

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <http://www.researchgate.net/publication/237745317>

MEJORA DE LA FIABILIDAD EN EL DIMENSIONAMIENTO A FATIGA UTILIZANDO ANÁLISIS MODAL

ARTICLE · JANUARY 2006

DOWNLOADS

25

VIEWS

51

4 AUTHORS, INCLUDING:



[Manuel López Aenlle](#)

University of Oviedo

69 PUBLICATIONS **147** CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



[Alfonso Fernández-Canteli](#)

University of Oviedo

143 PUBLICATIONS **513** CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

MEJORA DE LA FIABILIDAD EN EL DIMENSIONAMIENTO A FATIGA UTILIZANDO ANÁLISIS MODAL

M. López Aenlle¹, R. Brincker², A. Fernández Canteli¹, L.M. Villa García¹

¹ Dpto de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Universidad de Oviedo.
Campus de Viesques, s/n, 33203-Gijón, España.
e-mail: aenlle@uniovi.es
Tfno: 985182057. Fax: 985182055

² Department of Building Technology and Structural Engineering
Aalborg University, Sohngaardsholmsvej, 57, 9000, Denmark.

RESUMEN

La caracterización a fatiga del material y las historias de tensiones que se producen en los puntos más solicitados del elemento mecánico o estructural, son las principales fuentes de incertidumbre en el dimensionamiento a fatiga de estructuras y componentes mecánicos. En este trabajo se presenta una metodología que permite abordar el dimensionamiento a fatiga utilizando análisis modal. A partir de las aceleraciones registradas en puntos discretos de la estructura y de los parámetros modales obtenidos mediante identificación modal, es posible estimar las historias de tensiones presentes en cada punto de la estructura. Finalmente, el cálculo a fatiga se realiza mediante la curva S-N del material y las tensiones estimadas mediante análisis modal, con aplicación de un modelo de acumulación de daño.

ABSTRACT

The main sources of uncertainty in fatigue design of structures and mechanical components are the fatigue material characterization and the real stress time histories present in the most stressed points of a structure or mechanical element. In this work, an approach allowing us to proceed to fatigue design using modal analysis is presented. The stress histories at whichever location in the structure are estimated from the recorded accelerations and the modal parameters obtained through modal identification. Finally, the fatigue design is carried out using S-N curves and the stresses estimated by modal analysis when applying a fatigue damage accumulation model.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Fatiga e Interacción con el Medio Ambiente.

PALABRAS CLAVE: Fatiga, Análisis modal

1. INTRODUCCIÓN

En el dimensionamiento a fatiga existen dos fuentes principales de incertidumbre: la caracterización del material a fatiga debido a la dispersión de los resultados experimentales y a la dificultad para extrapolar esta información para tensiones de amplitud variable, y la determinación de las tensiones reales que se aparecen en cada punto de la estructura (historia de tensiones) como consecuencia de las cargas que actúan, gran parte de las cuales son de amplitud variable y de naturaleza aleatoria.

La fiabilidad en la caracterización de los materiales a fatiga se puede mejorar considerablemente optimizando la estrategia que se sigue en los ensayos y analizando los resultados mediante modelos estadísticos adecuados [1].

En lo que se refiere a las historias tensionales, el nivel de incertidumbre es considerablemente alto. Por un lado, las propiedades de rigidez, masa y amortiguamiento de la estructura sólo se pueden estimar

de forma aproximada. Por otro lado, en el cálculo se suelen utilizar modelos de cargas simplificados, que no reflejan con suficiente precisión las características de las cargas que realmente actúan sobre la estructura (amplitud variable, naturaleza aleatoria, contenido en frecuencia, secuencia, etc.).

El análisis modal es una herramienta utilizada en ingeniería mecánica y en ingeniería estructural para la caracterización dinámica, monitorización, etc. de las estructuras, etc. En medianas y grandes estructuras se utiliza principalmente el análisis modal con excitación natural, conocido también como análisis modal operacional [2]. En este caso, la vibración de la estructura está producida por las acciones ambientales u operacionales a las que ésta está normalmente sometida, tales como viento, oleaje del mar, tráfico, irregularidades de la carretera, etc.

Dos aplicaciones potenciales del análisis modal son la determinación de la historia de tensiones en cualquier punto de la estructura y también la estimación de la carga que actúa sobre la estructura.

Las historias de tensiones se pueden estimar a partir de los parámetros modales de la estructura (frecuencias naturales, modos de vibración y amortiguamiento), determinados mediante análisis modal y de los desplazamientos de puntos discretos de la estructura [2] [3].

Alternativamente, se puede utilizar el análisis modal como herramienta para estimar la carga que actúa sobre la estructura para, a continuación, calcular las tensiones mediante un programa de análisis de estructuras [2].

Conocida la historia de tensiones en cada punto y utilizando un modelo de fatiga, se puede evaluar el daño acumulado en cualquier punto de la estructura. Adicionalmente, la evaluación del daño a partir de tensiones reales permitirá corregir las predicciones realizadas en la etapa de proyecto, determinar si una estructura que ha completado la vida estimada en proyecto, puede continuar en servicio y también proporcionar información valiosa para proyectos futuros y para ser incluida en códigos o normas.

El análisis modal también nos proporciona una estimación global del grado de daño presente en la estructura, a través de los cambios que se producen en las frecuencias naturales y, en menor grado, en los índices de amortiguamiento,

2. CARACTERIZACIÓN DE LOS MATERIALES A FATIGA

El cálculo o dimensionamiento de estructuras a fatiga requiere conocer el comportamiento a fatiga de los materiales de los que ésta se compone. El campo S-N o campo de Wöhler es uno de los modelos más utilizados para la caracterización de los materiales a fatiga.

En el campo S-N, se definen dos variables aleatorias relacionadas entre sí: la vida a fatiga N y el rango de tensiones $\Delta\sigma$. El problema consiste, pues, en encontrar un modelo de regresión no-lineal que permita definir el campo S-N de fatiga, y evaluar los parámetros del modelo.

Este análisis, no es sencillo debido al limitado número de resultados experimentales del que se dispone generalmente, distribuidos además en diversos niveles de tensión. Castillo et al., han desarrollado un modelo estadístico [4] para el análisis de resultados de fatiga, derivado de una ecuación funcional y tiene en cuenta aspectos físicos y estadísticos (consistencia, estabilidad y compatibilidad). De acuerdo con este modelo (figura 1), el campo S-N para un elemento sometido a carga de amplitud constante viene definido como:

$$(\log N - B)(\log \Delta\sigma - C) = D \left[[-\log(1 - P)]^{1/A} - E \right] \quad (1)$$

donde N es la vida a fatiga medida en ciclos, $\Delta\sigma$ es el rango de tensión, P es la probabilidad de fallo; y A, B,

C, D y E son los parámetros a estimar, con el siguiente significado:

- A= Parámetro de forma de la distribución de Weibull.
- B= Valor umbral o número de ciclos límite.
- C= Límite de endurencia.
- D= Parámetro de escala.
- E= Parámetro que fija la posición de la curva límite, o de probabilidad nula.

Algunos elementos estructurales, además de las tensiones de amplitud variable debidas a las cargas de

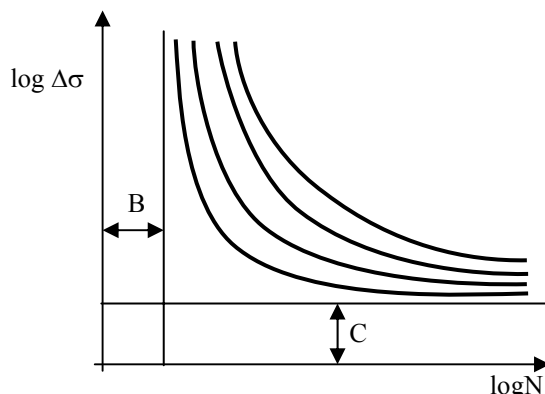


Fig. 1. Campo S-N en fatiga con las curvas de isoprobabilidad.

amplitud variable, están también sometidos a tensiones estáticas importantes. Por tanto, será necesario tener en cuenta el efecto de la tensión media en la resistencia a fatiga.

Las tensiones medias de tracción reducen la resistencia a fatiga, por lo que su efecto debe ser considerado en el análisis. Diversos autores han propuesto fórmulas empíricas, que permiten modificar el límite endurencia σ_{a-end}^0 , obtenido para una tensión media $\sigma_m = 0$. Las fórmulas más conocidas son las de Goodman:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{a-end}^0} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \quad (2)$$

y la de Gerber:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{a-end}^0} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 = 1 \quad (3)$$

donde σ_a es el límite de endurencia modificado y σ_u es la tensión de rotura a tracción.

Por otro lado, las tensiones medias de compresión aumentan la resistencia a fatiga, pero este efecto no suele considerarse en el análisis.

3. ANÁLISIS MODAL NATURAL

El análisis modal se emplea en ingeniería mecánica y en ingeniería estructural para determinar las características

dinámicas (rigidez y flexibilidad) de las estructuras, estimar la vida de estructuras sometidas a cargas dinámicas, monitorizar estructuras, etc.

En pequeñas estructuras y en elementos y equipos mecánicos se utiliza el análisis modal clásico. El método consiste en aplicar a la estructura una fuerza controlada, utilizando excitadores electrodinámicos o hidráulicos, mesas vibrantes, martillos de impacto, etc.

En estructuras de grandes dimensiones, el análisis modal clásico es prácticamente inviable. Una alternativa al análisis modal clásico es el análisis modal con excitación natural, conocido también como análisis modal operacional. Con este método se utilizan como excitación, las acciones ambientales u operacionales a las que está normalmente sometida la estructura (viento, oleaje del mar, tráfico, irregularidades de la carretera, etc.). Por tanto, en la etapa de ensayo sólo se miden las respuestas de la estructura, que son las que se utilizarán posteriormente en la etapa de identificación [2].

En los ensayos modales operacionales las cargas deben ser del tipo de entrada múltiple, es decir, la carga debe de actuar en tantos puntos de la estructura como sea posible. Además, la precisión de las medidas obtenidas debe ser considerablemente alta.

Las principales ventajas del análisis modal operacional consisten en que el coste de los ensayos es mucho menor y que las respuestas que se obtienen son representativas de las cargas reales a las que está sometida la estructura. Sin embargo, el principal inconveniente del método es que la incertidumbre en la fase de identificación modal aumenta, debido a que no es posible registrar la carga que provoca el movimiento de la estructura.

Otro de los inconvenientes que presenta el análisis modal natural u operacional es que los modos de vibración no pueden normalizarse a la masa, debido a que no se registra la carga. No obstante, en los últimos años se han publicado diversos métodos que permiten determinar los factores de escala modificando el comportamiento dinámico de la estructura, es decir, modificando la rigidez o la masa de la estructura [5][6].

4. IDENTIFICACIÓN MODAL

Las técnicas más utilizadas para la identificación modal en análisis modal operacional son la descomposición en el dominio de la frecuencia y los métodos de identificación de subespacios estocásticos.

La matriz de densidad espectral de la respuesta, $[G_{yy}(\omega)]$ se puede descomponer en coordenadas modales mediante:

$$[G_{yy}(\omega)] = [\Phi][G_{qq}(\omega)][\Phi]^T, \quad (4)$$

donde $[G_{qq}(\omega)]$ es la matriz espectral de las coordenadas modales y $[\Phi]$ la matriz que contiene los modos de vibración.

El método de descomposición en el dominio de la frecuencia [7] se basa en descomponer la matriz $[G_{yy}(\omega)]$ en valores singulares para cada una de las frecuencias del espectro, es decir:

$$[G_{yy}(\omega)] = [U][S][V]^T \quad (5)$$

donde $[U]$ y $[V]$ son los vectores singulares, que son vectores unitarios, y $[S]$ es una matriz diagonal que contiene los valores singulares.

Identificando las ecuaciones (4) y (5) se deduce que los vectores singulares son estimadores de los modos de vibración y los valores singulares son estimadores de la matriz espectral de las coordenadas modales $[G_{qq}(\omega)]$, a partir de las cuales se pueden determinar las frecuencias naturales y el amortiguamiento.

Los métodos de identificación de subespacios estocásticos ajustan modelos paramétricos a las respuestas registradas en el dominio del tiempo. El modelo dinámico en ecuaciones de espacio de estado se puede expresar mediante:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= [A]x_t + w_t \\ y_t &= [C]x_t + v_t \end{aligned} \quad (6)$$

donde x_t es el vector de estado en el instante t , $[A]$ es la matriz del sistema, y_t es el vector de las respuestas en el instante t y $[C]$ es la matriz de observabilidad. La respuesta se genera a partir de dos procesos estocásticos w_t y v_t , que representan el proceso de entrada y el ruido en las respuestas, respectivamente.

Los parámetros modales se obtienen descomponiendo la matriz de observabilidad $[C]$ en valores singulares y extrayendo un subespacio que mantiene los modos de vibración del modelo.

5. CÁLCULO DE TENSIONES MEDIANTE ANÁLISIS MODAL.

La metodología para la estimación de las tensiones a partir de los desplazamientos [3], se puede dividir en seis pasos:

1. El procedimiento comienza registrando las aceleraciones \ddot{y}_{exp} en puntos discretos de la estructura. El número de puntos de medida, la duración de los registros y la posición de los sensores dependen de la geometría de la estructura a estudiar.

En el caso de pequeñas estructuras se puede utilizar tanto análisis modal natural como el análisis modal clásico. No obstante, en caso de utilizar este último, será necesario registrar también la fuerza controlada aplicada a la estructura.

2. A continuación se procede a determinar los parámetros modales de la estructura (frecuencias naturales f_{exp} , modos de vibración ϕ_{exp} , e índices de amortiguamiento ζ_{exp}) mediante alguno de los métodos de identificación modal indicados en el apartado anterior.

3. A partir de los modos experimentales ϕ_{exp} y de los desplazamientos y_{exp} (obtenidos por integración de las aceleraciones), se determinan las coordenadas modales mediante la ecuación:

$$y_{exp} = [\phi]_{exp} \cdot q_{exp} \tag{7}$$

En caso de que el número de grados de libertad registrados sea igual al número de modos de vibración considerados, las coordenadas modales se pueden obtener mediante:

$$q_{exp} = [\phi]_{exp}^{-1} \cdot y_{exp} \tag{8}$$

En caso contrario, la ecuación (7) se resuelve por regresión lineal.

4. El siguiente paso consiste en calibrar un modelo de elementos finitos (mef) de tal manera que se minimice el error entre los modos de vibración numéricos y los experimentales, es decir:

$$\phi_{mef} = [A] \cdot \phi_{exp} \tag{9}$$

donde $[A]$ es una matriz de observabilidad que contiene ceros y unos.

5. Los desplazamientos para todos los puntos del modelo de elementos finitos se pueden calcular ahora mediante:

$$y_{mef} = [\phi]_{mef} \cdot q_{exp} \tag{10}$$

6. Finalmente, las tensiones y las deformaciones en cualquier punto de la estructura se pueden determinar aplicando, al modelo de elementos finitos previamente calibrado, el campo de desplazamientos obtenido en el paso 5.

Una vez que el modelo de elementos finitos ha sido calibrado, la estimación de las tensiones se puede realizar también en tiempo real.

El proceso se muestra de forma esquemática en la figura 2.

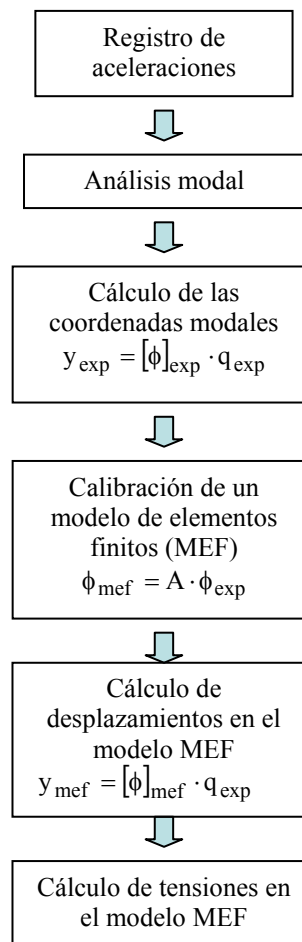


Fig 2. Estimación de tensiones mediante análisis modal.

6. EVALUACIÓN DEL DAÑO A FATIGA

Una vez que se conoce el campo de tensiones en la estructura, ya se pueden seleccionar los puntos en los que se van a realizar los cálculos a fatiga.

Sin embargo, muchas estructuras están sometidas a cargas dinámicas y a cargas estáticas cuya amplitud varía con el tiempo, por lo que la historia de tensiones en cada punto de la estructura será de amplitud variable. Como consecuencia, el campo S-N no es suficiente para realizar los cálculos a fatiga, por lo que se suele aplicar un modelo de acumulación de daño para el dimensionamiento a fatiga [1].

La regla de Palmgren-Miner, más conocida como regla de Miner, ha sido ampliamente utilizada para el dimensionamiento a fatiga bajo cargas de amplitud variable en materiales metálicos y en hormigón.

El concepto de daño acumulado propuesto por Miner, mantiene que el daño es proporcional a la fracción de vida para los diferentes niveles de tensión. Si realizamos n_i ciclos en el nivel de tensión $\Delta\sigma_i$ constante, el daño acumulado será, según el criterio de Miner:

$$M = \frac{n_i}{N_i}, \tag{11}$$

donde M es el índice daño que recibe el nombre de número de Miner.

Si el ensayo de fatiga se realiza a varios niveles de tensión, la regla de Miner establece que el daño es proporcional, es decir

$$M = \sum_i^p \frac{n_i}{N_i} \tag{12}$$

donde p es el número de niveles de tensión ensayados. El fallo se producirá cuando la suma de estos incrementos de daño, a los diferentes niveles de tensión, alcance la unidad.

La regla de Miner no tiene ninguna base experimental o estadística, es decir, se trata de una medida abstracta del grado de daño en el material, ya que no responde a la medida de una magnitud física representativa del daño presente en el material [1] [8].

Se ha constatado que la regla de Miner no siempre proporciona resultados conservadores, por lo que habitualmente se utilizan coeficientes de seguridad muy altos. No obstante, la regla de Miner aparece como método de cálculo a fatiga bajo cargas de amplitud variable en la mayor parte de las normas del mundo. La popularidad que mantiene todavía en la actualidad se debe principalmente a su sencillez.

La utilización de modelos probabilísticos para el ajuste del campo S-N, obligada por la gran dispersión que se obtiene en los resultados de los ensayos de fatiga, indica que el número de Miner también debe interpretarse estadísticamente (figura 3).

Por otro lado, el modelo de Castillo et al., además de permitir una modelización estadística del campo S-N, presenta la ventaja de que permite establecer los fundamentos para un modelo de acumulación de daño basado en el mantenimiento de la probabilidad de rotura [1]. Conocido el número de ciclos correspondientes a un determinado nivel $\Delta\sigma_i$, y teniendo en cuenta que el

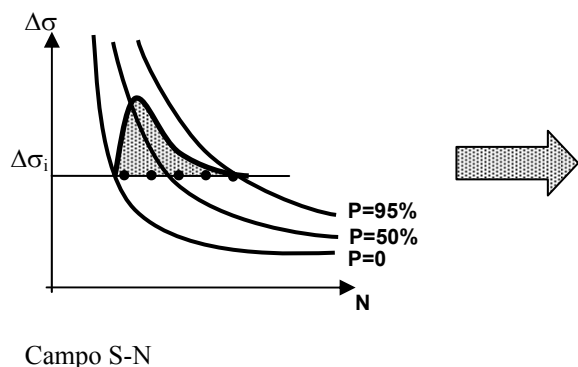


Fig. 3 Interpretación estadística de la regla de Miner

modelo relaciona todos los niveles de tensión del campo S-N, se puede realizar la conversión desde un nivel $\Delta\sigma_i$ a otro $\Delta\sigma_j$ (figura 3), aplicando la igualdad:

$$(\log N_i - B) (\log \Delta\sigma_i - C) = (\log N_j - B) (\log \Delta\sigma_j - C) \tag{13}$$

Dado que la ecuación (13) se deduce a partir del campo S-N, en el que el eje de abscisas se representa el número de ciclos transcurridos hasta la rotura, la ecuación (13) se puede interpretar como la equivalencia entre el número de ciclos N_i y el N_j que sería necesario aplicar a dos niveles de tensión $\Delta\sigma_i$ y $\Delta\sigma_j$, respectivamente, para obtener la misma probabilidad de rotura (figura 4). Es decir, el número de ciclos transcurrido en cada uno de los niveles de tensión se pueden convertir a un determinado nivel de referencia, para a continuación proceder al cálculo a fatiga como si de fatiga de amplitud constante se tratara.

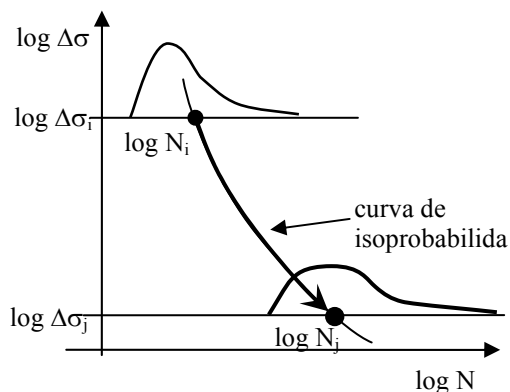


Fig. 4 Conversión isoprobabilista entre los niveles $\Delta\sigma_i$ y $\Delta\sigma_j$ aplicando el modelo de Castillo et al.

Por otro lado, la mayor parte de los modelos de acumulación de daño son válidos únicamente para tensiones de amplitud variable de banda estrecha (monofrecuenciales). En el caso de historias de tensiones de banda ancha se han desarrollado métodos que permiten obtener un espectro de tensiones de banda estrecha equivalente a la historia original de banda ancha, es decir, que produce el mismo daño a fatiga.

A este proceso de conversión de una historia de tensiones de banda ancha en un espectro de banda

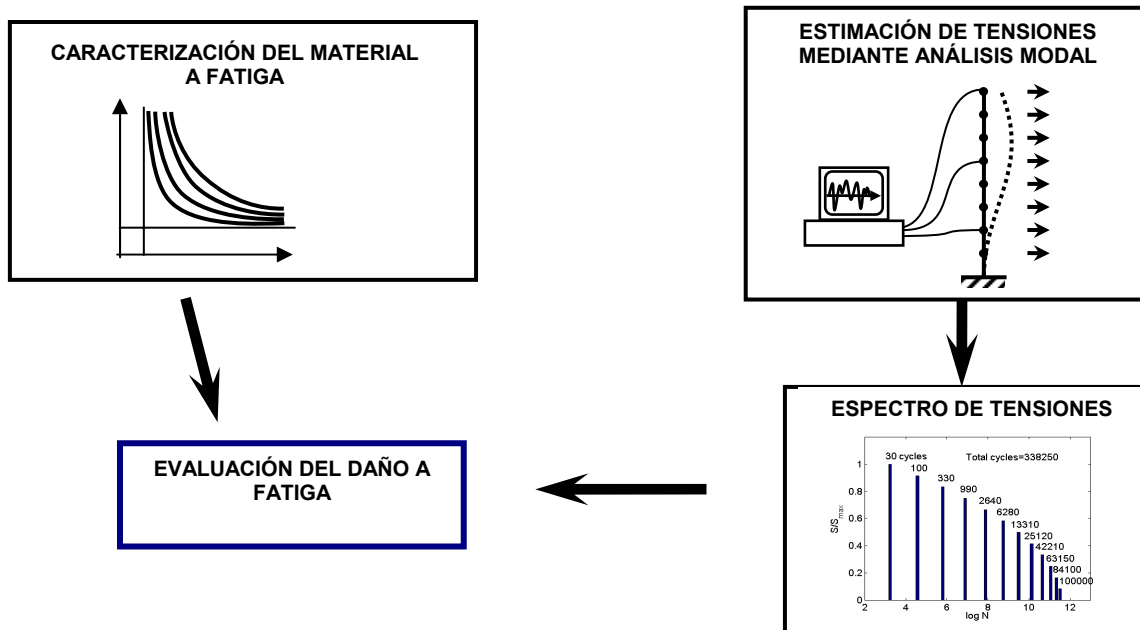


Fig. 5 Metodología de evaluación del daño a fatiga utilizando análisis modal.

estrecha equivalente, se le conoce como conteo de ciclos. Los métodos más conocidos de conteo de ciclos son el método de la "pagoda" (Rainflow) y el método del depósito, también conocido como método de la "alberca".

La metodología propuesta para el cálculo a fatiga se muestra esquemáticamente en la figura 5.

6. CONCLUSIONES

Se ha presentado una metodología que permite mejorar la fiabilidad en el cálculo a fatiga. Para ello, las tensiones en cada punto de la estructura se determinan combinando un modelo de elementos finitos con análisis modal.

Una vez calibrado el modelo de elementos finitos, la metodología se puede aplicar en tiempo real.

La metodología puede ser muy útil para estimar la vida a fatiga remanente de estructuras en servicio.

7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación económica recibida de la CICYT a través del proyecto de investigación BIA2005-07802-C02-02 y del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte a través del programa nacional de ayudas para la movilidad de profesores de universidad e investigadores españoles y extranjeros.

8. REFERENCIAS

[1] M. López Aenlle, "Caracterización a fatiga de materiales compuestos bajo carga aleatoria y carga por bloques". Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo, 2000.

[2] R. Brincker, C. Ventura and P. Andersen: *Why Output-Only Modal Testing is a Desirable Tool for a Wide Range of Practical Applications*. In Proc. Of the International Modal Analysis Conference (IMAC) XXI, paper 265, February, 2003

[3] H. P. Hjelm, R. Brincker, J. Graugaard-Jensen, K. Munch. *Determination of Stress Histories in Structures by Natural Input Modal Analysis*. In Proc. Of the International Modal Analysis Conference (IMAC) XXI, Orlando (USA), February (2005), session 27, paper 4.

[4] E. Castillo, A. Fernández Canteli, V. Esslinger, B.Thürlimann. *Statistical Model for Fatigue Analysis of Wires, Strands and Cables*. IABSE Proceedings P-82/85, 1985.

[5] R. Brincker and P. Andersen. *A Way of Getting Scaled Mode Shapes in Output Only Modal Analysis*. In Proc. Of the International Modal Analysis Conference (IMAC) XXI, paper 141, February 2003.

[6] M. López Aenlle, R. Brincker, A. Fernández Canteli. *Some Methods to Determine Scaled Mode Shapes in Natural Input Modal Analysis*. In Proc. Of the International Modal Analysis Conference (IMAC) XXIII, paper, February 2005.

[7] Brincker, R., Zhang, L. and Andersen, P., *Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition*, Smart Materials and Structures 10 (2001) pp. 441–445, 2001

[8] Fernández Canteli A., *Statistical Interpretation of the Miner-number Using an Index of Probability of Total Damage*, IABSE Colloquium, Lausanne, (1982).