

EL ORIGEN DEL CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE

HÉCTOR JARDÓN SÁNCHEZ

RESUMEN. Ofrecemos una pequeña introducción al estudio del origen del campo magnético terrestre. Tras una breve introducción al concepto de la geodinamo, ofrecemos un modelo de nivel asequible en materia de electromagnetismo que llega a predecir las inversiones polares. Por último comentamos la interacción entre el geomagnetismo y la mecánica de fluidos y presentamos algunos avances recientes en el campo.

1. INTRODUCCIÓN

Si a algo debemos agradecer nuestra existencia en este planeta como sociedad avanzada es al campo geomagnético. Desde el origen de la vida, ha protegido los ecosistemas terrestres de las radiaciones cósmicas y otras agresivas emisiones exteriores como los rayos ultravioleta solares. Más adelante, los humanos, en un intento de imitar a la naturaleza aprendimos a guiarnos con la ayuda del campo geomagnético usando las brújulas, así como algunas aves usan materiales ferromagnéticos en la punta de sus picos para seguir el campo.

Ante la ancestral duda de *¿Qué hacemos aquí?*, sigue inevitablemente la cuestión de por qué el "lujo" de tener un campo magnético que nos protege del exterior y del que carecen otros planetas, sin ir más lejos, de nuestro propio sistema solar. Convivimos con él y se ha aprovechado su presencia en infinitud de problemas de ingeniería pero, *¿De dónde viene?*. La cuestión no es en absoluto sencilla pues no disponemos de herramientas para la observación directa del núcleo terrestre, donde germina este campo. La alta conductividad de los mantos presentes entre el núcleo y la superficie debilita cualquier campo electromagnético que pretendamos medir proveniente del núcleo. En este trabajo buscamos arrojar algo de luz sobre el problema, recopilando algunos modelos y planteando las incógnitas que cautivaron a los anteriores investigadores en este tema.

La Idea de Bullard & Gellman: la Geodinamo. Cualquier modelo que podamos considerar válido acerca del origen del campo magnético terrestre debería tener en cuenta los siguientes aspectos:

1. Sea cual sea el origen, debe permitir que el campo se mantenga activo durante periodos muy prolongados, del orden, al menos, de los millones de años (se estima 2700 millones de años, en torno a la mitad de la edad terrestre) y dar explicación alguna sobre su existencia, partiendo del presupuesto de la improbabilidad de un campo magnético previo al planeta.
2. La apreciación exterior debe ser la de un campo aproximadamente dipolar y debe tener en cuenta la deriva hacia el Oeste: la desviación del eje del dipolo respecto del eje de rotación terrestre.

3. Debe considerar en sus cálculos que el núcleo terrestre es mayormente líquido y la mecánica de fluidos relativa a su movimiento, especialmente la influencia del efecto Coriolis por la rotación de la tierra.
4. Debe predecir de alguna manera las inversiones periódicas (irregularmente) de los polos. Estas han sido medidas en experimentos paleomagnéticos a través de la imanación permanente de algunas rocas.
5. Las energías requeridas para el funcionamiento del sistema deben ser explicadas de forma razonable.

Desde luego, la inclusión de todos estos preceptos en una teoría es una labor enormemente complicada. Una de las primeras aproximaciones¹, a partir de la cuál siguieron el resto de teorías modernas, fue la de Bullard & Gellman (1954). Éstos abstraieron el núcleo terrestre como uno de los dispositivos de ingeniería más sencillos: la dinamo automantenida. Posteriormente, surgirían teorías de la conocida como *Geodinamo* que buscan explicar el origen del campo magnético terrestre a partir de esta idea. Incluso dinamos más complejas aparecerían como abstracción como la de Rikitake de discos acoplados. Procedemos a describir rápidamente este dispositivo.

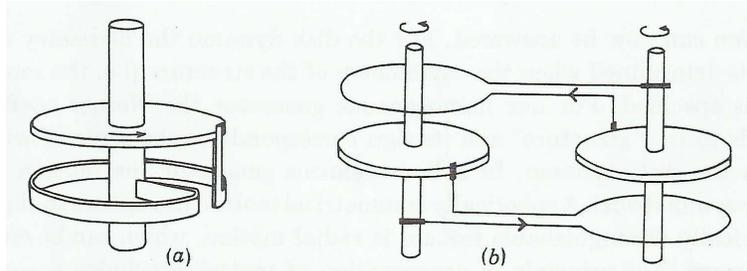


FIGURA 1. a) Dinamo simple de disco de Bullard & Gellman. b) La dinamo de Rikitake de discos acoplados. Extraído de [8]

Supongamos que disponemos de una dinamo simple como la de 1 consistente de un disco conductor que gira alrededor de un eje al que está conectado con una bobina que roza mediante unos cepillos con el disco y el eje a su vez. Si existe un campo magnético perpendicular al disco uniforme y de intensidad H , se inducirá una fuerza electromotriz por el flujo del campo y una corriente en el disco de intensidad

$$(1.1) \quad I = \frac{1}{2} \frac{H v_0 r}{R}$$

donde v_0 es la velocidad de giro inicial (en los extremos del disco), r el radio del disco y R la resistencia opuesta por el conductor a la circulación de corriente.

Eventualmente, la corriente del disco producirá un campo magnético de intensidad $\pi H v_0 R$, tras cálculos sencillos sin atender a los coeficientes de inducción mutua. Lo interesante de esta idea, es que según la velocidad de giro de la dinamo, esta

¹A estos dos autores atribuimos una genial simplificación del problema, aunque Walter M. Elsasser ya publicó un modelo de núcleo como "dinamo automantenida". Incluso podemos retroceder más hasta la publicación de Larmor [2] donde proponía que la rotación podía ser el origen del magnetismo de tierra y sol.

puede generar un campo y autoalimentarse de forma que este persista en el tiempo e incluso llegue a crecer.

Puede probarse que la variación del campo sigue la exponencial $e^{(\pi v - R)t/L}$ (L la inductancia del circuito), de modo que para velocidades $v > R/\pi$ podría obtenerse incluso un campo que creciese indefinidamente por su propia autoinducción. Aunque, obviamente, un análisis más detallado expone una velocidad crítica para este sistema.

En su artículo original, Bullard & Gellman aplican esta idea a las ecuaciones de Maxwell en una esfera para completar una original teoría de geodinamo que resuelven numéricamente. Así, un sistema de corrientes acimutales en el núcleo terrestre podría llegar a generar, a partir de un campo magnético inicial residual, un campo magnético de gran escala aproximadamente dipolar por el mismo sistema que la dinamo anterior. El campo magnético causará las corrientes que realimentan dicho campo, siendo ésta la esencia de todas las teorías de geodinamos.

Nótese que esto no supone un movimiento perpetuo. En todo momento se supone que la energía aportada para este movimiento es liberada por el núcleo terrestre. El origen de esta energía es un tema sobre el que se han propuesto conjeturas de toda índole, algunas de las cuales señalaremos a lo largo del texto.

Aunque lo presentado anteriormente es un sistema en que obtenemos un campo dipolar que podría nacer de un leve campo magnético preexistente, no tiene en cuenta la naturaleza fluida del núcleo terrestre. Llamamos a las dinamos en que interviene esta naturaleza de fluido *hidromagnéticas*. En la siguiente sección presentamos un resultado para dinamos de este tipo en que el fluido es homogéneo.

El Teorema de Cowling. El teorema de Cowling supone una limitación a tener en cuenta por cualquier modelo que pretenda explicar el origen del campo geomagnético mediante una geodinamo. Impone restricciones sobre cualquier dinamo homogénea.

El teorema, introducido en 1934, afirma lo siguiente:

Ningún campo magnético axisimétrico puede ser mantenido por un movimiento de fluido perfectamente axisimétrico

Este teorema fue de crucial importancia en el estudio del campo magnético terrestre, pues puso en evidencia que la ligera desviación del polo norte magnético respecto del eje de rotación no era una mera imperfección sino un sutil detalle que permitía el mantenimiento de la dinamo homogénea en el núcleo de la tierra.

De forma muy clara, en 1970 F.E.M. Lilley recogía muy claramente estas ideas en una carta a Nature mientras aprovechaba para conjeturar sobre la influencia de esto en las inversiones polares. Apuntaba que esta desviación entre el dipolo y el Norte verdadero y el errante movimiento del Norte magnético podrían ser indicadores de una tendencia del flujo del núcleo hacia la simetría. De alcanzarse dicha simetría, *se perdería la acción de la dinamo y el campo dipolar decaería, posiblemente para volver a crecer en el sentido inverso*. Algo similar pasará cuando presentemos el Generador Axisimétrico Homogéneo y estudiemos sus predicciones sobre las inversiones polares.

La prueba del teorema se apoya en resultados de magnetohidrodinámica lejanos a nuestro nivel. No obstante, emplea algunos conceptos de interés, como son la Ley de Ohm para plasmas de resistividad η

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J}$$

que expresa la densidad de corriente a partir de dicho coeficiente, el campo eléctrico y el producto vectorial de la velocidad y el campo magnético. También se aplica la incompresibilidad de los fluidos, que viene determinada por

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0.$$

La prueba pasa por realizar una descomposición del problema poloidal y toroidal a través de la Ley de Ohm. A menudo esta descomposición es empleada en magneto-hidrodinámica cuando trabajamos en coordenadas cilíndricas. La dirección poloidal es la que sigue las líneas del campo magnético y la toroidal la paralela a las líneas de latitud (este-oeste), en el caso del campo magnético terrestre. Se termina probando que en el caso de un flujo perfectamente axisimétrico, un campo magnético a su vez axisimétrico termina anulándose en ambas componentes poloidal y toroidal.

El Efecto Nernst. En el estudio del campo magnético, además de la relación entre la mecánica de fluidos y el magnetismo debemos tener en cuenta el termomagnetismo: la interacción entre fenómenos propios de la termodinámica y los campos electromagnéticos. En particular, porque será empleado más adelante, presentamos el conocido como Efecto Nernst. Para el lector interesado en estos procesos, otros mejor conocidos son el efecto termoeléctrico y el efecto Hall.

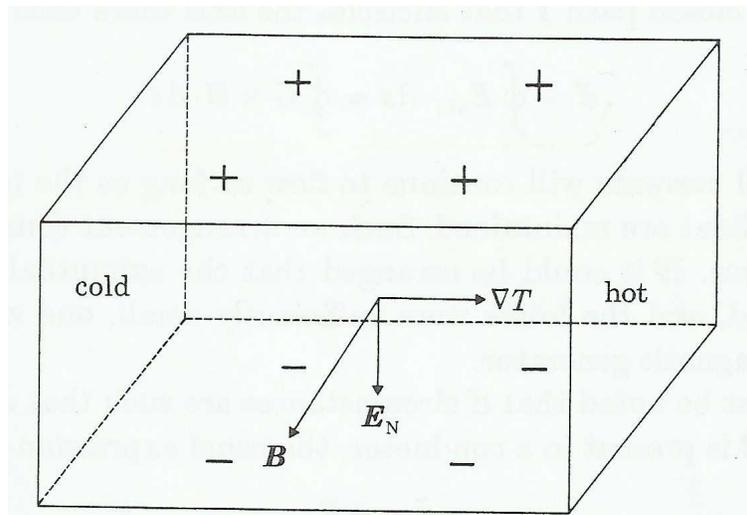


FIGURA 2. Diagrama de los campos y polarizaciones involucrados en el efecto Nernst en un pequeño cubo. Extraído de [8]

Supongamos que tenemos un pequeño cubo prismático de fluido conductor (diferencial si se desea de cara a la generalización), donde se ha establecido un gradiente de temperatura entre dos caras opuestas. Además, perpendicular al gradiente de temperatura está presente un campo magnético uniforme. Todo dispuesto como se presenta en 2. Debido a la fuerza de Lorentz, los electrones que se desplazan del lado frío al caliente son desviados hacia arriba y los que viajan de la cara caliente hacia la fría son desviados hacia abajo. Sin embargo, de la física estadística sabemos que la energía cinética media de las partículas es proporcional a su temperatura. Bajo la hipótesis de que las fuerzas de resistencia sufridas por los electrones son debidas

a las colisiones con partículas ionizadas más masivas (como pueden ser núcleos), estas fuerzas de resistencia deben ser proporcionales a las velocidades de los electrones y, por tanto, a su temperatura. De este modo, existe una fuerza neta sobre los electrones que es la fuerza electromotriz de Nernst. El campo eléctrico de Nernst se expresa, por tanto, como

$$(1.2) \quad \mathbf{E}_N = Q\nabla T \times \mathbf{B}$$

donde Q es un coeficiente que dependerá de la frecuencia de las colisiones ión-electrón y otros parámetros asociados a éstas.

Es habitual introducir un campo efectivo, el campo termomagnético \mathbf{E}_{eff} , tal que sus integrales de línea son iguales a la fuerza electromotriz de Nernst, que denotamos ϵ . Si atendemos a la figura, las cargas de polarización se colocan contrariamente a este campo, luego

$$(1.3) \quad \mathbf{E}_{eff} := -\mathbf{E}_N = -Q\nabla T \times \mathbf{B}.$$

2. EL GENERADOR AXISIMÉTRICO HOMOGÉNEO

En esta sección presentamos el modelo desarrollado por Hibberd en 1979. Apoyándose en el efecto Nernst, deduce un generador axisimétrico homogéneo con un campo magnético similar al de la tierra. Este modelo consigue incluso predecir las inversiones de los polos con una aproximación sencilla y evitando las imposiciones del teorema de Cowling. A cambio, omite la influencia de la mecánica de fluidos del problema.

La idea clave del razonamiento consiste en incluir un vector, que llamaremos \mathbf{G} , relacionado con el gradiente de temperatura. La prueba del teorema de Cowling se apoya en la ecuación de continuidad para la conservación de la materia en el movimiento de un fluido incompresible $\nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0$, con ρ la densidad del fluido y \mathbf{v} su velocidad. Este teorema es aplicable, por tanto, a toda dinamo homogénea que se base en la *conducción de un fluido*. Ya que argumentaremos sobre G , nos apoyaremos en la *conducción de temperatura*. Puesto que existirán fuentes de calor, la divergencia del vector \mathbf{G} no será nula y el teorema no será aplicable.

Deducción de las Ecuaciones. En 1.3 habíamos definido el campo termomagnético que nos permitía calcular la fuerza electromotriz. Definimos

$$(2.1) \quad \mathbf{G} := -Q\nabla T$$

de modo que el campo eléctrico efectivo de Nernst toma la expresión

$$(2.2) \quad \mathbf{E}_{eff} = \mathbf{G} \times \mathbf{B}.$$

Nótese que el vector \mathbf{G} tiene dimensiones de velocidad. Su dirección es radial, siendo paralelo al gradiente de la temperatura.

Para empezar, consideremos un conductor en forma de disco plano al que se aplica un campo magnético normal a él y en que el flujo de temperatura es radial, con sentido hacia el exterior. La hipótesis acerca del campo magnético veremos que es sostenible una vez pasemos de esta abstracción a la predicción en el campo geomagnético.

En este sistema, surge por el efecto Nernst una fuerza electromotriz

$$\epsilon = \oint \mathbf{G} \times \mathbf{B} ds$$

alrededor de cualquier trayectoria circular acimutal que encierre el eje del disco. Cuando las corrientes generadas por esta fuerza electromotriz son suficiente para generar el campo magnético y el gradiente de temperatura consigue mantenerse constante, lo anterior predice un generador termomagnético autosostenido. Tendremos que lidiar, además, con el problema de la pérdida de energía.

Nuestras herramientas serán la Ley de Ohm, las ecuaciones de Maxwell y las ecuaciones de difusión de calor. En lo referente a la Ley de Ohm, esta debe ser generalizada teniendo en cuenta el efecto del campo eléctrico efectivo de Nernst, adquiriendo la forma

$$(2.3) \quad \mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{G} \times \mathbf{B}).$$

Una vez alcanzado el estado estacionario $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ la ecuación del calor toma la forma

$$\nabla \cdot (\nabla T) = -H/k$$

donde H es el calor aportado por unidad de volumen y tiempo al fluido y k es la conductividad térmica. La ecuación anterior puede ser expresada en términos del vector \mathbf{G} como

$$(2.4) \quad \nabla \cdot \mathbf{G} = \frac{QH}{k}$$

cuando el coeficiente de Nernst es uniforme a lo largo del fluido.

Para las ecuaciones de Maxwell, por lidiar con variaciones muy lentas de los campos electromagnéticos, podemos omitir las corrientes de desplazamiento. Emplearemos:

$$(2.5) \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

$$(2.6) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$(2.7) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0.$$

En primera instancia buscamos eliminar la expresión desconocida de \mathbf{E} . Esto lo conseguimos introduciendo 2.3 en 2.6

$$\nabla \times \left(\frac{J}{\sigma} - \mathbf{G} \times \mathbf{B} \right) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

Si además tenemos en cuenta 2.5 y que $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} = -\nabla^2 \mathbf{B}$ por 2.7 entonces llegamos a que

$$(2.8) \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{G} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B}.$$

La discusión posterior se apoya en lo que se conoce como número termomagnético de Reynolds, definido por

$$\mathcal{R} = \mu_0 \sigma G L$$

de valor adimensional donde G es un valor característico de velocidad y L uno de escala de longitud del sistema. \mathcal{R} aproxima el cociente de la inducción y la difusión de un campo. En el caso en que $\mathcal{R} \ll 1$ tendremos

$$(2.9) \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B}$$

que explica el decaimiento óhmico del campo. En el caso de $\mathcal{R} \gg 1$ es el término de la izquierda de 2.8 quien domina la ecuación y podemos estimar

$$(2.10) \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{G} \times \mathbf{B}),$$

que es la misma ecuación que la que describe la vorticidad Ω en un fluido no viscoso de velocidad \mathbf{v} ,

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \Omega)$$

y describe que las líneas de vórtice se mueven a velocidad \mathbf{v} con el fluido.

En dinámica de fluidos conductores también es sabido que para un fluido infinitamente conductor moviéndose a velocidad \mathbf{v} las líneas de campo son arrastradas por el fluido siguiendo

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

De este modo, en un sistema como el núcleo terrestre donde confluyen sustancias de alta conductividad en un espacio de gran escala (y por tanto gran número de Reynolds) la aplicabilidad de 2.10 nos indica que las líneas del campo magnético debido a las corrientes internas causadas por el efecto Nernst son convectadas a velocidad \mathbf{G} con intensidad constante.

Consideraciones energéticas: el nacimiento del campo. Los últimos enunciados del párrafo anterior emiten predicciones acerca del comportamiento del campo magnético terrestre bajo la hipótesis de que el número de Reynolds es suficientemente grande como para que la autoinducción del campo supere a su disipación. Estudiemos esto en detalle.

Consideremos que la tierra es un conductor esférico con una fuente de calor central de modo que el campo \mathbf{G} es radial. Además, asumamos que las corrientes debidas al efecto Nernst fluyen acimutalmente. El campo magnético considerado surge de las profundidades del núcleo. La variación del campo magnético en cualquier punto vendrá dada por 2.8 que reducimos a una variación escalar multiplicando dicha ecuación por $\frac{\mathbf{B}}{\mu_0}$ y reintroduciendo la densidad de corriente con 2.5:

$$(2.11) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B^2}{2\mu_0} \right) = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \nabla \times (\mathbf{G} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{J}.$$

Si aplicamos identidades vectoriales y 2.5 de nuevo

$$\nabla \cdot (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{J} - \mathbf{J} \cdot \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{J} - J^2 \mu_0,$$

y también podremos reescribir

$$\mathbf{B} \cdot \nabla \times (\mathbf{G} \times \mathbf{B}) = (\mathbf{G} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla \times \mathbf{B} - \nabla \cdot [\mathbf{B} \times (\mathbf{G} \times \mathbf{B})] = (\mathbf{G} \times \mathbf{B}) \cdot (\mu_0 \mathbf{J}) - \nabla \cdot [\mathbf{B} \times (\mathbf{G} \times \mathbf{B})]$$

con el fin de llegar a la expresión

$$(2.12) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B^2}{2\mu_0} \right) = \mathbf{G} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{J} - \frac{J^2}{\sigma} + \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot \left[\left(\mathbf{G} \times \mathbf{B} - \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \right) \times \mathbf{B} \right].$$

Si integramos 2.12 sobre un volumen τ encerrado por una superficie esférica S justamente en el interior de la frontera del cuerpo terrestre, intercambiamos la derivada parcial del integrando por una derivada total de la integral y sustituimos

la integral de volumen del término en divergencia por una integral de superficie usando el teorema de Gauss-Ostrogadski llegamos a

$$(2.13) \quad \frac{d}{dt} \int_{\tau} \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau = \int_{\tau} \mathbf{G} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{J} d\tau - \int_{\tau} \frac{J^2}{\sigma} d\tau + \int_S \frac{1}{\mu_0} \left[\left(\mathbf{G} \times \mathbf{B} - \frac{J}{\sigma} \right) \times \mathbf{B} \right] da.$$

Si reconstruimos el último término según la ley de Ohm 2.3 podemos entender el último término como una integral del vector de Poynting. Si además permutamos el producto mixto de la primera integral obtenemos

$$(2.14) \quad \frac{d}{dt} \int_{\tau} \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau = \int_{\tau} \mathbf{B} \times \mathbf{J} \cdot \mathbf{G} d\tau - \int_{\tau} \frac{J^2}{\sigma} d\tau - \int_S \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} da.$$

2.14 representa la variación temporal de la energía magnética del sistema en función de tres integrales. La primera de ellas se corresponde con la tasa de producción de energía magnética a partir de calor a raíz del efecto Nernst. $\mathbf{B} \times \mathbf{J}$ se corresponde con la fuerza por unidad de volumen que ejerce el campo magnético sobre la corriente. Cuando esta fuerza desplaza el campo a velocidad \mathbf{G} , el primer integrando se corresponde con el trabajo por unidad de volumen y tiempo ejercido sobre \mathbf{B} , contribuyendo con un aporte energético. Como contrapartida, se producen pérdidas de energía magnética debido a las corrientes en forma de calor por el efecto Joule² en la segunda integral. La tercera integral representa la potencia radiada por la tierra a través de su superficie como efecto del flujo del vector de Poynting a lo largo de su superficie.

En las hipótesis del modelo, descritas al inicio de la sección, se asumió que el campo magnético surgía de las profundidades del núcleo terrestre, de modo que en el instante inicial no existe flujo del vector de Poynting a lo largo de la corteza terrestre. Además, por ser \mathbf{G} una magnitud finita, la convección del campo magnético hacia el exterior no es inmediata y, por tanto, existe un tiempo determinado a lo largo del cual 2.14 sigue la expresión

$$(2.15) \quad \frac{d}{dt} \int_{\tau} \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau = \int_{\tau} \mathbf{B} \times \mathbf{J} \cdot \mathbf{G} d\tau - \int_{\tau} \frac{J^2}{\sigma} d\tau.$$

Nótese que, además, la consolidación de un campo magnético notorio será ralentizada a causa de la conductividad del núcleo terrestre.

Para comprobar que la energía magnética aumenta efectivamente, evaluamos 2.15 haciendo uso de coordenadas cilíndricas, de vectores unitarios \mathbf{u}_r , \mathbf{u}_ϕ y \mathbf{u}_z . El potencial vector y la densidad de corriente siguen la expresión

$$\mathbf{J} = J_\phi \mathbf{u}_\phi, \quad \mathbf{A} = A_\phi \mathbf{u}_\phi$$

donde este último direccionamiento del potencial vector puede entenderse interpretando que el flujo magnético a través de una circunferencia que rodee al eje de la tierra será de expresión $\Phi = \oint \mathbf{A} ds$. Con esto, podemos intentar reescribir el primer integrando, pues

$$\mathbf{B} \times \mathbf{J} = (\nabla \times \mathbf{A}) \times \mathbf{J} = -\frac{J_\phi}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rA_\phi) \mathbf{u}_r + \frac{\partial}{\partial z} (rA_\phi) \mathbf{u}_z \right] = -\frac{J_\phi}{r} \nabla (rA_\phi)$$

que introducido en el primer término a la derecha de 2.15 resulta

$$(2.16) \quad \int_{\tau} \mathbf{B} \times \mathbf{J} \cdot \mathbf{G} d\tau = \int_{\tau} J_\phi A_\phi \nabla \cdot \mathbf{G} d\tau - \int_{\tau} \frac{J_\phi}{r} \nabla \cdot (A_\phi r \mathbf{G}) d\tau$$

²el efecto Joule establece una potencia transformada en calor por una corriente de expresión $P = \int_V \mathbf{J} \cdot E d\tau = \int_V J^2 / \sigma$ en materiales óhmicos.

después de haber usado tras la sustitución la identidad $\nabla \cdot (A_\phi \mathbf{r} \mathbf{G}) = r A_\phi \nabla \cdot \mathbf{G} + \mathbf{G} \cdot \nabla (r A_\phi)$

Pero en el segundo término la magnitud $\frac{J_\phi}{r}$ es finita en todo punto, luego podemos acotarla por un valor fijo K . Esto, junto al teorema de la divergencia nos permite afirmar que

$$\int_\tau \frac{J_\phi}{r} \nabla \cdot (A_\phi \mathbf{r} \mathbf{G}) d\tau \leq K \int_S A_\phi \mathbf{r} \mathbf{G} da.$$

Ya que, por hipótesis, no hallamos en un tiempo en el que el campo magnético aún no ha llegado a la superficie S , el potencial vector y, por tanto, su componente acimutal deben ser nulas, reduciéndose 2.16 a

$$(2.17) \quad \int_\tau \mathbf{B} \times \mathbf{J} \cdot \mathbf{G} d\tau = \int_\tau J_\phi A_\phi \frac{QH}{k} d\tau$$

tras haber realizado la sustitución de la divergencia de \mathbf{G} indicada en 2.4.

Para valores del coeficiente Q , generación de calor H por parte del núcleo y conductividad σ suficientemente grandes, por la expresión anterior, el primer término de 2.15 superará al primero y, mientras el campo magnético no alcance la corteza terrestre, el núcleo actuará como un generador axisimétrico. La introducción de 2.17 en 2.15 implica que el crecimiento de energía magnética es independiente de la intensidad del campo magnético, luego un pequeño campo residual (como podría ser el débil campo que cruza nuestra galaxia) puede ser suficiente para poner en marcha el funcionamiento de nuestro generador.

El Campo Geomagnético y las Inversiones Polares. Se entiende que en el núcleo terrestre existe una fuente de calor que irradia radialmente. Entendemos que, por la simetría de la tierra, esta fuente supondría un núcleo sólido de forma esférica. El origen del calor emitido es aún, a día de hoy una incógnita. Algunas teorías apuntan a decaimientos radiactivos en el interior del núcleo, y otros autores han señalado como orígenes la energía gravitatoria (ver sección siguiente). Verhoogen (1961) propuso que el progresivo enfriamiento del núcleo y la emisión de calor latente por su cristalización podrían suministrar la energía suficiente para el mantenimiento de este proceso.

Fuere como fuere, de acuerdo a nuestro modelo, en un principio todas las corrientes acimutales girarían en sentido levógiro. Esto generaría un campo como el de 3 (a), donde existirá una línea de campo neutral rodeando al eje. Esta situación, dado un coeficiente de Nernst $Q > 0$ que supone un vector G radial hacia el exterior, implica que el campo eléctrico efectivo dado por $\mathbf{G} \times \mathbf{B}$ guía las corrientes a cada lado de la línea neutral en una dirección distinta: de forma levógira en la corona exterior y a contracorriente, dextrógira, en la interior. Como consecuencia, las corrientes en la zona interior decrecerán, mientras las de la zona exterior son impulsadas y prosiguen su expansión según \mathbf{G} tal y como expresaba 2.10. Pasado un cierto tiempo, las corrientes interiores acabarán tomando dirección dextrógira y, eventualmente, se alcanzará una distribución de campos y corrientes anidados en coronas como en 3 (b).

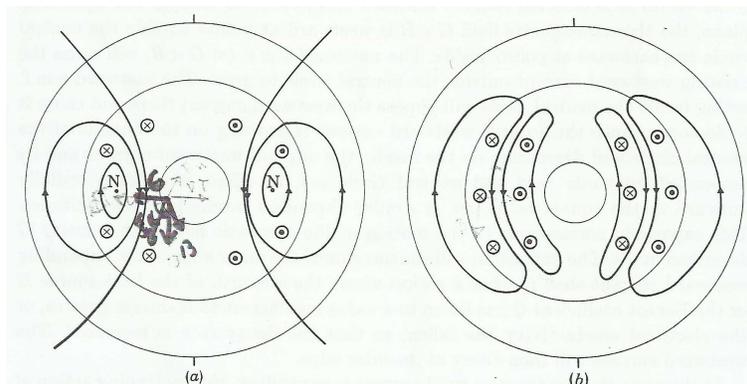


FIGURA 3. Diagrama del campo magnético en el interior del núcleo y el origen de las capas anidadas. "N" indica la línea de campo neutral y puntos y cruces entrada y salida del campo del papel como es habitual. Extraído de [8] y modificado.

En efecto, una distribución de corrientes de este tipo producirá, fuera del núcleo terrestre, un campo aproximadamente dipolar. La alineación con el eje de rotación de la tierra puede atribuirse a la ligera ovalación de la tierra. Hibberd señala:

si fluyen corrientes acimutales en la región del núcleo, éstas asumirán la orientación que haga su inductancia y, por tanto, su radio máximos.

Por otra parte, nótese que la expansión de la corona exterior de corrientes es limitado. Para que 2.15 sea de carácter positivo es necesario que el primer término, descrito por 2.17 sea mayor que la pérdida de calor por efecto Joule. Dependiendo ésta última ecuación del coeficiente de Nernst y de la intensidad de H , una vez los campos debidos a las corrientes internas alcancen la superficie terrestre tenderán a desaparecer, tanto por la ausencia de materiales susceptibles de sufrir efecto Nernst como por la lejanía de la fuente de calor.

Al mismo tiempo, la nueva corriente dextrógira de la esfera interior seguirá creciendo por el mismo proceso que creció el la exterior y a la misma "velocidad" G . A medida que el campo interior se intensifica el exterior se ve debilitado y con él el campo magnético aproximadamente dipolar con dirección "sur". Será cuestión de tiempo que el campo geomagnético desaparezca para dar lugar a una inversión de los polos cuando las nuevas corrientes dextrógiras pasen a ser las prevalentes. Hemos llegado a una explicación de la inversión de los polos mediante un sistema de corrientes anidadas en constante expansión y difusión causantes del consecuente crecimiento, desaparición y, en última instancia, inversión polar del campo geomagnético.

Este comportamiento es verdaderamente lejano a la abstracción de la dinamo de Bullard & Gellman y se asemeja más a la dinamo acoplada de Rikitake (1958) Fig.1 donde la corriente producida por uno de los generadores da pie al campo magnético que alimenta el otro generador y viceversa. Aunque no entraremos en detalle, en esta dinamo acoplada ocurren las inversiones de polos del campo al igual que en nuestro modelo a raíz del anidamiento de las corrientes.

Por último, debido a esta predicción podemos intentar estimar el valor de G . En 2.10 comprendimos que G actuaba como una velocidad de fluido para las líneas

de campo. Si asumimos que nuestro modelo predice las inversiones polares y que \mathbf{G} es uniforme en el núcleo, el tiempo que tarda una de las coronas de corriente en recorrer todo el radio terrestre ha de ser el doble del intervalo entre inversiones terrestres. A pesar de que este intervalo es de longitud irregular como indica la figura 4, si consideramos la duración de esta inversión del orden del millón de años, tenemos que $R_T/G \approx 3 \cdot 10^{13} s$ que implica, considerando $R_T \approx 10^6 m$, que G será del orden de los $10^{-7} m \cdot s^{-1}$ o, lo que es lo mismo, del orden de un metro por año. Estimaciones más precisas, a partir del gradiente de temperatura en el interior del núcleo, apuntan a una G del mismo orden de magnitud.

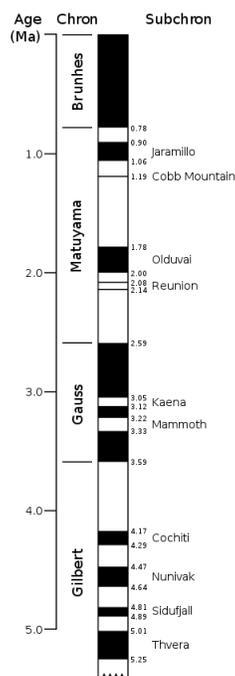


FIGURA 4. Escala de tiempo de las inversiones del campo magnético terrestre. Extraída de Wikipedia

3. GEODINAMOS Y FLUIDOS: LA HIDROMAGNÉTICA

Una Primera Aproximación. En esta sección estudiamos, cualitativamente, el supuesto comportamiento de los fluidos en el núcleo terrestre que, como veremos, una vez analizados exclusivamente como fluidos deberían seguir un patrón bastante distinto al propuesto por el generador axisimétrico homogéneo.

En el movimiento de los fluidos del núcleo terrestre, debe tenerse en cuenta el efecto de la fuerza de Coriolis. Esta fuerza actúa en sistemas no inerciales. Para una masa que se mueve en un plano perpendicular a la rotación, el efecto Coriolis hará que dicha masa acelere perpendicularmente a su velocidad. En general, dicha fuerza actúa perpendicularmente al eje de rotación y al vector velocidad de la masa. Otro causante de movimientos en el núcleo, en principio radiales, es la gravedad, a partir de la cual las sustancias menos densas se desplazarán convectivamente hacia el exterior. Si además el núcleo actúa como una fuente de calor constante, este calor

afectará a la densidad de los fluidos y permitirá que la circulación convectiva sea permanente.

Habitualmente, se apunta a que el número de Ekman (cociente entre las fuerzas viscosas y las de Coriolis) es del orden de 10^{-15} en el caso de la tierra, de modo que las fuerzas de Coriolis prevalecen. En este tipo de sistemas, solo las fuerzas debidas a diferencias en la presión son comparables a la de Coriolis. Es sabido también que estas fuerzas no modifican el flujo en direcciones paralelas al eje de la rotación que causa el efecto Coriolis. Así, la tendencia natural de los fluidos en este tipo de sistemas es a agruparse en "rodillos" como el de la figura 5. No obstante, ha de notarse que por las condiciones de contorno esféricas del núcleo terrestre sí se producirán irregularidades en las secciones normales al eje de rotación, ya que en la frontera del núcleo las corrientes tenderán a ser desplazadas hacia arriba.

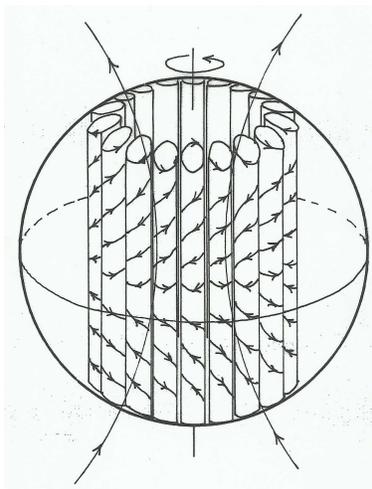


FIGURA 5. Distribución en rodillos del campo. Extraído de [9]

Estudios teóricos señalan que sistemas de este tipo pueden generar campos magnéticos dipolares cuando exista helicidad, i.e.: cuando la torsión de la corriente en los rodillos sea prevalentemente dextrógira o levógira. El estudio de estos sistemas experimentalmente es complicado, ya que en un laboratorio no se pueden construir sistemas con las dimensiones y la escala suficiente para asimilarse al del núcleo terrestre. El efecto de los límites esféricos sobre el flujo de los rodillos, y la interacción bilateral entre el campo magnético creciente y el flujo de corrientes es tan difícil de reproducir como de interpretar. Aún así, podrían ser estos efectos de la frontera quienes dotasen de helicidad al sistema.

Al igual que consideramos en el modelo anterior, todos estos planteamientos deben ir acompañados de una explicación razonable de la energía involucrada. Se estima que el núcleo hace fluir a través de la superficie una potencia del orden de $10^{13}W$ y otros cálculos señalan a que entre 10^9W y $10^{12}W$ son disipados por las corrientes, a través de efectos similares a los que estudiamos en la sección anterior. Como ya se planteó, estas consideraciones van de la mano del origen de la emanación de calor del núcleo terrestre. Aunque los cálculos anteriores no sean precisos, no podemos requerir energías exageradamente grandes, pues en ese caso la corteza

terrestre se fundiría (y no queremos poner en juego nuestra existencia por acertar en el origen del campo geomagnético).

Entran en juego entonces las consideraciones termodinámicas de las dinamos de fluidos. Para dinamos térmicas, (i.e.: bajo la hipótesis de que el flujo es producido por la radiactividad o propuestas como la de Verhoogen) se ha calculado un rendimiento máximo del 20%. Y eso en el caso ideal, una vez que se pone en juego, además, el calor no empleado en la convección del fluido y el disipado por el efecto Joule, dicho rendimiento se reduce a , a lo sumo, un 5%. Como solución, autores como Gubbins han propuesto que sea la gravedad el principal motor del movimiento, tal y como se comentó unas párrafos más arriba, a través de las diferencias en densidad de los fluidos involucrados. La materia líquida presente aportaría las fuerzas de empuje y la solidificación de materiales como el hierro viajaría hacia el centro nuevamente. Una vez se consideran este tipo de dinamos se trabaja con un rendimiento casi del 100%.

Soluciones Numéricas Modernas. Aunque ya Bullard & Gellman atacaron el problema de su dinamo numéricamente, no disponían de la tecnología para obtener una solución precisa y eficiente. Recientemente, en los artículos citados en la bibliografía de Gary A. Glatzmaier y Paul H. Roberts (1995) estos obtuvieron *el primer modelo tridimensional y dependiente del tiempo solución consistente a las ecuaciones de la magnetohidrodinámica que describen la convección térmica y la generación del campo magnético por una corteza rotativa esférica y un núcleo sólido conductor*. El modelo propone una solución no lineal de las ecuaciones que depende del tiempo, algo que no se había conseguido en aproximaciones anteriores como la de Gubbins cuando se trabajaba con los valores medios de los campos.

Si simulación, al tiempo de la publicación, recorría 40000 años y predecía un periodo inicial de crecimiento del campo magnético a partir de una semilla (aproximadamente 10000 años). Las condiciones iniciales de gradientes de temperatura eran ligeras diferencias aleatorias. El campo obtenido tiene el carácter aproximadamente dipolar deseado. Podemos apreciar este campo en *a* y *c* de la figura siguiente.

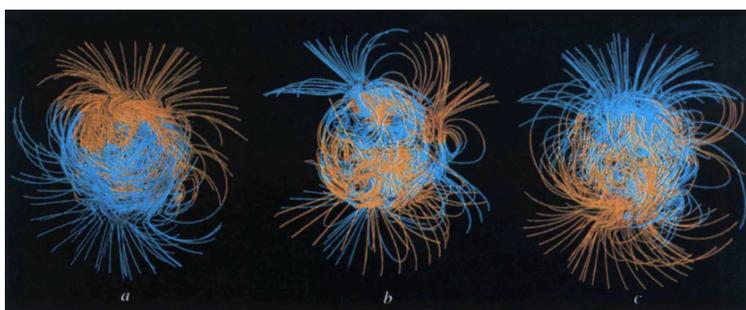


FIGURA 6. Líneas del campo magnético terrestre. De izquierda a derecha muestra la inversión del campo. Durante la inversión *b* puede apreciarse que el campo sobre la superficie es casi nulo. Extraída de [10]

Al final de la simulación, además, se pudo acontecer una inversión del campo, tras un periodo de decaimiento y posterior crecimiento en sentido inverso. Durante

el tiempo de inversión la energía magnética se reduce a un cuarto de su valor máximo. En 7 podemos ver que el campo queda confinado casi íntegramente al interior terrestre. También pudieron observar que, mientras el núcleo líquido intenta invertir su polaridad en un tiempo del orden de 100 años, el núcleo sólido se lo impide, necesitando un periodo más largo de aproximadamente 1600 años. En este proceso, primero se invierte el campo toroidal, que pasa por una etapa de simetría durante la inversión, y luego el campo poloidal del interior terrestre. Por último ocurre la inversión apreciable en las zonas de la superficie. En la figura ?? pueden verse tres imágenes de la simulación donde se aprecia la inversión del campo. Las líneas de contorno del campo poloidal se exponen en los hemisferios izquierdos y las toroidales en los derechos que, como se puede apreciar, quedan recluidas en el interior de la superficie, dejando solo como "perceptible" en el exterior el campo poloidal.

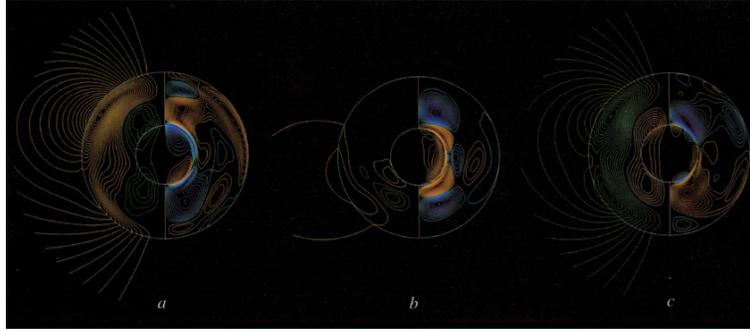


FIGURA 7. Líneas del campo magnético terrestre durante la inversión cronológicamente de izquierda a derecha. Las líneas de campo poloidal en los hemisferios izquierdos y las toroidales en los derechos. Extraída de [10]

En la solución incluyeron, junto a las ecuaciones de Maxwell ecuaciones de Bousinesq para fluidos no lineales. En particular, las ecuaciones son:

$$(3.1) \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$(3.2) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$(3.3) \quad 0 = -\nabla p + R_a g' T \hat{\mathbf{r}} + v \times \hat{\mathbf{z}} + E \nabla^2 \mathbf{v} + P(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$$

$$(3.4) \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + P \nabla^2 \mathbf{B}$$

$$(3.5) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla T + \nabla^2 T$$

Se resolvieron en coordenadas esféricas ($\hat{\mathbf{r}}$ es el vector radial y $\hat{\mathbf{z}}$ un vector unitario paralelo al eje de rotación) y emplean constantes que ya habíamos empleado anteriormente como el número de Ekman. P es el cociente entre las difusividades magnética y térmica. R_a es el número de Rayleigh referido a la transferencia de calor en el fluido. p es la presión, v la velocidad del fluido (incompresible por 3.1) y \mathbf{B} el campo magnético. g' es el valor de la aceleración gravitatoria escalado al

valor en la frontera núcleo-corteza exterior, i.e.: el cociente entre la gravedad en el punto y la gravedad en la superficie terrestre. Esta gravedad se construyó teniendo en cuenta diferencias de densidad a lo largo del fluido del núcleo.

4. CONCLUSIONES

Desde luego, el origen del campo magnético terrestre es aún una incógnita. Aunque se han conseguido crear modelos a partir de la sencilla idea de la geodinamo capaces de predecir las inversiones como el de Glatzmaier y Roberts dependientes del tiempo y con consistencia temporal, estos aún no tienen en cuenta la interacción con cuerpos externos como la luna, ni irregularidades superficiales de la tierra. Además, tampoco pueden ajustar sus parámetros exactamente, ya que sigue siendo un misterio la naturaleza de la fuente de energía del sistema.

No obstante, este último modelo numérico ha marcado un hito al haber permitido tender el puente entre la geofísica y el paleomagnetismo. Se tienen las ecuaciones y resta ajustar los parámetros correctamente; un modelo suficientemente fiel a la naturaleza del campo y sus inversiones del que faltan extraer los detalles acerca de sus primeros orígenes. Seguramente, los avances en tecnologías de investigación geológica y el desarrollo de computadores más y más potentes nos permitirán resolver modelos del campo geomagnético de forma mucho más precisa.

REFERENCIAS

1. T.G. Cowling, *The Magnetic Field of Sunspots*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. **94** (1933), 39–48
2. J. Larmor, *How could a Rotating Body such as the Sun become a Magnet?* Report of the British Association for the Advancement of Science 87th Meeting, (1919) 159–160
3. W.M. Elsasser, *On the Origin of the Earth's Magnetic Field*, Physical Review, Vol. **55** (1939), 189–498
4. E. Bullard, H. Gellman, *Homogeneous Dynamos and Terrestrial Magnetism*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. **247**, No. 928 (Nov. 30, 1954), 213–278
5. J. Verhoogen, *Heat Balance of the Earth's Core*, Geophysical Journal International, Vol. **4** (1961) 276–281
6. F.E.M. Lilley, *Geomagnetic Reversals and the Position of the North Magnetic Pole*, Nature, Vol. **227** (1970) 1336–1337
7. D. Gubbins, *Theories of the Geomagnetic and Solar Dynamos*, Reviews of Geophysics and Space Physics, Vol. **12**, No. 2 (1974) 137–154
8. F.H. Hibberd, *The Origin of the Earth's Magnetic Field*, Proc. R. Soc. Lond. A, **369** (1979) 31–45 .
9. C.R. Carrigan, D.Gubbins, *Origen del Campo Magnético Terrestre*, Investigación y Ciencia, vol. **31** (1979)
10. G.A. Glatzmaier, P.H. Roberts, *A Three-dimensional Self-consistent Computer Simulation of a Geomagnetic Field Reversal*, Nature, Vol. **377** (1995) 203–209
11. G.A. Glatzmaier, P.H. Roberts, *A Three-dimensional Convective Dynamo Solution with Rotating and Finitely Conducting Inner Core and Mantle*, Physics of the Earth and Planetary Interiors, Vol. **91** (1995) 63–75
12. T. Rikitake, *Oscillation of a System of Disk Dynamos*, Proc. Camb. Phil. Soc., Vol. **54** (1958), 89–105