

UNIVERSIDAD DE OVIEDO

*Departamento de Psicología*

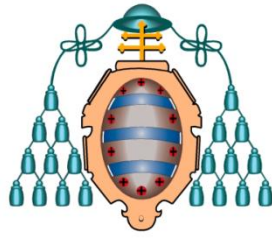
**TESIS DOCTORAL**

DISEÑO Y APLICACIÓN DE UN MODELO DE  
REPRESENTACIÓN DINÁMICA INTEGRADO  
PARA ESTIMULAR LAS COMPETENCIAS  
MATEMÁTICAS BÁSICAS EN ESTUDIANTES CON  
DÉFICIT DE ATENCIÓN Y DIFICULTADES PARA  
EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

María Lourdes Cabeza Soberón

2015





UNIVERSIDAD DE OVIEDO

*Departamento de Psicología*

**TESIS DOCTORAL**

DISEÑO Y APLICACIÓN DE UN MODELO DE  
REPRESENTACIÓN DINÁMICA INTEGRADO PARA  
ESTIMULAR LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS  
BÁSICAS EN ESTUDIANTES CON DÉFICIT DE  
ATENCIÓN Y DIFICULTADES PARA EL APRENDIZAJE  
DE LAS MATEMÁTICAS

**Autora**

María Lourdes Cabeza Soberón

**Directores**

Paloma González Castro

David Álvarez García







## RESUMEN DEL CONTENIDO DE TESIS DOCTORAL

1.- Título de la Tesis	
Español/Otro Idioma: DISEÑO Y APLICACIÓN DE UN MODELO DE REPRESENTACIÓN DINÁMICA INTEGRADO PARA ESTIMULAR LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS BÁSICAS EN ESTUDIANTES CON DÉFICIT DE ATENCIÓN Y DIFICULTADES PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	Inglés: DESIGN AND IMPLEMENTATION OF AN INTEGRATED DYNAMIC REPRESENTATION MODEL TO PROMOTE BASIC MATH SKILLS IN CHILDREN WITH ATTENTION DEFICIT DISORDER AND LEARNING DIFFICULTIES IN MATHEMATICS
2.- Autor	
Nombre: MARÍA LOURDES CABEZA SOBERÓN	DNI/Pasaporte/NIE: P
Programa de Doctorado: PSICOLOGÍA	
Órgano responsable: UNIVERSIDAD DE OVIEDO	

### RESUMEN (en español)

La adquisición de competencias matemáticas es una preocupación creciente dentro de la comunidad educativa, sobre todo, teniendo en cuenta los malos resultados de algunos estudiantes en esta área académica. Esta situación, se complica aún más ante la presencia de dificultades específicas como las dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM) o el Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH). Por ello, es necesario analizar las dificultades específicas de los estudiantes, para así, llevar a cabo intervenciones tempranas ajustadas al perfil de necesidades detectado inicialmente.

Teniendo en cuenta estos aspectos, este trabajo de Tesis Doctoral planteó tres objetivos: Analizar el perfil ejecutivo de estudiantes con TDAH, DAM, TDAH+DAM y estudiantes sin dificultades en tareas de ejecución continua y en tareas de competencia matemática; analizar la eficacia de una herramienta informatizada dirigida a la estimulación temprana de las competencias matemáticas básicas y la resolución de problemas específicos en estudiantes sin dificultades; analizar el efecto de esta

herramienta informatizada sobre el desempeño en tareas que implicaban competencias matemáticas básicas y resolución de problemas en estudiantes con TDAH, DAM o TDAH y DAM conjuntamente.

Para alcanzar el primero de los objetivos se trabajó con 288 estudiantes, clasificados en cuatro grupos (estudiantes con TDAH, DAM, TDAH+DAM y estudiantes sin dificultades) que realizaron una prueba de control ejecutivo (Test de Variables de Atención, TOVA) y un test de competencia matemática básica (TEMA-3) que evalúa las competencias informales (numeración, comparación, cálculo informal y conceptos informales) y formales (convencionalismos, hechos numéricos, cálculo formal y conceptos formales). Los resultados mostraron diferencias estadísticamente significativas en el control ejecutivo entre los estudiantes con y sin TDAH y peor rendimiento en competencia matemática entre los estudiantes con DAM y TDAH+DAM.

Para alcanzar el segundo de los objetivos, se diseñó la estrategia de *Representación Dinámica Integrada* (RDI), para desarrollar las competencias matemáticas básicas y, así, mejorar los procesos de resolución de problemas. Participaron en el estudio 72 estudiantes de entre 6 y 8 años. Se comparó el desarrollo de competencias básicas informales y formales (medidas con el TEMA-3) en un grupo experimental de 35 estudiantes que realizó la intervención con la RDI y un grupo control de 37 estudiantes que siguió la metodología habitual. Los resultados mostraron que el grupo experimental mejoró significativamente más que el grupo control en la mayoría de las variables evaluadas de la competencia matemática informal y formal.

Para alcanzar el tercero de los objetivos, analizar el efecto de la RDI para la mejora de la competencia matemática básica y resolución de problemas en estudiantes con TDAH, DAM o TDAH+DAM se trabajó con 216 estudiantes de 6 a 9 años (clasificados en tres grupos: TDAH, DAM y TDAH+DAM) asignados aleatoriamente a cada una de las dos condiciones experimentales (grupo experimental que recibía la intervención con la RDI y grupo comparativo). Todos ellos realizaron, antes y después de la intervención, la prueba de evaluación de la competencia matemática TEMA-3. Los resultados mostraron que los tres grupos diagnósticos mejoraron de forma estadísticamente significativa tras la intervención en todas las competencias

matemáticas evaluadas siendo el grupo con DAM quien registró mejores resultados en la evaluación postest.

A modo de conclusión, la idea principal que se pudo extraer de estos tres estudios fue que los estudiantes con DAM y TDAH+DAM presentan inicialmente un perfil en la competencia matemática claramente inferior al de los estudiantes sin dificultades de aprendizaje. No obstante, la intervención con una herramienta informatizada (RDI) desarrollada para la mejora de la competencia y resolución de problemas resulta efectiva tanto en estudiantes sin dificultades como en estudiantes con TDAH y, sobre todo, en estudiantes con DAM.

### **RESUMEN (en Inglés)**

The acquisition of math competence is an important concern within the educational community, mainly having present the low performance of some students in this area. This situation turns out to be even worse when specific difficulties, such as Learning Difficulties in Mathematics (LDM) or Attention Deficit Hyperactivity Disorder (ADHD) are associated. Thus, it is necessary to analyze students' difficulties in order to carry out early interventions adjusted to their previous needs.

Taking into consideration these aspects, this PhD-Thesis had three main objectives: To analyze the execution profile of a sample of students with ADHD, LDM, ADHD+LDM, and students without any difficulties, in continuous performance tests and math competence tasks; to analyze the effectiveness of a computerized tool to early stimulate basic math competences and problem solving in students without difficulties; to examine the effect of this tool on students' performance in tasks involving basic math competences and problem solving in a sample of students with ADHD, LDM, and ADHD+LDM.

In order to address the first objective, a sample of 299 students was used. They were classified into four groups (ADHD, LDM, ADHD+LDM, and students without any difficulties), and performed an executive control task (Test of Variables of Attention, TOVA), as well as a math competence test (TEMA-3), which evaluates informal (numeracy, comparison, informal calculus, and informal concepts), and formal



(conventions, numerical facts, formal calculus, and formal concepts) math competences. Results showed the existence of statistically significant differences in executive control between students with and without ADHD, and lower levels of performance in math competence within the groups with LDM and ADHD+LDM.

To achieve the second objective, a strategy -Integrated Dynamic Representation (IDR)- was designed to develop basic math competences and improve problems-solving processes. A sample of 72 students took part in this study (age 6 to 8). The development of basic informal and formal math competences (assessed through TEMA-3) was compared between an experimental group of 35 students and a control group of 35 students, the latter following the common instructional method. Results showed a significant improvement in the experimental group in the studied formal and informal math competences.

Finally, to accomplish the third objective (i.e., to analyze the effectiveness of IDR to improve basic math competence and problem solving in students with ADHD, LDM, and ADHD+LDM), a sample of 216 students aged 6 to 9 was used. The sample, classified into three groups (ADHD, LDM, ADHD+LDM) was randomly assigned to one of the experimental conditions (experimental group, which received intervention with IDR; and control group). All of them performed, before and after the intervention, the test of math competence TEMA-3. Results evidenced a significant improvement in the three diagnostic groups after the intervention, in all the evaluated math competences. The group with LDM reached the best results in the post-test measure.

To conclude, the main idea obtained from the three studies conducted was that students with LDM and ADHD+LDM showed a profile of math competence significantly lower than students without any difficulties. However, the intervention with a computerized tool (IDR), designed to improve math competence and problem solving, was effective for students without difficulties as well as for those with ADHD and, mainly, for students with LDM.

## *Agradecimientos*

---

Una Tesis Doctoral es un trabajo que aunque presenta una única persona, siempre tiene detrás a muchas otras. Me gustaría que estas primeras líneas sirvieran para expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a todos aquellos que con su ayuda han colaborado en su realización.

En todas las relaciones de agradecimientos siempre se cometen olvidos y siempre es difícil jerarquizar la generosidad y las contribuciones desinteresadas. Una buena manera de comenzar es reconocer la confianza por parte de mis directores de tesis - Paloma González Castro y David Álvarez García-, en mis posibilidades para llevar a buen término esta empresa. Siempre les estaré agradecida por la motivación y el apoyo recibido a lo largo de estos años.

Este trabajo se enmarca en un proyecto mucho más grande y ambicioso y es deudor del trabajo de un grupo de investigación solvente y dedicado. Gracias a Marisol,... por haberme hecho un hueco y haberme dejado participar junto con ellos y ellas en este esfuerzo colectivo. La experiencia fue tan enriquecedora que hubiera merecido la pena independientemente de haber conseguido enmarcar en ella mi investigación personal.

Mi agradecimiento también a los centros educativos que nos abrieron sus puertas, a los alumnos y alumnas que participaron con nosotros y a los padres y madres que facilitaron esa labor.

Un especial agradecimiento a Javier, por su saber hacer y por su amistad, por años de proyectos compartidos y porque su trabajo ha marcado mis pasos en esta aventura.

Este trabajo nunca hubiera sido posible sin el apoyo y comprensión de mi familia, ellos son el soporte de todas las cosas, mi padre que estaría tan orgulloso, mi madre y mi hermana por su cariño incondicional, Juancar por sus sabios consejos y su criterio, Félix por su paciencia y su energía. Gracias Laura y Dani por vuestra alegría.

Toda esta historia, como todas, tuvo un principio y un motor fundamental. La inteligencia, empuje y decisión de una de las personas más generosas y eficaces que he llegado a conocer. En un instante, en un boceto rápido, sobre unos folios y en un ambiente familiar y distendido, planificó las ideas fundamentales sobre las que después, el resto, hemos podido construir todo este relato científico. Gracias Luis, desde donde estés.

A todos y a todas, mi sincera gratitud.

*A mi padre*



# Índice

---

Introducción.....	1
Objetivos.....	9
Estudio 1.....	11
Competencias matemáticas y control ejecutivo en estudiantes con Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad y Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas	
• Resumen.....	14
• Introducción.....	15
• Método.....	17
• Resultados.....	22
• Discusión.....	26
• Referencias.....	31
Estudio 2. ....	35
Mejora de las competencias matemáticas básicas mediante estrategias de representación dinámica integrada	
• Resumen.....	38
• Introducción.....	39
• Método.....	42
• Resultados.....	46
• Discusión.....	48
• Referencias.....	52

Estudio 3. ....	57
Mejora de las competencias matemáticas básicas en estudiantes con Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad y Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas	
• Resumen.....	60
• Introducción.....	61
• Método.....	66
• Resultados.....	71
• Discusión.....	74
• Referencias.....	78
Trabajo complementario.....	85
Discusión de resultados.....	93
Limitaciones y líneas futuras.....	101
Conclusiones.....	105
Referencias Bibliográficas.....	107

# ***Introducción***

---

La adquisición de competencias matemáticas es una preocupación creciente dentro de la comunidad educativa (Choi y Calero, 2013; Chu, Van Marle, y Geary, 2013; Presentación, Siegenthaler, Pinto, Mercader, y Miranda, 2014), sobre todo, teniendo en cuenta los resultados obtenidos por los estudiantes de Educación Primaria y Secundaria en las principales pruebas internacionales de evaluación como el programa PISA o TIMSS (*Programme for International Student Assessment -PISA-*; *Trends in Mathematics and Science Study -TIMSS-*). Este hecho, resalta la importancia y necesidad de analizar las dificultades específicas de los estudiantes, para así, llevar a cabo intervenciones tempranas que disminuyan el fracaso escolar a lo largo de las primeras etapas educativas. Estas intervenciones deben estar ajustadas al perfil de los estudiantes con y sin dificultades en las competencias matemáticas por lo que es necesario identificar inicialmente cuáles son los aspectos más deficitarios (Hirvonen, Tolvanen, Aunola, y Nurmi, 2012; Orrantia, Muñoz, Fernández, y Matilla, 2012). De esta forma, será posible diseñar programas más ajustados de cara a una intervención eficaz para estudiantes sin dificultades de aprendizaje y, para aquellos que presentan algún tipo de problemática a este nivel, por ejemplo, estudiantes con dificultades de aprendizaje en matemáticas (en adelante DAM) o estudiantes con trastorno por déficit de atención con hiperactividad (en adelante TDAH).

Teniendo en cuenta estos aspectos, se plantean en este trabajo tres objetivos: Analizar el perfil ejecutivo de estudiantes con TDAH, DAM y estudiantes sin dificultades en tareas de ejecución continua y en tareas de competencia matemática; conocido el perfil de estos estudiantes, se pretende desarrollar y analizar la eficacia de una herramienta informatizada dirigida a la estimulación temprana de las competencias matemáticas básicas y la resolución de problemas específicos en estudiantes sin dificultades; analizar el efecto de esta herramienta informatizada sobre el desempeño en tareas que implican competencias matemáticas básicas y resolución de problemas en estudiantes con TDAH, DAM o TDAH y DAM conjuntamente.



### ***Competencias matemáticas básicas***

Las competencias matemáticas se desarrollan desde los primeros años de escolaridad cuando las competencias informales (adquiridas fuera del contexto escolar), se transforman en conocimientos y destrezas formales que facilitarán la adquisición de las subsiguientes competencias matemáticas, dado que estas evolucionan de manera jerárquica e integradora (Olkun, Altun, y Deryakulu, 2009). Así, por ejemplo, el manejo del concepto numérico proporciona la base para desarrollar posteriormente tareas más complejas como el razonamiento y la resolución de problemas (Seethaler y Fuchs, 2006). Por este motivo, es necesario conocer en primer lugar qué competencias matemáticas precisan de un abordaje más específico para promover programas de intervención ajustados a las dificultades de aprendizaje iniciales. Antes de iniciar la Educación Primaria, los niños adquieren conocimientos informales sobre los números, los conceptos matemáticos, las cantidades, las formas y los fundamentos de comparación y clasificación (Hirvonen et al., 2012; Orrantia et al., 2012). Es en el contexto formal de la enseñanza, donde los estudiantes aprenden a utilizar los números como símbolos y, así, poder aplicarlos a las operaciones matemáticas básicas. Además, las matemáticas incluyen inicialmente diferentes competencias, tales como numeración, medición, cálculo, algoritmos y heurísticos (Fuchs et al., 2006; Hirnoven et al., 2012). En este sentido, los heurísticos constituyen uno de los aspectos más relevantes del currículo (National Mathematics Advisory Panel, 2008), a pesar de las dificultades que presentan muchos estudiantes para empezar a resolverlos (Jacobse y Harskamp, 2009). La resolución de problemas es un proceso en el que es necesario poner en marcha estrategias que permitan comprender e interpretar los enunciados de partida mediante la puesta en marcha de representaciones internas en la que se recogen las distintas proposiciones, sus relaciones semánticas, así como la elaboración de un modelo situado (Timoneda, Pérez, Mayoral, y Serra, 2013; Vicente, Orrantia, y Verschaffel, 2008). En definitiva, en el proceso de resolución de problemas existen múltiples variables implicadas. Por un lado, las relacionadas con la comprensión/representación y, por otro, con la resolución/ejecución (Aguilar et al., 2007; Krawec, Huang, Montague, Kressler, y Melia, 2012; Rosenzweig, Krawec, y Montague, 2011).

### ***Competencias matemáticas en estudiantes con dificultades de aprendizaje***

Alcanzar estas habilidades básicas se hace aún más exigente en el alumnado con DAM, ya que estos estudiantes presentan problemas no sólo en la memoria de trabajo y en la velocidad de procesamiento (Fuchs y Fuchs, 2002), sino también, en la identificación de las operaciones que deben aplicar (Montague y Applegate, 1993) al no poder desarrollar unos razonamientos precisos y oportunos (Maccini y Ruhl, 2001). Las DAM se manifiestan siguiendo a Geary (2003) en los problemas para la aplicación de diferentes habilidades cognitivas. En primer lugar, un déficit en la *memoria semántica*, lo cual, genera dificultades en la recuperación de datos y respuestas matemáticas, mayor número de errores y la necesidad de más tiempo para la ejecución de cada tarea. En segundo lugar, un *déficit procedimental* y, como consecuencia de ello, dificultades en la retención de la información, en la memoria de trabajo y en la monitorización o control de los procesos de conteo. En tercer lugar, deficiencias en el *área visoespacial*, caracterizadas por dificultades en la representación numérica de las relaciones y en la interpretación y comprensión de la información espacial. Todo ello, afecta a las competencias específicas necesarias para calcular y para aprender procedimientos algorítmicos y heurísticos. Los estudiantes con DAM se caracterizan por no recordar ciertas combinaciones y patrones numéricos, por lo que presentan frecuentes dificultades en la manipulación numérica y en la interpretación lingüística a la hora de resolver determinados tipos de problemas (Montague y Jitendra, 2006). Además, muestran importantes dificultades para representar los enunciados y para decidir cómo resolverlos (Montague, 2011; Sheri y Krawec, 2014). En definitiva, estos estudiantes presentan déficit tanto en las competencias matemáticas básicas como en la resolución de problemas específicos, lo cual, precisa de una detección, evaluación e intervención temprana, sobre todo, teniendo en cuenta que la mayoría de los estudios no clínicos, estiman que aproximadamente el 6% de los estudiantes presentan DAM (Butterworth, 2005; Capano, Minden, Chen, Schachar, y Ickowicz, 2008; Shalev, 2004).

### ***Competencias matemáticas en estudiantes con TDAH***

Estos déficits, se ven agravados cuando las dificultades van asociadas o en comorbilidad con otros trastornos, sobre todo, cuando éstos tienen que ver, por ejemplo, con el Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH). Siguiendo a Gray

et al. (2012), los estudiantes con DAM y TDAH manifiestan el conjunto de problemas cognitivos asociados a cada uno de los trastornos individuales, de ahí, su alto riesgo de fracaso escolar (Sexton, Gelhorn, Bell, y Classi, 2011). La información disponible sobre la comorbilidad entre ambos trastornos establece que las DAM se presentan en los TDAH con mayor frecuencia de lo observado en la población general, siendo su tasa de prevalencia del 11% al 26% (Monuteaux, Faraone, Herzig, Navsaria, y Biederman, 2005; Capano et al., 2008). Uno de los elementos comunes entre ambos desórdenes es el déficit en la memoria de trabajo, el cual, afecta claramente a la puesta en práctica de algunas funciones ejecutivas (Castellanos y Tannock, 2002; Willcutt, Pennington, Chhabildas, Olson, y Hulslander, 2005). Dada la alta tasa de comorbilidad y los resultados negativos asociados a la presencia de TDAH y DAM (Willcutt et al., 2005), resulta relevante analizar el perfil de estos grupos de estudiantes en las competencias matemáticas básicas informales (como la numeración, comparación de cantidades, cálculo y conceptos informales) y formales (como los convencionalismos, hechos numéricos, cálculo y conceptos formales). Este análisis permitirá concretar y especificar los déficits de estos estudiantes para, a partir de ahí, desarrollar una estrategia de intervención específica dirigida a la mejora de los aspectos detectados.

Autores como Iseman y Naglieri (2011) destacan que, aunque se han encontrado efectos positivos de las intervenciones que abordan los problemas característicos asociados al TDAH, sus efectos sobre las dificultades de aprendizaje asociadas son generalmente poco eficaces. DuPaul, Gormley y Laracy (2013) señalaron la importancia de intervenciones directas dirigidas al entrenamiento estratégico de los estudiantes con DAM y TDAH, con el fin de paliar sus problemas de aprendizaje pero, no encontraron una mejoría evidente para el control de la sintomatología específica del TDAH ni con los apoyos psicoeducativos habituales ni con los apoyos farmacológicos prescritos. Otros estudios, sin embargo, han identificado intervenciones eficaces en la mejora del aprendizaje de los alumnos con TDAH, como la enseñanza guiada combinada con estrategias en lenguaje informático (Mautone, DuPaul, y Jitendra, 2005; Rabiner, Murray, Skinner, y Malone, 2010). En lo que respecta a la propia resolución de problemas, como uno de los elementos más condicionados en la competencia matemática de ambos desórdenes (Montague, 2011), se han desarrollado diferentes estrategias de intervención dirigidas especialmente a los estudiantes con DAM. Así, Swanson (1999) revisó 20 años

de investigación en la intervención con estudiantes con DAM y concluyó que las dos prácticas de enseñanza con mejores resultados son la instrucción directa y las estrategias cognitivas de autorregulación y control. Estos resultados fueron apoyados por el metanálisis de Kroesbergen y Van Luit (2003), donde nuevamente se señala que las estrategias de intervención con mejores resultados para la enseñanza de resolución de problemas en estudiantes con DAM de la escuela primaria, son las autoinstrucciones y la autorregulación como estrategias cognitivas, mientras que la instrucción directa es la más efectiva para la enseñanza de habilidades matemáticas específicas.

### ***Modelos de resolución de problemas***

En esta línea, se han propuesto numerosos modelos de resolución de problemas (Krawec et al., 2012; Lazakidou y Retalis, 2010), con el objetivo de ayudar a los estudiantes a desarrollar o mejorar sus habilidades de razonamiento. Uno de estos modelos es el propuesto por Sternberg, en el que se distinguen siete pasos: definición del problema, construcción de una estrategia, organización interna, asignación de recursos, seguimiento y evaluación final. Otro de los modelos es el descrito por Mayer, quien identifica, siguiendo a Krawec et al. (2012), cuatro fases secuenciales: traducción (transformar el problema desde su representación lingüística a la representación mental), integración (interpretación de las relaciones entre las partes del problema para formar una estructura de representación coherente), planificación (establecer una secuencia o proceso de resolución) y monitorización (controlar la ejecución en todo momento). La solución correcta depende de la exactitud de cada una de las fases anteriores (Jitendra, Griffin, Deatline-Buchman, y Sczesniak, 2007). De igual manera, Montague, Enders y Dietz (2011) distinguen como fases fundamentales en la resolución del problema, la representación inicial y la ejecución posterior. La primera, la representación del problema, consiste en traducir y transformar la información lingüística y numérica en las representaciones verbales, gráficas y simbólicas que muestran las relaciones entre las partes; antes de generar ecuaciones matemáticas o algoritmos ajustados a la ejecución posterior (van Garderen y Montague, 2003). La segunda fase, la ejecución propiamente dicha, requiere de la identificación análisis y aplicación de los cálculos correspondientes, así como, la comprobación de su exactitud. Los estudiantes con dificultades de aprendizaje no tienen conocimiento de estos procesos de representación, por lo que se

considera necesaria su enseñanza explícita (Montague et al., 2011). Finalmente, un tercer modelo es el descrito por Montague (2011) quien, en base a estas dos fases principales y teniendo como referente el modelo de Mayer, establece una estrategia metacognitiva de intervención llamada *Solve it!* y basada en un proceso de siete pasos: leer el problema, parafrasear o reescribir con sus propias palabras, visualizar o representar un gráfico o diagrama, establecer hipótesis, estimar o predecir la respuesta, calcular y comprobar la solución final.

Del análisis de las estrategias más adecuadas para la resolución de problemas (autoinstrucciones, instrucción directa, autorregulación, representación,...) junto con el estudio de los modelos descritos, surge una línea de investigación basada en la necesidad del diseño y desarrollo de una estrategia informatizada que permitiera estimular las competencias matemáticas (informales y formales) más deficitarias en estudiantes con dificultades de aprendizaje y detectadas inicialmente. Dado que estas dificultades se manifiestan desde edades tempranas es conveniente que la estrategia desarrollada esté dirigida a los primeros años de escolaridad resaltando así la importancia de la intervención temprana para minimizar las dificultades futuras (Gil y Vicent, 2009; Purpura, Reid, Eiland, Baroody, 2015). También, conviene destacar la importancia del uso de las nuevas tecnologías en las estrategias de intervención, dados los beneficios que representan según autores como Rabiner et al. (2010) y Walker, Recker, Ye, Robertshaw, Sellers y Leary (2012) y que facilitan su aplicación a estudiantes en los primeros años de escolaridad que aún no han adquirido suficientemente las habilidades motrices ni las habilidades de lectoescritura.

### ***La Representación Dinámica Integrada***

Estos aspectos, han sido claves y han estado presentes en el diseño y desarrollo de la estrategia informatizada *Representación Dinámica Integrada* -RDI- (Álvarez González-Castro, Núñez. y González-Pienda, 2007), cuya aplicación está adaptada a edades tempranas y va dirigida a estimular los procesos relacionados con las competencias matemáticas para la resolución de problemas en estudiantes con y sin DAM y TDAH (véase también el trabajo complementario para una descripción detallada de la estrategia). La RDI, siguiendo a Álvarez et al. (2007), es el resultado de la combinación de los modelos de representación externa (diagramas o dibujos), interna y situada.

Teniendo en cuenta que la adquisición del conocimiento se construye a través de un flujo discontinuo de información textual y audiovisual (Nicoleta, 2011), la RDI, al manejar los tres tipos de presentación de la información (icónica -imágenes-, combinada -imágenes asociadas a palabras- y simbólica -palabras-) se puede llevar a cabo ya desde la Educación Infantil, incluso antes de dominar las habilidades de lectoescritura. La estrategia se concreta en un proceso dinámico de tres componentes, en la línea de las fases principales descritas por Montague et al. (2011) y el modelo de Mayer: comprensión fragmentada, representación fragmentada e integración del conjunto de representaciones. En la práctica, la estrategia RDI establece una secuencia aplicada para la realización de cada ejercicio problema que se concreta en un modelo de cuatro pasos que el estudiante debe seguir en el proceso de resolución: *representación de los conceptos* (conceptos -elementos a los que se refiere el problema que se destacan en un bolo o elipse-; cantidad -los datos numéricos se destacan en un cuadrado-), *representación de los enlaces* (acción -verbo del enunciado que se destaca entre dos líneas-), *representación de los interrogantes* (pregunta -se destaca en los interrogantes-) y *reversibilidad* (reestructura -se genera un nuevo enunciado del problema a partir de la representación externa-).

Estos aspectos resultan relevantes en el diseño y desarrollo de la herramienta y están pensados para favorecer la mejora de las competencias matemáticas básicas y la resolución de problemas de estudiantes sin dificultades de aprendizaje pero también, de estudiantes con DAM y TDAH dado que siguen las prácticas adecuadas para tal fin. En cualquier caso, es necesario determinar la eficacia de la herramienta a en este grupo de estudiantes en las competencias matemáticas formales e informales. Por ello, teniendo en cuenta las ideas descritas, se plantean los siguientes objetivos.



# Objetivos

---

En esta tesis doctoral, se plantean tres objetivos principales que se desarrollan en los tres estudios que se exponen a continuación. Cabe destacar, que dos de los estudios, concretamente los dos primeros, se encuentran publicados en revistas pertenecientes al *Scientific Journal Ranking* (SJR).

Dadas las dificultades de los estudiantes en la competencia matemática y la resolución de problemas, se ha destacado inicialmente la necesidad de analizar las competencias específicas en las que presentan dificultades tanto los estudiantes con DAM, como estudiantes con TDAH. Ello, con el fin de diseñar y desarrollar una estrategia específica de intervención que permita mejorar tales dificultades. Una vez desarrollada la herramienta resulta necesario analizar sus beneficios en estudiantes sin dificultades de aprendizaje y en estudiantes con DAM y TDAH. Por ello, se han plantado los siguientes objetivos que se desarrollarán en tres estudios:

- 1. Analizar el perfil ejecutivo de estudiantes con TDAH, DAM y estudiantes sin dificultades en tareas de ejecución continúa y en tareas de competencia matemática.*
- 2. Diseñar y analizar la eficacia de una herramienta informatizada dirigida a la estimulación temprana de las competencias matemáticas básicas y la resolución de problemas específicos en estudiantes sin dificultades de aprendizaje.*
- 3. Analizar el efecto de esta herramienta informatizada sobre el desempeño en tareas que implican competencias matemáticas básicas y resolución de problemas en estudiantes con TDAH, DAM o TDAH y DAM conjuntamente.*





***ESTUDIO 1***



# Estudio 1

---

## COMPETENCIAS MATEMÁTICAS Y CONTROL EJECUTIVO EN ESTUDIANTES CON TRASTORNO POR DÉFICIT DE ATENCIÓN CON HIPERACTIVIDAD Y DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Los resultados del trabajo que se describe a continuación han sido publicados en la revista *Psicodidáctica* con referencia:

González-Castro, P., Rodríguez, C., Cueli, M., Cabeza, L., y Álvarez, L. (2014). Competencias matemáticas y control ejecutivo en estudiantes con Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad y Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas. *Revista de Psicodidáctica*, 19(1), 125-143. doi: 10.1387/RevPsicodidact.7510

ISI Web of Knowledge<sup>SM</sup>

Journal Citation Reports<sup>®</sup>



2013 JCR Social Science Edition

Rank in Category: Revista de Psicodidactica

Journal Ranking

For 2013, the journal **Revista de Psicodidactica** has an Impact Factor of **1.675**.

This table shows the ranking of this journal in its subject categories based on Impact Factor.

Category Name	Total Journals in Category	Journal Rank in Category	Quartile in Category
PSYCHOLOGY, EDUCATIONAL	53	14	Q2

## Resumen

El trastorno por déficit de atención con hiperactividad (TDAH) presenta una elevada comorbilidad con las dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM), de ahí, el interés por identificar qué competencias matemáticas y qué habilidades de control ejecutivo manifiestan los estudiantes con TDAH y DAM, de cara a una ajustada intervención posterior. Participaron en esta investigación 288 estudiantes, clasificados en cuatro grupos (TDAH, DAM, y estudiantes con/sin TDAH+DAM). Se planteó un diseño descriptivo ex-post-facto, con dos instrumentos de evaluación, el Test de Competencia Matemática Básica 3 y el Test of Variables of Attention. Los resultados mostraron diferencias estadísticamente significativas en el control ejecutivo entre los estudiantes con y sin TDAH y, peor rendimiento en competencia matemática entre los estudiantes con DAM y TDAH+DAM. Se concluyó que la comorbilidad TDAH+DAM no condiciona la ejecución, mientras que la competencia matemática formal sí está condicionada por la sintomatología del TDAH.

*Palabras clave:* TDAH, dificultades de aprendizaje de las matemáticas, competencia matemática formal

## Abstract

Attention deficit disorder with hyperactivity (ADHD) shows a high comorbidity with mathematics learning disabilities (MLD). Therefore, there is a great interest to identify what mathematical skills and what executive control skills present subjects with ADHD and DAM, in order to carry out a later intervention. 288 students participated in the study. They were divided into four groups (ADHD, MLD, and subjects with / without ADHD + MLD). An ex-post-facto descriptive design was established, with two assessment instruments, the Basic Mathematics Competency Test 3 and the Test of Variables of Attention. The results showed statistically significant differences in executive control in subjects with and without ADHD and worse performance in mathematical literacy among subjects with MLD and ADHD + MLD. The study highlights that comorbidity ADHD + MLD does not determine the execution, while formal mathematical competence is determined by ADHD symptomatology.

*Keywords:* ADHD, Math learning disabilities, formal mathematical competence.

## **Introducción**

La comorbilidad entre el Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH) y las Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas (DAM) se sitúa en torno al 18–26%/31% (Capano, Minden, Chen, Schachar, e Ickowicz, 2008; Mayes, Calhoun, y Crowell, 2000; Zental, 2007). Dicha comorbilidad, se manifiesta siguiendo a Kauffman y Nuerk (2008), en que los estudiantes con TDAH presentan un desarrollo significativamente inferior en las habilidades básicas de procesamiento numérico, tales como comparar números de un dígito en función de su magnitud, en contar o escribir números al dictado. El 30% de dichos estudiantes no llegaría a un nivel de competencia matemática básica compatible con su nivel intelectual, ya que, mientras que el bajo rendimiento en esta área parece decrecer con la edad en la población general, en el caso de los estudiantes con TDAH, la discrepancia entre competencia matemática y capacidad intelectual tiende a aumentar (Jordan, Hanich, y Kaplan, 2003). Tales dificultades, pudieran ser debidas a la comorbilidad entre ambos desórdenes, o bien, a la propia sintomatología del TDAH. Para Marzocchi, Cornoldi, Lucangeli, DeMeo y Finin (2002), los estudiantes con TDAH tienen dificultades para concentrarse en los estímulos relevantes, sutiles o enmascarados, por lo que sugieren que los errores en tareas de resolución de problemas pudieran ser debidos a su inatención hacia estímulos significativos. Además, según estos autores la información irrelevante podría ocupar un espacio importante en la memoria de trabajo de los estudiantes con déficit de atención, limitando su capacidad para tomar decisiones adecuadas en situaciones de resolución de problemas matemáticos. En esta misma línea, Preston, Heaton, McCann, Watson y Selke (2009) han puesto de manifiesto que, al menos, algunas de las dificultades académicas que experimentan los niños con TDAH son debidas a su escasa capacidad para inhibir y cambiar su atención, y no a la presencia de dificultades específicas en el aprendizaje. Por su parte, Miranda, Meliá y Taverner (2009), señalan que los déficit en la memoria de trabajo serían característicos de la presencia de DAM, mientras que los déficits atencionales y de control inhibitorio se corresponderían con el TDAH. Para estos autores, los estudiantes con ambos problemas presentarían la combinación de las limitaciones presentes en cada uno y, además, experimentarían una afectación más severa del control inhibitorio que los estudiantes con TDAH.

En definitiva, son muchos los estudios que han tratado de identificar las relaciones entre las DAM y el TDAH (Barkley, 1997; Blake-Greenberg, 2003; Kercood, Zentall, y Lee, 2004; Sergeant, Van der Meere, y Oosterlaan, 1999; Zentall, 2007). Algunos de ellos profundizan más en el análisis de las diferencias existentes entre el rendimiento matemático y los diferentes subtipos del trastorno, obteniéndose al respecto, resultados contradictorios (Lucangeli y Cabrele, 2006; Merrell y Tymms, 2001; Merrell y Tymms, 2005). De ahí que, Willcut, Pennington, Olson, Chhabildas y Hulslander (2005) vayan más allá y afirmen que el TDAH-Inatento va a presentar menos dificultades matemáticas en comparación con el TDAH-Hiperactivo, mientras que Capano et al. (2008) no observan diferencias significativas entre los subtipos en esta área.

Ahora bien, mientras que las DAM asociadas al TDAH han estado bien documentadas, no ocurre lo mismo con las dificultades específicas en resolución de problemas. Los estudios en este campo se han estado centrando en los procesos cognitivos implicados como la comprensión y representación mental del problema (Mayer, 1992; Montague, 1992), la memoria de trabajo y la inhibición de los procesos de selección de información irrelevante (Marzocchi et al., 2002; Miranda et al., 2009). Así, Orrantia (2005), en consonancia con Marzocchi et al. (2002), asigna un papel relevante a la memoria. Este autor sostiene que los déficits principales se encontrarían en la falta de eficacia y automatización en la recuperación de la información, lo que llevaría a consumir excesivos recursos cognitivos. Martín y Orrantia (2007) y Vicente, Orrantia y Verschaffel (2008), por su parte, señalan lo relevante que es el conocimiento conceptual sobre elementos del mundo real en el proceso de resolución de problemas matemáticos. Concretamente, Vicente et al. (2008) destacan que las ayudas de comprensión y representación textual influyen en la mejora de la resolución de problemas porque, algunos de ellos, aun manteniendo la misma estructura matemática, difieren en cuanto a dificultad, debido a los términos verbales con los que están expresados y, por lo tanto, a los procesos mentales que generan diferentes formulaciones.

Para que las matemáticas puedan utilizarse y aplicarse de manera significativa hay que integrar los conceptos y las habilidades, es decir, la comprensión y el procedimiento, el por qué y el cómo. Ello implica desarrollar, la asimilación (relacionar información nueva con la existente) y la integración (enlazar aspectos diferentes y separados de un conocimiento de manera comprensiva).

### *Objetivos*

De acuerdo con los resultados de las investigaciones previas, se podría anticipar que los estudiantes con diagnóstico de TDAH, independientemente de la presencia de diagnóstico de DAM, se caracterizarían por presentar menor control inhibitorio, mostrando un menor rendimiento cuando los recursos atencionales de la tarea son exigentes y, además, su patrón de respuesta sería significativamente más variable, sin ninguna regularidad o equilibrio aparente. En este sentido, interesaría conocer en primer lugar, qué aspectos del procesamiento cognitivo caracterizarían a estudiantes con un diagnóstico combinado (TDAH y DAM), frente a estudiantes con un diagnóstico individualizado (TDAH o DAM). Para ello, se analizarán las omisiones, las comisiones, el tiempo de respuesta y la variabilidad a través de un CPT (Continuos Performance Test) ampliamente contrastado como es el Test of Variables of Attention (TOVA). Además, interesaría comparar las competencias matemáticas de los estudiantes con TDAH+DAM, alumnos con TDAH, con DAM y estudiantes sin dificultades o TDAH. Dichas competencias se pueden categorizar como informales y formales. Las informales se refieren a las nociones y procedimientos adquiridos fuera del contexto escolar y las formales a las habilidades y conceptos que el niño aprende en la escuela. Puesto que en las dos categorías (formal e informal) se requiere la generalización y automatización de habilidades matemáticas, se podría prever que los estudiantes con DAM serían los más afectados. Sin embargo, respecto al rendimiento del TDAH en este tipo de tareas, la falta de evidencia empírica al respecto, hace que sea difícil anticipar cuáles serían los resultados esperados.

### **Método**

#### *Participantes*

En el presente estudio participaron un total de 288 estudiantes pertenecientes al primer ciclo de Educación Primaria que tenían un diagnóstico previo, clínico y psicoeducativo de TDAH, DAM o TDAH+DAM, o la ausencia del mismo. El diagnóstico del TDAH fue realizado por el neuropediatra siguiendo los criterios del DSM-IV-TR y la valoración de las DAM fue realizada por los especialistas de los equipos



psicopedagógicos. Este diagnóstico se realizaba ante la presencia de una discrepancia significativa entre las capacidades intelectuales y el rendimiento en matemáticas y, ante la ausencia de algún déficit intelectual en los procesos cognitivos básicos que la justifique, descartando la posibilidad de que los problemas de aprendizaje existentes se deban a otras dificultades (visuales, auditivas, motrices, emocionales, etc.).

Sus edades estaban comprendidas entre los 6 y los 9 años, quedando distribuidos en función del género y curso, tal y como aparece en la Tabla 1. Para la distribución de la muestra se aplicó, la adaptación de la entrevista semi-estructurada para padres *Diagnostic Interview Schedule for Children DISC-IV* (Shaffer, Fisher, Lucas, Dulcan, y Schwab-Stone, 2000) de acuerdo con los criterios DSM. Además, se utilizó el cuestionario de *Evaluación del Déficit de Atención con Hiperactividad* (EDAH) para profesores (Farré y Narbona, 1997). Todos los grupos, incluido el grupo control, siguieron esta parte del proceso de selección para descartar cualquier otro posible trastorno asociado. Cuando el diagnóstico previo, psiquiátrico y psicoeducativo, coincidían con la entrevista y el EDAH, los alumnos eran asignados a su grupo de referencia.

### Diseño

Se utilizó un diseño descriptivo *ex post facto* para comparar los diferentes grupos, 72 niños diagnosticados con TDAH (grupo TDAH), 62 diagnosticados con DAM (Grupo DAM), 82 diagnosticados con TDAH y DAM (grupo TDAH+DAM) y un grupo de comparación de alumnos sin TDAH ni DAM (grupo COM) compuesto por 72 niños. Ninguno de los participantes en este estudio tenía un CI inferior a 80, ni superior a 130 ( $M = 91.41$ ,  $DT = 5.55$ ). Las puntuaciones de CI estaban normalmente distribuidas con un ligero CI superior en los grupos sin TDAH [ANOVA  $F(3, 284) = 7.857$ ,  $p = .000$ ,  $\eta^2 = .077$ ], medido con el WISC-IV (Wechsler, 2005). Además, no se encontraron diferencias significativas por grupos en función de la edad [ $F(3, 284) = .066$ ,  $p = .978$ ,  $\eta^2 = .001$ ] pero sí en función del género ( $\chi^2 = 18.00$ ,  $p = .000$ ).

Tabla 1				
Número de participantes por grupo y género, medias y desviaciones típicas de la edad, CI y la escala EDAH.				
Grupos				Total género
TDAH+DAM	TDAH	DAM	COM	

Masculino	39	56	45	40	180
Femenino	23	16	37	32	108
Total grupo	62	72	82	72	288
Edad (DT)	7.01 (0.68)	7.05 (0.72)	7.03 (0.68)	7.01(0.65)	
CI (DT)	89.95 (6.16)	90.77 (5.39)	93.07 (4.80)	90.09(5.97)	
EDAH (DT)	94.79(2.30)	95.05(1.99)	59.29(8.72)	59.69(7.47)	
Nota. TDAH: Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad; DAM: Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas; COM: Grupo de Comparación; M: media; DT: Desviación Típica; CI: Cociente Intelectual; EDAH: Cuestionario de Evaluación del Déficit de Atención con Hiperactividad.					

Para el desarrollo de la investigación, se solicitó el consentimiento informado de los padres con el fin de que sus hijos pudieran participar en el estudio, asegurándoles el cumplimiento de los códigos deontológicos establecidos, además del anonimato y la confidencialidad en el tratamiento de los datos obtenidos.

### ***Instrumentos***

Los instrumentos utilizados fueron el TOVA (Greenberg, 1996) para medir las variables relacionadas con el control ejecutivo y la capacidad atencional y el Test de competencia matemática básica 3 (TEMA 3; Ginsburg y Barroody, 2003) para valorar la competencia matemática informal y formal. Como instrumentos de apoyo se utilizaron el EDAH, entrevista DISC-IV y WISC-IV.

El inventario de entrevistas diagnósticas para niños versión IV es una entrevista diagnóstica (Diagnostic Interview Schedule for Children Version IV -DISC-IV-; Shaffer et al., 2000) semiestructurada que permite realizar el diagnóstico de acuerdo a los criterios DSM-IV. Es una de las entrevistas más empleadas actualmente en la investigación internacional y en epidemiología psiquiátrica infantojuvenil, ya que se encuentra ampliamente validada, tanto en su versión original (Lewczyk, Garland, Hurlburts, Gearity, y Hough, 2003), como en español (Canino et al., 2004). Esta entrevista, incluye la consideración de la significación clínica de los síntomas, pero no la utiliza como criterio diagnóstico. La significación clínica es evaluada en función del informe de malestar o de impedimento en distintos ámbitos de desenvolvimiento, asociados a la presencia de síntomas.

La escala de inteligencia de Wechsler. La escala de inteligencia de Wechsler para

niños IV (Wechsler Intelligence Scale for Children-IV, WISC-IV; Wechsler, 2005), es un instrumento de administración individual para evaluar la inteligencia de niños o adolescentes de entre 6 años-0 meses y 16 años-11 meses. Está formado por 15 subtests (de los cuales, 10 son obligatorios y 5 optativos), que aportan información sobre el funcionamiento intelectual en áreas cognitivas específicas. Las puntuaciones principales son, el Cociente Intelectual total (CIT), el índice de Comprensión Verbal (CV), el índice de Razonamiento Perceptivo (RP), el índice de Memoria de Trabajo (MT) y el de Velocidad de Procesamiento (VP).

La escala de Evaluación del Déficit de Atención con Hiperactividad (EDAH; Farré y Narbona, 1997) para padres y profesores, está formada por 20 ítems que nos aportan información sobre la presencia o ausencia de TDAH y, permite además distinguir entre TDAH predominantemente hiperactivo-impulsivo o inatento.

Test of variables of attention (TOVA). El TOVA (Greenberg, 1996) es una prueba tipo CPT que consiste en la presentación en la pantalla de un ordenador, de dos estímulos, el primero ante el que el sujeto debe pulsar un pulsador, es la aparición de un cuadro en el borde superior; el segundo, ante el que el sujeto no debe realizar ninguna acción, es la aparición de un cuadro en el borde inferior. El TOVA controla las omisiones (el sujeto no detecta un estímulo correcto), comisiones (el sujeto no responde ante un estímulo correcto), tiempo de respuesta (milisegundos en los que emite la respuesta) y variabilidad (diferencia entre los tiempos de respuesta), D' (calidad de la ejecución a lo largo de la prueba) y el Índice General de Control Ejecutivo (IGCE) que es el resultado de la suma del tiempo de respuesta de la primera mitad, D' de la segunda mitad y la variabilidad total (si es inferior a -1.80 indica déficit en el control ejecutivo; González-Castro et al., 2010).

El test de competencia matemática básica TEMA 3 es una prueba que evalúa la competencia matemática categorizando las competencias en informales y formales. Las informales se evalúan a partir de cuatro subpruebas: numeración, comparación de cantidades, cálculo informal y conceptos informales. La numeración consiste en la identificación y flexibilidad de uso de las secuencias (habilidad básica para poder representar -interiorizar- la cantidad, al tiempo que facilita el acceso al cálculo mental). La comparación de cantidades, implica sentido numérico, el conocimiento de orden de los números que va ligado al reconocimiento de hacia donde crecen o decrecen. El cálculo informal, se refiere al manejo de los números en la resolución de sencillas situaciones que

implican operaciones de suma y resta. Por último, el concepto informal, evalúa el concepto de número como agrupación de conjuntos desde el punto de vista enactivo, diferenciando que la parte es inferior al todo (incluye la conservación de la materia). Las competencias formales se evalúan mediante convencionalismos, hechos numéricos, cálculo formal y conceptos formales. Los convencionalismos se refieren a la capacidad para leer y escribir cantidades, es una tarea de codificación y decodificación. Los hechos numéricos implican el conocimiento del resultado de operaciones sencillas de suma, resta y multiplicación, sin necesidad de realizar el cálculo en el momento actual. El cálculo formal, implica la realización de cuentas de suma y resta de dificultad creciente. Por último, el concepto formal evalúa el concepto numérico desde el punto de vista simbólico e icónico. Todas las tareas requieren poca lectura, de tal manera que las dificultades en esta área no afectan al resultado de la competencia matemática.

### ***Procedimiento***

Para el desarrollo de la investigación, se solicitó el consentimiento informado de los padres con el fin de que sus hijos pudieran participar en el estudio, asegurándoles el cumplimiento de los códigos deontológicos establecidos, además del anonimato y la confidencialidad. Una vez seleccionados los grupos de participantes y aplicadas las pruebas dirigidas a la selección y asignación de los grupos, se realizó una evaluación individual por un psicólogo educativo, que incluía la prueba de evaluación de la competencia matemática test TEMA 3 (Ginsburg y Baroody, 2003), así como la evaluación del control ejecutivo a través del TOVA (Greenberg, 1996). El orden de administración de las pruebas fue aleatorio en todos los alumnos, pero debido a que la evaluación de estos grupos se llevó a cabo durante el periodo escolar, fue imposible establecer un número fijo de sesiones, ya que dependía de la dinámica de cada centro así como del ritmo académico de cada niño.

### **Resultados**

En función de los objetivos parciales se presentan los resultados por separado, del TOVA y del TEMA 3.

*Resultados del TOVA*

La tabla 2 muestra las medias y desviaciones típicas correspondientes a los seis indicadores de control ejecutivo que nos proporciona el TOVA (omisiones, comisiones, tiempo de respuesta, variabilidad, D prima e IGCE). Para interpretar correctamente la información del TOVA, hay que tener en cuenta que los bajos resultados indican mayor déficit y viceversa.

Los contrastes multivariados de la covarianza MANCOVA, mostraron un efecto de la variable tipología o diagnóstico de las variables del TOVA tomadas de forma conjunta [ $\lambda = .063$ ,  $F(3, 281) = 72.078$ ,  $p = .000$ ,  $\eta_p^2 = .603$ ]. Con respecto a las covariables, el CI no mostró un efecto estadísticamente significativo ( $p = .685$ ); ni tampoco el género ( $p = .194$ ), pero sí la edad [ $\lambda = .895$ ,  $F(6, 276) = 5.442$ ,  $p = .000$ ,  $\eta_p^2 = .105$ ].

Las pruebas de los efectos intersujetos mostraron diferencias estadísticamente significativas para las 6 variables del TOVA. El tamaño del efecto calculado a través del eta-cuadrado parcial indicó un efecto grande en todas las variables, con valores desde el (.676) de la variable comisiones hasta (.924) de la variable IGCE, tal y como aparece reflejado en la tabla 2.

<i>Tabla 2</i>						
Medias, desviaciones típicas y pruebas de los efectos intersujetos para las variables relacionadas con la prueba TOVA.						
	<i>M(DT)</i>				<i>F (p)</i>	$\eta_p^2$
	TDAH n=72	DAM n=82	TDAH+DAM n=62	COM n=62		
Omisiones	71.38 (5.63)	94.42 (4.83)	73.25 (4.63)	94.37 (4.93)	456.689 ( $<.001$ )	(.830 b)

Comisiones	80.15 (6.08)	97.07 (5.75)	82.04 (3.62)	96.54 (5.76)	195.314 (<.001)	(.676 b)
Variabilidad	71.38 (6.42)	94.95 (5.70)	73.46 (5.53)	95.22 (5.87)	321.679 (<.001)	(.774 b)
Tiempo de Respuesta	74.36 (5.74)	95.48 (5.76)	76.70 (4.52)	95.66 (5.58)	312.825 (<.001)	(.770 b)
D prima	-1.81 (0.75)	1.25 (0.60)	-1.73 (0.66)	1.25 (0.59)	480.825 (<.001)	(.837 b)
IGCE	-3.48 (0.88)	2.75 (0.94)	-3.60 (0.88)	2.62 (0.83)	1146.280 (<.001)	(.924 b)

Nota. TDAH: Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad; DAM: Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas; COM: Grupo de Comparación; M: Media; DT: Desviación Típica. Coeficiente parcial-eta-cuadrado ( $\eta_p^2$ ) fueron calculados para medir el tamaño del efecto: a)  $\eta_p^2=.06$  (efecto medio), b)  $\eta_p^2=.14$  (efecto grande).

En los contrastes *post hoc* de comparaciones múltiples de Scheffe se puede observar que las diferencias de medias son estadísticamente significativas entre los grupos que presentan TDAH y los que presentan ausencia de este trastorno. Es decir, se podrían agrupar, en función de todas las medidas del TOVA en dos subconjuntos homogéneos, un subconjunto formado por los grupos TDAH y TDAH+DAM, y otro subconjunto formado por el grupo DAM y el grupo COM, tal y como se puede observar en la tabla 3.

<i>Tabla 3</i>						
Resultados de los análisis Post hoc y diferencias de medias de las cinco variables relacionadas con el TOVA						
<i>Diferencias de medias</i>						
	TDAH vs. DAM	TDAH vs. TDAH+DAM	TDAH vs. COM	DAM vs. TDAH+DAM	DAM vs. COM	TDAH+DAM vs. COM
Omisiones	-23.03 (***)	-1.86 (n.s.)	-22.98 (***)	21.16 (***)	.05 (n.s.)	-21.11 (***)

Comisiones	-16.92 (***)	-1.89 (n.s.)	-16.38 (***)	15.02 (***)	.53 (n.s.)	-14.93 (***)
Variabilidad	-23.56 (***)	-2.07 (n.s.)	-23.83 (***)	21.48 (***)	-.27 (n.s.)	-21.75 (***)
Tiempo de Respuesta	-21.12 (***)	-2.34 (n.s.)	-21.30 (***)	18.77 (***)	-.17 (n.s.)	-18.95 (***)
D prima	-3.07 (***)	-.08 (n.s.)	-3.07 (***)	2.99 (***)	-.003 (n.s.)	-2.99 (***)
IGCE	-6.23 (***)	.11 (n.s.)	-6.10 (***)	6.35 (***)	.13 (n.s.)	-6.22 (***)

Nota. TDAH: Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad; DAM: Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas; COM: Grupo de Comparación; n.s.: no significativas; (\*)  $p < 0.01$ ; (\*\*)  $p < 0.005$ ; (\*\*\*)  $p < 0.001$ .

### Resultados del TEMA 3 (Ginsburg y Barroody, 2003)

La tabla 4 muestra las medias y desviaciones típicas correspondientes a los ocho indicadores del test TEMA 3.

Los contrastes multivariados MANCOVA, indicaron un efecto de la variable tipología o diagnóstico de las variables competencias informales tomadas de forma conjunta [ $\lambda = .445$ ,  $F(3, 281) = 21.943$ ,  $p = .000$ ,  $\eta^2 = .236$ ]. Con respecto a la covariables se encontró un efecto estadísticamente significativo en la variable CI [ $\lambda = .957$ ,  $F(4, 278) = 3.154$ ,  $p = .015$ ,  $\eta^2 = .043$ ]; así como en la variable edad [ $\lambda = .443$ ,  $F(4, 278) = 87.300$ ,  $p = .000$ ,  $\eta^2 = .557$ ], y sin embargo no aparecieron diferencias estadísticamente significativas en función del género ( $p = .081$ ).

Por otro lado, se observó un efecto de la variable tipología o diagnóstico de las variables de competencias formales tomadas de forma conjunta [ $\lambda = .382$ ,  $F(3, 281) = 26.907$ ,  $p = .000$ ,  $\eta^2 = .274$ ]. Con respecto a la covariables se dio un efecto estadísticamente significativo en la variable edad [ $\lambda = .202$ ,  $F(4, 278) = 275.107$ ,  $p = .000$ ,  $\eta^2 = .798$ ], sin embargo no aparecieron diferencias en función del género ( $p = .201$ ), ni tampoco CI ( $p = .085$ ).

<i>Tabla 4</i>					
Medias, desviaciones típicas y pruebas de los efectos intersujetos para las variables relacionadas con la prueba TEMA 3, tanto competencias informales como formales.					
<i>M(DT)</i>					<i>F (p)</i> <i>(<math>\eta^2</math>)</i>
TDAH	DAM	TDAH+DAM	COM	COM	
N=72	N=82	N=62	N=62	N=62	

<b>COMPETENCIAS INFORMALES</b>	Numeración	16.77 (3.29)	14.69 (9.06)	14.59 (3.04)	16.51 (3.38)	3.747(<.05) (.038 a)
	Comparación de cantidades	4.18 (0.75)	3.15 (0.76)	3.27 (0.90)	4.18 (0.77)	73.039(<.001) (.438 b)
	Cálculo informal	4.19 (0.72)	3.10 (0.70)	3.59 (0.71)	4.37 (0.70)	66.397(<.001) (.415 b)
	Conceptos informales	2.33 (0.50)	2.19 (0.63)	2.08 (0.83)	2.58 (0.68)	7.040 (.154) (.070 a)
<b>COMPETENCIAS FORMALES</b>	Convencionalismos	5.31 (1.14)	3.75 (0.93)	4.03 (1.10)	5.48 (0.96)	129.380(<.001) (.580 b)
	Hechos numéricos	2.15 (2.28)	1.29 (1.59)	1.41 (1.59)	2.12 (2.21)	14.054(<.001) (.130 b)
	Cálculo formal	1.34 (1.30)	1.23 (1.37)	1.21 (1.30)	1.50 (1,34)	2.806(.040) (.029 a)
	Conceptos formales	1.48 (0.85)	1.18 (0.65)	0.87 (0.68)	1.65 (0.90)	18.786(<.001) (.167 b)
Nota. TDAH: Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad; DAM: Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas; COM: Grupo de Comparación; M: Media; DT: Desviación Típica. Coeficiente parcial-eta-cuadrado ( $\eta_p^2$ ) fueron calculados para medir el tamaño del efecto: a) $\eta_p^2=0.06$ (efecto medio), b) $\eta_p^2=0.14$ (efecto grande).						

En las comparaciones múltiples de Scheffe (contrastes *post hoc*) las diferencias de medias y los resultados sobre la competencia matemática presentaron interesantes diferencias en función de los aspectos evaluados, tal y como se observa en la Tabla 5. En cuanto a las variables de competencias informales, la variable numeración no diferenció ninguno de los grupos, las variables comparación de cantidades y cálculo informal presentaron resultados similares, con diferencias en función del diagnóstico DAM, es decir los estudiantes con este problema (ya sea de forma independiente o en comorbilidad con el TDAH), alcanzaron resultados más bajos. La variable conceptos informales presentó diferencias exclusivamente entre el grupo COM, obteniendo mejores resultados, y los dos grupos con DAM (DAM y TDAH+DAM).

Por otro lado, en las variables de competencias formales se observaron claramente diferencias estadísticamente significativas en convencionalismos comparación de cantidades y cálculo informal. Las habilidades de cálculo no presentaron diferencias entre los 4 grupos y, la variable hechos numéricos presentó pequeñas diferencias entre TDAH y DAM, además de DAM y COM, con mejores resultados para los grupos sin DAM.



Finalmente la variable conceptos mostró diferencias entre TDAH y TDAH+DAM, pero lo más interesante estaría en resaltar que el grupo DAM obtuvo peores resultados que el COM y estas diferencias aumentan al comparar el grupo TDAH+DAM con el grupo COM.

<i>Tabla 5</i>							
Resultados de los análisis Post hoc y diferencias de medias de las variables relacionadas con la prueba TEMA 3, tanto competencias informales como formales.							
<i>Diferencias de medias</i>							
		TDAH vs. DAM	TDAH vs. TDAH+DAM	TDAH vs. COM	DAM vs. TDAH+DAM	DAM vs. COM	TDAH+DAM vs. COM
<b>COMPETENCIAS INFORMALES</b>	Numeración	2.08 (n.s.)	2.18 (n.s.)	0.26 (n.s.)	0.09 (n.s.)	-1.81 (n.s.)	-1.91 (n.s.)
	Comparación de cantidades.	1.02 (***)	0.90 (***)	0.00 (n.s.)	-0.11 (n.s.)	-1.03 (***)	-0.89 (***)
	Cálculo informal	1.08 (***)	0.59 (***)	-0.18 (n.s.)	-0.48 (n.s.)	-1.26 (***)	-0.77 (***)
	Conceptos informales	0.13 (n.s.)	0.25 (n.s.)	-0.25 (n.s.)	0.11 (n.s.)	-0.38 (**)	-0.50 (***)
<b>COMPETENCIAS FORMALES</b>	Convencionalismos	1.56 (***)	1.28 (***)	-0.16 (n.s.)	-0.27 (n.s.)	-1.73 (***)	-1.45 (***)
	Hechos numéricos	0.86 (*)	0.73 (n.s.)	0.02 (n.s.)	-0.12 (n.s.)	-0.83 (*)	-0.70 (n.s.)
	Cálculo formal	0.11 (n.s.)	0.13 (n.s.)	-0.15 (n.s.)	0.02 (n.s.)	-0.26 (n.s.)	-0.29 (n.s.)
	Conceptos formales	0.30 (n.s.)	0.61 (***)	-0.16 (n.s.)	0.31 (n.s.)	-0.46 (**)	-0.78 (***)

Nota. TDAH: Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad; DAM: Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas; COM: Grupo de Comparación; n.s: no significativas; (\*)  $p < .01$ ; (\*\*)  $p < .005$ ; (\*\*\*)  $p < .001$ .

## Discusión

En este estudio comparativo se han tratado de analizar las diferencias en las habilidades de control ejecutivo y en las competencias matemáticas básicas, de estudiantes con TDAH+DAM, TDAH, DAM y estudiantes sin TDAH+DAM.

En cuanto a las primeras, las habilidades de control ejecutivo, una vez analizadas las variables del TOVA, se pudo observar que todas ellas resultaron estadísticamente significativas. Mientras que el grupo DAM mostró una ejecución similar a la del grupo comparativo (y por lo tanto, su ejecución no se correspondía con un déficit atencional o inhibitorio), los grupos con TDAH, mostraron una deficiente ejecución en la prueba y, de ahí, mayor número de omisiones, comisiones, variabilidad, tiempo de respuesta, D prima, así como, un IGCE inferior a -1.80. No obstante, cabe resaltar que no aparecieron

diferencias estadísticamente significativas entre la ejecución de los estudiantes con TDAH y aquellos con TDAH+DAM. Se puede concluir que la ejecución del TDAH en el TOVA es significativamente diferente a la ejecución de los estudiantes sin TDAH, independientemente de que estos presenten o no trastornos asociados, no empeorando la ejecución ante la presencia de comorbilidad con DAM. Tal y como plantean Preston et al. (2009), las dificultades que experimentan los estudiantes con TDAH son debidas a su escasa capacidad para inhibir y cambiar su atención y no a la presencia de dificultades específicas en el aprendizaje. Al mismo tiempo, los resultados apoyan la importancia del uso de tareas de ejecución con una duración prolongada en el diagnóstico diferencial del TDAH, como indican Crespo-Eguílaz, Narbona, Peralta y Reparaz (2006).

En cuanto a las competencias matemáticas informales y formales, las diferencias obtenidas han sido estadísticamente significativas entre los cuatro grupos de estudiantes evaluados. Si se observan los resultados en las competencias informales, la variable numeración, fue la única que no mostró diferencias estadísticamente significativas entre los grupos, obteniendo los tres grupos clínicos resultados similares a los del grupo comparativo y, por lo tanto, no mostrando diferencias en esta habilidad básica. Este resultado es compatible con el estudio de Núñez y Lozano (2005), en el que niños con distinta estimulación, realizan con similar o menor competencia operaciones de conteo o suma mental. Observando las variables comparación de cantidades y cálculo informal, el grupo TDAH y el grupo comparativo no presentaron diferencias estadísticamente significativas, siendo sus medias muy similares, mientras que al comparar el grupo comparativo o el TDAH con grupos con DAM, sí las presentaban, independientemente de su asociación al TDAH. Esto nos podría indicar que las conductas típicas del TDAH no afectan a la adquisición de estas habilidades, de ahí que, se consideren específicas de estudiantes con DAM, siendo su identificación clave para un diagnóstico preciso. Ambas habilidades se apoyan en la representación mental que se adquiere sin la mediación del aprendizaje reglado. Sin embargo, en la formación de conceptos informales (donde solo aparecen diferencias entre los DAM y el grupo comparativo) las habilidades de conservación están en la base de la comorbilidad TDAH+DAM, porque la presencia de ambos trastornos empeora la adquisición de esta competencia.

En definitiva, el TDAH presenta un rendimiento similar al del grupo comparativo en las competencias informales, no existiendo diferencias estadísticamente significativas

en ninguna de las variables evaluadas. Tales resultados, son concluyentes en las habilidades matemáticas que requieren representaciones enactivas e icónicas, pero no simbólicas. Por este motivo, una metodología para el aprendizaje temprano de las matemáticas en el TDAH, sería más efectiva si se realizase de forma visual y manipulativa. En el caso del grupo con DAM, la comorbilidad empeora el rendimiento en las habilidades comparación de cantidades y cálculo informal, quizás, debido según Kauffman y Nuerk (2008) a los condicionantes del TDAH en las habilidades de procesamiento numérico (comparar números, contar, escribir números al dictado,...) que, tal y como señalan Preston et al. (2009), podrían estar relacionadas con déficit en la memoria de trabajo y en las funciones ejecutivas (Miranda, Colomer, Fernández, y Presentación, 2012) y no con dificultades específicas en el aprendizaje de las matemáticas.

Si, por el contrario, nos centramos en las competencias formales, el patrón cambia con respecto a las informales. Ya no se observan grupos tan diferenciados entre los TDAH y las DAM, salvo en el caso de la variable conocimiento de convencionalismos, en la que los resultados siguen un mismo patrón que comparación de cantidades y cálculo informal. En el caso del conocimiento de convencionalismos, si se comparan los estudiantes DAM con los TDAH, los DAM tienen mayores dificultades para asociar el símbolo al concepto de referencia. En la variable hechos numéricos, hay diferencias estadísticamente significativas entre el grupo TDAH y DAM y el grupo DAM y el comparativo. Los estudiantes con DAM tienen dificultades para llegar a un resultado sencillo sin realizar la operación de cálculo matemático. Los resultados reflejan, por tanto, dos bloques claramente diferenciados, grupos con DAM y grupos sin DAM. Incluso llama la atención que los estudiantes con comorbilidad TDAH+DAM tengan mejor puntuación que el DAM en esta competencia. En el caso de la variable cálculo formal, no hay diferencias estadísticamente significativas entre ninguno de los grupos, lo cual, podría deberse a que esta habilidad es procedimental (algoritmos que se aprenden a través de un aprendizaje reglado, automatizándose sin requerir de una habilidad específica). No obstante, como ya han observado Benedetto y Tannock (1999), estos resultados indican que el grupo comparativo presenta una mejor ejecución en tareas de resolución de algoritmos que los estudiantes con TDAH y DAM, aunque las diferencias no sean estadísticamente significativas. Por último, en la variable conceptos formales, las diferencias son

claramente significativas entre TDAH y TDAH+DAM, entre DAM y el grupo comparativo y entre TDAH+DAM y comparativo. En resumen, en las competencias formales, al comparar el grupo con TDAH y el grupo con TDAH+DAM (tan solo se diferencian en la presencia de DAM), no hay diferencias estadísticamente significativas, ni en hechos numéricos ni en cálculo formal pero, tampoco aparecen tales diferencias al comparar TDAH+DAM con el grupo comparativo. Ello parece indicar que estas dos variables no diferencian específicamente las DAM. Donde sí aparecen diferencias para la detección de las DAM, es en las variables conocimiento de convencionalismos y conceptos formales.

Es importante destacar al respecto, que la formación de conceptos formales e informales está muy relacionada con la asimilación de la información nueva y la integración de ésta con los conocimientos previos. Estos procesos de asimilación e integración son básicos en la adquisición del conocimiento conceptual cuyo procedimiento precisa de un aprendizaje más significativo que el llamado dominio mecánico del cálculo formal, ya que este aprendizaje es más flexible y menos automatizado (Vicente et al., 2008). Por este motivo, los estudiantes con DAM, al estar muy condicionados en este tipo de habilidades, obtienen peores resultados.

No obstante, cabría preguntarse a qué es debido que la ejecución del TDAH y el DAM en algunas de estas competencias informales y formales resulte similar. Los datos aportados, muestran que, tal y como plantea Orrantia (2005), los déficit principales no estarían causados por dificultades específicas en el área de las matemáticas sino en la automatización y recuperación de información y claramente asociados a la memoria de trabajo. Esto se observa al comparar el cálculo formal e informal. Mientras que el TDAH no muestra un problema en la habilidad básica cálculo informal, y su ejecución es significativamente diferente a la del grupo con DAM y a la del grupo con TDAH+DAM, al pasar al cálculo formal su ejecución es similar a la de estos grupos, no existiendo diferencias estadísticamente significativas (ni entre TDAH y DAM ni entre TDAH y TDAH+DAM). Si el déficit fuera propio de la comorbilidad, las diferencias deberían darse ya en las competencias formales, y no solo en las informales. En este sentido, siguiendo a Marzocchi et al. (2002) y a Preston et al. (2009), las dificultades en el área de las matemáticas que presenta el TDAH son propias de la sintomatología propia del trastorno y de los déficit en la memoria de trabajo y no, de dificultades específicas del

aprendizaje en las matemáticas. Así, aunque ambos grupos, DAM y TDAH, presenten dificultades comunes, los motivos son diferentes (el final es el mismo aunque no el proceso). Los estudiantes con DAM presentan dificultades ya en habilidades básicas o previas, mientras que los estudiantes con TDAH presentan dificultades por no ser capaces de planificar, organizar, inhibir y mantener la atención en la tarea, es decir, en habilidades más relacionadas con el control ejecutivo.

En este sentido, habría que controlar en nuevas investigaciones, qué otras variables condicionan el funcionamiento ejecutivo y qué relación tienen con la competencia matemática. Además, habría que profundizar en aquellas otras variables relacionadas con la competencia matemática que presentan mayores dificultades en los grupos con TDAH y en las DAM para realizar intervenciones más ajustadas en cada uno de estos perfiles (Cueli, García, y González-Castro, 2013) y, a edades más tempranas, teniendo en cuenta que, como se ha observado en este trabajo, el TDAH obtiene mejores resultados cuando el aprendizaje se realiza en contextos en los que prima lo manipulativo y lo icónico, a través del descubrimiento guiado. Para alcanzar este objetivo, algunos estudios apuntan hacia el uso de las nuevas tecnologías, específicamente, aquellas orientadas a proporcionar ambientes de aprendizaje interactivos, favorables para el desarrollo de los procesos cognitivos y metacognitivos (Azevedo y Jacobson, 2008), los cuales, facilitan siguiendo a Walker et al. (2012) efectos positivos no solo a nivel de conocimientos matemáticos, sino también, en las actitudes de los estudiantes hacia la propia asignatura.

## Referencias

- Azevedo, R., y Jacobson, J. (2008). Advances in scaffolding learning with hypertext and hypermedia: a summary and critical analysis. *Education Technology research and development*, 56(1), 93–100. doi : 10.1007/s11423-007-9064-3
- Barkley, R. A. (1997). *ADHD and the nature of self-control*. New York: Guilford.

- Benedetto, N. E., y Tannock, R. (1999). Math computation, error patterns and stimulant effects in children with attention deficit hyperactivity disorder. *Journal of Attention Disorders*, 3(3), 121-134. doi: 10.1177/108705479900300301
- Blake-Greenberg, K. (2003). A comparison of problem solving abilities in ADD children with and without hyperactivity. *Dissertation Abstracts International: Section B: The Sciences and Engineering*, 64(1-B), 408.
- Canino, G., Shrout, P. E., Rubio-Stipec, M., Bird, H. R., Bravo, M., Ramírez, R.,... Martínez-Taobas, A. (2004). The DSM-IV Rates of Child and Adolescent Disorders in Puerto Rico. Prevalence, Correlates, Service Use, and the Effects of Impairment. *Archives of General Psychiatry*, 61(1), 85-93. doi: 10.1001/archpsyc.61.1.85.
- Capano, L., Minden, D., Chen, S. X., Schachar, R. J., y Ickowicz, A. (2008). Mathematical learning disorder in school-age children with attention-deficit hyperactivity disorder. *Canadian Journal of Psychiatry*, 53(6), 392-399.
- Crespo-Eguílaz, R., Narbona, J., Peralta, F., y Reparaz, R. (2006). Medida de atención sostenida y del control de la impulsividad en niños: Nueva modalidad de aplicación del Test de Percepción de Diferencias "Caras". *Infancia y Aprendizaje*, 29(2), 219-232. doi: <http://dx.doi.org/10.1174/021037006776789926>
- Cueli, M., García, T. y González-Castro, P. (2013). Self-regulation and academic achievement in mathematics. *Aula abierta*, 41(1), 39-48.
- Farré, A., y Narbona, J. (1997). *Escala de déficit de atención e hiperactividad (E.D.A.H)*. Madrid: TEA Ediciones.
- Ginsburg, H. P., y Baroody, A. J. (2003). *The test of early mathematics ability* (3rd ed.). Austin, TX: Pro Ed.
- González-Castro, P., Álvarez, L., Núñez, J. C., González-Pienda, J. A., Álvarez, D., y Muñiz, J. (2010). Cortical activation y attentional control in ADAH subtypes. *International Journal of Clinical and Health Psychology*, 10(1), 23-39.
- Greenberg, M.L. (1996). *Test of Variables of Attention (TOVA-TOVA-A)*. Los Alamitos, CA: U.A.D
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., y Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85(2), 103-119. doi:10.1016/S0022-0965(03)00032-8

- Kauffman, L., y Nuerk, H. C. (2008). Basic number processing deficits in ADHD: A broad examination of elementary and complex number processing skills in 9 to 12-year-old children with ADHD-C. *Developmental Science*, 11(5), 692-699. doi: 10.1111/j.1467-7687.2008.00718.x
- Kercood, S., Zentall, S. S., y Lee, D. L. (2004). Focusing attention to deep structure in math problems: Effects on elementary education students with and without attentional deficits. *Learning and Individual Differences*, 14(1), 91-105. doi: 10.1207/s15327035ex1401\_5
- Lewczyk, C. M., Garland, A. F., Hurlburts, M.S., Gearity, J., y Hough, R. L. (2003). Comparing DISC-IV and clinician Diagnoses among youths receiving public mental health services. *Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry*, 42(2), 349-56. doi: <http://dx.doi.org/10.1097/00004583-200303000-00016>
- Lucangeli, C., y Cabrele, S. (2006). Mathematical Difficulties and ADHD. *Exceptionality*, 14(1), 53-62.
- Martín, S. V. y Orrantia, J. (2007). Resolución de problemas y comprensión situacional. *Cultura y Educación*, 19(1), 61-86.
- Marzocchi, G.M., Cornoldi, C., Lucangeli, D., De Meo, T., y Fini, F. (2002). The disturbing effects of irrelevant information on arithmetic problem solving in inattentive children. *Developmental Neuropsychology*, 21(1), 73- 92. doi: 10.1207/S15326942DN2101\_4
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking problem solving, cognition*. New York: Freeman.
- Mayes, S. D., Calhoun, S. L., y Crowell, E. W. (2000). Learning disabilities and ADHD: Overlapping spectrum disorders. *Journal of Learning Disabilities*, 33(5), 417-424. doi: 10.1177/002221940003300502
- Merrell, C., y Tymms, P. B. (2001). Inattention, hyperactivity and impulsiveness: Their impact on academic achievement and progress. *British Journal of Educational Psychology*, 71(1), 43-56.
- Merrell, C., y Tymms, P. (2005). Rasch analysis of inattentive, hyperactive and impulsive behaviour in young children and the link with academic achievement. *Journal of Applied Measurement*, 6(1), 1-18.
- Miranda, A., Colomer, C., Fernandez, I., Presentación, M. J. (2012). Executive

- Functioning and motivation of children with attention deficit hyperactivity disorder (ADHD) on problem solving and calculation tasks. *Revista de Psicodidáctica*. 17(1), 51-71.
- Miranda, A., Meliá, A., y Taverner, R. M. (2009). Habilidades matemáticas y funcionamiento ejecutivo de niños con trastorno por déficit de atención con hiperactividad y dificultades del aprendizaje de las matemáticas. *Psicothema*, 21 (1), 63-69.
- Núñez, M., y Lozano, I. (2005). Arithmetic progress in a sample of mentally deficient children using the TEMA-2 test. *Infancia y Aprendizaje*, 28(1), 39-50.
- Orrantia, J. (2005). Diferencias individuales en aritmética cognitiva. Influencia de los procesos de recuperación de hechos numéricos. *Cognitiva*, 17(1), 71-84.
- Preston, A. S., Heaton, S. C., McCann, S. J., Watson, W. D., y Selke, G. (2009). The role of multidimensional attentional abilities in academic skills of children with ADHD. *Journal of Learning Disabilities*, 42(3), 240-249. doi: 10.1177/0022219408331042
- Sergeant, J. A., Van der Meere, J. J., y Oosterlaan, J. (1999). Information processing and energetic factors in attention-deficit/hyperactivity disorder. En H. C. Quay y A. Hogan (Eds.), *Handbook of disruptive behavior disorders* (pp. 75–104). New York: Plenum.
- Shaffer, D., Fisher, P., Lucas, C. P., Dulcan, M. K., y Schwab-Stone, M. E. (2000). Diagnostic interview schedule for children version IV (NIMH DISC-IV): Description, differences from previous versions and reliability of some common diagnoses. *Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry*, 39(1), 28-38. doi: <http://dx.doi.org/10.1097/00004583-200001000-00014>,
- Vicente, S. Orrantia, J., y Verschaffel, L. (2008). Influence of mathematical and situational knowledge on arithmetic word problem solving: Textual and graphical aids. *Infancia y Aprendizaje*, 31(4), 463-483. doi: <http://dx.doi.org/10.1174/021037008786140959>
- Walker, A., Recker, M., Ye, L., Robertshaw, M. B., Sellers, L., y Leary, H. (2012). Comparing technology-related teacher professional development designs: a multilevel study of teacher and student impacts. *Educational technology research and development*, 60(3), 421-444. doi: 10.1007/s11423-012-9243-8.



- Wechsler, D. (2005). *The Wechsler Intelligence Scale for Children*- 4<sup>th</sup> edition. London: Pearson Assessment.
- Willcutt, E. G., Pennington, B. F., Olson, R. K., Chhabildas, N., y Hulslander, J. (2005) Neuropsychological analyses of comorbidity between reading disability and attention deficit hyperactivity disorder: in search of the common deficit. *Developmental Neuropsychology*, 27(1), 35–78. Doi: 10.1207/s15326942dn2701\_3
- Zentall, S. S. (2007). Math performance of students with ADHD: Cognitive and behavioral contributors and interventions. En D.B. Berch and M.M.M. Mazzocco (Eds.), *Why is Math So Hard for Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities* (pp. 219-243). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.

***ESTUDIO 2***



## Estudio 2

---

### MEJORA DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS BÁSICAS MEDIANTE ESTRATEGIAS DE REPRESENTACIÓN DINÁMICA INTEGRADA

Los resultados del trabajo que se describe a continuación han sido publicados en la revista *Psicothema* con referencia:

González-Castro, P., Cueli, M., Cabeza, L., Álvarez-García, D., y Álvarez, L. (2014).  
Improving basic math skills through integrated dynamic representation strategies.  
*Psicothema*, 26(3), 378-384.

ISI Web of Knowledge<sup>SM</sup>

Journal Citation Reports<sup>®</sup>

WELCOME ? HELP RETURN TO JOURNAL 2013 JCR Social Science Edition

Rank in Category: PSICOTHEMA

Journal Ranking ⓘ

For 2013, the journal **PSICOTHEMA** has an Impact Factor of **1.083**.

This table shows the ranking of this journal in its subject categories based on Impact Factor.

Category Name	Total Journals in Category	Journal Rank in Category	Quartile in Category
PSYCHOLOGY, MULTIDISCIPLINARY	129	58	Q2

## Resumen

Con este trabajo se pretende analizar la eficacia de la estrategia RDI (*Representación Dinámica Integrada*) para desarrollar las competencias matemáticas básicas y, así, mejorar los procesos de resolución de problemas. Participaron en el estudio 72 estudiantes, de edades comprendidas entre los 6 y los 8 años. Se comparó el desarrollo de competencias básicas informales (numeración, comparación, cálculo informal y conceptos informales) y formales (convencionalismos, hechos numéricos, cálculo formal y conceptos formales) en un grupo experimental ( $n= 35$ ) al que se aplicó la RDI y otro control ( $n= 37$ ), con el fin de identificar el impacto de la intervención. En la hipótesis de partida se planteaba que el programa de intervención generaría cambios significativos en la adquisición de estas habilidades y los resultados así lo confirman. Los resultados mostraron que el grupo experimental mejoró significativamente más que el grupo control en todas las variables evaluadas, excepto en hechos numéricos y cálculo formal. Se puede concluir, por tanto, que la RDI favorece en mayor medida el desarrollo de las competencias más relacionadas con la matemática aplicada que las relacionadas con la matemática de los automatismos y del cálculo mental.

*Palabras clave:* Competencias formales, competencias informales, competencia matemática, Representación Dinámica Integrada.

## Abstract

In this paper we analyze the effectiveness of IDR strategy (Integrated Dynamic Representation) to develop basic math skills and, therefore, improve problem-solving processes. The study involved 72 students, aged between 6 and 8 years. We compared the development of informal basic skills (numbers, comparison, informal calculation and informal concepts) and formal (conventions, number facts, formal calculus and formal concepts) in an experimental group ( $n = 35$ ) where we applied the IDR strategy and in other Control group ( $n = 37$ ), in order to identify the impact of the procedure. The initial hypothesis stated that the intervention program would generate significant changes in the acquisition of these skills and the results confirm the hypothesis. Results showed that the experimental group improved significantly in all variables except in number facts and formal calculus. It can be concluded, therefore, that the IDR favors the development of the skills more related to applied mathematics than to those related to automatic mathematics and mental arithmetic.

*Keywords:* Formal competence, informal competence, mathematical competence, Integrated Dynamic Representation.

## **Introducción**

Las principales pruebas internacionales de evaluación del rendimiento académico (*TIMSS*, *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* -IEA, 2011-; *PISA* -OECD, 2010-) advierten de la existencia de dificultades de aprendizaje de las matemáticas que conviene identificar para poder abordarlas al inicio de la escolaridad. En este sentido, se plantea la necesidad de llevar a cabo intervenciones tempranas que disminuyan el bajo rendimiento y el fracaso escolar de los estudiantes a lo largo de las primeras etapas educativas. Siguiendo a Gil y Vicent (2009), los primeros años de escolaridad son claves para estimular el desarrollo matemático, ya que es el momento en el que las competencias informales (adquiridas fuera del contexto escolar), pueden transformarse en conocimientos y destrezas formales que facilitarán la adquisición de las subsiguientes competencias matemáticas, sobre todo, teniendo en cuenta que dichas competencias evolucionan de manera jerárquica e integradora (Olkun, Altun, y Deryakulu, 2009). Así, por ejemplo, el manejo del concepto numérico proporciona la base para desarrollar posteriormente tareas más complejas como el razonamiento y la resolución de problemas (Seethaler y Fuchs, 2006).

Por este motivo, es necesario conocer en primer lugar qué competencias matemáticas precisan de un abordaje más específico para promover programas de intervención ajustados a las dificultades de aprendizaje iniciales. Antes de comenzar la Educación Primaria, los niños adquieren conocimientos informales sobre los números, los conceptos matemáticos, las cantidades, las formas y los fundamentos de comparación y clasificación (Hirvonen, Tolvanen, Aunola, y Nurmi, 2012; Orrantia, Múñez, Fernández, y Matilla, 2012). Es en el contexto formal de la enseñanza, donde los estudiantes aprenden a utilizar los números como símbolos y, así, poder aplicarlos a las operaciones matemáticas básicas. Además, las matemáticas incluyen inicialmente diferentes competencias, tales como numeración, medición, cálculo, algoritmos y heurísticos (Fuchs et al., 2006; Hirnoven et al., 2012). En este sentido, los heurísticos constituyen uno de los aspectos más relevantes del currículo (National Mathematics Advisory Panel, 2008), a pesar de las dificultades que presentan muchos estudiantes para empezar a resolverlos (Jacobse y Harskamp, 2009). La resolución de problemas es un proceso en el que es necesario poner en marcha estrategias que permitan comprender e

interpretar los enunciados de partida mediante la puesta en marcha de representaciones internas en la que se recogen las distintas proposiciones, sus relaciones semánticas, así como la elaboración de un modelo situado (Timoneda, Pérez, Mayoral, y Serra, 2013; Vicente, Orrantia, y Verschaffel, 2008). Para ello, conviene incorporar ayudas que fomenten la reescritura matemática y situacional, así como los dibujos y representaciones visuales para alcanzar la solución final (Arcavi, 2003). Mayer (2001), demostró que las imágenes que cumplen con una serie de principios tales como coherencia, contigüidad o personalización, mejoran la comprensión del texto. En esta línea, Vicente et al. (2008) analizaron en una muestra de 152 estudiantes de entre 3º y 5º curso de Educación Primaria, la utilidad de estas ayudas en la resolución de problemas. Concluyeron que tanto la reescritura como los dibujos matemáticos incrementan la ejecución correcta de estas actividades. Esta línea de investigación ha sido también estudiada desde el ámbito de la visualización (Arcavi, 2003) y desde una perspectiva instruccional (Aguilar, Navarro, y Alcalde, 2007), concluyendo ambas que enseñar a los alumnos a representar esquemáticamente la estructura matemática de los problemas facilita su correcta comprensión y resolución final.

En definitiva, en el proceso de resolución de problemas existen múltiples variables implicadas. Por un lado, las relacionadas con la comprensión/representación y, por otro, con la resolución/ejecución (Aguilar et al., 2007). La representación del problema supone una fase de traslación, en la que el enunciado se representa y fragmenta para, después, integrarlo en la resolución final.

En este sentido, desarrollar e implementar procedimientos que ayuden a los estudiantes a acceder a este tipo de estrategias va a ser fundamental para una buena evolución posterior. Jitendra et al. (2013) resaltan los beneficios aportados por la enseñanza de estrategias explícitas. Además, Gil y Vicent (2009) apuntan que la intervención en edades tempranas es clave para estimular el desarrollo matemático, siempre y cuando esta estimulación facilite la conexión entre los símbolos carentes de significado y los conocimientos y habilidades informales que ya poseen los niños. Para ello, se han puesto en marcha diferentes programas de intervención, como el propuesto por Aguilar et al. (2007) que permite resolver problemas aritméticos siguiendo un procedimiento que facilita el pensamiento estratégico de los estudiantes utilizando tanto dispositivos de respuesta con *feedback* directo, como aprendizajes de representación

gráfica de los componentes del problema. También, Jacobse y Harskamp (2009), con el fin de mejorar las estrategias metacognitivas de los estudiantes y las habilidades de resolución de problemas, desarrollan un programa informático para la estimulación de estas habilidades con resultados muy positivos. Ello indica, que la guía durante la resolución de problemas aumenta el rendimiento en este tipo de tareas. Jonassen (2003), por su parte, desarrolló una aplicación informática muy efectiva, en la que el sujeto generaba un modelo de la situación a través de la manipulación de los datos con imágenes estáticas.

Con el fin de aunar los diferentes tipos de estrategias puestas en marcha por las investigaciones descritas (tanto el entrenamiento basado en estrategias para la resolución de problemas como la reescritura y visualización de los conceptos en imágenes), en este trabajo se propone diseñar y aplicar una estrategia informatizada, la *Representación Dinámica Integrada* (RDI), para el aprendizaje temprano de competencias matemáticas básicas y resolución de problemas. La RDI, siguiendo a Álvarez, González-Castro, Núñez y González-Pienda (2007), es el resultado de la combinación de los modelos de representación externa (diagramas o dibujos), interna y situada. Su aplicación se realizó para esta investigación con estudiantes de edades comprendidas entre 6 y 8 años. Teniendo en cuenta que la adquisición del conocimiento se construye a través de un flujo discontinuo de información textual y audiovisual (Nicoleta, 2011), la RDI, al manejar los tres tipos de presentación de la información (icónica, combinada y simbólica) se puede llevar a cabo ya desde la Educación Infantil, incluso antes de dominar el procesamiento léxico. Además, al poder aplicar la estrategia en lenguaje informático, es posible observar sus beneficios no sólo a nivel de conocimientos matemáticos, sino también, en las actitudes de los estudiantes hacia la propia asignatura (Delen y Bulut, 2011; Walker et al., 2012).

Teniendo en cuenta estos antecedentes, el objetivo que se plantea en este trabajo es analizar la efectividad de esta herramienta informatizada en la estimulación temprana de las competencias matemáticas básicas (informales y formales), así como en la resolución de problemas específicos. La hipótesis de partida es que el programa de intervención generará en el grupo experimental (GE) una mejoría significativa en la adquisición de estas habilidades, superior a la observada en el grupo control (GC), el cual continúa con una metodología de aprendizaje habitual.



## **Método**

### ***Participantes***

Participaron en esta investigación participaron 72 estudiantes escolarizados en primer ciclo de Educación Primaria (cursos 1º y 2º), con edades comprendidas entre los 6 y los 8 años ( $M = 7.01$ ,  $DT = 0.66$ ). La selección de la muestra se realizó de forma incidental (Argibay, 2009), en colaboración con el Departamento de Orientación de un centro educativo con dos líneas. Se aplicó la entrevista semiestructurada para padres *Diagnostic Interview Schedule for Children DISC-IV* (Shaffer, Fisher, Lucas, Dulcan, y Schwab-Stone, 2000) con el fin de descartar posibles dificultades de aprendizaje o trastornos asociados, y el WISC-IV para valorar la posible existencia de déficit cognitivo o altas capacidades. En cada curso, uno de los dos grupos fue asignado de manera aleatoria a una de las dos condiciones experimentales. De este modo, se obtuvo un GE formado por 35 estudiantes y un GC formado por 37 estudiantes, cuyas características se describen en la Tabla 1.

### ***Instrumentos***

El Diagnostic Interview Schedule for Children Version IV (DISC-IV) (Shaffer et al., 2000), es una entrevista semiestructurada que permite realizar un diagnóstico de trastornos psicopatológicos en niños/adolescentes de acuerdo a los criterios DSM-IV. Es una de las entrevistas más empleadas actualmente en la investigación internacional y en epidemiología psiquiátrica infantojuvenil, ya que se encuentra ampliamente validada, tanto en su versión original como la española (Canino et al., 2004). Esta entrevista, incluye la consideración de la significación clínica de los síntomas, pero no la utiliza como criterio diagnóstico. La significación clínica es evaluada en función del informe de malestar o de impedimento en distintos ámbitos de desenvolvimiento, asociados a la presencia de síntomas.

El Wechsler Intelligence Scale for Children-IV (WISC-IV) de Wechsler (2005), es un instrumento de administración individual para evaluar la inteligencia de niños o adolescentes de entre 6 años-0 meses y 16 años-11 meses. Está formado por 15 subtests (10 obligatorios y 5 optativos), que aportan información sobre el funcionamiento

intelectual en áreas cognitivas específicas. Las puntuaciones principales son, el Cociente Intelectual Total, el índice de Comprensión Verbal, el índice de Razonamiento Perceptivo, el índice de Memoria de Trabajo y el de Velocidad de Procesamiento.

El Test de Competencia Matemática Básica TEMA 3 de Ginsburg y Baroody (2003) evalúa la competencia matemática distinguiendo entre competencias informales y formales. Las informales se evalúan a partir de cuatro subpruebas: a) *numeración*, consiste en la identificación y flexibilidad de uso de las secuencias (habilidad básica para poder representar -interiorizar- la cantidad, al tiempo que facilita el acceso al cálculo mental); b) *comparación de cantidades*, implica sentido numérico, el conocimiento de orden de los números que va ligado al reconocimiento de hacia donde crecen o decrecen; c) *cálculo informal*, se refiere al manejo de los números en la resolución de sencillas situaciones que implican operaciones de suma y resta; d) *conceptos informales*, evalúa el concepto de número como agrupación de conjuntos desde el punto de vista enactivo, diferenciando que la parte es inferior al todo (incluye la conservación de la materia). Las competencias formales se evalúan mediante cuatro subpruebas: a) *convencionalismos* se refieren a la capacidad para leer y escribir cantidades, es una tarea de codificación y descodificación; b) *hechos numéricos* implican el conocimiento del resultado de operaciones sencillas de suma, resta y multiplicación, sin necesidad de realizar el cálculo en el momento actual; c) *cálculo formal*, implica la realización de cuentas de suma y resta de dificultad creciente; d) *concepto formal* evalúa el concepto numérico desde el punto de vista simbólico e icónico. Las tareas no requieren lectura, de tal manera que las dificultades en este área no afectan al resultado de la competencia matemática. Además, el instrumento ofrece un coeficiente general, el Índice de Competencia Matemática (ICM) que indica el rendimiento global del alumno en relación a su grupo de edad ( $M = 100$ ,  $DT = 15$ ).

### ***Programa de intervención***

Como herramienta de intervención se utilizó la RDI (*Representación dinámica Integrada*) desarrollada por Álvarez et al. (2007). Esta estrategia es el elemento nuclear de los procesos heurísticos y resulta de la combinación de representaciones externas e internas. Se estructura en torno a tres componentes (Solaz-Portolés y Sanjosé-López, 2008): comprensión fragmentada, representación fragmentada e integración de las

representaciones. No se trata de un esquema parte-todo, sino de una secuencia dinámica, fragmentación-representación-integración. La fragmentación-representación está relacionada con el “saber qué” y la integración de las representaciones con los “esquemas de acción” o el “saber cómo”. La estrategia clave para abordar el “saber qué” es el procesamiento en red (Friege y Lind, 2006) y para abordar el “saber cómo” la integración de las representaciones fragmentadas.

El proceso de aplicación se concretó en cuatro niveles de representación. El primer nivel es la *Representación de los conceptos* (selección de la información relevante) en el que se presentan los conceptos clave, asociados a dibujos, los datos numéricos que los acompañan se enmarcan en cuadrados y los verbos se sustituyen por pictogramas. El segundo nivel es la *Representación de los enlaces* (combinación icónico-simbólica) en el que una vez identificados los conceptos clave, estos se representan en conjuntos unión-intersección, cuyo número de elementos va concretando los datos numéricos. El tercer nivel es la *Representación de los interrogantes* (integración de las representaciones). En este nivel las representaciones se conectan entre sí, según sean los tipos de relación que marquen los enlaces del enunciado: unión (suma) e intersección (resta). Por último, el cuarto nivel es la *Reversibilidad del proceso* (generalización a otros contextos), en base al cual, a partir de la representación integrada que lleva a la solución final, y sin tener presente el enunciado de partida, se le pide al sujeto que reformule de nuevo el enunciado del problema. Esta estrategia favorece la reversibilidad y, por lo tanto, la generalización de lo aprendido.

Este proceso multinivel se lleva a cabo con el programa informático RDI, el cual sigue la secuencia lógica a la hora de aplicar las competencias propias del nivel educativo en el que se enmarca el programa. En un primer bloque, se incluyen actividades orientadas a trabajar la competencia de sumas sin llevadas; en un segundo bloque, se introducen las sumas con llevadas y la resta sin llevadas; y, por último, se trabajan las sumas y restas combinadas. Estos tres bloques secuenciados según el grado de dificultad y en los que progresivamente se van introduciendo nuevas competencias, se plantean siguiendo dos tipos de presentación de la información, la presentación combinada (los conceptos van asociados a imágenes/palabras) y la presentación simbólica (los enunciados se presentan exclusivamente en texto lineal).

El manejo del programa a nivel informático resulta sencillo y está adaptado a las habilidades del alumnado por edad y nivel educativo. En la representación combinada, el sujeto comenzará arrastrando los iconos y, progresivamente, trabajará la escritura. Finalmente, en el nivel simbólico, el estudiante representará los datos del problema y los conceptos a los que hacen referencia, hasta llegar a la solución final. Para la generalización de este aprendizaje, el programa presenta la reversibilidad del proceso en una nueva pantalla, de manera que a partir de la representación gráfica, el sujeto pueda reescribir nuevamente el enunciado de partida, teniendo presente exclusivamente dicha representación. A esta fase, el sujeto no podrá acceder a no ser que finalice correctamente la representación, recibiendo en ese momento el *feedback* correspondiente.

### ***Procedimiento***

En primer lugar, se seleccionaron los cursos en los que se pondría a prueba la intervención. A continuación, se solicitó el consentimiento informado activo de las familias. Una vez recibido, se realizó la evaluación inicial mediante el DISC-IV y el WISC-IV, que permitió excluir al alumnado que presentaba dificultades asociadas y capacidades inferiores a 80 o superiores a 130 (se excluyeron en total 6 estudiantes). Posteriormente, los grupos se asignaron aleatoriamente a cada condición experimental. Una vez asignados, al finalizar la primera evaluación, se procedió a la evaluación de las competencias básicas con el TEMA-3 en ambos grupos realizada por el psicólogo escolar. Los estudiantes del GE recibieron la intervención con el programa RDI, mientras que los estudiantes del GC seguían la metodología de aprendizaje habitual (exposición de contenidos por parte del profesor utilizando como material de trabajo el libro de la asignatura). El programa de intervención fue aplicado por el profesor-tutor, entre los meses de enero y abril (45 sesiones, con una duración de 50 minutos cada una). El profesor-tutor responsable de la aplicación de la intervención en cada grupo experimental fue previamente entrenado en el uso de la herramienta durante dos sesiones de 45 minutos por un experto en el uso del programa. Finalmente, el psicólogo escolar volvió a aplicar el TEMA-3 en todos los grupos, a fin de comprobar la posible evolución diferencial de pretest a posttest en GE y GC. Dada la eficacia del programa, posteriormente el GC también recibió la intervención.

### **Análisis de los datos**

Se utilizó un diseño cuasiexperimental con grupo control no equivalente. Todos los estudiantes de GE y GC fueron evaluados en dos momentos: evaluación pretest antes del inicio del entrenamiento y evaluación posttest después del entrenamiento.

En primer lugar, se analizó si el GE y el GC diferían inicialmente en variables relevantes como la edad, el CI o el género y las puntuaciones pretest en cada variable dependiente. Para ello, se aplicó el estadístico de contraste oportuno de acuerdo con las características de las puntuaciones en cada variable: Chi-cuadrado de Pearson para la variable género, *t* de Student para muestras independientes para las variables edad y CI; y su correspondiente no paramétrica *U* de Mann-Whitney para las puntuaciones pretest. En segundo lugar, se compararon las puntuaciones posttest del GE y el GC en cada variable dependiente, mediante el estadístico *U* de Mann-Whitney. Finalmente, se comparó dentro de cada grupo, para cada variable, las puntuaciones pretest frente a las posttest, mediante la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon. Todos los análisis fueron realizados mediante el software estadístico SPSS 15.0 para Windows.

### **Resultados**

#### *Comparación pretest intergrupo*

Antes de la intervención, no se encontraron diferencias estadísticamente significativas entre GE y GC en las variables edad, CI ni género (Tabla 1). En cuanto a las puntuaciones obtenidas en el pretest con la aplicación del TEMA-3, se observó que GE y GC no diferían de forma estadísticamente significativa en el ICM, ni en las puntuaciones globales de competencia informal y competencia formal. No obstante, sí se observaron diferencias estadísticamente significativas en tres de competencias específicas. En concreto, el GE obtuvo puntuaciones más altas que el GC de manera estadísticamente significativa, en las variables comparación de cantidades y convencionalismos. El GC mostró puntuaciones más altas que el GE, de manera estadísticamente significativa, en la variable conceptos informales (Tabla 2).

<p style="text-align: center;"><i>Tabla 1</i> Comparación de medias de edad y cociente intelectual, y de frecuencias por género, entre los grupos experimental (n = 35) y control (n = 37)</p>
--

Variable	GE	GC	Estadístico	P-valor
Edad (M / SD)	7.03 / 0.67	6.99 / 0.65	$t = 0.270$	.788
CI (M / SD)	94.29 / 6.09	93.97 / 7.35	$t = 0.196$	.845
Género			$\chi^2 = 0.069$	.792
Alumno ( <i>f</i> )	20	20		
Alumna ( <i>f</i> )	15	17		

Nota. GE: Grupo Experimental; GC: Grupo Control; M = Media; DT = Desviación Típica; *f* = Frecuencia; *t* = *t* de Student para muestras independientes;  $\chi^2$  = Chi-cuadrado de Pearson.

### Comparación posttest intergrupo

Tras la intervención, se han hallado diferencias estadísticamente significativas entre las medias de GE y GC en el posttest tanto en el ICM como en las puntuaciones globales de competencia informal y formal. Además, de forma más específica, el GE mostró puntuaciones más altas de forma estadísticamente significativa en las variables numeración, comparación de cantidades, cálculo informal, conceptos informales, convencionalismos y conceptos formales (Tabla 2).

### Comparación pretest-postest intragrupo

A fin de analizar la evolución pretest-postest en cada una de las condiciones experimentales para cada una de las variables, se realizaron análisis mediante la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon. Estos análisis, han permitido observar que, en el caso del GE, existen diferencias estadísticamente significativas pretest-postest en todos los factores del TEMA-3 (Tabla 2). Es decir, que el GE obtuvo mayores puntuaciones tras la intervención en el ICM, en las puntuaciones globales de competencia informal y formal y en cada una de las ocho competencias matemáticas específicas evaluadas (Tabla 2). En el caso del GC, las diferencias pretest-postest fueron estadísticamente significativas en el ICM, en las puntuaciones globales de competencia matemática informal y formal, sí como en cada una de las competencias matemáticas específicas evaluadas a excepción de convencionalismos y conceptos informales (Tabla 2).

<i>Tabla 2</i>						
Comparación de medias de las variables dependientes, entre los grupos experimental ( $n = 35$ ) y control ( $n = 37$ ), en el pretest y en el posttest						
Variable	Grupo	Pretest	<i>U</i>	Posttest	<i>U</i>	<i>Z</i>

<i>ICM</i>	GE (M / DT)	85.86/8.57		106.43/10.36		-	5.145***
	GC (M / DT)	84.16/9.412	582.500	91.11/6.73	148.000***	-	5.022***
<i>Competencias informales</i>	GE (M / DT)	26.88/4.47		33.54/4.61		-	5.182***
	GC (M / DT)	26.13/4.51	584.500	28.37/4.08	280.500***	-	4.802***
Numeración	GE (M / DT)	16.46 / 3.02		19.69 / 2.76		-	5.114***
	GC (M / DT)	15.76 / 3.40	546.500	16.57 / 3.11	292.000***	-	4.388***
Comparación de cantidades	GE (M / DT)	4.14 / 0.73		5.20 / 0.76		-	5.336***
	GC (M / DT)	3.59 / 0.76	414.000**	4.24 / 0.80	276.500***	-	3.757***
Cálculo informal	GE (M / DT)	4.14 / 0.81		5.26 / 1.15		-	4.840***
	GC (M / DT)	4.00 / 0.67	575.000	4.62 / 0.49	438.000**	-	3.758***
Conceptos informales	GE (M / DT)	2.14 / 0.36		3.40 / 0.60		-	5.224***
	GC (M / DT)	2.78 / 0.67	307.500***	2.95 / 0.62	411.500**	-1.604	
<i>Competencias formales</i>	GE (M / DT)	10.02/5.10		15.34/7.44		-	5.170***
	GC (M / DT)	9.83/4.28	640.500	11.16/4.74	424.000*	-	4.239***
Convencionalismos	GE (M / DT)	5.51 / 1.22		6.37 / 1.21		-	4.182***
	GC (M / DT)	4.70 / 0.85	404.000**	4.97 / 0.90	245.000***	-1.908	
Hechos numéricos	GE (M / DT)	2.00 / 2.21		3.37 / 2.96		-	4.615***
	GC (M / DT)	1.86 / 1.99	633.500	2.24 / 2.17	485.500	-3.125**	
Cálculo formal	GE (M / DT)	1.17 / 1.10		2.74 / 2.45		-	4.417***
	GC (M / DT)	1.59 / 1.42	542.000	1.89 / 1.54	530.000	-	3.317***
Conceptos formales	GE (M / DT)	1.34 / 0.91		2.86 / 1.22		-	5.308***
	GC (M / DT)	1.68 / 0.75	508.500	2.05 / 0.74	400.000**	-	3.300***

Nota. GE = Grupo Experimental; GC = Grupo Control; ICM = Índice de Competencia Matemática; M = Media; DT = Desviación Típica; U = U de Mann-Whitney; Z = Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon.  
 \*  $p \leq .05$ ; \*\*  $p \leq .01$ ; \*\*\*  $p \leq .001$

## Discusión

Con esta investigación se trataba de analizar la eficacia de la herramienta informática RDI para la estimulación temprana de las competencias matemáticas básicas (informales y formales), así como su aplicación a la resolución de problemas específicos en dos grupos de estudiantes de Educación Primaria (6-8 años). Una vez analizados los resultados, se puede concluir que la estrategia ha favorecido un mayor desarrollo de la mayoría de las competencias matemáticas analizadas, en comparación con la metodología de trabajo habitual.

En términos generales, la intervención ha mostrado un impacto más positivo que la metodología de aprendizaje tradicional en el desarrollo del ICM, así como de las competencias matemáticas informales y formales consideradas estas globalmente. El patrón general fue que no existen diferencias estadísticamente significativas entre los grupos antes de la intervención, pero si existen diferencias pretest-postest tras la intervención mostrando el GE mejores resultados que el GC. Únicamente no han mostrado un impacto más positivo sobre dos competencias matemáticas específicas hechos numéricos y cálculo formal. En ambas variables, tanto el GE como el GC mejoraron significativamente de pretest a postest, no hallándose diferencias entre ambos grupos ni antes ni después de la intervención; por lo que, la mejora en el GC no puede ser achacada al programa de intervención. El hecho de que en estas dos variables la estrategia RDI no sea significativamente mejor que la metodología habitual, puede ser debido a que ambas se relacionan con la resolución de operaciones matemáticas básicas, en las que la metodología tradicional hace un fuerte hincapié, tal y como refleja el currículo propuesto por la administración educativa para esta etapa. El manejo de los números, tanto desde el punto de vista manipulativo como desde el punto de vista mecánico, mejoró en los dos grupos por ser tareas y actividades que se trabajan de manera más reiterativa en la enseñanza reglada. Lo destacable es que la RDI, sin ningún tipo de aprendizaje específico al respecto, hace que el alumno lo acabe aprendiendo por asociación.

La estrategia RDI sí ha mostrado un mayor impacto que la metodología habitual en las seis competencias específicas restantes. Con respecto a ellas, se pueden identificar tres patrones de resultados. El primero de ellos correspondería a las variables numeración, cálculo informal y conceptos informales. En los tres casos, el GE y el GC no mostraron diferencias antes de la intervención y, aunque ambos grupos mejoran del pretest al



postest, dicha mejoría es mucho más evidente en el GE (en el postest las diferencias entre GE y GC pasaron a ser estadísticamente significativas a favor del GE). Estas tres variables relacionadas con las operaciones mecánicas y con el concepto de número, tanto a nivel simbólico como icónico, evolucionaron claramente tras el entrenamiento con RDI, ya que éste se basa en la manipulación y asociación de símbolos mediante una presentación combinada. Este tipo de presentación aglutinadora de la imagen, la palabra y manipulación enactiva de ambos facilita el desarrollo básico de estas habilidades.

Un segundo patrón hace referencia a las variables convencionalismos y comparación de cantidades. En ambos casos, el GE ya presentaba un mayor rendimiento en estas variables que el GC, si bien tras la intervención las diferencias entre ambos grupos se acentuaron aún más a favor del GE. El reconocimiento de las cantidades, así como la comparación de las mismas (habilidades de mayor nivel relacionadas con el razonamiento numérico) mejoraron significativamente con la aplicación del programa. La lectoescritura de cantidades y el sentido numérico de las mismas implican poner en marcha habilidades de reconocimiento que, aunque básicas, son indispensables para el razonamiento numérico posterior. Con la RDI hay una mejora evidente del conocimiento del orden y de las diferencias entre cantidades al facilitar la representación mental de la secuencia numérica mediante la formación de conjuntos y la comprensión de las técnicas comparativas implicadas en ellos.

Por último, el tercer patrón de resultados tiene que ver con la variable conceptos informales. En este caso, el GE mostró un peor rendimiento que el GC antes de la intervención, pero mejor que él tras el entrenamiento. Ello es debido a una mejora estadísticamente significativa del pretest al postest en el GE y a la ausencia de diferencias estadísticamente significativas de pretest a postest en el GC. Ahora, lo que se valora es el concepto de número como agrupación de conjuntos desde el punto de vista enactivo (diferenciando que la parte es inferior al todo), siendo éste uno de los aspectos más trabajados por la herramienta RDI, en la que la representación enactiva en un modelo situado facilita su mejora. Inicialmente, el niño necesita representar todos los elementos para fijar el concepto, pero progresivamente la representación deja de ser necesaria y el símbolo pasa a ser representativo del conjunto de elementos. De ahí la importancia de una estimulación secuencial, acumulativa y jerárquica, sobre todo, porque el desarrollo de estas competencias es también un proceso de diferenciación progresiva e integradora

(Olkun et al., 2009). En este sentido, tal y como ya se ha descrito previamente, las matemáticas informales son la base para las matemáticas formales que se evalúan en el contexto escolar de los 6 a los 8 años y éstas, a su vez, facilitan el aprendizaje matemático futuro. Ello refleja la importancia de estimular estas habilidades para evitar el fracaso posterior y pone de manifiesto la inoperancia de las metodologías centradas exclusivamente en la mecánica de las operaciones y en el cálculo mental para alcanzar el éxito futuro.

Además, es importante destacar el hecho observado de que, tanto en el GE como en el GC hay una evolución pretest-postest positiva (con la excepción de convencionalismos y conceptos informales en el GC), puesto que ambos grupos recibieron intervención (ya fuese con la RDI o mediante la metodología habitual). Los beneficios adicionales aportados por la RDI, se pueden explicar, tanto a nivel conceptual como procedimental. En primer lugar, al trabajar las habilidades de representación fragmentada y su integración posterior, se potencia la comprensión profunda y, como consecuencia de ello, el razonamiento abstracto que orienta la solución final. En ese sentido, siguiendo a Vicente et al. (2008), toda estrategia de resolución de problemas debería tener en cuenta la representación interna, la identificación de las relaciones semánticas y la elaboración de un modelo situado para la resolución y generalización posterior. Todos estos indicadores estratégicos los tiene en cuenta la RDI, al facilitar la representación interna explícita, las relaciones semánticas y la elaboración de un modelo situado (tercer nivel) que lleva a la resolución final y su generalización a través de la reversibilidad del proceso (cuarto nivel). Además, todo ello facilita el aprendizaje autorregulado del estudiante, siguiendo el modelo de Zimmerman (2008), en base al cual los estudiantes autorregulados dirigen su aprendizaje a través de la puesta en práctica de una serie de estrategias, activando y modificando sus procesos cognitivos, metacognitivos y comportamentales, antes, durante y después de que el aprendizaje tenga lugar. La primera fase de la estrategia permite la planificación (a través de la fragmentación del problema), a continuación se facilita la ejecución para, luego, potenciar la evaluación en la fase de integración. Este hecho tiene gran relevancia, sobre todo, teniendo en cuenta que, tal y como plantean Cueli, García y González-Castro (2013), la fase de planificación es la que diferencia de manera estadísticamente significativa a los alumnos en base a su rendimiento académico, de forma que son los estudiantes con mejores resultados quienes

hacen mayor hincapié en esta fase autorregulatoria, de ahí, la importancia de trabajarla a fondo.

Además y, en segundo lugar, los beneficios aportados podrían estar relacionados con el cómo se aplica la herramienta y, por lo tanto, con las ventajas del uso de las nuevas tecnologías en las clases de matemáticas. Siguiendo a Walker et al. (2012), el uso de estas herramientas aporta efectos positivos, tanto a nivel de conocimientos matemáticos, como a nivel de las actitudes de los estudiantes hacia la propia asignatura. En este sentido, Shin, Sutherland, Norris y Soloway (2012) han demostrado que el uso de la tecnología en el aula tiene efectos positivos en los estudiantes, en su aprendizaje y en la puesta en marcha de habilidades aritméticas. No obstante, Azevedo y Jacobson (2008) destacan que el uso de las nuevas tecnologías resulta beneficioso pero, específicamente, cuando están orientadas a proporcionar ambientes de aprendizaje interactivos, favorables para el desarrollo de los procesos cognitivos y metacognitivos.

Por último, habría que destacar algunas limitaciones de esta investigación. En primer lugar, no se ha trabajado con dificultades de aprendizaje específicas en matemáticas (DAM), por ello, una de las líneas de investigación que se podrían plantear es analizar los beneficios aportados por la RDI en el alumnado que presenta DAM o trastornos específicos asociados, como en el caso del Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad (Miranda, Meliá, y Marco, 2009). Otra de las limitaciones está relacionada con la evaluación realizada, en la que se ha tenido en cuenta tan solo el resultado o producto de la intervención. Sería entonces adecuado, en trabajos futuros, evaluar los procesos que realizan los estudiantes, utilizando para ello, protocolos tales como Thinking Aloud o la Triple Tarea, cuyas aplicaciones ya se están iniciando en el área de matemáticas (García y González-Pianda, 2012).

## Referencias

- Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241. doi: 10.1023/A:1024312321077

- Aguilar, M., Navarro, J. I., y Alcalde, C. (2007). El uso de esquemas figurativos para ayudar a resolver problemas aritméticos. *Cultura y Educación*, 15(4), 385-397. doi: 10.1174/113564003322712956
- Álvarez, L., González-Castro, P., Núñez, J. C., & González-Pienda, J. A. (2007). *Prácticas de Psicología de la educación: evaluación e intervención psicoeducativa*. Madrid: Pirámide.
- Argibay, J. C. (2009). Muestra en investigación cuantitativa. *Subjetividad y Procesos Cognitivos*, 13(1), 13-29.
- Azevedo, R., y Jacobson, J. (2008). Advances in scaffolding learning with hypertext and hypermedia: a summary and critical analysis. *Education Technology Research and Development*, 56(1), 93–100. doi : 10.1007/s11423-007-9064-3
- Canino, G., Shrout, P. E., Rubio-Stipec, M., Bird, H. R., Bravo, M., Ramírez, R., y Martínez-Taobas, A. (2004). The DSM-IV Rates of Child and Adolescent Disorders in Puerto Rico. Prevalence, Correlates, Service Use, and the Effects of Impairment. *Archives of General Psychiatry*, 61(1), 85-93. doi: 10.1001/archpsyc.61.1.85.
- Cueli, M., García, T., y González-Castro, P. (2013). Self-regulation and academic achievement in mathematics. *Aula abierta*, 41(1), 39-48.
- Delen, E., y Bulut, O. (2011). The relationship between students`exposure to technology and their achievement in science and math. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 10(3), 311-317.
- Friege, G., y Lind, G. (2006). Types and qualities of knowledge and their relation to problem solving in physics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(3), 437-465. doi: 10.1007/s10763-005-9013-8
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M.,... y Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29-43. doi: <http://dx.doi.org/10.1037/0022-0663.98.1.29>.
- García, T., y González-Pienda, J. A. (2012). Evaluación del proceso de aprendizaje autorregulado en el área de las matemáticas mediante pizarras digitales. En J. Dulac-Ibergallartu y C. Alconada-Fernández (Eds.), *III Congreso pizarra digital: publicación de comunicaciones* (pp.85-92). Madrid: Ediciones Pizarratic.

- Gil, M. D., y Vicent, C. (2009). Análisis comparativo de la eficacia de un programa lúdico-narrativo para la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil. *Psicothema*, 21(1), 70-75.
- Ginsburg, H. P., y Baroody, A. J. (2003). *The test of early mathematics ability (3rd ed.)*. Austin, TX: Pro Ed
- Hirvonen, R., Tolvanen, A., Aunola, K., y Nurmi, J. E. (2012). The developmental dynamics of task-avoidant behavior and math performance in kindergarten and elementary school. *Learning and Individual Differences*, 22(6), 715-723. doi: 10.1016/j.lindif.2012.05.014
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement IEA (2011). *Resultados de las pruebas PIRLS y TIMSS de 2011 en España*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Jacobse, A. E., y Harskamp, E. G. (2009). Student-controlled metacognitive training for solving word problems in primary school mathematics. *Educational Research y Evaluation*, 15(5), 447-463. doi: 10.1080/13803610903444519
- Jitendra, A. K., Rodriguez, M., Kanive, R., Huang, J. P., Church, C., Corroy, K. A., Z., y Zaslofsky, A. (2013). Impact of small-group tutoring interventions on the mathematical problema solving and achievement of third-grade students with mathematics difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 36(1), 21-35. doi: 10.1177/0731948712457561
- Jonassen, D. H. (2003). Designing research-based instruction for story problems. *Educational Psychology Review*, 15(3), 267-295. doi: 10.1023/A:1024648217919
- Mayer, R. E. (2001). *Multimedia learning*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Miranda, A., Meliá, A., y Marco, R. (2009). Mathematical abilities and executive function in children with attention deficit hyperactivity disorder and learning disabilities in mathematics. *Psicothema*, 21(1), 63-69.
- National Mathematics Advisory Panel (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Nicoleta, S. (2011). How can technology improve math learning process. *Teachers for the Knowledge Society*, 11, 170-174. doi:10.1016/j.sbspro.2011.01.055.
- OECD. (2010). *PISA 2009 Results*. Paris: OECD.

- Olkun, S., Altun, A., y Deryakulu, D. (2009). Development and evaluation of a case-based digital learning tool about children`s mathematical thinking for elementary school teachers. *European Journal of Teacher Education*, 32(2), 151-165. doi: 10.1080/02619760902783875
- Orrantia, J., Múñez, D., Fernández, M., y Matilla, L. (2012). Resolución de problemas aritméticos: conocimiento conceptual y nivel de competencia en matemáticas. *Aula Abierta*, 40(3), 23-32.
- Seethaler, P. M., y Fuchs, L. S. (2006). The cognitive correlates of computational estimation skill among third-grade students. *Learning Disabilities Research y Practice*, 21(4), 233-243. doi: 10.1111/j.1540-5826.2006.00220.x
- Shaffer, D., Fisher, P., Lucas, C. P., Dulcan, M. K., y Schwab-Stone, M. E. (2000). Diagnostic interview schedule for children version IV (NIMH DISC-IV): Description, differences from previous versions and reliability of some common diagnoses. *Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry*, 39(1), 28-38. doi: <http://dx.doi.org/10.1097/00004583-200001000-00014>.
- Shin, N., Sutherland, L. M., Norris, C. A., y Soloway, E. (2012). Effects of game technology on elementary student learning in mathematics. *British Journal of Educational Technology*, 43(4), 540-560. doi: 10.1111/j.1467-8535.2011.01197.x
- Solaz-Portolés, J. J., y Sanjosé-López, V. S. (2008). Conocimientos y procesos cognitivos en la resolución de problemas de ciencias: consecuencias para la enseñanza. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 1, 147-162.
- Timoneda, C., Pérez, F., Mayoral, S., y Serra, M. (2013). Diagnosis of reading and writing difficulties and of dyslexia based on the PASS Theory of Intelligence and using the DN-CAS battery: cognitive origin of dyslexia. *Aula Abierta*, 41(1), 5-16
- Vicente, S., Orrantia, J., y Verschaffel, L. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 31(4), 463-483.
- Walker, A., Recker, M., Ye, L., Robertshaw, M. B., Sellers, L., y Leary, H. (2012). Comparing technology-related teacher professional development designs: a multilevel study of teacher and student impacts. *Educational Technology Research and Development*, 60(3), 421-444. doi: 10.1007/s11423-012-9243-8.

Wechsler, D. (2005). *The Wechsler Intelligence Scale for Children- 4<sup>th</sup> edition*. London: Pearson Assessment.

Zimmerman, B. J. (2008). Investigating self-regulation and motivation: Historical, background, methodological developments, and future prospects. *American Educational Research Journal*, 45(1), 166-183. doi: 10.3102/0002831207312909

***ESTUDIO 3***





## Estudio 3

---

### MEJORA DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS BÁSICAS EN ESTUDIANTES CON TRASTORNO POR DÉFICIT DE ATENCIÓN CON HIPERACTIVIDAD Y DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

#### Resumen

La resolución de problemas es actualmente una habilidad crítica en la que los estudiantes con Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas (DAM), presentan grandes dificultades dados sus déficits en las competencias matemáticas informales y formales. Además, estos déficits se ven agravados cuando las DAM van asociadas a otros trastornos como el Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH). Con el fin de trabajar la competencia matemática en estos grupos de estudiantes, se propone una herramienta informatizada de intervención la Representación Dinámica Integrada (RDI) para el aprendizaje temprano de competencias matemáticas básicas y la resolución de problemas. El objetivo de este trabajo fue analizar el efecto de la RDI sobre el desempeño en tareas que implican competencias matemáticas informales y formales en estudiantes con TDAH, DAM o TDAH+DAM y, analizar el efecto diferencial en función del diagnóstico. Participaron 216 estudiantes de 6 a 9 años, escolarizados en once colegios del Principado de Asturias y clasificados en tres grupos, estudiantes con TDAH ( $n = 72$ ), estudiantes con DAM ( $n = 82$ ) y estudiantes con TDAH+DAM ( $n = 62$ ). Los estudiantes seleccionados fueron asignados aleatoriamente a cada una de las dos condiciones experimentales (grupo experimental -GE- que recibía la intervención con la RDI y grupo comparativo -GC-). Todos ellos realizaron, antes y después de la intervención, la prueba de evaluación de la competencia matemática TEMA-3 que evalúa las competencias matemáticas básicas informales y formales. Los resultados mostraron que los tres grupos diagnósticos mejoraron de forma estadísticamente significativa tras la intervención en todas las competencias matemáticas evaluadas siendo el grupo con DAM quien registró mejores resultados en la evaluación postest. Estos resultados son discutidos a la luz de los resultados de la investigación pasada y se sugieren líneas de investigación futura.

*Palabras clave:* Dificultades de aprendizaje en matemáticas, TDAH, competencia matemática informal, competencia matemática formal, matemáticas, representación dinámica integrada

#### Abstract

Problem solving is currently a critical skill in which students with Mathematical Learning Difficulties (MLD) present great difficulties because of their deficits in informal and formal mathematical competences. Moreover, these deficits are more severe when MLD are associated with other disorders such as Attention Deficit with Hyperactivity Disorder (ADHD). In order to deal with mathematical competence in these groups of students, we propose a computerized intervention tool, the *Integrated Dynamic Representation* (IDR) for early learning of basic mathematics abilities and problem solving. The goal of this work was to analyze the effect of IDR on the performance of tasks involving informal and formal mathematical competences in students with ADHD, MLD or ADHD+MLD, and to analyze its differential effect as a function of the diagnosis. Participants were 216 students, aged from 6 to 9 years, registered in 11 schools of the

Principality of Asturias, and classified into three groups: students with ADHD ( $n = 72$ ), students with MLD ( $n = 82$ ), and students with ADHD+MLD ( $n = 62$ ). The selected students were randomly assigned to one of two experimental conditions (Experimental Group -EG- which received the intervention with IDR and the Comparative or Control Group -CG-). Before and after the intervention, they completed the Test of Early Mathematics Ability (TEMA 3), which assesses basic informal and formal mathematical competences. The results showed that all three diagnosed groups improved significantly after the intervention in all the mathematical competences assessed, with the MLD group achieving the best results at posttest assessment. These results are discussed in the light of the results of past investigation, and future lines of research are suggested.

*Keywords:* Learning disabilities in math, ADHD, Informal competence, formal competence, mathematics, Integrated Dynamic Representation.

## **Introducción**

La resolución de problemas es actualmente una habilidad crítica en el currículo del área de matemáticas (Krawec, Huang, Montague, Kressler, y Melia, 2012). Su éxito está altamente relacionado con el rendimiento general en matemáticas (Bryant, Bryant, y Hammill, 2000; Rosenzweig, Krawec, y Montague, 2011), por lo que es imprescindible desarrollar competencias específicas en este campo, con el fin de poder alcanzar mayores éxitos futuros. Siguiendo a Krawec et al. (2012), la resolución de problemas es una actividad compleja, que engloba múltiples procesos cognitivos y requiere no sólo del cálculo de una respuesta, sino también de la comprensión inicial de los enunciados, así como, de su representación con el fin de orientar la solución final (Montague, Warger, y Morgan, 2000). Este conjunto de habilidades básicas se hace más exigente en el alumnado con Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas (DAM), ya que estos estudiantes presentan problemas no sólo en la memoria de trabajo y en la velocidad de procesamiento (Fuchs y Fuchs, 2002), sino también, en la identificación de las operaciones que deben aplicar (Montague y Applegate, 1993), al no poder desarrollar los razonamientos más precisos y oportunos (Maccini y Ruhl, 2000). Ello pone de relevancia la necesidad de realizar intervenciones dirigidas a estimular las competencias matemáticas tanto informales (aquellas adquiridas fuera del contexto escolar) como formales (aquellas adquiridas en el contexto escolar), en las que los estudiantes con DAM muestran los mayores condicionantes tal y como se observó en el estudio 1 (González-Castro, Rodríguez, Cueli, Cabeza, y Álvarez, 2014).

Las DAM se manifiestan siguiendo a Geary (2003) en los problemas para la aplicación de diferentes habilidades cognitivas. En primer lugar, un déficit en la memoria semántica, lo cual, genera dificultades en la recuperación de datos y respuestas matemáticas, mayor número de errores y la necesidad de más tiempo para la ejecución de cada tarea. En segundo lugar, un déficit procedimental y, como consecuencia de ello, dificultades en la retención de la información, en la memoria de trabajo y en la monitorización o control de los procesos de conteo. En tercer lugar, deficiencias en el área visoespacial, caracterizadas por dificultades en la representación numérica de las relaciones y en la interpretación y comprensión de la información espacial. Todo ello, afecta a las competencias específicas necesarias para calcular y para aprender

procedimientos algorítmicos y heurísticos. Los estudiantes con DAM se caracterizan por no recordar ciertas combinaciones y patrones numéricos, por lo que presentan frecuentes dificultades en la manipulación numérica y en la interpretación lingüística a la hora de resolver determinados tipos de problemas (Montague y Jitendra, 2006). Además, muestran importantes dificultades para representar los enunciados y para decidir cómo resolverlos (Montague, 2011). En definitiva, estos estudiantes presentan déficit tanto en las competencias matemáticas básicas como en la resolución de problemas específicos, lo cual, precisa de una detección, evaluación e intervención temprana, sobre todo, teniendo en cuenta que la mayoría de los estudios no clínicos, estiman que aproximadamente el 6% de los estudiantes presentan DAM (Butterworth, 2005; Capano, Minden, Chen, Schachar, y Ickowicz, 2008; Shalev, 2004).

Estos déficit se ven agravados cuando las dificultades van asociadas o en comorbilidad con otros trastornos, sobre todo, cuando éstos tienen que ver, por ejemplo, con el Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH). Siguiendo a Gray et al. (2012), los estudiantes con DAM y TDAH manifiestan el conjunto de problemas cognitivos asociados a cada uno de los trastornos individuales, de ahí, su alto riesgo de fracaso escolar (Sexton, Gelhorn, Bell, y Classi, 2011). La información disponible sobre la comorbilidad entre ambos trastornos establece que las DAM se presentan en los TDAH con mayor frecuencia de lo observado en la población general, siendo su tasa de prevalencia del 11% al 26% (Capano et al., 2008; Monuteaux, Faraone, Herzig, Navsaria, y Biederman, 2005). Uno de los elementos comunes entre ambos desórdenes es el déficit en la memoria de trabajo, el cual, afecta claramente a la puesta en práctica de algunas funciones ejecutivas (Castellanos y Tannock, 2002; Willcutt, Pennington, Chhabildas, Olson, y Hulslander, 2005). Dada la alta tasa de comorbilidad y los resultados negativos asociados a la presencia de TDAH y DAM (Willcutt et al., 2007), resulta relevante evaluar el diseño y eficacia de intervenciones dirigidas a este grupo de estudiantes. Además, autores como Iseman y Naglieri (2011) destacan que, aunque se han encontrado efectos positivos de las intervenciones que abordan los problemas característicos asociados al TDAH, los efectos sobre su rendimiento académico son generalmente poco eficaces. En este sentido, DuPaul, Gormley y Laracy (2013) señalaron la importancia de intervenciones directas dirigidas al entrenamiento estratégico de los estudiantes con DAM y TDAH, con el fin de paliar sus problemas de aprendizaje pero, no encontraron una

mejoría evidente para el control de la sintomatología específica del TDAH ni con los apoyos psicoeducativos habituales ni con los apoyos farmacológicos que se suelen prescribir (Van der Oord, Prins, Oosterlaan, y Emmelkamp, 2008). Otros estudios, sin embargo, han identificado intervenciones eficaces en la mejora del rendimiento académico de los alumnos con TDAH, como la enseñanza guiada combinada con estrategias en lenguaje informático, la cual, genera orientaciones no solo en la comprensión lectora de los enunciados, sino también, en la representación posterior orientada a la solución final (Mautone, DuPaul, y Jitendra, 2005; Ota y DuPaul, 2002; Rabiner, Murray, Skinner, y Malone, 2010). En lo que respecta a la propia resolución de problemas, como uno de los elementos más condicionados en la competencia matemática de ambos desórdenes (Montague, 2011), se han desarrollado diferentes estrategias de intervención dirigidas especialmente a los estudiantes con DAM. Así, Swanson (1999) revisó 20 años de investigación en la intervención con estudiantes con DAM y concluyó que las dos prácticas de enseñanza con mejores resultados son la instrucción directa y las estrategias cognitivas de autorregulación y control. Estos resultados fueron apoyados por el metanálisis de Kroesbergen y Van Luit (2003), donde nuevamente se señala que las estrategias de intervención con mejores resultados para la enseñanza de resolución de problemas en estudiantes con DAM de la escuela primaria, son las autoinstrucciones y la autorregulación como estrategias cognitivas, mientras que la instrucción directa es la más efectiva para la enseñanza de habilidades matemáticas específicas.

En esta línea, se han propuesto numerosos modelos de resolución de problemas (Krawec et al., 2012; Lazakidou, y Retalis, 2010), con el objetivo de ayudar a los estudiantes a desarrollar o mejorar sus habilidades de razonamiento. Uno de estos modelos es el propuesto por Sternberg (2003), en el que se distinguen, siguiendo a Lazakidou y Retalis (2010), una serie de pasos: definición del problema, construcción de una estrategia, organización, asignación de recursos, seguimiento y evaluación de la solución. Otro de los modelos es el descrito por Mayer (1985), quien identifica, siguiendo a Krawec et al. (2012), cuatro fases secuenciales: *traducción* (transformar el problema desde su representación lingüística a la representación mental), *integración* (interpretación de las relaciones entre las partes del problema para formar una estructura de representación coherente), *planificación* (establecer una secuencia o proceso de resolución) y *monitorización* (controlar la ejecución en todo momento). La solución

correcta depende de la exactitud de cada una de las fases anteriores (Jitendra, Griffin, Deatline-Buchman, y Sczesniak, 2007). De igual manera, Montague, Enders y Dietz (2011) distinguen como fases fundamentales en la resolución del problema, la representación inicial y la ejecución posterior. La primera, la representación del problema, consiste en traducir y transformar la información lingüística y numérica en las representaciones verbales, gráficas y simbólicas que muestran las relaciones entre las partes; antes de generar ecuaciones matemáticas o algoritmos ajustados a la ejecución posterior (van Garderen y Montague, 2003). La segunda fase, la ejecución propiamente dicha, requiere la identificación análisis y aplicación de los cálculos correspondientes, así como, la comprobación de su exactitud. Los estudiantes con dificultades de aprendizaje no tienen conocimiento de estos procesos de representación por lo que se considera necesaria su enseñanza explícita (Montague et al., 2011). Finalmente, un tercer modelo es el descrito por Montague (2011) quien, en base a estas dos fases principales y teniendo como referente el modelo de Mayer, establece una estrategia metacognitiva de intervención basada en un proceso de siete pasos: leer el problema, parafrasear o reescribir con sus propias palabras, visualizar o representar un gráfico o diagrama, establecer hipótesis, estimar o predecir la respuesta, calcular y comprobar la respuesta.

A pesar de esta gran variedad de modelos de referencia, la habilidad de resolución de problemas es algo más que la simple aplicación de una serie de automatismos (Lazakidou y Retalis, 2010). Dicha habilidad, debe ir acompañada de una serie de estrategias de pensamiento asociadas que son de vital importancia para el desarrollo de las habilidades de razonamiento y resolución de problemas (Montague, 2011). Además, estas dificultades se duplican en los estudiantes con TDAH y DAM, al sumarse los déficit competenciales de ambos trastornos (Krawec et al. 2012; Montague, 2011).

En este sentido, la Representación Dinámica Integrada (RDI; Álvarez, González-Castro, Núñez, y González-Pienda, 2007) es una herramienta informatizada dirigida a entrenar las competencias matemáticas básicas y la resolución de problemas en edades tempranas. La estrategia se concreta en un proceso dinámico de tres componentes, en la línea de las fases principales descritas por Montague et al. (2011): comprensión fragmentada, representación fragmentada e integración del conjunto de representaciones. Su aplicación, está dirigida a estudiantes con y sin DAM y TDAH. Ello tiene relevancia, sobre todo, dada la elevada comorbilidad expuesta entre el TDAH y las DAM (Capano et

al., 2008) y las consiguientes dificultades que ello genera. Además, las investigaciones previas han señalado que, tanto la mejora general de los aspectos académicos, como la específica de resolución de problemas, no se deriva de una intervención centrada exclusivamente en disminuir la sintomatología del TDAH, por lo que es necesario incorporar intervenciones por competencias específicas (Van der Oord et al., 2008). Otro aspecto a destacar es la importancia del uso de las nuevas tecnologías en las estrategias de intervención, dados los beneficios que representan según autores como Walker et al. (2012) y Rabiner et al. (2010). Finalmente, otro aspecto relevante es la importancia de la intervención temprana (Gil y Vicent, 2009) con el fin de estimular el desarrollo matemático desde los primeros años de escolaridad. Todos estos aspectos, se tratan de abordar con la intervención a través de la RDI (Álvarez et al., 2007), cuya aplicación informatizada está adaptada a edades tempranas y va dirigida a estimular los procesos relacionados con las competencias matemáticas para la resolución de problemas en estudiantes con DAM y TDAH.

Por todo ello, en este estudio se propone como estrategia de intervención la RDI, para el aprendizaje temprano de competencias matemáticas básicas y la resolución de problemas. Esta estrategia, ha mostrado inicialmente en el segundo de los estudios resultados positivos en la intervención con estudiantes sin DAM ni TDAH de entre 6 y 8 años en comparación con la metodología de enseñanza habitual (González-Castro, Cueli, Cabeza, Álvarez-García, y Álvarez, 2014). En este tercer trabajo, se plantearon dos objetivos específicos. En primer lugar, analizar el efecto de esta herramienta informatizada sobre el desempeño en tareas que implican competencias matemáticas básicas, informales y formales, en estudiantes con TDAH, DAM o TDAH+DAM. La hipótesis de partida es que los estudiantes de estos tres grupos que reciben el tratamiento y por tanto forman parte del grupo experimental presentarán un mejor rendimiento en las competencias matemáticas básicas una vez finalizada la intervención. En segundo lugar, el objetivo fue analizar si la intervención tiene un efecto diferencial en función del diagnóstico. La hipótesis en este caso es que la intervención con RDI generará una mejoría en las competencias para la resolución de problemas, tanto en los alumnos con TDAH como en los alumnos con DAM, estadísticamente superior a la observada en los grupos de comparación que siguen la metodología utilizada tradicionalmente en esta área y, además, se plantea que los resultados, serán superiores en el grupo con DAM por ser



este quien presenta mayores dificultades en estas competencias y en consecuencia una mejor evolución al recibir la intervención específica.

## **Método**

### ***Participantes***

En esta investigación participaron 216 estudiantes de 6 a 9 años ( $M = 7.03$ ;  $DT = 0.69$ ), 140 niños y 76 niñas, escolarizados en once colegios del Principado de Asturias. Los estudiantes fueron clasificados inicialmente en tres grupos, estudiantes con TDAH ( $n = 72$ ), estudiantes con DAM ( $n = 82$ ) y estudiantes con TDAH+DAM ( $n = 62$ ). La selección de la muestra se realizó de forma incidental, siguiendo un muestreo por conveniencia (Argibay, 2009) en colaboración con el Departamento de Orientación de los centros educativos. Además, con el fin de asegurar el diagnóstico, los estudiantes debían cumplir los criterios de inclusión que se describen a continuación.

Los niños con TDAH: a) diagnóstico clínico de Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad de acuerdo con el DSM-IV-TR (American Psychiatric Association - APA-, 2002); b) duración de los síntomas superior a un año; c) el problema había aparecido antes de los 7 años; d) no sufrían trastornos asociados. Además, con el fin de confirmar el diagnóstico y descartar otros trastornos asociados, todos los estudiantes realizaron la entrevista semiestructurada para padres *Diagnostic Interview Schedule for Children DISC-IV* (Shaffer, Fisher, Lucas, Dulcan, y Schwab-Stone, 2000), y el WISC-IV (*Wechsler Intelligence Scale for Children-IV*; Wechsler, 2005) con el fin de valorar la posible existencia de bajas o altas capacidades asociadas.

Para asegurar el diagnóstico de DAM se siguió el criterio de severidad propuesto por Geary (2003), de tal manera que sólo se incluyeron estudiantes con una inteligencia dentro de la media. Además, teniendo en cuenta el carácter de persistencia de las DAM, participaron sólo aquellos estudiantes cuyo bajo rendimiento se mantenía más de un curso académico. Los estudiantes que formaban el grupo con TDAH+DAM cumplían los criterios de inclusión de ambas dificultades.

En cada centro, los alumnos seleccionados fueron asignados de manera aleatoria a cada una de las dos condiciones experimentales. De este modo, se obtuvieron tres GE (TDAH, DAM y TDAH+DAM) que recibían la intervención con la RDI y tres GC

(TDAH, DAM y TDAH+DAM) que seguían la metodología de enseñanza habitual. Las características de los seis grupos se describen en la tabla 1.

<i>Tabla 1</i>						
Comparación de medias de edad y cociente intelectual, y de frecuencias por género, entre los grupos experimental (n = 105) y control (n = 111) en base a la condición diagnóstica (TDAH, DAM y TDAH+DAM).						
	<i>Grupos</i>					
	TDAH		DAM		TDAH+DAM	
	GE	GC	GE	GC	GE	GC
Masculino	27	29	24	21	18	21
Femenino	8	8	16	21	12	11
Total grupo	35	37	40	42	30	32
Edad (M/DT)	7.02/0.72	7.08/0.73	7.06/0.69	7.01/0.68	7.03/0.69	6.99/0.69
CI (M/DT)	90.28/5.23	91.24/5.57	93.30 /4.94	92.86/4.71	89.63/6.25	90.25/6.15

Nota. TDAH: Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad; DAM: Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas; GE: Grupo Experimental; GC: Grupo Control; M: Media; DT: Desviación Típica; CI: Cociente Intelectual.

### ***Instrumentos***

DISC-IV (*Diagnostic Interview Schedule for Children Version IV*; Shaffer et al., 2000). Entrevista semiestructurada que tiene como referente los criterios propios del DSM-IV. Dirigida a niños y jóvenes, para identificar posibles trastornos psicopatológicos escolares. Es una de las entrevistas más utilizadas con este fin, puesto que se encuentra ampliamente validada, no sólo en su versión original (Lewczyk, Garland, Hurlburts, Gearity, y Hough, 2003), sino también con muestra española (Canino et al., 2004). La entrevista, tiene en cuenta la consideración de la significación clínica de los síntomas, pero no la emplea como criterio diagnóstico, ya que esto lo hace a partir de la información sobre el malestar o impedimento en diferentes contextos asociados a la presencia o ausencia de los síntomas. DISC-IV es una entrevista con índices de validez aceptables reflejados en un Índice Kappa de Cohen (acuerdo inter-evaluadores) de entre .53 y .88 una alta especificidad (> 0.9) y sensibilidad entre .55 y .83.

WISC-IV (*Wechsler Intelligence Scale for Children-IV*; Wechsler, 2005). Prueba de aplicación individual para evaluar el desarrollo cognitivo de niños de edades comprendidas entre los 6 y 17. Incluye 15 subtests (10 obligatorios y 5 opcionales), cuyos resultados aportan información sobre el funcionamiento Cociente Intelectual Total, así

como, el grado de Comprensión Verbal, Razonamiento Perceptivo, de Memoria de Trabajo y Velocidad de Procesamiento. Se trata de una de las pruebas más utilizadas para la evaluación de las capacidades cognoscitivas, sobre todo, teniendo en cuenta que los estudios de fiabilidad realizados en muestra española para los diferentes índices oscilan entre .75 y .91.

TEMA 3 (*Test de Competencia Matemática Básica*; Ginsburg y Baroody, 2003). Prueba de aplicación individual que evalúa las competencias matemáticas informales y formales. Las primeras, es decir, las competencias informales se estructuran en torno a cuatro subpruebas: *Numeración* (habilidad básica para la representación de cantidades y el cálculo mental), *comparación de cantidades* (habilidad básica para el manejo del orden de los números –crecimiento/decrecimiento-), *cálculo informal* (habilidad básica para la resolución de operaciones de suma y resta) y *conceptos informales* (habilidad básica para agrupar conjuntos –su manipulación implica la conservación de la materia-). Las competencias formales se controlan mediante: *convencionalismos* (capacidad para leer y escribir cantidades), *hechos numéricos* (capacidad para operar -suma, resta y multiplicación-), *cálculo formal* (capacidad para realizar sumas y restas de dificultad creciente) y *concepto formal* (capacidad para identificar el significado numérico desde el punto de vista simbólico e icónico). Además, el instrumento ofrece un coeficiente general, el Índice de Competencia Matemática (ICM) que indica el rendimiento global del alumno en relación a su grupo de edad (M = 100, DT = 15). La prueba se encuentra validada en población española con unos índices de fiabilidad (alfa de conbrach = 0.92) y validez que respaldan su uso como medida de la competencia matemática temprana (Núñez y Lozano, 2007).

### ***Programa de intervención***

Como herramienta de intervención se trabajó con la RDI (*Representación dinámica Integrada en Matemáticas*) desarrollada por Álvarez et al. (2007). Esta estrategia es el elemento nuclear de los procesos heurísticos y resulta de la combinación de representaciones externas e internas. Se estructura en torno a tres componentes (Solaz-Portolés y Sanjosé-López, 2008): comprensión fragmentada, representación fragmentada

e integración del conjunto de representaciones. No se trata de un esquema parte-todo, sino de una secuencia dinámica, fragmentación-representación-integración. El proceso a seguir se basa en la aplicación de cuatro niveles de representación: Representación de los conceptos, representación de las relaciones, representación de los interrogantes, reversibilidad del proceso (generalización a otros contextos)

La RDI sigue la secuencia lógica a la hora de aplicar las competencias propias del nivel educativo en el que se enmarca el programa. Los contenidos se presentan siguiendo dos tipos de representación, la representación combinada (los conceptos van asociados a imágenes/palabras) y la representación simbólica (los enunciados se presentan exclusivamente en texto lineal).

### ***Procedimiento***

La selección de la muestra se llevó a cabo a través de un procedimiento multimodal que incluía entrevistas al profesorado, así como, la administración de test al alumnado por parte de un especialista. Debido a las características diferenciales de cada grupo, se emplearon diferentes métodos para la selección de los participantes.

En primer lugar, se seleccionaron los niveles en los que se pondría a prueba la intervención para, a continuación, solicitar el consentimiento informado activo de las familias. Una vez recibido, se llevó a cabo la evaluación inicial con el DISC-IV y el WISC-IV, lo que permitió excluir al alumnado que presentaba dificultades asociadas y cocientes intelectuales inferiores a 80 o superiores a 130 (pérdida de 14 estudiantes). Posteriormente, se asignaron los grupos a cada condición experimental y se procedió a la evaluación de las competencias básicas con el TEMA-3 (un especialista se encargó tanto de la evaluación como de la aplicación posterior del programa). La intervención se realizó entre los meses de enero y abril de 2013 (45 sesiones, con una duración de 50 minutos cada una). Un profesional entrenado en la metodología de aplicación del programa RDI realizó el entrenamiento en el GE. El GC recibió una metodología de aprendizaje tradicional (guiada por un profesional especializado) basada en clases expositivas y tareas en papel y lápiz. Al finalizar la intervención se aplicó nuevamente el TEMA-3 en todos los grupos, con el fin de comprobar la posible evolución diferencial pretest a posttest.

### **Análisis de los datos**

Se utilizó un diseño cuasiexperimental con grupo control no equivalente. Los estudiantes de ambos grupos fueron evaluados en dos momentos: evaluación pretest antes del inicio del entrenamiento y evaluación posttest después del entrenamiento. Los estudiantes de los grupos experimentales (GE) recibieron la intervención con el programa RDI, mientras que los estudiantes de los grupos control (GC) seguían la metodología de aprendizaje habitual (exposición de contenidos específicos por parte del profesor).

En primer lugar, se analizó si los grupos diferían inicialmente en variables relevantes como la edad, el CI o el género y las puntuaciones pretest en cada variable dependiente. Para ello, se aplicó el estadístico de contraste oportuno de acuerdo con las características de las puntuaciones en cada variable: Chi-cuadrado de Pearson para la variable género, *t* de Student para muestras independientes para las variables edad y CI; y su correspondiente no paramétrica *U* de Mann-Whitney para la puntuación pretest. En segundo lugar, se realizaron análisis de covarianza (ANCOVA Bifactorial 2x3) para analizar el efecto de la intervención (GE-GC), del diagnóstico (TDAH, DAM y TDAH+DAM) y de la interacción entre ambos sobre las variables dependientes en el posttest, controlando la edad, el CI y la puntuación pretest (teniendo en cuenta la importancia y efecto del CI y la edad en la adquisición de competencias matemáticas). Se empleó Bonferroni como test de comparaciones múltiples Post hoc. Para la interpretación de los tamaños del efecto se empleó el criterio establecido en el trabajo clásico de Cohen (1988), en base al cual, un efecto es pequeño cuando  $\eta_p^2 = .01$  ( $d = .20$ ), el efecto es medio cuando  $\eta_p^2 = .059$  ( $d = .50$ ) y el tamaño del efecto es grande si  $\eta_p^2 = .138$  ( $d = .80$ ). Para la realización de estos análisis estadísticos se utilizó SPSS 15.0

## **Resultados**

Inicialmente, no se han hallado diferencias estadísticamente significativas entre GE y GC en las tres condiciones diagnósticas. De forma general, el ICM pretest no presentó diferencias estadísticamente significativas en la condición diagnóstica TDAH ( $U = 580.000$ ;  $p = .44$ ); pero si se apreciaron diferencias estadísticamente significativas en este índice para la condición diagnóstica DAM ( $U = 336.000$ ;  $p = .000$ ), y para la condición diagnóstica TDAH+DAM ( $U = 212.000$ ;  $p = .000$ ).

Como se puede observar en las tablas 2 y 3, se han hallado diferencias estadísticamente significativas entre las medias del GE y del GC tras la intervención en el posttest en todas las variables evaluadas, una vez controlados la edad, el CI y la puntuación en el pretest. El GE obtuvo mejores resultados que el GC, con diferencias estadísticamente significativas en el ICM, en las puntuaciones globales de competencia informal y formal, así como, en las ocho competencias matemáticas específicas evaluadas (numeración, comparación de cantidades, cálculo informal, conceptos informales, convencionalismos, hechos numéricos, cálculo formal y conceptos formales). Además, los tamaños del efecto resultantes fueron elevados, tanto en el caso del ICM .681, como en las puntuaciones globales de competencia informal .851 y formal .705.

No obstante, los resultados encontrados mostraron que no es posible analizar el efecto del tratamiento sin considerar su interacción con el tipo de diagnóstico del alumnado. El efecto de la interacción entre ambas variables independientes fue estadísticamente significativo para todas las variables dependientes analizadas (Tabla 3) con tamaños del efecto bajos y medios, de .161 para el en ICM, y de .430 y .207 para las puntuaciones globales de competencia informal y formal respectivamente.

El tratamiento tuvo un efecto diferencial en función del diagnóstico. Concretamente, son los estudiantes del GE con DAM quienes mejoraron de forma más llamativa tanto en el ICM como en las puntuaciones globales de competencia informal y formal y en las puntuaciones específicas (Tablas 2 y 3).

Tabla 2													
Estadísticos descriptivos en pretest y postest en función del diagnóstico y la condición experimental (N = 216)													
		TDAH				DAM				TDAH + DAM			
		Pretest		Postest		Pretest		Postest		Pretest		Postest	
		M	DT	M	DT	M	DT	M	DT	M	DT	M	DT
<i>ICM</i>	GE	85.51	4.66	102.06	9.29	65.73	8.21	104.83	12.80	71.17	7.07	91.57	6.59
	GC	85.70	7.81	78.19	7.61	75.88	8.74	74.50	9.66	80.03	9.22	77.63	9.21
<i>Competencias Informales</i>	GE	27.29	5.00	31.63	5.62	20.90	4.40	33.80	3.89	22.23	5.19	28.70	5.45
	GC	27.68	4.70	24.73	4.74	23.36	4.02	22.52	5.02	24.78	4.48	24.19	4.58
Numeración	GE	16.80	3.41	18.80	3.51	13.33	3.24	19.80	2.41	13.90	3.46	17.07	3.62
	GC	16.76	3.23	15.65	3.36	14.05	3.00	13.90	3.86	15.25	3.24	15.06	3.24
Comparación de cantidades	GE	4.17	0.86	4.71	0.99	2.90	0.81	5.10	0.81	3.07	0.91	4.20	0.92
	GC	4.19	0.66	3.32	0.75	3.40	0.63	3.24	0.82	3.47	0.88	3.19	0.90
Cálculo informal	GE	4.17	0.82	4.83	1.22	2.83	0.59	5.28	0.72	3.43	0.73	4.33	0.66
	GC	4.22	0.63	3.62	0.72	3.38	0.70	3.12	0.63	3.75	0.67	3.66	0.75
Conceptos informales	GE	2.14	0.36	3.29	0.57	1.85	0.48	3.63	0.54	1.83	0.75	3.10	0.84
	GC	2.51	0.56	2.14	0.54	2.52	0.59	2.26	0.73	2.31	0.86	2.28	0.68
<i>Competencias Formales</i>	GE	9.97	5.26	14.66	7.99	6.73	3.82	16.93	7.39	6.80	3.94	11.87	6.06
	GC	10.62	5.31	9.24	4.54	8.17	4.45	7.83	4.30	8.22	4.07	7.84	4.01
Convencionalismos	GE	5.49	1.31	6.06	1.53	3.58	1.03	6.68	1.05	3.80	1.24	5.33	1.63
	GC	5.16	0.96	4.30	0.94	3.93	0.81	3.67	0.82	4.25	0.92	4.00	0.98
Hechos numéricos	GE	2.00	2.21	3.29	2.91	1.05	1.28	3.63	2.62	1.27	1.46	2.43	2.22
	GC	2.30	2.37	1.89	1.88	1.52	1.82	1.33	1.60	1.56	1.72	1.53	1.70
Cálculo formal	GE	1.17	1.12	2.71	2.44	1.10	1.15	3.63	2.65	1.13	1.17	2.20	1.69
	GC	1.51	1.45	1.54	1.46	1.36	1.56	1.43	1.55	1.28	1.44	1.28	1.30
Conceptos formales	GE	1.31	0.90	2.60	1.40	1.00	0.68	3.00	1.24	0.60	0.56	1.90	0.96
	GC	1.65	0.79	1.51	0.61	1.36	0.66	1.40	0.66	1.13	0.71	1.03	0.69

Nota. TDAH = Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad; DAM = Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas; M = Media; DT= Desviación Típica.  
 N: TDAH → GE 35, GC 37; DAM → GE 40, GC 42; TDAH+DAM → GE 30, GC 32

Tabla 3

Efecto del diagnóstico, el tratamiento y la interacción entre ambos sobre las competencias matemáticas evaluadas en el postest con el TEMA3 (N= 216).											
	Efecto principal del diagnóstico				Efecto principal de la condición experimental				Efecto de la interacción		
	F <sub>2,213</sub>	P-valor	Dirección	η <sup>2</sup>	F <sub>1,214</sub>	P-valor	Dirección	η <sup>2</sup>	F <sub>5,210</sub>	P-valor	η <sup>2</sup>
<i>ICM</i>	16.792	.000	D>T***, D>TD***	.140	442.033	.000	GE>GC***	.681	19.909	.000	.161
<i>Competencias Informales</i>	47.410	.000	D>TD>T***	.314	1182.328	.000	GE>GC***	.851	78.027	.000	.430
Numeración	25.269	.000	D>T***, D>TD***	.196	556.636	.000	GE>GC***	.729	41.407	.000	.286
Comparación de cantidades	19.535	.000	D>T***, D>TD***	.159	363.364	.000	GE>GC***	.637	11.747	.000	.102
Cálculo informal	4.964	.008	D>T*, D>TD*	.046	261.309	.000	GE>GC***	.558	28.009	.000	.213
Conceptos informales	6.208	.002	D>T**	.057	313.407	.000	GE>GC***	.602	7.053	.001	.064
<i>Competencias Formales</i>	30.792	.000	D>T***, D>TD***	.229	494.675	.000	GE>GC***	.705	27.063	.000	.207
Convencionalismos	14.067	.000	D>T***, D>TD***	.120	496.792	.000	GE>GC***	.706	31.543	.000	.234
Hechos numéricos	8.756	.000	D>T**, D>TD***	.078	213.124	.000	GE>GC***	.507	14.179	.000	.120
Cálculo formal	14.182	.000	D>T**, D>TD***	.121	167.856	.000	GE>GC***	.448	11.213	.000	.098
Conceptos formales	17.803	.000	D>T**, D>TD***	.147	285.110	.000	GE>GC***	.579	6.355	.002	.058

Nota. D=DAM; T=TDAH; TD=TDAH+DAM; ICM = Índice de Competencia Matemática; η<sup>2</sup> = Eta cuadrado.  
N: TDAH → GE 35, GC 37; DAM → GE 40, GC 42; TDAH+DAM → GE 30, GC 32  
\* p≤.05; \*\*p≤.01; \*\*\*p≤.001



Con respecto a las covariadas, edad, CI y pretest, han mostrado un efecto dispar sobre las puntuaciones en el postest. El pretest ha resultado ser una buena covariada, con un efecto generalizado y moderado sobre las puntuaciones en el postest para el ICM  $F(1, 207) = 59.110, p = .000, \eta_p^2 = .222$ ; para la puntuación global de competencia informal  $F(1, 207) = 174.624, p = .000, \eta_p^2 = .458$ ; y formal  $F(1, 207) = 116.283, p = .000, \eta_p^2 = .360$ . La edad también influyó de manera general, aunque con un pequeño tamaño del efecto en el ICM  $F(1, 207) = 12.52, p = .001, \eta_p^2 = .055$ ; y en las puntuaciones globales de competencia informal  $F(1, 207) = 19.552, p = .000, \eta_p^2 = .086$ ; y formal  $F(1, 207) = 33.801, p = .000, \eta_p^2 = .140$ . El CI mostró un efecto significativo sólo sobre algunas competencias de baja magnitud como en el caso del ICM  $F(1, 207) = 0.064, p = .801, \eta_p^2 = .000$ ; y de las puntuaciones globales de competencia informal  $F(1, 207) = 9.602, p = .002, \eta_p^2 = .044$ ; y formal  $F(1, 207) = .366, p = .546, \eta_p^2 = .002$ .

Finalmente, el coeficiente de determinación del modelo ( $R^2$  corregida) fue elevado en cada uno de los ANCOVAS realizados, lo que indica que los modelos empleados (las variables independientes y las covariadas incluidas en cada ANCOVA) permitieron explicar un amplio porcentaje de la variabilidad de las puntuaciones obtenidas en cada variable dependiente. El conjunto de variables explicativas permiten explicar un 71% de la varianza del ICM en el postest, así como, entre el 67 y el 89% de la varianza en las puntuaciones específicas informales y entre el 77 y el 86% en las formales.

## **Discusión**

Los objetivos planteados en este trabajo fueron analizar el efecto de la RDI sobre el desempeño en tareas que implican competencias matemáticas básicas, informales y formales, en estudiantes con TDAH, DAM o TDAH+DAM. La hipótesis de partida en este caso fue que los estudiantes de estos tres grupos que recibían el tratamiento y por tanto formaban parte del GE presentarían un mejor rendimiento en las habilidades matemáticas básicas una vez finalizada la intervención. En segundo lugar, el objetivo fue analizar si la intervención mostraba un efecto diferencial en función del diagnóstico. La hipótesis en este caso fue que la intervención con la RDI generaría una mejoría en las competencias para la resolución de problemas, tanto en los alumnos con TDAH como en

los alumnos con DAM, superior a la observada en los grupos de comparación que siguieron la metodología utilizada tradicionalmente en esta área.

En base al primero de los objetivos, tras analizar los resultados de los estudiantes en una prueba de competencia matemática y una vez realizada la intervención, se puede concluir en primer lugar que se cumple la hipótesis planteada y, efectivamente, la herramienta RDI resultó eficaz al mostrar con la intervención una mejoría en los estudiantes del GE (en las tres condiciones diagnósticas) significativamente superior a la observada en los estudiantes del GC. Los tres grupos diagnósticos (TDAH, DAM y TDAH+DAM) que trabajaron con la RDI mostraron resultados asimilables a los obtenidos en el estudio 2 (véase también González-Castro et al., 2014), donde estudiantes sin DAM ni TDAH obtuvieron también cambios similares con la RDI. En el segundo estudio, se evaluó la eficacia de la herramienta RDI para la estimulación temprana de las competencias matemáticas básicas (informales y formales), así como, su aplicación a la resolución de problemas específicos en estudiantes de Educación Primaria (6-8 años). Los resultados mostraron que la estrategia favorecía un mayor desarrollo de la mayoría de las competencias matemáticas analizadas, en comparación con la metodología de trabajo habitual en esta área. En concreto, la intervención mostró un impacto más positivo que la metodología de aprendizaje tradicional en el ICM, las puntuaciones globales de competencia informal y formal y las puntuaciones específicas exceptuando las variables hechos numéricos y cálculo formal. Sin embargo, en el presente trabajo los estudiantes del GE mostraron mejores resultados en todas las variables en comparación con los del GC. Lógicamente, esta discrepancia puede explicarse teniendo en cuenta que los estudiantes sin dificultades no muestran ningún déficit en estas áreas, lo cual, les lleva a adquirir la habilidad independientemente de la metodología trabajada. Sin embargo, los estudiantes con dificultades de aprendizaje precisan de una metodología de enseñanza explícita (Jitendra et al., 2013), dirigida a paliar los déficits observados en los estudiantes con DAM, tanto en la memoria de trabajo y en la velocidad de procesamiento (Fuchs y Fuchs, 2002), como en las dificultades para la identificación de las operaciones encaminadas a la solución final (Montague y Applegate, 1993) y el razonamiento de orden superior (Maccini y Ruhl, 2001). Estas claves, son potenciadas a través de la intervención con la estrategia RDI, que pretende contrarrestar los déficits en la memoria de trabajo (resaltando y subrayando los datos numéricos presentes en el problema y la

relación entre ellos), en la velocidad de procesamiento (estableciendo ayudas visuales a través de imágenes que facilitan la comprensión), las dificultades en la identificación de la operación (resaltando las relaciones entre los datos y utilizando diferentes estructuras de representación en base a dicha relación) y en el razonamiento (estableciendo la reescritura de la pregunta del problema).

Con respecto al segundo objetivo, el análisis diferencial de la interacción del diagnóstico por la condición experimental, mostró que el grupo con DAM obtenía mejores resultados tras la intervención que los otros dos grupos diagnósticos. La explicación podría encontrarse en las conclusiones de Swanson (1999) y Kroesbergen y van Luit (2003) donde se refleja que las técnicas más efectivas en la intervención en alumnos con DAM incluyen la instrucción directa y la enseñanza basada en estrategias, aspectos principales en la RDI en la que el estudiante recibe la guía explícita a lo largo del proceso de resolución y las instrucciones están permanentemente presentes en cada uno de los pasos. Estos resultados, a su vez, tienen relevancia dado el momento evolutivo del alumnado para quienes está dirigida la herramienta estratégica. Tal y como han planteado autores como Gil y Vicent (2009), los primeros años de escolaridad son claves para estimular el desarrollo matemático, ya que es el momento en el que las competencias informales (adquiridas fuera del contexto escolar y en las que los estudiantes con DAM ya presentan dificultades inicialmente tal y como se observó también en el estudio 1; González-Castro et al. 2014), pueden transformarse en conocimientos y destrezas formales que facilitarán la adquisición de las subsiguientes competencias matemáticas. De ahí, la importancia de que la herramienta vaya dirigida a estudiantes que inician la escolaridad.

Una vez analizados los resultados en cada uno de los grupos de variables evaluadas se puede concluir, además, que con respecto a las cuatro variables informales, tras la intervención, se da un patrón establecido, en base al cual, se observan diferencias entre los estudiantes con TDAH y DAM. Teniendo en cuenta que estas habilidades se adquieren fuera del contexto escolar (Ginsburg y Baroody, 2003), se puede concluir que aunque ambos grupos mejoran de forma estadísticamente significativa tras la intervención, es el grupo con DAM quién presenta una evolución más positiva en estos prerrequisitos básicos para la adquisición de nuevas habilidades (Kikas, Peets, Palu, y Afanasjev, 2009; Olkun, Altun, y Deryakulu, 2009). Con respecto al grupo comórbido

TDAH+DAM, este presentó diferencias, en primer lugar, con respecto al TDAH en la puntuación global de competencia informal y, en segundo lugar, con respecto al grupo DAM en todas las puntuaciones globales y específicas con la excepción de la puntuación específica de conceptos informales. Se puede concluir que el grupo comórbido evidencia mayores dificultades (Miranda, Meliá, y Taverner, 2009) derivadas de la asociación de ambos desórdenes que aunque evolucionan positivamente, persisten tras la intervención. Con respecto a las competencias formales, se observaron diferencias significativas en la puntuación global y en las cuatro puntuaciones específicas entre TDAH y DAM y entre DAM y TDAH+DAM. En cualquier caso, la mejora de las competencias informales en los estudiantes con DAM potenció significativamente su evolución en las competencias formales posteriormente, mostrando una evolución positiva y una mejora en estas variables. Sin embargo, el grupo con TDAH que en las habilidades informales no mostraba una evolución diferencial, en las habilidades formales la presencia del trastorno resultó ser un condicionante negativo para la mejora de estas variables. Estas habilidades formales, requieren de un aprendizaje más mecánico y repetitivo, de ahí, las dificultades generadas por la sintomatología del trastorno que no aparecen en aprendizajes de carácter más intuitivo e informal. En definitiva, aunque los tres grupos diagnósticos mejoran significativamente tras la intervención, se puede concluir que la presencia del TDAH es un factor negativo en la evolución y aplicación de estrategias de intervención dirigidas a las DAM.

Conviene destacar también, que este resultado ya fue observado en el estudio 1 (González-Castro et al., 2014) al comparar el rendimiento de estudiantes con TDAH y con TDAH+DAM en los resultados del TEMA3. Estos autores observaron que en las competencias formales no había diferencias estadísticamente significativas entre el grupo con TDAH y el grupo con TDAH+DAM, ni en hechos numéricos ni en cálculo formal. En el citado estudio se concluyó que estas dos variables no eran específicas de las DAM ya que el TDAH presentaba las mismas dificultades. Ocurre lo mismo tras la intervención, puesto que una vez más, destaca que la ejecución de los estudiantes con TDAH en tareas de competencia matemática es muy similar a la observada en quienes presentan el trastorno asociado a DAM (no existiendo diferencias estadísticamente significativas entre ambos grupos). Ello pone nuevamente de manifiesto lo trascendental de realizar un diagnóstico preciso, así como, aplicar pruebas de evaluación adaptativas. En general,

investigaciones como la de Mulas, Roselló, Morant, Hernández y Pitarch (2002) señalaron la relevancia de la comorbilidad del TDAH, puesto que es un determinante esencial tanto en la evolución del trastorno como en su pronóstico futuro.

Finalmente, cabe señalar algunas de las limitaciones presentes en este estudio. Una de ellas estaría relacionada con la evaluación realizada, en la que se ha tenido en cuenta tan solo el resultado o producto de la intervención. Sería por ello interesante, en trabajos futuros, evaluar los procesos que realizan los estudiantes, utilizando para ello, protocolos tales como *Thinking Aloud* o la Triple Tarea (García y González-Pienda, 2012). Otra de las limitaciones es que, si bien el éxito en la resolución de problemas está altamente correlacionado con el rendimiento general en matemáticas (Bryant et al., 2000; Rosenzweig et al., 2011), no se ha evaluado específicamente el rendimiento en esta tarea, sino en las competencias matemáticas necesarias para ejecutar el proceso de resolución y que habían sido entrenadas previamente. En el futuro, sería conveniente utilizar protocolos específicos de evaluación de la resolución de problemas concretos (Krawec et al., 2012).

## Referencias

- Álvarez, L., González-Castro, P., Núñez, J. C., y González-Pienda, J. A. (2007). *Prácticas de Psicología de la educación: evaluación e intervención psicoeducativa*. Madrid: Pirámide.
- American Psychiatric Association (2002). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders. (4th edition, rev.). DSM-IV-TR*. Washigton DC: Author.
- Argibay, J. C. (2009). Muestra en investigación cuantitativa. *Subjetividad y Procesos Cognitivos*, 13(1), 13-29.
- Bryant, D. P., Bryant, B. R., y Hammill, D. D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, 33(2), 168-177. doi:10.1177/002221940003300205
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3-18. doi: 10.1111/j.1469-7610.2005.00374.x
- Canino, G., Shrout, P.E., Rubio-Stipec, M., Bird, H. R., Bravo, M., Ramírez, R., y Martínez-Taobas, A. (2004). The DSM-IV Rates of Child and Adolescent

- Disorders in Puerto Rico. Prevalence, Correlates, Service Use, and the Effects of Impairment. *Archives of General Psychiatry*, 61(1), 85-93. doi: 10.1001/archpsyc.61.1.85.
- Capano, L., Minden, D., Chen, S. X., Schachar, R. J., y Ickowicz, A. (2008). Mathematical Learning Disorder in school-age children with attention-deficit hyperactivity disorder. *Canadian Journal of Psychiatry*, 53(6), 392-399.
- Castellanos, F. X., y Tannock, R. (2002). Neuroscience of attention-deficit/hyperactivity disorder: The search for endophenotypes. *Nature Reviews Neuroscience*, 3(8), 617-628. doi: 10.1038/nrn896
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences (2nd ed.)*. New Jersey: Lawrence Erlbaum
- DuPaul, G. J., Gormley, M., y Laracy, S. D. (2013). Comorbidity of LD and ADHD: Implications of DSM-5 for Assessment and Treatment. *Journal of Learning Disabilities*, 46(1), 43-51. doi: 10.1177/0022219412464351
- Fuchs, L. S., y Fuchs, D. (2002). Mathematical problem-solving profiles of students with mathematics difficulties with and without comorbid reading disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 35(6), 563-573. doi: 10.1177/00222194020350060701
- García, T., y González-Pienda, J. A. (2012). Evaluación del proceso de aprendizaje autorregulado en el área de las matemáticas mediante pizarras digitales. En J. Dulac-Ibergallartu y C. Alconada-Fernández (Eds.), *III Congreso pizarra digital: publicación de comunicaciones* (pp.85-92). Madrid: Ediciones Pizarratic.
- Geary, D. C. (2003). Learning disabilities in arithmetic: Problem-solving differences and cognitive deficits. En H.L. Swanson, K.R., Harris, y S.Graham (Eds.), *Handbook of learning disabilities* (pp. 199-212). New York: Guildford.
- Gil, M. D., y Vicent, C. (2009). Análisis comparativo de la eficacia de un programa lúdico-narrativo para la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil. *Psicothema*, 21(1), 70-75.
- Ginsburg, H. P., y Baroody, A. J. (2003). *The test of early mathematics ability* (3rd ed.). Austin, TX: Pro Ed.
- González-Castro, P., Cueli, M., Cabeza, L., Álvarez-García, D., y Álvarez, L. (2014). Improving basic math skills through integrated dynamic representation strategies. *Psicothema*, 26(3), 378-384.

- González-Castro, P., Rodríguez, C., Cueli, M., Cabeza, L., y Álvarez, L. (2014). Math competence and executive control skills in students with Attention Deficit/Hiperactivity Disorder and Mathematics Learning Disabilities. *Revista de Psicodidáctica*, 19(1), 125-143. doi: 10.1387/RevPsicodidact.7510
- Gray, S. A., Chaban, P., Martinussen, R., Goldberg, R., Gotlieb, H., Kronitz, R.,... y Tannock, R. (2012). Effects of a computerized working memory training program on working memory, attention, and academics in adolescents with severe LD and comorbid ADHD: a randomized controlled trial. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 53(12), 1277-1284. doi: 10.1111/j.1469-7610.2012.02592.x
- Iseman, J. S., y Naglieri, J.A. (2011). A Cognitive Strategy Instruction to Improve Math Calculation for Children With ADHD and LD: A Randomized Controlled Study. *Journal of Learning Disabilities*, 44(2), 184-195. doi: 10.1177/0022219410391190
- Jitendra, A. K., Griffin, C., Deatline-Buchman, A., y Sczesniak, E. (2007). Mathematical word problem-solving in third grade classrooms: Lessons learned from design experiments. *The Journal of Educational Research*, 100(5), 283-302. doi: 10.3200/JOER.100.5.283-302
- Jitendra, A. K., Rodriguez, M., Kanive, R., Huang, J. P., Church, C., Corroy, K. A. Z., y Zaslofsky, A. (2013). Impact of small-group tutoring interventions on the mathematical problema solving and achievement of third-grade students with mathematics difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 36(1), 21-35. doi: 10.1177/0731948712457561
- Kikas, E., Peets, K., Palu, A., y Afanasjev, J. (2009). The role of individual and contextual factors in the development of math skills. *Educational Psychology*, 29(5), 541-560. doi: <http://dx.doi.org/10.1080/01443410903118499>.
- Krawec, J., Huang, J., Montague, M., Kressler, B., y Melia, A. (2012). The effects of cognitive strategy instruction on knowledge of math problema solvng processes of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 36(2), 80-92. DOI: 10.1177/0731948712463368
- Kroesbergen, E. H., y Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs. *Remedial and Special Education*, 24(2), 97-114. doi: 10.1177/07419325030240020501

- Lazakidou, G., y Retalis, S. (2010). Using computer supported collaborative learning strategies for helping students acquire self-regulated problem-solving skills in mathematics. *Computers & Education*, 54(1), 3-13. doi: 10.1016/j.compedu.2009.02.020
- Lewczyk, C. M., Garland, A. F., Hurlburts, M. S., Gearity, J., y Hough, R. L. (2003). Comparing DISC-IV and clinician Diagnoses among youths receiving public mental health services. *Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry*, 42(2), 349-56. doi: <http://dx.doi.org/10.1097/00004583-200303000-00016>
- Maccini, P., y Ruhl, K. L. (2000). Effects of a graduated instructional sequence on the algebraic subtraction of integers by secondary students with learning disabilities. *Education & Treatment of Children*, 23(4), 465-489.
- Mautone, J. A., DuPaul, G. J., y Jitendra, A. K. (2005). The effects of computer-assisted instruction on the mathematics performance and classroom behavior of children with ADHD. *Journal of Attention Disorders*, 9(1), 301-312.
- Mayer, R. E. (1985). Mathematical ability. In R. J. Sternberg (Ed.), *Human abilities: An information processing approach* (pp. 127–150). San Francisco, CA: Freeman
- Miranda, A., Meliá, A., y Taverner, R. M. (2009). Habilidades matemáticas y funcionamiento ejecutivo de niños con trastorno por déficit de atención con hiperactividad y dificultades del aprendizaje de las matemáticas. *Psicothema*, 21 (1), 63-69.
- Montague, M. (2011). Mathematics. En V.G. Spencer y Boon, R.T. (Eds.), *Best practices for the inclusive classroom* (pp. 200-225). Texas: Prufrock Press Inc.
- Montague, M., y Applegate, B. (1993). Mathematical problemsolving characteristics of middle school students with learning disabilities. *Journal of Special Education*, 27(2), 175-201. doi:10.1177/002246699302700203
- Montague, M., Enders, C., y Dietz, S. (2011). Effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 34(4), 262-272. doi: 10.1177/0731948711421762
- Montague, M., y Jitendra, A.K. (2006). *Teaching mathematics to middle school students with learning difficulties*. New York, NW: Guildford.



- Montague, M., Warger, C., y Morgan, T. H. (2000). Solve It! strategy instruction to improve mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research y Practice, 15*(2), 110-116. doi:10.1207/SLDRP1502\_7
- Monuteaux, M. C., Faraone, S. V., Herzig, K., Navsaria, N., y Biederman, J. (2005). ADHD and dyscalculia: evidence for independent familial transmission. *Journal of Learning Disabilities, 38*(1), 86-93.
- Mulas, F., Roselló, B., Morant, A., Hernández, S., y Pitarch, I. (2002). Efectos de los psicoestimulantes en el desempeño cognitivo y conductual de los niños con déficit de atención e hiperactividad subtipo combinado. *Revista de Neurología, 35*(1), 17-24,
- Núñez, M. C., y Lozano, I. (2007). *Test de Competencia Matemática Básica. Adaptación española*. Madrid: TEA.
- Olkun, S., Altun, A., y Deryakulu, D. (2009). Development and evaluation of a case-based digital learning tool about children`s mathematical thinking for elementary school teachers. *European Journal of Teacher Education, 32*(2), 151-165.
- Ota, K. R., y DuPaul, G. J. (2002). Task engagement and mathematics performance in children with attention deficit hyperactivity disorder: Effects of supplemental computer instruction. *School Psychology Quarterly, 17*(3), 242-257.
- Rabiner, D. L., Murray, D. W., Skinner, A. T., y Malone, P. S. (2010). A randomized trial of two promising computer-based interventions for students with attention difficulties. *Journal of Abnormal Child Psychology, 38*(1), 131-142. doi: 10.1007/s10802-009-9353-x.
- Rosenzweig, C., Krawec, J., y Montague, M. (2011). Metacognitive strategy use of eighth-grade students with and without learning disabilities during mathematical problem solving: A think-aloud analysis. *Journal of Learning Disabilities, 44*(6), 508-520. doi:10.1177/0022219410378445
- Sexton, C. C., Gelhorn, H., Bell, J., y Classi, P. (2011). The cooccurrence of reading disorder and ADHD: Epidemiology, treatment, psychosocial impact, and economic burden. *Journal of Learning Disabilities, 45*(6), 472-488. doi: 10.1177/0022219411407772
- Shaffer, D., Fisher, P., Lucas, C. P., Dulcan, M. K., y Schwab-Stone, M. E. (2000). Diagnostic interview schedule for children version IV (NIMH DISC-IV):

- Description, differences from previous versions and reliability of some common diagnoses. *Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry*, 39(1), 28-38. doi: <http://dx.doi.org/10.1097/00004583-200001000-00014>.
- Shalev, R. S. (2004). Developmental dyscalculia. *Journal of Child Neurology*, 19(10), 765-771.
- Solaz-Portolés, J. J., y Sanjosé-López, V. S. (2008). Conocimientos y procesos cognitivos en la resolución de problemas de ciencias: consecuencias para la enseñanza. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 1, 147-162.
- Sternberg, R. (2003). *Cognitive psychology*. Thomson, Wadsworth.
- Swanson, H. L. (1999). Instructional components that predict treatment outcomes for student with learning disabilities: Support for a combined strategy and direct instruction model. *Learning Disabilities Research and Practice*, 14(3), 129-140. doi: 10.1207/sldrp1403\_1
- Van der Oord, S., Prins, P. J. M., Oosterlaan, J., y Emmelkamp, P. M. G. (2008). Efficacy of methylphenidate, psychosocial treatments and their combination in schoolaged children with ADHD: A meta-analysis. *Clinical Psychology Review*, 28(5), 783-800.
- Van Garderen, D., y Montague, M. (2003). Visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research and Practice*, 18(4), 246-254.
- Walker, A., Recker, M., Ye, L., Robertshaw, M. B., Sellers, L., y Leary, H. (2012). Comparing technology-related teacher professional development designs: a multilevel study of teacher and student impacts. *Educational Technology Research and Development*, 60(3), 421-444. doi: 10.1007/s11423-012-9243-8.
- Wechsler, D. (2005). *The Wechsler Intelligence Scale for Children- 4<sup>th</sup> edition*. London: Pearson Assessment.
- Willcutt, E. G., Betjemann, R. S., Pennington, B. F., Olson, R. K., DeFries, J. C., y Wadsworth, S. J. (2007). Longitudinal study of reading disability and attention-deficit/hyperactivity disorder: Implications for education. *Mind, Brain, and Education*, 1(4), 181-192.
- Willcutt, E. G., Pennington, B. F., Olson, R. K., Chhabildas, N., y Hulslander, J. (2005). Neuropsychological analyses of comorbidity between reading disability and

attention deficit hyperactivity disorder: In search of the common deficit.  
*Developmental Neuropsychology*, 27(1), 35-78.

## ***Trabajo complementario***

---

El entorno RDI, es una herramienta de software diseñada como una aplicación web, utilizando html, y php y fundamentalmente tecnología java. Este lenguaje de programación permite crear estructuras de código llamadas applets que se incrustan como pequeñas aplicaciones dentro de una página web, lo que permite el acceso a la herramienta desde cualquier navegador. La arquitectura responde al modelo cliente-servidor, lo que implica que la aplicación está alojada en un servidor web, al que se puede acceder a través de un navegador, y permite trabajar con la herramienta en línea.

A continuación, se describe la herramienta RDI, en función de los pasos que sigue la estrategia para su aplicación, los niveles de trabajo propuestos y las instrucciones de manejo a nivel informático.

### **Pasos de la estrategia**

Las actividades y tareas que se proponen en este programa tienen como objetivo trabajar competencias matemáticas básicas de resolución de problemas para mejorar no solo la comprensión inicial de los enunciados, sino también, su representación posterior para identificar las operaciones encaminadas a la solución final. Esto es muy importante porque, si mejoramos las habilidades de comprensión-representación-razonamiento disminuirían las dificultades en el aprendizaje futuro de las matemáticas.

Resolver problemas es una habilidad compleja que depende no solo de cómo se interpreta el enunciado propuesto, sino también, de cómo se representa y de cómo se integran esas representaciones de cara a la solución final. De ahí, la eficacia de trabajar este tipo de estrategias y, para ello, es preciso aprender a transformar los enunciados en representaciones orientadas a la mejora del razonamiento verbal, numérico y abstracto. Dicha transformación se realiza aplicando el proceso siguiente:

### 1. Partir de enunciados simples asociados a imágenes

En este primer paso, se presentan los *conceptos clave*, asociados a dibujos, y los *datos numéricos* que los acompañan se enmarcan en *cuadrados*. Los verbos se sustituyen por pictogramas (Figura 1).

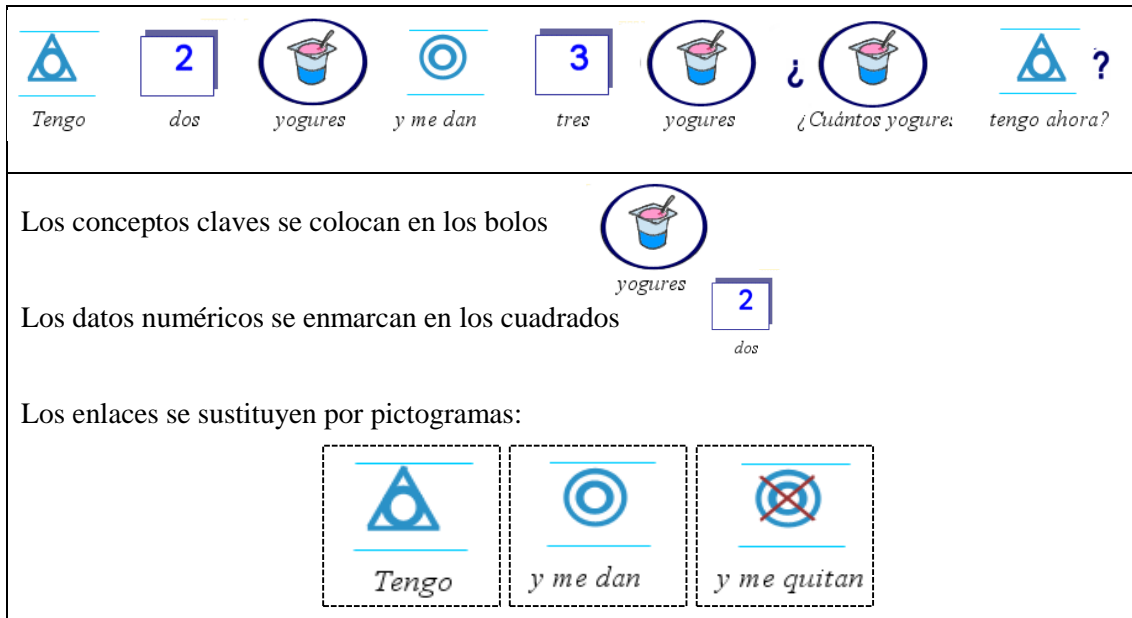


Figura 1. Representación del enunciado teniendo en cuenta que los conceptos claves se presentan asociados a dibujos y los enlaces se sustituyen por pictogramas.

### 2. Comprender los enunciados mediante representaciones externas

Identificados los conceptos clave, estos se representan en una estructura de conjuntos unión-intersección, cuyo número de elementos va concretando los datos numéricos (Figura 2).

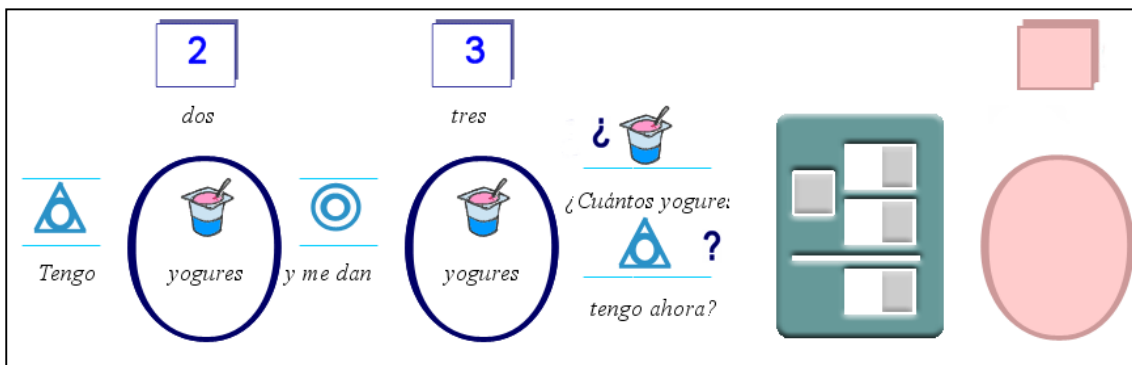
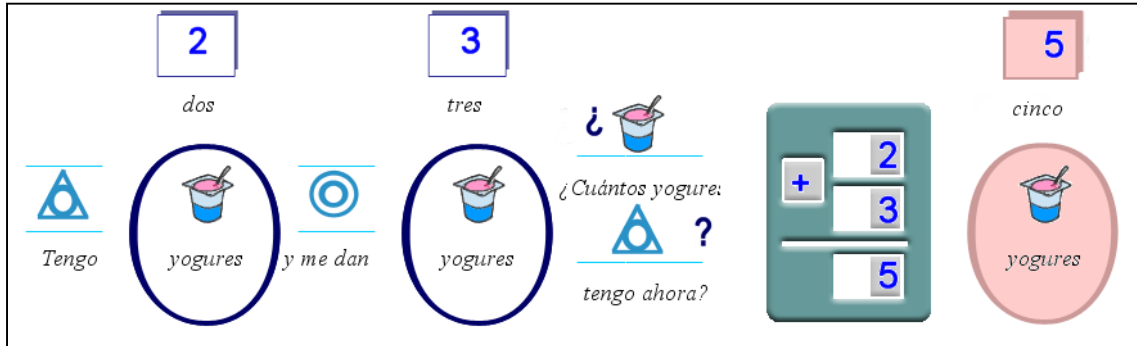


Figura 2. Representación en la estructura de conjuntos unión-intersección.

### 3. Identificar las operaciones orientadas a la solución final

La estructura obtenida de la fragmentación del enunciado del problema permite establecer la operación que permitirá alcanzar la solución final (Figura 3).

Figura 3. Representación de la solución final.



#### 4. Generalización del modelo de problema a otros enunciados

A partir de la representación integrada que lleva a la solución final, y sin tener presente el enunciado de partida, se le pide al alumno que reformule de nuevo el enunciado del problema. Esta estrategia favorece la reversibilidad y, por lo tanto, la generalización de lo aprendido (Figura 4).

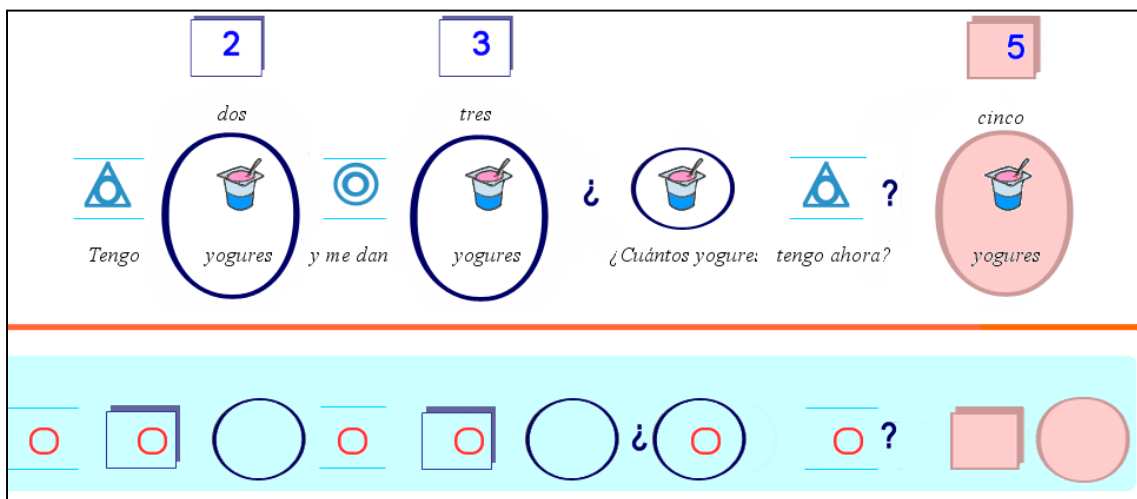


Figura 4. Reversibilidad del proceso

### Niveles de la estrategia

Para Educación Infantil y primer ciclo de primaria, la RDI debe adaptarse aplicando un proceso de internalización en el que se combinan tres formas básicas de presentación de la información: icónica (sólo imagen), combinada (imagen + palabra) y simbólica (solo

palabra), asociadas a tres rangos de edad 3-5 años, 6-7 años y 7-8 años.

### 1. La presentación icónica (sólo imagen)

Se puede utilizar incluso antes de romper a leer y escribir para iniciar la estimulación de la comprensión inicial del enunciado a partir de los 3 años (Figura 5). La forma de trabajar consiste en arrastrar los iconos a su lugar de referencia. Así, se trabajan competencias matemática básicas informales como la *numeración* (el conteo, teniendo en cuenta que el número crece y decrece a medida que aumenta o disminuye el número de objetos), *la comparación de cantidades* (dado que en la representación del enunciado los datos numéricos quedan reflejados en el número concreto de objetos en cada uno de los bolos) y el *cálculo informal* (la resolución del problema sin realizar la operación concreta sino arrastrando los objetos al último de los bolos de solución final).

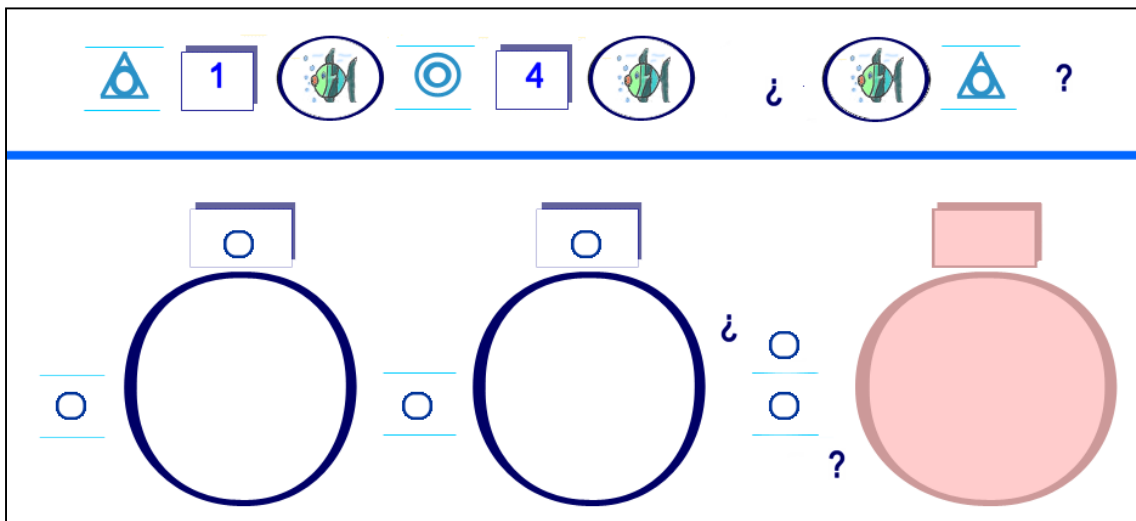


Figura 5. Ejemplo del modelo de presentación icónica.

### 2. La presentación combinada (imagen + palabra)

Se aplica a partir de los 5 años de edad, cuando ya se han iniciado las habilidades de lectoescritura, para estimular no sólo la comprensión del enunciado, sino también la estructuración del problema en dos modelos o esquemas externos diferenciados (suma y resta) (Figura 6). La forma de trabajar consiste en arrastrar cada imagen con su texto correspondiente al lugar específico de la estructura o esquema externo y también a la inversa, para facilitar la reversibilidad del proceso. En este caso, se introducen algunas competencias matemáticas informales y formales como el *concepto informal* (el todo

incluye a las partes y el niño ya no arrastra el número de objetos representado en el dato numérico sino un solo objeto), el *convencionalismo* (codificación y decodificación del número; ahora el número aparece de forma simbólica y escrita), el *hecho numérico* (cálculo mental; en este caso, aún no se introduce la operación sino que la solución aparece al colocar la operación en el lugar correspondiente) y el *cálculo formal* (realización de la operación mecánica).

Figura 6. Ejemplo del modelo de presentación combinada.

El diagrama muestra un modelo de presentación combinada para un problema matemático. En la parte superior, se indica el nivel de dificultad con tres barras de color (una amarilla y dos grises). A continuación, se presentan los elementos del problema: un triángulo azul con el número 9, el texto 'Tengo nueve barcos y me dan cuatro barcos', un barco, el número 4, otro barco, el texto '¿Cuántos barcos tengo ahora?' y un triángulo azul con un signo de interrogación. En la parte inferior, se muestra el espacio de trabajo con líneas de escritura, círculos rojos para los números, un signo de interrogación y un símbolo de resta.

### 3. La presentación simbólica (solo palabra)

Se inicia en torno a los 7 años, cuando los estudiantes ya leen y escriben para estimular la representación del problema y la competencia matemática (Figura 7). La forma de trabajar consiste en componer los textos escribiendo. En este caso, se estimula el *concepto formal* (concepto simbólico de número).



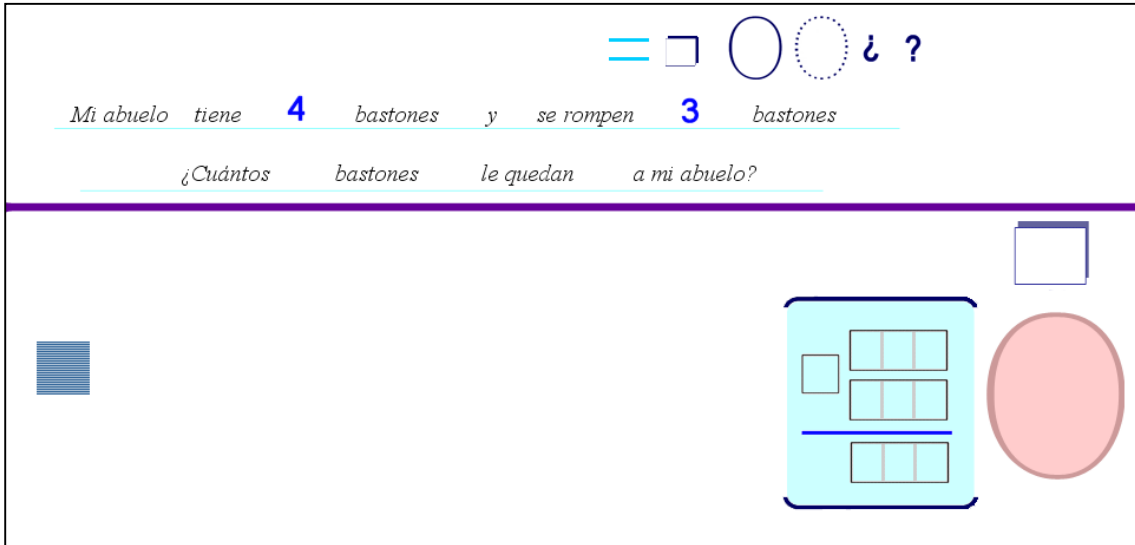


Figura 7. Ejemplo del modelo de presentación simbólica.

## Instrucciones para el manejo informatizado de la RDI

El entorno del programa presenta un menú lateral situado en la parte izquierda de la pantalla desde el que se accede a los diferentes niveles de trabajo estructurados por etapas, así como, a las opciones que proporciona la herramienta como (introducción, instrucciones, e indicaciones del propio desarrollo de la herramienta).

Los niveles pretenden presentar una secuencia de actividades que siguen la lógica del desarrollo de las competencias matemáticas, las cuales, se presentan adaptadas a las habilidades del alumnado por edad y curso. Para realizar un ejercicio se sigue la siguiente secuencia:

### 1. *Seleccionar actividad*

Al seleccionar un nivel (9 niveles organizados en tres etapas: Infantil, primero de primaria y segundo de primaria) se descarga un ejercicio que aparece en la pantalla central junto con un nuevo menú en la parte superior con información orientativa del propio nivel en el que nos encontramos (infantil: 3 años, 4 años, 5 años o bien primaria: 6-7 años, 7-8 años) y también del modelo de presentación en el que se enmarca la actividad (presentación icónica -imágenes-, combinada -imágenes asociadas a palabras- o simbólica -palabras-). En esta nueva pantalla, se muestran 4 botones centrales (instrucciones, nivel, reiniciar y nuevo ejercicio), que realizan las siguientes funciones:



Para ello, pinchamos sobre cada dibujo del enunciado y lo llevamos al lugar correspondiente del esquema externo. En el ejemplo, el verbo “tengo” debe colocarse en las barras iniciales, el dato numérico “4” en el rectángulo y el concepto “pollitos” en los bolos. La pregunta debe colocarse previamente a la operación en el lugar específico resaltado para ello con los interrogantes. Si bien en el nivel icónico y combinado el estudiante arrastrará todos los iconos, en el nivel simbólico ya deberá escribir cada elemento del texto lineal en el lugar correspondiente del esquema de representación, para así, ajustarse al nivel de madurez instrumental de los sujetos.

### 3. Transformar la representación externa en el enunciado

Finalmente, este paso favorece la reversibilidad del proceso (la reversibilidad se utiliza para hacer consciente la aplicación y generalización de la estrategia). Por este motivo, desaparece la pantalla inicial y aparece completo el esquema externo (Figura 8). Al igual que en el paso anterior, pinchando con el ratón sobre los dibujos de la estructura o esquema externo los vamos trasladando al nuevo enunciado para, así, ser capaz de generalizar la estrategia y comprender mejor.

Figura 8. Actividad del nivel 4 en la representación final.

## ***Discusión de resultados***

---

Esta tesis doctoral se ha desarrollado en tres estudios que han planteado tres objetivos principales. En primer lugar, analizar el perfil ejecutivo y las competencias matemáticas básicas de estudiantes con TDAH, DAM, TDAH+DAM y estudiantes sin dificultades. En segundo lugar, diseñar y analizar la eficacia de una herramienta informatizada dirigida a la estimulación temprana de las competencias matemáticas básicas y la resolución de problemas específicos en estudiantes sin dificultades de aprendizaje. En tercer lugar, analizar el efecto de esta herramienta informatizada sobre el desempeño en tareas que implican competencias matemáticas básicas y resolución de problemas en estudiantes con TDAH, DAM o TDAH+ DAM conjuntamente.

La idea principal que se puede extraer de los resultados obtenidos es que los estudiantes con DAM y TDAH+DAM presentan inicialmente un perfil en la competencia matemática claramente inferior al de los estudiantes sin dificultades de aprendizaje. No obstante, la intervención con una herramienta informatizada desarrollada para la mejora de la competencia y resolución de problemas resulta efectiva tanto en estudiantes sin dificultades como en estudiantes con TDAH y, sobre todo, en estudiantes con DAM.

### ***Control ejecutivo y competencia matemática en estudiantes con TDAH y DAM***

En relación al primero de los objetivos, tras el análisis del perfil ejecutivo y la competencia matemática, se obtuvieron los siguientes resultados. Con respecto al perfil ejecutivo, las diferencias fueron significativas para las seis variables de control ejecutivo (omisiones, tiempo de respuesta, comisiones, variabilidad, D prima e IGCE) entre los grupos que presentaban TDAH y los que presentan ausencia de este trastorno. Tal y como cabía esperar, los estudiantes con DAM mostraron una ejecución similar a la del grupo comparativo, dado que inicialmente estos estudiantes no presentan dificultades a nivel atencional ni inhibitorio (Gonsalves y Krawec, 2014). Los estudiantes con TDAH, sí obtuvieron una deficiente ejecución en la prueba y, de ahí, un peor rendimiento en las variables evaluadas relacionado con su perfil de dificultades (González-Castro, Rodríguez, López, Cueli, y Álvarez, 2013; Miranda et al., 2009). Cabe resaltar que no aparecieron diferencias estadísticamente significativas entre la ejecución de los

estudiantes con TDAH y aquellos con TDAH+DAM, de lo que se puede deducir que la ejecución en este tipo de tarea no empeora ante la presencia de comorbilidad con DAM. En definitiva, tal y como han planteado Preston et al. (2009), las dificultades que experimentan los estudiantes con TDAH son debidas a su escasa capacidad para inhibir y cambiar su atención y no a la presencia de dificultades específicas en el aprendizaje y de ahí, que la comorbilidad con las DAM no empeore la sintomatología inatenta o hiperactiva-impulsiva. En todo caso, los resultados apoyan la importancia del uso de tareas de ejecución con una duración prolongada para el diagnóstico diferencial del TDAH, dado que como indican Crespo-Eguílaz, Narbona, Peralta y Reparaz (2006) el perfil sí resulta diferencial en los estudiantes con dificultades de los estudiantes con TDAH.

Con respecto a la competencia matemática, se observaron interesantes diferencias en función de los aspectos evaluados. De forma general, ningún grupo se diferenció en las variables numeración ni cálculo formal. Este aspecto, es compatible con los resultados obtenidos por Núñez y Lozano (2005), quienes observaron que niños con distinta estimulación, realizaban con similar competencia operaciones de conteo o suma mental. Por lo tanto, estas variables, evalúan habilidades procedimentales cuya adquisición a través de un aprendizaje reglado se automatiza independientemente de los déficits o la estimulación previa.

Del análisis de las diferencias entre los grupos evaluados, se observó que los estudiantes con TDAH no presentaban ninguna diferencia con respecto a los estudiantes sin dificultades (aunque el análisis de tendencias reflejó peores resultados en los estudiantes con TDAH). Tampoco se diferenciaron significativamente los estudiantes con DAM de los estudiantes que presentaban la comorbilidad TDAH+DAM. Si bien el grupo comórbido obtuvo peores resultados, la presencia de comorbilidad no derivó en un déficit más significativo en la competencia matemática básica con respecto a los estudiantes que presentaban DAM. En todo caso, algunas variables como el concepto informal resultaron más deficitarias en el TDAH con respecto al grupo comparativo y en el TDAH+DAM con respecto al DAM. Cabe destacar entonces que, esta variable que se relacionaría con la agrupación de conjuntos considerando que la parte es inferior al todo, presenta mayores dificultades en su adquisición en los estudiantes con TDAH (de ahí los resultados más negativos con respecto a los estudiantes sin dificultades y el incremento de tales

dificultades en la comorbilidad con respecto a aquellos que únicamente presentaban DAM). Ello reafirma que la presencia de TDAH complica la adquisición de esta competencia (Jordan, Hanich y Kaplan, 2003; Kauffman y Nuerk, 2008).

Por otro lado, con respecto a los estudiantes con TDAH estos sí se diferenciaron significativamente de los estudiantes con TDAH+DAM en las variables, comparación de cantidades, cálculo informal, convencionalismos y conceptos formales. Estas serían por tanto las cuatro variables que mejor diferencian el TDAH aislado de asociado a DAM. Siguiendo a Kauffman y Nuerk (2008) la comorbilidad empeora el rendimiento en las competencias matemáticas dados los condicionantes del TDAH en las habilidades de procesamiento numérico concretamente en las habilidades de comparar números, contar, o escribir números al dictado. Estos fallos estarían relacionadas con los déficits en la memoria de trabajo y en las funciones ejecutivas y no con dificultades específicas en el aprendizaje de las matemáticas (Gray et al., 2012; Preston et al., 2009). Finalmente, el grupo TDAH y el grupo DAM se diferenciaron también en cuatro variables (comparación de cantidades, cálculo informal, convencionalismos y hechos numéricos) que serían en este caso las que mejor diferencian a estos grupos de estudiantes. Concretamente, la variable comparación de cantidades resulta esencial en el diagnóstico diferencial dado que diferencia significativamente a los estudiantes con TDAH de los estudiantes con DAM y a los estudiantes con TDAH+DAM de quienes presentan TDAH. Además, siguiendo a Aunio, Hautamáki y Van Luit (2005), se trata de una habilidad básica para la adquisición de posteriores competencias matemáticas formales al reconocer la cantidad independiente del tamaño o volumen del concepto.

Teniendo en cuenta los resultados, podemos plantear que, tal y como refleja Orrantía (2005), en el caso del TDAH los déficit principales no estarían causados por dificultades específicas en el área de las matemáticas sino en la automatización y recuperación de información y claramente asociados a la memoria de trabajo, de lo contrario, las dificultades en este grupo se darían ya en el ámbito informal y la comorbilidad TDAH+DAM empeoraría significativamente la ejecución en la competencia matemática con respecto a las DAM. En definitiva, siguiendo a Marzocchi, Cornoldi, Lucangeli, De Meo y Fini (2002) y a Preston et al. (2009), las dificultades en el área de las matemáticas que presenta el TDAH son propias de la sintomatología propia del trastorno y de los déficit en la memoria de trabajo y no, de dificultades específicas del

aprendizaje en las matemáticas (de ahí que no haya un fallo en los prerrequisitos básicos). Así, aunque ambos grupos, DAM y TDAH, presenten dificultades comunes, los motivos son diferentes (el final es el mismo aunque no el proceso). Los estudiantes con DAM presentan dificultades ya en habilidades básicas o previas, mientras que los estudiantes con TDAH presentan dificultades por no ser capaces de planificar, organizar, inhibir y mantener la atención en la tarea, es decir, en habilidades más relacionadas con el control ejecutivo.

### ***Intervención sobre las competencias matemáticas básicas y resolución de problemas en estudiantes sin dificultades de aprendizaje***

Dado el perfil de este grupo de estudiantes en la competencia matemática informal y formal, resultaba especialmente interesante el diseño y desarrollo de una intervención específica dirigida a trabajar estos aspectos. Concretamente, se describió el desarrollo de la *Representación Dinámica Integrada (RDI)* (Álvarez et al., 2007) dirigida a estimular la competencia matemática y la resolución de problemas de estudiantes desde los tres años de edad con y sin dificultades de aprendizaje. Para analizar su eficacia, el segundo estudio comparó la competencia matemática de estudiantes sin dificultades de aprendizaje que trabajaron con la RDI (GE) y estudiantes sin dificultades que siguieron la metodología tradicional (GC). Además, se incorporaron en este segundo estudio tres nuevas medidas además de las ocho competencias matemáticas básicas: el Índice de Competencia Matemática (ICM) y dos puntuaciones globales de competencia informal y formal.

El análisis de los resultados reflejó que ambos grupos (GE y GC), obtenían diferencias estadísticamente significativas en el posttest tanto en ICM como en las puntuaciones globales de competencia informal y formal. Además, la estrategia favoreció un mayor desarrollo de la mayoría de las competencias matemáticas analizadas, en comparación con la metodología de trabajo habitual. Este resultado reforzó la idea inicial de estimulación de la competencia matemática en relación con la resolución de problemas lo que favorecerá su aplicación en las actividades y tareas propuestas. Además, este hecho tiene aún más relevancia si consideramos que el aprendizaje matemático es secuencial, acumulativo y jerárquico, resultando esto especialmente negativo para los estudiantes con dificultades que ya fallan en los prerrequisitos básicos (Ginsburg y Barroody, 2003;

Libertus, Feigenson, y Halberda, 2013; Olkun et al., 2009). De ahí, la importancia de estimular estas habilidades para evitar el fracaso posterior y pone de manifiesto la inoperancia de las metodologías centradas exclusivamente en la mecánica de las operaciones y en el cálculo mental para alcanzar el éxito futuro.

La RDI, al trabajar las habilidades de representación fragmentada y su integración posterior, potencia la comprensión profunda y, como consecuencia de ello, el razonamiento abstracto que orienta la solución final. En ese sentido, siguiendo a Vicente et al. (2008), toda estrategia de resolución de problemas debería tener en cuenta la representación interna, la identificación de las relaciones semánticas y la elaboración de un modelo situado para la resolución y generalización posterior. Todos estos indicadores estratégicos los tiene en cuenta la RDI, al facilitar la representación interna explícita, las relaciones semánticas y la elaboración de un modelo situado (tercer nivel) que lleva a la resolución final y su generalización a través de la reversibilidad del proceso (cuarto nivel). Además, todo ello facilita el aprendizaje autorregulado del estudiante, siguiendo el modelo de Zimmerman (2008), en base al cual los estudiantes autorregulados dirigen su aprendizaje a través de la puesta en práctica de una serie de estrategias, activando y modificando sus procesos cognitivos, metacognitivos y comportamentales, antes, durante y después de que el aprendizaje tenga lugar. La primera fase de la estrategia permite la planificación (a través de la fragmentación del problema), a continuación se facilita la ejecución para, luego, potenciar la evaluación en la fase de integración. Este hecho tiene gran relevancia, sobre todo, teniendo en cuenta que, tal y como plantean Cueli, García y González-Castro (2013), la fase de planificación es la que diferencia de manera estadísticamente significativa a los estudiantes en función de su rendimiento académico, de forma que quienes obtienen mejores resultados hacen mayor hincapié en esta fase autorregulatoria, de ahí, la importancia de trabajarla a fondo.

### ***Intervención sobre las competencias matemáticas básicas y resolución de problemas en estudiantes con TDAH y DAM***

Dados los beneficios aportadas por la intervención tras el entrenamiento con estudiantes sin dificultades, convenía analizar los beneficios aportados por la RDI en el alumnado que presenta DAM y/o TDAH. Este fue el objetivo del tercero de los estudios



en el que se pretendía analizar las ganancias aportadas por la estrategia tras la intervención en estudiantes con DAM y TDAH. Con este objetivo se trabajó con estudiantes con TDAH, DAM y TDAH+DAM clasificados nuevamente en GE y CG. Tras el entrenamiento, el GE obtuvo significativamente mejores resultados que el GC en el ICM, en las puntuaciones globales de competencia informal y formal, así como, en las ocho competencias matemáticas específicas evaluadas (numeración, comparación de cantidades, cálculo informal, conceptos informales, convencionalismos, hechos numéricos, cálculo formal y conceptos formales). No obstante, lo más destacado en este caso era conocer la eficacia del tratamiento en función del diagnóstico del alumnado. En este sentido, el efecto de la interacción entre ambas variables (tratamiento x diagnóstico) fue estadísticamente significativo para todas las variables dependientes analizadas. El tratamiento tuvo un efecto diferencial en función del diagnóstico. Concretamente, fueron los estudiantes del GE con DAM quienes mejoraron de forma más llamativa tanto en el ICM como en las puntuaciones globales de competencia informal y formal y en las puntuaciones específicas. La explicación podría encontrarse en las conclusiones de Swanson (1999) y Kroesbergen y van Luit (2003) que reflejan que las técnicas más efectivas en la intervención en alumnos con DAM incluyen la instrucción directa y la enseñanza basada en estrategias, aspectos principales en la RDI en la que el estudiante recibe la guía explícita a lo largo del proceso de resolución y las instrucciones están permanentemente presentes en cada uno de los pasos.

En definitiva, los estudiantes con dificultades de aprendizaje precisan de una metodología de enseñanza explícita (Jitendra et al., 2013), dirigida a paliar los déficits observados en los estudiantes con DAM, tanto en la memoria de trabajo y en la velocidad de procesamiento (Fuchs y Fuchs, 2002), como en las dificultades para la identificación de las operaciones encaminadas a la solución final (Montague y Applegate, 1993) y el razonamiento de orden superior (Maccini y Ruhl, 2001). Estas claves, son potenciadas a través de la intervención con la estrategia RDI, que pretende contrarrestar los déficits en la memoria de trabajo (resaltando y subrayando los datos numéricos presentes en el problema y la relación entre ellos), en la velocidad de procesamiento (estableciendo ayudas visuales a través de imágenes que facilitan la comprensión), las dificultades en la identificación de la operación (resaltando las relaciones entre los datos y utilizando

diferentes estructuras de representación en base a dicha relación) y en el razonamiento (estableciendo la reescritura de la pregunta del problema).

Por último, conviene destacar algunos aspectos en los que convergen el estudio 1 y el estudio 3. En el primer estudio, se observó que el grupo con TDAH y el grupo con TDAH+DAM no presentaban diferencias estadísticamente significativas, ni en hechos numéricos ni en cálculo formal. Se concluyó entonces que estas dos variables no eran específicas de las DAM ya que el TDAH presentaba las mismas dificultades. Ocurre lo mismo tras la intervención, puesto que una vez más, destaca que la ejecución de los estudiantes con TDAH en tareas de competencia matemática es muy similar a la observada en quienes presentan el trastorno asociado a DAM (no existiendo diferencias estadísticamente significativas entre ambos grupos). Ello pone nuevamente de manifiesto lo trascendental de realizar un diagnóstico preciso, así como, aplicar pruebas de evaluación adaptativas. En general, investigaciones como la de Mulas, Roselló, Morant, Hernández y Pitarch (2002) señalaron la relevancia de la comorbilidad del TDAH, puesto que es un determinante esencial tanto en la evolución del trastorno como en su pronóstico futuro.

### ***Implicaciones finales***

Finalmente, el aprendizaje de las matemáticas, debe ser entendido como un proceso activo en el que el alumno debe asumir el control sobre su propio proceso de aprendizaje y sobre la propia ejecución en las actividades de resolución de problemas (De Corte, Verschaffel, & Op't Eynde, 2000). Por ello, es necesario no solo que el estudiante conozca las estrategias específicas que debe aplicar sino también cuándo y cómo ponerlas en marcha para alcanzar el éxito en la resolución (Teong, 2003). Con el fin de entrenar a los estudiantes en el conocimiento y puesta en marcha de estas estrategias, las investigaciones han apuntado al uso de programas informatizados, los cuales, juegan un rol clave en este tipo de aprendizaje (Li y Ma, 2010). Algunos trabajos han resaltado tres aspectos principales que deben tener en cuenta los programas de intervención en estrategias de resolución de problemas: Los ejemplos de resolución (Bassok y Holyoak, 1989), la realización de esquemas de representación (Jitendra, Griffin, Deatline-Buchman, y Sczesniak, 2007) y el feedback en la resolución (Cameron, Pierce, Banko, y Gear, 2005). Concretamente, el metaanálisis de Gersten et al. (2009) reflejó que la

estrategia más efectiva en el entrenamiento de resolución de problemas era la representación de la estructura del problema. Este aspecto es la clave de la RDI, que se ha basado en la combinación de la representación externa e interna y con ello ha pretendido mejorar la resolución en estudiantes desde los tres años. La aplicación en un grupo de alumnos de entre 7 y 9 años, ha permitido concluir su eficacia en la mejora de las competencias informales y formales de estudiantes con y sin dificultades de aprendizaje, especialmente, en estudiantes con DAM.

## ***Limitaciones y líneas futuras***

---

Finalmente, cabe señalar algunas de las limitaciones presentes en este estudio. Una de ellas estaría relacionada con la evaluación realizada, en la que se ha tenido en cuenta tan solo el resultado o producto de la intervención. El análisis de la competencia matemáticas aporta información muy valiosa que sería necesario contrastar con la mejora en la propia ejecución en la resolución de problemas matemáticos específicos. Aunque el éxito en la resolución de problemas está altamente correlacionado con el rendimiento general en matemáticas (Bryant, Bryant, y Hammill 2000; Rosenzweig et al., 2011), es preciso evaluar específicamente este aspecto por lo que en el futuro, sería conveniente utilizar protocolos específicos de evaluación de la resolución de problemas concretos (Krawec et al., 2012).

En próximos trabajos, convendría analizar la eficacia de la herramienta desde edades más tempranas dado que su desarrollo permite su aplicación desde los 3 años de edad. Sin embargo, en estas edades existen grandes dificultades para llevar a cabo la evaluación de los estudiantes ante la escasez de pruebas de evaluación y la imposibilidad del diagnóstico.

También, resultaría interesante el análisis de la eficacia en función de los niveles previos de los estudiantes dado que algunos trabajos (Cueli, González-Castro, Rodríguez, Núñez y González-García, In press) han mostrado que la efectividad de este tipo de intervenciones podría interaccionar con las condiciones preexistentes en cada estudiante en particular.

### ***Líneas futuras para el desarrollo tecnológico de la herramienta***

A nivel de software, conviene destacar también algunas necesidades en el desarrollo futuro que deben realizarse en dos ámbitos diferenciados, tecnológicos y didácticos.

La herramienta debe evolucionar en relación al momento tecnológico en el que nos encontramos que nos lleva a considerar el diseño de un entorno adaptativo que utilice tecnología basada en HTML5 como una de las líneas de trabajo fundamentales. Esto nos permitirá la creación de una aplicación web que se adapte en cuanto a diseño, disposición

de elementos y contenidos a cualquier dispositivo además de proporcionarnos una estética integrada. Esta característica multiplataforma posibilita el acercamiento a todos los usuarios independientemente del sistema operativo que utilicen, con el único requisito de disponer de un navegador web. Estas decisiones tecnológicas determinarán en parte las posibilidades funcionales de la herramienta y por lo tanto deben adaptarse a los requerimientos didácticos establecidos, ajustándose al tipo de aplicaciones que se desarrollarán también a nivel educativo. La adaptación de la herramienta a las nuevas realidades de aplicaciones multiplataforma con sus requerimientos de usabilidad y accesibilidad, redundará en una mejora de la interfaz que será más rápida, más manejable y fácil de mantener en todo tipo de dispositivos,

El objetivo futuro es por tanto el desarrollo de una aplicación web que bajo la arquitectura de cliente-servidor, permita al usuario acceder de forma fácil y ágil a todos los recursos propuestos por nuestra herramienta. La aplicación estará diseñada con una tecnología multiplataforma y mantendrá la mayor compatibilidad posible con todos los navegadores actuales.

A las ventajas de acceso de una aplicación web ya mencionadas, unimos la posibilidad de incluir en nuestra aplicación las características de funcionalidad de las herramientas sociales de la web, existencia de foros y espacios de participación, compartición de contenidos etc. El aumento de la funcionalidad de la herramienta, permitirá guardar información de las sesiones de trabajo, e incorporar herramientas de análisis de la actividad realizada así como un panel seguimiento de las actividades y aciertos por nivel, en un entorno visual. Para ello, la aplicación debe presentar una única interfaz, con dos modalidades de acceso: *libre o en abierto* y *con registro previo*. La primera modalidad libre o en abierto y para usuarios anónimos, dará acceso a todos los modelos de intervención diseñados en nuestra aplicación, pero con una variedad limitada de ejercicios propuestos en cada uno de ellos. Una segunda modalidad, con registro previo, para usuarios que accederían al banco completo de ejercicios existente pero además incorporando multitud de funciones avanzadas para el profesor y el alumno (inscribir alumnos, crear grupos, asignar ejercicios a grupos, realizar seguimiento de las actividades y dificultades,...)

Finalmente, dada la importante presencia de los dispositivos móviles en la actualidad y en la realidad de nuestros alumnos y alumnas, es necesaria la incorporación

de estos dispositivos en la puesta en práctica de esta herramienta, esto nos permitirá aprovechar la sencillez que supone el uso de pantallas táctiles. Aunque la propuesta general establece el desarrollo de una aplicación web multiplataforma y siguiendo el diseño adaptativo, lo que nos asegura compatibilidad con todo tipo de dispositivos y sistemas operativos, debe valorarse la posibilidad de desarrollar aplicaciones nativas o incluso apps híbridas, que posibilitarán una adecuación del entorno de trabajo, manteniendo los modelos de intervención y la metodología de la aplicación web, pero simplificando la iconografía y limitando algunas de las opciones disponibles en la aplicación web.



## *Conclusiones*

---

- Los estudiantes que presentan TDAH (grupos de TDAH y TDAH+DAM) se diferencian significativamente de los dos grupos sin TDAH en el control ejecutivo medido a través de un aprueba de ejecución continua. Además, los estudiantes con DAM presentan también una ejecución similar a la de los estudiantes sin dificultades.
- Las competencias matemáticas de numeración y cálculo informal no diferencian a ninguno de los grupos (TDAH, DAM ni TDAH+DAM). Los estudiantes con TDAH y los estudiantes sin dificultades no se diferencian en ninguna de las ocho competencias matemáticas evaluadas. Lo mismo ocurre entre los estudiantes con DAM y TDAH+DAM.
- Las competencias de comparación de cantidades, cálculo informal, convencionalismos y conceptos formales son las que mejor diferencian a los estudiantes con TDAH de los estudiantes con TDAH+DAM presentando peores resultados el grupo comórbido. Además, las competencias de comparación de cantidades, cálculo informal, convencionalismos y hechos numéricos son las que mejor diferencian el TDAH de las DAM.
- Los estudiantes con DAM presentan dificultades ya en habilidades básicas o previas, mientras que los estudiantes con TDAH presentan dificultades por no ser capaces de planificar, organizar, inhibir y mantener la atención en la tarea, es decir, en habilidades más relacionadas con el control ejecutivo.
- Después de la intervención con la Representación Dinámica Integrada (RDI), los estudiantes muestran una mejora en el índice de competencia matemática (ICM), en las puntuaciones globales de competencia informal y formal y en cada una de las ocho competencias matemáticas específicas evaluadas. Por lo tanto, la estrategia RDI produce un mayor desarrollo de la mayoría de las competencias matemáticas analizadas, en comparación con la metodología de trabajo habitual.
- La RDI, al trabajar las habilidades de representación fragmentada y su integración posterior, se potencia la comprensión profunda y, como consecuencia de ello, el razonamiento abstracto que orienta la solución final. En el caso de estudiantes con



DAM, TDAH y TDAH+DAM, los tres grupos diagnósticos mejoran significativamente tras la intervención, siendo el grupo que evoluciona más positivamente el de estudiantes con DAM que es además quién más lo precisa.

- Los estudiantes con dificultades de aprendizaje precisan de una metodología de enseñanza explícita, dirigida a paliar los déficits observados en los estudiantes con DAM, tanto en la memoria de trabajo y en la velocidad de procesamiento, como en las dificultades para la identificación de las operaciones encaminadas a la solución final y el razonamiento de orden superior.
- Los estudiantes con DAM y TDAH+DAM presentan inicialmente un perfil en la competencia matemática claramente inferior al de los estudiantes sin dificultades de aprendizaje. No obstante, la intervención con una herramienta informatizada desarrollada para la mejora de la competencia y resolución de problemas resulta efectiva tanto en estudiantes sin dificultades como en estudiantes con TDAH y, sobre todo, en estudiantes con DAM.

## Referencias bibliográficas

---

- Aguilar, M., Navarro, J. I., y Alcalde, C. (2007). El uso de esquemas figurativos para ayudar a resolver problemas aritméticos. *Cultura y Educación*, 15(4), 385-397. doi: 10.1174/113564003322712956
- Álvarez, L., González-Castro, P., Núñez, J. C., y González-Pienda, J. A. (2007). *Prácticas de Psicología de la educación: evaluación e intervención psicoeducativa*. Madrid: Pirámide.
- Aunio, P., Hautamáki, J., Van Luit, J. H. E. (2005). Mathematical thinking intervention programmes for preschool children with normal and low number sense. *European Journal of Special Needs Education*, 20(2), 131-146.
- Bassok, M. y Holyoak, K.J. (1989). Interdomain transfer between isomorphic topics in algebra and physics. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 15, 153-166.
- Bryant, D. P., Bryant, B. R., y Hammill, D. D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, 33(2), 168-177. doi:10.1177/002221940003300205
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3-18. doi: 10.1111/j.1469-7610.2005.00374.x
- Cameron, J., Pierce, W.D., Banko, K.M., & Gear, A. (2005). Achievement-based rewards and intrinsic motivation: A test cognitive mediators. *Journal of Educational Psychology*, 97(4), 641-655. doi: 10.1037/0022-0663.97.4.641
- Capano, L., Minden, D., Chen, S. X., Schachar, R. J., y Ickowicz, A. (2008). Mathematical Learning Disorder in school-age children with attention-deficit hyperactivity disorder. *Canadian Journal of Psychiatry*, 53(6), 392-399.
- Castellanos, F. X., y Tannock, R. (2002). Neuroscience of attention-deficit/hyperactivity disorder: The search for endophenotypes. *Nature Reviews Neuroscience*, 3(8), 617-628. doi: 10.1038/nrn896
- Choi, A., y Calero, J. (2010). Determinantes del riesgo de fracaso escolar en España en Pisa-2009 y propuestas de reforma. *Revista de Educación*, 362, 562-539, doi: 10.4438/1988-592X-RE-2013-362-242

- Crespo-Eguílaz, R., Narbona, J., Peralta, F., y Reparaz, R. (2006). Medida de atención sostenida y del control de la impulsividad en niños: Nueva modalidad de aplicación del Test de Percepción de Diferencias “Caras”. *Infancia y Aprendizaje*, 29(2), 219-232. doi: <http://dx.doi.org/10.1174/021037006776789926>
- Cueli, M., García, T., y González-Castro, P. (2013). Self-regulation and academic achievement in mathematics. *Aula abierta*, 41(1), 39-48.
- Cueli, M., González-Castro, P., Rodríguez, C., Núñez, J. C., y González-Pienda, J. A. (En prensa). Intervención sobre las variables afectivo-motivacionales relacionadas con el aprendizaje en matemáticas. *Educación XXI*
- De Corte, E., Verschaffel, L., y Op’t Eynde, P. (2000). Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics learning. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of Self-Regulation* (p. 687-726). San Diego: Academic Press,
- DuPaul, G. J., Gormley, M., y Laracy, S. D. (2013). Comorbidity of LD and ADHD: Implications of DSM-5 for Assessment and Treatment. *Journal of Learning Disabilities*, 46(1), 43-51. doi: 10.1177/0022219412464351
- Fuchs, L. S., y Fuchs, D. (2002). Mathematical problem-solving profiles of students with mathematics difficulties with and without comorbid reading disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 35(6), 563-573. doi: 10.1177/00222194020350060701
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M.,... y Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29-43. doi: <http://dx.doi.org/10.1037/0022-0663.98.1.29>.
- García, T., y González-Pienda, J. A. (2012). Evaluación del proceso de aprendizaje autorregulado en el área de las matemáticas mediante pizarras digitales. En J. Dulac-Ibergallartu y C. Alconada-Fernández (Eds.), *III Congreso pizarra digital: publicación de comunicaciones* (pp.85-92). Madrid: Ediciones Pizarratic.
- Geary, D. C. (2003). Learning disabilities in arithmetic: Problem-solving differences and cognitive déficits. En H.L. Swanson, K.R., Harris, y S.Graham (Eds.), *Handbook of learning disabilities* (pp. 199-212). New York: Guildford.
- Gersten, R., Chard, D., Jayanthi, M., Baker, S., Morphy, P., y Flojo, J. (2009). A meta-analysis of mathematics instructional interventions for students with learning disabilities: Technical Report. Los Alamitos, CA: Instructional Research Group.

- Gil, M. D., y Vicent, C. (2009). Análisis comparativo de la eficacia de un programa lúdico-narrativo para la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil. *Psicothema*, 21(1), 70-75.
- Ginsburg, H. P., y Baroody, A. J. (2003). *The test of early mathematics ability* (3rd ed.). Austin, TX: Pro Ed.
- Gonsalves, N., Krawec, J. (2014). Using Number Lines to Solve Math Word Problems: A Strategy for Students with Learning Disabilities. *Learning Disabilities Research and Practice*, 29(4), 160-170. doi: 10.1111/ldrp.12042
- González-Castro, P., Cueli, M., Cabeza, L., Álvarez-García, D., y Álvarez, L. (2014). Improving basic math skills through integrated dynamic representation strategies. *Psicothema*, 26(3), 378-384.
- González-Castro, P., Rodríguez, C., Cueli, M., Cabeza, L., y Álvarez, L. (2014). Math competence and executive control skills in students with Attention Deficit/Hiperactivity Disorder and Mathematics Learning Disabilities. *Revista de Psicodidáctica*, 19(1), 125-143. doi: 10.1387/RevPsicodidact.7510
- Gray, S.A., Chaban, P., Martinussen, R., Goldberg, R., Gotlieb, H., Kronitz, R.,... y Tannock, R. (2012). Effects of a computerized working memory training program on working memory, attention, and academics in adolescents with severe LD and comorbid ADHD: a randomized controlled trial. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 53(12), 1277-1284. doi: 10.1111/j.1469-7610.2012.02592.x
- Hirvonen, R., Tolvanen, A., Aunola, K., y Nurmi, J. E. (2012). The developmental dynamics of task-avoidant behavior and math performance in kindergarten and elementary school. *Learning and Individual Differences*, 22(6), 715-723. doi: 10.1016/j.lindif.2012.05.014
- Iseman, J. S., y Naglieri, J.A. (2011). A Cognitive Strategy Instruction to Improve Math Calculation for Children With ADHD and LD: A Randomized Controlled Study. *Journal of Learning Disabilities*, 44(2), 184-195. doi: 10.1177/0022219410391190
- Jacobse, A. E., y Harskamp, E. G. (2009). Student-controlled metacognitive training for solving word problems in primary school mathematics. *Educational Research y Evaluation*, 15(5), 447-463. doi: 10.1080/13803610903444519
- Jitendra, A. K., Griffin, C., Deatline-Buchman, A., & Sczesniak, E. (2007). Mathematical

- word problem solving in third grade classrooms. *Journal of Educational Research*, 100(5), 283-302.
- Jitendra, A. K., Rodriguez, M., Kanive, R., Huang, J. P., Church, C., Corroy, K. A. Z., y Zaslofsky, A. (2013). Impact of small-group tutoring interventions on the mathematical problema solving and achievement of third-grade students with mathematics difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 36(1), 21-35. doi: 10.1177/0731948712457561
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., y Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85(2), 103-119. doi:10.1016/S0022-0965(03)00032-8
- Kauffman, L., y Nuerk, H. C. (2008). Basic number processing deficits in ADHD: A broad examination of elementary and complex umber processing skills in 9 to 12-year-old children with ADHD-C. *Developmental Science*, 11(5), 692-699. doi: 10.1111/j.1467-7687.2008.00718.x
- Krawec, J., Huang, J., Montague, M., Kressler, B., y Melia, A. (2012). The effects of cognitive strategy instruction on knowledge of math problema solvng processes of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 36(2), 80-92. doi: 10.1177/0731948712463368
- Kroesbergen, E. H., y Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs. *Remedial and Special Education*, 24(2), 97-114. doi: 10.1177/07419325030240020501
- Lazakidou, G., y Retalis, S. (2010). Using computer supported collaborative learning strategies for helping students acquire self-regulated problem-solving skills in mathematics. *Computers & Education*, 54(1), 3-13. doi: 10.1016/j.compedu.2009.02.020
- Li, Q., Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning. *Educational Psychology Review*, 22(3), 215-243. doi: 10.1007/s10648-010-9125-8
- Libertus, M.E., Feigenson, L., Halberda, J. (2013). Numerical approximation abilities correlate with and predict informal but not formal mathematics abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, 116(4), 829-838. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jecp.2013.08.003>

- Maccini, P., y Ruhl, K. L. (2001). Effects of a graduated instructional sequence on the algebraic subtraction of integers by secondary students with learning disabilities. *Education & Treatment of Children*, 23(4), 465-489.
- Marzocchi, G.M., Cornoldi, C., Lucangeli, D., De Meo, T., y Fini, F. (2002). The disturbing effects of irrelevant information on arithmetic problem solving in inattentive children. *Developmental Neuropsychology*, 21(1), 73- 92. doi: 10.1207/S15326942DN2101\_4
- Mautone, J. A., DuPaul, G. J., y Jitendra, A. K. (2005). The effects of computer-assisted instruction on the mathematics performance and classroom behavior of children with ADHD. *Journal of Attention Disorders*, 9(1), 301-312.
- Miranda, A., Meliá, A., y Taverner, R.M. (2009). Habilidades matemáticas y funcionamiento ejecutivo de niños con trastorno por déficit de atención con hiperactividad y dificultades del aprendizaje de las matemáticas. *Psicothema*, 21 (1), 63-69.
- Monuteaux, M. C., Faraone, S. V., Herzig, K., Navsaria, N., y Biederman, J. (2005). ADHD and dyscalculia: evidence for independent familial transmission. *Journal of Learning Disabilities*, 38(1), 86-93.
- Montague, M. (2011). Mathematics. En V.G. Spencer y Boon, R.T. (Eds.), *Best practices for the inclusive classroom* (pp. 200-225). Texas: Prufrock Press Inc.
- Montague, M., y Applegate, B. (1993). Mathematical problemsolving characteristics of middle school students with learning disabilities. *Journal of Special Education*, 27(2), 175-201. doi:10.1177/002246699302700203
- Montague, M., Enders, C., y Dietz, S. (2011). Effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 34(4), 262-272. doi: 10.1177/0731948711421762
- Montague, M., y Jitendra, A.K. (2006). *Teaching mathematics to middle school students with learning difficulties*. New York, NW: Guildford.
- Mulas, F., Roselló, B., Morant, A., Hernández, S., y Pitarch, I. (2002). Efectos de los psicoestimulantes en el desempeño cognitivo y conductual de los niños con déficit de atención e hiperactividad subtipo combinado. *Revista de Neurología*, 35(1), 17-24,
- National Mathematics Advisory Panel (2008). *Foundations for success: The final report*

of the National Mathematics Advisory Panel. Washington, DC: U.S. Department of Education.

- Nicoleta, S. (2011). How can technology improve math learning process. *Teachers for the Knowledge Society, 11*, 170-174. doi:10.1016/j.sbspro.2011.01.055
- Núñez del Río, M. C. & Lozano Guerra, I. (2003). Evaluación del pensamiento matemático temprano en alumnos con déficit intelectual, mediante la prueba TEMA-2. *Revista Española de Pedagogía, 226*, 547-564.
- Olkun, S., Altun, A., y Deryakulu, D. (2009). Development and evaluation of a case-based digital learning tool about children`s mathematical thinking for elementary school teachers. *European Journal of Teacher Education, 32*(2), 151-165.
- Orrantía, J. (2005). Diferencias individuales en aritmética cognitiva. Influencia de los procesos de recuperación de hechos numéricos. *Cognitiva, 17*(1), 71-84.
- Orrantía, J., Múñez, D., Fernández, M., y Matilla, L. (2012). Resolución de problemas aritméticos: conocimiento conceptual y nivel de competencia en matemáticas. *Aula Abierta, 40*(3), 23-32.
- Panaoura, A. (2012). Improving problem solving ability in mathematics by using a mathematical model: A computerized approach. *Computers in Human Behavior, 28*(6), 2291-2297. doi: 10.1016/j.chb.2012.06.036
- Presentación, M. J., Siegenthaler, R., Pinto, V., Mercader, J., Miranda, A. (2014). Competencias matemáticas y funcionamiento ejecutivo en preescolar: evaluación clínica y ecológica. *Revista de Psicodidáctica, 20*(1), 65-82. doi: 10.1387/RevPsicodidact.11086
- Preston, A. S., Heaton, S. C., McCann, S. J., Watson, W. D., y Selke, G. (2009). The role of multidimensional attentional abilities in academic skills of children with ADHD. *Journal of Learning Disabilities, 42*(3), 240-249. doi: 10.1177/0022219408331042
- Purpura, D. J., Reid, E., Eiland, M. D., Baroody, A. J. (2015). Using a brief preschool early numeracy skills screener to identify young children with mathematics difficulties. *School Psychology Review, 44*(1), 41-59.
- Rabiner, D. L., Murray, D. W., Skinner, A. T., y Malone, P. S. (2010). A randomized trial of two promising computer-based interventions for students with attention difficulties. *Journal of Abnormal Child Psychology, 38*(1), 131-142. doi:

- 10.1007/s10802-009-9353-x.
- Rosenzweig, C., Krawec, J., y Montague, M. (2011). Metacognitive strategy use of eighth-grade students with and without learning disabilities during mathematical problem solving: A think-aloud analysis. *Journal of Learning Disabilities*, 44(6), 508-520. doi:10.1177/0022219410378445
- Seethaler, P. M., y Fuchs, L. S. (2006). The cognitive correlates of computational estimation skill among third-grade students. *Learning Disabilities Research y Practice*, 21(4), 233-243. doi: 10.1111/j.1540-5826.2006.00220.x
- Sexton, C. C., Gelhorn, H., Bell, J., y Classi, P. (2011). The co-occurrence of reading disorder and ADHD: Epidemiology, treatment, psychosocial impact, and economic burden. *Journal of Learning Disabilities*, 45(6), 472-488. doi: 10.1177/0022219411407772
- Shalev, R. S. (2004). Developmental dyscalculia. *Journal of Child Neurology*, 19(10), 765-771.
- Sheri, K., y Krawec, K. (2014). Error analysis of mathematical word problem solving across students with and without learning disabilities. *Learnind Disabilities Research and Practice*, 29(2), 74-83.
- Swanson, H. L. (1999). Instructional components that predict treatment outcomes for student with learning disabilities: Support for a combined strategy and direct instruction model. *Learning Disabilities Research and Practice*, 14(3), 129-140. doi: 10.1207/sldrp1403\_1
- Teong, S. K. (2003). The effect of metacognitive training on mathematical word problem solving. *Journal of Computer Assisted Learning*, 19(1), 46-55.
- Timoneda, C., Pérez, F., Mayoral, S., y Serra, M. (2013). Diagnosis of reading and writing difficulties and of dyslexia based on the PASS Theory of Intelligence and using the DN-CAS battery: cognitive origin of dyslexia. *Aula Abierta*, 41(1), 5-16
- Van Garderen, D., y Montague, M. (2003). Visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research and Practice*, 18(4), 246-254.
- Vicente, S., Orrantia, J., y Verschaffel, L. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 31(4), 463-483.



- Walker, A., Recker, M., Ye, L., Robertshaw, M. B., Sellers, L., y Leary, H. (2012). Comparing technology-related teacher professional development designs: a multilevel study of teacher and student impacts. *Educational Technology Research and Development*, 60(3), 421-444. doi: 10.1007/s11423-012-9243-8.
- Willcutt, E. G., Pennington, B. F., Olson, R. K., Chhabildas, N., y Hulslander, J. (2005). Neuropsychological analyses of comorbidity between reading disability and attention deficit hyperactivity disorder: In search of the common deficit. *Developmental Neuropsychology*, 27(1), 35-78.
- Zimmerman, B. J. (2008). Investigating self-regulation and motivation: Historical, background, methodological developments, and future prospects. *American Educational Research Journal*, 45(1), 166-183. doi: 10.3102/0002831207312909