

Universidad de Oviedo



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE GIJÓN

MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

ÁREA DE FÍSICA APLICADA

TRABAJO FIN DE MÁSTER Nº 18010111

SIMULACIÓN Y EVALUACIÓN DE UN TRANSDUCTOR ULTRASÓNICO BASADO EN TECNOLOGÍA EMAT

Pablo García Alonso

TUTORES: D. José Carlos Martínez García Dña. Montserrat Rivas Ardisana

Julio de 2018

Índice

1.	Introducción	1
2.	Motivación, objetivo y alcance del trabajo	4
	2.1. Motivación	4
	2.2. Objetivos	5
	2.3. Alcance	6
3.	Tipos de ondas y su generación	7
	3.1. Ondas elásticas	7
	3.1.1. Ondas mecánicas de volumen	8
	3.1.2. Ondas mecánicas guiadas	9
	3.1.3. Ondas guiadas volumétricas	. 12
	3.2. Generación de diferentes ondas	. 14
	3.2.1. Ondas de volumen	. 14
	3.2.2. Ondas transversales horizontales	. 16
	3.2.3. Ondas de Rayleigh	. 17
4.	Funcionamiento de un equipo EMAT y pruebas previas	. 19
	4.1. Funcionamiento de un equipo EMAT	. 19
	4.2. Pruebas realizadas en la planta industrial	. 24
	4.2.1. Equipo utilizado	. 24
	4.2.2. Resultados en acero de medio carbono	. 25
	4.2.3. Resultados en acero "dual phase"	. 25
	4.3. Pruebas en laboratorio	. 25
	4.3.1. Muestra IT-4198-C	. 27
	4.3.2. Muestra IT-4198-B1	. 29
	4.3.3. Muestra IT-4198-B2	. 31
	4.3.4. Muestra cara frontal	. 33

4.3.5. Muestra 80-7177	34
4.3.6. Conclusiones de las pruebas	36
5. Descripción matemática	37
5.1. Acoplamiento electromagnético	37
5.1.1. Introducción	37
5.1.2. Ecuaciones de Maxwell	38
5.1.3. Fuerza de Lorentz	40
5.1.4. Histéresis ferromagnética	48
5.1.5. Magnetostricción	51
5.2. Elasticidad	53
5.2.1. Ondas de Rayleigh	59
6. Modelizado	64
6.1. Nodo de definiciones globales	66
6.2. Nodos de componente	67
6.2.1. Geometría	68
6.2.2. Materiales	69
6.2.3. Campos electromagnéticos (Magnetic Fields)	70
6.2.4. Mecánica de sólidos deformables (Solid Mechanics)	71
6.2.5. Mallado	72
6.3. Nodos de estudio	74
6.4. Nodo de resultados	74
7. Resultados	76
7.1. Simulación básica	76
7.2. Influencia de la separación del transductor	82
7.3. Influencia de la inclinación del transductor	86
7.4. Influencia de la profundidad de la grieta	89
7.5. Influencia del modelo del material	93

7.6. Aspectos computacionales de la simulación	
8. Conclusiones	
9. Bibliografía	101
10. Tabla de símbolos	110
10.1. Electromagnetismo	110
10.2. Elasticidad	111
10.3. Otros	111

1. Introducción

La inspección por ultrasonidos engloba una familia de métodos de ensayo no destructivo de aplicación muy extendida. Su funcionamiento se basa en la transmisión de una onda elástica de alta frecuencia a través de la pieza a inspeccionar y permiten detectar defectos como consecuencia de los cambios que se producen en la onda al reflejarse en ellos, o estimar ciertas propiedades del material que tienen una relación con la velocidad de propagación de la onda o con sus curvas de dispersión. Las frecuencias utilizadas son, típicamente, del orden de centenas de kHz hasta decenas de MHz, aunque existen tecnologías capaces de generar frecuencias del orden de GHz. En general, la resolución espacial de todos los métodos de inspección por ultrasonidos aumenta con la frecuencia, ya que esto implica una reducción de la longitud de onda, por lo que en caso de defectos muy pequeños es necesario trabajar a frecuencias muy elevadas.

El dispositivo que genera la vibración es el transductor que en función de los fenómenos físicos en que esté basado su funcionamiento se clasifica en cuatro grupos diferentes: piezoeléctrico, capacitivo, láser o electromagnético. Los transductores piezoeléctricos transforman corriente alterna en vibraciones mediante el uso de materiales piezoeléctricos, que sufren cambios dimensionales al estar sometidos a un campo eléctrico y son habitualmente materiales cerámicos. Son el tipo de transductor cuyo uso está más extendido. Los transductores capacitivos son elementos microelectromecánicos con aplicaciones en medicina principalmente, que generan la vibración mediante un campo eléctrico variable aplicado a un condensador. Los transductores láser utilizan picos de alta potencia muy cortos para generar vibración mediante dos posibles mecanismos: por la expansión térmica repentina de una superficie muy pequeña de la pieza o por ablación de una minúscula cantidad de material que forma un plasma que al expandirse rápidamente provoca la vibración. Para la generación de pulsos de muy alta frecuencia se utilizan este tipo de transductores. Los transductores acústicos electromagnéticos (EMATs) utilizan un campo magnético constante, generado por un imán permanente o por un electroimán funcionando con corriente continua, y una bobina por la que circula corriente alterna. El campo alternante que genera la bobina provoca la aparición de corrientes inducidas en la pieza, que interaccionan con el campo constante generando una fuerza de Lorentz oscilante.

Además, se generan esfuerzos por la magnetización y deformaciones adicionales mediante la magnetostricción si el material es ferromagnético. En principio esta tecnología es aplicable a cualquier material conductor o ferromagnético, pudiendo variar significativamente la contribución de un fenómeno u otro a los desplazamientos provocados pero obteniéndose siempre una onda elástica similar.

Este tipo de ensayos no destructivos presenta una serie de ventajas y desventajas, independientemente del tipo de transductor a utilizar o el tipo de defecto a detectar. Como puntos a favor tienen buena sensibilidad, los equipos pueden ser portátiles, los resultados se obtienen de forma inmediata y, según la pieza, se pueden inspeccionar partes de difícil acceso. Aspectos negativos son la necesidad de personal cualificado tanto para la inspección manual como para el desarrollo de procedimientos de inspección automatizados y las dificultades que se encuentran al inspeccionar piezas con superficies irregulares. Adicionalmente, el tipo de transductor más habitualmente utilizado, el piezoeléctrico, presenta otras ventajas e inconvenientes. Las principales desventajas son que se requiere contacto con la pieza a inspeccionar y el uso de un medio de acoplamiento. El nivel de vibración que inducen los transductores piezoeléctricos es mayor que el de otros tipos de transductor para un mismo consumo energético, aunque esto no suele suponer una ventaja decisiva, ya que el consumo del equipo no suele ser notable en comparación con el proceso industrial completo.

Los EMATs, cuyo uso se ha extendido en la industria a partir de finales de los años ochenta, presentan ventajas y desventajas propias. Por un lado, al no utilizar un medio de acoplamiento permiten inspeccionar a velocidades altas y en superficies muy frías o calientes sin aumentar el desgaste del equipo. Son, en general, menos sensibles que los transductores piezoeléctricos a las condiciones superficiales y a pequeños cambios de orientación del transductor. Estas características son muy deseables en algunos sectores, por ejemplo, en el sector del metal, ya que permiten realizar la inspección en línea sin frenar la producción y en pasos intermedios del proceso, con el material a elevada temperatura. Además, permiten generar tipos de onda difíciles de conseguir con otros métodos, especialmente ondas guiadas. Como desventajas principales se tiene una peor relación señal-ruido, se requiere mayor potencia para inducir una misma amplitud de vibración y los transductores tienden a ser más grandes.

En el resto de este trabajo se estudia en detalle el funcionamiento de un tipo concreto de EMAT utilizado en la inspección superficial mediante ondas de Rayleigh y algunos parámetros que afectan a su funcionamiento.

2. Motivación, objetivo y alcance del trabajo

2.1. Motivación

Uno de los procesos clave en la producción de acero es la colada continua. De esta se obtienen desbastes, tochos, palanquetas y palanquillas que son el material de partida en los procesos de conformado que permiten fabricar los productos finales correspondientes a cada uno: chapas y bobinas, perfiles y carriles, y tubos y alambrón respectivamente. La presencia de defectos (discontinuidades, inclusiones) en esta etapa de la producción puede generar tanto defectos en el producto final, provocando su rechazo, así como daño en la superficie de los rodillos de laminación. En la Ilustración 2.1 se muestra un desbaste y un detalle de un defecto superficial en la esquina.



Ilustración 2.1. A la izquierda, desbaste de acero "dual phase"; a la derecha, forma típica de la grieta en la esquina de un desbaste de acero calmado al aluminio.

Los desbastes de acero obtenidos mediante colada continua tienen una cierta tendencia, que depende del grado de acero, a presentar grietas superficiales alrededor de las esquinas. La presencia de estas grietas en el material de partida para la laminación en caliente produce defectos superficiales, conocidos como "edge sliver" (ver Ilustración 2.2), en el producto final. La inspección visual permite detectar gran parte de las grietas

superficiales, aunque no todas, y se siguen produciendo periodos de elevado índice de rechazo de los productos laminados.



Ilustración 2.2. Ejemplo de "edge sliver" después de la laminación en caliente.

Por trabajos previos, se sabe que la inspección mediante ultrasonidos utilizando EMATs no produce resultados satisfactorios en desbastes sin tratar. Esto se debe a que la cascarilla no está firmemente adherida a la superficie sin oxidar del material y produce un amortiguamiento demasiado grande. No obstante, en ArcelorMittal Avilés el escarpado (desprendimiento del óxido por dilatación mediante un soplete) de los desbastes de grados de acero de alta resistencia es un procedimiento estándar, lo que permitiría, en principio, la aplicación de esta tecnología. Coincidentemente, son estos grados de acero los que presentan una mayor tendencia a presentar grietas en las esquinas de los desbastes. Con la intención de implantar un procedimiento de inspección por ultrasonidos que sustituyese a la inspección visual, se realizaron unas pruebas preliminares para comprobar el correcto funcionamiento de la tecnología EMAT en las condiciones reales de trabajo cuyos resultados se comentan en el capítulo siguiente.

2.2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es establecer un modelo del EMAT que permita comprender mejor el efecto de ciertos parámetros, como pueden ser propiedades del material o la separación entre el transductor y la pieza, en el funcionamiento del transductor. A partir de esta información se puede comprobar si los problemas encontrados durante la inspección realizada en la planta industrial son justificables en base al conocimiento adquirido, en cuyo caso sería interesante buscar una solución que permita el uso de esta tecnología en la inspección de este tipo de acero.

2.3. Alcance

El trabajo se centra en lograr un mejor entendimiento del funcionamiento de EMATs para la inspección superficial utilizando ondas de Rayleigh. Aunque el modelo buscado será general por naturaleza, ya que las ecuaciones que rigen el funcionamiento del transductor y todos los fenómenos físicos involucrados son iguales independientemente del tipo de onda elástica a inducir en el material, no se busca estudiar el comportamiento de EMATs que permitan realizar otro tipo de inspección.

3. Tipos de ondas y su generación

En este capítulo se hace una introducción a los tipos de ondas elásticas que se pueden propagar en un sólido, y se presentan las orientaciones de los campos magnéticos y las geometrías de las bobinas necesarios para generar los más habituales utilizando un EMAT.

3.1. Ondas elásticas

Las ondas elásticas son perturbaciones que se transmiten en un medio, con la correspondiente transferencia de energía, pero sin que tenga lugar un transporte de materia. Diferentes supuestos acerca del movimiento, las propiedades del material y las condiciones de contorno dan lugar a diferentes fenómenos, muchos de ellos con aplicación práctica en ensayos no destructivos y en otros campos.

Las ondas elásticas se pueden clasificar en función de su forma de propagación y de la relación existente entre las direcciones de propagación de la onda y del movimiento de las partículas que forman el medio a causa de la perturbación. De acuerdo con el primer criterio las ondas se clasifican en ondas de volumen y ondas guiadas. Según el segundo criterio hay varios tipos de ondas, longitudinales y transversales para las ondas de volumen y, para las guiadas, ondas de Rayleigh, de Sezawa, de Stoneley, de Scholte, de Lamb, de Love, los modos fundamentales transversales de placa y las conocidas como "creep waves". Las diferentes caracterizaciones surgieron inicialmente en el campo de la sismología, donde las frecuencias son muy bajas y las longitudes de onda muy grandes. No obstante, los modos de vibración son iguales a frecuencias ultrasónicas, superiores a 20 kHz. En el resto de este apartado se describen con más detalle las características básicas de cada modo de vibración y se presentan algunas de sus aplicaciones. Existen otros fenómenos además de los presentados que no son mencionados en el resto del capítulo por ser casos muy particulares, como por ejemplo las ondas de Bleustein-Gulyaev [Bleustein 1968][Gulyaev 1969], de Maerfeld-Tournois [Maerfeld 1971] o de Zakharenko [Zakharenko 2010] que solo ocurren en materiales piezoeléctricos y que no tienen aplicaciones fuera del ámbito de la investigación.

3.1.1. Ondas mecánicas de volumen

La característica que las define es que se transmiten a través del volumen de un cuerpo, en las tres dimensiones del espacio. Son ondas no dispersivas, de forma que su velocidad de propagación en un medio isótropo no depende de la frecuencia.

3.1.1.1 Ondas longitudinales

En este caso, la dirección de oscilación de las partículas coincide con la de propagación de la onda tal y como se muestra en la Ilustración 3.1. Son ondas de presión, en las que la fuerza restauradora se debe a las diferencias de presión. Se transmiten tanto en sólidos como en líquidos o gases. Su velocidad de propagación en un sólido es $c_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$, que en el caso de aceros suele estar entre 5800 m/s y 6000 m/s.



Ilustración 3.1. Onda plana longitudinal. Fuente: Ultrasonic Testing of Materials [Krautkrämer 1990].

3.1.1.2 Ondas transversales

En este tipo de ondas la dirección de oscilación de las partículas, que se representa en la Ilustración 3.2, es perpendicular a la de propagación de la onda. La fuerza restauradora se debe a los esfuerzos cortantes que se inducen en la pieza. Debido a la naturaleza de la fuerza restauradora que da origen a la vibración, solo se transmiten en sólidos. Su velocidad de propagación en un sólido isótropo es $c_T = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$, que para aceros supone velocidades entre 3000 m/s y 3200 m/s. La relación de esta velocidad con las ondas longitudinales depende únicamente del coeficiente de Poisson y es $\frac{c_L}{c_T} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)}}$. Este cociente es mayor que uno para todos los posibles valores del coeficiente de Poisson de materiales sólidos, de forma que las ondas longitudinales siempre se propagan más rápido que las transversales, habitualmente en torno al doble de velocidad. Se distinguen, en función de la polarización de la oscilación de las partículas ondas transversales horizontales (SH) y ondas transversales verticales (SV). Estas ondas se comportan de modo diferente al pasar de un medio a otro (pues las horizontales no sufren conversión de modo) y se propagan de forma diferente en materiales anisótropos. Esta peculiaridad se puede emplear para estimar las propiedades de un material anisótropo o, utilizando el efecto acustoelástico para estimar el campo de tensiones al que está sometido un elemento. Ejemplos de aplicaciones prácticas de estos efectos se dan en monitorización de la salud estructural [Lu 2005] y en la medida de esfuerzos residuales [Schajer 2013][Szelążek 2015].



Ilustración 3.2. Onda plana transversal. Fuente: Ultrasonic Testing of Materials [Krautkrämer 1990].

3.1.2. Ondas mecánicas guiadas

Este tipo de onda se caracteriza por propagarse siguiendo una guía de onda. En el caso de los ensayos no destructivos esta guía de onda puede ser o bien una superficie o todo el espesor de la pieza si es lo suficientemente fina. De esta forma, su propagación se produce en solo una o dos dimensiones y, como consecuencia, la intensidad de la perturbación decae de forma más lenta en la dirección de propagación que en el caso de las ondas de volumen.

3.1.2.1 Ondas guiadas de superficie

Siguen la superficie de separación entre dos medios. Se caracterizan porque las perturbaciones producidas decaen exponencialmente en amplitud al alejarse de la superficie. Otra característica común a todas las ondas de este tipo es que no son dispersivas, de forma que su velocidad de propagación es independiente de la frecuencia en materiales isótropos.

3.1.2.2 Creep waves

Este tipo de ondas se incluye aquí porque suelen aparecer descritas como ondas superficiales en las publicaciones en que aparecen. Es el nombre específico que recibe en algunos casos el frente superior de las ondas longitudinales que se propagan en la zona inmediatamente inferior a una superficie con un ángulo de incidencia elevado, mayor a unos 76°. No son, por tanto, ondas de superficie propiamente dichas, aunque comparten con éstas la alta sensibilidad a defectos superficiales y subsuperficiales. Se propagan a la velocidad de las ondas longitudinales, c_L , y se atenúan en la dirección de propagación como ondas de volumen, lo que limita su alcance a distancias del orden de algunos centímetros. Se pueden utilizar, por ejemplo, en la inspección de soldaduras [Erhard 1983].

3.1.2.3 Ondas de Rayleigh

La teoría que describe estas ondas fue establecida en 1885 por Lord Rayleigh [Rayleigh 1885]. Ocurren en la superficie de piezas en contacto con un medio que no transmite la perturbación. El ejemplo más habitual se da en la superficie de un medio elástico en contacto con aire, en la que debido a la gran diferencia de impedancias acústicas entre el medio de transmisión y el aire se refleja casi la totalidad de la energía hacia el interior del medio. Se propagan en el material inmediatamente inferior a la superficie, con la mayoría de la energía confinada en una profundidad de una longitud de onda. El movimiento de las partículas es complejo, con movimiento tanto en la dirección de propagación como en perpendicular. Las trayectorias que siguen las partículas son elípticas, siendo el movimiento cerca de la superficie retrógrado y con el eje largo de la elipse situado en perpendicular a la superficie, y se vuelve anterógrado con la profundidad. El desplazamiento de la superficie se muestra en la Ilustración 3.3.



Ilustración 3.3. Desplazamiento de la superficie de un sólido en una onda de Rayleigh. A la derecha elipse que sigue el movimiento de un punto concreto. Fuente: Ultrasonic Testing of Materials [Krautkrämer 1990].

Su velocidad de propagación, referida a la velocidad de una onda transversal depende del coeficiente de Poisson del material según la ecuación $c_R = \frac{0.862+1.14\nu}{\nu+1}c_T$, válida para $0 \le \nu \le 0.5$ [Achenbach 1999]. En la práctica, esa relación implica que en casi todos los casos (para los valores reales del coeficiente de Poisson) el cociente c_R/c_T está entre 0.862 y 0.955, y en el caso concreto de aceros, la velocidad de la onda de Rayleigh es muy próxima a los $3 mm/\mu s$. La anterior relación es una aproximación, ya que la relación exacta de c_R con c_T no admite una forma explícita.

Se utilizan ampliamente en la detección de defectos superficiales [Aggelis 2009] [Palmer 2005] aunque existen otras posibles aplicaciones como el análisis del acabado superficial [Chakrapani 2012] o la medida del espesor de recubrimientos metálicos [Lakestani 1995].

3.1.2.4 Ondas de Sezawa

Nombre que reciben en algunos ámbitos las ondas de Rayleigh correspondientes al segundo modo de vibración [Sezawa 1935a] [Sezawa 1935b]. No se hace referencia a ellas en el campo de los ensayos no destructivos.

3.1.2.5 Ondas de Stoneley

Estas ondas son un equivalente a las ondas de Rayleigh cuando ambos medios son sólidos. Se propagan en ambos medios en las cercanías de la superficie de contacto. Tienen aplicación en la detección de defectos interlaminares en materiales compuestos, por ejemplo tuberías compuestas para el transporte de productos químicos [Li 2015].

3.1.2.6 Ondas de Scholte

Otro tipo de ondas, de características similares a las dos anteriores y que se dan en la superficie de contacto entre un sólido y un líquido. Aunque su utilización para realizar ensayos no destructivos no está extendida, existen aplicaciones para las cuales son adecuadas como son la inspección de tanques que contengan un líquido durante el servicio [Hayashi 2016] o de estructuras que estén totalmente sumergidas en un líquido [Rizzo 2010].

3.1.3. Ondas guiadas volumétricas

Se diferencian de las anteriores en que la guía de onda es en este caso la sección completa del material. Su propagación es, por tanto, en dos dimensiones, ya que en la tercera dimensión el frente de onda ocupa la totalidad del espacio disponible.

3.1.3.1 Ondas de Lamb

Los modos de vibración conocidos de esta forma fueron descritos por primera vez por Horace Lamb [Lamb 1917]. Este tipo de ondas agrupa dos familias infinitas diferentes de modos de vibración, conocidas como modos simétrico o extensional y antisimétrico o flexional. Estas formas de vibración son los casos límite a los que se aproxima una onda de Rayleigh al reducirse el espesor del material hasta dimensiones comparables a la longitud de onda. El modo fundamental simétrico suele denominarse S_0 y el antisimétrico A_0 , y los desplazamientos que producen se muestran en la Ilustración 3.4. Dentro de cada familia, los armónicos de orden superior van apareciendo según aumenta la frecuencia.



Ilustración 3.4. Modos simétrico (superior) y antisimétrico (inferior) fundamentales de las ondas de Lamb. Fuente: Ultrasonic Testing of Materials [Krautkrämer 1990].

En ensayos no destructivos se generan ondas de Lamb en elementos finos a frecuencias relativamente bajas, cuando la longitud de onda es parecida al espesor del elemento. Una aplicación muy habitual es la inspección de tuberías [Park 1996]

[Rose 1997] [Leonard 2005] y también se pueden utilizar, por ejemplo, en la inspección de láminas de plástico reforzadas con fibra de carbono [Lin 2016].

3.1.3.2 Ondas de Love

Su existencia fue predicha en 1911 por Edward Augustus Hugh Love, como otro tipo de ondas superficiales de naturaleza distinta a las ondas de Rayleigh [Love 1911]. Estas ondas se caracterizan porque el movimiento de las partículas es perpendicular a la dirección de propagación de la onda y principalmente paralelo a la superficie, como se muestra de forma simplificada en la Ilustración 3.5. Solo pueden ocurrir si una capa relativamente fina de un medio separa aire (o cualquier otro material que a efectos prácticos no transmita la onda) y otro material en el que la velocidad de propagación sea mayor. La onda de Love se transmite en la capa de menor velocidad de propagación, escapando muy poca energía a la capa subyacente. Las ondas de Love son inherentemente dispersivas, de forma que la frecuencia influye en la velocidad de propagación.



Ilustración 3.5. Desplazamientos producidos por una onda de Love.

Debido a las condiciones necesarias para que estas ondas se produzcan, sus aplicaciones son muy específicas. La aplicación más habitual de este tipo de ondas es la medida de la concentración de alguna sustancia, en fase líquida o gaseosa. Esto se logra mediante un recubrimiento que sensibiliza la capa que guía la onda ante la sustancia a detectar, de forma que en su presencia las propiedades acústicas cambian y se produce un cambio en la frecuencia. Aplicaciones de este tipo de sensor son, por ejemplo, detectores de gas [Zimmermann 2001] [Matatagui 2015] e inmunosensores [Zhou 2010]. En el campo de ensayos o destructivos se pueden utilizar para estimar las propiedades elásticas de recubrimientos finos [Kiełczyński 2011] o en la inspección de elementos con múltiples capas, como pueden ser circuitos integrados [Kuznetsov 2010].

3.1.3.3 Ondas transversales horizontales - Modos acústicos de placa (SH-APM)

Este modo de vibración se da en placas relativamente finas. Se trata de una onda transversal horizontal que se propaga en una única dirección a lo largo de una placa. Al igual que las ondas transversales de volumen son no dispersivas. [Ratassepp 2008].

3.2. Generación de diferentes ondas

Los transductores acústicos electromagnéticos (EMATs) permiten excitar modos de vibración difíciles o imposibles de conseguir con otras tecnologías. Los transductores piezoeléctricos se utilizan normalmente para generar ondas longitudinales y transversales verticales. También se pueden utilizar para generar ondas de Lamb y de Rayleigh, estas últimas con ciertas dificultades, porque se requiere un ángulo determinado entre transductor y pieza. Este ángulo es diferente para cada material ya que depende de la velocidad de propagación de las ondas, que a su vez varía con otras magnitudes físicas como la temperatura y en el caso de materiales reales con una cierta anisotropía varía incluso con la orientación [Hildebrand 1983]. Los modos de vibración que se generan con un EMAT dependen tanto del campo magnético permanente, que se crea mediante electroimanes o imanes permanentes, como de la geometría de la bobina utilizada. A continuación, se exponen brevemente posibles configuraciones capaces de generar distintos tipos de onda.

3.2.1. Ondas de volumen

Estos tipos de EMAT generan ondas de volumen, longitudinales o transversales polarizadas horizontalmente. En todos los casos la dirección de propagación de la onda es perpendicular a la superficie.

Una posible configuración, representada en la Ilustración 3.6, utiliza dos imanes con magnetizaciones opuestas y una bobina en espiral. En materiales no ferromagnéticos las fuerzas que generan la vibración son fuerzas de Lorentz, que aparecen debido a la interacción de las corrientes inducidas con el campo magnético constante. Se generan tanto ondas longitudinales como transversales horizontales. En materiales ferromagnéticos este tipo de EMAT solo genera la onda transversal horizontal, ya que las fuerzas de Lorentz y la magnetostrictiva perpendicular a la superficie son despreciables en relación a la fuerza magnetostrictiva paralela a la superficie [Hirao 2003].



Ilustración 3.6. EMAT para generar ondas de volumen, material no ferromagnético a la izquierda y ferromagnético a la derecha. La amplitud de la onda longitudinal en el material ferromagnético es despreciable frente a la transversal. Fuente: EMATs for Science and Industry [Hirao 2003].

Otra configuración utiliza un único imán y una bobina en espiral, como se muestra en la Ilustración 3.7. Debido a la diferente geometría del campo magnético permanente la polarización de la onda transversal sigue en este caso una dirección radial. Al igual que en el caso anterior, en materiales ferromagnéticos las fuerzas magnetostrictivas son las más importantes y es mucho mayor en amplitud la vibración transversal horizontal.



Ilustración 3.7. Otro tipo de EMAT, con diferente campo permanente, que genera ondas longitudinales y transversales. Fuente: EMATs for Science and Industry [Hirao 2003].

Cuando el material a inspeccionar presenta anisotropía, las ondas transversales se descomponen según dos direcciones principales debido a la diferente velocidad de propagación. Este efecto se puede utilizar en la práctica para medir la anisotropía de chapas metálicas laminadas y para la medida de esfuerzos por birrefringencia [Fukuoka 1993].

3.2.2. Ondas transversales horizontales

Los dos tipos de EMAT que se muestran en este apartado, en la Ilustración 3.8 permiten generar tanto ondas transversales horizontales de volumen como modos de vibración de placa en elementos de espesor reducido.

Una construcción que permite generar ondas transversales horizontales es el EMAT de imanes permanentes periódicos (PPM-EMAT). Consiste en una pila de imanes permanentes orientados alternativamente y debajo de los cuales se encuentra una bobina espiral alargada. La longitud de onda está ligada al espesor y separación de los imanes permanentes, lo que en la práctica limita la frecuencia a valores relativamente bajos. Este tipo de transductor tiene aplicaciones industriales, por ejemplo, en la inspección de soldaduras [Petcher 2015].



Ilustración 3.8. Esquema de un PPM-EMAT, utilizado para producir ondas transversales horizontales. Fuentes: EMATs for Science and Industry [Hirao 2003] y Shear horizontal (SH) ultrasound wave propagation around smooth corners [Petcher 2013].

Otra posibilidad para conseguir una onda transversal horizontal es utilizar un campo magnético tangente a la superficie, lo que se consigue aproximadamente con un imán en forma de herradura, y una bobina en meandro. Esta configuración no genera fuerzas de Lorentz ni de magnetización, por lo que solo la magnetostricción contribuye a la generación del ultrasonido. Por tanto, su aplicación se limita a materiales ferromagnéticos y la eficiencia del transductor depende directamente de la relación entre la intensidad y orientación del campo permanente y la curva de magnetostricción del material. A diferencia del PPM-EMAT, en este caso la frecuencia depende de la

separación entre meandros de la bobina, que puede ser mucho más fina que las dimensiones de los imanes permanentes. Por tanto, se pueden utilizar en materiales ferromagnéticos cuando la frecuencia necesaria sea imposible o poco práctica de alcanzar con un PPM-EMAT. En la Ilustración 3.9 se muestra una representación esquemática de este tipo de transductor. Una posible aplicación de este tipo de EMAT es la estimación del coeficiente de Lankford medio de chapas de acero, lo que da una estimación de su formabilidad [Murayama 1997]. Para esta aplicación se genera en la chapa a inspeccionar el modo de vibración SH_0 (modo fundamental acústico de placa).



Ilustración 3.9. EMAT para la generación de ondas transversales horizontales en materiales ferromagnéticos. Fuente: EMATs for Science and Industry [Hirao 2003].

3.2.3. Ondas de Rayleigh

Para generar ondas superficiales de Rayleigh se puede utilizar un campo magnético normal a la superficie y una bobina en meandro, como se muestra en la Ilustración 3.10. Además de la onda de Rayleigh, este tipo de EMAT genera ondas longitudinales y transversales verticales. En los resultados de la simulación se verá que la amplitud de las primeras es prácticamente despreciable, pero la de las segundas aunque menor cerca de la superficie no se puede obviar y debido a la velocidad tan similar de su propagación puede que no se lleguen a separar totalmente de las ondas superficiales en las distancias típicas de inspección.



Ilustración 3.10. EMAT para generar ondas de Rayleigh. Fuente: *Line-focusing of ultrasonic SV wave by electromagnetic acoustic transducer* [Ogi 1998].

Además de la disposición anterior, que es con mucho la más habitual aparece en una publicación de Pei. et al. [Pei 2016] una configuración derivada de la anterior cuyo único cambio consiste en cambiar el imán por dos imanes con polaridades opuestas. En el artículo se estudia su aplicación en piezas de aluminio y se aumenta la amplitud del deplazamiento casi un 50% y la relación señal-ruido de todo el sistema, cuando se usan los nuevos EMATs para la transmisión y la recepción, en un factor de 5.3.



Ilustración 3.11. EMAT modificado para generar ondas de Rayleigh. Fuente: A modified meander-line-coil EMAT design for signal amplitude enhancement [Pei 2016].

4. Funcionamiento de un equipo EMAT y pruebas previas

Previamente al inicio de este trabajo se realizaron pruebas en laboratorio y en la planta industrial cuyos resultados motivaron tanto la realización de pruebas adicionales como el desarrollo de este trabajo. Las pruebas iniciales se realizaron en laboratorio con cinco muestras proporcionadas por ArcelorMittal Avilés con resultados satisfactorios, logrando detectarse todas las grietas en las cinco muestras utilizadas. El siguiente paso fue la realización de ensayos en planta, directamente sobre los desbastes en las condiciones reales en caso de implantarse finalmente una inspección utilizando EMATs durante el proceso de fabricación. Se utilizaron tres desbastes de dos grados de acero diferente, dos eran de un acero de medio carbono calmado al aluminio y el otro de un acero "dual phase" para galvanizado, que es uno de los tipos de grado de acero con tendencia a presentar grietas en las esquinas. Los resultados fueron los esperados para los desbastes de acero de medio carbono, detectándose todas las grietas presentes en las muestras. En cambio, en el desbaste "dual phase" no fue posible la inspección ya que no se obtenía una medida apreciable en el equipo de inspección.

En el resto del capítulo se explica el funcionamiento de un equipo EMAT para inspección superficial de forma cualitativa y se define el equipo concreto utilizado en estas pruebas y los resultados obtenidos. La descripción física en detalle del funcionamiento del sensor EMAT se realiza en el capítulo 5.

4.1. Funcionamiento de un equipo EMAT

El equipo EMAT es una combinación de uno o varios transductores acústicos electromagnéticos y elementos auxiliares necesarios para el funcionamiento (generador de impulsos, procesador digital de señal, sistema de almacenamiento y representación, entradas y salidas para conectar con otros equipos, etc.) para realizar inspección mediante ultrasonidos. Como ya se mencionó en la introducción, la principal diferencia respecto a otras tecnologías es la ausencia de necesidad de uso de un medio acoplante para la transducción, que se logra mediante el acoplamiento electromagnético entre el transductor y la pieza a inspeccionar. En general, los transductores basados en tecnología EMAT constan de un campo magnético constante, generado por un imán permanente o un electroimán, y una bobina cuya geometría depende del modo de

vibración a generar y que genera un campo magnético variable. Existen transductores sin campo magnético permanente que son simplemente una bobina espiral o de mariposa, mostradas en la Ilustración 4.1, que se pueden utilizar para generar ondas fundamentalmente longitudinales y también para detectarlas [Rueter 2014] [Rueter 2016] pero no parece que tengan aplicaciones industriales por el momento. Para la inspección superficial es habitual utilizar ondas de Rayleigh, cuya generación requiere el uso de un campo permanente normal a la superficie a inspeccionar y una bobina en meandro. Las diferentes combinaciones de orientación del campo permanente y geometría de la bobina se exponen con más detalle en el capítulo 4.



Ilustración 4.1. Geometrías habituales de bobinas EMAT. Arriba, bobina espiral; en el medio, bobina en mariposa; abajo, bobina en meandro. Fuente: Standard Sensors & Accesories for EMAT Applications [Innerspec 2016b].

Independientemente de la configuración del EMAT y el tipo de onda elástica generada, existen dos formas de realizar la inspección. Se puede utilizar un único transductor para generar y detectar el ultrasonido o utilizar transductores diferentes para cada función. En el primer caso, llamado pulso-eco, se utiliza un único transductor que realiza las funciones de emisor y receptor. En el segundo, llamado emisión-recepción se utilizan dos transductores: uno se encarga de generar el ultrasonido y el otro, colocado a una pequeña distancia se utiliza para realizar la medida. En ambos casos se aplica un

pulso de tensión en la bobina siguiendo un intervalo de tiempo fijo o controlado por el desplazamiento del sensor sobre la superficie a inspeccionar.

En el modo de trabajo pulso-eco, representado de forma muy simplificada en la Ilustración 4.2, se induce un pulso de tensión en la bobina que a su vez provoca una corriente que da lugar al campo variable, y por el acoplamiento electromagnético se induce la fuerza en el material que da lugar al ultrasonido. Esta onda ultrasónica se propaga por el material y si encuentra alguna discontinuidad en su trayectoria parte de la energía será reflejada, de forma que una onda de menor intensidad que la generada se propaga desde el defecto hacia el transductor. Cuando alcanza de nuevo la posición de este, por el fenómeno físico inverso a la generación del ultrasonido, se induce una corriente en la bobina con su correspondiente tensión. Para realizar la detección de defectos hay que definir un nivel del valor de la tensión en la bobina a partir del cual se decide que se ha encontrado una discontinuidad. La posición del defecto se puede estimar en función del tiempo transcurrido entre la detección de la onda reflejada y el pulso.



Ilustración 4.2. Representación esquemática del funcionamiento en modo pulso-eco.

En el modo emisión-recepción la generación del ultrasonido se realiza del mismo modo, así como la medida cada vez que la onda pasa por la posición del receptor. La diferencia se da en el modo de operación: en este caso la zona de inspección se encuentra en la zona posterior al receptor, de forma que la onda generada es medida primero al entrar en esa zona, y una vez que se produce la reflexión en un defecto se mide la onda reflejada. Esto proporciona más información que en el modo pulso-eco, ya que se tiene una medida de la intensidad del ultrasonido que se genera en la pieza (DT) y otra de la intensidad de la onda reflejada (RT), tal y como se representa esquemáticamente en la Ilustración 4.3. La detección en este modo de trabajo se realiza por comparación de los dos valores anteriores, de forma que se divide el valor de la señal de RT entre el valor de DT correspondiente, y el límite para la detección se establece en función de este cociente. Esto tiene como ventaja que ciertos parámetros que pueden afectar a la intensidad del acoplamiento electromagnético, como pueden ser la separación entre el transductor y la superficie o la presencia de varios defectos en la zona inspeccionada, como se muestra en la Ilustración 4.4, tengan un efecto muy reducido en la posible detección de un defecto.



Ilustración 4.3. Representación esquemática del funcionamiento con una grieta situada detrás del receptor.



Ilustración 4.4. Representación esquemática del funcionamiento cuando además de la grieta a detectar, situada detrás del receptor, se encuentra una grieta entre el emisor y el receptor.

El equipo de inspección proporciona como salida una selección de entre cuatro representaciones diferentes. Las representaciones típicas de ensayos no destructivos por ultrasonidos son tres y se suelen denominar A-scan, B-scan y C-scan y la otra opción es el valor medio de la señal en una zona concreta representado para pulso generado, denominado "strip view" por el fabricante. La información está de salida está contenida toda en el A-scan y el intervalo de tiempo y la posición, que se obtiene utilizando encóders si es necesaria, en que se genera cada pulso. El resto de representaciones se calculan a partir de estos datos. Por la forma en que se construyen las representaciones, en la inspección superficial no se puede obtener un C-scan. En la Ilustración 4.5 se pueden ver las tres representaciones que se manejan en la inspección superficial. El Ascan, arriba a la izquierda, es simplemente un gráfico de la tensión en la bobina durante el periodo de tiempo que corresponde a un pulso. La línea verde es una puerta, que se utiliza para procesar los datos, generar otras representaciones y programar alarmas. El B-scan consiste en una sucesión de A-scans representados en 2D con la amplitud representada por color y se utiliza a menudo como un mapa de defectos, marcando solo a partir de una cierta amplitud. El "strip view" es equivalente a tomar una franja vertical en el B-scan y realizar una media en la coordenada horizontal, obteniéndose la curva que se representa. Aunque esta parte no es importante de cara a la simulación, a la hora de comparar resultados con los obtenidos utilizando el equipo solo se contará con esta información, pues medir directamente otras magnitudes durante el funcionamiento es bastante complicado.



Ilustración 4.5. Las tres representaciones de los datos: a la izquierda, ariba el A-scan y abajo el "strip view" y a la derecha el B-scan.

4.2. Pruebas realizadas en la planta industrial

En esta sección se describe el equipo utilizado en las pruebas, y se comentan los resultados obtenidos, que fueron satisfactorios para los desbastes de acero de medio carbono. En cambio, en el desbaste de acero "dual phase" no fue posible realizar la inspección.

4.2.1. Equipo utilizado

El equipo utilizado en estas pruebas fue de la empresa Innerspec. El módulo principal es el Innerspec Power Box 2, con dos canales (puede trabajar tanto en pulso-eco como en emisión-recepción) y rango de frecuencias de pulso de 50 kHz a 7 MHz [Innerspec 2016a]. Los transductores utilizaban electroimanes para crear el campo constante y trabajan con ondas de Rayleigh; Error! No se encuentra el origen de la referencia. El equipo se utilizó en modo emisión-recepción y la separación entre transmisor y receptor fue de aproximadamente 130 mm. En las pruebas realizadas durante el desarrollo de este trabajo, que se describen más adelante, se trabajó en pulsoeco, lo que en el ámbito de la aplicación industrial de esta tecnología puede suponer un problema ya que el efecto de la separación entre el transductor y la pieza tiene un efecto drástico en la intensidad del ultrasonido producido [Wang 2010]. El electroimán, modelo 274A0076, es el mismo en todos los casos para el emisor y el receptor, aunque se probaron bobinas de diferentes distancias entre meandros. El funcionamiento del electroimán es pulsado de forma que el campo permanente solo existe durante el tiempo de adquisición de datos de cada pulso. Con esto, se consigue reducir la fuerza de atracción entre el transductor y la pieza y evitar que el primero se adhiera a materiales ferromagnéticos. El mecanismo principal de acoplamiento según el catálogo es la magnetostricción [Innerspec 2016b], aunque dado que se inspecciona un material conductor y ferromagnético la fuerza de Lorentz, incluyendo los efectos tanto de las corrientes inducidas como la magnetización, también tendrá efecto, como se explica en detalle en el capítulo 5. En las pruebas de laboratorio se utilizaron cinco parejas de bobinas diferentes, cada una de las parejas con una longitud de onda característica que viene dada por la distancia entre meandros, en pulgadas 0.12, 0.16, 0.18, 0.2 y 0.25. Con cada una de estas bobinas se ha de trabajar a una frecuencia diferente, de forma que el producto de frecuencia y longitud de onda sea lo más parecido posible a la velocidad de propagación de la onda en el material. Para controlar la frecuencia se utiliza un

módulo adicional que se encarga del acondicionamiento de la señal. Aunque las ondas de Rayleigh en materiales ideales isótropos no son dispersivas, en un material anisótropo sí lo son, y la cantidad de energía reflejada y transmitida en un defecto depende de su tamaño relativo a la longitud de onda. De acuerdo con esto, se comprobó que la relación señal-ruido era diferente en cada muestra con cada pareja de bobinas.

4.2.2. Resultados en acero de medio carbono

Se comprobó el funcionamiento verificando la generación del ultrasonido en la pieza. Trabajando con una ganancia de 5 dB el resultado fue satisfactorio, y a continuación se comprobó que efectivamente era posible detectar las grietas mediante la onda reflejada. Se probaron las cinco bobinas con separación de meandros previamente mencionados, obteniéndose los mejores resultados para las bobinas de 0.16" y 0.18" (aproximadamente 4.1 mm y 4.6 mm), que se utilizaron a las frecuencias correspondientes, de 719 kHz y 639 kHz respectivamente. En la mayoría de los casos la detección se realizó a niveles de RT/DT superiores al 12 %, llegando hasta un 25 % aproximadamente. En general, la relación RT/DT en la grieta es, por lo menos, unas cuatro veces mayor que el nivel de reflexión base del ruido que ronda el 4 %. El nivel de reflexión depende fuertemente de la geometría de la grieta, pero los valores obtenidos son buenos, teniendo en cuenta que en los casos más favorables se estima que se refleja aproximadamente el 40 % de la energía incidente en la grieta [Hassan 2003].

4.2.3. Resultados en acero "dual phase"

En los desbastes de este tipo de acero fue necesario aumentar la ganancia hasta 40 dB para conseguir un nivel de referencia en la transmisión directa comparable a los casos anteriores. Este aumento de la ganancia implica que la magnitud de la transmisión directa era unas 55 veces menor en este caso, lo que supone una diferencia en la eficiencia de la transducción que no se esperaba y contradecía las pruebas realizadas en el laboratorio. Es por esto que se consideró necesario estudiar en profundidad el funcionamiento del transductor.

4.3. Pruebas en laboratorio

Para comprobar el modo de funcionamiento, la capacidad de detección de defectos y la posibilidad de detecciones falsas proporcionados por el equipo disponible, se realizaron medidas en cinco muestras provenientes de diferentes desbastes, con defectos variados. Se utilizó una configuración de pulso-eco, donde solo se utiliza una única bobina que hace la función tanto de emisor como de receptor y el campo magnético constante fue generado por un imán permanente. De las cinco muestras utilizadas, cuatro eran de acero de medio carbono y una estaba extraída de un desbaste DP del grado de acero que se quiere inspeccionar en el proceso real. Las muestras eran de pequeño tamaño, de unos 230x130 mm o menores en general excepto una. Esto da lugar a efectos que no están presentes en la aplicación real, por encontrarse los límites de las muestras dentro del área de medida del equipo.

Los resultados de las medidas se pueden visualizar directamente en el equipo de medida o utilizando el software proporcionado por el fabricante en un PC. Desde este software se pueden generar informes de forma automática y también existe la posibilidad de exportar los datos a un archivo CSV para ser tratados posteriormente utilizando otra herramienta. Los valores guardados en el archivo CSV son directamente todos los valores medidos de la tensión en la bobina. Aunque el equipo tiene la capacidad de tomar muestras según un intervalo fijo de distancia recorrida utilizando encóders, no se contaba con los accesorios necesarios para utilizar esa opción. De este modo, el equipo realiza medidas continuas, induciendo un número fijo de pulsos por segundo en la bobina. El número de pulsos inducidos en la bobina por segundo es un valor modificable en el archivo de configuración del equipo con el que se realiza la medida (típicamente en el rango de 5 a 25 muestras cada segundo). El fabricante recomienda utilizar, como mínimo una frecuencia de muestreo diez veces mayor que la frecuencia de cada pulso. Con las bobinas utilizadas en estas pruebas esta frecuencia está en el rango de 750 kHz a 1 MHz, de forma que el mínimo establecido por el fabricante para el muestreo serían 10 MHz. Si se utilizasen bobinas con distancias entre meandros menores, para detectar defectos más pequeños, la frecuencia del ultrasonido aumenta rápidamente, de forma inversamente proporcional a la longitud de onda, y a partir de longitudes de onda del orden de 1 mm ya sería necesario muestrear a 50 MHz, el máximo que permite el DSP del equipo. Si se realiza una inspección continua el tamaño de los datos crece rápidamente hasta volverse ineficiente su manejo en una hoja de cálculo, especialmente para su visualización, de forma que se precisa utilizar otro tipo de software como MATLAB o R.

Todas las medidas realizadas fueron tomadas con una frecuencia de muestreo de 25 MHz y un rango de adquisición de datos de 140 µs, que cubre una distancia desde el

emisor de aproximadamente 210 mm. Esto da lugar a 3502 valores de la tensión para cada pulso emitido, y con 25 pulsos por segundo se generan unos 87500 valores cada segundo. Cada medida, ya sea puntual o continua, se realizó primero con una bobina de 0.12" (3.048 mm) y después en la misma posición con una bobina de 0.16" (4.06 mm).

Hay dos diferencias significativas entre estas pruebas y el que sería el proceso de inspección real. La primera, ya mencionada es la presencia del borde de la muestra dentro del campo de medida. Los desbastes son piezas muy largas, en los cuales solo muy cerca de la cabeza o la cola, suponiendo una parte muy pequeña de la longitud total a inspeccionar, se verán los bordes. En estas pruebas debido a las reducidas dimensiones de las muestras se pueden observar los efectos de los bordes perfectamente en casi todas las medidas. La otra diferencia es la temperatura, ya que las muestras estaban a temperatura ambiente pero durante la producción los desbastes se inspeccionarían hasta a unos 100 °C. Si bien esto no debería tener un efecto importante en el acoplamiento electromagnético y la transmisión del ultrasonido, sí que afecta negativamente al desgaste de la bobina.

En el resto de esta sección se describen con detalle las características de las muestras, y se presentan algunas de las medidas realizadas y los resultados obtenidos. En general, se detectaron todos los defectos visibles en las muestras.

4.3.1. Muestra IT-4198-C

Esta muestra, cuyo aspecto se puede ver en la Ilustración 4.6, proviene de un desbaste de acero medio carbono. Corresponde a la cabeza del desbaste, a la cara frontal, donde presenta parte de una grieta central muy fina o una capa porosa, que a simple vista no se diferencian, y una zona afectada por picaduras. La superficie está fresada y atacada.



Ilustración 4.6. Aspecto de la muestra IT-4198-C.

En esta muestra se realizaron dos medidas continuas, una a cada lado de la grieta central recorriendo la muestra de un borde a otro, como se indica en la Ilustración 4.7.



Ilustración 4.7. Posición aproximada de las direcciones de desplazamiento del sensor en cada una de las medidas realizadas en la muestra IT-4198-C.

En la Ilustración 4.8 se muestran los resultados de las medidas con las bobinas de 0.12 y 0.16 pulgadas para la trayectoria 1 y en la Ilustración 4.9 para la trayectoria 2. En ambas se observa el ruido debido al acoplamiento e inmediatamente a su lado el reflejo en el borde cercano de la muestra. Al otro lado de las gráficas se ve el reflejo en el borde más alejado, aunque cuando la zona oxidada se encuentra en medio no se recibe esta señal. El otro defecto se detecta mejor con la bobina más grande.



Ilustración 4.8. Vista similar a un B-scan de las medidas siguiendo la trayectoria 1 con ambas bobinas.



Ilustración 4.9. Vista similar a un B-scan de las medidas siguiendo la trayectoria 2 con ambas bobinas.

4.3.2. Muestra IT-4198-B1

Es una muestra obtenida del mismo desbaste que la anterior. En esta muestra se realizaron medidas en dos de las caras, cuyas superficies también estaban fresadas y atacadas. Una de las caras, cuyo aspecto se muestra en la Ilustración 4.10, presentaba una zona centrada con abundancia de grietas pequeñas. La otra cara presenta una zona de rotura y una grieta profunda, además de otros defectos superficiales en uno de los bordes.



Ilustración 4.10. Aspecto de la muestra IT-4198-B1.

En la cara con la zona con defectos se realizaron tres medidas continuas como se indica en la Ilustración 4.11, y en la cara opuesta una medida continua.



Ilustración 4.11. Trayectorias aproximadas de desplazamiento del sensor y zona con defectos.

Los resultados para la trayectoria 1 se muestran en la Ilustración 4.12, y fueron muy parecidos para la trayectoria 2. Además del ruido del acoplameinto, y los reflejos del borde cercano y lejano, se aprecia una reflexión importante en el centro de la pieza aproximadamente, que no se identifica con ningún defecto visible. No obstante, y teniendo en cuenta el estado de la cara opuesta es posible que existan defectos internos en esta pieza. La zona con grietas superficiales se identifica con los valores elevados que se sitúan a una distancia de unos 75 mm del sensor, es decir con un TOF de unos 150 mm.



Ilustración 4.12. Vista similar a un B-scan de las medidas siguiendo la trayectoria 1 con ambas bobinas.

4.3.3. Muestra IT-4198-B2

Esta muestra es del mismo desbaste que la anterior y de la misma zona. La superficie preparada en esta muestra, cuyo aspecto se muestra en la Ilustración 4.13, tiene amplias zonas afectadas por oxidación con algunas grietas claramente visibles a simple vista.



Ilustración 4.13. Aspecto de la muestra IT-4198-B2.

Se realizaron dos medidas continuas, en direcciones perpendiculares, cada una recorriendo la pieza de un borde a otro, y una medida puntual. La dirección de las medidas y la posición de los defectos más significativos se pueden ver en la Ilustración 4.14.



Ilustración 4.14. Posición aproximada de las posiciones del sensor en cada medida y situación de las grietas más significativas en la muestra IT-4198-B2.

Los resultados para la trayectoria 1 se muestran en la Ilustración 4.15. En este caso se ven muy claramente los problemas que aparecen en piezas pequeñas y al inspeccionar muy cerca de los bordes. En ambas gráficas se ven el ruido inicial, el reflejo en el borde cercano, el reflejo en el borde lejano y en un TOF de 250 mm se ve en este caso el segundo reflejo en los bordes. El reflejo en el borde cercano desaparece en algunos momentos debido a la forma ondulada que tiene el borde, pues la perpendicularidad a la dirección de propagación es muy importante. El cambio que se puede apreciar muy claramente en estas dos gráficas en la dirección vertical (para la bobina de 0.12" en las muestras 400 y 2400 y para la bobina de 0.16" en las muestras 250 y 1650) se debe a que parte del soporte del sensor queda en el aire al acercarse al borde y cambia ligeramente el acoplamiento entre el transductor y la pieza.



Ilustración 4.15. Vista similar a un B-scan de las medidas siguiendo la trayectoria 1 con ambas bobinas.
4.3.4. Muestra cara frontal

Su posición en el desbaste es equivalente a la de la muestra IT-4198-C, pero no está preparada la superficie y es de mayor tamaño. Contiene una grieta central completa, la cual provocó una fractura, así como cascarilla en algunas zonas que permite comprobar el efecto que tiene en la atenuación del ultrasonido. Se realizaron medidas puntuales en cinco posiciones diferentes, ya que las condiciones superficiales dificultaban mucho el movimiento del transductor sobre la superficie, y provocarían un deterioro muy rápido de la superficie de la bobina. Las características relevantes de la pieza y los puntos en que se midió, siempre en perpendicular a la grieta central, se muestran en la Ilustración 4.16.



Ilustración 4.16. Aspecto de la muestra y posiciones aproximadas de los cinco puntos de medida. La dirección de la inspección es perpendicular a la grieta central en todos los casos.

El resultado de la medida en el punto 1, que se encuentra enfrentado al borde de la grieta, es la Ilustración 4.17. Como en los casos anteriores, se tiene el ruido inicial y el siguiente pico corresponde al reflejo en el borde más cercano. El siguiente es la reflexión en la grieta. Que la separación entre estos dos picos sea diferente para cada bobina se debe a un pequeño error en el posicionamiento del sensor. El tercer pico es la onda después de reflejarse en el borde cercano y en la grieta, pues se encuentra en un TOF algo menor a 250 mm y la distancia entre el borde y la grieta es de 117 mm, lo que equivale a un TOF de 234 mm. El reflejo en el borde lejano no se aprecia casi con la bobina de 0.12", pero con la bobina de 0.16" se puede ver que es el pico situado en un

TOF de unos 350 mm, pues la distancia del sensor a ese borde de la pieza es de aproximadamente 180 mm.



Ilustración 4.17. Resultados de la medida en el punto 1: la bobina de 0.16" proporciona un nivel de señal mucho mayor en este caso concreto.

4.3.5. Muestra 80-7177

Esta muestra es de acero "dual phase", extraída de un desbaste con varias grietas visibles, de 3 mm a 8 mm de longitud en la superficie, cercanas al borde. La superficie no está preparada de ninguna forma y es igual que la que se podría encontrar durante la inspección real.

Se realizaron medidas puntuales en cuatro posiciones diferentes. En este caso no se realizó ninguna medida continua porque debido a las dimensiones de la muestra y a la rebaba resultante del corte no interesaba desplazar el sensor en la dirección perpendicular a los defectos. Los bordes son claramente reconocibles en las medidas, aunque la rebaba, al contrario, no se muestra con claridad en ninguna de las medidas. Los puntos en que se realizaron las medidas y la situación de las grietas, que no se aprecian bien en la imagen pero son visibles a simple vista, se muestran en la Ilustración 4.18. Por las reducidas dimensiones de la muestra y su falta de planitud en la superficie es bastante difícil conseguir un buen acoplamiento del sensor.



Ilustración 4.18. Localización de las grietas y posición del sensor en cada una de las cuatro medidas realizadas en la muestra 80-7177. La dirección de la inspección es en la dimensión mayor de la muestra, perpendicular a las grietas.

El resultado de la medida realizada en el punto 4 se muestra en la Ilustración 4.19. Como se ha mencionado ya el acoplamiento no es bueno y la señal es bastante débil. Se ve claramente el ruido inicial y el reflejo en el borde cercano que es el pico situado antes de los 150 mm de TOF. El punto de medida está situado muy cerca de dos grietas, que quedan ocultas dentro del ruido inicial. Hay dos grietas que están más cerca que el borde, y que por su posición deberían aparecer en un TOF 52 mm y 78 mm menor que el reflejo del borde, que son los dos picos que aparecen entre 50 mm y 100 mm. La siguiente grieta está a prácticamente la misma distancia que el borde y no se puede ver. La grieta restante debería aparecer unos 55 mm más tarde que el reflejo del borde. Con la bobina de 0.16" se ve, aparentemente un único defecto ahí situado. Con la bobina de 0.12" se ven dos picos detrás del reflejo del borde. La explicación razonable es que el primero es la grieta que está a la misma distancia que el borde el primero, ya que la mayor separación entre los picos de las dos primeras grietas sugiere que el sensor está un poco desplazado entre las dos medidas. El último pico, antes de los 300 mm de TOF es el reflejo en el borde alejado, que está a unos 138 mm de la posición del sensor.



Ilustración 4.19. Medida realizada en el punto 4.

4.3.6. Conclusiones de las pruebas

La técnica de inspección mediante EMAT permite detectar sin errores los defectos de los tamaños presentes en las muestras siempre que el acoplamiento del transductor a la pieza es correcto.

Las características negativas más notables que se han observado en las pruebas son esencialmente dos: una dependencia grande de la orientación relativa de propagación de la onda y el defecto, y, debido a la sensibilidad de los mecanismos de acoplamiento electromagnético a las variaciones de separación entre el sensor y la superficie a inspeccionar, una variación importante de la intensidad de la señal en zonas onduladas de la superficie.

5. Descripción matemática

La descripción matemática de los fenómenos físicos que permiten el funcionamiento de un sistema de inspección por ultrasonido basado en tecnología EMAT requiere, por una parte, la descripción del acoplamiento electromagnético de los transductores con el material y, por otra, el modelado de la transmisión de las ondas generadas en el material. El modelado del acoplamiento electromagnético debe incluir tanto el cálculo de la fuerza que el emisor induce en el material y que provoca la aparición del ultrasonido como la tensión que se induce en la bobina del receptor debido a la vibración del material en una zona del espacio donde existe un campo externo.

El resto del capítulo se divide en dos partes, una con la teoría que representa el acoplamiento electromagnético excluyendo la parte de elasticidad y la otra la propagación de las ondas de Rayleigh, es decir la parte de la teoría de la elasticidad que afecta directamente a este problema. En la primera parte se presentan las ecuaciones de Maxwell, las relaciones constitutivas de los campos eléctrico y magnético, la ley de Ohm, el cálculo de la fuerza ejercida en el material y los modelos del comportamiento del material, en este caso para la histéresis ferromagnética y la magnetoelasticidad. La teoría de la elasticidad se presenta en la segunda parte e incluye, esencialmente, las definiciones de los tensores de deformación y tensión, la ecuación de onda elástica y las ecuaciones que caracterizan las ondas de Rayleigh. Para los lectores que no estén familiarizados con estos temas se realiza una introducción al electromagnetismo y la elasticidad en general en los Anexos A y B respectivamente. Las magnitudes vectoriales aparecen en negrita, mientras que las magnitudes escalares están en cursiva. Cuando se escriban de manera explícita las componentes de un vector o un tensor no estarán ni en cursiva ni en negrita. En los casos en que se utilicen notaciones específicas a una ecuación o sección, como notación indexada o ciertos superíndices y símbolos especiales, se indicará claramente en el texto su significado.

5.1. Acoplamiento electromagnético

5.1.1. Introducción

Los transductores eléctricos electromagnéticos producen el ultrasonido directamente en la pieza por medio de dos fenómenos físicos diferentes. Constan de un imán que genera un campo constante y una bobina que genera un campo oscilante. En

materiales conductores, pero no ferromagnéticos, la única fuerza que actúa sobre la pieza es la fuerza de Lorentz, debida a la interacción de las corrientes inducidas con el campo magnético permanente. Si además el material presenta ferromagnetismo, aparecerán fuerzas de magnetización y magnetostricción.

El primer paso es la descripción de los diferentes campos que interactúan con el material. Es necesario describir las relaciones que existen entre los seis campos vectoriales utilizados en la teoría clásica del electromagnetismo: el campo eléctrico, E, el campo de desplazamiento eléctrico, D, la polarización, P, el campo magnético (también llamado densidad de flujo magnético), **B**, el campo de excitación magnética, H, y la magnetización (también llamada imanación o imantación), M. Además de estos campos vectoriales, se introducirán los potenciales eléctrico y magnético, V y A, que aunque no son realmente necesarios a la hora de definir los fenómenos físicos tienen gran utilidad práctica a la hora de encontrar una solución al problema y son, en efecto, las variables independientes habituales para abordar la resolución de los sistemas de ecuaciones resultantes. La interpretación física de algunos de estos campos es relativamente sencilla, pero otros suponen conceptos más abstractos. A continuación se introducen primero y de forma lo más breve posible los campos en las situaciones de régimen permanente, descritos por la electrostática y la magnetostática, y posteriormente se introducen los efectos de las variaciones en el tiempo que dan a lugar a la formulación de la electrodinámica clásica según las ecuaciones de Maxwell.

5.1.2. Ecuaciones de Maxwell

Las cuatro ecuaciones de Maxwell, se presentan aquí en la notación vectorial habitual hoy en día y en su versión material. La ley de Gauss en función del campo de desplazamiento eléctrico y la densidad de carga libre, es la ecuación (5.1.1. La adivergencia del campo magnético (que no tiene un nombre concreto universalmente utilizado) que es equivalente a la no existencia de monopolos magnéticos, es la ecuación (5.1.2. La ley de Faraday, es la ecuación (5.1.3. Por último, la ley de Ampére con la corrección de Maxwell, es la ecuación (5.1.4. Estas cuatro ecuaciones implican el cumplimiento de la ecuación de continuidad de la carga eléctrica (ver Anexo A), que por tanto no es necesario considerar de forma explícita.

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_l \tag{5.1.1}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{5.1.2}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
(5.1.3)
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{l} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$
(5.1.4)

Además, son necesarias las ecuaciones constitutivas que relacionan los seis campos que se utilizan en la descripción del problema, que son las ecuaciones (5.1.5 y (5.1.6 para los campos eléctrico y magnético respectivamente. Las cuatro ecuaciones de Maxwell admiten otras expresiones equivalentes que están relacionadas con las formas dadas en las ecuaciones (5.1.1 a (5.1.4 por las ecuaciones constitutivas, aunque la representación habitual en medios materiales es la mostrada aquí (principalmente por estar expresada en función de cargas y corrientes libres). También es imprescindible la ley de Ohm, ecuación (5.1.7, que determina la magnitud de la corriente que se induce según la ley de Faraday.

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \tag{5.1.5}$$

$$\mathbf{B} = \mu_o(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \tag{5.1.6}$$

$$\mathbf{J} = \sigma_c \mathbf{E} \tag{5.1.7}$$

Las siete ecuaciones presentadas hasta este punto permiten el cálculo de los campos eléctrico y magnético de forma general en cualquier punto del espacio. En el capítulo siguiente se verá, que pese a que esta es la forma habitual de introducir las ecuaciones de Maxwell, el modelo de elementos finitos realmente está formulado en función del potencial vectorial magnético, definido por la ecuación (5.1.8.

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \tag{5.1.8}$$

No obstante, no describen las fuerzas que aparecen debido a la presencia de estos campos y su interacción con la materia. La fuerza que una carga soporta en presencia de los campos eléctrico y magnético viene dada por la fuerza de Lorentz, a la que se dedica la siguiente sección.

5.1.3. Fuerza de Lorentz

La fuerza que los campos eléctrico y magnético ejercen sobre una carga viene dada por la ecuación (5.1.9), conocida como fuerza de Lorentz.

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{5.1.9}$$

Se puede transformar con facilidad la ecuación anterior para expresarla, al igual que las ecuaciones de Maxwell, en función de una densidad de carga y no de una carga puntual. La fuerza de Lorentz por unidad de volumen es la ecuación (5.1.10). La fuerza total en una región del espacio se obtiene integrando esta ecuación en el volumen correspondiente.

$$\mathbf{f} = \rho_e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \rho_e \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$
(5.1.10)

En la literatura referente a EMATs hay una tendencia a realizar una división adicional de las diferentes contribuciones a la fuerza de Lorentz, de forma que se encuentran casos en que el factor correspondiente a la densidad de corriente se subdivide aún más. Una forma más desarrollada de la fuerza de Lorentz, separando las cargas y corrientes en sus componentes libres y no libres, viene dada por la ecuación (5.1.11.

$$\mathbf{f} = (\rho_l - \nabla \cdot \mathbf{P})\mathbf{E} + \left(\mathbf{J}_l + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}\right) \times \mathbf{B}$$
(5.1.11)

En esta forma de la fuerza de Lorentz, donde es más explícito el origen de las diferentes contribuciones a la fuerza total, se pueden realizar algunas de las simplificaciones típicas en el cálculo de la fuerza inducida por un transductor EMAT. En primer lugar, se pueden despreciar los efectos del campo eléctrico frente a los del campo magnético. En segundo lugar, el valor de la derivada del campo de polarización es despreciable frente a la densidad de corriente libre y a la magnetización. Esta última aproximación es buena en general a frecuencias inferiores a 100 MHz, que cubren la virtual totalidad de aplicaciones de la tecnología EMAT [Hirao 2003]. La forma aproximada de la fuerza de Lorentz se reduce a la ecuación (5.1.12.

$$\mathbf{f} \cong (\mathbf{J}_l + \nabla \times \mathbf{M}) \times \mathbf{B} \tag{5.1.12}$$

En lo que resta de esta sección se utilizan los superíndices L y M para denotar los diferentes modos de dividir las contribuciones a la fuerza de los campos y corrientes. Se separa la fuerza de Lorentz por unidad de volumen en las contribuciones de la corriente libre, que en este caso será únicamente la corriente inducida por la bobina ya que se ha despreciado el efecto del campo eléctrico y en la parte correspondiente a la magnetización, como se indica en la ecuación (5.1.13.

$$\mathbf{f} \cong \mathbf{f}^{\mathrm{L}} + \mathbf{f}^{\mathrm{M}} = \mathbf{J}_{l} \times \mathbf{B} + (\nabla \times \mathbf{M}) \times \mathbf{B}$$
(5.1.13)

A la componente \mathbf{f}^{L} se hace referencia en algunos casos como fuerza de Lorentz de forma incorrecta, ya que esta última incluye todas las contribuciones de origen electromagnético a la fuerza inducida en el material. La componente \mathbf{f}^{M} se suele denominar fuerza de magnetización.

Los campos se separan según dos criterios, su fuente y su dependencia temporal. Por el primero se separan en externos e internos, indicado por los superíndices "e" e "i" respectivamente y por el segundo se separan en estáticos y dinámicos, indicado por barras y virgulillas respectivamente (\Box y \Box). Los campos externos son los que existirían de no estar el material a inspeccionar situado en esa región del espacio y los internos los que aparecen debido a la presencia del mismo. En cuanto al segundo criterio es obvio que los campos estáticos son aquellos cuyas fuentes no varían en el tiempo, es decir los campos generados por el imán permanente y los que se inducen debido a la magnetización del material causada por ellos. El resto de campos, generados por la bobina y la magnetización variable del material debida a ellos, son dinámicos. Las ecuaciones que describen estas descomposiciones son las ecuaciones (5.1.14 a (5.1.18. Por supuesto se tiene $\mathbf{M} = \mathbf{M}^i$ ya que la magnetización es nula en el aire fuera del material.

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^{e} + \mathbf{B}^{i} = \overline{\mathbf{B}} + \widetilde{\mathbf{B}} = \overline{\mathbf{B}}^{e} + \widetilde{\mathbf{B}}^{e} + \overline{\mathbf{B}}^{i} + \widetilde{\mathbf{B}}^{i}$$
(5.1.14)

$$\overline{\mathbf{B}}^{e} = \mu_{0} \overline{\mathbf{H}}^{e}$$
(5.1.15)

$$\widetilde{\mathbf{B}}^{e} = \mu_{0} \widetilde{\mathbf{H}}^{e}$$
(5.1.16)

$$\overline{\mathbf{B}}^{i} = \mu_{0} \overline{\mathbf{M}}^{i}$$
(5.1.17)

$$\widetilde{\mathbf{B}}^{i} = \mu_{0} \left(\widetilde{\mathbf{H}}^{i} + \widetilde{\mathbf{M}}^{i} \right)$$
(5.1.18)

Las fuerzas también se pueden descomponer en internas, externas, estáticas y dinámicas de forma totalmente análoga a la ecuación (5.1.14. Las fuerzas estáticas no afectan en principio a la generación del ultrasonido, ya que siendo constantes no

producen cambios en el desplazamiento relativo entre zonas adyacentes del material. La separación entre externas e internas se define según el lugar de aplicación de la fuerza de reacción, siendo las externas aquellas producidas por los componentes del transductor EMAT. Esta separación sí tiene consecuencias prácticas. La profundidad de penetración electromagnética (distancia en el medio en la que el campo se atenúa a aproximadamente el 37 % de su valor), en un material conductor viene dada por la ecuación (5.1.19, donde *f* es la frecuencia, μ es la permeabilidad magnética absoluta y σ_c es la conductividad eléctrica.

$$\delta \cong \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \sigma_c}} \tag{5.1.19}$$

Para tener una idea del orden de magnitud de este valor, en un acero ferrítico ($\mu \cong 1.8 \cdot 10^{-3}$ y $\sigma_c \cong 1.3 \cdot 10^6$) a 750 kHz la profundidad de penetración electromagnética es aproximadamente $1.3 \cdot 10^{-5}$ m. A una distancia de la superficie igual a 36 el valor de los campos se reduce en más de un 95 %. Teniendo en cuenta además que la longitud de onda del ultrasonido que se utiliza generalmente en la inspección utilizando EMATs es del orden de milímetros, los efectos de las fuerzas internas ocurren a una escala que es unos dos órdenes de magnitud menor que la de los fenómenos elásticos que se inducen en el material. Por tanto, son efectos locales que en la escala de la onda elástica generada se anulan y se puede considerar que la fuerza de transducción es aproximadamente igual a la componente externa. A partir de este punto, para evitar repetir continuamente superíndices, \mathbf{f}^{L} y \mathbf{f}^{M} harán referencia solo a la contribución externa como se indica en la ecuación (5.1.20.

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}^e + \mathbf{f}^i \cong \mathbf{f}^e = \mathbf{f}^{\mathrm{L}} + \mathbf{f}^{\mathrm{M}}$$
(5.1.20)

Una vez que se han establecido ya todas las simplificaciones que se realizan y la notación utilizada, se presentan las cuatro formas (identificadas por superíndices del 1 al 4) que aparecen en la literatura para estimar la fuerza de Lorentz, **f**, generada por un transductor EMAT. La primera forma aparece en *Magnetoelastic Interactions* [Brown 1966] donde es derivada rigurosamente en su forma integral. En la notación utilizada aquí y en forma diferencial, que es como se presentan todas las opciones en esta sección, las componentes \mathbf{f}^{L} y \mathbf{f}^{M} se definen según las ecuaciones (5.1.21 y (5.1.22.

$\mathbf{f}^{\mathrm{L1}} = \mathbf{J}_l \times \mathbf{B}^e = \mu_0 \mathbf{J}_l \times \mathbf{H}^e$	(5.1.21)
$\mathbf{f}^{M1} = \mu_0 \mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{H}^e$	(5.1.22)

La ecuación (5.1.22 es la que ha generado las discrepancias en el resto de la literatura, pues su interpretación matemática no es única. Si se aplica el operador nabla al campo de excitación magnética primero, y después se realiza el producto (interpretado como un producto matricial) con la magnetización el resultado es, en general, diferente que si primero se realiza el producto escalar de la magnetización con el operador nabla, y el operador resultante se aplica al campo de excitación magnética. Ambas interpretaciones coinciden cuando el campo que aparece en segundo lugar es irrotacional, es decir que para dos campos vectoriales A y B cualesquiera se cumple $(\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot (\nabla \mathbf{B})$ siempre que $\nabla \times \mathbf{B} = 0$. En el caso concreto en que se utiliza el campo externo (tal y como aparece en la fuente original), el resultado es el mismo, ya que el campo externo es irrotacional dentro del material por la descomposición que se hizo de él: el campo \mathbf{H}^{e} tiene por rotacional las corrientes libres externas al material y la derivada del campo de desplazamiento que se ha considerado despreciable, de forma que su rotacional se anula claramente en su interior. El problema surge al ser conveniente en algunos casos reescribir las ecuaciones en función de los campos totales y no solo de los externos. Los campos **B** y **H** no son irrotacionales y las dos interpretaciones posibles no coinciden.

Para obtener la segunda forma de calcular la fuerza inducida por el transductor se reescribe la ecuación (5.1.21 en función del campo **H** y se obtiene la ecuación (5.1.23, que aparentemente no es coherente con la definición de la fuerza de Lorentz (ecuación (5.1.9). Además, las fuerzas no son exactamente iguales pero muy parecidas, ya que se tiene que $\overline{\mathbf{H}}^i = \mathbf{0}$ (lo que implica $\overline{\mathbf{H}}^e = \overline{\mathbf{H}}$) y $\overline{\mathbf{H}} > \widetilde{\mathbf{H}}$ por lo que se diferencian en $\mu_0 \mathbf{J}_l \times$ $\widetilde{\mathbf{H}}$ que es pequeña. La tercera forma se define reescribiendo la ecuación (5.1.21 en función del campo **B** y se obtiene la ecuación (5.1.24.

$$\mathbf{f}^{L2} = \mu_0 \mathbf{J}_l \times \mathbf{H} \tag{5.1.23}$$

$$\mathbf{f}^{L3} = \mathbf{J}_l \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_l \times (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$
(5.1.24)

Es evidente que \mathbf{f}^{L2} y \mathbf{f}^{L3} no son iguales, ya que la segunda incluye el efecto de la interacción entre la magnetización y las corrientes inducidas. Aunque físicamente es \mathbf{f}^{L3} la expresión que coincide con la definición de la fuerza de Lorentz, siguiendo la discusión anterior referente a la profundidad de penetración electromagnética, la

reacción de esa fuerza se encuentra en un volumen de material muy cercano a su aplicación, y en la escala de la onda elástica su contribución se anula. En cambio, \mathbf{f}^{L2} solo incluye como reacción en el material la fuerza que compensa $\mu_0 \mathbf{J}_l \times \mathbf{\tilde{H}}$, que como se ha mencionado antes es muy pequeña por las características de operación de los transductores EMAT. Como consecuencia de la diferencia en la forma de calcular \mathbf{f}^{L2} y \mathbf{f}^{L3} las correspondientes \mathbf{f}^{M2} y \mathbf{f}^{M3} tienen que ser diferentes para que la fuerza total sea la misma. Las expresiones de la fuerza de magnetización coinciden con las dos interpretaciones posibles de la ecuación (5.1.22 y son las ecuaciones (5.1.25 y (5.1.26.

$$\mathbf{f}^{M2} = \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H}$$

$$\mathbf{f}^{M3} = \mu_0 \mathbf{M} \cdot (\nabla \mathbf{H})$$
(5.1.26)

En estos dos casos al cambiar la formulación de los campos externos a los campos totales aparece una fuerza superficial de magnetización. Esto se debe a que los campos externos son continuos en la superficie del material, pero los campos totales no. Esta tensión superficial es la misma en los dos casos y se define según la ecuación (5.1.27.

$$\mathbf{T}^{M2} = \mathbf{T}^{M3} = \frac{1}{2}\mu_0 \mathbf{M}_n^2 \cdot \mathbf{n}$$
(5.1.27)

El primer método no es exactamente equivalente a los otros dos. Los resultados son exactamente iguales en una situación magnetostática y extremadamente parecidos a frecuencias bajas, pero al aumentar la frecuencia de oscilación del campo de excitación los resultados divergen notablemente, aunque son cualitativamente iguales. A las frecuencias de funcionamiento de un transductor EMAT para inspección superficial de acero mediante ondas de Rayleigh, que son del orden de centenares de kHz, el primer método no sería preciso. La equivalencia de los métodos 2 y 3 se fundamenta en la identidad vectorial presentada como ecuación (5.1.28 y en despreciar el efecto la derivada del campo de desplazamiento en la ley de Ampére (ecuación (5.1.4).

$$(\mathbf{M} \cdot \nabla)\mathbf{H} - \mathbf{M} \cdot (\nabla \mathbf{H}) = (\nabla \times \mathbf{H}) \times \mathbf{M} \cong \mathbf{J} \times \mathbf{M}$$
(5.1.28)

De la ecuación (5.1.28 se concluye inmediatamente que $\mathbf{f}^{L2} + \mathbf{f}^{M2} = \mathbf{f}^{L3} + \mathbf{f}^{M3}$, por lo que los dos métodos son matemáticamente idénticos. En la siguiente sección se introduce el tensor de Maxwell, que es la cuarta forma de calcular la fuerza electromagnética que actúa sobre una parte de un material, y a la cual se dedica una subsección entera por su importancia.

5.1.3.1 Tensor de Maxwell

La fuerza de Lorentz se puede describir utilizando un único tensor de orden dos conocido como tensor de Maxwell, que proporciona la fuerza total electromagnética que actúa en una región del espacio. Tiene la ventaja teórica de no realizar absolutamente ninguna simplificación de las ecuaciones, como despreciar las contribuciones del campo eléctrico, que se hacían en la sección anterior. Su derivación se puede hacer a partir de la fórmula que define la fuerza de Lorentz, manipulando la expresión utilizando las ecuaciones de Maxwell y algunas identidades vectoriales [Griffiths 2013]. La fuerza de Lorentz por unidad de volumen se vuelve a mostrar aquí, ya que es el punto de partida (ecuación (5.1.10).

$$\mathbf{f} = \rho_e \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \tag{5.1.10}$$

Reescribiendo la ecuación anterior en función de los campos utilizando las ecuaciones de Maxwell se obtiene la ecuación (5.1.29.

$$\mathbf{f} = \varepsilon_0 (\nabla \cdot \mathbf{E}) \mathbf{E} + \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} - \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) \times \mathbf{B}$$
(5.1.29)

Con la ley de Faraday, $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}$ (ecuación (5.1.3), y la igualdad $\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \times \mathbf{B} + \mathbf{E} \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ la ecuación anterior se transforma en la ecuación (5.1.30.

$$\mathbf{f} = \varepsilon_0 [(\nabla \cdot \mathbf{E})\mathbf{E} - \mathbf{E} \times (\nabla \times \mathbf{E})] - \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{B}) - \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$$
(5.1.30)

Ahora se suma un término $\frac{1}{\mu_0} (\nabla \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B}$ que hace simétricas las expressiones en que intervienen solo **E** y **B** y que no cambia el valor de la expressión por ser el campo magnético adivergente. Además, se pueden eliminar los rotacionales utilizando la identidad vectorial que aparece como ecuación (5.1.31, expresada aquí para el campo eléctrico pero válida para cualquier campo vectorial.

$$\nabla(E^2) = \nabla(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) = 2[\mathbf{E} \times (\nabla \times \mathbf{E}) + (\mathbf{E} \cdot \nabla)\mathbf{E}]$$
(5.1.31)

Después de eliminar los rotacionales y agrupar términos, la fuerza por unidad de volumen toma la forma de la ecuación (5.1.32, que es la que permite ver la igualdad entre la fuerza de Lorentz y el tensor de Maxwell.

$$\mathbf{f} = \varepsilon_0 [(\nabla \cdot \mathbf{E})\mathbf{E} + (\mathbf{E} \cdot \nabla)\mathbf{E}] + \frac{1}{\mu_0} [(\nabla \cdot \mathbf{B})\mathbf{B} + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B}] - \frac{1}{2}\nabla \left(\varepsilon_0 \mathbf{E}^2 + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}^2\right) - \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$$
(5.1.32)

La expresión de la fuerza de Lorentz de la ecuación (5.1.32 parece bastante más complicada que la formulación original en función de cargas, corrientes, campo eléctrico y campo magnético. Tiene la ventaja de no depender de las distribuciones de cargas y corrientes, que pueden ser extremadamente complicadas de calcular en algunos casos y, con la introducción del tensor de Maxwell se hace evidente por qué es interesante transformar la ecuación (5.1.10. El tensor de Maxwell es un tensor de orden dos con nueve componentes, definidas por la ecuación (5.1.33, donde $\delta_{i,j}$ es la delta de Kronecker.

$$T_{i,j} = \varepsilon_0 \left(E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{i,j} E^2 \right) + \frac{1}{\mu_0} \left(B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{i,j} B^2 \right)$$
(5.1.33)

La divergencia del tensor de Maxwell es un vector, que coincide con la expresión de la fuerza electromagnética por unidad de volumen salvo por el último sumando, que es la derivada respecto al tiempo de un múltiplo del vector de Poynting, definido como $\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$. La fuerza por unidad de volumen finalmente queda definida por la ecuación (5.1.34.

$$\mathbf{f} = \nabla \cdot \mathbf{T} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t}$$
(5.1.34)

La evaluación de la fuerza total de transducción requiere, llegado este punto, la evaluación de una integral de volumen que se extiende a todo el volumen de material en que se quiere hallar la fuerza. El teorema de la divergencia permite transformar la integral de volumen del tensor de Maxwell en una integral de superficie, resultando la ecuación (5.1.35.

$$\mathbf{F} = \int_{\mathcal{V}} \left(\nabla \cdot \mathbf{T} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} \right) d\nu = \int_{\partial \mathcal{V}} \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} ds + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}} \mathbf{S} d\nu$$
(5.1.35)

La fórmula anterior es exacta, puesto que no se han realizado simplificaciones de ningún tipo en su derivación. Se pueden introducir llegado este punto las simplificaciones realizadas en la derivación de las expresiones de \mathbf{f}^{L} y \mathbf{f}^{M} en los métodos de cálculo anteriores. La integral de superficie es, de modo riguroso, una

integral cerrada, ya que aparece al aplicar el teorema de la divergencia. Por tanto, ha de extenderse a la superficie que encierra todo el volumen de material considerado. No obstante, en las aplicaciones típicas de transducción mediante EMATs los campos fuera de la región situada justo debajo del conjunto imán-bobina se consideran despreciables y toda la fuerza se aplica en esa zona. Por tanto, en la práctica, se limita la integral a una pequeña zona cercana a la superficie del material a inspeccionar, donde al igual que en los otros tres casos es necesario discretizar el material en regiones lo suficientemente pequeñas en relación a la longitud de onda de la onda elástica. Además, como se puede considerar que el efecto del campo eléctrico es despreciable, tanto el vector de Poynting como su derivada desaparecen y el tensor de Maxwell se simplifica notablemente al permanecer solo los términos correspondientes al campo magnético. Teniendo todo esto en cuenta la fuerza total de transducción se puede calcular según la ecuación (5.1.36, que es mucho más sencilla que lo que parecía indicar la ecuación (5.1.32.

$$\mathbf{F} \cong \int_{S} \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} ds \cong \int_{S} \frac{1}{\mu_{0}} \left[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B} - \frac{1}{2} \mathbf{n} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}) \right] ds$$
(5.1.36)

Se resume en la Tabla 5.1, tal y como exponen Seher y Nagy, los cuatro enfoques, teniendo en cuenta que los términos \mathbf{f}^L y \mathbf{f}^M son evaluados mediante una integral de volumen y los términos \mathbf{T}^m mediante una integral de superficie [Seher 2016].

Método	\mathbf{f}^L	f ^M	\mathbf{T}^{M}
1	$\mu_0 \mathbf{J}^C \times \mathbf{H}^e$	$\mu_0(\mathbf{M}\cdot\nabla)\mathbf{H}^e$	0
2	$\mu_0 \mathbf{J}^C \times \mathbf{H}$	$\mu_0(\mathbf{M}\cdot\nabla)\mathbf{H}$	$\frac{1}{2}\mu_0 M_n^2 \mathbf{n}$
3	$J^{C} \times B$	$\mu_0 \mathbf{M} \cdot (\nabla \mathbf{H})$	$\frac{1}{2}\mu_0 M_n^2 \mathbf{n}$
4	0	0	$\frac{1}{\mu_0} \Big[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B} - \frac{1}{2} \mathbf{n} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}) \Big]$

Tabla 5.1. Resumen de los cuatro métodos.

La forma del tensor de Maxwell derivado hasta aquí es correcta para el espacio vacío, o de forma más general cuando el medio material cumpla $\varepsilon_r = \mu_r = 0$. En general la forma correcta del tensor de Maxwell depende del modelo constitutivo del material [Eu 1986] [Henrotte 2003] [Kemp 2011] [Shevchenko 2011] [Liberal 2013]. A la hora de definir la fuerza electromagnética en un medio conductor una elección posible es el tensor de Minkowski, definido por la ecuación (5.1.37.

$$T_{i,j} = \varepsilon_0 \left(\mathbf{D}_i \mathbf{E}_j - \frac{1}{2} \delta_{i,j} D \cdot E \right) + \frac{1}{\mu_0} \left(\mathbf{B}_i \mathbf{H}_j - \frac{1}{2} \delta_{i,j} B \cdot H \right)$$
(5.1.37)

En las siguientes secciones se discuten los modelos de histéresis ferromagnética y de magnetostricción, que definen el comportamiento del material ante un campo magnético externo.

5.1.4. Histéresis ferromagnética

La ecuación (5.1.6 relaciona los tres campos que se utilizan para describir los fenómenos magnéticos, pero junto con las ecuaciones de Maxwell no definen de forma completa el valor de estos tres campos en un material capaz de ser magnetizado. En líneas generales los materiales diamagnéticos y paramagnéticos se caracterizan por tener una respuesta lineal al campo externo en un rango bastante amplio. Esta relación se puede describir mediante las ecuaciones (5.1.38 y (5.1.39, que son análogas al modelo de un dieléctrico por debajo de su tensión de ruptura. Estas ecuaciones relacionan la magnetización, **M**, y la excitación magnética, **H**, mediante un parámetro denominado susceptibilidad magnética, χ_M .

$$\mathbf{M} = \chi_M \mathbf{H} \tag{5.1.38}$$

$$\mathbf{B} = \mu_o(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_o \mathbf{H} + \mu_o \chi_M \mathbf{H} = \mu_o (1 + \chi_M) \mathbf{H} = \mu_o \mu_r \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$
(5.1.39)

En el caso de materiales ferromagnéticos, que incluyen por ejemplo gran parte de las aleaciones de hierro o níquel, una descripción tan sencilla no es posible. Además de tener una respuesta marcadamente no lineal, presentan una histéresis no despreciable en muchas aplicaciones. Este comportamiento se supone, por lo general, independiente de la velocidad de cambio de la magnetización y se considera que depende de los valores anteriores, pero no de cómo de rápido se hayan realizado los cambios en la magnetización. Las relaciones resultantes son curvas que relacionan los valores de la magnetización con la excitación magnética que en el caso de aleaciones de acero suelen tener un aspecto similar al mostrado en la Ilustración 5.1.



Ilustración 5.1. Curvas experimentales de histéresis de un acero con 1 % de manganeso. Fuente: *Theory of ferromagnetic hysteresis* [Jiles 1984b].

Para realizar la descripción matemática de un proceso histerético se han propuesto numerosos modelos matemáticos, de diversas complejidades y con diferentes aplicaciones. Los principales campos de aplicación y desarrollo de estos modelos son el ferromagnetismo y la plasticidad. Algunos de estos modelos están basados en fenómenos físicos, mientras que otros son herramientas diseñadas para reproducir el comportamiento del material sin tener en cuenta la razón que lo explica. En el campo del ferromagnetismo, dos de los modelos más habituales son el de Preisach y el de Jiles-Atherton.

El modelo de Preisach fue introducido en 1935 [Preisach 1935], y ha sido ampliamente utilizado, estudiado y ampliado y sus extensiones siguen siendo hoy en día una de las herramientas habitualmente utilizadas para describir fenómenos de histéresis. La formulación matemática de este modelo no se puede asociar con facilidad a una descripción física del proceso de magnetización de un material ferromagnético, ya que es imposible asociar sus operadores de histéresis a los dominios magnéticos del material de forma consistente, principalmente porque a los operadores de Preisach no se les asigna una posición determinada en el material ni pueden representar de ninguna forma el tamaño de los dominios magnéticos. El modelo clásico de Preisach se basa en los operadores de histéresis que se muestran en la Ilustración 5.2, que son los operadores más sencillos que es posible definir que presentan histéresis.



Ilustración 5.2. Operador de histéresis que forma la base del modelo de Preisach clásico. Fuente: Mathematical models of hysteresis and their applications [Mayergoyz 2003].

A partir de estos operadores y una función de peso $\mu(\alpha, \beta)$ se puede definir la salida del modelo como una integral doble, como indica la ecuación (5.1.40. Este modelo no está ligado por su forma a la histéresis ferromagnética y se puede utilizar en la descripción de fenómenos de histéresis en otros campos, especialmente sus extensiones que permiten describir curvas de histéresis más variadas que otros modelos como el de Jiles-Atherton.

$$f(t) = \iint_{\alpha \ge \beta} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha, \beta} u(t) d\alpha d\beta$$
(5.1.40)

El modelo de Jiles-Atherton [Jiles 1984a] [Jiles 1984b] [Jiles 1986], fue propuesto en 1984 y desarrollado a partir de consideraciones energéticas del proceso de magnetización del material. El uso de este modelo requiere la estimación de cuatro parámetros mediante técnicas de ajuste. En este modelo se separa la magnetización total en dos componentes, una reversible y la otra irreversible. En primer lugar, se define la magnetización anhisterética, que sería la curva de magnetización ideal, según la ecuación (5.1.41). Esto ocurriría solo si ningún defecto en la microestructura se opusiera a la magnetización.

$$\mathbf{M}_{an} = \mathbf{M}_{s} \left[\operatorname{\mathbf{coth}} \left(\frac{\mu_{0} m(\mathbf{H} + \alpha \mathbf{M})}{k_{B} T} \right) - \frac{k_{B} T}{\mu_{0} m(\mathbf{H} + \alpha \mathbf{M})} \right] = \mathbf{M}_{s} \left[\operatorname{\mathbf{coth}} \left(\frac{\mathbf{H}_{e}}{a} \right) - \frac{a}{\mathbf{H}_{e}} \right]$$
(5.1.41)

La parte reversible de la magnetización la define la ecuación (5.1.42), y la parte reversible la define una ecuación diferencial, que es la relación que introduce la histéresis en el modelo. A esta ecuación (5.1.43) se le puede sumar directamente la derivada de la definición de la componente reversible para obtener una ecuación diferencial que proporciona directamente el valor de la magnetización total, que es la ecuación (5.1.44).

$$\mathbf{M}_{rev} = \mathbf{c}(\mathbf{M}_{an} - \mathbf{M}) \tag{5.1.42}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{M}_{irr}}{\mathrm{d}\mathbf{H}} = \frac{1}{\frac{\delta k}{\mu_0} - \alpha(\mathbf{M}_{an} - \mathbf{M}_{irr})} (\mathbf{M}_{an} - \mathbf{M}_{irr})$$
(5.1.43)

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{M}}{\mathrm{d}\mathbf{H}} = \frac{1}{(1+c)\left[\frac{\delta k}{\mu_0} - \alpha(\mathbf{M}_{an} - \mathbf{M})\right]} (\mathbf{M}_{an} - \mathbf{M}) + \frac{c}{(1+c)}\frac{\mathrm{d}\mathbf{M}_{an}}{\mathrm{d}\mathbf{H}}$$
(5.1.44)

Los parámetros a estimar a partir de datos experimentales serían: α , que es un parámetro de la teoría de campo medio que representa el acoplamiento entre dominios magnéticos; a, que tiene unidades de magnetización y caracteriza la forma de la curva de magnetización ideal; k, que también tiene unidades de magnetización y está relacionado con las pérdidas de energía por histéresis y c, que es la proporción de la diferencia entre la magnetización ideal y la real que es reversible. El parámetro k no es constante, sino que disminuye al aumentar la magnetización y la excitación magnética y su dependencia de ellas ha de determinarse para cada material.

5.1.5. Magnetostricción

La magnetostricción es una de las varias manifestaciones de la magnetoelasticidad, que describe la interacción entre las propiedades magnéticas y elásticas de los sólidos. Consiste en el cambio de longitud que experimenta un material al ser magnetizado. Además se les da un nombre concreto a otros comportamientos, como el llamado efecto ΔE , que es la variación aparente (reducción como regla general) del módulo elástico de materiales ferromagnéticos magnetizados como consecuencia de la magnetostricción y el efecto Villari, que es el fenómeno inverso de la magnetostricción, es decir el cambio en la magnetización al sufrir una deformación. Los mecanismos físicos que originan todas las interacciones magnetoelásticas se deben a las interacciones de canje magnético y no se pueden justificar en términos macroscópicos. En este contexto, la interacción de canje isótropa da lugar a cambios volumétricos mientras que otros mecanismos, sensibles a la dirección del espín, como la interacción de canje anisótropa o el campo eléctrico cristalino dan lugar a deformaciones desviadoras [Trémolet de Lacheisserie 2002].

La magnetostricción sólo ocurre en materiales ferromagnéticos y se manifiesta en un cambio de longitud o de volumen que sufren este tipo de materiales al cambiar su magnetización. A este efecto se debe parte del acoplamiento electromagnético entre el transductor y la pieza. Su importancia en relación a la fuerza de Lorentz es discutida en la literatura: algunos autores afirman que ésta última es la que predomina en la enorme mayoría de los casos, siendo las excepciones algunos óxidos de hierro y aleaciones de níquel, en las que no obstante ambos efectos tienen el mismo orden de magnitud [Ribichini 2012] [Thompson 1990] [Wilbrand 1983] mientras que otros defienden que predomina la magnetostricción llegando a ser dos órdenes de magnitud mayor que la fuerza de Lorentz [Hirao 2003] [Ogi 1997].

La magnetostricción es un efecto marcadamente no lineal y definido por funciones pares del campo magnético. La respuesta lineal, y cuyo signo por tanto sí depende del signo del campo es el piezomagnetismo, análogo a la piezoelectricidad, y que solo se da en algunos materiales antiferromagnéticos. La magnetostricción presenta, en líneas generales, un ciclo de histéresis que debido a su relación con el resto de efectos magnetoelásticos y la temperatura no presenta una forma habitual, a diferencia de la histéresis ferromagnética. En la ferrita o hierro-α, por ejemplo, la magnetostricción cambia de signo con una excitación magnética cercana a los 20 kA/m cuando no está sometido a un esfuerzo y a temperatura ambiente. En cambio, otros materiales como el níquel puro no muestran cambios de tendencia en la curva de magnetostricción. La magnetostricción de saturación para la mayoría de aleaciones metálicas es del orden de magnitud de 10⁻⁶ o 10⁻⁵, siendo el máximo valor encontrado de aproximadamente 2.10⁻³ para el Terfenol-D. Para poder escoger un modelo para la magnetostricción sería necesario caracterizar el material mediante medidas experimentales, ya que depende de forma muy marcada de la microestructura, de la temperatura y de la tensión a la que esté sometida el material [Lee 1955].

En términos generales la magnetostricción puede ser modelizada utilizando modelos de histéresis como el de Preisach [Valadkhan 2009] pero esto requiere la caracterización del material para poder ser implementado. En ausencia de datos concretos se puede intentar dar una idea aproximada de la magnitud del desplazamiento debido a la magnetostricción utilizando un modelo isótropo del material. En cristales la magnetostricción depende de la orientación en relación a los planos cristalográficos. Para cristales cúbicos se definen dos constantes, λ_{100} y λ_{111} , que son los valores de la magnetostricción cuando se alcanza la saturación con el campo orientado paralelamente a las direcciones cristalográficas correspondientes. Para sólidos policristalinos que no presenten ninguna orientación preferencial la magnetostricción no depende de la orientación del campo, y queda definida por una sola constante λ_s , cuya relación con λ_{100} y λ_{111} viene dada por la ecuación (5.1.45, que se debe a Akulov [Akulov 1930].

$$\lambda_s = \frac{1}{5} (2\lambda_{100} + 3\lambda_{100}) \tag{5.1.45}$$

Esta descripción permite implementar el modelo isótropo porque los datos de las constantes de magnetostricción λ_{100} y λ_{111} se pueden encontrar en la literatura, aunque sea de forma aproximada. La defor

mación magnetostrictiva en función de λ_s , la magnetización de saturación, M_s, y la magnetización, **M**, la define la ecuación (5.1.46.

$$\boldsymbol{\epsilon}_m = \frac{3\lambda_s}{2\mathrm{M}_s^2} \mathrm{dev}(\mathbf{M} \otimes \mathbf{M}) \tag{5.1.46}$$

En la ecuación (5.1.46 el operador dev() hace referencia a la parte desviadora del tensor de orden dos correspondiente, ya que supuesto isótropo el material la componente hidrostática no genera una deformación en este caso.

5.2. Elasticidad

La descripción del comportamiento elástico del material se realiza siguiendo los principios que establece la mecánica de los medios continuos. El primer paso es definir las configuraciones del sólido que se estudia. En esta teoría se supone que un cuerpo sólido está definido por un conjunto de puntos, \mathcal{B} , que determinan la posición que ocupa en el espacio. Las configuraciones son todas las aplicaciones continuas y biyectivas, χ , que transforman ese conjunto de puntos en un conjunto abierto del espacio. De entre

todas ellas se escoge una como referencia, χ_{ref} , que suele ser la que asigna a un estado cualquiera la situación sin deformar, aunque no tiene por qué ser así necesariamente. Esto permite identificar un punto cualquiera del sólido con un único punto en el espacio, de forma que se definen las coordenadas materiales. Estas relaciones se expresan en las ecuaciones (5.2.1 y (5.2.2. Es habitual utilizar el término configuración para hacer referencia al conjunto imagen de una configuración propiamente dicha, de forma que configuración de referencia se usa comúnmente para referirse a \mathcal{B}_{ref} .

$$\mathcal{B}_{ref} = \chi_{ref}(\mathcal{B}) \subseteq \mathbb{R}^n \tag{5.2.1}$$

$$(X_1, \dots, X_n) = \mathbf{X} \coloneqq P \in \mathcal{B}$$
(5.2.2)

Las configuraciones de referencia y deformada definen una aplicación, llamada deformación, que relaciona los puntos del sólido deformado con el estado de referencia. La deformación es, por tanto una función definida formalmente por la ecuación (5.2.3.

$$\varphi : \mathcal{B}_{ref} \to \mathcal{B}_{def}$$

$$\varphi \coloneqq \chi_{ref} \circ \chi_{ref}^{-1}$$

$$(5.2.3)$$

Si se introduce un sistema de coordenadas cartesiano, de forma que a cada punto P le corresponda su vector de posición, como se indica en la ecuación (5.2.4, la deformación queda definida por la ecuación (5.2.5. La deformación es una de las variables fundamentales en la descripción del comportamiento elástico de un sólido, y a partir de ella se construyen las demás variables utilizadas con la excepción del tensor de tensiones.

$$(x_1, \dots, x_n) = \mathbf{x} \coloneqq P \in \mathcal{B}$$
(5.2.4)
(5.2.5)

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{X}) \tag{3.2.3}$$

El desplazamiento, referido a las coordenadas materiales, lo define la ecuación (5.2.6 e indica el vector que une las posiciones deformada y de referencia del punto de un sólido.

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{X} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{X}$$
(5.2.6)

Es muy importante el tensor gradiente de deformación, que se utiliza para relacionar las diferentes formas de escoger los tensores de deformación y tensiones unos con otros. Se define según la ecuación (5.2.7 y relaciona el diferencial de las

coordenadas espaciales en las cercanías de un punto del sólido con el diferencial de las coordenadas materiales alrededor de ese mismo punto, como indica la ecuación (5.2.8.

$$F(X) = \frac{\partial \varphi(X)}{\partial X}$$
(5.2.7)

$$\mathrm{d}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})\mathrm{d}\boldsymbol{X} \tag{5.2.8}$$

Se puede definir de forma análoga al tensor gradiente de deformación el tensor gradiente de desplazamiento, lo que da como resultado la ecuación (5.2.9.

$$\nabla_X u(X) = \frac{\partial \varphi(X)}{\partial X} - \frac{\partial X}{\partial X} = F(X) - I$$
(5.2.9)

El estudio de las deformaciones elásticas se realiza normalmente a partir de dos magnitudes, el tensor de deformación y el tensor de tensión. Los tensores de deformación, que se pueden definir de forma arbitraria a partir del tensor gradiente de deformación (cumpliendo unos requisitos determinados, pero hay infinitas opciones posibles), son una medida del desplazamiento de las partículas que forman el sólido, es decir la deformación. Los tensores de tensión indican las fuerzas internas a las que está sometida una sección del sólido, y permiten junto a los tensores de deformación el cálculo de la energía elástica. Esta energía es, por supuesto, única para una configuración \mathcal{B}_{def} determinada y por tanto para cada tensor de deformación existe un tensor de tensión conjugado desde el punto de vista energético. Aunque existen infinitas de estas parejas que se podrían utilizar en el estudio del comportamiento elástico de un sólido, hay algunos tensores concretos que reciben un nombre propio y son los habitualmente utilizados.

En el caso en que las deformaciones sean pequeñas, es habitual simplificar los conceptos introducidos anteriormente utilizando la teoría de las deformaciones infinitesimales. La condición rigurosa que caracteriza las deformaciones infinitesimales es que la norma del tensor gradiente de desplazamiento sea despreciable, como muestra la ecuación (5.2.10. La consecuencia inmediata es que las coordenadas materiales y espaciales son esencialmente las mismas y no hace falta distinguirlas, pues los resultados de utilizar unas u otras coinciden.

$$\|\nabla_X u(X)\| = \|F(X) - I\| \ll 1$$
(5.2.10)

Cuando esta hipótesis se cumple, se pueden utilizar el tensor de tensiones de Cauchy y el tensor de deformaciones infinitesimal. El tensor de tensiones de Cauchy, σ , se define rigurosamente en la configuración deformada, aunque bajo el supuesto de que la deformación es pequeña la distinción es irrelevante. Se define según la ecuación (5.2.11, donde $\mathbf{T}^{(\mathbf{n})}$ es el vector de fuerzas internas y \mathbf{n} es el vector normal al plano correspondiente. Por tanto expresa la relación lineal entre la orientación y las fuerzas internas. La ecuación (5.2.12) muestra las tres notaciones habituales para las componentes del tensor de tensión y la ecuación (5.2.13) el tensor de deformación infinitesimal que es una linealización de los tensores de Green-Lagrange o de Almansi.

$$\mathbf{T}^{(\mathbf{n})} = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \tag{5.2.11}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$
(5.2.12)

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$
(5.2.13)

Se introduce aquí también el segundo tensor de Piola-Kirchhoff porque, como se verá más adelante, es el que se utiliza para formular el problema debido al software elegido para la simulación. La diferencia con el tensor de Cauchy es que

Con las variables que se van a utilizar para describir el comportamiento elástico ya definidas, se pueden describir el comportamiento elástico del sólido y la propagación de las ondas. La conservación del momento lineal en la dirección de uno de los ejes se escribe según la ecuación (5.2.14.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho \mathbf{f}_i = \rho a_i \tag{5.2.14}$$

De forma general esto resulta en la ecuación (5.2.15, que es una forma de la ecuación del momento lineal de Cauchy. Además, la conservación del momento angular implica la simetría del tensor de tensiones.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{f} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$$
(5.2.15)

La ley de Hooke generalizada para materiales isótropos, que relaciona los tensores de esfuerzo y deformación, viene dada en función de los parámetros de Lamé por la ecuación (5.2.16, aunque esta descripción no es un modelo constitutivo adecuado para

un material magnetostrictivo. Los efectos de este fenómeno ya han sido discutidos en la sección 5.1.5.

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij} \tag{5.2.16}$$

Si se reescribe la ecuación de conservación del momento lineal en función de los desplazamientos, utilizando la relación entre tensión y deformación y la definición del tensor de deformación, se obtienen las ecuaciones de Navier para los desplazamientos con un término añadido de inercia, que es la forma habitual de describir una onda elástica. Las tres ecuaciones obtenidas, una para cada desplazamiento, se escriben en forma vectorial como la ecuación (5.2.17. La solución hallada siguiendo este método son directamente los desplazamientos, a partir de los cuales se pueden calcular las deformaciones y éstas se utilizan para calcular las tensiones.

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu\nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{f} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$$
(5.2.17)

Una formulación alternativa, conocida por el nombre de ecuaciones de compatibilidad de Michell-Beltrami, consiste en realizar la descripción en función de las tensiones en lugar de los desplazamientos. El número de ecuaciones independientes en este caso es seis en lugar de tres, una para cada componente independiente del tensor de tensiones. Se muestran las seis ecuaciones en notación indicial en la ecuación (5.2.18.Una vez obtenidas las tensiones, se pueden calcular las deformaciones y, a partir de éstas, los desplazamientos. En el resto del capítulo se trabajará siempre con los desplazamientos, que es con mucho la descripción más habitual en la literatura

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij,kk} + \frac{1}{1+\nu} \boldsymbol{\sigma}_{kk,ij} - \frac{\nu}{1+\nu} \boldsymbol{\sigma}_{mm,kk} \delta_{ij} = 0$$
(5.2.18)

Partiendo de la formulación en función de los desplazamientos, que es la forma más habitual de resolver el problema elástico, se obtienen las soluciones que corresponden a las ondas longitudinales y transversales con facilidad. Se puede tomar la divergencia y el rotacional de cada miembro de la ecuación (5.2.17 o, alternativamente, proceder a la descomposición de Helmoltz del desplazamiento y analizar el resultado, obteniéndose exactamente el mismo resultado. Siguiendo este último procedimiento, la descomposición del desplazamiento viene dada por la ecuación (5.2.19, en la cual φ es

un campo escalar y ψ es un campo vectorial, y son conocidos como los potenciales de desplazamiento.

$$\boldsymbol{u} = \nabla \boldsymbol{\varphi} + \nabla \times \boldsymbol{\psi} \tag{5.2.19}$$

Sustituyendo la expresión anterior en (5.2.17 se obtiene la ecuación (5.2.20.

$$(\lambda + \mu)\nabla \big(\nabla \cdot (\nabla \varphi + \nabla \times \psi)\big) + \mu\nabla^2 (\nabla \varphi + \nabla \times \psi) + \rho \mathbf{f} = \rho \frac{\partial^2 (\nabla \varphi + \nabla \times \psi)}{\partial t^2}$$
(5.2.20)

Para simplificar esta ecuación se puede tener en cuenta que la divergencia de un rotacional se anula siempre y se sustituye la divergencia del gradiente por le laplaciano. Se obtiene la ecuación (5.2.21, que identificando los términos correspondientes a los potenciales escalar y vectorial de desplazamiento y suponiendo $\mathbf{f} = 0$, es decir que no actúan fuerzas externas, se puede reescribir en la forma dada por la ecuación (5.2.22.

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla^2 \varphi) + \mu\nabla^2(\nabla \varphi + \nabla \times \psi) + \rho \mathbf{f} = \rho \frac{\partial^2(\nabla \varphi + \nabla \times \psi)}{\partial t^2}$$
(5.2.21)

$$\nabla \left[(\lambda + 2\mu) \nabla^2 \varphi - \rho \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right] + \nabla \times \left[\mu \nabla^2 \psi - \rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right] = 0$$
(5.2.22)

En cada uno de los términos de (5.2.22, la expresión entre corchetes es una ecuación de onda independiente de la otra. Es obvio que si los potenciales satisfacen por separado la ecuación de onda correspondiente, que son las ecuaciones (5.2.23 y (5.2.24 entonces se cumple también la ecuación (5.2.22. Esto implica inmediatamente que los desplazamientos definidos por los potenciales de desplazamiento cumplen las ecuaciones de Navier y son, en efecto, una solución al problema.

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{C_L^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{1}{\left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}\right)} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$$
(5.2.23)

$$\nabla^2 \boldsymbol{\psi} = \frac{1}{C_T^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{\psi}}{\partial t^2} = \frac{1}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)} \frac{\partial^2 \boldsymbol{\psi}}{\partial t^2}$$
(5.2.24)

Estas dos ecuaciones de ondas se identifican fácilmente con las ondas longitudinales y transversales. Debido a la descomposición de Helmoltz, los desplazamientos debidos al potencial escalar de desplazamiento son irrotacionales mientras que los debidos al potencial vectorial de desplazamiento son adivergentes. Las velocidades c_L y c_T que se obtienen de las ecuaciones coinciden con las presentadas, sin demostración, en el capítulo 3.

A continuación se discute en detalle la teoría de las ondas de Rayleigh en particular, ya que son el tipo de ondas que genera de forma preferente la configuración del EMAT estudiado.

5.2.1. Ondas de Rayleigh

Las ondas de Rayleigh se caracterizan esencialmente por disminuir la amplitud del movimiento de forma exponencial con la distancia a la superficie libre. El estudio se suele realizar en condiciones de deformación plana. Si la dirección de propagación es en la dirección de x_1 y la dirección perpendicular a la superficie de la pieza es la de x_2 los desplazamientos provocados por una onda que cumpla las hipótesis anteriores tienen la forma dada por las ecuaciones (5.2.25) a (5.2.27). La parte real del parámetro *b* se supone positiva, de forma que la amplitud del desplazamiento disminuye al aumentar x_2 y tiende a cero exponencialmente con la profundidad en el material. Esta es la condición que impone que la onda descrita sea, en efecto, una onda superficial.

$$\mathbf{u}_1 = A e^{-bx_2} e^{ik(x_1 - ct)} \tag{5.2.25}$$

$$\mathbf{u}_2 = Be^{-bx_2} \mathbf{e}^{ik(x_1 - ct)} \tag{5.2.26}$$

$$u_3 = 0$$
 (5.2.27)

Sustituyendo las tres ecuaciones anteriores en las ecuaciones de movimiento en función del desplazamiento ((5.2.17), se obtiene un sistema de dos ecuaciones homogéneas en A y B, que tiene solución no trivial solo si el determinante de los coeficientes es cero, pues si la matriz de coeficientes es regular la solución es única y, siendo el sistema homogéneo, tanto A como B tendrían que valer cero. La condición necesaria para la existencia de soluciones con $A \neq B \neq 0$, cuya derivación no se muestra, es la ecuación (5.2.28.

$$[c_L^2 b^2 - (c_L^2 - c^2)k^2][c_T^2 b^2 - (c_T^2 - c^2)k^2] = 0$$
(5.2.28)

Las soluciones de la ecuación anterior son fáciles de calcular, ya que cada factor es una ecuación de segundo grado y se muestran en (5.2.29. Para que la onda descrita sea

realmente superficial es necesario que existan raíces que sean reales positivas, lo que se cumple siempre que sea $c < c_T < c_L$. Esto ya implica que la onda de Rayleigh, de existir, se propaga con mayor lentitud que una onda transversal.

$$b_1 = k \left(1 - \frac{c^2}{c_L^2}\right)^{0.5}, \quad b_2 = k \left(1 - \frac{c^2}{c_T^2}\right)^{0.5}$$
 (5.2.29)

Las ecuaciones de movimiento (5.2.17 permiten relacionar las constantes $A ext{ y } B$ mediante las raíces de (5.2.28) de forma que los cocientes B/A que corresponden a cada una de las raíces vienen dados en (5.2.30. Se puede escribir la forma general real de los desplazamientos, que son suma de dos exponenciales como se muestra en las ecuaciones (5.2.31 y (5.2.32, y se obtienen fácilmente por sustitución de (5.2.30 en (5.2.25) y (5.2.26.

$$\left(\frac{B}{A}\right)_1 = -\frac{b_1}{ik} = \frac{ib_1}{k}, \quad \left(\frac{B}{A}\right)_2 = \frac{ik}{b_2}$$
(5.2.30)

$$\mathbf{u}_1 = (A_1 e^{-b_1 x_2} + A_2 e^{-b_2 x_2}) e^{ik(x_1 - ct)}$$
(5.2.31)

$$u_{2} = \left(\frac{ib_{1}}{k}A_{1}e^{-b_{1}x_{2}} + \frac{ik}{b_{2}}A_{2}e^{-b_{2}x_{2}}\right)e^{ik(x_{1}-ct)}$$
(5.2.32)

Las condiciones de contorno naturales para la onda de Rayleigh es que las tensiones en la superficie libre se anulen, lo que en el caso estudiado aquí de deformación plana implica $\sigma_{22} = \sigma_{12} = 0$. En un material elástico cuya respuesta a un esfuerzo pueda ser descrita por la ley de Hooke (ecuación (5.2.16), al imponer estas condiciones expresando las tensiones en función de los desplazamientos dados por las ecuaciones (5.2.31 y (5.2.32, se obtiene un sistema de ecuaciones homogéneo en A_1 y A_2 , dado por la ecuación (5.2.33. Las condiciones necesarias para que exista una solución no trivial son iguales que en la solución de b_1 y b_2 .

$$\begin{cases} 2b_1A_1 + \left(2 - \frac{c^2}{c_T^2}\right)k^2\frac{A_2}{b_2} = 0\\ \left(2 - \frac{c^2}{c_T^2}\right)k^2A_1 + 2b_2\frac{A_2}{b_2} = 0 \end{cases}$$
(5.2.33)

El determinante de la matriz de coeficientes igualado a cero queda, después de realizar sustituciones y simplificar, según se indica en la ecuación (5.2.34.

$$\left(2 - \frac{c^2}{c_T^2}\right)^2 - 4\left(1 - \frac{c^2}{c_L^2}\right)^{0.5} \left(1 - \frac{c^2}{c_T^2}\right)^{0.5} = 0$$
(5.2.34)

En esta forma se puede comprobar fácilmente que realmente existe una solución para la velocidad *c* compatible con todo lo dicho anteriormente. Para $c = c_T$ el lado izquierdo vale 1, y para c = 0 vale 0. Derivando dos veces respecto a *c* se comprueba que c = 0 es un máximo local y por tanto para un ε arbitrariamente pequeño, su valor en $c = \varepsilon c_T$ tiene que ser negativo. Por el teorema de Bolzano existirá siempre una solución que cumpla $\varepsilon c_T < c_R < c_T$. Habitualmente la ecuación (5.2.34 se expresa en forma polinómica tal y como aparece en (5.2.35), que es totalmente equivalente y se conoce como ecuación de onda de Rayleigh. La variable ξ es igual a $\frac{c^2}{c_T^2}$ y el parámetro η es el cuadrado del cociente de las velocidades de las ondas transversales y longitudinales, es decir $\frac{c_T^2}{c_L^2}$. Esta ecuación tiene tres soluciones pero solo la que cumple $0 < \xi < 1$ y que obviamente coincide con la raíz positiva de (5.2.34, tiene significado físico en este caso. Además, dado que el número de onda no aparece en la ecuación las ondas de Rayleigh son no dispersivas y su velocidad de propagación es independiente de la frecuencia.

$$\xi^3 - 8\xi^2 + 8\xi(3 - 2\eta) - 16(1 - \eta) = 0$$
(5.2.35)

Del desarrollo anterior se pueden obtener algunas conclusiones adicionales sobre la forma de la configuración deformada provocada por una onda de Rayleigh. Se ve con facilidad que las ecuaciones (5.2.31 y (5.2.32 representan una elipse. Identificando los desplazamientos con las partes reales, para u_1 la parte real de la exponencial compleja es el coseno, pero para u_2 debido al factor i, queda el seno en la parte real y las amplitudes correspondientes al seno y al coseno están relacionadas por los valores de $A_1, A_2, \frac{b_1}{k} y \frac{k}{b_2}$.

Si se analiza el cambio en la amplitud de u_1 y u_2 al variar x_2 , que es la profundidad desde la superficie libre, se puede ver cómo cambia la forma de la elipse que traza un punto del material al alejarse de la superficie. La forma más habitual de visualizar esto es dividiendo u_1 y u_2 por el valor de uno de ellos en la superficie. Se suele escoger u_2 porque es el mayor para la mayoría de materiales, y así se normaliza la

amplitud máxima del desplazamiento en la superficie a la unidad. La relación entre u_1 y u_2 varía ligeramente con el valor del coeficiente de Poisson. En la Ilustración 5.3 se muestran estas relaciones para tres valores diferentes del coeficiente de Poisson: 0.29, parecido al valor típico en aceros, y 0.05 y 0.45, en los que las curvas son ya muy parecidas a las que se obtienen para los límites habituales del valor del coeficiente de Poisson.



Ilustración 5.3. Amplitudes de oscilación horizontal y vertical en una onda de Rayleigh en función de la profundidad para varios valores del coeficiente de Poisson.

Este análisis proporciona más información sobre las trayectorias que siguen los puntos del material en una onda de Rayleigh. En la superficie, se tiene que el desplazamiento horizontal relativo al vertical es siempre menor, estando el valor del cociente comprendido entre 0.55 y 0.75 en la casi totalidad de los casos reales. En aceros la relación es aproximadamente 0.66. Además, el signo de la amplitud de u_1 se hace negativo a partir de valores de x_2/λ comprendidos entre 0.15 y 0.25, y en el caso concreto de aceros alrededor de 0.2. Esto implica que mientras que en la superficie el movimiento es retrógrado, de modo que las elipses que trazan los puntos cercanos a la superficie son opuestas a la propagación de la onda, a partir de una cierta profundidad la dirección del movimiento se invierte. Todas estas estas características aparecen como consecuencia de imponer que el desplazamiento decaiga exponencialmente con la

profundidad, y son independientes del número de onda, longitud de onda, o velocidad de propagación.

6. Modelizado

La descripción teórica del problema presentada en el capítulo anterior no proporciona ninguna facilidad para encontrar soluciones o aproximaciones analíticas exceptuando los casos más sencillos y realizando numerosas simplificaciones. El estudio de esas ecuaciones si permite estimar el comportamiento cualitativo, es decir qué tipo de onda generarán los esfuerzos producidos por las diferentes combinaciones de orientación del campo permanente y geometría de la bobina. Para obtener soluciones de modelos de problemas reales, es absolutamente necesario recurrir a métodos numéricos.

La opción más habitual es recurrir a un modelo de elementos finitos (FEM) aunque hay ejemplos en la literatura del uso de otros métodos para obtener una solución. Una alternativa es el uso de diferencias finitas [Manning 1999] [Manning 2000] [Xu 2005] [ZhouZS 2007], aunque parece que este método solo se aplica en el ámbito de la sismología, donde se trabaja a frecuencias muy bajas, del orden de hercios. La otra posibilidad es utilizar métodos espectrales, posibilidad que aparece en la literatura tanto en sismología [Denolle 2012] como en el campo de los ensayos no destructivos [Adamou 2004]. En general, la principal desventaja que presentan todos estos métodos es que se adaptan peor a geometrías complicadas con cambios bruscos. En el campo de la sismología se suelen encontrar modelos de semiespacios donde lo que interesa son las curvas de dispersión debidas a la anisotropía del material, pero sin existencia de discontinuidades. En la publicación de Adamou se estudian los modos de vibración en dominios con forma anular, con una o varias capas pero también sin discontinuidades. En ambos casos se está estudiando un problema con unas simetrías y regularidad de la geometría que no existen cuando hay una grieta. También se utilizan métodos numéricos a medio camino entre los métodos espectrales y los elementos finitos conocidos como métodos de elementos espectrales que consisten en adaptaciones del método de elementos finitos que utilizan funciones de forma de grado muy alto [Peng 2009]. Las soluciones encontradas mediante FEM no cumplen de forma estricta las ecuaciones diferenciales que describen el problema, sino que resuelven la formulación débil del mismo. A efectos prácticos esto no supone un problema salvo en las cercanías de esquinas de la geometría, donde las soluciones no coincidirán con la

real. Esto se puede solucionar introduciendo transiciones suaves al definir la geometría, evitando por ejemplo esquinas perfectas en las zonas de interés.

Para la modelización realizada en este trabajo del funcionamiento de un transductor EMAT para la generación de ondas de Rayleigh se ha utilizado el software de elementos finitos COMSOL. Esta herramienta permite acoplar todos los fenómenos físicos que intervienen en el problema en una única simulación. De forma muy general el modelo tiene forma de árbol y consta de cuatro tipos de nodos: una serie de definiciones globales, las definiciones de los componentes, los estudios a realizar y los resultados. Estos tipos de nodos y el nodo raíz, que identifica el archivo se muestran en la Ilustración 6.1.

2D_EMAT_Fino.mph (root)
 Global Definitions
 Component 1 (comp 1) {comp 1}
 Study 1 {std 1}
 Study 2 {std2}
 Results

Cada uno de estos nodos contiene a su vez parte de toda la información necesaria para definir el modelo completamente. Las definiciones globales incluyen parámetros, variables y funciones utilizados en el resto del modelo así como agrupaciones de cargas, restricciones y partes de la geometría y el mallado. Los componentes contienen la información que representa la realidad física que se quiere modelizar e incluyen definiciones locales de cada componente, la definición de la geometría y los materiales, la elección de qué fenómenos físicos se van a modelizar y las ecuaciones que relacionan todas las variables dependientes y el mallado de la geometría. Los estudios definen las condiciones en que se resuelve el problema descrito por toda la información anterior y controlan los algoritmos numéricos utilizados en la resolución. Los resultados contienen toda la información de salida del modelo y permiten crear visualizaciones de los datos y procesarlos.

A continuación se explican los contenidos concretos de las definiciones globales, los componentes y los estudios del modelo planteado del transductor EMAT

Ilustración 6.1. Estructura básica de un modelo en COMSOL. Puede haber varios nodos de componente y de estudio.

6.1. Nodo de definiciones globales

En este nodo se han definido la mayoría de los parámetros que definen las dimensiones geométricas del modelo y algunos más relacionados con la tensión de excitación de la bobina. Se define además un parámetro t = 0 que es sobrescrito automáticamente en cualquier estudio variable en el tiempo, ya que es el nombre reservado para la variable independiente. Se utiliza únicamente para poder introducir un estudio estático previo para obtener los valores iniciales del campo estático y la deformación sin tener que redefinir ningún valor que esté introducido en función del tiempo, ya que en el estudio estacionario el tiempo no está definido. Los parámetros son valores escalares con ámbito siempre global y su valor no cambia durante la simulación. Su uso habitual es realizar un barrido calculando la solución al problema para una serie de valores concretos del parámetro. Se pueden utilizar para parametrizar la geometría y el mallado.

Las variables son también magnitudes escalares pero se diferencian en que su ámbito puede ser global, si se definen en este nodo, o locales si se definen en el nodo de un componente, y en que son, por lo general dependientes del tiempo y de las variables dependientes. No se pueden utilizar para definir la geometría o propiedades de la malla. En el modelo propuesto no se utiliza ninguna variable.

Las funciones utilizadas para replicar la onda de tensión que fuerza la corriente en la bobina para la generación del ultrasonido se definen también dentro de este nodo. Se ha tomado como referencia el comportamiento típico mostrado por Innerspec en su catálogo [Innerspec 2018, p. 10]. La función que define la tensión en la bobina en función del tiempo es por supuesto continua, pero no hay ninguna razón para imponer que tenga que ser derivable en todo punto. En la escala de tiempo utilizada en la simulación, la derivada cambia de forma repentina al iniciarse y acabarse el pulso de excitación, y cada vez que se inicia la transición del oscilador. A la hora de introducirla en el modelo, es necesario suavizar los cambios bruscos en las derivadas para evitar problemas de convergencia que fuerzan a tomar pasos de tiempo minúsculos, hasta tres órdenes de magnitud menores que en el resto de la simulación. En la Ilustración 6.2 se muestran las tensiones reales típicas en la bobina y la tensión utilizada en la simulación.



Ilustración 6.2. Tensión del pulso de un EMAT de un equipo comercial y tensión utilizada en la simulación.

El resto de opciones presentes en este nodo no se ha utilizado. La única que podría ser de utilidad, que sería crear grupos de cargas y restricciones solo es aplicable a estudios estacionarios.

6.2. Nodos de componente

Una de las primeras elecciones que hay que realizar a la hora de plantear un modelo es la dimensión de cada uno de sus componentes. En general, un modelo puede contener varios nodos de componente cuyas dimensiones no tienen por qué coincidir, pudiendo comunicarse los valores de las variables entre uno y otro mediante acoplamientos entre componentes (component couplings) definidos dentro de cada uno de ellos. Las diferentes opciones son 3D, 2D, 2D axisimétrico, 1D, 1D axisimétrico y 0D. El modelo de un transductor EMAT solo se puede realizar en 3D y, dependiendo de la geometría concreta de cada transductor, en 2D o 2D axisimétrico. El modelado en 3D proporcionaría la mayor cantidad de información posible, pero con la capacidad de cálculo de un ordenador personal no parece que sea posible. En cuanto al posible uso de un modelo en 2D, el transductor EMAT utilizado para generar ondas de Rayleigh, presentado en la Ilustración 3.10, se puede modelizar en 2D. Realizar el modelado en 2D equivale a considerar que los valores de todas las variables no varían en la dirección perpendicular al plano del movimiento. Para el modelo planteado de la generación y

transmisión de la onda de Rayleigh utilizando un EMAT se ha utilizado un único componente 2D. En la literatura no se han encontrado modelos de elementos finitos de ondas superficiales en el ámbito de la inspección superficial, donde se trabaja con frecuencias muy altas y longitudes de onda cortas.

Este nodo contiene como hijos unas definiciones equivalentes a las globales pero de ámbito local, la geometría del componente, los materiales, las interfaces físicas que describen matemáticamente los fenómenos que se van a modelizar y el posible acoplamiento entre ellas y el mallado.

6.2.1. Geometría

Este nodo se utiliza para definir la geometría de cada componente del modelo. Es importante la definición del espacio total que se modeliza, ya que es necesario, por ejemplo, tener un cierto volumen de aire alrededor del imán para no distorsionar el valor de los campos en las zonas de interés como consecuencia de las condiciones de contorno en los límites del modelo. Además de las herramientas típicas de un software de CAD, que permiten crear la geometría a partir de elementos primitivos y operaciones de diversa índole entre ellos, se pueden crear operaciones virtuales para controlar las propiedades de la malla en sus inmediaciones.

Una característica importante es que el método de elementos finitos no proporciona resultados correctos en esquinas perfectas. Por tanto si se quieren tener resultados correctos muy cerca de detalles finos de la geometría como puede ser una grieta es importante utilizar un radio de acuerdo, por pequeño que sea como se ve en la Ilustración 6.3, y no un corte brusco. En la zona curvada de la geometría será necesaria una malla más fina, pero la solución convergerá a una solución real al refinar la malla. Si se deja un corte brusco la solución no converge a la real independientemente del tamaño de malla utilizado.


Ilustración 6.3. Detalle de la grieta de 0.4 mm de profundidad con radios de acuerdo de 0.05 mm.

6.2.2. Materiales

Aquí se asignan los materiales correspondientes a las diferentes partes del modelo y sus propiedades. El modelo propuesto necesitaría cuatro materiales diferentes: el material de la pieza a inspeccionar, el material del imán, el cobre de la bobina y el aire que rodea todo el conjunto. Los parámetros que es necesario definir en cada material dependen de las interfaces físicas que estén activas en los dominios en que está presente y sus opciones. De hecho es perfectamente posible, en función de estas opciones, tener modelos para los que algunas zonas no tengan un material asignado, porque los valores de las propiedades necesarias para los cálculos se pueden obtener del nodo de material o definirlos específicamente en la configuración correspondiente.

En los cuatro casos se ha utilizado como base un material presente en la librería estándar de COMSOL. En el caso del aire no ha sido necesario realizar ningún cambio, y al imán, por el modelo que se utiliza para representarlo, se le asigna como material el aire. Para la bobina se utiliza cobre, aunque debido a la simplificación del modelo su conductividad se especifica en el apartado correspondiente de la interfaz de Campos Magnéticos para que la relación corriente-tensión en la bobina sea lo más parecida posible al equipo utilizado en las pruebas. Para el material, en la librería predeterminada de COMSOL hay un acero DP600, que sería el equivalente al que dio problemas en las pruebas realizadas en la planta industrial. Este modelo del material solo incluye la

definición de las propiedades mecánicas, de forma que las propiedades eléctricas y magnéticas fueron añadidas al material base de la librería

6.2.3. Campos electromagnéticos (Magnetic Fields)

Esta interfaz física incluida en el módulo AC/DC es, con la excepción de la interfaz de calentamiento por inducción la única que permite estudios transitorios del campo electromagnético. Las ecuaciones de Maxwell se resuelven para los potenciales eléctrico y magnético, aunque la configuración de los subnodos se realiza en general en función de los campos **B**, **H** y **M**. El contenido de esta interfaz para realizar estas simulaciones es el de la Ilustración 6.4.



Ilustración 6.4. Opciones utilizadas dentro de la interfaz "Magnetic Fields".

Los nodos "Ampère's Law" definen las ecuaciones constitutivas del material, es decir las relaciones entre B, H y M, entre E, D y P y la relación entre E y J. Salvo que se utilice un modelo del material que incluya histéresis o magnetostricción, las relaciones constituivas por defecto son las que definen comportamientos lineales y la ley de Ohm. El caso del imán es un poco diferente porque se supone que el campo oscilante no afectará de ninguna forma a su magnetización. Su comportamiento se define pues por el valor de esta magnetización o el campo magnético equivalente. La ecuación constitutiva para el imán es entonces $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} + \mathbf{B}_r$. El valor de la permeabilidad relativa, dado que se supone la magnetización independiente del campo oscilante, es 1, y el campo remanente \mathbf{B}_{r} es 1 T. El nodo "Magnetic Insulation" fuerza a las líneas de campo magnético a cerrarse dentro del espacio del modelo, imponiendo en las fronteras externas la condición $\mathbf{n} \times \mathbf{A} = \mathbf{0}$. El nodo "Initial Values" controla los valores iniciales de las variables dependientes si así se indica en el nodo de estudio correspondiente. En este caso se parte de A = 0 para calcular la solución estática. El estudio transitorio se inicia desde la solución estática. Los nodos "Coil" definen el modelo utilizado para la bobina, en este caso se modeliza como una sección de sólido conductor sometido a un

campo eléctrico uniforme definido por la tensión en la bobina y la profundidad (en el eje perpendicular al plano que lo contiene) del modelo. La impedancia de la bobina es casi despreciable en relación al cable que la une al generador de pulsos, de forma que para obtener una corriente correcta en el modelo es necesario ajustar la resistividad del material de la bobina. En este caso se ha definido la resistividad directamente en este nodo y no se ha modificado el valor correspondiente en el material. El nodo "Force calculation" sirve para calcular la fuerza electromagnética en un dominio, lo que se hace integrando el tensor de tensiones de Maxwell en su frontera. No obstante esto no permite introducir la fuerza electromagnética que experimenta el material en el modelo, ya que es simplemente una evaluación de la fuerza total, y no proporciona la distribución de la misma.

6.2.4. Mecánica de sólidos deformables (Solid Mechanics)

Esta interfaz está incluida en el módulo de Mecánica Estructural y permite la formulación más general del comportamiento de un sólido a partir de la teoría de la mecánica de los medios continuos. La interfaz física impone el cumplimiento de la ecuación de movimiento en todos los dominios en que está activa, en este caso solo en el material de la pieza a inspeccionar. Las opciones que se han utilizado en las simulaciones se muestran en la Ilustración 6.5.



Ilustración 6.5. Opciones utilizadas dentro de la interfaz "Solid Mechanics".

El nodo "Linear Elastic Material" define el material como elástico lineal y define los tensores de deformación, esfuerzo y su relación. El nodo "Free" impone la anulación de las tensiones en la superficie libre y el nodo "Initial values" tiene la misma funcionalidad que en el caso anterior. Los tres nodos siguientes son la parte más interesante del modelo. En el nodo "Body Load" se define la densidad de fuerza volumétrica que se aplica en los dominios correspondientes. COMSOL incluye de forma predeterminada una opción que es la fuerza de Lorentz, que es la provocada por la interacción de la corriente libre con el campo magnético. En la simulación no se ha utilizado esta opción sino que se han definido las componentes de la fuerza según las componentes correspondientes de la divergencia del tensor de Maxwell. El nodo "Boundary Load" define una fuerza superficial, que en este caso se debe a la discontinuidad del campo de magnetización en la superficie. Se ha utilizado la expresión $\frac{1}{2}\mu_0 M_n^2 \mathbf{n}$ para calcularla. Como peculiaridad de la forma de evaluar expresiones que tiene COMSOL en una frontera, el valor que devuelve el campo es la media de los valores a ambos lados, como dentro del material se tiene la magnetización correspondiente y fuera forzosamente un valor nulo, ya que hay aire, el valor devuelto por COMSOL es la mitad del esperado, y elevado al cuadrado introduce un factor de $\frac{1}{4}$. Además, por la orientación del modelo, la superficie siempre es normal a la dirección vertical de forma que no la magnetización normal a la superficie la da directamente la variable "mf.My" del modelo. En definitiva, la expresión realmente utilizada es $2\mu_0$ mf. My² para la componente vertical y cero para la componente horizontal. Para un material ferromagnético se comprobó que el resultado de realizar esta integral de superficie y el de integrar el tensor de Maxwell difieren en menos de un 2 %, lo que sugiere que en este tipo de materiales la fuerza superficial tendrá un efecto dominante sobre la densidad de fuerza volumétrica. El nodo "Low Reflecting Boundary" que está activo en la superficie inferior de la pieza evita que las ondas elásticas se reflejen en ella. Otra opción posible sería definir una zona del material con un amortiguamiento que provoque la reducción de la amplitud de desplazamiento hasta valores despreciables. El último nodo, "Fixed Constraint" se aplica a las dos esquinas inferiores, donde como consecuencia ocurre una concentración de tensiones que no debería afectar a la solución en la superficie.

6.2.5. Mallado

El tamaño mínimo necesario de la malla en las diferentes zonas del modelo viene impuesto principalmente por la resolución necesaria en la superficie de la pieza. Se tienen dos fuentes diferentes de las restricciones, la onda elástica y la interacción electromagnética.

Las longitudes de onda de las ondas elásticas que se inducen en el material son, como mínimo, la de la onda de Rayleigh, que es igual al doble de la distancia entre meandros de la bobina. Tomando como punto de partida una bobina de 0.12" son unos

3 mm. En el manual de referencia de COMSOL [COMSOL 2016, p. 157] se recomienda que a la hora de simular la propagación de ondas elásticas se utilicen por lo menos 10 elementos por cada longitud de onda si estos son lineales o 5 elementos por cada longitud de onda si estos son cuadráticos. Como se han utilizado elementos cuadráticos el tamaño de malla máximo impuesto por esta condición son 0.6 mm. Aunque con este tamaño de la malla se pueden modelizar los comportamientos generales de todas las ondas elásticas que se transmiten en el material, no es suficiente para reproducir algunas de las características de la onda de Rayleigh cerca de la superficie, como la gráfica equivalente a la Ilustración 5.3. Para tener resolución suficiente para representar el comportamiento cerca de la superficie, en la zona superior al punto en que la dirección del movimiento se invierte será necesaria una malla más fina, con un tamaño de malla en torno a 0.1 mm.

La profundidad de penetración electromagnética, que a las frecuencias habituales de funcionamiento del transductor EMAT para inspección superficial en un acero es del orden de decenas de micrómetros, impone unas condiciones necesarias mucho más restrictivas en la superficie de la pieza situada justo debajo del transductor. El campo transitorio se prevé que pase de su valor máximo en la superficie de la pieza a tener un orden de magnitud menor en una profundidad de aproximadamente 20 µm. Las corrientes inducidas se relacionan con este rápido cambio y por tanto es necesario tener elementos de espesor muy fino para poder calcular correctamente la densidad de fuerza electromagnética en el interior del material, que previsiblemente en un acero se concentrará muy cerca de la superficie. En esa zona se ha utilizado un mallado de capa límite, de forma que en la dirección horizontal el tamaño de los elementos es comparable al resto de la superficie de la pieza, pero en la dirección vertical el espesor empieza en 2.2 µm en la superficie y contiene 12 elementos que siguen una progresión geométrica de razón 1.05, teniendo el último elemento unos 3.8 µm de espesor y alcanzando este mallado un espesor de 34 µm aproximadamente. En la Ilustración 6.6 se muestra un detalle del mallado de la superficie debajo de uno de los extremos de la bobina. Esta zona con una malla más fina se extiende unos 7 mm adicionales desde el borde del imán permanente.



Ilustración 6.6. Detalle de la malla en la superficie en uno de los extremos de la bobina.

En las zonas alejadas de la superficie de la pieza no interesa estudiar la propagación de las ondas ni ninguna otra variable, solo están presentes en el modelo para no distorsionar la solución en las zonas de interés. Por esa razón tanto en el aire que rodea la pieza como en la pieza a mayor profundidad de 8 mm se genera una malla que crece desde el tamaño definido por las mallas que existen en la superficie de la pieza, y la zona alrededor del imán hasta un tamaño de elemento de 5 mm.

6.3. Nodos de estudio

Estos nodos definen el tipo de problema que se va a resolver, que están clasificados en cinco categorías: análisis estáticos, transitorios, en frecuencia o problemas de autovalores y también otros que incluyen, por ejemplo, fatiga o análisis de geometría de bobinas. Cada nodo de estudio puede tener a su vez diferentes pasos de estudio, cada uno del tipo que corresponda. Para realizar la simulación transitoria se toma como valor inicial de todas las variables el resultado de una solución estática sin corriente en la bobina. Este paso es necesario para evitar el transitorio debido a la magnetización inicial del material.

6.4. Nodo de resultados

Este nodo es independiente del modelo, ya que todo lo que se define dentro de él es parte del postprocesado de la solución y no afecta a esta de ningún modo. Por defecto contiene otros cuatro nodos en los que se definen los conjuntos de datos que se utilizan para la representación, las vistas que se utilizan en los gráficos y las animaciones (aunque también se pueden utilizar las definidas en el nodo del componente correspondiente), los valores derivados de la solución que pueden ser valores medios, máximos, integrales de superficie y otras operaciones parecidas y, por último tablas de datos que contienen, por ejemplo, los valores de las operaciones definidas en los valores derivados. El resto del nodo de resultados son todos los gráficos que se creen a partir de los datos y el nodo hijo "exportar" que permite guardar animaciones e imágenes y exportar datos para ser procesados utilizando otro programa.

7. Resultados

En este capítulo se exponen los resultados de las simulaciones realizadas. En primer lugar, se muestran los resultados de una simulación básica, en la que se comprueba que el modelo planteado efectivamente permite estudiar la generación y propagación de una onda de Rayleigh. A partir de ese modelo se estudia cómo afectan las variaciones de ciertos parámetros a las características de la onda superficial que se propaga por el material.

7.1. Simulación básica

En esta simulación se comprueba que el modelo planteado del transductor EMAT genera una onda de Rayleigh en la superficie del material, utilizando un modelo del material elástico lineal, y que sus parámetros están de acuerdo a los previstos por la teoría. Se puede ver también la propagación de los frentes de onda de las ondas longitudinales y transversales que se generan junto a la onda de Rayleigh.

En la Ilustración 7.1 se muestra en el mapa de color el módulo del campo magnético permanente generado por el imán, cuyo valor máximo es de 0.97 T en la superficie de la pieza y también líneas de campo y el campo vectorial definido por las componentes del campo magnético en escala logarítmica. Aunque los valores en la zona ocupada por el material alejado de la superficie están afectados por las dimensiones totales del modelo, esto solo afecta a la deformación permanente que provoca el imán, ya que la interacción electromagnética ocurre en la superficie de la pieza, donde los valores no varían al aumentar las dimensiones del espacio modelizado. En la Ilustración 7.2 se puede ver la misma imagen pero para el campo oscilante justo antes de alcanzarse el máximo de corriente en la bobina. El valor máximo se puede ver en la leyenda y es de 0.94 T aunque parece ser muy bajo en toda la zona mostrada. El campo vectorial está representado para todos los valores negativos de x_2 que aparecen en la imagen, pero su valor es tan pequeño a pesar de la escala logarítmica utilizada que no se aprecia en la imagen. Esto se debe a la profundidad de penetración electromagnética, y se muestra un detalle justo debajo del primer meandro de la bobina en la Ilustración 7.3.



Ilustración 7.1. Campo magnético permanente generado por el imán. Campo vectorial en escala logarítmica.



Ilustración 7.2. Valor del campo magnético inducido por la bobina en $t = 3.95 \mu s$, justo antes de alcanzar la corriente máxima. Campo vectorial en escala logarítmica.

A continuación se muestra la vista en detalle, donde se aprecia la zona de pequeño espesor en que se encuentra confinado el campo oscilante en el material. La densidad de fuerza electromagnética fuera de esa zona es despreciable, y, como se mencionó en el capítulo anterior solo se incluye la fuerza electromagnética en la zona comprendida entre $x_2 = 0$ y $x_2 = -50$ µm.



Ilustración 7.3. Detalle del campo magnético debajo de la primera espira de la bobina, en las mismas condiciones que la Ilustración 7.2.

En la Ilustración 7.4 se muestra el valor absoluto del desplazamiento en la zona próxima al transductor (la bobina está situada aproximadamente entre x = 0 y x = 0.015). Se puede ver la forma de la deformada en la superficie debida a la onda de Rayleigh, así como los frentes de onda transversales que se propagan ligeramente más rápido. La onda longitudinal no se puede ver en esta imagen porque su amplitud de movimiento es un orden de magnitud menor que el de la transversal.



Ilustración 7.4. Valor absoluto del desplazamiento a los 6.4 µs de simulación.

El frente de onda longitudinal se muestra en la Ilustración 7.5. A los 6.4 µs de simulación se encuentra ya claramente separado de la onda transversal y de la onda de Rayleigh, ya que se desplaza al doble de velocidad aproximadamente, aunque su amplitud de movimiento es muy pequeña.



Ilustración 7.5. Detalle del frente de onda longitudinal a los 6.4 µs de simulación.

Una característica importante de la onda de Rayleigh es la relación existente entre las amplitudes de los desplazamientos horizontal y vertical, que se discutía de forma teórica al final del capítulo 5 y se mostraba en la Ilustración 5.3. Los resultados de la simulación en la posición $x_1 = 0.03 m$ se muestran en la Ilustración 7.6. De forma general coinciden con la predicción teórica: el desplazamiento vertical en la superficie es aproximadamente 1.5 veces el horizontal, y el cambio de signo en la amplitud de u_2 ocurre a unos 0.6 mm de la superficie, que es aproximadamente 0.2 veces la longitud de onda, que en este caso es de 3.048 mm. No obstante se puede observar que hay un salto en u_2 en el lugar donde debería ser cero, y que los valores de las amplitudes no tienden a cero con la profundidad. Esto se debe a que en el desarrollo teórico realizado los desplazamientos considerados se correspondían únicamente a la onda de Rayleigh, mientras que en la simulación hay contribuciones al desplazamiento de las ondas transversales, cuya amplitud es el valor al que tiende u_2 con la profundidad, y de las ondas longitudinales, que provocan las diferencias en la gráfica de u_1 . Para construir estas curvas, se han calculado las amplitudes como las diferencias entre el máximo y el mínimo del campo de desplazamientos en la dirección correspondiente durante un intervalo de tiempo correspondiente al paso de la onda. El resultado de este cálculo es

siempre positivo. El signo de u_1 se obtuvo mediante el signo de la variable del modelo de COMSOL solid.u_tX que es la velocidad en el marco de referencia material en la dirección de x_1 . El cambio en el sentido de rotación de las elipses que traza un punto coincide con el cambio de signo de la derivada respecto al tiempo de la componente horizontal del desplazamiento, que es exactamente esta variable.



Ilustración 7.6. Relación de las amplitudes simuladas de u₁ y u₂ en función de la profundidad en $x_1 = 0.03$ m.

Estos problemas se pueden reducir ligeramente realizando las medidas en un corte más alejado de la posición del EMAT, de modo que las ondas longitudinales prácticamente no afectan porque al propagarse el doble de rápido su frente onda ya se ha separado del resto. Las ondas transversales en cambio, dado que se propagan a una velocidad extremadamente similar y el pulso contiene cinco ciclos necesitan una distancia muy grande para separarse. En la Ilustración 7.7 se muestra la relación entre las amplitudes de los desplazamientos, y se ve que la discontinuidad en u_1 es menor y se aproxima más a cero con la profundidad. En la curva correspondiente a u_2 el único cambio que hay es una pequeña reducción en la amplitud, que es común a ambos desplazamientos.



Ilustración 7.7. Relación de las amplitudes simuladas de u₁ y u₂ en función de la profundidad en $x_1 = 0.12$ m.

El sentido de rotación de las elipses que trazan los vectores de desplazamiento se puede ver claramente en una animación de la solución. En la Ilustración 7.8 se muestran los vectores de desplazamiento en $x_1 = 0.03$ m durante medio ciclo de la onda. Los resultados concuerdan bien con la teoría expuesta al final del capítulo 5. En $t = 8.5 \,\mu\text{s}$ y en $t = 9 \,\mu\text{s}$ los desplazamientos horizontales son máximos, de forma que la longitud de los vectores debería coincidir con la línea sólida de la Ilustración 7.6, lo que ocurre aceptablemente bien, con las diferencias producidas por la presencia de ondas transversales y longitudinales. El sentido de rotación de los vectores más cercanos a la superficie es antihorario mientras que para $-0.01 > x_1 > -0.035$ se ve claramente en los tres últimos instantes de tiempo representados la rotación horaria. A mayor profundidad la amplitud de la onda de Rayleigh es comparable a la de las ondas volumétricas y no se aprecia ningún patrón claro. Se puede ver también como el máximo desplazamiento vertical no se da en la superficie sino justo debajo de ella, en $t = 8.65 \,\mu\text{s} y t = 8.7 \,\mu\text{s}.$



Ilustración 7.8. Evolución de los vectores de desplazamiento en $x_1 = 0.03$ m durante medio ciclo.

7.2. Influencia de la separación del transductor

Un parámetro importante que afecta a la eficiencia del acoplamiento electromagnético es la separación entre el transductor y la superficie a inspeccionar. Aunque siempre se consigue una mayor amplitud de vibración cuando la separación es mínima en algunas aplicaciones puede ser interesante tener una separación entre el transductor y la superficie. Al realizar medidas continuas la superficie de la bobina roza con la pieza, de forma que es necesario protegerla. Además, cuando las superficies pueden tener imperfecciones, la separación puede evitar que se rompa la bobina.

Al aumentar la distancia entre la superficie y la bobina, se reduce la fuerza inducida en la superficie de la pieza de forma muy marcada. En la Ilustración 7.9 se muestra la fuerza superficial debida al campo permanente del imán para separaciones hasta 1 mm y en la Ilustración 7.10 para separaciones hasta 8 mm. Esta fuerza no influye en la generación de la vibración, salvo por la posible interacción de los esfuerzos en el material con su comportamiento magnético en algunos modelos constitutivos. Su valor se reduce con la separación, aunque en menor medida que la fuerza dinámica. Para separaciones muy bajas el máximo no se encuentra situado bajo el centro del imán, aunque ese cambio en la forma de la distribución de la fuerza superficial estática (y por tanto de la magnetización normal del material) ocurre en zonas de la superficie donde la fuerza dinámica, que es la que genera la onda elástica, es casi despreciable.



Ilustración 7.9. Fuerza estática superficial debajo del imán para varias separaciones hasta 1 mm.



Ilustración 7.10. Fuerza estática debajo del imán para separaciones entre 1.5 y 8 mm.

La fuerza dinámica superficial en un instante donde se alcanza un máximo se muestra en la Ilustración 7.11 para separaciones hasta 1 mm y en la Ilustración 7.12 para separaciones hasta 8 mm. La reducción de la magnitud de la fuerza con la separación es mucho mayor en este caso que para la parte estática.



Ilustración 7.11. Fuerza dinámica superficial bajo la bobina para varias separaciones hasta 1 mm.



Ilustración 7.12. Fuerza dinámica superficial bajo la bobina para separaciones entre 1.5 y 8 mm.

La amplitud del desplazamiento vertical en la superficie depende de la fuerza aplicada y por tanto depende de la separación. De nuevo se muestran los resultados para los dos rangos de separaciones en la Ilustración 7.13 y en la .



Ilustración 7.13. Variación de la amplitud del desplazamiento vertical en la superficie con la separación hasta 1 mm.



Ilustración 7.14. Variación de la amplitud del desplazamiento vertical en la superficie con la separación hasta 8 mm.

La relación entre la amplitud y la separación se ajusta muy bien según una exponencial, sobre todo hasta los 2.5 mm de separación como se puede ver en la Ilustración 7.15. Este es el resultado esperado según la literatura [Hirao 2003, p. 69].



Ilustración 7.15. Ajuste exponencial a la amplitud de desplazamiento en función de la separación.

Según estos resultados queda claro que siempre interesa trabajar con la mínima separación posible, pero puede ser necesario trabajar con una superficie de protección situada entre la pieza a inspeccionar y la bobina. Habitualmente se trata de una cinta adhesiva que protege de la temperatura o la abrasión, y que puede provocar una reducción bastante importante de la eficiencia de la transducción.

7.3. Influencia de la inclinación del transductor

Otro parámetro geométrico importante es el paralelismo, o la falta de él, entre la superficie de la pieza y el plano que contiene a la bobina. Durante el proceso de medida esta falta de paralelismo se puede producir como consecuencia de que las superficies en que se mide no son realmente planas. La superficie de los desbastes, por ejemplo, presenta una cierta ondulación apreciable a simple vista. Con un modelo 2D solo se puede simular el efecto de la rotación alrededor de un eje paralelo a los meandros de la bobina. En la Ilustración 7.16 se muestra la fuerza superficial que ejerce el imán para inclinaciones hasta 10°. Durante el funcionamiento habitual de un transductor EMAT ángulos mayores a 5° no se alcanzarán casi nunca, pero un ángulo de 2.5° implica una diferencia de elevación de 1.1 mm entre los extremos de la bobina, que se podrían alcanzar debido a la falta de planitud o a restos de cascarilla que pueden encontrarse sobre la superficie.



Ilustración 7.16. Fuerza estática superficial bajo el imán para inclinaciones hasta 10°.

La fuerza dinámica superficial debida al campo oscilante que genera la bobina, en la Ilustración 7.17, sigue la misma tendencia que el campo estático. La influencia es muy grande, e incluso para una inclinación de solo 2.5° la fuerza en el extremo más separado de la bobina es la tercera parte que en el otro. Además de reducirse la amplitud del movimiento la distribución de las fuerzas ya no es simétrica respecto del centro del transductor y la forma de la onda generada cambia ligeramente.



Ilustración 7.17. Fuerza dinámica superficial bajo la bobina para inclinaciones hasta 10°.

La amplitud del desplazamiento vertical en la superficie se muestra en la Ilustración 7.18. Las líneas se corresponden con dos puntos simétricos respecto del centro de la bobina, situados a 10 mm de sus extremos. Se representa el máximo desplazamiento vertical registrado en cada caso durante el paso de la onda por el punto. Se observa que la amplitud es mayor en la dirección del extremo más separado de la superficie. Esta gráfica solo da información de la amplitud máxima generada por el pulso, pero para comprobar que la onda generada ya no es simétrica lo mejor es visualizar directamente la deformada.



Ilustración 7.18. Amplitud del desplazamiento vertical a 10 mm de los extremos de la bobina en función de la inclinación.

La deformada a los 12 μ s del inicio del pulso para una inclinación de 7.5° se muestra en la Ilustración 7.19. Se aprecia a simple vista que el punto aparente de generación del pulso ya no se encuentra en el centro de la bobina sino situado en el punto donde la fuerza aplicada es máxima, en $x_1 = 0.002$ m aproximadamente. Además se aprecia que las amplitudes son más variables hacia el lado en que la bobina se encuentra más cerca de la superficie.



Ilustración 7.19. Detalle de la forma de la deformada a los 12 µs del inicio del pulso con una inclinación de 7.5°.

A nivel práctico las diferencias que se producen en las formas del pulso y su punto aparente de origen no serán problemáticas en la aplicación habitual de las ondas de Rayleigh en inspección superficial que es la detección de defectos. La reducción en la amplitud de la vibración tiene las mismas consecuencias que en el caso anterior.

7.4. Influencia de la profundidad de la grieta

La profundidad de la grieta cuya presencia se pretende determinar con un sensor EMAT tiene un efecto drástico sobre el comportamiento de la onda elástica al interactuar con ella. El desarrollo teórico presentado en el capítulo 5 no es aplicable cerca de la grieta, ya que en él se parte de un semiespacio elástico en contacto con aire, lo que no es una hipótesis aceptable en este caso. En la zona cercana a la grieta el material se podría representar en todo caso por un cuarto del espacio rodeado de aire. La única consecuencia que es fácil intuir a partir de esto es que la rigidez será menor que en el resto del material y los desplazamientos que se esperan tanto en la superficie interna de la grieta como en la superficie del material justo antes de alcanzarla serán mayores. Además se dan conversiones de modo y otras interacciones entre las diferentes ondas reflejadas.

Esta interacción ha sido estudiada ampliamente en la literatura, con la solución analítica presentada por Mendelsohn y Achenbach [Mendelsohn 1980] aunque su evaluación requiere el uso igualmente de técnicas numéricas. Otras publicaciones, que examinan la interacción de la onda de Rayleigh con una grieta normal a la superficie mediante diferentes técnicas son, entre otros, una aproximación asintótica a la solución exacta utilizando técnicas de trazado de rayos por Achenbach et al. [Achenbach 1980], una comprobación experimental de la solución teórica exacta por Vu et al. utilizando transductores piezoeléctricos [Vu 1985], otra comprobación experimental esta vez utilizando técnicas basadas en láser por Arias y Achenbach [Arias 2004] o simulaciones mediante elementos finitos por Jian et al. [Jian 2006] [Jian 2007]. En todos los casos se observa o predice un incremento en la amplitud de desplazamiento, que puede llegar a ser hasta unas cuatro veces mayor para el desplazamiento horizontal y unas dos veces en el caso del desplazamiento vertical. La reflexión de la onda de Rayleigh en la grieta es bastante compleja y además de reflejarse la propia onda superficial se generan ondas de volumen en la esquina y en el frente de la grieta. En general la relación entre la onda de Rayleigh reflejada y la profundidad de la grieta no es monótona y presenta máximos y mínimos locales según aumenta la relación entre la profundidad de la grieta y la longitud de onda. En el artículo de Jian *et.al.* [Jian 2007] se comparan sus propios resultados con los de Vu et. al. [Vu 1985] y Viktorov [Viktorov 1967]. La tendencia general es que la reflexión es mínima para grietas muy poco profundas y la reflexión aumenta hasta alcanzar un máximo en torno a una profundidad de media longitud de onda. A partir de ahí y hasta aproximadamente una profundidad igual a la longitud de onda la reflexión disminuye y después alcanza otro máximo para una profundidad de una vez y media la longitud de onda. A partir de ese punto la reflexión debería ser ya parecida a la que se obtendría en un extremo de la pieza.

En la Ilustración 7.20 se muestra la integral durante el paso de la onda del flujo de energía mecánica en la dirección horizontal en función de la profundidad. Los resultados concuerdan con la literatura, con la grieta de 0.4 mm provocando una reflexión casi inexistente, y las de 2.4 mm y 3 mm dando lugar a una onda reflejada que transporta menos energía que en el caso de profundidades menores o mayores. Las grietas de 0.8 mm, 1.2 mm y 1.8 mm provocan la mayor reflexión, y son las que se encuentran cerca del máximo local esperado en $\lambda/2$. En esta gráfica se puede ver, tal y como corresponde a ondas superficiales que la mayor parte de la energía se encuentra en la zona más próxima a la superficie. Para obtener la energía total, lo que permite una visualización más clara de la tendencia, habría que integrar estas densidades de energía

respecto a la profundidad pero por cómo está definida la gráfica en COMSOL no se puede realizar la operación.



Ilustración 7.20. Integral del flujo de energía mecánica en la dirección de x_1 de la onda reflejada para varias profundidades de grieta.

Para poder representar la energía total contenida en la onda de Rayleigh reflejada es necesario recurrir a alguna de las variables de energía disponibles en COMSOL, aunque debido a la deformación permanente que se induce en el material trabajar directamente con la energía elástica es bastante tedioso. Queda como opción utilizar la energía cinética total en la zona del material que contiene el pulso completo de la onda de Rayleigh reflejada, cuya dependencia de la profundidad de la grieta se ve en la Ilustración 7.21. Se ha tomado la media durante un ciclo completo, de forma que se tiene la energía cinética media. El resultado es de nuevo acorde a la literatura en sus características generales, aunque los máximos y mínimos se encuentran ligeramente desplazados a la izquierda y se esperaría un mayor aumento de la energía reflejada en la grieta de 6 mm de profundidad. Se obtiene una respuesta con máximos y mínimos locales que dificulta relacionar la onda reflejada con una profundidad de grieta determinada. La estimación de la profundidad de la grieta podría realizarse utilizando procedimientos de medida más complejos que requieren medir utilizando varias separaciones [Zhang 2015] o midiendo tanto la onda reflejada como la transmitida [He 2017].



Ilustración 7.21. Energía cinética contenida en la zona del material que contiene la onda de Rayleigh reflejada a los 47 μs de simulación.

La interacción de la onda de Rayleigh se muestra con detalle para una grieta de 2.4 mm de profundidad, que es el caso en que se disipa más energía, en la Ilustración 7.22. Se puede ver en la imagen muy claramente la onda de volumen que se genera en el frente de la grieta y se propaga hacia el interior del material y la amplificación de la amplitud del movimiento en la zona cercana a la grieta.



Ilustración 7.22. Módulo del desplazamiento durante la interacción con una grieta de 2.4 mm de profundidad.

7.5. Influencia del modelo del material

El modelo escogido para representar el comportamiento del material, tanto magnéticamente como ante las fuerzas producidas tiene un efecto muy grande en los desplazamientos provocados. La tecnología EMAT es aplicable a cualquier material conductor, independientemente de que sea magnetizable o no. La distribución de la fuerza en un caso y en otro es totalmente diferente. Cuando el material es ferromagnético, como es el caso de cualquier acero no austenítico o aleaciones basadas en níquel, la fuerza superficial debida al cambio brusco de la magnetización en la superficie es mucho mayor a la fuerza generada por las corrientes inducidas. Cuando el material no es ferromagnético, como sería por ejemplo el aluminio, se puede aproximar la permeabilidad relativa del material a la unidad. En esas condiciones no existe la fuerza superficial y todo el acoplamiento se debe a las corrientes inducidas. En la Ilustración 7.23 se puede ver la contribución de la fuerza superficial y de la fuerza volumétrica en el caso base considerado. La fuerza volumétrica se representaría correctamente utilizando una superficie indicando su densidad en cada punto, pero esto no da ninguna idea, aunque sea aproximada, de su magnitud relativa a la fuerza superficial. Los valores que se representan son las integrales de la densidad de fuerza en el eje vertical; es decir, que en cada punto se muestra la fuerza total ejercida en una línea vertical que se extiende hasta el punto donde se acaba el mallado fino utilizado en la zona donde ocurre el acoplamiento electromagnético. Se puede ver que en el caso de un material ferromagnético la fuerza superficial es mucho mayor que la contribución de la fuerza volumétrica.



Ilustración 7.23. Compración entre las fuerzas superficiales y volumétricas en un acero.

En el caso de un material no ferromagnético la fuerza superficial no existe y todo el desplazamiento provocado se debe a la fuerza volumétrica, para una pieza de aluminio la parte equivalente a la línea azul de puntos de la Ilustración 7.23 se muestra en la Ilustración 7.24. La forma con picos del gráfico se debe a cuestiones numéricas relacionadas tanto con el método de elementos finitos como a la forma de procesar la solución para poder obtener la gráfica. La magnitud de la fuerza volumétrica en términos generales es unas seis veces mayor que en un acero ferrítico típico, aunque sigue siendo menor que la fuerza superficial en el acero.



Ilustración 7.24. Fuerza volumétrica en una pieza de aluminio.

La distribución de la fuerza, aunque diferente que en el caso de un material ferromagnético, genera igualmente una onda de Rayleigh, cuyas amplitudes de desplazamiento en función de la profundidad se representan en la Ilustración 7.25. El cambio de acero a aluminio reduce la amplitud del desplazamiento a la mitad aproximadamente. En el caso de un acero austenítico la amplitud del desplazamiento que predice el modelo se reduce a unos 8 pm en la superficie.



Ilustración 7.25. Amplitudes de desplazamiento en una pieza de aluminio.

En cuanto al modelo magnetostrictivo del material, se ha hecho una simulación que pretende estimar la magnitud máxima posible de la magnetostricción. El correcto modelizado del material requeriría el uso de un modelo más complejo, definido externamente al modelo de COMSOL porque las propiedades de las dos fases del acero problemático, martensita y ferrita, tienen propiedades diferentes. Los valores de las constantes necesarias para implementar el modelo isótropo se pueden estimar a partir de publicaciones previas, por ejemplo de una caracterización en detalle de un acero DP780 [Hubert 2016], bastante similar al que dio problemas en las pruebas en la planta industrial. Los valores correspondientes a cada fase son los de la Tabla 7.1.

	λ_{100}	λ_{111}	$M_s(A/m)$	χo
Ferrita	$21 \cdot 10^{-6}$	$-21 \cdot 10^{-6}$	$1.71 \cdot 10^{6}$	2000
Martensita	$4.8 \cdot 10^{-6}$	$4.8 \cdot 10^{-6}$	$1.25 \cdot 10^{6}$	150

Tabla 7.1. Parámetros para la magnetostricción de la ferrita y la martensita. Fuente: *Two phase modeling of the influence of plastic strain on the magnetic and magnetostrictive behaviors of ferromagnetic materials* [Hubert 2016].

Ambas fases tienen un valor de la magnetostricción de saturación λ_s entre $4 \cdot 10^{-6}$ y $5 \cdot 10^{-6}$, bastante similar pero de signo opuesto, y susceptibilidades magnéticas muy diferentes. En la simulación se han utilizado valores intermedios de la magnetización de saturación y de la susceptibilidad, aunque no se sabe la proporción de las fases. Para la magnetostricción se ha utilizado un valor de $\lambda_s = 5 \cdot 10^{-6}$, de forma que se está sobreestimando este valor con seguridad. En estas condiciones toda la deformación magnetostrictiva se sumará a la deformación elástica. Las amplitudes de desplazamiento de la onda generada se muestran en la Ilustración 7.26. La diferencia con el caso de partida es la parte del desplazamiento que se puede atribuir a la magnetostricción, que en el caso del desplazamiento vertical en la superficie ha aumentado aproximadamente 25 pm.



Ilustración 7.26. Amplitudes de los desplazamientos de la onda de Rayleigh en un material magnetostrictivo.

La contribución de la magnetostricción es casi la mitad que la de la fuerza superficial en esta simulación, aunque muy seguramente se haya sobreestimado su valor. No obstante, los valores presentados aquí son a temperatura ambiente y en ausencia de tensiones, pese a que los desbastes en la inspección se encuentran a una temperatura cercana a 100 °C y puede que existan tensiones residuales como resultado del enfriamiento desde la temperatura de colada y del escarpado que se realiza para quitar la cascarilla. Estos dos parámetros, la temperatura y la tensión (por las deformaciones que produce), tienen efectos muy marcados en el comportamiento magnetostrictivo de forma que la única manera de estimar correctamente sus efectos

sería la caracterización de una muestra de un desbaste en el que no se hubiese generado el ultrasonido.

7.6. Aspectos computacionales de la simulación

Los modelos se ejecutaron en un ordenador con procesador Intel Core i7-8700 a 3.2 GHz con 12 núcleos. Los tiempos de simulación para los modelos con material no magnetostrictivo han sido, de forma bastante consistente, de aproximadamente entre una hora y una hora y cuarto por cada 50 µs simulados utilizando toda la potencia de la CPU. El número de elementos de la malla, aunque varía ligeramente al cambiar los valores de algunos parámetros es aproximadamente 170000 para todos estos modelos. El paso de tiempo utilizado en el cálculo ha sido en todos los casos de 40 ns. Para su ejecución, estos modelos necesitaban aproximadamente 6 GB de memoria. La solución completa, con todas las variables calculadas en todos los instantes de tiempo definidos, de una simulación de 50 µs ocupa unos 30 GB en disco y en los barridos paramétricos se multiplica por el número de valores del parámetro. Para evitar manejar estos tamaños de archivo es conveniente, si se sabe de antemano que variables se van a utilizar guardar únicamente las que interesan.

El uso de un material magnetostrictivo introduce una cantidad enorme de grados de libertad en el modelo. El uso de memoria aumenta significativamente y el paso de tiempo necesario para mantener la convergencia se reduce notablemente. Además, la solución en cada paso de tiempo es mucho más lenta que con un modelo de material más sencillo, a pesar de que esto se refiere a un modelo isótropo del material en un modelo 2D. El modelo con magnetostricción tiene un mallado más grueso fuera de la parte en que se prevé que ocurra el acoplamiento electromagnético, pero manteniéndose dentro de los límites recomendados en la capa superficial para simular ondas elásticas. El número de elementos utilizados fue unos 78000, la mitad aproximadamente que en los otros modelos lo que se ve claramente en la resolución de la Ilustración 7.26. El tiempo de simulación para un modelo equivalente al de los otros casos de estudio, cuyos únicos cambios son el modelo del material y el uso de aproximadamente la mitad de elementos como consecuencia de una malla más gruesa, se dispara hasta unos 4 días y 2 horas. Utilizar material magnetostrictivo solo en la parte donde la fuerza dinámica es significativa no es posible en principio, porque debido al campo magnético permanente en la frontera entre los dos modelos de material el campo de desplazamientos y el tensor de tensiones no son compatibles y la solución no converge ni siquiera para el estudio estático.

8. Conclusiones

El modelo propuesto permite la simulación del funcionamiento de un EMAT para inspección superficial incluyendo la generación de la onda de Rayleigh, su propagación por el medio y su interacción con un defecto. Los modelos encontrados en la literatura, enfocan el estudio o bien a la generación de la onda o a su interacción con una grieta, pero no realizan la simulación de todo el proceso.

El modelo desarrollado permite, de forma general, evaluar la influencia de cualquier parámetro geométrico u operacional y de las propiedades del material realizando un barrido en los valores deseados. En la generación de la onda de Rayleigh suelen ser de mayor interés, por la necesidad de controlarlos durante la inspección, la separación entre el transductor y la pieza y la inclinación del transductor respecto a la superficie. En cuanto a la interacción con las grietas, el parámetro de mayor interés es el cociente entre la profundidad de la grieta y la longitud de onda.

Además de los posibles barridos paramétricos es posible analizar también el efecto de cambiar completamente el modelo constitutivo del material. Para hacer esto solo es necesario modificar una opción en cada interfaz física utilizada.

Utilizando el modelo se ha estudiado la influencia de la separación entre el transductor y la superficie, y la relación entre la amplitud del desplazamiento y la separación se ajusta bien a una exponencial, sobre todo para separaciones hasta los 3 mm. También se ha estudiado el efecto de la inclinación, que para el valor más bajo estudiado, 2.5°, que supone una diferencia de elevación de 0.6 mm entre los extremos de la bobina, implica una reducción de aproximadamente el 40 % de la amplitud del desplazamiento. Además las ondas generadas son diferentes en cada dirección. Para el otro estudio realizado, de la influencia de la profundidad de la grieta en la reflexión, los resultados del modelo coinciden con la literatura. Las grietas menos profundas, de aproximadamente 1/7 de la longitud de onda o menos, interactúan muy débilmente con la onda y no son detectables. Las grietas mayores reflejan suficiente energía para la detección pero no se puede estimar con facilidad su profundidad.

En relación al objetivo inicial de este trabajo, motivado por el fallo de esta tecnología en dos casos concretos en aceros "dual phase", el estudio correcto del problema requiere necesariamente el uso de un modelo magnetostrictivo del material. El

modelo isótropo planteado para la magnetostricción permite al menos comprobar que en un acero de esas características la contribución al desplazamiento de la magnetostricción y el resto de mecanismos de acoplamiento es de magnitud comparable.

Independientemente de los resultados mencionados en estas conclusiones, el modelo implementado en COMSOL es también un resultadoimportante del trabajo. Utilizándolo se puede continuar el estudio del funcionamiento del EMAT, tanto evaluando el efecto de otros parámetros de interés como siendo una base de partida para modelos más complejos.

En relación con el desarrollo posterior del propio modelo, el paso a un modelo 3D supondría un aumento enorme de la capacidad de cálculo y de la memoria necesaria para resolver el modelo en un horizonte de tiempo razonable.

9. Bibliografía

- [Achenbach 1980] Achenbach, J. D. (1980). Ray analysis of surface-wave interaction with an edge crack. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics (vol. 27, núm. 3, pp. 124-129).
- [Achenbach 1999] Achenbach, J. D. (1999). Wave Propagation in Elastic Solids: North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics (vol. 16, 8^a impresión). Elsevier.
- [Adamou 2004] Adamou, A. T. I., Craster, R. V. (2004). Spectral methods for modelling guided waves in elastic media. The Journal of the Acoustical Society of America (vol. 116, núm. 3, pp. 1524-1535).
- [Aggelis 2009] Aggelis, D.G., Shiotani, T., Polyzos D. (2009). Characterization of surface crack depth and repair evaluation using Rayleigh waves. Cement & Concrete composites (vol. 31, núm. 1, pp. 77-83).
- [Akulov 1930] Akulov, N. S. (1930). Über die Anwendungen des Gesetzes ferromagnetischer Anisotropie zur Berechnung der Eigenschaften polykristallinischen Eisens. Zeitschrift für Physik (vol. 66, núm 7-8, pp. 533-542).
- [Arias 2004] Arias, I., Achenbach, J. D. (2004). A model for the ultrasonic detection of surface-breaking cracks by the scanning laser source technique. Wave Motion (vol. 39, núm. 1, pp. 61-75).
- [Bleustein 1968] Bleustein, J. L. (1968). A new surface wave in piezoelectric medium. Appl. Phys. Lett (vol. 13, núm. 12, pp. 412-413).
- [Brown 1966] Brown, W. F. (1966). Magnetoelastic interactions (1^a ed.). Springer Verlag.
- [Chakrapani 2012] Chakrapani, S. K., Dayal, V., Barnard, D. J., Eldal, A., Krafka, R. (mayo de 2012). Ultrasonic Rayleigh wave inspection of waviness in wind turbine blades: Experimental and finite element method. AIP Conference Proceedings (vol. 1430, núm. 1, pp. 1911-1917). AIP.
- [COMSOL 2016] COMSOL, Inc. (2016) COMSOL Multiphysics: Reference Manual.

- [Denolle 2012] Denolle, M. A., Dunham, E. M., & Beroza, G. C. (2012). Solving the surface-wave eigenproblem with Chebyshev spectral collocation. Bulletin of the Seismological Society of America (vol. 102, núm. 3, pp. 1214-1223).
- [Erhard 1983] Erhard, A., Wustenberg, H., Schulz, E., Mundry, E., Ludwig, B. (1983). Creep Waves in Ultrasonic Testing - Physical Principles, Application in Welded Constructions. Schweissen Schneiden (núm. 5, pp. 220-223).
- [Eu 1986] Eu, B. C., Oppenheim, I. (1986). On the Minkowski tensor and thermodynamics of media in an electromagnetic field. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications (vol. 136, núm. 2-3, pp. 233-254).
- [Fukuoka 1993] Fukuoka, H., Hirao, M., Yamasaki, T., Ogi, H., Petersen, G. L., Fortunko, C. M. (1993). Ultrasonic resonance method with EMAT for stress measurement in thin plates. Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation (vol. 12, pp. 2129-2136). Springer, Boston, MA.
- [Griffiths 2013] Griffiths, D. J. (2013). Introduction to Electrodynamics (4^a ed.). Pearson.
- [Gulyaev 1969] Gulyaev, Y. V. (1969). Electroacoustic surface waves in solids. ZhETF Pisma Redaktsiiu (vol. 9, núm. 1, pp. 63-65).
- [Hassan 2003] Hassan, W., Veronesi, W. (2003). Finite element analysis of Rayleigh wave interaction with finite-size, surface breaking cracks. Ultrasonics (vol. 41, núm 1, pp. 41-52).
- [Hayashi 2016] Hayashi, T., Fujishima, R. (2016). Defect Detection Using Quasi-Scholte Wave for Plate Loaded with Water on Single Surface. Materials transactions (vol. 57, núm. 9, pp. 1602-1608).
- [He 2017] He, C., Deng, P., Lu, Y., Liu, X., Liu, Z., Jiao, J., Wu, B. (2017). Estimation of Surface Crack Depth using Rayleigh Waves by Electromagnetic Acoustic Transducers. International Journal of Acoustics and Vibration (vol. 22, núm. 4, pp. 541-548).
- [Henrotte 2003] Henrotte, F., Hameyer, K. (2004). Computation of electromagnetic force densities: Maxwell stress tensor vs. virtual work principle. Journal of Computational and Applied Mathematics (vol. 168, núm. 1-2, pp. 235-243).

- [Hildebrand 1983] Hildebrand, B. P., Fitzpatrick, G. L., Boland, A. J. (abril de 1983). Investigation of the Rayleigh critical angle phenomenon for the characterization of surface properties. Final Report. Spectron Development Laboratories Inc.
- [Hirao 2003] Hirao, M., Ogi, H. (2003). EMATs for Science and Industry: Noncontacting Ultrasonic Measurements. Springer Science & Business Media.
- [Hubert 2016] Hubert, O., Lazreg, S. (2017). Two phase modeling of the influence of plastic strain on the magnetic and magnetostrictive behaviors of ferromagnetic materials. Journal of Magnetism and Magnetic Materials (vol. 424, pp. 421-442).
- [Innerspec 2016a] Innerspec Technologies (2016). Instrumentation for High-Power Ultrasonic Applications (Rev. T-I-B15). Catálogo.
- [Innerspec 2016b] Innerspec Technologies (2016). Standard Sensors & Accessories for EMAT Applications (Rev T-SA-E16). Catálogo.
- [Innerspec 2018] Innerspec Technologies (2016). PowerBox H Operations Manual (Rev. TPBH-OM-B18). Catálogo.
- [Jian 2006] Jian, X., Dixon, S., Grattan, K. T. V., Edwards, R. S. (2006). A model for pulsed Rayleigh wave and optimal EMAT design. Sensors and Actuators A: Physical (vol. 128, núm. 2, pp. 296-304).
- [Jian 2007] Jian, X., Dixon, S., Guo, N., Edwards, R. (2007). Rayleigh wave interaction with surface-breaking cracks. Journal of Applied Physics (vol. 101, núm. 6).
- [Jiles 1984a] Jiles, D.C., Atherton, D. L. (1984). Theory of the magnetisation process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect. Journal of Physics D: Applied Physics (vol. 17, núm. 6, pp. 1265-1281).
- [Jiles 1984b] Jiles, D.C., Atherton, D. L. (1984). Theory of ferromagnetic hysteresis (invited). Journal of applied physics (vol. 55, núm. 6, pp. 2115-2120).
- [Jiles 1986] Jiles, D.C., Atherton, D. L. (1986). Theory of ferromagnetic hysteresis. Journal of magnetism and magnetic materials (vol. 61, núm. 1-2, pp. 48-60).
- [Kemp 2011] Kemp, B. A. (2011). Resolution of the Abraham-Minkowski debate: Implications for the electromagnetic wave theory of light in matter. Journal of Applied Physics (vol. 109, núm. 11).

- [Kiełczyński 2011] Kiełczyński, P., & Szalewski, M. (2011). An inverse method for determining the elastic properties of thin layers using Love surface waves. Inverse Problems in Science and Engineering; Formerly Inverse Problems in Engineering, (vol. 19, núm. 1, pp. 31-43)
- [Krautkrämer 1990] Krautkrämer, J., Krautkrämer, H. (1990). Ultrasonic testing of materials. Springer. New York.
- [Kuznetsov 2010] Kuznetsov, S. V. (2010). Love waves in nondestructive diagnostics of layered composites. Survey. Acoustical Physics (vol. 56, núm. 6, pp. 877-892).
- [Lakestani 1995] Lakestani, F., Coste, J. F., Denis, R. (1995). Application of ultrasonic Rayleigh waves to thickness measurement of metallic coatings. NDT & E International (vol. 28, núm. 3, pp. 171-178).
- [Lamb 1917] Lamb, H. (1917). On waves in an elastic plate. Proceedings of the Royal Society of London. Series A (vol. 93, núm. 648, pp. 114-128).
- [Lee 1955] Lee, E. W. (1955). Magnetostriction and magnetomechanical effects. Reports on progress in physics (vol. 18, núm. 1, pp. 184-229).
- [Leonard 2005] Leonard, K. R., Hinders, M. K. (2005). Lamb wave tomography of pipe-like structures. Ultrasonics (vol. 43, núm. 7, pp. 574-583).
- [Li 2015] Li, B., Qiang, L., Lu, T., Geng, X., Li, M. (2015). A Stoneley wave method to detect interlaminar damage of metal layer composite pipe. Frontiers of Mechanical Engineering (vol. 10, núm. 1, pp. 89-94).
- [Liberal 2013] Liberal, I., Ederra, I., Gonzalo, R., Ziolkowski, R. W. (2013). Electromagnetic force density in electrically and magnetically polarizable media. Physical Review A (vol. 88, núm. 5).
- [Lin 2016] Lin, J., Gao, F., Luo, Z., Zeng, L. (2016). High-resolution Lamb wave inspection in viscoelastic composite laminates. IEEE Transactions on Industrial Electronics (vol. 63, núm. 11, pp. 6989-6998).
- [Love 1911] Love, A. E. H. (1911). Some Problems of Geodynamics: Being an Essay to which the Adams Prize in the University of Cambridge was Adjudged in 1911. CUP Archive.
- [Lu 2005] Lu, Y., Michaels, J. E. (2005). A methodology for structural health monitoring with diffuse ultrasonic waves in the presence of temperature variations. Ultrasonics (vol. 43, núm. 9, pp. 717-731).
- [Maerfeld 1971] Maerfeld, C., Tournois, P. (1971). Pure Shear Elastic Surface Wave Guided by the Interface of Two Semi-Infinite Media. Applied Physics Letters (vol. 19, núm. 4, pp. 117-118).
- [Mayergoyz 2003] Mayergoyz, I. D. (2003). Mathematical models of hysteresis and their applications. Academic Press.
- [Manning 1999] Manning, P. M., Margrave, G. F. (1999). Rayleigh wave modelling by finite difference. En SEG Technical Program Expanded Abstracts (pp. 532-535). Society of Exploration Geophysicists.
- [Manning 2000] Manning, P. M., Margrave, G. F. (2000). Elastic finite difference modelling with stability and dispersion corrections. Consortium for Research in Elastic Wave Exploration Seismology Report (vol. 12).
- [Matatagui 2015] Matatagui, D., Kolokoltsev, O., Saniger, J. M., Gràcia, I., Fernández, M. J., Fontecha, J. L., Horrillo, M. C. (2015). Love wave gas sensor based on surface-functionalized nanoparticles. Procedia engineering (vol. 120, pp. 606-609).
- [Mendelsohn 1980] Mendelsohn, D. A., Achenbach, J. D., Keer, L. M. (1980). Scattering of elastic waves by a surface-breaking crack. Wave motion (vol. 2, núm. 3, pp. 277-292).
- [Murayama 1997] Murayama, R. (1997). Nondestructive evaluation of formability in cold rolled steel sheets using electromagnetic acoustic transducer for shear horizontal plate wave. Journal of the Acoustical Society of Japan (E) (vol. 18, núm. 5, pp. 273-280).
- [Ogi 1997] Ogi, H. (1997). Field dependence of coupling efficiency between electromagnetic field and ultrasonic bulk waves. Journal of Applied Physics (vol. 82, núm. 8, pp. 3940-3949).
- [Ogi 1998] Ogi, H., Hirao, M., Ohtani, T. (1998). Line-focusing of ultrasonic SV wave by electromagnetic acoustic transducer. The Journal of the Acoustical Society of America (vol. 103, núm. 5, pp. 2411-2415).

- [Palmer 2005] Palmer, S. B., Dixon, S., Edwards, R. S., Jian, X. (mayo de 2005). Transverse and longitudinal crack detection in the head of rail tracks using Rayleigh wave-like wideband guided ultrasonic waves. In Nondestructive Evaluation and Health Monitoring of Aerospace Materials, Composites, and Civil Infrastructure IV (vol. 5767, pp. 70-81). International Society for Optics and Photonics.
- [Park 1996] Park, M. H., Kim, I. S., Yoon, Y. K. (1996). Ultrasonic inspection of long steel pipes using Lamb waves. NDT & E International (vol. 29, núm. 1, pp. 13-20).
- [Pei 2016] Pei, C., Zhao, S., Xiao, P., Chen, Z. (2016). A modified meander-line-coil EMAT design for signal amplitude enhancement. Sensors and Actuators A: Physical (vol. 247, pp. 539-546).
- [Peng 2009] Peng, H., Meng, G., Li, F. (2009). Modeling of wave propagation in plate structures using three-dimensional spectral element method for damage detection. Journal of Sound and Vibration (vol. 320, núm. 4-5, pp. 942-954).
- [Petcher 2013] Petcher, P. A., Burrows, S. E., Dixon, S. (2014). Shear horizontal (SH) ultrasound wave propagation around smooth corners. Ultrasonics (vol. 54, núm. 4, pp. 997-1004).
- [Petcher 2015] Petcher, P. A., Dixon, S. (2015). Weld defect detection using PPM EMAT generated shear horizontal ultrasound. NDT & E International (vol. 74, pp. 58-65).
- [Rayleigh 1885] Rayleigh, L. (1885). On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. Proceedings of the London Mathematical Society (vol. 1, núm 1, pp. 4-11).
- [Ribichini 2012] Ribichini, R., Nagy, P. B., Ogi, H. (2012). The impact of magnetostriction on the transduction of normal bias field EMATs. NDT & E International (vol. 51, pp. 8-15).
- [Rizzo 2010] Rizzo, P., Han, J. G., Ni, X. L. (2010). Structural health monitoring of immersed structures by means of guided ultrasonic waves. Journal of Intelligent Material Systems and Structures (vol. 21, núm. 14, pp. 1397-1407).

- [Rose 1997] Rose, J. L., Jiao, D., Spanner, J. (1997). Ultrasonics Guided Waves for Piping Inspection. En Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation (pp. 1285-1290). Springer, Boston, MA.
- [Rueter 2014] Rueter, D., & Morgenstern, T. (2014). Ultrasound generation with high power and coil only EMAT concepts. Ultrasonics(vol. 54, núm. 8, pp. 2141-2150).
- [Rueter 2016] Rueter, D. (2016). Induction coil as a non-contacting ultrasound transmitter and detector: Modeling of magnetic fields for improving the performance. Ultrasonics (vol. 65, pp. 200-210).
- [Schajer 2013] Schajer, G. S. (2013). Practical residual stress measurement methods. John Wiley & Sons.
- [Seher 2016] Seher, M., & Nagy, P. B. (2016). On the separation of Lorentz and magnetization forces in the transduction mechanism of Electromagnetic Acoustic Transducers (EMATs). NDT & E International (vol. 84, pp. 1-10).
- [Sezawa 1935a] Sezawa, K., Kanai, K. (1935). Discontinuity in Dispersion Curves of Rayleigh-Waves. Proceedings of the Imperial Academy (vol. 11, núm. 1, pp. 13-14).
- [Sezawa 1935b] Sezawa, K., Kanai, K. (1935). M2 Seismic Waves. Proceedings of the Imperial Academy (vol. 11, núm. 3, pp. 96-98).
- [Shevchenko 2011] Shevchenko, A., & Kaivola, M. (2011). Electromagnetic force density and energy–momentum tensor in an arbitrary continuous medium. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics (vol. 44, núm. 17).
- [Szelążek 2015] Szelążek, J. (2015). Ultrasonic evaluation of residual hoop stress in forged and cast railroads wheels—differences. Journal of Nondestructive Evaluation (vol. 34, núm. 1, pp. 1-13).
- [Thompson 1990] Thompson, R. B. (1990). Physical principles of measurements with EMAT transducers. En Ultrasonic Measurement Methods (Physical acoustics, vol. 19, pp. 157-200).
- [Trémolet de Lacheisserie 2002] Trémolet de Lacheisserie, E., Gignoux, D., Schlenker, M. (2002). Magnetism I-Fundamentals. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

- [Visintin 1994] Visintin, A. (1994). Differential Models of Hysteresis. Applied mathematical sciences (vol. 111). Springer.
- [Vu 1985] Vu, B. Q., Kinra, V. K. (1985). Diffraction of Rayleigh waves in a halfspace. I. Normal edge crack. The Journal of the Acoustical Society of America (vol. 77, núm. 4, pp. 1425-1430).
- [Wang 2010] Wang, S., Xin, P., Kang, L., Zhai, G. (junio de 2010). Research on influence of lorentz force mechanism on EMAT's transduction efficiency in steel plate. In Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2010 the 5th IEEE Conference on (pp. 196-201).
- [Wilbrand 1983] Wilbrand, A. (1983). Emus-probes for bulk waves and Rayleigh waves. Model for sound field and efficiency calculations. En New procedures in nondestructive testing (pp. 71-80). Springer, Berlin, Heidelberg.
- [Xu 2005] Xu, Y., Xia, J., Miller, R. D. (2005). Finite-difference Modeling of Highfrequency Rayleigh waves. In SEG Technical Program Expanded Abstracts 2005 (pp. 1057-1060). Society of Exploration Geophysicists.
- [Zakharenko 2010] Zakharenko, A. A. (2010). New interfacial shear-horizontal waves in piezoelectric cubic crystals. Journal of Electromagnetic Analysis and Applications (vol. 2, núm. 11, 633-639).
- [Zhang 2015] Zhang, K., Yi, P., Li, Y., Hui, B., & Zhang, X. (2015). A new method to evaluate surface defects with an electromagnetic acoustic transducer. Sensors (vol. 15, núm. 7, pp. 17420-17432).
- [ZhouZS 2007] Zhou, Z. S., Liu, X. L. (2007). Finite-difference modelling of Rayleigh surface wave in elastic media. Chinese Journal of Geophysics (vol. 50, núm. 2, pp. 496-504).
- [ZhouFM 2010] Zhou, F. M., Li, Z., Fan, L., Zhang, S. Y., & Shui, X. J. (2010). Experimental study of Love-wave immunosensors based on ZnO/LiTaO3 structures. Ultrasonics (vol. 50, núm. 3, pp. 411-415).
- [Zimmerman 2001] Zimmermann, C., Rebière, D., Dejous, C., Pistré, J., Chastaing, E., Planade, R. (2001). A love-wave gas sensor coated with functionalized

polysiloxane for sensing organophosphorus compounds. Sensors and Actuators B: Chemical (vol. 76, núm. 1-3, pp. 86-94).

10. Tabla de símbolos

Los símbolos o notaciones correspondientes a un uso muy específico, como por ejemplo un modelo de histéresis concreto, aparecen claramente definidos ne el texto correspondiente. Aparecen aquí los símbolos de uso repetido a lo largo del texto y los que representan las operaciones matemáticas de uso habitual.

Е	Campo eléctrico
В	Campo magnético o densidad de flujo
D	Campo de desplazamiento eléctrico
н	Campo de excitación magnética
Р	Polarización
М	Magnetización
M _n	Magnetización normal
M _s	Magnetización de saturación
V	Potencial eléctrico
Α	Potencial vectorial magnético
J	Densidad de corriente
Jı	Densidad de corriente libre
ρ _e	Densidad de carga eléctrica
ρι	Densidad de carga eléctrica libre
ε_0	Permitividad eléctrica del vacío
μ_0	Permeabilidad magnética del vacío
σ_c	Conductividad eléctrica
δ	Profundidad de penetración electromagnética
Т	Tensor de Maxwell o de Minkowski
$\lambda_{100}, \lambda_{111}, \lambda_s$	Magnetostricción en saturación en las direcciones cristalinas correspondientes o isótropa
ϵ_m	Tensor de deformación de magnetostricción

10.2. Elasticidad

ρ	Densidad
ν	Coeficiente de Poisson
λ	Primer coeficiente de Lamé o longitud de onda
μ, G	Segundo coeficiente de Lamé, módulo de elasticidad transversal o de cizalladura
Е	Módulo de Young
u	Desplazamiento
T ⁽ⁿ⁾	Vector de fuerzas internas
σ , σ _{ij}	Tensor de tensiones de Cauchy y sus componentes
ε , ε _{ij}	Tensor de deformación y sus componentes
F	Tensor gradiente de deformación
C _L	Velocidad de fase de la onda longitudinal
c _T	Velocidad de fase de la onda transversal
C _R	Velocidad de fase de la onda de Rayleigh
k	Número de onda angular
φ	Potencial escalar de desplazamiento
ψ	Potencial vectorial de desplazamiento

10.3. Otros

∇	Operador "del" o nabla; gradiente
∇ ·	Divergencia
$\nabla \times$	Rotacional
$\nabla^2, \nabla \cdot \nabla, \Delta$	Laplaciano, laplaciano vectorial, divergencia del gradiente
\otimes	Producto tensorial
f	Frecuencia
n	Vector normal
F	Fuerza total
f	Densidad de fuerza
$\delta_{i,j}$	Delta de Kronecker