

UNIVERSIDAD DE OVIEDO

ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE GIJÓN
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE MINAS DE OVIEDO

DEPARTAMENTO DE ENERGÍA

POSTGRADO EN INGENIERÍA ENERGÉTICA

TRABAJO FIN DE MÁSTER

*“DISEÑO AERODINÁMICO OPTIMIZADO DE
UN AEROGENERADOR DE EJE HORIZONTAL”*

Autor: Carlos Castán Fernández

Director: Dr. D. Carlos Santolaria Morros

Julio 2012



Diseño Aerodinámico Optimizado de un Aerogenerador de Eje Horizontal

[*] Carlos Castán Fernández, [**] Carlos Santolaria Morros
[*] Alumno; [**] Tutor

UO3944@uniovi.es

Departamento de Energía. Universidad de Oviedo.

RESUMEN

En este trabajo, haciendo uso de la teoría de momento del elemento de pala, se hace un estudio aerodinámico de un aerogenerador de eje horizontal.

A partir del radio del rotor, la velocidad del viento a la altura del buje, la velocidad de rotación del rotor, la densidad del aire, el número de palas de la aeroturbina y el tipo de perfil aerodinámico, se hace, en primer lugar un diseño óptimo para unas condiciones ideales con el fin de establecer las características geométricas de las palas y posteriormente un análisis de este diseño para unas condiciones reales.

Por último, se determina la curva de potencia mecánica en el rotor.

Palabras clave: Aerogenerador, Glauert, BEM, NACA 4412.

ABSTRACT

In this paper, using the blade element momentum theory, it is done an aerodynamic study of horizontal axis wind turbine.

Using the radius of the rotor, the wind speed at hub height, the angular velocity of the rotor, the air density, the number of blades and the type of the airfoil, it is firstly done an optimal design to establish the geometrical characteristics

of the blades for ideal conditions and secondly to analyze this design for real conditions.

Finally, the mechanical power curve is determined.

Keywords: Wind turbine, Glauert, BEM, NACA 4412.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene varios objetivos. Por una parte, determinar los coeficientes del diseño óptimo de un aerogenerador de eje horizontal, así como la ley de distribución de las cuerdas y los ángulos de calado de las palas para condiciones ideales. Igualmente, se pretende calcular, para unas condiciones reales, tanto el coeficiente de potencia obtenido como el par, la potencia y el empuje. Finalmente se quiere obtener la curva que relaciona la velocidad del viento con la potencia mecánica en el rotor.

Para realizar este trabajo se ha consultado, principalmente, la obra de Wilson, Lissaman y Walker [1].

A continuación se describe, sucintamente, el estado del arte, mostrándose los principales modelos aerodinámicos que, a lo largo del tiempo, han ido desarrollándose, tales como:

Teoría del momento lineal. Este modelo fue desarrollada por W. J. M. Rankine [2] en 1865 y



posteriormente por R. E. Froude [3] en 1889 pero generalmente es atribuido a A. Betz [4].

La teoría del momento lineal utiliza un tubo como volumen de control y es un disco actuador quien representa a la aeroturbina.

En dicha teoría se supone que el viento es uniforme, que el coeficiente de arrastre es cero, que no hay rotación del fluido en la estela y que el flujo es axial e incompresible.

En este modelo, además de la ley de conservación del momento lineal o cantidad de movimiento, se utiliza el principio de Bernoulli para determinar las presiones y con éstas el empuje.

El viento al incidir contra el disco actuador sufre un frenado, razón por la cual se introduce el coeficiente de inducción axial a . El coeficiente de potencia máximo es $16/27 \approx 0,593$, expresión que se conoce como límite de Betz y pone de manifiesto que la energía máxima que puede teóricamente ser aprovechada del viento es sólo del 59,3%, correspondiendo con un valor del coeficiente $a = 1/3$.

Teoría del momento cinético. La teoría anterior del momento lineal no ha tenido en cuenta la rotación que experimenta el aire una vez atraviesa el disco, momento en el cual se ejerce un par sobre este último provocando el giro, y por el principio de acción-reacción, también el aire experimenta un giro (debido a esta prerrotación consecuencia de que la pala está girando, se introduce el coeficiente de inducción tangencial a') en sentido opuesto al del disco, desarrollando un par que se calcula mediante la ley de conservación del momento angular o momento cinético.

Teoría del elemento de pala. Inicialmente desarrollada por W. Froude [5] en 1878 y mejorada en 1919 por L. Prandtl [6] y en 1935 por H. Glauert [7]. En los modelos anteriores no se ha considerado la geometría de la pala, mientras que este modelo divide la pala en múltiples elementos diferenciales con forma anular en los cuales, conocidos los coeficientes aerodinámicos, se calculan las fuerzas de arrastre y sustentación. Posteriormente estas fuerzas se integran a lo largo de la pala para conocer los valores de par y empuje, siendo necesario conocer

el número de palas pero despreciando la interacción aerodinámica entre las mismas. Por otra parte se suele realizar la corrección debido al efecto de punta de pala.

Teoría del momento del elemento de pala, es conocida en inglés como *BEM (Blade Element Momentum)*. Este modelo combina las dos teorías anteriores del momento lineal y del elemento de pala. A partir de las expresiones de empuje y par, se generan distintas ecuaciones y relaciones que nos llevan a poder realizar el cálculo mediante un proceso iterativo.

En los próximos apartados se describe el modelo teórico utilizado y se expone, en primer lugar, el diseño óptimo y una aplicación del mismo para unas condiciones ideales y seguidamente se muestra el análisis del diseño óptimo para unas condiciones reales así como la curva de potencia mecánica en el eje del rotor.

MODELO TEÓRICO

En este trabajo el modelo teórico utilizado es el BEM (Blade Element Momentum).

En primer lugar, a partir de la teoría del momento cinético (teoría del momento lineal con rotación en la estela), se tiene:

$$dQ = d\dot{m} \cdot \Delta U \cdot r \quad (1)$$

Por otra parte:

$$d\dot{m} = \rho \cdot d\dot{v} = \rho \cdot V \cdot dA \quad (2)$$

Donde:

$$dA = 2\pi \cdot r \cdot dr$$

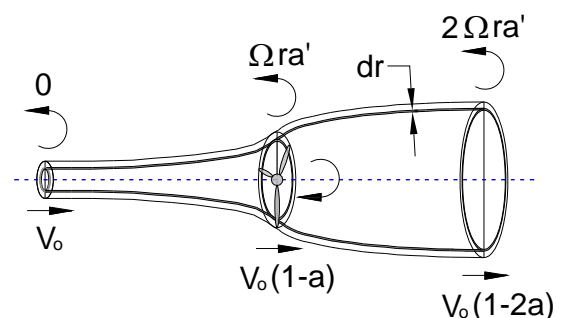


Figura 1. Volumen de control



En la figura 1 se puede ver que el volumen de control es dividido en tubos de corriente y que la velocidad del viento en el rotor es $V_0(1-a)$, por tanto sustituyendo en (2) tenemos:

$$d\dot{m} = \rho \cdot V_0(1-a) \cdot (2\pi \cdot r \cdot dr) \quad (3)$$

Según se observa en la figura 1:

$$\Delta U = (2\Omega \cdot r \cdot a' - 0) \quad (4)$$

Ahora sustituyendo (3) y (4) en (1), se obtiene:

$$dQ = \rho \cdot V_0(1-a) \cdot (2\pi \cdot r \cdot dr) \cdot (2\Omega \cdot a' \cdot r - 0) \cdot r$$

Agrupando, finalmente queda:

$$dQ = 4\pi \cdot \rho \cdot V_0(1-a) \cdot \Omega \cdot a' \cdot r^3 \cdot dr \quad (5)$$

En cuanto al empuje, tenemos:

$$dT = d\dot{m} \cdot \Delta V \quad (6)$$

Según se observa en la figura 1:

$$\Delta V = [V_0 - V_0(1-2a)] = 2a \cdot V_0 \quad (7)$$

Ahora sustituyendo (3) y (7) en (6), se obtiene:

$$dT = 4\pi \cdot \rho \cdot V_0^2 \cdot a(1-a) \cdot r \cdot dr \quad (8)$$

Ahora aplicando la teoría del elemento de pala y considerando un ángulo de guiñada igual a cero (lo cual supone que la aeroturbina está dispuesta perpendicular al viento), tenemos:

$$dQ = B \cdot dF_t \cdot r \quad (9)$$

Utilizando la figura 2, se establecen las siguientes expresiones:

$$\phi = \theta + \alpha \quad (10)$$

$$\tan \phi = \frac{V_0(1-a)}{\Omega \cdot r(1+a')} \quad (11)$$

$$W = \frac{V_0(1-a)}{\sin \phi} \quad (12)$$

$$dF_t = dL \cdot \sin \phi - dD \cdot \cos \phi \quad (13)$$

$$dF_n = dL \cdot \cos \phi + dD \cdot \sin \phi \quad (14)$$

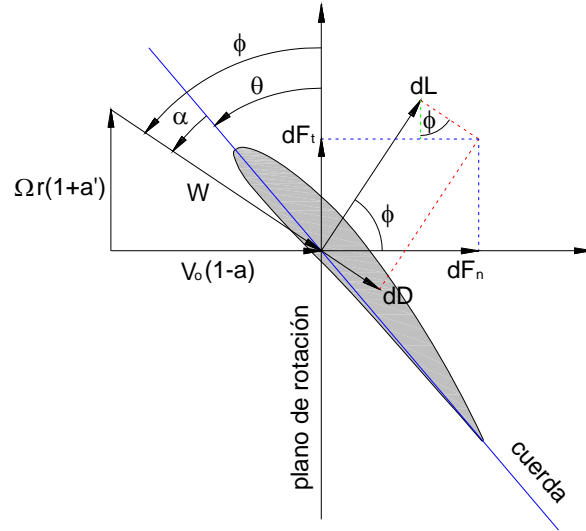


Figura 2. Definición de fuerzas, velocidades y ángulos

Si se sustituye la expresión (13) en la expresión (9), se tiene:

$$dQ = B(dL \cdot \sin \phi - dD \cdot \cos \phi) \cdot r \quad (15)$$

Por otra parte:

$$dL = \frac{1}{2} \rho \cdot W^2 \cdot C_L \cdot dA \quad (16)$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho \cdot W^2 \cdot C_D \cdot dA \quad (17)$$

Donde:

$$dA = c \cdot dr \quad (18)$$

Operando y sustituyendo las expresiones (16), (17) y (18) en (15), se tiene:

$$dQ = B \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot W^2 \cdot c(C_L \cdot \sin \phi - C_D \cdot \cos \phi) \cdot r \cdot dr$$



Denominando:

$$C_i = C_L \cdot \text{sen} \phi - C_D \cdot \text{cos} \phi \quad (19)$$

Finalmente se obtiene:

$$dQ = B \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot W^2 \cdot c \cdot C_i \cdot r \cdot dr \quad (20)$$

En cuanto al empuje, tenemos:

$$dT = B \cdot dF_n \quad (21)$$

Sustituyendo la expresión (14) en la expresión (21), se tiene:

$$dT = B(dL \cdot \text{cos} \phi + dD \cdot \text{sen} \phi) \quad (22)$$

Operando y sustituyendo las expresiones (16), (17) y (18) en (22), se tiene:

$$dT = B \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot W^2 \cdot c (C_L \cdot \text{cos} \phi + C_D \cdot \text{sen} \phi) \cdot dr$$

Denominando:

$$C_n = C_L \cdot \text{cos} \phi + C_D \cdot \text{sen} \phi \quad (23)$$

Finalmente se obtiene:

$$dT = B \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot W^2 \cdot c \cdot C_n \cdot dr \quad (24)$$

Ahora, igualando (5) y (20), nos queda:

$$8\pi \cdot r^2 \cdot V_0(1-a) \cdot \Omega \cdot a' = B \cdot c \cdot W^2 \cdot C_i \quad (25)$$

Sustituyendo las expresiones (11) y (12) en la expresión (25) y operando se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{a'}{1+a'} = \frac{B \cdot c \cdot C_i}{8\pi \cdot r \cdot \text{sen} \phi \cdot \text{cos} \phi} \quad (26)$$

Asumiendo que el coeficiente de arrastre sea nulo, la expresión (26) se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{a'}{1+a'} = \frac{B \cdot c \cdot C_L}{8\pi \cdot r \cdot \text{cos} \phi} \quad (27)$$

Análogamente, una vez igualadas las expresiones (8) y (24) y operando se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{a}{1-a} = \frac{B \cdot c \cdot C_n}{8\pi \cdot r \cdot \text{sen}^2 \phi} \quad (28)$$

En el triángulo de velocidades mostrado en la figura 2, $V_0(1-a)$ es la componente axial de la velocidad en el aerogenerador y $\Omega \cdot r(1+a')$ es la componente tangencial de la velocidad en el aerogenerador, donde a su vez:

$$V_0(1-a) = V_0 - (V_0 \cdot a)$$

$$\Omega \cdot r(1+a') = \Omega \cdot r + (\Omega \cdot r \cdot a')$$

Si se hace la hipótesis de que el coeficiente de arrastre sea nulo, se obtiene la siguiente expresión:

$$\tan \phi = \frac{\Omega \cdot r \cdot a'}{V_0 \cdot a} \quad (29)$$

Igualando (11) y (29), tenemos:

$$a(1-a) = a'(1+a') \cdot \left(\frac{\Omega \cdot r}{V_0} \right)^2 \quad (30)$$

Por otra parte:

$$dP = \Omega \cdot dQ \quad (31)$$

Sustituyendo la expresión (5), queda:

$$dP = 4\pi \cdot \rho \cdot V_0(1-a) \cdot \Omega^2 \cdot a' \cdot r^3 \cdot dr \quad (32)$$

Como lo que se busca es maximizar esta expresión, se procede a hallar la derivada e igualarla a cero:

$$\frac{d[(1-a) \cdot a']}{da} = 0 \Rightarrow (-1) \cdot a' + (1-a) \cdot \frac{da'}{da} = 0$$



Por lo tanto:

$$\frac{da'}{da} = \frac{a'}{1-a} \quad (33)$$

A continuación se procede a derivar la expresión (30) respecto de a , obteniendo:

$$1(1-a) + a(-1) = \left[(1+a') \cdot \frac{da'}{da} + a' \cdot \frac{da'}{da} \right] \cdot \left(\frac{\Omega \cdot r}{V_0} \right)^2$$

Usando la expresión (33) y operando se llega a la siguiente expresión:

$$(1-2a) \cdot (1-a) = a'(1+2a') \cdot \left(\frac{\Omega \cdot r}{V_0} \right)^2 \quad (34)$$

Ahora dividiendo la expresión (30) entre la (34), nos queda:

$$\frac{a(1-a)}{(1-2a) \cdot (1-a)} = \frac{a'(1+a') \cdot \left(\frac{\Omega \cdot r}{V_0} \right)^2}{a'(1+2a') \cdot \left(\frac{\Omega \cdot r}{V_0} \right)^2}$$

Una vez se opera, se obtiene la siguiente expresión:

$$a' = \frac{3a-1}{1-4a} \quad (35)$$

Sustituyendo la expresión (35) en la expresión (30), se tiene la siguiente expresión:

$$\frac{(1-a) \cdot (4a-1)^2}{(1-3a)} = \left(\frac{\Omega \cdot r}{V_0} \right)^2$$

Denominando:

$$x = \left(\frac{\Omega \cdot r}{V_0} \right)^2$$

Nos queda:

$$\frac{(1-a) \cdot (4a-1)^2}{(1-3a)} = x^2 \quad (36)$$

Por otra parte:

$$dC_p = \frac{dP}{\frac{1}{2} \rho \cdot V_0^3 \cdot \pi \cdot R^2}$$

Sustituyendo la expresión (32), queda:

$$dC_p = \frac{4\pi \cdot \rho \cdot V_0(1-a) \cdot \Omega^2 \cdot a' \cdot r^3 \cdot dr}{\frac{1}{2} \rho \cdot V_0^3 \cdot \pi \cdot R^2}$$

Tomando integrales y operando se obtiene la expresión usada para obtener el coeficiente de potencia:

$$C_p = \frac{8\Omega^2}{V_0^2 \cdot R^2} \int_0^R r^3(1-a) \cdot a' \cdot dr \quad (37)$$

Las expresiones utilizadas para obtener el par, la potencia en el eje del rotor y el empuje son:

$$Q = \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \cdot R^3 \int_0^x \frac{B \cdot c}{\pi \cdot R} \cdot W^2 \cdot C_t \cdot x \cdot dx \quad (38)$$

$$P = Q \cdot \Omega \quad (39)$$

$$T = \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \cdot R^2 \int_0^x \frac{B \cdot c}{\pi \cdot R} \cdot W^2 \cdot C_n \cdot dx \quad (40)$$

Donde:

$$X = \frac{\Omega \cdot R}{V_0} \quad (41)$$

$$x = X \cdot \frac{r}{R} \quad (42)$$

Para corregir el efecto de punta de pala se aplica el factor de corrección de Prandtl que tiene la siguiente expresión:



$$F = \frac{2}{\pi} \cdot \arccos e^{-f} \quad (43)$$

Donde:

$$f = \frac{B}{2} \cdot \frac{R-r}{r \cdot \sin \phi}$$

Cuando se aplica esta corrección, las expresiones (26) y (28) incluyen la expresión (43) y pasan a expresarse de la siguiente manera:

$$\frac{a'}{1+a'} = \frac{B \cdot c \cdot C_t}{8\pi \cdot r \cdot F \cdot \sin \phi \cdot \cos \phi} \quad (44)$$

$$\frac{a}{1-a} = \frac{B \cdot c \cdot C_n}{8\pi \cdot r \cdot F \cdot \sin^2 \phi} \quad (45)$$

APLICACIÓN AL DISEÑO

Para llevar a cabo el estudio de la pala se ha dividido ésta en 20 incrementos, de los cuales el más próximo a la raíz de la pala es un círculo y los 19 restantes están formados por anillos o coronas, no obstante los 2 incrementos más próximos al centro del rotor no se han considerado en los cálculos debido a que en realidad ese 10% es el correspondiente al buje.

No se ha considerado ni el ángulo de conicidad ni el ángulo de inclinación. Tampoco se ha considerado la posibilidad de variar el ángulo de calado, ya que en los rotores que giran a velocidad constante es muy utilizado este sistema de control pasivo por pérdida aerodinámica (stall controlled).

Para este apartado, los datos de partida son los siguientes:

$$R = 30,55 \text{ m}$$

$$V_0 = 10 \text{ m/s}$$

$$\Omega = 22,36 \text{ r.p.m}$$

$$B = 3$$

Perfil aerodinámico NACA 4412

En la figura 3 se muestra el perfil citado, donde A representa el borde de ataque, S el borde de salida, f la flecha máxima, c la cuerda, d el espesor máximo y xf la posición de la flecha máxima medida desde el borde de ataque.

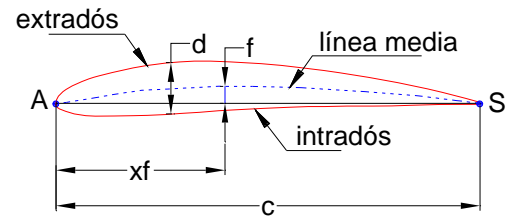


Figura 3. Perfil NACA 4412

Las 4 cifras del perfil NACA (National Advisory Committee of Aeronautics) utilizado indican que dicho perfil tiene un 4% de flecha máxima respecto a la cuerda (f/c), situada al 40% del borde de ataque y con un espesor máximo del 12% respecto a la cuerda (d/c).

En este apartado, partiendo de unos datos, tales como radio del rotor, velocidad del viento a la altura del buje, velocidad de rotación del rotor, número de palas de la aeroturbina y tipo de perfil aerodinámico, se pretende determinar el diseño óptimo y obtener la ley de distribución de las cuerdas y de los ángulos de calado de la aeroturbina para unas condiciones ideales.

En la tabla A.1 del anexo, se muestran los valores de los coeficientes aerodinámicos (C_D , C_L) correspondientes al perfil NACA 4412 cuando el número de Reynolds es de $6 \cdot 10^6$. A partir de dichos coeficientes se ha obtenido un ángulo de ataque óptimo (aquel para el cual el cociente entre C_L y C_D es máximo) de 6° y a este ángulo le corresponde un valor de C_L de 1,04. En dicha tabla se observa que el cociente entre C_L y C_D toma un valor máximo de 130, lo cual indica que el perfil NACA 4412 es bastante bueno desde el punto de vista aerodinámico. Este perfil además es bueno desde el punto de vista constructivo pues es sencillo de fabricar.

Con la expresión (41) se obtiene un valor $X = 7,153$ y a partir de éste se obtienen los correspondientes valores de x utilizando la expresión (42). Posteriormente, haciendo uso de las expresiones (36) y (35) se obtienen los valores de a y a' respectivamente. La expresión (36) corresponde a una ecuación de tercer grado y para resolverla se ha utilizado la orden *fzero* del programa Matlab.



En la tabla 1 se muestran los valores de x , a y a' para las 20 estaciones de la pala de la aeroturbina.

Tabla 1. Diseño óptimo

r/R	x	a	a'
1,00	7,1534	0,332856	0,004321
0,95	6,7957	0,332805	0,004785
0,90	6,4380	0,332745	0,005333
0,85	6,0804	0,332675	0,005972
0,80	5,7227	0,332592	0,006732
0,75	5,3650	0,332492	0,007649
0,70	5,0074	0,332370	0,008771
0,65	4,6497	0,332219	0,010165
0,60	4,2920	0,332032	0,011898
0,55	3,9344	0,331793	0,014124
0,50	3,5767	0,331483	0,017031
0,45	3,2190	0,331071	0,020929
0,40	2,8614	0,330506	0,026340
0,35	2,5037	0,329708	0,034112
0,30	2,1460	0,328535	0,045824
0,25	1,7883	0,326727	0,064576
0,20	1,4307	0,323747	0,097492
0,15	1,0730	0,318517	0,162182
0,10	0,7153	0,308579	0,316935
0,05	0,3577	0,288771	0,862030

Usando la expresión (11) se determina ϕ y con la expresión (27) se obtiene c . Finalmente con la expresión (10) se obtiene θ .

Por último se calcula el valor de C_p óptimo partiendo de la expresión (37). No obstante, como a y a' dependen del radio, entonces para resolver analíticamente esta integral es necesario poner a y a' en función de r , pero debido a la dificultad que esto supone se considera preferible resolver analíticamente la integral en cada uno de los 20 incrementos (ahora a y a' son constantes) y hacer el sumatorio. De esta forma C_p se resuelve con la siguiente expresión:

$$C_p = \frac{8\Omega^2}{V_0^2 \cdot R^2} \cdot \sum_{n=1}^N \frac{1}{4} (1-a) \cdot a' \cdot [r^4]_{n-1}^n$$

En la tabla 2 se muestran los valores de ϕ , c y θ para las 20 estaciones de la pala de la aeroturbina así como el valor de C_p .

Tabla 2. Parámetros geométricos y C_p

r/R	ϕ (°)	c (m)	θ (°)	C_p
1,00	5,3	1,054	-0,7	0,055
0,95	5,6	1,108	-0,4	0,052
0,90	5,9	1,169	-0,1	0,049
0,85	6,2	1,235	0,2	0,046
0,80	6,6	1,308	0,6	0,043
0,75	7,0	1,391	1,0	0,040
0,70	7,5	1,485	1,5	0,037
0,65	8,1	1,594	2,1	0,034
0,60	8,7	1,716	2,7	0,031
0,55	9,5	1,859	3,5	0,028
0,50	10,4	2,027	4,4	0,025
0,45	11,5	2,225	5,5	0,022
0,40	12,8	2,463	6,8	0,019
0,35	14,5	2,751	8,5	0,016
0,30	16,7	3,099	10,7	0,013
0,25	19,5	3,518	13,5	0,010
0,20	23,3	4,016	17,3	0,007
0,15	28,7	4,520	22,7	0,005
0,10	36,3	4,775	30,3	0,002
0,05	46,9	3,894	40,9	0,000
				0,532

A partir de las características geométricas (c y θ) para el diseño óptimo se ha obtenido la pala que aparece en la figura 4, donde se muestra uno de los 20 incrementos.

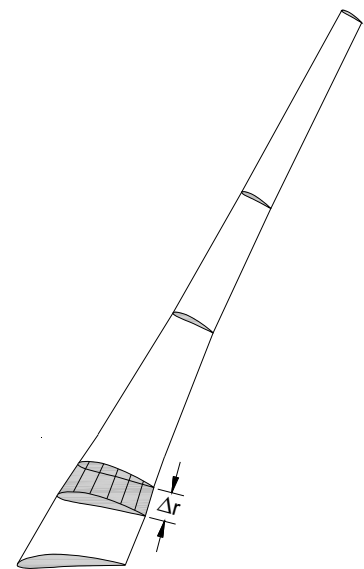


Figura 4. Geometría de la pala



ANÁLISIS DEL DISEÑO PARA CONDICIONES REALES

En este apartado, para realizar los cálculos, se ha seguido el proceso iterativo siguiente:

1. Se asume a y a'
2. Con la expresión (11) se calcula ϕ
3. Con la expresión (10) se calcula α
4. Con la tabla A.1 del anexo se calculan los coeficientes C_L y C_D
5. Con la expresión (19) se calcula C_t
6. Con la expresión (23) se calcula C_n
7. Con la expresión (45) se calcula a
8. Con la expresión (44) se calcula a'
9. Se comparan los valores de a y a' obtenidos con los valores de a y a' previos y según el criterio de error impuesto se continua iterando o no.

Los valores de C_L y C_D se pueden obtener interpolando linealmente en la tabla A.1 del anexo, pero en este caso se ha preferido obtenerlos a partir de la curva de regresión. En las figuras 5 y 6 se puede ver que el ajuste mínimo-cuadrático se ha hecho con un polinomio de cuarto grado y para un ángulo de ataque en el rango de 0-10 grados.

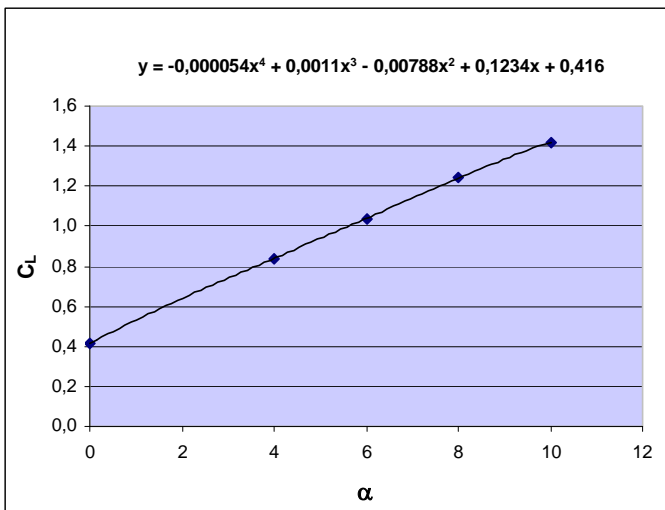


Figura 5. Curva de regresión para el coeficiente C_L

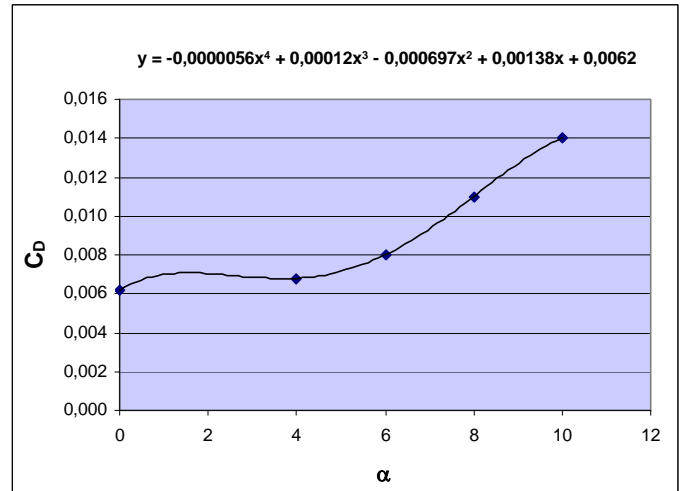


Figura 6. Curva de regresión para el coeficiente C_D

En la tabla 3 se muestran los valores de la corrección de Prandtl, donde F está expresado en radianes. Debido a que en la punta de la pala, es decir para r/R igual a 1, el factor de corrección es cero, ahí se ha tomado la corrección que corresponde a r/R igual a 0,95.

Tabla 3. Corrección de Prandtl

r/R	f	F
1,00	0,000000	0,000000
0,95	0,811814	0,707081
0,90	1,625236	0,873848
0,85	2,440687	0,944479
0,80	3,258742	0,975524
0,75	4,080199	0,989238
0,70	4,906159	0,995288
0,65	5,738186	0,997950
0,60	6,578404	0,999115
0,55	7,430226	0,999622
0,50	8,298654	0,999842
0,45	9,191710	0,999935
0,40	10,122799	0,999974
0,35	11,114937	0,999991
0,30	12,211001	0,999997
0,25	13,497024	0,999999
0,20	15,168232	1,000000
0,15	17,725004	1,000000
0,10	22,816120	1,000000
0,05	39,044317	1,000000



Por último comentar que como criterio de convergencia se ha adoptado que el error relativo sea menor del 2%, es decir:

$$\left| 1 - \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| < 0,02$$

$$\left| 1 - \frac{a'_n}{a'_{n+1}} \right| < 0,02$$

Así pues, después de 9 iteraciones se ha obtenido el valor de C_p real, así como los valores de par en el eje del rotor, potencia en el eje del rotor y empuje. Para ello, por los mismos motivos argumentados en el apartado anterior, en vez de resolver las integrales de las expresiones (37), (38) y (40) se usarán las siguientes expresiones:

$$C_p = \frac{8\Omega^2}{V_0^2 \cdot R^2} \cdot \sum_{n=1}^N \frac{1}{4} (1-a) \cdot a' \cdot [r^4]_{n-1}^n$$

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^3}{X^2} \cdot \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} \cdot \frac{B \cdot c}{\pi \cdot R} \cdot W^2 \cdot C_t \cdot [x^2]_{n-1}^n$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^2}{X} \cdot \sum_{n=1}^N \frac{B \cdot c}{\pi \cdot R} \cdot W^2 \cdot C_n \cdot [x]_{n-1}^n$$

En este apartado, además de los datos utilizados en el apartado anterior, se hace uso del siguiente dato:

$$\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$$

El valor del empuje se usa en el cálculo estructural de las palas mientras que el valor del par se utiliza también en el cálculo de la potencia a través de la expresión (39).

En la tabla A.2 del anexo se muestran, para las 20 estaciones, los valores de ϕ , α , C_L , C_D , a y a' en la novena iteración, así como los residuos obtenidos.

En la tabla 4 pueden verse los valores de C_p , Q , P y T obtenidos.

Tabla 4. C_p , par, potencia y empuje

r/R	C_p	Q (Nm)	P (W)	T (N)
1,00	0,033	18168		12047
0,95	0,033	17967		11537
0,90	0,044	30235		13271
0,85	0,042	31821		12986
0,80	0,040	31141		12376
0,75	0,037	29677		11664
0,70	0,035	27897		10912
0,65	0,032	25978		10146
0,60	0,029	23990		9365
0,55	0,027	21961		8584
0,50	0,024	19901		7800
0,45	0,021	17814		7016
0,40	0,018	15700		6233
0,35	0,016	13560		5448
0,30	0,013	11390		4662
0,25	0,010	9189		3873
0,20	0,007	6956		3086
0,15	0,005	4704		2295
0,10	0,002	2479		1503
0,05	0,000	273		860
	0,466	358.050	838.386	153.300

ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación se muestra gráficamente, para las condiciones ideales, la variación de los valores de x , a , a' , ϕ , c y θ a lo largo de la pala (figuras 7, 8, 9, 10, 11 y 12).

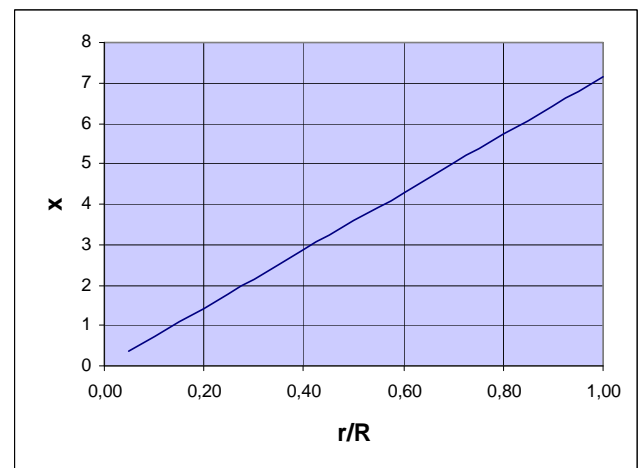


Figura 7. Variación de x

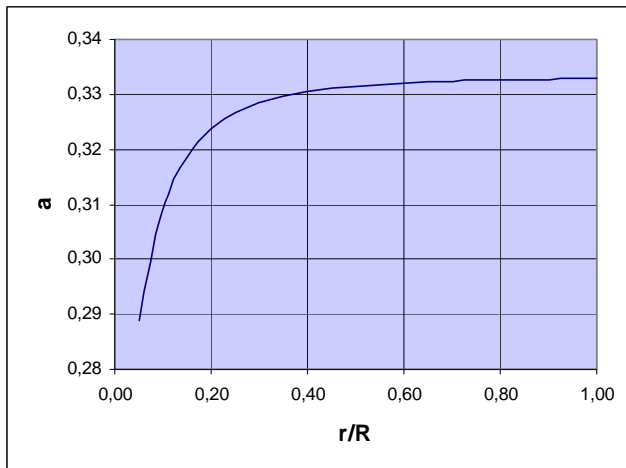


Figura 8. Variación de a

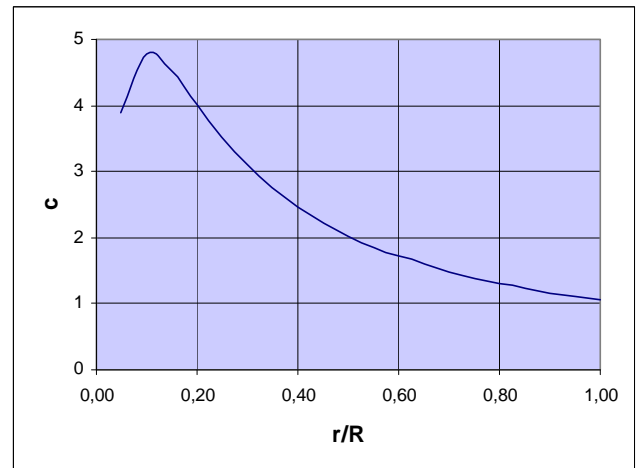


Figura 11. Variación de c

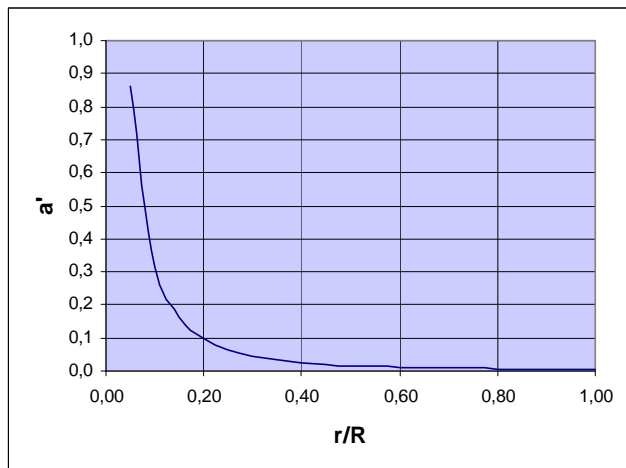


Figura 9. Variación de a'

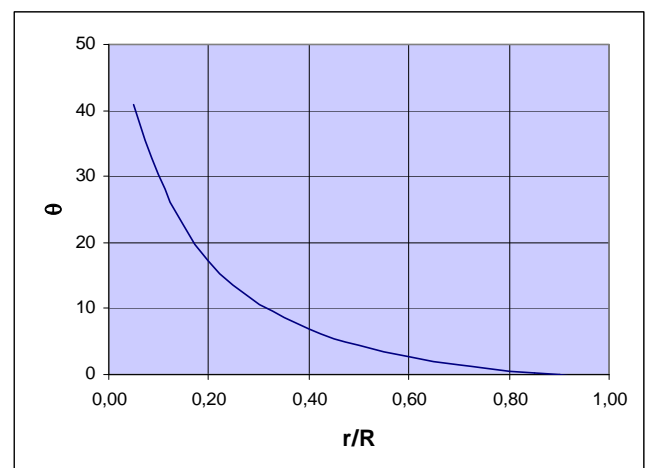


Figura 12. Variación de θ

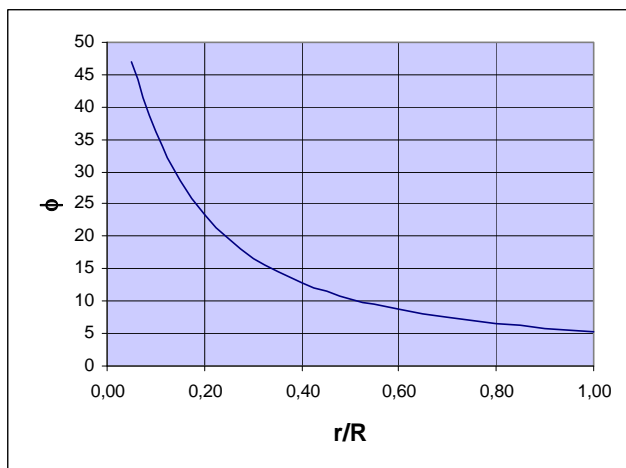


Figura 10. Variación de ϕ

Puede verse que x varía linealmente, que a se mueve en valores próximos a un tercio, excepto en las 2 estaciones más próximas al centro del rotor (corresponden al buje), que c varía desde más de cuatro metros y medio en la raíz hasta aproximadamente un metro en la punta y que θ tiene valores próximos a cero (incluso negativos) en el extremo de la pala.

Análogamente se expone de forma gráfica, para unas condiciones reales, la variación de los valores de a , a' , ϕ y α a lo largo de la pala (figuras 13, 14, 15, y 16). Aquí se observa que, excepto en las 2 estaciones más próximas al centro del rotor (corresponden al buje) y en las 2 estaciones más alejadas (debido a la corrección de Prandtl), los valores de a y de α son próximos a un tercio y a seis grados respectivamente.

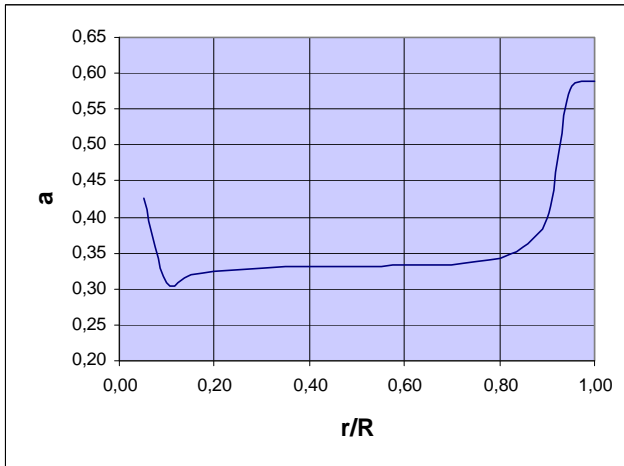


Figura 13. Variación de a

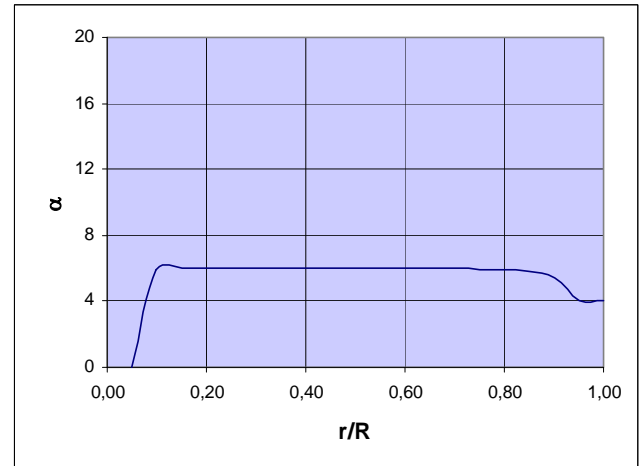


Figura 16. Variación de α

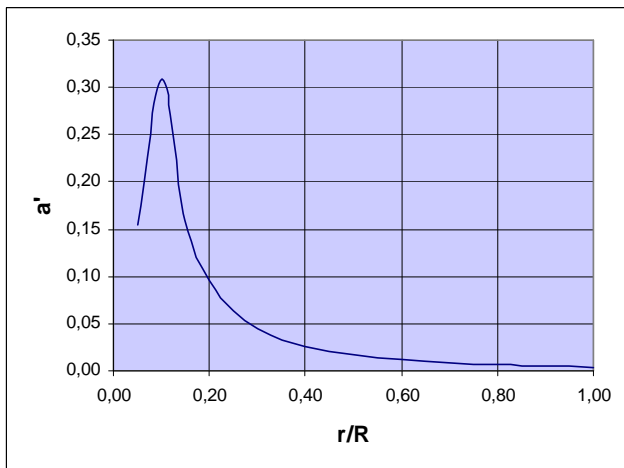


Figura 14. Variación de a'

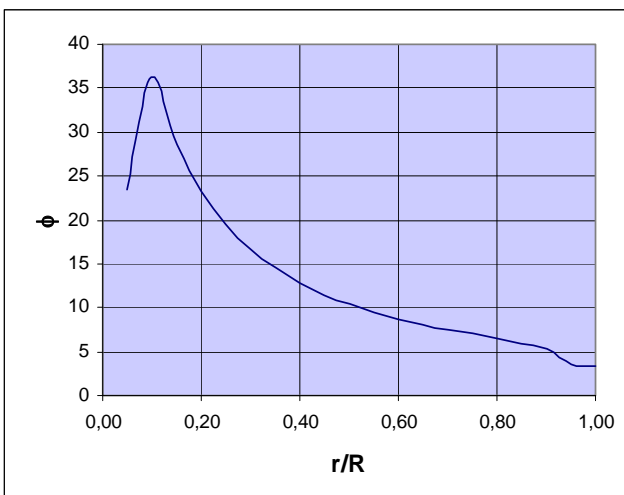


Figura 15. Variación de ϕ

CURVA DE POTENCIA EN EL EJE DEL ROTOR

Por último, para diferentes valores de V_0 y siguiendo la metodología expuesta en el apartado anterior, se han ido obteniendo diferentes valores de la potencia mecánica en el eje del rotor. Esta potencia es el resultado de multiplicar la potencia eólica por el coeficiente de potencia.

Si para el aerogenerador se conoce el rendimiento mecánico (debido a las pérdidas en los cojinetes, en la caja multiplicadora,...) y el rendimiento eléctrico (debido a las pérdidas en el alternador, en el transformador,...) se obtiene la potencia útil del mismo, es decir, la potencia eléctrica de salida, sin más que multiplicar estos rendimientos por la potencia obtenida en la curva.

Tabla 5. Potencia en el eje del rotor

V_0 (m/s)	P (KW)
7	129
8	305
10	838
12	1.493
14	2.229
16	2.768
18	2.984
20	3.008
22	2.890
24	2.795
26	2.665
27	2.633



Se pueden observar, tanto tabular como gráficamente, la mencionada curva en la tabla 5 y en la figura 6.

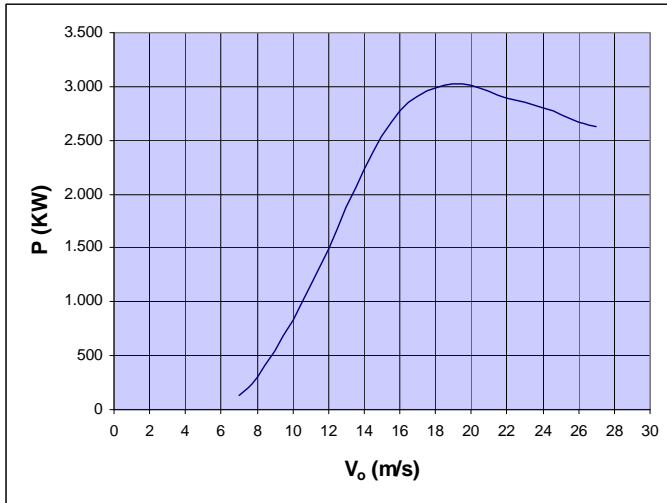


Figura 6. Curva de potencia mecánica en el eje del rotor

Como se aprecia, la curva de potencia obtenida tiene la forma clásica.

CONCLUSIONES

En este trabajo, siguiendo la teoría del momento del elemento de pala, se ha hecho un diseño óptimo para unas condiciones ideales, y se ha analizado este diseño para unas condiciones reales.

En el primer caso, el coeficiente de potencia obtenido es del 53,2%. Este coeficiente (debido solamente a los efectos en la estela considerando la componente axial y tangencial de la velocidad) es el máximo que puede obtenerse con los valores de Ω , R y V_0 utilizados, y tiene un valor próximo al límite máximo teórico, denominado límite de Betz, el cual sólo es debido a los efectos en la estela considerando la componente axial de la velocidad.

En el segundo caso, teniendo en cuenta el arrastre y aplicando la corrección de Prandtl se ha obtenido un coeficiente de potencia del 46,6%. Este coeficiente, además de Ω , R y V_0 también depende del tipo de perfil utilizado y del número de palas de la aeroturbina.

El valor del 53,2% sólo se debe a los efectos en la estela, mientras que el valor del

46,6% es debido, tanto a los efectos en la estela como a las pérdidas aerodinámicas del rodete, se concluye por tanto que las pérdidas aerodinámicas en las palas son del 6,6% (la diferencia de ambos valores).

NOMENCLATURA

Se ha utilizado la siguiente notación:

Re: número de Reynolds

ρ : densidad del aire

U: componente axial de la velocidad

V: componente tangencial de la velocidad

W: velocidad relativa del viento

ω : velocidad angular del viento en el rotor

Ω : velocidad de rotación del rotor

V_0 : velocidad del viento a la altura del buje

R: radio del rotor

r: posición radial de la pala

X: coeficiente de velocidad específica

x: coeficiente local

a: coeficiente de inducción axial

a': coeficiente de inducción tangencial

B: número de palas del aerogenerador

c: cuerda del perfil

ϕ : ángulo de corriente

α : ángulo de ataque

θ : ángulo de calado

F: factor de corrección de Prandtl

C_D : coeficiente de arrastre

C_L : coeficiente de sustentación

C_t : coeficiente de fuerza tangencial

C_n : coeficiente de fuerza axial

D: fuerza de arrastre

L: fuerza de sustentación

F_t : fuerza en la componente tangencial

F_n : fuerza en la componente axial



C_p : coeficiente de potencia

Q : par en el eje del rotor

P : potencia en el eje del rotor

T : empuje

A : área

\dot{m} : caudal másico

\dot{v} : caudal volumétrico

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece el esfuerzo y dedicación de su tutor D. Carlos Santolaria Morros, así como el apoyo recibido de sus padres y su novia.

REFERENCIAS

- [1] Robert E. Wilson, Peter B. S. Lissaman y Stel N. Walker. Aerodynamic Performance of Wind Turbines, 1976.
- [2] Rankine, W. J. M. Transactions, Institute of Naval Architects, 1865.
- [3] Froude, R. E. Transactions, Institute of Naval Architects, 1889.
- [4] Betz, A. Zeitshur.f. Flugtechnik u. Motorl, 1920.
- [5] Froude, W. Transactions, Institute of Naval Architects, 1878.
- [6] Prandtl, L. Gottinger Nachr, 1919.
- [7] Glauert, H. Airplane Propellers, 1935.



ANEXO

Tabla A.1

α (°)	C_L	C_D	C_L / C_D
-110	0,4500	1,3000	0,3462
-80	-0,2250	1,3000	-0,1731
-70	-0,4500	1,2000	-0,3750
-60	-0,6500	1,1000	-0,5909
-50	-0,7500	0,8778	-0,8544
-40	-0,8000	0,6555	-1,2204
-30	-0,8000	0,4333	-1,8463
-20	-0,5000	0,2110	-2,3697
-14	-0,7250	0,0777	-9,3308
-12	-0,8000	0,0332	-24,0964
-10	-0,6440	0,0102	-63,1373
-6	-0,2200	0,0070	-31,4286
-4	-0,0080	0,0066	-1,2121
-2	0,2040	0,0062	32,9032
0	0,4160	0,0062	67,0968
4	0,8400	0,0068	123,5294
6	1,0400	0,0080	130,0000
8	1,2400	0,0110	112,7273
10	1,4200	0,0140	101,4286
12	1,5400	0,0170	90,5882
13	1,6000	0,0315	50,7937
14	1,6000	0,0460	34,7826
16	1,6000	0,0873	18,3276
20	1,3500	0,1700	7,9412
24	1,1000	0,2820	3,9007
26	1,1000	0,3380	3,2544
30	1,1000	0,4500	2,4444
40	1,1000	0,6500	1,6923
50	1,0000	0,8500	1,1765
60	0,8300	1,0250	0,8098
70	0,5533	1,2000	0,4611
80	0,2767	1,3000	0,2128
90	0,0000	1,3000	0,0000



Tabla A.2

r/R	ϕ (°)	α (°)	C_L	C_D	a	a'	$ (a_{n+1}-a_n)/a_{n+1} $	$ (a'_{n+1}-a'_n)/a'_{n+1} $
1,00	3,4	4,1	0,8456	0,0068	0,588774	0,004274	0,0181	0,0168
0,95	3,6	4,0	0,8437	0,0068	0,577023	0,004775	0,0151	0,0144
0,90	5,3	5,4	0,9821	0,0075	0,399010	0,005285	0,0007	0,0005
0,85	6,0	5,8	1,0168	0,0078	0,358089	0,005726	0,0001	0,0001
0,80	6,5	5,9	1,0302	0,0079	0,343040	0,006371	0,0000	0,0000
0,75	7,0	6,0	1,0360	0,0080	0,336907	0,007214	0,0000	0,0000
0,70	7,5	6,0	1,0384	0,0080	0,334391	0,008279	0,0000	0,0000
0,65	8,1	6,0	1,0392	0,0080	0,333511	0,009618	0,0000	0,0000
0,60	8,7	6,0	1,0401	0,0080	0,332644	0,011303	0,0000	0,0000
0,55	9,5	6,0	1,0403	0,0080	0,332259	0,013472	0,0000	0,0000
0,50	10,4	6,0	1,0405	0,0081	0,331856	0,016313	0,0000	0,0000
0,45	11,5	6,0	1,0407	0,0081	0,331395	0,020132	0,0000	0,0000
0,40	12,8	6,0	1,0405	0,0081	0,331013	0,025436	0,0000	0,0000
0,35	14,5	6,0	1,0404	0,0081	0,330338	0,033073	0,0000	0,0000
0,30	16,7	6,0	1,0406	0,0081	0,329210	0,044612	0,0000	0,0000
0,25	19,5	6,0	1,0413	0,0081	0,327271	0,063161	0,0000	0,0000
0,20	23,3	6,0	1,0411	0,0081	0,324631	0,095685	0,0000	0,0000
0,15	28,7	6,0	1,0416	0,0081	0,319519	0,159835	0,0000	0,0001
0,10	36,2	5,9	1,0337	0,0080	0,309554	0,309733	0,0036	0,0206
0,05	21,9	0,0	0,4160	0,0062	0,458876	0,151249	0,4650	27,0570