CRISTOBAL DE LOSADA Y PUGA

Las anomalías de la gravedad
Su interpretación geológica
Sus aplicaciones mineras

ESTUDIO

PRESENTADO AL PRIMER CONGRESO PERUANO DE MINERIA

PROLOGO

del

Sr. Dn. José J. Bravo

Director del Cuerpo de Ingenieros de Minas del Perú

Profesor en la Escuela de Ingenieros de Lima

LIMA

Imprenta del "Centro Editorial"

1917

Las anomalías de la gravedad

CRISTOBAL DE LOSADA Y PUGA

Las anomalías de la gravedad
Su interpretación geológica
Sus aplicaciones mineras

ESTUDIO

PRESENNADO AL PRIMER CONGRESO PERUANO DE MINERIA

PROLOGO

del

Sr. Dn. José J. Bravo

Director del Cuerpo de Ingenieros de Minas del Perú

Profesor en la Escuela de Ingenieros de Lima

LIMA

—

Imprenta del "Centro Editorial"

—

1917

Prólogo

Lima, 3 de mayo de 1917.

Señor don Cristóbal de Losada y Puga.

Mi estimado amigo:

Si algo me cabe hacer después de haber terminado la lectura del interesante estudio que ofrece Ud. como contribución personal al Congreso Nacional de la Industria Minera, y cuyos originales se ha servido presentar á mi consideración, es expresarle mi más sinceros y merecidos parabienes, tanto por lo atrevido y original de la idea que en él se plantea, como por la forma erudita y precisa en que desarrolla Ud. su tesis.

No es mi ánimo hacer un juicio crítico que corresponda á la importancia del tema que Ud. brillantemente trata; sólo deseo manifestarle como expresión de íntimo convencimiento personal, que su trabajo se recomienda solo; y, en esa inteligencia, estoy seguro de que será debidamente apreciado por todos los que lo lean.

Dejando á un lado la parte general de su trabajo en la que trata de las anomalías que presenta la distribución de la gravedad sobre la superficie y las hipótesis que se han

imaginado para explicarla, combatiendo la teoría de Faye con lujo de argumentos, algunos de los cuales son de mucha fuerza; y el estudio analítico que hace de las perturbaciones que según su forma, debe producir una masa enterrada en la corteza en medio de rocas cuya densidad media es inferior á la suya propia; tengo que felicitarlo muy especialmente por la elegante solución que ha dado Ud. al difícil problema, inverso del precedente, que consiste en deducir de las anomalías observadas las circunstancias de locación, forma y magnitud de la masa perturbadora, cuya aplicación inmediata á la investigación de masas minerales densas y al cateo de minerales, indica y preconiza Ud. señalando la marcha que se debe seguir en la práctica para recoger las observaciones é interpretarlas.

Las consecuencias que deduce Ud. de la discusión de las curvas de las variaciones de las componentes de la fuerza de atracción en los campos gravimétricos, especialmente la de la desviación meridiana de la vertical, susceptible de relativamente fácil ejecución práctica, tal como Ud. la ha imaginado, permiten esperar que simplificados los métodos actuales para determinar las perturbaciones de la gravedad, el método propuesto por Ud. sea de fecunda aplicación en la prospección mineral. En ese sentido puede Ud. quedar satisfecho, pues su intervención en el Congreso habrá sido de beneficio positivo para la industria y de legítimo galardón para Ud. y para el país.

Con sentimientos de la myaor consideración, quedo de Ud. afmo. amigo y S.S.

JOSÉ J. BRAVO.

Las anomalías de la gravedad.

I.—El porqué de este estudio.

Debo justificar brevemente la presentación á este Congreso de Minería, primero en el Perú, de un estudio como el que va a leerse, que ha de ser sin duda mirado por los más como *muy teórico*, y en quien otros quizá censuren una pretendida falta de espíritu nacional.

Hay en la mentalidad peruana un vicio que en la masa social produce sus nefastos efectos bajo la forma de desdén por la ciencia, y en los profesionales de todas las carreras liberales — que precisamente deberían ser quienes combatieran esta enfermedad de la conciencia nacional—bajo la forma lúgubre de una verdadera aberración que puede caracterizarse bastante bien designándola como *la obsesión del empirismo*. Los síntomas, que es fácil advertir en muchos diplomados y estudiantes de cualquier profesión, consisten en una absoluta falta, no sólo de amor, sino hasta de interés por la ciencia, y en el deseo de poseer un caudal *sui generis* de conocimientos cuyo caracter no puede *definirse*, y sólo muy difícilmente *explicarse:* un caudal de conocimientos de donde toda teoría, toda abstracción, toda generalización, hayan sido previamente eliminadas. Y así, la difícil cuestión

del equilibrio entre la teoría y la práctica en la carrera del ingeniero, muchos querrían resolverla en esta forma: *supresión de la teoría*. Tan errada manera de ver las cosas — cuya perniciosa influencia aun no se deja notar, por fortuna, en la enseñanza de la Escuela de Ingenieros — está pavorosamente generalizada en nuestro medio, salvas, empero, honrosísimas y gloriosas excepciones.

Otro de los puntos que suelen mirarse entre nosotros con criterio equivocado, es lo que podría llamar el nacionalismo científico. El deseo, loable en su origen, del progreso del país, nos hace pedir que todas las obras que acometan los peruanos tengan eso que vagamente se llama el sello nacional. Se quiere que la Economía Política, la Sociología, todas las ciencias que cultivemos, enseñemos ó aprendamos, tengan tan estrecha relación con las particularidades de nuestro medio, que parece quisieran sacrificarse los principios generales ante las aplicaciones particulares, lo que equivaldría á abolir la regla para desarrollar el ejemplo. Acostumbrados, mal acostumbrados á que la ciencia sea para nosotros artículo de importación, estamos perennemente atenidos a que mientras en el extranjero *se hace* la ciencia, nosotros la apliquemos, no sin antes haberla desprovisto — ya dije que no amábamos las teorías — de todos sus principios generales, de todos sus puntos de vista amplios. Y olvidando lastimosamente que quien hace ciencia general sirve á la humanidad y a su patria, solemos desdeñar tan noble tarea, y queremos, con un egoísmo indigno de tan gran causa, que todos aprovechen los principios generales que se elaboran fuera de nuestro suelo, y despojándolos de todo punto de vista abstracto, los conviertan en prosperidad material para nosotros. Entiendo que el nacionalismo científico debe ser muy otro, y tener su alma en el orgullo patrio fundado en las grandes conquistas científicas de que sea asiento nuestro suelo. Los *congresos nacionales* han de caracterizarse por que no se invite a ellos a personas ni instituciones del extranjero, nunca por que se desdeñen en sus tareas los puntos de vista universales, que tanto se aplican dentro del país como fuera de él. Hé allí una explicación de la *falta de sello nacional* de que podría tildarse el presente estudio, si alguien hay que repare en él.

Y todo lo que se haga por demostrar la importancia

práctica de la teoría y la alta trascendencia de la ciencia general, tiende a desarraigar ese marasmo intelectual de nuestros cerebros, y es obra útil para la cultura nacional.

La teoría y la experiencia, que se trata de presentar por los que persiguen la prescindencia de la primera, como cosas distintas, irreductibles, independientes una de otra, tal vez si hasta opuestas, son en realidad modalidades estrechamente unidas del conocimiento, que se completan, que reaccionan la una sobre la otra, que se sirven mutuamente de estímulo y de control. La ciencia sólo es el conjunto orgánico de experiencias ordenadas, catal gadas, discutidas y elaboradas. Ya lo dijo Enrique Poincaré: «Se hace la ciencia con hechos como una casa con piedras, pero ni un conjunto de hechos es una ciencia ni un montón de piedras es una casa». (1)

Guiados por algunos libros elementales y por los programas de algunas escuelas para obreros, donde se reduce la teoría—no ha sido posible suprimirla del todo—á los límites extrictamente indispensable para el ejercicio ordinario y cuotidiano de algunas especialidades técnicas cuales topógrafo ó mecánico, muchos han colegido equivocadamente que en los Estados Unidos de Norte América y acaso también en Inglaterra, *no se estudian teorías*. El envidiable sentido práctico de los anglosajones y angloamericanos no consiste en eso, sino precisamente en aprovechar todo lo que dan de sí las elevadas y complejas disquisiciones que sus sabios forjan y sus maestros enseñan.

Desconociendo en lo absoluto el significado y las tendencias de la Filosofía Positiva, creyendo que el positivismo consiste en la proscripción de las altas especulaciones abstractas, é ignorando que el fundador del positivismo, Augusto Comte, fué un gran hombre de ciencia que enseñó Análisis Trascendente y Mecánica Racional en la Escuela Politécnica de París y que consagró todo el primer tomo de su monumental *Curso de Filosofía Positiva* al estudio de la Filosofía Matemática, suelen algunos disfrazar su desdén por la ciencia abusando indebidamente del dictado de positivistas. Y

---

(1).— Discurso en el Congreso de Física de 1900.

llámense positivistas ó carezcan del descaro ó de la gracia de apodarse tales, vemos abogados que desdeñan la Filosofía, médicos que aborrecen la Química, é infinitos ingenieros que *temen* á los desarrollos matemáticos, ignorando la ilimitada, la prepotente fuerza del Análisis!...

Quienes gozan de las ventajas y comodidades que reporta la civilización en la época actual, suelen olvidar el papel desempeñado por las especulaciones teóricas en las grandes conquistas de que justamente se enorgullece la humanidad. La telegrafía inalámbrica tiene su origen en los cálculos de Física Matemática de James Clerk Maxwell, quien previó esas perturbaciones electromagnéticas que, producidas experimentalmente por Hertz en 1887, fueron la base del invento de Branly y de Marconi. «El marino á quien una exacta observación de la longitud preserva del naufragio, dice Condorcet, debe su vida á una teoría concebida dos mil años antes, por hombres que solo perseguían simples especulaciones geométricas» (2). En la industria minera, la teoría es la que ha conducido á todos los perfeccionamientos modernos, tales como el uso de los tambores cilindro-espiraloides y la construcción de cables logarítmicos, empleados en la extracción por pozos verticales.

Consciente, pues, de la estrecha intimidad cuando no identidad absoluta entre la teoría y la práctica, y desafiando el criterio imperante en nuestro medio, de que las teorías deben quedar emparedadas entre los cuatro muros de un aula, he decidido presentar á este Congreso de Minería un estudio de rigurosa índole científica, pero de realidad práctica en mi concepto indiscutible, en que propongo un método muy interesante de investigaciones mineras. Razones poderosas de unidad y de método, me han conducido á tratar también de la interpretación geológica de las anomalías de la gravedad.

Dos mis eminentes maestros—á quienes citaré en el orden en que he recibido sus favores—han sido, con motivo de haber yo emprendido este trabajo, especialmente bondadosos

---

(2)—Se trata de las curvas—observa Estévanez—,ya estudiadas por los geómetras griegos. (*Entretenimientos Matemáticos*, p. 108, París, 1894).

conmigo: el Sr. D. Carlos I. Lisson, alentándome continuamente á la investigación y á la labor científica y facilitándome espontáneamente libros de su biblioteca particular; el Sr. D. José J. Bravo, dándose tiempo, en medio de sus graves y múltiples tareas, para leer concienzudamente los originales del presente estudio. Reciban ambos el testimonio de mi inmenso agradecimiento. Recíbalo también mi condiscípulo y amigo el Sr. D. Roberto León Espinoza, que ha tenido la bondad de dibujar las figuras que ilustran este folleto.

II.—La intensidad de la gravedad.

Sean: a el aplanamiento del elipsoide terrestre; m, la relación de la fuerza centrífuga en el ecuador á la gravedad; g_o, la intensidad de la gravedad en el ecuador del elipsoide terrestre; g_λ, la intensidad de la gravedad á la colatitud λ sobre el mismo elipsoide.

Fundado en graves consideraciones de Mecánica Celeste que aquí no puedo reproducir, Alejo Claudio Clairaut, ilustre matemático francés (1713-1765), demostró la fórmula: (3)

$$g_\lambda = g_o[1 + (\tfrac{5}{2}m - a)\cos^2\lambda]$$

III.—Las correcciones locales.

La fórmula de Clairaut es aplicable al elipsoide terrestre, cuya figura astronómica es perturbada por las irregularida-

---

(3)—Clairaut supuso, en la demostración de esta fórmula, que publicó en su obra *Théorie de la figure de la Terre tirée des principes de l'Hydrostatique* (Paris, 1743), que la Tierra se componía de capas elipsoidales concéntricas y cuyos ejes coincidían. Tratar de independizarse de tal hipótesis es complicar la fórmula (Bigourdan: *La Astronomía*, p. 200. Madrid, 1913) Pero Stokes ha demostrado que dada la pequeña elipticidad del globo, podía prescindirse de tal hipótesis de arreglo interior. [Clarke: *Tratado de Geodesia*, p. 131. Madrid, 1910]. No conozco el razonamiento del profesor Stokes, pero parece difícil sustraerse á esta hipótesis de homogeneidad de las capas.

des de su forma topográfica, las cuales alteran en algo la exactitud matemática del teorema del académico francés.

De allí que, cuando se quiere estudiar la figura de la Tierra mediante observaciones de la gravedad, cuando se quiere determinar por cálculo la intensidad de la gravedad que debe de haber en un lugar dado, cuando se quiere estudiar la concordancia de la teoría con la experiencia, haya que tener en cuenta las causas de alteración locales, que voy á recordar brevemente.

1. *Corrección topográfica.*—Depende de la componente vertical de la atracción ejercida sobre el punto considerado por la materia que constituye los accidentes topográficos cercanos. Puede calculársela del modo siguiente: sobre un plano acotado de la comarca que rodea al punto considerado, se trazan radios que emerjan de éste, y circunferencias concéntricas que le tengan por centro común. Sean a y A los azimuts de dos radios consecutivos, siendo $a < A$; r y R, los radios de dos circunferencias consecutivas, siendo $r < R$; h, la cota media del terreno encerrado por estos dos radios y estas dos circunferencias, cota medida con relación al plano horizontal que pasa por el punto atraído y contada como positiva por encima de él y como negativa por debajo; terreno cuya proyección horizontal tiene la forma de un trapecio mixtilíneo ó de un *sector de corona*. Refiramos el elemento de masa á un sistema de coordenadas cilíndricas: z, cota del plano horizontal que le contiene; ω y ρ ángulo y distancia que fijan su posición en este plano. Entonces, siendo Z la componente vertical de la atracción ejercida por el prisma cuya base está limitada por los dos radios y los dos círculos, K, la constante de la atracción (4), y δ_λ la densidad media de la roca que constituye el prisma, consideraciones obvias nos conducen á la fórmula:

---

(4).—El valor de K, algo incierto, como sucede con todos los números experimentalmente determinados, puede admitirse, tomando como unidades de longitud masa y furza el centímetro, el gramo y la dina, respectivamente, igual á $6{,}7.10^{-8}$. Eœtvœs obtuvo $6{,}65 \cdot 10^{-8}$, Richarz y Krigar-Menzel, $(6{,}685 \pm 0{,}011)\ 10^{-8}$ (O. D. Chwolson: *Tratado de Física*, t. I, p. 397, 399. Barcelona, 1916).

$$Z = K\,\delta \int_{\omega=a}^{A} \int_{\rho=r}^{R} \int_{z=0}^{h} \frac{\rho z d\omega d\rho dz}{(\rho^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= K\,\delta\,(A-a)\,(R-r+\sqrt{r^2+h^2}-\sqrt{R^2+h^2})$$

Como la densidad ha de ser siempre del mismo signo que la cota, Z está siempre dirigida hacia arriba, y llamando $d_1 g$ al valor que hay que sumar algebraicamente á la expresión de la gravedad dada por Clairaut para obtener la gravedad local perturbada ya por los accidentes topográficos, tendremos:

$$d_1 g = -\Sigma Z$$

designando ΣZ la suma de las acciones de todos los prismas. Ocioso es advertir que pueden según las necesidades tomarse arcos de círculo ó segmentos de radios para subdividir determinados sectores de corona; no es necesario tampoco que sean equidistantes los radios ni las circunferencias.

Dice Clarke que se calculó en los estudios geodésicos de la India el influjo de la configuración topográfica en la intensidad de la gravedad (supongo que por alguna fórmula como la que acabo de proponer) y que rara vez alcanzaba á una oscilación del péndulo de segundos en un día. (5)

2. *Corrección de distancia geocéntrica.*—Cuando el punto considerado no está en la superficie misma del elipsoide, esto es al nivel del mar, sino á la altitud h, sufre la atracción terrestre con menor intensidad. Siendo g_0 y g_h la gravedad al nivel del mar y á la altura h, y R el radio de la Tierra, supuesta esférica, se tendrá:

$$\frac{g_0 - g_h}{g_0} = 1 - \left(\frac{1}{1+\frac{h}{R}}\right)^2 = 1 - (1 - \tfrac{h}{R})^2$$

---

(5)—*Tratado de Geodesia*, p. 517.

de donde fácilmente se deduce:

$$d_2 g = -\frac{2g\ h}{R} + g\frac{h^2}{R^2}$$

donde $d_2 g$ es la corrección de altitud, y g la gravedad de Clairaut corregida de la perturbación topográfica.

Cuando el punto atraído se encuentra alto sobre el nivel del mar, hay además otra causa que tiende á disminuir la intensidad de la gravedad: el aumento de la fuerza centrífuga producida por la rotación del punto dado en torno del eje terrestre. Pero la influencia de esta causa de perturbación es muy pequeña.

3. *Corrección de Bouguer.*—Pedro Bouguer [1698–1758] pensó que la montaña sobre que se asentaba el punto considerado, cuando éste tenía cierta altura sobre el nivel del mar, debía producir una atracción que había de sumarse á la gravedad. Considerando la montaña como un cilindro de radio r y altura h, y constituído por una roca de densidad δ y refiriendo el elemento de masa como antes á un sistema de coordenadas cilíndricas, ω, ρ, z, el potencial V del cilindro en el punto atraído será:

$$V = \delta \int_{\omega=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^{r} \int_{z=0}^{h} \frac{\rho d\omega d\rho dz}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \qquad (1)$$

Antes de pasar adelante, observaré algo que después nos ha de permitir calcular fácilmente la atracción de un plano, y que hoy va a abreviar ligeramente nuestro cálculo de la componente vertical Z de la atracción de la montaña. Para calcular el potencial de un sistema continuo cualquiera, en general se procede por triple integración de una cierta expresión que puede por esto escribirse bajo la forma:

$$\frac{d^3 V}{dx\ dy\ dz}\ dx\ dy\ dz$$

(Análogamente si se tratase de coordenadas cilíndricas ú otras).

Así se obtiene la expresión del potencial en un punto, en función de sus coordenadas. Luego hay que derivar esta expresión con relación á las coordenadas, para obtener las componentes de la atracción según los ejes respectivos. Y como á esa expresión de las componentes puede llegarse integrando sólo dos veces con respecto á los otras dos variables, tendremos:

$$X = \iint_V \frac{d^3 V}{dx\, dy\, dz} dy\, dz$$

$$Y = \iint_V \frac{d^3 V}{dx\, dy\, dz} dx\, dz$$

$$Z = \iint_V \frac{d^3 V}{dx\, dy\, dz} dx\, dy$$

Así podemos calcular la corrección de Bouguer, para lo cual determinaremos la componente vertical de la atracción integrando la (1) con relación á ω y á ρ, y multiplicando por — K:

$$Z = 2\, K\, \pi\, \delta\, (\sqrt{r^2 + y^2} - y)$$

y reemplazando allí los límites 0 y h:

$$Z = 2\, K\, \pi\, \delta\, h \left(1 - \frac{\sqrt{r^2 + h^2}}{h} + \frac{r}{h}\right)$$

Análogamente á como lo hemos hecho con el cilindro, podemos hacerlo con el cono, obteniendo:

$$Z=2\,K\,\pi\,\delta\,h\left(1-\frac{h}{\sqrt{r^2+h^2}}\right)$$

y con el segmento esférico:

$$Z=2\,K\,\pi\,\delta\,h\left(1-\frac{2}{3}\frac{h}{\sqrt{r^2+h^2}}\right)$$

(Clarke: *Geodesia*, p. 482).

Pero suponiendo que h es mucho menor que r, todos los casos nos conducen al valor $Z=2\,K\,\pi\,\delta\,h$. La atracción g del globo terrestre es $\frac{4}{3}\,K\,\pi\,\triangle\,R$ siendo R el radio y $\triangle$ la densidad media. La relación entre ambas atracciones será:

$$\frac{Z}{g}=\frac{3}{2}\frac{\delta}{\triangle}\frac{h}{R}$$

de donde la corrección de Bouguer:

$$d_3g=\frac{3}{2}\,g\,\frac{\delta}{\triangle}\frac{h}{R}$$

IV.—La densidad de las montañas.

Bouguer aplicó este cálculo á los estudios gravimétricos que efectuó en el Chimborazo, y comparando los resultados dados por la fórmula de Clairaut después de haberle aplicado la corrección del propio Bouguer, con los obtenidos experimentalmente valiéndose de un péndulo casi primitivo, obtuvo la relación:

$$\frac{\delta}{\triangle}=\frac{850}{3993}$$ (Clarke, p. 483)

resultado demasiado bajo para la cordillera de los Andes.

En efecto, siendo la densidad media de la tierra 5,505, a estar a lo determinado por Richarz y Krigar-Menzel (6), la cordillera de los Andes resultaría teniendo en el Ecuador una densidad de 1,172, siendo así que la densidad media de las rocas conocidas de la corteza terrestre oscila entre 2 y 3, además de lo cual, los cálculos de Laplace arrojan para la densidad de la corteza terrestre la mitad de la densidad media del globo.

A Bouguer le produjo extrañeza el hallar tan baja densidad, aunque en aquella época aun no había nacido Laplace, ni los estudios de Mecánica Celeste y de Geodesia Superior habían alcanzado mucho adelanto. (7)

Para explicar semejante anomalía, Bouguer supuso que las montañas volcánicas de los Andes presentaban ciertas cavidades en su interior, o sea que casi supuso que eran cascarones de montañas. Posteriormente se han propuesto otras explicaciones, por Airy, Pratt y Faye, a las que pasaré revista sucesivamente.

V. — La hipótesis de Bouguer.

La hipótesis emitida por Bouguer solamente tiene hoy un interés histórico. Suponer que el Chimborazo, que es un volcán, tuviera inmensos vacíos interiores, esto es, que la chimenea que desemboca en el cráter tuviera ramificaciones, cámaras, ensanchamientos, no era del todo inverosímil.

---

(6).— Chwolson: *Tratado de Física*, t. I, p. 397.—Chwolson adopta un valor algo mayor, 5,522, pero es atribuyendo (como explícitamente lo advierte) igual peso á las determinaciones de Cornu y Baille, de Poyting, de Boys, de Braun y de Krigar-Menzel y Richarz. Chwolsen da como error probable de la determinación de Krigar-Menzel y Richarz. $\pm$ 0,0009, pero no indica los errores probables de las otras cuatro determinaciones, a pesar de lo cual toma la media aritmética de las cinco, cosa que sólo es lícita cuando las cantidades tienen igual peso, o lo que equivale, igual error medio, o probable (porque el error medio y el probable, proporcionales entre sí, son inversamente proporcionales a la raiz cuadrada del peso). Y como, por razones obvias, es inverosímil que cinco determinaciones de $\triangle$ tengan igual error probable, la media tomada por el sabio ruso es abusiva.

(7).— Bouguer publicó su libro, *La Figure de la Terre*, precisamente en 1749, año en que nació Laplace. Clairaut había publicado el suyo seis años antes, en 1743.

Pero como hechos análogos han sido observados en todas las montañas y mesetas del mundo, y no siendo posible suponer que las montañas sean a manera de botes volcados sobre el suelo llano de los continentes, sino que todo conduce á creer que son macizas, se vé que la explicación de Bouguer, como interpretación de un hecho general, debe ser desechada.

VI.—Disminución de la gravedad en las montañas.

Considerando la densidad media de las rocas que forman un sistema orográfico. y reemplazándola en lugar de δ, se ha calculado la gravedad en diversos lugares situados a gran altitud, y se ha encontrado una notable inferioridad de la realidad experimental respecto del cálculo teórico. En las islas, por el contrario, hay aumento de la gravedad (8).

Para explicar tal disminución de la gravedad en las montañas, se han propuesto varias hipótesis.

VII.—La teoría de Airy.

Jorge Airy, profesor de Astronomía en la Universidad de Cambridge (1801–1892), influenciado por la opinión reinante en su tiempo, de la fluidez del núcleo terrestre, emitió en 1855 la opinión de que una meseta, por su excesivo peso, debía *desgajarse*, por así decir, del resto de la corteza terrestre, y hundirse hasta quedar flotando en la masa líquida del núcleo (aunque sin moverse, porque lo impedía la corteza circundante, que enmarcaba a la meseta). Así, si por una parte hay exceso de atracción por la masa de la meseta, por otra hay defecto, debido a que el volumen de masa fundida desalojada por la meseta, está reemplazado por igual volumen de masa de ésta, masa que es, aunque sólida, menos densa.

———

(8).—Obsérvese que dar un valor a la densidad de las rocas, y calcular muy alto el valor de la corrección de Bouguer, o determinar experimentalmente la corrección de Bouguer y hallar para las capas terrestres densidad muy baja, da lo mismo. Así que la explicación de Bouguer y las que vienen en seguida, se refieren sustancialmente a la misma cosa.

Parece apoyar esta concepción de que las mesetas han sufrido un hundimiento, el hecho de que están generalmente limitadas por fallas (9). Pero hoy se admite que las fallas son debidas precisamente al levantamiento, a la formación de la meseta (10), la cual parece haberse levantado gracias a fuerzas verticales más bien que tangenciales (11), de manera que esas fuerzas, que pudieron levantar la meseta venciendo esa cohesión que calculaba Airy (12), con mayor razón habrán podido después sostenerla, ayudadas, no ya por la cohesión, que pudieron vencer, sino por la fricción y el acuñamiento natural.

Airy parece suponer que la corteza no está en contacto con el núcle , por lo menos debajo de la meseta, lo cual es inadmisible, por la gran presión interna. Esta presión, transmitida por el núcleo fluido que imaginaba Airy, ha de contribuir mucho a sostener la meseta, aunque desaparecieran esas fuerzas verticales que la levantaron, ó aunque ellas, como creen Suess y su escuela, nunca hayan existido.

La precedente crítica de la teoría de Airy, supone el núcleo fluido. Pero el concepto moderno considera a la Tierra como sólida y hasta como más rígida (13) en su núcleo que

---

(9). — Chamberlin and Salisbury: *Geology*, vol. I, p. 444. New York, 1905.

(10).— No se puede, en general, decir si una falla se ha producido por descenso de uno de sus labios o por levantamiento del otro: todo lo que puede afirmarse es la existencia y el sentido del movimiento relativo. (Haug: *Traité de Géologie*, I, p. 249. Paris, 1911).

(11). — Chamberlin and Salisbury: *Geology*, vol. I, p. 543. No ignoro ni desconozco la resistencia de muchos geólogos a esta manera de ver las cosas, resistencia que condujo a uno de los más grandes de entre ellos, Eduardo Suess, a la afirmación de que los únicos movimientos verticales de la corteza terrestre eran los hundimientos. Y A. de Lapparent cree que, además de los hundimientos, los únicos movimientos verticales son los epeirogenéticos. (Haug: *Traité de Géologie*, I, p. 512).

(12).— Clarke: *Geodesia*, p. 155.

(13).— Esta rigidez, demostrada por innumerables razones astronómicas, sismológicas, etc., y computada mediante sabios cálculos por Jorge Darwin, excelso profesor de Astronomía de la Universidad de Cambridge, y el hecho de estar aún sobre el tapete de la discusión la teoria que considera que la Tierra — caso de haber sido alguna vez fluida — comenzó a solidificarse por el centro hacia la periferia (teoría interesantísima sobre la cual no puedo insistir aquí), son motivos bastantes para que no podamos adoptar la isostasia como fácil explicación de la compensación entre el relieve geomórfico y la densidad de las grandes *dovelas* (*voussoirs*, dicen los franceses) terrestres.

en las partes vecinas a la superficie (14), y dentro de él la teoría de Airy carecería de sentido.

VIII — La teoría de Pratt.

Pratt, canónigo de la catedral de Calcuta, emitió la idea de que la tierra, fluida, se contrajo desigualmente al enfriarse, dando así nacimiento a las elevaciones y depresiones, pe-

---

(14).— La objeción que se trata de presentar contra la solidez del núcleo terrestre, reposa sobre que a las grandes temperaturas de la profundidad, las rocas han de fundirse a pesar de la gran presión, debido a que ha de alcanzarse su punto crítico. Pero cabe observar que la temperatura no es, seguramente, tan alta como podría creerse a primera vista por la consideración de los grados geotérmicos, y que tal vez *el* punto crítico, o *no existe* o está mucho más lejano de lo que creemos. Veámoslo.

Observa un autor que en el centro de la Tierra la atracción es nula, coma dando a entender que no hay por qué los materiales más pesados se dirijan allí; pero de ello lo único que se deduce es que se dirigirán con aceleración decreciente. (Aprovecho esta oportunidad para indicar que un cuerpo que cayese en un pozo que llegara al centro de la Tierra, caería con aceleración decreciente siempre positiva, y por lo tanto con velocidad creciente. La aceleración; positiva, se anularía en el centro de la Tierra, lo que prueba hasta la saciedad que allí la velocidad alcanzaría su máximo. Si el pozo continuara más allá del centro de la Tierra hasta los antípodas, la aceleración se tornaría negativa, la velocidad decreciente, y el cuerpo tomaría a lo largo del diámetro terrestre un movimiento que sería vibratorio armónico si la Tierra fuera homogénea. En esto se hace caso omiso del movimiento de rotación terrestre. No creo inoportuna esta digresión sobre un curioso problema de Mecánica, relacionado con la cuestión principal que estoy tratando, que suele ser mal comprendido con harta frecuencia). Además de esta causa de aumento de la densidad a medida que avanzamos de la superficie al centro de la Tierra, hay otra: la compresión ejercida por las capas superiores. Y como observa Le Conte (*Elements of Geology*, p. 87. New York, 1901), el aumento de densidad entraña un aumento de conductividad calorífica. Ahora bien, el grado geotérmico (metros de profundidad por un grado centígrado de temperatura) está en razón directa de la raiz cuadrada de la conductividad calorífica de las rocas, puesto que se define la conductividad como proporcional al cuadrado de las longitudes de cera fundidas en el aparato de Ingenhousz. (Chassagny: *Cours Elémentaire de Physique*, p. 407. Paris, 1907). Así que el grado geotérmico ha de ir en aumento con la profundidad. Y el grado geotérmico es la inversa de la derivada de la temperatura con relación á la profundidad, en la ecuación que liga a ambas cantidades. (Podría simplemente decirse que el grado geotérmico es la derivada de la profundidad con relación a la temperatura). Siel grado geotérmico vá creciendo, pues. el aumento de temperatura irá disminuyendo, y ésta no será tan alta como si fuera función lineal de la

ro conservándose constante la cantidad de materia en las diversas verticales. Tal teoría, que, según dice Clarke, ha sido aceptada por Walker, está en oposición con los principios geológicos relativos a la orogenia. Ahora bien, el globo nunca fué una masa fluida homogénea, así que no hay por qué la cantidad de materia haya sido nunca constante para todas las verticales. Y si lo fué, no hay por qué la contracción haya sido desigual.

---

profundidad, cual sucedería si el grado geotérmico fuera constante a lo largo de un radio terrestre. La curva de la temperatura en profundidad ha de ser, según eso, cóncava al eje de las profundidades. (Estas consideraciones no están reñidas con ciertas especulaciones que conducen a una curva que en determinada región del espacio presenta convexidad al eje de profundidades, pero que en definitiva resulta cóncava a él).

En cuanto a los puntos críticos, de presión y de temperatura, observemos que no son sino aquellos en que la curva indicadora de la temperatura de fusión en función de la presión, se convierte en una paralela a uno de los ejes coordenados: a aquél de los ejes sobre el cual se mide la otra variable. Ahora bien, tal vez si lo que tomamos como temperatura crítica, como una temperatura a partir de la cual ya el estado sólido no puede existir a ninguna presión, como un par de valores de función y variable para el cual la derivada se hace para siempre nula, no es sino un valor de la función (temperatura) muy lentamente creciente para cierto valor de la variable (presión), y donde nosotros, engañados por la imperfección de nuestras medidas termométricas de altas temperaturas, creemos ver ya una recta paralela al eje de abscisas. Tal vez, pues, sólo se trata de un aumento del radio de curvatura de la curva de fusión, en las vecindades de un punto de inflexión, donde la derivada, después de disminuir, y aun quizá sin llegar a alcanzar valor nulo, tienda a aumentar. En tal caso, podría suceder que medidas pirométricas mejores que las actuales, nos probaran la existencia de varios de estos *puntos críticos*, y que el perfeccionamiento de nuestros medios pirométricos y pirogénicos fuera asignando nuevos límites al estado sólido, correspondientes a temperaturas cada vez mayores, y franqueando los anteriormente fijados, al modo que el perfeccionamiento de los telescopios permite resolver en estrellas las nebulosas anteriormente conocidas y descubrir otras nuevas. Esta sería una verdadera pluralidad de *puntos críticos*, que dejarían de ser tales de la fusión para convertirse en simples *puntos singulares* de su curva representativa.

Y si así fuera, que después de disminuir aumentase la derivada, de manera de hacer una curva convexa al eje de presiones, hasta podría suceder que tendiera a transformarse tal curva en una paralela al eje de ordenadas, teniéndose así un punto crítico de presión a partir del cual ya no podría tenerse el estado liquido a ninguna temperatura. ¡Y así, el falso punto crítico de temperatura, podría ser el anuncio de un próximo punto crítico de presión! Otra cosa que también podría suceder es que la función de que se trata, aun sin ser ella misma periódica, presentase ciertos elementos de periodicidad, siendo v. gr., función de función periódica, o función periódica de función. Todo esto no quiere decir que yo sostenga que la curva

IX — La idea de Faye.

Hervé Faye, profesor de Astronomía de la Escuela Politécnica de París, quiso explicarse las anomalías de la gravedad, suponiendo que bajo los mares el enfriamiento era más rápido que bajo los continentes debido a la presencia del agua, que allí el espesor de la corteza era mayor, y que por lo tanto debía haber mayor atracción (15).

Dice L. de Launay (16) que Lapparent ha combatido la

---

de fusión haya de presentar tales particularidades, sino que trato de hacer ver cuán poco conocemos el aspecto de la curva en lejanas regiones del espacio, apartadas del pequeño trozo al cual se limitan nuestros conocimientos.

Lo único que puede resolver la cuestión que dejo insinuada sobre puntos críticos, es el estudio experimental del fenómeno, que permita la determinación empírica de puntos de la curva de fusión. Una comprensión defectuosa de la teoría de la interpolación, podría hacer suponer equivocadamente que determinando la ecuación empírica de la curva de fusión, podría averiguarse, mediante la discusión de esa ecuación, qué había respecto de los puntos críticos de la fusión y de los singulares de la curva que representa su marcha. Tal creencia sería errónea, porque la ecuación empírica de un fenómeno sólo representa una curva que, teniendo una ecuación de forma dada (forma que, por lo demás, se escoge según los resultados obtenidos en una discusión previa del fenómeno y de las experiencias que lo han hecho conocer), se acerca lo más posible a la curva experimental *dentro de los valores en que ésta es conocida*. Quiere decir, pues, que la ecuación empírica de un fenómeno *no puede nunca aplicarse más allá de los límites que la experimentación no haya franqueado*. Lo demás constituiría una *extrapolación*, cuando la determinación de las ecuaciones empíricas se hace por *interpolación*. Es oportuno hacer notar esto, porque muchas personas creen que una ecuacion empírica, que sólo puede aplicarse a un trozo de curva, es una expresión general extensible a todo el espacio, error proveniente de no tener lo bastante presentes la teoría y el espíritu de la interpolación, y en el cual suelen incurrir sabios eminentes. En este camino de la aplicación indebida de la interpolación, se ha llegado a extremos inverosímiles, cual es el de haber aplicado el método de los menores cuadrados a los grados geotérmicos medidos en sondajes, y haber querido extender la ecuación así obtenida, a toda la longitud de un radio terrestre. para averiguar la temperatura del centro de la Tierra. Una de estas computaciones arroja para la temperatura del centro del globo, *seiscientos millones de grados centígrados bajo cero*. Pero este cálculo debe inspirar la misma confianza que la construcción de una curva sin otro dato que la dirección de su tangente en el origen.

(15).—Faye: *Cours d'Astronomie de l'Ecole Polytechnique*, t. I, p. 304, 307, Paris, 1881.

(16).— *La Science Géologique*, p. 98, nota 3. Paris, 1913.

idea de Faye, y Lapparent dice lo mismo (17) en la Academia de Ciencias de París. Yo desgraciadamente no conozco tal refutación. Más aún: no sé ni dónde ni cuándo haya sido hecha.

Discutamos la hipótesis de Faye.

1. El astrónomo francés manifiesta tácitamente que la costra que se solidifica es más densa que el núcleo fluido que queda debajo. Esto se opone a la hipótesis de Airy en lo único que ella tiene de cierto: en afirmar que la costra es *aunque sólida*, menos densa que el núcleo, que los sabios de ese tiempo consideraban fluido. ¿O creía Faye que el enfriamiento producido por el mar hacía sentir sus efectos hasta profundidades incalculables, y solidificaba el núcleo en sus partes más densas y profundas? Y si creía que el Océano Pacífico podía extender su acción enfriadora en sentido vertical hasta profundidas tan grandes, ¿por qué no pensaba que podía extenderla horizontalmente hasta la vertical del Chimborazo, cuya distancia al mar no es muy grande?

2. Si la conductibilidad calorífica de las capas terrestres fuese bastante grande para que los mares pudieran, á través de la corteza, enfriar el núcleo, no se vé por qué no pudiera el núcleo, masa de millones de kilómetros cúbicos, hacer hervir el agua de todo los mares, cuyo volumen es mucho menor que $\frac{1}{4000}$ del volumen del núcleo. Supongamos el volumen del núcleo, que se considera fundido, igual solamente a 4000 veces el volumen del agua de todos los mares; tomemos para el calor específico de su masa, el número 0,11, que es el del fierro y el níquel que, según Suess, han de componerlo (18); y hagamos su densidad igual a 7,9, que es la del fierro (la del níquel es aun mayor, lo cual es favorable á mi punto de vista). Entonces la masa del núcleo será más de 30 000 veces mayor que la del mar. Supongamos que sólo lo sea 30 000. Para elevar el agua del mar de 0 a 100º C., esto es, para hacerla hervir, la temperatura del núcleo sólo disminuiría en $\frac{1}{33}$ de grado. Y como su temperatura será cuan-

(17).—*Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, t. CXXXVII p. 827.

(18) Curso de Geología dictado en la Escuela de Ingenieros del Lima por Carlos I. Lisson.—F. Rinne: *Etude pratique des Roches*, p, 2. Paris 1912.

do menos la de fusión del hierro y de las rocas [unos 1500° C. según Chassagny: *Cours Elémentaire de Physique*, p. 310), quiere decir que su temperatura se reducirá en $\frac{1}{50000}$. Llegados a este estado, para evaporar toda el agua del mar sólo haría falta una cantidad de calor que emitiría el núcleo con un descenso de un sexto de grado centígrado en su temperatura. Luego el descenso total de la temperatura del núcleo para evaporar toda el agua del mar supuesta a 0 de la escala centígrada, sería de un quinto de grado, o sea $\frac{1}{7500}$ de la temperatura de 1500º C., que es la mínima que puede tener para estar fluído, y eso prescindiendo del papel de la presión. Observaré que este descenso en la temperatura es muy inferior a los errores de observación que se cometen al observar tan altas temperaturas, es decir que el descenso de temperatura del núcleo por evaporación total del agua de los mares, sería absolutamente insensible aun a las más cuidadosas de nuestras actuales medidas de laboratorio. El mar es ante el núcleo terrestre lo que una gota de agua junto a una esfera de hierro fundido de 73 mm. de diámetro. Se vé cuán poca cosa son los océanos para enfriar el núcleo terrestre.

3. Hagamos tres suposiciones:

A) La corteza que se solidifica es menos densa que el núcleo;

B) Tiene igual densidad que él;

C) Es más densa que él.

Admitamos, con Faye, que el mar puede acelerar debajo de sí la solidificación del núcleo, y veamos las consecuencias de esta hipótesis en cada uno de los tres casos considerados.

A) Si la corteza es menos densa que el fluido nuclear cuyo lugar ocupa, bajo los mares habrá menor densidad que bajo los continentes [donde el fuido no se ha concrecionado en costra poco densa] y no tiene porqué haber mayor atracción, sino más bien lo contrario.

B) Si la corteza y el luido nuclear tienen igual densidad, la solidificación no tendrá influencia sobre la gravedad.

C) Si la corteza es más densa que el fluido nuclear de donde procede, las costras, á medida de su formación, *irán al fondo*, esto es, que se desprenderán de la corteza terrestre,

y se dirigirán al centro del globo, á donde las llama la atracción. (La corteza ya formada no puede ejercer atracción sobre las costras que se forman dentro de su envoltura, porque el potencial de una capa esférica es constante en el interior de ella). Y dirigiéndose al centro, en esta verdadera convección, los trozos de corteza que han comenzado a formarse serán refundidos por la masa fluida. De modo que el calor absorbido por el agua del mar á través de la costra terrestre será cedido por todo el núcleo, caso ya considerado en el párrafo 2.

4. En los continentes hay una causa de enfriamiento que podría ejercer el papel que Faye asignó al océano. Me refiero á la napa freática: ella, por su movimiento, renueva sus contactos con la masa terrestre; y que presenta con ella un intercambio de calor, lo atestiguan las altas temperaturas con que suele aflorar. Y según Chamberlin y Salisbury (19) la napa freática desciende sin duda á profundidades mayores que la profundidad media de los mares.

5. El mar no presenta fenómeno alguno de convección, como debería suceder si hubiera algún intercambio térmico con el núcleo (20).

6. La profundidad media de los mares es de 3800 metros (21). El grado geotérmico medio puede evaluarse en más de 30 metros, y aun suponiendo que no aumente en la profundidad, como debe suceder, á 3800 metros de profundidad las rocas tendrán una temperatura no mucho mayor de 100° C. Así que el mar tiene el efecto enfriador del agua fría, y las rocas el del agua caliente. Tratándose de la solidificación del fierro fundido, la diferencia no me parece muy grande.

7. Debe observarse que lugares hoy situados en elevadas montañas, fueron en las edades geológicas lechos de mares

---

(19).—*Geology*, vol. I, p. 216-220.

(20).—Tal convección, en caso de existir, podría llegar a causar una seria perturbación en la sedimentación de partículas muy divididas (partículas de arcilla; lodos orgánicos, restos planctónicos). No he calculado la intensidad de convección que sería necesaria para producir tal perturbación, pero ese cálculo no ofrecería dificultad, pues sería análogo a los de la Preparación Mecánica de Minerales. (Véase la obra de Ratel: *Préparation Mécanique des Minérais*, Chap. III).

(21).—Chamberlin and Salisbury: *Geology*, vol. I, p. 325.

profundos. En los Apalaches, el espesor de los sedimentes alcanza la enorme cifra de 12 kilómetros, y en el Himalaya, 4 kilómetros (22). Calcúlese, si fuera cierto lo que suponía Faye, de que bajo los mares el enfriamiento y la solidificación eran mayores, cuán grande no habrá sido el enfriamiento producido bajo las actuales regiones de los Apalaches y del Himalaya, en los siglos de siglos necesarios para la deposición de sedimentos de varios kilómetros de espesor. Tal vez ninguna región del globo ha permanecido bajo las aguas tanto tiempo como los Apalaches y el Himalaya. Según las en verdad algo inconsistentes evaluaciones de Dana, los tiempos paleozoicos, á los cuales corresponden los sedimentos de los Apalaches, duraron doce veces más tiempo de lo que llevan de duración los neozoicos. De otro lado, los estudios geológicos prueban que se han hundido continentes, como el atlántico, de todo lo cual resulta que la actual geografía sólo es un estado pasajero en la historia del globo, y de ningún modo una forma inmutable que represente su estado pasado y venidero. (22 bis) Y en los pasados tiempos geológicos, el espesor á la sazón más pequeño de la corteza facilitaría la acción enfriadora del mar. Y no se diga que en pasadas edades geológicas los mares fueron muy calientes: eso sería en las edades pregeológicas (como prehistóricas), que no en los tiempos paleozoicos, durante los cuales la temperatura marina era lo bastante suave para que ya desde el principio de la época cámbrica vivieran trilobites, gasterópodos y braquiópodos (23). Además, ya desde el período algonkiano existían anélidos, moluscos, crustáceos, quizá si trilobites

---

(22).—Haug: *Traité de Géologie*, I, p. 160. Son 13 y 5 kilómetros, respectivamente, según Launay: *La Science Géologique*, p. 375. De aquí la teoría de la formación de las montañas sobre el emplazamiento de lo geosinclinales por el levantamiento de un geanticlinal medio, teoría que, generalizando el principio del espesor crecido de los sedimentos en las regiones plegadas, y por lo tanto el supuesto enfriamiento, quita más valor aún a la teoría de Faye.

(22 bis).—Entre otras obras que tratan de esto, es digno de leerse el hermoso libro de divulgación paleogeográfica de Boelsche: *Los Continentes y los Mares; sus variaciones en los períodos geológicos*. Barcelona, 1914.

(23).—Karl von Zittel. *Text-Book of Paleontology*, t. I, p. 420, 579, 727. London, 1913. H. Woods: *Palaeontology Invertebrate*, p. 186, 253, 310. Cambridge, 1909.

(24), y Sederholm ha llegado á pensar en equinodermos arcaicos (25). Y por calientes que hayan sido nunca las aguas del mar, su temperatura sería inferior á la de ebullición correspondiente á la presión á que estuvieran sometidas.

8. He querido combatir la opinión del ilustre sabio francés como deben combatirse todas las doctrinas: colocándose en su punto de vista. Por eso he admitido en el curso de este razonamiento la fluidez del núcleo. Pero hoy, que parece que toda la tierra es sólida, la hipótesis de Faye tiene menos valor todavía: la mayor conductividad calorífica de los sólidos —que haría á todo el núcleo solidario del enfriamiento local producido por el mar—,el menor aumento de densidad en el enfriamiento de un sólido que en la solidificación de un líquido, hacen desechable la teoría.

X.—Una teoría moderna.

Tal vez si la verdadera causa del aumento de la gravedad en los mares, es que bajo ellos la tierra es más densa, y precisamente por eso se ha hundido formando las fosas marinas, como dicen Chamberlin y Salisbury (26). Según eso, tal hundimiento se ha traducido por fracturas, tal como lo hacía notar Lapparent á la Academia de Ciencias de París (27). En las islas subsistiría el efecto de la mayor densidad terrestre en las depresiones marinas, porque las islas son de la misma materia que el fondo: las cadenas de montañas, las mesetas y las fosas y protrusiones secundarias en general, parecen resultar de los esfuerzos de acomodación entre las diversas *cuñas* mas ó menos hundidas (28).

---

(24).—Haug: *Traité de Géologie*, t. II, p. 578.

(25).—J. J. Sederholm: *Ueber eine archæische Sedimentformation im südwestlichen Finland* (Boletín de la Comisión Geológica de Finlandia).—Citado por Haug, t. I, p. 192; t. II, p. 567.

(26).—*Geology*, vol. I, Chap. IX: *The Movements and Deformations of the Earth's Body* (*Diastrophism*). Los sabios autores de esta obra hacen observar que de tal manera de ver las cosas, resultaria que la Tierra no fué nunca, como antes se habia creído, una masa fluida homogénea. Ya lo mismo se había demostradp por el cálculo (Clarke: *Geodesia*, p. 125.)

(27).—*Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, loc. cit.

(28).—Chamberlin and Salisbury: *Geology*, loc. cit.

Quizá también en la vertical de las montañas la gravedad disminuya por causa fácil de explicar: los estratos, al plegarse para formar las montañas, generarían bajo ellos un vacío. Disminuyendo así la presión, una parte del núcleo se fundiría, se expandería y colmaría el vacío, disminuyendo su propia densidad. Y este modo de ver las cosas, concordaría con la concomitancia de los fenómenos orogénicos, sísmicos y volcánicos.

Por lo demás, la anomalía positiva de las islas ha de ser debida á la atracción del denso zócalo sobre que se asientan.

XI.—La componente horizontal de las atracciones locales.

Las perturbaciones que las desigualdades topográficas ó las heterogeneidades telúricas introducen en la atracción terrestre, no solamente se manifiestan en la intensidad de la gravedad, que esas masas alteran con la componente vertical de su atracción—única alteración que hasta ahora he considerado—sino también en la dirección de la vertical, que resulta desviada á causa de la componente horizontal de la atracción mencionada. Maskelyne, astrónomo inglés (1732-1811), midió en 1775 la desviación producida en la vertical por una montaña de Escocia, el Shehallien. Después de tres años de trabajo, el célebre geólogo James Hutton, fundador de la escuela plutoniana, cubicó la masa perturbadora y determinó su densidad media. De allí se dedujo por primera vez la densidad de la Tierra. Todas las irregularidades topográficas alteran la dirección de la vertical, y en el *Tratado de Geodesia* de Clarke (p. 436) se indica el siguiente método de calcular la componente según la meridiana, de la desviación producida en la vertical por los accidentes topográficos. *Lo que se dice de la meridiana puede aplicarse á cualquier otra dirección, á condición de que desde allí empiecen á contarse los azimuts.* Se considerará positiva la atracción dirigida hacia el punto a partir del cual se cuenten los azimuts, y negativa la diametralmente opuesta. Sobre una carta acotada de la comarca, se hacen emergir desde el punto O la desviación de cuya vertical se trata de estudiar, un número conve-

niente de líneas, y se trazan, con centro común O, circunferencias. Sean a y A los azimuts de dos rectas consecutivas, siendo $a < A$; r y R, los radios de dos circunferencias, siendo $r < R$; h la cota media de la superficie de terreno comprendida entre esos dos radios y esas dos circunferencias, cota calculada sobre el plano horizontal que pasa por O; ω, ρ, z, el azimut, la proyección horizontal de la distancia á O, y la cota, de un elemento de masa de volúmen $\rho d\omega d\rho dz$; δ, la densidad media de la roca que compone el prisma cuya atracción se calcula, y que en el curso de los cálculos unas veces se presentará como positiva y otras como negativa; K, la constante de la atracción. Entonces, llamando X la componente meridiana de la atracción, tendremos:

$$Z = K\,\delta \int_{\omega=a}^{A} \int_{z=0}^{h} \int_{\rho=r}^{R} \frac{\rho^2 \cos\omega\, d\omega d\rho dz}{(\rho^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= K\,\delta\, h\,(\text{sen } A - \text{sen } a) \log \text{hip} \frac{R + \sqrt{R^2 + h^2}}{r + \sqrt{r^2 + h^2}}$$

Las masas invisibles desvían también la vertical cuando su densidad es mayor ó menor (29) que la de la parte circundante de corteza. De allí un procedimiento para catear minas (30): el proponer á este Congreso ese original método, fué al principio el plan único del presente trabajo: después, llevado de mi invencible tendencia á los puntos de vista totales, resolví ampliarlo hasta tratar en él de todo el papel de la gravedad en Geología.

---

(29).—Es célebre la anomalía repulsiva que se presenta en la estepa rusa, cerca de Moscú.

(30).—Launay (*Science Géologique*, p. 98, nota 2) alude al cateo fundado en las anomalías *de la intensidad de la gravedad*. Parece mostrarse mas optimista a este respecto en el Cap. IX de su libro *La Conquista Mineral*. No he querido callar estos pasajes del eminente profesor: no me jacto de tratar una materia virgen, pero sostengo que la originalidad no consiste en entreveer vagamente una verdad nueva, sino en incorporarla, organizada, a la ciencia humana, imprimiéndole el sello personal de cada investigador.

XII.—La investigación de Minas.

A los antiguos métodos de investigación minera *de visu*, ha venido á sumarse, puedo decir que recientemente, un método científico que rinde los más brillantes resultados: me refiero al magnetométrico, capaz de suministrar detalles increíbles relativos á las particularidades de los yacimientos de minerales magnéticos (31).

El método que aquí propongo es enteramente análogo al magnetométrico, pues ambos consisten en descubrir un campo de fuerza: gravimétrico en este caso, magnético en el otro.

Dos problemas se presentan en esta cuestión de las perturbaciones que en la intensidad y dirección de la fuerza de la gravedad introduce una masa extraña yacente en la corteza terrestre. El primer problema (que es un problema que podría llamarse auxiliar pues sólo sirve para resolver el segundo, y que por lo tanto tiene el carácter de los lemas) consiste en determinar las perturbaciones que ha de sufrir *en intensidad y dirección* la fuerza de la gravedad en un punto dado, cuando se conocen los datos concernientes á la masa perturbadora. El segundo problema consiste en inquirir las particularidades de la masa perturbadora, cuando se conoce el campo de fuerza por ella engendrado.

El primer problema es un problema normal de Cálculo Integral: definiendo geométricamente la masa perturbadora, se calcula el potencial de ella en un punto definido por sus coordenadas. Vamos por ahora á ocuparnos en este primer problema.

XIII.—Atracción ejercida por un punto.

A esta atracción puede referirse también la de una esfera, considerando toda su masa como reunida en su centro.

---

(31).—Haton de la Goupilliére: *Cours d'Exploitation des Mines*, t. I, p. 19. Paris, 1905.

Sean x, y, z, las coordenodas de un punto cualquiera [exterior á la esfera, si de esfera atrayente se trata]; a, b, c, las coordenadas del punto atrayente; M, su masa; K, la constante de la atracción.

Debo observar aquí que, puesto que la masa atrayente obra *por su exceso de densidad* sobre la de la materia cuyo lugar ocupa—á modo que los cuerpos sumergidos en un fluido sólo experimentan atracción terrestre por su exceso de peso sobre la porción de fluido que desalojan, según el principio de Arquimedes (32)—,es evidente que por M debe tomarse sólo el exceso de la masa del cuerpo atrayente sobre la de la roca cuyo lugar ocupa, y por su densidad δ, que se presenta en algunos cálculos ulteriores, el exceso sobre la de la roca. Si el terreno de la comarca es homogéneo, se tomará por densidad de la roca la de toda ella. Si no lo fuere, se tomará la de aquella parte de roca que ocupe el lugar simétrico de la masa atrayente con respecto á la vertical del punto atraído.

La intensidad F de la atracción del punto (a, b, c,) sobre el (x, y, z,) será:

$$F = \frac{KM}{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}$$

Siendo X, Y, Z, las componentes de F según los ejes, se tendrá:

$$X = \frac{KM\ (x-a)}{[(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

Análogamente se calcularían las componentes Y, Z.

Es innecesario notar que las expresiones escritas en el presente parágrafo se refieren á la intensidad del campo, es decir que indican la fuerza sobre la masa-unidad.

---

(32).—Esta es una simple comparación, que no tiene ni puede tener en mira indicar ninguna similitud de causas.

XIV.—Atracción por un plano.

Considérase teóricamente un filón como un paralelepípedo una de cuyas dimensiones es mucho menor que las otras dos (33). Supondremos primeramente que la potencia ó espesor del filón es lo bastante pequeña para despreciarla, y considerando al filón como un plano, calcularemos la atracción de este plano. Consideraremos después el espesor como no despreciable, y calcularemos la atracción de un paralelepípedo.

Sea, pues, calcular la atracción de un plano sobre un punto. A fin de dar á la solución que buscamos toda su generalidad, definiremos el plano por su ecuación y el punto por sus coordenadas. Tomemos tres ejes rectangulares, situando el origen en un punto arbitrariamente escogido, pero cuya elección, una vez hecha, no será cambiada en el curso del mismo cálculo. El plano quedará definido por su ecuación:

$$Ax + By + Cz + D = O$$

y el punto por sus coordenadas, a, b, c. Recordando que el elemento diferencial de una superficie, $d\omega$, es

$$d\omega = dx\ dy \sqrt{\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2 + 1}$$

y siendo K la constante de la atracción; δ, la densidad superficial; y V, el potencial del plano en el punto $(a, b, c,)$ tendremos:

$$V = \frac{\delta \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}{C} \iint_S \frac{dx\,dy}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}}$$

(33).—Haton de la Goupilliére: *Cours d'Exploitation des Mines.*

Limitando el plano en las ordenadas y_1, y_2, x_1, x_2, tendremos la expresión siguiente para las componentes de la atracción:

$$X = \frac{K\delta\sqrt{A^2+B^2+C^2}}{C}\left[\int_{y_1}^{y_2}\frac{dy}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c^2)}}\right]_{x_1}^{x_2}$$

Análogamente para Y y para Z.

Concretémonos al cálculo de X:

$$X = \frac{K\delta\sqrt{A^2+B^2+C^2}}{C}.$$

$$\log\text{hip}\left\{\frac{[y_2-b+\sqrt{(x_2-a)^2+(y_2-b)^2+(z_{22}-c)^2}]}{[y_1-b+\sqrt{(x_2-a)^2+(y_1-b)^2+(z_{21}-c)^2}]}.\right.$$

$$\left.\cdot\frac{[y_1-b+\sqrt{(x_1-a)^2+(y_1-b)^2+(z_{11}-c)^2}]}{[y_2-b+\sqrt{(x_1-a)^2+(y_2-b)^2+(z_{12}-c)^2}]}\right\}$$

Asímismo se calcularían las componentes Y, Z. En la fórmula anterior, los valores de z_{mn} son los resultantes de substituír en la ecuación del plano, por x e y los valores de los límites x_m e y_n. Los dos subíndices de la z se refieren el primero á la x y el segundo á la y que han servido para calcularla. Ahora bien, los cuatro radicales representan las distancias del punto atraído á los cuatro vértices del cuadrilátero que limita el plano, vértices cuyas coordenadas son $x_2\,y_2$, $x_1\,y_1$, $x_2\,y_1$, $x_1\,y_2$, y llamando r á estas distancias y afectándolas de subíndices el primero de los cuales se refiere á la x y el segundo á la y, será:

$$X = \frac{K\,\delta\,\sqrt{A^2+B^2+C^2}}{C} \log \text{hip} \frac{(y_2-b+r_{22})(y_1-b+r_{11})}{(y_1-b+r_{21})(y_2-b+r_{12})}$$

Análogamente para Y y Z.

Siendo F la atracción total,

$$F=\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$$

y sus cosenos directores

$$\cos a=\frac{X}{F} \quad ,, \quad \cos \beta=\frac{Y}{F} \quad ,, \quad \cos \gamma=\frac{Z}{F}$$

XV.—Atracción de un paralelepipedo.

Consideremos los ejes coordenados paralelos á las tres aristas del paralelepípedo, y situemos el origen en un punto cualquiera del espacio. Calculemos la atracción del paralelepípedo limitado por los planos

$$x=x_1 \,,,\, x=x_2 \,,,\, y=o \,,,\, y=y_2 \,,,\, z=z_1 \,,,\, z=z_2 \quad (1)$$

Luego restaremos la atracción del

$$x=x_1 \,,,\, x=x_2 \,,,\, y=o,\, y=y_1 \,,,\, z=z_1 \,,,\, z=z_2 \quad (2)$$

La componente X de la atracción ejercida por el macizo (1) sobre el punto $(a, b, c,)$ será:

$$X=K\,\delta \int_{X_1}^{x_2} \int_{o}^{y_2} \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{(x-a)\,dx\,dy\,dz}{[(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2]^{\frac{3}{2}}}=$$

$$= K\,\delta \int_{z_1}^{z_2} dz \log \text{hip} \left[\frac{y_2 - b + \sqrt{(y_2-b)^2+(x_1-a)^2+(z-c)^2}}{y_2 - b + \sqrt{(y_2-b)^2+(x_2-a)^2+(z-c)^2}} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \sqrt{\frac{(x_2-a)^2+(z-c)^2}{(x_1-a)^2+(z-c)^2}} \right]$$

Esta integración con relación á z habrá que hacerla gráficamente ó por cuadratura. Esta última admite á su vez dos variantes: por un medio mecánico (planímetro) ó por un medio geométrico (procedimientos Simpson, Poncelet, etc.) Lo mejor será aplicar la fórmula de Simpson, caso en el cual el cómputo de las ordenadas sería muy sencillo, valiéndose de una tabla de cuadrados y raíces cuadradas.

De igual manera se obtendrá la atracción del macizo [2] limitado por el plano $y = y_1$ que ha de haber que restar de la anterior.

Ninguna dificultad presenta el cálculo de las otras dos componentes, Y, Z.

XVI.—El segundo problema.

Análogamente a como lo he hecho para el punto ó la esfera, para el plano y para el paralelepípedo, podría estudiarse la atracción de cualquier otro cuerpo geométrico.

En cuanto al segundo problema, para resolverlo en toda su generalidad, como lo acabamos de hacer con el anterior, supongamos -lo que ya es mucho suponer- que nuestras medidas de las perturbaciones en puntos diferentes nos hayan permitido establecer la ecuación general de la perturbación en función de las coordenadas del punto atraído. De allí podríamos pasar al potencial de la masa perturbadora en un punto dado, en función de las cordenadas de este punto, y luego indagar la ecuación de la superficie delimitante de la masa perturbadora, problema dificilísimo en que figurarían, entre las incógnitas, los límites de las integrales.

En vista de tal dificultad, tratemos de restringir el problema: supongamos que conocemos la forma geométrica de la masa perturbadora, y que tratamos de inferir *sus características individualizadoras*, por decirlo así; se trata de una esfera, y preguntamos. por su masa y las coordenadas de su centro [34]; se trata de un rectángulo, y preguntamos por su densidad superficial y por las coordenacas de sus vértices. Esto nos conduce todavía a problemas muy complejos: para la esfera, tenemos cuatro ecuaciones con otras tantas incógnitas, de segundo grado en tres de ellas y de primero en la cuarta; para el rectangulo nos vemos conducidos a un sistema de nueve ecuaciones trascendentes con nueve incógnitas. Y aunque este modo de resolver la cuestión tendría la ventaja de no exigir,por lo menos en principio sino tantas determinaciones experimentales sobre el terreno cuantas fueran las incógnitas por determinar, no se podria ni siquiera soñar enresolver para cada caso particular de investigación,tan graves problemas. Tampoco es posible dar soluciones generales de las ecuaciones en función de sus coeficientes. El Algebra Gráfica tampoco tiene hasta ahora, al menos que yo sepa, un método para resolver tales problemas. Por lo tanto, esnecesarios dedicarse al estudio de los *campos caracteristicos*, de los cuales trata el parágrafo siguiente.

XVII.—De los campos caracteristicos. (35)

Podemos *colegir* las características del yacimiento, aunque no con precisión matemática (precisión que, por otra

---

(34).—Es como si dijéramos que fijamos la forma de la ecuación del yacimiento y pedimos a los estudios gravimétricos la determinación del valor numérico de los parámetros.

(35).—Como suelen tomarse como sinónimas las expresiones *superficies equipotenciales* y *superficies de nivel*, así como *curvas equipotenciales* y *curvas de nivel* (y, en efecto, las superficies topográficas del nivel y las curvas topográficas de nivel, intersecciones de aquéllas con la superficie topográfica, coinciden en la teoría dinámica de la nivelación con las equipotenciales del campo de la gravedad), creo oportuno establecer una distinción. En el presente estudio se llamarán superficies equipotenciales a las del campo newtoniano que perturba la intensidad de la gravedad o la dirección de la vertical; curvas equipotenciales, a las intersecciones de las superficies equipotenciales con un plano o con la superficie topográfica. sin que haya

parte, sería más ilusoria que real en una solución analítica o en una construcción geométrica, y que carecería de importancia práctica). estudiando el campo newtoniano que engendra.

Así, supongamos que se trata de una esfera: si en dos puntos determinamos *la dirección* del campo que engendra esa esfera, podremos determinar la posición del centro. Con más determinaciones, aumentaríamos la probabilidad del punto, que tomaríamos en el centro de los diversos puntos determinados en los pares de observaciones. [36]. Dos determinaciones, una de ellas con *la intensidad* además de la dirección, darían ya, además de la posición del centro, la masa de la esfera.

Para mayor generalidad, supongamos que para cada género de masa perturbadora se tiene conocida la forma de su campo, definido por la serie de sus superficies equipotenciales. Entonces, al hacer investigaciones mineras fundadas

---

nunca lugar a duda, porque lo explico en cada caso particular; superficies y curvas de nivel, a las topográficas. (Las curvas equipotenciales determinadas por la superficie topográfica son, en general, de doble curvatura). También hablo de la representación de las superficies equipotenciales y otras por sus curvas de nivel: me refiero a que pueden figurarse proyectando sobre el plano XY las curvas cuya ecuación resulta de poner en la ecuación de la superficie equipotencial, por z una serie de valores suficientemente próximos para que las curvas den idea bastante de la configuración de la superficie. Finalmente, cuando digo *vector campo* entiéndase *vector representativo del campo*, es decir el vector que representa en magnitud y dirección la fuerza que en cada punto ejerce el campo sobre la unidad de masa.

(36).—Si hacemos n determinaciones de dirección, tendremos, suponiendo que todas las líneas se corten (cosa que prácticamente es irrealizable, por lo que habrá que tomar como punto de intersección el de mínima distancia de cada dos rectas), $\frac{n\ (n-1)}{2}$, puntos. El centro de gravedad de estos puntos será, como centro de la esfera perturbadora, $\sqrt{\frac{n\ \ (n-1)}{2}}$ veces más probable que uno cualquiera de los puntos aislados. Esta determinación de los puntos de intersección puede hacerse gráficamente, según los métodos de la Geometría Descriptiva. La determinación del centro de gravedad de los diversos puntos puede hacerse tomando primero dos de ellos, combinando su centro de gravedad con otro punto, y así sucesivamente. Al centro de gravedad de m puntos se le atribuirá, para esta operación, un peso m veces mayor que el peso, supuesto constante, de cada uno de los puntos dados.

en las anomalías de la gravedad, mediremos la dirección e intensidad del campo perturbador en un número de puntos suficiente para formarnos idea del aspecto de las superficies equipotenciales en las vecindades de esa región. Y como conocemos, para cada tipo de masa perturbadora, el aspecto de su campo, podremos muy aproximadamente situar y orientar en el espacio la masa que nuestras observaciones delatan, y adquirir una idea aproximada de su forma y de su densidad.

Podría objetarse a esto que es imposible tener una representación del campo para cada una de las infinitas formas que puede tener la masa perturbadora, pero si se tiene en cuenta que todas esas innúmeras formas pueden referirse a un corto número de tipos geométricos, se reconocerá que es posible darse cuenta de las particularidades del yacimiento. No se podrán tener indicaciones sobre circunstancias que solamente la explotación del yacimiento podría revelar, pero el método gravimétrico puede dar indicaciones comparables a las del magnetómetro, que es, por otra parte, todo lo que en la práctica se necesita. Debo consignar también aquí que el examen de las superficies equipotenciales y la deducción de las particularidades del yacimiento, serían más bien guiadas por la experiencia personal y el criterio del investigador, que por reglas fijas susceptibles de alterarse por tantas causas.

Sin embargo, voy a estudiar la forma de las superficies equipotenciales y su representacion, primero en general, y luego con ejemplos. Puede sentarse, en general, el principio de que *los elementos de simetría de la masa generadora del campo newtoniano, lo son también de este campo y por lo tanto de las superficies equipotenciales que lo definen*. Como en general estas superficies no son de revolución (la masa perturbadora puede ser un paralelepípedo, un plano,...) no se pueden representar por sus curvas meridianas (37).

---

(37).—Pueden representarse por sus curvas meridianas, por ejemplo, las superficies equipotenciales del campo engendrado por dos *centros de fuerza*: de estas curvas, las interiores afectan forma ovoidal y rodean a cada centro; luego viene una curva en forma de 8, que encierra un centro en cada asa; y las exteriores son curvas meridianas de superficies piriformes, cuya forma va tendiendo a la ovoidal a medida que aumenta la distancia a los centros. Las superficies equipotenciales referentes a un solo centro activo, son esferas concéntricas.

Al no poder representar por curvas meridianas las superficies equipotenciales de un campo, habría que representarlas por curvas de nivel (véase la nota 35). Estas permitirían una cómoda representación *de una cualquiera* de las equipotenciales, pero como éstas están las unas dentro de las otras, ya la representación del conjunto se dificulta: habría que acudir a la diferente generación de las líneas que figuran las curvas de nivel en el sistema de acotaciones (trazando, por ejemplo, las curvas de la superficie equipotencial S_1, de trazo contínuo; las de la siguiente, S_2, de puntos, etc.) O mejor aún, acudir a diferencias de color entre las curvas representativas de las varias superficies. Pero cualquiera de estos sistemas de representación complicaría mucho la figura, dificultando la clara percepción de la forma de las superficies sucesivas. Por estas razones, considero que el modo mejor de representar el sistema de superficies sería por secciones planas diversamente orientadas y que pasaran a distancias varias del núcleo activo. Serán tan útiles como estos *cortes* del campo, diagramas indicadores de determinadas componentes de la atracción, como luego se verá.

Entonces, en una investigación minera, se comenzaría por inquirir la existencia de anomalías. Comprobada que fuera, se determinarían la dirección y magnitud del vector campo en un suficiente número de puntos, y por interpolación (como quien partiendo de itinerarios acotados traza en una carta curvas de nivel) se trazarían curvas equipotenciales. Ahora bien, estas curvas representarán las intersecciones de la superficie topográfica con las diversas superficies equipotenciales, y sólo cuando aquella sea plana, se tendrá una sección plana del sistema de superficies equipotenciales. Cuando la superficie topográfica sea cerril, habrá que hacer doble corrección: la una, para separar de las atracciones los efectos debidos a las irregularidades superficiales, y dejarlas así reducidas a los efectos de las masas subterráneas; la otra, para reducir los vectores determinados a un plano único, (*de comparación*, por decirlo así), o la intersección de la superficie topográfica con las equipotenciales a una sección plana de las mismas.

XVIII.—El campo de un punto.

Como ejemplo del estudio de un campo newtoniano, voy a analizar el generado por un punto atrayente, o lo que es igual, por una esfera. Hablaré de un punto, que puede mirarse como el centro de una esfera. A este tipo hay que referir los campos newtonianos producidos por masas que, aunque no exactamente esféricas, no se aparten demasiado de tal forma. Haré notar en este lugar que el estudio gravimétrico de un yacimiento permitirá en muchos casos dilucidar cuestiones referentes a la forma del yacimiento: se presentan, en efecto, dudas sobre si se trata de un filón o de una bolsonada, por ejemplo, dudas cuya solución tendría importancia industrial y financiera incalculable, y de las cuales el estudio gravimétrico podría eficazmente contribuír a sacarnos.

Se notará que este estudio no se limita a discutir la cuestión de las curvas equipotenciales, sino que aborda asuntos de verdadera trascendencia práctica en la investigación minera gravimétrica, cuales el estudio de las componentes de la atracción, y otras.

1. *Simetría del campo.* — El centro activo es un centro de simetría del campo. Todo plano que pase por aquél es también un plano de simetría y *por consiguiente* (38) toda recta que pase por ese centro será un eje de simetría.

2. *Superficies equipotenciales.* — Son esferas concéntricas cuyos radios son inversamente proporcionales a la raíz cuadrada de las intensidades de campo que les corresponden, y sus áreas, por lo tanto, lo son a las intensidades mismas.

3. *Secciones del campo.*—Toda sección plana del campo consistirá en un sistema de círculos concéntricos. Una sección por otra superficie puede fácilmente obtenerse gráfica o analíticamente.

4. *Estudio de la variación de la atracción* F *ejercida por un punto, y de la variación de sus componentes horizontal,* H, *y vertical,* V. — Sea *h* la profundidad a que se encuentra el punto atrayente por debajo de atraído, es decir,

(38).—En toda figura centrada, la existencia de un plano de simetría implica la de un eje de orden par perpendicular al plano. Recíprocamente.

su cota por debajo del plano horizontal que pasa por éste; y sea ρ la proyección horizontal de su distancia al punto atraído. Esta distancia $\sqrt{\rho^2+h^2}$, estará contenida en el plano vertical que pasa por ambos puntos. Siendo M la masa atrayente; K, la constante de la atracción; F, la intensidad del campo en el punto atraído; y V y H, las componentes vertical y horizontal del vector F representativo del campo, tendremos evidentemente:

$$F=\frac{KM}{h^2+\rho^2}$$

$$H=\frac{KM\rho}{(h^2+\rho^2)^{\frac{2}{3}}} \qquad V=\frac{KMh}{(h^2+\rho^2)^{\frac{2}{3}}}$$

La recta que une el punto atrayente con el atraído, es el soporte del vector F representativo del campo. Los vectores H y V estarán ambos contenidos en el plano vertical que pasa por ambos puntos, atrayente y atraído.

Estudiemos la variación de estos tres vectores en la extensión superficial de la comarca que circunda al yacimienro, suponiendo la superficie topográfica plana, y por lo tanto h igual para todos los puntos del terreno. Esto equivale a estudiar una sección plana del campo de fuerza; una verdadera *sección topográfica plana*, prescindiendo de la curvatura de la tierra, por estar limitados estos fenómenos a cortas extensiones de terreno.

En cuanto a las curvas referentes a la atracción F y a su componente vertical V, tienen un máximo, con anulación de la derivada, para $\rho=0$, esto es, en la vertical del punto atrayente, y son asintóticas al eje de las abscisas. Como la distancia ρ ha de ser siempre positiva, haremos caso omiso de la mitad izquierda de la curva de cada una de estas funciones F y V que venimos estudiando. La curva F tiene un punto de inflexión para la abscisa $\frac{h}{\sqrt{3}}$ y la curva V tiene inflexión en la abscisa $\frac{1}{2}h$. En estas inflexiones, ambas curvas pasan de cóncavas a convexas relativamente al eje de las abscisas.

Sea ahora la función representativa de la componente horizontal H. Esto componente será, como la distancia ρ, siempre positiva, y estará dirigida hacia el lado de la masa atrayente. Anulando la primera derivada de esta función, se tiene una ecuación de sexto grado, que tiene dos raíces reales: $\pm \frac{h}{\sqrt{2}}$ Las otras cuatro raíces son imaginarias. El punto de abscisa $\frac{h}{\sqrt{2}}$ es máximo de la curva; corresponde a la máx ma componente horizontal de la atracción. Allí,

$$H = \frac{2\,K\,M}{h^2\sqrt{27}}$$

La segunda derivada, muy complicada, permitiría determi nar los puntos precisos de inflexión, pero no vale la pena de efectuar este cálculo.

Ambas componentes, H y V, son iguales para $\rho = h$. La figura 1 representa las curvas de las tres funciones: las marcadas F, H y V, representan respectivamente la atracción total y sus componentes horizontal y vertical en función de la distancia horizontal ρ. Las ordenadas son las intensidades, la abscisa es ρ. En cuanto a los módulos ó unidades que miden estas coordenadas, no pueden precisare: ellos dependen de la masa M y de la profundidad h. El modo de variación de las curvas depende de la forma del yacimiento; la intensidad del campo, de su masa y su profundidad

Estas tres curvas son las meridianas que, por revolución en torno del eje de ordenadas que es la vertical del centro atrayente, pueden generar las superficies $F = f_1(\rho)$; $H = f_2(\rho)$; $V = f_3(\rho)$, cuyas ecuaciones indican la intensidad del campo y de sus componentes en función de la distancia al eje.

En cuanto a la dirección del vector F, forma con la vertical el ángulo ω dada por la

$$\omega = \text{arc tg}\,\frac{\rho}{h}$$

ecuación cuya curva también está trazada en la figura 1, en la parte baja. La ordenada es ω y la abscisa es la relación $\frac{\rho}{h}$ que es número abstracto.

Notaré de paso que las curvas F, H y V de la parte superior de la figura 1, se caracterizan por ser la ordenada de la curva F igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las ordenadas de las curvas H y V, correspondientes estas tres ordenadas a la misma abscisa.

5. *Estudio de la variación de una componente horizontal de dirección dada.*—Tomaremos la dirección dada como origen para los azimuts, y como lo más frecuente será, como luego veremos, determinar la componente paralela al meridiano, que es también la más usual dirección inicial de azimuts, hablaremos en lo sucesivo del estudio de la componente meridiana, bien entendido que tal estudio es absolutamente general, a condición de considerar positiva la componente dirigida según la recta de azimut *cero*, y contando éste de 0 a 360°.

Siendo α el azimut del punto atraído en el punto atrayente, y llamando X la componente horizontal meridiana (contenida en el meridiano del punto atraido), tendremos evidentemente:

$$X = \frac{KM\rho \cos\alpha}{(h^2 + \rho^2)^{\frac{3}{2}}}$$

(Se prescinde de la convergencia de los meridianos, en vista de la limitación de estos fenómenos, enteramente locales).

Tomando ρ como radio polar y α como ángulo, pueden construírse curvas de igual componente meridiana que pasen por los puntos del terreno—supuesto plano—donde la componente meridiana tiene una intensidad dada (39). Su ecuación polar, deducida de la precedente, será:

---

(39).—Serán curvas análogas a las isotermas, isobaras, isógonas, etc.

$$\cos \alpha = \frac{Xh^2}{KM} \cdot \frac{\left[1 + \left(\frac{\rho}{h}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{\rho}{h}}$$

donde se ha tomado por comodidad ρ como variable independiente y α como función. En esta fórmula, K es un número absoluto, igual para todos las casos; M y h son propios de cada yacimiento; X es un parámetro para cada curva, que distingue unas de otras las de una misma familia; y finalmente el par de valores ρ y α es característico para cada punto del plano. En la figura 2 hay tres de estas curvas. No se indican ni la escala ni la intensidad de componente X que a cada una de ellas corresponde, porque todo esto depende de las circunstancias de cada caso. Lo que sí puede simpre afirmarse es que a las curvas interiores corresponde mayor atracción que a la exteriores, por cuanto aquellas se acercan más al punto que vamos a llamar *umbo*. Las curvas son simétricas con relación al eje polar ON, y en la figura solamente aparece la mitad de ellas.

Mirando estas curvas de la figura 2 como curvas de nivel, se puede considerar la sección topográfica plana del campo como representada por una superficie cuya cota sobre el terreno supuesto plano indica la intensidad de la componente meridiana en cada punto de éste. Esta superficie ideal tiene, según se vé, la forma de una gigantesca valva de concha que reposara sobre el terreno, con su concavidad vuelta hacia abajo; el punto de máxima componente meridiana representa el umbo, y con este nombre le distinguiremos. Es de notar que la curva H de la figura 1 puede ser considerada como la sección de la superficie representada en la figura 2, por el plano vertical cuya traza sobre la figura 2 es ON, plano que no es otro que el meridiano del punto atrayente.

He dicho que la superficie valviforme (en forma de valva) ideada, reposa sobre el terreno; pero debe notarse que ambas superficies (la valviforme y el plano del terreno) sólo se tocan en el infinito, pues son asintóticas, ya que teóricamente la atracción del yacimiento se extiende sin límites.

En rigor, nuestra superficie valviforme será asintótica al plano tangente a la superficie de la Tierra en el punto donde ésta es horadada por el radio que pasa por el centro atrayente.

Las curvas de la figura 2 son a la superficie imaginada lo que la curva topográfica es al terreno.

He hablado de componente meridiana, pero si queremos conocer la intensidad que en un punto dado tiene una componente de dirección dada, de la atracción de un punto, imaginaremos que hacemos girar nuestra superficie en torno de la vertical MO del punto atrayente (figs. 1 y 2), de modo que vaya cubriendo sucesivamente las diversas direcciones del terreno, hasta que el eje ON quede orientado en la dirección de la componente buscada, y entonces la altura de la superficie sobre el plano del terreno indicará en cada punto la intensidad de la componente paralela a ON de la atracción del punto M. Por cierto que para realizar esta concepción en la práctica, haremos coincidir el punto O de la representación acotada de la superficie (fig. 2), con el punto que en la carta topográfica de la comarca corresponde a la vertical del centro atrayen-

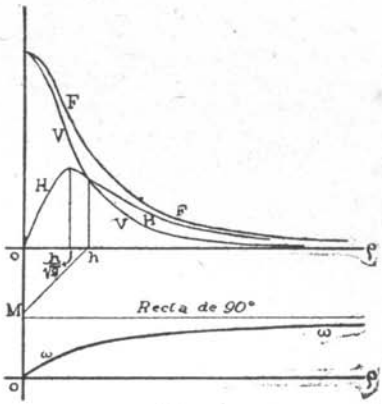

Fig 1

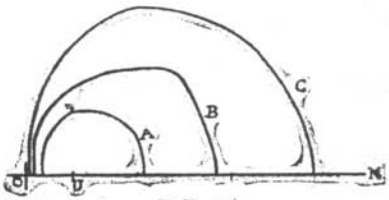

Fig 2

te (40) y orientaremos esa representación de manera que ON tome sobre dicha carta topográfica la dirección deseada. Entonces, por el punto dado pasará la proyección de una curva de nivel de la superficie valviforme, o sencillamente una curva de igual componente, indicadora de la intensidad de la componente pedida.

6. *Expresión de las curvas de igual componente en coordenadas cartesianas.* — Tomando el eje ON como de abscicias, la perpendicular a él que pase por O, como de ordenadas, la ecuación cartesiana de estas curvas será

$$y^2 = \left(\frac{KMx}{X}\right)^{\frac{2}{3}} - h^2 - x^2$$

Si en esta ecuación reemplazamos X por z y tomamos por eje OZ la vertical del punto atrayente prolongada por encima de la superficie topográfica, ella será la ecuación cartesiana de la superficie valviforme concebida.

7. *Módulos de las curvas.* — Las fórmulas dadas en este parágrafo permitirán determinar el módulo de ordenadas y el de abscisas en función de M y h, y recíprocamente estos números en función de los valores de los elementos de las curvas.

XIX.—Campos relativos a otras formas de masa atrayente.

Para otros géneros de masa atrayente, se podrá estudiar su campo, sea estatuyendo ecuaciones para las superficies equipotenciales, para las curvas equipotenciales y para las de igual componente, sea determinando la maguitud y dirección del vector campo en un suficiente número de puntos, cuyo conocimiento nos permitirá trazar todas las curvas referentes al campo de fuerza. Así tendremos secciones planas diversas, etcétera, del campo, tal cual se ha hecho con el campo de un punto, como un ejemplo.

No entro en tan prolija tarea por no alargar más de lo prudente el presente estudio.

---

(40).—Una recta se proyecta sobre un plano perpendicular a ella bajo la forma de un punto.

XX. — Estudio de las anomalías de la gravedad sobre el terreno.

Distinguiremos, en la inquisición de las anomalías de la gravedad, tres componentes del vector atracción que las produce:

según la meridiana;
según la vertical;
perpendicularmente a las dos direcciones anteriores.

La primera se medirá por observaciones de latitud, como lo hizo Maskelyne, operación que puede estudiarse en los tratados de Geodesia.

La segunda, por medidas de la intensidad de la gravedad.

La tercera puede determinarse así: en dos puntos, A y B, se determinará en un mismo instante el ángulo horario de una estrella dada (41). Y comparando la diferencia de longitudes que así resulta con la que se deduce de la distancia AB y de los azimuts de A en B y de B en A conocidos por triangulación, se podrán calcular las atracciones locales (42). El problema es excepcionalmente delicado. La fijación del instante de las determinaciones debe hacerse por un medio independiente de la dirección de la vertical; por esta razón no puede determinarse la diferencia de longitudes por la diferencia de horas siderales, que el ingeniero determina por la culminación de una estrella de ascensión recta conocida.

Trazando las curvas referentes a las anomalías (como luego diré) y con las nociones que hemos de poseer sobre la

(41).—Como no podría instalarse una ecuatorial en cada punto donde hubiera que investigar anomalías, será necesario determinar en el instante prefijado, las coordenadas horizontales (azimut y distancia cenital) de la estrella. De allí puede deducirse el ángulo horario, resolviendo el triángulo de posición.

(42).—Podrían determinarse los ángulos horarios de dos estrellas distintas, con tal que las determinaciones fueran simultáneas, porque entonces, conociendo la diferencia de ascenciones rectas de las estrellas dadas, podrian deducirse los ángulos horarios de ambas estrellas en las dos estaciones.

configuración de los campos de fuerza en sus varias manifestaciones, podremos averiguar los detalles necesarios referentes al yacimiento.

Hay que someter la atracción delatada por estas anomalías a dos correcciones topográficas, según se ha explicado en el parágrafo XVII. La primera corección, debida a las atracciones producidas por las irregularidades superficiales, se calculará por las fórmulas dadas en el presente opúsculo. La segunda corrección es muy difícil de hacer: hay que hacer una verdadera extrapolación geométrica, creo que *a ojo de buen cubero*, como quien entre puntos fijados sobre un papel traza a la vista una curva sin ocuparse en su grado ni en su ecuación y sin acudir a la teoría matemática de la interpolación, y teniendo que prolongar la curva—hé aquí lo serio—más allá de los más lejanos puntos.

Sobre el modo sistemático de hacer las observaciones (ya hablaré de los detalles de tales observaciones) para el trazado de las curvas, hé aquí la marcha que se ha de seguir, expuesta en forma casi igual a la empleada por Haton de la Goupilliére al hablar del cateo magnetométrico. Se estudiarán las perturbaciones gravimétricas en un suficiente número de puntos regularmente distribuídos en el terreno; estos puntos formarán, por ejemplo, los nudos de una red de mallas cuadradas [la longitud más conveniente del lado será determinada por la experiencia]. Estos puntos estarán referidos sobre la carta. Del conocimiento de la intensidad de la perturbación en estos puntos, podrá deducirse el trazado de las diversas curvas estudiadas en el parágrafo XVIII: curvas de igual vector total, curvas de igual componente horizontal meridiana, etcétera.

El examen de las cartas en las cuales hayan sido inscritas estas curvas suministraría a un observador experimentado indicaciones preciosas sobre la existencia, densidad y distribución subterránea de las masas cuya densidad excede a la de la roca. Es difícil enunciar reglas de interpretación generales y precisas, pues se concibe la complicación aparente que pueden presentar las diversas curvas referentes a un yacimiento según las características y orientación de éste, y lo difícil que sería dar a conocer los diversos aspectos y manifestaciones que puede presentar el campo de un mismo yacimiento, según el modo como esté empotrado en el terreno.

Además, sería tan difícil la *extrapolación geométrica* de que hablaba hace un instante para conocer la sección plana del campo cuando se tiene conocida su intersección con la superficie topográfica, que mejor sería tratar de estudiar la *sección topográfica* misma, lo cual escapa por supuesto a toda regla, y sólo puede ser hecho por la experiencia, por ese criterio inexpresable bajo la forma de reglas canónicas, a cuya posesión deben su éxito tantos hombres inferiores por lo demás en ciencia y aun en talento a otros que, no poseyendo ese tino especial, ese sentido *sui generis* de empirismo, no pueden salir de los límites de la ciencia exacta. La experiencia personal del investigador le permitirá en muchos casos suplir a la falta de reglas puramente teóricas. Sería conveniente hacer con la gravimería lo que Haanel propone que se haga con la magnetometría; familiarizar a los futuros observadores con los diversos caracteres de los campos newtonianos engendrados, realizando en el laboratorio campos artificiales con lingotes de metales pesados [imantados cuando se trata de la magnetometría] y estudiando en sus varias manifestaciones los campos engendrados por ellos. Así se podría adquirir la intuición del influjo que diversos accidentes topográficos ejercen en la sección topográfica obtenida acercando o alejando los puntos atraídos al punto atrayente, pero la primera corrección topográfica, dependiente de la atracción directamente ejercida por los accidentes topográficos, tal vez deba imprescindiblemente hacerse.

Hay aparatos, como los de Eötvos, que permiten reconocer la atracción de una masa de 300 kg. a 5 metros de distancia. Y como esta atracción equivale a la de una masa de 12 kg. a 1 metro de distancia, fácil es ver que seguramente este aparato permitirá descubrir los campos de las siguientes masas perturbadoras, a las distancias que se indican:

12	kg.....	1	m.
300	kg.....	5	m.
1 200	kg.....	10	m.
10 800	kg.....	30	m.
120 000	kg.....	100	m.
480 000	kg.....	200	m.
3 000 000	kg.....	500	m.
12 000 000	kg	1000	m.

Quizá, empero, lo más sencillo y asequible a la mayoría de los ingenieros, sea contraer el cateo gravimétrico de minas al estudio de la componente meridiana de la atracción, mediante observaciones de latitud. Para estudiar la desviación meridiana de la vertical en un punto dado, se determinará en él la latitud por la altura del polo, y lo mismo se hará en un punto que, por su distancia al centro atrayente, no pueda estar sensiblemente influído por él. Comparando la diferencia de latitudes que así resulte con la deducida del conocimiento geodésico de la distancia entre ambos puntos y de sus azimuts respectivos, se inferirá la desviación de la vertical en el punto dado. De la desviación de la vertical puede deducirse la intensidad de la atracción. Una componente T de esta atracción, componente que forma el ángulo z con la vertical, determina en ésta una desviación ξ en el plano vertical que contiene a T. Si medimos z de O a π a partir del cenit, g en centímetros, y T en dinas, tedremos:

$$\operatorname{tg}\xi = \frac{T \operatorname{sen} z}{g - T \cos z}$$

Tomando T horizontal como sucede en la determinación de la componente meridiana, y atendida la pequeñez de ξ, será (43)

$$T = g.\xi$$

Las variaciones en la intensidad de la gravedad pueden también usarse en estas investigaciones, pues el moderno

(43).—Conviene salir al paso de una posible objeción, haciendo notar que los efectos de masas minerales corrientes, son sensibles tanto a los estudios de componente meridiana por el teodolito, como a los gravimétricos hipso-barométricos. Si suponemos el caso de una masa aproximadamente esférica, cuyo centro de gravedad esté a 100 metros de profundidad, fácil es ver el aumento de la intensidad de la gravedad en la vertical del yacimiento, así como el ángulo de las verticales en dos umbos opuestos (norte y sur, v. gr.) Un yacimiento de estas condiciones, *por cada* 1, 5

procedimiento barométrico–hipsométrico—que permite una precisión portentosa—es tan expedito y tan poco delicado en cuanto a la estación, que ha podido utilizarse para medir la gravedad en alta mar, a bordo de un barco en marcha, en pleno Océano Atlántico.

El método, pues, es incontestable: queda a los experimentadores el aplicarlo y el entrenarse en el conocimiento de los diversos tipos de campo newtoniano (44).

FIN

---

millones de toneladas de masa neta que tuviera (véase el párrafo segundo del parágrafo XIII), aumentaría en un centésimo de milímetro la intensidad de la gravedad en el punto donde su vertical horada la superficie terrestre, y produciría entre las verticales de dos umbos opuestos, un ángulo de 0".16: la hipsobarometría permite medir la gravedad al centésimo de milímetro, y los buenos teodolitos micrométricos (como el de Repsold), los ángulos al décimo de segundo, precisión que por una conveniente multiplicación de las operaciones puede aumentarse indefinidamente. Un yacimiento de enargita, pirita y poca ganga terrosa-mineral, de densidad de relleno de 4,4, como el que rellena la mina San Miguel en Morococha (Masías: Boletín No. 25 del Cuerpo de Ingenieros de Minas del Perú), suponiéndolo rodeado de una roca de densidad 2,4, produciría estos efectos por cada 3,3 millones de toneladas de mineral yacente. Un mineral muy poco denso, como el de galena y cuarzo (densidad del relleno 3,29) como el de los yacimientos de Linares (España), produciría los efectos anotados por cada 5,5 millones de toneladas, en las condiciones especificadas, y suponiendo la densidad de la roca circundante, 2,4. Masas mas importantes producirían efectos que se pueden considerar como proporcionales a ellas. Y si fuera posible usar instrumentos como los de Eœtvœs, sería practicamente posible descubrir los mas pequeños yacimientos o masas de densidad particular. Un aparato *mil veces menos sensible* que el de Eœtvœs, permitiría descubrir una masa de 120 000 toneladas enterrada a 100 metros de profundidad, o hacer un estudio completo del campo producido por una masa unas diez veces mayor (se habla de toneladas netas).

[44] En las expresiones de H y V, en la página 41, se ha deslizado una errata: los denominadores deben estar afectos del exponente $\frac{3}{2}$, en lugar de $\frac{2}{3}$, como aparece.