



Universidad de Oviedo

**Departamento de Ingeniería Eléctrica,
Electrónica, de Computadores y Sistemas**

**Programa de Doctorado:
Control de Procesos, Electrónica Industrial e Ingeniería Eléctrica**

**PLANIFICACIÓN ESTÁTICA DE LA
RED ELÉCTRICA DE TRANSPORTE
MEDIANTE ALGORITMOS GENÉTICOS**

TESIS DOCTORAL

José Antonio Sánchez Rodríguez

2013



RESUMEN DEL CONTENIDO DE TESIS DOCTORAL

1.- Título de la Tesis	
Español/Otro Idioma: Planificación Estática de la Red Eléctrica de Transporte Mediante Algoritmos Genéticos	Inglés: Static Transmission Network Expansion Planning Using Genetic Algorithms
2.- Autor	
Nombre: José Antonio Sánchez Rodríguez	
Programa de Doctorado: Control de Procesos, Electrónica Industrial e Ingeniería Eléctrica	
Órgano responsable: Centro Internacional de Postgrado	

RESUMEN (en español)

En este trabajo se desarrolla un algoritmo genético para resolver el problema de la planificación estática de la expansión de la red eléctrica de transporte a largo plazo. Se trata de un algoritmo metaheurístico basado en los mecanismos naturales de la evolución, capaz de obtener soluciones de buena calidad en problemas de optimización combinatoria de gran tamaño.

Para realizar el ejercicio de planificación se toma como punto de partida un escenario futuro de generación y demanda, que ha sido determinado previamente.

El problema de la planificación de la red consiste, esencialmente, en determinar las inversiones que es necesario realizar en un horizonte temporal determinado, de forma que se satisfaga el crecimiento previsto de la demanda con el mínimo coste. La función objetivo puede incluir tanto los costes de inversión como los costes asociados a las pérdidas de potencia activa.

La solución óptima del problema matemático planteado es muy difícil de obtener ya que se requiere la resolución de un problema de programación no lineal entera mixta. El carácter no convexo del problema hace que exista un conjunto de mínimos locales, por lo que la utilización de métodos clásicos de programación matemática difícilmente da como resultado el óptimo global.

En esta tesis se utiliza para representar la red el modelo DC, que no tiene en cuenta los valores de la tensión ni las potencias reactivas. Este modelo se considera el más adecuado para la planificación a largo plazo. Se realiza una planificación estática, es decir, solo se consideran los instantes inicial y final en el horizonte de planificación, sin tener en cuenta estados intermedios.

La eficiencia del algoritmo genético desarrollado se ha probado en redes de distinto tamaño. Aunque no se puede asegurar la obtención de la solución óptima global, el algoritmo permite obtener una solución de buena calidad en un tiempo de ejecución razonable. Solo se requiere la resolución de problemas de programación lineal.



RESUMEN (en Inglés)

In this thesis, a genetic algorithm is developed to solve the long-term static transmission network expansion planning problem. This is a metaheuristic algorithm based on natural mechanisms of evolution, able to get good quality solutions of large size combinatorial optimization problems.

The expansion planning procedure is carried out taking a future scenario of generation and demand, which has been previously determined, as the starting point.

The problem of network planning consists essentially in determining the investments that are needed in a given time horizon so as to satisfy the expected growth in demand with minimum cost. The objective function may include both investment costs and the costs associated with active power losses.

The optimal solution of the mathematical problem is very difficult to obtain because it requires the solution of a mixed integer nonlinear programming problem. As the problem is non-convex, there is a set of local minima, so that the use of classical methods of mathematical programming hardly results in the global optimum.

DC model is used to represent the power flow equations, ignoring bus voltage values and reactive power. DC model is considered the most suitable for long-term planning. Static or one-stage planning is performed, that is, a single year is considered on the planning horizon and the planner is only interested in the initial and final stages of the network.

The efficiency of the genetic algorithm has been tested on different sized networks. Although obtaining the global optimum is not guaranteed, the algorithm can obtain a good quality solution in a reasonable runtime. It only requires solving linear programming problems.

**SR. DIRECTOR DEL DEPARTAMENTO DE Ingeniería Eléctrica, Electrónica, de Computadores y Sistemas /
SR. PRESIDENTE DE LA COMISIÓN ACADÉMICA DEL PROGRAMA DE DOCTORADO EN Control de Procesos,
Electrónica Industrial e Ingeniería Eléctrica**



Universidad de Oviedo

**Departamento de Ingeniería Eléctrica,
Electrónica, de Computadores y Sistemas**

**Programa de Doctorado:
Control de Procesos, Electrónica Industrial e Ingeniería Eléctrica**

**PLANIFICACIÓN ESTÁTICA DE LA
RED ELÉCTRICA DE TRANSPORTE
MEDIANTE ALGORITMOS GENÉTICOS**

TESIS DOCTORAL

Autor: José Antonio Sánchez Rodríguez

Directores: Javier Gómez-Aleixandre Fernández

José Coto Aladro

Gijón, octubre de 2013

A mis padres

Segunda regla de Orgel: La evolución es más lista que tú

Francis Crick (biólogo molecular británico, 1916-2004)¹

¹ Citado por Daniel C. Dennett en *Elbow Room* (MIT Press, 1984) p. 24.

Agradecimientos

La descripción del proceso que lleva a la finalización de un trabajo de este tipo requeriría la elaboración de una tesis específica y, a decir verdad, de momento con una he tenido suficiente.

Agradezco la ayuda prestada, los comentarios y sugerencias realizados y la paciencia infinita de mis directores de tesis, Javier Gómez-Aleixandre Fernández, Catedrático del área de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Oviedo y José Coto Aladro, Profesor Titular del Área de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Oviedo.

Me gustaría agradecer también la información suministrada por Rafael de Dios Alija, de la empresa Red Eléctrica de España, sobre la planificación del transporte en el sistema eléctrico español.

Dado que este es un trabajo realizado durante varios años, han sido necesarias otras ayudas además de las puramente académicas. Por ello, quiero agradecer la ayuda de todo tipo prestada por mis padres y hermanos. Finalmente, le dedico un especial agradecimiento a Marian.

Resumen

En este trabajo se desarrolla un algoritmo genético para resolver el problema de la planificación estática de la expansión de la red eléctrica de transporte a largo plazo. Se trata de un algoritmo metaheurístico basado en los mecanismos naturales de la evolución, capaz de obtener soluciones de buena calidad en problemas de optimización combinatoria de gran tamaño.

Para realizar el ejercicio de planificación se toma como punto de partida un escenario futuro de generación y demanda, que ha sido determinado previamente.

El problema de la planificación de la red consiste, esencialmente, en determinar las inversiones que es necesario realizar en un horizonte temporal determinado, de forma que se satisfaga el crecimiento previsto de la demanda con el mínimo coste. La función objetivo puede incluir tanto los costes de inversión como los costes asociados a las pérdidas de potencia activa.

La solución óptima del problema matemático planteado es muy difícil de obtener ya que se requiere la resolución de un problema de programación no lineal entera mixta. El carácter no convexo del problema hace que exista un conjunto de mínimos locales, por lo que la utilización de métodos clásicos de programación matemática difícilmente da como resultado el óptimo global.

En esta tesis se utiliza para representar la red el modelo DC, que no tiene en cuenta los valores de la tensión ni las potencias reactivas. Este modelo se considera el más adecuado para la planificación a largo plazo. Se realiza una planificación estática, es decir, solo se consideran los instantes inicial y final en el horizonte de planificación, sin tener en cuenta estados intermedios.

La eficiencia del algoritmo genético desarrollado se ha probado en redes de distinto tamaño. Aunque no se puede asegurar la obtención de la solución óptima global, el algoritmo permite obtener una solución de buena calidad en un tiempo de ejecución razonable. Solo se requiere la resolución de problemas de programación lineal.

Palabras clave: sistemas de energía eléctrica, red de transporte, planificación, algoritmos genéticos

Abstract

In this thesis, a genetic algorithm is developed to solve the long-term static transmission network expansion planning problem. This is a metaheuristic algorithm based on natural mechanisms of evolution, able to get good quality solutions of large size combinatorial optimization problems.

The expansion planning procedure is carried out taking a future scenario of generation and demand, which has been previously determined, as the starting point.

The problem of network planning consists essentially in determining the investments that are needed in a given time horizon so as to satisfy the expected growth in demand with minimum cost. The objective function may include both investment costs and the costs associated with active power losses.

The optimal solution of the mathematical problem is very difficult to obtain because it requires the solution of a mixed integer nonlinear programming problem. As the problem is non-convex, there is a set of local minima, so that the use of classical methods of mathematical programming hardly results in the global optimum.

DC model is used to represent the power flow equations, ignoring bus voltage values and reactive power. DC model is considered the most suitable for long-term planning. Static or one-stage planning is performed, that is, a single year is considered on the planning horizon and the planner is only interested in the initial and final stages of the network.

The efficiency of the genetic algorithm has been tested on different sized networks. Although obtaining the global optimum is not guaranteed, the algorithm can obtain a good quality solution in a reasonable runtime. It only requires solving linear programming problems.

Keywords: power systems, transmission network, expansion planning, genetic algorithms

Índice general

Índice de figuras	xvii
Índice de tablas	xix
Lista de símbolos.....	xxi
Abreviaturas.....	xxv
1 Introducción y objetivos.....	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Organización del transporte de electricidad	2
1.3 Planificación de la red de transporte	3
1.3.1 Etapas del proceso de planificación	3
1.3.2 Regulación centralizada	4
1.3.3 Regulación competitiva.....	4
1.3.4 Incertidumbres.....	5
1.3.5 Metodología	6
1.3.6 Alternativas tecnológicas	6
1.4 Planificación del transporte en España.....	7
1.4.1 Marco legal.....	7
1.4.2 Gestión de la red de transporte	8
1.4.3 Proceso de planificación.....	8
1.4.4 Metodología	9
1.5 Datos de la red de transporte española	10
1.6 Planteamiento del problema de expansión a largo plazo.....	11
1.7 Objetivos	13
1.8 Estructura de la tesis.....	13

2 Modelos matemáticos	15
2.1 Formulación genérica.....	15
2.2 Modelo DC.....	15
2.3 Modelo de transporte.....	19
2.4 Modelo híbrido lineal.....	20
2.5 Modelo híbrido no lineal.....	22
2.6 Modelo disyuntivo	23
2.7 Modelo DC implícito	25
2.8 Modelo DC con pérdidas	26
2.9 Modelos con coste de pérdidas	28
2.9.1 Función objetivo	28
2.9.2 Factor de pérdidas	30
2.9.3 Ley de Kelvin.....	31
2.10 Factibilidad en el modelo DC	33
2.10.1 Análisis de factibilidad	33
2.10.2 Modelo DC factible.....	34
2.10.3 Modelo DC factible con coste de pérdidas	36
2.11 Otros modelos	37
2.11.1 Planificación dinámica.....	37
2.11.2 Requisitos de fiabilidad.....	37
2.11.3 Costes de generación.....	38
2.11.4 Planificación integrada de generación y transporte	39
2.11.5 Incertidumbre en la demanda.....	39
2.11.6 Planificación con rediseño	40
2.11.7 Vulnerabilidad frente a ataques deliberados.....	40
2.11.8 Planificación a medio y corto plazo.....	41
2.11.9 Planificación en mercados competitivos.....	41
2.11.10 Integración de energías renovables.....	43
2.11.11 Transporte en corriente continua.....	43
2.11.12 Planificación con FACTS	44
2.11.13 Planificación espacial.....	44
3 Métodos de resolución	45
3.1 Complejidad del problema	45
3.2 Métodos clásicos de programación matemática.....	46
3.3 Algoritmos heurísticos constructivos.....	47
3.3.1 AHC basados en el modelo relajado.....	48
3.3.2 AHC basados en el comportamiento eléctrico.....	49
3.3.3 Otros algoritmos heurísticos	50
3.4 Algoritmos metaheurísticos	51
3.4.1 Descripción	51

3.4.2	Comparación	53
3.5	Herramientas de desarrollo.....	54
4	Algoritmo genético.....	57
4.1	Modelo y función objetivo	57
4.2	Componentes y operadores	58
4.3	Estructura general.....	59
4.4	Codificación	60
4.5	Tamaño de la población.....	62
4.6	Población inicial	63
4.6.1	Creación aleatoria.....	64
4.6.2	Método heurístico.....	64
4.7	Evaluación	65
4.7.1	Función fitness	65
4.7.2	Adaptación del factor de penalización	67
4.8	Ranking	67
4.9	Selección.....	68
4.10	Cruzamiento	70
4.11	Mutación.....	71
4.11.1	Métodos.....	71
4.11.2	Mutación adaptativa	72
4.12	Reemplazo	73
4.12.1	Reemplazo generacional	74
4.12.2	Reemplazo incremental.....	74
4.12.3	Elitismo	75
4.13	Informes.....	75
4.14	Criterio de parada	76
4.15	Solución.....	76
4.16	Números aleatorios.....	77
4.16.1	Generador de números aleatorios.....	77
4.16.2	Generación de múltiples secuencias.....	79
4.16.3	Distribución uniforme discreta.....	79
4.16.4	Distribución de Laplace discreta	80
4.16.5	Distribución lineal discreta.....	80
4.17	Parámetros del algoritmo.....	81
4.17.1	Resumen de parámetros	81
4.17.2	Ajuste y control de parámetros.....	82
4.18	Implementación	83
5	Aplicación al sistema de Garver de 6 nudos.....	85
5.1	Casos de estudio sin coste de pérdidas	85

5.1.1	Resolución.....	85
5.1.2	Esfuerzo computacional.....	90
5.2	Casos de estudio con coste de pérdidas.....	91
6	Aplicación al sistema IEEE de 24 nudos	97
6.1	Casos de estudio sin coste de pérdidas.....	97
6.1.1	Resolución.....	97
6.1.2	Esfuerzo computacional.....	103
6.2	Casos de estudio con coste de pérdidas.....	104
6.3	Resolución con población inicial heurística.....	108
7	Aplicación a la red española de 400 kV	111
7.1	Características del problema	111
7.2	Valoración de costes	112
7.3	Casos de estudio sin coste de pérdidas.....	113
7.4	Caso de estudio con coste de pérdidas	117
7.5	Resolución simultánea de varios escenarios	119
8	Conclusiones.....	125
8.1	Conclusiones generales	125
8.2	Contribuciones	126
8.3	Trabajo futuro.....	127
Apéndice A	Datos del sistema de Garver de 6 nudos	129
Apéndice B	Datos del sistema IEEE de 24 nudos.....	131
Apéndice C	Datos de la red de transporte española de 400 kV.....	135
Apéndice D	Publicaciones	147
Bibliografía	159

Índice de figuras

Figura 4.1	Diagrama de flujo del algoritmo genético desarrollado.....	61
Figura 4.2	Estructura de un cromosoma para una red con 8 ramas candidatas.....	62
Figura 4.3	Tamaño mínimo de la población para que todos los alelos estén presentes en la población inicial con una probabilidad del 99,9%.....	63
Figura 4.4	Distribución de probabilidad de Laplace discreta con un máximo de 4 circuitos, parámetro $p=0,5$ y moda=0 (a), moda=1 (b), moda=2 (c).....	65
Figura 4.5	Probabilidad de selección mediante ruleta en función lineal del ranking, para 10 individuos y máxima presión selectiva (valor 2).....	69
Figura 4.6	Probabilidad de selección mediante ruleta en función lineal del ranking, para 10 individuos y presión selectiva de valor 1,5.....	69
Figura 4.7	Ejemplo de cruzamiento de un punto	70
Figura 4.8	Ejemplo de cruzamiento de dos puntos	70
Figura 4.9	Ejemplo de mutación uniforme.....	71
Figura 5.1	Configuración de las soluciones de los casos 1-4 del sistema de Garver	87
Figura 5.2	Evolución del caso 1 del sistema de Garver con población inicial aleatoria.....	88
Figura 5.3	Evolución del caso 2 del sistema de Garver con población inicial aleatoria.....	88
Figura 5.4	Evolución del caso 3 del sistema de Garver con población inicial aleatoria.....	89
Figura 5.5	Evolución del caso 4 del sistema de Garver con población inicial aleatoria.....	89
Figura 5.6	Configuración de las soluciones de los casos 5-7 del sistema de Garver	93
Figura 5.7	Evolución del caso 5 del sistema de Garver con población inicial aleatoria.....	94

Figura 5.8	Evolución del caso 6 del sistema de Garver con población inicial aleatoria	94
Figura 5.9	Evolución del caso 7 del sistema de Garver con población inicial aleatoria	95
Figura 6.1	Configuración de la solución del caso 1 del sistema IEEE-24	100
Figura 6.2	Evolución del caso 1 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria	101
Figura 6.3	Evolución del caso 2 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria	101
Figura 6.4	Evolución del caso 3 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria	102
Figura 6.5	Evolución del caso 4 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria	102
Figura 6.6	Evolución del caso 5 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria	103
Figura 6.7	Configuración de la solución del caso 8 del sistema IEEE-24	106
Figura 6.8	Evolución del caso 6 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria	107
Figura 6.9	Evolución del caso 7 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria	107
Figura 6.10	Evolución del caso 8 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria	108
Figura 6.11	Evolución del caso 1 del sistema IEEE-24 con población inicial heurística.....	110
Figura 6.12	Evolución del mejor individuo del caso 1 del sistema IEEE-24 con población inicial heurística y con población inicial aleatoria	110
Figura 7.1	Evolución del caso 1 de la red española de 400 kV con población inicial aleatoria	116
Figura 7.2	Evolución del caso 2 de la red española de 400 kV con población inicial heurística.....	116
Figura 7.3	Evolución del caso 3 de la red española de 400 kV con población inicial aleatoria	119
Figura 7.4	Evolución del caso 4 de la red española de 400 kV con población inicial heurística.....	122
Figura 7.5	Evolución del caso 5 de la red española de 400 kV con población inicial heurística.....	122
Figura A.1	Configuración inicial del sistema de Garver	130
Figura B.1	Configuración inicial del sistema IEEE-24	134

Índice de tablas

Tabla 5.1	Parámetros del modelo y del AG para los casos 1-4 del sistema de Garver	86
Tabla 5.2	Solución óptima de los casos 1-4 del sistema de Garver.....	86
Tabla 5.3	Tamaño del problema y esfuerzo computacional con población inicial aleatoria de los casos 1-4 del sistema de Garver	91
Tabla 5.4	Parámetros del modelo y del AG para los casos 5-7 del sistema de Garver	91
Tabla 5.5	Solución óptima de los casos 5-7 del sistema de Garver.....	92
Tabla 6.1	Parámetros del modelo y del AG para los casos 1-5 del sistema IEEE-24	98
Tabla 6.2	Solución óptima de los casos 1-5 del sistema IEEE-24.....	99
Tabla 6.3	Tamaño del problema y esfuerzo computacional con población inicial aleatoria de los casos 1-5 del sistema IEEE-24	104
Tabla 6.4	Parámetros del modelo y del AG para los casos 6-8 del sistema IEEE-24	104
Tabla 6.5	Solución óptima de los casos 6-8 del sistema IEEE-24.....	105
Tabla 6.6	Esfuerzo computacional de los casos 1-8 del sistema IEEE-24 con población inicial heurística y con población inicial aleatoria.....	109
Tabla 7.1	Parámetros del modelo y del AG para los casos 1 y 2 de la red española de 400 kV	114
Tabla 7.2	Solución óptima de los casos 1 y 2 de la red española de 400 kV.....	115
Tabla 7.3	Tamaño del problema y esfuerzo computacional de los casos 1 y 2 de la red española de 400 kV	115
Tabla 7.4	Parámetros del modelo y del AG para el caso 3 de la red española de 400 kV.....	117
Tabla 7.5	Costes de la solución óptima de los casos 1 y 3 de la red española de 400 kV.....	117
Tabla 7.6	Configuración de la solución óptima de los casos 1 y 3 de la red española de 400 kV.....	118

Tabla 7.7	Costes de la solución óptima de los casos 4 y 5 de la red española de 400 kV	120
Tabla 7.8	Configuración de la solución óptima de los casos 4 y 5 de la red española de 400 kV	120
Tabla 7.9	Tamaño del problema y esfuerzo computacional de los casos 4 y 5 de la red española de 400 kV	121
Tabla A.1	Datos de generación y demanda del sistema de Garver	129
Tabla A.2	Datos de las ramas del sistema de Garver	130
Tabla B.1	Datos de generación y demanda del sistema IEEE-24	132
Tabla B.2	Datos de las ramas nuevas del sistema IEEE-24	132
Tabla B.3	Datos de las ramas con circuitos existentes inicialmente en el sistema IEEE-24	133
Tabla C.1	Datos de generación y demanda máxima horaria en la red española de 400 kV en 2008.....	136
Tabla C.2	Datos de las ramas de la red española de 400 kV en 2008.....	140

Lista de símbolos

Modelo matemático

ν	función objetivo a minimizar en el problema de optimización
C_{inv}	coste total de inversión en nuevos circuitos
C_{inv}^A	coste total anualizado de inversión en nuevos circuitos
$C_{\text{pérd}}^A$	coste anual total de las pérdidas de potencia activa en la red
λ	coste unitario de la energía
CRF	factor de recuperación de capital
r	tasa de descuento (interés)
n	número de años de amortización de la inversión
t	variable tiempo
α	factor de penalización del corte de demanda total (P_R^{total})
k_{imp}	parámetro de transformación del índice eléctrico del modelo DC implícito
$f_{\text{pérd}}$	factor de forma anual de las pérdidas en la red
f_D	factor de carga anual de la red
X	coeficiente que relaciona el factor de pérdidas ($f_{\text{pérd}}$) con el factor de carga (f_D)
R	número total de ramas de la red donde se pueden añadir nuevos circuitos
N	número total de posibles configuraciones en el espacio de búsqueda
c_{ij}	coste de cada nuevo circuito añadido a la rama $i-j$
n_{ij}	número de nuevos circuitos añadidos a la rama $i-j$
$n_{ij}^{\text{máx}}$	máximo número de nuevos circuitos en la rama $i-j$
n_{ij}^0	número de circuitos existentes en la rama $i-j$
$n_{ij}^{\text{ópt}}$	número óptimo (más económico) de circuitos en la rama $i-j$
P_{ij}	flujo total de potencia activa en la rama $i-j$
P_{ij}^0	flujo total de potencia activa en los circuitos existentes de la rama $i-j$

P_{ij}^n	flujo total de potencia activa en los nuevos circuitos de la rama $i-j$
$P_{ij}^{\text{máx}}$	máximo flujo de potencia activa en cada circuito de la rama $i-j$
P_{ij}^K	límite económico al flujo de potencia activa en cada circuito de la rama $i-j$
$P_{ij}^{\text{pérd}}$	pérdidas totales de potencia activa en la rama $i-j$
r_{ij}	resistencia serie de cada circuito en la rama $i-j$
x_{ij}	reactancia serie de cada circuito en la rama $i-j$
g_{ij}	conductancia serie de cada circuito en la rama $i-j$
b_{ij}	susceptancia serie de cada circuito en la rama $i-j$
$\theta_{ij}^{\text{máx}}$	máximo ángulo de desfase entre las tensiones de los nudos i y j
M_{ij}	parámetro disyuntivo de la rama $i-j$
w_{ij}^p	variable binaria que indica la adición o no de un nuevo circuito p en la rama $i-j$
P_{ij}^p	flujo de potencia activa en el nuevo circuito p de la rama $i-j$
IS_{ij}^G	índice de sensibilidad del algoritmo de Garver en la rama $i-j$
IS_{ij}^{me}	índice de sensibilidad del algoritmo de mínimo esfuerzo en la rama $i-j$
IS_{ij}^{mcd}	índice de sensibilidad del algoritmo de mínimo corte de demanda en la rama $i-j$
P_{Di}	potencia demandada en el nudo i
P_{Gi}	potencia generada en el nudo i
$P_{Gi}^{\text{máx}}$	máxima potencia generada en el nudo i
P_{Ri}	corte de demanda o generación ficticia en el nudo i
θ_i	ángulo de fase de la tensión en el nudo i
θ_{ref}	ángulo de fase de la tensión en el nudo de referencia
π_i	variable dual (precio sombra) asociada al balance de potencia en el nudo i
P_D	potencia demandada total
$P_D^{\text{máx}}$	valor máximo anual de la potencia demandada total (P_D)
$P_{\text{pérd}}$	pérdidas totales de potencia activa en la red
$P_{\text{pérd}}^{\text{máx}}$	pérdidas totales de potencia activa en la red con la demanda máxima anual
P_R^{total}	corte de demanda o generación ficticia total
\mathbf{A}	matriz de incidencias nudos-ramas
\mathbf{P}_f	vector de flujos de potencias activas en las ramas (P_{ij})
\mathbf{P}_f^0	vector de flujos de potencias activas en los circuitos existentes de las ramas (P_{ij}^0)
\mathbf{P}_f^n	vector de flujos de potencias activas en los nuevos circuitos de las ramas (P_{ij}^n)

\mathbf{P}_D	vector de potencias activas demandadas en los nudos (P_{Di})
\mathbf{P}_G	vector de potencias activas generadas en los nudos (P_{Gi})
$\mathbf{P}_G^{\text{máx}}$	vector de máximas potencias activas generadas en los nudos ($P_{Gi}^{\text{máx}}$)
\mathbf{P}_R	vector de cortes de demanda o generaciones ficticias en los nudos (P_{Ri})
Ω	conjunto de todas las ramas $i-j$ de la red
Ω_0	conjunto de todas las ramas $i-j$ existentes en la configuración inicial de la red
Ω_1	conjunto de todas las ramas $i-j$ sin circuitos en la configuración inicial de la red
Γ_0	conjunto de todos los nudos existentes en la configuración inicial de la red
Γ_D	conjunto de todos los nudos de consumo

Algoritmo genético

q	tamaño del alfabeto utilizado para la codificación
ng	número de genes de cada cromosoma
np	tamaño de la población (número de cromosomas o individuos)
P_q^*	probabilidad de que todos los alelos estén presentes en la población inicial
S	número de Stirling de segunda especie
n_{ij}^H	valor de n_{ij} para el primer individuo, obtenido por el método heurístico
P_U	probabilidad de la distribución uniforme discreta
P_L	probabilidad de la distribución de Laplace discreta
A	valor mínimo del rango de la distribución de Laplace discreta
B	valor máximo del rango de la distribución de Laplace discreta
C	valor con máxima probabilidad de la distribución de Laplace discreta
p	relación entre probabilidades de la distribución de Laplace discreta
f	función fitness
$f^{\text{máx}}$	valor de la función fitness del mejor individuo
f^{med}	valor de la función fitness del individuo mediano
α_0	factor de penalización inicial del corte de demanda total
k_α	parámetro de variación del factor de penalización
g_α	número de generaciones con convergencia para la variación de α
r_p	posición de cada individuo en el ranking
P_S	probabilidad de selección
α_S	término independiente de la probabilidad de selección
β_S	pendiente de la probabilidad de selección
sp	presión selectiva

pc	probabilidad de cruzamiento
pm	probabilidad de mutación
pm_1	probabilidad de mutación inicial
pm^L	límite inferior de la probabilidad de mutación
pm^H	límite superior de la probabilidad de mutación
δ	parámetro de variación de la probabilidad de mutación
Δ_f	diversidad de la población normalizada
Δ_f^L	límite inferior de la diversidad de la población para la variación de pm
Δ_f^H	límite superior de la diversidad de la población para la variación de pm
$g^{\text{máx}}$	número máximo de generaciones
g^{con}	número de generaciones sin variación de la función fitness del mejor individuo
u	número real aleatorio uniformemente distribuido en el intervalo (0, 1)
x	número entero aleatorio obtenido con el algoritmo de Lehmer
x_0	semilla del generador de números aleatorios (algoritmo de Lehmer)
m	módulo del algoritmo de Lehmer
a	multiplicador del algoritmo de Lehmer
γ	valor intermedio del método de Schrage
q_m	cociente del método de Schrage
r_m	resto del método de Schrage
s	número de subsecuencias del generador de números aleatorios

Abreviaturas

AG	algoritmo genético
AHC	algoritmo heurístico constructivo
CNE	Comisión Nacional de Energía
ISO	operador del sistema independiente (<i>Independent System Operator</i>)
LKC	ley de Kirchhoff de corriente
LKT	ley de Kirchhoff de tensión
modelo DC	modelo del flujo de cargas en continua
modelo AC	modelo del flujo de cargas completo con potencias activas y reactivas
PL	programación lineal
PLEM	programación lineal entera mixta
PNL	programación no lineal
PNLEM	programación no lineal entera mixta
REE	Red Eléctrica de España
TSO	operador de la red de transporte (<i>Transmission System Operator</i>)

Capítulo 1

Introducción y objetivos

1.1 Introducción

Se puede afirmar que los sistemas de energía eléctrica constituyen los mayores sistemas industriales creados por la humanidad [1]. Su estructura es muy similar en todos los países y su funcionamiento está condicionado por el equilibrio que tiene que existir en cada instante entre la generación y la demanda.

Los sistemas eléctricos se pueden dividir en varios subsistemas: centros de producción (centrales de generación), redes de transporte (en alta tensión), redes de distribución (en media y baja tensión) y centros de consumo. El correcto funcionamiento se asegura mediante sofisticados sistemas de protección, supervisión y control.

Las centrales de generación producen energía a tensiones del orden de varios kilovoltios (de 6 a 20 kV usualmente) y la transforman a tensiones del orden de cientos de kilovoltios (132, 220, 400, 500, 700 kV son valores usuales), con el fin de optimizar su transporte.

La red de transporte conecta las grandes centrales de generación, dispersas geográficamente, con los grandes centros de consumo, manteniendo la interconexión entre todo el sistema y la operación en sincronismo. Para transportar grandes cantidades de energía a largas distancias es necesario operar a muy alta tensión (en España 220 y 400 kV) con el fin de reducir la intensidad de corriente y, por lo tanto, las pérdidas. Esta red tiene una configuración muy mallada que proporciona una gran fiabilidad ya que asegura la existencia de rutas alternativas para transportar la energía.

Desde los nudos de interconexión de la red de transporte parten redes regionales a menores tensiones (en España 132, 66, 45 kV) que a su vez alimentan a redes de distribución locales, las cuales llevan la energía eléctrica a los consumidores a las tensiones adecuadas (de 20 kV a 400 V).

Las redes de distribución suelen tener una configuración radial en entornos rurales o en anillo abierto en entornos urbanos. A medida que la energía a transportar es menor, la red opera con menor tensión, realizándose las transformaciones de tensión necesarias en las subestaciones.

El crecimiento sostenido de la demanda eléctrica que se da en la mayor parte de los países requiere la planificación de nuevas inversiones que permitan la expansión del sistema eléctrico, tanto en capacidad de generación como en las redes de transporte.

La organización de la planificación y operación de los sistemas eléctricos ha evolucionado en el tiempo siguiendo el desarrollo de las innovaciones tanto en la tecnología como en la teoría económica.

Con el desarrollo de la industria eléctrica fue inicialmente predominante en muchos países el modelo de empresa eléctrica verticalmente integrada, es decir, que produce, transporta, distribuye y suministra electricidad

Hasta los años noventa el suministro eléctrico tenía en la mayoría de los países el carácter de servicio público, por lo que el funcionamiento del sistema estaba fuertemente intervenido por el Estado. En unos casos se nacionalizó la industria eléctrica y en otros las empresas fueron sometidas a la regulación típica de un monopolio en términos de calidad y precio del suministro.

A principios de los años noventa se introdujo un nuevo paradigma que cuestionó el modelo de las empresas verticalmente integradas. El objetivo de la nueva regulación fue la introducción de competencia en las actividades de generación y de comercialización de energía eléctrica y su separación de las actividades de transporte y distribución, que son estrictamente monopolistas.

La introducción de mercados eléctricos competitivos ha dificultado la tarea de planificación del sistema eléctrico. En un entorno competitivo las decisiones de invertir en nuevas plantas de generación no se toman centralizadamente, sino que son las empresas privadas las que deciden sus inversiones en función de su rentabilidad. Debido a esto, aunque por lo general la planificación de la red de transporte sigue siendo centralizada, ahora está sujeta a una mayor incertidumbre, ya que no se conoce con seguridad ni la cantidad ni la localización de la nueva generación.

La red de transporte constituye un monopolio natural y juega un papel especialmente importante en los nuevos mercados eléctricos competitivos, pues su diseño y planificación puede facilitar o restringir los intercambios de energía eléctrica que se negocian en dichos mercados [2].

1.2 Organización del transporte de electricidad

Puesto que la energía eléctrica no se puede almacenar fácilmente, es necesario mantener constantemente un equilibrio entre generación y demanda. De esta forma se puede asegurar la calidad del suministro, manteniendo unos adecuados niveles de tensión y frecuencia.

En el contexto tradicional, el control del sistema y las decisiones de operación son responsabilidad de un coordinador centralizado dependiente del Estado. La red puede ser propiedad de esta entidad o puede estar en manos de empresas verticalmente integradas.

El nuevo contexto regulador del sector eléctrico se caracteriza por la introducción de la libre competencia en la generación y comercialización de electricidad. Sin embargo, la operación del sistema sigue siendo una actividad centralizada y sometida a una estricta regulación que garantiza el funcionamiento del mercado eléctrico en condiciones de seguridad. Esta actividad la realiza una entidad independiente del resto de agentes denominada operador del sistema.

En el nuevo marco regulatorio, se pueden distinguir dos alternativas principales para la organización de las actividades de transporte y de operación del sistema [3-6]:

- **Modelo TSO** (*Transmission System Operator*). En este caso una entidad, con o sin ánimo de lucro, es responsable de la operación del sistema y a la vez es propietaria de todos o gran parte de los activos de la red y responsable de su mantenimiento. Este modelo es el predominante en los países de la Unión Europea.
- **Modelo ISO** (*Independent System Operator*). En este caso una entidad, con o sin ánimo de lucro, es responsable solamente de la operación del sistema y no es propietaria de ningún activo de la red. La propiedad y mantenimiento de la red de transporte puede estar en manos de una o varias empresas transportistas. Este modelo se utiliza en varios países de América Latina y en zonas de Estados Unidos y Canadá.

La implantación de uno u otro modelo suele depender de la estructura del sector eléctrico anterior a los cambios regulatorios.

1.3 Planificación de la red de transporte

1.3.1 Etapas del proceso de planificación

La planificación de la expansión de la red de transporte es el proceso por el que se determinan las nuevas inversiones que es necesario realizar en la red, en un plazo que puede extenderse desde 5 años hasta 20 ó 30 años. En el ejercicio de planificación se determinan la fecha de entrada en servicio, la ubicación, la capacidad y demás características de las nuevas instalaciones. Estas decisiones se deben guiar por consideraciones de eficiencia económica y de seguridad de operación, de forma que se minimicen los costes manteniendo una calidad satisfactoria en el suministro eléctrico [1].

Este proceso se divide típicamente en dos etapas, en función del horizonte temporal considerado:

- **Planificación de la expansión a largo plazo.** Se suele considerar un horizonte desde 15 hasta 30 años. El objetivo es evaluar las necesidades globales de expansión y determinar la estructura básica de la red, dejando los detalles para el análisis a medio plazo.

Debido al gran número de alternativas que es necesario evaluar, el sistema se suele representar mediante modelos simplificados.

- **Planificación de la expansión a medio y corto plazo.** El horizonte temporal puede llegar hasta unos 10 años. Para tomar las decisiones definitivas de expansión se utilizan modelos detallados del sistema, los cuales permiten la consideración de aspectos que no son fáciles de tener en cuenta en la etapa anterior, como pueden ser los límites de estabilidad transitoria, niveles de tensión, flujos de potencia reactiva, etc.

1.3.2 Regulación centralizada

En la regulación tradicional, los planes de expansión del sistema, tanto en instalaciones de generación como en redes de transporte, son elaborados por un coordinador centralizado dependiente de la Administración. Habitualmente, dicho coordinador es a la vez el propietario de la red y, por lo tanto, quien se encarga de ejecutar el plan de expansión de la misma.

El coordinador suele inicial el proceso de planificación con la determinación de la ubicación de las nuevas centrales de generación y posteriormente desarrolla el plan de expansión de la red de transporte, utilizando criterios de mínimo coste (incluyendo costes de inversión y de operación) y criterios relativos a la fiabilidad del sistema.

Debido al largo plazo del ejercicio de planificación, los datos de partida, como por ejemplo las previsiones de la demanda, están sujetos a un alto grado de incertidumbre. Por ello es necesario trabajar con múltiples escenarios y realizar evaluaciones de tipo probabilístico.

1.3.3 Regulación competitiva

En el nuevo contexto regulador, basado en la libre competencia, la planificación de las instalaciones de generación queda en manos de la iniciativa privada. Esto provoca que la planificación de la red de transporte haya de realizarse con una mayor incertidumbre, ya que es difícil prever el desarrollo futuro de la generación. A su vez, la expansión de la red influye en la elección de los nuevos emplazamientos de los generadores (y de los grandes consumidores), así como en su comportamiento estratégico en el mercado eléctrico [7].

Con la nueva regulación, el criterio básico de la planificación es el mismo que con la regulación tradicional, es decir, optimizar la utilidad social de la producción y consumo de electricidad. Sin embargo, ya no se plantea necesariamente mediante una minimización de costes de producción, sino que se trata de maximizar los beneficios agregados de productores y consumidores, añadiendo además los criterios de fiabilidad que se estimen necesarios.

La regulación de la expansión de la red de transporte en este nuevo contexto puede adoptar las siguientes orientaciones básicas, aunque también se pueden dar distintas mezclas entre ellas [8, 9]:

- **Planificación centralizada.** Lo más habitual es que la planificación sea centralizada y delegada por el regulador en una entidad especializada, normalmente el operador del sistema. Todas las nuevas instalaciones han de contar con la autorización final del regulador, el cual también fija la retribución de la red y tiene entre sus objetivos que se ejecuten las inversiones necesarias con el mínimo coste. Aunque puede haber varias empresas transportistas, en la mayoría de los casos es el operador del sistema el titular de las instalaciones de transporte. La principal dificultad de este procedimiento reside en la predicción de la evolución del sistema de generación.
- **Monopolio regulado.** Otra opción consiste en que el operador del sistema ejerza a la vez de transportista único en régimen de monopolio y sea quien opere y planifique la red en función de las solicitudes de acceso a la misma por parte de los agentes que intervienen en el sistema. El regulador fijaría la retribución del transportista y los criterios de diseño de la red. De esta forma ni se garantiza ni se persigue que la expansión de la red sea óptima. Además, resulta difícil establecer un sistema de incentivos que haga que el transportista promueva un adecuado desarrollo de la red a la vez que persiga su propio beneficio.
- **Mercado de transporte.** También se puede establecer un mecanismo de mercado competitivo para la expansión de la red, de forma que un inversor privado pueda modificar la red de transporte, sujeto a ciertas restricciones [10-13]. La retribución de las inversiones se basaría en un sistema de derechos financieros de transporte. Por otro lado, la ejecución de este tipo de inversiones también puede requerir la autorización del regulador para verificar que no perjudican al sistema. Este procedimiento persigue introducir la competencia en el desarrollo de las redes, pero es complejo de implantar y presenta serios inconvenientes [14-17].

1.3.4 Incertidumbres

Las incertidumbres a las que se enfrenta el proceso de planificación se pueden clasificar, básicamente, en tres grupos [18]:

- **Técnicas:** principalmente asociadas con la previsión de la demanda y con el desarrollo de la generación. También hay que considerar la incertidumbre en la vida útil de los equipos e instalaciones.
- **Económicas:** debidas a la evolución de los tipos de interés, de los costes de inversión y mantenimiento y del coste de las pérdidas.

- **Regulatorias:** relacionadas con los cambios que se pueden producir en los marcos legales, tanto del sistema de transporte, como del sistema de generación. Adicionalmente, hay otra incertidumbre asociada al plazo de ejecución de las inversiones debido a la dificultad de los procesos administrativos.

Hay que tener en cuenta que la decisión de construcción de nuevas infraestructuras de transporte se ve condicionada por aspectos de tipo medioambiental, político y de ordenación del territorio, lo que dificulta el desarrollo de las redes y hace que los plazos de construcción sean cada vez mayores [19-22]. Debido a esto, es frecuente que el plazo de construcción de las líneas sea incluso superior al de las centrales.

1.3.5 Metodología

En cuanto a la metodología, en primer lugar se ha de elegir el nivel de detalle que se considere aceptable para la representación del sistema. El modelo planteado debe permitir la evaluación de un índice (escalar o multidimensional) que exprese el grado de ajuste del plan a los criterios establecidos. El problema resultante es muy complejo debido a la incertidumbre en los datos de partida y a la alta dimensionalidad del espacio de búsqueda, pudiéndose plantear utilizando dos estrategias distintas [23]:

- Mediante la formulación de un problema de optimización matemática en el que se puede incluir una representación probabilística de la incertidumbre.
- Mediante la obtención, con métodos deterministas, del plan óptimo de expansión para un determinado conjunto de escenarios. Esta resulta ser actualmente la práctica más frecuente.

1.3.6 Alternativas tecnológicas

Aunque la solución estándar para la expansión de la red consiste en la construcción de líneas aéreas en corriente alterna, hay otras opciones tecnológicas que en algunos casos pueden evitar o disminuir los obstáculos que dificultan la implantación de nuevas líneas aéreas [24]. Algunas de estas opciones, no obstante, presentan mayores costes y aspectos técnicos que limitan su uso. Las principales tecnologías son las siguientes:

- Aumento de la capacidad de líneas existentes mediante la adición de circuitos adicionales, aumentando la tensión de transporte o mediante la sustitución de los conductores por otros de mayor capacidad.
- Conexión mediante cables subterráneos. Se consigue un menor impacto visual, pero su uso está restringido a cortas distancias.

- Utilización de dispositivos FACTS en las líneas existentes, los cuales permiten el control de los flujos de potencia.
- Transporte en corriente continua. Se utiliza principalmente en el transporte a largas distancias y en conexiones submarinas.

1.4 Planificación del transporte en España

1.4.1 Marco legal

El sector eléctrico español se reestructuró en 1998 con la introducción de la libre competencia en generación y comercialización. Una descripción general del funcionamiento del sector antes y después de la reestructuración se puede encontrar en [25].

El marco legal que regula actualmente el sistema eléctrico español se estableció mediante la Ley del Sector Eléctrico 54/1997, de 27 de noviembre¹. La ley establece como autoridades reguladoras a la Administración General del Estado y a la Comisión Nacional de Energía (CNE)², adscrita al Ministerio de Industria, Energía y Turismo.

Esta nueva regulación reconoce el derecho a la libre instalación de centrales generadoras, sin que se pueda limitar por razones de política energética o por criterios de planificación. No obstante, las nuevas centrales siguen estando sometidas a un régimen de autorización administrativa que contempla criterios de seguridad, medio ambiente y ordenación del territorio.

La planificación estatal queda restringida a las instalaciones de transporte. La planificación obligatoria a la que se debían someter anteriormente las empresas eléctricas se sustituye por una planificación indicativa del desarrollo esperado del sector eléctrico, con el único objeto de facilitar las decisiones de inversión de los distintos agentes económicos y las decisiones de política energética. Esta planificación indicativa incluye previsiones sobre la evolución de la demanda y de los recursos necesarios para satisfacerla y, por lo tanto, sirve de punto de partida para la planificación vinculante de las redes de transporte.

El marco normativo por el que se regulan las actividades de transporte se desarrolló mediante el Real Decreto 1955/2000, de 1 de diciembre³. En él se establece que la planificación de la red de transporte tendrá carácter vinculante para los distintos sujetos que actúan en el sistema eléctrico y será realizada por el Gobierno a propuesta del Ministerio de Economía (actualmente del Ministerio de Industria, Energía y Turismo) con la participa-

¹ Publicada en el BOE núm. 285 de 28/11/1997.

² Ver <http://www.cne.es>.

³ Publicado en el BOE núm. 310 de 27/12/2000.

ción de las Comunidades Autónomas y será sometida al Congreso de los Diputados. El desarrollo de la red se realizará teniendo en cuenta criterios de seguridad y fiabilidad, económicos y medioambientales.

1.4.2 Gestión de la red de transporte

En España se ha adoptado un modelo TSO [26, 27], de forma que una sola empresa, Red Eléctrica de España (REE)⁴, realiza la operación del sistema y actúa como transportista único en régimen de exclusividad. REE es responsable del desarrollo y ampliación de la red, de realizar su mantenimiento, de gestionar el tránsito de electricidad entre sistemas exteriores y la península y de garantizar el acceso de terceros a la red de transporte en régimen de igualdad. La red de transporte española está constituida por:

- **Red de transporte primario:**
 - Líneas, parques, transformadores y otros elementos eléctricos con tensiones nominales iguales o superiores a 380 kV.
 - Instalaciones de interconexión internacional.
 - Interconexiones con los sistemas eléctricos españoles insulares y extrapeninsulares.
- **Red de transporte secundario:**
 - Líneas, parques, transformadores y otros elementos eléctricos con tensiones nominales iguales o superiores a 220 kV.
 - Instalaciones de tensiones nominales inferiores a 220 kV, que cumplan funciones de transporte.

1.4.3 Proceso de planificación

REE se encarga de realizar los estudios necesarios de planificación y de elaborar las propuestas de desarrollo de la red, conteniendo la previsión de la instalación de nuevos elementos como líneas, subestaciones, transformadores, elementos de compensación u otros y su programa temporal de ejecución. Para ello tiene en cuenta las propuestas de desarrollo que pueden realizar los sujetos del sistema eléctrico y las Comunidades Autónomas y las solicitudes realizadas por los promotores de nuevos proyectos de generación.

El proceso de planificación de la red de transporte se describe en el Procedimiento de Operación 13.1, Criterios de Desarrollo de la Red de Transporte, aprobado mediante Reso-

⁴ Ver <http://www.ree.es>.

lución de 22 de marzo de 2005⁵. Dicho proceso se divide en tres etapas en función del horizonte de planificación considerado, que están además interrelacionadas entre sí:

1. **Planificación a largo plazo.** Considera un horizonte temporal de 20 años y sólo analiza la red de 400 kV a nivel peninsular.
2. **Planificación a medio plazo.** Considera un horizonte temporal de 10 años y analiza la red peninsular de 400 kV y 220 kV. Como resultado, REE elabora una propuesta del plan de desarrollo de la red de transporte que comunica de forma oficial al Ministerio de Industria, Energía y Turismo.
3. **Planificación a corto plazo.** Considera un horizonte temporal de 5 años y analiza la red peninsular, definiendo las actuaciones hasta el nivel zonal y local. Como resultado, REE elabora una propuesta de programa anual y una revisión parcial del plan de desarrollo que comunica de forma oficial al Ministerio de Industria, Energía y Turismo.

1.4.4 Metodología

En el medio y corto plazo, la metodología utilizada por REE para realizar las propuestas del plan de desarrollo de la red de transporte consta de cuatro pasos fundamentales [28]:

1. **Análisis de escenarios.** Se generan múltiples escenarios (alrededor de 400) cubriendo todo el horizonte de planificación y se analizan en detalle. Cada escenario representa unas posibles condiciones de operación definidas por una combinación de perfiles de generación, consumo y topología de la red, asociándose a cada uno de ellos una determinada probabilidad. Se estudia el comportamiento estático y dinámico de cada escenario mediante la realización de análisis de contingencias y de estabilidad transitoria.
2. **Estructuración de la información.** Los escenarios considerados se caracterizan mediante unos índices que cuantifican la magnitud de las sobrecargas y de las desviaciones de la tensión de los límites admisibles.
3. **Identificación de los refuerzos necesarios.** El objetivo es obtener una red que trabaje dentro de los límites admisibles en todos los escenarios, o al menos en la mayoría de ellos. Para ello se realiza un análisis coste-beneficio teniendo en cuenta los costes de inversión y de operación, así como la vida útil de las instalaciones:
 - a. Los costes de inversión de la red incluyen las cantidades realmente invertidas en nuevas instalaciones, así como sus costes de gestión y mantenimiento. Para la cuantificación de los costes de las instalaciones se considera una amortización de duración igual a la vida estimada de las mismas.

⁵ Publicada en el BOE núm. 85 de 09/04/2005.

- b. Los costes de operación evalúan los costes variables de explotación de la red. Estos costes están asociados a las pérdidas de potencia activa y a las restricciones técnicas que se producen en el sistema.

4. **Toma de decisiones.** A partir de los análisis realizados se define el plan de expansión más adecuado, teniendo en cuenta también condicionantes físicos y medioambientales.

La planificación a largo plazo tiene un carácter estratégico, se trata de determinar los corredores que resultan esenciales o de gran valor estratégico para el horizonte considerado [29]. La red se representa mediante modelos simplificados y, para tener en cuenta la incertidumbre del proceso, se estudian un conjunto de escenarios que representan las situaciones más probables en cuanto a evolución de la demanda y expansión del sistema de generación. La elección del plan de expansión óptimo se basa en criterios económicos (costes de inversión y de operación), medioambientales y sociales.

1.5 Datos de la red de transporte española

A continuación se indican algunos datos técnicos y económicos relevantes de la red eléctrica de transporte española:

- El sistema peninsular, a finales de 2012, tenía 20104 km de circuito a 400 kV y 18429 km de circuito a tensiones inferiores o iguales a 220 kV⁶.
- La capacidad de transformación en el sistema peninsular, a finales de 2012, era de 73897 MVA⁶.
- Los costes totales de la red de transporte fueron, en 2012, de 1477 M€⁷.
- Los costes anuales de la red de transporte representan, aproximadamente, un 5% del coste total del suministro eléctrico. En particular, fueron de un 3,4% en 2012⁷.
- El coste de la gestión de las restricciones técnicas en la red, sobre el programa base de funcionamiento resultante de la casación del mercado diario, fue en 2012 de un 3,5% del coste total de adquisición de la energía en el mercado eléctrico⁶. Esto supuso un 1,8% del coste total del suministro eléctrico⁷.
- Las pérdidas en la red de transporte están entre un 1% y un 2% de la demanda en barras de central. En 2012, en el sistema peninsular, fueron de un 1,2%⁸. El coste de adquisición de estas pérdidas en el mercado eléctrico supuso, aproximadamente, un 0,61% del coste total del suministro eléctrico⁷.

⁶ Informe del sistema eléctrico español 2012, REE.

⁷ Boletín mensual de indicadores eléctricos y económicos, mayo 2013, CNE.

⁸ Balance eléctrico diario, 31 diciembre 2012, REE.

1.6 Planteamiento del problema de expansión a largo plazo

El problema de la planificación de la expansión de la red eléctrica de transporte a largo plazo (de 15 a 30 años) es un problema clásico de sistemas de energía eléctrica. El objetivo es encontrar un plan óptimo de expansión en un horizonte temporal predefinido, es decir, decidir qué elementos (nuevos circuitos) es necesario añadir a la red, cumpliendo criterios técnicos (satisfacción de la demanda sin sobrepasar los límites de transporte en las líneas) y económicos (coste mínimo).

El planteamiento asume que la planificación de la red se realiza de forma centralizada y que se ha determinado previamente un plan de expansión del sistema de generación, ya que el planteamiento de la expansión óptima de generación y transporte de forma simultánea resulta extremadamente complejo.

En función del tratamiento del período temporal considerado, el problema se puede clasificar en estático o dinámico [30]:

- Cuando en el horizonte temporal se consideran solamente las fechas inicial y final, se tiene un problema de planificación estática. En este caso el objetivo es obtener la configuración óptima de la red al final del período considerado.
- Si en el horizonte temporal se consideran varias etapas en la expansión de la red, se tiene un problema de planificación dinámica o multietapa. En este caso se determinan no solo los circuitos que es necesario instalar sino cuándo han de ser instalados. El problema dinámico es mucho más complejo que el estático ya que es necesario considerar además restricciones temporales.

Los datos de partida para la formulación del problema son:

- Topología de la red existente: nudos y líneas existentes.
- Generación y demanda previstas en cada nudo de la red para el horizonte temporal considerado.
- Ramas de la red donde se permite añadir nuevos circuitos y coste de construcción de los mismos.

El diseño de la red se formula entonces como un problema de optimización con las siguientes características:

- Función objetivo: minimizar el coste de construcción de los nuevos circuitos.
- Restricciones: ecuaciones de la red eléctrica (flujo de cargas) y límites de transporte asignados a cada circuito.
- Variables: número de circuitos a construir en cada rama.

Para representar la red de transporte se pueden utilizar varios modelos matemáticos [31]. En el diseño de la red a largo plazo no se considera adecuada la utilización de las ecuaciones completas del flujo de cargas con potencias activas y reactivas debido por una parte a

la gran complejidad del problema y por otra a la incertidumbre en los datos de generaciones y demandas previstas a largo plazo.

Debido a esto se utilizan inicialmente modelos de la red más simplificados. Una vez resuelto el problema de optimización y obtenidas las topologías más atractivas, se pueden realizar análisis detallados de la red utilizando modelos más complejos.

El modelo matemático considerado ideal para realizar el diseño óptimo de la red de transporte a largo plazo es el modelo DC (modelo del flujo de cargas en continua), el cual tiene en cuenta las dos leyes de Kirchhoff para la descripción de la red. En el modelo DC interviene únicamente la potencia activa y no tiene en cuenta las pérdidas que se producen en las líneas.

Al formular el diseño óptimo de la red mediante el modelo DC se obtiene un problema de programación no lineal entera mixta (PNLEM). La resolución de este problema de optimización resulta muy difícil en redes de gran tamaño debido, por un lado, a que el problema es no lineal y no convexo y, por otro, a que su tamaño aumenta de forma exponencial con el tamaño de la red.

Para resolver este problema se pueden utilizar diferentes métodos matemáticos [30, 31]:

- Algoritmos clásicos de programación matemática: descomposición de Benders, Branch & Bound, etc. Estos algoritmos no son adecuados para sistemas de gran tamaño ya que el tiempo de cálculo es prohibitivo y además pueden tener problemas de convergencia.
- Algoritmos heurísticos constructivos. Son métodos aproximados con los que se obtienen soluciones subóptimas.
- Algoritmos metaheurísticos: algoritmos genéticos, búsqueda tabú, recocido simulado, etc. Estos algoritmos utilizan estrategias de búsqueda “inteligentes” que permiten obtener de forma eficiente soluciones de buena calidad.

Una gran ventaja de los algoritmos metaheurísticos y en particular de los algoritmos genéticos es que se puede resolver el modelo DC mediante la resolución de problemas de programación lineal (PL).

En los modelos utilizados en esta tesis no se contempla la especial problemática asociada a la planificación en mercados eléctricos competitivos. No obstante, la metodología desarrollada es aplicable en mercados liberalizados en los que la planificación de la red de transporte sigue siendo centralizada. En estos casos las incertidumbres inherentes al proceso de planificación se consideran analizando un conjunto de escenarios y obteniendo para cada uno de ellos, mediante los modelos y métodos expuestos, la configuración óptima de la red.

1.7 Objetivos

El objetivo fundamental del trabajo realizado en esta tesis es el estudio de la aplicación de los algoritmos genéticos a la resolución del problema de la planificación estática de la expansión de la red eléctrica de transporte a largo plazo.

El trabajo contempla en primer lugar el desarrollo de un algoritmo genético que permita resolver el problema planteado. El comportamiento del algoritmo se estudiará en distintos casos utilizando redes de distinto tamaño. Se pretende también aportar resultados relativos a la eficiencia de la resolución, es decir, datos sobre el esfuerzo computacional requerido y la calidad de la solución.

Se analizará también la influencia que la consideración del coste de las pérdidas tiene en la solución obtenida, es decir, en los costes de inversión y en los costes totales del sistema.

1.8 Estructura de la tesis

Esta tesis se estructura en ocho capítulos y cuatro apéndices.

El [Capítulo 1](#) presenta el planteamiento general del problema de planificación de la expansión de la red de transporte, así como los objetivos de la tesis.

En el [Capítulo 2](#) se describen en primer lugar los modelos matemáticos más utilizados para resolver el problema básico. A continuación se detallan una serie de variantes que consisten principalmente en modificar la función objetivo o el conjunto de restricciones, con el fin de tener en cuenta otros aspectos de la operación del sistema eléctrico.

El [Capítulo 3](#) clasifica y describe los métodos matemáticos que se pueden emplear para resolver el problema y las principales herramientas disponibles para el desarrollo e implementación de los algoritmos.

En el [Capítulo 4](#) se detallan las características del modelo matemático y del algoritmo genético desarrollado para resolver el problema de la planificación estática de la expansión de la red eléctrica de transporte a largo plazo.

En el [Capítulo 5](#) se valida el algoritmo utilizando, como red de pruebas, el sistema de Garver de 6 nudos.

El [Capítulo 6](#) utiliza para probar el algoritmo el sistema IEEE de 24 nudos, que, al ser una red de mayor tamaño, resulta más difícil de resolver.

En el [Capítulo 7](#) se aplica el algoritmo desarrollado para realizar un ejercicio de planificación sobre una red de gran tamaño basada en la red española de 400 kV.

Por último, el [Capítulo 8](#) contiene un resumen de las principales conclusiones que se derivan del trabajo realizado, así como las principales contribuciones de la tesis y las posibles líneas de investigación futuras.

En el [Apéndice A](#) se detallan los datos del sistema de Garver de 6 nudos, en el [Apéndice B](#) los datos del sistema IEEE de 24 nudos y en el [Apéndice C](#) los datos de la red de transporte española de 400 kV. Finalmente, en el [Apéndice D](#) se incluye una copia de un artículo publicado relacionado con el contenido de la tesis.

Capítulo 2

Modelos matemáticos

2.1 Formulación genérica

En este capítulo se presentan los modelos matemáticos más utilizados para resolver el problema de la planificación estática de la red eléctrica de transporte a largo plazo [31-34].

Como se señala en la sección 1.6, el modelo matemático considerado ideal para realizar el diseño óptimo de la red de transporte a largo plazo es el modelo DC. Los modelos completos de la red con potencias activas y reactivas se utilizan posteriormente en el proceso de planificación para analizar detalladamente las topologías obtenidas y estudiar su comportamiento a corto y medio plazo.

El problema se formula como un problema de optimización que en general tiene la forma [35]:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && v = f(x) \\ &\text{sujeto a} && x \in S, \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde $x \in \mathfrak{R}^n$ representa las incógnitas o variables de decisión, $f(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ es la función objetivo y el conjunto $S \subset \mathfrak{R}^n$ representa restricciones de igualdad, de desigualdad y cotas superiores e inferiores sobre las variables.

2.2 Modelo DC

Utilizando el modelo del flujo de cargas en continua, el modelo matemático se formula de la forma siguiente:

$$\text{minimizar} \quad v = C_{\text{inv}} = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij}, \tag{2.2}$$

$$\text{sujeto a} \quad -\mathbf{A}\mathbf{P}_f + \mathbf{P}_G = \mathbf{P}_D, \quad (2.3)$$

$$P_{ij} + b_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0, \quad (2.4)$$

$$|P_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})P_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.5)$$

$$0 \leq \mathbf{P}_G \leq \mathbf{P}_G^{\text{máx}}, \quad (2.6)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq n_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.7)$$

$$n_{ij} \text{ entero}, \quad (2.8)$$

$$\theta_i \text{ ilimitado}, \quad (2.9)$$

$$\forall (i, j) \in \Omega,$$

donde:

- C_{inv} : coste total de inversión en nuevos circuitos,
- c_{ij} : coste de cada nuevo circuito añadido a la rama i - j ,
- n_{ij} : número de nuevos circuitos añadidos a la rama i - j ,
- $n_{ij}^{\text{máx}}$: máximo número de nuevos circuitos en la rama i - j ,
- n_{ij}^0 : número de circuitos existentes en la rama i - j ,
- P_{ij} : flujo total de potencia activa en la rama i - j ,
- $P_{ij}^{\text{máx}}$: máximo flujo de potencia activa en cada circuito de la rama i - j ,
- b_{ij} : susceptancia serie de cada circuito en la rama i - j ,
- θ_i : ángulo de fase de la tensión en el nudo i ,
- \mathbf{A} : matriz de incidencias nudos-ramas,
- \mathbf{P}_f : vector de flujos de potencias activas en las ramas (P_{ij}),
- \mathbf{P}_D : vector de potencias activas demandadas en los nudos (P_{Di}),
- \mathbf{P}_G : vector de potencias activas generadas en los nudos (P_{Gi}),
- $\mathbf{P}_G^{\text{máx}}$: vector de máximas potencias activas generadas en los nudos ($P_{Gi}^{\text{máx}}$),
- Ω : conjunto de todas las ramas i - j de la red ($\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_1$),
- Ω_0 : conjunto de todas las ramas i - j existentes en la configuración inicial de la red,

- Ω_1 : conjunto de todas las ramas i - j sin circuitos en la configuración inicial de la red.

La función objetivo (2.2) representa el coste de inversión en nuevos circuitos. Este coste puede incluir tanto los costes de construcción como los costes de operación y mantenimiento, así como los costes asociados a las nuevas subestaciones o a las posiciones adicionales requeridas en las subestaciones existentes.

Las restricciones (2.3) y (2.4) representan, respectivamente, la ley de Kirchhoff de corriente (LKC) y la ley de Kirchhoff de tensión (LKT). La restricción (2.5) representa los límites de transporte en las ramas, los cuales pueden establecerse por criterio térmico o por criterios de estabilidad. Las restricciones (2.6) y (2.7) establecen, respectivamente, los límites de generación en cada nudo y el número máximo de circuitos que se pueden instalar en cada rama. La restricción (2.8) establece que el número de circuitos debe ser un número entero y la restricción (2.9) expresa que los ángulos de fase son cantidades ilimitadas, es decir, que pueden tener cualquier valor positivo o negativo. En el nudo de referencia el ángulo de fase es fijo ($\theta_{\text{ref}} = 0$).

El modelo considera, por simplicidad, que todos los circuitos de una misma rama tienen las mismas características, sin embargo, es fácil extenderlo a un caso más general con circuitos de distintas características en la misma rama.

La susceptancia serie de cada circuito se calcula como:

$$b_{ij} = \frac{-x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} = \frac{-1/x_{ij}}{1 + (r_{ij}/x_{ij})^2} \approx \frac{-1}{x_{ij}}, \quad (2.10)$$

donde r_{ij} y x_{ij} son la resistencia y reactancia respectivamente. Para valores $r_{ij}/x_{ij} < 1/3$, típicos de redes de transporte, el error cometido al sustituir b_{ij} por $-1/x_{ij}$ se considera aceptable [36].

Los flujos de potencia (P_{ij}) se pueden expresar en función de los ángulos de fase utilizando (2.4). Así, la restricción (2.5) se puede expresar de la forma siguiente:

$$(n_{ij}^0 + n_{ij})|\theta_i - \theta_j| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \frac{P_{ij}^{\text{máx}}}{|b_{ij}|}, \quad (2.11)$$

o también:

$$(n_{ij}^0 + n_{ij})|\theta_i - \theta_j| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})\theta_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.12)$$

siendo $\theta_{ij}^{\text{máx}}$ el máximo ángulo de desfase entre las tensiones de los nudos i y j :

$$\theta_{ij}^{\text{máx}} = \frac{P_{ij}^{\text{máx}}}{|b_{ij}|}. \quad (2.13)$$

La restricción (2.12) se puede simplificar considerando separadamente las ramas con circuitos existentes, de aquellas en las que no hay circuitos en la configuración base inicial de la red, obteniéndose una ecuación lineal para las primeras y una no lineal para las segundas. Así, quedaría:

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \theta_{ij}^{\text{máx}} \quad \forall (i, j) \in \Omega_0, \quad (2.14)$$

$$n_{ij} |\theta_i - \theta_j| \leq n_{ij} \theta_{ij}^{\text{máx}} \quad \forall (i, j) \in \Omega_1. \quad (2.15)$$

El modelo se puede resolver en dos casos distintos:

- **Con redespacho.** En este caso las incógnitas (o variables de decisión) son los circuitos añadidos en las ramas (n_{ij}), los ángulos de fase (θ_i) y las generaciones en los nudos (P_{Gi}). La restricción (2.6) asume, por simplicidad, que el límite inferior de los generadores es cero, lo que se considera más práctico en la planificación a largo plazo.
- **Sin redespacho.** En este caso las generaciones (P_{Gi}) no son variables, sino que su valor es un dato que se considera fijo, por lo que no se incluye en el modelo la restricción (2.6). Como se tiene que cumplir que la generación total sea igual a la demanda total, en la restricción (2.3) se puede eliminar la ecuación correspondiente al nudo de referencia.

Las restricciones (2.4) son no lineales, por lo que el modelo así formulado es un problema de programación no lineal entera mixta (PNLEM). Su resolución es extremadamente compleja en redes de gran tamaño (como es el caso de las redes de transporte existentes en la realidad) debido a dos factores:

- El carácter no lineal y no convexo del problema, lo que dificulta mucho la obtención de la solución óptima ya que los algoritmos clásicos de optimización no lineal pueden converger a mínimos locales [35].
- La explosión combinatoria del problema. El número de circuitos que se pueden añadir en cada rama es un número entero (n_{ij}), lo que hace que el número de opciones que sería necesario evaluar, para asegurar que se obtiene la solución óptima, aumente de forma exponencial con el tamaño de la red.

Si se elimina la restricción (2.8), permitiendo que el número de circuitos (n_{ij}) sea no entero, se tiene un problema de programación no lineal (PNL) que sigue siendo muy difícil de resolver debido a su carácter no convexo.

El modelo DC es el modelo matemático que se considera más adecuado para realizar el diseño óptimo de la red de transporte a largo plazo. Sin embargo, no existe ningún algoritmo que asegure la obtención de la solución óptima, en un tiempo razonable, en redes grandes y complejas. Debido a estas dificultades, se han utilizado versiones simplificadas o relajadas del modelo DC, principalmente el modelo de transporte y modelos híbridos.

2.3 Modelo de transporte

Este modelo fue originalmente propuesto en [37] y se obtiene eliminando la restricción no lineal (2.4) del modelo DC. Se considera una versión relajada del modelo DC en la que se omite la ley de Kirchhoff de tensión (LKT), formulándose de la forma siguiente:

$$\text{minimizar} \quad \nu = C_{\text{inv}} = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij}, \quad (2.16)$$

$$\text{sujeto a} \quad -\mathbf{A} \mathbf{P}_f + \mathbf{P}_G = \mathbf{P}_D, \quad (2.17)$$

$$|P_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) P_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.18)$$

$$0 \leq \mathbf{P}_G \leq \mathbf{P}_G^{\text{máx}}, \quad (2.19)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq n_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.20)$$

$$n_{ij} \text{ entero}, \quad (2.21)$$

$$P_{ij} \text{ ilimitado}, \quad (2.22)$$

$$\forall (i, j) \in \Omega.$$

Al prescindir de la LKT, en este modelo no intervienen ni la susceptancia de los circuitos (b_{ij}) ni los ángulos de fase (θ_i). La restricción (2.22) expresa que los flujos de potencia son cantidades ilimitadas, es decir, que pueden tener cualquier valor positivo o negativo.

Al igual que el modelo DC, el modelo de transporte se puede resolver en dos casos distintos:

- **Con redespacho.** En este caso las incógnitas son los circuitos añadidos en las ramas (n_{ij}), los flujos de potencia en las ramas (P_{ij}) y las generaciones en los nudos (P_{Gi}).

- **Sin redespacho.** En este caso las generaciones (P_{G_i}) son fijas, por lo que no se incluye en el modelo la restricción (2.19). En la restricción (2.17) se puede eliminar la ecuación correspondiente al nudo de referencia.

Todas las ecuaciones anteriores son lineales, por lo que el modelo así formulado es un problema de programación lineal entera mixta (PLEM). Este problema es normalmente más fácil de resolver que el modelo DC, aunque también tiene la característica de explosión combinatoria.

Si se elimina la restricción (2.21), permitiendo que el número de circuitos (n_{ij}) sea no entero, se tiene un problema de programación lineal (PL) que se puede resolver fácilmente utilizando algoritmos clásicos de PL, como el método simplex.

Hay que tener en cuenta que una solución óptima obtenida con el modelo de transporte no es factible normalmente para el modelo DC, ya que se han ignorado parte de las restricciones. La solución del modelo DC tendrá en general, por lo tanto, un mayor valor de la función objetivo, es decir, un mayor coste de inversión.

Las soluciones obtenidas con el modelo de transporte se utilizan en diversos métodos de resolución como punto de partida para resolver el modelo DC. Además, el modelo de transporte no tiene ninguna dificultad para manejar redes con configuraciones desconectadas, es decir, redes cuyo plan de expansión contempla la introducción de nuevos nudos de carga o generación sobre la configuración inicial de la red, o redes en las que es necesario estudiar la interconexión de sistemas previamente aislados [38].

2.4 Modelo híbrido lineal

El modelo híbrido lineal combina las características del modelo DC y del modelo de transporte, resultando un modelo lineal, al igual que este último. Se obtiene eliminando la restricción no lineal (2.4) del modelo DC para todos los nuevos circuitos añadidos a la red, es decir, se omite la ley de Kirchhoff de tensión (LKT) en los nuevos circuitos, asegurándose su cumplimiento únicamente en los circuitos existentes en la topología base inicial. La formulación es la siguiente:

$$\text{minimizar} \quad v = C_{\text{inv}} = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij}, \quad (2.23)$$

$$\text{sujeto a} \quad -\mathbf{A} \mathbf{P}_f^n - \mathbf{A} \mathbf{P}_f^0 + \mathbf{P}_G = \mathbf{P}_D, \quad (2.24)$$

$$P_{ij}^0 + b_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i, j) \in \Omega_0, \quad (2.25)$$

$$|P_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 P_{ij}^{\text{máx}} \quad \forall (i, j) \in \Omega_0, \quad (2.26)$$

$$|P_{ij}^n| \leq n_{ij} P_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.27)$$

$$0 \leq \mathbf{P}_G \leq \mathbf{P}_G^{\text{máx}}, \quad (2.28)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq n_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.29)$$

$$n_{ij} \text{ entero}, \quad (2.30)$$

$$P_{ij}^n \text{ ilimitado}, \quad (2.31)$$

$$\theta_i \text{ ilimitado} \quad \forall i \in \Gamma_0, \quad (2.32)$$

$$\forall (i, j) \in \Omega,$$

donde:

- P_{ij}^0 : flujo total de potencia activa en los circuitos existentes de la rama i - j ,
- P_{ij}^n : flujo total de potencia activa en los nuevos circuitos de la rama i - j ,
- \mathbf{P}_f^0 : vector de flujos de potencias activas en los circuitos existentes de las ramas (P_{ij}^0),
- \mathbf{P}_f^n : vector de flujos de potencias activas en los nuevos circuitos de las ramas (P_{ij}^n),
- Γ_0 : conjunto de todos los nudos existentes en la configuración inicial de la red.

Los flujos de potencia en los circuitos existentes (P_{ij}^0) se pueden expresar en función de los ángulos de fase utilizando (2.25). Así, la restricción (2.26) se puede sustituir por la expresión (2.14).

Se pueden resolver dos casos distintos:

- **Con redespacho.** En este caso las incógnitas son los circuitos añadidos en las ramas (n_{ij}), los ángulos de fase en los nudos existentes inicialmente (θ_i en Γ_0), los flujos de potencia en los nuevos circuitos de las ramas (P_{ij}^n) y las generaciones en los nudos (P_{Gi}).
- **Sin redespacho.** En este caso las generaciones (P_{Gi}) son fijas, por lo que no se incluye en el modelo la restricción (2.28). En la restricción (2.24) se puede eliminar la ecuación correspondiente al nudo de referencia.

Al igual que el modelo de transporte, el modelo híbrido lineal es un problema de programación lineal entera mixta (PLEM), el cual se puede transformar en un problema de PL si se permite que el número de circuitos sea un número no entero.

En la solución óptima, los nuevos circuitos no cumplen la LKT, por lo que pueden ser distintos los flujos de potencia de los nuevos circuitos y los flujos de los circuitos existentes en una misma rama. La solución óptima obtenida con este modelo no es factible normalmente para el modelo DC, ya que se ignoran parte de las restricciones, por lo que la solución del modelo DC tendrá un mayor coste de inversión. Sin embargo, el modelo híbrido lineal permite obtener soluciones subóptimas para el modelo DC utilizando métodos heurísticos [39].

2.5 Modelo híbrido no lineal

Al igual que el modelo híbrido lineal, el híbrido no lineal combina las características del modelo DC y del modelo de transporte, pero en este caso el resultado es un modelo no lineal. Se obtiene eliminando la restricción no lineal (2.4) del modelo DC para todas las ramas donde no hay circuitos en la configuración inicial de la red, es decir, se omite la ley de Kirchhoff de tensión (LKT) en las nuevas ramas, asegurándose su cumplimiento únicamente en las ramas existentes en la topología base inicial. La formulación es la siguiente:

$$\text{minimizar} \quad v = C_{\text{inv}} = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij}, \quad (2.33)$$

$$\text{sujeto a} \quad -\mathbf{A} \mathbf{P}_f + \mathbf{P}_G = \mathbf{P}_D, \quad (2.34)$$

$$P_{ij} + b_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i, j) \in \Omega_0, \quad (2.35)$$

$$|P_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) P_{ij}^{\text{máx}} \quad \forall (i, j) \in \Omega_0, \quad (2.36)$$

$$|P_{ij}| \leq n_{ij} P_{ij}^{\text{máx}} \quad \forall (i, j) \in \Omega_1, \quad (2.37)$$

$$0 \leq \mathbf{P}_G \leq \mathbf{P}_G^{\text{máx}}, \quad (2.38)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq n_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.39)$$

$$n_{ij} \text{ entero}, \quad (2.40)$$

$$P_{ij} \text{ ilimitado } \quad \forall (i, j) \in \Omega_1, \quad (2.41)$$

$$\theta_i \text{ ilimitado } \quad \forall i \in \Gamma_0, \quad (2.42)$$

$$\forall (i, j) \in \Omega.$$

Los flujos de potencia en las ramas existentes se pueden expresar en función de los ángulos de fase utilizando (2.35). Así, la restricción (2.36) se puede sustituir por la expresión (2.14).

Se pueden resolver dos casos distintos:

- **Con redespacho.** En este caso las incógnitas son los circuitos añadidos en las ramas (n_{ij}), los ángulos de fase en los nudos existentes inicialmente (θ_i en Γ_0), los flujos de potencia en las nuevas ramas (P_{ij} en Ω_1) y las generaciones en los nudos (P_{Gi}).
- **Sin redespacho.** En este caso las generaciones (P_{Gi}) son fijas, por lo que no se incluye en el modelo la restricción (2.38). En la restricción (2.34) se puede eliminar la ecuación correspondiente al nudo de referencia.

El modelo híbrido no lineal es un problema de programación no lineal entera mixta (PNLEM) con una complejidad muy similar a la del modelo DC. Se puede transformar también en un problema de PNL si se permite que el número de circuitos sea un número no entero.

La solución óptima obtenida con este modelo no es factible normalmente para el modelo DC, ya que se ignoran parte de las restricciones, por lo que la solución del modelo DC tendrá un mayor coste de inversión. Este modelo se ha utilizado en algunas formulaciones como modelo auxiliar en el proceso de resolución del modelo DC [38], ya que maneja mejor que éste redes con configuraciones desconectadas.

2.6 Modelo disyuntivo

El modelo disyuntivo [40, 41] es un modelo lineal que bajo ciertas condiciones tiene la misma solución óptima que el modelo DC. Se formula de la forma siguiente:

$$\text{minimizar} \quad v = C_{\text{inv}} = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} \sum_{p=1}^{n_{ij}^{\text{máx}}} w_{ij}^p, \quad (2.43)$$

$$\text{sujeto a} \quad -\mathbf{A} \mathbf{P}_f^n - \mathbf{A} \mathbf{P}_f^0 + \mathbf{P}_G = \mathbf{P}_D, \quad (2.44)$$

$$P_{ij}^0 + b_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i, j) \in \Omega_0, \quad (2.45)$$

$$\left| P_{ij}^p + b_{ij} (\theta_i - \theta_j) \right| \leq M_{ij} (1 - w_{ij}^p) \quad p = 1, \dots, n_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.46)$$

$$P_{ij}^n = \sum_{p=1}^{n_{ij}^{\text{máx}}} P_{ij}^p, \quad (2.47)$$

$$\left| P_{ij}^0 \right| \leq n_{ij}^0 P_{ij}^{\text{máx}} \quad \forall (i, j) \in \Omega_0, \quad (2.48)$$

$$\left| P_{ij}^p \right| \leq w_{ij}^p P_{ij}^{\text{máx}} \quad p = 1, \dots, n_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.49)$$

$$0 \leq \mathbf{P}_G \leq \mathbf{P}_G^{\text{máx}}, \quad (2.50)$$

$$w_{ij}^p \in \{0, 1\} \quad p = 1, \dots, n_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.51)$$

$$P_{ij}^p \text{ ilimitado} \quad p = 1, \dots, n_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.52)$$

$$\theta_i \text{ ilimitado}, \quad (2.53)$$

$$\forall (i, j) \in \Omega,$$

donde:

- M_{ij} : parámetro disyuntivo de la rama i - j .
- w_{ij}^p : variable binaria que indica la adición o no de un nuevo circuito p en la rama i - j ,
- P_{ij}^p : flujo de potencia activa en el nuevo circuito p de la rama i - j ,

Las restricciones (2.46) representan la ley de Kirchhoff de tensión (LKT) para cada uno de los nuevos circuitos que se pueden añadir en las ramas. Es fácil comprobar que el cumplimiento de la LKT está asegurado siempre que el parámetro M_{ij} tenga un valor lo suficientemente grande.

Los flujos de potencia en los circuitos existentes (P_{ij}^0) se pueden expresar en función de los ángulos de fase utilizando (2.45). Así, la restricción (2.48) se puede sustituir por la expresión (2.14).

Se pueden resolver dos casos distintos:

- **Con redespacho.** En este caso las incógnitas son los nuevos circuitos añadidos en las ramas (w_{ij}^p), los flujos de potencia en los nuevos circuitos (P_{ij}^p), los ángulos de fase (θ_i) y las generaciones en los nudos (P_{Gi}).
- **Sin redespacho.** En este caso las generaciones (P_{Gi}) son fijas, por lo que no se incluye en el modelo la restricción (2.50). En la restricción (2.44) se puede eliminar la ecuación correspondiente al nudo de referencia.

Este modelo es lineal y tiene como principal ventaja que se puede resolver utilizando técnicas de optimización binaria. Sin embargo, presenta dos grandes inconvenientes:

- Debido al uso de variables binarias, hay un gran aumento en el número de variables respecto al modelo DC.
- Es necesario determinar previamente el valor del parámetro disyuntivo en cada rama (M_{ij}), lo que complica la resolución del modelo. Este parámetro debe ser lo suficientemente grande para no imponer un límite implícito sobre la diferencia entre los ángulos de fase. Sin embargo, hay que tener en cuenta que valores muy grandes introducen inestabilidad numérica en el proceso de resolución. Un análisis detallado sobre la forma de determinar valores óptimos para M_{ij} se puede encontrar en [40].

2.7 Modelo DC implícito

El modelo DC implícito fue propuesto para resolver el problema de la planificación de la expansión de la red de transporte en [42]. Se basa en que en el modelo DC la distribución de flujos de potencia en las ramas sigue una ley de mínimo esfuerzo que minimiza el producto de las reactancias de cada rama por el cuadrado del flujo de potencia respectivo. En determinadas condiciones este modelo resulta equivalente al modelo DC [43, 44].

El modelo se formula a partir del modelo de transporte (ver sección 2.3), sustituyendo la función objetivo (2.16) por la siguiente:

$$\text{minimizar} \quad v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + k_{\text{imp}} \sum_{(i,j) \in \Omega} \frac{-1}{(n_{ij} + n_{ij}^0) b_{ij}} P_{ij}^2, \quad (2.54)$$

donde k_{imp} es un parámetro de transformación del índice eléctrico que se minimiza, para poder compararlo con el coste de la red que se minimiza simultáneamente.

Las restricciones son las mismas que las del modelo de transporte, es decir, lineales. La función objetivo, sin embargo, es no lineal, por lo que el modelo así formulado es un pro-

blema de PNLEM, al igual que el modelo DC. La ventaja del modelo DC implícito frente al modelo DC es que es convexo ya que la función objetivo es no lineal, pero convexa, por lo que es normalmente más fácil de resolver. Sin embargo, presenta dos grandes inconvenientes:

- La solución que se obtiene no coincide en general con la del modelo DC.
- Es complicado determinar el valor óptimo del parámetro k_{imp} para que la solución obtenida se aproxime lo más posible a la del modelo DC. Este parámetro ha de ser lo suficientemente pequeño para que no se añadan circuitos adicionales en paralelo con el fin de disminuir el valor del índice eléctrico proporcional a P_{ij}^2 .

2.8 Modelo DC con pérdidas

El modelo DC y los modelos derivados de él descritos en las secciones anteriores conducen inherentemente a pérdidas nulas. Sin embargo, es posible incluir las pérdidas de potencia activa en las ecuaciones de la red del modelo DC, añadiendo un término adicional en la ecuación que representa la LKT [45].

El modelo se formula a partir del modelo DC (ver sección 2.2), sustituyendo la restricción (2.4) (LKT) por la siguiente:

$$P_{ij} + b_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})\text{sen}(\theta_i - \theta_j) - g_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(1 - \cos(\theta_i - \theta_j)) = 0, \quad (2.55)$$

donde g_{ij} es la conductancia serie de cada circuito en la rama i - j , que se calcula como:

$$g_{ij} = \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} \approx \frac{r_{ij}}{x_{ij}^2}. \quad (2.56)$$

La ecuación (2.55) se puede simplificar considerando una aproximación de segundo orden de las funciones seno y coseno, aproximación que da buenos resultados en condiciones normales de operación. Así, quedaría:

$$P_{ij} + b_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) - \frac{1}{2} g_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j)^2 = 0. \quad (2.57)$$

La restricción (2.5), que representa los límites de transporte en las ramas, se expresa ahora de la forma siguiente:

$$\text{máx}\{P_{ij}, P_{ji}\} \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})P_{ij}^{\text{máx}}. \quad (2.58)$$

Esta restricción se puede sustituir por las ecuaciones (2.14) y (2.15). El máximo ángulo de desfase entre las tensiones de los nudos se calcula ahora, utilizando (2.57), como:

$$\theta_{ij}^{\max} = \frac{b_{ij}}{g_{ij}} + \sqrt{\left(\frac{b_{ij}}{g_{ij}}\right)^2 + 2\frac{P_{ij}^{\max}}{g_{ij}}}. \quad (2.59)$$

Las pérdidas totales en cada rama se pueden calcular, utilizando (2.57), mediante la ecuación siguiente:

$$P_{ij}^{\text{pérd}} = P_{ij} + P_{ji} = g_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j)^2. \quad (2.60)$$

Si no se incluyen las pérdidas en las ecuaciones de la red, como en el modelo DC sin pérdidas o en el modelo de transporte, las pérdidas pueden estimarse aproximadamente a partir de los flujos de potencia activa utilizando la expresión siguiente:

$$P_{ij}^{\text{pérd}} \approx \frac{1}{n_{ij}^0 + n_{ij}} \frac{g_{ij}}{b_{ij}^2} P_{ij}^2 \approx \frac{1}{n_{ij}^0 + n_{ij}} r_{ij} P_{ij}^2. \quad (2.61)$$

El modelo DC con pérdidas constituye un problema de PNLEM no convexo muy difícil de resolver.

Se pueden plantear formulaciones alternativas que permiten tener en cuenta las pérdidas de forma aproximada, sin añadir el correspondiente término no lineal en las ecuaciones del modelo DC, aunque este seguiría siendo no lineal:

1. **Linealización por tramos.** Consiste en utilizar una aproximación lineal por tramos para el término cuadrático que representa a las pérdidas en (2.57). Esta opción aumenta considerablemente el número de variables del modelo. En [46] se utiliza esta aproximación, resolviendo el modelo DC con pérdidas en forma disyuntiva (ver sección 2.6), siendo el modelo resultante totalmente lineal.
2. **Dispersión de pérdidas netas** [47]. Es el método más sencillo y consiste en estimar el valor total de las pérdidas como un porcentaje de la demanda total y distribuirlo proporcionalmente entre las demandas y generaciones, resolviendo a continuación el modelo sin pérdidas. Es un método muy común, aunque no muy preciso debido a que la distribución de las pérdidas puede ser un tanto arbitraria.
3. **Redistribución de pérdidas** [47]. Es un método más preciso que el anterior, con el que es necesario resolver, de forma iterativa, varios problemas:
 - a. Se resuelve en primer lugar el modelo sin pérdidas.
 - b. Se estiman las pérdidas en cada rama mediante (2.61).

- c. Las pérdidas en cada rama se distribuyen al 50% entre los dos nudos de sus extremos, incrementando la demanda original.
- d. Se resuelve de nuevo el modelo sin pérdidas. El proceso se puede iterar hasta obtener convergencia.

Las pérdidas en las redes de transporte son pequeñas (normalmente inferiores al 3% de la demanda total). Por ello, es habitual no incluirlas en las ecuaciones del modelo, ya que el error cometido es pequeño.

2.9 Modelos con coste de pérdidas

2.9.1 Función objetivo

En todos los modelos descritos en las secciones anteriores, la función objetivo representa el coste de inversión en nuevos circuitos, coste que puede incluir tanto los costes de construcción como los costes de operación y mantenimiento. Sin embargo, esta formulación no tiene en cuenta el coste de operación asociado a las pérdidas de potencia activa en la red.

En el problema de planificación se considera un horizonte temporal con una determinada demanda máxima prevista. Las pérdidas totales de potencia activa en la red para ese nivel de demanda se calculan como:

$$P_{\text{pérd}} = \sum_{(i,j) \in \Omega} P_{ij}^{\text{pérd}}. \quad (2.62)$$

Las pérdidas totales en cada rama ($P_{ij}^{\text{pérd}}$) se pueden obtener mediante las ecuaciones (2.60) o (2.61). El coste anual total de las pérdidas viene dado por [48]:

$$C_{\text{pérd}}^A = 8760 \cdot \lambda \cdot f_{\text{pérd}} \cdot P_{\text{pérd}}, \quad (2.63)$$

donde:

- 8760: número de horas en un año,
- λ : coste unitario de la energía,
- $f_{\text{pérd}}$: factor de forma anual de las pérdidas en la red.

La función objetivo a minimizar en este caso sería el coste total de la red, es decir, la suma del coste de inversión y del coste asociado a las pérdidas:

$$\text{minimizar} \quad V = C_{\text{inv}}^A + C_{\text{pérd}}^A, \quad (2.64)$$

donde C_{inv}^A es el coste total anualizado de inversión en nuevos circuitos. Si la amortización financiera de la inversión se realiza mediante términos de amortización constantes, el coste anualizado de inversión se puede expresar como [49]:

$$C_{\text{inv}}^A = CRF \cdot C_{\text{inv}}, \quad (2.65)$$

siendo CRF el factor de recuperación de capital, que se calcula como:

$$CRF = \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}, \quad (2.66)$$

donde:

- r : tasa de descuento (interés),
- n : número de años de amortización de la inversión.

La función objetivo (2.64) así definida es no lineal, por lo que se obtiene un problema de PNLEM. La complejidad del problema depende del modelo considerado:

- **Modelo DC.** El problema es no lineal y no convexo. En [50] se evita la no linealidad de la función objetivo sustituyéndola por una aproximación lineal por tramos y se resuelve el modelo DC en forma disyuntiva (ver sección 2.6), siendo el modelo resultante totalmente lineal.
- **Modelo de transporte.** El problema es no lineal, pero convexo, ya que la función objetivo es una función convexa y todas las restricciones son lineales. Esto facilita la resolución al emplear métodos de programación matemática no lineal [35].

Hay que tener en cuenta que la inclusión del coste de las pérdidas en la función objetivo requiere la determinación de dos parámetros (λ y $f_{\text{pérd}}$) para los que solo se pueden obtener valores estimados y que, por lo tanto, añaden incertidumbres adicionales al problema de planificación:

- El periodo de amortización de las inversiones en infraestructuras de transporte suele ser muy largo (40 años es un plazo habitual), por lo que el coste de la energía (λ) puede sufrir considerables variaciones durante la vida útil de las instalaciones y, como consecuencia, la influencia del coste de las pérdidas puede variar mucho.
- De la misma forma, el factor de pérdidas ($f_{\text{pérd}}$), que permite calcular las pérdidas anuales teniendo en cuenta la curva de carga, no es fácil de determinar y también puede fluctuar de un año a otro.

2.9.2 Factor de pérdidas

El factor de pérdidas ($f_{\text{pérd}}$) permite calcular las pérdidas anuales a partir de las pérdidas que se producen con la demanda máxima, teniendo en cuenta la curva de carga. Se define como la relación entre la potencia de pérdidas media en un año y la potencia de pérdidas que se produce con la demanda máxima en ese año:

$$f_{\text{pérd}} = \frac{1}{P_{\text{pérd}}^{\text{máx}}} \frac{\int_0^{8760} P_{\text{pérd}}(t) dt}{8760}, \quad (2.67)$$

siendo $P_{\text{pérd}}^{\text{máx}}$ la potencia de pérdidas con la demanda máxima anual.

Si no se dispone de los datos necesarios para calcular $f_{\text{pérd}}$ mediante (2.67), se puede estimar un valor aproximado a partir de las curvas de carga. Suponiendo que la potencia de pérdidas es proporcional al cuadrado de la potencia demandada [51], se obtiene la expresión siguiente:

$$f_{\text{pérd}} \approx \frac{1}{(P_{\text{D}}^{\text{máx}})^2} \frac{\int_0^{8760} P_{\text{D}}^2(t) dt}{8760}, \quad (2.68)$$

siendo P_{D} la potencia demandada total y $P_{\text{D}}^{\text{máx}}$ su valor máximo anual.

En redes operadas de forma radial existen fórmulas empíricas que relacionan el factor de pérdidas con el factor de carga de la red (f_{D}), el cual es más fácil de calcular. Este factor se define como la relación entre la potencia media demandada en un año y la potencia máxima demandada en ese año:

$$f_{\text{D}} = \frac{1}{P_{\text{D}}^{\text{máx}}} \frac{\int_0^{8760} P_{\text{D}}(t) dt}{8760}. \quad (2.69)$$

La fórmula empírica más utilizada tradicionalmente para relacionar el factor de pérdidas con el de carga en redes radiales es la siguiente [51, 52]:

$$f_{\text{pérd}} = f_{\text{D}}^2(1 - X) + f_{\text{D}}X, \quad (2.70)$$

donde X es un coeficiente constante. El valor estándar de este coeficiente, utilizado ya desde el año 1928, es de $X = 0,3$. Sin embargo, otros autores han recomendado diferentes

valores para X [52], por lo que para cada red y tipo de cargas sería necesario determinar su valor.

La ecuación anterior no se puede considerar válida en redes de transporte ya que, debido a su estructura mallada, las pérdidas no son una función directa de la demanda, sino que dependen también, entre otros factores, del despacho de la generación, de las importaciones y exportaciones y de las transacciones entre generadores y consumidores.

2.9.3 Ley de Kelvin

La ley de Kelvin fue propuesta por William Thomson (Lord Kelvin) en 1881 [53] y se ha utilizado tradicionalmente para determinar la sección más económica de los conductores de las líneas eléctricas [51].

La sección más económica de un conductor es aquella para la que su coste total es mínimo y se obtiene derivando el coste total respecto a la sección e igualando a cero. Como resultado, la ley de Kelvin establece que la sección óptima de un conductor es aquella para la que el coste de adquisición es igual al coste de las pérdidas.

Este mismo concepto se puede aplicar para calcular el número óptimo de circuitos, con unas determinadas características, que se han de construir entre dos nudos de la red, de forma que su coste total sea mínimo. En este caso se toma como incógnita el número de circuitos en lugar de la sección de los conductores, lo que se corresponde con la formulación de los modelos utilizados para resolver el problema de la planificación de la red de transporte.

Se trata ahora de resolver el problema de planificación para el caso de una red simple con una sola rama (o corredor) que conecta dos nudos. Se utiliza el modelo DC (sección 2.2), que en este caso es equivalente al modelo de transporte. Se considera también, por simplicidad, que no hay circuitos existentes inicialmente ($n_{ij}^0 = 0$).

La ecuación (2.64) representa el coste total de la red, es decir, la suma del coste de inversión y del coste asociado a las pérdidas. Si se aplica dicha ecuación a una red simple con una sola rama sin circuitos iniciales, se obtiene que el coste total de los circuitos añadidos viene dado por:

$$C_{\text{inv}}^A + C_{\text{pérd}}^A = CRF \cdot c_{ij} n_{ij} + 8760 \cdot \lambda \cdot f_{\text{pérd}} \cdot \frac{1}{n_{ij}} r_{ij} P_{ij}^2. \quad (2.71)$$

El número de circuitos para el que el coste total es mínimo se obtiene derivando la expresión anterior respecto a n_{ij} e igualando a cero. El resultado es análogo a la ley de Kelvin, es decir, el coste total es mínimo cuando se igualan los costes de inversión con los costes de las pérdidas y el número óptimo de circuitos viene dado por:

$$n_{ij}^{\text{opt}} = P_{ij} \sqrt{\frac{8760 \cdot \lambda \cdot f_{\text{pérd}} \cdot r_{ij}}{CRF \cdot c_{ij}}} . \quad (2.72)$$

Es evidente que cuanto mayor es el flujo de potencia en la rama (P_{ij}), mayor es el número óptimo de circuitos (n_{ij}^{opt}), ya que mayor será el coste de las pérdidas. Resulta interesante relacionar el flujo de potencia con los valores del número óptimo de circuitos. Así, se tiene:

$$P_{ij} = n_{ij}^{\text{opt}} \sqrt{\frac{CRF \cdot c_{ij}}{8760 \cdot \lambda \cdot f_{\text{pérd}} \cdot r_{ij}}} . \quad (2.73)$$

Según la expresión anterior, el valor de P_{ij} para el cual el número óptimo de circuitos es igual a 1 es el siguiente:

$$n_{ij}^{\text{opt}} = 1 \Rightarrow P_{ij}^{\text{K}} = \sqrt{\frac{CRF \cdot c_{ij}}{8760 \cdot \lambda \cdot f_{\text{pérd}} \cdot r_{ij}}} . \quad (2.74)$$

La ecuación anterior representa un límite económico al flujo de potencia máximo que puede circular por cada circuito.

Utilizando el límite económico dado por la ecuación (2.74), se puede plantear un procedimiento alternativo de tipo heurístico para considerar el coste de las pérdidas, sin recurrir a la formulación con la función objetivo no lineal (2.64). Este procedimiento consiste en:

- Plantear la función objetivo sin incluir el coste de las pérdidas, es decir, minimizar solamente el coste de inversión.
- Utilizar como valor de máximo flujo de potencia activa en cada circuito, para las restricciones de límite de transporte, el valor más pequeño de entre $P_{ij}^{\text{máx}}$ y P_{ij}^{K} .

El procedimiento descrito anteriormente no asegura que la solución obtenida sea el mínimo global, es decir, que la configuración obtenida sea aquella con la que globalmente se minimiza el coste total. Sin embargo, tiene la ventaja de que la función objetivo es lineal, lo que permite, con determinados modelos y métodos de resolución, resolver el problema utilizando únicamente algoritmos de programación matemática lineal.

2.10 Factibilidad en el modelo DC

2.10.1 Análisis de factibilidad

El análisis de factibilidad consiste en estudiar si una configuración determinada de la red (número de circuitos en cada rama) es factible, es decir, si verifica las ecuaciones del modelo matemático.

El grado de infactibilidad se puede valorar calculando la demanda mínima que sería necesario anular (o la mínima generación ficticia que sería necesario añadir) para que la red fuera factible. En el modelo DC, este análisis se puede formular de la forma siguiente:

$$\text{minimizar} \quad v = P_R^{\text{total}} = \sum_{i \in \Gamma_D} P_{Ri}, \quad (2.75)$$

$$\text{sujeto a} \quad -\mathbf{A} \mathbf{P}_f + \mathbf{P}_G + \mathbf{P}_R = \mathbf{P}_D, \quad (2.76)$$

$$P_{ij} + b_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0, \quad (2.77)$$

$$|P_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})P_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.78)$$

$$0 \leq \mathbf{P}_G \leq \mathbf{P}_G^{\text{máx}}, \quad (2.79)$$

$$0 \leq \mathbf{P}_R \leq \mathbf{P}_D, \quad (2.80)$$

$$\theta_i \text{ ilimitado}, \quad (2.81)$$

$$\forall (i, j) \in \Omega,$$

donde:

- P_R^{total} : corte de demanda o generación ficticia total,
- P_{Ri} : corte de demanda o generación ficticia en el nudo i ,
- \mathbf{P}_R : vector de cortes de demanda o generaciones ficticias en los nudos (P_{Ri}) ,
- Γ_D : conjunto de todos los nudos de consumo.

Esta formulación introduce nuevas variables (P_{Ri}) que representan un corte de demanda o una generación ficticia en cada nudo de consumo, es decir, una demanda no satisfecha.

La función objetivo (2.75) representa el corte de demanda total necesario para la configuración de la red considerada. La restricción (2.80) establece el límite del corte de demanda en cada nudo, que coincide con la potencia demandada en dicho nudo. La configuración analizada es factible si el valor de la función objetivo es cero, en caso contrario habría demanda no satisfecha y, por lo tanto, sería no factible

Los flujos de potencia (P_{ij}) se pueden expresar en función de los ángulos de fase utilizando (2.77). Así, la restricción (2.78) se puede sustituir por la expresión (2.12).

Las incógnitas (o variables de decisión) son los cortes de demanda (P_{Ri}) en los nudos de consumo, las generaciones en los nudos de generación (P_{Gi}) y los ángulos de fase (θ_i).

Cuando la factibilidad se analiza en un caso sin posibilidad de redespacho, el vector de máximas potencias activas generadas por los generadores ($\mathbf{P}_G^{\text{máx}}$) se sustituye por los valores de los despachos previstos. Con posibilidad de redespacho se utilizan los límites originales de los generadores.

Todas las ecuaciones del modelo son lineales y no hay variables enteras, por lo que se tiene un problema de programación lineal (PL), relativamente fácil de resolver.

Para incluir las pérdidas en el modelo, habría que sustituir la restricción (2.77) por la ecuación (2.57), obteniéndose un problema de PNL no convexo. Se puede mantener la linealidad del modelo utilizando las formulaciones alternativas descritas en la sección 2.8. No obstante, en las redes de transporte, el error cometido al no incluir las pérdidas en las ecuaciones es pequeño.

La mayoría de los métodos de resolución de tipo metaheurístico (ver sección 3.4) y, en particular, los algoritmos genéticos, se basan en analizar, de forma iterativa, la factibilidad de configuraciones de la red con unos valores determinados de nuevos circuitos añadidos (n_{ij}).

2.10.2 Modelo DC factible

Cuando se plantea el problema de la planificación de la red mediante el modelo DC (ver sección 2.2), puede ocurrir que el modelo de programación matemática planteado no sea factible, es decir, que no tenga solución. No obstante, relajando alguna de las restricciones se puede obtener un modelo que siempre resulta matemáticamente factible. El interés de esta formulación reside en que permite valorar el grado de infactibilidad del problema.

Si se contempla la posibilidad de cortar demanda en los nudos de consumo, tal como se describe en la sección 2.10.1, es posible formular el problema mediante un modelo matemáticamente factible. Evidentemente, el modelo es siempre factible a costa de admitir la posibilidad de no satisfacer toda la demanda. El objetivo es obtener una red con el mínimo coste y con el mínimo corte de demanda total. La formulación del modelo es la siguiente:

$$\text{minimizar} \quad v = C_{\text{inv}} + \alpha P_{\text{R}}^{\text{total}} = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Gamma_{\text{D}}} P_{\text{R}i}, \quad (2.82)$$

$$\text{sujeto a} \quad -\mathbf{A} \mathbf{P}_{\text{f}} + \mathbf{P}_{\text{G}} + \mathbf{P}_{\text{R}} = \mathbf{P}_{\text{D}}, \quad (2.83)$$

$$P_{ij} + b_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0, \quad (2.84)$$

$$|P_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) P_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.85)$$

$$0 \leq \mathbf{P}_{\text{G}} \leq \mathbf{P}_{\text{G}}^{\text{máx}}, \quad (2.86)$$

$$0 \leq \mathbf{P}_{\text{R}} \leq \mathbf{P}_{\text{D}}, \quad (2.87)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq n_{ij}^{\text{máx}}, \quad (2.88)$$

$$n_{ij} \text{ entero}, \quad (2.89)$$

$$\theta_i \text{ ilimitado}, \quad (2.90)$$

$$\forall (i, j) \in \Omega,$$

donde α es el factor de penalización del corte de demanda total que se minimiza, para poder compararlo con el coste de la red que se minimiza simultáneamente.

Las incógnitas (o variables de decisión) son los circuitos añadidos en las ramas (n_{ij}), los cortes de demanda ($P_{\text{R}i}$) en los nudos de consumo, las generaciones en los nudos de generación ($P_{\text{G}i}$) y los ángulos de fase (θ_i).

Cuando el modelo se resuelve en un caso sin posibilidad de redespacho, el vector de máximas potencias activas generadas por los generadores ($\mathbf{P}_{\text{G}}^{\text{máx}}$) se sustituye por los valores de los despachos previstos. Con posibilidad de redespacho se utilizan los límites originales de los generadores.

Se pueden incluir las pérdidas en el modelo (ver sección 2.8), sustituyendo la restricción (2.84) por la ecuación (2.57).

La complejidad del modelo resultante es similar a la del modelo DC ya que se obtiene también un problema de PNLEM.

Un problema adicional es la necesidad de determinar el valor óptimo del factor de penalización α . Este factor ha de ser lo suficientemente grande para que el algoritmo no

tienda a suprimir demanda en lugar de añadir nuevos circuitos, pero a la vez es conveniente evitar valores demasiado grandes que puedan provocar inestabilidad numérica.

Para tener una idea del orden de magnitud del factor α , es útil considerar una red simple con una sola rama sin circuitos iniciales que conecta dos nudos. Se supone también que el número de circuitos n_{ij} es ilimitado y que puede ser un número no entero. Aplicando el modelo anterior se obtiene fácilmente que, para obtener una solución sin corte de demanda, el factor α ha de tener el siguiente valor mínimo:

$$\alpha \geq \frac{c_{ij}}{P_{ij}^{\max}}. \quad (2.91)$$

En general, para una red determinada es necesario probar varios valores de α con el fin de asegurar que el valor elegido desincentiva suficientemente el corte de demanda.

2.10.3 Modelo DC factible con coste de pérdidas

También se puede plantear el modelo DC matemáticamente factible, incluyendo en la función objetivo el coste de las pérdidas (ver sección 2.9.1). En ese caso, la función objetivo (2.82) se sustituye por la siguiente:

$$\text{minimizar} \quad v = C_{\text{inv}}^A + C_{\text{pérd}}^A + \alpha P_R^{\text{total}}. \quad (2.92)$$

El valor del factor de penalización α tendrá que ser mayor si se incluye el coste de las pérdidas ya que, al aumentar el coste calculado de la red, habrá que penalizar en mayor medida el corte de demanda. En caso contrario el algoritmo podría favorecer soluciones con mayor corte de demanda en lugar de añadir nuevos circuitos.

Al igual que en la sección anterior, se puede obtener una idea del orden de magnitud del factor α , considerando una red simple con dos nudos y una sola rama sin circuitos iniciales. Suponiendo también un número de circuitos n_{ij} ilimitado y no entero, se obtiene fácilmente que, para obtener una solución sin corte de demanda, el factor α ha de tener el siguiente valor mínimo:

$$\alpha \geq 2\sqrt{CRF \cdot c_{ij} \cdot 8760 \cdot \lambda \cdot f_{\text{pérd}} \cdot r_{ij}}. \quad (2.93)$$

En la práctica es necesario probar varios valores de α con el fin de asegurar que el valor elegido desincentiva suficientemente el corte de demanda.

2.11 Otros modelos

Los modelos descritos en las secciones anteriores son los modelos matemáticos básicos más utilizados para resolver el problema de la planificación estática de la red eléctrica de transporte a largo plazo. A partir de ellos, diferentes autores han planteado variantes que consisten principalmente en modificar la función objetivo o el conjunto de restricciones, con el fin de tener en cuenta otros aspectos de la operación del sistema eléctrico.

2.11.1 *Planificación dinámica*

La planificación de la red se puede clasificar en estática o dinámica, según como se considere el periodo de estudio [30].

En la planificación estática se busca el conjunto de circuitos que es necesario añadir para un año determinado en el horizonte de planificación, es decir, solo interesa determinar la configuración óptima final de la red y no cuándo han de ser instalados los circuitos.

En la planificación dinámica se consideran múltiples años o etapas y se determina la red requerida al final de cada etapa. En este caso el modelo tiene restricciones temporales que representan el acoplamiento entre los sucesivos años del horizonte de planificación.

El problema de la planificación dinámica es muy complejo ya que implica la obtención, no solo de un diseño óptimo de la red, sino también de una estrategia para su expansión. Esta estrategia se desarrolla a través de una serie de pasos en el tiempo y depende de la predicción de la evolución del crecimiento de la demanda. Requiere la optimización del diseño de la red en un momento determinado, pero teniendo en cuenta la influencia de las decisiones tomadas anteriormente y de las que se tomarán en el futuro. La solución óptima será, por lo tanto, una secuencia de configuraciones de la red que optimizan su coste a lo largo del tiempo.

Los modelos resultantes constan de un gran número de variables y restricciones y, por lo tanto, requieren un enorme esfuerzo computacional para obtener la solución óptima en redes reales. Los principales modelos dinámicos que han sido desarrollados en la literatura se pueden encontrar en [48, 54-76].

2.11.2 *Requisitos de fiabilidad*

Uno de los principales aspectos que definen la calidad del suministro de energía eléctrica es la seguridad o fiabilidad del suministro, la cual se mide en términos de continuidad [77].

Las redes eléctricas han de planificarse de forma que se mantengan unos adecuados niveles de fiabilidad. Estos requisitos de fiabilidad se pueden imponer de dos formas [78]:

- Mediante reglas deterministas, como el cumplimiento de los criterios de seguridad N-1 o N-2 ante contingencias.
- Mediante índices de carácter probabilístico que cuantifican la fiabilidad del sistema. Para el cálculo de estos índices hay dos métodos fundamentales: la enumeración de estados y la simulación de Monte Carlo.

Los criterios de fiabilidad se pueden tener en cuenta en la planificación de la expansión de la red de transporte utilizando distintas estrategias:

- Obteniendo en una primera fase el plan de expansión con el mínimo coste sin tener en cuenta los criterios de fiabilidad. En una segunda fase se realiza el análisis de fiabilidad y se añaden los circuitos adicionales necesarios para que se cumplan los criterios establecidos. Este método tiene la ventaja de que el esfuerzo computacional es relativamente pequeño, pero tiene la desventaja de que no se obtiene el plan de expansión óptimo global. Ejemplos de esta estrategia se pueden encontrar en [43, 79-90].
- Integrando las restricciones de seguridad adicionales en el modelo matemático, de forma que la solución del problema de optimización cumpla los criterios establecidos con el mínimo coste. Esta formulación permite realizar una optimización global, pero complica considerablemente la resolución del problema. Se pueden encontrar modelos matemáticos que incorporan restricciones de seguridad al problema de planificación en [54, 60, 73, 76, 91-108].
- Representando de forma aproximada los efectos de los criterios de seguridad mediante la reducción de la capacidad de transporte máxima de las líneas [109]. Para ello, se aplica un índice de seguridad al máximo flujo de potencia activa en cada circuito (P_{ij}^{\max}). Este método aproximado simplifica la resolución del problema, aunque requiere la realización de un análisis de seguridad posterior para validar la solución obtenida.

2.11.3 Costes de generación

Se puede resolver simultáneamente el problema de planificación de la expansión de la red de transporte y el problema del despacho económico, es decir, la determinación de la operación óptima del sistema de generación. Como paso previo es necesario haber determinado el esquema de expansión del sistema de generación.

Para ello se plantea como función objetivo a minimizar la suma del coste de inversión de la red y del coste de operación del sistema de generación. Este planteamiento requiere que el planificador tenga acceso a todos los datos económicos y técnicos de las centrales y se corresponde, por lo tanto, con un modo de explotación centralizado. En el contexto actual de mercados eléctricos liberalizados y con la introducción de la competencia en el sis-

tema de generación, se puede plantear el problema de esta forma dentro de un ejercicio de planificación indicativa del sistema.

Se pueden encontrar ejemplos de la formulación del problema con costes de operación del sistema de generación en [46, 60, 76, 103, 107-111].

2.11.4 Planificación integrada de generación y transporte

En el contexto tradicional de explotación centralizada, la expansión de la red de transporte se planifica a partir de las decisiones previas de expansión de la capacidad de generación, ya que normalmente la red tiene unos menores costes y tiempos de construcción. En la actualidad, si embargo, el plazo de construcción de las infraestructuras de transporte puede ser superior al de la construcción de centrales debido, entre otros, a condicionantes de tipo medioambiental y de ordenación del territorio [1].

En el nuevo contexto liberalizado, donde la actividad de generación se realiza en régimen de competencia, son las empresas de generación las que deciden la inversión en nuevas centrales sin estar sujetas a una planificación obligatoria. La planificación de la red de transporte, sin embargo, se sigue realizando por lo general de forma centralizada. La entidad reguladora puede también desarrollar una planificación indicativa no vinculante, con el objeto de facilitar la toma de decisiones por parte de los distintos agentes que intervienen, ya sean las instancias administrativas o la iniciativa privada.

La planificación integrada de la expansión de los sistemas de generación y transporte consiste en la determinación simultánea, tanto de las nuevas centrales de generación, como de las nuevas líneas de transporte necesarias para satisfacer el crecimiento de la demanda con el mínimo coste [112].

Modelos matemáticos para la planificación simultánea de generación y transporte se pueden encontrar en [68, 113-132].

2.11.5 Incertidumbre en la demanda

Una de las dificultades de la planificación de la expansión de la red de transporte está en la incertidumbre asociada a la previsión de la demanda. En general, resulta difícil especificar la demanda exacta en cada nudo para un determinado horizonte de planificación. Las incertidumbres pueden ser de dos tipos [105]:

- **Estadísticas.** Son desviaciones repetibles y que, por lo tanto, tienen una distribución de probabilidad que se puede deducir de la evolución anterior y de la observación.

- **No estadísticas.** Son desviaciones no repetibles y cuyas características no se pueden deducir de experiencias anteriores. Se representan mediante una distribución de posibilidad.

La incertidumbre en la demanda se puede tener en cuenta mediante el análisis de un conjunto limitado de escenarios de demanda o, de forma más precisa, utilizando técnicas de tipo probabilístico. Debido a la gran complejidad del problema, son pocas las publicaciones donde se pueden encontrar modelos de planificación que consideren este aspecto [55, 75, 105, 111, 133-145].

2.11.6 Planificación con rediseño

La planificación con rediseño consiste en permitir el rediseño de la red existente a la vez que se obtiene el plan de expansión óptimo. Es decir, se considera la posibilidad de desconectar circuitos de la red existente, además de añadir nuevos circuitos. Este planteamiento se basa en que los flujos de potencia en una red eléctrica vienen dados por las leyes de Kirchhoff, de forma que en determinadas configuraciones puede ocurrir que la adición de un nuevo circuito provoque congestión en la red y viceversa. Por lo tanto, al permitir la desconexión de los circuitos existentes, en algunos casos se puede mejorar el funcionamiento de la red, requiriéndose una menor inversión en nuevos circuitos.

Para incluir la posibilidad de rediseño es necesario introducir nuevas variables en el modelo, que por lo tanto resulta más difícil de resolver [146-148].

2.11.7 Vulnerabilidad frente a ataques deliberados

Las redes eléctricas de transporte constituyen objetivos potencialmente atractivos para ataques deliberados por parte de grupos terroristas ya que, además de ser infraestructuras críticas para el bienestar de la sociedad, tienen una alta vulnerabilidad debido a que operan frecuentemente cerca de sus límites estáticos y dinámicos.

En [149-151] se propone un modelo de expansión de la red de transporte que contempla simultáneamente costes y vulnerabilidad, de forma que se pueda mitigar el impacto de un conjunto de ataques deliberados.

2.11.8 Planificación a medio y corto plazo

En la planificación de la red de transporte a largo plazo se utilizan normalmente modelos matemáticos simplificados, como el modelo DC, que consideran solamente los flujos de potencia activa. Una vez resuelto este problema es necesario evaluar los planes de expansión mediante estudios a medio y corto plazo que tengan en cuenta los flujos de potencia reactiva y las restricciones de operación.

En esta fase se emplea el modelo AC, es decir, las ecuaciones completas del flujo de cargas con potencias activas y reactivas, así como herramientas de análisis de cortocircuitos y estabilidad transitoria.

Si se formula el problema de la expansión de la red de transporte utilizando el modelo AC, es posible realizar una planificación integrada de potencias activas y reactivas. El modelo matemático resultante es un problema de PNLEM extremadamente complejo de resolver, que solo tiene sentido en estudios a medio y corto plazo.

Se pueden encontrar ejemplos de la formulación del problema de planificación de la red con el modelo AC en [59, 62, 152-164].

2.11.9 Planificación en mercados competitivos

La reestructuración de los sistemas eléctricos y la introducción de la competencia en la generación plantean dificultades adicionales en la planificación de la expansión de la red de transporte (ver sección 1.3). En particular, hay diversos aspectos que han de ser tenidos en cuenta [30, 165]:

- La definición de la función objetivo que se utiliza para evaluar la solución obtenida. Asumiendo una planificación centralizada, se podría plantear, como en el contexto tradicional, la minimización del coste total de inversión y operación. Sin embargo, para tener en cuenta expresamente el entorno competitivo, el planteamiento equivalente consistiría en la maximización del beneficio social global, es decir, de la suma del beneficio neto de consumidores y generadores.
- La relación entre la expansión de la red de transporte y la expansión del sistema de generación.
- El gran nivel de incertidumbre, asociado fundamentalmente a la expansión de la generación y al funcionamiento del mercado de generación.
- La influencia de la red de transporte en el funcionamiento del mercado de generación.
- La relación entre la planificación del transporte y el precio que los agentes que intervienen en el sistema han de pagar por el uso de la red.

Con respecto a la definición de la función objetivo, se han planteado en la literatura diversas variantes para integrar el entorno competitivo en el modelo:

- Maximizar el beneficio social global, integrando la simulación del funcionamiento del mercado de generación en el problema de planificación de la red de transporte [166-175].
- Incluir de forma expresa el coste asociado a la saturación de la red, es decir, el coste de la congestión, lo que permite evaluar la influencia de la red en el mercado eléctrico [176-184]. En [185] se contempla, además del coste de la congestión, el impacto en la expansión de la red de las posibles decisiones de inversión en plantas de generación, pudiéndose utilizar los resultados como una planificación indicativa que incentive las inversiones en generación.
- En un contexto de planificación totalmente descentralizada, la función objetivo se puede plantear maximizando el beneficio de la empresa transportista y asumiendo un determinado esquema para la imputación de los costes de la red a los agentes que intervienen en las transacciones [186-191].

Una alternativa para tener en cuenta las incertidumbres asociadas a la expansión de la generación y al funcionamiento del mercado consiste en analizar un conjunto limitado de escenarios de generación, a los cuales se puede asignar una determinada probabilidad. La resolución del problema para cada escenario se realiza entonces mediante métodos deterministas y el plan de expansión óptimo se determina a través de un análisis de riesgos [192-198]. No obstante, dado que hay muchos factores que provocan incertidumbre, la combinación de todos ellos puede dar lugar a una enorme cantidad de escenarios. Para abordar un problema tan complejo se pueden utilizar métodos de optimización estocástica y técnicas de simulación basadas en el método de Monte Carlo [199-202].

En [203] se propone un modelo que integra, no solo el mercado de generación, sino también el problema de la expansión de la generación en un entorno competitivo desde el punto de vista de las empresas generadoras.

De forma más general y compleja, el modelo de planificación propuesto en [204] simula la toma de decisiones, tanto de la expansión de la red de transporte por parte de las empresas transportistas, como de la expansión de la generación por parte de las empresas generadoras. Además, integra en la simulación el funcionamiento del mercado y los procesos propios del operador del sistema. Los mismos autores plantean en [205] un modelo similar que tiene en cuenta, adicionalmente, la incertidumbre de los datos mediante el método de simulación de Monte Carlo.

En sistemas eléctricos totalmente descentralizados, donde cada agente toma sus decisiones buscando su propio beneficio, el problema de la expansión de la red de transporte y de la asignación de los costes entre los usuarios se puede plantear también utilizando la teoría de juegos [206-224].

2.11.10 Integración de energías renovables

Otro aspecto importante es la creciente integración en el sistema de energía procedente de fuentes renovables y, en particular, de energía eólica [225]. El carácter variable de este tipo de energías da lugar a incertidumbres adicionales en el proceso de planificación.

En [90, 142, 226-232] se plantean modelos que incorporan las incertidumbres asociadas a la producción eólica. En [233] se analiza conjuntamente la inversión en generación eólica y los refuerzos requeridos en la red de transporte, incluyendo el efecto de los subsidios que se utilizan en la mayoría de los mercados eléctricos para promover la inversión en energía eólica.

Por otro lado, el aumento de la capacidad de interconexión entre distintos mercados eléctricos con presencia de generación eólica beneficia al desarrollo de esta tecnología. No obstante, estas interconexiones afectan al valor de mercado de la producción eólica desde el punto de vista del generador, como se detalla en [234].

En [235] se presenta un modelo que integra las decisiones de inversión a largo plazo en generación, transporte y capacidad de almacenamiento de energía. El modelo considera simultáneamente tecnologías de generación con combustibles fósiles (carbón y gas natural) y tecnologías renovables (eólica y solar fotovoltaica), así como las fluctuaciones a corto plazo de la producción con estas últimas. La utilización de sistemas de almacenamiento de energía se plantea también en [236].

En el caso particular del sistema eléctrico europeo, la problemática de la integración de las energías renovables en el sistema y las expansiones necesarias para completar con éxito dicha integración se analizan detalladamente en [237-242].

En [243] se estudia la capacidad adicional de interconexión entre la península ibérica y Francia, que sería necesaria para integrar la generación intermitente prevista en la península en el periodo 2020-2050.

Un resumen de los principales estudios de planificación de la red de transporte para la integración de energía eólica, realizados en Estados Unidos y Europa, se puede consultar en [244].

2.11.11 Transporte en corriente continua

El transporte en alta tensión en corriente continua tiene características que hacen que sea una opción adecuada en determinadas aplicaciones, como pueden ser las líneas subterráneas o submarinas. En general, la integración de conexiones en corriente continua requiere de un gran esfuerzo de planificación [245].

En [246] se plantea un modelo que, dentro de un mercado competitivo, contempla la instalación tanto de líneas en corriente alterna, como de líneas en corriente continua.

2.11.12 Planificación con FACTS

Los dispositivos FACTS (*Flexible Alternating Current Transmission Systems*) son equipos electrónicos que permiten controlar los flujos en la red e incrementar la capacidad real de transporte de las líneas. Estos equipos representan una posible alternativa para cubrir las necesidades de expansión de la red, junto con la adición de nuevas líneas [247].

El modelo propuesto en [248] incorpora tanto la construcción de nuevas líneas como la instalación de dispositivos FACTS, en la planificación dinámica a largo plazo dentro de un mercado competitivo.

En [249, 250] se presenta un modelo para evaluar las inversiones en transporte en el sistema eléctrico europeo, considerando las incertidumbres en el precio de los combustibles y en el crecimiento de la demanda. La metodología propuesta evalúa la instalación de dispositivos FACTS cuantificando el valor de la flexibilidad que aportan al sistema.

2.11.13 Planificación espacial

La determinación del recorrido de las líneas aéreas depende, entre otros, de factores medioambientales y de criterios de ordenación del territorio. La consideración de estos factores es una tarea compleja y suele provocar retrasos considerables en la construcción de las infraestructuras.

En los métodos de planificación tradicionales se asume que las rutas de las posibles líneas han sido determinadas previamente. En [251] se propone un método que integra la obtención del recorrido óptimo de las líneas en la planificación de la red. Este método incorpora las características del territorio a la formulación del modelo, utilizando para ello mapas obtenidos mediante sistemas de información geográfica.

En [252] se analizan en detalle los factores espaciales que pueden determinar la planificación de líneas de transporte entre el norte de África y Europa.

Capítulo 3

Métodos de resolución

3.1 Complejidad del problema

En este capítulo se describen los principales métodos que se utilizan para resolver el problema de optimización con el que se formula el problema de la expansión de la red eléctrica de transporte a largo plazo (ver [Capítulo 2](#)).

Tomando como base el modelo DC (ver sección [2.2](#)), se obtiene un problema de programación no lineal entera mixta (PNLEM), cuya resolución en redes reales de gran tamaño es extremadamente compleja debido a su carácter no lineal y no convexo y a la presencia de variables enteras. El problema presenta un gran número de soluciones óptimas locales y su complejidad aumenta de forma exponencial con el tamaño de la red.

Se trata de un problema de optimización combinatoria que pertenece a la clase *NP-hard*. Por lo tanto, no hay algoritmos conocidos que puedan resolver el problema en tiempo polinómico y además hay importantes razones teóricas para creer que tales algoritmos no existen [[253](#)].

En una red de muy pequeño tamaño el problema se puede resolver mediante un algoritmo de búsqueda exhaustiva. Este algoritmo es una técnica de fuerza bruta que consiste en generar todos los posibles candidatos para la solución del problema, seleccionando aquellos que satisfacen todas las restricciones, y encontrar la solución deseada, es decir, aquella que optimiza la función objetivo.

Siendo R el número de ramas de la red donde se pueden añadir nuevos circuitos (aquellas donde $n_{ij}^{\text{máx}} > 0$) y suponiendo que $n_{ij}^{\text{máx}}$ tiene el mismo valor en todas las ramas, el número total de posibles configuraciones (N) resulta ser de:

$$N = (n_{ij}^{\text{máx}} + 1)^R. \quad (3.1)$$

Debido al elevado número de configuraciones que sería necesario evaluar¹, el método de búsqueda exhaustiva solo resulta viable para valores muy pequeños de R .

Una alternativa para manejar este tipo de problemas consiste en resolverlos de forma aproximada mediante un algoritmo rápido. El objetivo en este caso es obtener una buena solución, que en general no coincidirá con la solución óptima. La mayoría de los métodos aproximados se basan en reglas heurísticas, es decir, en reglas que se derivan de la experiencia, no de pruebas matemáticas.

Uno de los primeros autores que planteó la resolución de este problema fue Knight en 1959 [254]. Knight utilizó un método de programación lineal con variables enteras que solo puede asegurar la obtención de una solución en redes de pequeño tamaño. En 1966, Burstall [255] propuso un método de búsqueda heurística que no garantiza la obtención de la solución óptima y lo aplicó a redes de hasta 16 nudos. Posteriormente, Garver en 1970 [37] propuso un método aproximado de tipo heurístico con el que es posible resolver redes de gran tamaño utilizando programación lineal.

Se han propuesto una gran variedad de algoritmos para resolver el problema de la expansión de la red eléctrica de transporte a largo plazo. Los métodos propuestos se pueden clasificar en tres grandes grupos [30-34]:

- Métodos clásicos de programación matemática.
- Algoritmos heurísticos constructivos.
- Algoritmos metaheurísticos.

3.2 Métodos clásicos de programación matemática

En general, los algoritmos de programación matemática se pueden aplicar solamente a sistemas de pequeño tamaño, ya que en redes grandes los tiempos de cálculo requeridos pueden ser excesivos. Además, suelen presentar problemas de estabilidad numérica y en muchos casos la solución que se obtiene es un mínimo local.

Los métodos más utilizados son los siguientes:

- **Algoritmo *branch-and-bound*** [59, 91, 256-258]. También se conoce como algoritmo de ramificación y poda o de ramificación y acotación. Se trata de un algoritmo enumerativo basado en un árbol de búsqueda binario, donde los nodos representan configuraciones del problema a evaluar y las ramas se corresponden con decisiones de variación de la configuración. El árbol representa implícita o explícitamente todas las posibles so-

¹ En una red con más de 20 nudos podría haber, teóricamente, más de 200 ramas candidatas para añadir circuitos. Con 200 ramas y un máximo de 2 circuitos por rama, el número de posibles configuraciones sería mayor de 10^{95} . Como comparación, según Wolfram|Alpha (<http://www.wolframalpha.com>), el número estimado de átomos en el universo es de 10^{80} .

luciones enteras, lo que garantiza que, dado un tiempo suficiente, se obtendrá la solución óptima.

- **Descomposición de Benders** [38, 40, 117, 164, 259-261]. El método de Benders descompone el problema original en otros dos: el problema maestro de inversión y el subproblema de operación. El primero determina un plan de inversión con mínimo coste y el segundo analiza la factibilidad de este plan (ver sección 2.10.1). Si el plan no es factible, se añaden restricciones adicionales, denominadas cortes, al problema maestro y se vuelve a resolver este. El algoritmo es iterativo, alternando la resolución de ambos problemas hasta obtener una solución factible.
- **Programación dinámica** [54-57]. Se trata de un método inventado por el matemático estadounidense Richard Bellman alrededor de 1950 para optimizar problemas de decisión multietapa [253]. El método se basa en la resolución de subproblemas superpuestos, resolviendo cada subproblema una sola vez y utilizando estas soluciones para obtener la solución del problema original.

3.3 Algoritmos heurísticos constructivos

Un algoritmo heurístico constructivo (AHC) es un proceso iterativo en el que se añade uno o varios circuitos al sistema en cada iteración. La elección de los circuitos se realiza en función de un índice de sensibilidad. El proceso termina cuando se obtiene una solución factible y, por lo tanto, no es necesario añadir más circuitos. Este tipo de algoritmos son capaces de obtener soluciones de calidad aceptable, son además fáciles de implementar, robustos y presentan una rápida convergencia, pero no proporcionan una optimización global.

En general, la estructura de estos algoritmos suele ser la siguiente [262]:

1. Considerar una topología inicial de la red y un modelo matemático.
2. Resolver el modelo matemático. En general, en función del modelo elegido será necesario resolver un problema de PL o de PNL. Si la resolución indica que el sistema opera adecuadamente, entonces la topología analizada es una posible solución, en ese caso ir al paso 4.
3. Utilizando un índice de sensibilidad, identificar el circuito más conveniente y añadirlo a la topología actual. Ir al paso 2.
4. Ordenar los circuitos añadidos en orden decreciente de coste. Verificar si el sistema opera adecuadamente al eliminar el primero de ellos. En caso afirmativo el circuito se elimina de la solución, en caso contrario se mantiene. La prueba se repite con todos los circuitos añadidos. La configuración final es la solución buscada.

Una de las limitaciones que presentan estos algoritmos es que algunos de los circuitos añadidos durante el proceso se vuelven innecesarios después de la incorporación de otros más

importantes. El paso 4 se añade precisamente para evitar este problema y se puede considerar que representa una fase de optimización local.

Los AHC se han utilizado también como generadores de topologías iniciales de buena calidad que sirven de punto de partida para la aplicación de otros métodos, como puede ser el algoritmo *branch and bound* o técnicas metaheurísticas.

Los distintos algoritmos existentes se diferencian principalmente en el índice de sensibilidad utilizado. Se pueden distinguir dos tipos de algoritmos [263]:

- Los que obtienen el índice de sensibilidad resolviendo el modelo matemático relajado que se obtiene al eliminar la restricción de integralidad de las variables n_{ij} , es decir, al eliminar la restricción (2.8) del modelo DC.
- Los que utilizan el comportamiento eléctrico del sistema para construir el índice de sensibilidad.

3.3.1 AHC basados en el modelo relajado

Entre los algoritmos que emplean el modelo matemático relajado, los más importantes son los siguientes:

- **Algoritmo de Garver.**
- **Algoritmo de Villasana-Garver-Salon.**

El algoritmo de Garver [37, 262, 264] utiliza el modelo de transporte (ver sección 2.3) y resuelve el problema de PL que se obtiene al eliminar la restricción (2.21). El índice de sensibilidad viene dado por el valor siguiente en cada rama:

$$IS_{ij}^G = n_{ij} P_{ij}^{\max}. \quad (3.2)$$

En cada iteración se añade un circuito en la rama que tenga el máximo valor del índice de sensibilidad. Este algoritmo presenta dos importantes inconvenientes:

- Al utilizar el modelo de transporte, la solución obtenida puede no ser factible con el modelo DC.
- Cuando los valores de n_{ij} son muy pequeños, lo que suele ocurrir al final del proceso, la adición de un circuito entero puede provocar grandes desviaciones de la solución óptima.

El algoritmo de Villasana-Garver-Salon [39] utiliza el modelo híbrido lineal (ver sección 2.4), resolviendo el problema de PL que se obtiene al eliminar la restricción (2.30). El índice de sensibilidad es el mismo que en el caso anterior y se utiliza de la misma forma. La

ventaja de este algoritmo es que la solución final obtenida es siempre factible con el modelo DC.

El algoritmo de Garver se puede adaptar para utilizarlo directamente con el modelo DC [263, 265]. Esta formulación tiene el inconveniente de que es necesario resolver un problema de PNL en cada iteración, lo que resulta mucho más difícil, sobre todo en problemas de gran tamaño. Además, los problemas de PNL son no convexos, por lo que pueden converger a óptimos locales, provocando desviaciones en el proceso de búsqueda.

La eficiencia del algoritmo de Garver se puede mejorar si se combina con un algoritmo de búsqueda local [266, 267]. Este método se basa en aumentar el espacio de búsqueda para intentar evitar la convergencia a un mínimo local, de forma que la solución obtenida se acerque más al óptimo global.

3.3.2 *AHC basados en el comportamiento eléctrico*

Los principales algoritmos que utilizan el comportamiento eléctrico del sistema para construir el índice de sensibilidad son los siguientes:

- **Algoritmo de mínimo esfuerzo.**
- **Algoritmo de mínimo corte de demanda.**

El algoritmo de mínimo esfuerzo [43] resuelve el flujo de cargas utilizando el modelo DC sin función objetivo y sin límites de transporte, por lo que se permite la sobrecarga de los circuitos. Para poder manejar sistemas con nudos aislados, se superpone una red ficticia, utilizando circuitos con reactancias muy superiores a las normales (10^4 veces), en todas las ramas donde se permite añadir nuevos circuitos. El índice de sensibilidad intenta identificar el circuito más conveniente en función de su coste y de la distribución de los flujos de potencia en la red y viene dado por:

$$IS_{ij}^{me} = -\frac{1}{2} \frac{(\theta_i - \theta_j)^2 b_{ij}}{c_{ij}}. \quad (3.3)$$

En cada iteración se añade un circuito en la rama que tenga el máximo valor del índice de sensibilidad. El algoritmo finaliza cuando no existen circuitos sobrecargados. Este método tiene la ventaja de que no es necesario utilizar métodos de programación matemática.

El algoritmo de mínimo corte de demanda [268, 269] resuelve un problema de PL para calcular el mínimo corte de demanda (ver sección 2.10.1). Como en el caso anterior, se superpone una red ficticia sobre la red existente. El índice de sensibilidad intenta identificar el circuito que provocaría la mayor reducción en el corte de demanda. Para tener en cuenta también el coste de los circuitos, dicho índice se expresa como:

$$IS_{ij}^{\text{med}} = -\frac{(\pi_i - \pi_j)(\theta_i - \theta_j)b_{ij}}{c_{ij}}, \quad (3.4)$$

donde π_i y π_j son las variables duales (precios sombra) asociadas a la restricciones (2.76) correspondientes a los nudos i y j respectivamente.

En cada iteración se añade un circuito en la rama que tenga el máximo valor del índice de sensibilidad. El algoritmo finaliza cuando no existe corte de demanda.

En [270, 271] se combina el algoritmo de mínimo corte de demanda y el algoritmo de Garver. En primer lugar, se utiliza el índice de sensibilidad del algoritmo de mínimo corte de demanda para seleccionar un conjunto limitado de ramas candidatas para añadir circuitos. Posteriormente, mediante el índice de sensibilidad del algoritmo de Garver, se añade el circuito más conveniente. El proceso se repite de forma iterativa hasta conseguir una operación adecuada de la red.

Los algoritmos anteriores convergen en general a un mínimo local. Para mejorar su eficiencia, mediante la ampliación del espacio de búsqueda, se pueden combinar con algoritmos de búsqueda local [109, 162, 272].

3.3.3 Otros algoritmos heurísticos

Además de los algoritmos heurísticos de tipo constructivo descritos, cuya aplicación en sistemas reales ha sido muy estudiada, se han propuesto en la literatura numerosos métodos heurísticos para resolver el problema, entre los que se pueden señalar los siguientes:

- Método *backward* o de eliminación [83, 273, 274]. Consiste en añadir inicialmente a la red todos los circuitos candidatos. Posteriormente y mediante un método iterativo se van eliminando los circuitos menos adecuados uno a uno. Para ello se resuelve el modelo matemático y se utiliza un determinado criterio de eliminación.
- Métodos basados en la eliminación de sobrecargas mediante la adición de circuitos de forma iterativa, utilizando determinados criterios empíricos de tipo técnico y económico elegidos por el planificador [275-277].
- Métodos basados en búsquedas heurísticas que, partiendo de un diseño inicial, buscan un conjunto de mejores soluciones, añadiendo o eliminando circuitos en función de una estrategia fijada por el planificador [255, 278-282].

3.4 Algoritmos metaheurísticos

Los algoritmos metaheurísticos son métodos en los que hay una interacción entre procedimientos de optimización local y estrategias de optimización global. De esta forma se obtiene un proceso que es capaz de evitar la convergencia a óptimos locales, realizando una robusta exploración del espacio de soluciones [283].

En los últimos años se han desarrollado algunos algoritmos que han resultado muy eficaces para la resolución de problemas complejos, especialmente para problemas de tipo combinatorio, como es el caso del problema de la expansión óptima de la red eléctrica de transporte.

Aunque no es posible asegurar el carácter óptimo de la solución obtenida, estos algoritmos son métodos robustos capaces de proporcionar soluciones cercanas al óptimo global en redes de gran tamaño. En general requieren un elevado esfuerzo computacional, aunque esta limitación no se puede considerar crítica en aplicaciones de planificación. Estas técnicas están actualmente en continuo desarrollo, por lo que se pueden plantear muchas mejoras en cuanto a su aplicación a problemas concretos.

3.4.1 Descripción

Los algoritmos metaheurísticos más utilizados en la planificación de la red de transporte se detallan a continuación. Entre paréntesis se indican la terminología y las siglas utilizadas en lengua inglesa, ya que se utilizan habitualmente:

- **Algoritmos genéticos** (*genetic algorithms*, GA) [64, 96, 97, 137, 284-300]. Los algoritmos genéticos se basan en los mecanismos naturales de la evolución. Generan una población constituida por un conjunto de posibles soluciones y la hacen evolucionar durante una serie de generaciones utilizando tres mecanismos básicos: selección, cruzamiento y mutación. Pueden resolver problemas de gran tamaño lineales o no lineales y su eficiencia depende del ajuste de sus parámetros de control.
- **Programación evolutiva** (*evolutionary programming*, EP) [301]. Es un algoritmo de optimización global de la misma familia que los algoritmos genéticos. Tradicionalmente, la programación evolutiva no utiliza el operador cruzamiento. Las nuevas soluciones candidatas se obtienen a partir de las existentes empleando solamente el operador mutación.
- **Evolución diferencial** (*differential evolution*, DE) [48, 302-304]. Es otro algoritmo de computación evolutiva aplicable a un gran número de problemas de optimización. Comparte muchas características con los algoritmos genéticos, siendo en este caso el mecanismo de mutación el operador dominante.

- **Estrategias evolutivas** (*evolution strategies*, ES) [48]. Son también algoritmos evolutivos, centrados más en la evolución de los caracteres hereditarios que en los mecanismos genéticos de la evolución.
- **Recocido simulado** (*simulated annealing*, SA) [65, 305, 306]. Se inspira en el proceso de recocido en metalurgia, en el que un material se calienta y posteriormente se enfría lentamente en condiciones controladas para incrementar el tamaño de los cristales y reducir sus defectos.
- **Rebote simulado** (*simulated rebounding*, SR) [76]. Es un algoritmo similar al de recocido simulado, pero utilizando una analogía con el proceso de choque inelástico de un cuerpo bajo los efectos de un campo gravitacional.
- **Búsqueda de la armonía** (*harmony search*, HS) [71, 307, 308]. Este algoritmo se basa en una analogía con el proceso de improvisación musical por el que los músicos buscan un estado perfecto de armonía entre ellos. Resulta fácil de adaptar a diversos tipos de problemas de optimización en ingeniería.
- **Búsqueda tabú** (*tabu search*, TS) [48, 309-311]. Este método es una extensión de los métodos clásicos de búsqueda local que permite escapar de los mínimos locales. El principio básico consiste en realizar una búsqueda local siempre que se encuentra un mínimo local, permitiendo el desplazamiento por zonas donde la función objetivo empeora. Las soluciones evaluadas previamente se almacenan en memorias, conocidas como listas tabú, para evitar volver a evaluarlas.
- **Procedimiento de búsqueda avariciosa, aleatoria y adaptativa** (*greedy randomized adaptive search procedure*, GRASP) [312, 313]. Este procedimiento es una técnica heurística de muestreo iterativo compuesta por dos fases: una fase de construcción y otra de búsqueda local. En la primera fase el algoritmo encuentra una solución factible al problema y en la segunda se mejora la solución obtenida mediante una búsqueda local.
- **Optimización por enjambre de partículas** (*particle swarm optimization*, PSO) [48, 74, 75, 161, 314-316]. Este método se inspira en el comportamiento social de búsqueda de algunos animales como las bandadas de pájaros o los bancos de peces. Las partículas del enjambre se mueven en su entorno siguiendo a los miembros más adaptados y tienen tendencia a dirigirse a las zonas que tradicionalmente han resultado mejores.
- **Optimización por colonia de hormigas** (*ant colony optimization*, ACO) [48, 317, 318]. Este algoritmo se inspira en el comportamiento de las hormigas, las cuales viven en colonias con un alto grado de organización e intentan encontrar las rutas más cortas entre su colonia y las fuentes de alimento. Para ello marcan sus rutas depositando cantidades de feromona y rastrean la feromona previamente depositada por otras. Su principal aplicación es la resolución de problemas de optimización combinatoria.
- **Algoritmo de simulación del crecimiento de las plantas** (*plant growth simulation algorithm*, PGSA) [319]. Es un algoritmo de búsqueda aleatoria que simula el fototropismo de las plantas.

- **Algoritmos basados en caos** (*chaos optimization algorithms*, COA) [320]. Estos algoritmos son técnicas de optimización global basadas en la generación de secuencias numéricas caóticas, en lugar de utilizar generadores de números aleatorios.
- **Método de entropía cruzada** (*cross-entropy method*, CEM) [321]. Se trata de un método de búsqueda estocástica que comienza asignando una determinada distribución de probabilidad en una región factible. De forma iterativa, se va actualizando dicha distribución a partir de muestras aleatorias tomadas de la región factible.
- **Sistemas inmunes artificiales** (*artificial immune systems*, AIS) [48]. En este grupo se incluyen diferentes algoritmos que se inspiran en el sistema inmune de los seres humanos. Dicho sistema se caracteriza por tener un comportamiento robusto, descentralizado, adaptativo y tolerante a los fallos, por lo que resulta atractivo para el desarrollo de aplicaciones de inteligencia computacional.
- **Algoritmos metaheurísticos híbridos** [63, 322-324]. Los algoritmos híbridos combinan conceptos de varios métodos metaheurísticos e incluso pueden incorporar otras técnicas de optimización como los métodos clásicos de programación matemática. Estas combinaciones explotan las ventajas particulares de cada método y pueden tener mejor comportamiento que los métodos puros, aunque también resultan significativamente más complejos.

3.4.2 Comparación

Existe una gran variedad de algoritmos metaheurísticos con comportamientos muy diferentes, por lo que es muy difícil establecer comparaciones entre ellos. Para que la comparación sea significativa, es necesario tener en cuenta varios factores [325]:

- **El problema o conjunto de problemas que se utiliza para probar los algoritmos.** Es imprescindible utilizar problemas de gran tamaño para los que no se puede obtener la solución óptima en un tiempo razonable.
- **El ajuste de los parámetros.** Todos los algoritmos metaheurísticos tienen un número de parámetros configurables que influyen en su comportamiento, cuyos valores óptimos hay que determinar antes de su ejecución. Cuanto mayor sea este número, mayor será la complejidad del algoritmo ya que se necesitará un esfuerzo mucho mayor para ajustar sus valores. Por otro lado, si los parámetros de un determinado algoritmo se han ajustado para resolver un tipo de problema, la comparación con otros algoritmos se podría considerar injusta.
- **La calidad de la solución.** La mejor forma de evaluar la calidad de las soluciones obtenidas consiste en compararlas con la solución óptima. Sin embargo, esto no siempre es factible ya que, si el problema es lo suficientemente grande, es posible que no se conozca la solución óptima.

- **El esfuerzo computacional requerido.** Este esfuerzo se puede valorar mediante el tiempo de ejecución de los algoritmos; aunque hay que tener en cuenta que este depende de la implementación desarrollada y de la potencia de computación disponible. Una alternativa para valorar el esfuerzo computacional consiste en comparar el número de veces que es necesario evaluar la función objetivo. Esta alternativa tiene la desventaja de que no incluye otras operaciones de los algoritmos que en ocasiones pueden requerir un tiempo de cálculo mayor.

Se han realizado algunos estudios para comparar el comportamiento de varios algoritmos metaheurísticos en la resolución del problema de la expansión óptima de la red de transporte [48, 76, 302, 307, 308, 322-324, 326-330]. No obstante, estos análisis tienen un alcance limitado, por lo que sus conclusiones no se pueden considerar definitivas.

3.5 Herramientas de desarrollo

Para desarrollar y resolver los modelos matemáticos del problema de la expansión óptima de la red de transporte se pueden utilizar distintas herramientas [30], entre las cuales se pueden destacar las siguientes:

- **Lenguajes de programación de propósito general:** Fortran, C++, Python, etc. Esta opción permite reducir los tiempos de ejecución y facilita la integración del modelo con otras aplicaciones.
- **Hojas de cálculo:** Excel², Gnumeric³, etc. Las hojas de cálculo tienen la ventaja de contar con un entorno gráfico que integra el almacenamiento y manejo de los datos, la creación de gráficos a partir de los resultados y el desarrollo de aplicaciones mediante un lenguaje de programación de macros. Sin embargo, tienen como inconveniente que en modelos de gran tamaño resulta difícil la depuración de errores. Además, en general es complicado entender y modificar modelos creados por otros.
- **Entornos de cálculo numérico o simbólico:** MATLAB⁴, GNU Octave⁵, Scilab⁶, GAUSS⁷, Mathematica⁸, Maple⁹, etc. Estos entornos permiten resolver problemas de

² Ver <http://www.microsoft.com>.

³ Ver <http://projects.gnome.org/gnumeric/>.

⁴ Ver <http://www.mathworks.com>.

⁵ Ver <http://www.gnu.org/software/octave/>.

⁶ Ver <http://www.scilab.org>.

⁷ Ver <http://www.aptech.com>.

⁸ Ver <http://www.wolfram.com>.

⁹ Ver <http://www.maplesoft.com>.

optimización e incluyen potentes herramientas de visualización. La velocidad de ejecución es inferior a la que se obtiene utilizando lenguajes de propósito general, aunque esto puede ser aceptable en aplicaciones de planificación.

- **Sistemas de modelización algebraica:** GAMS¹⁰, AIMMS¹¹, AMPL¹², FICO Xpress¹³, LINGO¹⁴, MPL¹⁵, etc. Estos sistemas permiten formular problemas de optimización de forma sencilla, utilizando un lenguaje de modelización propio. Una vez desarrollado el modelo, el sistema realiza la conversión del problema al formato requerido por los algoritmos de resolución. Sin embargo, resultan poco versátiles para la resolución de múltiples escenarios asociados a un mismo problema y no suelen disponer de herramientas heurísticas de resolución.

Sea cual sea la herramienta de desarrollo que se utilice, será necesario resolver uno o varios problemas de programación matemática. Estos problemas pueden ser lineales o no lineales y pueden tener o no variables enteras. Para resolverlos es habitual utilizar librerías de optimización ya desarrolladas, también conocidas como *solvers*, cuya eficiencia ha sido suficientemente probada en multitud de aplicaciones.

Algunos de los *solvers* más utilizados son: Frontline Solvers¹⁶, MOSEK¹⁷, MINOS¹⁸, GUROBI OPTIMIZER¹⁹, KNITRO²⁰, IBM ILOG CPLEX Optimizer²¹, GLPK²², lp_solve²³, etc.

Por otra parte, hay que tener en cuenta que el proceso de planificación de la red de transporte es muy complejo y resulta imprescindible la aplicación de criterios basados en la experiencia, como complemento a las formulaciones matemáticas. Para analizar los resultados de los modelos e incorporar al proceso de decisión reglas heurísticas derivadas de la experiencia, se pueden desarrollar sistemas expertos [331]. Un sistema experto incorpora una base de datos de conocimientos y es capaz de interactuar con el usuario para ayudar

¹⁰ Ver <http://www.gams.com>.

¹¹ Ver <http://www.aimms.com>.

¹² Ver <http://www.ampl.com>.

¹³ Ver <http://www.fico.com>.

¹⁴ Ver <http://www.lindo.com>.

¹⁵ Ver <http://www.maximalsoftware.com>.

¹⁶ Ver <http://www.solver.com>.

¹⁷ Ver <http://www.mosek.com>.

¹⁸ Ver <http://www.sbsi-sol-optimize.com>.

¹⁹ Ver <http://www.gurobi.com>.

²⁰ Ver <http://www.ziena.com>.

²¹ Ver <http://www.cplex.com>.

²² Ver <http://www.gnu.org/software/glpk/>.

²³ Ver <http://lpsolve.sourceforge.net>.

a la toma de decisiones. Se pueden encontrar ejemplos de la utilización de sistemas expertos en la planificación de la expansión de la red de transporte en [\[332-335\]](#).

Capítulo 4

Algoritmo genético

4.1 Modelo y función objetivo

En este capítulo se describe el modelo matemático considerado y el algoritmo genético (AG) desarrollado para resolver el problema de la planificación estática de la expansión de la red eléctrica de transporte a largo plazo.

Características del modelo matemático:

- El modelo analiza la expansión óptima de la red para un escenario con niveles de generación y demanda conocidos. Típicamente, estos niveles corresponderían a la máxima demanda prevista para el horizonte temporal considerado.
- Se utiliza el modelo DC (ver sección 2.2), ya que es el más adecuado para realizar el diseño óptimo de la red de transporte a largo plazo.
- Puesto que el AG se basa en el análisis de una población constituida por un conjunto de posibles soluciones (ver sección 3.4.1), hay que tener en cuenta que muchas de ellas no serán factibles. Debido a esto se utiliza la formulación del modelo DC factible (ver sección 2.10.2). Con este modelo se pueden evaluar todas las soluciones propuestas, sean o no factibles, ya que admite la posibilidad de suprimir parte de la demanda.
- No se incluyen las pérdidas de forma expresa en las ecuaciones del modelo. La potencia de pérdidas en las redes de transporte es muy pequeña en comparación con la potencia transportada (ver sección 2.8), por lo que su influencia en las ecuaciones en cuanto a que no se supere la capacidad máxima de transporte de las líneas se puede despreciar. De esta forma se evita la aparición de términos no lineales.
- Aunque la potencia de pérdidas no se incluye en las ecuaciones del modelo, el coste total de las pérdidas durante la vida útil de las líneas no es en absoluto despreciable frente al coste de inversión. Por lo tanto, resulta necesario considerar dicho coste en la formulación del problema. Para ello se incluye expresamente el coste de las pérdidas en la función objetivo (ver sección 2.10.3), estimando su valor a partir de los flujos de potencia activa calculados en el modelo DC.

- La función objetivo (v), incluyendo el coste de las pérdidas, viene dada por la expresión (2.92). Si no se desea incluir el coste de las pérdidas, la función objetivo será la expresión (2.82).
- No se incluyen los aspectos adicionales que se describen en la sección 2.11.
- El algoritmo no resuelve el modelo de forma directa, sino que consiste en mejorar un conjunto de posibles soluciones a partir de los resultados del análisis de factibilidad de las mismas (ver sección 2.10.1). Desde el punto de vista de la complejidad matemática, solo se requiere la resolución de problemas de programación lineal (PL).

4.2 Componentes y operadores

El término algoritmo genético (AG) fue utilizado por vez primera en 1975 por John Holland [336]. Posteriormente, muchos investigadores han contribuido al desarrollo y aplicación de estos algoritmos a la resolución de problemas de optimización combinatoria, entre los que cabe destacar a David Goldberg [337].

Los AG son algoritmos de búsqueda y optimización inspirados por los mecanismos de la selección natural y de la genética [338, 339]. Una de sus principales características es que trabajan con una población de soluciones, en lugar de manejar una única solución en cada paso, lo que les permite explorar diferentes regiones del espacio de soluciones simultáneamente.

Un AG consta de los siguientes componentes:

- **Cromosoma** (o **individuo**): es una cadena de elementos que representa a una posible solución del problema. Cada cadena contiene las variables de decisión codificadas según un determinado método de representación.
- **Gen**: cada uno de los elementos que forman un cromosoma.
- **Locus**: posición de un gen en un cromosoma.
- **Alelo**: cada uno de los valores que puede tener un gen.
- **Genotipo**: conjunto de los valores de los genes (variables codificadas). Se refiere a la estructura interna de los cromosomas.
- **Fenotipo**: conjunto de valores de las variables (sin codificar). Está relacionado, por tanto, con la expresión externa de los genes.
- **Población**: conjunto de cromosomas o individuos con los que trabaja el algoritmo. Los individuos van cambiando, pero normalmente el tamaño de la población permanece constante.
- **Función de aptitud** (o **función fitness**): función que se utiliza para evaluar la calidad de la solución representada por cada individuo de la población. El algoritmo tiene como objetivo maximizar el valor de esta función.

La población inicial se puede crear de forma aleatoria o mediante métodos heurísticos que utilicen los conocimientos y la experiencia disponibles sobre el problema a resolver. Los individuos creados se evalúan, utilizando la función fitness, para medir la calidad de las soluciones potenciales. Esta población se hace evolucionar, dando lugar a una serie de generaciones, mediante la aplicación de los operadores genéticos. Dichos operadores son:

- **Selección:** elige a los individuos con mayor valor de la función fitness como padres para la próxima generación. Este operador tiene el objetivo de mejorar la calidad media de la población, dando a los mejores individuos de una generación una mayor probabilidad de participar en la generación siguiente.
- **Cruzamiento (o recombinación):** intercambia el material genético de los individuos seleccionados, según una determinada probabilidad, para dar lugar a la descendencia. De esta forma, el cruzamiento intenta obtener soluciones mejores a las actuales. Este es el principal operador de un AG, por lo que la probabilidad de cruzamiento debe ser relativamente alta.
- **Mutación:** altera un pequeño porcentaje de genes de la descendencia, según una determinada probabilidad. La mutación es un operador secundario que ayuda a explorar el espacio de soluciones, evitando los mínimos locales. Para posibilitar la mejora continua del proceso evolutivo, su probabilidad ha de ser muy pequeña.

Para que el AG cubra de forma eficaz el espacio de búsqueda, tiene que haber un adecuado balance entre explotación (selección) y exploración (cruzamiento y mutación).

Una vez producida la descendencia mediante los operadores genéticos, los nuevos individuos se incorporan a la población para formar la generación siguiente. Para ello se pueden utilizar distintos métodos de reemplazo.

El algoritmo finaliza cuando se cumple una determinada condición de parada. Como normalmente la solución óptima no se conoce, se suelen utilizar dos criterios de parada:

- Cuando se alcanza un número máximo de generaciones.
- Cuando la solución dada por el mejor individuo no varía durante un determinado número de generaciones.

La justificación teórica de por qué los AG funcionan es todavía un asunto para el que no hay una respuesta definitiva. En [339] se describen los principales desarrollos teóricos.

4.3 Estructura general

El algoritmo desarrollado se basa en el AG de propósito general PIKAIA [340-342], el cual fue diseñado originalmente para optimizar (maximizar) funciones con variables continuas. Durante el desarrollo de la tesis, este algoritmo ha sido completamente modificado

para resolver problemas de optimización combinatoria y adaptado a las características del problema de la planificación estática de la red eléctrica de transporte.

El algoritmo tiene una estructura compuesta por dos ciclos iterativos anidados:

- **Ciclo reproductivo:** controla los mecanismos de creación de nuevos individuos a partir de la población existente. En cada iteración se crean dos nuevos individuos, siendo el número de iteraciones igual a la mitad del tamaño de la población. Por lo tanto, en un ciclo se crea un número de nuevos individuos igual al tamaño de la población.
- **Ciclo generacional:** controla los criterios que determinan la creación de nuevas generaciones o la finalización del algoritmo.

En la [Figura 4.1](#) se muestra un diagrama de flujo con los procedimientos fundamentales del AG desarrollado. En las siguientes secciones se describen detalladamente sus características.

4.4 Codificación

Las variables codificadas son el número de nuevos circuitos añadidos en cada rama (n_{ij}). La codificación se realiza utilizando números enteros (con un rango desde 0 hasta $n_{ij}^{\text{máx}}$), por lo que se puede decir que el genotipo y el fenotipo son idénticos. Por tanto, el tamaño del alfabeto utilizado para la codificación (q), suponiendo que $n_{ij}^{\text{máx}}$ tiene el mismo valor en todas las ramas, viene dado por:

$$q = n_{ij}^{\text{máx}} + 1. \quad (4.1)$$

Tradicionalmente, los AG se han desarrollado utilizando codificación binaria¹ ($q = 2$). Sin embargo, la utilización en este caso de codificación binaria tiene el problema de la aparición de acantilados de Hamming (*Hamming cliffs*), es decir, de grandes distancias de Hamming entre códigos binarios (genotipo) de soluciones cuyos valores enteros (fenotipo) están muy próximos. Por esta razón, se considera que la codificación entera es la más adecuada para problemas de optimización combinatoria [343].

El algoritmo asigna un gen a cada variable, por lo que el tamaño de cada individuo o número de genes de cada cromosoma (ng) es igual al número de ramas donde se pueden añadir nuevos circuitos (R). El número de genes permanece constante durante la ejecución del algoritmo.

¹ No obstante, el código genético de los seres vivos utiliza un alfabeto compuesto por cuatro letras.

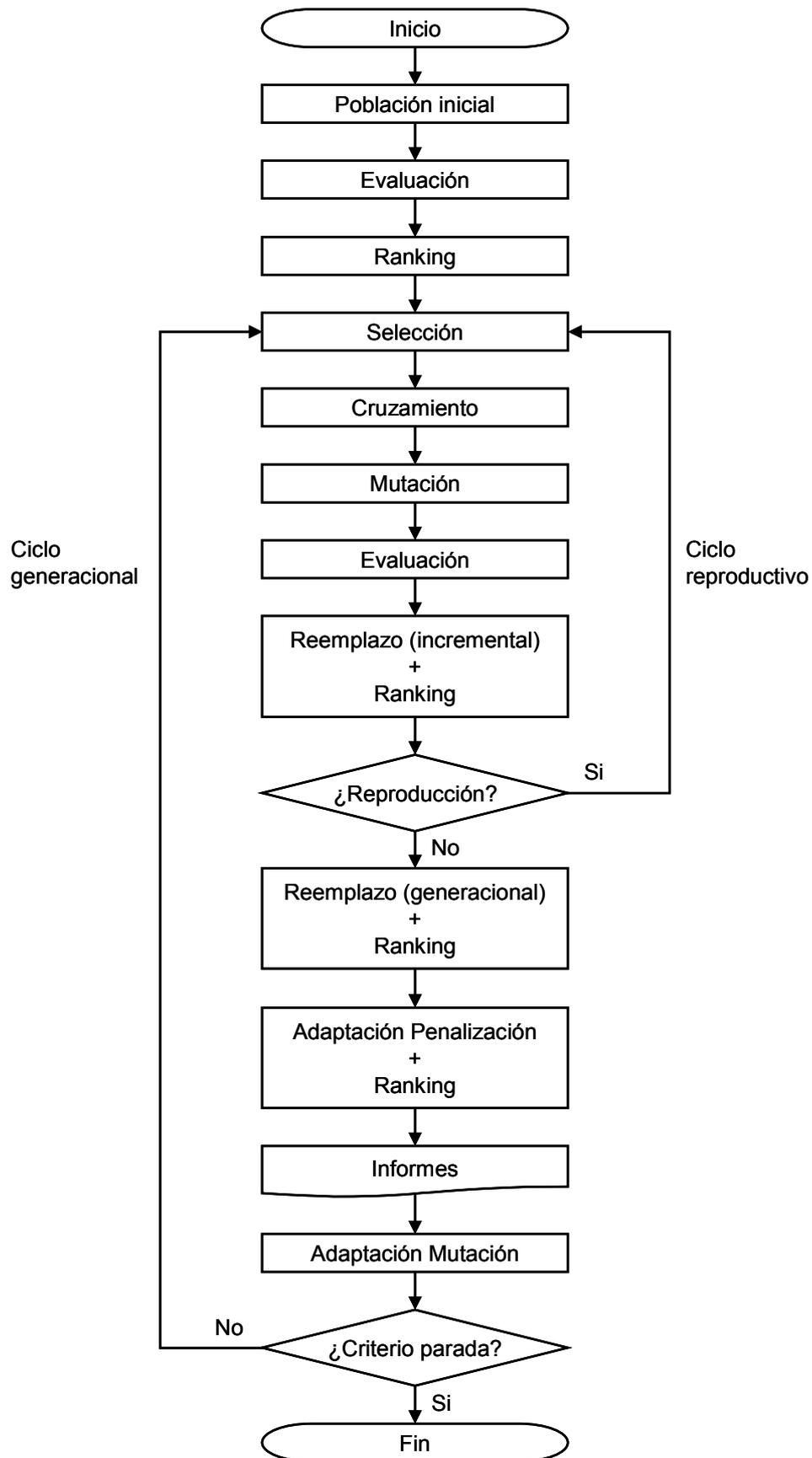


Figura 4.1 Diagrama de flujo del algoritmo genético desarrollado

En la [Figura 4.2](#) se muestra un ejemplo de la estructura de un cromosoma con 8 genes, correspondiente a una red con 8 ramas candidatas para añadir nuevos circuitos.

4.5 Tamaño de la población

El tamaño de la población (np) es un parámetro ajustable. Debe ser un número par y permanece constante durante la ejecución del algoritmo.

El valor óptimo de este parámetro está relacionado con el número de genes de los cromosomas y con su codificación, pero su determinación no resulta fácil. Si la población es muy pequeña, el algoritmo no será capaz de explorar el espacio de búsqueda de forma eficiente. Por otro lado, una población demasiado grande puede carecer de la suficiente diversidad genética, por lo que el tiempo requerido para obtener una buena solución puede ser excesivo. Usualmente, se utiliza un tamaño de población entre 30 y 200 [344].

En [339] se analiza el problema de determinar el tamaño mínimo necesario para cubrir el espacio de búsqueda de forma eficiente. Se considera que, como mínimo, cada punto del espacio de búsqueda debería de poder alcanzarse desde la población inicial utilizando solo el operador cruzamiento. Esto solo se puede conseguir si en la población están presentes todos los posibles valores de cada gen (o alelos).

Suponiendo que la población inicial se genera mediante un muestreo aleatorio con reemplazo, la probabilidad de que todos los valores de cada gen estén presentes viene dada por [345]:

$$P_q^* = \left(\frac{q! S(np, q)}{q^{np}} \right)^{ng}, \quad (4.2)$$

donde $S(np, q)$ es el número de Stirling de segunda especie.

A partir de la ecuación anterior se puede calcular el tamaño de la población necesario para que la probabilidad P_q^* sea mayor que un valor determinado. En la [Figura 4.3](#) se representa el tamaño mínimo necesario para un valor de probabilidad del 99,9% y distintos valores de q .

n_{12}	n_{14}	n_{15}	n_{23}	n_{24}	n_{26}	n_{35}	n_{46}
0	2	1	0	3	0	1	4

Figura 4.2 Estructura de un cromosoma para una red con 8 ramas candidatas

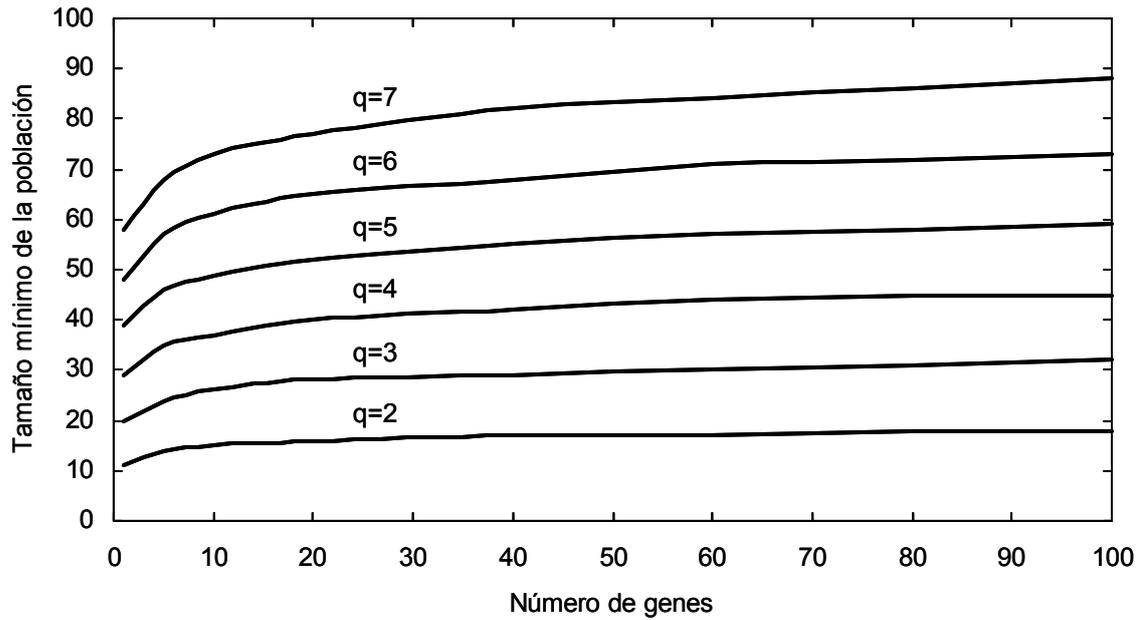


Figura 4.3 Tamaño mínimo de la población para que todos los alelos estén presentes en la población inicial con una probabilidad del 99,9%

Aunque el problema de determinar el tamaño óptimo de la población es más complejo, el análisis anterior respecto al tamaño mínimo necesario permite deducir dos importantes conclusiones [346]:

- El tamaño requerido aumenta con el número de genes (ng) de forma logarítmica, en lugar de aumentar según una función exponencial o lineal, como se podría deducir de algunos estudios anteriores.
- El tamaño requerido aumenta de forma aproximadamente lineal con el tamaño del alfabeto utilizado para la codificación (q).

4.6 Población inicial

Normalmente se asume que la población inicial se debe crear de forma aleatoria. Otra posibilidad consiste en generarla a partir de una o varias soluciones de buena calidad obtenidas mediante métodos heurísticos. Esta última opción puede dar lugar a un mejor comportamiento del algoritmo, aunque en algunos casos puede producir una convergencia prematura a un mínimo local. Para evitar la convergencia prematura, es muy importante que la población inicial presente una buena diversidad genética, lo que se puede conseguir creando siempre al menos una parte de la población de forma aleatoria.

El AG desarrollado permite crear la población inicial utilizando las dos estrategias mencionadas:

- Creación completamente aleatoria.
- Creación a partir de una solución obtenida mediante un método heurístico.

4.6.1 Creación aleatoria

La población inicial se crea generando números aleatorios para cada gen, con valores entre 0 y $n_{ij}^{\text{máx}}$, siguiendo una distribución de probabilidad uniforme discreta.

La distribución uniforme discreta utilizada tiene la siguiente función de masa de probabilidad para cada gen:

$$P_U(n_{ij}) = \frac{1}{n_{ij}^{\text{máx}} + 1}. \quad (4.3)$$

Así, todos los posibles valores tienen la misma probabilidad y la suma de todas las probabilidades es igual a la unidad.

4.6.2 Método heurístico

En primer lugar se obtiene una solución utilizando el modelo híbrido lineal (ver sección 2.4), permitiendo que el número de circuitos (n_{ij}) sea no entero. Para ello es necesario resolver un problema de PL. A partir de esta solución se crean todos los individuos de la población inicial de la forma siguiente:

- El primer individuo se crea redondeando la solución al entero superior (n_{ij}^H).
- El resto de los individuos se crean a partir del primero, utilizando la distribución de probabilidad de Laplace (o distribución doble exponencial), expresada en forma discreta [347]. Se obtiene así, para cada gen, una distribución de probabilidad geométrica o doble geométrica truncada.

La distribución de Laplace discreta utilizada tiene la siguiente función de masa de probabilidad para cada gen:

$$P_L(n_{ij} = k) = P_L(C)p^{|k-C|} = \frac{1-p}{1+p(1-p^{B-C} - p^{C-A})} p^{|k-C|}, \quad (4.4)$$

donde:

- El rango de posibles valores para cada gen está comprendido entre $A=0$ y $B=n_{ij}^{\text{máx}}$.
- La suma de las probabilidades de todos los posibles valores es igual a la unidad.
- El valor con la máxima probabilidad (moda) es el que se obtiene al redondear al entero superior el valor obtenido con el modelo híbrido lineal ($C=n_{ij}^H$).
- La relación entre las probabilidades correspondientes a dos valores consecutivos viene dada por el parámetro p , siendo $0 < p < 1$. El parámetro p es ajustable.
- La probabilidad máxima, correspondiente a la moda, se calcula como:

$$P_L(C) = \frac{1-p}{1+p(1-p^{B-C} - p^{C-A})}. \quad (4.5)$$

En la [Figura 4.4](#) se muestra un ejemplo de la distribución de probabilidades que se obtiene para $n_{ij}^{\text{máx}} = 4$ y $p = 0,5$.

4.7 Evaluación

4.7.1 Función fitness

Una vez creada la población inicial, el algoritmo evalúa la calidad de todos los individuos mediante la función fitness (f).

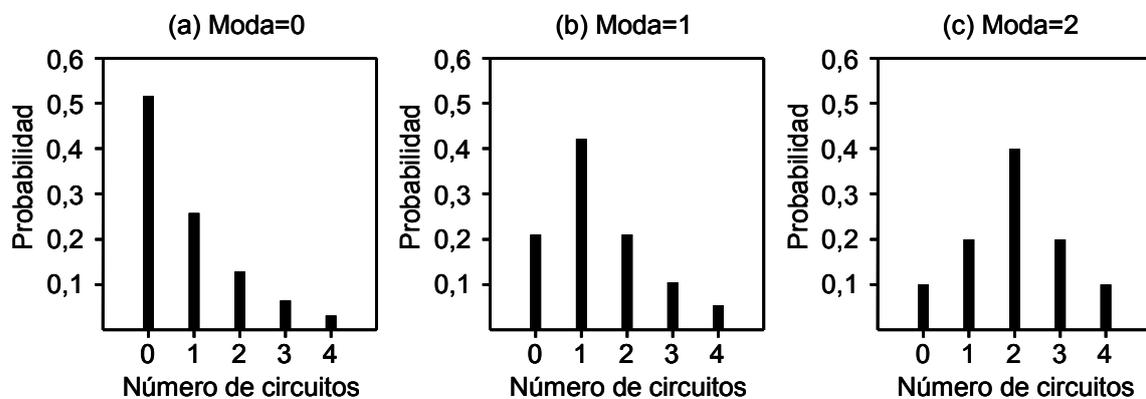


Figura 4.4 Distribución de probabilidad de Laplace discreta con un máximo de 4 circuitos, parámetro $p=0,5$ y moda=0 (a), moda=1 (b), moda=2 (c)

El valor de la función fitness ha de ser un número real positivo. Este valor mide la calidad de la solución representada por cada individuo de la población, de forma que cuanto mejor es la solución, mayor será el valor de su función fitness. El objetivo del algoritmo es la maximización de esta función.

La función objetivo del problema de planificación consiste en minimizar el coste de la red. Puesto que el AG se formula como un problema de maximización, la función fitness se obtiene mediante la siguiente transformación de la función objetivo:

$$f = \frac{1}{v} \quad (4.6)$$

Es posible utilizar otras transformaciones de la función objetivo para definir la función fitness. Sin embargo, la elección del tipo de transformación solo tiene alguna influencia en el proceso de mutación adaptativa (ver sección 4.11.2). El resto del algoritmo es independiente de esta elección ya que no se basa en los valores de la función fitness, sino en el ranking (ver sección 4.8).

La función objetivo, que representa el coste total de la red, viene dada por (2.82) o (2.92) y tiene los siguientes componentes:

- Coste de inversión.
- Coste de las pérdidas.
- Penalización asociada al corte de demanda.

La evaluación de cada individuo se realiza calculando en primer lugar la penalización asociada al corte de demanda. Esto es equivalente a realizar un análisis de factibilidad (ver sección 2.10.1), por lo que es necesario resolver un problema de PL. El corte de demanda total se multiplica por el factor de penalización α , cuyo valor es necesario determinar previamente (ver secciones 2.10.2 y 2.10.3).

Una vez obtenido el componente correspondiente al corte de demanda, se calculan fácilmente los costes de inversión y de pérdidas y a partir de ellos el valor de la función fitness.

Puesto que la población se crea totalmente o en gran parte de forma aleatoria, la mayoría de los individuos tendrán un valor de fitness muy bajo, pero algunos valores serán mayores que otros. Esto es suficiente para que funcionen los mecanismos de la selección natural, ya que en realidad la evolución es ciega, simplemente produce individuos mejores que la media.

La evaluación de los individuos es el proceso que requiere la mayor parte del tiempo de ejecución del algoritmo.

4.7.2 Adaptación del factor de penalización

El parámetro α se utiliza para penalizar en la función objetivo el corte de demanda requerido por las soluciones no factibles, de forma que el AG favorezca la producción de individuos con el mínimo corte de demanda. Si el problema planteado es factible, la solución óptima tendrá un corte de demanda nulo.

Al final del proceso evolutivo, el valor de este parámetro ha de ser lo suficientemente grande para que el corte de demanda sea el mínimo posible. Sin embargo, en las primeras etapas (generaciones) del algoritmo es conveniente que su valor no sea muy elevado. De esta forma se obtiene un proceso de búsqueda más eficiente al permitir la supervivencia en la población de individuos que presentan corte de demanda [285]. Algunos de estos individuos pueden estar situados, dentro del espacio de búsqueda, en una posición muy próxima a la solución óptima. En ese caso, su material genético será de buena calidad, pese a representar soluciones con corte de demanda.

El AG desarrollado incluye un procedimiento para adaptar el valor del factor de penalización durante la ejecución del algoritmo. Este procedimiento consiste en aumentar α cuando se detecta que el proceso evolutivo converge hacia una solución que requiere corte de demanda.

La variación de α se realiza multiplicando su valor por un determinado parámetro (k_α), cuando el mejor individuo de la población presenta corte de demanda y el valor de su función fitness no varía después de un determinado número de generaciones (g_α).

El factor de penalización que se aplica en la evaluación de la población inicial (α_0) es un parámetro ajustable.

4.8 Ranking

Después de la evaluación, se obtiene un ranking de los individuos clasificándolos de mayor a menor de acuerdo a su valor de fitness. La posición de cada individuo en el ranking viene dada por el valor r_p , donde:

- $r_p = 1$ corresponde al peor individuo, es decir, a aquel con el menor valor de la función fitness.
- $r_p = np$ corresponde al mejor individuo, es decir, a aquel con el mayor valor de la función fitness (f^{\max}).
- $r_p = np/2$ corresponde al individuo mediano, cuyo valor de fitness es f^{med} .

Para obtener el ranking se emplea el algoritmo *Quicksort* [253, 348, 349].

4.9 Selección

En cada iteración del ciclo reproductivo se seleccionan dos individuos mediante un muestreo estocástico. Estos dos individuos serán los padres a partir de los cuales se obtendrá una descendencia que consistirá en dos hijos.

El AG desarrollado utiliza para la selección el método de la rueda de la ruleta, basado en el ranking de los individuos. Con este método, un individuo tiene una mayor probabilidad de ser seleccionado cuanto mayor sea su valor de fitness. Sin embargo, la probabilidad de selección no es proporcional a su valor de fitness sino a su posición en el ranking, con el fin de que se mantenga una adecuada presión selectiva durante todo el proceso evolutivo.

La utilización del valor de fitness para obtener proporcionalmente la probabilidad de selección tiene serios inconvenientes [343]. En las primeras generaciones habría una tendencia a que los mejores individuos dominaran el proceso de selección, lo que podría producir una degeneración de la población por endogamia. En las últimas generaciones, una vez que el proceso converge, la diferencia entre los individuos sería muy pequeña, por lo que disminuiría la competencia entre ellos, es decir, disminuiría la presión selectiva.

En el método de la rueda de la ruleta basado en el ranking, a cada individuo se le asigna un sector de la ruleta cuya dimensión angular y área son proporcionales a su posición en el ranking. La producción de un número aleatorio resulta entonces equivalente al giro de la rueda y a su detención en un determinado sector [339].

La probabilidad de selección de cada individuo viene dada por:

$$P_s(r_p) = \alpha_s + \beta_s r_p = \frac{2-sp}{np+sp-1} + \frac{2(sp-1)}{np(np+sp-1)} r_p, \quad (4.7)$$

donde:

- La relación entre probabilidad y posición en el ranking es lineal, siendo α_s el término independiente y β_s la pendiente.
- La mayor probabilidad corresponde a $r_p = np$ y la menor a $r_p = 1$.
- La suma de las probabilidades de todos los individuos es igual a la unidad.
- El parámetro sp es la presión selectiva, definida como la relación entre las probabilidades de selección del mejor individuo ($r_p = np$) y del individuo mediano ($r_p = np/2$).

La presión selectiva es un parámetro ajustable que permanece constante durante la ejecución del algoritmo, siendo $1 \leq sp \leq 2$. El valor mínimo ($sp = 1$) hace que todos los individuos tengan la misma probabilidad de selección, independientemente de su posición en el ranking, por lo que en ese caso no hay presión selectiva.

En la [Figura 4.5](#) se muestra un ejemplo de ruleta para una población con 10 individuos ($np = 10$) y máxima presión selectiva ($sp = 2$), indicando el sector correspondiente a cada

individuo según su posición en el ranking y su probabilidad de selección. En la [Figura 4.6](#) se muestra otro ejemplo con menor presión selectiva ($sp = 1,5$).

En general, es preferible que la presión selectiva esté cerca de su valor máximo; sin embargo, en algunos casos un valor menor puede evitar que se produzca una convergencia prematura del algoritmo [341].

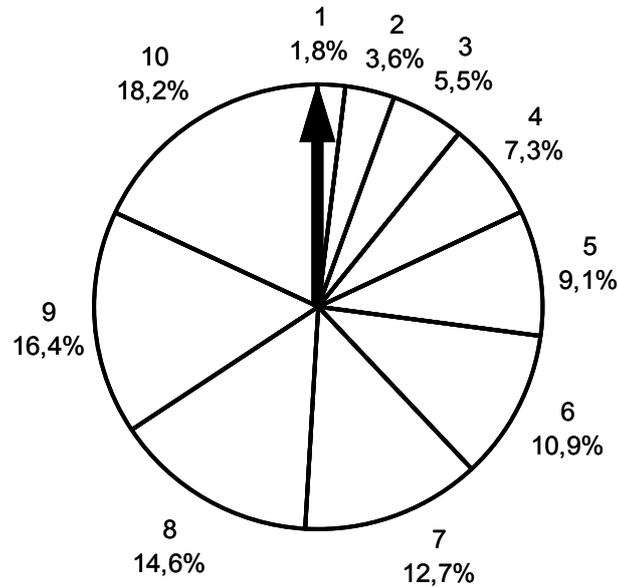


Figura 4.5 Probabilidad de selección mediante ruleta en función lineal del ranking, para 10 individuos y máxima presión selectiva (valor 2)

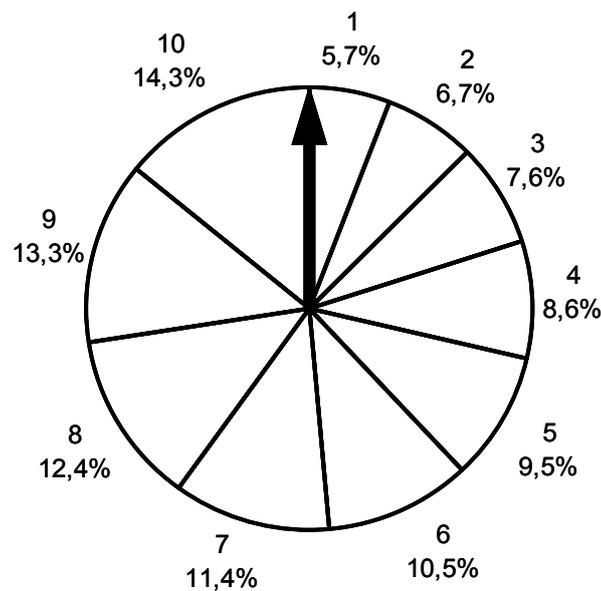


Figura 4.6 Probabilidad de selección mediante ruleta en función lineal del ranking, para 10 individuos y presión selectiva de valor 1,5

4.10 Cruzamiento

El operador cruzamiento (o recombinación) es el operador principal de un AG. Este operador actúa sobre el par de individuos seleccionados (padres), produciendo dos nuevos individuos (hijos) como descendencia.

Entre las muchas variantes existentes, se consideran dos tipos [350, 351]:

- **Cruzamiento de un punto.** Selecciona aleatoriamente un punto de corte en los dos cromosomas e intercambia los dos fragmentos situados a partir de dicho punto (ver Figura 4.7).
- **Cruzamiento de dos puntos.** Selecciona aleatoriamente dos puntos de corte e intercambia los fragmentos situados entre dichos puntos (ver Figura 4.8).

Los nuevos individuos son, en general, distintos de sus padres, pero incorporan trozos de material genético de cada uno de ellos.

Cada uno de los dos métodos anteriores tiene como principal inconveniente el presentar un cierto sesgo posicional. En el cruzamiento de un punto, resulta prácticamente imposible que los dos extremos de un cromosoma se copien a la vez en un solo cromosoma de la descendencia. Este problema se resuelve con el cruzamiento de dos puntos, pero entonces la probabilidad de copiar los dos extremos a la vez puede ser excesiva.

Para aprovechar las características de ambos métodos, el operador cruzamiento selecciona en primer lugar uno de ellos mediante un test probabilístico, de forma que los dos mecanismos tienen la misma probabilidad de ser seleccionados.

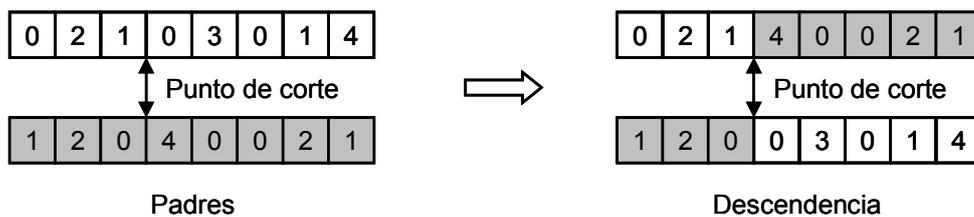


Figura 4.7 Ejemplo de cruzamiento de un punto

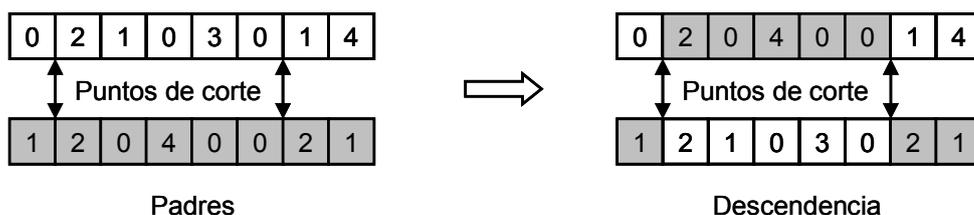


Figura 4.8 Ejemplo de cruzamiento de dos puntos

El operador cruzamiento no se aplica a todos los pares de individuos seleccionados para la reproducción, sino que se aplica según una determinada probabilidad de cruzamiento (pc). Cuando no se realiza el cruzamiento, los hijos resultan copias exactas de sus padres. Típicamente, el valor de pc suele estar entre 0,5 y 1,0 [344]. Este parámetro es ajustable y permanece constante durante la ejecución del algoritmo.

4.11 Mutación

4.11.1 Métodos

El operador mutación se considera normalmente como un mecanismo secundario que aporta una cierta búsqueda aleatoria en las proximidades de la solución considerada y ayuda a preservar la diversidad de la población. Este operador actúa de forma independiente sobre los dos individuos producidos por el operador cruzamiento.

Se consideran dos tipos de mutación [339]:

- **Mutación uniforme.** Consiste en sustituir un gen del cromosoma por un valor aleatorio, dentro del rango de valores permitido para el gen (desde 0 hasta $n_{ij}^{\text{máx}}$). Es un mecanismo eficaz para explorar el espacio de soluciones (ver Figura 4.9).
- **Mutación gradual.** Consiste en aumentar o disminuir (con igual probabilidad) en 1 el valor de un gen, sin sobrepasar los límites correspondientes. Este tipo de mutación, combinada con una elevada presión selectiva, opera como un optimizador local, mejorando las soluciones existentes.

Puesto que los dos mecanismos anteriores son ventajosos, el AG desarrollado introduce un test probabilístico antes de realizar la mutación de cada individuo, de forma que en primer lugar se selecciona uno de los dos tipos de mutación, con igual probabilidad, de forma aleatoria.

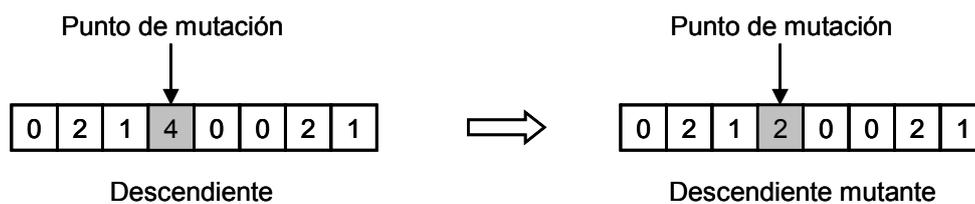


Figura 4.9 Ejemplo de mutación uniforme

Una vez seleccionado el tipo de mutación que se aplica a un individuo, el operador no se aplica a todos los genes del mismo, sino que se aplica a cada gen según una determinada probabilidad de mutación (pm). Esta probabilidad ha de tener un valor muy pequeño, con el fin de no dificultar el proceso evolutivo. Usualmente, pm adopta valores entre 0,001 y 0,05 [344].

4.11.2 Mutación adaptativa

El operador mutación tiene simultáneamente efectos beneficiosos y perjudiciales. Por un lado, ayuda a evitar la convergencia prematura del algoritmo; sin embargo, por otro, puede empeorar el comportamiento de los descendientes producidos por el operador cruzamiento.

El valor óptimo de la probabilidad de mutación (pm) es muy difícil de determinar. En general, este valor es específico de cada problema y depende de otros parámetros, como pueden ser el tamaño de la población, el tamaño de los cromosomas y el tipo de codificación. Además, el balance óptimo entre cruzamiento y mutación también depende de las características del problema a resolver [351].

El AG desarrollado incluye un procedimiento que permite adaptar el valor de la probabilidad de mutación durante la ejecución del algoritmo. Este procedimiento se basa en aumentar pm cuando la diversidad de la población disminuye y viceversa.

La diversidad de la población (Δ_f) se calcula utilizando la diferencia entre los valores de la función fitness del mejor individuo y del individuo mediano, expresada de forma normalizada [341]:

$$\Delta_f = \frac{f^{\text{máx}} - f^{\text{med}}}{f^{\text{máx}} + f^{\text{med}}} \quad (4.8)$$

Se verifica que $0 \leq \Delta_f \leq 1$. Normalmente, la diversidad de la población tiene un valor elevado ($\Delta_f \approx 1$) al principio del algoritmo y, a medida que el algoritmo avanza y el proceso converge, la diversidad va disminuyendo ($\Delta_f \approx 0$).

El mecanismo de mutación adaptativa consiste en aumentar el valor de la probabilidad de mutación cuando la diversidad es menor que un determinado límite inferior (Δ_f^L) y en disminuir dicha probabilidad cuando la diversidad es mayor que un determinado límite superior (Δ_f^H). La variación de pm se realiza multiplicando o dividiendo su valor por un determinado parámetro (δ), lo que supone incrementos constantes en escala logarítmica.

El algoritmo actualiza la probabilidad de mutación al final de cada iteración generacional. El valor para la siguiente generación (pm_{g+1}) se calcula a partir del valor en la generación anterior (pm_g) de la forma siguiente [341]:

$$pm_{g+1} = \begin{cases} pm_g \delta & \text{si } \Delta_f \leq \Delta_f^L, \\ pm_g & \text{si } \Delta_f^L \leq \Delta_f \leq \Delta_f^H, \\ pm_g / \delta & \text{si } \Delta_f \geq \Delta_f^H, \end{cases} \quad (4.9)$$

donde $\Delta_f^L = 0,05$, $\Delta_f^H = 0,25$ y $\delta = 1,5$, son los valores utilizados por defecto.

Los valores de los límites de diversidad a los que se debe activar la adaptación de la mutación dependen del contraste de la función fitness en el espacio de búsqueda, es decir, de cómo sea el rango de variación de la función fitness. Los valores por defecto de Δ_f^L y Δ_f^H se corresponden con unos valores de la relación $f^{\text{med}} / f^{\text{máx}}$ de 0,9 y 0,6 respectivamente.

Es evidente que el valor de la diversidad, calculada mediante la ecuación (4.8), depende directamente de la elección realizada para definir numéricamente la función fitness, por lo que en función de dicha elección puede ser necesario ajustar los valores por defecto de los límites de diversidad.

Adicionalmente, el rango de posible variación de pm_g está limitado, estableciéndose un límite inferior (pm^L) y un límite superior (pm^H).

La probabilidad de mutación que se aplica para producir la primera generación (pm_1) es un parámetro ajustable. De igual forma, son ajustables los límites del rango admisible (pm^L y pm^H).

4.12 Reemplazo

El mecanismo de reemplazo determina cómo se incorporan los nuevos individuos a la población. El algoritmo desarrollado considera dos métodos de reemplazo [339]:

- Reemplazo generacional completo.
- Reemplazo incremental.

La elección del método de reemplazo modifica el balance entre explotación y exploración, por lo que tiene una gran influencia en la presión selectiva del algoritmo y, por lo tanto, en el desarrollo del proceso de búsqueda [352]. Ambos métodos incorporan adicionalmente una estrategia de elitismo.

El método de reemplazo se elige antes de iniciar la ejecución del algoritmo, no siendo posible cambiar de método durante la ejecución.

4.12.1 Reemplazo generacional

Con el reemplazo generacional completo, el ciclo reproductivo selección-cruzamiento-mutación se repite un número de veces igual a $np/2$, para producir una nueva generación compuesta por np individuos.

Una vez finalizado el ciclo reproductivo, la población existente es eliminada y reemplazada por la nueva generación. A continuación, se realiza una nueva iteración del ciclo generacional. Con este método, la duración de los individuos es fija e igual a una sola generación.

4.12.2 Reemplazo incremental

Con el reemplazo incremental, después de cada iteración del ciclo reproductivo selección-cruzamiento-mutación, los dos nuevos individuos producidos son inmediatamente insertados en la población existente. La inserción de los nuevos individuos se realiza de acuerdo con las reglas siguientes:

- Los nuevos individuos han de tener un valor de la función fitness mayor que el peor individuo de la población existente. En caso contrario, se descartan.
- Si los nuevos individuos son idénticos a alguno de la población existente, se descartan. Este criterio es especialmente importante en el reemplazo incremental para evitar que se introduzcan en la población copias de los mejores individuos, lo que daría lugar a una degeneración del proceso evolutivo por endogamia.
- Cada nuevo individuo se inserta sustituyendo a otro de la población existente elegido de forma aleatoria. El individuo sustituido se elimina.
- Una vez insertados, los nuevos individuos están ya disponibles para la reproducción.
- El ciclo reproductivo se repite un número de veces igual a $np/2$.
- El algoritmo define en este caso una iteración generacional como la producción de np individuos, independientemente de si son realmente insertados en la población o no.
- No se impone ningún límite a la duración generacional de los individuos.

En general, el reemplazo incremental aumenta el grado de explotación de la población con relación a la exploración de la misma, por lo que impone una mayor presión selectiva que el generacional².

4.12.3 *Elitismo*

La acción conjunta de los operadores cruzamiento y mutación puede hacer que el mejor individuo de una generación sea destruido y no pase a la generación siguiente, lo que puede representar un obstáculo para el proceso de mejora de la población. Para evitar esto, el algoritmo incorpora una estrategia conocida como elitismo, cuya función es proteger al mejor individuo de cada generación.

El funcionamiento de esta estrategia es distinto en función del método de reemplazo utilizado:

- **Reemplazo generacional.** El mejor individuo de la población existente se reinserta en la nueva población al final de cada iteración generacional. Para ello se elige aleatoriamente a un individuo de la nueva población, el cual será sustituido si su función fitness tiene un valor inferior al valor del individuo protegido. En caso contrario no se aplica el elitismo, es decir, no se produce la sustitución y el individuo protegido se destruye.
- **Reemplazo incremental.** El elitismo evita que el mejor individuo de la población sea sustituido por un descendiente, excepto en el caso de que éste tenga un mayor valor de su función fitness. En ese caso no se aplica el elitismo, permitiéndose la sustitución y destrucción del individuo protegido.

El elitismo incrementa la presión selectiva [352].

4.13 Informes

Al final de cada iteración del ciclo generacional, el algoritmo almacena una serie de datos que son necesarios para analizar posteriormente su comportamiento y la validez de la solución obtenida. Estos datos son, fundamentalmente, los siguientes:

- Valor de la función fitness del mejor individuo ($f^{\text{máx}}$).
- Valor de la función fitness del individuo mediano (f^{med}).

² En la naturaleza se dan los dos casos. En algunas especies, los padres se mueren antes de la eclosión de su descendencia. En otras, padres e hijos conviven, por lo que los padres crían a sus hijos, pero a la vez se puede dar una competencia entre ambos.

- Factor de penalización del corte de demanda total (α).
- Diversidad de la población (Δ_f).
- Probabilidad de mutación (pm).

4.14 Criterio de parada

Con los métodos clásicos de optimización, el proceso termina cuando se alcanza un óptimo local, sin embargo, un AG se puede ejecutar indefinidamente³. A medida que el proceso evolutivo avanza de una generación a otra, se espera una mejora continua de la calidad de la población, pero, para obtener una solución al problema de optimización planteado, es necesario definir un criterio de parada del algoritmo. Si se conoce el valor de la función fitness de la solución óptima, se puede utilizar dicho valor como criterio, pero esta situación no se suele dar.

El algoritmo desarrollado incorpora una combinación de dos criterios de parada distintos, finalizando cuando se cumple uno cualquiera de ellos:

- Cuando se alcanza un número máximo de generaciones ($g^{\text{máx}}$). Este criterio permite limitar el tiempo de ejecución.
- Cuando el valor de la función fitness del mejor individuo no varía durante un determinado número de generaciones (g^{con}). Este criterio es un indicador de la convergencia del algoritmo.

4.15 Solución

Una vez que el algoritmo finaliza, la solución viene dada por el fenotipo (valores de las variables) y por el valor de la función fitness del mejor individuo de la población.

En este caso, las variables obtenidas serán el número de nuevos circuitos añadidos en cada rama (n_{ij}) que hacen que la función fitness alcance su valor máximo. El valor de la función objetivo de la solución será mínimo (ver sección 4.7).

Si el corte de demanda de la solución es nulo, el escenario analizado es factible. En caso contrario, será necesario revisar el modelo planteado y modificar algunas restricciones, como por ejemplo:

- Número máximo de nuevos circuitos en las ramas ($n_{ij}^{\text{máx}}$).

³ En la naturaleza, la evolución nunca se detiene.

- Flujo máximo de potencia activa en cada circuito (P_{ij}^{\max}).

Para valorar y poder comparar el esfuerzo computacional de la ejecución del algoritmo, es conveniente registrar también el número de evaluaciones de la función fitness, ya que el proceso de evaluación suele ser el paso que consume la mayor parte del tiempo de cálculo.

4.16 Números aleatorios

4.16.1 Generador de números aleatorios

El algoritmo requiere un generador de números aleatorios. Un generador ideal se define como una función que, en cada llamada, produce un número real u comprendido entre 0,0 y 1,0, de forma que cualquier valor en el intervalo $0,0 < u < 1,0$ tiene la misma probabilidad.

El AG desarrollado utiliza un generador basado en el algoritmo de Lehmer. Se trata de un generador de números pseudoaleatorios de congruencia lineal, multiplicativo y con módulo primo [353].

El algoritmo de Lehmer genera una secuencia de números enteros x utilizando una relación de recurrencia del tipo:

$$x_{i+1} = ax_i \bmod m \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.10)$$

donde:

- El parámetro m es el módulo, un número entero primo lo suficientemente grande.
- El parámetro a es el multiplicador, un número entero comprendido entre 1 y $m-1$.
- El valor inicial de la secuencia o semilla del generador (x_0) ha de ser un número entero entre 1 y $m-1$.

Cada número de la secuencia está relacionado con la semilla mediante la ecuación:

$$x_i = a^i x_0 \bmod m \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (4.11)$$

Los números enteros generados por el algoritmo de Lehmer tienen valores entre 1 y $m-1$ y la secuencia generada es periódica. Cuando aparece un número por segunda vez, la secuencia se vuelve a repetir. El periodo depende de los valores de m y a , y su valor máximo es igual a $m-1$. El algoritmo simula la extracción de números de una urna sin reem-

plazo, aunque, si m es grande y el número de extracciones es pequeño respecto a m , la distinción entre extracción con o sin reemplazo es irrelevante.

En cada llamada al generador se obtiene un número real aleatorio con distribución uniforme en el intervalo $(0, 1)$, mediante la relación:

$$u = \frac{x}{m}. \quad (4.12)$$

Los posibles valores de u son $1/m, 2/m, \dots, 1-1/m$. Para que estos valores estén densamente distribuidos es importante que m tenga un valor grande. Los valores $u = 0,0$ y $u = 1,0$ están excluidos.

Si los valores del multiplicador y del módulo se eligen de forma adecuada, la secuencia generada será estadísticamente indistinguible de una secuencia aleatoria, aunque sin reemplazo. Los valores elegidos son $m = 2^{31} - 1$ (el mayor número entero positivo que se puede representar con 32 bits) y $a = 48271$, que se corresponden con los sugeridos por Park y Miller en [354, 355]. Con estos parámetros se obtiene un generador con el máximo periodo ($m-1 \approx 2,147 \cdot 10^9$) y unas características aleatorias aceptables, siendo además fácil de implementar con aritmética entera de 32 bits.

Para evitar la posibilidad de que se produzca rebosamiento en las operaciones con números enteros de 32 bits, la ecuación (4.10) se implementa utilizando el método de Schrage [354]. Este método consiste en calcular en primer lugar el valor intermedio siguiente:

$$\gamma(x_i) = a(x_i \bmod q_m) - r_m \lfloor x_i / q_m \rfloor, \quad (4.13)$$

donde $q_m = \lfloor m/a \rfloor = 44488$ y $r_m = m \bmod a = 3399$. A partir de este valor se obtiene x como:

$$x_{i+1} = \begin{cases} \gamma(x_i) & \text{si } \gamma(x_i) > 0, \\ \gamma(x_i) + m & \text{si } \gamma(x_i) \leq 0. \end{cases} \quad (4.14)$$

Partiendo de una misma semilla, el algoritmo produce siempre la misma secuencia de números aleatorios.

Existen numerosos algoritmos para la generación de números aleatorios, algunos de ellos con mejores características aleatorias y mayor periodo que el algoritmo de Lehmer. No obstante, los AG son inherentemente robustos con respecto a la elección del generador, ya que el espacio de búsqueda no se restringe a los individuos de la población inicial, sino que se extiende a las posibles combinaciones y permutaciones de los genes que constituyen la población inicial [341].

4.16.2 Generación de múltiples secuencias

Puesto que el AG tiene varios componentes estocásticos independientes, se utiliza una secuencia de números aleatorios distinta para cada uno de ellos. Para ello se divide el periodo del generador en varias subsecuencias independientes de igual longitud [353]. La semilla de la primera subsecuencia será la semilla del generador (x_0). Las semillas del resto de subsecuencias se pueden calcular aplicando sucesivamente la siguiente función de salto:

$$x_{i+j} = a^j x_i \bmod m = (a^j \bmod m)x_i \bmod m, \quad (4.15)$$

donde $j = \lfloor m/s \rfloor$ es la distancia de salto entre dos subsecuencias, siendo s el número de subsecuencias. Esta función genera la secuencia de semillas $x_0, x_j, x_{2j}, x_{3j}, \dots$

El generador de números aleatorios implementado consta de 11 subsecuencias independientes, cada una de ellas con una longitud aproximada de $1,845 \cdot 10^8$. Los operadores del algoritmo que requieren secuencias de números aleatorios son:

- Población inicial: una secuencia.
- Selección: una secuencia.
- Cruzamiento: cuatro secuencias.
- Mutación: cuatro secuencias.
- Reemplazo: una secuencia.

4.16.3 Distribución uniforme discreta

El AG utiliza números aleatorios con una distribución de probabilidad uniforme discreta para la creación de la población inicial (ver sección 4.6.1).

La secuencia de números aleatorios, correspondientes al número de circuitos de cada gen, se puede obtener utilizando el método de inversión de la función de distribución [353]:

$$n_{ij} = \lfloor (n_{ij}^{\text{máx}} + 1)u \rfloor, \quad (4.16)$$

donde u es un número aleatorio en el intervalo $(0, 1)$ producido por el generador.

4.16.4 Distribución de Laplace discreta

Esta distribución se utiliza también para la creación de la población inicial (ver sección 4.6.2). Utilizando el método de inversión [353], la secuencia de números aleatorios, correspondientes al número de circuitos de cada gen, viene dada por:

$$n_{ij} = \begin{cases} \left\lfloor C - \frac{1}{\log p} \log \left(u \frac{1-p}{P_L(C)} + p^{C-A+1} \right) \right\rfloor + 1 & \text{si } u \leq \frac{P_L(C)}{1-p} (1 - p^{C-A+1}), \\ \left\lfloor C + \frac{1}{\log p} \log \left(\frac{1-u}{p} \frac{1-p}{P_L(C)} + p^{B-C} \right) \right\rfloor + 1 & \text{si } u > \frac{P_L(C)}{1-p} (1 - p^{C-A+1}), \end{cases} \quad (4.17)$$

donde u es un número aleatorio en el intervalo (0, 1) producido por el generador.

4.16.5 Distribución lineal discreta

El AG utiliza números aleatorios con una distribución de probabilidad lineal discreta en el mecanismo de selección, el cual emplea el método de la rueda de la ruleta basado en el ranking (ver sección 4.9).

La secuencia de números aleatorios para seleccionar a un individuo del ranking, utilizando el método de inversión [353], viene dada por:

$$r_p = \begin{cases} \left\lfloor \frac{-(2\alpha_s + \beta_s) + \sqrt{(2\alpha_s + \beta_s)^2 + 8\beta_s u}}{2\beta_s} \right\rfloor + 1 & \text{si } sp > 1, \\ \lfloor np \cdot u \rfloor + 1 & \text{si } sp = 1, \end{cases} \quad (4.18)$$

donde u es un número aleatorio en el intervalo (0, 1) producido por el generador.

4.17 Parámetros del algoritmo

4.17.1 Resumen de parámetros

De acuerdo con la descripción de las secciones anteriores, el AG se puede ejecutar con determinadas variantes y consta de un serie de parámetros ajustables, según se detalla a continuación:

- Tamaño de la población (ver sección 4.5): $np \geq 2$, debe ser un número par.
- Métodos de creación de la población inicial (ver sección 4.6):
 - Creación aleatoria.
 - Creación mediante un método heurístico.
- Parámetro de la distribución de Laplace discreta (ver sección 4.6.2): $0 < p < 1$.
- Factor de penalización inicial del corte de demanda total (ver sección 4.7.2): $\alpha_0 > 0$.
- Parámetro de variación del factor de penalización (ver sección 4.7.2): $k_\alpha > 1$.
- Número de generaciones con convergencia para la variación del factor de penalización (ver sección 4.7.2): $g_\alpha \geq 2$.
- Presión selectiva (ver sección 4.9): $1 \leq sp \leq 2$.
- Probabilidad de cruzamiento (ver sección 4.10): $0 \leq pc \leq 1$.
- Probabilidad de mutación inicial (ver sección 4.11.2): $0 \leq pm_i \leq 1$.
- Probabilidad de mutación mínima (ver sección 4.11.2): $0 \leq pm^L \leq 1$.
- Probabilidad de mutación máxima (ver sección 4.11.2): $0 \leq pm^H \leq 1$.
- Parámetro de variación de la probabilidad de mutación (ver sección 4.11.2): $\delta > 1$.
- Límite inferior de la diversidad de la población para la variación de la probabilidad de mutación (ver sección 4.11.2): $0 \leq \Delta_f^L \leq 1$.
- Límite superior de la diversidad de la población para la variación de la probabilidad de mutación (ver sección 4.11.2): $0 \leq \Delta_f^H \leq 1$.
- Métodos de reemplazo (ver sección 4.12):
 - Reemplazo generacional.
 - Reemplazo incremental.
- Número máximo de generaciones (ver sección 4.14): $g^{\text{máx}} \geq 1$.
- Número de generaciones para convergencia (ver sección 4.14): $g^{\text{con}} \geq 2$.

4.17.2 *Ajuste y control de parámetros*

Los parámetros del AG enumerados en la sección anterior son componentes configurables que determinan el comportamiento del algoritmo y cuyo valor debe fijarse antes de la ejecución del mismo. Entre los 17 parámetros descritos se pueden destacar, por ser comunes a la mayoría de AG que se pueden encontrar en la literatura, los siguientes:

- Tamaño de la población.
- Método de creación de la población inicial.
- Factor de penalización del corte de demanda total.
- Presión selectiva.
- Probabilidad de cruzamiento.
- Probabilidad de mutación.
- Método de reemplazo.

La determinación del valor óptimo que han de tener estos parámetros es un problema extremadamente difícil, si no imposible, ya que presentan interacciones muy complejas entre ellos [325]. De hecho, este problema puede ser incluso más difícil que la resolución del problema al que se aplique el AG. No existen resultados teóricos concluyentes a partir de los que se puedan fijar los valores óptimos.

Un método de búsqueda de tipo fuerza bruta consiste en considerar un conjunto de posibles valores para cada parámetro y analizar el comportamiento del algoritmo con todas las combinaciones de los valores de los parámetros. Al ser el AG un proceso estocástico, para cada combinación de parámetros es necesario realizar un conjunto de ejecuciones y valorar los resultados utilizando técnicas estadísticas. Este procedimiento requiere normalmente un esfuerzo de cálculo excesivo ya que el espacio de búsqueda crece exponencialmente con el número de parámetros.

Como complicación adicional, hay que tener en cuenta que el valor óptimo de los parámetros puede ser distinto para cada problema. Incluso, para un mismo problema, estos valores pueden ser distintos en las diferentes etapas del proceso evolutivo.

Una estrategia alternativa, para evitar la necesidad de ajustar los parámetros a priori, consiste en controlar su valor durante la ejecución del algoritmo. Existen diversos métodos de control que se pueden clasificar en tres categorías [356, 357]:

- **Control determinista.** Los parámetros se modifican siguiendo reglas heurísticas deterministas que no utilizan información de la evolución del proceso de búsqueda. Usualmente, la modificación se realiza cada vez que transcurren un determinado número de generaciones.
- **Control adaptativo.** La dirección y/o magnitud del cambio de los parámetros se determinan mediante reglas heurísticas que dependen de los resultados de la búsqueda.

- **Control autoadaptativo.** Los parámetros se codifican en los cromosomas y se optimizan al mismo tiempo que las variables de decisión del problema original.

La adaptación dinámica de los parámetros facilita la introducción en el algoritmo de información específica del problema que se quiere resolver. El AG desarrollado incluye dos mecanismos de control adaptativo que actúan sobre el factor de penalización del corte de demanda total (ver sección 4.7.2) y sobre la probabilidad de mutación (ver sección 4.11.2).

Los valores de los parámetros que se han utilizado en los casos de estudio analizados, se han fijado a partir de los valores recomendados en la literatura sobre AG y después de realizar múltiples pruebas con el algoritmo desarrollado.

4.18 Implementación

El modelo matemático y el AG se implementaron utilizando Microsoft Excel y Visual Basic para Aplicaciones (VBA)⁴. Para resolver los problemas de programación lineal, el algoritmo emplea la librería de optimización Solver⁵ integrada en Microsoft Excel [358-361].

Como detalles importantes de la implementación se señalan los siguientes:

- En los nudos donde hay simultáneamente generación y demanda se considera solamente una generación o demanda equivalente. Esta simplificación permite reducir el número de variables, sin afectar a la solución.
- La restricción (2.12), que representa el límite de transporte en cada rama, se sustituye por dos restricciones para eliminar la función de valor absoluto. Así, se tiene en cada rama:

$$(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})\theta_{ij}^{\max}, \quad (4.19)$$

$$-(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})\theta_{ij}^{\max}. \quad (4.20)$$

- De forma análoga se procede con las restricciones (2.26) y (2.27) del modelo híbrido lineal, cuando se utiliza este modelo para la creación de la población inicial.

El algoritmo implementado en VBA consta en total de unas 1900 líneas de código.

⁴ Ver <http://www.microsoft.com>.

⁵ Ver <http://www.solver.com>.

Capítulo 5

Aplicación al sistema de Garver de 6 nudos

5.1 Casos de estudio sin coste de pérdidas

En este capítulo se demuestra la validez del AG desarrollado utilizando el sistema de Garver. Este sistema es el más utilizado para probar los algoritmos de planificación de la expansión de la red de transporte. Se trata de una red de 6 nudos y 15 ramas, cuyos datos y topología inicial se detallan en el [Apéndice A](#).

Se estudian los casos siguientes sin tener en cuenta las pérdidas:

- **Caso 1: configuración inicial sin redespacho.** Parte de la topología inicial y las generaciones son fijas.
- **Caso 2: configuración inicial con redespacho.** Parte de la topología inicial y las generaciones pueden variar sin superar los límites de los generadores.
- **Caso 3: sin red inicial sin redespacho.** No se considera la red existente y las generaciones son fijas.
- **Caso 4: sin red inicial con redespacho.** No se considera la red existente y las generaciones pueden variar sin superar los límites de los generadores.

Al tratarse de una red de pequeño tamaño, el problema resultante no es muy complejo y la solución óptima se puede obtener mediante métodos clásicos de programación matemática (ver sección.3.2).

5.1.1 Resolución

Los casos descritos anteriormente se resolvieron con el AG desarrollado, utilizando los valores de los parámetros que se detallan en la [Tabla 5.1](#). La solución de los cuatro casos para el modelo DC, sin considerar las pérdidas, se detalla en la [Tabla 5.2](#). La configuración de cada una de las soluciones se muestra en la [Figura 5.1](#).

Tabla 5.1 Parámetros del modelo y del AG para los casos 1-4 del sistema de Garver

Parámetro	Valor
Máximo número de nuevos circuitos en cada rama (n_{ij}^{\max})	5
Número de genes de cada cromosoma (ng)	15
Tamaño de la población (np)	70
Método de creación de la población inicial	Aleatoria
Parámetro de la distribución de Laplace discreta (p)	-
Factor de penalización inicial del corte de demanda (α_0) (10^3 US\$/MW)	1
Parámetro de variación del factor de penalización (k_α)	1,5
Número de generaciones con convergencia para la variación de α (g_α)	10
Presión selectiva (sp)	2
Probabilidad de cruzamiento (pc)	0,9
Probabilidad de mutación inicial (pm_1)	0,01
Probabilidad de mutación mínima (pm^L)	0,001
Probabilidad de mutación máxima (pm^H)	0,05
Parámetro de variación de la probabilidad de mutación (δ)	1,5
Límite inferior de la diversidad de la población para la variación de pm (Δ_f^L)	0,05
Límite superior de la diversidad de la población para la variación de pm (Δ_f^H)	0,4
Método de reemplazo	Generacional
Número máximo de generaciones (g^{\max})	300
Número de generaciones para convergencia (g^{con})	30

Tabla 5.2 Solución óptima de los casos 1-4 del sistema de Garver

	Rama $i-j$	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Circuitos añadidos	1-5	0	0	1	1
	2-3	0	0	1	2
	2-5	0	0	1	0
	2-6	4	0	4	1
	3-5	1	1	2	2
	4-6	2	3	2	2
Coste de inversión (10^3 US\$)		200	110	291	190

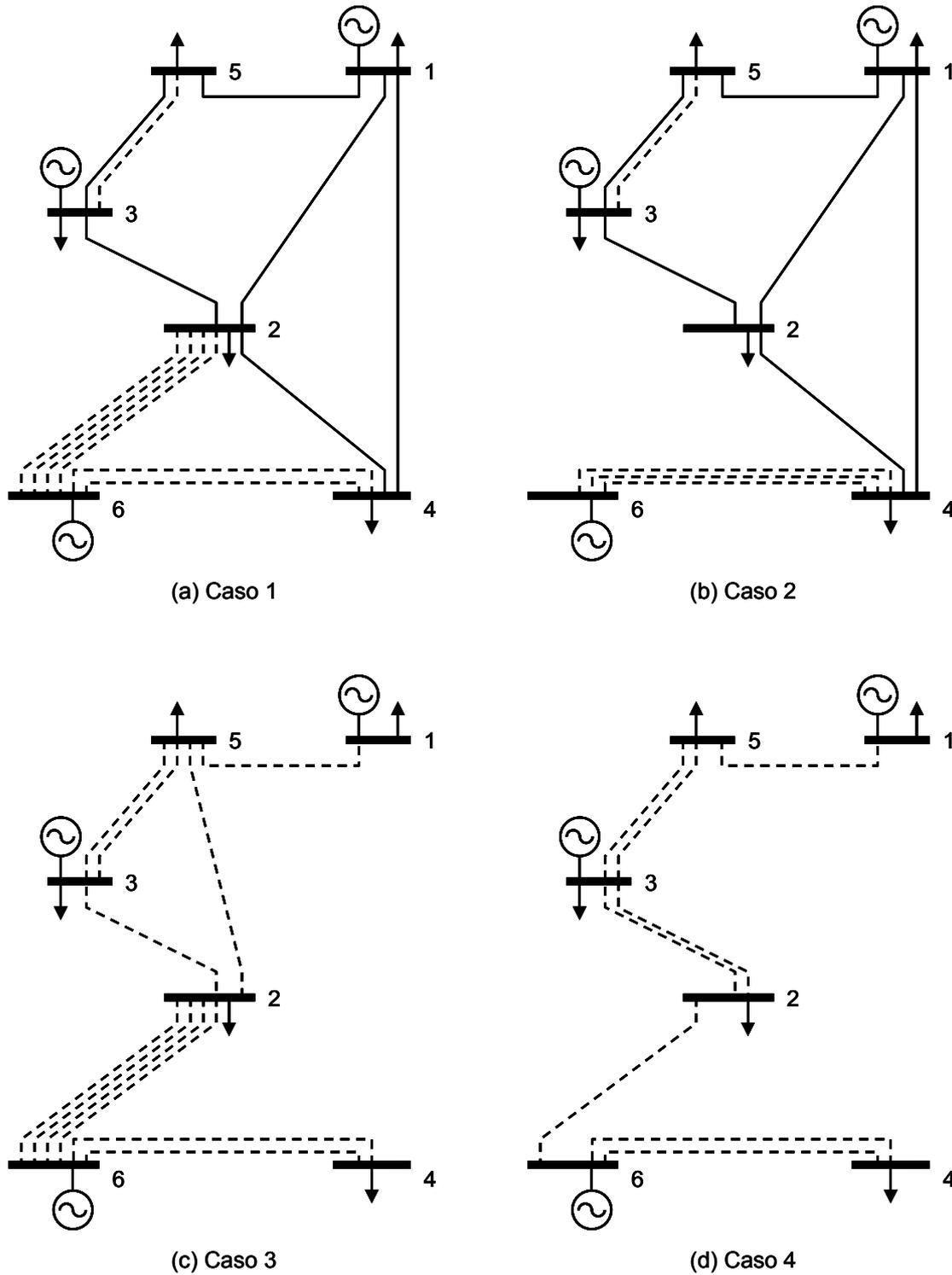


Figura 5.1 Configuración de las soluciones de los casos 1-4 del sistema de Garver

Como el AG es un proceso estocástico basado en números aleatorios, para obtener resultados representativos del comportamiento del algoritmo resulta necesario realizar una serie de ejecuciones, utilizando distintas semillas para el generador de números aleatorios.

El comportamiento del algoritmo en una ejecución típica, con población inicial aleatoria, se muestra en las figuras 5.2, 5.3, 5.4 y 5.5, donde se representa la evolución del coste total del mejor individuo y del individuo mediano.

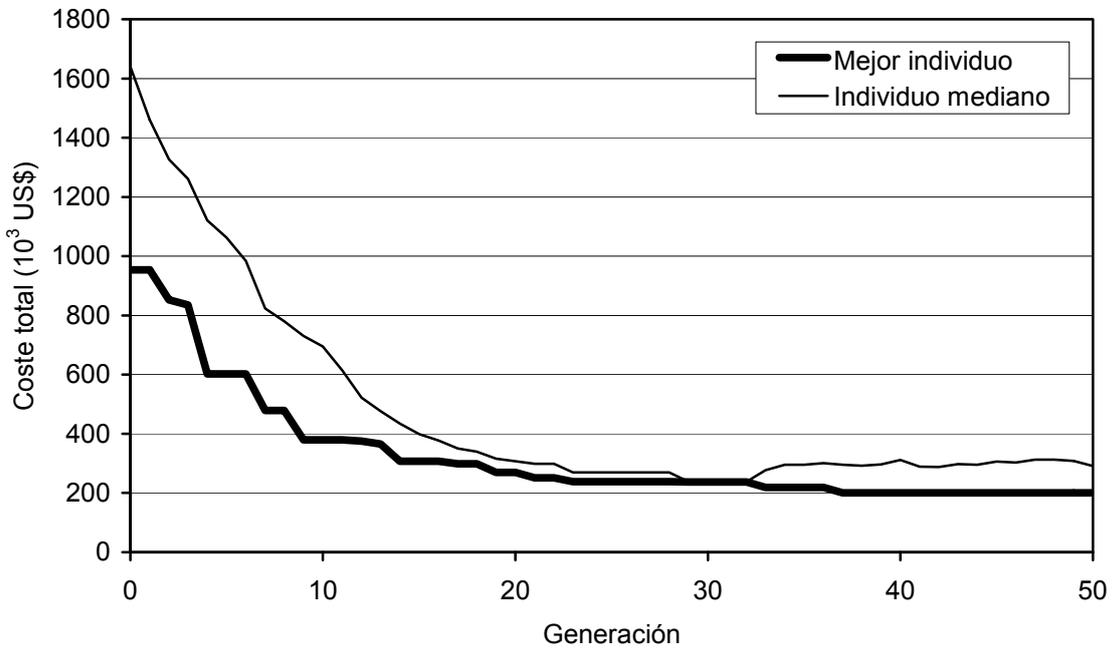


Figura 5.2 Evolución del caso 1 del sistema de Garver con población inicial aleatoria

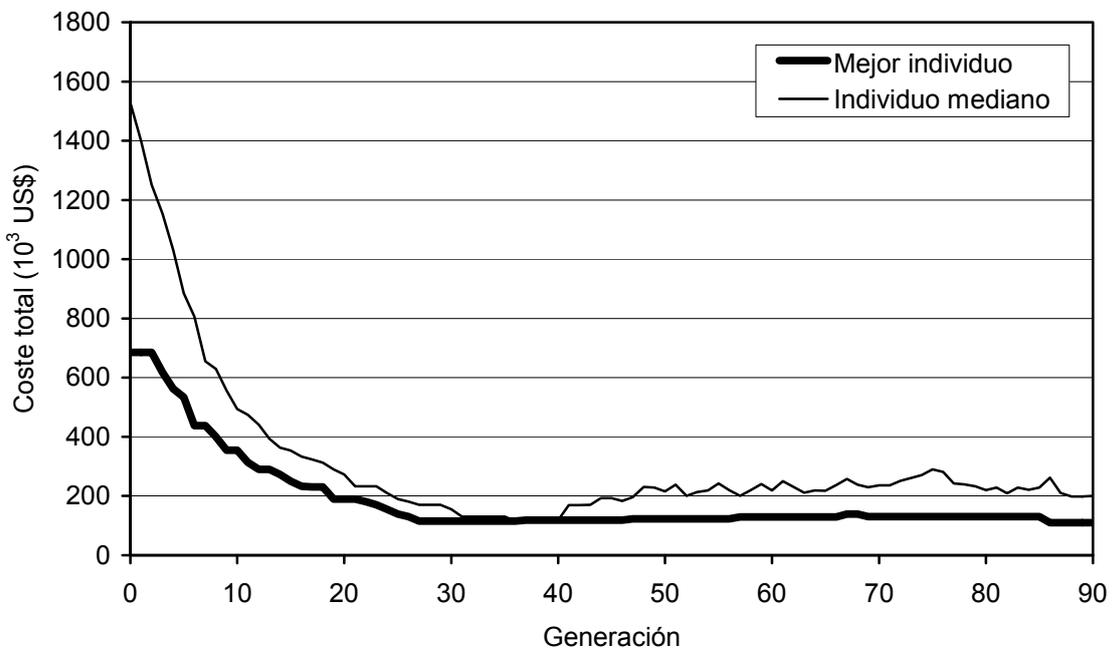


Figura 5.3 Evolución del caso 2 del sistema de Garver con población inicial aleatoria

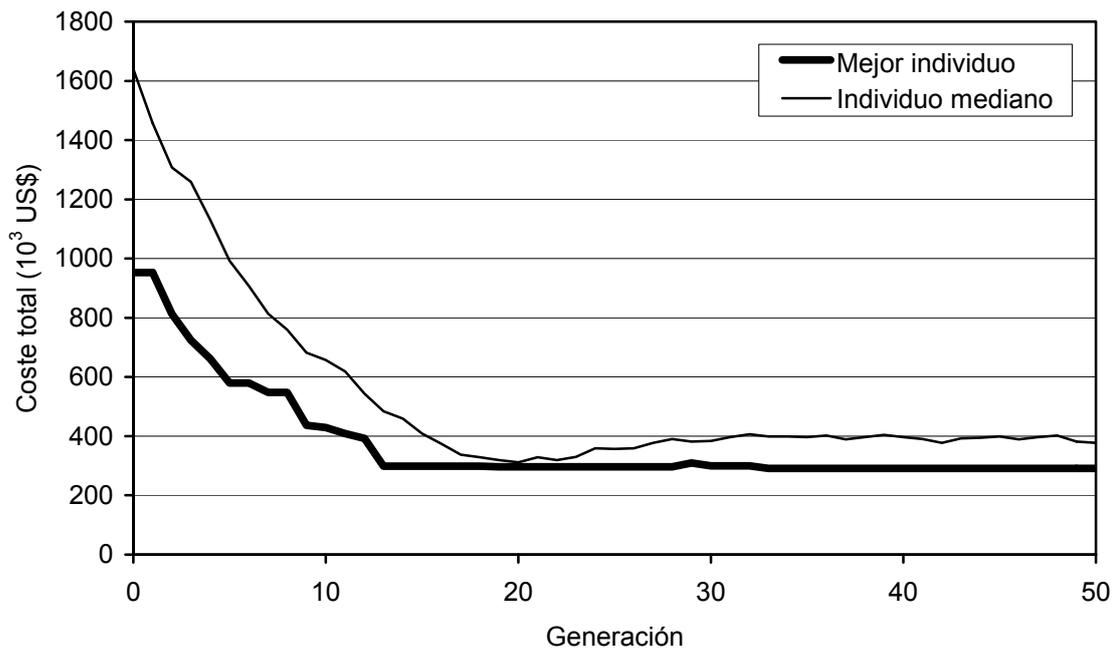


Figura 5.4 Evolución del caso 3 del sistema de Garver con población inicial aleatoria

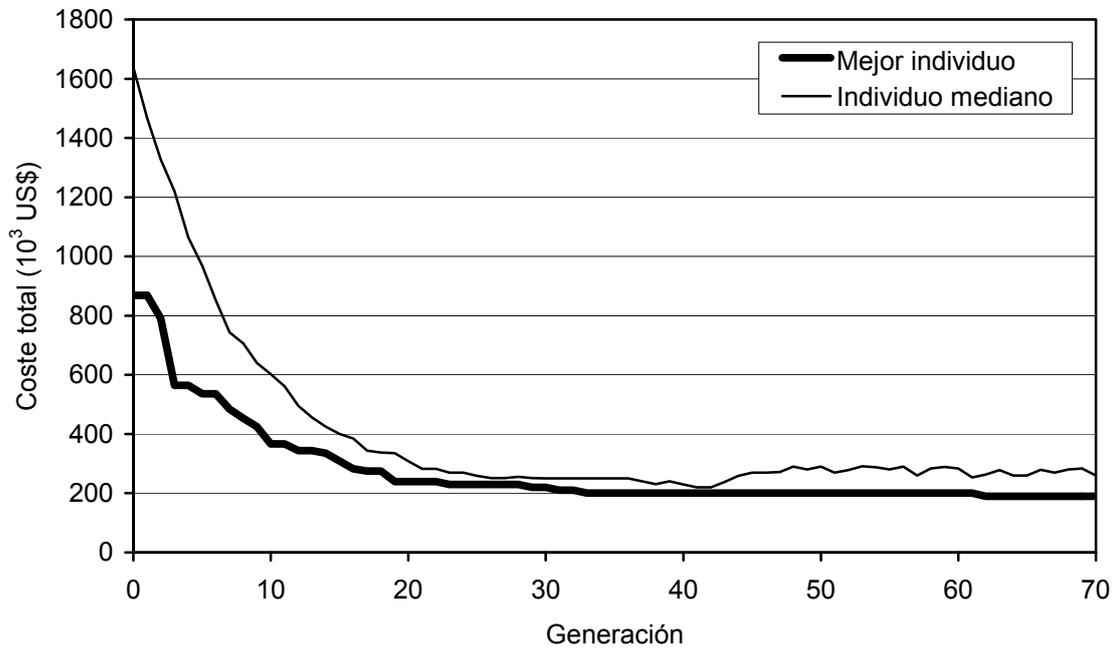


Figura 5.5 Evolución del caso 4 del sistema de Garver con población inicial aleatoria

En las figuras anteriores se puede observar el perfil típico de convergencia de un AG, constituido por mejoras abruptas e intermitentes separadas por periodos sin progreso aparente.

Durante las primeras 20 o 30 generaciones la población converge rápidamente, de forma que el mejor individuo y el individuo mediano se vuelven casi idénticos. Esta convergencia pone en marcha el mecanismo de mutación adaptativa, lo que provoca un aumento de la probabilidad de mutación con el objeto de incrementar la diversidad de la población (ver sección 4.11.2).

En el caso 2 (Figura 5.3) se aprecia un aumento del coste total del mejor individuo en algunas generaciones (37, 47, 57 y 67). Esto se debe a que en esas generaciones se produce un aumento del valor del factor de penalización para buscar soluciones con el mínimo corte de demanda (ver sección 4.7.2). Lo mismo se produce en la generación 29 del caso 3 (Figura 5.4).

Las figuras muestran que el AG es capaz de encontrar la solución óptima en todos los casos, partiendo de una población inicial completamente aleatoria, en menos de 100 generaciones.

5.1.2 *Esfuerzo computacional*

El esfuerzo computacional de la ejecución del algoritmo se valora mediante el número de evaluaciones de la función fitness, ya que este es el proceso que consume la mayor parte del tiempo de cálculo. Esta medida resulta independiente de la potencia de cálculo disponible y permite además establecer comparaciones entre el esfuerzo requerido por distintos algoritmos metaheurísticos.

El AG desarrollado realiza, en cada generación, un número de evaluaciones igual al número de individuos de la población. A esto hay que añadir la evaluación de los individuos de la población inicial.

La evaluación de la función fitness consiste en la resolución de un problema de PL. En la Tabla 5.3 se detalla para cada caso el tamaño del problema (número de variables y restricciones de la función fitness) y el esfuerzo computacional hasta llegar a la solución en una ejecución típica. La tabla incluye también el tiempo total de ejecución del algoritmo en un PC con CPU Intel Core 2 Duo a 3 GHz y 3GB de memoria RAM.

Con esta potencia de cálculo se resuelven unos 1000 problemas de PL por minuto. Si se pretendiera resolver el problema mediante un algoritmo de búsqueda exhaustiva (ver sección 3.1), el tiempo total de cálculo sería de unos 895 años.

Tabla 5.3 Tamaño del problema y esfuerzo computacional con población inicial aleatoria de los casos 1-4 del sistema de Garver

	Función fitness		Esfuerzo computacional		
	Variables	Restricciones	Generaciones	Problemas PL	Tiempo (minutos)
Caso 1	11	36	37	2660	2,7
Caso 2	11	36	86	6090	6,5
Caso 3	11	36	33	2380	2,4
Caso 4	11	36	62	4410	4,7

5.2 Casos de estudio con coste de pérdidas

Se consideran tres casos (5, 6 y 7) basados en el caso 1 (configuración inicial sin redespacho). En cada caso se utiliza un valor distinto para el coste unitario de la energía (λ), a partir del cual se calcula el coste de las pérdidas (ver sección 2.10.3).

Los parámetros del modelo y del AG específicos para estos casos se detallan en la Tabla 5.4. El resto de parámetros son los utilizados para los casos sin pérdidas (ver Tabla 5.1).

Como simplificación, teniendo en cuenta que los costes por circuito del sistema de Garver son ficticios, se considera que el factor de recuperación de capital y el factor de forma anual de las pérdidas son iguales a la unidad. En el caso 5 se ha fijado un valor ficticio para el coste unitario de la energía lo suficientemente pequeño para que la solución coincida con la del caso 1. En el caso 6 el coste de la energía es el doble del anterior y en el caso 7 es el triple.

Cuanto mayor es el coste de la energía, mayor ha de ser el factor de penalización del corte de demanda, ya que el coste de las pérdidas y el coste total serán mayores (ver sección 2.10.3).

La solución de los tres casos se muestra en la Tabla 5.5 y la configuración de cada una de las soluciones en la Figura 5.6.

Tabla 5.4 Parámetros del modelo y del AG para los casos 5-7 del sistema de Garver

Parámetro	Valor		
	Caso 5	Caso 6	Caso 7
Factor de recuperación de capital (CRF)	1	1	1
Factor de forma anual de las pérdidas en la red ($f_{pérd}$)	1	1	1
Coste unitario de la energía (λ) (US\$/MWh)	0,4	0,8	1,2
Factor de penalización inicial del corte de demanda (α_0) (10^3 US\$/MW)	1,3	1,8	2,2

Tabla 5.5 Solución óptima de los casos 5-7 del sistema de Garver

	Rama $i-j$	Caso 5	Caso 6	Caso 7
Circuitos añadidos	2-6	4	4	5
	3-5	1	1	2
	4-6	2	3	3
	5-6	0	1	1
Coste de inversión anual (10^3 US\$)		200,00	291,00	341,00
Coste de pérdidas anual (10^3 US\$)		195,69	286,30	373,19
Coste total anual (10^3 US\$)		395,69	577,30	714,19
Costes minimizando solo el coste de inversión				
Coste de inversión anual (10^3 US\$)		200,00	200,00	200,00
Coste de pérdidas anual (10^3 US\$)		195,69	391,39	587,08
Coste total anual (10^3 US\$)		395,69	591,39	787,08

En la [Tabla 5.5](#) se observa que al aumentar el coste de la energía la solución óptima se obtiene añadiendo más circuitos al sistema, es decir, aumentando el coste de inversión.

Para evaluar el impacto en el coste total que tiene la inclusión del coste de las pérdidas en la función objetivo, en la [Tabla 5.5](#) se incluye también el coste que se obtendría en los tres casos minimizando únicamente el coste de inversión (en este caso la configuración óptima sería la correspondiente al caso 5).

Lógicamente, el ahorro que se obtiene al considerar el coste de las pérdidas es mayor cuanto mayor es el coste de la energía.

El comportamiento del AG en una ejecución típica se muestra en las figuras [5.7](#), [5.8](#) y [5.9](#).

El AG es capaz de encontrar la solución óptima en todos los casos, partiendo de una población inicial completamente aleatoria, en menos de 50 generaciones (23, 35 y 39 respectivamente). El esfuerzo computacional es similar al del caso 1.

Al considerar un escenario de generación definido sin posibilidad de redespacho, solo se requiere la resolución de problemas de PL.

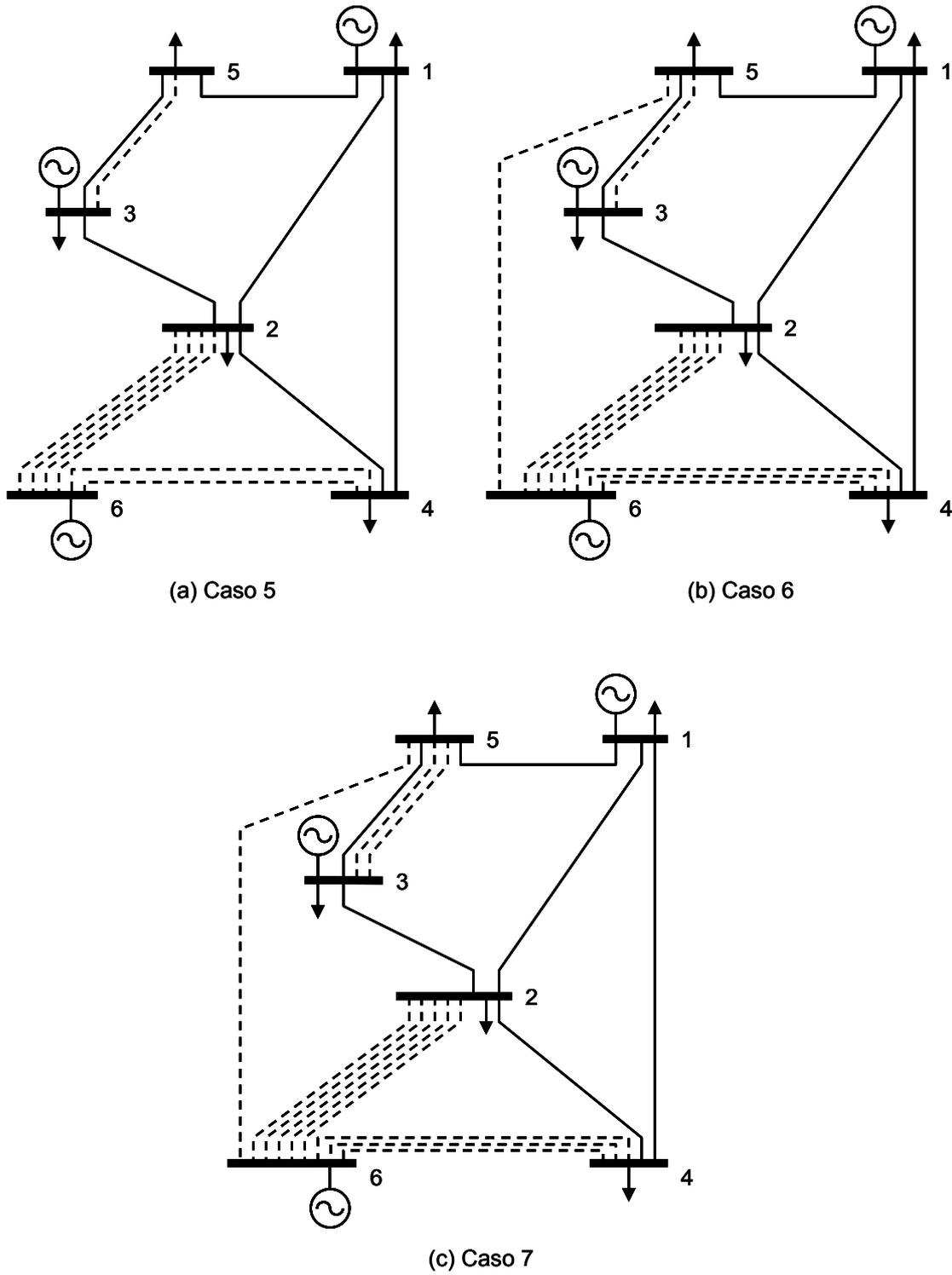


Figura 5.6 Configuración de las soluciones de los casos 5-7 del sistema de Garver

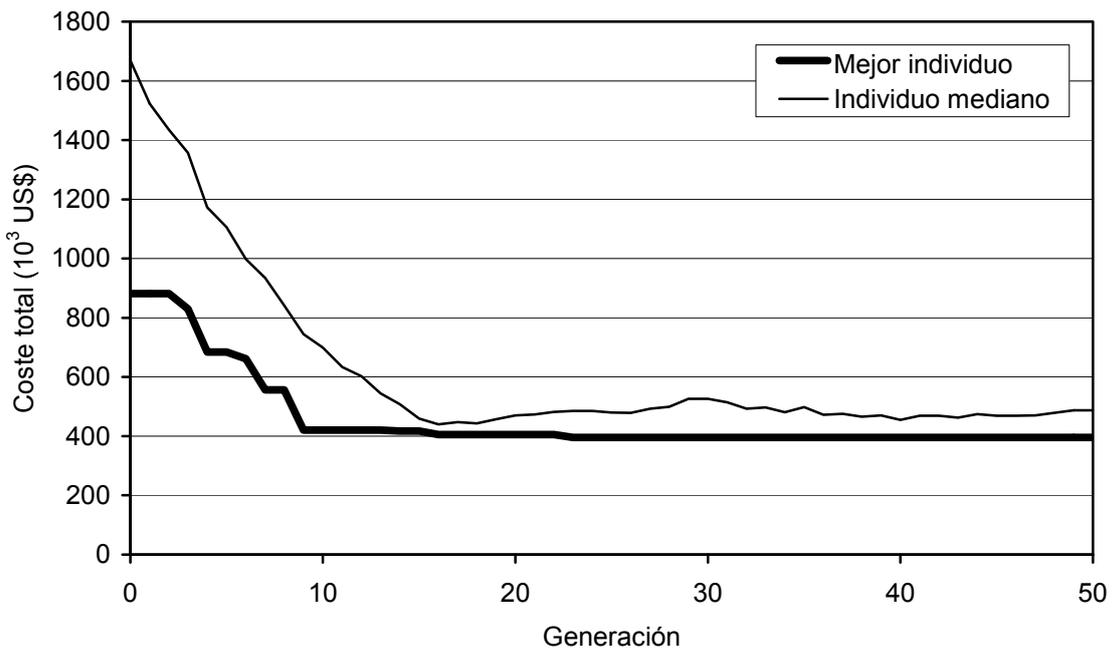


Figura 5.7 Evolución del caso 5 del sistema de Garver con población inicial aleatoria

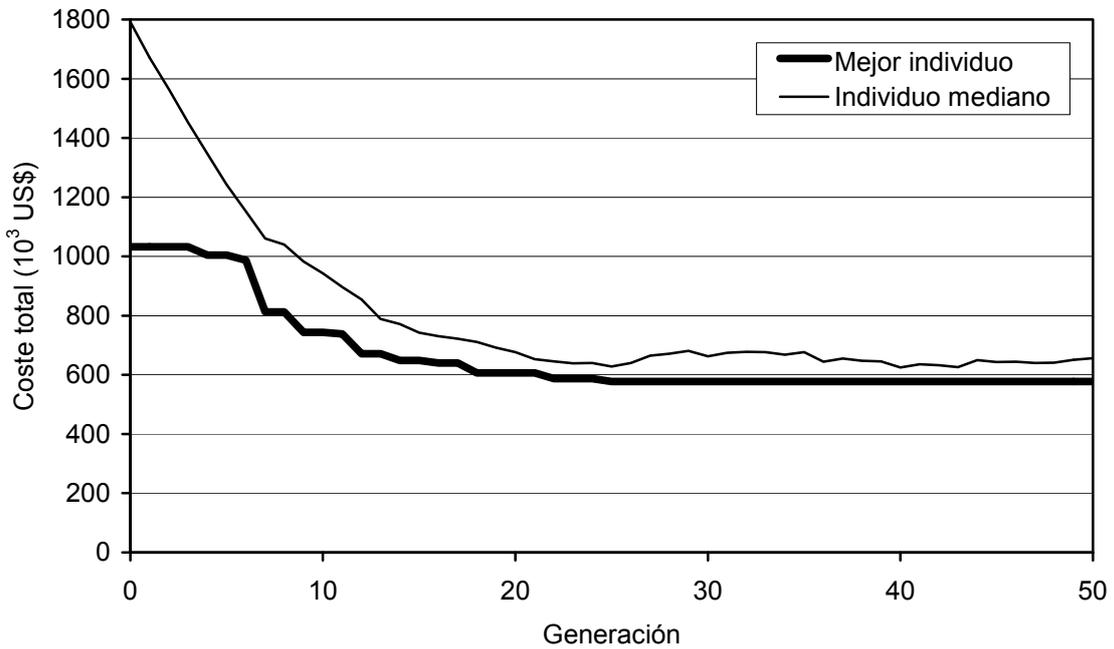


Figura 5.8 Evolución del caso 6 del sistema de Garver con población inicial aleatoria

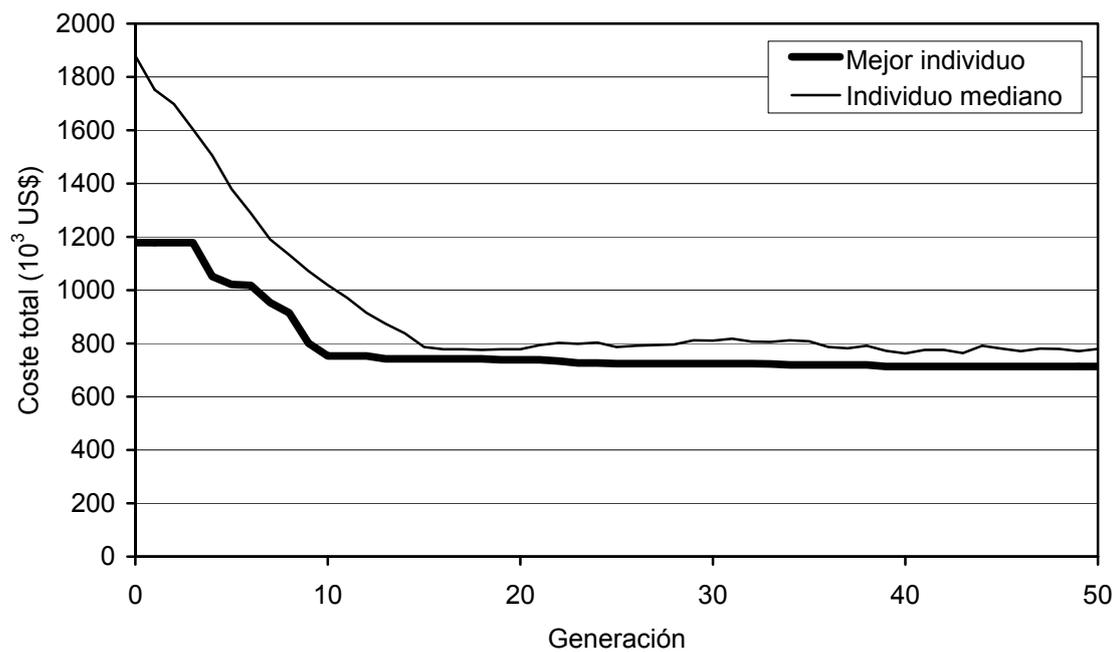


Figura 5.9 Evolución del caso 7 del sistema de Garver con población inicial aleatoria

Capítulo 6

Aplicación al sistema IEEE de 24 nudos

6.1 Casos de estudio sin coste de pérdidas

En este capítulo se aplica el AG desarrollado al sistema IEEE de 24 nudos (IEEE-24). Este sistema es uno de los más utilizados para probar los algoritmos de planificación de la expansión de la red de transporte. Se trata de una red de 24 nudos y 41 ramas, cuyos datos y topología inicial se detallan en el [Apéndice B](#).

Se estudian los casos siguientes sin tener en cuenta las pérdidas:

- **Caso 1: escenario de generación G1.**
- **Caso 2: escenario de generación G2.**
- **Caso 3: escenario de generación G3.**
- **Caso 4: escenario de generación G4.**
- **Caso 5: con redespacho.** Mientras que en los casos anteriores las generaciones son fijas, en este caso pueden variar sin superar los límites de los generadores.

El sistema IEEE-24 es una red de tamaño medio, por lo que el problema resultante es difícil de resolver mediante métodos clásicos de programación matemática (ver sección.3.2), de forma que se obtenga con seguridad la solución óptima global. Se han publicado en la literatura distintas soluciones para los casos anteriores [162, 193, 265], aunque sin demostrar que se trate de las soluciones óptimas globales.

6.1.1 Resolución

Los cinco casos considerados se resolvieron con el AG desarrollado, utilizando los valores de los parámetros que se detallan en la [Tabla 6.1](#). La solución obtenida se detalla en la [Tabla 6.2](#). En la [Figura 6.1](#) se muestra la configuración de la solución correspondiente al caso 1.

Tabla 6.1 Parámetros del modelo y del AG para los casos 1-5 del sistema IEEE-24

Parámetro	Valor
Máximo número de nuevos circuitos en cada rama ($n_{ij}^{\text{máx}}$)	3
Número de genes de cada cromosoma (ng)	41
Tamaño de la población (np)	70
Método de creación de la población inicial	Aleatoria
Parámetro de la distribución de Laplace discreta (p)	-
Factor de penalización inicial del corte de demanda (α_0) (10^3 US\$/MW)	400
Parámetro de variación del factor de penalización (k_α)	1,5
Número de generaciones con convergencia para la variación de α (g_α)	10
Presión selectiva (sp)	2
Probabilidad de cruzamiento (pc)	0,9
Probabilidad de mutación inicial (pm_1)	0,005
Probabilidad de mutación mínima (pm^L)	0,0005
Probabilidad de mutación máxima (pm^H)	0,02
Parámetro de variación de la probabilidad de mutación (δ)	1,5
Límite inferior de la diversidad de la población para la variación de pm (Δ_f^L)	0,05
Límite superior de la diversidad de la población para la variación de pm (Δ_f^H)	0,35
Método de reemplazo	Generacional
Número máximo de generaciones ($g^{\text{máx}}$)	300
Número de generaciones para convergencia (g^{con})	30

Se utilizó en todos los casos el método de reemplazo generacional. Se comprobó también el comportamiento del algoritmo utilizando el método de reemplazo incremental en lugar del generacional (ver sección 4.12). Sin embargo, en la mayoría de las pruebas realizadas resultó ser significativamente superior el reemplazo generacional.

Tabla 6.2 Solución óptima de los casos 1-5 del sistema IEEE-24

	Rama $i-j$	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5
Circuitos añadidos	1-5	1	1	0	0	0
	3-24	1	1	0	1	0
	6-10	1	1	1	1	1
	7-8	2	1	2	2	2
	9-11	0	0	0	1	0
	10-12	0	1	1	1	1
	14-16	1	1	1	2	1
	15-24	1	1	0	0	0
	16-17	2	2	1	1	0
	16-19	1	0	0	0	0
	17-18	2	2	0	0	0
	20-23	0	0	1	0	0
Coste de inversión (10^7 US\$)		39,0	39,2	21,8	34,2	15,2

El comportamiento del algoritmo en una ejecución típica se muestra en las figuras 6.2, 6.3, 6.4, 6.5 y 6.6, donde se representa la evolución del coste total del mejor individuo y del individuo mediano. El AG converge a una solución óptima en todos los casos, partiendo de una población inicial completamente aleatoria, en menos de 200 generaciones.

Las soluciones obtenidas en los casos 1, 3 y 5 coinciden con las mejores soluciones publicadas hasta ahora en la literatura, concretamente con la publicada en [162] para el caso 1 y con las publicadas en [265] para los casos 3 y 5.

En los casos 2 y 4 se han obtenido mejores soluciones que las mejores publicadas hasta el momento [162]. Esto confirma la validez y las buenas características de convergencia del AG desarrollado, teniendo en cuenta además que en todos los casos la población inicial se ha creado de forma completamente aleatoria.

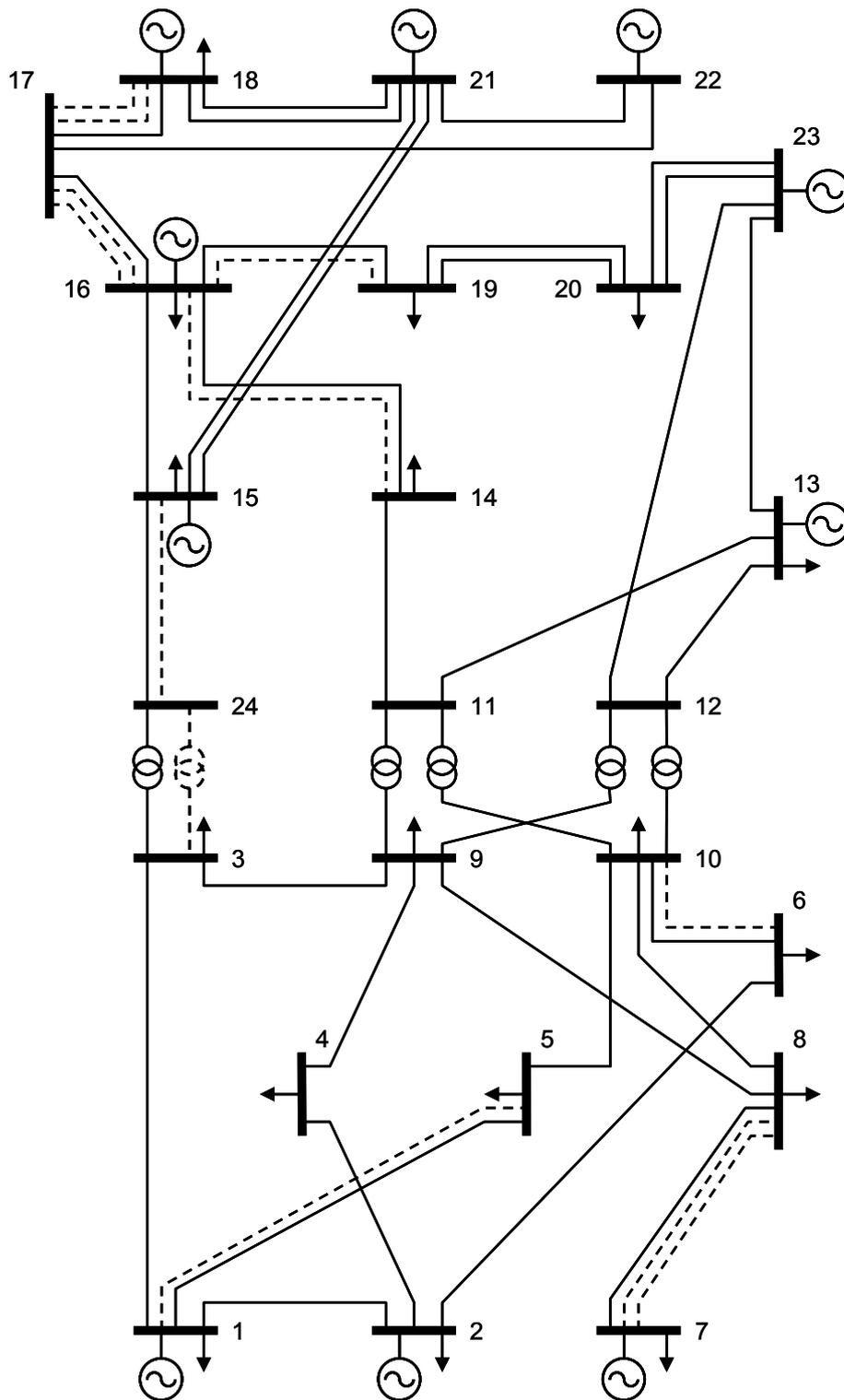


Figura 6.1 Configuración de la solución del caso 1 del sistema IEEE-24

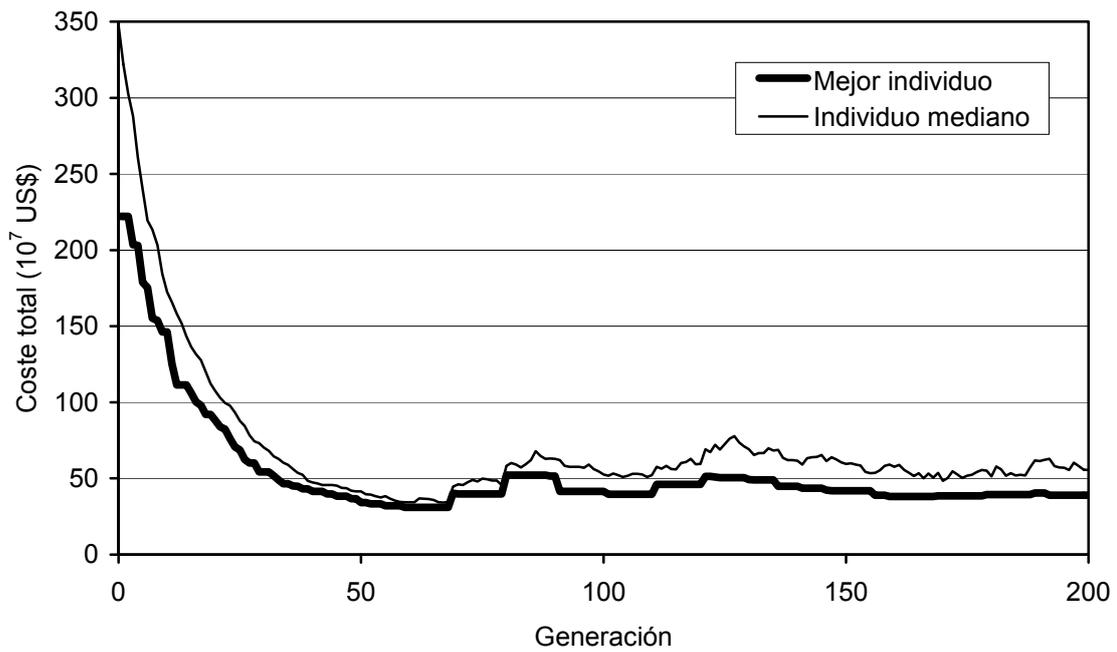


Figura 6.2 Evolución del caso 1 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria

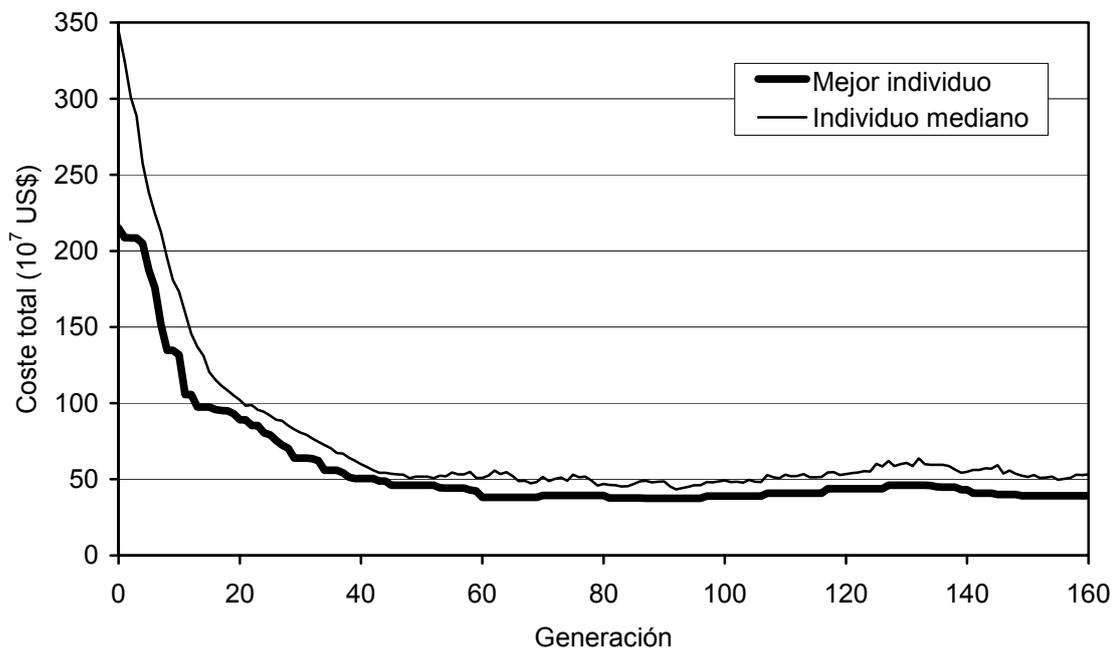


Figura 6.3 Evolución del caso 2 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria

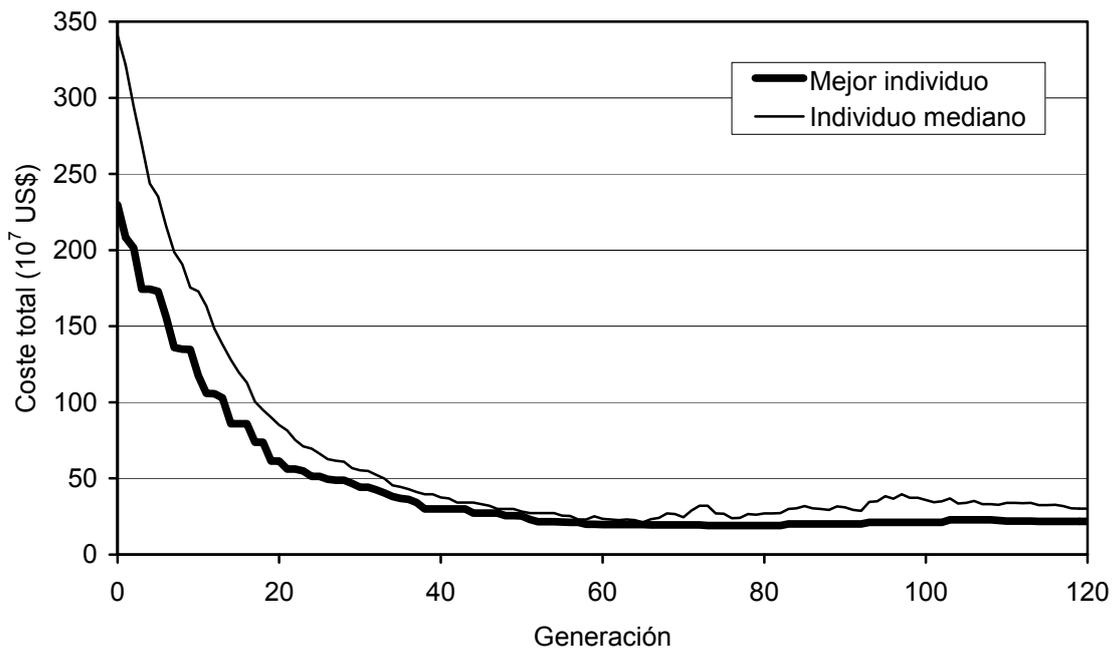


Figura 6.4 Evolución del caso 3 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria

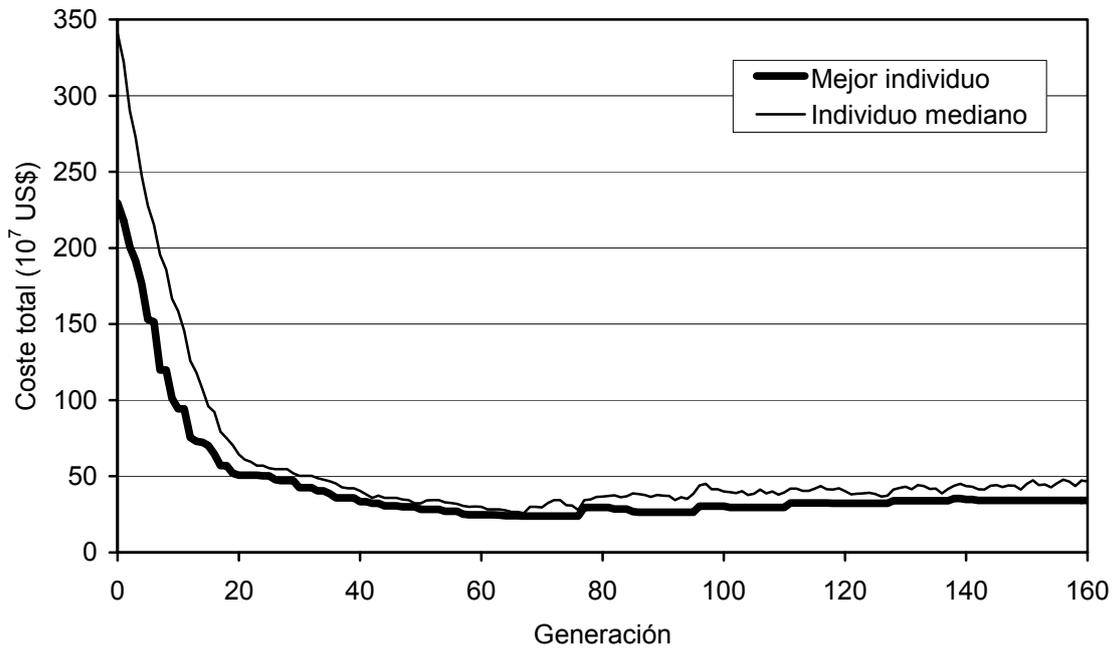


Figura 6.5 Evolución del caso 4 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria

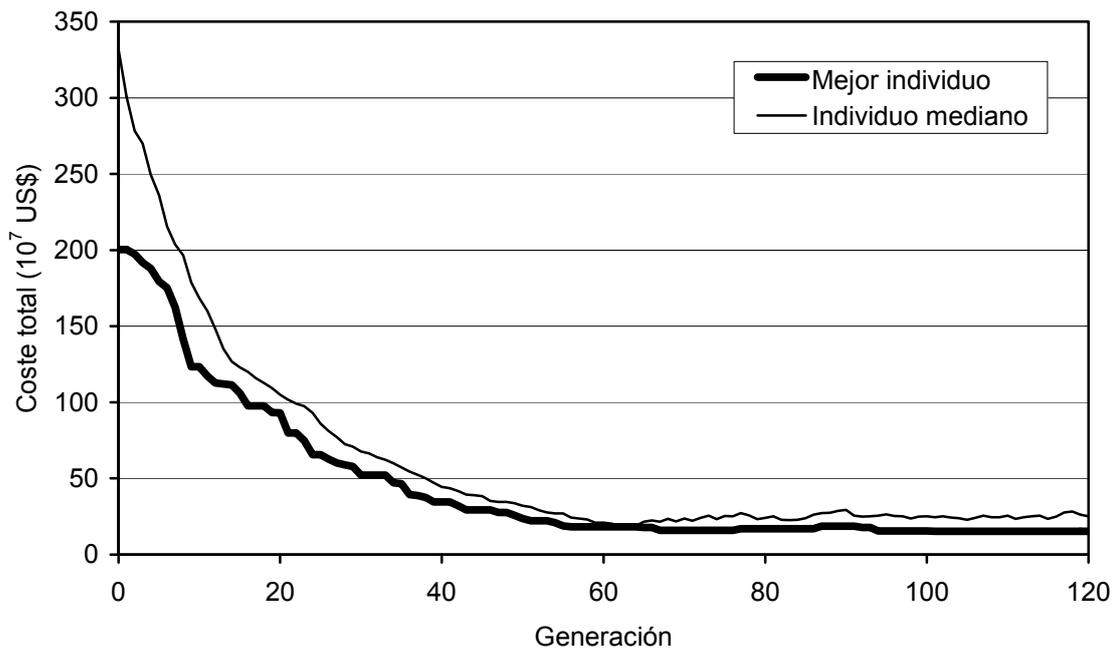


Figura 6.6 Evolución del caso 5 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria

6.1.2 Esfuerzo computacional

La evaluación de la función fitness consiste en la resolución de un problema de PL. En la [Tabla 6.3](#) se detalla para cada caso el tamaño del problema (número de variables y restricciones de la función fitness) y el esfuerzo computacional hasta llegar a la solución en una ejecución típica. La tabla incluye también el tiempo total de ejecución del algoritmo en un PC con CPU Intel Core 2 Duo a 3 GHz y 3GB de memoria RAM.

Con esta potencia de cálculo se resuelven unos 500 problemas de PL por minuto. Si se pretendiera resolver el problema mediante un algoritmo de búsqueda exhaustiva (ver [sección 3.1](#)), el tiempo total de cálculo sería de unos $1,84 \cdot 10^{16}$ años.

Tabla 6.3 Tamaño del problema y esfuerzo computacional con población inicial aleatoria de los casos 1-5 del sistema IEEE-24

	Función fitness		Esfuerzo computacional		
	Variabes	Restricciones	Generaciones	Problemas PL	Tiempo (minutos)
Caso 1	43	106	192	13510	29,2
Caso 2	43	106	149	10500	21,8
Caso 3	43	106	114	8050	17,0
Caso 4	43	106	142	10010	22,5
Caso 5	43	106	101	7140	14,7

6.2 Casos de estudio con coste de pérdidas

Se consideran tres casos (6, 7 y 8) basados en el caso 1 (escenario de generación G1), utilizando en cada uno un valor distinto para el coste unitario de la energía (λ).

Los parámetros del modelo y del AG específicos para estos casos se detallan en la [Tabla 6.4](#). El resto de parámetros son los utilizados para los casos sin pérdidas (ver [Tabla 6.1](#)).

Los valores considerados, de forma un tanto arbitraria, para el factor de recuperación de capital y el factor de forma anual de las pérdidas, permiten manejar valores significativos del coste de la energía. En el caso 6 se ha fijado un valor para el coste unitario de la energía lo suficientemente pequeño para que la solución coincida con la del caso 1. En el caso 7 el coste de la energía es el doble del anterior y en el caso 8 es el triple.

La solución de los tres casos, minimizando la suma del coste de inversión y del coste de las pérdidas, se detalla en la [Tabla 6.5](#). En la [Figura 6.7](#) se muestra la configuración de la solución correspondiente al caso de mayor coste (caso 8).

Tabla 6.4 Parámetros del modelo y del AG para los casos 6-8 del sistema IEEE-24

Parámetro	Valor		
	Caso 6	Caso 7	Caso 8
Factor de recuperación de capital (CRF)	0,1	0,1	0,1
Factor de forma anual de las pérdidas en la red ($f_{pérd}$)	1	1	1
Coste unitario de la energía (λ) (US\$/MWh)	30	60	90
Factor de penalización inicial del corte de demanda (α_0) (10^3 US\$/MW)	60	80	100

Tabla 6.5 Solución óptima de los casos 6-8 del sistema IEEE-24

	Rama $i-j$	Caso 6	Caso 7	Caso 8
Circuitos añadidos	1-5	1	1	1
	2-4	0	0	1
	3-24	1	1	1
	6-10	1	1	2
	7-8	2	3	3
	14-16	1	1	1
	15-21	0	1	1
	15-24	1	1	1
	16-17	2	2	2
	16-19	1	1	1
	17-18	2	1	1
	21-22	0	0	1
Coste de inversión anual (10^7 US\$)		3,90	4,54	5,97
Coste de pérdidas anual (10^7 US\$)		6,32	11,97	16,48
Coste total anual (10^7 US\$)		10,22	16,51	22,45
Costes minimizando solo el coste de inversión				
Coste de inversión anual (10^7 US\$)		3,90	3,90	3,90
Coste de pérdidas anual (10^7 US\$)		6,32	12,64	18,97
Coste total anual (10^7 US\$)		10,22	16,54	22,87

Evidentemente, la influencia del coste de las pérdidas en la configuración de la solución óptima depende del valor del coste de la energía. Cuanto mayor sea este, mayor será el peso relativo del coste de las pérdidas en el coste total y, por lo tanto, la solución óptima requerirá un mayor coste de inversión.

En la [Tabla 6.5](#) se incluye también el coste que se obtendría en los tres casos minimizando únicamente el coste de inversión (en este caso la configuración óptima sería la correspondiente al caso 6). El ahorro obtenido al considerar el coste de las pérdidas depende del coste de la energía, pero puede suponer una cantidad muy importante.

El comportamiento del AG en una ejecución típica se muestra en las figuras [6.8](#), [6.9](#) y [6.10](#).

El algoritmo converge a una solución óptima en todos los casos, partiendo de una población inicial completamente aleatoria, en menos de 200 generaciones (140, 141 y 170 respectivamente). El esfuerzo computacional es similar al del caso 1.

Para un escenario de generación determinado, el AG desarrollado es capaz de obtener soluciones sin dificultad, minimizando tanto el coste de inversión como el coste de las pérdidas, mediante la resolución exclusivamente de problemas de PL.

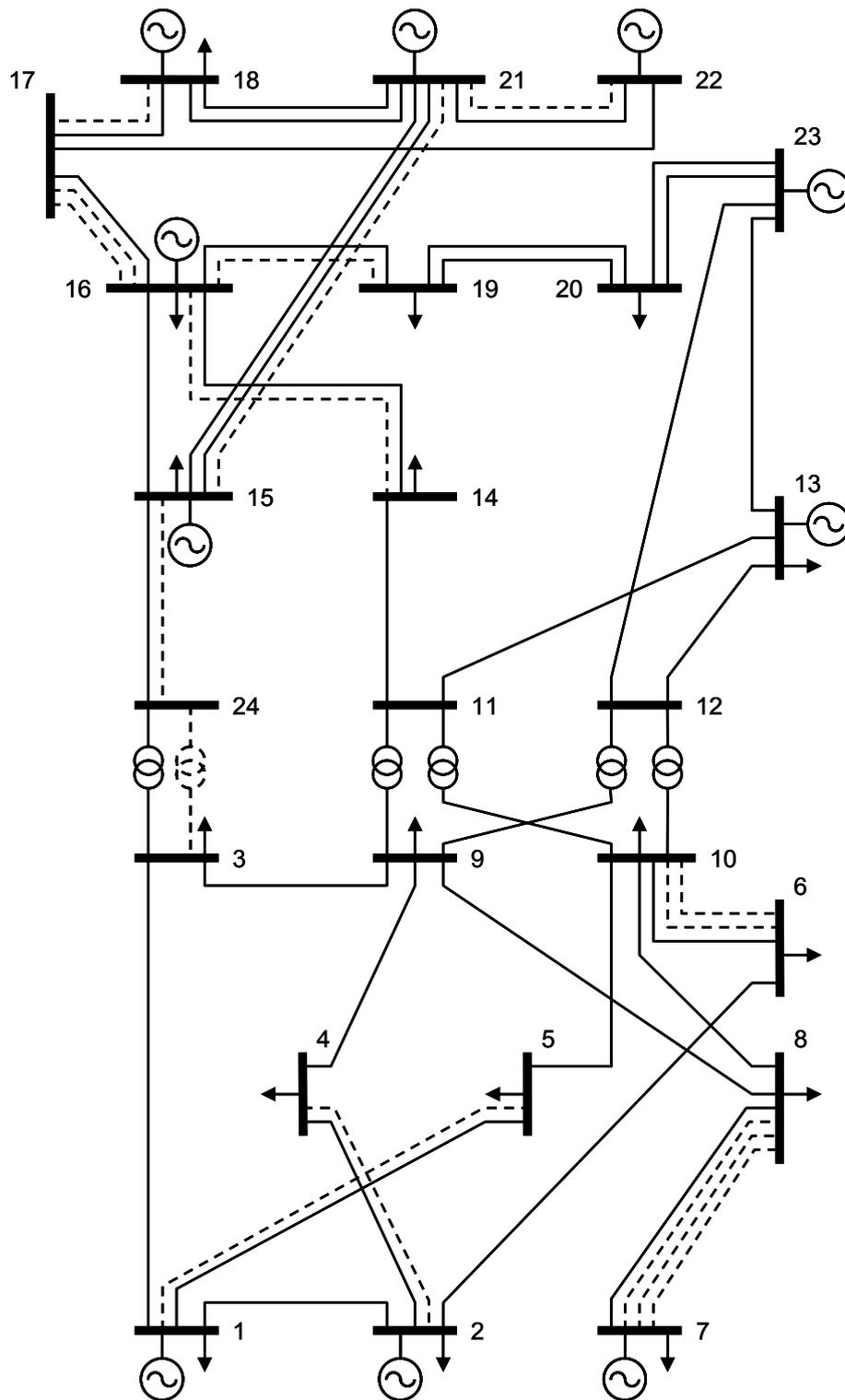


Figura 6.7 Configuración de la solución del caso 8 del sistema IEEE-24

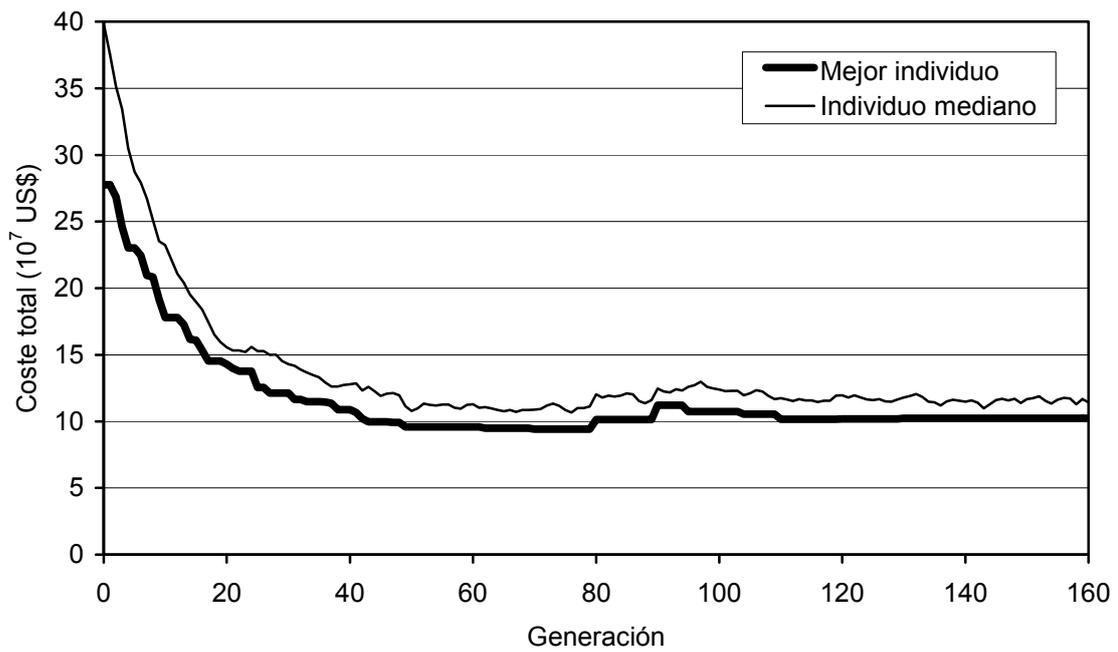


Figura 6.8 Evolución del caso 6 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria

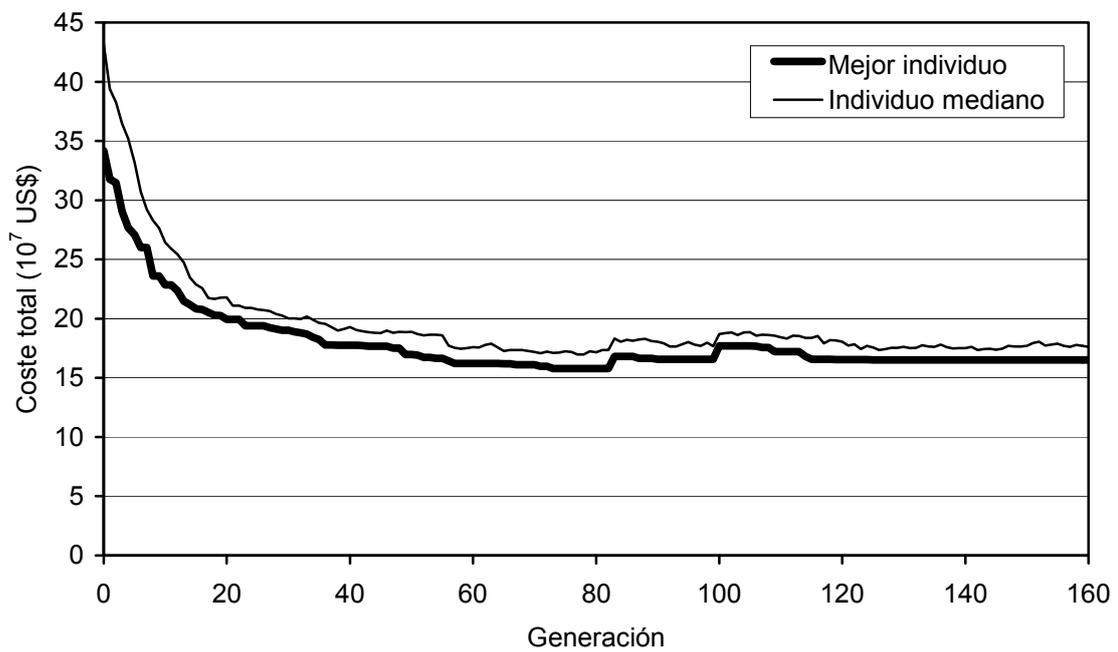


Figura 6.9 Evolución del caso 7 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria

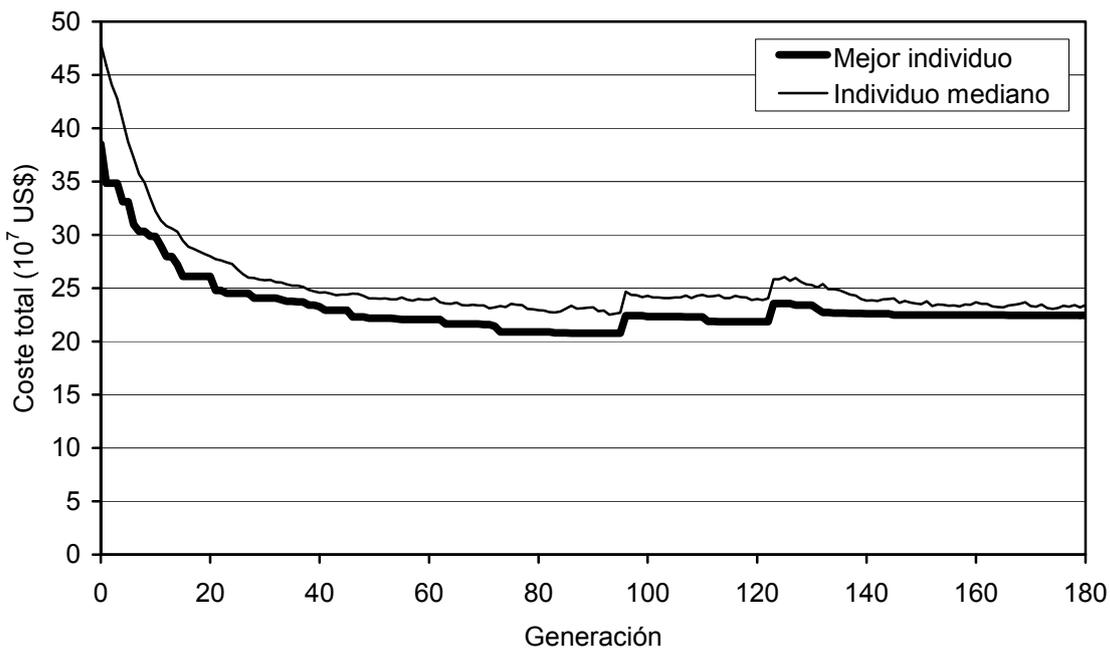


Figura 6.10 Evolución del caso 8 del sistema IEEE-24 con población inicial aleatoria

6.3 Resolución con población inicial heurística

El AG desarrollado es capaz de obtener la solución óptima (o una solución próxima), en un tiempo razonable, a partir de una población inicial completamente aleatoria. No obstante, la obtención de la población inicial mediante métodos heurísticos puede reducir considerablemente los tiempos de ejecución (ver sección 4.6).

Los casos de estudio del sistema IEEE-24 se resolvieron también partiendo de una población inicial obtenida con el método heurístico descrito en la sección 4.6.2, el cual se basa en resolver en primer lugar el modelo híbrido lineal sin variables enteras.

El valor considerado para el parámetro de la distribución de Laplace discreta fue de $p = 0,1$. Este valor ha de ser lo suficientemente pequeño para obtener una población cuyo genotipo no esté excesivamente alejado del primer individuo, ya que este no estará muy lejos de la solución óptima. Por otro lado, el valor de p ha de ser lo suficientemente grande para que en la población inicial no se reproduzcan varias copias idénticas del primer individuo, lo que podría favorecer un proceso endogámico.

En los casos con coste de pérdidas (casos 6, 7 y 8), la solución del modelo híbrido lineal se obtuvo utilizando un límite adicional para el flujo de potencia en cada circuito, en la forma indicada en la sección 2.9.3. Los valores del resto de parámetros son los indicados en la Tabla 6.1 y en la Tabla 6.4.

En la [Tabla 6.6](#) se muestra, para cada caso, el esfuerzo computacional requerido con población inicial heurística en una ejecución típica y el esfuerzo correspondiente con población inicial aleatoria.

Para obtener la población inicial, mediante el modelo híbrido lineal, es necesario resolver un problema adicional de PL cuyo tamaño en los casos 1-4 y 6-8 es de 105 variables y 173 restricciones. En el caso 5 el tamaño de este problema es de 114 variables y 174 restricciones.

El comportamiento del algoritmo en el caso 1 con población inicial heurística se muestra en la [Figura 6.11](#), donde se representa la evolución del coste total del mejor individuo y del individuo mediano. En la [Figura 6.12](#) se compara la evolución del mejor individuo con población inicial heurística y con población inicial aleatoria.

Los resultados obtenidos muestran que con el método heurístico utilizado para generar la población inicial el tiempo de ejecución requerido es menor, aunque en algún caso (caso 8) la diferencia es muy pequeña.

Un problema que se puede presentar al utilizar una población inicial heurística es que se produzca una convergencia prematura a un mínimo local, ya que este método tiende a favorecer la explotación de la población inicial frente a la exploración del espacio de búsqueda. En los casos analizados, este problema solo se presentó en algunas ejecuciones del caso 3.

En conclusión, el método heurístico desarrollado resulta eficiente, mejorando sensiblemente la convergencia del algoritmo respecto a la que se obtiene con población inicial aleatoria.

No obstante, resulta conveniente la utilización de ambos métodos para asegurar una exploración adecuada del espacio de búsqueda y disminuir el riesgo de obtener como resultado un mínimo local.

Tabla 6.6 Esfuerzo computacional de los casos 1-8 del sistema IEEE-24 con población inicial heurística y con población inicial aleatoria

	Población inicial heurística			Población inicial aleatoria		
	Generaciones	Problemas PL	Tiempo (minutos)	Generaciones	Problemas PL	Tiempo (minutos)
Caso 1	96	6790	14,6	192	13510	29,2
Caso 2	119	8400	18,1	149	10500	21,8
Caso 3	51	3640	7,3	114	8050	17,0
Caso 4	82	5810	12,1	142	10010	22,5
Caso 5	13	980	2,1	101	7140	14,7
Caso 6	104	7350	15,8	140	9870	22,2
Caso 7	87	6160	13,7	141	9940	26,8
Caso 8	161	11340	24,8	170	11970	25,9

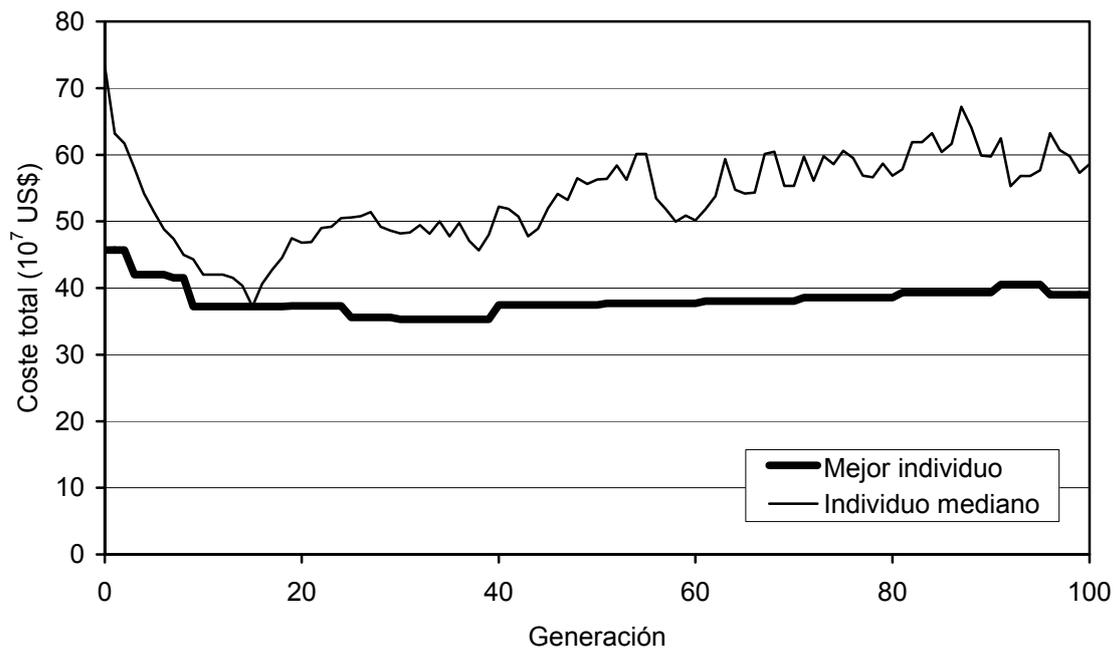


Figura 6.11 Evolución del caso 1 del sistema IEEE-24 con población inicial heurística

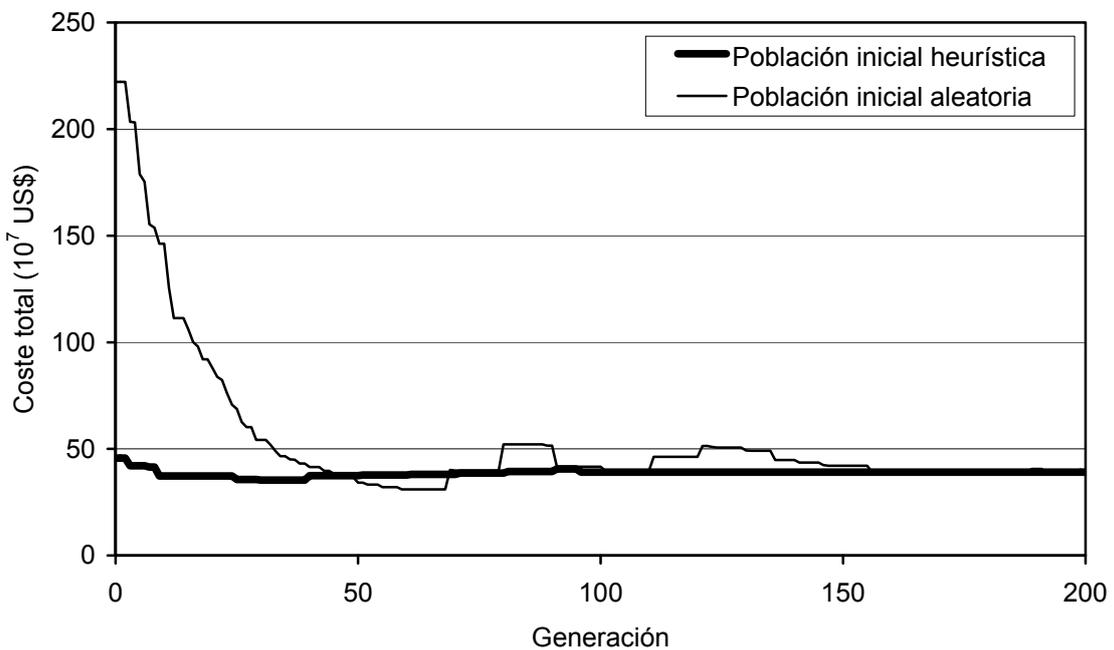


Figura 6.12 Evolución del mejor individuo del caso 1 del sistema IEEE-24 con población inicial heurística y con población inicial aleatoria

Capítulo 7

Aplicación a la red española de 400 kV

7.1 Características del problema

En este capítulo se utiliza el AG desarrollado para realizar un ejercicio de planificación a largo plazo en una red de transporte real de gran tamaño. Para ello se considera la red de transporte española de 400 kV. Esta red consta, en el estado inicial, de 129 nudos y 184 ramas. Los datos de la red se detallan en el [Apéndice C](#).

El problema planteado tiene las siguientes características:

- El año base inicial, que se toma como punto de partida para la planificación, es el año 2008.
- El horizonte de planificación es de 22 años, desde 2008 hasta el año 2030.
- No se consideran instantes intermedios, es decir, se realiza un ejercicio de planificación estática.
- Para simplificar el planteamiento del problema, no se consideran nuevos nudos ni corredores sobre los existentes en 2008.
- El crecimiento anual de la demanda considerado, respecto a la situación inicial en 2008, es del 2,7%. Este resulta ser, aproximadamente, el crecimiento anual medio de la demanda máxima horaria peninsular en el periodo 1992-2012¹.
- Utilizando un crecimiento anual del 2,7%, se han obtenido las generaciones y demandas en el año 2030 multiplicando los datos del año 2008 por el factor 1,797.
- Se pueden añadir circuitos en todas las ramas. Como simplificación, todos los nuevos circuitos en cada rama tienen las mismas características que los circuitos existentes.
- En cada rama se puede añadir un máximo de 2 nuevos circuitos.
- Solo se contempla la instalación de líneas aéreas.
- No se consideran los costes de ampliación de las subestaciones.

¹ Informes del sistema eléctrico español 1996-2012, REE.

7.2 Valoración de costes

La retribución de las redes de transporte en España está regulada por el Real Decreto 325/2008, de 29 de febrero², por el que se establece la retribución de la actividad de transporte de energía eléctrica para instalaciones puestas en servicio a partir del 1 de enero de 2008³.

La valoración de las inversiones en nuevas líneas se calcula de acuerdo con lo establecido en la Orden ITC/368/2011, de 21 de febrero⁴, por la que se aprueban los valores unitarios de referencia para los costes de inversión y de operación y mantenimiento para las instalaciones de transporte puestas en servicio a partir del 1 de enero de 2008. En esta Orden se fijan distintos costes unitarios para las líneas aéreas en función del nivel de tensión (400 kV o 220 kV), de la configuración (simplex, dúplex o tríplex) y del número de circuitos (simple, doble o cuádruple).

En el ejercicio de planificación planteado se ha tomado el año 2012 como año de referencia para la valoración de costes. Como simplificación, se ha considerado para todos los nuevos circuitos de 400 kV un coste único por km de circuito.

A partir de las disposiciones anteriores se ha obtenido un coste total medio anual para los nuevos circuitos de 400 kV de 29000 €/km. Este coste se corresponde, aproximadamente, con la retribución media anual de un circuito de 400 kV puesto en servicio en 2012, durante toda su vida útil (40 años). El coste total incluye tanto los costes de inversión como los costes de operación y mantenimiento.

La valoración del coste de las pérdidas en las líneas se realiza a partir del precio final medio del mercado eléctrico español en 2012: 59,42 €/MWh⁵.

Para calcular las pérdidas anuales a partir de las pérdidas que se producen con la demanda máxima, es necesario determinar un valor para el factor de pérdidas (ver sección 2.9.2). En el sistema peninsular español, este valor se puede estimar a partir de las curvas de demanda y de los balances diarios publicados por REE⁶. El valor considerado en el ejercicio de planificación es de 0,5, obtenido como un valor medio entre los valores estimados en el periodo 2007-2011.

² Publicado en el BOE núm. 55 de 04/03/2008.

³ Esta regulación ha sido modificada por el Real Decreto-ley 9/2013, de 12 de julio, publicado en el BOE núm. 167 de 13/07/2013.

⁴ Publicada en el BOE núm. 48 de 25/02/2011.

⁵ Informe del sistema eléctrico español 2012, REE

⁶ Ver <http://www.ree.es>.

7.3 Casos de estudio sin coste de pérdidas

En el ejercicio de planificación se estudian los casos siguientes sin tener en cuenta las pérdidas:

- **Caso 1: punta de invierno.** La demanda total en la red de 400 kV, prevista para 2030, es de 46443 MW.
- **Caso 2: punta de verano.** La demanda total en la red de 400 kV, prevista para 2030, es de 42419 MW.

Los escenarios de generación y demanda considerados en invierno y en verano se corresponden con las demandas máximas horarias de invierno y de verano.

Los dos casos considerados se resolvieron con el AG desarrollado, utilizando los valores de los parámetros que se detallan en la [Tabla 7.1](#).

La solución obtenida se detalla en la [Tabla 7.2](#). Aunque no se puede asegurar que se trate de la solución óptima global, sí se puede afirmar que es una solución de buena calidad, ya que se ha comprobado que es mejor que la que se puede obtener con el método heurístico constructivo de Villasana-Garver-Salon (ver sección [3.3.1](#)).

La demanda total es superior en la punta de invierno; sin embargo, la capacidad de transporte de las líneas en verano es menor por limitaciones térmicas. Esto hace que la punta de verano sea un escenario más restrictivo y por lo tanto la inversión requerida en el caso 2 es mayor.

En el caso 1 la mejor solución se obtuvo generando la población inicial de forma aleatoria. Sin embargo, en el caso 2 se llegó a la mejor solución partiendo de una población inicial obtenida con el método heurístico descrito en la sección [4.6.2](#). Esto confirma el buen comportamiento de los dos métodos de creación de la población inicial y la necesidad de utilizar ambos para disminuir la probabilidad de que se produzca una convergencia a un mínimo local.

En la [Tabla 7.3](#) se detalla para cada caso el tamaño del problema (número de variables y restricciones de la función fitness) y el esfuerzo computacional requerido para llegar a la mejor solución obtenida. La tabla incluye también el tiempo total de ejecución del algoritmo en un PC con CPU Intel Core 2 Duo a 3 GHz y 3GB de memoria RAM.

Para obtener la población inicial en el caso 2, mediante el modelo híbrido lineal, es necesario resolver un problema adicional de PL cuyo tamaño es de 496 variables y 864 restricciones.

El comportamiento del algoritmo se muestra en las figuras [7.1](#) y [7.2](#), donde se representa la evolución del coste total del mejor individuo y del individuo mediano.

Tabla 7.1 Parámetros del modelo y del AG para los casos 1 y 2 de la red española de 400 kV

Parámetro	Valor
Máximo número de nuevos circuitos en cada rama ($n_{ij}^{\text{máx}}$)	2
Número de genes de cada cromosoma (ng)	184
Tamaño de la población (np)	100
Método de creación de la población inicial	Aleatoria/Heurística
Parámetro de la distribución de Laplace discreta (p)	0,025
Factor de penalización inicial del corte de demanda (α_0) (10^3 €/MW)	15
Parámetro de variación del factor de penalización (k_α)	1,5
Número de generaciones con convergencia para la variación de α (g_α)	10
Presión selectiva (sp)	2
Probabilidad de cruzamiento (pc)	0,9
Probabilidad de mutación inicial (pm_1)	0,001
Probabilidad de mutación mínima (pm^L)	0,0001
Probabilidad de mutación máxima (pm^H)	0,005
Parámetro de variación de la probabilidad de mutación (δ)	1,5
Límite inferior de la diversidad de la población para la variación de pm (Δ_f^L)	0,05
Límite superior de la diversidad de la población para la variación de pm (Δ_f^H)	0,35
Método de reemplazo	Generacional
Número máximo de generaciones ($g^{\text{máx}}$)	1300
Número de generaciones para convergencia (g^{con})	130

Tabla 7.2 Solución óptima de los casos 1 y 2 de la red española de 400 kV

	Rama <i>i-j</i>	Caso 1	Caso 2
Circuitos añadidos	11015-11040	1	0
	11040-11055	1	0
	12060-13028	0	1
	12065-12080	0	1
	12065-14105	1	0
	13000-13005	0	2
	13000-13020	1	1
	13010-13050	0	2
	13010-13070	0	2
	14001-14070	0	1
	14001-14110	0	1
	14045-14114	1	2
	14052-14063	0	1
	14052-14105	1	0
	15008-15016	1	1
	15016-15020	1	1
	15040-15041	1	0
Coste de inversión anual (10⁶ €)		17,86	26,10

Tabla 7.3 Tamaño del problema y esfuerzo computacional de los casos 1 y 2 de la red española de 400 kV

	Función fitness		Esfuerzo computacional		
	Variables	Restricciones	Generaciones	Problemas PL	Tiempo (horas)
Caso 1	242	497	510	51100	2,6
Caso 2	244	497	185	18600	1,0

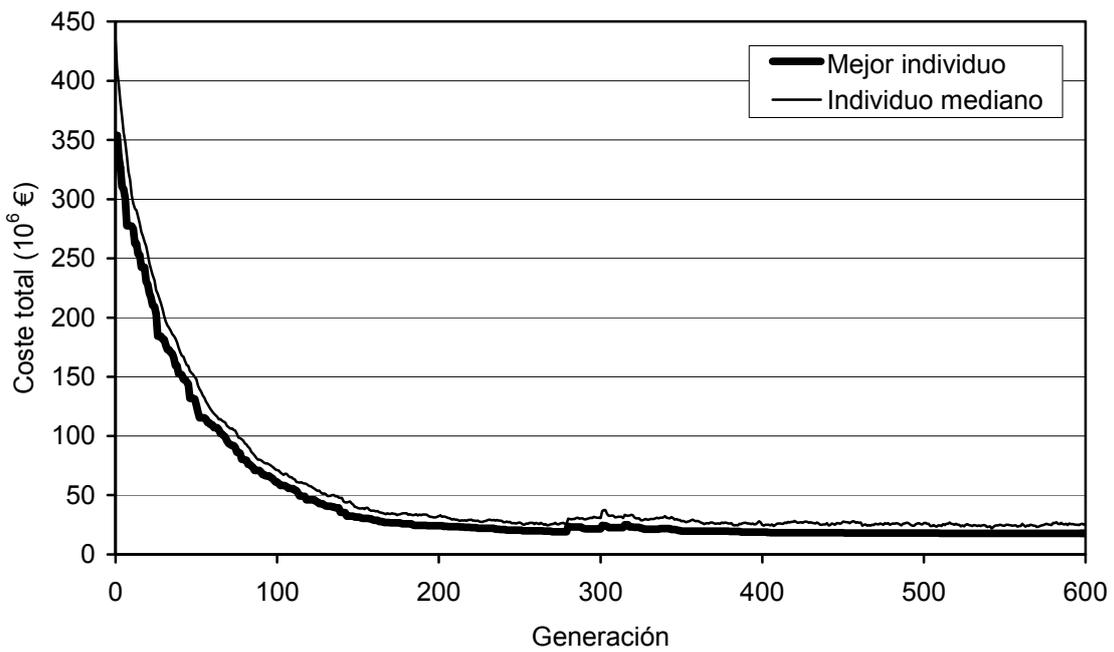


Figura 7.1 Evolución del caso 1 de la red española de 400 kV con población inicial aleatoria

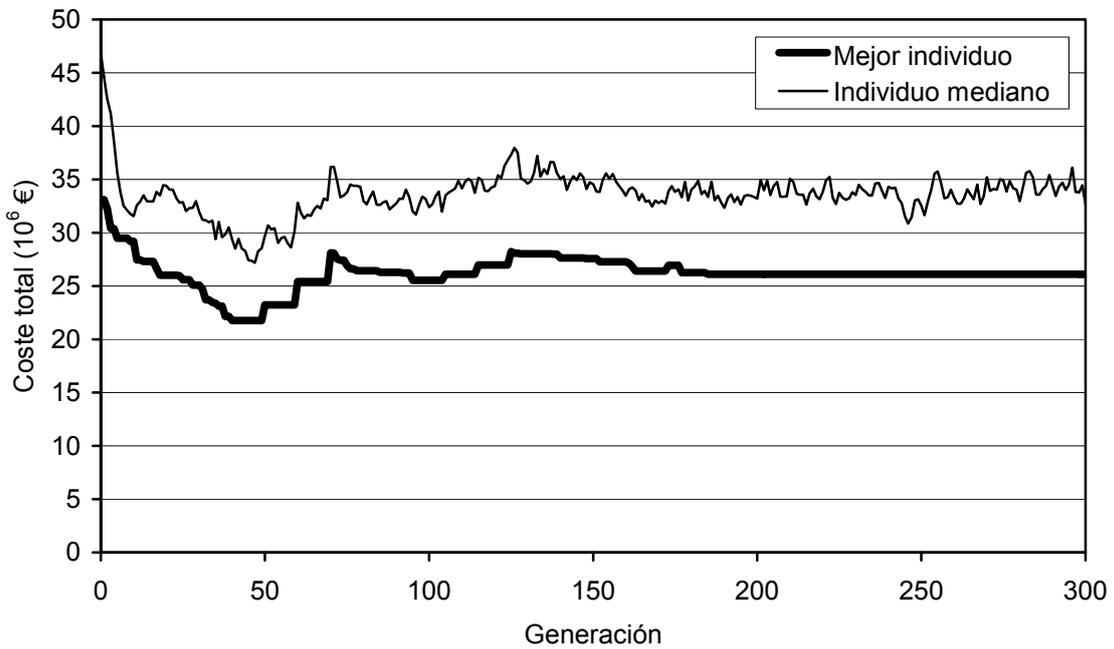


Figura 7.2 Evolución del caso 2 de la red española de 400 kV con población inicial heurística

7.4 Caso de estudio con coste de pérdidas

Para resolver el problema considerando el coste de las pérdidas (caso 3) se utiliza el escenario correspondiente al caso 1 (punta de invierno).

Los parámetros del modelo y del AG específicos para este caso se detallan en la [Tabla 7.4](#). El resto de parámetros son los utilizados para los casos sin pérdidas (ver [Tabla 7.1](#)).

Los costes de la mejor solución obtenida se muestran en la

[Tabla 7.5](#). En la [Tabla 7.6](#) se detalla la configuración de la solución. Para comparar los resultados con los que se obtienen al minimizar únicamente el coste de inversión, se muestra también en estas tablas la solución correspondiente al caso 1.

De los resultados obtenidos se deduce que la inclusión del coste de las pérdidas en el proceso de optimización permite obtener ahorros muy importantes en el coste total del sistema, aunque, a costa de unos costes de inversión considerablemente superiores.

El comportamiento del AG se muestra en la [Figura 7.3](#). En este caso la mejor solución se obtuvo partiendo de una población inicial completamente aleatoria y después de 585 generaciones. El esfuerzo computacional es similar al del caso 1.

En conclusión, el AG desarrollado es capaz de obtener, en redes de gran tamaño, soluciones de buena calidad en un tiempo razonable, minimizando tanto el coste de inversión como el coste de las pérdidas, mediante la resolución exclusivamente de problemas de PL.

Tabla 7.4 Parámetros del modelo y del AG para el caso 3 de la red española de 400 kV

Parámetro	Valor
	Caso 3
Factor de forma anual de las pérdidas en la red ($f_{pérd}$)	0,5
Coste unitario de la energía (λ) (€/MWh)	59,42
Factor de penalización inicial del corte de demanda (α_0) (10^3 €/MW)	30

Tabla 7.5 Costes de la solución óptima de los casos 1 y 3 de la red española de 400 kV

	Caso 1	Caso 3
Coste de inversión anual (10^6 €)	17,86	87,36
Coste de pérdidas anual (10^6 €)	416,22	312,68
Coste total anual (10^6 €)	434,07	400,04

Tabla 7.6 Configuración de la solución óptima de los casos 1 y 3 de la red española de 400 kV

	Rama $i-j$	Caso 1	Caso 3
Circuitos añadidos	11015-11040	1	0
	11015-16015	0	1
	11020-11055	0	1
	11030-12065	0	1
	11040-11055	1	0
	11045-12065	0	1
	12030-12045	0	1
	12030-14105	0	1
	12065-12080	0	2
	12065-14105	1	2
	12070-12095	0	1
	12080-14063	0	2
	13000-13005	0	1
	13000-13020	1	1
	13000-13030	0	1
	13010-13070	0	1
	13030-13050	0	1
	13075-18105	0	1
	14000-15010	0	1
	14001-14070	0	1
	14001-14110	0	1
	14022-14060	0	1
	14030-14055	0	1
	14030-16022	0	1
	14045-14114	1	1
	14052-14105	1	1
	14063-14080	0	1
	15005-15015	0	1
	15008-15016	1	1
	15009-15025	0	1
	15012-15015	0	1
	15013-16014	0	1
	15016-15020	1	1
	15040-15041	1	1

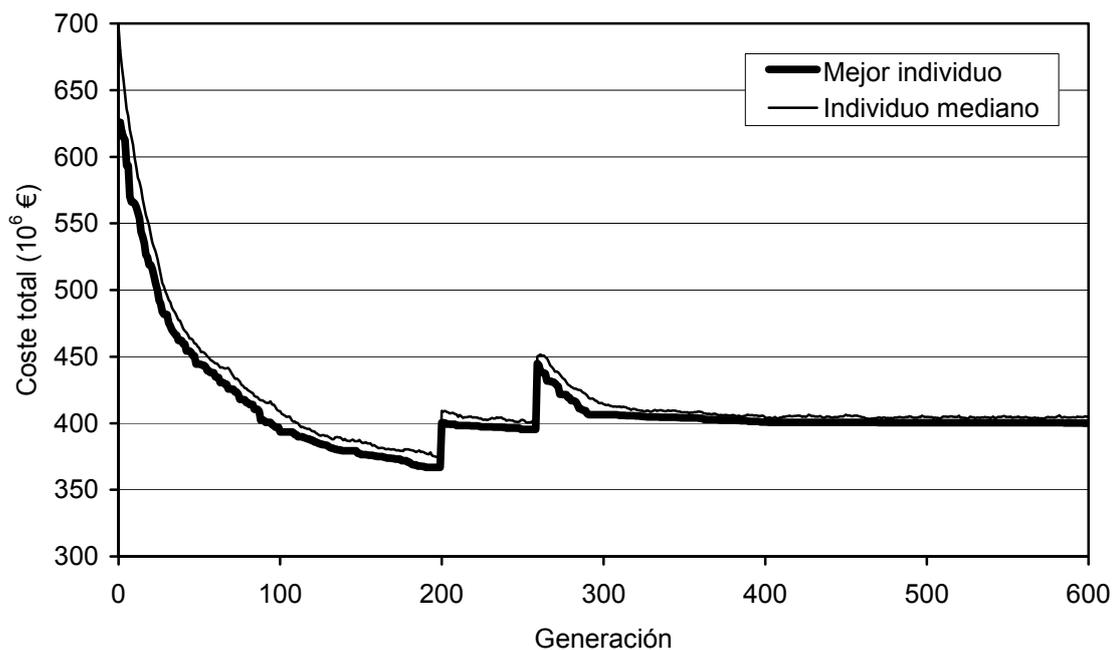


Figura 7.3 Evolución del caso 3 de la red española de 400 kV con población inicial aleatoria

7.5 Resolución simultánea de varios escenarios

En los casos estudiados en las secciones anteriores, el AG obtiene una solución para un determinado escenario de generación. Sin embargo, el algoritmo permite también obtener la red óptima que verifica simultáneamente varios escenarios de generación. Para demostrarlo, se consideran los dos casos siguientes:

- **Caso 4:** verificación simultánea de las puntas de invierno y de verano, sin incluir el coste de las pérdidas en la función objetivo.
- **Caso 5:** verificación simultánea de las puntas de invierno y de verano, incluyendo el coste de las pérdidas en la función objetivo.

Los valores de los parámetros del modelo y del AG son los indicados en la [Tabla 7.1](#) y en la [Tabla 7.4](#).

Para resolver varios escenarios simultáneamente, el corte de demanda total para una configuración determinada de la red está formado por la suma del corte de demanda que se obtiene en cada uno de los escenarios individuales.

En el caso 5, el coste anual de las pérdidas se obtiene a partir de las pérdidas calculadas en el escenario de invierno, ya que el factor de forma anual de las pérdidas ($f_{\text{pérd}}$) está referido a la punta de invierno.

Los costes de la mejor solución obtenida se muestran en la [Tabla 7.7](#). En la [Tabla 7.8](#) se detalla la configuración de la solución.

Tabla 7.7 Costes de la solución óptima de los casos 4 y 5 de la red española de 400 kV

	Caso 4	Caso 5
Coste de inversión anual (10^6 €)	35,01	89,66
Coste de pérdidas anual (10^6 €)	401,78	314,26
Coste total anual (10^6 €)	436,79	403,92

Tabla 7.8 Configuración de la solución óptima de los casos 4 y 5 de la red española de 400 kV

	Rama $i-j$	Caso 4	Caso 5
Circuitos añadidos	11015-16015	0	1
	11020-11055	1	1
	11030-12065	0	1
	11045-12065	0	1
	12017-12020	1	1
	12030-12045	0	1
	12030-14105	0	1
	12065-12068	1	1
	12065-12080	0	2
	12065-14105	0	1
	12068-14065	1	1
	12070-12095	0	1
	12080-14063	0	2
	13000-13005	2	2
	13000-13020	1	1
	13005-13017	0	1
	13010-13017	0	1
	13010-13070	1	1
	13050-13070	1	0
	13075-18105	0	1
	14000-15010	0	1
	14001-14070	0	1
	14001-14110	0	1
	14022-14060	0	1
	14030-14055	0	1

(continúa)

Tabla 7.8 (continuación)

	Rama $i-j$	Caso 4	Caso 5
Circuitos añadidos	14030-16022	0	1
	14045-14114	2	2
	14052-14063	1	1
	14052-14105	2	0
	14063-14065	1	0
	14063-14080	1	1
	15005-15015	0	1
	15008-15016	1	1
	15009-15025	0	1
	15012-15015	0	1
	15013-16014	0	1
	15016-15020	1	1
	15040-15041	1	1

Como ya se mencionó en la resolución de caso 3, al incluir el coste de las pérdidas en el proceso de optimización (caso 5) se obtiene un importante ahorro en el coste total anual de la red, aunque, a costa de unos costes de inversión considerablemente superiores.

En ambos casos se llegó a la mejor solución partiendo de una población inicial obtenida con el método heurístico descrito en la sección 4.6.2, lo que confirma una vez más el buen comportamiento de este método.

En la [Tabla 7.9](#) se detalla para cada caso el tamaño del problema (número de variables y restricciones de la función fitness) y el esfuerzo computacional requerido para llegar a la mejor solución obtenida. La tabla incluye también el tiempo total de ejecución del algoritmo en un PC con CPU Intel Core 2 Duo a 3 GHz y 3GB de memoria RAM.

Para obtener la población inicial, mediante el modelo híbrido lineal, es necesario resolver un problema adicional de PL cuyo tamaño es de 808 variables y 1728 restricciones.

Tabla 7.9 Tamaño del problema y esfuerzo computacional de los casos 4 y 5 de la red española de 400 kV

	Función fitness		Esfuerzo computacional		
	Variables	Restricciones	Generaciones	Problemas PL	Tiempo (horas)
Caso 4	486	994	561	56200	8,2
Caso 5	486	994	281	28200	3,9

El comportamiento del algoritmo se muestra en las figuras 7.1 y 7.2, donde se representa la evolución del coste total del mejor individuo y del individuo mediano.

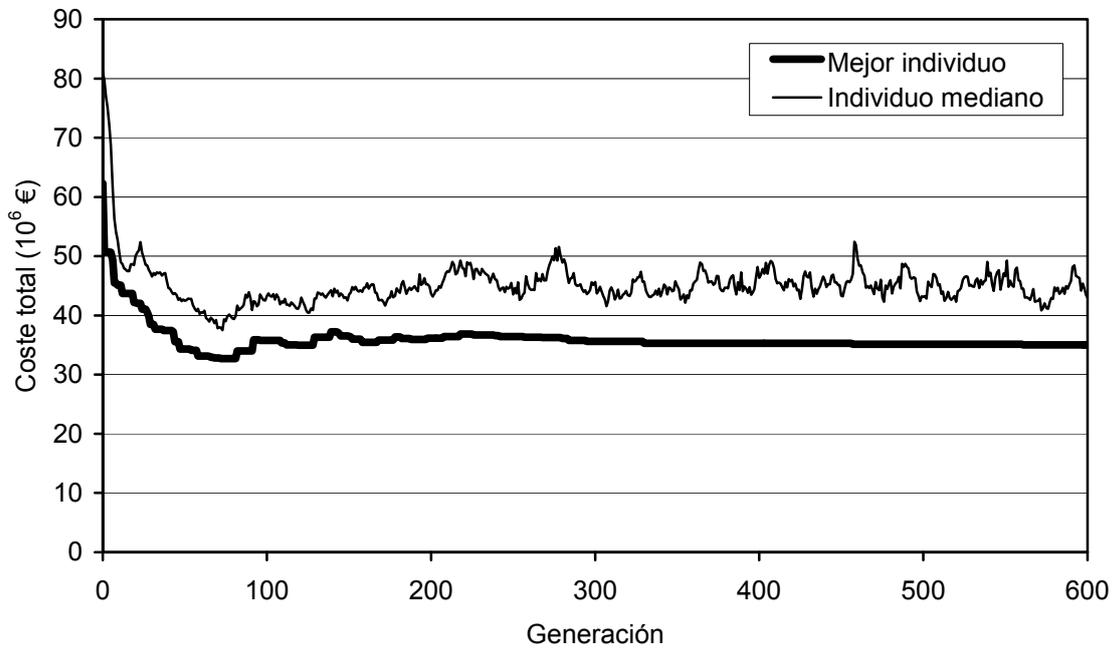


Figura 7.4 Evolución del caso 4 de la red española de 400 kV con población inicial heurística

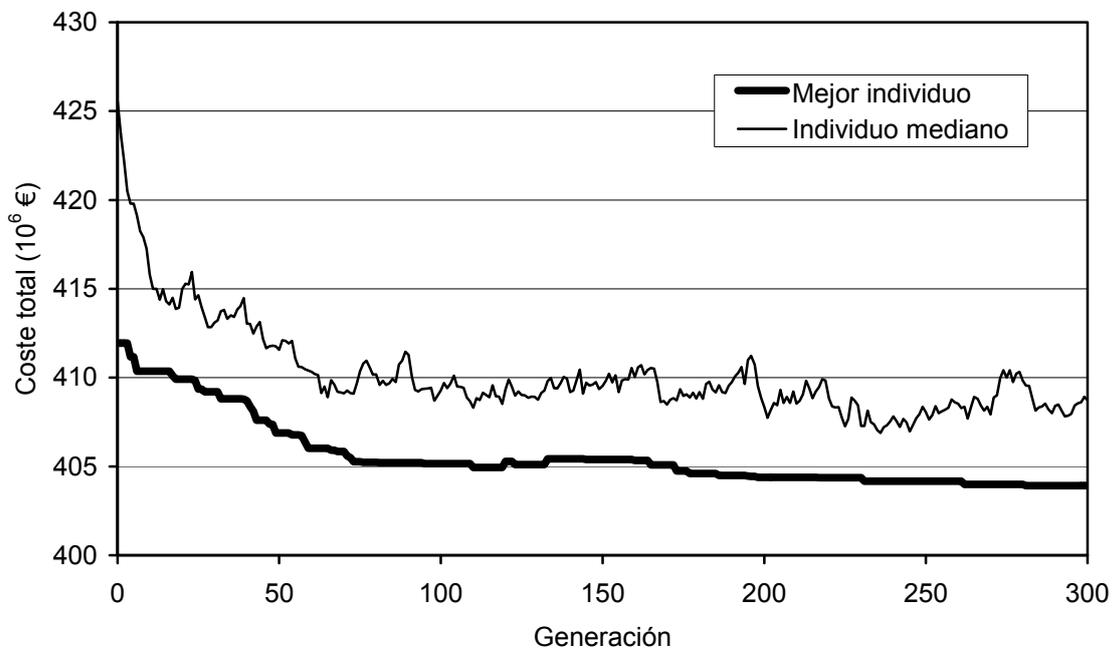


Figura 7.5 Evolución del caso 5 de la red española de 400 kV con población inicial heurística

Se comprueba así que el AG desarrollado es capaz de obtener soluciones de buena calidad con un esfuerzo computacional razonable, tanto para un solo escenario de generación como para varios escenarios simultáneos. La función objetivo puede incluir solamente el coste de inversión o la suma del coste de inversión y del coste de las pérdidas. Para cualquiera de estos casos se requiere únicamente la resolución de problemas de PL.

Capítulo 8

Conclusiones

8.1 Conclusiones generales

La red eléctrica de transporte tiene un papel fundamental en el funcionamiento del sistema eléctrico. La planificación de la expansión de la red requiere la realización de estudios tanto a corto como a medio y largo plazo. El contexto actual de mercados eléctricos liberalizados dificulta el proceso de planificación, el cual se enfrenta a incertidumbres de carácter técnico, económico y regulatorio.

El problema de la planificación de la red consiste, esencialmente, en determinar las inversiones que es necesario realizar en un horizonte temporal determinado, de forma que se satisfaga el crecimiento previsto de la demanda con el mínimo coste.

La solución óptima de este problema es muy difícil de obtener ya que se requiere la resolución de un problema de programación no lineal entera mixta. El carácter no convexo del problema hace que exista un conjunto de mínimos locales, por lo que la utilización de métodos clásicos de programación matemática difícilmente da como resultado el óptimo global.

En esta tesis se presenta la resolución del problema de la planificación estática de la expansión de la red de transporte a largo plazo, mediante la utilización de un algoritmo genético. Se trata de un algoritmo metaheurístico basado en los mecanismos naturales de la evolución, capaz de obtener soluciones de buena calidad en problemas de optimización combinatoria de gran tamaño.

El modelo matemático de la red se ha planteado utilizando el modelo DC, que no tiene en cuenta los valores de la tensión ni las potencias reactivas. Este modelo se considera el más adecuado para la planificación a largo plazo.

Para realizar el ejercicio de planificación se toma como punto de partida un escenario futuro de generación y demanda, o un conjunto de escenarios, que han sido determinados previamente por el planificador. Esta es actualmente la principal fuente de incertidumbre del proceso, ya que la operación y expansión del sistema de generación en un mercado liberalizado depende de decisiones empresariales que no son fáciles de prever a largo plazo.

Se realiza una planificación estática, es decir, solo se consideran los instantes inicial y final en el horizonte de planificación, sin tener en cuenta estados intermedios.

La función objetivo planteada es la minimización de los costes de la red. Se pueden incluir tanto los costes de inversión como los costes asociados a las pérdidas de potencia activa. La influencia del coste de las pérdidas en la solución óptima depende del coste de la energía. Al considerar el coste de las pérdidas se puede conseguir un importante ahorro en los costes globales del sistema; sin embargo, esto implica un mayor coste de inversión.

El algoritmo genético desarrollado se ha probado en redes de distinto tamaño, resultando eficiente en la búsqueda de la solución óptima para un escenario de generación determinado. Aunque no se puede asegurar la obtención de la solución óptima global, el algoritmo permite obtener una solución de buena calidad, es decir, próxima al mínimo global, en un tiempo de ejecución razonable. Solo se requiere la resolución de problemas de programación lineal.

8.2 Contribuciones

Las principales contribuciones de esta tesis se resumen a continuación:

1. Descripción detallada de los distintos modelos matemáticos utilizados para la planificación a largo plazo y de las distintas alternativas disponibles para el tratamiento de las pérdidas en la red y de su coste.
2. Desarrollo de un algoritmo genético capaz de obtener una solución de buena calidad en un tiempo razonable mediante la resolución de problemas de programación lineal.
3. Descripción detallada de todos y cada uno de los operadores del algoritmo, incluyendo detalles de la implementación realizada. Las publicaciones existentes que utilizan algoritmos genéticos para resolver este problema no incluyen un nivel de detalle suficiente que permita la replicación de los algoritmos.
4. Se han implementado varias mejoras novedosas en los operadores del algoritmo genético respecto a la estructura estándar, principalmente las siguientes:
 - a. Creación de la población inicial mediante un método heurístico basado en la resolución del modelo híbrido lineal con variables continuas.
 - b. Mecanismo adaptativo para la variación del factor de penalización del corte de demanda.
 - c. Mecanismo de cruzamiento con alternancia equiprobable de cruzamiento de un punto y de dos puntos.
 - d. Mecanismo de mutación con alternancia equiprobable de mutación uniforme y de mutación gradual.
 - e. Mecanismo adaptativo para la variación de la probabilidad de mutación.

5. El algoritmo se ha probado con sistemas pequeños para validar su comportamiento y con una red de gran tamaño basada en la red española de 400 kV. Se aportan detalles relativos al esfuerzo computacional que permiten establecer comparaciones con el requerido por otro tipo de algoritmos, independientemente de la potencia de cálculo disponible.
6. En uno de los sistemas de prueba utilizados (sistema IEEE de 24 nudos), se han obtenido mejores soluciones que las mejores publicadas hasta el momento en la literatura científica.
7. Se analiza la influencia del coste de las pérdidas en la solución óptima y en la inversión requerida, valorando el ahorro que puede suponer para los costes del sistema.
8. Se demuestra que el algoritmo permite también obtener la red óptima que verifica simultáneamente varios escenarios de generación.
9. Se ha presentado un artículo directamente relacionado con la tesis en la 6ª conferencia internacional *Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications*, Salamanca 2011. El artículo ha sido publicado por Springer en el volumen 87 de la serie *Advances in Intelligent and Soft Computing* (ver [Apéndice D](#)).

8.3 Trabajo futuro

A continuación se sugieren posibles líneas de investigación que pueden dar continuidad al trabajo presentado en esta tesis:

- En relación con el algoritmo genético, el problema principal es la determinación del valor óptimo de los parámetros que controlan su ejecución. El algoritmo desarrollado consta de 17 parámetros ajustables y la fijación de sus valores óptimos es un problema extremadamente difícil, ya que presentan interacciones complejas entre ellos.
- En relación con el modelo matemático utilizado para resolver el problema de planificación, se podría completar con la inclusión de las pérdidas de forma explícita en las ecuaciones de la red, en lugar de estimar su valor a partir de los resultados obtenidos en el modelo DC sin pérdidas.
- Otro aspecto que resulta muy importante en el diseño de redes eléctricas son los requisitos de seguridad frente a contingencias. Se podría adaptar el algoritmo desarrollado de forma que la red obtenida cumpla un determinado criterio de fiabilidad, como puede ser el criterio N-1.
- Teniendo en cuenta que algunos de los datos de partida presentan un elevado nivel de incertidumbre, como es el caso de las previsiones de demanda o el coste de la energía considerado en los casos con pérdidas, sería interesante estudiar su influencia sobre la solución mediante un análisis de sensibilidad.

- En esta tesis se describen muchos otros aspectos adicionales que se pueden contemplar en el problema de planificación (particularidades de los mercados competitivos, transporte en corriente continua, uso de FACTS, etc.). No obstante, en función del horizonte temporal considerado, resulta necesario valorar la complejidad adicional introducida en el modelo frente a la incertidumbre de los datos utilizados en la planificación.

Apéndice A

Datos del sistema de Garver de 6 nudos

Este sistema fue originalmente propuesto por Garver [37] y desde entonces es el sistema de test más utilizado para probar los algoritmos desarrollados para la planificación de la expansión de la red de transporte [31].

El sistema consta de 6 nudos y 15 ramas. Se pueden añadir circuitos en todas las ramas y en 6 de ellas existen circuitos en la configuración inicial. Todos los circuitos de cada rama tienen las mismas características.

En la [Tabla A.1](#) se dan los datos de generación y demanda en los nudos. Los datos de las ramas figuran en la [Tabla A.2](#). La potencia base es de 100 MVA.

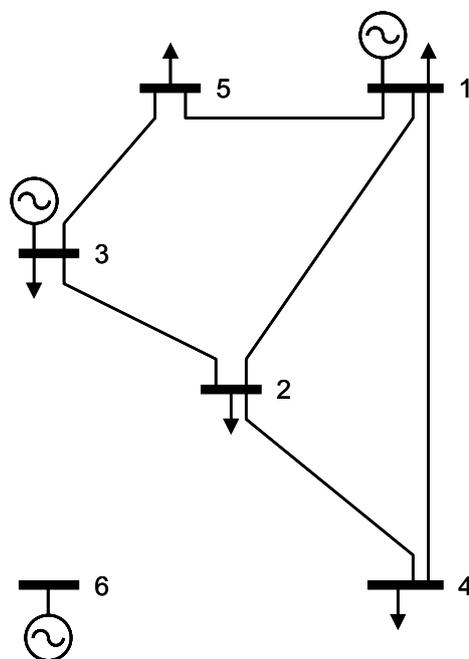
La topología inicial se muestra en la [Figura A.1](#). El nudo 6 es un nudo adicional y por lo tanto está inicialmente aislado del sistema existente.

Tabla A.1 Datos de generación y demanda del sistema de Garver

Nudo	$P_G^{\text{máx}}$ (MW)	P_G (MW)	P_D (MW)
1	150	50	80
2	0	0	240
3	360	165	40
4	0	0	160
5	0	0	240
6	600	545	0

Tabla A.2 Datos de las ramas del sistema de Garver

De nudo i	A nudo j	n_{ij}^0	r_{ij} (pu)	x_{ij} (pu)	P_{ij}^{\max} (MW)	c_{ij} (10^3 US\$)
1	2	1	0,10	0,40	100	40
1	3	0	0,09	0,38	100	38
1	4	1	0,15	0,60	80	60
1	5	1	0,05	0,20	100	20
1	6	0	0,17	0,68	70	68
2	3	1	0,05	0,20	100	20
2	4	1	0,10	0,40	100	40
2	5	0	0,08	0,31	100	31
2	6	0	0,08	0,30	100	30
3	4	0	0,15	0,59	82	59
3	5	1	0,05	0,20	100	20
3	6	0	0,12	0,48	100	48
4	5	0	0,16	0,63	75	63
4	6	0	0,08	0,30	100	30
5	6	0	0,15	0,61	78	61

**Figura A.1** Configuración inicial del sistema de Garver

Apéndice B

Datos del sistema IEEE de 24 nudos

El sistema IEEE de 24 nudos (IEEE-24) fue propuesto en [193] como sistema de test para la resolución del problema de la expansión de la red de transporte. Se basa en uno de los sistemas más utilizados para la comparación de métodos de análisis de fiabilidad en sistemas de potencia [362].

El sistema consta de 24 nudos y 41 ramas, de las cuales 7 son ramas nuevas y en 34 de ellas existen circuitos en la configuración inicial. Hay dos niveles de tensión y los transformadores de interconexión se incluyen en el modelo recibiendo el mismo tratamiento que los circuitos de la red. Se pueden añadir circuitos en todas las ramas, teniendo todos los circuitos de cada rama las mismas características. En cada rama se puede añadir un máximo de 3 nuevos circuitos.

Se consideran 4 posibles escenarios de generación para cubrir la demanda futura: G1, G2, G3 y G4 [263]. En la [Tabla B.1](#) se dan los datos de generación y demanda en los nudos. Los datos de las ramas nuevas figuran en la [Tabla B.2](#) y los de las ramas que tienen circuitos en la configuración inicial en la [Tabla B.3](#). La potencia base es de 100 MVA.

La configuración inicial del sistema se muestra en la [Figura B.1](#).

Tabla B.1 Datos de generación y demanda del sistema IEEE-24

Nudo	P_G^{\max} (MW)	P_G (MW)				P_D (MW)
		G1	G2	G3	G4	
1	576	576	465	576	520	324
2	576	576	576	576	520	291
3	0	0	0	0	0	540
4	0	0	0	0	0	222
5	0	0	0	0	0	213
6	0	0	0	0	0	408
7	900	900	722	900	812	375
8	0	0	0	0	0	513
9	0	0	0	0	0	525
10	0	0	0	0	0	585
11	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	1773	1773	1424	1457	1599	795
14	0	0	0	0	0	582
15	645	645	645	325	581	951
16	465	465	465	282	419	300
17	0	0	0	0	0	0
18	1200	1200	1200	603	718	999
19	0	0	0	0	0	543
20	0	0	0	0	0	384
21	1200	1200	1200	951	1077	0
22	900	900	900	900	900	0
23	1980	315	953	1980	1404	0
24	0	0	0	0	0	0

Tabla B.2 Datos de las ramas nuevas del sistema IEEE-24

De nudo i	A nudo j	n_{ij}^0	r_{ij} (pu)	x_{ij} (pu)	P_{ij}^{\max} (MW)	c_{ij} (10^6 US\$)
1	8	0	0,0348	0,1344	175	35
2	8	0	0,0328	0,1267	175	33
6	7	0	0,0497	0,1920	175	50
13	14	0	0,0057	0,0447	500	62
14	23	0	0,0080	0,0620	500	86
16	23	0	0,0105	0,0822	500	114
19	23	0	0,0078	0,0606	500	84

Tabla B.3 Datos de las ramas con circuitos existentes inicialmente en el sistema IEEE-24

De nudo i	A nudo j	n_{ij}^0	r_{ij} (pu)	x_{ij} (pu)	P_{ij}^{\max} (MW)	c_{ij} (10^3 US\$)
1	2	1	0,0026	0,0139	175	3
1	3	1	0,0546	0,2112	175	55
1	5	1	0,0218	0,0845	175	22
2	4	1	0,0328	0,1267	175	33
2	6	1	0,0497	0,1920	175	50
3	9	1	0,0308	0,1190	175	31
3	24	1	0,0023	0,0839	400	50
4	9	1	0,0268	0,1037	175	27
5	10	1	0,0228	0,0883	175	23
6	10	1	0,0139	0,0605	175	16
7	8	1	0,0159	0,0614	175	16
8	9	1	0,0427	0,1651	175	43
8	10	1	0,0427	0,1651	175	43
9	11	1	0,0023	0,0839	400	50
9	12	1	0,0023	0,0839	400	50
10	11	1	0,0023	0,0839	400	50
10	12	1	0,0023	0,0839	400	50
11	13	1	0,0061	0,0476	500	66
11	14	1	0,0054	0,0418	500	58
12	13	1	0,0061	0,0476	500	66
12	23	1	0,0124	0,0966	500	134
13	23	1	0,0111	0,0865	500	120
14	16	1	0,0050	0,0389	500	54
15	16	1	0,0022	0,0173	500	24
15	21	2	0,0063	0,0490	500	68
15	24	1	0,0067	0,0519	500	72
16	17	1	0,0033	0,0259	500	36
16	19	1	0,0030	0,0231	500	32
17	18	1	0,0018	0,0144	500	20
17	22	1	0,0135	0,1053	500	146
18	21	2	0,0033	0,0259	500	36
19	20	2	0,0051	0,0396	500	55
20	23	2	0,0028	0,0216	500	30
21	22	1	0,0087	0,0678	500	94

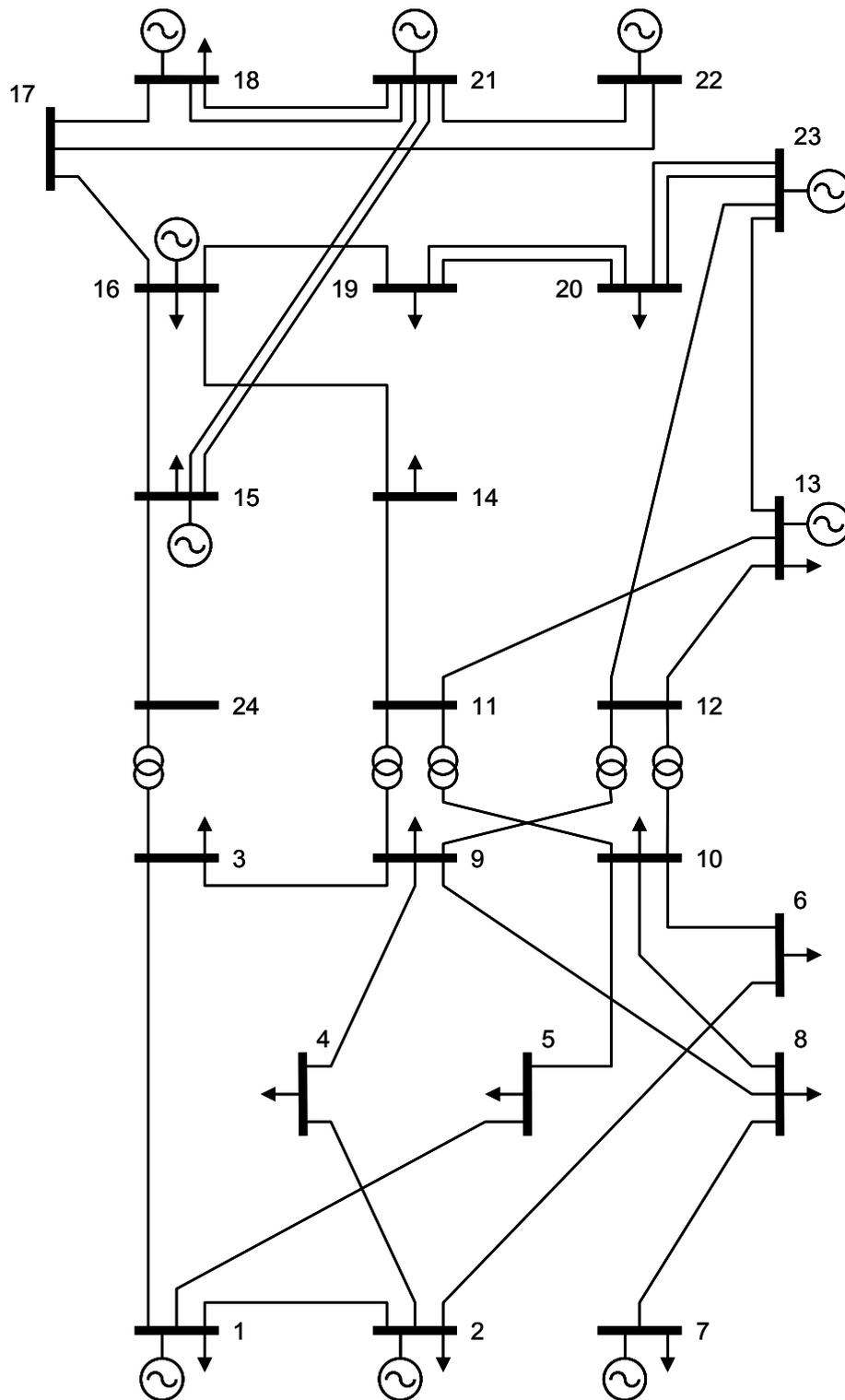


Figura B.1 Configuración inicial del sistema IEEE-24

Apéndice C

Datos de la red de transporte española de 400 kV

Para la planificación de la red de transporte española de 400 kV se toma como punto de partida el estado de la red en el sistema peninsular en el año 2008.

La red de 400 kV en 2008 consta de 129 nudos y 184 ramas. Se consideran 2 escenarios de generación y demanda, que se corresponden con las demandas máximas horarias de invierno y de verano:

- **Invierno:** 15 de diciembre de 2008, 19-20 horas. La demanda total en la red de 400 kV es de 25845 MW.
- **Verano:** 1 de julio de 2008, 13-14 horas. La demanda total en la red de 400 kV es de 23603 MW.

Los datos de la red se han obtenido a partir de los datos publicados por Red Eléctrica de España en la página web del sistema de información del operador del sistema eléctrico¹. En concreto, se han utilizado los casos PSS/E utilizados en el PDBF (programa diario base de funcionamiento), correspondientes a los días de máxima demanda horaria citados anteriormente. Los datos no incluyen las pérdidas en la propia red de 400 kV, por lo que la generación total es igual a la demanda total.

En la [Tabla C.1](#) se dan los datos de generación y demanda en los nudos. Los datos de las ramas figuran en la [Tabla C.2](#). La potencia base es de 100 MVA.

Los mapas detallados de la red están disponibles en la página web de Red Eléctrica de España².

¹ Ver <http://www.esios.ree.es>.

² Ver <http://www.ree.es>.

Tabla C.1 Datos de generación y demanda máxima horaria en la red española de 400 kV en 2008

Nudo	Nombre	P_G (MW)	P_D (MW)	P_G (MW)	P_D (MW)
		invierno	invierno	verano	verano
11000	Aguayo	0	43	0	0
11005	Aluminio Español (Xove)	0	605	0	494
11010	Anllares	327	0	330	0
11013	Boimente	466	0	22	0
11015	Cartelle	332	0	0	78
11020	Compostilla II	615	0	630	0
11025	La Lomba	106	0	78	0
11030	La Robla	452	0	483	0
11035	Lada	24	0	0	160
11040	Mesón do Vento	299	0	0	7
11045	Montearenas	132	0	122	0
11050	Narcea	348	0	310	0
11055	As Pontes de García Rodríguez	1867	0	1595	0
11065	Soto de Ribera	238	0	0	172
11070	Trives	242	0	67	0
11075	Velilla	323	0	0	0
11080	Vilecha	0	159	0	101
12010	Aldeadávila II	597	0	413	0
12015	Almazán	88	0	0	26
12016	Amorebieta	750	0	679	0
12017	Santa Engracia	0	0	0	0
12018	Azpeitia	0	216	0	238
12019	Arrúbal	381	0	655	0
12020	Barcina	321	0	438	0
12023	Castejón	0	0	1125	0
12025	Gatica	0	447	0	341
12030	Grijota	116	0	44	0
12035	Gueñes	0	325	0	559
12040	Hernani	0	416	0	304
12045	Herrera	0	0	0	0
12050	Hinojosa	0	0	0	0
12055	Itxaso	0	349	0	230
12059	La Lora	133	0	125	0
12060	La Serna	10	0	0	331

(continúa)

Tabla C.1 (continuación)

Nudo	Nombre	P_G (MW)	P_D (MW)	P_G (MW)	P_D (MW)
		invierno	invierno	verano	verano
12065	La Mudarra	0	37	0	59
12068	Olmedo	0	9	0	6
12070	Santurce	0	359	0	278
12075	Saucelle	0	0	53	0
12080	Tordesillas	0	0	0	0
12085	Villarino	330	0	161	0
12088	Virtus	134	0	8	0
12090	Vitoria-Gasteiz	0	138	0	181
12095	Zierbena	723	0	704	0
13000	Aragón	0	0	0	0
13005	Ascó	876	0	894	0
13010	Begues	0	863	0	892
13013	Castel Nou	0	0	649	0
13015	Can Barba	0	200	0	186
13017	La Espluga	8	0	15	0
13018	Calders	0	135	0	108
13020	Escatrón	429	0	561	0
13024	Fuendetodos	152	0	77	0
13028	Magallón	476	0	220	0
13029	Medinaceli	6	0	0	5
13030	Mequinenza	0	63	0	27
13035	Peñaflor	0	36	0	228
13036	Peñalba	0	26	4	0
13045	Pierola	0	494	0	427
13050	Rubí	0	702	0	734
13055	Can Jardí	0	392	0	417
13056	Rueda de Jalón	0	15	0	13
13057	Sallente	98	0	99	0
13060	Sentmenat	0	1022	0	1045
13063	Terrer	8	0	0	1
13065	Teruel	938	0	630	0
13070	Vandellós	748	0	773	0
13075	Vic	0	835	0	687
13080	Plana del Vent	0	0	364	0

(continúa)

Tabla C.1 (continuación)

Nudo	Nombre	P_G (MW)	P_D (MW)	P_G (MW)	P_D (MW)
		invierno	invierno	verano	verano
14000	Almaraz	1474	0	1600	0
14001	Anchuelo	7	0	7	0
14002	Romica	0	97	0	160
14005	La Asomada	0	251	0	257
14007	Arañuelo	0	0	0	0
14008	Ayora	0	111	0	0
14010	Benejama	0	1027	0	871
14022	Castelló	1578	0	1486	0
14025	Catadau	0	1017	0	954
14030	Cedillo	0	0	135	0
14035	Cofrentes	1041	0	1038	0
14045	La Eliana	0	1215	0	1091
14050	Escombreras	0	133	0	135
14051	Nueva Escombreras	1180	0	722	0
14052	Fuencarral	0	1128	0	795
14053	Fuentes de la Alcarria	267	10	8	2
14054	Fausita	507	0	445	0
14055	J. M. de Oriol	0	220	39	0
14060	La Plana	0	709	0	730
14063	Galapagar	0	0	0	0
14065	Lastras del Pozo	0	225	0	146
14070	Loeches	0	1125	0	991
14072	Morella	312	0	9	0
14075	La Muela Cortes	651	0	404	0
14080	Moraleja	0	909	0	787
14085	Morata	0	737	0	566
14090	Olmedilla	0	36	0	27
14092	El Palmar	0	268	0	356
14095	Pinilla	86	0	2	0
14096	Morvedre	802	0	694	0
14100	Rocamora	0	482	0	569
14105	San Sebastián de los Reyes	0	1126	0	994
14110	Trillo	974	0	975	0
14114	Gaussa	0	0	0	0

(continúa)

Tabla C.1 (continuación)

Nudo	Nombre	P_G (MW)	P_D (MW)	P_G (MW)	P_D (MW)
		invierno	invierno	verano	verano
14120	Villaviciosa	0	678	0	613
15001	Arcos de la Frontera (Sur)	33	0	738	0
15002	Balboa	0	273	0	156
15005	Don Rodrigo	0	562	0	563
15007	Sider Balboa	0	20	0	68
15008	Caparacena	0	639	0	518
15009	Campo de Gibraltar	741	0	649	0
15010	Guadalquivir Medio	0	564	0	518
15012	Bienvenida	0	0	0	0
15013	Brovales	0	6	0	4
15015	Guillena	0	898	0	862
15016	Hueneja	9	0	16	0
15018	Jordana	0	291	0	253
15020	Litoral Almería	391	0	631	0
15024	Cabra	0	0	0	0
15025	Pinar del Rey	0	560	0	225
15027	Valdecaballeros	0	99	0	79
15028	Palos	438	0	914	0
15030	Tajo de la Encantada	0	354	0	428
15035	La Roda de Andalucía	0	7	0	11
15040	Tarifa	0	697	0	386
15041	Puerto de la Cruz	0	24	0	49
16014	Alqueva	856	0	118	0
16015	Alto Lindoso	0	1172	303	807
16022	Falagueira	629	0	147	0
18077	Argia	54	289	0	297
18105	Baixas	722	0	195	0

Tabla C.2 Datos de las ramas de la red española de 400 kV en 2008

De nudo i	A nudo j	n_{ij}^0	r_{ij} (pu)	x_{ij} (pu)	P_{ij}^{\max} (MW)		Longitud (km)
					invierno	verano	
11000	11075	1	0,00161	0,01660	1310	930	90,52
11005	11013	1	0,00031	0,00311	1310	1100	18,33
11005	11055	1	0,00081	0,00821	1310	1100	46,05
11010	11045	1	0,00063	0,00632	1000	900	32,93
11013	11055	1	0,00063	0,00634	1310	1100	37,69
11015	11040	2	0,00222	0,02152	1640	1390	110,46
11015	11070	2	0,00135	0,01307	1580	1390	63,87
11015	16015	2	0,00093	0,00946	1508	1255	47,06
11020	11025	1	0,00011	0,00096	1350	900	13,78
11020	11030	1	0,00162	0,01688	1280	900	94,65
11020	11045	1	0,00010	0,00126	1310	900	47,54
11020	11055	1	0,00289	0,02689	1310	900	149,87
11025	11045	1	0,00010	0,00108	1350	900	15,21
11025	11070	1	0,00117	0,01119	1670	1400	62,66
11025	11080	1	0,00165	0,01580	1350	900	106,02
11025	12045	1	0,00379	0,03466	1350	900	203,37
11030	11035	1	0,00171	0,01498	1200	830	68,06
11030	11065	1	0,00126	0,01336	1580	1400	65,34
11030	11075	1	0,00134	0,01367	1390	930	72,58
11030	12065	2	0,00298	0,02419	1230	820	132,33
11035	11065	1	0,00036	0,00343	1350	1090	19,92
11040	11055	1	0,00099	0,01065	1260	1100	49,05
11045	11055	1	0,00289	0,02717	1000	900	158,77
11045	12065	1	0,00325	0,03366	1350	900	172,05
11045	12065	2	0,00334	0,03087	1350	900	172,25
11050	11065	1	0,00081	0,00848	1350	1090	39,75
11075	12045	1	0,00081	0,00993	1290	1020	59,02
11080	12045	1	0,00187	0,01805	1380	920	114,67
12010	12050	1	0,00043	0,00414	1350	900	36,76
12010	12085	1	0,00036	0,00352	1040	900	18,31
12010	14007	1	0,00396	0,03810	1290	720	201,30
12015	12065	1	0,00397	0,04142	800	730	199,64
12015	13024	1	0,00264	0,02734	1410	900	145,10
12016	12025	1	0,00036	0,00389	1270	1040	28,98

(continúa)

Tabla C.2 (continuación)

De nudo i	A nudo j	n_{ij}^0	r_{ij} (pu)	x_{ij} (pu)	P_{ij}^{\max} (MW)		Longitud (km)
					invierno	verano	
12016	12055	1	0,00090	0,00996	1040	940	44,33
12017	12019	2	0,00015	0,00150	1660	1380	11,51
12017	12020	1	0,00201	0,02069	1320	910	104,38
12017	12060	1	0,00129	0,01322	1300	840	60,48
12018	12025	1	0,00108	0,01137	1550	1320	61,07
12018	12040	1	0,00054	0,00542	1030	1030	17,73
12020	12030	1	0,00271	0,02428	1280	950	162,33
12020	12035	1	0,00108	0,01119	1020	940	52,75
12020	12055	1	0,00171	0,01561	1280	1030	93,65
12020	12059	1	0,00110	0,01057	1380	990	61,46
12023	12060	2	0,00011	0,00147	1980	1810	12,53
12025	12035	1	0,00072	0,00785	1550	1320	57,26
12030	12045	1	0,00117	0,01020	1280	1040	56,65
12030	12065	1	0,00090	0,00930	1280	910	52,60
12030	12085	1	0,00376	0,03249	1040	910	196,63
12030	12085	1	0,00361	0,03096	1040	910	192,35
12030	12090	1	0,00397	0,03448	1280	950	180,90
12030	14105	1	0,00388	0,04079	1600	1300	204,57
12035	12070	1	0,00027	0,00271	1020	1020	24,17
12035	12088	1	0,00146	0,01478	1020	880	65,16
12040	12055	1	0,00072	0,00722	1270	1190	39,40
12040	18077	1	0,00097	0,01046	1620	1430	58,54
12045	12059	1	0,00079	0,00706	1290	1190	42,63
12045	12088	1	0,00138	0,01295	1290	990	67,76
12050	12075	1	0,00009	0,00126	1340	1086	8,29
12050	14000	1	0,00343	0,03393	1080	720	173,14
12055	12090	1	0,00072	0,00677	1380	1030	42,26
12060	13028	1	0,00137	0,01410	1640	1340	66,80
12065	12068	1	0,00153	0,01114	1400	1150	59,98
12065	12080	1	0,00079	0,00661	1290	1170	37,61
12065	14105	1	0,00379	0,03637	1600	910	202,64
12068	14065	1	0,00167	0,01215	1400	1150	67,25
12070	12095	1	0,00008	0,00082	1660	1450	5,44
12080	12085	1	0,00253	0,02148	1040	900	122,85

(continúa)

Tabla C.2 (continuación)

De nudo i	A nudo j	n_{ij}^0	r_{ij} (pu)	x_{ij} (pu)	P_{ij}^{\max} (MW)		Longitud (km)
					invierno	verano	
12080	14063	1	0,00256	0,02455	1290	1180	140,33
13000	13005	2	0,00144	0,01363	1300	840	72,01
13000	13013	2	0,00002	0,00022	1640	1340	5,80
13000	13020	1	0,00027	0,00253	1070	840	12,38
13000	13030	1	0,00099	0,01092	1260	780	64,45
13000	13035	1	0,00137	0,01402	1070	840	78,31
13000	13036	2	0,00075	0,00740	1610	1300	38,81
13000	13065	2	0,00054	0,00496	1300	840	24,03
13000	14072	1	0,00140	0,01362	1310	840	73,29
13005	13017	1	0,00109	0,01053	1300	940	49,10
13005	13045	1	0,00273	0,02696	1300	940	142,65
13005	13060	2	0,00289	0,02780	1300	940	146,47
13005	13070	2	0,00072	0,00704	1300	940	35,16
13010	13017	1	0,00143	0,01392	1300	940	84,50
13010	13050	1	0,00063	0,00614	1360	1010	26,97
13010	13060	1	0,00126	0,01245	1300	960	54,80
13010	13070	1	0,00231	0,02509	1360	980	102,47
13015	13060	2	0,00023	0,00226	1300	960	11,31
13018	13057	1	0,00249	0,02403	850	730	141,63
13018	13060	1	0,00068	0,00634	840	770	30,26
13020	13024	1	0,00110	0,01137	1070	840	60,32
13028	13035	1	0,00177	0,01822	1640	1340	85,58
13028	13056	1	0,00048	0,00479	1640	1335	27,66
13028	13063	1	0,00177	0,01788	1640	1335	94,20
13029	13056	1	0,00258	0,02607	1640	1340	138,73
13029	14110	1	0,00118	0,01132	1670	1310	60,42
13030	13050	1	0,00280	0,03087	1360	820	146,70
13045	13060	1	0,00083	0,00814	1300	960	33,15
13045	13070	1	0,00219	0,02237	1280	930	116,11
13045	13075	1	0,00139	0,01504	1360	950	89,60
13050	13055	1	0,00005	0,00027	1050	960	5,38
13050	13070	1	0,00260	0,02612	1280	930	131,05
13057	13060	1	0,00316	0,03041	840	730	160,90
13063	14110	1	0,00242	0,02393	1674	1310	123,65

(continúa)

Tabla C.2 (continuación)

De nudo i	A nudo j	n_{ij}^0	r_{ij} (pu)	x_{ij} (pu)	P_{ij}^{\max} (MW)		Longitud (km)
					invierno	verano	
13070	13080	2	0,00004	0,00042	1000	1000	9,53
13070	14060	1	0,00298	0,03168	1570	1380	150,51
13075	18105	1	0,00205	0,02226	1710	1510	107,59
14000	14055	1	0,00229	0,02212	1020	720	116,70
14000	14085	2	0,00417	0,04009	1260	720	238,64
14000	14120	2	0,00325	0,03105	1260	720	180,77
14000	15010	1	0,00481	0,05009	1260	690	250,06
14000	15012	1	0,00361	0,03783	1260	710	179,95
14001	14070	1	0,00054	0,00519	1670	1310	25,50
14001	14110	1	0,00134	0,01291	1690	1320	68,84
14002	14090	2	0,00148	0,01392	1600	1320	77,06
14002	14095	2	0,00071	0,00668	1300	1110	36,67
14005	14054	1	0,00019	0,00200	1620	1370	12,74
14005	15020	1	0,00262	0,02707	1000	860	119,56
14007	14055	1	0,00233	0,02245	1020	720	117,69
14007	14085	2	0,00370	0,03552	1070	720	195,45
14007	15027	2	0,00198	0,01896	1260	720	102,97
14008	14010	1	0,00066	0,01075	1250	1100	58,11
14008	14035	1	0,00025	0,00410	1250	1100	23,00
14010	14025	1	0,00126	0,01300	980	910	63,17
14010	14100	1	0,00138	0,01416	1610	1290	72,97
14022	14060	1	0,00018	0,00172	1516	1057	9,20
14022	14060	2	0,00018	0,00172	1270	1057	9,88
14025	14045	1	0,00081	0,00830	980	880	43,40
14025	14075	2	0,00054	0,00749	1560	1180	43,51
14025	14090	1	0,00273	0,02615	980	910	151,20
14030	14055	1	0,00126	0,01309	1580	1280	61,28
14030	16022	1	0,00046	0,00546	1639	1300	26,35
14035	14045	1	0,00162	0,01552	1250	880	87,86
14035	14075	2	0,00018	0,00271	1560	1180	11,78
14035	14085	1	0,00505	0,05361	1250	780	269,50
14045	14060	1	0,00126	0,01273	1630	1370	67,18
14045	14114	1	0,00040	0,00432	1630	880	31,23
14050	14051	1	0,00004	0,00043	1000	910	4,17

(continúa)

Tabla C.2 (continuación)

De nudo i	A nudo j	n_{ij}^0	r_{ij} (pu)	x_{ij} (pu)	P_{ij}^{\max} (MW)		Longitud (km)
					invierno	verano	
14050	14054	1	0,00002	0,00017	1000	910	5,31
14051	14092	2	0,00067	0,00832	1950	1790	52,19
14051	14100	1	0,00133	0,01342	1610	1290	72,12
14052	14063	1	0,00077	0,00757	1600	910	40,66
14052	14105	1	0,00028	0,00272	1600	910	15,92
14053	14070	1	0,00135	0,01301	1670	1310	64,82
14053	14110	1	0,00147	0,01413	1690	1320	73,95
14060	14072	1	0,00154	0,01497	1270	880	82,61
14060	14114	1	0,00072	0,00768	1270	880	48,52
14063	14065	1	0,00096	0,00900	1310	1040	50,81
14063	14080	1	0,00087	0,00833	1270	780	55,88
14070	14085	1	0,00045	0,00428	1720	1380	18,03
14070	14105	1	0,00036	0,00415	1720	1380	31,95
14080	14085	1	0,00090	0,00866	1270	780	49,19
14080	14120	1	0,00027	0,00289	1270	780	22,18
14085	14090	1	0,00271	0,02653	1280	950	156,61
14085	14105	1	0,00064	0,00670	1720	1380	38,01
14085	14120	1	0,00108	0,01092	1270	780	63,20
14090	14110	2	0,00170	0,02151	1600	1190	128,79
14092	14100	2	0,00149	0,01540	1610	1300	74,69
14092	15020	2	0,00293	0,03013	1590	1300	123,75
14095	14100	2	0,00181	0,01705	1610	1290	89,05
14096	14114	2	0,00012	0,00142	2180	1830	6,25
15001	15005	2	0,00127	0,01275	1580	1260	69,05
15001	15025	1	0,00115	0,01125	1580	1260	63,13
15001	15041	1	0,00181	0,01818	1580	1380	82,90
15002	15007	1	0,00010	0,00050	830	710	5,84
15002	15013	2	0,00002	0,00018	1620	1270	9,23
15005	15015	1	0,00138	0,01416	1250	1140	76,11
15005	15027	1	0,00558	0,05586	1260	700	279,10
15008	15016	1	0,00134	0,01452	1310	740	76,38
15008	15030	1	0,00234	0,02417	1240	740	108,75
15009	15025	2	0,00059	0,00623	1736	1410	9,85
15010	15024	1	0,00132	0,01444	1600	630	80,75

(continúa)

Tabla C.2 (continuación)

De nudo i	A nudo j	n_{ij}^0	r_{ij} (pu)	x_{ij} (pu)	$P_{ij}^{\text{máx}}$ (MW)		Longitud (km)
					invierno	verano	
15010	15027	2	0,00360	0,03625	1570	1250	186,69
15012	15013	1	0,00086	0,00912	1620	1270	48,85
15012	15015	1	0,00156	0,01622	1620	1270	81,30
15013	16014	1	0,00151	0,01563	1640	1474	72,00
15015	15027	1	0,00397	0,03890	1250	700	206,60
15015	15028	2	0,00195	0,01954	1600	1280	98,72
15016	15020	1	0,00184	0,02003	1210	740	106,30
15018	15025	1	0,00057	0,00575	1580	1340	36,07
15018	15030	1	0,00153	0,01567	1590	1340	88,01
15024	15030	1	0,00125	0,01374	1600	630	71,21
15024	15035	2	0,00062	0,00703	1940	1660	41,33
15025	15030	1	0,00214	0,02149	1580	1340	109,54
15025	15041	1	0,00065	0,00642	1580	1430	30,83
15040	15041	1	0,00018	0,00182	1230	1170	11,43

Apéndice D

Publicaciones

Se adjunta un artículo directamente relacionado con la tesis, presentado en la 6ª Conferencia Internacional *Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications*, Salamanca 2011:

- Sánchez Rodríguez, J. A., Coto, J., Gómez-Aleixandre, J.: A genetic algorithm to solve the static transmission system expansion planning. En: Corchado, E., et ál. (eds.) *Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications*, 6th International Conference SOCO 2011, AISC 87, pp. 395-404. Springer, Heidelberg (2011)

A Genetic Algorithm to Solve the Static Transmission System Expansion Planning

José A. Sánchez-Rodríguez, José Coto, Javier Gómez-Aleixandre

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, de Computadores y Sistemas
Universidad de Oviedo, Campus de Gijón, 33203 Gijón, Spain
{josea,jcoto,jgomez}@uniovi.es

Abstract This paper proposes a genetic algorithm (GA) to solve the transmission system expansion planning (TSEP) problem in power systems. The transmission network is represented using the DC power flow model. The problem is then formulated as a mixed integer nonlinear problem (MINLP) which is very complex to solve in large-scale networks using classical optimization algorithms. Genetic algorithms (GAs) are a robust metaheuristic tool which can deal efficiently with optimization problems, like the TSEP problem. The most important features and improvements of the developed GA are presented. Test results are obtained for two test systems to show the good performance of the algorithm.

Keywords Transmission Expansion Planning, Genetic Algorithms

1 Introduction

The transmission system expansion planning (TSEP) problem in electric power systems consists in defining a minimum cost expansion plan, taking into account technical and economic constraints. An expansion plan is a set of new circuits that must be installed to meet the anticipated demand and generation.

TSEP can be classified as static or dynamic [1]. Static planning considers a single year in the planning horizon. Dynamic planning, however, determines not only the circuits to be added, but also when they should be installed within the planning horizon.

The TSEP problem can be formulated as a nonconvex mixed integer nonlinear Problem (MINLP) which is very complex to solve in large-scale transmission networks. Several solution methods have been used to solve TSEP problems [1], but they can be classified in three groups: (1) constructive heuristic algorithms, (2) classical optimization techniques, and (3) metaheuristic algorithms.

Constructive heuristic algorithms are simple but the quality of the solutions in large-scale networks is poor. Classical optimization techniques suffer from convergence problems and the computational times can be very large. Metaheuristic algorithms, such as simulated annealing (SA), tabu search (TS) and genetic algorithms (GAs), are soft computing methodologies which usually yield near-optimal solutions to large-scale nonconvex problems in smaller computational times.

Soft computing techniques solve complex problems trying to mimic natural phenomena. They have been successfully applied in electrical engineering applications such as electric machines modelling and power systems planning [2].

In this paper a genetic algorithm (GA) is presented to solve the static TSEP problem. Dynamic planning is not considered and uncertainties introduced by the restructuring and deregulation of power systems are also not covered.

2 Mathematical Formulation

The TSEP problem has been solved using different mathematical models [3]: transportation model, hybrid model, disjunctive model and DC power flow model. DC model is considered the most suitable for long-term network planning, full AC models are only required later for short-term planning.

The mathematical formulation of the TSEP problem using the DC power flow model is as follows [3]:

Minimize:

$$v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Gamma} r_k \quad (1)$$

Subject to:

$$\mathbf{S}^T \mathbf{f} + \mathbf{g} + \mathbf{r} = \mathbf{d} \quad (2)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (4)$$

$$0 \leq \mathbf{g} \leq \bar{\mathbf{g}} \quad (5)$$

$$0 \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{d} \quad (6)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (7)$$

$$n_{ij} \text{ integer} \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (8)$$

$$f_{ij} \text{ and } \theta_i \text{ unbounded} \quad (9)$$

Where:

v : total investment cost of new circuits

c_{ij} : cost of a new circuit added to branch $i-j$

n_{ij} : number of new circuits added to branch $i-j$

\bar{n}_{ij} : maximum number of new circuits in branch $i-j$

n_{ij}^0 : number of existing circuits in branch $i-j$

f_{ij} : power flow in branch $i-j$

\bar{f}_{ij} : power flow limit in branch $i-j$

γ_{ij} : circuit susceptance in branch $i-j$

θ_i : voltage angle at bus i

\mathbf{S} : branch-node incidence matrix

\mathbf{f} : vector of power flow in each branch (f_{ij})

\mathbf{g} : vector of power generated in each bus k (g_k)

\mathbf{d} : vector of load in each bus k (d_k)

\mathbf{r} : vector of loss of load in each bus k (r_k)

$\bar{\mathbf{g}}$: vector of maximum generation in each bus

α : loss of load penalty factor

Ω : set of all branches

Γ : set of all buses

The objective function (1) represents the investment cost of new circuits and the cost of the loss of load that occurs if there is insufficient transmission capacity. The possibility of not meeting the demand (loss of load) ensures that the problem is always feasible. The goal is to find a solution with minimum cost and loss of load equal to zero in normal operation.

Constraints (2) and (3) represent the network using Kirchhoff's laws, constraint (4) limits the power flow in each branch and constraints (5) and (6) represent generation and loss of load limits. Constraint (7) limits the number of circuits that can be installed in each branch and constraint (8) states that the number of circuits must be an integer. The model assumes that all circuits in a branch have the same characteristics.

The problem, thus formulated, is a nonconvex mixed integer nonlinear problem (MINLP). It is important to note that given the circuits to be built in each branch (n_{ij}), the problem becomes a linear problem that can be solved easily.

3 GA for TSEP

Genetic algorithms are metaheuristic search algorithms based on the biological process of evolution, which can deal efficiently with optimization problems. GAs applied to the TSEP problem can be found in [4, 5, 6, 7]. A comparison of GAs with other metaheuristic algorithms for TSEP has been presented in [8].

The GA presented in this paper is based on the general purpose algorithm described in [9], but has been thoroughly modified to solve combinatorial optimization problems and adapted to the characteristics of the TSEP problem. The developed GA allows the evaluation of different strategies and introduces some improvements over those used in [4, 5, 6, 7], showing a better performance (in terms of computational cost) in some of the tests performed.

The main features of the algorithm are presented in the following sections.

3.1 Encoding

The algorithm assigns a gene to each branch in which new circuits can be added, so that the size of an individual (i.e., the number of genes) equals the number of candidate branches. The parameters to be encoded are the number of circuits added to each branch and this number is encoded using a decimal alphabet, that is, integers. The use of binary encoding has disadvantages as explained in [4].

3.2 Fitness Function

The goal of the TSEP problem is to minimize the objective function (1). Given an individual (number of circuits added to each branch), the investment cost is easily calculated. To calculate the loss of load the following objective function is used:

$$\min w = \sum_{k \in \Gamma} r_k \quad (10)$$

The objective function (10) with constraints (2), (3), (4), (5), (6), and (9) define a linear programming problem (LP) which can be solved using classical mathematical programming algorithms. The value of w must be then multiplied by the penalty factor α .

GAs are formulated maximizing a fitness function (f) which measures the quality of an individual, so it is necessary to transform the TSEP problem in an equivalent maximization problem. This is achieved through the following transformation:

$$f = 1/v \quad (11)$$

3.3 Initial Population

The initial population can be created randomly, but this leads to poor performance of the algorithm, which is particularly important with large-scale networks. However, starting from a good head individual it is possible to obtain an initial population with high-quality genetic material.

In this work the head individual is created relaxing two constraints of the mathematical model described by equations (1)-(9). By removing constraint (3) a transportation model is obtained and the problem becomes linear [3]. Relaxing also constraint (8) to allow real numbers instead of integers, the problem becomes a linear programming problem with only continuous decision variables. The individuals of the initial population are created from the head individual, whose values are non-integer, using the Laplace probability distribution and taking the integer part.

3.4 Selection technique

The algorithm uses a rank-based roulette wheel mechanism as the selection technique to choose parents for the next generation. Instead of using fitness as selection probability, a relative fitness based on rank is used, which ensures that across the population there is a suitable selection pressure that is independent of the actual fitness values.

The relationship between selection probability and rank is linear, and the slope is an adjustable parameter, which allows testing different values of selection pressure.

If the slope is equal to zero, all the individuals have the same selection probability, that is, there is no selection pressure. With the strongest selection pressure that can be selected, the ratio between the selection probabilities of the best (maximum fitness) and worst (minimum fitness) individuals is equal to the number of genes of an individual.

3.5 Crossover Operator

This operator takes both parents and exchanges their genetic material producing two offspring. Crossover is applied with a certain probability known as crossover rate. Four crossover mechanisms are implemented:

- One-point crossover: exchanges genes from a random position.
- Two-point crossover: exchanges genes in between two random positions.
- A mixture of one-point and two-point crossover with equal probabilities.
- Uniform crossover: exchanges each gene at random.

3.6 Mutation operator

The mutation mechanism maintains the diversity of the population, preventing the algorithm from being trapped in a local minimum. Mutation is applied in each gene of the offspring with a certain probability known as mutation rate. Three mutation mechanisms are implemented:

- One-point: replaces a gene by a random integer.
- Creep: increases or decreases, with equal probabilities, a gene in one unit.
- A mixture of one-point and creep mutation with equal probabilities.

The algorithm incorporates a mechanism for self adaptation of the mutation rate, although it is also possible to use a fixed rate. This mechanism increases the mutation rate when the convergence of the population is high and vice versa, allowing the algorithm to escape local minima. The monitoring of population clustering can be done in two different ways:

- Based on fitness: uses a normalized fitness difference between fittest and median individuals.
- Based on metric distance: uses a normalized Euclidean distance between fittest and median individuals.

3.7 Reproduction plans

There are several ways to control how to incorporate the offspring to the population in each generation. Four reproduction mechanisms are implemented:

- Full generational replacement (RP1): all individuals of the old population are replaced at the same time once enough offspring have been produced.
- Steady-state-replace-random (RP2): an old individual is chosen at random and immediately replaced by the offspring after breeding.
- Steady-state-replace-worse-random (RP3): an old individual less fit than the offspring is chosen at random and immediately replaced by the offspring after breeding.
- Steady-state-replace-worst (RP4): the least fit individual of the old population is immediately replaced by the offspring after breeding.

A generation is defined as the creation of a number of individuals equal to the size of the population. With steady-state reproduction plans, the lifetime of an individual is not defined.

Under RP1 and RP2 plans, the algorithm incorporates a strategy of *elitism* that may or may not be activated. This strategy protects the best individual (i.e., the one with maximum fitness) from being deleted. Under RP3 and RP4 plans, the best individual is always protected.

3.8 Stopping Criterion

The algorithm stops when a predefined maximum number of generations has been reached or when the fitness of the best individual does not improve after a predefined number of generations.

4 Test Results

The proposed GA has been tested using two test systems: the Garver 6-bus system and the IEEE 24-bus system. The GA was implemented using Microsoft Excel Visual Basic for Applications (VBA). The code uses the Microsoft Excel Solver to solve the linear programming problems (LPs).

4.1 Garver 6-Bus System

This system has 6 buses and 15 branches, of which 8 are selected to add new circuits. Detailed system data can be found in [3]. The optimal solution for the base case without redispatch has been found using the following parameters: loss of load penalty factor of 2000 US\$/MW, maximum selection pressure, population size of 30 individuals, crossover rate of 0.9 (mixture of one-point and two-point), initial mutation rate of 0.01 (mixture of one-point and creep with adjustable rate based on fitness), RP3 reproduction plan, and a maximum of 5 new circuits per branch. The topology of this solution is shown in [3].

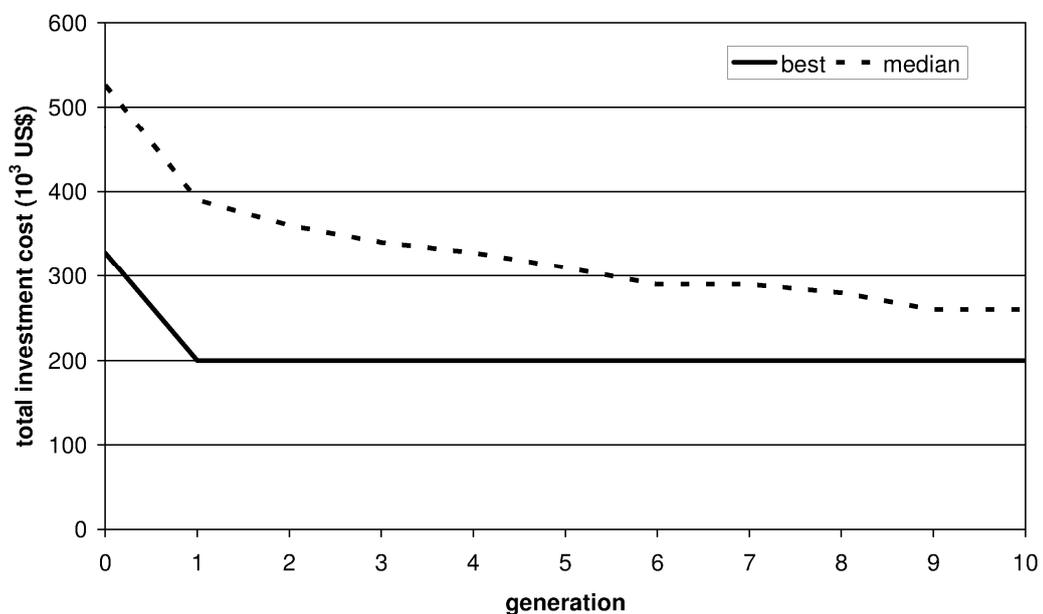


Fig. 1 Evolution chart for Garver system

The optimal solution has an investment cost of 200×10^3 US\$. The algorithm found the optimal solution after solving 42 LPs, including the LP solved to create the initial population, which is better (i.e., fewer LPs) than reported in [7]. Figure 1 shows the evolution of the best and median total investment cost at each generation. The best individual plot shows that the optimal solution is found after only one generation.

Figure 2 compares the evolution of the best individual starting from two different initial populations: one created randomly and the other created from a good head individual (as in Fig. 1, see Sect. 3.3). Starting from an initial population with good genetic material, the convergence of the GA improves dramatically.

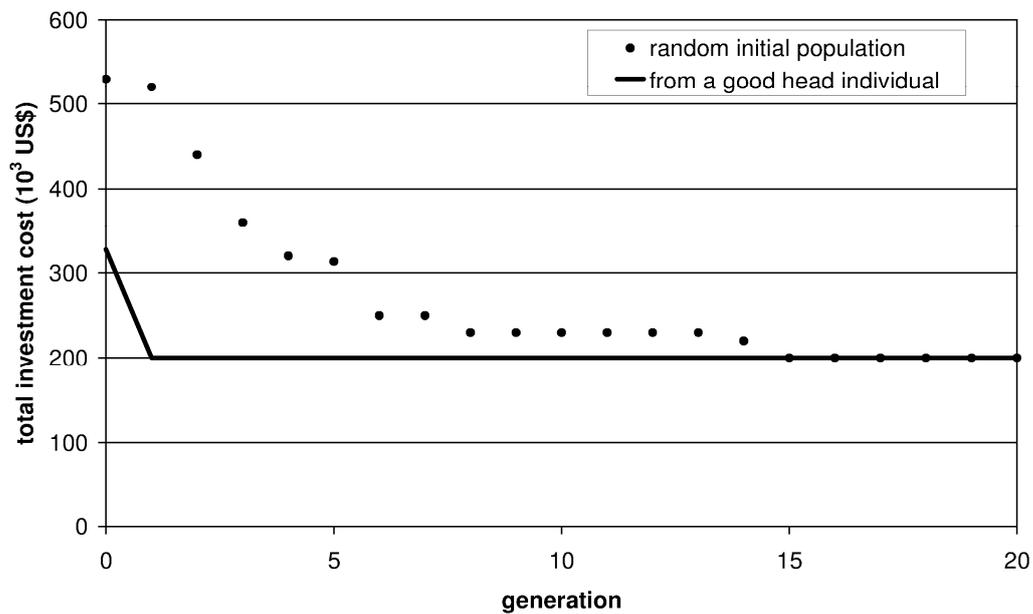


Fig. 2 Evolution chart for Garver system starting from two different initial populations

4.2 IEEE 24-Bus System

This system has 24 buses and 41 branches selected to add new circuits. Detailed system data can be found in [10]. The optimal solution for the generation plan G_0 (case with redispatch) has been found using a population size of 50 individuals, a penalty factor of 1,000,000 US\$/MW, a maximum of 3 new circuits per branch, and the other parameters the same as in Sect. 4.1. This is the same solution found in [7].

The optimal solution has an investment cost of 152×10^6 US\$. The algorithm found the optimal solution after solving 459 LPs, including the LP solved to create the initial population. Figure 3 shows the evolution of the best and median total investment cost at each generation. The best individual plot shows that the optimal solution is found after 9 generations.

Figure 4 shows that starting from a random initial population, the convergence of the GA is very poor.

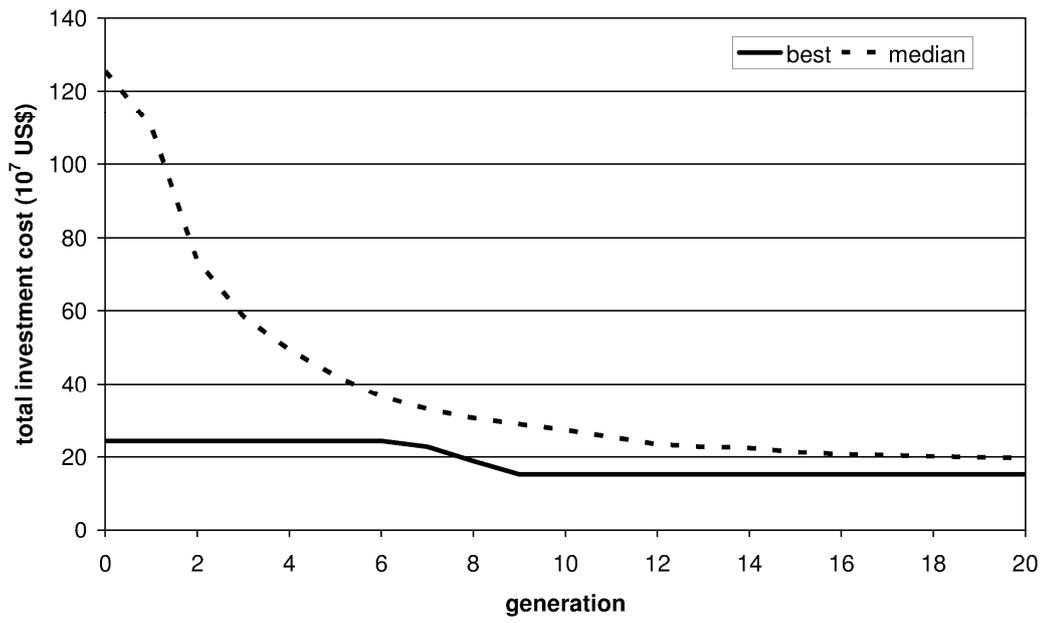


Fig. 3 Evolution chart for IEEE 24 bus system

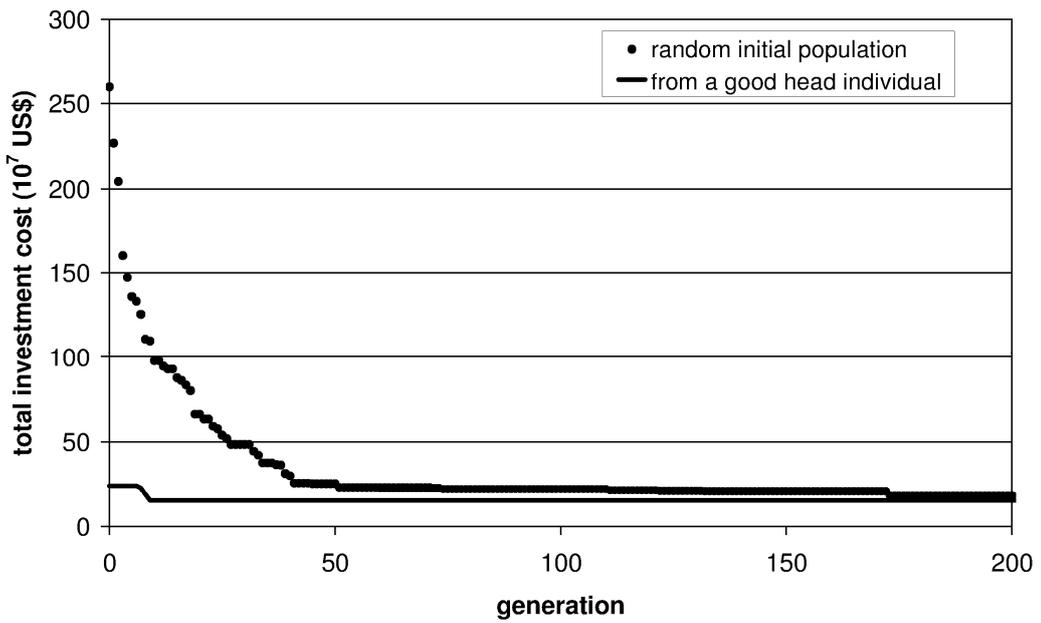


Fig. 4 Evolution chart for IEEE 24 bus system starting from two different initial populations

5 Conclusions

The TSEP problem is a very complex nonconvex optimization problem. Metaheuristic algorithms, such as GAs, have proven to be good tools to solve this kind of problems. An improved GA has been proposed, which can deal very efficiently with the TSEP problem. Results have been presented for two test systems and the algorithm shows a good performance, with a very competitive computational cost.

References

- 1 Latorre G, Cruz RD, Areiza JM, Villegas A (2003) Classification of publications and models on transmission expansion planning. *IEEE Trans Power Syst* 18(2):938-946
- 2 Chaturvedi DK (2008) *Soft computing techniques and its applications in electrical engineering*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- 3 Romero R, Monticelli A, Garcia A, Haffner S (2002) Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. *IEE Proc Gener Transm Distrib* 149(1):27-36
- 4 Gallego RA, Monticelli A, Romero R (1998) Transmission system expansion planning by an extended genetic algorithm. *IEE Proc Gener Transm Distrib* 145(3):329-335
- 5 Da Silva EL, Gil HA, Areiza JM (2000) Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm. *IEEE Trans Power Syst* 15(3):1168-1175
- 6 Gil HA, Da Silva EL (2001) A reliable approach for solving the transmission network expansion planning problem using genetic algorithms. *Electr Power Syst Res* 58(1):45-51
- 7 Romero R, Rider MJ, Silva IDJ, (2007) A metaheuristic to solve the transmission expansion planning. *IEEE Trans Power Syst* 22(4):2289-2291
- 8 Gallego RA, Monticelli A, Romero R (1998) Comparative studies of non-convex optimization methods for transmission network expansion planning. *IEEE Trans Power Syst* 13(3):822-828
- 9 Charbonneau P (1995) Genetic algorithms in astronomy and astrophysics. *Astrophys J Suppl Ser* 101:309-334
- 10 Romero R, Rocha C, Mantovani JRS, Sánchez IG (2005) Constructive heuristic algorithm for the DC model in network transmission expansion planning. *IEE Proc Gener Transm Distrib* 152(2):277-282

Bibliografía

1. Pérez-Arriaga, I., Rudnick, H., Rivier, M.: Electric energy systems—an overview. En: Gómez-Expósito, A., et ál. (eds.) *Electric energy systems: analysis and operation*, pp. 1-50. CRC Press, Boca Raton (2008)
2. Molina, J. D., Rudnick, H.: Transmission of electric energy: a bibliographic review. *Revista IEEE Am. Lat.* **8**(3), 245-258 (2010)
3. Rosellón, J.: Different approaches towards electricity transmission expansion. *Rev. Netw. Econ.* **2**(3), 238-269 (2003)
4. Joskow, P.: Patterns of transmission investments. En: Lévêque, F. (ed.) *Competitive electricity markets and sustainability*, pp. 131-184. Edward Elgar, Cheltenham (2006)
5. Pollitt, M.: The arguments for and against ownership unbundling of energy transmission networks. *Energy Policy* **36**(2), 704-713 (2008)
6. Rious, V., Glachant, J.-M., Perez, Y., Dessante, P.: The diversity of design of TSOs. *Energy Policy* **36**(9), 3323-3332 (2008)
7. Wu, F. F., Zheng, F. L., Wen, F. S.: Transmission investment and expansion planning in a restructured electricity market. *Energy (Oxf.)* **31**(6-7), 954-966 (2006)
8. Stoft, S.: Problems of transmission investment in a deregulated power market. En: Lévêque, F. (ed.) *Competitive electricity markets and sustainability*, pp. 87-130. Edward Elgar, Cheltenham (2006)
9. Pérez-Arriaga, I., Olmos, L.: Compatibility of investment signals in distribution, transmission and generation. En: Lévêque, F. (ed.) *Competitive electricity markets and sustainability*, pp. 230-288. Edward Elgar, Cheltenham (2006)
10. Bushnell, J., Stoft, S.: Grid investment: can a market do the job? *Electr. J.* **9**(1), 74-79 (1996)
11. Rotger, J. A., Felder, F. A.: Reconciling market-based transmission and transmission planning. *Electr. J.* **14**(9), 31-43 (2001)
12. Brunekreeft, G.: Regulatory issues in merchant transmission investment. *Util. Policy* **13**(2), 175-186 (2005)
13. Hogan, W., Rosellón, J., Vogelsang, I.: Toward a combined merchant-regulatory mechanism for electricity transmission expansion. *J. Regul. Econ.* **38**(2), 113-143 (2010)
14. Brunekreeft, G.: Market-based investment in electricity transmission networks: controllable flow. *Util. Policy* **12**(4), 269-281 (2004)
15. Joskow, P., Tirole, J.: Merchant Transmission Investment. *J. Ind. Econ.* **53**(2), 233-264 (2005)
16. Blumsack, S., Lave, L. B., Ilić, M.: The real problem with merchant transmission. *Electr. J.* **21**(2), 9-19 (2008)
17. de Hauteclocque, A., Rious, V.: Reconsidering the European regulation of merchant transmission investment in light of the third energy package: the role of dominant generators. *Energy Policy* **39**(11), 7068-7077 (2011)

18. Paulun, T., Haubrich, H.-J.: Long-term and expansion planning for electrical networks considering uncertainties. En: Rebennack, S., et ál. (eds.) *Handbook of power systems I*, pp. 391-408. Springer, Heidelberg (2010)
19. Eguíluz Morán, L. I.: Las infraestructuras eléctricas: necesidad y contestación social. *Dyna (Bilbao)* **79**, 51-52 (2004)
20. Krapels, E. N.: The terrible trio impeding transmission development: siting, cost allocation, and interconnection animus. *Electr. J.* **23**(1), 34-38 (2010)
21. Battaglini, A., Komendantova, N., Brtnik, P., Patt, A.: Perception of barriers for expansion of electricity grids in the European Union. *Energy Policy* **47**, 254-259 (2012)
22. Ciupuliga, A. R., Cuppen, E.: The role of dialogue in fostering acceptance of transmission lines: the case of a France-Spain interconnection project. *Energy Policy* **60**, 224-233 (2013)
23. Pérez-Arriaga, I., Gómez, T., Olmos, L., Rivier, M.: Transmission and distribution networks for a sustainable electricity supply. En: Galarraga, I., et ál. (eds.) *Handbook of sustainable energy*, pp. 116-131. Edward Elgar, Cheltenham (2011)
24. Buijs, P., Bekaert, D., Cole, S., Van Hertem, D., Belmans, R.: Transmission investment problems in Europe: going beyond standard solutions. *Energy Policy* **39**(3), 1794-1801 (2011)
25. Rothwell, G., Gómez, T.: *Electricity economics: regulation and deregulation*. Wiley-IEEE Press, Hoboken (2003)
26. de Quinto, J.: ¿Qué es el modelo TSO? *Entrelíneas (Alcobendas)* **1**, 55-57 (2006)
27. de Quinto, J.: La planificación de la red de transporte eléctrico en un entorno competitivo. *Econ. Ind.* **364**, 103-111 (2007)
28. de Dios, R., Soto, F., Conejo, A. J.: Planning to expand? *IEEE Power & Energy Mag.* **5**(5), 64-70 (2007)
29. de Dios, R., Sanz, S., Alonso, J. F., Soto, F.: Long-term grid expansion: Spanish plan 2030. *CIGRE Symposium Guilin City, China* (2009)
30. Latorre, G., Cruz, R. D., Areiza, J. M., Villegas, A.: Classification of publications and models on transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **18**(2), 938-946 (2003)
31. Romero, R., Monticelli, A., Garcia, A., Haffner, S.: Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **149**(1), 27-36 (2002)
32. Asada, E. N., Jeon, Y., Lee, K. Y., Miranda, V., Monticelli, A. J., Nara, K., Park, J., Romero, R., Song, Y.: Applications to System Planning. En: Lee, K. Y., El-Sharkawi, M. A. (eds.) *Modern heuristic optimization techniques: theory and applications to power systems*, pp. 285-335. Wiley-IEEE Press, Hoboken (2008)
33. Mahdavi, M., Monsef, H.: Review of static transmission expansion planning. *J. Electr. Control Eng.* **1**(1), 11-18 (2011)
34. Sorokin, A., Portela, J., Pardalos, P. M.: Algorithms and models for transmission expansion planning. En: Sorokin, A., et ál. (eds.) *Handbook of networks in power systems I*, pp. 395-433. Springer, Heidelberg (2012)
35. Castillo, E., Conejo, A. J., Pedregal, P., García, R., Alguacil, N.: *Building and solving mathematical programming models in engineering and science*. Wiley, New York (2002)
36. Gómez-Expósito, A., Alvarado, F. L.: Load Flow. En: Gómez-Expósito, A., et ál. (eds.) *Electric energy systems: analysis and operation*, pp. 95-126. CRC Press, Boca Raton (2008)
37. Garver, L. L.: Transmission network estimation using linear programming. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **89**(7), 1688-1697 (1970)
38. Romero, R., Monticelli, A.: A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **9**(1), 373-380 (1994)
39. Villasana, R., Garver, L. L., Salon, S. J.: Transmission network planning using linear programming. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **104**(2), 349-356 (1985)

40. Binato, S., Pereira, M. V. F., Granville, S.: A new Benders decomposition approach to solve power transmission network design problems. *IEEE Trans. Power Syst.* **16**(2), 235-240 (2001)
41. Bahiense, L., Oliveira, G. C., Pereira, M., Granville, S.: A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion. *IEEE Trans. Power Syst.* **16**(3), 560-565 (2001)
42. Santos, A., França, P. M., Said, A.: An optimization model for long-range transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **4**(1), 94-101 (1989)
43. Monticelli, A., Santos, A., Pereira, M. V. F., Cunha, S. H., Parker, B. J., Praça, J. C. G.: Interactive transmission network planning using a least-effort criterion. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **101**(10), 3919-3925 (1982)
44. Carvalho, M. F., Soares, S., Ohishi, T.: Optimal active power dispatch by network flow approach. *IEEE Trans. Power Syst.* **3**(4), 1640-1647 (1988)
45. de Oliveira, E. J., da Silva, I. C., Pereira, J. L. R., Carneiro, S.: Transmission system expansion planning using a sigmoid function to handle integer investment variables. *IEEE Trans. Power Syst.* **20**(3), 1616-1621 (2005)
46. Alguacil, N., Motto, A. L., Conejo, A. J.: Transmission expansion planning: a mixed-integer LP approach. *IEEE Trans. Power Syst.* **18**(3), 1070-1077 (2003)
47. Stott, B., Jardim, J., Alsaç, O.: DC power flow revisited. *IEEE Trans. Power Syst.* **24**(3), 1290-1300 (2009)
48. Leite da Silva, A. M., Rezende, L. S., Honório, L. M., Manso, L. A. F.: Performance comparison of metaheuristics to solve the multi-stage transmission expansion planning problem. *IET Gener. Transm. Distrib.* **5**(3), 360-367 (2011)
49. Khatib, H.: Economic evaluation of projects in the electricity supply industry. The Institution of Engineering and Technology, London (2008)
50. Farrag, M. A., El-Metwally, M. M.: New method for transmission planning using mixed-integer programming. *IEE Proc. C* **135**(4), 319-323 (1988)
51. Torá Galván, J. L.: Transporte de la energía eléctrica. Universidad Pontificia Comillas, Madrid (1997)
52. Gustafson, M. W., Baylor, J. S.: The equivalent hours loss factor revisited. *IEEE Trans. Power Syst.* **3**(4), 1502-1508 (1988)
53. Thomson, W.: Mathematical and physical papers: volume V. Cambridge University Press, London (1911)
54. Kaltenbach, J. C., Peschon, J., Gehrig, E. H.: A mathematical optimization technique for the expansion of electric power transmission systems. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **89**(1), 113-119 (1970)
55. Henault, P. H., Eastvedt, R. B., Peschon, J., Hajdu, L. P.: Power system long-term planning in the presence of uncertainty. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **89**(1), 156-164 (1970)
56. Dusonchet, Y. P., El-Abiad, A.: Transmission planning using discrete dynamic optimizing. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **92**(4), 1358-1371 (1973)
57. El-Abiad, A. H., Dusonchet, Y. P.: Discrete optimization and the planning of electric power networks. *IEEE Trans. Circuit Theory* **20**(3), 230-238 (1973)
58. Adams, R. N., Laughton, M. A.: Optimal planning of power networks using mixed-integer programming. Part 1: static and time-phased network synthesis. *Proc. Inst. Electr. Eng.* **121**(2), 139-147 (1974)
59. Meliopoulos, A. P., Webb, R. P., Bennon, R. J., Juves, J. A.: Optimal long range transmission planning with AC load flow. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **101**(10), 4156-4163 (1982)
60. Sharifnia, A., Aashtiani, H. Z.: Transmission network planning: a method for synthesis of minimum-cost secure networks. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **104**(8), 2026-2034 (1985)
61. Kim, K. J., Park, Y. M., Lee, K. Y.: Optimal long term transmission expansion planning based on maximum principle. *IEEE Trans. Power Syst.* **3**(4), 1494-1501 (1988)
62. Youssef, H. K. M.: Dynamic transmission planning using a constrained genetic algorithm. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **23**(8), 857-862 (2001)

63. Fonseca, J., Miranda, V.: A hybrid meta-heuristic algorithm for transmission expansion planning. *Compel* **23**(1), 250-262 (2004)
64. Escobar, A. H., Gallego, R. A., Romero, R.: Multistage and coordinated planning of the expansion of transmission systems. *IEEE Trans. Power Syst.* **19**(2), 735-744 (2004)
65. Braga, A. S. D., Saraiva, J. T.: A multiyear dynamic approach for transmission expansion planning and long-term marginal costs computation. *IEEE Trans. Power Syst.* **20**(3), 1631-1639 (2005)
66. Xie, M., Zhong, J., Wu, F. F.: Multiyear transmission expansion planning using ordinal optimization. *IEEE Trans. Power Syst.* **22**(4), 1420-1428 (2007)
67. Romero, R., Rocha, C., Mantovani, M., Mantovani, J. R. S.: Evaluation of hybrid models for static and multistage transmission system planning. *Control. Autom.* **18**(1), 106-114 (2007)
68. Unsihuay-Vila, C., Marangon-Lima, J. W., Zambroni de Souza, A. C., Pérez-Arriaga, I. J.: Multistage expansion planning of generation and interconnections with sustainable energy development criteria: a multiobjective model. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **33**(2), 258-270 (2011)
69. Leou, R.: A multi-year transmission planning under a deregulated market. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **33**(3), 708-714 (2011)
70. Akbari, T., Rahimikian, A., Kazemi, A.: A multi-stage stochastic transmission expansion planning method. *Energy Convers. Manag.* **52**(8-9), 2844-2853 (2011)
71. Verma, A., Bijwe, P. R., Panigrahi, B. K.: Rolling window based dynamic transmission network expansion planning. *Int. J. Emerg. Electr. Power Syst.* **12**(4), Article 2 (2011)
72. Vinasco, G., Rider, M. J., Romero, R.: A strategy to solve the multistage transmission expansion planning problem. *IEEE Trans. Power Syst.* **26**(4), 2574-2576 (2011)
73. Zhang, H., Vittal, V., Heydt, G. T., Quintero, J.: A mixed-integer linear programming approach for multi-stage security-constrained transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **27**(2), 1125-1133 (2012)
74. da Rocha, M. C., Saraiva, J. T.: A multiyear dynamic transmission expansion planning model using a discrete based EPSO approach. *Electr. Power Syst. Res.* **93**, 83-92 (2012)
75. da Rocha, M. C., Saraiva, J. T.: A discrete evolutionary PSO based approach to the multiyear transmission expansion planning problem considering demand uncertainties. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **45**(1), 427-442 (2013)
76. Hinojosa, V. H., Galleguillos, N., Nuques, B.: A simulated rebounding algorithm applied to the multi-stage security-constrained transmission expansion planning in power systems. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **47**, 168-180 (2013)
77. Martínez, J. L., Quintana, V. H.: Optimal and secure operation of transmission systems. En: Gómez-Expósito, A., et ál. (eds.) *Electric energy systems: analysis and operation*, pp. 211-264. CRC Press, Boca Raton (2008)
78. Li, W., Choudhury, P.: Probabilistic transmission planning. *IEEE Power & Energy Mag.* **5**(5), 46-53 (2007)
79. Billinton, R., Bhavaraju, M. P.: Transmission planning using a reliability criterion, part I: a reliability criterion. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **89**(1), 28-34 (1970)
80. Bhavaraju, M. P., Billinton, R.: Transmission planning using a reliability criterion, part II: transmission planning. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **90**(1), 70-78 (1971)
81. Ranade, S. J., Sullivan, R. L.: A reliability analysis technique for bulk system planning. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **100**(7), 3658-3665 (1981)
82. Ekwue, A. O., Cory, B. J.: Transmission system expansion planning by interactive methods. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **103**(7), 1583-1591 (1984)
83. El-Sobki, S. M., El-Metwally, M. M., Farrag, M. A.: New approach for planning high-voltage transmission networks. *IEE Proc. C* **133**(5), 256-262 (1986)
84. Chanda, R. S., Bhattacharjee, P. K.: A reliability approach to transmission expansion planning using minimal cut theory. *Electr. Power Syst. Res.* **33**(2), 111-117 (1995)

85. Chanda, R. S., Bhattacharjee, P. K.: A reliability approach to transmission expansion planning using fuzzy fault-tree model. *Electr. Power Syst. Res.* **45**(2), 101-108 (1998)
86. Momoh, J. A., Wang, Y., Elfayoumy, M., Mittelstadt, B., Agarwal, S. K., Adapa, R.: A value-based reliability enhancement scheme for bulk transmission system planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **13**(4), 1541-1547 (1998)
87. Manso, L. A. F., Leite da Silva, A. M.: Probabilistic criteria for power system expansion planning. *Electr. Power Syst. Res.* **69**(1), 51-58 (2004)
88. Kang, S., Tran, T., Choi, J., Cha, J., Rho, D., Billinton, R.: The best line choice for transmission system expansion planning on the side of the highest reliability level. *KIEE Int. Trans. Power Eng.* **4-A**(2), 84-90 (2004)
89. Zhao, H., Wang, Z., Yu, D. C., Chen, X.: Transportation model based hybrid methods for transmission network planning. *Electr. Power Compon. Syst.* **34**(11), 1191-1200 (2006)
90. Billinton, R., Wangdee, W.: Reliability-based transmission reinforcement planning associated with large-scale wind farms. *IEEE Trans. Power Syst.* **22**(1), 34-41 (2007)
91. Lee, S. T. Y., Hicks, K. L., Hnyilicza, E.: Transmission expansion by branch-and-bound integer programming with optimal cost-capacity curves. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **93**(5), 1390-1400 (1974)
92. Albuyeh, F., Skiles, J. J.: A transmission network planning method for comparative studies. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **100**(4), 1679-1684 (1981)
93. Sharaf, T. A. M., Berg, G. J.: Reliability optimization for transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **101**(7), 2243-2248 (1982)
94. Seifu, A., Salon, S., List, G.: Optimization of transmission line planning including security constraints. *IEEE Trans. Power Syst.* **4**(4), 1507-1513 (1989)
95. Choi, J., Kang, S., Kim, H., Moon, S., Lee, S., Billinton, R.: A study on transmission system expansion planning using fuzzy branch and bound method. *KIEE Int. Trans. Power Eng.* **2-A**(3), 121-128 (2002)
96. Chung, T. S., Li, K. K., Chen, G. J., Xie, J. D., Tang, G. Q.: Multi-objective transmission network planning by a hybrid GA approach with fuzzy decision analysis. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **25**(3), 187-192 (2003)
97. Silva, I. de J., Rider, M. J., Romero, R., García, A. V., Murari, C. A.: Transmission network expansion planning with security constraints. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **152**(6), 828-836 (2005)
98. Tran, T., Kang, S., Choi, J., Billinton, R., El-Keib, A. A.: A study on transmission system expansion planning on the side of highest satisfaction level of decision maker. *KIEE Int. Trans. Power Eng.* **5-A**(1), 46-55 (2005)
99. Tran, T., Choi, J., Jeon, D., Chu, J., Thomas, R., Billinton, R.: A study on optimal reliability criterion determination for transmission system expansion planning. *KIEE Int. Trans. Power Eng.* **5-A**(1), 62-69 (2005)
100. Choi, J., El-Keib, A. A., Tran, T.: A fuzzy branch and bound-based transmission system expansion planning for the highest satisfaction level of the decision maker. *IEEE Trans. Power Syst.* **20**(1), 476-484 (2005)
101. Choi, J., Tran, T., El-Keib, A. A., Thomas, R., Oh, H., Billinton, R.: A method for transmission system expansion planning considering probabilistic reliability criteria. *IEEE Trans. Power Syst.* **20**(3), 1606-1615 (2005)
102. Oliveira, G. C., Binato, S., Pereira, M. V. F.: Value-based transmission expansion planning of hydro-thermal systems under uncertainty. *IEEE Trans. Power Syst.* **22**(4), 1429-1435 (2007)
103. Choi, J., Mount, T. D., Thomas, R. J.: Transmission expansion planning using contingency criteria. *IEEE Trans. Power Syst.* **22**(4), 2249-2261 (2007)
104. Barros, J. R. P., Melo, A. C. G., Leite da Silva, A. M.: An approach to the explicit consideration of unreliability costs in transmission expansion planning. *Eur. Trans. Electr. Power* **17**(4), 401-412 (2007)
105. Verma, A., Bijwe, P. R., Panigrahi, B. K.: Transmission network expansion planning with security constraints and uncertainty in load specifications. *Int. J. Emerg. Electr. Power Syst.* **9**(4), Article 6 (2008)

106. Fan, H., Cheng, H.: Transmission network expansion planning with security constraints based on bi-level linear programming. *Eur. Trans. Electr. Power* **19**(3), 388-399 (2009)
107. Kazerooni, A. K., Mutale, J.: Transmission network planning under security and environmental constraints. *IEEE Trans. Power Syst.* **25**(2), 1169-1178 (2010)
108. Akbari, T., Rahimi-Kian, A., Tavakoli Bina, M.: Security-constrained transmission expansion planning: a stochastic multi-objective approach. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **43**(1), 444-453 (2012)
109. Latorre-Bayona, G., Pérez-Arriaga, I. J.: CHOPIN, a heuristic model for long term transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **9**(4), 1886-1894 (1994)
110. Chaturvedi, R., Bhattacharya, K., Parikh, J.: Transmission planning for Indian power grid: a mixed integer programming approach. *Int. Trans. Oper. Res.* **6**(5), 465-482 (1999)
111. Akbari, T., Heidarzadeh, M., Siab, M. A., Abrosham, M.: Towards integrated planning: Simultaneous transmission and substation expansion planning. *Electr. Power Syst. Res.* **86**, 131-139 (2012)
112. Hemmati, R., Hooshmand, R.-A., Khodabakhshian, A.: Comprehensive review of generation and transmission expansion planning. *IET Gener. Transm. Distrib.* **7**(9), 955-964 (2013)
113. Anderson, D.: Models for determining least-cost investments in electricity supply. *Bell J. Econ. Manage. Sci.* **3**(1), 267-299 (1972)
114. Beglari, F., Laughton, M. A.: The combined costs method for optimal economic planning of an electrical power system. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **94**(6), 1935-1942 (1975)
115. Sawey, R. M., Zinn, C. D.: A mathematical model for long range expansion planning of generation and transmission in electric utility systems. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **96**(2), 657-666 (1977)
116. Van Horne, P. M., Garver, L. L., Miscally, A. E.: Transmission plans impacted by generation siting: a new study method. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **100**(5), 2563-2567 (1981)
117. Pereira, M. V. F., Pinto, L. M. V. G., Cunha, S. H. F., Oliveira, G. C.: A decomposition approach to automated generation/transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **104**(11), 3074-3083 (1985)
118. Siddiqi, S. N., Baughman, M. L.: Value-based transmission planning and the effects of network models. *IEEE Trans. Power Syst.* **10**(4), 1835-1842 (1995)
119. Samarakoon, H. M. D. R. H., Shrestha, R. M., Fujiwara, O.: A mixed integer linear programming model for transmission expansion planning with generation location selection. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **23**(4), 285-293 (2001)
120. Liu, G., Sasaki, H., Yorino, N.: Application of network topology to long range composite expansion planning of generation and transmission lines. *Electr. Power Syst. Res.* **57**(3), 157-162 (2001)
121. Duan, G., Yu, Y.: Problem-specific genetic algorithm for power transmission system planning. *Electr. Power Syst. Res.* **61**(1), 41-50 (2002)
122. Küçükyazıcı, B., Özdamar, L., Pokharel, S.: Developing concurrent investment plans for power generation and transmission. *Eur. J. Oper. Res.* **166**(2), 449-468 (2005)
123. López, J. A., Ponnambalam, K., Quintana, V. H.: Generation and transmission expansion under risk using stochastic programming. *IEEE Trans. Power Syst.* **22**(3), 1369-1378 (2007)
124. Sepasian, M. S., Seifi, H., Foroud, A. A., Hatami, A. R.: A multiyear security constrained hybrid generation-transmission expansion planning algorithm including fuel supply costs. *IEEE Trans. Power Syst.* **24**(3), 1609-1618 (2009)
125. Alizadeh, B., Jadid, S.: Reliability constrained coordination of generation and transmission expansion planning in power systems using mixed integer programming. *IET Gener. Transm. Distrib.* **5**(9), 948-960 (2011)
126. Khodaei, A., Shahidehpour, M., Wu, L., Li, Z.: Coordination of short-term operation constraints in multi-area expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **27**(4), 2242-2250 (2012)
127. Gupta, N., Shekhar, R., Kalra, P. K.: Congestion management based roulette wheel simulation for optimal capacity selection: probabilistic transmission expansion planning. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **43**(1), 1259-1266 (2012)

128. Sharan, I., Balasubramanian, R.: Integrated generation and transmission expansion planning including power and fuel transportation constraints. *Energy Policy* **43**, 275-284 (2012)
129. Krishnan, V., McCalley, J. D., Lemos, S., Bushnell, J.: Nation-wide transmission overlay design and benefits assessment for the U.S. *Energy Policy* **56**, 221-232 (2013)
130. Kanevce, A., Mishkovski, I., Kocarev, L.: Modeling long-term dynamical evolution of Southeast European power transmission system. *Energy (Oxf.)* **57**, 116-124 (2013)
131. O'Neill, R. P., Krall, E. A., Hedman, K. W., Oren, S. S.: A model and approach to the challenge posed by optimal power systems planning. *Math. Program.* **140**(2), 239-266 (2013)
132. Moon, G.-H., Kong, S.-B., Joo, S.-K., Ryu, H.-S., Kim, T.-H.: Stochastic integrated generation and transmission planning incorporating electric vehicle deployment. *J. Electr. Eng. Technol.* **8**(1), 1-10 (2013)
133. Fischl, R., Guvenis, A., Halpin, T. F.: Statistical power transmission network design. *IEEE Trans. Circuits Syst.* **29**(10), 679-687 (1982)
134. Leite da Silva, A. M., Ribeiro, S. M. P., Arienti, V. L., Allan, R. N., do Coutto Filho, M. B.: Probabilistic load flow techniques applied to power system expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **5**(4), 1047-1053 (1990)
135. Chanda, R. S., Bhattacharjee, P. K.: Transmission expansion planning: a fuzzy linear programming based approach. *J. Inst. Eng., India, Electr. Eng. Div.* **84**(DEC), 114-119 (2003)
136. Reis, F. S., Carvalho, P. M. S., Ferreira, L. A. F. M.: Reinforcement scheduling convergence in power systems transmission planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **20**(2), 1151-1157 (2005)
137. Silva, I. de J., Rider, M. J., Romero, R., Murari, C. A. F.: Transmission network expansion planning considering uncertainty in demand. *IEEE Trans. Power Syst.* **21**(4), 1565-1573 (2006)
138. Paulun, T.: Strategic expansion planning for electrical networks considering uncertainties. *Eur. Trans. Electr. Power* **16**(6), 661-671 (2006)
139. Andreoni, A. M., Garcia-Agreda, A., Strada, T. J., Saraiva, J. T.: Strategies for power systems expansion planning in a competitive electrical market. *Electr. Eng. (Berl.)* **89**(5), 433-441 (2007)
140. Jin, H., Cheng, H.: Flexible transmission network planning using the connection number. *Eur. Trans. Electr. Power* **18**(3), 313-325 (2008)
141. Wu, P., Cheng, H., Xing, J.: The interval minimum load cutting problem in the process of transmission network expansion planning considering uncertainty in demand. *IEEE Trans. Power Syst.* **23**(3), 1497-1506 (2008)
142. Yu, H., Chung, C. Y., Wong, K. P., Zhang, J. H.: A chance constrained transmission network expansion planning method with consideration of load and wind farm uncertainties. *IEEE Trans. Power Syst.* **24**(3), 1568-1576 (2009)
143. Cámac, D., Bastidas, R., Nadira, R., Dortolina, C., Merrill, H. M.: Transmission planning criteria and their application under uncertainty. *IEEE Trans. Power Syst.* **25**(4), 1996-2003 (2010)
144. Yu, H., Chung, C. Y., Wong, K. P.: Robust transmission network expansion planning method with Taguchi's orthogonal array testing. *IEEE Trans. Power Syst.* **26**(3), 1573-1580 (2011)
145. Delgado, D., Claro, J.: Transmission network expansion planning under demand uncertainty and risk aversion. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **44**(1), 696-702 (2013)
146. Moulin, L. S., Poss, M., Sagastizábal, C.: Transmission expansion planning with re-design. *Energy Syst. (Berl.)* **1**(2), 113-139 (2010)
147. Khodaei, A., Shahidehpour, M., Kamalinia, S.: Transmission switching in expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **25**(3), 1722-1733 (2010)
148. Villumsen, J. C., Philpott, A. B.: Investment in electricity networks with transmission switching. *Eur. J. Oper. Res.* **222**(2), 377-385 (2012)
149. Carrión, M., Arroyo, J. M., Alguacil, N.: Vulnerability-constrained transmission expansion planning: a stochastic programming approach. *IEEE Trans. Power Syst.* **22**(4), 1436-1445 (2007)

150. Alguacil, N., Carrión, M., Arroyo, J. M.: Transmission network expansion planning under deliberate outages. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **31**(9), 553-561 (2009)
151. Alguacil, N., Arroyo, J. M., Carrión, M.: Transmission network expansion planning under deliberate outages. En: Rebennack, S., et ál. (eds.) *Handbook of power systems I*, pp. 365-389. Springer, Heidelberg (2010)
152. Gilles, M. L.: Optimum HVAC-transmission expansion planning—a new formulation. *IEEE Trans. Power Syst.* **1**(1), 48-56 (1986)
153. Youssef, H. K., Hackam, R.: New transmission planning model. *IEEE Trans. Power Syst.* **4**(1), 9-18 (1989)
154. Levi, V. A., Popović, D. S.: Integrated methodology for transmission and reactive power planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **11**(1), 370-375 (1996)
155. Rider, M. J., Garcia, A. V., Romero, R.: Power system transmission network expansion planning using AC model. *IET Gener. Transm. Distrib.* **1**(5), 731-742 (2007)
156. McCalley, J., Kumar, R., Ajarapu, V., Volij, O., Liu, H., Jin, L., Shang, W.: Models for transmission expansion planning based on reconfigurable capacitor switching. En: Momoh, J., Mili, L. (eds.) *Economic market design and planning for electric power systems*, pp. 181-236. Wiley-IEEE Press, Hoboken (2010)
157. Rahmani, M., Rashidinejad, M., Carreno, E. M., Romero, R.: Efficient method for AC transmission network expansion planning. *Electr. Power Syst. Res.* **80**(9), 1056-1064 (2010)
158. Rahmani, M., Rashidinejad, M.: Integrated AC transmission network expansion and reactive power planning. *Electr. Comput. Eng. (Shiraz)* **35**(E2), 127-140 (2011)
159. Taylor, J. A., Hover, F. S.: Linear relaxations for transmission system planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **26**(4), 2533-2538 (2011)
160. Singh, K., Padhy, N. P., Sharma, J.: Transmission expansion planning including reactive power procurement in deregulated environment. *Electr. Power Compon. Syst.* **39**(13), 1403-1423 (2011)
161. Hooshmand, R., Hemmati, R., Parastegari, M.: Combination of AC transmission expansion planning and reactive power planning in the restructured power system. *Energy Convers. Manag.* **55**, 26-35 (2012)
162. Bent, R., Toole, G. L., Berscheid, A.: Transmission network expansion planning with complex power flow models. *IEEE Trans. Power Syst.* **27**(2), 904-912 (2012)
163. Mahmoudabadi, A., Rashidinejad, M.: An application of hybrid heuristic method to solve concurrent transmission network expansion and reactive power planning. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **45**(1), 71-77 (2013)
164. Asadamongkol, S., Eua-arporn, B.: Transmission expansion planning with AC model based on generalized Benders decomposition. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **47**, 402-407 (2013)
165. Dubey, H. M., Pandit, M., Sharma, J. D.: Transmission expansion planning in restructured power system: an overview. *J. Electr. Eng. (Timis.)* **10**(4), article 10.4.6 (2010)
166. Shrestha, G. B., Fonseca, P. A. J.: Congestion-driven transmission expansion in competitive power markets. *IEEE Trans. Power Syst.* **19**(3), 1658-1665 (2004)
167. Lu, W., Bompard, E., Napoli, R., Jiang, X.: Heuristic procedures for transmission planning in competitive electricity markets. *Electr. Power Syst. Res.* **77**(10), 1337-1348 (2007)
168. de la Torre, S., Conejo, A. J., Contreras, J.: Transmission expansion planning in electricity markets. *IEEE Trans. Power Syst.* **23**(1), 238-248 (2008)
169. Liu, H., Shen, Y., Zabinsky, Z. B., Liu, C.-C., Courts, A., Joo, S.-K.: Social welfare maximization in transmission enhancement considering network congestion. *IEEE Trans. Power Syst.* **23**(3), 1105-1114 (2008)
170. Parsa Moghaddam, M., Abdi, H., Javidi, M. H.: Probabilistic OPF approach for transmission expansion planning in restructured power systems. *Iran. J. Electr. Comput. Eng.* **7**(1), 23-28 (2008)

171. Garcés, L. P., Conejo, A. J., García-Bertrand, R., Romero, R.: A bilevel approach to transmission expansion planning within a market environment. *IEEE Trans. Power Syst.* **24**(3), 1513-1522 (2009)
172. Bresesti, P., Calisti, R., Cazzol, M. V., Gatti, A., Provenzano, D., Vaiani, A., Vailati, R.: The benefits of transmission expansions in the competitive electricity markets. *Energy (Oxf.)* **34**(3), 274-280 (2009)
173. Shariati, H., Askarian, H., Javidi, M. H.: Transmission expansion planning and cost allocation under market environments. *Energy sources, Part B Econ. Plan. Policy* **6**(2), 156-165 (2011)
174. Aguado, J. A., de la Torre, S., Contreras, J., Conejo, A. J., Martínez, A.: Market-driven dynamic transmission expansion planning. *Electr. Power Syst. Res.* **82**(1), 88-94 (2012)
175. Aguado, J. A., de la Torre, S., Contreras, J., Martínez, A.: Planning long-term network expansion in electric energy systems in multi-area settings. En: Sorokin, A., et ál. (eds.) *Handbook of networks in power systems I*, pp. 367-393. Springer, Heidelberg (2012)
176. Buygi, M. O., Shanechi, H. M., Shahidehpour, M.: Transmission planning in deregulated environments. *Int. J. Eng., Trans. A:Basics* **15**(3), 245-255 (2002)
177. Abdi, H., Parsa Moghaddam, M., Javidi, M. H.: A probabilistic approach to transmission expansion planning in deregulated power systems under uncertainties. *Iran. J. Electrical Electron. Engineer.* **1**(3), 43-52 (2005)
178. Hesamzadeh, M. R., Hosseinzadeh, N., Wolfs, P. J.: A multi-criteria decision framework for optimal augmentation of transmission grid – Addressing a tool for sensitive zone detection in electricity market. *Int. J. Emerg. Electr. Power Syst.* **9**(4), Article 7 (2008)
179. Sozer, S., Park, C. S., Valenzuela, J.: Economic analysis of electric power transmission expansion. *Eng. Econ.* **53**(4), 293-317 (2008)
180. Wang, Y., Cheng, H., Wang, C., Hu, Z., Yao, L., Ma, Z., Zhu, Z.: Pareto optimality-based multi-objective transmission planning considering transmission congestion. *Electr. Power Syst. Res.* **78**(9), 1619-1626 (2008)
181. Kamyab, G.-R., Fotuhi-Firuzabad, M., Rashidneyad, M.: Transmission expansion planning in restructured power systems considering investment cost and N-1 reliability. *J. Appl. Sci. (Faisalabad)* **8**(23), 4312-4320 (2008)
182. Maghouli, P., Hosseini, S. H., Buygi, M. O., Shahidehpour, M.: A multi-objective framework for transmission expansion planning in deregulated environments. *IEEE Trans. Power Syst.* **24**(2), 1051-1061 (2009)
183. Foroud, A. A., Abdoos, A. A., Keypour, R., Amirahmadi, M.: A multi-objective framework for dynamic transmission expansion planning in competitive electricity market. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **32**(8), 861-872 (2010)
184. Kamyab, G.-R., Fotuhi-Firuzabad, M., Rashidneyad, M.: Market-based transmission expansion planning under uncertainty in bids by fuzzy assessment. *J. Electr. Eng. Technol.* **7**(4), 468-479 (2012)
185. Tor, O. B., Guven, A. N., Shahidehpour, M.: Congestion-driven transmission planning considering the impact of generator expansion. *IEEE Trans. Power Syst.* **23**(2), 781-789 (2008)
186. Gil, H. A., da Silva, E. L., Galiana, F. D.: Modeling competition in transmission expansion. *IEEE Trans. Power Syst.* **17**(4), 1043-1049 (2002)
187. Xu, Z., Dong, Z. Y., Wong, K. P.: A hybrid planning method for transmission networks in a deregulated environment. *IEEE Trans. Power Syst.* **21**(2), 925-932 (2006)
188. Xu, Z., Dong, Z. Y., Wong, K. P.: Transmission planning in a deregulated environment. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **153**(3), 326-334 (2006)
189. Shrestha, G. B., Fonseka, P. A. J.: Optimal transmission expansion under different market structures. *IET Gener. Transm. Distrib.* **1**(5), 697-706 (2007)
190. Contreras, J., Garcia, R. C., Garcia, J. B. C., van Akkeren, M.: A binomial tree model for investment in transmission assets. *Int. J. Electron. Bus. Manag.* **5**(3), 163-172 (2007)
191. Fan, H., Cheng, H.: Multistage transmission network expansion planning in competitive electricity market based on bi-level programming method. *Eur. Trans. Electr. Power* **21**(5), 1719-1730 (2011)

192. Cruz-Rodríguez, R. D., Latorre-Bayona, G.: HIPER: interactive tool for mid-term transmission expansion planning in a deregulated environment. *IEEE Power Eng. Rev.* **20**(11), 61-62 (2000)
193. Fang, R., Hill, D. J.: A new strategy for transmission expansion in competitive electricity markets. *IEEE Trans. Power Syst.* **18**(1), 374-380 (2003)
194. Bustamante-Cedeño, E., Arora, S.: Stochastic and minimum regret formulations for transmission network expansion planning under uncertainties. *J. Oper. Res. Soc.* **59**(11), 1547-1556 (2008)
195. Zhao, J. H., Dong, Z. Y., Lindsay, P., Wong, K. P.: Flexible transmission expansion planning with uncertainties in an electricity market. *IEEE Trans. Power Syst.* **24**(1), 479-488 (2009)
196. Maghouli, P., Hosseini, S. H., Buygi, M. O., Shahidehpour, M.: A scenario-based multi-objective model for multi-stage transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **26**(1), 470-478 (2011)
197. Cedeño, E. B., Arora, S.: Performance comparison of transmission network expansion planning under deterministic and uncertain conditions. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **33**(7), 1288-1295 (2011)
198. Rahmani, M., Romero, R. A., Rider, M. J.: Risk/investment-driven transmission expansion planning with multiple scenarios. *IET Gener. Transm. Distrib.* **7**(2), 154-165 (2013)
199. Buygi, M. O., Balzer, G., Shanechi, H. M., Shahidehpour, M.: Market-based transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **19**(4), 2060-2067 (2004)
200. Sánchez-Martín, P., Ramos, A., Alonso, J. F.: Probabilistic midterm transmission planning in a liberalized market. *IEEE Trans. Power Syst.* **20**(4), 2135-2142 (2005)
201. Yang, N., Wen, F.: A chance constrained programming approach to transmission system expansion planning. *Electr. Power Syst. Res.* **75**(2-3), 171-177 (2005)
202. Buygi, M. O., Shanechi, H. M., Balzer, G., Shahidehpour, M., Pariz, N.: Network planning in unbundled power systems. *IEEE Trans. Power Syst.* **21**(3), 1379-1387 (2006)
203. Motamedi, A., Zareipour, H., Buygi, M. O., Rosehart, W. D.: A transmission planning framework considering future generation expansions in electricity markets. *IEEE Trans. Power Syst.* **25**(4), 1987-1995 (2010)
204. Roh, J. H., Shahidehpour, M., Fu, Y.: Market-based coordination of transmission and generation capacity planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **22**(4), 1406-1419 (2007)
205. Roh, J. H., Shahidehpour, M., Wu, L.: Market-based generation and transmission planning with uncertainties. *IEEE Trans. Power Syst.* **24**(3), 1587-1598 (2009)
206. Contreras, J., Wu, F. F.: Coalition formation in transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **14**(3), 1144-1152 (1999)
207. Contreras, J., Wu, F. F.: A kernel-oriented algorithm for transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **15**(4), 1434-1440 (2000)
208. Yen, J., Yan, Y., Contreras, J., Ma, P., Wu, F. F.: Multi-agent approach to the planning of power transmission expansion. *Decis. Support Syst.* **28**(3), 279-290 (2000)
209. Zolezzi, J. M., Rudnick, H.: Transmission cost allocation by cooperative games and coalition formation. *IEEE Trans. Power Syst.* **17**(4), 1008-1015 (2002)
210. Evans, F., Zolezzi, J. M., Rudnick, H.: Cost assignment model for electrical transmission system expansion: an approach through the kernel theory. *IEEE Trans. Power Syst.* **18**(2), 625-632 (2003)
211. Erli, G., Takahasi, K., Chen, L., Kurihara, I.: Transmission expansion cost allocation based on cooperative game theory for congestion relief. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **27**(1), 61-67 (2005)
212. Sauma, E. E., Oren, S. S.: Proactive planning and valuation of transmission investments in restructured electricity markets. *J. Regul. Econ.* **30**(3), 358-387 (2006)
213. Minoia, A., Ernst, D., Dicorato, M., Trovato, M., Ilic, M.: Reference transmission network: a game theory approach. *IEEE Trans. Power Syst.* **21**(1), 249-259 (2006)
214. Ruiz, P. A., Contreras, J.: An effective transmission network expansion cost allocation based on game theory. *IEEE Trans. Power Syst.* **22**(1), 136-144 (2007)
215. Sauma, E. E., Oren, S. S.: Economic criteria for planning transmission investment in restructured electricity markets. *IEEE Trans. Power Syst.* **22**(4), 1394-1405 (2007)

216. Contreras, J., Gross, G., Arroyo, J. M., Muñoz, J. I.: An incentive-based mechanism for transmission asset investment. *Decis. Support Syst.* **47**(1), 22-31 (2009)
217. Hariyanto, N., Nurdin, M., Haroen, Y., Machbub, C.: Decentralized and simultaneous generation and transmission expansion planning through cooperative game theory. *International Journal on Electrical Engineering and Informatics* **1**(2), 149-164 (2009)
218. Hesamzadeh, M. R., Hosseinzadeh, N., Wolfs, P. J.: Transmission system augmentation based on the concepts of quantity withheld and monopoly rent for reducing market power. *IEEE Trans. Power Syst.* **25**(1), 167-180 (2010)
219. Hesamzadeh, M. R., Hosseinzadeh, N., Wolfs, P. J.: A leader–followers model of transmission augmentation for considering strategic behaviours of generating companies in energy markets. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **32**(5), 358-367 (2010)
220. Sauma, E. E., Oren, S. S.: Alternative economic criteria and proactive planning for transmission investment in deregulated power systems. En: Momoh, J., Mili, L. (eds.) *Economic market design and planning for electric power systems*, pp. 45-70. Wiley-IEEE Press, Hoboken (2010)
221. Pozo, D., Contreras, J., Sauma, E.: If you build it, he will come: anticipative power transmission planning. *Energy Econ.* **36**, 135-146 (2013)
222. Pozo, D., Sauma, E. E., Contreras, J.: A three-level static MILP model for generation and transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **28**(1), 202-210 (2013)
223. Molina, J. D., Contreras, J., Rudnick, H.: A principal-agent approach to transmission expansion—part I: regulatory framework. *IEEE Trans. Power Syst.* **28**(1), 256-263 (2013)
224. Molina, J. D., Contreras, J., Rudnick, H.: A principal-agent approach to transmission expansion—part II: case studies. *IEEE Trans. Power Syst.* **28**(1), 264-271 (2013)
225. Fischlein, M., Wilson, E. J., Peterson, T. R., Stephens, J. C.: States of transmission: moving towards large-scale wind power. *Energy Policy* **56**, 101-113 (2013)
226. Ault, G. W., Bell, K. R. W., Galloway, S. J.: Calculation of economic transmission connection capacity for wind power generation. *IET Renew. Power Gener.* **1**(1), 61-69 (2007)
227. Chattopadhyay, D.: Scale efficient network development to support renewable generation development. *IEEE Trans. Sustain. Energy* **2**(3), 329-339 (2011)
228. Gu, Y., McCalley, J. D., Ni, M.: Coordinating large-scale wind integration and transmission planning. *IEEE Trans. Sustain. Energy* **3**(4), 652-659 (2012)
229. Moeini-Aghtaie, M., Abbaspour, A., Fotuhi-Firuzabad, M.: Incorporating large-scale distant wind farms in probabilistic transmission expansion planning—part I: theory and algorithm. *IEEE Trans. Power Syst.* **27**(3), 1585-1593 (2012)
230. Moeini-Aghtaie, M., Abbaspour, A., Fotuhi-Firuzabad, M.: Incorporating large-scale distant wind farms in probabilistic transmission expansion planning—part II: case studies. *IEEE Trans. Power Syst.* **27**(3), 1594-1601 (2012)
231. Leite da Silva, A. M., da Fonseca Manso, L. A., de Sousa Sales, W., Flávio, S. A., Anders, G. J., de Resende, L. C.: Chronological power flow for planning transmission systems considering intermittent sources. *IEEE Trans. Power Syst.* **27**(4), 2314-2322 (2012)
232. Hasan, K. N., Saha, T. K., Eghbal, M., Chattopadhyay, D.: Review of transmission schemes and case studies for renewable power integration into the remote grid. *Renew. Sustain. Energy Rev.* **18**, 568-582 (2013)
233. Baringo, L., Conejo, A. J.: Transmission and wind power investment. *IEEE Trans. Power Syst.* **27**(2), 885-893 (2012)
234. Obersteiner, C.: The influence of interconnection capacity on the market value of wind power. *WIREs Energy Environ.* **1**(2), 225-232 (2012)
235. Haller, M., Ludig, S., Bauer, N.: Bridging the scales: a conceptual model for coordinated expansion of renewable power generation, transmission and storage. *Renew. Sustain. Energy Rev.* **16**(5), 2687-2695 (2012)

236. Zhang, F., Hu, Z., Song, Y.: Mixed-integer linear model for transmission expansion planning with line losses and energy storage systems. *IET Gener. Transm. Distrib.* **7**(8), 919-928 (2013)
237. Schaber, K., Steinke, F., Mühlich, P., Hamacher, T.: Parametric study of variable renewable energy integration in Europe: advantages and costs of transmission grid extensions. *Energy Policy* **42**, 498-508 (2012)
238. Schaber, K., Steinke, F., Hamacher, T.: Transmission grid extensions for the integration of variable renewable energies in Europe: who benefits where? *Energy Policy* **43**, 123-135 (2012)
239. Fürsch, M., Hagspiel, S., Jägemann, C., Nagl, S., Lindenberger, D., Tröster, E.: The role of grid extensions in a cost-efficient transformation of the European electricity system until 2050. *Appl. Energy* **104**, 642-652 (2013)
240. Spiecker, S., Vogel, P., Weber, C.: Evaluating interconnector investments in the north European electricity system considering fluctuating wind power penetration. *Energy Econ.* **37**, 114-127 (2013)
241. Jaehnert, S., Wolfgang, O., Farahmand, H., Völler, S., Huertas-Hernando, D.: Transmission expansion planning in Northern Europe in 2030—methodology and analyses. *Energy Policy* **61**, 125-139 (2013)
242. Martínez-Anido, C. B., Vandenberg, M., de Vries, L., Alecu, C., Purvins, A., Fulli, G., Huld, T.: Medium-term demand for European cross-border electricity transmission capacity. *Energy Policy* **61**, 207-222 (2013)
243. Fernandes, C., Frías, P., Olmos, L.: Expanding interconnection capacity to integrate intermittent generation in the Iberian Peninsula. *IET Renew. Power Gener.* **7**(1), 45-54 (2013)
244. Smith, J. C., Osborn, D., Zavadil, R., Lasher, W., Gómez-Lázaro, E., Estanqueiro, A., Trotscher, T., Tande, J., Korpås, M., Van Hulle, F., Holttinen, H., Orths, A., Burke, D., O'Malley, M., Dobschinski, J., Rawn, B., Gibescu, M., Dale, L.: Transmission planning for wind energy in the United States and Europe: status and prospects. *WIREs Energy Environ.* **2**(1), 1-13 (2013)
245. Henderson, M., Gagnon, J., Bertagnolli, D., Hosie, B., DeShazo, G. L., Silverstein, B.: Building a plan for HVDC. *IEEE Power & Energy Mag.* **5**(2), 52-60 (2007)
246. Lotfjou, A., Fu, Y., Shahidehpour, M.: Hybrid AC/DC transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Deliv.* **27**(3), 1620-1628 (2012)
247. Mutale, J., Strbac, G.: Transmission network reinforcement versus FACTS: an economic assessment. *IEEE Trans. Power Syst.* **15**(3), 961-967 (2000)
248. Shrestha, G. B., Fonseka, P. A. J.: Flexible transmission and network reinforcements planning considering congestion alleviation. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **153**(5), 591-598 (2006)
249. Blanco, G., Olsina, F., Garcés, F., Rehtanz, C.: Real option valuation of FACTS investments based on the least square Monte Carlo method. *IEEE Trans. Power Syst.* **26**(3), 1389-1398 (2011)
250. Blanco, G., Waniek, D., Olsina, F., Garcés, F., Rehtanz, C.: Flexible investment decisions in the European interconnected transmission system. *Electr. Power Syst. Res.* **81**(4), 984-994 (2011)
251. Shu, J., Wu, L., Li, Z., Shahidehpour, M., Zhang, L., Han, B.: A new method for spatial power network planning in complicated environments. *IEEE Trans. Power Syst.* **27**(1), 381-389 (2012)
252. Walter, K., Bosch, S.: Intercontinental cross-linking of power supply - calculating an optimal power line corridor from North Africa to Central Europe. *Energy, sustain. soc.* **3**:14 (2013)
253. Levitin, A.: Introduction to the design and analysis of algorithms, 3rd ed. Pearson, Boston (2012)
254. Knight, U. G. W.: The logical design of electrical networks using linear programming methods. *Proc. Inst. Electr. Eng., A Power Eng.* **107**(33), 306-319 (1960)
255. Burstall, R. M.: Computer design of electricity supply networks by a heuristic method. *Comput. J.* **9**(3), 263-274 (1966)
256. Levi, V. A.: A new mixed-integer methodology for optimal transmission expansion planning. *Electr. Power Syst. Res.* **32**(3), 227-238 (1995)
257. Haffner, S., Monticelli, A., Garcia, A., Romero, R.: Specialised branch-and-bound algorithm for transmission network expansion planning. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **148**(5), 482-488 (2001)

258. Rider, M. J., Garcia, A. V., Romero, R.: Transmission system expansion planning by a branch-and-bound algorithm. *IET Gener. Transm. Distrib.* **2**(1), 90-99 (2008)
259. Romero, R., Monticelli, A.: A zero-one implicit enumeration method for optimizing investments in transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **9**(3), 1385-1391 (1994)
260. Oliveira, G. C., Costa, A. P. C., Binato, S.: Large scale transmission network planning using optimization and heuristic techniques. *IEEE Trans. Power Syst.* **10**(4), 1828-1834 (1995)
261. Haffner, S., Monticelli, A., Garcia, A., Mantovani, J., Romero, R.: Branch and bound algorithm for transmission system expansion planning using a transportation model. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **147**(3), 149-156 (2000)
262. Romero, R., Rocha, C., Mantovani, M., Mantovani, J. R. S.: Analysis of heuristic algorithms for the transportation model in static and multistage planning in network expansion systems. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **150**(5), 521-526 (2003)
263. Romero, R., Rocha, C., Mantovani, J. R. S., Sánchez, I. G.: Constructive heuristic algorithm for the DC model in network transmission expansion planning. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **152**(2), 277-282 (2005)
264. Sánchez, I. G., Romero, R., Mantovani, J. R. S., Garcia, A.: Interior point algorithm for linear programming used in transmission network synthesis. *Electr. Power Syst. Res.* **76**(1-3), 9-16 (2005)
265. Sánchez, I. G., Romero, R., Mantovani, J. R. S., Rider, M. J.: Transmission-expansion planning using the DC model and nonlinear-programming technique. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **152**(6), 763-769 (2005)
266. Romero, R., Asada, E. N., Carreño, E., Rocha, C.: Constructive heuristic algorithm in branch-and-bound structure applied to transmission network expansion planning. *IET Gener. Transm. Distrib.* **1**(2), 318-323 (2007)
267. Sousa, A. S., Asada, E. N.: Combined heuristic with fuzzy system to transmission system expansion planning. *Electr. Power Syst. Res.* **81**(1), 123-128 (2011)
268. Serna, C., Durán, J., Camargo, A.: A model for expansion planning of transmission systems: a practical application example. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **97**(2), 610-615 (1978)
269. Pereira, M. V. F., Pinto, L. M. V. G.: Application of sensitivity analysis of load supplying capability to interactive transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **104**(2), 381-389 (1985)
270. Levi, V. A., Čalović, M. S.: A new decomposition based method for optimal expansion planning of large transmission networks. *IEEE Trans. Power Syst.* **6**(3), 937-943 (1991)
271. Levi, V. A., Čalović, M. S.: Linear-programming-based decomposition method for optimal planning of transmission network investments. *IEE Proc. C* **140**(6), 516-522 (1993)
272. Bustamante-Cedeño, E., Arora, S.: Multi-step simultaneous changes constructive heuristic algorithm for transmission network expansion planning. *Electr. Power Syst. Res.* **79**(4), 586-594 (2009)
273. Seifi, H., Sepasian, M. S., Haghghat, H., Foroud, A. A., Yousefi, G. R., Rae, S.: Multi-voltage approach to long-term network expansion planning. *IET Gener. Transm. Distrib.* **1**(5), 826-835 (2007)
274. Seifi, H., Sepasian, M. S.: *Electric power system planning: issues, algorithms and solutions*. Springer, Heidelberg (2011)
275. Baldwin, C. J., Desalvo, C. A., Hoffman, C. H., Ku, W. S.: A model for transmission planning by logic. *Trans. Am. Inst. Electr. Eng., 3, Power Appar. Syst.* **78**(4), 1638-1643 (1960)
276. Whysong, J. L., Uram, R., Brown, H. E., King, C. W., Desalvo, C. A.: Computer program for automatic transmission planning. *Trans. Am. Inst. Electr. Eng., 3, Power Appar. Syst.* **81**(3), 774-781 (1963)
277. Desalvo, C. A., Smith, H. L.: Automatic transmission planning with AC load flow and incremental transmission loss evaluation. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **84**(2), 156-163 (1965)
278. Boardman, J. T., Hogg, B. W.: Computer method for design of electricity-supply networks. *Proc. Inst. Electr. Eng.* **119**(7), 851-856 (1972)
279. Richards, I., Boardman, J. T.: Maximin algorithms for interactive synthesis of electricity-supply networks. *Proc. Inst. Electr. Eng.* **122**(11), 1235-1240 (1975)

280. Green, J. R., Boardman, J. T.: Security synthesis algorithm for electricity-supply networks. *Proc. Inst. Electr. Eng.* **123**(11), 1213-1216 (1976)
281. Meckiff, C. C., Boardman, J. T., Richards, I., Green, J. R.: Comparative analysis of heuristic synthesis methods for electricity transmission networks. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **98**(1), 187-196 (1979)
282. Meckiff, C. C., Boardman, J. T.: Circuit optimisation algorithm for electrical networks using dynamic contingency analysis. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **100**(5), 2343-2349 (1981)
283. Gendreau, M., Potvin, J. (eds.): *Handbook of metaheuristics*, 2nd ed. Springer, New York (2010)
284. Rudnick, H., Palma, R., Cura, E., Silva, C.: Economically adapted transmission systems in open access schemes—application of genetic algorithms. *IEEE Trans. Power Syst.* **11**(3), 1427-1440 (1996)
285. Gallego, R. A., Monticelli, A., Romero, R.: Transmission system expansion planning by an extended genetic algorithm. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **145**(3), 329-335 (1998)
286. da Silva, E. L., Gil, H. A., Areiza, J. M.: Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm. *IEEE Trans. Power Syst.* **15**(3), 1168-1175 (2000)
287. Gil, H. A., da Silva, E. L.: A reliable approach for solving the transmission network expansion planning problem using genetic algorithms. *Electr. Power Syst. Res.* **58**(1), 45-51 (2001)
288. Sadegheih, A., Drake, P. R.: Network planning using iterative improvement methods and heuristic techniques. *Int. J. Eng., Trans. A: Basics* **15**(1), 63-74 (2002)
289. Romero, R., Rider, M. J., Silva, I. de J.: A metaheuristic to solve the transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **22**(4), 2289-2291 (2007)
290. Forghani, M. A., Seyed-Esfahani, M., Rashidinejad, M., Farahmand, H.: A goal attainment model for transmission expansion planning using a meta heuristic technique. *Iran. J. Sci. Technol., Trans. B Eng.* **32**(B3), 235-247 (2008)
291. Jalilzadeh, S., Kazemi, A., Shayeghi, H., Mahdavi, M.: Technical and economic evaluation of voltage level in transmission network expansion planning using GA. *Energy Convers. Manag.* **49**(5), 1119-1125 (2008)
292. Shayeghi, H., Jalilzadeh, S., Mahdavi, M., Hadadian, H.: Studying influence of two effective parameters on network losses in transmission expansion planning using DCGA. *Energy Convers. Manag.* **49**(11), 3017-3024 (2008)
293. Shayeghi, H., Mahdavi, M.: Studying the effect of losses coefficient on transmission expansion planning using decimal codification based GA. *Int. J. Tech. Phys. Probl. Eng.* **1**(1), 58-64 (2009)
294. Shayeghi, H., Mahdavi, M.: Genetic algorithm based studying of bundle lines effect on network losses in transmission network expansion planning. *J. Electr. Eng.* **60**(5), 237-245 (2009)
295. Mahdavi, M., Shayeghi, H., Kazemi, A.: DCGA based evaluating role of bundle lines in TNEP considering expansion of substations from voltage level point of view. *Energy Convers. Manag.* **50**(8), 2067-2073 (2009)
296. Jalilzadeh, S., Shayeghi, H., Mahdavi, M., Hadadian, H.: A GA based transmission network expansion planning considering voltage level, network losses and number of bundle lines. *Am. J. Appl. Sci.* **6**(5), 987-994 (2009)
297. Shayeghi, H., Mahdavi, M., Kazemi, A., Shayanfar, H. A.: Studying effect of bundle lines on TNEP considering network losses using decimal codification genetic algorithm. *Energy Convers. Manag.* **51**(12), 2685-2691 (2010)
298. Cadini, F., Zio, E., Petrescu, C. A.: Optimal expansion of an existing electrical power transmission network by multi-objective genetic algorithms. *Reliab. Eng. Syst. Saf.* **95**(3), 173-181 (2010)
299. Shivaie, M., Sepasian, M. S., Sheikh-El-Eslami, M. K.: Multi-objective transmission expansion planning using fuzzy-genetic algorithm. *Electr. Comput. Eng. (Shiraz)* **35**(E2), 141-159 (2011)
300. Buijs, P., Belmans, R.: Transmission investments in a multilateral context. *IEEE Trans. Power Syst.* **27**(1), 475-483 (2012)
301. Ceciliano, J. L., Nieva, R.: Planeación de la expansión de transmisión con programación evolutiva. *Bol. I.I.E.* **23**(4), 174-180 (1999)

302. Sum-Im, T., Taylor, G. A., Irving, M. R., Song, Y. H.: Differential evolution algorithm for static and multistage transmission expansion planning. *IET Gener. Transm. Distrib.* **3**(4), 365-384 (2009)
303. Georgilakis, P. S.: Market-based transmission expansion planning by improved differential evolution. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **32**(5), 450-456 (2010)
304. Georgilakis, P. S.: Differential evolution solution to transmission expansion planning problem. En: Re-bennack, S., et ál. (eds.) *Handbook of power systems I*, pp. 409-427. Springer, Heidelberg (2010)
305. Romero, R., Gallego, R. A., Monticelli, A.: Transmission system expansion planning by simulated annealing. *IEEE Trans. Power Syst.* **11**(1), 364-369 (1996)
306. Gallego, R. A., Alves, A. B., Monticelli, A., Romero, R.: Parallel simulated annealing applied to long term transmission network expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **12**(1), 181-188 (1997)
307. Verma, A., Panigrahi, B. K., Bijwe, P. R.: Harmony search algorithm for transmission network expansion planning. *IET Gener. Transm. Distrib.* **4**(6), 663-673 (2010)
308. Verma, A., Bijwe, P. R., Panigrahi, B. K.: A metaheuristic approach for transmission system expansion planning. En: Panigrahi, B. K., et ál. (eds.) *Computational intelligence in power engineering*, pp. 367-379. Springer, Heidelberg (2010)
309. Wen, F., Chang, C. S.: Transmission network optimal planning using the tabu search method. *Electr. Power Syst. Res.* **42**(2), 153-163 (1997)
310. Gallego, R. A., Romero, R., Monticelli, A. J.: Tabu search algorithm for network synthesis. *IEEE Trans. Power Syst.* **15**(2), 490-495 (2000)
311. da Silva, E. L., Areiza, J. M., de Oliveira, G. C., Binato, S.: Transmission network expansion planning under a tabu search approach. *IEEE Trans. Power Syst.* **16**(1), 62-68 (2001)
312. Binato, S., de Oliveira, G. C., de Araújo, J. L.: A greedy randomized adaptive search procedure for transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **16**(2), 247-253 (2001)
313. Faria, H., Binato, S., Resende, M. G. C., Falcão, D. M.: Power transmission network design by greedy randomized adaptive path relinking. *IEEE Trans. Power Syst.* **20**(1), 43-49 (2005)
314. Jin, Y., Cheng, H., Yan, J., Zhang, L.: New discrete method for particle swarm optimization and its application in transmission network expansion planning. *Electr. Power Syst. Res.* **77**(3-4), 227-233 (2007)
315. Shayeghi, H., Mahdavi, M., Bagheri, A.: Discrete PSO algorithm based optimization of transmission lines loading in TNEP problem. *Energy Convers. Manag.* **51**(1), 112-121 (2010)
316. Shayeghi, H., Mahdavi, M., Bagheri, A.: An improved DPSO with mutation based on similarity algorithm for optimization of transmission lines loading. *Energy Convers. Manag.* **51**(12), 2715-2723 (2010)
317. Bolaños, R. A., Correa, C. A., Echeverri, M. G.: Optimización por colonia de hormigas aplicada al problema de planeamiento de la transmisión. *Rev. Ing. (Univ. de los Andes.* 1991) **30**, 33-40 (2009)
318. Leite da Silva, A. M., Rezende, L. S., Manso, L. A. F., de Resende, L. C.: Reliability worth applied to transmission expansion planning based on ant colony system. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **32**(10), 1077-1084 (2010)
319. Wang, C., Cheng, H.: Transmission network optimal planning based on plant growth simulation algorithm. *Eur. Trans. Electr. Power* **19**(2), 291-301 (2009)
320. Qu, G., Cheng, H., Yao, L., Ma, Z., Zhu, Z.: Transmission surplus capacity based power transmission expansion planning. *Electr. Power Syst. Res.* **80**(1), 19-27 (2010)
321. Eshragh, A., Filar, J., Nazar, A.: A projection-adapted cross entropy (PACE) method for transmission network planning. *Energy Syst. (Berl.)* **2**(2), 189-208 (2011)
322. Gallego, R. A., Monticelli, A., Romero, R.: Comparative studies on non-convex optimization methods for transmission network expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.* **13**(3), 822-828 (1998)
323. Al-Saba, T., El-Amin, I.: The application of artificial intelligent tools to the transmission expansion problem. *Electr. Power Syst. Res.* **62**(2), 117-126 (2002)
324. Sadegheih, A.: Optimization of network planning by the novel hybrid algorithms of intelligent optimization techniques. *Energy (Oxf.)* **34**(10), 1539-1551 (2009)

325. Silberholz, J., Golden, B.: Comparison of metaheuristics. En: Gendreau, M., Potvin, J. (eds.) *Handbook of metaheuristics*, 2nd ed., pp. 625-640. Springer, New York (2010)
326. Sadegheih, A.: A novel method for designing and optimization of networks. *Int. J. Eng., Trans. A: Basics* **20**(1), 17-26 (2007)
327. Sadegheih, A., Drake, P. R.: System network planning expansion using mathematical programming, genetic algorithms and tabu search. *Energy Convers. Manag.* **49**(6), 1557-1566 (2008)
328. Sadegheih, A.: New formulation and analysis of the system planning expansion model. *Eur. Trans. Electr. Power* **19**(2), 240-257 (2009)
329. Sadegheih, A.: A novel formulation of carbon emissions costs for optimal design configuration of system transmission planning. *Renew. Energy* **35**(5), 1091-1097 (2010)
330. Mahdavi, M., Bagheri, A., Mahdavi, E.: Comparing efficiency of PSO with GA in transmission expansion planning considering network adequacy. *WSEAS Trans. Power Syst.* **7**(1), 34-43 (2012)
331. Galiana, F. D., McGillis, D. T., Marin, M. A.: Expert systems in transmission planning. *Proc. IEEE* **80**(5), 712-726 (1992)
332. Teive, R. C. G., Silva, E. L., Fonseca, L. G. S.: A cooperative expert system for transmission expansion planning of electrical power systems. *IEEE Trans. Power Syst.* **13**(2), 636-642 (1998)
333. Kandil, M. S., El-Debeiky, S. M., Hasanien, N. E.: Rule-based system for determining unit locations of a developed generation expansion plan for transmission planning. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **147**(1), 62-68 (2000)
334. Kandil, M. S., El-Debeiky, S. M., Hasanien, N. E.: Hybrid mathematical and rule-based system for transmission network planning in open access schemes. *IEE Proc., Gener. Transm. Distrib.* **148**(5), 455-462 (2001)
335. Gajbhiye, R. K., Naik, D., Dambhare, S., Soman, S. A.: An expert system approach for multi-year short-term transmission system expansion planning: an Indian experience. *IEEE Trans. Power Syst.* **23**(1), 226-237 (2008)
336. Holland, J. H.: *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. The MIT Press, Cambridge (1992)
337. Goldberg, D. E.: *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley, Reading (1989)
338. Ahn, C. W.: *Advances in evolutionary algorithms: theory, design and practice*. Springer, Heidelberg (2006)
339. Reeves, C. R.: Genetic algorithms. En: Gendreau, M., Potvin, J. (eds.) *Handbook of metaheuristics*, 2nd ed., pp. 109-139. New York, Heidelberg (2010)
340. Charbonneau, P.: Genetic algorithms in astronomy and astrophysics. *Astrophys. J., Suppl. Ser.* **101**, 309-334 (1995)
341. Charbonneau, P., Knapp, B.: *A user's guide to PIKAIA 1.0*, NCAR Technical Note 418+IA. National Center for Atmospheric Research, Boulder (1995)
342. Charbonneau, P.: *Release notes for PIKAIA 1.2*, NCAR Technical Note 451+STR. National Center for Atmospheric Research, Boulder (2002)
343. Gen, M., Cheng, R.: *Genetic algorithms and engineering optimization*. Wiley, New York (2000)
344. Alves da Silva, A. P., Falcão, D. M.: Fundamental of genetic algorithms. En: Lee, K. Y., El-Sharkawi, M. A. (eds.) *Modern heuristic optimization techniques: theory and applications to power systems*, pp. 25-42. Wiley-IEEE Press, Hoboken (2008)
345. Reeves, C. R.: Using genetic algorithms with small populations. En: Forrest, S. (ed.) *Proceedings of the 5th international conference on genetic algorithms*, pp. 92-99. Morgan Kaufmann, San Mateo (1993)
346. Reeves, C. R., Rowe, J. E.: *Genetic algorithms—principles and perspectives*. Kluwer Academic Publishers, New York (2002)
347. Inusah, S., Kozubowski, T. J.: A discrete analogue of the Laplace distribution. *J. Stat. Plan. Inference* **136**(3), 1090-1102 (2006)

348. Hoare, C. A. R.: Quicksort. *Comput. J.* **5**(1), 10-15 (1962)
349. Sedgewick, R.: Implementing Quicksort programs. *Commun. ACM* **21**(10), 847-857 (1978)
350. Beasley, D., Bull, D. R., Martin, R. R.: An overview of genetic algorithms: part 1, fundamentals. *Univ. Comput.* **15**(2), 58-69 (1993)
351. Beasley, D., Bull, D. R., Martin, R. R.: An overview of genetic algorithms: part 2, research topics. *Univ. Comput.* **15**(4), 170-181 (1993)
352. Yu, X., Gen, M.: *Introduction to evolutionary algorithms*. Springer, London (2010)
353. Leemis, L. H., Park, S. K.: *Discrete-event simulation: a first course*. Prentice Hall, Upper Saddle River (2006)
354. Park, S. K., Miller, K. W.: Random number generators: good ones are hard to find. *Commun. ACM* **31**(10), 1192-1201 (1988)
355. Park, S. K., Miller, K. W., Stockmeyer, P. K.: Remarks on choosing and implementing random number generators. *Commun. ACM* **36**(7), 108-110 (1993)
356. Eiben, Á. E., Hinterding, R., Michalewicz, Z.: Parameter control in evolutionary algorithms. *IEEE Trans. Evol. Comput.* **3**(2), 124-141 (1999)
357. Michalewicz, Z., Fogel, D. B.: *How to solve it: modern heuristics*, 2nd ed. Springer, Heidelberg (2004)
358. Fylstra, D., Lasdon, L., Watson, J., Waren, A.: Design and use of the Microsoft Excel Solver. *Interfaces (Providence)* **28**(5), 29-55 (1998)
359. LeBlanc, L. J., Galbreth, M. R.: Implementing large-scale optimization models in Excel using VBA. *Interfaces (Providence)* **37**(4), 370-382 (2007)
360. Denardo, E. V.: *Linear programming and generalizations: a problem-based introduction with spreadsheets*. Springer, New York (2011)
361. Baker, K. R.: *Optimization modeling with spreadsheets*, 2nd ed. Wiley, Hoboken (2011)
362. Reliability test system task force of the application of probability methods subcommittee: IEEE reliability test system. *IEEE Trans. Power Appar. Syst.* **98**(6), 2047-2054 (1979)