluciones de forma clara y valorarlas en su contexto;
- resolver, por métodos gráficos y analíticos, problemas de enunciado que requieran plantear un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, facilitando las soluciones de forma clara y relacionándolas con el enunciado;
- resolver sistemas de dos ecuaciones lineales o no lineales (funciones cuadráticas) y facilitar la interpretación geométrica en casos sencillos;
- plantear y resolver inecuaciones de primer grado con una incógnita, a partir de enunciados sencillos, valorando y contextualizando los resultados dentro del problema;
- utilizar medios tecnológicos para resolver ecuaciones y sistemas por métodos gráficos.

3. Utilizar instrumentos, fórmulas y técnicas apropiadas para obtener medidas directas e indirectas en situaciones reales.

Con este criterio se pretende valorar la capacidad de aplicar los conocimientos geométricos adquiridos para calcular medidas tanto intermedias como finales, y con ello resolver problemas del mundo físico. Mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- calcular medidas no conocidas en situaciones problemáticas reales, utilizando las razones trigonométricas y las relaciones entre ellas;
- realizar mediciones en el entorno, utilizando los instrumentos de medida disponibles, tanto de forma individual como en grupo, para obtener, mediante cálculos adecuados, perímetros, áreas y volúmenes;
- manejar las fórmulas de cálculo de perímetros, áreas y volúmenes y aplicarlas en situaciones diversas, valorando los resultados y expresándolos de forma precisa en las unidades más adecuadas;
- calcular medidas de cuerpos en el espacio, observando la relación que existe entre perímetros, áreas y volúmenes de figuras semejantes.

4. Identificar relaciones cuantitativas en una situación y determinar el tipo de función que puede representarlas y aproximar e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.

Se pretende que el alumnado analice situaciones diversas del mundo físico, de la economía y el consumo o de otras materias, que se puedan identificar con funciones lineales, cuadráticas, de proporcionalidad inversa, exponencial y logarítmica simples o funciones definidas a trozos y sencillas. Así, mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- discernir a qué tipo de función, de entre los estudiados, responde una gráfica o un fenómeno determinado;
- observar y expresar la continuidad, los extremos relativos y la monotonía de una función facilitada mediante la gráfica, una tabla o su expresión analítica;
- calcular e interpretar la tasa de variación de una función a partir de datos gráficos, numéricos o de la expresión algebraica, relacionándola con la monotonía;
- extraer y expresar, verbalmente o por escrito, conclusiones razonables sobre un fenómeno asociado a una función, dada en forma algebraica, tabla o gráfica;
- utilizar, cuando sea preciso, las tecnologías de la información para el análisis de una función;
- valorar la utilidad de las gráficas y de su análisis para facilitar información sobre fenómenos cotidianos en materias diversas, así como para extraer conclusiones sobre los mismos.

5. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales en distribuciones unidimensionales y valorar cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.

En este nivel adquiere especial significado el estudio cualitativo de los datos disponibles y las conclusiones que pueden extraerse del uso conjunto de los parámetros estadísticos.

Se pretende que a partir de una serie de datos sobre una muestra representativa de una población se facilite la información cualitativa sobre la misma. Así pues, mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos adecuados a cada situación;
- calcular los parámetros estadísticos más usuales y elegir aquellos más representativos según los casos;
- expresar opiniones sobre determinados aspectos de una población a partir de las medidas de centralización y de dispersión elegidas;
- valorar y comparar poblaciones por medio de las medidas de centralización y de dispersión;

- analizar la validez del proceso de elección de una muestra representativa para generalizar conclusiones a toda la población;
- utilizar la calculadora y programas informáticos para almacenar datos, obtener parámetros y gráficos.

6. Aplicar los conceptos y técnicas de cálculo de probabilidades para resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana.

Se pretende que el alumnado calcule probabilidades en experiencias simples y compuestas, y utilice los resultados para tomar decisiones razonables en problemas contextualizados. Mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- identificar el espacio muestral en experiencias simples y en experiencias compuestas sencillas que se correspondan con situaciones cotidianas;
- calcular probabilidades aplicando la Ley de Laplace;
- utilizar los diagramas de árbol y las tablas de contingencia para el cálculo de probabilidades;
- valorar en su contexto las probabilidades calculadas, y argumentar la toma de decisiones en función de los resultados obtenidos, utilizando el lenguaje adecuado.

7. Planificar y utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, tales como la emisión y justificación de hipótesis o la generalización, y expresar verbalmente con precisión y rigor, razonamientos, relaciones cuantitativas, e informaciones que incorporen elementos matemáticos, valorando la utilidad y simplicidad del lenguaje matemático para ello.

Se trata de evaluar la capacidad del alumnado de aplicar todos sus conocimientos en la resolución de los problemas planteados, utilizando un lenguaje matemático apropiado y expresando sus estrategias y razonamientos en la forma adecuada. Así pues, mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- comprender las relaciones matemáticas que se presentan en una situación problemática y aventurar y comprobar hipótesis para la resolución de la misma, confiando en su propia capacidad e intuición;
- diseñar y planificar una estrategia de resolución que conduzca a la solución de un problema;
- comprobar la validez de las soluciones obtenidas, valorando la exactitud o aproximación de las mismas;
- utilizar y valorar la precisión y simplicidad del lenguaje matemático para expresar con el rigor adecuado cualquier tipo de información que contenga cantidades, medidas, relaciones numéricas y espaciales así como el camino seguido en la resolución de los problemas;

- utilizar las tecnologías de la información y la comunicación para facilitar los cálculos, representar los datos o comprender mejor los enunciados de los problemas.

Por otro lado, ya han sido concretados los criterios de evaluación por unidades didácticas, al igual que los mínimos exigibles para obtener una evaluación positiva.

7.2. Procedimientos e instrumentos de evaluación

Al comienzo del curso, se realizará una evaluación inicial del alumnado considerando 3 aspectos: los informes de evaluación final del curso anterior, las indicaciones realizadas por parte de los tutores del curso anterior y una pequeña serie de actividades iniciales. Esta evaluación inicial tendrá como objetivo informar al docente acerca del nivel de formación de cada alumno, para poder atender correctamente la diversidad del aula y lograr un aprendizaje significativo.

Durante el desarrollo del curso académico los alumnos serán sometidos a un proceso de evaluación continua. Para ello, el profesor efectuará un seguimiento interrumpido del progreso de sus alumnos mediante los siguientes mecanismos:

- **Observaciones del trabajo en clase.** Se evaluará si el alumno muestra interés por la materia, atiende a las explicaciones, participa activamente en los debates y en el desarrollo de la clase, colabora en los trabajos de grupo, etc. Como es evidente, la observación simultánea y exhaustiva de cada alumno es inviable, pero el profesor deberá garantizar la regularidad de sus observaciones de manera razonable.
- **Análisis del cuaderno de trabajo.** El cuaderno de trabajo de los alumnos debe contener todos los resúmenes, esquemas y apuntes en general proporcionados por el profesor, así como todas las actividades propuestas y su resolución y corrección en clase. Se valorará si el alumno lleva el trabajo al día, explica el desarrollo de las actividades, corrige y completa dichas actividades tras la puesta en común, es correcta la expresión escrita, la limpieza y la presentación, etc.
- **Trabajo realizado en casa.** Se evaluará si el alumno realiza las tareas encomendadas, así como la puntualidad a la hora de la entrega. Una vez más, se valorará también la precisión y el rigor del lenguaje utilizado.
- **Pruebas escritas.** Por norma general, al finalizar cada unidad didáctica se realizará una prueba escrita, que estará formada básicamente por problemas de respuesta abierta y que deberá recoger de forma adecuada los mínimos exigibles fijados en cada unidad. Se realizará un mínimo de dos pruebas de este tipo por evaluación. Con el fin de facilitar a los alumnos la adquisición de los aprendizajes y la recuperación continua de los contenidos ya

desarrollados, lo habitual será que cada examen, y para todos los alumnos, conste de la parte nueva dada y de una parte de repaso de las unidades anteriores. Las pruebas estarán constituidas por problemas similares a los resueltos en el aula, evitando en la medida de lo posible aquellos de tipo memorístico.

7.3. Prueba extraordinaria

Los alumnos que en junio hayan obtenido una evaluación negativa serán informados por su profesor de las actividades de recuperación que deberán realizar para recuperar los aprendizajes no adquiridos. Estas actividades deberán ser entregadas a comienzos de septiembre, fecha en que tendrá lugar una prueba escrita, que recogerá lo mejor posible los mínimos exigibles de todo el curso.

7.4. Criterios de calificación

Cada evaluación se calificará con una nota numérica sobre 10, que recogerá los resultados obtenidos a través de los procedimientos e instrumentos de evaluación antes descritos. La valoración de cada parte sobre la calificación final será la siguiente:

- Observaciones del trabajo en el aula: 10%
- Análisis del cuaderno de trabajo: 10%
- Trabajo realizado en casa: 10%
- Pruebas escritas: 70%. Se valorará no solo la solución obtenida en el problema, sino también el planteamiento y todo el proceso de resolución.

Tanto en el trabajo realizado en el aula como en el trabajo realizado en casa se valorará, más que la correcta resolución de las actividades, la actitud mostrada al enfrentarse a los problemas (esfuerzo, anotación de las correcciones, preguntar dudas, etc.)

Para obtener una evaluación final positiva, el alumno deberá haber obtenido una nota media igual o superior a cinco puntos, siendo requisito imprescindible haber obtenido al menos un punto y medio sobre tres en el análisis del cuaderno y los trabajos realizados.

Dada la evaluación continua a la que está sometida el alumnado, se considerará que al haber superado una evaluación, el alumno ha alcanzado los mínimos exigibles y superado las dificultades encontradas anteriormente en la materia del presente curso. Por ello se considerará que el alumno habrá aprobado con éxito la materia del curso siempre que apruebe la tercera evaluación.

7.5. Calificación de la prueba extraordinaria

En este caso concreto, para la calificación final únicamente se tendrá en cuenta la nota obtenida en la prueba extraordinaria. La entrega de los ejercicios de recuperación será obligatoria para poder presentarse a la misma. Cada bloque trimestral de contenidos representará un tercio de la prueba y se calificará sobre 10 puntos. La nota de la prueba extraordinaria será la nota media obtenida a partir de los 3 bloques trimestrales, siempre y cuando el alumno haya obtenido una nota igual o superior a 3 puntos en cada uno de estos bloques. Por tanto, un alumno habrá aprobado la materia si ha entregado todos los trabajos de recuperación pedidos y, además, ha obtenido una nota igual o superior a 5 puntos en la prueba extraordinaria.

8. Atención a la diversidad

8.1. Principios de atención a la diversidad

Según lo establecido en el Decreto 74/2007, de 14 de junio, la Educación Secundaria Obligatoria se organiza de acuerdo con los principios de educación común y de atención a la diversidad del alumnado, entendiendo por atención a la diversidad el conjunto de actuaciones educativas dirigidas a dar respuesta a las diferentes capacidades, ritmos y estilos de aprendizaje, motivaciones e intereses, situaciones sociales, culturales, lingüísticas y de salud del alumnado.

La legislación establece también que las medidas de atención a la diversidad en esta etapa estarán orientadas a responder a las necesidades educativas concretas del alumnado y a la consecución de las competencias básicas y los objetivos de la etapa, y no podrán en ningún caso suponer discriminación que les impida alcanzar dichos objetivos y la titulación correspondiente.

La intervención educativa y la atención a la diversidad que se desarrollen deben ajustarse a los siguientes principios:

- a) **Diversidad:** entendiendo que de este modo se garantiza el desarrollo de todos los alumnos y las alumnas a la vez que una atención personalizada en función de las necesidades de cada uno.
- b) **Inclusión:** se debe procurar que todo el alumnado alcance similares objetivos, partiendo de la no discriminación y no separación en función de la o las condiciones de cada alumno o alumna, ofreciendo a todos ellos las mejores condiciones y oportunidades e implicándolos en las mismas actividades, apropiadas para su edad.
- c) **Normalidad:** han de incorporarse al desarrollo normal y ordinario de las actividades y de la vida académica de los centros docentes.
- d) **Flexibilidad:** deberán ser flexibles para que el alumnado pueda acceder a ellas en distintos momentos de acuerdo con sus necesidades.
- e) **Contextualización:** deben adaptarse al contexto social, familiar, cultural, étnico o lingüístico del alumnado.
- f) **Perspectiva múltiple:** el diseño por parte de los centros docentes se hará adoptando distintos puntos de vista para superar estereotipos, prejuicios sociales y discriminaciones de cualquier clase y para procurar la integración del alumnado.
- g) **Expectativas positivas:** deberán favorecer la autonomía personal, la autoestima y la generación de expectativas positivas en el alumnado y en su entorno socio-familiar.
- h) **Validación por resultados:** habrán de validarse por el grado de consecución de los objetivos y por los resultados del alumnado a quienes se aplican.

8.2. Medidas de atención a la diversidad

Es conocido que existen diferencias notables en cuanto a intereses, aptitudes y ritmo de aprendizaje de las matemáticas, así como en el rendimiento que obtienen alumnos de la misma edad. Por ello, para evitar que exista discriminación, debemos establecer una serie de medidas que permitan la consecución de los objetivos por parte de todos y cada uno de los alumnos de la asignatura.

8.2.1. Medidas ordinarias de atención a la diversidad

- *Apoyo en grupos ordinarios.* Consiste en un apoyo provisional, que podrá realizarse de forma individual o en pequeño grupo, para reforzar y asegurar la adquisición de los aprendizajes básicos dentro del aula ordinaria.
- *Agrupamientos flexibles.* Consiste en la organización de los horarios de una materia de distintos grupos de un mismo curso en la misma franja horaria, de forma que se permite al profesorado reagrupar al alumnado para la realización de diferentes actividades de aprendizaje.
- *Desdobles.* Se trata de desdoblar los grupos que superan los 20 alumnos por aula, con el fin de facilitar los aprendizajes de carácter práctico.
- *Horas de refuerzo educativo en materias instrumentales básicas.* Consiste en sustituir la materia optativa por un programa de refuerzo de las materias instrumentales básicas, que en el caso que nos ocupa será Matemáticas. Se pretende asegurar los aprendizajes básicos que permitan seguir al alumnado con aprovechamiento de las enseñanzas del curso.
- *Adaptaciones curriculares no significativas.* Son adaptaciones que se realizan en una materia para un determinado alumno o grupo de alumnos. Los objetivos y contenidos serán los mismos que para el resto de alumnado, pero puede implicar la modificación de la metodología, de las actividades o de la evaluación.

8.2.2. Medidas extraordinarias de atención a la diversidad.

- *Programas de Diversificación Curricular.* Consisten en una organización de los contenidos, actividades prácticas y de materias diferente a la establecida con carácter general y con una metodología específica. Su finalidad es que el alumnado alcance los objetivos y competencias básicas de la etapa y obtenga el Título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria. Los alumnos que presentan dificultades generalizadas de aprendizaje y que se encuentren en riesgo evidente de no alcanzar los objetivos de la etapa cursando el currículo ordinario son los destinatarios de estos programas.

- *Adaptaciones curriculares significativas.* A diferencia de las adaptaciones no significativas, este tipo de adaptación sí que implica una eliminación de contenidos esenciales y objetivos generales de la etapa que se consideran básicos en la materia, lo que evidentemente conlleva la eliminación de sus respectivos criterios de evaluación.
- *Apoyos de PT, AL y fisioterapia.* Consiste en el apoyo de personal específico fundamentalmente para aquellos alumnos de necesidades educativas especiales.
- *Apoyo Especializado:* Consiste en la constitución de grupos reducidos, generalmente fuera del aula, para el refuerzo de aprendizajes de materias instrumentales que requieren la intervención de profesorado especializado en Pedagogía Terapéutica y/o Audición y Lenguaje. Los alumnos que utilizan esta medida de atención a la diversidad son alumnos con necesidades educativas específicas que presentan un desfase curricular significativo. Con ella se pretende ajustar la propuesta curricular al nivel de competencia curricular del alumnado.
- *Programa de enriquecimiento curricular.* No hay que olvidar que los alumnos de altas capacidades también requieren atención personalizada. Esta medida consiste en ofrecer al alumno actividades de ampliación y profundización en aspectos relacionados con temas curriculares. Estas actividades están orientadas especialmente a promover un desarrollo equilibrado de los distintos tipos de capacidades establecidos en los objetivos de la Educación secundaria obligatoria, así como a conseguir un desarrollo pleno y equilibrado de sus potencialidades y de su personalidad.
- *Flexibilización del periodo de escolarización.* Consiste en la escolarización en cursos superiores o inferiores al que normalmente correspondería al alumno por edad. Esta medida puede aplicarse a alumnado con incorporación tardía al sistema educativo, con necesidades educativas especiales, o también de altas capacidades.
- *Aulas hospitalarias.* Son un conjunto de medidas de coordinación y colaboración entre el centro docente y la unidad hospitalaria con las que se pretende facilitar el proceso educativo del alumnado que por motivos graves de salud tenga que interrumpir su asistencia a las clases.

8.3. Aplicación de las medidas de atención a la diversidad en el aula

En los apartados anteriores se ha definido la atención a la diversidad y se han descrito las medidas que se podrían poner en práctica para atender dicha diversidad. Pero estas medidas pretenden cubrir todas las posibles necesidades de la totalidad de los alumnos escolarizados en el centro educativo, por lo que en este

último apartado se especificarán aquellas medidas que más comúnmente tendrán aplicación en el aula ordinaria.

Al principio de esta programación, hemos considerado un grupo heterogéneo de aproximadamente 20 alumnos. Cada uno de ellos con un ritmo de trabajo y de aprendizaje distinto, aunque ninguno presenta graves dificultades ni, por el contrario, altas capacidades, como para ser considerado de necesidades educativas especiales. En este grupo se aplicarán, por tanto, adaptaciones curriculares no significativas, pudiendo realizarse también desdobles en caso de ser necesario. Para llevar a cabo estas adaptaciones clasificaremos las actividades a realizar en función de su complejidad, para después distribuirlas entre el conjunto de alumnos de la siguiente forma:

- *Actividades ordinarias:* Serán aquellas actividades de nivel medio que cualquier alumno podría resolver sin grandes dificultades, y cuya resolución resulta sencilla con una pequeña ayuda del profesor. Este tipo de actividades serán las más comunes y deberán ser realizadas por todos los alumnos. Servirán para trabajar los contenidos expuestos en clase.
- *Actividades de refuerzo:* Ligeramente más sencillas de comprender y realizar que las anteriores pero sin grandes diferencias. Los datos y las estrategias de resolución necesarias suelen identificarse claramente y resultan, en muchos casos, bastante mecánicos. Este tipo de actividades están destinadas a que aquellos alumnos con mayores dificultades asimilen con mayor facilidad los aprendizajes no adquiridos.
- *Actividades de ampliación:* Es el caso contrario al anterior. Se trata de actividades de mayor complejidad, que no tienen por qué ceñirse a los mínimos exigibles, de forma que resulten motivadoras y representen un reto para aquellos alumnos que hayan demostrado un mayor dominio de los contenidos.

9. Propuesta de innovación: La belleza matemática del número áureo

9.1. Descripción y justificación

¿Para qué sirven las Matemáticas? Esta es, desgraciadamente, la pregunta más frecuente planteada por los alumnos que cursan dicha materia en cualquier instituto. El inconveniente principal en la enseñanza de las Matemáticas consiste en la falta de interés por parte del alumnado en la materia, así como su difícil identificación con elementos de la vida cotidiana. Así pues, aunque resultaría demasiado ambicioso intentar responder plenamente a la pregunta anterior, sí que podemos realizar una pequeña aportación. Es por esto que uno de los objetivos principales que se pretenden lograr mediante esta innovación es fomentar la motivación del alumnado y buscar un punto de encuentro entre las Matemáticas y conceptos tan dispares como son el arte o la naturaleza.

Esta relación entre el Arte y las Matemáticas puede resultar extraña, pues son consideradas por los alumnos de secundaria como dos asignaturas completamente opuestas, nada más lejos de la realidad. El Arte, y en particular la arquitectura, tiende a estudiarse desde un punto de vista meramente estético, sin ni siquiera percibir su base científica y, más concretamente, matemática, considerando a esta disciplina como una ciencia aislada. Sin embargo, existe una fuerte relación histórica entre ambas materias. Algo similar ocurre con las asignaturas de Educación plástica y visual y Matemáticas.

De este modo, en la presente innovación se plantean actividades didácticas que persiguen, como segundo objetivo fundamental, la integración de la competencia matemática en las asignaturas Educación plástica y visual y Ciencias sociales, geografía e historia de 4º de ESO. En ellas, el alumno aprenderá a construir un rectángulo áureo, conocerá alguna de sus propiedades y descubrirá la presencia de los rectángulos áureos y de las espirales áureas en famosas obras arquitectónicas, como es la catedral de Nôtre-Dame, o en elementos de la naturaleza, como puede ser un girasol.

9.2. Contexto

La innovación está enmarcada dentro del bloque de aritmética de la programación propuesta, concretamente en la unidad didáctica de números reales. En esta unidad se hace hincapié especialmente en los números irracionales, lo que en muchos casos supone un concepto nuevo para los alumnos, y se presenta como ejemplo típico, entre otros, el número áureo. Estos contenidos están presentes en el currículo de cuarto curso de la ESO tanto en la modalidad de “Matemáticas A” como en la de “Matemáticas B”, por lo que las actividades podrían realizarse en cualquiera de las dos modalidades.

9.3. Aportación de la innovación a las diferentes materias implicadas

En el Decreto 74/2007, de 14 de junio, por el que se regula la ordenación y establece el currículo de la Educación secundaria obligatoria en el Principado de Asturias, se establecen, entre otros, los siguientes objetivos relacionados con la innovación propuesta:

Para Matemáticas:

- Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
- Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
- Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

Para Educación plástica y visual:

- Observar, percibir, comprender e interpretar de forma crítica las imágenes del entorno natural y cultural, siendo sensible a sus cualidades plásticas, estéticas y funcionales.
- Comprender las relaciones del lenguaje plástico y visual con otros lenguajes y elegir la fórmula expresiva más adecuada en función de las necesidades de comunicación.
- Utilizar las diversas técnicas plásticas y visuales y las tecnologías de la información y la comunicación para aplicarlas en las propias creaciones.

Para Ciencias sociales, geografía e historia:

- Comprender los elementos técnicos básicos que caracterizan las manifestaciones artísticas en su realidad social y cultural para valorar y respetar el patrimonio natural, histórico, cultural y artístico, asumiendo la responsabilidad que supone su conservación y apreciándolo como recurso para el enriquecimiento individual y colectivo.

En vista de estos objetivos se han seleccionado como objeto de estudio dos obras arquitectónicas de gran relevancia histórica: el Partenón y la catedral de Nôtre-Dame, así como varios elementos del entorno natural que guardan una fuerte relación con el número de oro.

9.4. Objetivos

Como ya se ha comentado, esta propuesta persigue dos objetivos fundamentales:

- Fomentar el interés y la motivación del alumnado hacia las Matemáticas.
- Integrar de la competencia matemática en las asignaturas Educación plástica y visual y Ciencias sociales, geografía e historia de 4º de ESO.

Pero con ella se contribuirá a su vez al logro de los siguientes objetivos:

- Utilizar de forma adecuada comandos básicos de la herramienta informática GeoGebra, para representar figuras geométricas y como una herramienta de apoyo para el aprendizaje.
- Definir rectángulo áureo y espiral áurea.
- Construir geoméricamente rectángulos áureos y espirales áureas.
- Identificar rectángulos y espirales áureas que se presentan en la vida cotidiana (en la naturaleza, en obras arquitectónicas, etc.)
- Mejorar el conocimiento del campo de los números irracionales.
- Conocer y valorar dos construcciones arquitectónicas Patrimonio de la Humanidad: la catedral de Nôtre-Dame, en París, y el Partenón, de Grecia.

9.5. Competencias básicas

Mediante este trabajo se contribuye a la adquisición de las siguientes competencias básicas:

- *Competencia en comunicación lingüística.* A lo largo de las actividades, el alumno deberá expresarse continuamente de forma escrita en la formulación y expresión de las ideas, así como de los razonamientos seguidos. Se valorará, además, la correcta utilización del lenguaje matemático y el rigor de las respuestas.
- *Competencia matemática.* Todas las actividades están orientadas a ver la relación de las matemáticas con otras materias, con aspectos culturales o del medio natural, así como a profundizar en el conocimiento de algunas

propiedades geométricas y del conjunto de los números irracionales, en particular del número áureo.

- *Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico.* Es evidente la contribución de la innovación a esta competencia, dado que se pretende ver la aplicación práctica de las Matemáticas en la vida real, estudiando aspectos matemáticos presentes en el mundo que nos rodea. Los alumnos trabajarán esta competencia fundamentalmente identificando figuras geométricas (rectángulos y espirales áureas) en la naturaleza y en la arquitectura.
- *Tratamiento de la información y competencia digital.* Esta competencia se trabaja de forma continua en el desarrollo de todas las actividades, puesto que éstas se basan en la utilización de una herramienta informática (GeoGebra). También se contribuye a adquirir esta competencia a través del uso de internet para la recogida de información.
- *Competencia cultural y artística.* Por último, se contribuye a la adquisición de la competencia cultural y artística valorando, aumentando el conocimiento y apreciando la belleza (no sólo artística, sino también matemática) de dos obras arquitectónicas Patrimonio de la Humanidad, como son el Partenón y la catedral de Nôtre-Dame.

9.6. Conceptos previos que el alumno debe conocer

Para el adecuado desarrollo de las actividades el alumno ha de ser capaz de:

- Definir número áureo y número irracional.
- Representar propiedades geométricas básicas (rectas perpendiculares, semirrectas, puntos de corte, etc.)

9.7. Realización

Estas actividades se desarrollarán en una única sesión de 55 minutos, de forma individual, y se requerirá de una sala de ordenadores con el programa de software libre GeoGebra instalado. En caso de que el número de ordenadores sea insuficiente podrá realizarse la actividad por parejas.

Al finalizar la clase cada alumno deberá dar al profesor una ficha que se les entregará al inicio de la misma (incluida en el anexo de este documento), con los resultados obtenidos, y subir al Campus de Educastur (o en su defecto enviar por email al profesor) todos los archivos .ggb generados. No se admitirá la entrega de fichas en una fecha posterior a la fijada.

En la propia ficha de las actividades se explican con todo detalle las instrucciones a seguir.

9.8. Resultados

A continuación se muestran los resultados esperados a lo largo del desarrollo las actividades, así como el objetivo que se persigue con cada una de ellas:

Actividades:

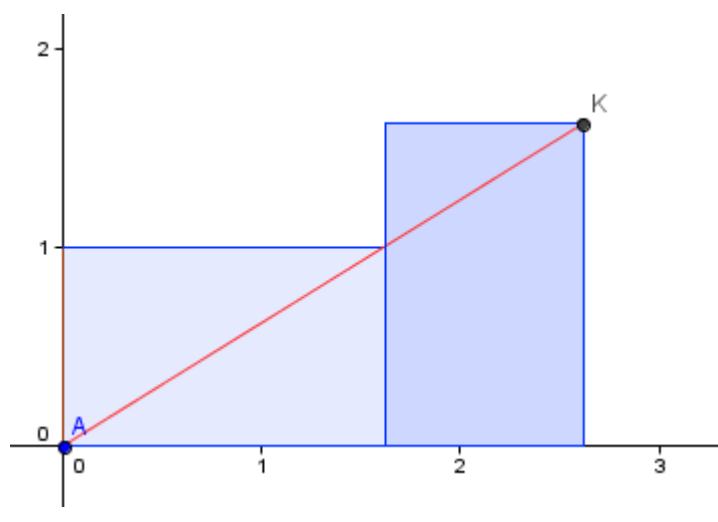
1) Construye un rectángulo cuya proporción entre el lado mayor y el lado menor $\left(\frac{\text{Lado mayor}}{\text{Lado menor}}\right)$ sea el número áureo. Como ya sabes, el número áureo es irracional, por lo que no podemos escribir su expresión decimal de forma exacta. Para construir el rectángulo deberás seguir por tanto las siguientes instrucciones:

- Define los puntos $A=(0,0)$ y $B=(1,0)$.
- Dibuja el cuadrado de vértices inferiores A y B utilizando el comando “polígono regular”.
- Halla el punto medio “PM” del lado superior del cuadrado utilizando el comando “punto medio”.
- Traza la semirrecta “s” que parte del vértice superior izquierdo del cuadrado y pasa por el vértice superior derecho mediante el comando “semirrecta que pasa por dos puntos”.
- Con centro en PM dibuja un arco de circunferencia que vaya desde B hasta la semirrecta s por el camino más corto. Utiliza para ello el comando “arco de circunferencia con centro entre dos puntos”.
- Dibuja el punto de corte “C” del arco con la semirrecta s mediante el comando “intersección de dos objetos”.
- Traza la semirrecta “t” que parte del vértice inferior izquierdo del cuadrado y pasa por el vértice inferior derecho.
- Traza la recta perpendicular a s que pasa por C. Utiliza el comando “recta perpendicular”.
- Dibuja el punto de intersección “D” de la recta que acabas de obtener con la semirrecta t.
- Dibuja el rectángulo que une el vértice superior izquierdo del cuadrado con los puntos A, C y D utilizando el comando “polígono” y oculta todos los demás objetos que has dibujado anteriormente.

El rectángulo que has obtenido por este procedimiento recibe el nombre de

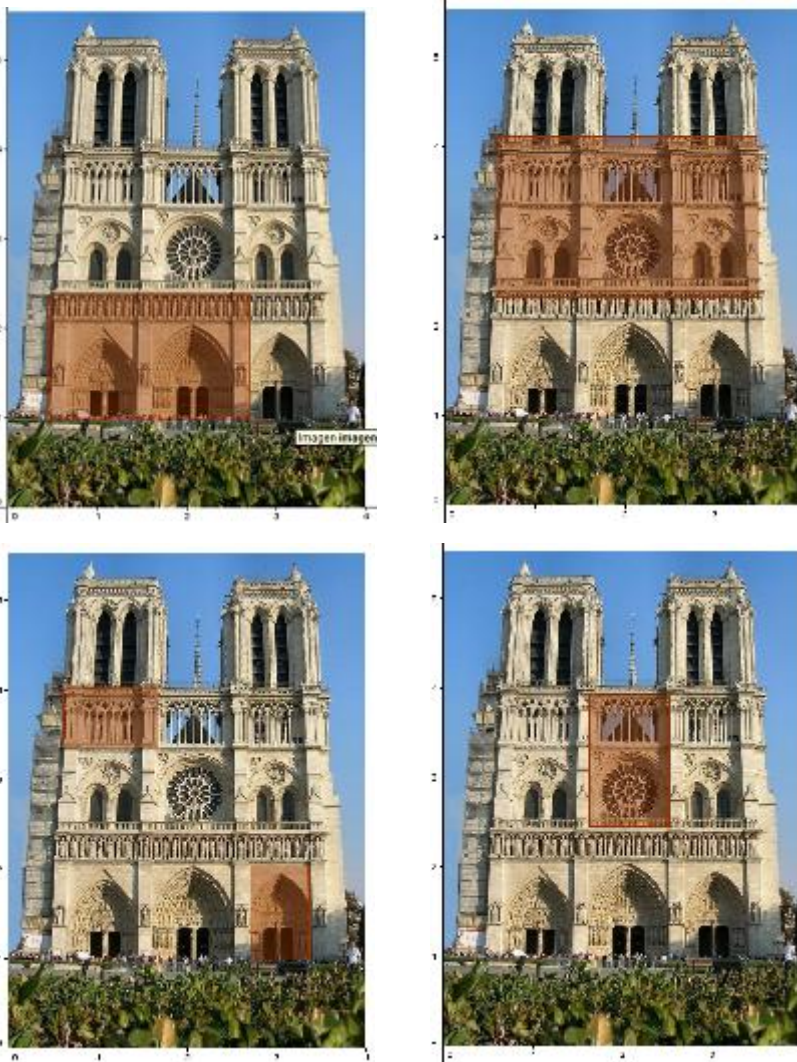
rectángulo áureo y tiene una curiosa propiedad geométrica que no se cumple para ningún otro tipo de rectángulo. Para comprobarlo debes girar la figura obtenida en torno a su vértice inferior derecho un ángulo de 90° en sentido horario (con el comando “rota objeto en torno a un punto, el ángulo indicado”). A continuación, une el vértice inferior izquierdo del primer rectángulo con el vértice superior derecho del rectángulo girado (usa el comando “segmento entre dos puntos”). ¿Qué propiedad observas?

Al unir los dos puntos del enunciado se observa que el segmento obtenido contiene a la diagonal del rectángulo áureo inicial. Con este apartado se pretende fundamentalmente que el alumno aprenda a utilizar comandos básicos de GeoGebra, al mismo tiempo que aprende a construir un rectángulo áureo. Por otro lado, el alumno con dificultades comprenderá con mayor exactitud el significado de un giro o de otras propiedades geométricas similares. Al final del proceso los alumnos deberán obtener la siguiente imagen:



2) El rectángulo áureo ha sido muy utilizado tanto en el arte como en la arquitectura desde hace siglos por personajes de una gran importancia histórica. Este es el caso de personajes como Leonardo da Vinci en la *Gioconda* o del arquitecto griego Fidias, constructor del *Partenón* y cuya sílaba inicial se ha tomado para dar nombre al número áureo (fi, en griego Φ). En el archivo 2 puedes ver la presencia del rectángulo áureo en el Partenón. ¿Sabrías identificar este tipo de rectángulos en la fachada de la catedral de Nôtre-Dame? Para hallarlos desplaza los rectángulos áureos y modifica el valor del lado menor para cambiar su tamaño. Encuentra al menos 3 rectángulos distintos y guarda las imágenes que has obtenido.

El objetivo de esta actividad es introducir las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura e inducir al alumno a que descubra por sí mismo la presencia de las mismas en algunas obras de indudable relevancia histórica. Concretamente, para el caso que nos ocupa, el alumno podrá identificar multitud de rectángulos áureos presentes en la catedral de Nôtre-Dame. Algunos de estos rectángulos son los siguientes:



3) Otra curiosa propiedad del rectángulo áureo es que al eliminar de su interior un cuadrado de la longitud del lado menor, la parte restante es también un rectángulo áureo. Mediante este procedimiento podemos obtener una sucesión de rectángulos áureos tal y como se muestra en el archivo 3. ¿Cómo realizarías con GeoGebra este procedimiento?

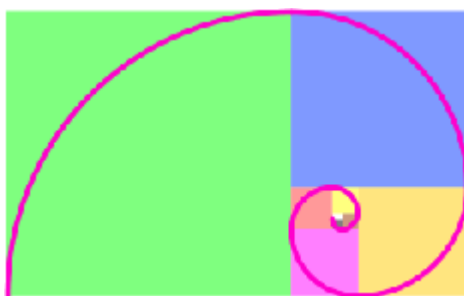
Bastaría con utilizar el comando “polígono regular” sobre los dos puntos que están sobre uno de los lados menores del rectángulo. Este comando es conocido por los alumnos, dado que ha sido usado ya en la actividad 1). Con este método se obtendrá el cuadrado que debemos eliminar en cada caso.

Con este apartado se pretende comprobar si los alumnos han comprendido cómo utilizar el programa GeoGebra.

Este proceso nos sirve también para construir una *espiral áurea*. Esta famosa espiral se obtiene trazando, en cada uno de los cuadrados que eliminamos en el proceso, un arco de circunferencia con centro en uno de sus vértices. Mostrando las diferentes imágenes puedes comprobar que este tipo de espirales aparecen con frecuencia en la naturaleza. Busca información en la red acerca de otros elementos de la naturaleza o del arte en los que esté presente la espiral áurea.

Un ejemplo de su presencia en la naturaleza es, por ejemplo, la forma de las galaxias y huracanes, del crecimiento de las hojas alrededor del tallo de una planta, la espiral descrita por un halcón cuando caza, o la de un insecto al acercarse a un foco luminoso. En cuanto al Arte, la espiral áurea y la sucesión de rectángulos áureos están presentes, por ejemplo, en las *Meninas* de Velázquez, *Adán y Eva* de Alberto Durero (descubridor de esta espiral), la *Mona Lisa* de Leonardo Da Vinci, o algunas construcciones como el edificio de la O.N.U. en Nueva York. Con este ejercicio se pretende, una vez más, (aparte de aprender a construir una espiral áurea) incentivar al alumno con el fin de que adopte una actitud positiva ante las Matemáticas, viendo su aplicación práctica a la “vida real”.

El proceso de construcción de una espiral áurea vendría representado de la siguiente forma:



9.9. Criterios de calificación

La ficha que los alumnos deben rellenar tendrá una valoración del 80%. Esta consta de 3 ejercicios con una valoración de 4 puntos el primero, 2 puntos el segundo y 2 puntos el tercero. El 20% restante corresponde a la actitud mantenida por el alumno a lo largo de la actividad, así como la presentación de la ficha y el rigor matemático de las respuestas.

9.10. Evaluación de la actividad

A lo largo del desarrollo de la actividad se anotarán las dudas que les puedan surgir a los alumnos con el fin de mejorar la actividad en aquellos aspectos que puedan resultar complicados o dudosos.

9.11. Valoración final

En mi opinión, esta propuesta resulta especialmente interesante, ya no sólo por la gran oportunidad que ofrece de unificar y mostrar la interrelación existente entre las distintas materias, promoviendo la coordinación entre distintos departamentos. También es interesante debido al hecho de que para muchos alumnos el cuarto curso de esta etapa supone el fin de sus estudios, así como para muchos otros supone la última vez que cursan la materia aún continuando con su formación. Resulta por tanto fundamental que sean capaces de reconocer la presencia y la utilidad de las Matemáticas en la vida cotidiana, para así no desprestigiar en su futuro esta rama de la ciencia. La actividad sirve también para afianzar o comprender algunos conceptos geométricos y numéricos, así como para aprender a manejar una herramienta informática como apoyo en el aprendizaje. Además, contribuye a la adquisición de muchas de las competencias básicas, por lo que constituye una propuesta muy completa y de gran utilidad que, en buena parte gracias a la introducción de las nuevas tecnologías, captará fácilmente la atención de todo el alumnado.

10. Referencias bibliográficas

10.1. Legislación

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. BOE núm. 106, jueves 4 de mayo de 2006.
- Decreto 74/2007, de 14 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias. BOPA núm. 162, jueves 12 de julio de 2007.

10.2. Libros

- ÁLVAREZ, M.D., GAZTELU, A.M., GONZÁLEZ, A., HERNÁNDEZ, J., MACHÍN, P., MIRANDA, M.Y., MORENO, M.R., PARRA, S., REDONDO, M., REDONDO, R., SÁNCHEZ, M.T., SANTOS, T. y SERRANO, E. (2011). *Matemáticas 4º ESO Opción B. Proyecto Los Caminos del Saber*. Madrid: Santillana.
- ÁLVAREZ, M. D., MARQUÉS, M., MIRANDA, M.Y., MORILLO, F., PARRA, S., REDONDO, M., REDONDO, R., SÁNCHEZ, M.T. y SANTOS, T. (2011). *Matemáticas 4º ESO Opción B. Biblioteca del Profesorado. Guía y recursos*. Madrid: Santillana.
- CONTRERAS CABALLERO, I., FERNÁNDEZ PALICIO, I., PÉREZ MATEO, S. y PÉREZ SANZ, J.L. (2012). *Matemáticas Opción B 4º ESO*. Madrid: Oxford Educación.
- CORBALÁN, F. (2010). *La proporción áurea. El lenguaje matemático de la belleza. Colección El mundo es matemático*. Madrid: RBA.

10.3. Fuentes electrónicas

- Tres14, programa de Ciencia. *Los números son bellos*. Recuperado el 13 de mayo de 2012, de <http://www.rtve.es/alacarta/videos/tres14/tres14-numeros-son-bellos/1270179/>

10.3. Otras fuentes

- LUENGO GARCÍA, M.A. (2012). *Apuntes de la asignatura Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*.
- RODRIGUEZ SERRANO, A., HUIDOBRO ROJO, J.A., SERRANO ORTEGA, M.L. (2011). *Las formas geométricas de la Universidad Laboral de Gijón. 15 JAEM*. Universidad de Oviedo, Gijón.
- Programación del Departamento de matemáticas del IES Montevil. (2011)

ANEXO: Ficha de la propuesta de innovación para el alumno

Instrucciones:

Crearás un archivo .ggb en el que vayas realizando los pasos indicados en la actividad 1). Para guardar el archivo pincha en la pestaña “archivo” y selecciona “guardar como”. A continuación elige el nombre del archivo y la carpeta donde lo vas a guardar.

Guardarás las imágenes que hayas obtenido en la actividad 2. Para ello puedes guardar el archivo .ggb exactamente igual que en el caso anterior, mostrando en pantalla la imagen que quieres guardar, o simplemente hacer una captura de pantalla.

Rellenarás esta ficha con los resultados obtenidos con el programa.

Al finalizar la clase, deberás entregar esta ficha cumplimentada y subir al campus virtual, o en su defecto enviar por email, todos los archivos .ggb generados.

NO SE ADMITIRÁ LA ENTREGA DE FICHAS EN FECHAS POSTERIORES A LA SEÑALADA

Actividades:

1) Construye un rectángulo cuya proporción entre el lado mayor y el lado menor $\left(\frac{\text{Lado mayor}}{\text{Lado menor}}\right)$ sea el número áureo. Como ya sabes, el número áureo es irracional, por lo que no podemos escribir su expresión decimal de forma exacta. Para construir el rectángulo deberás seguir por tanto las siguientes instrucciones:

- Define los puntos $A=(0,0)$ y $B=(1,0)$.
- Dibuja el cuadrado de vértices inferiores A y B utilizando el comando “polígono regular”.
- Halla el punto medio “PM” del lado superior del cuadrado utilizando el comando “punto medio”.
- Traza la semirrecta “s” que parte del vértice superior izquierdo del cuadrado y pasa por el vértice superior derecho mediante el comando “semirrecta que pasa por dos puntos”.
- Con centro en PM dibuja un arco de circunferencia que vaya desde B hasta la semirrecta s por el camino más corto. Utiliza para ello el comando “arco de circunferencia con centro entre dos puntos”.
- Dibuja el punto de corte “C” del arco con la semirrecta s mediante el comando “intersección de dos objetos”.

- Traza la semirrecta “t” que parte del vértice inferior izquierdo del cuadrado y pasa por el vértice inferior derecho.
- Traza la recta perpendicular a s que pasa por C. Utiliza el comando “recta perpendicular”.
- Dibuja el punto de intersección “D” de la recta que acabas de obtener con la semirrecta t.
- Dibuja el rectángulo que une el vértice superior izquierdo del cuadrado con los puntos A, C y D utilizando el comando “polígono” y oculta todos los demás objetos que has dibujado anteriormente.

El rectángulo que has obtenido por este procedimiento recibe el nombre de **rectángulo áureo** y tiene una curiosa propiedad geométrica que no se cumple para ningún otro tipo de rectángulo. Para comprobarlo debes girar la figura obtenida en torno a su vértice inferior derecho un ángulo de 90° en sentido horario (con el comando “rota objeto en torno a un punto, el ángulo indicado”). A continuación, une el vértice inferior izquierdo del primer rectángulo con el vértice superior derecho del rectángulo girado (usa el comando “segmento entre dos puntos”). ¿Qué propiedad observas?



2) El rectángulo áureo ha sido muy utilizado tanto en el arte como en la arquitectura desde hace siglos por personajes de una gran importancia histórica. Este es el caso de personajes como Leonardo da Vinci en la *Gioconda* o del arquitecto griego Fidias, constructor del *Partenón* y cuya sílaba inicial se ha tomado para dar nombre al número áureo (fi, en griego Φ). En el archivo 2 puedes ver la presencia del rectángulo áureo en el Partenón. ¿Sabrías identificar este tipo de rectángulos en la fachada de la catedral de Nôtre-Dame? Para hallarlos desplaza los rectángulos áureos y modifica el valor del lado menor para cambiar su tamaño. Encuentra al menos 3 rectángulos distintos y guarda las imágenes que has obtenido.

3) Otra curiosa propiedad del rectángulo áureo es que al eliminar de su interior un cuadrado de la longitud del lado menor, la parte restante es también un rectángulo áureo. Mediante este procedimiento podemos obtener una sucesión de rectángulos áureos tal y como se muestra en el archivo 3. ¿Cómo realizarías con GeoGebra este procedimiento?



Este proceso nos sirve también para construir una *espiral áurea*. Esta famosa espiral se obtiene trazando, en cada uno de los cuadrados que eliminamos en el proceso, un arco de circunferencia con centro en uno de sus vértices. Mostrando las diferentes imágenes puedes comprobar que este tipo de espirales aparecen con frecuencia en la naturaleza. Busca información en la red acerca de otros elementos de la naturaleza o del arte en los que esté presente la espiral áurea.

