

CUIEET

Gijón

Gijón,
25, 26 y 27 de
junio 2018

XXVI Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas

Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón

LIBRO DE ACTAS



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo



LIBRO DE ACTAS DEL
XXVI Congreso Universitario de Innovación Educativa
En las Enseñanzas Técnicas
25-27 de junio de 2018
Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón
UNIVERSIDAD DE OVIEDO

© Universidad de Oviedo, 2018

ISBN: 978-84-17445-02-7

DL: AS 1893-2018

La importancia de las empresas como patrocinadores de los laboratorios de fabricación (Fab Labs)	1
La formación dual universitaria en el Grado en Ingeniería en Automoción de la IUE-EUI de Vitoria-Gasteiz. Requisitos de calidad	12
Prácticas formativas en la UPV: objetivo estratégico	24
Elaboración de <i>audioslides</i> para apoyo a la enseñanza en inglés en los grados bilingües	36
<i>Effect of Industry 4.0 on education systems: an outlook</i>	43
Uso de simuladores y herramientas de programación para facilitar la comprensión de la operación de los sistemas eléctricos	55
Aplicación de ejercicios resueltos de ingeniería del terreno con recursos de acceso libre para teléfonos móviles y tabletas electrónicas	67
<i>Proposal to determine learning styles in the classroom</i>	77
La soledad de los Millennials ricos en la EPI de Gijón	84
Mejora de la calidad de la formación postgraduada en ortodoncia de la Universidad de Oviedo	96
El plagio entre el alumnado universitario: un caso exploratorio	106
Competencias necesarias en el ejercicio de la profesión de Ingeniería Informática: experimento sobre la percepción de los estudiantes	116
El proyecto <i>Flying Challenge</i> , una experiencia de interconexión universidad-empresa utilizando mentoría entre iguales	127
Formación en ingeniería con la colaboración activa del entorno universitario	134
“Emprende en verde”. Proyecto de innovación docente de fomento del emprendimiento en el ámbito de las Ingenierías Agrarias	146
Competencia transversal de trabajo en equipo: evaluación en las enseñanzas técnicas	158
<i>Introducing sustainability in a software engineering curriculum through requirements engineering</i>	167

Percepción de las competencias transversales de los alumnos con docencia en el área de producción vegetal	176
Experiencia de aprendizaje basado en proyectos con alumnos Erasmus	186
Elaboración de un juego de mesa para la adquisición de habilidades directivas en logística	198
Proyecto IMAI - innovación en la materia de acondicionamiento e instalaciones. Plan BIM	210
<i>BIM development of an industrial project in the context of a collaborative End of Degree Project</i>	221
Desarrollo de un sistema de detección de incendios mediante drones: un caso de aprendizaje basado en proyectos en el marco de un proyecto coordinado en un Máster Universitario en Ingeniería Informática	231
Algunas propuestas metodológicas para el aprendizaje de competencias matemáticas en ingeniería	243
Riesgos psicosociales del docente universitario	255
<i>Face2Face</i> una actividad para la orientación profesional	267
Trabajo fin de grado. Una visión crítica	276
Gamificaci en el aula: “ <i>Escape Room</i> ” en tutorías grupales	284
Una evolución natural hacia la aplicación del aprendizaje basado en diseños en las asignaturas de la mención de sistemas electrónicos del Grado en Ingeniería en Tecnologías y Servicios de Telecomunicación. Una experiencia docente desde la EPI de Gijón	296
Propuesta para compartir escenarios docentes a través de <i>visual thinking</i> . Bases de la termografía, equipos electromédicos termo-gráficos y su aplicación en salud	308
EMC: aspectos prácticos en el ámbito docente	316
Habilidades sociales en la ingeniería	327
Aprendizaje orientado a proyectos integradores y perfeccionamiento del trabajo en equipo caso - Máster Erasmus Mundus en Ingeniería Mecatrónica	339

Tendencias en la innovación docente en enseñanzas técnicas: análisis y propuesta de mejoras para la asignatura Mecánica de Fluidos	349
Diseño y puesta en marcha de una práctica docente basada en recuperación de energía térmica mediante dispositivos termoeléctricos	361
Caso de estudio en el procedimiento de un grupo de estudiantes cuando se aplica Evaluación Formativa en diferentes materias de un Grado de Ingeniería	373
Visionado de vídeos como actividad formativa alternativa a los experimentos reales	385
Utilización de vídeos <i>screencast</i> para la mejora del aprendizaje de teoría de circuitos en grados de ingeniería	394
La invasión de los garbanzos	406
Evolución del sistema de gestión de prácticas eTUTOR entre los años 2010 y 2017	418
Implementación de juegos educativos en la enseñanza de química en los grados de ingeniería	430
Trabajando interactivamente con series de Fourier y trigonométricas	439
Aproximación de las inteligencias múltiples en ingeniería industrial hacia una ingeniería inteligente	450
Cooperando mayor satisfacción. Experiencias de dinámicas cooperativas en 1 ^{er} curso de ingeniería en el área de expresión gráfica.	461
Cognición a través de casos en el área de Acondicionamiento e Instalaciones de la E.T.S. de Arquitectura de Valladolid	473
Un instrumento para explorar las actitudes hacia la informática en estudiantes de matemáticas	482
La metodología <i>contest-based approach</i> en STEM: modelización de datos meteorológicos	493
Técnicas de gamificación en ingeniería electrónica	505
El reto del aprendizaje basado en proyectos para trabajar en competencias transversales. aplicación a asignaturas de electrónica en la ETSID de la UPV	521

Dibujo asistido por ordenador, sí, pero con conocimiento de geometría	534
Introduciendo la infraestructura verde y los sistemas de drenaje sostenible en los estudios de grado y postgrado en ingeniería	547
Aprendizaje colaborativo en Teoría de Estructuras	559
Modelo de evaluación y seguimiento de los trabajos fin de grado (TFG) y trabajos fin de máster (TFM) tutorizados en el área de Ingeniería de los Procesos de Fabricación	567
El Taller de Diseño como núcleo de innovación docente y eje de adquisición de competencias en la formación del Grado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo de Productos	579
Diseño y evaluación de un laboratorio virtual para visualizar en 3D el gradiente y la derivada direccional en un campo escalar bidimensional	588
La ludificación como herramienta de motivación en la asignatura bilingüe <i>Waves and Electromagnetism</i>	600
Gamificación en la impartición de Cálculo de Estructuras	612
Análisis de las actitudes visuales y verbales de alumnos noveles de Grado de Ingeniería en la Universidad Politécnica de Cartagena	621
Diseño curricular del Programa de Ingeniería Mecánica de la Universidad Pontificia Bolivariana, sede Medellín, Colombia	633
Evaluación significativa de prácticas de laboratorio: portfolios <i>versus</i> prueba final objetiva	644
Introducción de la Cultura Científica en Grados de Ingeniería	658
Detección de errores conceptuales en Matemáticas de los alumnos del grado en Ingeniería Informática del Software en su primer año de carrera.	665
Rúbrica de evaluación en un laboratorio de Ingeniería Química	676
Factores explicativos de la elección de grados en el área agroalimentaria	686
Diseño de una actividad para el desarrollo y evaluación de competencias transversales en el ámbito de la Teoría de Máquinas y Mecanismos	696

Necesitamos “engineers”. Programa para el desarrollo de las competencias de una ingeniera	708
Estudio de la Implantación de Competencias dentro del marco europeo: revisión prospectiva en las enseñanzas técnicas de la Universidad de Oviedo	718
Sostenibilidad e Ingeniería Industrial: estrategias para integrar la ética en los programas de formación	730
Una experiencia en proyectos europeos de ambito educativo	743
Modelos didácticos de Goma-EVA para visualizar conceptos y detalles en la enseñanza de estructuras metálicas	750
<i>Introduction to the Fluid Dynamics of Biological Flows. Innovation project using the CFD simulation of the lung air flow.</i>	762
Aprendizaje activo y cooperativo en el Area de Informática Industrial	772
Aprender en el contexto de la empresa	784
Valoración por las empresas de las competencias en las prácticas realizadas por alumnos de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño	792
Sinergia bidireccional universidad-empresa. Caso de estudio: Aula Universitaria de Arquitectura	804
Nuevas técnicas metodologías para el fomento de habilidades transversales y transferencia del conocimiento en universitarios	815
Formación en competencias socialmente responsables en la Universidad de Oviedo	823
Competencias transversales en la asignatura Tecnología Medioambiental	833
Actividad sobre la competencia emprendedora introduciendo <i>Lean Startup</i> en un grado de ingeniería	842
Evaluación de la competencia transversal ‘Comunicación Efectiva’ mediante presentaciones en vídeo	854
Dinamización del aprendizaje de VHDL a través del aprendizaje basado en proyectos en una asignatura de máster	863
Proyecto Solar-F. Desarrollo de un prototipo de seguidor solar	875

Definición de tareas de aprendizaje basado en proyecto colaborativo para Ingeniería Mecatrónica	883
La investigación-acción participativa como herramienta de responsabilidad social universitaria	895
Implantación del Programa de Mentorías entre iguales MENTOR EPIGIJON	907
De Orienta a Mentor	919
Sello RIME de calidad de la función orientadora. Poniendo en valor la acción tutorial	931
Establecimiento de una relación productiva doctorando/supervisor: expectativas, roles y relación	943
Análisis de singularidades en transformaciones trifásicas, empleando una plataforma educativa para ingeniería	953
El cuadro de mandos como entorno educacional	961
DIBUTECH: plataforma web interactiva para la resolución de ejercicios gráficos en Ingeniería	975
Alumnos más participativos con el uso de herramientas de gamificación y colaboración	985
Utilización de prensa <i>online</i> , Campus Virtual y dispositivos móviles para el aprendizaje y aplicación de conceptos económico-empresariales en estudiantes de ingeniería	997
El rol de la práctica de campo en la clase inversa. Caso práctico sobre el diseño de productos para la <i>smartcity</i> en el contexto del Jardín del Túria	1008
Desarrollo de competencias transversales en ingeniería con el inglés como lengua vehicular y mejora de la participación con aprovechamiento en clase.	1019
Experiencia de desarrollo y evaluación de prácticas utilizando TIC	1031
Diseño e implementación de una herramienta de coordinación de los títulos que se imparten en la Escuela de Ingenierías Industriales	1042
<i>Framework for the analysis of students association' interests & voices</i>	1054

Mejora continua en el proceso de internacionalización de la ETS de Ingeniería y Diseño Industrial (ETSIDI) de la Universidad Politécnica de Madrid (UPM)	1066
Calidad del empleo de la/os egresada/os de Arquitectura Técnica de la Universidad del País Vasco (UPV/EHU) en el período 2005-13: diferencias de género	1076
<i>Student's cognitive style towards innovation. A pilot study at ETSIDI-UPM</i>	1087
Optimización del proceso creativo en el aula: entrenamiento de la actitud creadora para reducir la complejidad multidimensional del pensamiento creativo en el equipo	1091
La formación específica en competencias transversales como contenido integrado en el plan docente	1096
Los alumnos deciden: Edublog de la asignatura Estadística	1102
La necesidad de la eficiencia energética en las infraestructuras universitarias	1106
<i>Learning by engineering: del Lean Manufacturing a la Industria 4.0</i>	1110
Prácticas de laboratorio avanzado en últimos cursos de grado	1114
Propuesta de actividad de aprendizaje colaborativo en una asignatura de máster universitario	1118
Mejora de la praxis docente mediante la inclusión de actividades para el desarrollo de las capacidades metacognitivas de los estudiantes	1122
Factores curriculares y evolución tecnológica que inciden en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales	1126
Ética y sostenibilidad: buscando hueco en los planes de estudios	1130
Descripción de una experiencia con el uso de las TICs basada en el uso de videos explicativos y cuestionarios para una mejor comprensión de las prácticas de Física de Ingeniería Industrial	1134
Banco de ensayos para instalaciones de autoconsumo fotovoltaico aisladas y/o conectadas a red	1144
Diseño de mini-videos y mini-audios esenciales para el seguimiento óptimo de las asignaturas y la prevención de su abandono	1148

Aplicación interactiva <i>online</i> para el aprendizaje del fenómeno del pandeo en elementos metálicos sometidos a compresión simple	1152
Evaluación continua, compartida y progresiva aplicada al Grado de Ingeniería. Caso de estudio	1157
Diseño e implantación sistemática de evocaciones y de evaluación por rúbricas en Ingeniería Gráfica por medio de herramientas TIC	1163
Asignaturas de nivelación en Master de Ingeniería Mecatrónica. Ejemplo de Electrónica	1171
La competencia de responsabilidad	1183
MediaLab: nueva formación tecnológica y humanística en la Universidad de Oviedo	1196
Mejora de la calidad de los TFG en grados de ingeniería	1200
Desarrollo de competencias profesionales en las prácticas de laboratorio/taller	1204
La enseñanza de Estadística Aplicada en el Grado de Ingeniería Forestal: para y por ingenieros	1214
La redacción de informes técnicos y periciales como formación transversal en ingeniería	1225
BEE A DOER – Emprendiendo y aprendiendo impresión 3D	1230
Propuesta de curso NOOC: Iniciación a la química para titulaciones de ingeniería	1237
<i>Two-Storey building model for testing some vibration mitigation devices</i>	1241
Plataforma Web para el entrenamiento de las presentaciones orales del Trabajo Fin de Grado (TFG)	1245
Aprendizaje competencial efectivo mediante las prácticas del laboratorio de las asignaturas del área de Mecánica de Fluidos de los estudios de Grado y Máster de Ingeniería Industrial de la Escuela de Ingeniería de Bilbao	1249
Fabricación y caracterización de materiales compuestos. <i>Composite Materials: manufacturing and characterization</i>	1256

Desarrollo de competencias transversales en grados de ingeniería industrial mediante metodologías activas de enseñanza-aprendizaje basadas en el <i>mentoring</i> y ABP	1264
Planificación de prácticas de laboratorio basadas en un amplificador de radiofrecuencia de bajo coste orientadas a la enseñanza de asignaturas de Electrónica de Comunicaciones	1276
Orientación universitaria de estudiantes de ingeniería. Plan de acción tutorial de la Escuela Politécnica superior de Jaén (PAT-EPSJ)	1280
Experiencia innovadora en “las ciencias de la naturaleza de educación infantil”	1284
Actividad práctica de diseño para la fabricación asistida con CATIA: Doblado de chapa metálica	1290
La investigación como parte del proceso educativo de la enseñanza superior	1294
Aprendizaje Orientado a Proyectos en el diseño de sistemas mecánicos	1298
Evaluación del déficit de atención en niños mediante el análisis de tiempos de respuesta	1302
Desarrollo de proyectos didácticos para adquirir competencias transversales	1308
Competencias genéricas percibidas por los alumnos con formación en producción vegetal	1312
Enseñanza grupal. Estudio por casos de empresas Valencianas	1318
Implicación del alumnado en el proceso de aprendizaje mediante Trabajos Fin de Grado/Máster en Ingeniería de Telecomunicación	1322
<i>An example of company-university cooperation: Mathematical modeling and numerical simulation of heat dissipation in led bulbs</i>	1326
Aprendizaje centrado en el proyecto de estructuras adaptados a la enseñanza universitaria	1331
Nuevo enfoque pedagógico en la formación del perfil profesional para el desarrollo de proyectos de automatización industrial a través de un concepto de integración total	1335
Convenios de cooperación educativa en el ámbito náutico: universidad- empresa	1339

Índice de ponencias

Sinergia bidireccional universidad-empresa. Caso de estudio: proyecto de investigación ERGONUI-TME	1344
Estudio comparativo entre estudiantes de ingeniería de la Universidad de León mediante el <i>test Force Concept Inventory</i>	1350
Innovación para el desarrollo de nueva propuesta de máster semipresencial en prevención de riesgos laborales	1354
El círculo de Mohr y la innovación docente en educación superior	1359



Trabajando interactivamente con series de Fourier y trigonométricas

Fernando Giménez-Palomares^a, Andrés Lapuebla-Ferri^b y Juan-Antonio Monsoriu-Serra^c

^a Departamento de Matemática Aplicada. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, fgimenez@mat.upv.es. ^c Departamento de Elasticidad y Resistencia de Materiales. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, anlafer0@mes.upv.es. ^c Departamento de Física Aplicada. Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño, jmonsori@fis.upv.es.

Abstract

Many natural phenomena have a periodic and oscillating nature. The Fourier series and, in general, the trigonometric series are an excellent tool for the study of these processes and have numerous applications in engineering: vibration analysis, acoustics, optics, electronics, economics, medicine, image and signals processing, data compression, etc. It involves breaking down a periodic signal in terms of basic periodic signals whose frequencies are multiples of the original signal.

In this work we present a virtual laboratory developed as a graphical user interface of Matlab and a methodological proposal for the study of the properties of this type of series, both from an analytical and graphic point of view, with the aim that students can strengthen your knowledge on the subject.

Keywords: *Fourier series, trigonometric series, frequency, harmonic, spectrum, Gibbs phenomenon, virtual laboratory, Matlab.*

Resumen

Muchos fenómenos naturales tienen un carácter periódico y oscilante. Las series de Fourier y, en general, las series trigonométricas constituyen una excelente herramienta para el estudio de dichos procesos y tienen numerosas aplicaciones en la ingeniería: análisis de vibraciones, acústica, óptica, electrónica, economía, medicina, procesamiento de imágenes y señales, compresión de datos, etc. Se trata de descomponer una señal periódica en términos de señales periódicas básicas cuyas frecuencias son múltiplos de la señal

original. En este trabajo presentamos un laboratorio virtual desarrollado como una interfaz gráfica de usuario de Matlab y una propuesta metodológica para el estudio de las propiedades de este tipo de series, tanto desde un punto de vista analítico como gráfico, con el objetivo de que los alumnos puedan afianzar sus conocimientos sobre el tema.

Palabras clave: *serie de Fourier, serie trigonométrica, frecuencia, armónico, espectro, fenómeno de Gibbs, laboratorio virtual, Matlab.*

Introducción

La implementación de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) durante los últimos años han ido adquiriendo una importancia progresiva en el mundo educativo, permitiendo un enriquecimiento y mejora de la calidad de la enseñanza. Se hace necesario adaptar la escuela y la universidad al uso de las TIC, aprovechando los nuevos escenarios, instrumentos y métodos en los procesos educativos.

Los laboratorios virtuales (LV) se aprovechan de las nuevas tecnologías y avances en programación para estimular el aprendizaje de los alumnos captando la atención a través de escenarios interactivos e innovadores (Luengas et al., 2009). Un LV facilita la realización de prácticas o experiencias a un mayor número de estudiantes sin la necesidad de contar con laboratorios y permiten simular muchos fenómenos físicos y modelar sistemas, estudiar conceptos abstractos, mostrando solo el fenómeno simulado, e inclusive de forma interactiva, llevando el laboratorio al hogar de nuestros estudiantes (Lorandi et al, 2011). Aunque inicialmente los LV se concibieron para sustituir la experimentación real, ahorrando enormemente en personas, espacios, tiempo y materiales, hoy en día también pueden usarse en asignaturas no necesariamente experimentales. En particular, dentro del campo de las Matemáticas, es posible diseñar herramientas informáticas que permitan que nuestros alumnos amplíen sus conocimientos y habilidades, sin la necesidad de dedicar un tiempo excesivo a la resolución de problemas farragosos, dejándoles más libertad para organizar su tiempo, con una enseñanza menos reglada en cuanto horarios y fomentando la formación autodidacta (Torres y Martínez, 2015) y (Jones et al., 2001). Puede ampliarse información sobre los LV en la ingeniería en (Calvo et al., 2008).

Las utilidades gráficas de MATLAB, junto con su accesibilidad y facilidad de uso, lo convierten en una herramienta muy adecuada para la simulación de muchos procesos en donde el alumno puede controlar las variables que intervienen, sí como analizar su influencia en el resultado. En lo que sigue presentamos una herramienta que hemos desarrollado como una interfaz gráfica de usuario (GUI) de Matlab, con el objetivo de profundizar sobre los conocimientos teóricos adquiridos por los alumnos sobre las series de Fourier y trigonométri-

cas, de manera que se refuerze el proceso educativo y se facilite el desarrollo de competencias matemáticas, dedicando una especial atención a:

- Visualización de las sumas parciales de las series trigonométricas y estudio de su convergencia
- Visualización de las sumas parciales de la serie de Fourier asociada a una función periódica y obtención de los coeficientes correspondientes
- Estudio del fenómeno de Gibbs
- Análisis del espectro de líneas de series trigonométricas y de Fourier

Consultar la referencia (Decik y Assanis, 2005) para profundizar sobre las GUI en general y las referencias (MATPIC, 2017) y (Mathworks, 2018) sobre cómo se implementan las GUIs en MATLAB.

Trabajos Relacionados

Existen numerosos trabajos relacionados con el uso de laboratorios virtuales de Matemáticas en asignaturas de las ingenierías. Podemos citar los artículos de (Jiménez y Sucerquia, 2008) y (Torres y Martínez, 2015). Durante los últimos años los autores han presentado varias contribuciones que abordan la implementación de herramientas informáticas para el estudio de diversas temáticas de tipo matemático (Giménez et al., 2016, Giménez et al., 2018) y otros. Sobre LV y series de Fourier pueden consultarse (LAFA, 2018) y (Girona, 2018).

Metodología

Fundamentos teóricos

En lo que sigue vamos a hacer una descripción somera de lo que son las series trigonométricas y de Fourier, y presentaremos la herramienta docente que hemos diseñado para su estudio.

Se llama *serie trigonométrica* a toda serie funcional que se expresa de la forma

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T} x\right) + b_n \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{T} x\right) \right)$$

donde $T > 0$, $a_0, a_1, a_2, \dots, b_0, b_1, b_2, \dots$ son constantes reales. A los valores a_n, b_n se les llama *coeficientes* de la serie.

Es inmediato que si la serie converge para un cierto punto x también converge para cualquier punto de la forma $x + kT, k \in \mathbb{Z}$ y su suma es la misma. Como consecuencia si la serie trigonométrica converge a una cierta función, ésta será periódica de período T . Si los términos a_n son todos nulos la función suma es impar y si los términos b_n son todos nulos la función suma es par.

Sea f una función integrable en $[0, T]$. Se llaman *coeficientes de Fourier* de f a los números

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cos\left(\frac{2\pi n}{T}x\right) dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{T}x\right) dx, \quad n = 1, 2, \dots$$

Se llama *serie de Fourier de f en $[0, T]$* a la serie trigonométrica que tiene dichos coeficientes. Cuando la función f es además periódica de período T a la serie anterior se le llama *serie de Fourier de f* . En este caso es posible reemplazar el intervalo inicial $[0, T]$ por cualquier otro intervalo de longitud T . Se suele trabajar en muchas ocasiones con el intervalo $[-T/2, T/2]$.

Si la función f es impar los coeficientes a_n son todos nulos y si es par los coeficientes b_n son todos nulos.

El siguiente resultado establece condiciones para que la serie de Fourier de una función dada sea convergente:

Teorema: Si f está acotada y es monótona a tramos en $[0, T]$ y periódica de período T entonces la serie de Fourier de f es convergente en cada punto x real a

$$\frac{f(x_+) + f(x_-)}{2}$$

donde $f(x_+)$ y $f(x_-)$ denotan los límites por la derecha e izquierda respectivamente de f en x . Así en los puntos x donde f es continua la suma es $f(x)$.

En los puntos en donde f tiene una discontinuidad de salto las sumas parciales de las serie de Fourier mantienen unas oscilaciones cerca de dicho puntos (*fenómeno de Gibbs*).

Las series de Fourier pueden expresarse en forma exponencial

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{\frac{2\pi i n x}{T}}$$

donde $c_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n)$ si $n \geq 0$ y $c_n = \frac{1}{2}(a_n + ib_n)$ si $n < 0$

Otra forma muy útil es

$$\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega x - \varphi_n)$$

donde $A_0 = a_0$, $a_n = A_n \cos(\varphi_n)$, $b_n = A_n \operatorname{sen}(\varphi_n)$ y $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

A la expresión $A_n \cos(n\omega x - \varphi_n)$ se le llama *armónico de orden n*, a A_n *amplitud del armónico*, a $n\omega x - \varphi_n$ *fase del armónico*, a ωx *pulsación o frecuencia angular del armónico*, a φ_n *constante de fase del armónico* y a $f_i = \frac{n\omega}{2\pi} = \frac{n}{T}$ *frecuencia del armónico*.

Se puede estudiar gráficamente la contribución de cada armónico en una serie de Fourier representando la frecuencia respecto de la amplitud en un diagrama de barras que recibe el nombre de *espectro de líneas*.

Para profundizar sobre el tema se pueden consultar las referencias (Folland, 2009), (Pinkus y Zafrany, 1997) y (Chapra y Canale, 2016).

El laboratorio virtual

Al ejecutar el laboratorio virtual *fourier* se abre en primer lugar la ventana de presentación mostrada en la figura 1.

Figura 1 Ventana inicial del LV *fourier*



Al pulsar el botón *GUÍA DE USUARIO* se abre un pequeño documento en pdf con instrucciones sobre el uso del programa. Si se pulsa *CONTINUA* se muestra el LV propiamente dicho (ver figura 2).

Figura 2 Ventana de entrada de datos del LV *fourier*

The screenshot shows a software window titled "fourier_aux" with a header "SERIES TRIGONOMÉTRICAS Y DE FOURIER" and authors "F. Giménez y J. A. Monsoriu". The interface is divided into several sections: a dropdown menu for "Serie de Fourier", a "Serie de Fourier" section with a "Función" input field and a "Tipo de intervalo" dropdown (currently set to "[0,T]"), a "Serie trigonométrica" section with input fields for a_0 , a_n , and b_n , and a section for "Período", "Número de términos", and "Intervalo". At the bottom left, there is a radio button labeled "Listado" and a "PULSAR BOTÓN" button. A large empty plot area is on the right side of the window.

Los parámetros de entrada son los siguientes:

- **Desplegable inicial:** A elegir entre *Serie de Fourier* y *serie trigonométrica*.
- **Función:** Expresión de la función a desarrollar en serie de Fourier en la variable x . Es necesario usar ' $*$ ', ' $/$ ' y ' $^$ '.
- **Tipo de intervalo:** $[0, T]$ o $[-T/2, T/2]$.
- **a_0 :** valor de a_0 .
- **a_n :** expresión de a_n en la variable n .
- **b_n :** expresión de b_n en la variable n .
- **Período:** valor de T
- **Número de términos:** entero positivo n o vector con valores enteros positivos distintos $[n_1, n_2, \dots, n_k]$.
- **Intervalo:** vector $[a, b]$ en donde se desean dibujar las series parciales y/o la función dada.
- **Listado:** Nombre del fichero de texto en donde guardar información relativa a la serie de Fourier o trigonométrica que recoge los valores $a_j, b_j, c_j, c_{-j}, A_j, \varphi_j, f_i$, además de la expresión de la función y el período relativa a la serie trigonométrica o de Fourier generada si se ha seleccionado dicha opción.

Si se pulsa el botón **PULSAR BOTÓN** se generan dos gráficos, uno con la suma parcial S_n ó las sumas parciales $S_{n_1}, S_{n_2}, \dots, S_{n_k}$ de la serie de Fourier o la serie trigonométrica dependiendo de la opción elegida en el desplegable y la propia función f en el primer caso, en el intervalo $[a, b]$, y otro con el espectro de líneas. En el caso de varias sumas parciales se trata de un gráfico animado.

En la definición de la función f en muchas ocasiones se trabaja con la función característica

$$\chi_{[a,b]}(x) = \begin{cases} 1 & x \in [a, b] \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

Hemos implementado la función de Matlab $\text{chi}(a,x,b)$ para poder trabajar con ella al introducir la función f .

Metodología propuesta

Se propone la siguiente metodología a seguir en las asignaturas de matemáticas de las ingenierías en donde se estudien las series de Fourier y trigonométricas:

- 1) Introducción en las clases habituales de aula de los conceptos teóricos necesarios.
- 2) A continuación se presenta el LV y se explica con detalle como se usa.
- 3) Se proponen una serie de ejercicios ilustrativos en donde los alumnos tengan que utilizar el LV para resolver problemas concretos en las aulas informáticas o en casa.
- 4) Envío de los ejercicios resueltos al profesor para que los corrija.

Los alumnos pueden trabajar de manera autónoma y autodidacta con su propio ordenador, aunque no se disponga de Matlab, mediante el uso de una versión ejecutable del laboratorio virtual que también ponemos a su disposición. Para valorar la incidencia de esta metodología se propone la realización de una pequeña encuesta al final.

Resultados

Ejemplo 1: Se desea representar las ocho primeras sumas parciales de la serie de Fourier correspondiente a la función 2 periódica

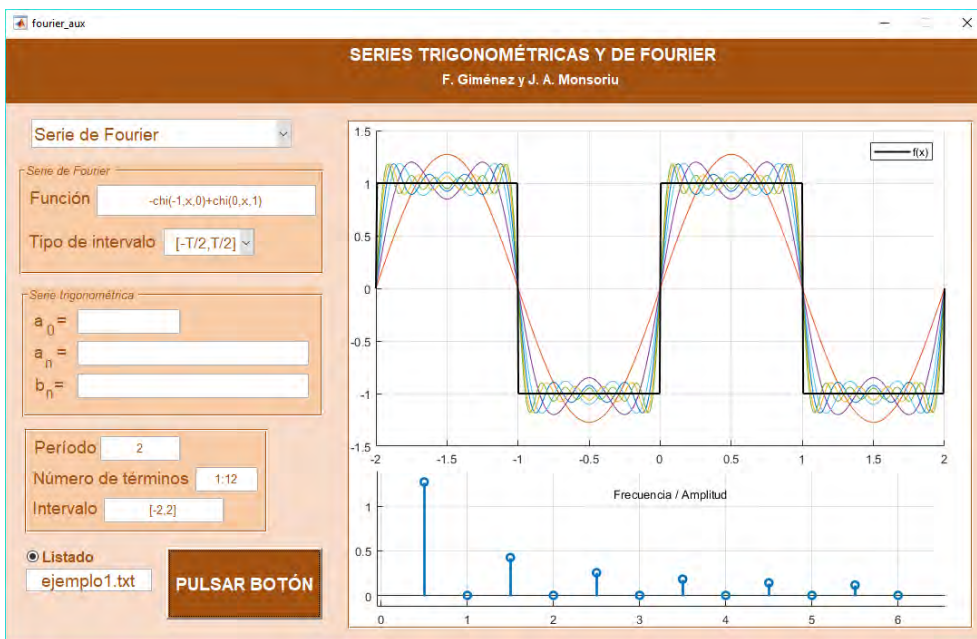
$$f(x) = \begin{cases} -1 & x \in [-1,0[\\ 1 & x \in [0,1] \end{cases}$$

Trabajando interactivamente con series de Fourier y trigonométricas

y su espectro de líneas.

La figura 3 muestra el resultado obtenido al ejecutar la aplicación. Puede apreciarse la naturaleza del fenómeno de Gibbs en torno al punto $x = 0$.

Figura 3 Gráficos correspondientes al ejemplo 1.



También se ha generado el fichero de texto con información relativa a la serie de Fourier (ver figura 4).

Figura 4 Listado correspondiente al ejemplo 1.

SERIE DE FOURIER

funcion $-\text{chi}(-1,x,0)+\text{chi}(0,x,1)$

T = 2

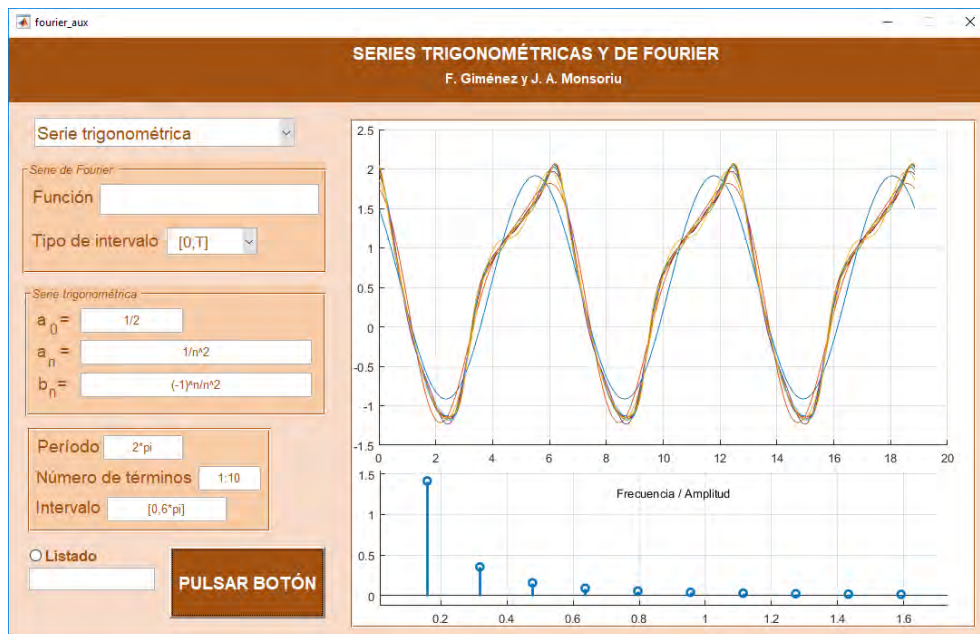
n	a(n)	b(n)	c(n)	c(-n)	A(n)	phi(n)	freq(n)
0	0	NaN	0	0	NaN	NaN	NaN
1.0000	0	1.2732	7.6394	7.6394	1.2732	1.5708	0.5000
2.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.5708	1.0000
3.0000	0.0000	0.4244	2.5465	2.5465	0.4244	1.5708	1.5000
4.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	1.5708	2.0000
5.0000	-0.0000	0.2546	1.5279	1.5279	0.2546	1.5708	2.5000
6.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.5708	3.0000

Ejemplo 2: Sea la serie trigonométrica

$$\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} \cos(nx) + \frac{(-1)^n}{n^2} \operatorname{sen}(nx) \right)$$

La figura 5 muestra gráficamente las diez primeras sumas parciales en el intervalo $[0,6\pi]$ y el espectro correspondiente. La figura 6 muestra el listado correspondiente.

Figura 5 Gráficos correspondientes al ejemplo 2.



Puede observarse que la serie es convergente a una función periódica de período 2π y continua en toda la recta real.

Conclusiones

El laboratorio virtual puede representar una excelente herramienta, desde el punto de vista docente, para el estudio de las series de Fourier y trigonométricas, dada su facilidad de uso e inmediatez en la generación tanto de las gráficas correspondientes como los valores de los coeficientes buscados. La sencillez de manejo, rapidez, opciones gráficas e interactividad pueden ser útiles a la hora de profundizar sobre el tema, afianzando los conocimientos teóricos adquiridos, de manera que los alumnos conozcan las propiedades más importantes relacionadas con estos tipos de series.

Figura 6 Listado correspondiente al ejemplo 2.

SERIE TRIGONOMÉTRICA

T = 6.2832

n	a(n)	b(n)	c(n)	c(-n)	A(n)	phi(n)	freq(n)
0	0.5000	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
1.0000	1.0000	-1.0000	1.0000 - 1.0000i	1.0000 + 1.0000i	1.4142	2.3562	0.1592
2.0000	0.2500	0.2500	0.2500 + 0.2500i	0.2500 - 0.2500i	0.3536	0.7854	0.3183
3.0000	0.1111	-0.1111	0.1111 - 0.1111i	0.1111 + 0.1111i	0.1571	2.3562	0.4775
4.0000	0.0625	0.0625	0.0625 + 0.0625i	0.0625 - 0.0625i	0.0884	0.7854	0.6366
5.0000	0.0400	-0.0400	0.0400 - 0.0400i	0.0400 + 0.0400i	0.0566	2.3562	0.7958
6.0000	0.0278	0.0278	0.0278 + 0.0278i	0.0278 - 0.0278i	0.0393	0.7854	0.9549
7.0000	0.0204	-0.0204	0.0204 - 0.0204i	0.0204 + 0.0204i	0.0289	2.3562	1.1141
8.0000	0.0156	0.0156	0.0156 + 0.0156i	0.0156 - 0.0156i	0.0221	0.7854	1.2732
9.0000	0.0123	-0.0123	0.0123 - 0.0123i	0.0123 + 0.0123i	0.0175	2.3562	1.4324
10.0000	0.0100	0.0100	0.0100 + 0.0100i	0.0100 - 0.0100i	0.0141	0.7854	1.5915

Agradecimientos

Los autores agradecen al Instituto de Ciencias de la Educación de la Universitat Politècnica de València por su ayuda al Equipo de Innovación y Calidad Educativa MOMA.

Referencias

- Calvo, I., Zulueta, E., Gangoiti, U., López, J. (2008). *Laboratorios remotos y virtuales en enseñanzas técnicas y científicas*, Ikastorratza, revista electrónica de Didáctica. Tercer número. http://ehu.es/ikastorratza/castellano/index_cast
- Chapra, S. C., Canale, R. P. (2016) *Métodos numéricos para ingenieros*. Ed. McGraw Hill.
- Depcik, C., Assanis, D.N. (2005). *Graphical user interfaces in an engineer in educational environment*, Comput. Appl. Eng. Educ., Vol. 13, pp 48-59.
- Folland, G. B. (2009). *Fourier Analysis and Its Applications*. Ed. American Mathematical Society.
- Giménez, F., Monsoriu, J. A., Gimenez, J. F. (2016). *Problemas de contorno en ecuaciones diferenciales de segundo orden: una herramienta docente*. 24 Congreso Universitario de innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas. (CUIEET 2016).
- Giménez, F., Gimenez, J. F., Monsoriu, J. A., Fernández de Córdoba, P. J. (2018) *Using cubic splines to solve second order linear differential equations*, 12th International Technology, Education and Development Conference (INTED 2018), pp. 5617-5622.
- Girona, A (2018) <http://labmatlab.upv.es/eslabon/fouriergibbs/default.aspx> [acceso 20-3-2018].
- Jiménez, A., Sucerquia, E. (2008). *Laboratorio virtual de matemáticas: el aula matic*. Taller realizado en 9º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de Octubre de 2008). Valledupar, Colombia.

- Jones, K., Lagrange, J. B., Lemut, E. (2001), *Tools and Technologies in Mathematical Didactics*. In: J. Novotna (Ed), *European Research in Mathematics. Education II*. Prague: Charles University, pp. 125-127.
- Lafa, (2018) <http://www4.ujaen.es/~jalmira/LAFA.htm> [acceso 20-3-2018].
- Lorandi, A : P., Hermida, G., Hernández, J., Ladrón de Guevara, E. (2011). *Los Laboratorios Virtuales y Laboratorios Remotos en la Enseñanza de la Ingeniería*. Revista Internacional de Educación en Ingeniería. AcademiaJournals.com, Volumen 4, pp. 24-30.
- Luengas, L., Guevara, J., Sánchez, G. (2009). *¿Cómo desarrollar un Laboratorio Virtual? Metodología de Diseño*. En J. Sánchez (Ed.): *Nuevas Ideas en Informática Educativa*, Volumen 5, pp. 165 – 170, Santiago de Chile.
- MATWORKS, (2018) *MATLAB® Creating Graphical User Interfaces*. The MathWorks, Inc. 500 pp.
- MATPIC.(2017) *La web de MATLAB, SIMULINK, VHDL, microcontroladores,...* <http://www.matpic.com> [acceso 20-3-2018].
- Pinkus, A., Zafrany S. (1997). *Fourier Series and Integral Transforms*. Ed. Cambridge University Press.
- Torres, S. L., Martínez, E. J. (2015). *Laboratorio virtual de matemáticas como estrategia didáctica para fomentar el pensamiento lógico*. Revista Academia y Virtualidad 8, Volumen 2. 73-84.