

Doc. 059/1992

MARIA JESUS RIO - RIGOBERTO PEREZ

**Cuantificación de la concentración industrial: un
enfoque analítico**

CUANTIFICACION DE LA CONCENTRACION INDUSTRIAL : UN ENFOQUE ANALITICO

María Jesús Ríó y Rigoberto Pérez

Métodos Cuantitativos para la Economía

1. Introducción: motivación económica del problema

El interés por la concentración industrial tuvo su origen en los estudios teóricos sobre la competencia imperfecta y el monopolio desarrollados en los años treinta. En esa época se comenzó a observar en el funcionamiento de los mercados no estrictamente competitivos cierto tipo de efectos que hasta ese momento habían sido vinculados exclusivamente al monopolio; nos referimos a la capacidad de control de la actividad económica por parte de las empresas de mayor tamaño, lo que, en síntesis, se conoce como poder de mercado o grado de monopolio, y sus consecuencias sobre la conducta y los resultados obtenidos.

Aunque los fallos en los procesos de mercado, esto es, su desviación del comportamiento competitivo puro pueden ser consecuencia de muy diversos factores, no cabe duda respecto a que tanto el número como la distribución por tamaños -cuotas de mercado- de las empresas que integran un sector industrial son aspectos estructurales que

afectarán a su comportamiento y resultados.

La teoría económica señala como principales consecuencias del poder de monopolio, es decir, del control de la actividad por un reducido número de empresas, las siguientes:

1) *Pérdida de eficiencia en la asignación de recursos en la medida en que exista una menor preocupación por la utilización de todos los recursos disponibles así como por la incorporación de avances tecnológicos que permitan mejorar la productividad de los factores y la calidad de los productos.*

2) *Disminución de la equidad en el reparto de la renta, en tanto en cuanto las empresas puedan fijar precios excesivamente superiores a los costes productivos. En efecto, como señala Utton [16]: "La necesidad de medir la concentración de un mercado surge directamente de la teoría de los precios, que sugiere la posibilidad de una mala asignación de los recursos y de la renta allí donde los mercados contienen fuertes elementos de monopolio u oligopolio".*

En el estudio de la concentración pueden ser distinguidos tres niveles fundamentales. Un primer aspecto se refiere a los problemas relacionados con su medición, es decir, se trata de asociar a cada mercado un escalar que refleje convenientemente el fenómeno, en el sentido de que resuma en un dato la información derivada de la distribución de tamaños de las empresas; así pues, deberá tener en cuenta su número y la desigualdad entre las participaciones individuales o cuotas de mercado.

Un segundo nivel trata de encontrar las causas del grado de concentración observado, al objeto de analizar posibles factores que determinarán su evolución en el futuro.

Por último, un tercer aspecto se centra en conocer la influencia que ejerce el nivel de concentración sobre los resultados del mercado en lo que se refiere a su desviación del comportamiento competitivo.

En este trabajo abordamos únicamente algunas cuestiones relacionadas con el primero de los objetivos señalados, esto es, nos referiremos a problemas que surgen en relación con la medición de la concentración industrial.

2.- Medidas de concentración: distintas alternativas

Desde el inicio de los estudios de concentración son numerosos los índices que

han sido propuestos para medir dicho fenómeno. En este apartado comentaremos algunas de las medidas de uso más frecuente.

Para ello, hagamos el siguiente planteamiento: Consideremos un sector industrial integrado por N empresas, cuya participación -tamaño relativo- representamos por p_i , siendo $p_i > 0$ para $i = 1, 2, \dots, N$ y $\sum p_i = 1$. Además, sin pérdida de generalidad, podemos suponer ordenado en sentido decreciente el vector de participaciones, es decir, (p_1, p_2, \dots, p_N) con $p_i \geq p_{i+1}$ para todo i . Representemos por X esa distribución del mercado. Como resulta evidente, las distintas distribuciones o vectores de participaciones son elementos del simplex unitario N dimensional, es decir, del subconjunto S^N de \mathbb{R}^N definido como sigue: $S^N = \{ (x_1, x_2, \dots, x_N) / x_i > 0 \text{ y } \sum x_i = 1 \}$.

En general, una medida de concentración $I_N(X)$ será definida como una aplicación del conjunto S^N en el conjunto de los números reales no negativos.

Tradicionalmente, una de las medidas más utilizadas es el "ratio de concentración de las k mayores empresas" (CR_k), que viene definido por la expresión siguiente:

$$CR_k(X) = \sum_{i=1}^k p_i$$

donde k representa el número de empresas elegidas en la cola superior de la distribución, es decir, el ratio recoge la cuota de mercado conjunta acumulada por las k mayores firmas que integran el mercado. Esta medida presenta la ventaja relativa de que para su cálculo se necesita disponer de poca información lo que, al mismo tiempo, se convierte en inconveniente en tanto en cuanto que no toma en consideración la composición global del sector. También es otra desventaja la arbitrariedad con que es fijado el número k (en muchos trabajos se toma $k = 4, 8, \dots$).

También otro tipo de medidas cuyo uso fue ampliamente extendido son las derivadas de la curva de concentración de la distribución. En particular, los índices de Gini y de Lorenz -principalmente-; sin embargo, en términos estrictos, ambos son indicadores de la desigualdad de los tamaños más que de la concentración.

Se define el índice de Herfindahl como el valor de la expresión:

$$H(X) = \sum_{i=1}^N p_i^2$$

de donde se deduce que este indicador está más influenciado por las empresas grandes que por las pequeñas.

La expresión:

$$HK_\alpha(X) = \left(\sum p_i^\alpha \right)^{1/(1-\alpha)}$$

define al índice de Hannah y Kay, siendo α un parámetro de elasticidad que refleja el mayor o menor peso concedido a las mayores empresas en relación con las menores. Como resulta evidente, esta medida constituye una generalización de la anterior.

En la década de los 60, ciertas propiedades de las medidas de entropía de Teoría de la Información, motivaron su introducción como indicadores de la concentración. Concretamente Theil (1967) [15] propone el siguiente índice:

$$T(X) = -\sum_{i=1}^N p_i \log p_i$$

que se obtiene a partir de la medida de entropía de Shannon y que puede ser interpretado como indicador de la incertidumbre asociada a la distribución del mercado. Con otras palabras, $T(X)$ proporciona una valoración del grado de competencia entre las empresas del sector y, por tanto, en sentido opuesto indicará su nivel de concentración.

Se puede comprobar que el índice de Hannah y Kay converge a $T(X)$, cuando el valor del parámetro α tiende a 1.

En trabajos previos, hemos introducido el índice cuadrático como un indicador adecuado para cuantificar el nivel de concentración de una industria.

Se define el **índice cuadrático** como el valor de la siguiente expresión:

$$I^2(X) = 1 - \sum_{i=1}^N p_i^2$$

Al igual que el índice de Theil, éste es un indicador surgido de la Teoría de la Información; concretamente se define a partir de la medida de entropía generalizada introducida por Havrda y Charvat. Así pues, admite, al menos, las mismas interpretaciones que avalan a $T(X)$ como indicador del nivel de competencia existente entre las empresas que integran el mercado.

La elección de un determinado indicador para valorar en la práctica el grado de concentración es una cuestión importante en sí misma y que está condicionada por dos aspectos cualitativamente diferentes. Por una parte, debemos elegir un buen índice, esto es, una medida que goce de una serie de propiedades teóricas relevantes en relación con el fenómeno que tratamos de cuantificar. Pero, además, debemos tener en cuenta la información cuantitativa disponible sobre la distribución del sector y utilizar aquel indicador que mejor permita explotar los datos de cara a nuestros objetivos.

En los apartados siguientes analizaremos estos dos aspectos, así como el comportamiento de algunas de las medidas de concentración introducidas.

3. Propiedades deseables

La cuantificación de la concentración tiene interés en la medida en que su valor refleje de manera adecuada el grado de control de la actividad detentado por las mayores empresas de un sector industrial. Así pues, desde un punto de vista analítico debemos prestar una adecuada atención y buscar medidas que dependan no sólo de la distribución de las cuotas de mercado sino también del número de empresas y que la variación en cualquiera de ambos factores tenga una repercusión adecuada sobre su valor. En este apartado comentaremos una serie de propiedades que intuitivamente, y según lo que acabamos de exponer, parece lógico exigir a las medidas de concentración.

1 - Simetría. Una medida de concentración debe ser una función simétrica de sus argumentos, esto es, si $X = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ es la distribución de tamaños, entonces:

$$I_N(p_1, p_2, \dots, p_N) = I_N(p_{\nu(1)}, p_{\nu(2)}, \dots, p_{\nu(N)})$$

siendo ν una permutación arbitraria del conjunto $\{1, 2, \dots, N\}$. Esta propiedad permite calcular la concentración de modo imparcial y manteniendo en el anonimato a las empresas que integran el sector.

2 - Continuidad. Esta propiedad garantiza que pequeñas variaciones en los tamaños relativos de las empresas conllevarán asimismo una pequeña modificación de la concentración del sector.

3 - Normalización. Parece adecuado que el indicador sea una medida relativa puesto que de ese modo nos facilita no sólo valorar e interpretar el grado de concentración de determinado sector sino, además, comparar diferentes situaciones entre sí. Para ello, el recorrido del índice debe ser acotado al menos en uno de sus extremos, que será asociado con una situación límite, pues entonces ésa será la referencia respecto a la que compararemos el grado de concentración asociado a cualquier otra situación. Generalmente, la situación límite considerada es la de mínima concentración que se corresponde con un reparto equitativo del mercado, es decir, todas las empresas tienen el mismo tamaño relativo ($1/N$). Además, en situación de equidistribución, el grado de concentración debería depender del número de empresas (N) y ser decreciente con dicho número, porque lógicamente cuanto mayor sea el número de empresas que se repartan equitativamente el mercado mayor será el nivel de competencia entre ellas.

4 - Principio de transferencia. Si una empresa pierde parte de su cuota en favor de otra más pequeña, entonces se producirá una disminución en la concentración del sector, esto es:

$$I_N(p_1, \dots, p_i, \dots, p_j, \dots, p_N) > I_N(p_1, \dots, p_i - \epsilon, \dots, p_j + \epsilon, \dots, p_N)$$

siendo $0 < \varepsilon < (p_i - p_j)/2$

Esta propiedad refleja la influencia que tiene un cambio en la desigualdad de los tamaños relativos de las empresas, permaneciendo inalterado su número.

Igualmente, puede ser establecida en sentido contrario, considerando que la transferencia se produce de una empresa a otra con mayor participación.

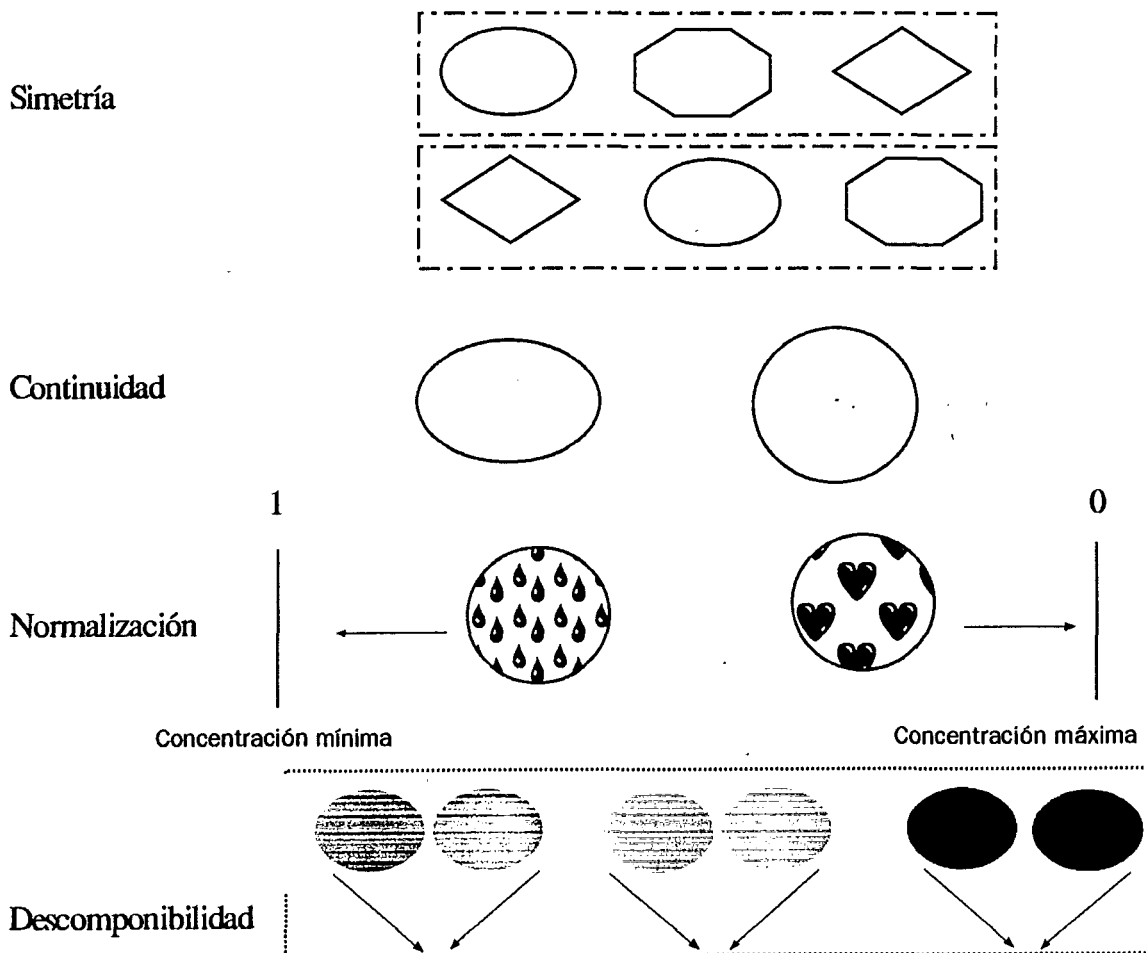
5 - Descomponibilidad. La concentración puede ser estudiada a diferentes niveles de agregación, esto es, podemos estudiar separadamente la concentración de cada uno de los sectores que componen la industria o el nivel global, pero también podemos enfocar el estudio tratando de relacionar las concentraciones individuales con la agregada pues de esa forma podríamos conocer la influencia de cada uno de los sectores sobre el conjunto de la industria.

Para poder adoptar este enfoque es necesario utilizar una medida de concentración que sea descomponible, esto es, que si suponemos la industria integrada por r sectores, nos permita obtener la concentración global por medio de una expresión del tipo siguiente:

$$I_N(X) = I_r + \sum \alpha_i I_N^i(X_i)$$

donde I_r representa la concentración intersectorial, $I_N^i(X_i)$ es la concentración individual del sector i y α_i es un coeficiente de ponderación que depende del peso relativo del sector i .

El papel que desempeñan estas propiedades se recoge en el siguiente esquema:



4.- Comportamiento de las medidas de concentración

La adecuación de las diferentes medidas propuestas a la cuantificación de la concentración puede ser analizada desde diversas perspectivas, que obedecen bien a un enfoque teórico del problema, o bien a un enfoque empírico. Con otras palabras, para examinar si una medida es adecuada para valorar el grado de concentración, debemos fijarnos en el significado de sus propiedades formales en el contexto del problema que nos ocupa, así como en su capacidad de adaptación al tratamiento de situaciones concretas, de las que normalmente se tienen unas referencias cuantitativas limitadas (la información disponible es incompleta). Estamos hablando de características que son complementarias y, por tanto, a cuya luz el término "adecuado" resulta muy ambiguo, esto es, admite una amplia gama de precisiones. En este apartado y los siguientes abordaremos algunas cuestiones relacionadas con la bondad de los indicadores y la importancia que tiene la elección de uno concreto; no obstante, en ningún momento estableceremos un orden de preferencia entre ellos.

En primer lugar, comentaremos cómo es el comportamiento de las medidas introducidas anteriormente ante las propiedades deseables enunciadas en el epígrafe 3.

Por una parte, debemos indicar que, al menos desde un punto de vista teórico, el ratio de concentración (CR_k) es la menos conveniente porque, como ya señalamos, no tiene en cuenta las participaciones de todas las empresas; además como consecuencia, es la única que no cumple la simetría.

Todos los índices son funciones continuas de sus argumentos y también todos ellos están normalizados, excepto T . En todos los casos, excepto para T e I^2 , su valor tiende a cero cuanto más próxima sea la situación a la equidistribución, en cuyo caso algunos alcanzan esa cota mínima. Para los índices T e I^2 , como sus valores indican directamente el grado de competencia, resulta que su mínimo valor -cero- se corresponde con una situación monopolista. El índice T no está acotado superiormente mientras que I^2 lo está por uno; en el primer caso esto significa que cuanto mayor sea T más competitivo es el mercado, aunque como no existe una cota superior, la situación de competencia pura no puede ser utilizada como elemento de comparación. Por el contrario, para el índice I^2 se tiene que cuanto más competitivo sea el mercado su valor se aproxima a uno, pudiendo identificar este valor límite con la competencia perfecta. Las otras medidas están acotadas superiormente por uno, identificándose esta cota con una situación de monopolio.

El principio de transferencia es satisfecho por todos los indicadores, excepción hecha del ratio, que no se verá afectado tanto si el trasvase se realiza entre dos empresas que no están entre las k mayores como si tiene lugar entre dos que pertenecen a ese grupo; sin embargo, aquí la diferencia no está en analizar quien cumple dicho principio sino en ver el impacto que tiene sobre el indicador de concentración cualquier reajuste que se produzca en el sector según el punto de partida de las empresas que ceden participación y aquéllas que la incrementan así como la cuota transferida.

Finalmente, sólo gozan de la propiedad de descomponibilidad los indicadores que proceden de la teoría de la información, lo que no es casual ya que fue la propiedad de ramificación de las medidas de entropía la principal cualidad que atrajo la atención de los especialistas en cuanto a su significado y operatividad en el análisis de la concentración y de la citada propiedad de ramificación se deriva la descomponibilidad.

La propiedad de descomponibilidad fue introducida en un primer momento como un importante instrumento de cálculo cuyas ventajas permitían aprovechar la información parcial y obtener el índice global a partir de los índices obtenidos para las distintas ramas que componen la industria. Sin embargo, su significado va mucho más lejos de una simple regla de cálculo; nos está indicando que las partes pueden relacionarse con el todo y además cómo se expresa esa relación.

Un indicador que verifique esta propiedad puede ser utilizado en análisis sectoriales y espaciales por cuanto a partir de una misma información (y por tanto homogénea) permite hacer comparaciones entre los distintos conglomerados y estratos en los que se puede dividir el sector. Actualmente la importancia de esta propiedad es tal que cualquier indicador que no la verifique no sería recomendable para cuantificar el nivel de concentración de un sector industrial.

Hecho este primer análisis, el balance respecto a la adecuación no parece demasiado nítido. Nos encontramos con que el índice que menos propiedades verifica es el ratio; en el extremo opuesto, se sitúan los índices T e I^2 . No obstante, los restantes indicadores satisfacen todos los requisitos a excepción de la descomponibilidad que, según acabamos de comentar, gozan aquéllos por su especial procedencia.

En consecuencia, parece conveniente que examinemos la bondad de estas medidas -dejando aparte el ratio- por medio de algún conjunto de propiedades que sea más exhaustivo; a ello dedicaremos el apartado siguiente.

5.-Las axiomáticas de Hall y Tideman y de Hannah y Kay

Dado el gran abanico de posibilidades existente en cuanto a elección de un indicador de la concentración industrial, algunos autores como Hall y Tideman [5] o Hannah y Kay [6] se preocuparon por estudiar ciertos conjuntos de propiedades que, en principio, debería satisfacer un buen índice de concentración industrial. Así pues, las axiomáticas que propusieron estos autores constituyen sistemas exhaustivos de propiedades deseables que permiten caracterizar a dichas medidas y son frecuentemente utilizadas para contrastar la bondad de los indicadores de concentración. Cronológicamente, la primera fue establecida por Hall y Tideman (1967)[5] y sus propiedades son :

- 1) Un índice de concentración debe ser una medida adimensional.
- 2) La concentración de una industria debe ser independiente del tamaño de la misma, esto es, del número de empresas que la integran.
- 3) La concentración debe aumentar si la participación de una firma aumenta a expensas de otra firma más pequeña. En otros términos, deberá cumplirse el "principio de transferencia".
- 4) Si todas las firmas se dividen en k partes iguales, entonces el índice deberá reducirse en la proporción $(1/k)$.
- 5) Si hay N firmas de igual tamaño, la concentración deberá decrecer en función de N .
- 6) Una medida de concentración deberá oscilar entre cero y uno.

El axioma 1) implica que una medida de concentración debe establecer un orden completo en el conjunto de industrias, esto es, que dadas dos distribuciones de mercado cualesquiera, debe indicarnos si una de ellas está más concentrada que la otra o si ambas están igualmente concentradas.

El axioma 2) pone de manifiesto que la importancia relativa de cada firma viene recogida por su participación en el mercado.

El axioma 3) coincide con una de las propiedades comentadas en el epígrafe anterior.

El axioma 4), aplicado a la fusión de empresas, indica que si se unen k firmas de igual tamaño entonces la concentración aumenta en esa misma proporción.

El axioma 5) significa que si el sector está equitativamente distribuido, su

nivel de concentración depende del número N de empresas de forma decreciente, lo que concuerda intuitivamente con el hecho de que cuantas más empresas se repartan el mercado mayor es el nivel de competencia entre ellas y, por tanto, menor el grado de concentración.

El axioma 6) es una especificación rígida de la propiedad de normalización del apartado anterior.

En 1977, Hannah y Kay [6] establecieron otro sistema, cuyas propiedades son:

I) Situadas las empresas en orden decreciente de tamaño, un incremento en la participación acumulada por la j -ésima firma para cualquier j , implica un aumento de la concentración.

II) El principio de transferencia debe ser satisfecho.

III) La entrada de nuevas firmas, con tamaño inferior a uno significativo fijado arbitrariamente, deberá reducir la concentración.

IV) La fusión de empresas deberá aumentar la concentración.

V) Una diferenciación aleatoria de los productos por parte de los consumidores deberá reducir la concentración.

VI) Cuanto más pequeña sea la participación de una firma nueva, menor deberá ser su efecto sobre el grado de concentración.

VII) La influencia de factores aleatorios sobre el crecimiento de las empresas deberá aumentar la concentración.

La primera axiomática tiene una clara tendencia normativa como lo ponen de manifiesto los axiomas 1), 4) y 6), mientras que en la segunda se adopta un enfoque más conceptual y puramente económico del problema. No obstante, existen ciertos paralelismos entre ellas; por ejemplo, ambas exigen la verificación del principio de transferencia pues la propiedad I) no es más que una forma débil de plantear dicho principio. Asimismo, las propiedades 4) y IV) pueden ser consideradas equivalentes, si bien esta última es más general y menos normativa.

Distintos autores han analizado el significado y el contenido normativo de estos sistemas de axiomas. Curry y George [2] realizan una síntesis interesante en este sentido.

Las propiedades anteriores no son independientes entre sí. Por ejemplo, se demuestra fácilmente que el principio de transferencia junto con los axiomas III) y VI) constituyen un conjunto de propiedades suficiente para la verificación de los axiomas 5) y IV). Teniendo en cuenta las distintas interrelaciones que se dan entre los axiomas enumerados, se puede deducir que las propiedades básicas son el principio de transferencia

y los axiomas I), III) y IV). Además, se puede demostrar que el principio de transferencia es satisfecho si y sólo si se cumplen simultáneamente los axiomas I), III)) y VI), lo que a su vez equivale a que el índice -I- sea una función S-convexa de la distribución de tamaños [5], esto es, que verifique la siguiente condición: $I(X) > I(QX)$, donde Q es una matriz bioestocástica, es decir, cuyos elementos son todos no negativos y tales que la suma de cada fila y de cada columna es siempre la unidad.

Las axiomáticas anteriores nos permiten establecer un orden de "preferencia-indiferencia" en el conjunto de posibles indicadores de la concentración industrial, de manera que la elección de un índice "adecuado" se simplifica considerablemente al verse reducido el número de alternativas. Sin embargo, el problema no queda resuelto porque hay distintos indicadores que las satisfacen; entre ellos se encuentran los índices de Herfindahl, Hannah-Kay y Theil. Curry y George [2] analizan el comportamiento de estos y otros indicadores ante las caracterizaciones señaladas.

En consecuencia, aquí sólo vamos a examinar el comportamiento del índice cuadrático. La verificación de algunos de los axiomas es inmediata a partir de las propiedades básicas de dicho índice que ya se han comentado. Esta situación afecta a los axiomas I), 2), 3), 6), I) y II). El comportamiento general del índice cuadrático frente a estas axiomáticas ya fue estudiado en trabajos previos (Río y Pérez [13], [14]). Vamos a detenernos pues en el examen de tres de estos axiomas que consideramos relevantes para la interpretación del índice como medida de concentración; nos referimos a las propiedades 4, IV y VII.

Cuando se fusionan dos empresas, la i con la j , suponemos que la participación de la nueva empresa es la suma de las respectivas participaciones. Esta hipótesis de trabajo, aunque operativa, a menudo no se ajusta a la realidad ya que una fusión suele llevar consigo una cierta redistribución del mercado.

No obstante, admitido dicho supuesto, el índice cuadrático asociado a la nueva situación Y viene dado por la expresión siguiente:

$$I^2(Y) = I^2(X) - (p_i + p_j)^2 I^2(i, j)$$

por tanto, como el segundo sumando es positivo, se tiene que el nuevo valor del índice es menor que el inicial y, en consecuencia, el nivel de concentración ha aumentado.

La propiedad 4) plantea una situación, en cierto modo, recíproca a la expuesta. Si todas las empresas del sector se dividen en k partes iguales, entonces la nueva distribución Y será: $\{p_1/k, \dots, p_1/k, \dots, p_N/k, \dots, p_N/k\}$; aplicando reiteradamente la propiedad de ramificación, se obtiene:

$$I^2(Y) = I^2(X) + (1 - (1/k)) \sum p_j^2$$

por tanto la concentración ha disminuido.

Ahora bien, de la expresión anterior se deduce que

$$I^2(Y) > (1/k) I^2(X)$$

lo que significa que la partición de cada una de las empresas en k partes iguales supone una reducción más que proporcional a $(1/k)$ de la concentración. Este resultado infringe la norma establecida por el axioma 4); sin embargo, creemos que ello no debe entenderse en sentido negativo sino todo lo contrario: el índice cuadrático concede un peso mayor a las empresas que tienen una participación más alta, lo cual parece más deseable si se tiene en cuenta que cuanto mayor sea la importancia relativa de una empresa mayor será su influencia sobre el nivel de concentración.

El axioma III) establece que la entrada de nuevas firmas deberá reducir la concentración. Supongamos que entra una nueva empresa -la $N+1$ - y representemos por $\{q_1, q_2, \dots, q_N, q_{N+1}\}$ la nueva distribución Y del sector.

La entrada de esta empresa hará que algunas vean disminuida su participación mientras que para otras permanecerá constante, es decir, se verificará que $q_j \leq p_j$ para $j=1, 2, \dots, N$, siendo la desigualdad estricta para algún j ; sin pérdida de generalidad podemos suponer que las s primeras mantienen su participación mientras que las $N-s$ restantes pierden parte en beneficio de la firma entrante. En tal caso, de las propiedades del índice cuadrático se deduce que $I^2(Y) > I^2(X)$ y, por consiguiente, la concentración ha disminuido.

A veces se discute este axioma argumentando que podría ocurrir que la nueva empresa entrase en la cola superior de la distribución y esto, en lugar de una disminución, provocaría un aumento de la concentración. Aunque esta situación podría darse teóricamente, la realidad parece indicar que es necesario un periodo de tiempo suficientemente largo para que una nueva empresa pueda alcanzar una cuota de mercado importante. En todo caso, el significado del axioma se mantiene si la firma entrante lo hace con una participación que no supera cierto valor.

Por otra parte, la continuidad del índice cuadrático garantiza que cuanto menor sea la participación de la entrante menor será la disminución de la concentración que provoca, cumpliéndose así la propiedad VI).

La propiedad VII) postula que la existencia de factores aleatorios que afectan al crecimiento de las empresas hace aumentar la concentración.

Para examinar dicha consecuencia podemos suponer que el efecto total producido por esos factores sobre cada empresa sigue cierta distribución de probabilidad,

de manera que si su número es elevado actúan de forma independiente y ninguno de ellos tiene por sí solo una incidencia significativa. Entonces, el teorema central del límite garantiza que el efecto con junto sigue asintóticamente una distribución normal.

En general, designemos por τ_j la influencia conjunta de los factores sobre la empresa j . La variable aleatoria τ_j asumirá un conjunto de valores $\{\tau_{j1}, \tau_{j2}, \dots, \tau_{jm}\}$ con probabilidades $\{q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{jm}\}$.

Así pues, el efecto esperado sobre la participación de la j -ésima firma será:

$$\mu_j = \sum_k \tau_{jk} q_{jk}$$

por tanto, su nueva participación viene dada por $P_j = p_j + \mu_j$. El índice cuadrático asociado a la nueva distribución Y será:

$$I^2(Y) = 1 - \sum_j (\sum_k \tau_{jk} q_{jk} + p_j)^2$$

Puesto que los factores actúan sobre el crecimiento es lógico admitir que en promedio su efecto será no negativo, de lo que se deriva que $I^2(Y) < I^2(X)$, esto es, se ha producido un aumento en la concentración.

Desde el punto de vista conceptual, no hemos encontrado criterios objetivos en favor de algún indicador, abordaremos el problema desde un planteamiento empírico para tratar de encontrar algún argumento que facilite la elección de uno concreto.

6. Comportamiento empírico del índice cuadrático

Cuando pretendemos medir el grado de concentración de una industria debemos distinguir claramente dos situaciones; aquéllas en las que la información disponible sobre el sector es completa de aquellas otras en que existe una información deficiente.

Cuando disponemos de información completa se trata de un problema descriptivo que se centrará en elegir de forma apropiada el indicador a utilizar y las variables a partir de las que se va a calcular el grado de concentración.

Cuando no se dispone de una información completa sino sólo de una parte de ella, además de los problemas anteriores aparecen otros relacionados con la estimación del

nivel de concentración de la población.

En el primer caso, aplicando distintas medidas obtendremos cuantificaciones diferentes de su grado de concentración. El hecho de que estos valores no coincidan entre sí proviene de que cada medida pondera de distinta forma esa información; pero, en principio, no podemos asegurar cuál de ellos se aproxima más al verdadero grado de concentración. En este sentido, existen algunos criterios como el de conservación del orden establecido por la curva de concentración, pero tienen un carácter muy general y los satisfacen la mayor parte de los indicadores.

En el Anexo I aparecen algunos ejemplos, que fueron comentados ampliamente en Ríó y Pérez [14]; allí se analiza la estructura del sector a partir del concepto de número equivalente (número de empresas que forman un sector ideal que mantiene la misma concentración que el estudiado y donde el reparto de mercado es equitativo entre las empresas que lo componen). Se han seleccionado tres indicadores que aparentemente gozan de todas las propiedades consideradas como deseables y vemos que la utilización de uno u otro nos lleva a disparidades tales como proponer un sector ideal de 2 empresas o de 8.

Ahora bien, si tratamos de agrupar la información base en diferentes niveles de agregación, como el índice H no verifica la propiedad de descomponibilidad, no permite obtener el grado de concentración del sector a partir de los valores que adopta en cada estrato y de este modo se incurre en una pérdida de información considerable. La medida H-K depende de un parámetro (α) que representa en cierto modo la elasticidad del sector y, por tanto, de difícil estimación. Además, si pretendemos comparar situaciones: por ejemplo, el grado de concentración de varios mercados o el de un mismo sector en distintos periodos de tiempo, sólo podremos hacerlo si les corresponde el mismo valor del parámetro. Otros inconvenientes surgen de la propia definición de las medidas. En efecto, el índice T introduce en su argumento la función logarítmica y el índice H-K está definido en términos de radicales pues bien el índice de la raíz o bien el exponente al que se elevan las participaciones no es entero. En ambos casos aparecen problemas de operatividad fácilmente subsanables y otros de carácter empírico a los que nos referiremos más adelante.

En el Anexo II se encuentra desarrollada una aplicación sobre el sector de la alimentación en Asturias. Para esta actividad disponíamos de los datos desagregados lo cual nos permitió calcular el verdadero índice de concentración cuantificado en 0.963 923.

Posteriormente hemos agrupado estas empresas en relación a su empleo en los

estratos que son habituales para este tipo de variables (0-9, 10-19, 20-49, 50-99, 100-499, más de 500), calculando para cada estrato el respectivo nivel de concentración: 0.99, 0.98, 0.97, 0.92, 0.83 y 0. No obstante, en el conjunto de todo el sector de la alimentación la concentración existente dentro de cada estrato es relativamente pequeña, ascendiendo su participación, a través de una suma ponderada, a 0.14. Por el contrario, la componente más importante de la concentración es la que se debe a la diversidad entre estratos y que supone una cuantía de 0.82.

Generalmente, la información estadística disponible sobre la actividad industrial suele ser deficiente. Concretamente en España, y a pesar de los avances aportados por la Encuesta Industrial, subsisten lagunas muy importantes en esta materia. Así, con frecuencia se dispone de datos de calidad sobre aquellas empresas de gran tamaño, mientras que la información relativa a las pequeñas empresas es muy escasa y de dudosa validez. No obstante, puesto que son las grandes empresas las que tienen una mayor incidencia en el nivel de concentración, se podría argumentar que la pérdida de información sobre los estratos bajos no tiene demasiada relevancia. Ahora bien, en la medida en que el mercado esté integrado básicamente por pequeñas empresas, es decir, que la participación conjunta de éstas sea mayoritaria, parece indudable que una buena información sobre los estratos bajos mejoraría la calidad de los resultados.

Cuando la información disponible sea incompleta, interesará poder acotar la situación real de la forma más precisa que sea posible. Si se conoce el número de empresas que hay en cada estrato y el tamaño global del mismo, un enfoque del problema consiste en asumir la estructura entre estratos y suponer alternativamente comportamientos opuestos dentro de cada estrato, es decir, por una parte considerar que en cada estrato existe equidistribución y por otra, en el extremo opuesto, que la concentración es máxima. En ambas hipótesis, la propiedad de ramificación nos permitirá calcular unas cotas de mínima y máxima concentración, respectivamente, a la verdadera situación del sector. Horowitz [8] calcula dichas cotas para el índice T. En [12] hemos obtenido de forma análoga los valores correspondientes para el índice cuadrático.

Por otra parte, si no es posible obtener información exacta acerca de las empresas pequeñas, podemos intentar aproximarnos a ella efectuando estimaciones a partir de una muestra. Ahora bien, desde esta perspectiva, debemos observar que los índices H-K y T, por sus propias definiciones, no pueden ser estimados sin sesgo.

Para el índice de orden -1 los estimadores insesgados y la estimación de sus varianzas en los muestreos aleatorios simples con y sin reposición fueron desarrollados por

Pérez [11] ; para el muestreo estratificado con afijación proporcional por Caso [1] y para el muestreo por conglomerados por Martínez [9].

Además también se estudiaron en los diferentes supuestos, los tamaños mínimos de muestra así como los intervalos de confianza para la concentración poblacional.

Por otra parte, desde un punto de vista empírico, se han realizado diversas simulaciones y contrastes; en [10] se ha comprobado que existe una mayor estabilidad en las estimaciones proporcionadas por el índice cuadrático que en las correspondientes al índice T, la ganancia de precisión es del orden 1 a 10.000; que el muestreo sin reposición conduce a mejores resultados que el de con reposición; o que el muestreo estratificado conduce a una ganancia neta de precisión.

Parece, pues, que considerando conjuntamente los aspectos conceptual y empírico, el índice cuadrático se revela como la más completa de las medidas de concentración examinadas.

REFERENCIAS

- 1 **CASO, C.:** *Inferencias sobre medidas de información en el muestreo estratificado*, Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo 1988.
- 2 **CURRY, B. and K. D. GEORGE:** "Industrial Concentration: A Survey", *The Journal of Industrial Economics*, XXXI, 3 (1983), pp. 203-255.
- 3 **DAVIES, S.:** "Measuring Industrial Concentration: An Alternative Approach", *The Review of Economics and Statistics*, LXII, 2 (1980), pp. 306-309.
- 4 **ENCOUA, D. and A. JACQUEMIN:** "Degree of monopoly, Indices of Concentration and Threat of Entry", *International Economic Review*, 21, 1 (1980), pp. 87-105.
- 5 **HALL, M. and N. TIDEMAN:** "Measures of Concentration", *Journal of the American Statistical Association*, 62 (1967), pp. 162-168.
- 6 **HANNAH, L. and J. A. KAY:** *Concentration in Modern Industry: Theory, Measurement and the U.K. Experience*. Ed. Macmillan, Londres 1977.
- 7 **HART, P. E.:** "Entropy and Other Measures of Concentration", *Journal of the Statistical Society, Series A*, 134 (1971), pp. 73- 85.
- 8 **HOROWITZ, I.:** "Employment Concentration in the Common Market: An Entropy Approach", *Journal of Industrial Economics, J. R. Statis. Soc., Series A*, 133 (1970), pp. 463-479.
- 9 **MARTINEZ, I.:** "Aproximación de algunas familias de índices de variación en poblaciones finitas", Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo 1991.
- 10 **MARTINEZ, I., PEREZ, R. Y M. A. GIL:** "Simulación de Montecarlo para la comparación de las estimaciones de las entropías cuadráticas y de Shannon en el muestreo con reemplazamiento", *XV Reunión Nacional de Estadística e Investigación Operativa*, Asturias 1985.
- 11 **PEREZ, R.:** "Estimación de la incertidumbre, la incertidumbre útil y la inquietud en poblaciones finitas. Una aplicación a las medidas de desigualdad", Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo 1985.
- 12 **RIO, M. J. y PEREZ, R.:** "Grado de concentración industrial: una aproximación", *XVI Reunión Nacional de Estadística e Investigación Operativa*, Málaga 1986.

- 13 **RIO, M. J. y PEREZ, R.:** *"El índice cuadrático como medida de la concentración industrial"*, **XII Jornadas Luso-Españolas de Matemáticas**, Braga 1987.
- 14 **RIO, M. J. y PEREZ, R.:** *"Sobre la medición de la concentración industrial"*, **III Jornadas de Economía Industrial (Fundación Empresa Pública)**, Madrid 1987.
- 15 **THEIL, H.:** **Economics and Information Theory**. Ed. North Holland, Amsterdam 1967.
- 16 **UTTON, M. A. :** **La concentración industrial**. Ed. Alianza, Madrid 1975.

ANEXO I

Ejemplo I.1:

<u>EMPLEO</u>	<u>PARTICIPACION</u>	<u>NIVEL DE CONCENTRACION:</u>	
48	8.73839E-03	INDICE DE THEIL ABSOLUTO:	.518032
164	2.98561E-02	INDICE DE THEIL RELATIVO:	.373681
583	.106135	INDICE CUADRATICO:	.25628
4698	.85527	<u>NUMEROS EQUIVALENTES:</u>	
		INDICE DE THEIL ABSOLUTO:	2
		INDICE DE THEIL RELATIVO:	2
		INDICE CUADRATICO:	2
		<u>NUMERO OBSERVADO DE EMPRESAS:</u>	4

Ejemplo I.2:

<u>EMPLEO</u>	<u>PARTICIPACION</u>	<u>NIVEL DE CONCENTRACION:</u>	
2	3.26264E-03	INDICE DE THEIL ABSOLUTO:	1.00819
2	3.26264E-03	INDICE DE THEIL RELATIVO:	.562684
15	2.44698E-02	INDICE CUADRATICO:	.554164
55	8.97226E-02	<u>NUMEROS EQUIVALENTES:</u>	
172	.280587	INDICE DE THEIL ABSOLUTO:	3
367	.598694	INDICE DE THEIL RELATIVO:	2
		INDICE CUADRATICO:	3
		<u>NUMERO OBSERVADO DE EMPRESAS:</u>	6

Ejemplo I.3:

<u>EMPLEO</u>	<u>PARTICIPACION</u>	<u>NIVEL DE CONCENTRACION:</u>	
5	2.41545E-02	INDICE DE THEIL ABSOLUTO:	.881192
8	3.86473E-02	INDICE DE THEIL RELATIVO:	.547515
15	7.24637E-02	INDICE CUADRATICO:	.424607
25	.120772	<u>NUMEROS EQUIVALENTES:</u>	
154	.743961	INDICE DE THEIL ABSOLUTO:	3
		INDICE DE THEIL RELATIVO:	2
		INDICE CUADRATICO:	2
		<u>NUMERO OBSERVADO DE EMPRESAS:</u>	5

Ejemplo I.4:

<u>EMPLEO</u>	<u>PARTICIPACION</u>	<u>NIVEL DE CONCENTRACION:</u>	
4	5.41198E-04		
6	8.11798E-04		
8	1.08239E-03		
10	1.35299E-03		
15	2.02949E-03	<u>NIVEL DE CONCENTRACION:</u>	
56	7.57678E-03	INDICE DE THEIL ABSOLUTO:	1.95357
68	9.20037E-03	INDICE DE THEIL RELATIVO:	.675891
77	.010418-03	INDICE CUADRATICO:	.796971
109	1.47476E-02	<u>NUMEROS EQUIVALENTES:</u>	
122	1.65065E-02	INDICE DE THEIL ABSOLUTO:	8
158	2.13773E-02	INDICE DE THEIL RELATIVO:	2
256	3.46367E-02	INDICE CUADRATICO:	5
289	3.91016E-02	<u>NUMERO OBSERVADO DE EMPRESAS:</u>	18
358	4.84372E-02		
765	.103504		
843	.114057		
1658	.224326		
2589	.35029		

ANEXO II

ILUSTRACION PRACTICA: EMPRESAS DEL SECTOR ALIMENTACION EN ASTURIAS

n° empres	n° emplead	ESTRATO 1		ESTRATO 2	
		n° empres	n° emplead	n° empres	n° emplead
22	3	22	3	8	10
23	4	23	4	6	11
14	5	14	5	8	12
10	6	10	6	3	13
7	7	7	7	4	14
16	8	16	8	3	15
14	9	14	9	6	16
8	10			9	17
6	11			4	18
8	12			1	19
3	13	TOTAL	591	TOTAL	722
4	14	INDICE	0.989186	INDICE	0.979976
3	15				
6	16				
9	17				
4	18				
1	19				
3	20	ESTRATO 3		ESTRATO 4	
1	21	n° empres	n° emplead	n° empres	n° emplead
5	22	3	20	2	50
1	23	1	21	1	51
3	24	5	22	1	54
4	25	1	23	2	60
1	26	3	24	1	65
4	27	4	25	1	69
2	28	1	26	1	71
2	29	4	27	1	83
2	30	2	28	1	89
2	31	2	29	1	90
2	33	2	30	1	93
2	36	2	31		
1	37	2	33	TOTAL	885
1	45	2	36	INDICE	0.919176
1	46	1	37		
1	49	1	45		
2	50	1	46		
1	51	1	49		
1	54				
2	60	TOTAL	1071		
1	65	INDICE	0.972047		
1	69				
1	71	ESTRATO 5		ESTRATO 6	
1	83	n° empres	n° emplead	n° empres	n° emplead
1	89	1	107	1	798
1	90	1	114		
1	93	1	116	TOTAL	798
1	107	1	175	INDICE	0
1	114	1	222		
1	116	1	274		
1	175	1	350		
1	222				
1	274				
1	350				
1	798				
TOTAL	5425	TOTAL	1358		
		INDICE	0.828982		

	total emplead	indices estratos
ESTRATO 1	591	0.989186
ESTRATO 2	722	0.979976
ESTRATO 3	1071	0.972047
ESTRATO 4	885	0.919176
ESTRATO 5	1358	0.828982
ESTRATO 6	798	0

INDICE 0.963923

5425
INDICE ENTRE ESTRATOS 0.820534
SUMA POND. IND. ESTRATOS 0.143389
INDICE GLOBAL 0.963923



**DOCUMENTOS DE
TRABAJO**

**FACULTAD DE CC.
ECONOMICAS Y
EMPRESARIALES**

Doc. 001/1988

JUAN A. VAZQUEZ GARCIA.- Las intervenciones estatales en la minería del carbón.

Doc. 002/1988

CARLOS MONASTERIO ESCUDERO.- Una valoración crítica del nuevo sistema de financiación autonómica.

Doc. 003/1988

ANA ISABEL FERNANDEZ ALVAREZ; RAFAEL GARCIA RODRIGUEZ; JUAN VENTURA VICTORIA.- Análisis del crecimiento sostenible por los distintos sectores empresariales.

Doc. 004/1988

JAVIER SUAREZ PANDIELLO.- Una propuesta para la integración multijurisdiccional.

Doc. 005/1989

LUIS JULIO TASCÓN FERNANDEZ; JOSE MANUEL DIEZ MODINO.- La modernización del sector agrario en la provincia de León.

Doc. 006/1989

JOSE MANUEL PRADO LORENZO.- El principio de gestión continuada: Evolución e implicaciones.

Doc. 007/1989

JAVIER SUAREZ PANDIELLO.- El gasto público del Ayuntamiento de Oviedo (1982-88).

Doc. 008/1989

FELIX LOBO ALEU.- El gasto público en productos industriales para la salud.

Doc. 009/1989

FELIX LOBO ALEU.- La evolución de las patentes sobre medicamentos en los países desarrollados.

Doc. 010/1990

RODOLFO VAZQUEZ CASIELLES.- Investigación de las preferencias del consumidor mediante análisis de conjunto.

Doc. 011/1990

ANTONIO APARICIO PEREZ.- Infracciones y sanciones en materia tributaria.

Doc. 012/1990

MONTSERRAT DIAZ FERNANDEZ; CONCEPCION GONZALEZ VEIGA.- Una aproximación metodológica al estudio de las matemáticas aplicadas a la economía.

Doc. 013/1990

EQUIPO MECO.- Medidas de desigualdad: un estudio analítico

Doc. 014/1990

JAVIER SUAREZ PANDIELLO.- Una estimación de las necesidades de gastos para los municipios de menor dimensión.

Doc. 015/1990

ANTONIO MARTINEZ ARIAS.- Auditoría de la información financiera.

Doc. 016/1990

MONTSERRAT DIAZ FERNANDEZ.- La población como variable endógena

Doc. 017/1990

JAVIER SUAREZ PANDIELLO.- La redistribución local en los países de nuestro entorno.

Doc. 018/1990

RODOLFO GUTIERREZ PALACIOS; JOSE MARIA GARCIA BLANCO.- "Los aspectos invisibles" del declive económico: el caso de Asturias.

Doc. 019/1990

RODOLFO VAZQUEZ CASIELLES; JUAN TRESPALACIOS GUTIERREZ.- La política de precios en los establecimientos detallistas.

Doc. 020/1990

CANDIDO PAÑEDA FERNANDEZ.- La demarcación de la economía (seguida de un apéndice sobre su relación con la Estructura Económica).

Doc. 021/1990

JOQUIN LORENCES.- Margen precio-coste variable medio y poder de monopolio.

Doc. 022/1990

MANUEL LAFUENTE ROBLEDO; ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.- El T.A.E. de las operaciones bancarias.

Doc. 023/1990

ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.- Amortización y coste de préstamos con hojas de cálculo.

Doc. 024/1990

LUIS JULIO TASCÓN FERNÁNDEZ; JEAN-MARC BUIGUES.- Un ejemplo de política municipal: precios y salarios en la ciudad de León (1613-1813).

Doc. 025/1990

MYRIAM GARCÍA OLALLA.- Utilidad de las teorías de las opciones para la administración financiera de la empresa.

Doc. 026/1991

JOAQUÍN GARCÍA MURCIA.- Novedades de la legislación laboral (octubre 1990 - enero 1991)

Doc. 027/1991

CANDIDO PAÑEDA.- Agricultura familiar y mantenimiento del empleo: el caso de Asturias.

Doc. 028/1991

PILAR SAENZ DE JUBERA.- La fiscalidad de planes y fondos de pensiones.

Doc. 029/1991

ESTEBAN FERNÁNDEZ SANCHEZ.- La cooperación empresarial: concepto y tipología (*)

Doc. 030/1991

JOAQUÍN LORENCES.- Características de la población parada en el mercado de trabajo asturiano.

Doc. 031/1991

JOAQUÍN LORENCES.- Características de la población activa en Asturias.

Doc. 032/1991

CARMEN BENAVIDES GONZALEZ.- Política económica regional

Doc. 033/1991

BENITO ARRUÑADA SANCHEZ.- La conversión coactiva de acciones comunes en acciones sin voto para lograr el control de las sociedades anónimas: De cómo la ingenuidad legal prefigura el fraude.

Doc. 034/1991

BENITO ARRUÑADA SANCHEZ.- Restricciones institucionales y posibilidades estratégicas.

Doc. 035/1991

NURIA BOSCH; JAVIER SUAREZ PANDIELLO.- Seven Hypotheses About Public Chjoice and Local Spending. (A test for Spanish municipalities).

Doc. 036/1991

CARMEN FERNANDEZ CUERVO; LUIS JULIO TASCÓN FERNANDEZ.- De una olvidada revisión crítica sobre algunas fuentes histórico-económicas: las ordenanzas de la gobernación de la cabrera.

Doc. 037/1991

ANA JESUS LOPEZ; RIGOBERTO PEREZ SUAREZ.- Indicadores de desigualdad y pobreza. Nuevas alternativas.

Doc. 038/1991

JUAN A. VAZQUEZ GARCIA; MANUEL HERNANDEZ MUÑIZ.- La industria asturiana: ¿Podemos pasar la página del declive?.

Doc. 039/1992

INES RUBIN FERNANDEZ.- La Contabilidad de la Empresa y la Contabilidad Nacional.

Doc. 040/1992

ESTEBAN GARCIA CANAL.- La Cooperación interempresarial en España: Características de los acuerdos de cooperación suscritos entre 1986 y 1989.

Doc. 041/1992

ESTEBAN GARCIA CANAL.- Tendencias empíricas en la conclusión de acuerdos de cooperación.

Doc. 042/1992

JOAQUIN GARCIA MURCIA.- Novedades en la Legislación Laboral.

Doc. 043/1992

RODOLFO VAZQUEZ CASIELLES.- El comportamiento del consumidor y la estrategia de distribución comercial: Una aplicación empírica al mercado de Asturias.

Doc. 044/1992

CAMILO JOSE VAZQUEZ ORDAS.- Un marco teórico para el estudio de las fusiones empresariales.

Doc. 045/1992

CAMILO JOSE VAZQUEZ ORDAS.- Creación de valor en las fusiones empresariales a través de un mayor poder de mercado.

Doc. 046/1992

ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.- Influencia relativa de la evolución demográfica en le futuro aumento del gasto en pensiones de jubilación.

Doc. 047/1992

ISIDRO SANCHEZ ALVAREZ.- Aspectos demográficos del sistema de pensiones de jubilación español.

Doc. 048/1992

SUSANA LOPEZ ARES.- Marketing telefónico: concepto y aplicaciones.

Doc. 049/1992

CESAR RODRIGUEZ GUTIERREZ.- Las influencias familiares en el desempleo juvenil.

Doc. 050/1992

CESAR RODRIGUEZ GUTIERREZ.- La adquisición de capital humano: un modelo teórico y su contrastación.

Doc. 051/1992

MARTA IBAÑEZ PASCUAL.- El origen social y la inserción laboral.

Doc. 052/1992

JUAN TRESPALACIOS GUTIERREZ.- Estudio del sector comercial en la ciudad de Oviedo.

Doc. 053/1992

JULITA GARCIA DIEZ.- Auditoria de cuentas: su regulación e la CEE y en España. Una evidencia de su importancia.

Doc. 054/1992

SUSANA MENENDEZ REQUEJO.- El riesgo de los sectores empresariales españoles: rendimiento requerido por los inversores.

Doc. 055/1992

CARMEN BENAVIDES GONZALEZ.- Una valoración económica de la obtención de productos derivados del petroleo a partir del carbón

Doc. 056/1992

IGNACIO ALFREDO RODRIGUEZ-DEL BOSQUE RODRIGUEZ.- Consecuencias sobre el consumidor de las actuaciones bancarias ante el nuevo entorno competitivo.

Doc. 057/1992

LAURA CABIEDES MIRAGAYA.- Relación entre la teoría del comercio internacional y los estudios de organización industrial.

Doc. 058/1992

JOSE LUIS GARCIA SUAREZ.- Los principios contables en un entorno de regulación.

Doc. 059/1992

M^a JESUS RIO FERNANDEZ; RIGOBERTO PEREZ SUAREZ.- Cuantificación de la concentración industrial: un enfoque analítico.