

DOC. 088/95

M^a CONCEPCIÓN GONZÁLEZ VEIGA

LA TEORÍA DEL CAOS. NUEVAS PERSPECTIVAS
EN LA MODELIZACIÓN ECONÓMICA

***LA TEORIA DEL CAOS.
NUEVAS PERSPECTIVAS EN LA MODELIZACION
ECONÓMICA.***

M^a Concepción González Veiga.

Oviedo, 1995.

Este trabajo constituye un intento de dar a conocer qué es un modelo caótico determinista y cuáles son las posibilidades que la Teoría del Caos ofrece en relación con la modelización de los fenómenos económicos. Para ello adoptaremos un enfoque intuitivo, sin entrar en las complejidades matemáticas de esta teoría sino más bien explicando las implicaciones de tipo filosófico que se derivan de la aparición de fenómenos caóticos deterministas.

I. INTRODUCCIÓN

La Teoría matemática del Caos está siendo objeto de interés en diversas parcelas del conocimiento científico. Quizá uno de los aspectos más fascinantes de los desarrollos recientes en dinámica no lineal sea la extensión de sus aplicaciones a las distintas disciplinas científicas. Así E.N. Lorenz (1963), utiliza modelos no lineales para la predicción del tiempo atmosférico, May (1974) en el estudio de la evolución de poblaciones biológicas, Prigogine en el campo de la termodinámica para estudiar el comportamiento lejos del equilibrio. Varios autores entre los que cabe destacar Bergé, Pomeau y Vidal, 1984, Ruelle, 1980 han investigado sobre el fenómeno de la turbulencia. Los ritmos cardiacos fueron analizados desde esta perspectiva por Glass y Mackey, 1988. Existen desarrollos desde un enfoque no lineal en el campo de la mecánica cuántica (Stewart, 1989) y en el estudio de los fenómenos económicos (Grandmont, 1986, H.W. Lorenz, 1989, Peters, 1991, 1994, Medio, 1991, Goodwin, 1990). Algunos autores han sugerido que estos resultados pueden ser aplicados para comprender la dinámica de las estructuras sociales y el desarrollo histórico.

La universalidad de las aplicaciones de esta teoría matemática se debe a que permite el tratamiento de los fenómenos complejos desde una nueva perspectiva. Hasta la aparición de la Teoría del Caos matemático los científicos se enfrentan con una disyuntiva: si el fenómeno que se pretende analizar es simple, si presenta ciertas pautas de regularidad, entonces es muy posible que se pueda explicar desde una perspectiva determinista, en cuyo caso los esfuerzos del científico se dirigirán a hacer explícitas las leyes, esto es, a dar a conocer esas reglas ocultas en el fenómeno. Por otra parte, cuando un fenómeno es complejo, cuando en él intervienen demasiadas variables interrelacionadas, solo es posible un tratamiento estadístico por medio de las leyes de la probabilidad. La Teoría del Caos abre nuevos caminos en la investigación científica ya que posibilita la explicación determinista de algunos fenómenos llamados complejos que hasta ahora solamente habían podido ser descritos estadísticamente.

Las aplicaciones de la Teoría del Caos a la economía se están llevando a cabo en dos frentes. Existen una serie de trabajos en que los se intenta explicar el comportamiento de ciertos fenómenos económicos mediante modelos caóticos deterministas. El interés de estas aportaciones reside en el hecho de que permiten dar una explicación determinista de ciertos fenómenos que hasta el momento solo admiten modelizaciones estocásticas. Desde esta perspectiva de análisis, uno de los problemas que

mayor atención ha recibido es la posibilidad de describir de manera endógena los ciclos económicos. Por otro lado, algunos investigadores están intentando validar la hipótesis de comportamientos caóticos buscando evidencias de caos en las series económicas reales.

En este trabajo pretendemos resaltar la importancia de los fenómenos complejos en economía así como las posibilidades que ofrece la Teoría del Caos para el tratamiento de dichos fenómenos. Para entender las raíces históricas de la disyuntiva entre posiciones deterministas e indeterministas comenzamos haciendo un repaso de la importancia histórica que ambas tuvieron en el desarrollo de la Física. El determinismo alcanza su punto álgido con los trabajos de Newton y Laplace y se deja sentir en otras disciplinas científicas como es el caso de la Economía.

La Teoría del Caos muestra que existen cierto tipo de fenómenos que comparten las características de ambas categorías de fenómenos, que son deterministas pero no se pueden predecir, de apariencia aleatoria y desordenada pero que, sin embargo, obedecen ciertas leyes. En la economía están presentes los mecanismos que dan lugar a la aparición de fenómenos complejos, principalmente relaciones de tipo no lineal y retardos. Finalizaremos el trabajo haciendo algunas referencias a la modelización de fenómenos económicos y a los estudios sobre caos determinista en economía que actualmente se están llevando a cabo.

II. LA EVOLUCION DEL CONOCIMIENTO CIENTÍFICO. POSICIONES DETERMINISTAS E INDETERMINISTAS.

A lo largo de la historia, una de las principales aspiraciones del hombre ha sido conocimiento del mundo que le rodea. Ciertos impulsos innatos hacen que la humanidad se esfuerce por comprender las regularidades de la naturaleza con objeto de establecer las causas de los fenómenos. La observación de la realidad permite inferir ciertas reglas. El saber vulgar constituye una primera aproximación al conocimiento de dichas leyes; no obstante, resulta insuficiente ya que no proporciona una explicación sino una mera descripción de los hechos. Por esta razón necesitamos la ciencia entendida como el saber que tiene por objeto la organización y clasificación del conocimiento sobre la base de principios explicativos (Nagel, E. 1973).

El *progreso de conocimiento* depende más de las características de las *preguntas* planteadas y el método elegido para buscar las respuestas, que de las respuestas en sí: el responder es un acto de adaptación mientras que el preguntar es creativo (Wagensberg, J. 1985). La pregunta que el científico se hace juega un papel fundamental en la investigación. Hubo un tiempo en el que imperaba la creencia de que la naturaleza obedece a unas leyes y el hombre es capaz de descubrirlas. El paradigma determinista ha permitido descubrir algunas de las leyes y regularidades presentes en la naturaleza. La existencia de leyes universales parecen confirmar esta hipótesis, y eso anima a los científicos a seguir trabajando en esta dirección: cuando se buscan regularidades se encuentran leyes, pero si se observa la realidad en busca de dinámicas complejas o fenómenos irregulares se hace patente que el mundo que nos rodea es un mundo complejo e irregular (Stewart, 1991).

El desarrollo de la mecánica newtoniana supuso un notable avance en el campo de la física. En esta época se dieron soluciones explícitas a muchos problemas, lo que condujo a una cierta euforia entre los científicos que contribuye a afianzar el paradigma determinista. Para explicar el ideal determinista Laplace recurre a una idealización, el llamado "demonio de Laplace": "si existiera inteligencia conocedora de todas las fuerzas actuantes en la naturaleza en un instante dado, así como las posiciones instantáneas de todas las cosas del Universo, ... nada ignoraría, porque tanto el pasado como el futuro quedarían abarcados por su mirada", es decir, podría prever el estado de la naturaleza en cualquier momento futuro. Sin embargo, a raíz de la aparición de la mecánica cuántica de Planck y de que Heinsenberg formulara el Principio de Indeterminación van tomando

terreno las posiciones indeterministas. Frente a la creencia de que el mundo real se caracteriza por la continuidad¹ estaría el descubrimiento hecho por Planck de que, a nivel subatómico, la energía se muestra discontinua. En segundo lugar, estaría el descubrimiento hecho por De Broglie según el cual la luz tiene una doble naturaleza, unas veces se comporta como onda y otras como partícula. En tercer lugar, el descubrimiento de Heisenberg del Principio de Indeterminación, según el cual en el mundo del átomo la suposición de Laplace es irrealizable porque para determinar la posición y velocidad de un electrón es necesario observarlas, pero los medios utilizados para la observación alteran dicha posición y velocidad con lo cual toda previsión resulta imposible.

Conforme el indeterminismo va ganando importancia surge también un cambio en las preguntas de los científicos; se empieza a prestar atención a los fenómenos complejos como la estructura del átomo o el comportamiento de los gases. El instrumento matemático que se utiliza ya no son las funciones. Esta nueva concepción del mundo sugiere un tratamiento estadístico de los fenómenos: la previsión del futuro ya no puede hacerse de forma exacta sino únicamente en términos de probabilidad.

La evolución del conocimiento científico refleja cómo han ido cambiando el tipo de problemas propuestos y, en consecuencia, los supuestos ó hipótesis en las teorías. Viejas teorías se vuelven obsoletas porque las preguntas que contestan no son relevantes o porque otras teorías ofrecen una explicación mejor. Por tanto, el mismo objeto de investigación puede ser abordado desde distintas ópticas y bajo diferentes supuestos: esto le otorga a las teorías un carácter relativo respecto a su espacio de supuestos previos o espacio de alternativas sobre el objeto de explicación (Garfinkel, 1981).

La evolución del pensamiento económico está íntimamente ligada al desarrollo de la física y las matemáticas. Pero además, para entender la *evolución de la ciencia económica* es importante conocer el *entorno económico, político y social* de cada momento. Si estudiamos el pensamiento económico desde una perspectiva histórica observamos como cada una de las escuelas fue organizada en torno a un conjunto diferente de cuestiones. Las circunstancias que estimularon su creación se han ido alterando considerablemente a raíz de los acontecimientos posteriores, lo que conlleva que ciertas

¹ que se resume en el principio: "la naturaleza no da saltos"

teorías que en su día fueron predominantes se vean superadas por otras nuevas al no responder a las cuestiones que el científico actual se pregunta.

Los economistas clásicos pensaban que todo funciona dentro de un orden, que la economía tiende al equilibrio y que existe pleno empleo de recursos. Por tanto, cualquier desviación de la situación de equilibrio se consideraba como meramente temporal, de forma que los mecanismos del mercado actuarían para restablecer el equilibrio². En consecuencia, para analizar los problemas resulta suficiente adoptar un enfoque estático aunque proporcione una visión sencilla y, por lo general, demasiado simplista del fenómeno económico.

No cabe duda de que este planteamiento se encuentra estrechamente relacionado con el *mecanicismo* imperante en la física a partir de las aportaciones de Newton. El enfoque mecanicista y reduccionista ha sido, durante mucho tiempo, el enfoque dominante no solo en el terreno de la física sino también en otras ciencias como la economía.

Sin embargo, es evidente que las simplificaciones hechas por los clásicos no se ajustan a la realidad: no existe pleno empleo de recursos, ni estabilidad en los precios. La realidad muestra como el mercado tiene imperfecciones y las magnitudes económicas varían en el tiempo. En definitiva, la economía ni está en situación de equilibrio ni parece tender hacia ese estado. Para comprender mejor los fenómenos económicos es conveniente considerar las variables como funciones del tiempo. Surge así un nuevo enfoque que consiste en analizar la economía desde el punto de vista dinámico, y que constituye un modo cada vez más elaborado, un estadio superior, en el proceso de conocimiento de la realidad. Así, mientras el enfoque estático muestra la imagen congelada de cierta realidad en un determinado instante, la perspectiva dinámica permite analizar los procesos de cambio y evolución.

Si bien es cierto que, el entorno social y político condiciona las preguntas que se hacen los científicos y, por tanto, la dirección en la que avanza el conocimiento, para entender la evolución de una ciencia es necesario tener en cuenta otras consideraciones. Un

² Es la época en que Newton descubre un equilibrio general. Esto alienta la creencia de que la naturaleza se rige por unas leyes, que todo funciona de forma perfectamente estructurada y organizada y, además, el hombre es capaz de llegar a conocer esas leyes.

factor determinante en el desarrollo de ciencias como la economía han sido los instrumentos que la matemática puso a su disposición (Koopmans, 1980).

La interacción entre matemáticas y economía se inició en la segunda mitad del siglo XIX. Varios economistas entre los que cabe destacar a Cournot, Von Thünen, Jevons, Walras, Menger y Pareto, abordaron el estudio de la economía utilizando el Cálculo Infinitesimal. En esta época, la economía matemática experimenta un gran impulso. Sin embargo, las matemáticas disponibles han sido desarrolladas en estrecha conjunción con la física y para resolver los problemas planteados por ésta. A lo largo de los siglos XIX y XX la matemática ha ido evolucionando y diversificándose, de forma que la interacción entre ambas ciencias cada vez más estrecha: conforme surgen avances en las matemáticas se plantean nuevas cuestiones en la ciencia económica

La Teoría de Sistemas Dinámicos constituye un instrumento cada vez más perfeccionado para el estudio de la economía dinámica. Así por ejemplo, si bien en un primer estadio la economía dinámica se ocupaba exclusivamente de analizar situaciones de equilibrio, cada vez es mayor el interés por cuestiones que en otro tiempo fueron obviadas (debido a la carencia del instrumental matemático adecuado) como la posibilidad de que se alcance dicho equilibrio y su estabilidad.

En el marco de la Teoría de Sistemas Dinámicos se ha desarrollado una nueva teoría -la Teoría del Caos- que explica fenómenos irregulares de origen determinista y que, como veremos más adelante, tiene importantes implicaciones filosóficas y científicas. Esta teoría ofrece grandes posibilidades al aplicar modelos deterministas formalmente simples para la explicación de fenómenos dinámicos complejos.

III. AZAR Y DETERMINISMO.

A lo largo de las páginas anteriores se han hecho diversas referencias a los conceptos de determinismo y aleatoriedad. Existen una serie de conceptos que habitualmente se asocian con el determinismo como son la idea de causalidad, orden y la explicación en base a leyes. El concepto de aleatoriedad surge cuando en un fenómeno intervienen un gran número de variables. Si un fenómeno está caracterizado por el desorden y la irregularidad, si solamente puede ser descrito de forma probabilista, se dice que dicho fenómeno es aleatorio.

Hemos hecho algunas alusiones a la posibilidad de que ciertos fenómenos de carácter complejo se puedan explicar de forma causal (determinista). Antes de entrar de lleno en esta cuestión es necesario delimitar el significado de algunos términos que se utilizan en diferentes contextos y no siempre con idéntico significado.

Entendemos por fenómeno determinista aquel que se halla sujeto a leyes. Tradicionalmente se ha asociado el carácter determinista de un cierto fenómeno con la existencia de ciertas regularidades en su comportamiento. La ley que rige la evolución del sistema le confiere un cierto orden que se manifiesta en la evolución de las variables que intervienen en el fenómeno considerado. Por tanto, se ha asociado la idea de determinismo con la existencia de ciertas pautas de conducta regular en las variables del sistema si bien, como veremos más adelante, esto no es siempre así.

Por otra parte, existen fenómenos en los que no se aprecia ningún tipo de regularidad u orden: las variables que intervienen en el mismo evolucionan de modo completamente irregular. En ocasiones se trata de fenómenos sobre los que influyen gran cantidad de factores interrelacionados entre sí. La única forma de describir el comportamiento de estos sistemas es haciendo uso de la probabilidad y la estadística.

Aunque la ciencia económica se ha desarrollado a partir de los conceptos deterministas surgidos en el siglo XVIII, el progreso científico moderno otorga cada vez mayor protagonismo al concepto de azar. En las últimas décadas del siglo XIX una serie de evidencias (muchos fenómenos son fundamentalmente irregulares e imprevisibles) fueron rectificando la visión determinista del mundo, y se hizo necesario desarrollar el concepto de probabilidad.

Cuando nos referimos a comportamientos futuros imprevisibles o irregulares es importante la distinción entre lo que ocurre al azar y los fenómenos determinados; por tanto es crucial distinguir entre lo causal y lo aleatorio. La pregunta fundamental sería entonces: ¿lo aleatorio surge de nuestra propia ignorancia o reside intrínsecamente en los procesos analizados?

La incapacidad de predicción o ignorancia sobre lo que va a suceder en el futuro es una de las características fundamentales del azar (Wasenberg, 1985). Un fenómeno es calificado de azaroso si no se dispone de información sobre su comportamiento futuro. La mayor parte de las veces es la ignorancia sobre las causas lo que impide el conocimiento del comportamiento futuro. En este supuesto uno de los medios para combatir los dominios del azar es justamente el desarrollo del conocimiento.

Surge, por tanto, la cuestión de si existe el azar como entidad en sí (azar ontológico) o únicamente se trata de un problema de conocimiento (azar epistemológico) que se deriva de la ignorancia de los científicos para determinar las leyes que regulan determinísticamente un cierto proceso (Carreras, 1990, Wasenberg, 1985). La respuesta a esta pregunta exige entrar a entrar en cuestiones filosóficas que exceden los objetivos de este trabajo ya que dependerá en gran medida de la actitud ideológica del científico y, a este respecto, las posturas de los científicos deterministas e indeterministas se hallan enfrentadas.

No obstante, para nuestro propósito es suficiente señalar que no hay duda respecto a la existencia del azar epistemológico que se deriva de las limitaciones del propio método científico (Carreras, 1990). Aquellos fenómenos en los que interviene un número grande de grados de libertad serán considerados como aleatorios. Tales fenómenos solo podrán ser descritos de forma probabilista y, por tanto, las predicciones están sujetas a error lo que hace que el azar sea un componente ineludible de los mismos.

Sin embargo, el azar no solamente está ligado a fenómenos en los que intervienen gran cantidad de variables; también puede surgir un comportamiento dinámico completamente irregular e impredecible considerando un pequeño número de variables. La Teoría del Caos otorga un protagonismo creciente a la explicación determinista de los fenómenos al permitir extender la explicación determinista a ciertos campos dominados por el concepto de azar. Aunque en la representación de la evolución temporal de un fenómeno se utilicen ecuaciones deterministas las soluciones que se obtienen son similares

a las aleatorias, y en el núcleo de dichas evoluciones aparecen elementos de comportamiento probabilístico. En los llamados sistemas caóticos deterministas tiene sentido hablar de comportamientos probables más que efectuar predicciones exactas.

IV. FENÓMENOS SIMPLES Y FENÓMENOS COMPLEJOS.

Desde tiempos muy antiguos el hombre se ha esforzado por llegar a comprender el mundo que le rodea. De los fenómenos que ocurren a su alrededor la mayoría son complejos, completamente irregulares e impredecibles. Sin embargo, existen algunos fenómenos regulares y ordenados. Parece lógico pensar que esa regularidad, está motivada por ciertas causas de forma que los esfuerzos del científico se dirigirán a buscar cuales son las variables que inciden sobre ese fenómeno, comprender cómo actúan y llegar a hacer predicciones sobre el comportamiento futuro.

Los fenómenos simples generalmente se producen en sistemas en los que intervienen pocos factores o elementos (sistemas con pocos grados de libertad)³ que pueden explicarse de forma aproximada y, por tanto, predecirse con cierto grado de exactitud, mediante leyes de evolución deterministas. Decimos que dichos sistemas tienen un comportamiento muy organizado. En contraposición, existe otro tipo de fenómenos desorganizados cuya su evolución dinámica es fruto de un complicado entramado de interacciones entre muchas variables. Éstos son denominados fenómenos complejos. Su principal característica es la irregularidad de la que se deriva la imposibilidad de prever su evolución. Así, consideramos que un sistema o fenómeno es complejo si su evolución temporal es difícil (o imposible) de predecir, y esto ocurre porque desarrolla comportamientos irregulares y aparentemente desordenados.

Normalmente se ha asociado la complejidad de un fenómeno con la existencia de muchos grados de libertad, lo que supone que la complejidad surge cuando en un

³ Cuando decimos que en un fenómeno intervienen pocos grados de libertad, estamos haciendo alusión a la modelización del mismo. La realidad suele ser muy compleja; no obstante, a veces es posible abstraer los aspectos más importantes en ciertas construcciones teóricas que denominamos *modelos*. Cuando un fenómeno es simple es posible construir un modelo con pocos grados de libertad que represente con suficiente precisión el fenómeno estudiado.

fenómeno intervienen gran cantidad de variables. Sin embargo, vamos a ver que los modelos caótico-deterministas muestran que es posible generar dinámicas complejas utilizando un reducido número de grados de libertad.

La complejidad puede deberse a varios factores que pueden actuar alternativa o simultáneamente. Un sistema o fenómeno puede ser complejo al estar constituido por un gran número de elementos. La complejidad de un sistema también puede deberse a la existencia de relaciones o interacciones entre los elementos no sean simples (lineales) sino que se produzcan *procesos circulares de causalidad* (retroalimentaciones): A es causa de B que a su vez es causa de A. Por último, existen otros mecanismos que generan complejidad como es la existencia de *retrasos* en los procesos de interacción entre las variables. Cuando en un sistema existen factores que actúan de forma retardada ligados a procesos de retroalimentación, se pueden originar comportamientos altamente complicados e irregulares y, por tanto, muy difíciles de predecir.

Pero la distinción entre fenómenos simples, regulares y ordenados, y fenómenos complejos cuyo comportamiento es desorganizado e irregular no es suficiente. Existen un tipo de procesos intermedios que comparten algunas de las características de ambas categorías, que ni son simples ni carecen por completo de orden o estructura. Entre éstos se pueden considerar los fenómenos económicos.

Uno de los pioneros de la Teoría de la Información, Warren Weaver, escribió un breve artículo titulado "Ciencia y complejidad" en el que distinguía tres tipos de problemas científicos: unos organizados de forma simple, otros de complejidad desorganizada y un tercer grupo de fenómeno de complejidad organizada. "La importancia de este tipo de problemas intermedios no depende de que el número de variables sea moderado sino ... que tiene relación con la existencia de características esenciales de organización, en contraste con los fenómenos desorganizados" (Weaver, 1948, pág. 539).

Los fenómenos económicos poseen ciertas características peculiares que permite que sean considerados como problemas "de complejidad organizada", utilizando la terminología de Weaver y que, a continuación exponemos:

- Comportamiento organizado. Las leyes estadísticas son una forma de tratamiento adecuada cuando el sistema es homogéneo y no tiene estructura. Ciertos fenómenos desorganizados y carentes de estructura pueden ser descritos con la ayuda de las leyes de la probabilidad. Sin embargo, los sistemas sociales cuentan con

mecanismos de control para preservar su estructura, que generalmente es una estructura de complejidad organizada. Se trata de estructuras con propiedades de auto-organización (Lesourne, 1991).

- Irreversibilidad de los procesos dinámicos. "En las ecuaciones de un modelo el tiempo puede legítimamente transcurrir hacia atrás. Si cambiamos el signo de la variable tiempo obtenemos soluciones totalmente simétricas. Durante tres siglos la mayor parte de los científicos opinaron que la irreversibilidad del tiempo es un resultado subjetivo propiciado por nuestra capacidad limitada de observar la realidad, pero que la realidad en sí era explicable mediante ecuaciones reversibles. Sin embargo esta simetría no aparece en la realidad, excepto en ciertos fenómenos sencillos (aquellos que son regulares)" (Serra et al, 1986).

- No aditividad: Los sistemas complejos están estructurados de forma que el todo no es simplemente la suma de las partes. Son precisamente las interacciones no lineales entre los elementos del sistema las que hacen que no sea aditivo.

- Relación entre causalidad y posibilidad de predicción: La idea de causalidad refleja relación entre sucesos. Tradicionalmente se pensaba que si conocemos la causa de un suceso (siempre que exista) es posible predecir en el futuro la ocurrencia de dicho suceso. Sin embargo, la Teoría del Caos muestra como el hecho de conocer las causas determinantes de un fenómeno, no implica la posibilidad de hacer predicciones sobre el futuro.

El caos matemático constituye una atractiva explicación de la aparente aleatoriedad de muchas variables económicas. Ante la incapacidad para explicar el comportamiento de ciertas variables con frecuencia se ha asumido la hipótesis de aleatoriedad. "La presencia de una explicación alternativa, el caos matemático, exigirá [a los economistas] considerar con más cuidado la racionalidad de sus hipótesis ... La existencia de caos sugiere que los economistas deberían intentar especificaciones no lineales de una variable antes de acudir a un modelo aleatorio" (Butler, A.. 1990. págs. 47. 48).

V. CARACTERIZACIÓN DE UN MODELO CAÓTICO DETERMINISTA: LA ECUACIÓN DE MAY.

El modelo caótico más sencillo y, sin duda, también el más divulgado es la ecuación logística, cuyo comportamiento se estudia en un artículo de May, 1976, referido a la evolución de poblaciones biológicas. Se trata de una ecuación en diferencias de orden uno no lineal que representa la evolución de la población de una determinada especie biológica.

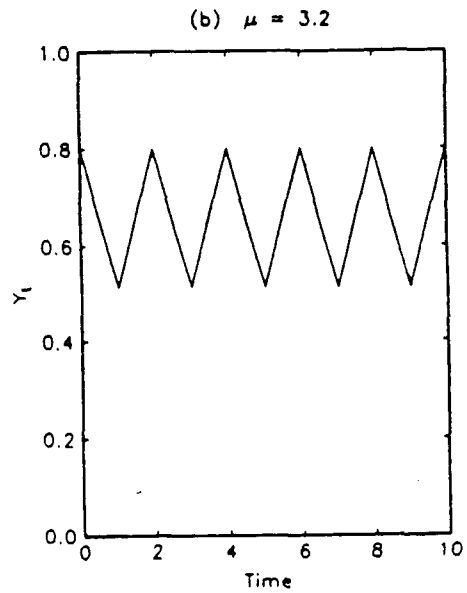
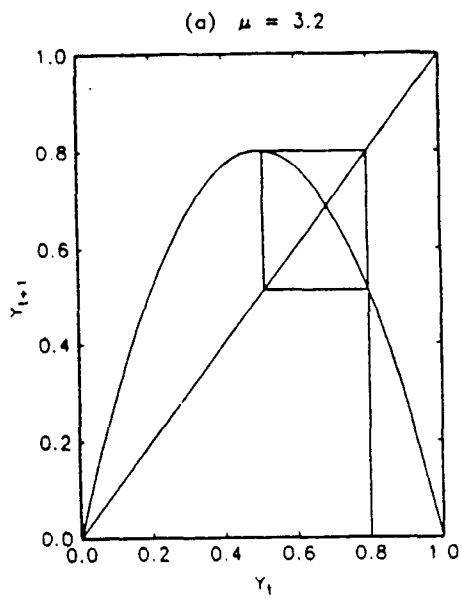
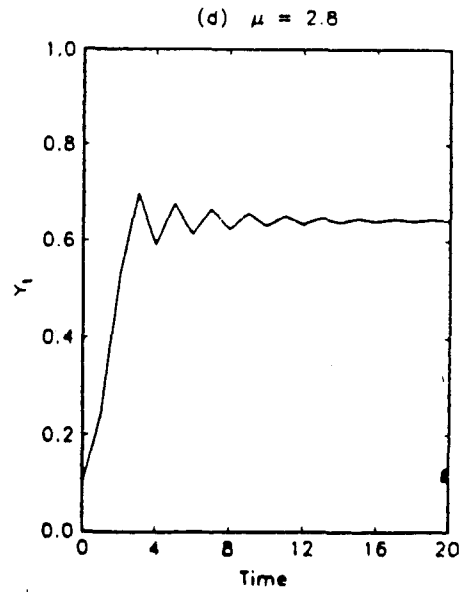
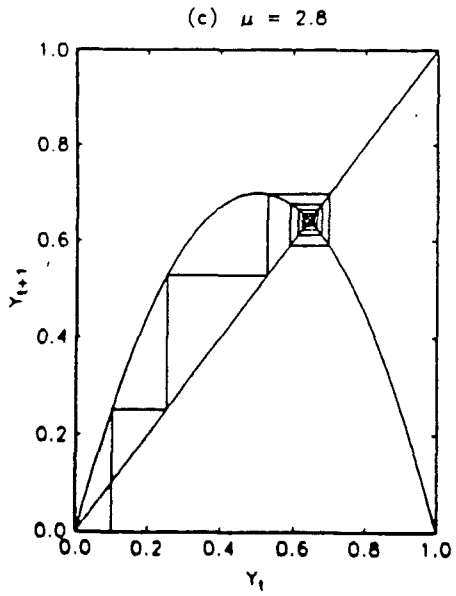
$$y_t = \mu \cdot y_{t-1} (1 - y_{t-1})$$

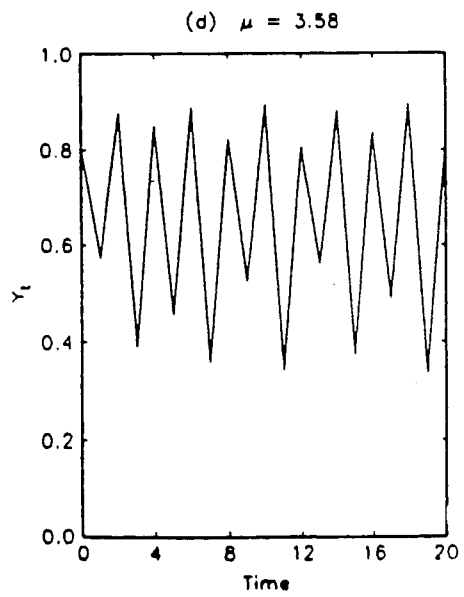
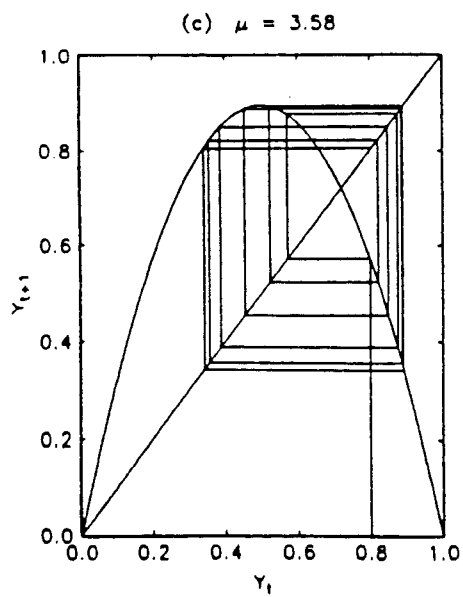
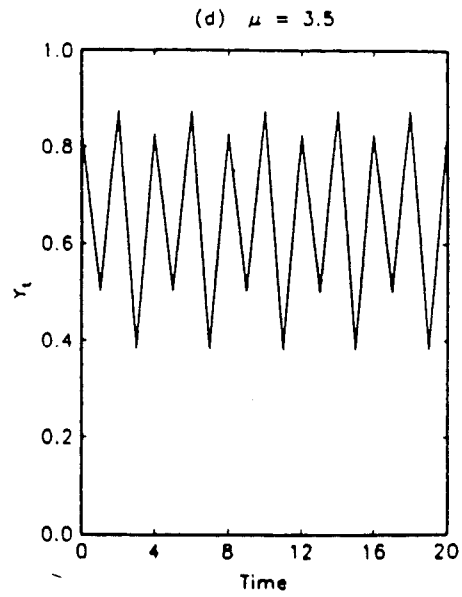
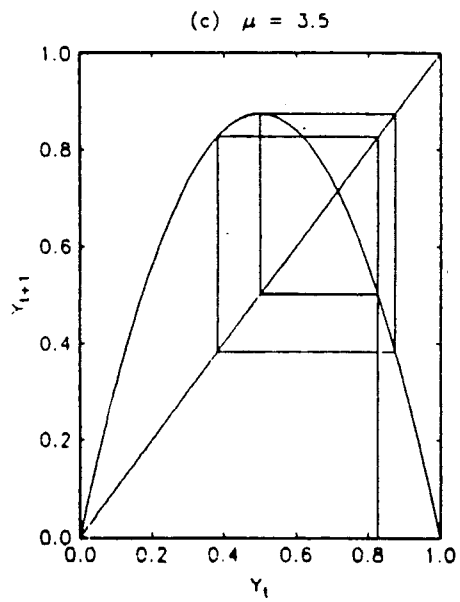
La ecuación logística ha sido estudiada en numerosos trabajos: May (1976), Collet y Eckmann (1980), Guckenheimer y Holmes (1983), Creedy y Martin (1994). En dicha ecuación están presentes los mecanismos de retroalimentación antes mencionados. Esta ecuación completamente determinista presenta comportamientos cualitativamente distintos conforme el parámetro μ toma distintos valores:

- si $\mu < 3$ el sistema es estable, esto es, la población alcanza un nivel de equilibrio y^*
- para valores de μ , $3 < \mu < 3.57$, el sistema presenta evoluciones periódicas cada vez más complicadas; así por ejemplo, para $\mu = 3.2$ surgen ciclos de periodo uno. si $\mu = 3.5$ ciclos de periodo dos y así sucesivamente
- para valores de μ , $3.57 < \mu < 4$, la variable y_t presenta una evolución totalmente irregular (trayectoria caótica) y aperiódica.

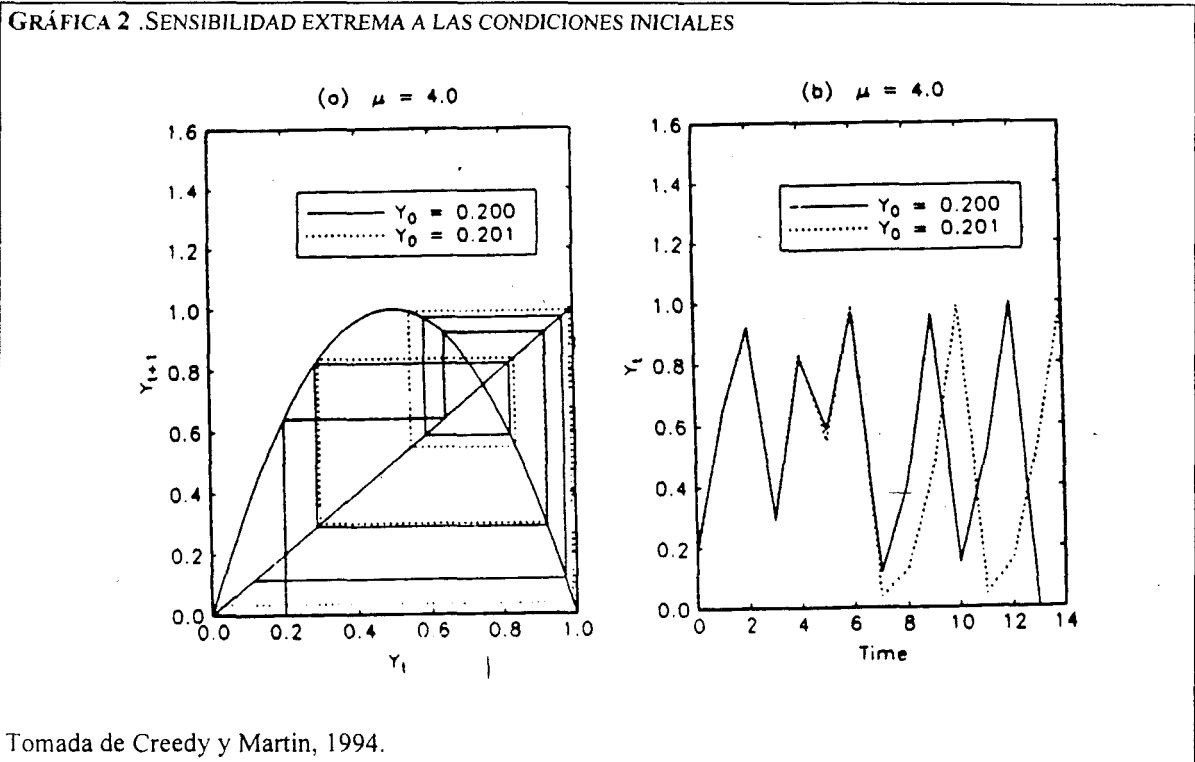
GRÁFICA 1. ECUACIÓN LOGÍSTICA.

Diagrama de fases y evolución de la variable y_t para diferentes valores del parámetro μ . Tomado de Creedy y Martin (1994).



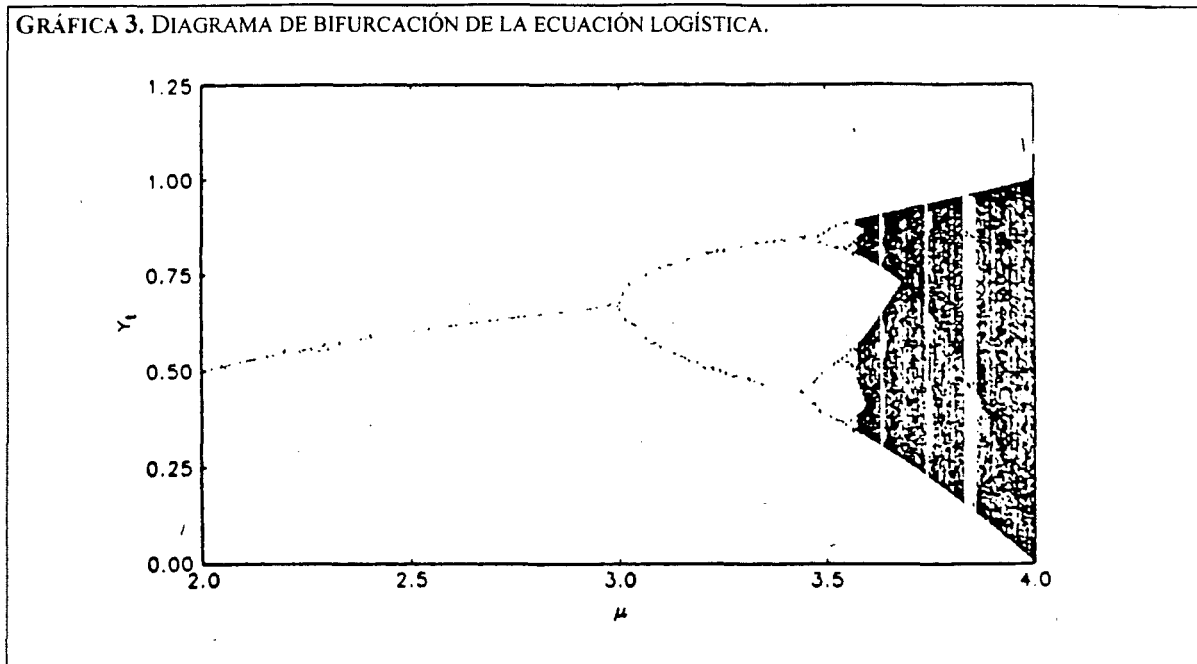


Además, el comportamiento dinámico de este fenómeno para los valores del parámetro comprendidos entre 3.57 y 4 presenta una característica singular que se denomina *sensibilidad extrema a las condiciones iniciales* y caracteriza a los fenómenos caóticos. La evolución en un sistema determinista viene determinada por las condiciones iniciales. Así por ejemplo, si en la ecuación $y_t = 3.2 \cdot y_{t-1} (1 - y_{t-1})$ se consideran dos condiciones iniciales ligeramente diferentes se obtienen dos trayectorias ligeramente distintas. Sin embargo, cuando en un sistema caótico determinista se toman dos condiciones iniciales distintas, aunque muy próximas, se obtienen evoluciones completamente diferentes.



En la gráfica 3 se ofrece el *diagrama de bifurcación* de la ecuación logística, donde se puede observar cómo va cambiando el régimen de comportamiento al cambiar los valores del parámetro. Obsérvese como en la zona en la que la ecuación presenta una evolución caótica, $3.57 < \mu < 4$, se encuentran algunos valores del parámetro que dan lugar a comportamientos regulares (ciclos de periodo dos, ciclos de periodo cuatro, etc.) y son llamados "ventanas de periodicidad".

GRÁFICA 3. DIAGRAMA DE BIFURCACIÓN DE LA ECUACIÓN LOGÍSTICA.



La sensibilidad extrema a las condiciones iniciales es la razón por la que en un sistema caótico determinista no es posible predecir los comportamientos futuros más allá del muy corto plazo: cualquier pequeño error en la determinación de las condiciones iniciales se amplifica exponencialmente con el paso del tiempo, de modo que transcurrido cierto número de iteraciones las predicciones son inservibles.

Para finalizar este apartado se ofrece un cuadro-resumen en el que se resaltan las principales características de la ecuación de May, comparándolas con las de otra ecuación semejante a la misma pero de carácter lineal.

$y_t = \mu \cdot y_{t-1}(1 - y_{t-1})$	$y_t = \alpha + \mu \cdot y_{t-1}$
- Ecuación en diferencias	- Ecuación en diferencias
- Determinista	- Determinista
- NO LINEAL	- Ecuación lineal
- Unidimensional	- Unidimensional
- Gran variedad de posibilidades de evolución dinámica (ver gráfica 1).	- Dos posibilidades: si $ \mu < 1$ la solución es estable y tiende hacia el valor de equilibrio. Si $ \mu > 1$: crecimiento explosivo
- Sensibilidad extrema a las condiciones iniciales	- Dos trayectorias que comienzan próximas permanecen próximas
- Imposibilidad de realizar predicciones, salvo en el muy corto plazo	- Comportamiento predecible

La sencillez de esta ecuación hace que sea el ejemplo que de modelo caótico utilizado en casi todos los textos introductorios.

La no linealidad es condición necesaria para la aparición de comportamientos caóticos. Cuando se trabaja con la hipótesis de tiempo discreto -ecuaciones en diferencias- basta una sola ecuación no lineal para conseguir generar caos (un grado de libertad). Si se trabaja con sistemas de ecuaciones diferenciales (hipótesis de tiempo como variable continua) son necesarios al menos tres grados de libertad para que aparezcan evoluciones caóticas. A continuación se ofrecen otro modelo con comportamiento caótico que son las denominadas ecuaciones de Rössler. Al igual que en el caso anterior realizamos un cuadro en el que se compara con un sistema de ecuaciones diferenciales lineales subrayando las principales diferencias en cuanto a su comportamiento dinámico.

OTROS MODELOS CON EVOLUCIÓN CAÓTICO-DETERMINISTA:

Ecuaciones de Rössler

Ecuaciones de Rössler	Sistema de ecuaciones diferenciales lineal
$\frac{dx}{dt} = -(y+z)$ $\frac{dy}{dt} = x+ay$ $\frac{dz}{dt} = b+z(x-c)$ con $a=0.2$ $b=0.2$ $c=5.7$	$\frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z$ $\frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z$ $\frac{dz}{dt} = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z$
<ul style="list-style-type: none"> - Sistema de ecuaciones diferenciales - NO LINEALIDAD - Según los valores de los parámetros puede dar lugar a un crecimiento explosivo de las variables, a un punto de equilibrio, ciclos con distintos periodos y a un comportamiento completamente aperiódico e irregular. - Cuando los valores de los parámetros son con $a=0.2$ $b=0.2$ $c=5.7$ presenta sensibilidad extrema a las condiciones iniciales 	<ul style="list-style-type: none"> - Sistema de ecuaciones diferenciales - Lineales: se puede obtener la solución analíticamente - Posibilidades de evolución: <ul style="list-style-type: none"> a.- inestables (nodo y foco inestables,). Representan un tendencia explosiva en las variables b. punto de silla c. estables: tienden hacia un punto de equilibrio d. centro: no es estructuralmente estable

VI. RELACIONES ENTRE DETERMINISMO Y PREDICTIBILIDAD.

La existencia de modelos deterministas tan sencillos como la ecuación logística y que son capaces de generar comportamientos dinámicos completamente aperiódicos hacen que sea necesaria una revisión de las relaciones entre los conceptos de determinismo y predictibilidad.

Así, las intuiciones que se desprenden de la utilización de los modelos caóticos puede ayudar a los economistas a ubicar los problemas económicos en el mitad de un continuo delimitado por dos enfoques extremos: la perspectiva determinista lineal, que implica predictibilidad perfecta, y el enfoque estocástico, que implica imposibilidad de predicción (Popper, 1979).

Esta perspectiva intermedia tiene implicaciones contradictorias sobre la posibilidad de predecir ciertos fenómenos. Por un lado, el hecho de que ciertos sistemas deterministas no sean predecibles conduce a la conclusión (pesimista) de que la ciencia nunca llegará a predecir y controlar ciertos fenómenos. Pero, por otra parte, está el hecho de que algunos comportamientos complejos y aparentemente aleatorios puedan tener de hecho unas causas simples, de forma que es posible analizar dicha complejidad de forma más fácil de lo que a priori pueda parecer. Esta última implicación ha resultado de gran interés en muchos campos de la ciencia (Biología, Medicina, Psicología, Economía etc.) donde se empiezan a proponer modelos deterministas para representar fenómenos complejos.

El determinismo está considerado generalmente como una tesis metafísica: representa la existencia de una estructura causal que explica los fenómenos, independientemente de nuestra habilidad para conocer su comportamiento futuro. Por el contrario, la predictibilidad es un concepto epistemológico: se refiere a nuestra capacidad para conocer algo.

Así la formulación de Popper no es satisfactoria porque define determinismo en términos predictibilidad y, por tanto, implícitamente asume la validez de una premisa que la Teoría del Caos pone en cuestión: un sistema determinista es siempre predecible.

El grado de exactitud en las previsiones hechas mediante un modelo determinista depende de muchos factores: las relaciones supuestas entre las variables, los

valores estimados de los parámetros, el método de resolución aproximada utilizado, la condición inicial del sistema etc. En los sistemas lineales los posibles errores en la especificación de las condiciones lineales se propagan de manera lineal; las previsiones son viables puesto que tienen, aproximadamente, el mismo grado de exactitud que las condiciones de partida. En algunos sistemas deterministas no lineales los errores se propagan de manera exponencial, razón por la que la previsión del comportamiento futuro carece de sentido (Baker y Gollup, 1990).

Por esta razón, a la luz de la Teoría del Caos es necesario distinguir entre los conceptos de determinismo y predictibilidad. Los sistemas caóticos deterministas poseen dependencia sensible respecto de las condiciones iniciales, razón por la que no es posible realizar predicciones con un grado de fiabilidad aceptable más allá del muy corto plazo: "pequeños errores de precisión en el estado presente pueden crecer exponencialmente con el tiempo, haciendo que el futuro a largo plazo sea impredecible" (Grebogi, Ott y Yorke, 1987).

En conclusión, el argumento mediante el que Popper relaciona determinismo y predictibilidad debe ser reconsiderado. Los fenómenos caóticos deterministas se encuentran sujetos a leyes, lo que le confiere un cierto grado de orden a pesar de su apariencia completamente irregular. Si bien, en un modelo caótico no podemos predecir la evolución de una trayectoria determinada, se sabe que dicho comportamiento es recurrente.

Es decir, aún en el caso en que no se sea posible establecer predicciones de carácter cuantitativo acerca de la evolución futura de un fenómeno es posible obtener algunas propiedades geométricas y topológicas que permiten una descripción cualitativa de su comportamiento, esto es, aunque no sea posible determinar la trayectoria concreta que seguirá un sistema dada una condición inicial, si son posibles algunas implicaciones sobre el tipo de comportamiento que cabe esperar.

VIII. LA MODELIZACIÓN EN ECONOMÍA DINÁMICA: ENFOQUES TRADICIONALES VERSUS DINÁMICAS CAÓTICAS.

Los fenómenos económicos tienen una serie de características que hacen de la Teoría del Caos un instrumento adecuado para su análisis. Se trata de sistemas que muestran un cierto grado de orden ya que cuentan con mecanismos de control que les confieren un cierto nivel de auto-organización. Sin embargo, la evolución de las variables económicas muestra una conducta irregular. Al observar la realidad se encuentran situaciones que en cierto modo se repiten, pero cada vez de manera ligeramente diferente. Esto es consecuencia de que los agentes actúan de acuerdo con la lógica económica, pero el entorno es cambiante y continuamente se han de adaptar a nuevas situaciones. Por tanto, la complejidad de los fenómenos económicos, la irregularidad y ausencia de pautas observables en el comportamiento de muchas de las variables significativas no son incompatibles con un cierto grado de orden. En el caos matemático *irregularidad y orden* no son términos mutuamente excluyentes sino que pueden presentarse simultáneamente. En este sentido, se ha hablado a veces de la *paradoja del Caos matemático* que permite describir pautas de comportamiento irregular dentro de una estructura global ordenada.

Mediante la utilización de uno de los indicadores de caos determinista -la dimensión de correlación- es posible saber si un cierto fenómeno es aleatorio o si, por el contrario, admite una explicación determinista. En el primer caso, la consecuencia es evidente: no se deben gastar tiempo ni recursos en intentar explicarlo. En el segundo, es importante recordar que, aún en el caso en que las causas puedan ser determinadas, la previsión a largo plazo no siempre es posible. El desconocimiento de esta circunstancia puede conllevar costosos errores.

El caos matemático introduce contingencia: el futuro no está determinado sino que las ecuaciones proporcionan posibilidades de comportamiento que tienen en común ciertas características. La Teoría del Caos permite descubrir sistemas que obedecen a leyes precisas y que, sin embargo, se comportan de manera impredecible e irregular. De este modo, "... lo que se creía complicado puede volverse sencillo. Fenómenos que parecen faltos de estructura y aleatorios pueden, de hecho, obedecer a leyes simples. ...[La Teoría del Caos constituye] un nuevo tipo de matemática, un descubrimiento fundamental en la comprensión de las irregularidades de la naturaleza" (Stewart, 1991, pág. 8).

Una de las más frecuentes hipótesis en la elaboración de modelos económicos ha sido la *hipótesis de linealidad*. En un sistema en el que las *relaciones son lineales*, causa y efecto están relacionados de forma proporcional. Como consecuencia, pequeños cambios en una de las variables producen pequeños efectos y, paralelamente, grandes cambios ocasionan grandes efectos. De igual forma, pequeños errores en la especificación de los datos producen pequeños errores en la predicción del comportamiento futuro. Los sistemas lineales pueden ser comprendidos analizando aisladamente el comportamiento de cada una de sus partes.

Por el contrario en los *sistemas no lineales* causa y efecto se relacionan de una forma no proporcional. En estos sistemas, un pequeño cambio en una variable puede producir efectos desproporcionados en las variables restantes, generando incluso consecuencias no esperadas. Solamente cuando todas las relaciones son de carácter lineal tiene sentido analizar el funcionamiento del sistema observando cada una de las partes por separado. En general esto no sucede de forma que el sistema considerado como un todo tiene propiedades que van más allá de la suma de las propiedades de las partes. La interacción dinámica de los diversos componentes de un sistema ocasiona comportamientos que no pueden explicarse desde una perspectiva reduccionista, de forma que no es posible la comprensión del comportamiento del sistema estudiando aisladamente cada uno de los subsistemas que lo conforman.

La perspectiva estática puede considerarse como un primer estadio en la modelización (una simplificación) al objeto de entender algunos de los mecanismos básicos que rigen la actividad económica. Sin embargo, el enfoque estático resulta demasiado limitado para el estudio de los sistemas económicos. El complejo entramado de relaciones entre las partes no puede ser apreciado por medio de la observación del fenómeno en un instante concreto, ya que las reacciones ante determinados acontecimientos no se producen de manera inmediata, sino que se manifiestan con un cierto retraso.

Los sistemas sociales se caracterizan por la presencia de *procesos de retroalimentación* que hace que las relaciones entre las partes sean complejas: el elemento A no sólo influye sobre el B sino que la respuesta de B modifica, a su vez, el comportamiento de A. En muchos de los fenómenos económicos no es posible establecer relaciones causales de tipo unidireccional y se hace necesario recurrir a esquemas de dependencia más complicados. Así por ejemplo, en muchos modelos macroeconómicos se

establece que el nivel de consumo agregado es función de la renta y a su vez, el nivel de renta es función del consumo agregado. Por otra parte, los mecanismos de retroalimentación son característicos del proceso de toma de decisiones. El decisor continuamente está procesando la información que se deriva de las decisiones pasadas, de forma que esta información servirá de base para la toma de decisiones futuras.

En los sistemas económicos es frecuente existencia de *retrasos* tanto en la transmisión de la información como en la transmisión de recursos. En bastantes ocasiones, las decisiones económicas necesitan un cierto tiempo para implementarse; así por ejemplo, desde el momento en que se toma la decisión de aumentar la capacidad productiva hasta que los nuevos bienes de capital son incorporados a la producción transcurre un cierto período de tiempo. Pero además, una vez que cierta decisión ha sido implementada debe transcurrir algún tiempo para que se observen todos los efectos de la misma, esto es, los resultados de una decisión tomada en cierto momento influyen sobre el sistema en posteriores periodos.

Cuando en un mismo sistema se combinan retroalimentaciones y retrasos, puede dar lugar a comportamientos muy complejos y totalmente impredecibles, esto es, a comportamientos caóticos.

Hay dos tipos de procesos de retroalimentación, que llamaremos positiva y negativa. Cuando un sistema es perturbado por una fuerza externa y engendra acciones compensatorias para neutralizar o, al menos, atenuar los efectos de dicha perturbación, desarrolla una *retroalimentación negativa*. Los sistemas donde predomina este tipo de retroalimentación se denominan sistemas de equilibrio (estables) ya que restauran el estado previo a la perturbación mediante mecanismos que amortiguan las desviaciones respecto al equilibrio: se trata de mecanismo de control que tiene por objeto conservar el orden subyacente en el sistema.

Por el contrario, las *retroalimentaciones positivas* amplifican o magnifican las desviaciones iniciales, alejando el sistema del equilibrio. Los modelos basados en este tipo de relaciones entre sus elementos permiten describir sistemas altamente inestables e impredecibles.

La importancia relativa de los procesos de retroalimentación positiva y negativa determina el comportamiento del sistema. Cuando predominan las

retroalimentaciones negativas, el sistema tenderá hacia el equilibrio. Un sistema en el que se combinen ambos tipos de mecanismos puede presentar un comportamiento muy complejo en el que existe un cierto orden subyacente propiciado por los mecanismos de control que hacen que el sistema tenga un cierto grado de organización, que la evolución, aunque irregular esté en cierto modo acotada.

Es innegable el éxito obtenido mediante la aplicación de las técnicas de álgebra lineal a la economía. Éstas permiten abordar de manera sencilla problemas en que intervienen gran número de variables. Los procesos de cálculo son sencillos y, por tanto, cuando se cumplen ciertas condiciones, el uso de esta hipótesis que simplifica notablemente los cálculos puede estar plenamente justificado. Además, los sistemas dinámicos lineales pueden ser resueltos analíticamente, lo que no sucede cuando se trabaja con ecuaciones no lineales. Pero, las razones que han estimulado el uso de modelos lineales no son solamente cuestiones técnicas (otorgar mayor simplicidad); *el paradigma lineal encaja perfectamente con la visión mecanicista del mundo*. Estos modelos proporcionan soluciones de equilibrio, y esto está de acuerdo con la idea mantenida por los economistas neoclásicos de que la economía tiende hacia el pleno empleo de recursos y, en definitiva, hacia situaciones de equilibrio.⁴

Uno de los problemas que, desde siempre, ha preocupado a los economistas ha sido la explicación de los ciclos económicos. Las distintas escuelas económicas se han enfrentado con esta cuestión abordándola desde perspectivas diversas, tanto en lo que se refiere a los supuestos económicos como a los aspectos puramente formales. La solución que en cada caso se propone está fuertemente condicionada por las *hipótesis* que se hacen - implícita o explícitamente- sobre la *estabilidad del equilibrio*.

Los economistas formados en la tradición de la Teoría del Equilibrio General se centran en el estudio de las situaciones de equilibrio en los mercados. Esta actitud sólo tiene sentido si el equilibrio es estable, esto es, si la existencia de perturbaciones externas

⁴ Por otra parte, la evolución dinámica de los modelos lineales es predecible: o tiende hacia un equilibrio único (si el modelo es estable) o describe un comportamiento explosivo. Como señala Lorenz una teoría que postulase la imposibilidad de prever el futuro tienen claras connotaciones negativas; por otra parte, la economía como disciplina científica busca la justificación de su existencia en el hecho de ser capaz de predecir los acontecimientos futuros. Si el devenir de los acontecimientos económicos fuese impredecible, la ciencia economía se verá claramente devaluada (Lorenz, 1989, pág. 27). Según Hicks, explicar la complejidad de la economía en base a *shocks* aleatorios es equivalente a confesar nuestra ignorancia.

no implica un cambio en el comportamiento del sistema a largo plazo. Muchas veces, en la formalización de los modelos se realizan hipótesis al objeto de simplificar el tratamiento que no siempre son justificadas desde el punto de vista económico. A este respecto Koopmans señala que "la dificultad de la dinámica económica ha sugerido los supuestos y no al revés" (Koopmans, 1980). Los economistas de esta escuela utilizan básicamente modelos lineales que suponen estables.

La idea de estabilidad está profundamente arraigada en el pensamiento de aquellos acostumbrados a trabajar con modelos lineales, ya que en este tipo de modelos la inestabilidad es sinónimo de una situación explosiva (aumento o disminución indefinida de las variables) que no parece en absoluto acorde con la realidad observada.

Sin embargo, la hipótesis de estabilidad no ha sido justificada desde el punto de vista económico. Algunos economistas intentan fundamentar esta hipótesis a través de la observación de los mercados: en ellos existen mecanismos correctores de las desviaciones que les confieren estabilidad, de modo que las fluctuaciones de variables económicas no son explosivas.

Frisch, 1933, intenta romper la rigidez de los modelos lineales considerando que la economía puede ser modelizada mediante un sistema de ecuaciones diferenciales lineales a las que se añaden términos estocásticos. Esta modelización supone que los *shocks* estocásticos son los causantes de la aparición de los ciclos económicos.

Los economistas keynesianos intentan explicar la existencia de ciclos económicos suponiendo que la inestabilidad y las fluctuaciones son debidas a fallos del mercado (Kaldor, 1940, Hicks, 1950, Goodwin, 1951). Para describir la evolución de la realidad económica proponen modelos deterministas no lineales cuya solución matemática da lugar a la aparición de ciclos límite, que pretenden ser una descripción idealizada de los ciclos económicos.

Si bien esta idealización puede resultar plausible lo cierto es que tampoco son adecuados para describir la complejidad e inestabilidad que muestra la economía real. Por esta razón, a partir de los años cincuenta y sesenta se empiezan a proponer modelos con una componente aleatoria mediante los que se intenta describir las irregularidades que las variables económicas presentan en la realidad. En la elaboración de estos modelos se supone que la economía tiende hacia un equilibrio estable pero constantemente es

perturbada por *shocks* externos que son los causantes de las fluctuaciones de las variables en torno a los valores de equilibrio. Como señala Lorenz, 1989, al adoptar este enfoque los factores exógenos y, probablemente, fuerzas no económicas son las responsables de las oscilaciones, de forma que lo que el modelo intentaba explicar (los ciclos) se resuelve mediante la introducción de términos estocásticos.

Los recientes trabajos sobre ciclos económicos (Blatt, 1980, Nefçi, 1984) muestran que la mayoría de las variables que experimentan una evolución cíclica tienen un comportamiento asimétrico, esto es, las fases recesión y recuperación no tienen igual duración. Tal evidencia empírica está en contra de la utilización de modelos lineales estocásticos para describir este fenómeno ya que cuando los ciclos están originados por *shocks* aleatorios son perfectamente simétricos.

Los modelos caóticos deterministas permiten explicar de forma endógena la complejidad e irregularidad de las variables económicas. Mediante dichos modelos se pueden generar soluciones cuya evolución es similar a la de muchas variables económicas reales.

Cada vez es mayor el número de trabajos sobre modelizaciones caóticas en economía. Entre las aportaciones más importantes se encuentran las de Gabisch y Lorenz, 1989, Goodwin, 1990, Chiarella, 1990, Grandmont, 1986, Zhang, 1990, 1991; Medio, 1991, 1992, Benhabib, 1992.

Cuando se utilizan sistemas dinámicos no lineales, la hipótesis de estabilidad debe de ser revisada puesto que, en estos modelos la inestabilidad local, puede ser compatible con un comportamiento acotado de las variables y consistente con la realidad económica. Los mecanismos de retroalimentación positiva magnifican las posibles desviaciones de las variables respecto a las situaciones de equilibrio; no obstante, si el sistema cuenta con mecanismos de control de dichas desviaciones (retroalimentaciones negativas), éstos acabarán reconduciendo la evolución del sistema de forma que a pesar de las inestabilidades locales, el sistema presenta un comportamiento global acotado.

- *Aplicaciones de la Teoría del Caos a la economía.*

Tal como hemos señalado la Teoría del Caos permite explicar el comportamiento de fenómenos que evolucionan de forma compleja, y se caracterizan por presentar fluctuaciones irregulares. La Teoría del Caos ofrece interesantes aplicaciones en el campo económico. Los trabajos que se realizan en relación con la economía se pueden agrupar en torno a dos vertientes:

- De un lado existen lo que podríamos llamar *aplicaciones del concepto de caos matemático a la modelización económica* que básicamente consisten en el estudio de diversos modelos (micro o macroeconómicos) en los que la adopción de la hipótesis de no linealidad permite obtener resultados más acordes con la realidad observada. La utilización de sistemas dinámicos no lineales ofrece grandes posibilidades ya que permite explicar de manera endógena la evolución de algunas variables económicas de comportamiento muy irregular.

Las primeras aportaciones en este sentido son las de Stutzer (1980), Benhabib y Day (1981, 1982) que trabajan con un modelo de generaciones sucesivas. El interés de esta línea de investigación ha sido creciente; recientes publicaciones como Grandmont (1987), Goodwin (1992) recopilan trabajos de varios autores así como Benhabib (1992) donde se analiza la existencia de los ciclos económicos y la posibilidad de explicar las fluctuaciones de la economía mediante mecanismos endógenos.

- Por otro lado, existe una vertiente empírica que consiste *el estudio de series temporales* reales buscando evidencias de caos en el comportamiento de diversas magnitudes económicas. En esta línea podemos distinguir el estudio de series macroeconómicas y el estudio de series financieras.

No cabe duda del interés que presenta el estudio de las principales magnitudes agregadas de un país, tanto por las implicaciones teóricas como por las posibles aplicaciones empíricas. Brock y Sayers (1988) han estudiado diversas magnitudes relativas a la economía americana (series de empleo, desempleo, producción industrial, inversión privada y PNB) encontrando fuertes evidencias de no linealidad, excepto en el caso de la serie de PNB y evidencias débiles de caos. Por su parte, Barnett y Chen (1987) han probado que existen evidencias de caos en cierta serie de agregados monetarios.

Scheinkman y LeBaron (1989) estudian las series de producto nacional bruto y producción industrial de la economía americana obteniendo resultados similares a los de Brock y Sayers, 1988,. Frank y Stengos, 1988a, 1988b, trabajan con datos de la economía canadiense (series de PNB, empleo..) pero no detectan la presencia de caos.

El estudio de series macroeconómicas plantea diversos problemas que se derivan principalmente de su escasa longitud (estas series son muy cortas si se comparan con las utilizadas en otros campos de investigación como la física lo que origina problemas en los algoritmos, que no siempre convergen de manera adecuada) y del ruido al que están expuestas (errores derivados del proceso de medición y de agregación de las variables). Por todas estas circunstancias, los resultados de estas investigaciones no son siempre concluyentes.

Las series financieras presentan, por lo general, muchos menos inconvenientes que las series macroeconómicas. En primer lugar, es posible trabajar con gran volumen de datos lo que facilita la convergencia de los algoritmos de estimación pero, además, muchas veces se pueden obtener datos de periodicidad diaria y de este modo conseguir series de una longitud razonable referidas a un periodo temporal no demasiado extenso⁵. Por otro lado, se trata de series con menos ruido que en el caso anterior pues casi siempre la magnitud que se mide es un precio observado en vez de una magnitud estimada.

Frank y Stengos (1989) analizan la evolución de los precios del oro y la plata. Las series de tipo de cambio entre divisas han sido estudiadas por varios autores entre los que cabe destacar Frank, Gencay y Stengos (1988), Hsieh (1989) y, en España, Bajo, Fernández y Sosvilla (1992). Asimismo la series del mercado de valores han sido el objeto de varios trabajos como los de Peters (1991), Hsieh (1991). Recientemente han aparecido varias aplicaciones al estudio de los mercados de futuros como los de Tvde (1992) y Blank (1991) entre otros.

⁵ Cuando la serie objeto de estudio abarca un periodo muy largo es muy posible que cambien las relaciones estructurales.

BIBLIOGRAFIA

- BAJO, O. FERNANDEZ, F. SOSVILLA, S. (1992): "Comportamiento caótico en las series del tipo de cambio peseta-dolar", *Documento de trabajo 9204*, UNED.
- BAKER, G.L. and J.P. GOLLUP (1990): *Chaotic Dynamics: An Introduction*. Cambridge University Press. Melbourne.
- BARNETT, W.A. and P. CHEN (1988b): "Deterministic Chaos and Fractal Attractors as Tools for Nonparametric Dynamical Inferences", *Mathematical Computing and Modeling*, 10, 275-296.
- BENHABIB (1992): *Cycles and chaos in economic equilibrium*. Princenton University Press. New Jersey
- BENHABIB, J. and R.H. DAY (1982): "A characterization of erratic dynamics on the overlapping generations models", *Journal of Economics Dynamics and Control*, 4, 37-55.
- BERGE, P.; POMEAU, Y. and C. VIDAL (1984): *Order within Chaos*. Hermann. Paris.
- BLANK, S.C. (1991): "Chaos" in Futures Markets? A nonlinear Dynamical Analysis", *Journal of Futures Markets* Vol: 11, 1, pp. 711-728.
- BROCK, W.A. and C.L. SAYERS (1988): "Is the Business Cycle Characterized by Deterministic Chaos?", *Journal of Monetary Economics*, 22, 71-90.
- BUTLER, A (1990): "A Methodological Approach to chaos: Are Economists Missing the Point?": *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, vol. 72 Mar/Apr 1990 pp: 36-48
- CARRERAS, A.; ESCORIHUELA, J.L. REQUEJO, A. (1990): *Azar, caos e indeterminismo*. Universidad de Zaragoza
- CHIARELLA, C. (1990): *Elements of a Nonlinear Theory of Economics Dynamics*. Springer-Verlag. Berlin.
- COLLET, P and J.P. ECKMANN (1980): *Iterated maps on the interval as Dynamical Systems*. Basle: Birkhäuser.
- CREEDY, J. and V. MARTIN (1994): *Chaos an nonlinear models in economics: theory and applications*. Edwar Elgar.
- FRANK, M. Z. and T. STENGOS (1989): "Measuring the Strangeness of Gold and Silver Rates of Return", *Review of Economic Studies*, 56, 553-567.
- FRANK, M.Z.; GENCAI, R. and T. STENGOS (1988): "International Chaos?". *European Economic Review*, 32, 1569-1584.
- FRANK, M.Z. and T. STENGOS (1988b): "Some Evidence Concerning Macroeconomic Chaos". *Journal of Monetary Economics*, 22, 423-438.
- FRISCH. R. (1933): *Propagation Problems and Impluse Problems in Dynamic Economics*, In Essays in Honour of Gustav Cassel. Allen and Unwin.
- GARFINKEL, A. (1981): *Forms of explanation*. New Haven. Yale.
- GLASS, L. and MACKEY, M.C. (1988): *From clocks to chaos. The Rhythms of Life*. Princenton University Press. New Jersey.
- GOODWIN, R.M. (1990): *Chaotic Economic Dynamics*. Oxford University Press. Oxford.

- GRANDMONT, J.M. (1986a): *Nonlinear Economics Dynamics*. Academic Press. Orlando Florida.
- GREBOGI, OTT and YORKE. (1987): "Chaos, strange Attractors and Fractal basis Boundaries in Nonlinear Dynamics", *Science*, 238 (30 Octubre) 632.
- GUCKENHEIMER, J. and P. HOLMES (1983): *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Springer-Verlag. New York.
- HSIEH D. (1991): "Chaos and nonlinear Dynamics: Application to financial Markets", *Journal of Finance* Vol: 46, 5, pp. 1839-1877.
- KOOPMANS, T.C. (1980): *Tres ensayos sobre la ciencia Económica*. Bosch Eds. Barcelona.
- LESOURNE, J. (1991): *Economie de l'ordre et du desordre*. Economica. Paris.
- LORENZ H.W. (1989): *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*. Springer-Verlag. New York.
- LORENZ, E.N. (1963): "Deterministic Non-Periodic Flows", *Journal of Atmospheric Science*, 20, 130-141
- MAY R.M. (1976): "Simple mathematical models with very complicate dynamics", *Nature*, 261, pp. 459-467.
- MEDIO, A. (1992): *Chaotic Dynamics*. Cambridge University Press. Cambridge
- NAGEL, E. (1978): *Estructura de la Ciencia*. Ed. Paidós. Buenos Aires.
- PARKER, D. and R. STACEY. (1994): *Chaos management and economics. The implications of non-linear thinking*. Institute of Economics Affairs. Hobart Paper, 125.
- PETERS, E.E. (1991): *Chaos and Order in the Capital Markets*. John Wiley and Sons. New York.
- POPPER K.R. (1979): *El desarrollo del conocimiento científico. Conjeturas y refutaciones*. Paidos. Buenos Aires.
- RADZICKI, M.J. (1990): "Institutional Dynamics, Deterministic Chaos, y Self-Organizing Systems", *Journal of Economic Issues*, Vol. 24, 1, pp: 57-102.
- SCHEINKMAN, J.A. and B. LeBARON (1989): "Nonlinear Dynamics and GNP Data", En: *Economic Complexity: Chaos, Sunspots, Bubbles, and Nonlinearity*. (Ed. por Barnett. W.A. Geneke, J. and K. Shell), 213-227. Cambridge University Press. New York.
- SERRA, R and ZANARINI, G. ANDRETTI, M. M. COMPIANI (1986). *Introduction on the physics of complex systems*. Servicio de Publicaciones de la University of Illinois
- STEWART, I. (1991): *¿Juega Dios a los dados?*. Editorial Crítica. Barcelona.
- STUTZER M.J. (1980): "Chaotic Dynamics and Bifurcation in a macroeconomic model", *Journal of Economics Dynamics and Control*, 2, pp 353-376.
- TVEDE, L. (1992): "What "chaos" Really Means in financial Markets", *Futures: The Magazine of Commodities & Options* Vol: 21, 2, pp. 34-36
- WAGENSBERG, J. (1985): *Ideas sobre la complejidad del mundo*. Tusquets. Barcelona.
- WEAVER. W. (1948): Science and complexity. *American Scientist*, nº 36, pp. 536.
- ZHANG. W.J. (1990): *Economic Dynamics. Growth and Development*. Springer-Velag. Berlin-Heidelberg.

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
RELACIÓN DE DOCUMENTOS DE TRABAJO:

- Doc. 001/88 **JUAN A. VAZQUEZ GARCIA.**- Las intervenciones estatales en la minería del carbón.
- Doc. 002/88 **CARLOS MONASTERIO ESCUDERO.**- Una valoración crítica del nuevo sistema de financiación autonómica.
- Doc. 003/88 **ANA ISABEL FERNANDEZ ALVAREZ; RAFAEL GARCIA RODRIGUEZ; JUAN VENTURA VICTORIA.**- Análisis del crecimiento sostenible por los distintos sectores empresariales.
- Doc. 004/88 **JAVIER SUAREZ PANDIELLO.**- Una propuesta para la integración multijurisdiccional.
- Doc. 005/89 **LUIS JULIO TASCÓN FERNANDEZ; JOSE MANUEL DIEZ MODINO.**- La modernización del sector agrario en la provincia de León.
- Doc. 006/89 **JOSE MANUEL PRADO LORENZO.**- El principio de gestión continuada: Evolución e implicaciones.
- Doc. 007/89 **JAVIER SUAREZ PANDIELLO.**- El gasto público del Ayuntamiento de Oviedo (1982-88).
- Doc. 008/89 **FELIX LOBO ALEU.**- El gasto público en productos industriales para la salud.
- Doc. 009/89 **FELIX LOBO ALEU.**- La evolución de las patentes sobre medicamentos en los países desarrollados.
- Doc. 010/90 **RODOLFO VAZQUEZ CASIELLES.**- Investigación de las preferencias del consumidor mediante análisis de conjunto.
- Doc. 011/90 **ANTONIO APARICIO PEREZ.**- Infracciones y sanciones en materia tributaria.
- Doc. 012/90 **MONTSERRAT DIAZ FERNANDEZ; CONCEPCION GONZALEZ VEIGA.**- Una aproximación metodológica al estudio de las matemáticas aplicadas a la economía.
- Doc. 013/90 **EQUIPO MECO.**- Medidas de desigualdad: un estudio analítico
- Doc. 014/90 **JAVIER SUAREZ PANDIELLO.**- Una estimación de las necesidades de gastos para los municipios de menor dimensión.
- Doc. 015/90 **ANTONIO MARTINEZ ARIAS.**- Auditoría de la información financiera.
- Doc. 016/90 **MONTSERRAT DIAZ FERNANDEZ.**- La población como variable endógena
- Doc. 017/90 **JAVIER SUAREZ PANDIELLO.**- La redistribución local en los países de nuestro entorno.
- Doc. 018/90 **RODOLFO GUTIERREZ PALACIOS; JOSE MARIA GARCIA BLANCO.**- "Los aspectos invisibles" del declive económico: el caso de Asturias.
- Doc. 019/90 **RODOLFO VAZQUEZ CASIELLES; JUAN TRESPALACIOS GUTIERREZ.**- La política de precios en los establecimientos detallistas.
- Doc. 020/90 **CANDIDO PAÑEDA FERNANDEZ.**- La demarcación de la economía (seguida de un apéndice sobre su relación con la Estructura Económica).

- Doc. 021/90 **JOAQUIN LORENCES.**- Margen precio-coste variable medio y poder de monopolio.
- Doc. 022/90 **MANUEL LAFUENTE ROBLEDO; ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.**- El T.A.E. de las operaciones bancarias.
- Doc. 023/90 **ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.**- Amortización y coste de préstamos con hojas de cálculo.
- Doc. 024/90 **LUIS JULIO TASCÓN FERNÁNDEZ; JEAN-MARC BUIGUES.**- Un ejemplo de política municipal: precios y salarios en la ciudad de León (1613-1813).
- Doc. 025/90 **MYRIAM GARCIA OLALLA.**- Utilidad de las teorías de las opciones para la administración financiera de la empresa.
- Doc. 026/91 **JOAQUIN GARCIA MURCIA.**- Novedades de la legislación laboral (octubre 1990 - enero 1991)
- Doc. 027/91 **CANDIDO PAÑEDA.**- Agricultura familiar y mantenimiento del empleo: el caso de Asturias.
- Doc. 028/91 **PILAR SAENZ DE JUBERA.**- La fiscalidad de planes y fondos de pensiones.
- Doc. 029/91 **ESTEBAN FERNÁNDEZ SANCHEZ.**- La cooperación empresarial: concepto y tipología (*)
- Doc. 030/91 **JOAQUIN LORENCES.**- Características de la población parada en el mercado de trabajo asturiano.
- Doc. 031/91 **JOAQUIN LORENCES.**- Características de la población activa en Asturias.
- Doc. 032/91 **CARMEN BENAVIDES GONZÁLEZ.**- Política económica regional
- Doc. 033/91 **BENITO ARRUÑADA SANCHEZ.**- La conversión coactiva de acciones comunes en acciones sin voto para lograr el control de las sociedades anónimas: De cómo la ingenuidad legal prefigura el fraude.
- Doc. 034/91 **BENITO ARRUÑADA SANCHEZ.**- Restricciones institucionales y posibilidades estratégicas.
- Doc. 035/91 **NURIA BOSCH; JAVIER SUÁREZ PANDIELLO.**- Seven Hypotheses About Public Choice and Local Spending. (A test for Spanish municipalities).
- Doc. 036/91 **CARMEN FERNÁNDEZ CUERVO; LUIS JULIO TASCÓN FERNÁNDEZ.**- De una olvidada revisión crítica sobre algunas fuentes histórico-económicas: las ordenanzas de la gobernación de la cabecera.
- Doc. 037/91 **ANA JESUS LOPEZ; RIGOBERTO PÉREZ SUÁREZ.**- Indicadores de desigualdad y pobreza. Nuevas alternativas.
- Doc. 038/91 **JUAN A. VÁZQUEZ GARCÍA; MANUEL HERNÁNDEZ MUÑOZ.**- La industria asturiana: ¿Podemos pasar la página del declive?.
- Doc. 039/92 **INES RUBIN FERNÁNDEZ.**- La Contabilidad de la Empresa y la Contabilidad Nacional.
- Doc. 040/92 **ESTEBAN GARCÍA CANAL.**- La Cooperación interempresarial en España: Características de los acuerdos de cooperación suscritos entre 1986 y 1989.
- Doc. 041/92 **ESTEBAN GARCÍA CANAL.**- Tendencias empíricas en la conclusión de acuerdos de cooperación.
- Doc. 042/92 **JOAQUIN GARCIA MURCIA.**- Novedades en la Legislación Laboral.

- Doc. 043/92 **RODOLFO VAZQUEZ CASIELLES.**- El comportamiento del consumidor y la estrategia de distribución comercial: Una aplicación empírica al mercado de Asturias.
- Doc. 044/92 **CAMILO JOSE VAZQUEZ ORDAS.**- Un marco teórico para el estudio de las fusiones empresariales.
- Doc. 045/92 **CAMILO JOSE VAZQUEZ ORDAS.**- Creación de valor en las fusiones empresariales a través de un mayor poder de mercado.
- Doc. 046/92 **ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.**- Influencia relativa de la evolución demográfica en le futuro aumento del gasto en pensiones de jubilación.
- Doc. 047/92 **ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.**- Aspectos demográficos del sistema de pensiones de jubilación español.
- Doc. 048/92 **SUSANA LOPEZ ARES.**- Marketing telefónico: concepto y aplicaciones.
- Doc. 049/92 **CESAR RODRIGUEZ GUTIERREZ.**- Las influencias familiares en el desempleo juvenil.
- Doc. 050/92 **CESAR RODRIGUEZ GUTIERREZ.**- La adquisición de capital humano: un modelo teórico y su contrastación.
- Doc. 051/92 **MARTA IBAÑEZ PASCUAL.**- El origen social y la inserción laboral.
- Doc. 052/92 **JUAN TRESPALACIOS GUTIERREZ.**- Estudio del sector comercial en la ciudad de Oviedo.
- Doc. 053/92 **JULITA GARCIA DIEZ.**- Auditoría de cuentas: su regulación en la CEE y en España. Una evidencia de su importancia.
- Doc. 054/92 **SUSANA MENENDEZ REQUEJO.**- El riesgo de los sectores empresariales españoles: rendimiento requerido por los inversores.
- Doc. 055/92 **CARMEN BENAVIDES GONZALEZ.**- Una valoración económica de la obtención de productos derivados del petróleo a partir del carbón
- Doc. 056/92 **IGNACIO ALFREDO RODRIGUEZ-DEL BOSQUE RODRIGUEZ.**- Consecuencias sobre el consumidor de las actuaciones bancarias ante el nuevo entorno competitivo.
- Doc. 057/92 **LAURA CABIEDES MIRAGAYA.**- Relación entre la teoría del comercio internacional y los estudios de organización industrial.
- Doc. 058/92 **JOSE LUIS GARCIA SUAREZ.**- Los principios contables en un entorno de regulación.
- Doc. 059/92 **M^a JESUS RIO FERNANDEZ; RIGOBERTO PEREZ SUAREZ.**- Cuantificación de la concentración industrial: un enfoque analítico.
- Doc. 060/94 **M^a JOSE FERNANDEZ ANTUÑA.**- Regulación y política comunitaria en materia de transportes.
- Doc. 061/94 **CESAR RODRIGUEZ GUTIERREZ.**- Factores determinantes de la afiliación sindical en España.
- Doc. 062/94 **VICTOR FERNANDEZ BLANCO.**- Determinantes de la localización de las empresas industriales en España: nuevos resultados.

- Doc. 063/94 **ESTEBAN GARCIA CANAL.**- La crisis de la estructura multidivisional.
- Doc. 064/94 **MONTSERRAT DIAZ FERNANDEZ; EMILIO COSTA REPARAZ.**- Metodología de la investigación econométrica.
- Doc. 065/94 **MONTSERRAT DIAZ FERNANDEZ; EMILIO COSTA REPARAZ.**- Análisis Cualitativo de la fecundidad y participación femenina en el mercado de trabajo.
- Doc. 066/94 **JOAQUIN GARCIA MURCIA.**- La supervisión colectiva de los actos de contratación: la Ley 2/1991 de información a los representantes de los trabajadores.
- Doc. 067/94 **JOSE LUIS GARCIA LAPRESTA; M^a VICTORIA RODRIGUEZ URÍA.**- Coherencia en preferencias difusas.
- Doc. 068/94 **VICTOR FERNANDEZ; JOAQUIN LORENCES; CESAR RODRIGUEZ.**- Diferencias interterritoriales de salarios y negociación colectiva en España.
- Doc. 069/94 **M^a DEL MAR ARENAS PARRA; M^a VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA.**- Programación clásica y teoría del consumidor.
- Doc. 070/94 **M^a DE LOS ÁNGELES MENÉNDEZ DE LA UZ; M^a VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA.**- Tantos efectivos en los empréstitos.
- Doc. 071/94 **AMELIA BILBAO TEROL; CONCEPCIÓN GONZÁLEZ VEIGA; M^a VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA.**- Matrices especiales. Aplicaciones económicas.
- Doc. 072/94 **RODOLFO GUTIÉRREZ.**- La representación sindical: Resultados electorales y actitudes hacia los sindicatos.
- Doc. 073/94 **VÍCTOR FERNÁNDEZ BLANCO.**- Economías de aglomeración y localización de las empresas industriales en España.
- Doc. 074/94 **JOAQUÍN LORENCES RODRÍGUEZ; FLORENTINO FELGUEROSO FERNÁNDEZ.**- Salarios pactados en los convenios provinciales y salarios percibidos.
- Doc. 075/94 **ESTEBAN FERNÁNDEZ SÁNCHEZ; CAMILO JOSÉ VÁZQUEZ ORDÁS.**- La internacionalización de la empresa.
- Doc. 076/94 **SANTIAGO R. MARTÍNEZ ARGUELLES.**- Análisis de los efectos regionales de la terciarización de ramas industriales a través de tablas input-output. El caso de la economía asturiana.
- Doc. 077/94 **VÍCTOR IGLESIAS ARGUELLES.**- Tipos de variables y metodología a emplear en la identificación de los grupos estratégicos. Una aplicación empírica al sector detallista en Asturias.
- Doc. 078/94 **MARTA IBÁÑEZ PASCUAL; F. JAVIER MATO DÍAZ.**- La formación no reglada a examen. Hacia un perfil de sus usuarios.
- Doc. 079/94 **IGNACIO A. RODRÍGUEZ-DEL BOSQUE RODRÍGUEZ.**- Planificación y organización de la fuerza de ventas de la empresa.
- Doc. 080/94 **FRANCISCO GONZÁLEZ RODRÍGUEZ.**- La reacción del precio de las acciones ante anuncios de cambios en los dividendos.

- Doc. 081/94 **SUSANA MENÉNDEZ REQUEJO.**- Relaciones de dependencia de las decisiones de inversión, financiación y dividendos.
- Doc. 082/95 **MONTSERRAT DÍAZ FERNÁNDEZ; EMILIO COSTA REPARAZ; M^a del MAR LLORENTE MARRÓN.**- Una aproximación empírica al comportamiento de los precios de la vivienda en España.
- Doc. 083/95 **M^a CONCEPCIÓN GONZÁLEZ VEIGA; M^a VICTORIA RODRÍGUEZ URÍA.**- Matrices semipositivas y análisis interindustrial. Aplicaciones al estudio del modelo de Sraffa-Leontief.
- Doc. 084/95 **ESTEBAN GARCÍA CANAL.**- La forma contractual en las alianzas domésticas e internacionales.
- Doc. 085/95 **MARGARITA ARGÜELLES VÉLEZ; CARMEN BENAVIDES GONZÁLEZ.**- La incidencia de la política de la competencia comunitaria sobre la cohesión económica y social.
- Doc. 086/95 **VÍCTOR FERNÁNDEZ BLANCO.**- La demanda de cine en España. 1968-1992.
- Doc. 087/95 **JUAN PRIETO RODRÍGUEZ.**- Discriminación salarial de la mujer y movilidad laboral.
- Doc. 088/95 **M^a CONCEPCIÓN GONZÁLEZ VEIGA.**- La teoría del caos. Nuevas perspectivas en la modelización económica.
- Doc. 089/95 **SUSANA LÓPEZ ARES.**- Simulación de fenómenos de espera de capacidad limitada con llegadas y número de servidores dependientes del tiempo con hoja de cálculo.
- Doc. 090/95 **JAVIER MATO DÍAZ.**- ¿Existe sobrecualificación en España?. Algunas variables explicativas.
- Doc. 091/95 **M^a JOSÉ SANZO PÉREZ.**- Estrategia de distribución para productos y mercados industriales.
- Doc. 092/95 **JOSÉ BAÑOS PINO; VÍCTOR FERNÁNDEZ BLANCO.**- Demanda de cine en España: Un análisis de cointegración.
- Doc. 093/95 **M^a LETICIA SANTOS VIJANDE.**- La política de marketing en las empresas de alta tecnología.
- Doc. 094/95 **RODOLFO VÁZQUEZ CASIELLES; IGNACIO RODRÍGUEZ-DEL BOSQUE; AGUSTÍN RUIZ VEGA.**- Expectativas y percepciones del consumidor sobre la calidad del servicio. Grupos estratégicos y segmentos del mercado para la distribución comercial minorista.
- Doc. 095/95 **ANA ISABEL FERNÁNDEZ; SILVIA GÓMEZ ANSÓN.**- La adopción de acuerdos estatutarios antiadquisición. Evidencia en el mercado de capitales español.
- Doc. 096/95 **ÓSCAR RODRÍGUEZ BUZNEGO.**- Partidos, electores y elecciones locales en Asturias. Un análisis del proceso electoral del 28 de Mayo.
- Doc. 097/95 **ANA M^a DÍAZ MARTÍN.**- Calidad percibida de los servicios turísticos en el ámbito rural.
- Doc. 098/95 **MANUEL HERNÁNDEZ MUÑIZ; JAVIER MATO DÍAZ; JAVIER BLANCO GONZÁLEZ.**- Evaluating the impact of the European Regional Development Fund: methodology and results in Asturias (1989-1993).