

# CUIEET

Gijón

Gijón,  
25, 26 y 27 de  
junio 2018

## XXVI Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas

Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón

### LIBRO DE ACTAS



Universidad de Oviedo  
*Universidá d'Uviéu*  
University of Oviedo



LIBRO DE ACTAS DEL  
**XXVI Congreso Universitario de Innovación Educativa**  
**En las Enseñanzas Técnicas**  
25-27 de junio de 2018  
Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón  
UNIVERSIDAD DE OVIEDO

© Universidad de Oviedo, 2018

ISBN: 978-84-17445-02-7

DL: AS 1893-2018

La importancia de las empresas como patrocinadores de los laboratorios de fabricación (Fab Labs)	1
La formación dual universitaria en el Grado en Ingeniería en Automoción de la IUE-EUI de Vitoria-Gasteiz. Requisitos de calidad	12
Prácticas formativas en la UPV: objetivo estratégico	24
Elaboración de <i>audioslides</i> para apoyo a la enseñanza en inglés en los grados bilingües	36
<i>Effect of Industry 4.0 on education systems: an outlook</i>	43
Uso de simuladores y herramientas de programación para facilitar la comprensión de la operación de los sistemas eléctricos	55
Aplicación de ejercicios resueltos de ingeniería del terreno con recursos de acceso libre para teléfonos móviles y tabletas electrónicas	67
<i>Proposal to determine learning styles in the classroom</i>	77
La soledad de los Millennials ricos en la EPI de Gijón	84
Mejora de la calidad de la formación postgraduada en ortodoncia de la Universidad de Oviedo	96
El plagio entre el alumnado universitario: un caso exploratorio	106
Competencias necesarias en el ejercicio de la profesión de Ingeniería Informática: experimento sobre la percepción de los estudiantes	116
El proyecto <i>Flying Challenge</i> , una experiencia de interconexión universidad-empresa utilizando mentoría entre iguales	127
Formación en ingeniería con la colaboración activa del entorno universitario	134
“Emprende en verde”. Proyecto de innovación docente de fomento del emprendimiento en el ámbito de las Ingenierías Agrarias	146
Competencia transversal de trabajo en equipo: evaluación en las enseñanzas técnicas	158
<i>Introducing sustainability in a software engineering curriculum through requirements engineering</i>	167

Índice de ponencias

Percepción de las competencias transversales de los alumnos con docencia en el área de producción vegetal	176
Experiencia de aprendizaje basado en proyectos con alumnos Erasmus	186
Elaboración de un juego de mesa para la adquisición de habilidades directivas en logística	198
Proyecto IMAI - innovación en la materia de acondicionamiento e instalaciones. Plan BIM	210
<i>BIM development of an industrial project in the context of a collaborative End of Degree Project</i>	221
Desarrollo de un sistema de detección de incendios mediante drones: un caso de aprendizaje basado en proyectos en el marco de un proyecto coordinado en un Máster Universitario en Ingeniería Informática	231
Algunas propuestas metodológicas para el aprendizaje de competencias matemáticas en ingeniería	243
Riesgos psicosociales del docente universitario	255
<i>Face2Face</i> una actividad para la orientación profesional	267
Trabajo fin de grado. Una visión crítica	276
Gamificaci en el aula: “ <i>Escape Room</i> ” en tutorías grupales	284
Una evolución natural hacia la aplicación del aprendizaje basado en diseños en las asignaturas de la mención de sistemas electrónicos del Grado en Ingeniería en Tecnologías y Servicios de Telecomunicación. Una experiencia docente desde la EPI de Gijón	296
Propuesta para compartir escenarios docentes a través de <i>visual thinking</i> . Bases de la termografía, equipos electromédicos termo-gráficos y su aplicación en salud	308
EMC: aspectos prácticos en el ámbito docente	316
Habilidades sociales en la ingeniería	327
Aprendizaje orientado a proyectos integradores y perfeccionamiento del trabajo en equipo caso - Máster Erasmus Mundus en Ingeniería Mecatrónica	339

Tendencias en la innovación docente en enseñanzas técnicas: análisis y propuesta de mejoras para la asignatura Mecánica de Fluidos	349
Diseño y puesta en marcha de una práctica docente basada en recuperación de energía térmica mediante dispositivos termoeléctricos	361
Caso de estudio en el procedimiento de un grupo de estudiantes cuando se aplica Evaluación Formativa en diferentes materias de un Grado de Ingeniería	373
Visionado de vídeos como actividad formativa alternativa a los experimentos reales	385
Utilización de vídeos <i>screencast</i> para la mejora del aprendizaje de teoría de circuitos en grados de ingeniería	394
La invasión de los garbanzos	406
Evolución del sistema de gestión de prácticas eTUTOR entre los años 2010 y 2017	418
Implementación de juegos educativos en la enseñanza de química en los grados de ingeniería	430
Trabajando interactivamente con series de Fourier y trigonométricas	439
Aproximación de las inteligencias múltiples en ingeniería industrial hacia una ingeniería inteligente	450
Cooperando mayor satisfacción. Experiencias de dinámicas cooperativas en 1 <sup>er</sup> curso de ingeniería en el área de expresión gráfica.	461
Cognición a través de casos en el área de Acondicionamiento e Instalaciones de la E.T.S. de Arquitectura de Valladolid	473
Un instrumento para explorar las actitudes hacia la informática en estudiantes de matemáticas	482
La metodología <i>contest-based approach</i> en STEM: modelización de datos meteorológicos	493
Técnicas de gamificación en ingeniería electrónica	505
El reto del aprendizaje basado en proyectos para trabajar en competencias transversales. aplicación a asignaturas de electrónica en la ETSID de la UPV	521

Dibujo asistido por ordenador, sí, pero con conocimiento de geometría	534
Introduciendo la infraestructura verde y los sistemas de drenaje sostenible en los estudios de grado y postgrado en ingeniería	547
Aprendizaje colaborativo en Teoría de Estructuras	559
Modelo de evaluación y seguimiento de los trabajos fin de grado (TFG) y trabajos fin de máster (TFM) tutorizados en el área de Ingeniería de los Procesos de Fabricación	567
El Taller de Diseño como núcleo de innovación docente y eje de adquisición de competencias en la formación del Grado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo de Productos	579
Diseño y evaluación de un laboratorio virtual para visualizar en 3D el gradiente y la derivada direccional en un campo escalar bidimensional	588
La ludificación como herramienta de motivación en la asignatura bilingüe <i>Waves and Electromagnetism</i>	600
Gamificación en la impartición de Cálculo de Estructuras	612
Análisis de las actitudes visuales y verbales de alumnos noveles de Grado de Ingeniería en la Universidad Politécnica de Cartagena	621
Diseño curricular del Programa de Ingeniería Mecánica de la Universidad Pontificia Bolivariana, sede Medellín, Colombia	633
Evaluación significativa de prácticas de laboratorio: portfolios <i>versus</i> prueba final objetiva	644
Introducción de la Cultura Científica en Grados de Ingeniería	658
Detección de errores conceptuales en Matemáticas de los alumnos del grado en Ingeniería Informática del Software en su primer año de carrera.	665
Rúbrica de evaluación en un laboratorio de Ingeniería Química	676
Factores explicativos de la elección de grados en el área agroalimentaria	686
Diseño de una actividad para el desarrollo y evaluación de competencias transversales en el ámbito de la Teoría de Máquinas y Mecanismos	696

Necesitamos “engineers”. Programa para el desarrollo de las competencias de una ingeniera	708
Estudio de la Implantación de Competencias dentro del marco europeo: revisión prospectiva en las enseñanzas técnicas de la Universidad de Oviedo	718
Sostenibilidad e Ingeniería Industrial: estrategias para integrar la ética en los programas de formación	730
Una experiencia en proyectos europeos de ambito educativo	743
Modelos didácticos de Goma-EVA para visualizar conceptos y detalles en la enseñanza de estructuras metálicas	750
<i>Introduction to the Fluid Dynamics of Biological Flows. Innovation project using the CFD simulation of the lung air flow.</i>	762
Aprendizaje activo y cooperativo en el Area de Informática Industrial	772
Aprender en el contexto de la empresa	784
Valoración por las empresas de las competencias en las prácticas realizadas por alumnos de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño	792
Sinergia bidireccional universidad-empresa. Caso de estudio: Aula Universitaria de Arquitectura	804
Nuevas técnicas metodologías para el fomento de habilidades transversales y transferencia del conocimiento en universitarios	815
Formación en competencias socialmente responsables en la Universidad de Oviedo	823
Competencias transversales en la asignatura Tecnología Medioambiental	833
Actividad sobre la competencia emprendedora introduciendo <i>Lean Startup</i> en un grado de ingeniería	842
Evaluación de la competencia transversal ‘Comunicación Efectiva’ mediante presentaciones en vídeo	854
Dinamización del aprendizaje de VHDL a través del aprendizaje basado en proyectos en una asignatura de máster	863
Proyecto Solar-F. Desarrollo de un prototipo de seguidor solar	875

Definición de tareas de aprendizaje basado en proyecto colaborativo para Ingeniería Mecatrónica	883
La investigación-acción participativa como herramienta de responsabilidad social universitaria	895
Implantación del Programa de Mentorías entre iguales MENTOR EPIGIJON	907
De Orienta a Mentor	919
Sello RIME de calidad de la función orientadora. Poniendo en valor la acción tutorial	931
Establecimiento de una relación productiva doctorando/supervisor: expectativas, roles y relación	943
Análisis de singularidades en transformaciones trifásicas, empleando una plataforma educativa para ingeniería	953
El cuadro de mandos como entorno educacional	961
DIBUTECH: plataforma web interactiva para la resolución de ejercicios gráficos en Ingeniería	975
Alumnos más participativos con el uso de herramientas de gamificación y colaboración	985
Utilización de prensa <i>online</i> , Campus Virtual y dispositivos móviles para el aprendizaje y aplicación de conceptos económico-empresariales en estudiantes de ingeniería	997
El rol de la práctica de campo en la clase inversa. Caso práctico sobre el diseño de productos para la <i>smartcity</i> en el contexto del Jardín del Túria	1008
Desarrollo de competencias transversales en ingeniería con el inglés como lengua vehicular y mejora de la participación con aprovechamiento en clase.	1019
Experiencia de desarrollo y evaluación de prácticas utilizando TIC	1031
Diseño e implementación de una herramienta de coordinación de los títulos que se imparten en la Escuela de Ingenierías Industriales	1042
<i>Framework for the analysis of students association' interests &amp; voices</i>	1054



Mejora continua en el proceso de internacionalización de la ETS de Ingeniería y Diseño Industrial (ETSIDI) de la Universidad Politécnica de Madrid (UPM)	1066
Calidad del empleo de la/os egresada/os de Arquitectura Técnica de la Universidad del País Vasco (UPV/EHU) en el período 2005-13: diferencias de género	1076
<i>Student's cognitive style towards innovation. A pilot study at ETSIDI-UPM</i>	1087
Optimización del proceso creativo en el aula: entrenamiento de la actitud creadora para reducir la complejidad multidimensional del pensamiento creativo en el equipo	1091
La formación específica en competencias transversales como contenido integrado en el plan docente	1096
Los alumnos deciden: Edublog de la asignatura Estadística	1102
La necesidad de la eficiencia energética en las infraestructuras universitarias	1106
<i>Learning by engineering: del Lean Manufacturing a la Industria 4.0</i>	1110
Prácticas de laboratorio avanzado en últimos cursos de grado	1114
Propuesta de actividad de aprendizaje colaborativo en una asignatura de máster universitario	1118
Mejora de la praxis docente mediante la inclusión de actividades para el desarrollo de las capacidades metacognitivas de los estudiantes	1122
Factores curriculares y evolución tecnológica que inciden en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales	1126
Ética y sostenibilidad: buscando hueco en los planes de estudios	1130
Descripción de una experiencia con el uso de las TICs basada en el uso de videos explicativos y cuestionarios para una mejor comprensión de las prácticas de Física de Ingeniería Industrial	1134
Banco de ensayos para instalaciones de autoconsumo fotovoltaico aisladas y/o conectadas a red	1144
Diseño de mini-videos y mini-audios esenciales para el seguimiento óptimo de las asignaturas y la prevención de su abandono	1148

Aplicación interactiva <i>online</i> para el aprendizaje del fenómeno del pandeo en elementos metálicos sometidos a compresión simple	1152
Evaluación continua, compartida y progresiva aplicada al Grado de Ingeniería. Caso de estudio	1157
Diseño e implantación sistemática de evocaciones y de evaluación por rúbricas en Ingeniería Gráfica por medio de herramientas TIC	1163
Asignaturas de nivelación en Master de Ingeniería Mecatrónica. Ejemplo de Electrónica	1171
La competencia de responsabilidad	1183
MediaLab: nueva formación tecnológica y humanística en la Universidad de Oviedo	1196
Mejora de la calidad de los TFG en grados de ingeniería	1200
Desarrollo de competencias profesionales en las prácticas de laboratorio/taller	1204
La enseñanza de Estadística Aplicada en el Grado de Ingeniería Forestal: para y por ingenieros	1214
La redacción de informes técnicos y periciales como formación transversal en ingeniería	1225
BEE A DOER – Emprendiendo y aprendiendo impresión 3D	1230
Propuesta de curso NOOC: Iniciación a la química para titulaciones de ingeniería	1237
<i>Two-Storey building model for testing some vibration mitigation devices</i>	1241
Plataforma Web para el entrenamiento de las presentaciones orales del Trabajo Fin de Grado (TFG)	1245
Aprendizaje competencial efectivo mediante las prácticas del laboratorio de las asignaturas del área de Mecánica de Fluidos de los estudios de Grado y Máster de Ingeniería Industrial de la Escuela de Ingeniería de Bilbao	1249
Fabricación y caracterización de materiales compuestos. <i>Composite Materials: manufacturing and characterization</i>	1256

Desarrollo de competencias transversales en grados de ingeniería industrial mediante metodologías activas de enseñanza-aprendizaje basadas en el <i>mentoring</i> y ABP	1264
Planificación de prácticas de laboratorio basadas en un amplificador de radiofrecuencia de bajo coste orientadas a la enseñanza de asignaturas de Electrónica de Comunicaciones	1276
Orientación universitaria de estudiantes de ingeniería. Plan de acción tutorial de la Escuela Politécnica superior de Jaén (PAT-EPSJ)	1280
Experiencia innovadora en “las ciencias de la naturaleza de educación infantil”	1284
Actividad práctica de diseño para la fabricación asistida con CATIA: Doblado de chapa metálica	1290
La investigación como parte del proceso educativo de la enseñanza superior	1294
Aprendizaje Orientado a Proyectos en el diseño de sistemas mecánicos	1298
Evaluación del déficit de atención en niños mediante el análisis de tiempos de respuesta	1302
Desarrollo de proyectos didácticos para adquirir competencias transversales	1308
Competencias genéricas percibidas por los alumnos con formación en producción vegetal	1312
Enseñanza grupal. Estudio por casos de empresas Valencianas	1318
Implicación del alumnado en el proceso de aprendizaje mediante Trabajos Fin de Grado/Máster en Ingeniería de Telecomunicación	1322
<i>An example of company-university cooperation: Mathematical modeling and numerical simulation of heat dissipation in led bulbs</i>	1326
Aprendizaje centrado en el proyecto de estructuras adaptados a la enseñanza universitaria	1331
Nuevo enfoque pedagógico en la formación del perfil profesional para el desarrollo de proyectos de automatización industrial a través de un concepto de integración total	1335
Convenios de cooperación educativa en el ámbito náutico: universidad- empresa	1339

*Índice de ponencias*

Sinergia bidireccional universidad-empresa. Caso de estudio: proyecto de investigación ERGONUI-TME	1344
Estudio comparativo entre estudiantes de ingeniería de la Universidad de León mediante el <i>test Force Concept Inventory</i>	1350
Innovación para el desarrollo de nueva propuesta de máster semipresencial en prevención de riesgos laborales	1354
El círculo de Mohr y la innovación docente en educación superior	1359



## La invasión de los garbanzos

Anna Vidal<sup>a</sup>, Francisco J. Boigues<sup>b</sup> y Vicente D. Estruch<sup>c</sup>

GIERMAC (Grup d'Innovació Educativa i Recerca en Matèries Científiques). Universitat Politècnica de València. Campus de Gandia. Departamento de Matemática Aplicada.

<sup>a</sup> a Vidal@mat.upv.es, <sup>b</sup> fraboipl@mat.upv.es, <sup>c</sup> vdestruc@mat.upv.

---

### **Abstract**

*In this paper we describe a teaching experience based on a contextualized problem in the subject Statistical and Simulation Instruments, present in the second year of the Bachelor's Degree in Environmental Sciences of the Universitat Politècnica de València. In this experience students have used two different simulations to estimate the size of a population: a first manipulative simulation through a simplified model such as a bag of chickpeas and a second computer simulation through Matlab and Excel. We finished the work by providing a methodological proposal adapted to the methodology of Flipped Classroom.*

**Keywords:** Mathematics, simulation, Statistics, Flipped Classroom.

---

### **Resumen**

*En este trabajo describimos una experiencia docente basada en un problema contextualizado en la asignatura Estadística e Instrumentos de Simulación, de segundo curso del Grado en Ciencias Ambientales de la Universitat Politècnica de València. En esta experiencia los estudiantes han utilizado dos simulaciones diferentes para estimar el tamaño de una población: Una primera simulación manipulativa a través del modelo simplificado de una bolsa de garbanzos y una segunda simulación por ordenador, utilizando Matlab y Excel. Finalmente se presenta una propuesta metodológica adaptada a la metodología de Docencia Inversa.*

**Palabras clave:** Matemáticas, simulación, Estadística, Docencia Inversa.

## **Introducción**

En este trabajo, se describe una experiencia docente desarrollada en la asignatura Instrumentos de Estadística y Simulación, de tercer semestre del Grado en Ciencias Ambientales de la Universitat Politècnica de València. Esta asignatura tiene asignados un total de 6 créditos ECTS, de los cuales dos corresponden a diez prácticas informáticas, y de estas dos se dedican a actos de evaluación. Para cada una de las ocho prácticas restantes, el estudiante dispone de un guion a seguir durante la sesión presencial, de dos horas de duración. El temario se estructura en cuatro bloques: Estadística descriptiva; probabilidad, variables aleatorias y generación de números aleatorios; inferencia estadística y simulación de procesos. En este trabajo, también a modo de ejemplo de cómo se desarrollan el resto de las prácticas, se describe la sexta práctica, dedicada a las técnicas de muestreo y remuestreo. Tras una breve introducción a las técnicas básicas de muestreo-remuestreo, se aborda la simulación de dichas técnicas. Finalmente, se obtienen las estimaciones de Licoln-Petersen y de Chapman-Seber para el tamaño de una población. La metodología empleada tiene en cuenta las peculiaridades de una asignatura de Matemáticas y, en particular, de la Estadística, materias en las que es de suma importancia ofrecer una enseñanza realista y contextualizada en el Grado en el que están enmarcadas. Después de buscar un problema contextualizado, como es el de estimar el número de peces de un lago, se realiza una simulación manipulativa, eligiendo como modelo simplificado de la realidad una simple bolsa de garbanzos, calculándose diversas estimaciones para el total de garbanzos de la bolsa. A continuación, se pasa a realizar simulaciones con ordenador.

Al final de este trabajo se presenta una propuesta de aprendizaje basada en la Docencia Inversa, metodología que viene siendo utilizada por los miembros del grupo de innovación GIERMAC, al cual pertenecen los autores.

## **Sobre la educación matemática y la simulación**

Es conveniente que el estudiante aprenda a través de experiencias concretas, iniciando los procesos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas en la exploración y manipulación de diversos materiales, para continuar con la conceptualización y la generalización. Los recursos materiales utilizados son de gran ayuda para el aprendizaje significativo, aumentando la motivación de los estudiantes y favoreciendo los procesos inductivos (Corbarán y Deulofeu 1996). Alsina (2000, pág. 8) recuerda que educar en matemáticas no es transmitir fórmulas y recetas, o explicar simplemente algoritmos, sino que el último reto de las matemáticas sería el de la emotividad, que se sepa transmitir la ilusión por el descubrimiento. Según Freudenthal (1983), creador en los años 60 de la denominada educación matemática realista (EMR), para conseguir una matemática significativa se ha de partir de la experiencia real de los estudiantes, y la mejor forma de aprender matemáticas es haciéndolas, siendo un error el

que los docentes solo transmitan procedimientos acabados. También defiende la contextualización de los problemas puesto que favorecen la motivación y el interés por el contenido de estudio. En relación con la contextualización, la Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias (TMCC), surgida en 1982 en el Instituto Nacional de México, tiene como objetivo que el estudiante trabaje, siempre que sea posible, con una matemática contextualizada en las áreas de conocimiento de su titulación o carrera profesional y en actividades de su futura vida laboral y profesional. Todo ello permite apoyar la construcción de conceptos matemáticos en niveles superiores y favorecer el desarrollo de habilidades mentales (Camarena, 1984, 1995).

### **Sobre la importancia de la simulación**

En problemas para los que no exista una formulación matemática analítica que permita resolverlos, o bien aunque exista sea difícil aplicarla, conviene utilizar la simulación o modelización, (Tarifa, 2005). El modelo utilizado puede ser determinista, si no interviene el azar en el mismo, o probabilístico si el azar interviene. Cuando lanzamos una moneda o un dado, diremos de forma informal que se trata de una simulación manipulativa. Las TICs permiten la utilización de la simulación por ordenador en diversos campos de la ciencia y de la ingeniería, tanto la de tipo Monte Carlo como simulaciones continuas asociadas a sistemas modelados por ecuaciones diferenciales o algebraicas en tiempo continuo o las simulaciones de eventos discretos (Mchaney, 1991). En el caso particular de la Estadística, la experiencia muestra que algunos conceptos son complicados de asimilar por los estudiantes, debido a su abstracción (Watts, 1991). Diversos autores defienden la utilidad de la simulación para mejorar los métodos de enseñanza en Estadística. Para ello, por ejemplo, se abordan problemas de cálculo de probabilidades mediante simulación, obteniéndose buenas aproximaciones a los resultados buscados. Peña (1992) describe las posibilidades de la simulación en el estudio de las probabilidades y también en el estudio de las distribuciones. Simon (1994) remarca que la simulación no debe considerarse un simple atajo a los resultados analíticos, sino una metodología alternativa que permite llegar a resultados útiles: obtener estimaciones de los resultados cuando su cálculo es poco intuitivo o cuando la resolución analítica es complicada; visualizar la distribución de los estadísticos muestrales; evitar que los estudiantes se atasquen y se desanimen ante la resolución de problemas complejos de cálculo de probabilidades y permitir comprobar los resultados obtenidos analíticamente. La simulación no es un recurso moderno. En Simon (1997, Capítulo III-1), se hace referencia a un problema con tres dados que varios jugadores propusieron a Galileo, allá por el año 1615. Los teóricos afirmaban que la probabilidad de obtener una suma de 9 o 10, al lanzar los tres dados, era la misma, ya que pensaban que había la misma cantidad de maneras (seis) de obtener esos puntos. Por ejemplo un nueve puede obtenerse con 1-2-6, 1-3-5, 1-4-4, 2-3-4, 2-2-5 y 3-3-3. Pero, en la práctica, los jugadores observaban que era más frecuente

el 10 que el 9. Galileo propuso el denominado espacio muestral de posibles resultados, y lo obtuvo coloreando los tres dados, para diferenciarlos, enumerando cada permutación posible. Los teóricos habían considerado combinaciones en lugar de permutaciones, confirmando Galileo los resultados empíricos y rectificando los resultados de la lógica deductiva.

Simon (1997), al observar el desánimo de sus estudiantes ante la resolución de problemas probabilísticos aplicando formulaciones teóricas, utilizó la simulación de Monte Carlo como alternativa, desarrollando un método revolucionario para la enseñanza de la Estadística. Utilizó el conjunto de datos observados como la mejor aproximación a la realidad o al modelo físico. Este afirma que el uso de técnicas de simulación es preferible a las convencionales cuando el tiempo disponible sea insuficiente. En caso de disponer de tiempo, se utilizaría la simulación inicialmente para, a continuación, introducir los métodos tradicionales y mejorar el razonamiento y entendimiento de los estudiantes respecto a las formulaciones complejas. También puede utilizarse simulación después del método convencional como herramienta alternativa (Simon, Atkinson y Shevokas, 1976).

Batanero (2001) hace referencia a la complejidad de la matemática de la probabilidad, afirmando que la simulación o sustitución de un experimento aleatorio por otro equivalente permite prescindir del aparato matemático y, como recurso didáctico, ayuda a mejorar las intuiciones sobre la aleatoriedad. Recomienda la modelización y simulación de las distribuciones de probabilidad para describir el comportamiento de las distribuciones empíricas de datos estadísticos, y para hacer predicciones sobre su comportamiento. También señala que el aprendizaje de la teoría formal de la Estadística y de la Probabilidad debe ser gradual y apoyarse en experiencias prácticas, alegando que la dificultad de los estudiantes en el razonamiento estadístico se debe a la poca utilización de la simulación.

Con todo ello, en nuestra experiencia, nos hemos basado en la idea de que la simulación puede ser una herramienta eficaz para lograr simplificar el modelo teórico.

### **Buscando un problema contextualizado**

Uno de los problemas contextualizados relacionados con el perfil de nuestros estudiantes del Grado en Ciencias Ambientales, que puede encontrarse tanto en Internet como en diversas publicaciones relacionadas con la divulgación de las matemáticas, es el de estimar el número de peces que hay en un lago o laguna. Mencionamos a continuación algunas de estas publicaciones puesto que representan un material adecuado susceptible de poder utilizarse en la fase individual o no presencial de la metodología de Docencia Inversa, a la que nos referiremos en la sección final de este trabajo.

Adrián Paenza es profesor en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de Buenos Aires y divulgador en diversos medios de comunicación, programas de televisión y radio. En uno



de sus textos (Paenza, 2005) escribe sobre números, personajes, problemas y curiosidades, y en particular, en la página 132 trata el problema de *Cómo estimar el número de peces en una laguna*. En noviembre de 2006, Paenza escribe sobre el mismo tema en la sección *Contratapa* del diario argentino *Página/12*, que puede visualizarse en <https://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/13-76940-2006-11-29.html>. En 2012 participa en el Plan Nacional de Lectura del Ministerio de Educación de Argentina, con sus aportaciones en la publicación *Invitación a la Lectura de la Matemática 1*, donde trata de nuevo este problema. Juan M.R. Parrondo (2006) también escribe sobre el método de captura-recaptura, aplicado también a la estimación del número de peces de un estanque y a otros problemas como el de estimar el número de heroinómanos en Barcelona o en temas de epidemiología. Por último, citamos el texto de Pere Grima (2011, Capítulo 3, pág. 76-83) sobre *conocer el todo mirando una parte*, donde se trata de nuevo el problema de estimar cuántos peces hay en un lago.

En el siguiente apartado se justifica la importancia de conocer la abundancia o número de individuos de una población y dos estimadores sencillos utilizados en la práctica expuesta.

#### ***Estudio de la abundancia de una población***

En diversos campos de la Ecología o de la Biología, conocer la abundancia o número de individuos de una población es de gran importancia, recurriéndose a técnicas de estimación en aquellos casos en los que, o bien la población es elevada o bien es importante la movilidad de los individuos. En muchas poblaciones silvestres explotadas por el hombre, se pueden prescribir niveles de captura permisibles en base al conocimiento del tamaño de la población (Runge et al, 2009), por ejemplo, cuando se precisa conocer cuántos pulgones viven en determinados cultivos para utilizar un pesticida para los áfidos. Para analizar el impacto de la depredación del león en una población de cebras, se precisa conocer el tamaño de ambas poblaciones (Krebs, 1999). El método más utilizado para estimar poblaciones cerradas (sin fenómenos de emigración, inmigración, nacimiento o muerte), tanto de peces como de mamíferos, es el de capturar, marcar y recapturar (CMR), técnica también conocida como de captura-recaptura o de marcado-captura. Este método se basa en capturar y marcar individuos que son devueltos a la población. Tras dejar un tiempo para que se mezclen de forma uniforme, se realiza una nueva captura y se observa cuántos individuos llevan marcas. Hay muchas variaciones de esta técnica, que van desde la marca y recaptura únicas hasta la múltiple captura y recaptura, siendo el método más simple el de marcado y recaptura únicos, que da lugar al índice de Lincoln o el índice de Petersen (Smith, T. y Smith, R., 2007, pág. 203). Esta idea la utilizó por primera vez John Graunt en 1662 para estimar la población en Londres. En Ecología el marcado de peces se usó por primera vez para estudiar los movimientos y la migración de individuos y en 1896 el biólogo pesquero danés C.G.J. Petersen observó que el marcado podía utilizarse para estimar el tamaño de una población y para medir tasas de mortalidad. Lincoln (1930), aprovechando el anillado de

aves acuáticas antes de la temporada de caza y las recuperaciones por parte de los cazadores, usó la marca-recaptura para estimar la abundancia de aves acuáticas en América del Norte. Por otra parte Jackson, en 1933, fue el primer entomólogo en aplicar estos métodos a las poblaciones de insectos (Krebs, 1999). El CMR también fue utilizado por Laplace para estimar la población de Francia a principios del siglo XIX. En Parrondo (2006) se indica que el equipo de Antonia Domingo Salvany, de la Universidad Autónoma de Barcelona, ha estimado el número de heroinómanos en Barcelona mediante estos métodos, que se han aplicado también en la elaboración de censos de diversas enfermedades en el campo de la epidemiología. El CMR parte de que en la población objeto de estudio todos los individuos tienen la misma probabilidad de ser capturados, de que la proporción de individuos marcados respecto a los que no llevan marca permanece constante durante el periodo de estudio, de que los marcados se distribuyen uniformemente en la población, de que las marcas no se pierden y, finalmente, de que la población es cerrada. Entre los estimadores que consideran estas suposiciones, cabe considerar los de Lincoln-Petersen (Lincoln, 1930), Chapman (1954), Schnabel (1983) y Seber (1982). En este trabajo los estudiantes tratarán con los dos primeros estimadores, que se describirán en la siguiente sección.

#### *Algunos estimadores sencillos*

Se desea estimar una población de  $N$  individuos ( $N$  desconocida), de los cuales se capturan y marcan  $M$  que, posteriormente, son liberados. Después de un período de tiempo suficiente para que los animales marcados se mezclen nuevamente con el resto de la población, se vuelve a realizar una segunda captura, o recaptura, de tamaño  $C$ , observándose que en dicha muestra aparecen  $R$  marcados. Es razonable asumir que en la recaptura la proporción de

individuos marcados con respecto a los recapturados,  $\frac{R}{C}$ , es similar a la proporción de individuos marcados en toda la población, es decir,  $\frac{R}{C} \approx \frac{M}{N}$  y por tanto  $N \approx \frac{M \times C}{R}$ . Deno-

tando  $N_{LP} = \frac{M \times C}{R}$ , obtenemos una fórmula para estimar el tamaño de la población,  $N$ . El

valor  $N_{LP}$  es el estimador de *Lincoln-Petersen*. Pero es posible que el número de individuos marcados en la recaptura,  $R$ , sea cero, lo cual impediría obtener una estimación de  $N$ . Por esta razón, Chapman (1951) propuso un estimador, modificando  $N_{LP}$ , denominado estima-

dor *Chapman-Seber*, dado por  $N_{ChS} = \frac{(M + 1) \times (C + 1)}{R + 1} - 1$ , que es insesgado cuando  $M + C \geq N_{ChS}$  y  $R > 7$  (Seber, 1982).

### Metodología utilizada en la experiencia docente y resultados

La distribución hipergeométrica explica perfectamente la probabilidad de obtener  $R=x$  peces marcados en una recaptura de tamaño  $C$ , entre un total de  $N$  peces, de los cuales han sido marcados inicialmente  $M$ . Mediante la Regla de Laplace, y teniendo en cuenta la combinatoria, se obtiene analíticamente que:

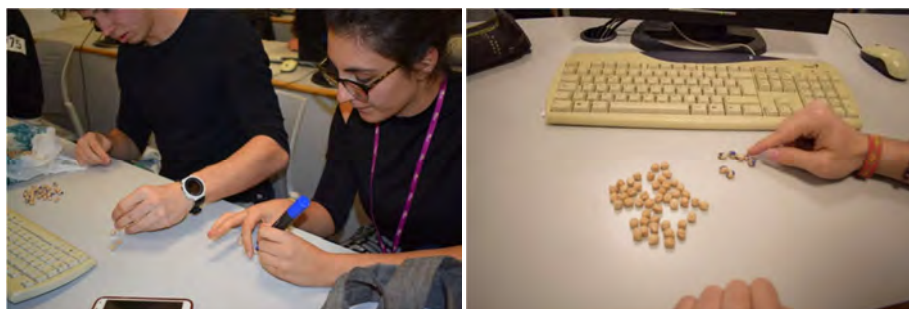
$$P(R = x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{C-x}}{\binom{N}{C}}.$$

Sin embargo para desarrollar nuestra experiencia adoptamos las ideas de Simon (1997) y de Batanero (2001), utilizando la simulación y el conjunto de datos observados como modelo físico de aproximación a la realidad. Batanero (2001) señala que, aunque es importante que los estudiantes utilicen la simulación manipulativa con apoyo de diversos materiales, como pueden ser monedas, dados, ruletas, etc., el ordenador es el que proporciona una mayor potencia de simulación, de cara a la construcción de modelos y su estudio. A partir del problema de la estimación del número de peces de un lago, el estudiante realiza primero una simulación manipulativa con una bolsa de garbanzos, obteniendo unas primeras estimaciones y poder comparar con datos reales. Seguidamente, en base a una simulación con Matlab y cálculos con Excel, se obtienen nuevas estimaciones para comparar con los datos reales, comprobándose las mejoras obtenidas y la potencia de la simulación con ordenador.

El estudiante está familiarizado con estos dos entornos de cálculo, puesto que en la práctica anterior realizaron simulaciones con Excel y con Matlab. En la simulación manipulativa, los estudiantes utilizaron una bolsa de, aproximadamente, 125 gramos de garbanzos, sabiendo el número exacto de ellos en la bolsa y utilizaron un rotulador grueso para el marcado. La sesión práctica se apoyó en un guion cuyo inicio es la descripción del problema contextualizado de determinar el número total de peces que hay en un lago, análogo al descrito en Grima (2011, pp. 76-83). Posteriormente, se introducen los estimadores de *Lincoln-Petersen* y de *Chapman-Seber*, y la forma de obtener el error relativo correspondiente.

Para facilitar un aprendizaje significativo, es importante que el estudiante aprenda mediante experiencias concretas de exploración y manipulación. Con este objetivo, proponemos a los alumnos la simulación manipulativa, eligiendo como modelo simplificado la bolsa de garbanzos. Los estudiantes se organizaron en grupos y cada grupo aportó un número distinto de garbanzos. Se asignó a cada grupo un número determinado de garbanzos a marcar. En la figura 1, izquierda, pueden observarse algunos estudiantes realizando el marcado de la fase de captura, y en la figura 1, derecha, están realizando el recuento de marcados en la recaptura. Repitieron la recaptura dos veces, obteniendo los dos estimadores y la media, junto con el error relativo, en cada caso.

Figura 1 Simulación manipulativa



En la figura 2 aparecen los resultados de dos de los grupos. Se observa que el azar no siempre ofrece buenos resultados. También puede observarse, en la segunda tabla de la figura 2, que cuando el número de marcados en la recaptura,  $R$ , es pequeño, el estimador de *Lincoln-Petersen* produce un error relativo importante. A la vista de los resultados de todos los grupos, parece evidente que el método de *Chapman-Seber* ofrece mejores resultados, aunque podría pensarse que esto es debido exclusivamente al azar. Por ello, es sugerente responder a la pregunta: ¿Cuál sería el valor estimado más probable para  $N$ ?

Figura 2 Resultados con la simulación manipulativa con dos repeticiones

Nombres y apellidos: César y Miriam						
Valores iniciales						
Nº total individuos	N=		627			
Nº total marcados	M=		54			
Nº recapturados	C=		60			
Estimaciones						
	R=Nº de marcados entre los C		NLP	Error relativo NLP		NCHS Error relativo NCHS
Primera vez	6		540	13,9		478,3 23,7
Segunda vez	4		810	29,2		670 6,9
			Media NLP=	675	7,7	Media NCHS= 574,1 8,4

Nombres y apellidos: Andrea y Blanca						
Valores iniciales						
Nº total individuos	N=		428			
Nº total marcados	M=		31			
Nº recapturados	C=		44			
Estimaciones						
	R=Nº de marcados entre los C		NLP	Error relativo NLP		NCHS Error relativo NCHS
Primera vez	4		341	20,3		287 32,9
Segunda vez	1		1364	218,7		719 68
			Media NLP=	852,5	99,2	Media NCHS= 503 17,5

Para ello, se les propone repetir la experiencia de simulación 500 veces, lo cual es inviable con la simulación manipulativa, pero no con la simulación con ordenador. Identificamos los peces mediante un vector cuyas componentes son los enteros de 1 a  $N$ , y supondremos que los  $M$  primeros se corresponden con los individuos marcados inicialmente. En el guion se proporciona a los estudiantes los comandos Matlab, comentados, que serán la base de un *Script* para la simulación:

```
N= input('Tamaño de la población N='); M= input('Número de peces marcados M=');
C= input('Tamaño de la recaptura C='); p= input('Número de simulaciones, p=')
for j =1:p % Repetir p veces la simulación, removiendo la población de peces
A= randperm(N); % Permuta los enteros de 1 a N
R=0; for k=1:C % Recuento de individuos marcados en la segunda muestra
    if A(k)<=M
        R=R+1; %Incremento de R si se detecta un nuevo marcado
    end %Fin recuento de marcados
Simu(j)=R; % Guardar en cada repetición el número de peces marcados R
end %Fin de las repeticiones
table=tabulate(Simu) % Crea una tabla de frecuencias para los valores de R
xlswrite('captura.xlsx',table) % Crea el archivo Excel captura.xlsx de la tabla anterior
```

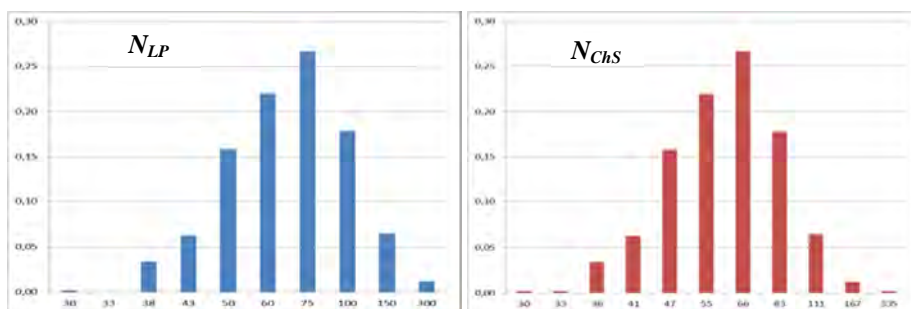
Para unificar los resultados de los grupos, se ejecuta el *Script* con  $N=67$ ,  $M=15$ ,  $C=20$ ,  $p=500$ . Matlab responde con una tabla similar a la Tabla 1, donde la primera columna corresponde a los marcados que se han encontrado en la recaptura, es decir los valores de  $R$ , mientras que la segunda columna indica en cuántas ocasiones, de las 500, se han encontrado  $R$  peces marcados. Así, por ejemplo, las dos primeras filas indican que en una ocasión  $R=0$ , mientras que en 6 ocasiones se ha encontrado sólo un pez marcado, es decir,  $R=1$ . Para analizar los métodos de estimación de Lincoln-Petersen y de Chapman-Seber, y estudiar cuál se comporta mejor a la hora de estimar el tamaño de la población, se utiliza el archivo Excel generado con Matlab, que se completa calculando los estimadores  $N_{LP}$  y  $N_{ChS}$  para cada valor de  $R$ , con su correspondiente tabla de frecuencias absolutas y relativas. Las columnas de  $N_{LP}$  y de  $N_{ChS}$  muestran los posibles valores de dos variables aleatorias, mientras que las columnas de las frecuencias relativas corresponderían a la probabilidad asociada a cada valor de las variables.

**Tabla 1. Tabla de resultados en la simulación Matlab**

Value	Count	Percent
0	1	0,002
1	6	0,012
2	32	0,064
3	89	0,178
4	133	0,266
5	110	0,22
6	79	0,158
7	31	0,062
8	17	0,034
9	1	0,002
10	1	0,002

En la figura 3 se representan las dos distribuciones de probabilidad correspondientes a  $N_{LP}$  y  $N_{Chs}$ . Se obtuvo que, para  $N_{LP}$ , la población estimada más probable (la moda) fue 75, con una probabilidad del 0'27, mientras que el valor esperado (media) fue aproximadamente igual a 76. Para el estimador  $N_{Chs}$ , la población estimada más probable fue 66, con una probabilidad aproximada de 0'27, mientras que el valor esperado (media) fue aproximadamente igual a 66, valores estos últimos más parecidos al real,  $N=67$ .

**Figura 3 Distribuciones empíricas de probabilidad de los dos estimadores**



### Propuesta metodológica adaptada a la Docencia Inversa

Hasta el momento en la asignatura no se ha seguido Docencia Inversa. No obstante, creemos que sería indicado aplicarla y nuestra propuesta es la que se expone a continuación:

**Sesión individual (no presencial):** El estudiante prepara el problema contextualizado a partir de una de las lecturas citadas anteriormente (Adrián Paenza, Juan J.M Parrondo o

Pere Grima), complementada con un video de corta duración con la descripción y utilización de los dos estimadores. Además, realiza la doble simulación manipulativa con garbanzos en casa, de forma que todos los estudiantes partan de los mismos valores de  $N$ ,  $M$ ,  $C$ , y rellenen una tabla común con los valores de  $R$  obtenidos, así como los valores de los dos estimadores. La tabla debe ser enviada al profesor antes de la sesión presencial.

**Sesión grupal (presencial):** Después de aclarar las posibles dudas de los estudiantes y de realizar, en su caso, un feedback sobre el contenido del material, se analizarán los valores obtenidos por los estudiantes en la simulación manipulativa. Se les preguntará cuál sería el mejor estimador, si piensan que los resultados son fiables, completando, finalmente, el análisis en base a la pregunta ¿Qué pasaría si pudiéramos repetir esta simulación, por ejemplo, 500 veces? De este modo daríamos paso a la simulación con ordenador. Utilizando los mismos datos que en la simulación manipulativa, se construirán las tablas de frecuencias absolutas y relativas y los gráficos de las distribuciones empíricas de probabilidad. A continuación se realizaría el análisis de resultados descrito anteriormente. Por último, se compararían los resultados simulados con los que proporciona la distribución hipergeométrica.

## Conclusiones

Hasta el momento en la práctica, y por falta de tiempo, los estudiantes difícilmente llegan a representar las gráficas correspondientes a las distribuciones empíricas de probabilidad. La Docencia Inversa permitiría completar todas las partes de la práctica, pudiéndose realizar un análisis más exhaustivo de los resultados de las estimaciones. Además del valor más probable (moda), del valor esperado y de los errores, pueden obtenerse y estudiarse otros indicadores estadísticos interesantes como los cuartiles, la simetría de la distribución o intervalos de confianza para la población. También comparar las distribuciones empíricas con la hipergeométrica. Otra actividad interesante es proponer que los estudiantes aporten nuevos ejemplos de aplicación de estos estimadores. El título de este trabajo, *La invasión de los garbanzos*, se debe a que, en la realización de la práctica, algunos grupos de estudiantes no tuvieron suficiente cuidado en la manipulación, produciéndose, tanto en el aula como en los pasillos de acceso, una “invasión” de garbanzos. La situación resultó simpática y de ahí el título elegido para este trabajo.

## Referencias

- Alsina, C. (2000). L'entrevista. *Biec*, 31, 8-9.
- Batanero, C. (2001). Aleatoriedad, modelización, simulación. *Actas de las X Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*, 119-130.
- Camarena, G. P. (1984). *El currículo de las matemáticas en ingeniería*. Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN. México.

*La invasión de los garbanzos*

- Camarena, G. P. (1995). *La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería*. Memorias del XXVIII Congreso Nacional Matemática Mexicana. México.
- Chapman, D.G. (1951). Some properties of hypergeometric distribution with applications to zoological sample censuses. *University of California publ. Stat.*, 1 (17), 131-160.
- Chapman, D. G. (1954), The estimation of biological populations. *Ann. math. Statist.*, 25 (1), 1-15.
- Corbarán, F., Deulofeu, J. (1996). Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas. *Uno*, 7, 71-80.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Riedel Publishing Company, Dordrecht. The Netherlands.
- Grima, P. (2011) *La certeza absoluta y otras ficciones. El mundo es matemático*. RBA Ed. 144 pp.
- Krebs, C.J. (1999). *Ecological Methodology*. 2nd Edition, Benjamin Cummings. Menlo Park. 620 pp.
- Lincoln, F.C. (1930). Calculating waterfowl abundance on the basis of banding returns. *U.S. Department of Agriculture Circular*, 118, 1-4.
- McHaney, R. (1991). *Computer Simulation. A Practical Perspective*. Academ. Press. San Diego. 314 pp.
- Paenza, A. (2005). *Matemática, ¿estás ahí?. Sobre números, personajes, problemas y curiosidades*. Colección « Ciencia que ladra... ». Siglo XXI Editores. Argentina. 240 pp.
- Parrondo, Juan M.R. (2006). Juegos matemáticos: otras formas de contar. *Investigación y Ciencia N° 358*, 88-89.
- Peña, D. (1992). Reflexiones sobre la enseñanza experimental de la estadística. *Estadística Española*, 34, 469-490.
- Runge, M. C., J. R. Sauer, M. L. Avery, B. F. Blackwell, and M. D. Koneff. (2009). Assessing allowable take of migratory birds. *Journal of Wildlife Management*, 73, 556-565.
- Seber, G.A.F. (1982). *The estimation of animal abundance and related parameters*. MacMillan Press Ed. New York, USA. 654 pp.
- Simon, J.L. (1994). What Some Puzzling Problems Teach About the Theory of Simulation and the Use of Resampling. *The American Statistician*, 48 (4), 290-293.
- Simon, J.L. (1997) The philosophy and practice of resampling statistics, [http://www.juliansimon.com/writings/Resampling\\_Philosophy/](http://www.juliansimon.com/writings/Resampling_Philosophy/), accessed January 7, 2018
- Simon, J. L., Atkinson, D. T. Shevokas, C. (1976). Probability and statistics: Experimental results of a radically different teaching methods. *Mathematical Education*, 733-739.
- Smith, T., Smith, R. (2007). *Ecología*. 6ª ed. Pearson Educación, S.A. Ed. Madrid. 682 pp.
- Schnabel, Z.E. (1983). The estimation of total fish in a lake. *Amm. Math. Mon.*, 45, 348-352.
- Tarifa, E. (2005). *Teoría de Modelos y Simulación. Introducción a la simulación*. En doc. Virtual, <http://www.modeloingenieria.edu.ar/unj/tms/apuntes/cp1.pdf>
- Watts, D.G. (1991). Why is Introductory Statistics Difficult to Learn? And What Can We Do to Make it Easier?. *The American Statistician*, 45 (4), 290-291.