UNIVERSIDAD LITERARIA DE OVIEDO

DISCURSO

LEÍDO EN LA SOLEMNE APERTURA

DEL

CURSO ACADÉMICO DE 1910 Á 1911

POR EL DOCTOR

D. JOSE MUR Y AINSA

CATEDRÁTICO NUMERARIO POR OPOSICIÓN DE GEOMETRÍA

EN LA

FACULTAD DE CIENCIAS

OVIEDO:

ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO

CALLE CANÓNIGA 18

1910

Ilmo. Sr.:

Señores:

HACE algunos años un querido amigo mío, cuyos días, por un sarcasmo de la suerte, habían transcurrido monótonos entre el *debe* y *haber* de las cuentas corrientes, mientras su alma de artista soñaba con los aplausos del público, escribió, para el teatro, una obrita romántica, original, según él, porque de nadie la había servilmente copiado; pero en realidad, abigarrado conjunto de reminiscencias juveniles, evocadas al declinar de una vida que atrofiara su facultad creadora, y dadas á luz, cuando aquel romanticismo que un día sacudiera los nervios de nuestras muchedumbres, era sustituído en la literatura por un nuevo género, que hablaba á la inteligencia, mas no al sentimiento, al espíritu de observación de la realidad, mas no á esa otra fuerza misteriosa, cuya acción intensamente reflexiva, busca en el fondo del alma los motivos creadores de la obra artística. El cisne, antes que una cruel contracción del cardias le hiciera morir de inanición y ahogara la voz de su garganta, quiso lanzar su triste canto.

Después de un largo calvario de negativas y recomendaciones, logró, mi amigo, ver estrenada su obra en un teatro de provincias, y hasta obtuvo un éxito, de esos que la prensa suele llamar francos, á mi parecer irónico, y mortificante para el pobre autor, quien al conocer esta opinión mía, que no me atreví á matifestarle directamente, hubo de pedirme una satisfacción, por entender que yo había faltado á los elementales deberes de amistad. Atendí su deseo, y le expliqué cómo entendía yo la franqueza legendaria de la tierra donde nací.

En el estrecho círculo de la vida privada—le dije—donde se agitan nuestras pasiones, envidias, miserias, egoismos y concupiscencias, como los micro-organismos patógenos, productores de una fiebre local, en la llaga que les sirve de campo de operaciones, es preciso, muchas veces, guardar silencio, velar nuestro pensamiento, amoldar nuestra conducta á la de aquellos que nos rodean, y hasta manifestar lo contrario de lo que sentimos, para no herir susceptibilidades, y conservar la harmonía y el equilibrio en el enrarecido medio, donde los choques son tan fáciles y los rozamientos tan frecuentes. Esta necesaria hipocresía, esta indispensable prudencia, es como el antiséptico que evita la producción del *pus* resultante de la descomposición de los tejidos orgánicos, es la virtud sintética que impide la disgregación de las células sociales, es la acción ponderadora que equilibra la tendencia repulsiva de las antipatías y opuestas opiniones, con la fuerza atractiva de los afectos, del amor universal, ley de afinidad de los espíritus. He ahí por qué—añadí—no expuse á V., antes del estreno, la opinión desfaborable que tenía de su obra: no creo que nadie deba, en nombre de una convicción, quizá errónea, desvanenecer ilusiones, tal vez realidades, que sólo el tiempo tiene el derecho de borrar.

Esta es nuestra norma de conducta, en la vida privada; mas cuando, en cumplimiento de un deber, nos dirigimos al público, desde la tribuna ó la prensa, venimos obligados á obrar de modo muy distinto: es preciso, entonces, desposarse con la verdad; y tener el valor cívico de *sentir lo que se dice y decir lo que se siente.*

La acción ponderadora, pedida en el seno de la intimidad á nuestra cortesanía, la ejerce ahora la sociedad: si la pasión se desborda, ella moderará los efectos de la pasión; si dos preopinantes sostienen opiniones contradictorias, la sanción social fallará en última instancia, dando la razón á quien la tenga. El círculo es aquí muy amplio, la esfera de un radio inmenso, y el incendio producido por el choque de opuestos ideales, lejos de alcanzar á destruír el conjunto, ilumina con sus fulgores el campo de la lucha: las cenizas abonan la tierra, y los gases purifican el ambiente.

Siendo este mi modo de pensar, comprenderéis, Ilustrísimo Sr., la honda preocupación que embargó mi espíritu, cuando os dignásteis encargarme alzar mi voz en este recinto, dos veces sagrado, por ser el lugar donde el creyente eleva sus preces al Altísimo, y el sitio destinado á celebrar estas solemnidades, que debieran ser piedras miliarias colocadas en el camino de nuestra vida, y dejar huellas indelebles, recuerdos imperecederos, en el espíritu de los pueblos. Preocupación honda, Sr., porque opinando yo, como vos, que las cuestiones llamadas á ser debatidas desde esta *tribuna* son las *cuestiones pedagógicas,* no me sentía con fuerzas para llenar cumplidamente el encargo, ni lo que era peor, para atender vuestros deseos, en la medida á que por tantos méritos y bondades teneis perfectísimo derecho, de que disertara en esta solemnidad, sobre *Pedagogía matemática*. Asunto es este que presenta para mí una triple dificultad consistente: en la escasez de fuentes que traten concretamente de la materia; en la insuficiencia de mis conocimientos, debida á la costumbre, común á todos los matemáticos, de considerar la Pedagogía como una ciencia práctica, de generación expontánea, por decirlo así, en la que cada uno se forma, utilizando los medios de investigación que le ofrece la cátedra, convertida en laboratorio de experimentación, sin que los resultados que le proporciona su experiencia personal, puedan constituír una teoría que comprenda los principios generales utilizables por los demás; en la adaptación de la Pedagogía general á la disciplina particular que nos ocupa, por ser aquélla una ciencia cuyos evidentes progresos no impiden que existan acerca de ella las más encontradas opiniones: desde las que la consideran como la palanca del inmortal siracusano, con cuyo auxilio puede arrancarse el mundo moral de sus cimientos seculares, hasta las que afirman su absoluta inutilidad, mirando la vida real como escuela de costumbres y profesiones que no pueden aprenderse por medio de ficciones pedagógicas.

De todo lo cual resulta que, para cumplir mi prometido, habré de lanzarme á pensar, con una independencia á la que no estoy acostumbrado, sobre una materia que se halla en estado caótico. Si marchando á ciegas, por vez primera, á través de selvas vírgenes y poco exploradas, sufro alguna caída de novel alpinista, que haga asomar la sonrisa á los labios de quienes me lean ó escuchen; si en medio de la cerrazón y obscuridad de la noche que entenebrece la inteligencia mía, tengo algún encuentro desgraciado con opiniones bien contrastadas en la piedra de toque de la experiencia; os pido perdón por mis faltas, en gracia á la bondad de la intención que me guía. Fácil me hubiera sido desarrollar uno de estos temas doctrinales que solo entienden un corto número de iniciados, librándome así de los temores que me asaltan; pero además de que tales asuntos los creo más propios de una disertación académica, destinada á ser oída por los especialistas, ya he dicho al principio son las Cuestiones pedagógicas las que, cada uno desde su especial punto de vista, debemos tratar en esta clase de actos, por ser las únicas que, debido á su generalidad, pueden interesar á la mayoría, y llamar la atención de los poderes públicos. Si no tuviéramos el deber de pensar sobre estas materias, sería el egoísmo, el instinto de conservación, el espíritu de clase, quien nos obligase á ello: la función que nosotros abandonásemos, no faltaría quien se encargara de desempeñarla, en provecho propio.

Unicamente evitaremos este peligro que nos amenaza, realizando una incesante labor de propaganda, para llevar al espíritu público la convicción, de que si el organismo docente del Estado no cumple la doble é importante misión que le está encomendada, relativa á la formación del ciudadano, favoreciendo y estimulando el desarrollo armónico de todas sus facultades, y á la preparación del individuo para el ejercicio de las distintas profesiones, es porque no se le dota de los elementos necesarios; únicamente sentiremos la íntima satisfacción del deber cumplido, estudiando los métodos y sistemas de enseñanza que más rápidamente conduzcan á elevar el nivel de cultura de nuestro pueblo. La experiencia nos enseña, como cuando una institución no cumple la misión social que se le confiara, ó se opone, con instinto suicida, á la inevitable ley de la evolución progresiva de la humanidad, está condenada á desaparecer, á la manera de aquel testarudo propietario, que tras de oponer mil expedientes dilatorios á la expropiación de sus tierras, atravesadas por un ferrocarril, llegó, fiado en la fuerza de su razón, á intentar detener con sus robustos brazos, la inmensa mole que, á toda marcha, cruzaba veloz, el día de la inauguración, los fértiles campos, por Dios mismo confiados, un día, á sus ascendientes y que él se creía obligado á trasmitir, sin menoscabo, á sus hijos: la locomotora, el símbolo del *progreso*, venció, sin esfuerzo aparente, aquella débil resistencia del *pasado*. Así, las clases y las instrucciones, están obligadas á plegarse, para no dejar de existir, á las exigencias de los tiempos.

Conformándome, pues, con estas ideas, voy á hablaros de los *Maestros* y *Pedagogos de la ciencia matemática*. Mi discurso constará, como el propio título indica, de dos partes distintas: fundamental y primaria la una, accesoria y derivada la otra.

Será la primera una síntesis histórica, en la cual estudiaremos la evolución del pensamiento matemático, precisando la diferencia esencial, entre la obra analítica, de los antiguos geómetras, y la inmensa labor de sistematización, llevada á cabo por los modernos analistas; y veremos la inmensa distancia que, en este orden del conocimiento, nos ha separado siempre de los demás pueblos: España no ha tenido matemáticos, y porque no ha tenido matemáticos, no ha tenido físicos, ni químicos; que al fin la potencia intelectiva de un pueblo, su capacidad para el cultivo de las ciencias físico-químicas, está medido por el alcance de la obra que realizan los hombres en él dedicados al estudio de las ciencias exactas, las cuales, progresan, al principio por la necesidad de resolver los problemas que les ofrecen las ciencias de la naturaleza, y reobran después, sobre éstas, convirtiéndose en su mentór y guía, con el auxilio de los métodos racionales.

Una visión cinematográfica de la vida y trabajos de esos grandes *maestros* creadores de la ciencia viva, nos permitirá apreciar, cómo las ideas nacen, se desarrollan, luchan, se perfeccionan y mueren, en una evolución incesante. Lástima grande que la índole de nuestra modesta labor, no nos permita seguir, paso á paso, la obra del genio; de tan penosa escursión sacaríamos, quizá, provechosas enseñanzas, veríamos como aquellos grandes hombres que iluminaron el mundo con los destellos de su inteligencia, no se formaron nunca moldeando su cerebro en el potro de una reglamentación pedagógica, no fueron producto de la yustaposición de artificios educativos que jamás pueden dar lo que no tienen, surgieron más bien por intus-suscepción; tal vez el estudio de esas colosales figuras, nos explicara el fracaso de las instituciones de enseñanza, puesto de relieve en la información parlamentaria, abierta hace algunos años por la Cámara francesa.

La segunda parte estudiará los procedimientos de difundir la cultura entre los hombres; función de la mayor importancia: que así como los productos de la tierra forman el alimento del cuerpo, las obras de la inteligencia son la vida del espíritu; y si la naturaleza con sus incesantes transformaciones, debe ser objeto preferente de estudio, según las corrientes actuales, producto natural es la obra del pensamiento humano, en cuyo crisol la creación toda se funde.

Alguien pensará que este mi modo de ver, restringe extraordinariamente el campo de la pedagogía: pero yo creo que muchas de las acerbas críticas dirigidas á esta ciencia, dependen de haberle pedido más de lo que puede dar: ninguna institución pedagógica producirá agricultores, médicos, ingenieros; completamente formados; la mejor escuela de la vida, es la vida misma: tiene razón el Sr. Rivera, el genial autor de *La superstición pedagógica;* nadie enseña sino aquello que sabe hacer: se aprende á nadar, nadando; se aprende á pensar, pensando. Las instituciones pedagógicas desempeñan, sin embargo, una misión suficiente, custodiando el sepulcro de la ciencia muerta, formada con el tesoro de la experiencia acumulada por las generaciones pretéritas; y constituyendo el baluarte del progreso, y el sólido cimiento en que se asiente la obra científica del porvenir. Esta es su misión trascendental; su fin inmediato lo cumplirán, adaptándose á los tiempos, y difundiendo las enseñanzas que tengan más aplicación en su época. Cuando el conocimiento del latín y la filosofía, tenían importancia extraordinaria para el comercio de las gentes cultas y la organización de los pueblos, eran estas disciplinas las que constituían objeto de estudio en los Centros de enseñanza: hoy que las aplicaciones de las ciencias naturales son la base de la prosperidad material y moral de las naciones, los principios generales de ellas deben constituir el nervio de la instrucción; y cuenta que si no respondemos á los anhelos de las gentes, en este último respecto, no nos será posible cumplir el fin ulterior, porque el vulgo—y para estos efectos todo el mundo es vulgo, menos nosotros mismos—no entiende de sutilizar: las gentes solo entienden, y eso dicen, que nuestros alumnos estudian idiomas, y no saben traducirlos, ni cuando menos hablarlos; que aprenden matemáictasy, se sienten torpes para resolver el más sencillo problema de aplicación á la vida práctica; que frecuentan los museos de ciencias naturales, y no distinguen el trigo de la cebada, el hierro del cinabrio; que asisten á las aulas de derecho, y no saben formular un pedimento: es decir, que como en la Alemania Goethe *enseñamos la manera de tejer, pero no á tejer;* y es preciso que respondamos á estas demandas de la opinión, con hechos, no con palabras; y yo siento—y en esto sí que no coincido con el Sr. Rivera— la fé, de que podemos sobradamente atender esas aspiraciones, en cuanto tengan de legítimas; porque si algo hay de sano, si algo hay de grande, si algo hay no contaminado por las impurezas de la realidad, en nuestra patria, se halla bajo ese manto protector del Estado, que permite al genio desenvolver libremente sus iniciativas, al virtuoso defender denonadamente su honra, amparado por las estrecheces de la nómina, y á todos exponer libremente su pensamiento, loable progreso de que podemos envanecernos los españoles: dígaseme sino, donde se hallan los más eminentes médicos, los más preclaros hombres de ciencia, los más distinguidos jurisconsultos.

En estas ideas generales estará informada la segunda parte de mi discurso. Si alguna vez mis afirmaciones llegaren á produciros molestia, pensad que todo mi trabajo es tan solo una invitación á discurrir, un culto á la sinceridad; y que yo, á pesar de vivir tantos años en esta tierra de la bondad y la dulzura, no he podido modificar la idiosincrasia mía, que me lleva á ser, todo lo contrario de lo expresado por el aforismo latino: *fortiter in modo, suaviter in re.*

Hechas estas manifestaciones que serían prolijas, si no tuvieran íntima relación con la doctrina contenida en el cuerpo del discurso, pasaré á exponer el desarrollo de mi tema.

LA FORMACIÓN DE LA CIENCIA

LOS MAESTROS

Aquellas mismas inundaciones del Nilo, que, al decir de los historiadores, constituyeron la preocupación de geógrafos y viajeros en la antigüedad, determinan el momento en que comienza á diferenciarse la leyenda de la verdadera historia en el proceso evolutivo del pensamiento matemático de la humanidad: y de igual modo que aquellos geógrafos, remontando el cauce del río, para encontrar sus fuentes y explicarse la causa de tan formidables avenidas, en un país de cielo límpido y despejado, llegaron á una inmensa planicie, donde desaparecía todo indicio de las misteriosas corrientes que formaban el temible y devastador caudal, la inteligencia humana se pierde al tratar de inquirir los orígenes de las ciencias matemáticas; y es que la más sencilla de las ideas fundamentales de tan elevada ciencia, la idea de número, ha debido necesitar para su desarrollo un período tan amplio, que bien pudiera compararse á la llanura pantanosa ante la cual se estrellaron los esfuerzos de los antiguos viajeros. Así parece indicarlo la gestión penosa de dicha idea en las inteligencias poco cultivadas; y el mismo sistema de numeración, cuya aparente sencillez, supone el conocimiento, inconsciente al menos, de los algoritmos de la sumación y graduación; y sin embargo, se afirma; que los chinos conocían desde época muy remota los elementos de la agrimensura, y que habían descubierto, independientemente de los griegos, la propiedad del triángulo rectángulo, cuando los lados están en una relación sencilla, como 3, 4, 5; que los babilonios, según recientes descubrimientos arqueológicos, usaban el principio de posición, base de los actuales sistemas de numeración escrita, y conocían el sistema sexagesimal. Estas indicaciones bastan para comprender la dificultad insuperable del problema que nos ocupa, en una época tan remota.

Las mismas inundaciones del Nilo que, el genio de los grandes maestros de las construcciones hidraúlicas, ha vencido en nuestros tiempos, fueron, en la época de Sesostris, la causa que inició el desarrollo de la agrimensura y la geometría en Egipto, de donde pasó á Grecia, traída por los filósofos, que habían ido á estudiar con los sacerdotes egipcios á la tierra de los Faraones. No parece sino que la Providencia hubiera querido escoger aquellas feraces tierras, para lecho donde se depositaran las materias fertilizantes, arrastradas por el río, y para cuna del saber, y vaso en que cristalizasen los dispersos conocimientos de los pueblos prehistóricos.

Tres períodos parece que se destacan, con caracteres propios, en el desarrollo de la matemática entre los griegos. El primero abarca la época anterior á Platón; el segundo comprende desde Platón hasta la fundación de la escuela de Alejandría: el tercero, constituye la edad de oro de la ciencia griega, el florecimiento de la célebre escuela, que durante siglos iluminó el mundo con los resplandores de la ciencia de sus maestros y filósofos.

Escuela jónica. Es dudoso que durante la primera época el genio griego incrementara mucho el caudal científico de la humanidad, que constituía el tesoro conservado por los sacerdotes egipcios. Los nombres de Thales de Mileto, el fundador de la Escuela jónica; Anaximandro, que redactó el primer tratado de matemáticas; Anaxágoras, que reducido á prisión, por haber intentado explicar racionalmente algunos fenómenos naturales, atribuídos á la intervención directa de la divinidad, entretuvo los ocios de su cautiverio en estudiar la *cuadratura del círculo*; Demócrito de Abdera, filósofo enciclopedista, que escribió sobre el *contacto del círculo* y la *esfera*; y Enopides de Chios que resolvió algunos problemas elementales; son las cumbres de donde irradia la luz que iluminara Grecia durante los cien primeros años de este período. Bien se vé aquí que no surjen en un pueblo figuras de primera magnitud, sin que exista previamente, el ambiente científico que prepare la formación de esos puntos singulares de la curva, cuyas ordenadas miden el nivel intelectual de los individuos que integran la nacionalidad.

Pitágoras, Filolao, Ardictas é Hipócrates de Chios, á quien no hay que confundir con su ilustre homónino el médico de Cos, cierran brillantemonte este período y preparan el advenimiento de Platón y sus contemporáneos.

ESCUELA PITAGÓRICA. La vida del primero está envuelta en los pliegues vaporosos y fantásticos de una de esas leyendas que tanto abundan en la historia de Grecia; otro tanto puede decirse de sus enseñanzas.

Nacido en Samos, el año 569 antes de Jesucristo, estudió en Lesbos con Pherecydes, en Mileto con Anaximandro, y pasa muchos años en Thebas y Menphis iniciándose en los secretos de los sacerdotes. Permanece algún tiempo en el Asia menor; vuelve á su país natal, donde se dedica á la enseñanza, sin éxito; el año 523 emigra á Sicilia, habita en Sybaris y Tarento, y por fin, funda la Escuela que había de inmortalizar su nombre en Crotana, en la casa de Milán, donde no sólo estusiasma á sus contemporáneos, sino que enamora á su joven discípula Theano, la hija de su huesped, con la cual se casa, á pesar de la diferencia de edad. Filósofo más que matemático, no merecería ser citado aquí, á no ser por que hizo de las ciencias exactas la base de sus doctrinas filosóficas. En su Escuela había dos clases de discípulos: unos que no profundizaban las doctrinas del maestro, cuya principal enseñanza era la música; y otros, los matemáticos, que estaban en el secreto de los Dioses, y cuyos estudios, que duraban tres años, como el de los sacerdotes egipcios, constituían una especie de noviciado.

Pitágoras no dejó escrito alguno. Esto y el mutismo de sus discípulos, hace difícil determinar cuáles son las investigaciones que la ciencia le debe. La propiedad del triángulo rectángulo era ya conocida de los egipcios; la tabla de multiplicar tampoco le pertenece.

Philolao, discípulo de Pitágoras, en su *sistema de la naturaleza* reveló los secretos de la Escuela pitagórica, que Damo, la hija del maestro, había sabido guardar.

Ardictas de Tarento, que nació el año 428 antes de Jesucristo, discípulo de Philolao, ideó una demostración del problema de la duplicación del cubo, por medio de una curva de doble curvatura, trazada sobre la superficie del cilindro.

Finalmente, Hipócrates, nacido el 470 antes de Jesucristo, determina la transición entre los pitagóricos y Platón. Como muchos de los geómetras de aquel tiempo, dedicó su atención á la cuadratura del círculo, intentó cuadrar las lúnulas que llevan su nombre, y ya que no pudo conseguirlo, demostró que la suma de las dos construídas sobre los catetos de un triángulo rectángulo, es igual al área del mismo: proposición que mostraba por primera vez, el caso de una superficie, limitada por curvas, equivalente á otra, comprendida por rectas.

Si el mal determinado lapso de tiempo comprendido, desde el momento en que creemos vislumbrar en la China el germen de las ideas matemáticas, hasta que aparecen en Egipto las primeras nociones de Geometría, puede considerarse como el período de gestación del conocimiento, la época que nos ocupa lo es de la infancia de la ciencia: casi todos los problemas que ocuparon la atención de aquellos filósofos, constituyen hoy el contenido de nuestros tratados elementales.

Análisis de Platón. Este discípulo de Sócrates, sentía por las matemáticas el mismo desprecio que su maestro, pero desde que en sus viajes por Egipto, Italia meridional y Sicilia, recogió las enseñanzas de los pitagóricos, cambió de parecer, y fué el más ardiente propagandista de la ciencia geométrica.

Tal vez no se le debe el descubrimiento de nuevas verdades; pero aplicando su espíritu filosófico á los trabajos de sus predecesores, precisó conceptos y definiciones, aceptados sin modificación alguna por Euclides; y con la diferenciación de los métodos analítico y sietético, aplicados á la demostración de los teoremas y á la resolución de los problemas, dió á sus discípulos un poderoso instrumento de investigación, é intentó por primera vez sistematizar los dispersos trabajos de aquellos filósofos que le habían precedido, dando con su genial ideá el movimiento inicial que tan grande amplitud había de adquirir, entre los matemáticos de la Escuela de Alejandría, y convirtiéndose, por su tendencia orgánica, en un precursor de los grandes geómetras modernos.

Los filósofos de la Escuela Jónica allegaron, con sus investigaciones aisladas, los materiales que habían de emplearse en la construcción del edificio científico; Platón y sus discípulos, fueron los primeros arquitectos que intentaron elevar el templo del saber, preparando el resplandor deslumbrante del período de los Ptolomeos.

La palabra análisis ha tenido en nuestros tiempos un sentido muy distinto del que le atribuían los antiguos.

El método analítico, para la demostración de un teorema, consiste en suponer cierta la proposición que se trata de probar, y caminar, de deducción en deducción, hasta llegar á una verdad evidente por sí misma ó ya demostrada. Si todas las proposiciones intermedias son recíprocas, es decir, sí pueden invertirse sin que dejen de ser ciertas, la evidencia de la últíma entrañará la de aquella que se pretendía probar. El procedimiento de reducción al absurdo, es un método analítico indirecto: se supone cierta la proposición contraria de la que se pretende demostrar, y se llega, por un razonamiento rigurosamente deductivo, á una conclusión falsa; lo cual nos autoriza para afirmar la falsedad de la tesis negativa, y, por consiguiente, la verdad de la afirmativa. De igual modo, el sistema que se aplica á la demostración de los teoremas recíprocos, cuando acerca de ellos se han hecho todas las hipótesis posibles, y éstas han conducido á conclusiones contradictorias, es también un método analítico: mas para poder aplicarlo, se exije que los recíprocos estén bien formados, teniendo en cuenta que no todos se enuncian permutando la tesis ó hipótesis del directo.

Cuando por vez primera, nos dedicamos á los estudios geométricos, los cuales, antes que los algebraicos, fomentan en nosotros el afán de discurrir, anulado en la infancia por la educación memorista de la escuela primaria y los primeros años del bachillerato, tratamos de comprobar la reciprocidad de los teoremas; y no pocas veces hallamos contradicciones, que no sabemos explicarnos, y que salvamos, difiriendo á la autoridad del maestro y de la letra impresa, las cuales, de consuno, bien pueden pesar más que la pobre y debil convicción nuestra. Andando el tiempo solemos comprender que maestro y libro estaban equivocados, en muchos casos; siempre que la hipótesis, la tesis ó ambas sean complejas, suelen formarse recíprocos permutando entre sí dos partes de ambas; y formando diferentes permutaciones se obtienen distintos teoremas. A todos ellos se aplica el método analítico indirecto, cuando están comprendidos dentro del principio general de reciprocidad antes citado; y, como caso particular, se aplica también cuando se han demostrado la proposición directa y la contraria, ya que entonces se han hecho todas las hipótesis posibles acerca del sujeto de la cuestión, al cual, como diría el poeta, solo le cabe *ser ó no ser*.

Bien aquilatadas las circunstancias en que este método puede emplearse, no se nos alcanza, que no pueda producir en el ánimo el sentimiento de la evidencia: porque si la proposición final es falsa, también habrá de serlo la contraria, que nos sirvió de punto de partida, ya que lo falso nunca podría deducirse de lo verdadero; pero si el razonamiento nos hubiera conducido á un resultado cierto, nada podríamos concluír acerca de la negación inicial, la cual sería verdadera ó falsa, ya que de lo falso puede deducirse lo verdadero, por una afortunada compensación de errores, llevada á cabo en el proceso discursivo. Basta recordar aquel gracioso silogismo citado por Duhamel:

Todo hombre es piedra, toda piedra es animal, luego todo hombre es animal.

Las dos premisas son falsas, y, no obstante, la conclusión es verdadera. Fuera de este caso, la concordancia de las proposiciones inicial y final es indudable, lo mismo que la fuerza probatoria del razonamiento.

El método analítico no es, invariablemente deductivo: su procedimiento característico es la inducción; por medio de la cual nos elevamos, de la verdad primera, á otra, más general, que la comprende. La reciprocidad de las proposiciones, no es, en tal caso, necesaria: la última, más comprensiva que cuantas la precedieran, las contiene; pero de ninguna de éstas puede deducirse aquélla. Esto nos basta para la finalidad del razonamiento: únicamente cuando la simplicidad de las verdades inducidas sea tal que cada una comprenda sólo á la precedente, la deducción podrá aplicarse.

Se aplica este método á la resolución de los problemas ó á la demostración de los teoremas. En este segundo caso es un procedimiento de comprobación, no sirve para encontrar nuevas proposiciones: en el primero se supone el problema resuelto, se razona sobre la incógnita y los datos de igual modo, y se llega á encontrar soluciones de las cuales depende la buscada, ó á demostrar la imposibilidad del problema propuesto. Un estudio poco atento podría hacer pensar que cuando se practica este método en Algebra, ciencia que por usarlo sistemáticamente, en la resolución de las ecuaciones, ha recibido el nombre de Análisis matemático por autonomasia, bien que la Geometría no sea necesariamente sintética, se practica una verdadera descomposición del problema en sus elementos; y que la palabra análisis tiene en matemáticas el mismo sentido que en las ciencias químicas. Así pretende probarlo Condillac, empleando un sistema de dos ecuaciones, con razonamientos victoriosamente rebatidos por Duhamel. Lo mismo puede observarse en un problema, resuelto por el método de los lugares geométricos ó el de las sustituciones sucesivas, que son casos particulares del analítico.

Es la inducción matemática la que constituye la esencia del análisis, y á ella se debe la virtud y fecundidad de las ciencias exactas, que no son, como suele afirmarse, exclusivamente deductivas. Así lo hace observar Poincaré, estudiando la naturaleza de las leyes asociativa y conmutativa de la suma y la multiplicación, fundamento del cálculo algebráico, y observando cuán frecuentemente se generalizan los teoremas, suponiéndolos ciertos para el número a y demostrando que también se verificarán para el $a+1$. Si la deducción fuera en matemáticas el único procedimiento demostrativo, todas las verdades de esta ciencia estarían comprendidas en los conceptos fundamentales, todos los razonamientos se resolverían en el principio de contradicción; y no ocurre así. Cualquiera que haya intentado ordenar las proposiciones de una rama de las matemáticas, habrá tropezado con esta dificultad; es que la demostración por *recurrencia* induce nuevas proposiciones que no están comprendidas en las ideas primeras; es que la inducción introduce de una manera embozada el concepto de lo infinito en las primeras páginas del álgebra, aproximando el cálculo de las cantidades finitas al método infinitesimal, cuya potencia creadora estriba nó en que pretenda operar sobre la cantidad infinita, término contradictorio, fin de una cosa que no tiene fin, relación entre dos cosas una de las cuales no existe, como decía el malogrado D. Simón Archilla; sino en que enuncia proposiciones que por referirse á series de magnitudes finitas, cuyo número de términos es infinito, alcanzan la mayor generalidad á que puede aspirar el espíritu humano.

Otro tanto pudiera decirse de la Geometría: la noción de lo infinito nos acecha oculta tras de las más elementales definiciones. Cuando se dice, rehuyendo, con muy buen acuerdo, el empleo del término, que dos paralelas no pueden tener ningún punto común, se afirma, implícitamente, la existencia de la recta indefinida; y es necesario probar inmediatamente que dos perpendiculares á una misma recta no pueden encontrarse, ó que tampoco puede esto ocurrir á dos rectas cortadas por una secante, con la cual forman ángulos colaterales internos, suplementarios, para que no pueda surgir el temor de haber definido una quimera ó introducido en la definición condiciones incompatibles; y es de notar, como en estos teoremas que establecen la posibilidad del objeto, definido, el procedimiento demostrativo es una verdadera inducción, en cuanto se aplica á una infinidad de casos, y alcanza por esto una generalidad que la deducción, el simple silogismo, no podría dar. Lo mismo ocurre cuando se demuestra que la perpendicular á dos rectas de un plano, lo es á éste; y en otros muchos casos que pudieran citarse: y no obstante, no tiene esta inducción el dudoso é incierto valor de las que se hacen en el campo de las ciencias físico-químicas, fundadas en un número más ó menos grande de hechos: la regla en que se basa, inaccesible á la demostracción analítica, por ser ley inmutable del espíritu que afirma con ella su facultad creadora, y de la experiencia, que jamás podría aplicarse más que á un número limitado de hechos, es, como dice el Sr. Poincaré, el verdadero tipo del juicio sintético *á priori*, esencialmente distinta de los postulados convencionales, discutibles, y discutidos, que forman el cimiento de la Geometría.

He aquí las razones potísimas que dan todo su valor y alcance al maravilloso instrumento de Platón. En cuanto á la síntesis, es el procedimiento deductivo por el cual partiendo de una verdad demostrada se llega á la que se quiere probar ó al problema que se intenta resolver; el método de invención de la Geometría moderna, que por esta razón ha recibido el nombre de sintética. Entre el análisis y la síntesis no hay más que una diferencia de sentido en el proceso del raciocinio: analizar es elevarse de lo particular á lo general, ascender de la falda á la cumbre de la montaña, recorriendo dura y empinada calleja; hacer la síntesis es por lo contrario, descender por suave y rápida pendiente, desde el pico elevado, que descubre á nuestra vista dilatados horizontes, hasta el valle fértil y abundoso donde esperamos cosechar el fruto de nuestro trabajo: pero mientras que el análisis nos llevará casi siempre, al fin propuesto, pues por la enhiesta ladera, de igual modo conduce á la cúspide la fatigosa línea de máxina pendiente, recorrida por intrépido alpinista, que la curva sinuosa descrita por el más sufrido y despreciado de los cuadrúpedos domésticos, la síntesis no nos conducirá á la quintana demandada sino nos orientamos previamente; por eso cuando con ella pretendemos demostrar una proposición determinada, exije el maestro que nos guíe, señalando las proposiciones que enlazan los dos extremos de la cadena del razonamiento.

Esta imagen que, parafraseando á Duhamel me he permitido desenvolver, define con precisión, los conceptos cuyo sentido he querido fijar, por ser el objeto primordial de esta disquisición histórica. Las imágenes, aún en ideas tan abstractas, iluminan el pensamiento, cuando no se les pide más de lo que pueden dar: en otro caso, se convierten en meretrices del espíritu, al cual con sus encantos prostituyen é inducen á error, haciéndole creer en una fuerza probatoria que no tiene.

Escuela de Alejandría, En el año 331 antes de nuestra era—nos dicen todos los historiadores— una aldea insignificante, colocada cerca de la desembocadura del Nilo, se transformó por la voluntad de Alejandro, hábilmente secundado por Dinostrato, el arquitecto del templo de Diana, en una gran ciudad, con hermoso puerto y soberbios monumentos, la cual llegó á ser, bien pronto, emporio del comercio, centro del saber y la cultura de la época, que durante diez siglos irradió por el mundo, y punto de convergencia de todas las actividades.

A la muerte de Alejandro, el Egipto tocó á Ptolomeo, uno de sus lugartenientes, el cual, después que hubo asegurado su dinastía por medio de las armas, se dedicó á favorecer las letras y las ciencias, reuniendo en Alejandría todos los sabios de la época y edificando aquella famosa biblioteca que en tiempo de Demetrio de Falero poseía más de 400.000 volúmenes.

Brillaron en aquella Escuela los tres matemáticos más ilustres de la antigüedad.—Euclides, Arquímides y Apolonio, de cuyas obras tenemos algún conocimiento por las colecciones de Pappus que vivió en el siglo IV de nuestra era.

Euclides que había estudiado en Atenas fué llamado por Ptolomeo, para enseñar Geometría y Aritmética en Alejandría, donde escribió sus famosos «Elementos» que todavía se usan en Inglaterra, obra comentada por los más ilustres matemáticos de todos los tiempos y países. Comienza en ella por establecer todas las definiciones y axiomas necesarios, y desarrolla el contenido con un método rigurosamente deductivo, según el cual tras de cada proposición vienen siempre sus consecuencias inmediatas, lógicamente encadenadas. Consecuencia de esta manera de hacer, es quizá, el que se le haya reprochado, cierta facilidad en admitir como axiomas ó postulados, desde el principio, verdades demostrables, para poder utilizarlas como elementos de prueba, facilitando muchas demostraciones; poca generalidad en muchas conceptos, como ocurre con la definición de ángulo, al cual no considera superior á dos rectas; escaso cuidado en la clasificación; y procedimientos un tanto difusos, exigidos por la necesidad de conservar la perfecta hilación del razonamiento. Tal vez á esto se debiera que el propio rey poco acostumbrado á largos procesos discursivos, preguntara sino había medio más fácil de estudiar la Geometría; á la cual hubo de contestar el maestro, que no existía en las matemáticas camino especial para los reyes.

Los geómetras modernos han cuidado con exceso, de rectificar el desaliño en la clasificación; pero con el propósito de agrupar en un solo capítulo las propiedades relativas á un mismo objeto geométrico, han roto muchas veces la perfecta hilación que constituía la cualidad más preciada del método euclídeo, viéndose precisados á usar con exceso la superposicion de figuras para demostrar los teoremas, procedimiento si muy geométrico, por ser intuitivo, menos racional que el empleado por Euclides quien sólo pedía á la intuición lo que la razón no podía darle.

Legendre, seguido después por Rouche y Comberousse, rectificó en Francia la marcha del geómetra Alejandrino, incluyendo entre los postulados de la recta, la propiedad de la mínima distancia que constituía un teorema de los «Elementos»: posteriormente se ha vuelto al método clásico.

En Italia, para corregir el mal, escribieron los señores Sannia y Ovidio, su tratado de Geometría elemental, redactado según el método de los *elementos*, que adolece de ese filosofismo con el cual se pretende invertir los fundamentos de la Geometría, que si es sano cuando se trata de altas especulaciones, debe proscribirse en absoluto, de las obras didácticas dedicadas á la formación de la juventud. Comienza por enunciar una multitud de postulados, que pone claramente de manifiesto lo deleznable de la base sobre que se asienta la ciencia geométrica, los cuales hacen sumamente farragoso y pesado el estudio para jóvenes inteligencias; porque es preciso no olvidar que, por una ley psicológica de explicación difícil, todas esas dudas acerca de los principios fundamentales de las ciencias, propias de los espíritus cultivados, no son comprensibles para quienes no han tenido tiempo de penetrar en el fondo de las cosas. Todos esos postulados geométricos que los modernos tratados enuncian, han sido siempre tácitos é inconscientemente admitidos por cuantos no están llamados á pasar de la superficie: poner al descubierto los cimientos de un edificio secular, cuyos muros jamás se desviaron de la vertical, ni menos denunciaron esas grietas oblicuas características de las construcciones ruinosas, cuya rigidez y perfecta trabazón de los materiales es la más potente prueba de su solidez inquebrantable, á nada conduce para la mayor parte de las gentes, que ven en la existencia de las cosas la razón principal del existir. Cierta clase de disquisiciones, cierto aquilatamiento, deben quedar para un corto número de iniciados, que al coronar el edificio científico con nuevas construcciones, sienten y comprenden la necesidad de inspeccionar el terreno destinado á sustentarlas.

La obra dedicada á la enseñanza ha de ser concisa en la exposición de las ideas primeras y de la doctrina: ni ha de aspirar á desenvolver por completo una disciplina científica, ni tampoco formar su contenido con un corto número de conceptos excesivamente desenvueltos: el primer defecto origina la plétora la congestión; el segundo la anemia intelectual. Los buenos libros son aquellos cuyo fin es hacer pensar, no los que tienen por objeto persuadir: los que se dirigen á la inteligencia, no los que pretenden impresionar la imaginación. Muchas veces abandonando los primeros para buscar los segundos la explicación de conceptos poco desenvueltos, apartamos con hastío la vista de sus páginas, fatigados por explicaciones difusas que nos hacen olvidar lo sabido, y confundir lo axiomático ó intuitivo con lo demostrable y deductivo. No debemos pretender enseñarlo todo, sino invitar á discurrir: lo que otro ha pensado sirve para que los demás lo repitan, pocas veces para pensarlo nuevamente, porque cada espíritu tiene su especial contextura que le impone determinados caminos en el proceso del razonamiento: debemos enseñar menos para que nuestros discípulos aprendan más: debemos convencerles de que la falta de alumno no se suple con la sobra de profesor.

Hasta qué punto ha preocupado, durante más de veinte siglos la obra de Euclides, al mundo científico, lo probará el hecho de que uno de sus postulados, el que lleva su nombre, ha ejercitado los más preclaros entendimientos. La imposibilidad de probar que *dos rectas, una perpendicular y otra oblícua á una tercera no son paralelas,* era considerada como una lunar de los *elementos,* que los más ilustres matemáticos trataron de subsanar sin conseguirlo. Ya en nuestros tiempos, el ruso Lobatchewsky y el polaco Bolyai, intentaron simultáneamente, un camino distinto del que hasta entonces se había seguido.

Ante la imposibilidad de demostrar que por un punto se puede trazar á una recta una sola paralela, postulado que actualmente sustituye al de Euclides, comenzaron por clasificar las rectas que pasan por un punto, *P*, situadas en el plano determinado por éste y una recta, *r*, en dos grupos: uno, el de las que cortan y otro el de las que no cortan á *r*. Si éstas últimas se reducen á una, *a*, se está en el caso de la geometría euclídea; si el rayo proyectante, desde *P*, de un punto que se aleja indefinidamente sobre *r*, tiende hacia una recta, distinta de *a*, habrá dos posiciones límites, *b* y *c*, del mismo, correspondientes á los dos sentidos en que puede moverse; todos los rayos comprendidos en uno de los ángulos completos formados por *b* y *c* cortarán á *r*, los contenidos en el ángulo adyacente no la cortarán. Por mucho que repugnen á la intuición, ó mejor á la costumbre, estas hipótesis, un poco de reflexión hará comprender que no envuelven ideas contradictorias: porque si todos los puntos de *r* están comprendidos en uno de los ángulos de *b* y *c*, los rayos del ángulo adyacente no tendrán ningún punto común con *r*. Las rectas *b* y *c* reciben el nombre de paralelas en la Geometría de Lobatchewsky: ángulo de paralelismo es el formado por una cualquiera de ellas, con la perpendicular á *r* bajada desde *P*: si *b* y *c* son distintas, vale menos de 90 grados; cuando ambas se confunden con la paralela euclídea, es recto.

Hay, pues, una definición de paralela común á la Geometría de Euclides, y á la de Lobatchewsky y Bolyai, paralela á una recta *r* por un punto *P*, es el límite de un rayo que gira en torno, de *P*, en su mismo sentido, proyectando un punto de *r* que se aleja indefinidamente. Esta definición es tan clara como elegante y general, admitido el concepto de límite y la infinitud de la recta.

El espíritu filosófico de nuestro tiempo no se ha detenido aquí. La demostración de la existencia de rayos que pasan por P y no cortan á r, se funda en la imposibilidad del encuentro de dos rectas que forman con una transversal ángulos colaterales internos suplementarios; y, como caso particular, de dos perpendiculares á esta secante; teoremas que á su vez dependen del postulado de la determinación de la recta por puntos. Si se negara este postulado y la posibilidad de que un punto se pudiera alejar indefinidamente sobre r, y el rayo que lo proyectase desde P tendiese á una posición límite, estableciendo para postulado fundamental de la recta su propiedad de ser la mínima distancia entre dos puntos, y definiéndola como línea geodésica de nuestro espacio, se tendría una nueva Geometría, tan lógica como las dos anteriores. Las propiedades de sus formas planas son idénticas á las de las figuras esféricas en la Geometría euclídea: el plano de Riemann tiene los mismos caracteres que la superficie esférica de Euclides.

En nada se opone á la intuición este nuevo modo de ver; el postulado de la infinitud de la recta ni es un juicio sintético *á priori*, ni un resultado inmediato de la intuición sensible. No es lo primero, porque al prescindir de él nos sería imposible razonar sin incurrir en contradicciones: no es lo segundo, porque los principios intuitivos se refieren á propiedades de la región accesible á nuestros sentidos; más allá nuestras afirmaciones son hipotéticas ó convencionales: podemos, pues, convenir en que la recta es infinita ó no lo es, ya que ninguna de las dos hipótesis será contradicha, ni por la razón, ni por la experiencia. El concepto de infinitud es además complejo, en medio de su aparente sencillez, y como tal es susceptible de descomposición. Hay dos clases de líneas ilimitadas; cerradas y abiertas: una circunferencia es ilimitada, porque no tiene puntos que necesariamente la limiten; cualquier punto de ella puede considerarse como principio y término, origen y extremo de la misma, posición inicial y final del elemento generador; una línea ilimitada y abierta, es indefinida, porque no tiene principio ni fin; la potencia creadora del espíritu la concibe prolongada indefinidamente. He aquí cómo, de los dos términos que integran el concepto de recta infinita, el ser ilimitada y abierta, podemos por abstracción, considerar sólo el primero, y obtener así el conjunto de propiedades comunes á las tres Geometrías: suponiendo la recta cerrada, resultará la de Riemann, en la cual la distancia entre dos puntos tiene un límite máximo, y la suma de los ángulos de un triángulo es mayor que dos rectos, al igual de lo que ocurre con los arcos de círculo máximo y los triángulos esféricos; suponiéndola abierta, resultarán las Geometrías de Euclides y Lobatchwsky, cuya diferenciación antes hemos establecido. Han recibido los nombres de Geometrías *elíptica, parabólica é hiperbólica,* por admitir el mismo número de paralelas que tangentes en los puntos del infinito la elipse, parábola é hipérbola.

Poincaré ha fundado una cuarta Geometría, menos intuitiva todavía que las elíptica é hiperbólica. Toda definición geométrica supone un postulado ó un teorema que establece la posibilidad del objeto definido: todos aquellos postulados están sujetos á revisión. La definición de perpendicular supone que un semirrayo puede girar alrededor de su origen hasta coincidir con su prolongación: si se negara esta segunda parte se llegaría á resultados que tampoco envuelven contradicción; pero en los diferentes postulados, el grado de evidencia es muy distinto, y aquellos que se refieren al movimiento de una figura invariable, tienen un carácter intuitivo, que si no los hace indiscutibles, les da una solidez no compartida por aquellos otros, cuya base es una convención de resultados cómodos en las aplicaciones. Hay superficies en las cuales una figura cualquiera no puede moverse sin deformarse; pero en nuestro espacio esa clase de movimientos son posibles.

Hasta dónde pueda llevarse esta discusión, sólo el alto *Análisis* podrá decirlo un día. El problema hoy está planteado en esta forma: ¿Cuál es el número de postulados necesarios y el de Geometrías imaginables? Sophus Lie precisa esta cuestión, fijando el número de dimensiones del espacio, el de condiciones que determinan una figura, y admitiendo el movimiento de ella.

He aquí sucintamente indicadas las investigaciones á que han dado lugar los principios fundamentales de la Geometría euclídea.

Además de los *elementos* escribió Euclides un libro de las *dadas*, tres de los *porismas*, y dos de *lugares en la superficie*, los cuales constituían una especie de *Geometría superior*.

Se llama *dada* la proposición cuyas hipótesis dan una entidad geométrica, virtual ó implícitamente contenida en ellas; pero cuya determinación explícita no se indica. Ejemplo: Si dos magnitudes a y b tienen una razón r, está determinado el valor de las fracciones $\frac{a+b}{a}$ y $\frac{a+b}{b}$.

Chasles observa que si esta proposición se quisiera convertir en teorema, bastaría enunciar el valor de las fracciones: la *dada* es un teorema incompleto.

La obra que, sobre todas, ha ejercitado el ingenio de los más ilustres geómetras, es el tratado de los *porismas*. Son estas proposiciones las características de la Geometría superior, de nuestros tiempos: y á interpretarlas y descifrarlas, según las noticias de Pappus, se han dedicado principalmente Simson y Chasles.

Los dos libros *de lugares en la superficie* trataban, al parecer, de los conoides, ó superficies de revolución de 2.° grado, y de las secciones hechas en ellas por planos.

Como se vé, la inteligencia del inmortal geómetra, atacó muchos de los problemas que tan gran desarrollo han adquirido en nuestro tiempo, sin que la falta de datos precisos nos permita averiguar á qué altura llegó en sus descubrimientos.

Si Euclides desenvolvió la Geometría pura hasta un punto, que bien pudieran pensar sus discípulos, como Alejandro de Filipo, que habiéndolo conquistado todo, nada les había dejado por conquistar, Arquímedes, el segundo geómetra de la ilustre escuela, se elevó á envidiable altura, con sus especulaciones sobre la medida del círculo y la cuadratura de la parábola; y llegando hasta los linderos del cálculo infinitesimal, echó las bases del método de exhaustión.

Los pocos recursos usuales del sistema de numeración, en aquel tiempo, hacía que se considerase imposible expresar un número sumamente grande. Arquímedes afirmó que no existía cantidad, por grande que fuese, cuya determinación numérica no pudiera conseguirse: y como se le preguntara si podría las arenas del mar, contestó que sería capaz de calcular el número de granos contenidos en un globo cuyo radio llegara hasta las estrellas, y probó que el término cincuenta de una progresión aritmética, de base diez, respondía á la cuestión.

Esta leyenda prueba que había desenvuelto la teoría de las progresiones, de la cual no se halla mención alguna hasta él: todavía hubieron de trascurrir doce siglos para que se vuelva á hablar de ella, con motivo de la remuneración exigida á un rey indio por el inventor del juego de ajedrez, el cual pidió el número de granos de trigo expresado por la suma de los términos de una progresión geométrica de base uno, razón dos, y de tantos términos como casillas tenía el tablero, cantidad que pareció al rey exajeradamente módica, y que no cabe en un cubo de cien kilómetros de lado, según el cálculo efectuado por el matemático árabe Alsephadi.

La más importante de sus obras, es un tratado de *la esfera* y *del cilindro*. Uno solo de los problemas resueltos en ella, *determinar en una esfera dos segmentos que estén en una razón dada*, depende de una ecuación de tercer grado. Las ingeniosas demostraciones de Arquímedes hicieron decir á Leibnitz que «quienes supieran comprenderle admirarían menos los descubrimientos modernos.»

Otro de sus escritos, sobre *los conoides* y *esferoides*, prueba que adivinó los modernos métodos de transformación de figuras; pero la obra que ha inmortalizado su nombre es la dedicada *á la medida del círculo:* por primera vez, quizá, observa la verdadera posición de este problema, que resuelve aproximadamente encontrando el valor de la razón de la circunferencia al diámetro que lleva su nombre, por medio de dos polígonos, inscrito y circunscrito, de noventa y seis lados: su método de cálculo nos es desconocido. Además demostró las propiedades de la *hélice*, que su maestro Conón había dejado enunciadas; echó los fundamentos de la Mecánica, con su tratado de *los centros de gravedad;* y obtuvo la *cuadratura de la parábola*, por dos procedimientos, uno mecánico y otro geométrico.

Durante el sitio puesto á su patria por los romanos, construyó catapultas gigantescas, para destruír la escuadra enemiga, y unos espejos parabólicos por cuyo medio consiguió incendiarla. Buffón, el año 1777, repitió la experiencia, y logró inflamar madera, á 150 pies de distancia, y fundir plomo á 140.

Arquímedes, á pesar de sus esfuerzos, no pudo conseguir que la plaza fuera tomada; y murió, á manos de un soldado romano, el año 212. Siglo y medio mas tarde, siendo *questor* de Sicilia, Cicerón, se halló oculta entre la maleza la tumba del filósofo, señalada á los ojos de los profanos por una esfera inscrita en un cilindro: el más noble é ilustre de los siracusanos, había querido que figurasen en su sepulcro aquellos dos cuerpos, cuyas relaciones había estudiado: lo inmutable é imperecedero de la idea, sobre la materia destructible y en perpetua transformación. El más grandioso de los mausoleos, no iguala, en melancólica poesía, á la pobre tumba perdida entre los incultos campos de Siracusa.

El nombre que corona el frontón de la Escuela de Alejandría, cuyo estilobato construyera Euclides, cuya columnata simboliza la indestructible obra de Arquímedes, es el de Apolonio, el célebre autor del tratado de las *Secciones cónicas*. Este hizo para las curvas así llamadas, una labor de ordenación, parecida á la que Euclides había llevado á cabo con la Geometría elemental: las estudió como secciones producidas en un cono oblícuo de base circular, trazando por el eje un plano de sección principal perpendicular al de la base, otro auxiliar paralelo á éste y un tercero perpendicular al principal, que originaba la sección estudiada.

De este estudio, realizado, en el libro primero, deducía que en la parábola el cuadrado de la ordenada es igual al producto de la abscisa por el parámetro, en la elipse menor, y en la hipérbola más grande. Los métodos analíticos modernos han conducido á los mismos resultados, por procedimientos más cómodos; pero no más ingeniosos ni elegantes.

Los tres libros siguientes, están dedicados al estudio de los diámetros, ejes y asíntotas, y de algunas propiedades sobre los puntos conjugados armónicos, base de muchas investigaciones posteriores: en los siguientes, conservados por una traducción árabe, resuelve diferentes problemas de máximos y mínimos, y demuestra las propiedades, relativas á la suma ó diferencia de los cuadrados de dos diámetros conjugados, que llevan su nombre. Se le atribuye, también, la solución del problema que tiene por objeto trazar un círculo tangente á otros tres, dada en su obra *De tactionibres*, que Victe trató de reconstruír, en el siglo XVI.

Con Apolonio se cierra el brillante ciclo de la Escuela de Alejandría. Eratóstenes, el gran geómetra, inventor de la *criba* que lleva su nombre, para la determinación de los números primos; Nicomedes, cuya *conchoide* aplicó Newton á la investigación de las propiedades de las curvas de tercero y cuarto orden; Diocles, que estudió la *cisoide* y resolvió por medio de las cónicas, el problema de dividir una esfera en dos segmentos de razón dada; y tantos otros discípulos de los tres maestros, guardadores del fuego sagrado de la ciencia griega, no lograron aminorar el brillo de su gloria.

Todavía, en un segundo período, lanzó sus últimos destellos la Escuela de Alejandría. En él brillaron Abenalao, el creador de la Trigonometría esférica, y Ptolomeo, el célebre inventor de la *sintaxis matemática*, traducida por los árabes, con el nombre de *alguagesto*. Era esta obra la solución de un gran problema geométrico: la explicación de todos los fenómenos celestes por medio de movimientos circulares y uniformes, según el principio sentado por Platón y adoptado por Aristóteles y todos los filósofos griegos.

Apesar de haber sido anulado, por la gran obra de Kepler, tal principio, el tratado de Ptolomeo, en el cual este sabio puso á contribución todos los conocimientos de su época, no ha perdido su importancia.

Después de Ptolomeo, es preciso llegar hasta Pappus, que vivió en Alejandría, á principios del siglo IV, para hallar un nombre digno de mención. Las *colecciones matemáticas* de este autor, que han llegado hasta nosotros, constan de ocho libros, de los cuales el primero y parte del segundo se han perdido, y están destinados á comentar y facilitar el estudio de las obras de sus predecesores. En ellas se encuentra el teorema de Guldin, así llamado, porque este sabio jesuita lo volvió á descubrir el siglo XVII, relativo al volumen engendrado por una figura plana que gira alrededor de un eje exterior á ella, situado en su plano; la relación anharmónica que ha venido á ser, en las manos de Chasles, el fundamento de las modernas teorías de homografía é involución; la propiedad del producto de las distancias de un punto de una cónica á dos lados opuestos de un cuadrilátero inscrito; y otras muchas.

Con Pappus desaparece el último geómetra notable de la antigüedad. La época posterior á él sólo merece mencionarse, porque en ella nace una nueva ciencia, que Victe, Descartes, Leibnitz y Newton, habían de elevar á la mayor altura: el Algebra ó nuevo método de cálculo, en el que la sustitución de los números particulares por letras, permite obtener fórmulas generales, y determinar las leyes que ligan las cantidades conocidas y las incógnitas en un mismo problema, es presentada, por primera vez, de una manera sistemática, en la Aritmética de Diofanto, comentada por Hipatia, muerto violentamente á manos de los cristianos, y á quien puede considerarse como el último matemático de la Escuela de Alejandría. Después de éste, sólo algunos comentadores de Arquímides y Euclides, como Proclus y Eutocius que explicaron en Atenas, cuyos escritos nos han revelado los trabajos de muchos filósofos de segunda fila; y Authemius, el arquitecto de Santa Sofía en Constantinopla, merecen citarse.

Ni la insignificante labor de Casiodoro y Boecio, matemáticos de aquel pueblo romano que, ocupado en retrasar, con sus bárbaras leyes, el progreso social y económico del mundo, no tuvo tiempo para entretenerse en especulaciones científicas; ni el tributo rendido al progreso del *álgebra,* por los sacerdotes de Brahama y Budha, en la India; ni la obra de asimilización, llevada á cabo por los sabios de Bagdad, que tradujeron los grandes tratados de los antiguos maestros, fundiendo en una vasta síntesis el espíritu geométrico de los griegos y el analítico de los indios; ni el concienzudo trabajo de los árabes españoles, fertil oasis ni el desierto de la barbarie occidental, del cual nos ocuparemos oportunamente; ni aquel despertar del profundo letargo de Europa, en el cual comienzan á destacarse las Universidades de Paris, Bolonia, Oxford y otras, por la nombradía de sus filósofos; ni siquiera aquellos primeros tiempos del renacimiento que siguieran á la caída del imperio bizantino, durante los cuales formaron ilustre pléyade los precursores de la matemática moderna; merecen fijar nuestra atención, en una síntesis histórica, que tiene por único objeto determinar la filiación de las ideas, su verdadera importancia, el lugar que les corresponde en la enseñanza, y los métodos que deben seguirse para su exposición.

El Renacimiento. Con Francisco Victe se abre una nueva era para las matemáticas: aunque, según él mismo confiesa humildemente, no era un profesional de las matemáticas, dedicó á estas ciencias el tiempo que le dejará libre el ejercicio de la abogacía en el foro de su ciudad natal, Fontenay-le-Comte, y los cargos públicos que desempeñara, al lado de los reyes Enrique III y Enrique IV, y en el parlamento de Bretaña.

Con el propósito de sustituír el *Almagesto* de Ptolomeo escribió su Harmónicum cæleste que no ha llegado hasta nosotros; el *Canon mathemáticus,* que contiene las líneas trigonométricas de los arcos, calculadas de minuto en minuto; y el *Liber inspectionum,* tratado de trigonometría plana y esférica: pero lo más importante de su fecunda obra de renovación, es su tratado de *Algebra;* en el que llega hasta exponer la teoría general de ecuaciones, y á dar las fórmulas que resuelven la ecuación de tercer grado.

Aquella modificación del *Almagesto* que la intuición de Viete había reconocido como necesaria, la verificaron revolucionariamente Copérnico y Tiko-Brahe, dando nuevas leyes al mundo; y aquella simplificación de los cálculos astronómicos á que no pudo dar cima el ilustre algebrista de Bretaña, con sus tablas de líneas trigonométricas naturales, la llevó á cabo un escocés, Juan Neper, varón de Merchistan—mientras gobernaba sus propiedades, estudiaba teología, y tomaba parte activa en las encarnizadas luchas de los puritanos de Escocia contra la realeza—con la invención de los logaritmos. Su procedimiento de cálculo, aunque muy ingenioso, no indica un conocimiento tan profundo de las matemáticas como podría suponerse: la relación entre sus logaritmos y las áreas asintóticas de la hipérbola equilátera no fué indicada por él, aun cuando así lo han repetido varios autores.

El gran astrónomo Kepler, contribuyó poderosamente á difundir en Alemania la doctrina neperiana, con la publicación de sus *Chilias logarithanorum.* Al historiar una época en que los grandes descubrimientos matemáticos son una secuela de las conquistas astronómicas, no puede menos de citarse el nombre del genial astrónomo, cuya gloria, describiendo majestuosamente sus trayectorias elípticas, contarán á las futuras generaciones todos los planetas de nuestro sistema, sin que sea parte á disminuirla sus errores como geómetra.

El 31 de Marzo de 1596 nació en la Haya, pequeña ciudad de Bretaña, el inventor de la rama más bella y atractiva de la matemática moderna, René Descartes, que trajo al mundo una pasión por el estudio, bajo cuyo impulso aprendió rápidamente, en el colegio de jesuítas de la Flieche, el griego, el latín, la poesía, la mitología y la lógica, cuya forma silogística modificó á los catorce años, echando las bases de una nueva filosofía.

Con el mismo espíritu innovador, emprendió el estudio de las matemáticas, pretendiendo perfeccionar el análisis de los antiguos y álgebra de los modernos, y admirado de todos sus profesores, salió del colegio el 1612 con la inteligencia llena de dudas que le hicieron abandonar temporalmente el estudio; hasta que vuelto á París, dos años después, encontró allí á su profesor el P. Merseme, quien despertó en él su ingénita afición á saber, y se retiró á una casita del arrabal Saint-Germain, donde continuó las investigaciones sobre Análisis y Geometría que había comenzado en el Colegio. Allí le sorprendió la solicitud de sus amigos, gentiles-hombres de vida disipada, por huír de los cuales abandonó la capital, dirigiéndose á los Países Bajos y sentando plaza como voluntario, en las milicias del príncipe Mauricio de Nassau, que á la sazón se hallaba en Breda, á donde se encaminó Descartes, resolviendo durante el viaje, un problema geométrico que había propuesto á todos los matemáticos de su tiempo.

Aunque dedicado á la carrera de las armas, era sin duda, un soldado singular; él mismo declara, que con pena la clasifica entre las profesiones honrosas, «ya que la ociosidad y el libertinaje son los dos principales motivos que llevan á ella la mayor parte de los hombres». Durante una estancia suya en Ulcu, encontró al profesor Juan Faulhaber, á quien dió tan patentes pruebas de su sagacidad, resolviendo problemas considerados como insolubles por el gran matemático, que el sencillo maestro llegó á creer fuera un angel, y no un hombre, aquel ser extraordinario; quien se hallaba tan á gusto en la compañía del sabio, que tardó algunos meses en reunirse con sus compañeros de armas en Praga, adonde llegó á tiempo de tomar parte en la memorable batalla dada el 7 de Noviembre de 1620. Tal era su afición á la milicia. Al año siguiente abandonó por primera vez el uniforme; viajó por Silesia, Bolonia y las costas del Báltico: vino á París, donde frecuentó el trato de Desargues, de Beaune, Mydorge, Balzac y otros hombres notables; volvió á tomar las armas para asistir al sitio de La Rochela; y, una vez que esta ciudad cayó en poder de Richelieu, se retiró á Holanda, donde vivió durante veinte años, dedicado á sus ocupaciones favoritas: allí compuso la mayor parte de sus obras. Murió en Stocolmo, el 11 de Febrero de 1650, adonde había sido llamado con empeño por la reina Cristina de Suecia, conocedora de su extraordinario mérito.

Dejando á un lado la obra filosófica de Descartes, el libro que más servicios ha prestado á la ciencia, es su Geometría: en ella expuso el método general, aplicable al estudio y definición de todas las curvas que los antiguos habían trazado por procedimientos particulares; la regla para trazar tangentes á cualquier curva algébrica, y principio de los signos. Su original idea, de la cual no se encuentra huella en ninguno de sus predecesores, presenta por primera vez la distinción característica, entre la antigua labor aislada, individual, de problemas particulares y cuestiones concretas, sin más ley general, que ligue y funda en un solo principio tantos materiales dispersos, tantas verdades acumuladas; y la obra de moderna sistematización, de grandes síntesis, de métodos uniformes, que hace posible el sacar del estrecho círculo de su corto número de iniciados, los secretos de la ciencia: el saber antiguo es patrimonio de los sacerdotes del templo de Isis, á quienes la divinidad inspira y comunica sus secretos; pero cuando la ley define las relaciones necesarias que se derivan de la naturaleza de las cosas, todos los hombres capaces pueden, aplicando sistemáticamente los principios generales, sentir los placeres inefables de la maternidad intelectual: después de afirmar Descartes que *cuanto sabía lo debía al método,* Newton pudo decir que "*el genio es la paciencia*", y nuestro Balmes observar muy discretamente, que *la inspiración no desciende jamás sobre los perezosos.* Hermosas verdades son estas que la juventud debiera tener siempre presentes.

El gran descubrimiento cartesiano, inició una verdadera revolución en el Algebra; de Beaune, determinó los límites de las raices reales de una ecuación; Pascal, imaginó su triángulo aritmético para calcular los coeficïentes de la potencia de un binomio; Cabalieri, jesuita italiano, profesor de Bolonia, inventó el método de los indivisibles, que constituye el antecedente del Análisis infinitesimal de Newton.

Asombra la inmensa labor hecha por los matemáticos de este período: en él no se sabe que admirar más, si la fecundidad de las nuevas ideas, ó el ardimiento con que se las discutía. Quien trate, como nosotros, de recorrerlo á pasos de gigante, sólo puede fijarse en algunas estrellas de primera magnitud.

Fermat, "el primer hombre del mundo", según Pascal, fué el émulo de Descartes en la invención de la Geometría analítica, el precursor de Leibnitz en el descubrimiento del Cálculo infinitesimal; el que generalizó la obra del ilustre autor del cálculo de probabilidades, el comentador feliz del tratado de los *porismas* de Euclides, y el espíritu sagaz que elevó á inconmensurable altura la teoría de los números, enunciando teoremas cuya demostración ha costado después grandes esfuerzos. Fué analista y geómetra, en todas las ramas de la matemática; dejó marcada la huella de su genio profundo, y, como si esto fuera poco, desempeñó toda su vida el cargo de Consejero en el Parlamento de Tolosa, en cuya ciudad había seguido los estudios de Derecho.

Una de las figuras más hermosas del que bien pudiera llamarse *siglo de oro* de las ciencias matemáticas, y que de oro é incalculables beneficios fué para la humanidad, á la cual proporcionó el germen de las riquezas con que las ciencias aplicadas han aumentado el acerbo común, es la del joven Pascal, nacido en Clermont el 19 de Junio de 1623 y falleció el 19 de Agosto de 1662. Es uno de esos casos de precocidad extraordinaria que rara vez se presentan en el campo de la ciencia: sólo el arte con Mozart y la poesía con Jesús Rodríguez Caro ofrecen ejemplos semejantes.

No puedo resistir el deseo de copiar aquí unas palabras de su propia hermana, cuya ingenuidad y sencillez nos pinta el despertar de su ingenio. Dice ella: "Mi padre era hombre aficionado á las matemáticas, y tenía amistad con todos los entendidos en esta ciencia, los cuales asistían frecuentemente á su casa, entre otros el P. Mersenne, Roberbal, Mydarge y Carcovi, que también se reunían en el convento de los Mínimos, residencia del primero, donde celebraban conferencias, que dieron origen á la Academia de Ciencias, fundada en 1660; pero como tenía el propósito de instruír á mi hermano en las lenguas, y sabía que la matemática ocupa y satisface el espíritu, no quiso darle ninguna noción de ella, por temor de que abandonara la lengua latina y las otras ciencias en que pretendía perfeccionarle. Viendo mi hermano esta resistencia, le preguntó un día qué era la matemática, y de qué se trataba en ella: mi padre le dijo, era en general, el medio de hacer figuras exactas y hallar relaciones entre ellas, y al mismo tiempo le prohibió hablar de tal cosa en adelante, ni pensar jamás en ello, pero como su espíritu no podía quedarse dentro de tan estrechos límites, en cuanto adquirió la sencilla idea de que la matemática permitía hacer figuras perfectas, se puso á discurrir sobre esto en las horas de recreo, y estando solo en una sala, donde tenía la costumdre de divertirse, cojía carbón y hacía figuras en las paredes, procurando, por ejemplo, hacer un círculo completamente redondo, un triángulo cuyos lados y ángulos fuesen iguales, y otras cosas semejantes. Hallaba todo por sí solo, y enseguida buscaba las relaciones entre las figuras: pero como mi padre había puesto gran cuidado en ocultarle los libros de matemáticas, desconocía hasta los nombres de las cosas, lo cual le obligó á inventar denominaciones: á un círculo le llamaba un redondo, á una recta una barra. Tras las definiciones inventó los axiomas; después hizo demostraciones, y de deducción en deducción llegó hasta la proposición treinta y dos del primer libro de Euclides: la suma de los ángulos de un triángulo es igual á dos rectos. En tal punto, entró mi padre en la estancia sin que mi hermano le oyera: ¡tan abstraído se hallaba en sus meditaciones! No podría decirse quien experimentó mayor sorpresa: si el hijo al verse sorprendido por el padre, ó el padre al ver al hijo entre todas aquellas figuras: pero la sorpresa del padre subió de punto cuando al preguntarle qué hacía, le contestó que buscaba el valor de la suma de los ángulos de un triángulo, es decir, la proposición treinta y dos de Euclides. Mi padre le preguntó por qué había pensado en esto, él contestó que por haber hallado tal otra proposición: sobre ella le hizo la misma pregunta, y le dijo algunas demostraciones que había hecho: en fin retrogradando, y explicándose siempre con los nombres de redondo y barra, llegó hasta sus definiciones y axiomas. Entonces mi padre le dió los «Elementos de Euclides» para que los leyera en las horas de recreo, los vió y los entendió por sí solo, sin tener jamás necesidad de explicación alguna: y mientras los veía, avanzaba tanto, que á los diez y seis años hizo un tratado «De las cónicas» que pasa por ser un esfuerzo de inteligencia, como no se ha visto igual después de Arquímedes».

En esta obra citada por la hermana, dada á luz en 1640, y sacada del olvido por Bossuet en 1779, está la propiedad del «exágrama místico» como lema al principio, para deducir de él, más de cuatrocientos corolarios que constituyen todo el cuerpo de doctrina desarrollado en un libro, llegado hasta nosotros, al cual no hay que confundir con el ensayo dado á luz en su adolescencia. No falta quien haya puesto en duda que pertenezca á Pascal el famoso teorema del exágono inscrito en una cónica: unos lo atribuyen á su padre, otros á Desargues; pero Chasles, fundándose en un testimonio de este último, reivindicó para el joven geómetra la paternidad del fecundo teorema, del cual es simple consecuencia toda la obra de Apolonio.

Dos años después inventó su *Máquina aritmética*, el primer *aritnómetro;* en 1653, y en medio de enfermedades prematuras, escribió su tratado sobre el *triángulo aritmético:* y en 1654, para resolver dos cuestiones propuestas por el caballero de Meré, echó las bases del *cálculo de probabilidades*, nueva ciencia sin raíces en el pasado.

Al lado de los Descartes y Fermat debe colocarse á Desargues, nacido en Sion en 1593. Partidario de vulgarizar la ciencia se dedicó á enseñar á los artesanos de París los principios de la perspectiva; pero el éxito no correspondió á las esperanzas que concibiera, y se retiró á su ciudad natal.

Escribió un libro sobre las cónicas, modestamente titulado "*Proyecto borrador de un avance de los resultados de la intersección de un cono con un plano*", en el cual expone el teorema llamado la «involución de seis puntos: relativo á los segmentos determinados por una trasversal sobre los cuatro lados de un cuadrilátero inscrito en una cónica». Dejó también un tratado de perspectiva que le ha valido el sobrenombre del «Monge de su tiempo». Sus contemporáneos fueron injustos con él y la posteridad le olvidó, hasta que el erudicto Pondra y Chasles pusieron en claro su curiosa fisonomía y aquilataron el mérito de su labor.

Perteneció á la nebulosa científica que giraba en torno del padre Merseune, el introductor en Geometría de los principios de la cinemática, Roberbal, quién intentó resolver el problema de las tangentes, sin que la falta del método infinitesimal le permitiera sacar de su descubrimiento todo el partido posible. El momento en que Newton y Leibnitz habían de dar cima á la empresa de descubrir tan fecundo procedimiento parecía sentirse. Un jesuita belga les allanó el camino: el padre Gregorio de Saint-Vincent, con su obra la *Cuadratura del círculo y de las secciones cónicas,* en la cual perfeccionó el método de exaustión de Arquímedes; quien á su vez fué rectificado por el holandés Huygens, inventor de la teoría de las ondula ciones, precursor de Newton, y verdadero creador de la Física matemática.

El análisis infinitesimal. ¡Isaac Newton! Como yo he contraído el compromiso de hablar con sinceridad, os declaro que el nombre del ilustre profesor de Cambrige, produce en mi ánimo cierta depresión que me priva de ideas. Largo rato he contemplado el retrato del sabio buscando inspiración en aquella actitud severa, aquella mirada fija que parece profundizar el misterio insondable del espacio infinito, aquella frente despejada que determina la máxima abertura del ángulo facial, aquella cabellera ondulada que forma suave marco á su rostro, al cual parece cubrir un tenue velo de apacible serenidad; mucho tiempo también he pedido á la grata efigie del ciego Sanuderson, sucesor del coloso en la cátedra de matemáticas, me explicara á mí, ciego del espíritu, los profundos conceptos que oyera al maestro; la figura sedente de Newton y el busto evangélico de Sanuderson, me han dicho tan sólo, que no se alcanza el saber con un rapto de inspiración, y que en la vida se aprende más con la aplicación, intensa y continuada, de la inteligencia á las obras de la naturaleza y del pensamiento humano, que con lo que otros pueden enseñarnos, por medio de una labor informativa: he aquí una revelación de dos sabios que sintetiza el genio de todo un pueblo.

En 1687, Newton, llamado á su seno por la Asociación Real de Londres, publicó la obra inmortal *Principia*, en la que expone sus principales descubrimientos: ella es, para quien sepa comprenderla, la obra maestra de un genio, que brilla tanto por la concisión de las ideas como por el lujo de los detalles; en un escolio, cuyo espíritu penetra toda la obra, explica el autor su teoría de las *flecxiones*, inventada veinte años antes por él, pero publicada por Leibnitz, bajo otra forma, en la *Acta eruditorum*, el año 1684. Esta coincidencia, ha dado lugar á las más vivas discusiones, acerca de la prioridad del descubrimiento. Newton mismo lo ha reconocido de una manera explícita: aunque su publicación fuera posterior á la de Leibnitz, nada debe á éste, al cual tampoco ayudó; de otra suerte el propio Leibnitz, tan sincero y amigo de la verdad, lo hubiera declarado.

Newton y Leibnitz comparten, pues, la gloria de haber inventado el *cálculo diferencial*. No puede caber duda alguna acerca de la originalidad de estos dos grandes hombres, dignos émulos ó rivales uno de otro: el sentido filosófico que informa sus creaciones es distinto, la huella de su personalidad está impresa en ellas. El uno se preocupa de las leyes de la naturaleza más que de las del espíritu humano; vé en el método descubierto un instrumento para investigar las masas y velocidades de los mundos en sus trayectorias, y al asignarle un fin tan alto, muesta bien el alcance que le atribuye; el segundo no proponiéndose otra cosa que realizar una obra de ciencia pura, la cual tiene en sí misma su finalidad, penetra más en la metafísica del cálculo, y marca, con claridad, el camino que debe seguirse en su desenvolvimiento; Newton no considera terminada la exposición de una regla, sino obtiene alguna fecunda aplicación de ella; Leibnitz se complace más en proponer grandes problemas, comprendidos en las leyes generales, indicando el gran partido que de ellas puede sacarse, y dejando á otros el cuidado de agotar las cuestiones. Si Newton, un poco más activo hubiera publicado sus inmortales «Principios» un año antes, la obra de Leibnitz no hubiera dejado de pasar á la posteridad; pero los hombres hubieran atribuído su gloria á las ideas filosóficas y á la generalidad de los preceptos más que á su labor como geómetra: si Leibnitz, anticipándose todavía más á su rival, le hubiera podido robar la gloria del común descubrimiento, Newton seguiría figurando en la Historia de la humanidad, como uno de los hombres ante cuyo recuerdo el espíritu más escéptico se inclina respetuosamente y sella sus labios, para impedir que asome á ellos la característica sonrisa, signo de imbecilidad. Newton inventando su método, soñaba en la obra *magistral* de dictar leyes al Universo; Leibnitz desenvolviendo el suyo, pensaba en la modesta labor *pedagógica* de enseñar un procedimiento nuevo para la resolución de problemas matemáticos; por eso la obra de Newton sólo pueden comprenderla los espíritus suficientemente preparados, que la labor del *maestro* únicamente cuando se trata de las más humildes faenas de la vida puede ser entendida por el discípulo directamente; por eso la obra de Leibnitz informa todavía los tratados destinados á la enseñanza: siendo pues, distinta la finalidad, distinta debe ser la obra de los dos creadores del Análisis infinitesimal.

No son nuevos en la historia de la ciencia estos casos de prioridad, y tienen una explicación lógica y natural. Son los genios, que de tarde en tarde aparecen en la vida de los pueblos, á manera de espejos parabólicos de sin igual potencia que condensan en su foco las ideas difusas, vagamente sentidas por la gente de su tiempo, para devolverlas en forma de energía utilizable: por eso pueden ser comprendidas, porque expresan pensamientos que están en la mente de muchos, borrosamente formulados. Esto es lo ocurrido con el fecundo descubrimiento que nos ocupa. En los escritos de los matemáticos de la época, se leían hacía tiempo ideas análogas á las de los sabios en litigio. Cavalieri, Fermat y Pascal habían sometido al cálculo los infinitamente pequeños; Descartes había inventado el método de los indeterminados; Barsow consideró las curvas como polígonos de infinito número de lados; Roberbal descompuso la velocidad de un punto, que describe una curva, en dos componentes paralelas á los ejes coordenados; Wallis enseñó á calcular las series con un número infinito de términos: sólo faltaba que alguien sintetizara tantos esfuerzos dispersos é ideara el algoritmo ó procedimiento de cálculo; y ¿no es más lógico suponer, que habiendo llegado el fruto á su madurez, los dos grandes matemáticos, célebres ya por tantos motivos, tuvieran simultáneamente, cada uno desde su especial punto de vista, la visión de la realidad, que no manchar la memoria de uno de ellos, con el denigrante título de plagiario?

La Marquesa de Chatelet, la célebre amiga de Voltaire, tradujo al francés, comentó y dió á conocer en el continente la obra de Newton: el genio debía recibir el homenaje de la belleza.

Comienza Newton sentando con precisión las definiciones y axiomas adoptados por sus predecesores, y entra de lleno en la exposición de sus grandes descubrimientos en Dinámica. Demuestra primero, que en el movimiento curvilíneo de un cuerpo, bajo la acción de una fuerza dirigida hacia un centro fijo, las áreas descritas por el radio vector son proporcionales á los tiempos: prueba después que si la ley de las áreas se cumple, la fuerza productora del movimiento está constantemente dirigida hacia el punto en torno del cual gira el radio vector que describe áreas planas de una manera uniforme; busca la fuerza aceleratriz para un movimiento elíptico en el cual la ley de las áreas se refiere al foco, y demuestra que debe ser inversamente proporcional al cuadrado del radio vector; supone, recíprocamente, que un cuerpo se mueve bajo la acción de una fuerza de esta clase, y de una velocidad inicial que no coincida con la dirección de ella, y demuestra que la trayectoria es una cónica. Se vé en la lógica rigurosa del razonamiento, la inflexibilidad de quien no quiere proceder de ligero.

Termina el libro primero estudiando el movimiento de los corpúsculosa traídos por las diferentes partes de un cuerpo; de donde deduce su teoría de laemisión. El libro segundo lo dedica á la exposición del movimirnto de un cuerpo en un medio resistente: es aquí donde aparecen en un estado embrionario las primeras ideas de su teoría de las *flecxiones*.

La parte más interesante de su trabajo, es aquella en que aplica al sistema del mundo los teoremas precedentes.

He aquí cómo procede para determinar la relación entre las masas del Sol y la Tierra. Determina la aceleración de Mercurio: el tiempo de la revolución total y el radio de la órbita, son los datos que le sirven para esta determinación. Deduce después la aceleración que el Sol imprimiría á un cuerpo situado en su superficie: y como conoce la que la tierra le imprime, en iguales condiciones, obtiene la correspondiente á una distancia del centro de nuestro planeta igual al radio del Sol: la relación de ambas aceleraciones es la de las masas del Sol y la Tierra.

Esta obra imperecedera, que contiene las leyes generales de la gravitación universal, que regula el curso de los astros, la más sublime concepción á que ha podido llegar hasta hoy el cerebro humano, cuyas páginas erizadas de dificultades constituían un obstáculo para su difusión, que en países donde no existiera el justo sentido de la vida, hubiera quedado perdida entre los empolvados legajos de abandonada y solitaria biblioteca, valió al geómetra la inmortalidad y la fortuna: su Gobierno le nombró en 1695, inspector de la Casa de la Moneda, en Londres, y cuatro años después director de la misma con un sueldo de 30.000 libras, cantidad considerable para aquella época, que le permitió continuar la publicación de sus obras, sin preocuparse de la acojida que pudieran tener.

Publicó sucesivamente: la *Optica*, en la cual expuso la teoría de la emisión, que después ha sido sustituída por la de las ondulaciones, debida á Huygens, é introdujo, por primera vez, en ella, el cálculo matemático; dos opúsculos, uno *sobre curvas de tercer orden* y otro sobre *cuadraturas; su método de las flexiones,* y la Aritmética universal.

Tales son los principales descubrimientos científicos de Newton. Ciertamente los ingleses, al escogerle para campeón nacional, en la noble lucha entablada por la hegemonía de la ciencia contra las otras naciones del continente, tuvieron la segura intuición de los pueblos que están ciertos de su destino; ningún otro hubiera desplegado más ardor en la empresa, ni marcado surco más hondo en el campo de la matemática.

Godofredo Guillermo Leibnitz, nació en Leipzig el 3 de Julio de 1646. Su rostro tenía la melancólica, expresión de una de esas poéticas baladas del país donde vió la luz primera; bajo su anchurosa frente se siente bullir un mundo de ideas, mientras la ligera contracción de sus labios denuncia un dejo de amargura, por haber tropezado en el camino de la gloria, con la bien cimentada fama de aquel hombre, que considerando pequeño para él este bajo mundo, pretendió escalar todos los otros del sistema planetario. Era hijo de Federico Leibnitz, profesor de Moral en la Universidad de Leipzig, y su tercera mujer Catalicia Shmuck: siendo muy joven perdió á su padre, y la madre se encargó de su educación. Aprendió Filosofía con Thamasius, Matemáticas con Kuhucius, y en todos los ramos del saber descolló. A los veinte años quiso tomar la borla de Doctor; pero como no tenía la edad exigida por los Estatutos, solicitó una dispensa que le fué negada: despechado entonces con su país, se marchó á Nuremberg, donde no sólo se le concedió la dispensa requerida, sino que se le ofreció una cátedra de Derecho. Allí conoció al varón de Boimburg, canciller del Elector de Maguncia, quien le aconsejó se dedicara á la Jurisprudencia, y le envió á París con una misión de Estado; en París conoció á Huygens; y en Inglaterra, á donde pasó poco después, fué muy bien recibido en la Asociación Real de Londres, por Newton, Boyle, Wallis y los demás socios. La muerte del Elector de Maguncia le obligó á volver á su país: todavía permaneció un año en París, á espensas del Duque de Brunswick, que le había nombrado su Consejero autorizándole para permanecer en Francia: en esta última época se dedicó por completo al estudio de las matemáticas; y de vuelta á Hannover, empleó su actividad en la organización de una biblioteca y un gabinete de Física, para su protector y Mecenas, el Duque de Brunswick, muy interesado en seguir el movimiento científico de aquel tiempo en el centro de Europa. Dichosos los pueblos cuyos Príncipes cultivan el *sport de la ciencia:* ellos serán siempre los guías de aquellos otros cuyos elementos directores profesan *la ciencia del sport.*

La infatigable laboriosidad de Leibnitz comenzó entónces la publicación del primer periódico científico de Alemania, sus famosas *Acta eruditorum,* análogo al *Journal de savants,* donde publicó sus ideas sobre química, física, matemáticas y filosofía: allí apareció en 1684 su *Nova methodus pro máximus et mínimus,* con el cual resolvió, por medio del cálculo diferencial, el problema de hallar una curva cuya subtangente sea constante, propuesto por de Beaune, demostrando que es tal línea una logarítmica ordinaria, puesto que sus abcisas crecen en progresión aritmética y sus ordenadas en progresión geométrica; allí expuso el medio de diferenciar las funcionos racionales, aplicándolo á algunos ejemplos de solución difícil; y allí, finalmente, sentó, dos años después, las bases del cálculo integral, demostrando con facilidad problemas de cuadraturas que sus predecesores habían resuelto penosamente.

He aquí el principio en que se funda el método de Leibnitz: el conocimiento de un fenómeno cualquiera en sus menores detalles, presenta grandes dificultades; y sin embargo, la ley de su producción es la de sus desarrollos sucesivos é instantáneos, la que rige el tránsito de un estado á otro infinitamente próximo. Entre el establecimiento de las relaciones que ligan las circunstancias de un hecho, durante un tiempo infinitesimal, y la determinación de él en toda su integridad, hay una diferencia, tanto mayor, cuanto más grande es la complejidad del mismo: del planteamiento de las ecuaciones diferenciales, á la investigación de las integrales, que expresan en términos finitos la ley de producción, hay una distancia que el espíritu humano puede ó no salvar: el planteo es fácil en multitud de casos, la integración muchas veces imposible: pero fijar el punto de partida de un problema, es hallarse en camino de resolverlo, y esto se alcanza cuando, interpretando analíticamente las condiciones dadas, se obtiene la ecuación diferencial, la cual expresa una modificación infinitamente pequeña, y debido al fatal determinismo de las leyes naturales, contiene en germen el conjunto de todas las variaciones. Si un proyectil lanzado al espacio, tiene fatalmente determinada su trayectoria, á partir del momento inicial: si un mundo que comienza á girar en el seno de la nebulosa, seguirá dócilmente su camino, con la masa, velocidad y aceleración debidas á las causas productoras de su proceso evolutivo; lógico es pensar que quien determina las condiciones de estos movimientos, en un instante cualquiera de su desarrollo, tiene el mágico resorte por cuyo medio podrá conocerlos en toda su integridad, ya que una modificación cualquiera es causa de la siguiente y efecto de la anterior: *post hoc, ergo propter hoc.*

Tuvo el método de Leibnitz partidarios y contradictores: uno de sus más entusiastas adeptos, el marqués de L' Hopital, fué en Francia el vulgarizador del nuevo cálculo. Cuánto preocuparon la atención pública las nuevas ideas, lo prueba el que llegara á representarse en París una comedia titulada: *Los infinitamente pequeños,* cuya trama estaba fundada en la salud delicada del marqués y la antipatía que á su mujer inspiraba todo progreso.

El que enseñó al marqués de L' Hopital los flamantes preceptos, puestos en ridículo por el regocijado *vaudeville,* fué Juan Bernoulli, perteneciente á una familia originaria de Amberes, y refugiado en Suiza: los dos hermanos Jacobo y Juan fueron los más ardientes partidarios del cálculo infinitesimal. El primero se distinguió por sus descubrimientos sobre la espiral logarítmica: demostró que la evoluta y las cáusticas por reflexión y refracción de dicha curva, son también logarítmicas iguales á ella, giradas un cierto ángulo alrededor del polo. Fué tal su entusiasmo por tan bello descubrimiento, que hizo grabar la figura sobre su tumba, con esta frase, emblema de la inmortalidad: *eadem inmutata resurgo.*

Escribió además: su estudio de la curva *isócrona paracéntrica,* en el cual aparece por primera vez la palabra integral, que no había sido usada por Leibnitz, hasta entonces; su resolución del problema de los *isoperímetros,* que dió lugar á una querella con su hermano Juan, en la cual salió este vencido; su generalización de las propiedades de la *catenaria,* descubiertas por Leibnitz; y sus cálculos exponencial y de probabilidades.

Juan Bernoulli realizó investigaciones sobre la *braquistócrona* ó curva que debe seguir un cuerpo pesado para ir de un punto á otro en el menor tiempo posible:

su hermano Jacobo, Newton y Leibnitz, demostraron que esta propiedad correspondía á la *cicloide,* de la cual ya se había probado que era *tantócrona.* Su mayor título de gloria consistió en haber definido el análisis infinitesimal, contando con alumnos como el gran Euler.

En Italia Jacobo Ricatti introdujo el nuevo cálculo é integró diferentes ecuaciones diferenciales. Fagnano llamó la atención sobre la teoría de las funciones elípticas, llegó á rectificar la elipse é hipérbola, y descubrió que entre la integridad de un arco de lemniscata y la correspondiente de un círculo existen analogías.

Entre los contradictores del método leibnitziano merecen citarse, el abate Catelán, el holandés Nieuwentyt, y Rolle. El primero, conocido por la discusión que había sostenido con Huyghens, sobre el centro de oscilación, exhortó á los geómetras, en su *Logéstica Universal,* á no dejarse seducir por las novedades y á seguir los procedimientos de Descartes, los únicos, á su juicio, que podían conducir al perfeccionamiento de la Geometría: pero al querer probar su afirmación, resolviendo algunos problemas, se encontró con la imposibilidad de hacerlo; y hubo de acudir al artificio de formar un sistema mixto, combinando las ideas de Newton y Descartes, y proporcionando á l' Hopital, que descubrió la añagaza, uno de sus más señalados triunfos.

No se desanimaron por esta derrota los adversarios, y Nieuwentyt salió á la palestra con nuevos argumentos, cuyo positivo valor apenas alcanzamos hoy á comprender, los que hemos leído con fruición, el libro de oro de estas cuestiones fundamentales, la *Metafísica del cálculo infinitesimal,* de Carnót, y hemos aprendido á pensar en el *Cálculo diferencial* de D. Simón Archilla. Leibnitz y Varignón rebatieron victoriosamente las objeciones del geómetra holandés, quien se dió noblemente por vencido.

No terminó á tan poca costa la discusión entablada por Rolle; y, sin embargo, en el terreno en que se batía, era más fácil reducirle. Los argumentos de Nieuwentyt, tenían carácter filosófico, y sabido es cuántas dudas se levantan en el espíritu, cuando se pretende cambiar radicalmente los conceptos fundamentales que constituyen la base de sus razonamientos; y sabido es también cómo embrollan esta clase de discusiones las personas habituadas á ellas: pero las objeciones de Rolle eran de índole matemática; y aquí la verdad se presenta con claridad meridiana, á los ojos de cuantos quieran observarla. Esto no obstante, como lo que faltaba á la razón lo puso el amor propio, el litigio duró largo tiempo, y puso en conmoción á la Academia de Ciencias de París. Esta, queriendo poner término á la disputa entablada entre Rolle y Varignón, miembros ambos de ella, encargó al P. Gome, jesuíta, á Cassini y de la Hise que examinaran las razones de los adversarios. El tribunal decidió la discusión á favor de Rolle; la Academia, obrando sabiamente, reservó su fallo. Esto era casi dar la razón al enemigo del nuevo cálculo; pero Rolle no se satisfizo, y atacó despiadadamente el *Análisis de los infinitamente pequeños,* que el marqués de L' Hopital acababa de publicar, desafiando á sus adversarios á que resolvieran el problema de trazar tangentes en los puntos singulares de las curvas. Saurín, geómetra de la Academia, aceptó el desafío, y probó que la cuestión propuesta estaba prevista en el libro del marqués. Todavía continuó esta disputa algún tiempo, pero la Academia logró ponerle fin reconciliando á los dos partidos y haciendo que Rolle reconociera su error.

Triunfante por fin el nuevo método, surgió la cuestión de prioridad, de la cual ya hemos hablado, en cuyo detalle no nos creemos obligados á entrar, porque basta lo dicho para ver cuánto interés despertaban por aquella época estas cuestiones científicas.

Volviendo á la patria de Newton, nos encontramos en ella, á principios del siglo XVIII, con su más entusiasta admirador, Brook Taylor, el cual escribió diversas memorias sobre el movimiento de los proyectiles, la capilaridad, el centro de oscilación, la trayectoria de un rayo luminoso á través de un medio heterogéneo; un tratado sobre los *nuevos principios de la perspectiva lineal,* y su gran obra titulada *Methodus incrementorum directa é inversa,* en la cual pondera los descubrimientos de Newton, critica injustamente á Leibnitz y los Bernoulli, demuestra la conocida fórmula que lleva su nombre, y halla la ley de las vibraciones de las cuerdas, comprobada después por d' Alembert y Lagrange que rectificaron ciertos errores de detalle.

Se puede incluír en la escuela inglesa á de Moivre, pues aunque nació en Francia, pasó la mayor parte de su vida en Londres, donde frecuentó el trato de Newton y Halley. Inventó la trigonometría de las cantidades imaginarias; demostró las fórmulas que llevan su nombre y dan sen. mx y cos. mx, en función de sen. x y cos, x; hizo ver que la probabilidad de un acontecimiento compuesto, es el producto de las probabilidades de los simples que lo componen; halló fórmulas prácticas para determinar la duración probable de la vida humana, y descubrió las series recurrentes.

Al lado de Moivre hay que citar al profesor de la Universidad de Cambridge, Roger Cotes, que perfeccionó los procedimientos de integración, expuso una teoría sobre las raíces imaginarias de la unidad, y enunció el teorema relativo al lugar del centro harmónico del sistema de puntos de intersección de una curva cualquiera, con una secante móvil que pasa por un punto fijo.

Esta propiedad fué demostrada por Maclaurin en su *De linearum geometricarun propietatibus generalibus:* de ella hace aplicación á las curvas de segundo y tercer orden. Escribió, además, las obras siguientes: *Geometría orgánica, Sistema de las flecxiones, Exposición de los descubrimientos filosóficos.* Todas ellas constituyen un comentario y desenvolvimiento de las ideas de Newton; la última, sobre todo, es un panegírico del geómetra, en detrimento de Leibnitz y Descartes. Demostró la fórmula que lleva su nombre, para el desarrollo de una función, en serie, consecuencia de la de Taylor.

Entre los discípulos de Maclaurin debe citarse á Stewart, inventor de teoremas generales que le han dado merecido nombre.

El análisis de las obras de este matemático, que Chasles estudia con bastante detenimiento, hace ver cómo en ellas se hallan demostradas individualmente muchas proposiciones, casos particulares las unas de las otras. Esta era la marcha habitual y necesaria del geómetra que se elevaba siempre de una proposición extremadamente fácil, á otra del mismo género, un poco más general, y de ésta á otra más extensa; de suerte que la demostración de una verdad, no muy comprensiva, exijía la de varios de sus casos particulares. Hoy se puede demostrar directamente los teoremas más generales, y establecer enseguida, entre ellos, las mismas relaciones que antes tenían entre sus corolarios. Esta comodidad que simplifica extraordinariamente la ciencia, caracteriza los progresos hechos en estos últimos tiempos; y se extendería á todas las aplicaciones, si un gusto exclusivo por el Análisis, fomentado en los Establecimientos de enseñanza, no inclinase al estudio y al uso del método analítico. Es indudable que éste por razón de la universalidad que le es propia, debe ser enseñado con preferencia en los Centros donde las matemáticas no se estudian por sí mismas, sino para aplicarlas á las otras ramas del saber ó á los servicios públicos; pero la Geometría y los fecundos métodos que ha suministrado á los más grandes matemáticos de los dos últimos siglos, así como los perfeccionamientos que tales sistemas han llevado á ella, deben ser expuestos en los cursos destinados á la exposición de las diversas doctrinas matemáticas. Proceder de otro modo es contribuír al estancamiento de la ciencia toda, porque sus distintas partes están de tal manera enlazadas que la ignorancia de una de ellas influye sobre las demás.

Esta demanda justificada de Chasles, ha sido atendida no ha muchos años, en nuestro país, con la división de la Geometría en dos ramas distintas, que se estudian separadamente, la Geometría métrica y la de posición; destinada una al estudio del antiguo análisis y la otra á los modernos métodos.

Precursor de Euler y Lagrange es el geómetra ruso Lauden, que merece especial mención por sus teoremas sobre los arcos de hipérbola y elipse; y sin detenernos en Francia, la cual durante esta primera mitad del siglo XVIII no tuvo más que matemáticos de segunda fila, llegamos á una de esas figuras en cuya contemplación el espíritu descansa, la del gran Leonardo Euler, oriundo de Suiza, quien eclipsará con sus bellos descubrimientos la gloria de los Bernoulli.

Su primera obra fué una Memoria, premiada por la Academia de Ciencias de París, sobre la teoría mecánica de la construcción de barcos: en ella se exponen las ideas hoy corrientes, acerca de la estabilidad y movilidad de los mismos, dependientes de la posición respectiva del metacentro y centro de gravedad.

Algún tiempo después, fué nombrado, por la Emperatríz Catalina I de Rusia, miembro de la Academia de Ciencias de San Petersburgo, y entónces compuso su tratado de Mecánica, primera aplicación del *análisis matemático* á la ciencia del movimiento de los cuerpos. El exceso del trabajo y los rigores del clima, le produjeron una oftalmía, que le ocasionó la pérdida de un ojo: así que solicitado por el rey de Prusia para presidir la Academia de Ciencias de Berlín, se trasladó á esta población donde fué muy bien acogido; y, por indicación de la princesa d' Aubalt-Dessau, alumna suya, escribió sus *Cartas sobre varias cuestiones de Física y Filosofía,* en la que se reveló vulgarizador incomparable, libro que obtuvo tanto éxito como las *Divagaciones sobre la pluralidad de mundos,* de Fontenelle.

El año 1746 publicó su *Teoría nueva de la luz,* en la cual rebatió la doctrina de la emisión de Newton; y sometió al cálculo la de las ondulaciones, ideada por Huygens. En el curso de su vida volvió varias veces sobre este asunto, y por fin, reunió todas las investigaciones en un tratado, bajo el título de Dióptrica.

En Análisis estudió: el problema de los isoperímetros; las funciones circulares, exponenciales y elípticas; la teoría de series y de las integrales eulerianas; las ecuaciones diferenciales del movimiento de un cuerpo, bajo la acción de fuerzas cualesquiera, y la teoría de la rotación de un sólido alrededor de un punto fijo. A todas estas cuestiones llevó su espíritu profundo, y sus puntos de vista originales y elegantes: discípulo de los Bernoulli, y continuador de la Escuela de Leibnitz, se dedicó á desenvolver las ideas del maestro, acentuando la diferencia con los geómetras sucesores de Newton, aficionados á los procedimientos intuitivos.

En Geometría, abordó el problema del círculo tangente á otros tres, y el de la esfera tangente á otras cuatro;

en la Analítica, discutió, por primera vez, la ecuación general de segundo grado con tres variables; ideó las fórmulas de transformación que llevan su nombre, para pasar de ejes rectangulares en el espacio; dió la definición de foco de una cónica; y la teoría completa de las curvas geométricas.

Sus trabajos de astronomía, le colocaron entre los fundadores de la Mecánica celeste. En ellos resolvió con claridad, el problema de los tres cuerpos, y lo aplicó al movimiento de la luna.

Esta rápida enumeración no puede dar idea de la inmensa labor de Euler, quien á pesar de haberse quedado ciego en 1766, siguió trabajando hasta el mismo día de su muerte: el simple enunciado de sus publicaciones, ocupa más de cincuenta páginas, en el *Elogio* del sabio, publicado por Fuss, en San Petersburgo; y la labor de estos hombres, que supone el ejercicio de las más excelsas virtudes, no puede recibir, ni el aplauso alagador de las muchedumbres, ni el galardón de los poderosos, ni siquiera el piadoso recuerdo de un corto número de profesionales, porque para llegar á comprenderles era preciso estar adornado de sus talentos, energía y perseverancia.

He aquí cómo Coudorcet, describe su muerte: «El 7 de Septiembre de 1783, después de haberse entretenido en calcular, sobre una pizarra, las leyes del movimiento ascensional de las máquinas aerostáticas, cuyo descubrimiento ocupaba entonces á toda Europa, comió con Lexel y su familia, habló del planeta Herschel y de los cálculos que determinan su órbita; y poco después hizo venir á su nietecillo, con el cual jugueteaba, tomando algunas tazas de te, cuando repentinamente la pipa se le escapó de la mano, y cesó de calcular y de vivir.»

Todavía encontramos en Suiza el nombre de Cramer, cuya *Introducción al análisis de las líneas curvas algébricas,* es la obra más completa en la materia; y volviendo á Francia, nos hallamos con el gran Clairaut, que por su precocidad y profundos descubrimientos, merece llamar nuestra atención.

Después de Pascal nadie ha demostrado mejores disposiciones para las matemáticas: á los doce años escribió un estudio sobre las secciones cónicas; y á los diez y seis publicaba sus *Investigaciones sobre las curvas de doble curvatura,* trabajo que hubiera honrado á cualquier sabio. Desde entonces se le festejó en todas partes, se le miró como un prodigio; y no había cumplido veinte años cuando fué recibido en la Academia, y formó parte de la comisión encargada de medir un arco de meridiano en el círculo polar, justificando con los trabajos realizados la reputación de que gozaba.

El cálculo de los infinitamente pequeños, abandonado en Francia por aquel entonces, llamó poderosamente su atención; por indicación de Maupertuis lo fué á estudiar con Juan Bernoulli: su deseo era valerse del nuevo método para perfeccionar el sistema de Newton. Así que lo hubo aprendido se dedicó á estudiar el movimiento del apogeo de la luna, y creyó encontrar una incompatibilidad entre los resultados de sus cálculos y la ley de los cuadrados de las distancias. Los newtonianos probaron que había incurrido en un error Clairaut, y éste se rectificó de buena gana. Sus trabajos en Dinámica pusieron en condiciones de acometer el célebre problema de los tres cuerpos, y aplicar los resultados obtenidos á determinar el paso por el perihelio del cometa de 1759; predijo este acontecimiento para el día 4 de Abril, y se verificó 23 días antes, el 12 de Marzo: Halley, por medio de un cálculo geométrico, se aproximó más á la verdad. Este trabajo, y su Memoria sobre las desigualdades del movimiento lunar, premiada por la Academia de San Petersburgo, fueron motivo de vivas disputas con D' Alembert, en las cuales tomó mucha parte el amor propio del geómetra. Mr. Saverieu, contemporáneo suyo, redactor del *Journal de Savants*, dice á este propósito que tal vez á su pasión por la gloria fué debida su prematura muerte. Había presentado á la Academia de Londres unas tablas para calcular el movimiento lunar, más exactas que las de Mayer, premiadas por dicha Corporación, y como le fueron devueltas sin recompensa, experimentó tan profunda impresión con el desaire recibido, que su naturaleza, abatida por el efecto moral, no pudo vencer la acción destructora de una fiebre, y bajó á la tumba, después de ocho días de enfermedad, rodeado de todos sus amigos y bienhechores, los cuales no le abandonaron hasta que exhaló el último suspiro.

D' Alembert, el adversario de Clairaut, fué, como éste, un joven precoz. A los veintidos años, escribió una Memoria sobre *Cálculo integral;* á los veinticuatro entró en la Academia de París, y un año después publicó su *Dinámica,* que hizo época en la historia de la *Mecánica,* en la cual expuso su principio general para reducir los problemas del movimiento á cuestiones de equilibrio; poco después aplicó estas ideas al estudio del equilibrio y movimiento de los fluídos, en el cual enseñó á integrar las ecuaciones de las derivadas parciales. De su labor se formará idea, sabiendo, que sus *Opósculos matemáticos* constan de ocho volúmenes, en los cuales abordó diferentes cuestiones de imaginarismo, óptica, mecánica, probabilidades; y que escribió en la *Enciclopedia* muchos artículos, é influyó en el pensamiento de la época con sus trabajos sobre filosofía.

Pasemos sín detenernos, porque otra cosa no consiente la índole de esta breve reseña histórica, sobre Juan

Enrique Lambert, que introdujo las funciones hiperbólicas en trigonometría, demostró rigurosamente la inconmensurabilidad de π, preparó en sus *Tratado de los cometas,* el descubrimiento de Pallas, llevado á cabo por el astrónomo Olbers, y allanó con sus *Observaciones analíticas,* el camino seguido poco después por Lagrange; contentémonos con mentar al milanés Mario Agnesi en cuyas *Instituciones analíticas,* se contiene el estudio de la cúbica que lleva su nombre; citemos todavía á Bezout, cuyo nombre ha venido á ser clásico en la enseñanza, por su *Curso de matemáticas* y su *Teoría general de ecuaciones,* que contiene el método de eliminación de los coeficientes indeterminados, y el cálculo de los *determinantes* desarrollado por Vandermonde; y no olvidemos, por último, para establecer la necesaria continuidad, á Cousin, que, en su *Tratado de Cálculo diferencial é integral,* perfeccionó los procedimientos de integración, al marqués de Condorcet, filósofo y matemático, de ideas más brillantes que profundas, y al atrevido autor del *Cálculo de las derivaciones,* Arbogast, que pretendió, sin éxito, sustituír el análisis infinitesimal. Preclaros nombres son estos, que tienen con justicia, conquistado un puesto en la historia de la ciencia; pero cuyo brillo se oscurece, ante el explendor incomparable de los genios producidos por Francia, en este período de trastornos, durante el cual, la nación vecina, convertida en cerebro del mundo, difundió por él las ideas más sublimes y las más ridículas, las concepciones más brillantes y las más pobres.

Dejemos todo esto, y pasemos á contemplar la obra de los Lagrange, Monge, Cárnot y Laplace, que enlazan con broche de oro, las postrimerías del turbulento siglo XVIII y los albores del XIX, fecundo en toda clase de producciones, renovador de las glorias de Alejandro, en las artes de la guerra, y de los triunfos de la Escuela Alejandrina, en las pacíficas lides del espíritu.

Los enciclopedistas. Por los años 1756 al 1813, un joven que había comenzado su brillante carrera, cuando apenas contaba cinco lustros; profesor en la *Escuela Real de Artillería*, de Turin, á los 18 años; laureado por la *Academia de Ciencias* de París, que esperanzada con la brillante manera, soltura y facilidad, manifestadas por él, en la teoría de la libración lunar, decidió poner á prueba su ingenio, proponiéndole el problema de los satélites de Júpiter, atacado en vano por Euler, D' Alembert y Clairant; Presidente, más tarde, de la Academia de Berlín, durante veinte años; autor de un trabajo *Sobre la figura de las columnas de resistencia máxima*, otro destinado á encontrar la resultante de las presiones de una vena líquída, contra un plano; precursor de Abel con su bella *Resolución de las ecuaciones numéricas;* poeta matemático, con su *Mecánica analítica*, especie de poema científico, donde haciendo gala de elegancia en el decir, y claridad en la exposición, aplicaba el principio de D' Alembert y el de las velocidades virtuales, y conducía siempre al lector por vías espaciosas y de suave pendiente; la contra-figura de Euler, el de las rutas escarpadas y los senderos empinados, enervadores del espíritu; Lagrange, en una palabra, llamaba la atención del mundo, y venía á continuar la historia científica de Francia, interrumpida durante la primer mitad del siglo XVIII.

A la muerte de Federico II, abandonó Prusia y se trasladó á su país, donde había sido llamado por Luis XVI, que le hospedó en el Loubre. La segur revolucionaria que segara la garganta del desgraciado monarca, respetó la cabeza del sabio. La Convención le nombró Presidente de la Comisión de pesas y medidas; la Asamblea Constitu yente le sostuvo en el cargo; el Cómité de salud pública le exceptuó del decreto que expulsaba á los extranjeros del territorio de la República; el Imperio rindió también acatamiento al genio; y el 10 de Abril de 1813, cuando murió, era Conde, Senador, Miembro del Instituto, y Gran-Cruz de la Legión de honor: la Nación le había prodigado cuantas mercedes pudiera otorgar á sus grandes hombres.

Lo que Lagrange en Análisis, fué Monge en Geometría: el estudio de esta ciencia había sido abandonado en Francia hacía largo tiempo: Monge la hizo resurjir, enriqueciéndola con nuevos y fecundos métodos de investigación, y llevando á ella puntos de vista originales. La invención de la Geometría descriptiva fué, al principio del siglo XIX, lo que había sido en el XVII la prolífica idea del gran Descartes: un descubrimiento sin precedentes, propio de ese pueblo excepcional y paradógico, en el cual se siembra la destrucción y el exterminio, y surjen los bienhechores de la humanidad; se difunde el odio sectario de las guerras religiosas, y obtiénense hombres de ciencia, símbolos vivientes del espíritu de tolerancia; se enseña las artes de la guerra, la filosofía y el derecho, y resultan frailes, jurisconsultos y guerreros dedicados al cultivo de las matemáticas.

Gaspar Monge, de humilde procedencia, educado por los padres del Oratorio de San Felipe de Neri, alumno de la Escuela de Ingenieros de Mezieres, Repetidor de la clase de matemáticas que regentaba Bossut, intentó en 1768, cuando sólo contaba veintidos años de edad, publicár la obra que debía inmortalizarle; pero se le prohibió que diera á conocer sus métodos, para que los extranjeros no se perfeccionasen en las artes de construcción. Monge se vengó donosamente de ese patriotismo mezquino, tratando por medio del Análisis, los problemas que había resuelto con su sistema de proyecciones. Estos trabajos le abrieron las puertas de la Academia en 1870. Algunos años después abandonaba la ciencia por la política, y la Revolución le hizo Ministro el 10 de Agosto de 1792: el hijo del mercader ambulante había realizado sus aspiraciones. Más tarde formó parte del Instituto, acompañó á Egipto al Emperador, y, cuando volvió á Francia, fué hecho Senador y Conde de Peluse.

Digamos algo de su obra magistral, el tratado de Geometría descriptiva. Según el propio autor indica, la nueva ciencia tiene un doble objeto: dar los medios de representar sobre el papel los cuerpos del espacio y, recíprocamente, resolver, por medio del dibujo, cuantos problemas pueda ofrecer la práctica, acerca de la forma, posición y magnitud de los objetos representados; y, de igual modo que en Análisis una vez planteado un problema existen procedimientos operatorios, para combinar las ecuaciones y deducir el valor de las incógnitas, la Descriptiva dá reglas generales para determinar la distancia entre dos puntos, el ángulo de dos rectas ó planos, la intersección de dos líneas ó superficies, una vez que se han definido, los elementos datos de la cuestión propuesta.

Entre la Descriptiva y el Algebra existen íntimas relaciones: no hay ninguna construcción de la primera que no pueda ser traducida al lenguaje analítico, y, cuando las ecuaciones no tienen más de tres incógnitas, toda transformación algebraica puede mirarse como la descripción, por medio de un lenguaje simbólico, de una operación geomética: aspectos distintos de una misma cosa, representaciones diferentes de un mismo objeto, no podían menos de estar estrechamente ligadas. Sería deseable que ambas ciencias se estudiasen simultáneamente: la Geometría llevaría al Análisis su evidencia característica; el

Análisis traería á la Geometría la generalidad que le es propia.

Así se expresaba Monge, al principio de su libro, impreso en París el año 1800. Desde entónces, mucho han variado los puntos de vista en tan encantadora disciplina. Nuestro querido maestro, Sr. Torroja, dice, después de haberla definido y fijado los límites que su genial inventor le marcó: «Los sucesores de Monge han ido dilatando el campo de esta ciencia, principalmente en su segunda parte, y estudiando superficies, cada vez más complejas, bajo un punto de vista más elevado, á medida que lo reclamaban las necesidades del moderno espíritu científico y de las Bellas Artes. En cuanto fué posible, los innovadores, basaron las teorías introducidas, en consideraciones de Geometría pura, pero como esta nueva rama, más tarde separada del tronco secular de que procediera, no se desarrollaba al compás de las exigencias, tuvieron que aceptar, como postulados, propiedades demostradas en los tratados de Geometría analítica, ó resolver, con los recursos propios de esta ciencia, todos aquellos problemas cuya aplicación necesitaban. Así ocurre con el libro de La Gournerie, donde algunas cuestiones se exponen fundándose en la teoría de las figuras homológicas, estudiada incidentalmente, y sin el menor enlace con el resto de la obra». Era lógico que procedieran de este modo, porque así atendían, según hemos visto, las indicaciones del maestro, y porque esta falta de sistema, caracteriza siempre el período de formación de una ciencia.

El Sr. Torroja entiende, que este procedimiento es perjudicial para la enseñanza, porque no haciendo corresponder la unidad del método con la unidad del objeto, no constituye todo orgánico, é imbuye al alumno la falsa idea, de que la Geometría pura no tiene recursos, para resolver los múltiples problemas, cuya resolución exigen las altas especulaciones científicas y las útiles aplicaciones de las artes plásticas. Esto es lo que el sabio Catedrático de la Universidad Central evita, ampliando el concepto de la asignatura, establecida por Fiedler, en su «*Darstellende, Geometríe inorganischer Verbindung mit der Geometríe der Lage.*» Principia, el iniciador de la moderna Geometría descriptiva en Alemania, por exponer el sistema de representación llamado de la perspectiva lineal ó proyección cónica, del cual deduce las relaciones proyectivas que le sirven de base para el estudio de las líneas y superficies de segundo orden: y el Fiedler español, acentuando todavía más la tendencia orgánica de su predecesor, comienza en su curso, por las nociones indispensables de Geometría de la posición, siguiendo á Staudt, definiendo la forma armónica, por medio del cuadrilátero completo, en vez de tomar, como Chasles, la relación anharmónica para punto de partida, á fin de que no intervenga ninguna noción de magnitud en aquellas verdades que no la contengan en su enunciado; expone la determinación de formas de segunda categoría, la proyectividad, correlación y casos particulares de estas importantes relaciones y las líneas de segundo orden; determina la forma en el espacio, define los sistemas de representación, de la proyección cónica, axonométrica, de planos acotados, y Monge, desarrolla las teorías necesarias de Geometría superior, y dotado de tan poderosos elementos, resuelve cuantos problemas constituían el objetivo de la Descriptiva clásica.

Este era el estado, en las postrimerías del siglo XIX, de la ciencia creada, á principios del mismo, por el demócrata conde de Peluse. Tan fecundo desarrollo, había conseguido determinar tres métodos, fundamentalmente distintos, para el estudio de las propiedades de las formas geométricas: el descriptivo, iniciado por Monge, cuyos propagandistas han sido Staud y Fiedler en Alemania, Torroja y sus discípulos en España; el métrico, de nacionalidad francesa, que ha tenido en la vecina República, apóstoles tan brillantes como Carnot, Brianchón, Poncelet y Chasles, y en nuestro país, cultivadores de tanto mérito, como los Sres. Echegaray, Galdeano y Giménez Rueda; el analítico, fundado por Descartes, al cual han enriquecido con nuevos sistemas coordenados Fiedler y Plüker, difundido en Italia por Ovidio y Lazzeri, en Francia por Carnoi, en Inglaterra por Salamon, y en España por Vegas.

La Matemática debe todavía á Monge, además de numerosas memorias, diseminadas en colecciones científicas, dos obras de aplicación del Algebra á la Geometría, en una de las cuales abordó el problema de la integración de las ecuaciones de las derivadas parciales, discutido ampliamente por D'Alembert y Euler.

Los últimos años de este grande hombre, fueron amargados por grandes sinsabores. Privado de todos sus cargos por la restauración, expulsado del Instituto en 1816 no pudo resistir á tantas contrariedades, y, después de haberse obscurecido algún tiempo, esta sublime inteligencia se extinguió el 18 de Marzo de 1818.

Abandonemos su obra trascendental, cuya contemplación nos ha recreado un buen rato, y fijemos nuestra vista en otra de las grandes figuras de la época, el fundador de una disnastia de hombres ilustres; cuyo último vástago, llegado, en nuestro tiempo, á la más alta magistratura de la nación, cayó, no ha muchos años, en Marsella, bajo el puñal, oculto entre flores, de un vesánico, que pretendía extirpar con el crimen vicios perdurables de la Sociedad.

Lázaro Carnot, educado en el pequeño seminario d'Antun, alumno de la Escuela de Mezieres, sub-teniente de

Ingenieros, publicó en 1783 su *Ensayo sobre las máquinas en general,* en el que expuso puntos de vista originales. Triunfante la Revolución, el departamento del Paso de Calais, le eligió diputado, y, como miembro del Comité de Salud pública, tuvo á su cargo la dirección de los ejércitos nacionales, y logró salir honrosamente de aquel período turbulento, lo que le valió el sobrenombre de « Organizador de la victoria ». Opuesto al Golpe de Estado, se retiró á Ginebra y Ausburgo, donde compuso sus *Reflexiones sobre la metafísica del cálculo infinitesimal*, publicadas en 1799, dedicadas á defender el método de Leibnitz, frente á los demás, ideados con el propósito de suplirlo: los matemáticos siguieron sus consejos, si bien no aceptaron sus razonamientos.

He aquí su punto de vista, respecto á las discutidas, y, por aquel entónces, mal interpretadas, cantidades infinitamente pequeñas: *son elementos auxiliares del cálculo*—dice él—*que pueden hacerse decrecer cuanto se quiera, sin que varíen, por ello, aquellos otros cuya relación se busca.* Estos últimos serían, por ejemplo, en una curva, las coordenadas, los normales, subtangentes, radios de curvatura, etc.; mientras que dx y dy, incrementos de la abscisa y ordenada de la tangente, representarían los primeros. De esta definición se sigue, que toda cantidad infinitamente pequeña, puede despreciarse en el curso de un cálculo, sin que el resultado final varíe: porque si al despreciarla la expresión que resuelve el problema quedase afectada de un cierto error, éste podría disminuírse, al igual que los incrementos infinitesimales de quien depende; y las referidas magnitudes auxiliares entrarían en la ecuación final, lo cual no puede ocurrir, pues el cálculo sólo se da por terminado cuando han desaparecido esos elementos, verdadero andamiaje de la obra concluída. Este sutil razonamiento, que Carnot desenvuelve mucho más, á pesar de tener en su apoyo la concordancia de los resultados obtenidos por medio del cálculo infinitesimal, con los que daba el Algebra ordinaria y los otros métodos reconocidos como exactos, no lo aceptaron los analistas, sin duda por considerarlo demasiado metafísico: en el precioso tratado de mi malogrado maestro Sr. Archilla, se justifican los procedimientos del método leibnitziano, demostrando, con claridad meridiana, los dos principios relativos á los límites de razones y sumas, fundamento del cálculo diferencial é integral. No tienen, pues, hoy, las meditaciones del emigrado de Ginebra, más importancia que su valor histórico, pero se leen, sin embargo, con gusto, sus pensamientos acerca del origen del cálculo, su estudio de los diferentes métodos, y su interpretación de las cantidades negativas.

Llamado por Bonaparte, desempeñó algún tiempo el Ministerio de la Guerra, que dimitió en 1802. Desde entonces hasta 1814, vivió retirado de la política: en aquella época escribió el *Ensayo sobre la teoría de las trasversales, y la Geometría de posición*. Proscripto por Luis XVIII, se retiró á Magdeburgo, donde murió el 22 de Agosto de 1823.

Las obras de Carnot constituyen la continuación de la Geometría de los antiguos, pero se caracterizan por la generalidad de las proposiciones, las cuales se aplican á cualquier disposición particular de la figura, salvo el caso en que algunos elementos de la misma se hayan hecho imaginarios, estudiado después por Poncelet, con auxilio de su *principio de continuidad*. Este carácter aproxima la obra geométrica del «Organizador de la victoria» á las concepciones de Pascal y Desargues, más que á los trabajos de Simson Stewart, quienes, como ya hemos dicho, daban tantas demostraciones distintas de un mismo teorema, como formas podía tomar la figura, por el cambio de posición relativa de sus diferentes elementos. Carnot prueba cómo una misma demostración sirve para todos los casos imaginables, por medio de un simple cambio de signo en los términos de las fórmulas halladas. Acentuando esta tendencia sintética, aunque con un espíritu muy diferente, Staudt, su *Geometría der Lagé,* suprime en absoluto las figuras, dando así á la ciencia geométrica un carácter menos imaginativo, más racional; el sistema del geómetra alemán, pudiera decirse, con verdad, que personifica el espíritu de la más pura matemática: ni fórmulas que nos conduzcan á ciegas al resultado, convirtiéndonos en instrumentos mecánicos, fáciles de reemplazar por un *aritmómetro* ó por la *máquina de resolver ecuaciones* del sabio ingeniero Sr. Torres Quevedo; ni figuras particulares que convierten el raciocinio en un ejercicio de memoria local; nada de eso que hace á muchas gentes considerar la matemática, como una ciencia, cuyos artificios operatorios tienen por objeto sustituír la facultad discursiva; la intuición espacial directa, ayudada por una notación que permite algún descanso al espíritu, estableciendo las leyes de la figura, y elevando la inteligencia al más alto grado de generalización.

Contiene, la *Geometría de posición* de Carnot, importantes propiedades de las secciones cónicas, demostradas con suma facilidad; sistemas coordenados, distintos del propuesto por Descartes, que permiten transformar las ecuaciones de las curvas y expresar propiedades de las mismas; y el germen de una nueva ciencia que, según el autor, debería ocupar un lugar intermedio entre la Geometría y la Mecánica: la ciencia de los *movimientos geométricos,* ó desplazamientos que pueden experimentar los cuerpos sin deformarse, con el mutuo contacto, y ligados por ciertas relaciones, independientes de las causas productoras del movimiento: todavía puede esta nueva doctrina dar origen á dos estudios diferentes, según que se tenga en cuenta el tiempo empleado por el móvil en pasar de una posición á otra, ó se prescinda de este factor, para atender tan sólo á la naturaleza de la trayectoria y de los elementos geométricos relacionados con ella. En el primer caso se tiene la *Cinemática*, introducción de la Mécánica racional; en el segundo la *Geometría cinemática*, desarrollada por Mauheüu, y aplicada, con tanto acierto, por Staudt á la definición de los *elementos singulares* de las curvas planas y alabeadas.

La *teoría de las trasversales* es un conjunto de propiedades relativas á los segmentos determinados, sobre un sistema de rectas, por una secante recta ó curva. Ella es el principal fundamento del *Tratado de las propiedades proyectivas de Poncelet*, donde se halla el método de transformación de las *polares recíprocas*, procedimiento de investigación que, como el de las *figuras correlativas*, del cual es un caso particular, permite descubrir propiedades de una manera mecánica y rigurosamente deductiva.

Continúa este período de la historia de Francia, revolucionario en todos los órdenes de la vida, con la renovación de la Mecánica celeste, llevada á cabo por Pedro Simón, marqués de Laplace.

Le hallamos en París el año 1767, en que la protección d'Alembert le proporcionó una plaza de profesor en la Escuela militar: tomó una parte importantísima en la creación de las Escuelas Normal y Politécnica, y, después del 18 brumario, Napoleón le nombró Ministro del Interior, viéndose obligado á sustituírlo, á los dos meses, por su propio hermano Luciano, porque Laplace, según la gráfica frase del Primer Consul, llevaba á los asuntos de Gobierno, *el espíritu de los infinitamente pequeños.* Esto no obstante, le nombró más tarde Senador, Conde y Gran Oficial de la Legión de honor, lo cual no impidió que el

«Newton francés», votara en 1814, la caída de su protector, y se declarara á favor de los Borbones, que premiaron la flexibilidad de su espinazo, haciéndole Marqués y Miembro de la Cámara de los Pares.

En la *Exposición del sistema del mundo,* y el *Tratado de Mecánica celeste,* resolvió el problema de los tres cuerpos, con más perfección que lo hicieron Euler, Clairaut y d'Alembert; rectificó los cálculos de sus predecesores sobre las irregularidades del movimiento lunar, poniendo de acuerdo las observaciones con los resultados analíticos; rehizo la teoría de los satélites de Júpiter, encontrando una relación sencilla entre los movimientos medios y las longitudes de los tres primeros; encontró un procedimiento notable, libre de toda integración, para calcular las órbitas de los cometas; formuló un nuevo método para la determinación de las mareas, con el cual, tomando en cuenta todas las circunstancias físicas y locales del fenómeno, se puede calcular la hora y la altura del mismo, en un punto dado: demostró que, aun cuando los ejes mayores de las órbitas planetarias giran perpetuamente en torno del Sol, y los planos de las mismas se mueven continuamente, las longitudes de aquéllos sólo experimentan variaciones periódicas muy pequeñas, resultado de la mayor importancia para la estabilidad del sistema solar; sistematizó la teoría de las probabilidades, publicando un libro que contiene el cálculo de las funciones generatrices, y otro destinado á la resolución de muchos problemas; y dió á luz un *ensayo filosófico,* sobre la misma teoría, destinado á divulgar esta ciencia entre las personas desconocedoras del cálculo algebraico: la *teoría analítica* era un monumento, testimonio de su genio y síntesis de sus conocimientos, elevado á las edades pasadas; con ella cerraba el ciclo del saber, en la ciencia del azar; el *ensayo filosófico* marcaba el principio de una nueva era, en la cual el nuevo cálculo había de tener grandes y fecundos desarrollos, con sus aplicaciones á la teoría de errores, en las ciencias físicas, y á la *Economía matemática*, en las múltiples y variadas formas del seguro.

Después de haber llevado á cabo una labor tan inmensa y trascendental, que le ocupó durante medio siglo, murió en París el 5 de Marzo de 1827, á los setenta y ocho años de edad. ¡Honremos su perseverancia como hombre de ciencia, y disculpemos su veleidad como político!. Pocos serán los que, habiendo navegado en los procelosos mares de la gobernación de los pueblos, no se sientan dispuestos á perdonarle.

Citemos todavía tres nombres que han venido á ser clásicos en la enseñanza, y cerremos el ciclo con el de Cauchy que ejercitó su poderosa inteligencia en todos los dominios de las matemáticas.

Legendre, que con su *Teoría de los números*, realizó descubrimientos superiores á cuanto habían hecho los demás sabios, en un período de dos mil años, escribió una memoria sobre la *Figura de la Tierra*, en la cual demuestra que la forma elipsoidal es la correspondiente á un fluído, cuyas partículas se atraigan según la ley newtoniana, homogéneo y animado de un movimiento rotatorio; aseguró su fortuna con los *Elementos de geometría*, traducidos á casi todos los idiomas de Europa; y acrecentó su fama con la *Teoría de las funciones elípticas*, donde comparó todas las transcendentes, reduciéndolas á su expresión más sencilla, y agrupándolas en tres clases.

Poinsot con su *Elementos de Estática*, y Poisson, con su *Tratado de Mecánica* y diversas memorias sobre Física matemática, prestaron relevantes servicios á la ciencia.

Augusto Luis Cauchy, nació en París en 1789, entró en la Escuela Politécnica en 1805, tuvo á su cargo, como Ingeniero, las obras del puerto de Cherburgo, en 1810, y abandonó poco después la carrera administrativa, por consejo de Laplace, para consagrarse exclusivamente á la ciencia pura. En 1816 la Academia le admitió en su seno, y se le nombró Profesor, en la misma Escuela que fuera testigo de sus triunfos como alumno; pero al advenimiento de Luis-Felipe, tuvo que abandonar su cátedra de *Mecánica*, por negarse á prestar juramento, retirándose á Turín, y después á Praga, donde, desde 1833 hasta 1838 en que volvió á París, á explicar en varios Colegios de Comunidades religiosas, enseñó matemáticas al Duque de Burdeos. El Gobierno, por fin, le indemnizó, otorgándole, en 1848, la cátedra de Astronomía de la Sorbona, que desempeñó hasta su muerte, acaecida el 25 de Mayo de 1857.

La enorme actividad de este sabio la atestiguan más de 700 memorias publicadas en diferentes Revistas científicas. Fundó la teoría de los residuos, y explicó, por su medio, los períodos de las integrales: determinó las condiciones de convergencia de la serie de Taylor; integró las ecuaciones de las derivadas parciales, de primer orden, con una sola incógnita, por un procedimiento más general y elegante que el ideado por Juan Federico Pfaff, de Gottinga; determinó los valores de las incógnitas que verifican un sistema de ecuaciones lineales de coeficientes constantes, en función de la variable independiente, y los valores iniciales de las variables y sus derivadas; introdujo el *principio de continuidad* de los desplazamientos geométricos, por cuyo medio estableció las ecuaciones diferenciales del equilibrio y movimiento de un sistema de cuerpos, problema ya resuelto, con menos generalidad y elegancia por Navier, Lagrange y Poisson; formuló las leyes de las vibraciones de varillas y placas, deduciendo consecuencias que la práctica comprobó; obtuvo las ecuaciones generales de la *Óptica*, sometiendo al *Análisis* los movimientos que pueden coexistir en un doble sistema de moléculas, cuyas masas totales se compenetran; enriqueció la teoría de los *determinantes* y ejecutó un notable trabajo sobre los poliedros de especie superior. Cauchy, como Gaus, supo, sin acantonarse en un rincón de la ciencia, crear frecuentemente, y perfeccionar siempre. Uno y otro merecen más bien, por la generalidad de sus talentos, incluírse entre los enciclopedistas que en el grupo de los matemáticos contemporáneos, cultivadores de las especialidades. A este propósito dice Klein: «Tendremos un cuadro del desarrollo de las matemáticas, si imaginamos una cadena de montañas elevadas, que representan los hombres del siglo XVIII, terminada por una cima imponente, Gaus, después una espaciosa y rica comarca, formada por colinas menos elevadas, pero llena de nuevos elementos de vida». Veamos quien era ese hombre, que tan favorable comentario merece al ilustre profesor de Gottinga.

Nacido en Brunswick, el 30 de Abril de 1777, demostró tan extraordinarias aptitudes para el cálculo mental, que el celador de la escuela, donde seguía sus estudios, le recomendó, á la munificencia del príncipe Carlos Guillermo, quien le colocó á sus espensas, en el gimnasio de la ciudad, y, una vez terminados los estudios clásicos, le envió á la Universidad de Gottinga.

Tres son las publicaciones más importantes, en las cuales ha dejado impreso el sello de su genio: las *Disquisiciones aritméticas,* que contienen multitud de teoremas importantes sobre los números, el carácter para rebajar el grado de una ecuación, y la teoría de *congruencias;* su *Theoría motus corporum celestinue,* donde dá medios sencillos para calcular las órbitas de los cuerpos de nuestro sistema solar, sin exceptuar los cometas, que hasta entonces habían sido, para los observadores, á manera de gallardetes agitados por el viento, cuya trayectoria no tenía una ley determinada; y sus *Disquisiciones circa superficies curvas,* trascendental estudio, en el cual se halla el célebre teorema sobre la suma de las curvaturas principales, en un punto cualquiera de una superficie flexible é inextensible.

Los matemáticos contemporáneos. No permite la índole de este trabajo hacer un estudio de la inmensa labor, llevada á cabo, en nuestros tiempos, por Jacobi, con la teoría de los residuos; Lejeune Dirichlet, con su memoria, premiada por la Academia de Ciencias de París, sobre la *Imposibilidad de ciertas ecuaciones indeterminadas de 5.º grado;* Dedekin, con sus *Lecciones sobre la teoría de los números,* obra en la cual llega, gracias á una perfecta lucidez, á conseguir que sean accesibles para los principiantes, y sugestivas para los iniciados, las abstrusas ideas de Gaus; Tchebycheff, profesor de la Universidad de San Petersburgo, con su memoria *sobre los números primos;* Smith, catedrático de Oxford, con sus investigaciones originales sobre las teorías de *congruencias* y *formas;* Poincaré, Hadamard, Kummer, Kronecker, Hermite, Jordán y otros, con sus trabajos sobre la *«única rama pura de las matemáticas, no manchada por el contacto de las aplicaciones»;* no es posible tampoco sino citar los nombresde Riemann, cuyos trabajos fueron acogidos con admiración unánime, como el acontecimiento más importante de nuestro tiempo; Weierstrass, quien estudió las funciones elípticas desde un punto de vista puramente analítico, completando la obra de Riemann, que las había estudiado geométricamente; Sofía Kovalewski, profesora de la Escuela superior de Stokolmo; Hamilton, inventor de la teoría de los *cuaternios;* Grassmann, su continuador; Galois, quien mostró cómo á toda ecuación algébrica, corresponde un grupo de *substituciones* en el cual vienen, por decirlo así, á reflejarse en imagen, sus caracteres esenciales; Green, que tan grandes servicios prestó á la ciencia, introduciendo en la teoría de la electricidad la *función potencial,* usada por Lagrange y Laplace, en el estudio de la *atracción universal;* Maxwell, creador de una teoría electro-magnética, basada en la intervención del medio ambiente; Boussinesq, el genial autor de la memoria sobre *una aplicación de las soluciones de las ecuaciones diferenciales al problema del determinismo:* no se puede examinar la obra de todos estos *virtuosos* de la ciencia, aún cuando conviene citarlos al menos, por si su ejemplo pudiera despertar dormidas actividades; pero nos permitiremos terminar esta primera parte de nuestro discurso, con una de las historias más interesantes, más emotivas, la del ilustre Nicolás Enrique Abel.

Nació el 5 de Agosto de 1802, en una pequeña isla de la costa sud-oeste de Noruega, donde su padre, pastor protestante, ejercía el ministerio religioso. Se terminaba entonces la guerra sostenida por su patria, contra Inglaterra, que había esquilmado al país, y el joven se desarrolló en medio de la estrechez y la miseria, y de luchas que no cesaron hasta la constitución definitiva de la nacionalidad en 1817. Discutiéndose en la Asamblea constituyente de aquellos tiempos la unión con Suecia—rota recientemente, sin esas guerras, todavía usuales en naciones, que se precian de civilizadas—había dicho el padre de nuestro joven matemático: «Somos, gracias á Dios, un pueblo libre; no á Suecia, á nosotros toca definir los principios según los cuales, la libre Noruega llamará á Suecia su hermana». Enseñando á sus hijos solía decir este modesto educador de pueblos, «quiero que todo sea tan sencillo, que se pueda tocar con la mano». Esta noble independencia, y este amor á la claridad y elegancia en el razonamiento, formaron el carácter del Newton noruego.

En 1815 ingresó en el liceo de Cristianía. Todavía estaban en vigor los castigos corporales, que dieron lugar á que fuera expulsado el profesor de matemáticas, excesivamente severo, y sustituído por un hombre educado en las ideas de los pedagogos del siglo XVIII, Bernardo Miguel Holmboë, hacia el cual Abel, enclenque y afeminado, que sentía repugnancia por la brutalidad de las costumbres escolares del antiguo régimen, se sintió irresistiblemente atraído, La simpatía por el maestro, factor primordial de la función educadora, despertó en Abel afición al estudio de las matemáticas: en muy poco tiempo aprendió el contenido de los programas secundarios, y leyó, y comprendió, con una rapidez maravillosa, las obras de Euler y Lagrange. A fines del año 1818, Holmboë, escribió en los cuadernos de notas: «es un genio incomparable»; y un año después, acentuaba todavía más esta afirmación, peligrosa, tratándose de un cerebro no formado, y ponía: «será si vive un gran matemáticó»; y en su entusiasmo añadía: «el más grande matemático del mundo». Estas últimas palabras aparecían borradas; pero bajo el trazo que las tachaba se podía leer todavía la expresión completa de un sentimiento que el tiempo había de justificar plenamente. La vida de colegio continuó durante tres años, desde 1818 á 1821, al cabo de los cuales, sufrió el examen de *Artium*, é ingresó en la Universidad, obteniendo una beca de la Fundación para estudiantes pobres; y vivió entre compañeros, tan poco afortunados como él, trabajando con ardor, animado por todos aquellos matemáticos con los cuales su maestro le había puesto en relación.

El mes de Junio de 1822, sufrió el examen *filosófico*, único grado universitario que debía alcanzar, y sintiéndose feliz, al verse libre de los estudios escolares, se dedicó por entero, á sus trabajos favoritos. Todo el mundo científico de Cristianía conocía ya sus maravillosas facultades. Hausteen, el profesor de Astronomía, un tanto ceremonioso y pedagogo—como el propio Abel dice—reconoció su talento; Rasmussen, el catedrático de Física, escribió á sus colegas de Europa, que Noruega se sentiría un día orgullosa del genio matemático que en ella había visto la luz primera.

No solamente tenía una gran facilidad de comprensión, sinó también un espíritu investigador que le hacía capaz de atacar, con resultados favorables, los más arduos problemas. En 1831, se dedicaba al estudio de la resolución algebraica de las ecuaciones, y creyó haber resuelto la de 5.º grado. Animado por Holmboë y Hausteen, se decidió á dar cuenta de sus trabajos al profesor Degen, noruego, residente en Dinamarca; pero, después de haber remitido la memoria, notó que se había equivocado: ninguno de sus consejeros había percibido la falta; el mismo Degen, no pudiendo entender la solución dada, se vió precisado á pedir un ejemplo numérico que sirviera de comprobación. Esto indicó, al joven Abel, cuán poco podía esperar de sus maestros de Cristianía, incapaces de comprenderle, tanto menos de ayudarle en sus investigaciones; y le hizo pensar en la necesidad de salir de su país, para ponerse en comunicación con los hombres que figuraban á la cabeza del movimiento científico en Europa. Con este pensamiento escribió un trabajo, que presentó al Consejo académico, sobre «la posibilidad de integrar toda clase de diferenciales», solicitando, al propio tiempo, una pensión para el extranjero.

Como la resolución del Consejo se retardaba, Abel impaciente, auxiliado por Rasmussen, partió en el mes de Junio para Conpenague, con objeto de presentar á Dagen un trabajo sobre las funciones inversas de las *Trascendentales* *elípticas*, donde él había demostrado una cosa imposible pero el profesor dinamarqués no pudo hallar la falta. Abel, contrariado, volvió en el mes de Agosto á Cristianía, á esperar la decisión del Consejo académico, el cual emitió su informe en Diciembre, proponiendo la concesión de los subsidios solicitados; pero el Ministro no se conformó con la propuesta, y se limitó á conceder una pensión de mil francos, para que Abel continuase, durante dos años en Cristianía, dedicado al «estudio de lenguas sabias y otras ciencias preparatorias del trabajo principal».

En esta época escribió una porción de Memorias, publicadas por Holmboë, que contienen, en potencia, todos sus descubrimientos futuros, entre ellas, simples entretenimientos de cálculo, estudios inexactos, ó poco precisos, y trabajos muy completos: todos denuncian el caracter totalmente especulativo de sus investigaciones. Cuando los matemáticos de Europa, se dedicaban á problemas de Mecánica racional, Abel, aislado en Cristianía, trabaja sobre las teorías de ecuaciones, de series y de integrales elípticas. En torno suyo nadie le comprendía: sus maestros, desconociendo su pasión por la matemática pura, le encomiendan un trabajo de aplicación, basado sobre datos experimentales, el cálculo de la acción lunar sobre el péndulo: Abel se olvidó de introducir la componente de la atracción de nuestro satélite sobre la Tierra, y falseó por completo los resultados. Sin embargo, ni Holmboë, ni Haustein, habían notado la falta; sólo Shumacher, astrónomo de Altona, vió la omisión, que le hizo formar desfavorable juicio del matemático Noruego. Este, sin embargo, no sintió el fracaso: acababa de resolver un problema que constituía la preocupación de toda su vida: había demostrado la imposibilidad de resolver algébricamente la ecuación de quinto grado. Cuánta importancia concedería Abel á su descubrimiento, lo prueba el hecho de que decidiera publicarlo en francés, á sus espensas, á pesar de su extraordinaria pobreza, para que no permaneciese inédito, como la Memoria presentada al Consejo. En cuanto lo tuvo publicado envió varios ejemplares á Degen, y, por intermedio de Shumacher, uno á Gauss, la gran lumbrera matemática que, desde Gothinga, irradiaba su luz sobre el mundo entero. Dícese que, cuando éste recibió la Memoria, exclamó: «He aquí uno de tantos horrores». Tal vez se fijó, sólo, en las primeras palabras del título, y dió á la afirmación un caracter absoluto; tal vez tenía por sistema no leer trabajos acerca de una cuestión, cuyo caracter elemental hacía que fuese manoseada por cuantas personas tenían algunas nociones de matemáticas. Abel, sin embargo, estaba seguro de su obra, y ardía en deseos de probar á Gauss que él «no cometía horrores». Así que desde aquel punto no descansó un instante, hasta conseguir que el plazo preparatorio de dos años se redujera á uno, y, por decreto, fecha 27 de Agosto de 1825, se le concediese una pensión de tres mil francos para hacer estudios en el extranjero.

A últimos de Septiembre partió para Berlín, en compañía de otros pensionados. Allí conoció á Crelle, hombre de espíritu enciclopédico, apasionado por los grandes talentos, que le recibió muy bien, puso á su disposición la magnífica biblioteca que poseía, le ofreció el periódico de matemáticas para la publicación de sus trabajos, y le invitó á sus reuniones musicales, durante las cuales Abel, refractario al arte en absoluto, con la vista fija en el teclado, mientras el pianista ejecutaba una bella composición, pensaba en la probabilidad de que fuese tocada una cierta tecla.

Las obras que nutrieron el espíritu de Abel, según nos dicen los registros de la biblioteca universitaria son: las *Instituciones* de Euler, la *Filosofía natural* de Newton, las mecánicas de Euler, d' Alembert, Lagrange, Poisson, Laplace; las *Disquisiciones aritméticas* de Gaus, el *Tratado de funciones elípticas* de Legendre, y algunos trabajos de Cauchy: pero es tal la característica originalidad de su genio poderoso, que apenas si se encuentra huella de tales obras en la labor de toda su vida; únicamente la *Teoría de las trascendentales elípticas*, escrita en su juventud, denuncia esa timidez de los primeros pasos, más aún aquí hay puntos de creación exclusivamente suya. La personalidad que se afirma en todos los hombres, por la asimilación perfecta de las ideas adquiridas, las cuales al ser emitidas nuevamente, después de un trabajo de adaptación, toman la forma que les diera el tamiz intelectual por cuyos orificios las forzó á pasar la energía de un acto volitivo; se marca en el analista noruego por una tendencia, más pronunciada cuanto más se avanza en el estudio de su vida, á investigar la *razón de ser de los hechos matemáticos*.

Hay una diferencia esencial entre la *causa* de un resultado, la *razón* suficiente de la existencia de un hecho motemático, debido á la naturaleza misma de las cosas, y la *razón lógica* que hace tan solo referencia al orden del razonamiento: la última dá la evidencia, afirma que tal hecho es cierto, más no dice por qué lo es. Este sentimiento que hace considerar una propiedad como causa de otra, no puede someterse á reglas, es el resultado del instinto que sólo los verdaderos matemáticos poseen, que Abel poseía en alto grado, y por cuyo medio se elevan á esos resultados generales, síntesis de una inmensa extensión, á los cuales los simples recursos de la lógica pura, los menguados artificios de la matemática, no podrían nunca llegar. Con este motivo dice Euler: «Algunos pretenden que la *geometría* y el *análisis* no exijen muchos razonamientos; piensan que las reglas encierran los conocimientos necesarios para resolver los problemas, y que no hay sino ejecutar las operaciones, sin preocuparse de los principios sobre los cuales están fundadas. Esta opinión si estuviera justificada sería contraria al sentimiento general, que considera las matemáticas como el medio más apropósito para cultivar el espíritu y ejercitar el raciocinio. La exclusiva aplicación de los métodos es una ayuda bien débil para tratar cuestiones que tengan alguna dificultad». Sin duda alguna que Abel había meditado muy bien estas plaabras escritas por Euler en las Memorias de la Academia de Ciencias de Berlín. Basta, para convencerse de ello, leer cualquiera de los trabajos del profundo matemático, y observar la índole de los razonamientos con que se prepara al planteamiento de un problema. En la memoria sobre la *resolución algébrica de las ecuaciones,* con un sagaz espíritu analítico, comienza por invertir los términos de la cuestión, y proponérsela en una forma, que entrañe la solución del problema, lo cual siempre es posible. En vez de buscar una cierta relación, cuando no se sabe si existe ó no, hay que preguntar si tal relación es posible: en el cálculo integral, por ejemplo, en vez de procurar, por una especie de tanteo, la integración de las ecuaciones diferenciales, es preciso preguntarse si es posible integrarlas de tal ó cual manera. No ha sido este el camino ordinariamente seguido en matemáticas, debido á la extraordinaria complicación aparente que presenta en muchos casos: los antiguos algebristas habían encontrado un método general, para determinar las raíces de las ecuaciones de los cuatro primeros grados, que pretendieron aplicar á una ecuación de un grado cualquiera; y como, á pesar de los esfuerzos de Lagrange y otros analistas distinguidos, no se pudo llegar á resultado alguno, se llegó á sospechar que no tenía solución el problema; pero sin conseguir demostrarlo, porque el procedimiento, únicamente hubiera conducido al fin deseado, en el caso de la posibilidad de la cuestión propuesta. No es esta la manera de discurir de Abel, aplicada á difíciles problemas de cálculo integral, en los cuales pudo llegar á resultados muy generales.

Es claro—dice—que toda expresión algébrica puede satisfacer á una ecuación de grado mayor ó menor, según la naturaleza de aquélla: bastará transformarla hasta que desaparezcan todos los denominadores y radicales, para que se convierta en una ecuación, cuyos coeficientes serán funciones racionales y enteras de las cantidades que entraban en la constitución de la fórmula. Esta observación nos indica que hay multitud de ecuaciones particulares cuya resolución algebráica es posible. De aquí derivan estos dos problemas: 1.º Hallar las ecuaciones de un cierto grado, que pueden resolverse algebráicamente. 2.º Determinar en un caso particular cualquiera, si existe ó nó la solución algebráica. El segundo es consecuencia del primero; y, su conjunto forma la teoría de que se trata. En ella se llega á conclusiones muy generales: la imposibilidad de resolver, en todos los casos, el notable problema que ha ejercitado la inteligencia de los hombres más ilustres, y constituído la preocupación de muchas inteligencias mediocres, es una de las más importantes.

Abel personifica el espíritu de la época, en lo que atañe á la ciencia matemática: frente al sentido enciclopedista del siglo XVIII, representa el imperio de la especialización; en oposición al caracter aristocrático de los matemáticos del Renacimiento, simboliza el triunfo de los humildes; por contraste con los antiguos geómetras, que caminan siempre al ras del suelo, se eleva, en sus concepciones, á esas alturas que producen el vértigo á quien pretenda seguirle, sin tener su poderosa facultad de generalización. Vista de águila, corazón de niño, voluntad de acero, he ahí la trilogía admirable que formaba la contextura moral de aquel joven, cuyo cadaver acompañaban al lugar del eterno reposo, los modestos habitantes de la aldea de Froland, en una tempestuosa mañana del mes de Abril de 1829.

LA DIFUSION DE LA CULTURA

LOS PEDAGOGOS

ESE admirable cuerpo de doctrina, cuya formación acabamos de contemplar, tiene un derecho indiscutible al respeto de las futuras generaciones: es una rama del frondoso arbol de la ciencia, bajo el cual la Humanidad debe congregarse, y adorar sus tradiciones venerandas, representadas por la obra de todos los hombres que nos precedieron sobre la Tierra: y como toda función crea un órgano, y como todo culto tiene sus sacerdotes, la religión de la ciencia, que no podría hacer excepción á esta regla general, los tiene también: son los *pedagogos*.

Hay una diferencia esencial—delicadamente observada por un meritísimo compañero nuestro, antes citado, el

Sr. Rivera— entre la misión realizada por aquellos grandes *maestros*, cuya labor acaba de pasar rápidamente ante nuestra vista, y la que vienen llamados á cumplir estos modestos acólitos de esa iglesia, cuyos dogmas están en constante evolución; como la hay entre el *acto magistral* ó creador, y el *acto pedagógico* ó meramente informativo. Quien crea, pone á contribución todas las potencias de su alma, para llevar á cabo alguna obra útil; el que expone, pretende, tan sólo, provocar en los demás sugestiones que les induzcan al cumplimiento de algún fin, para cuya realización el inductor carece de aptitudes: no es lo mismo construír una máquina, ponerla en marcha, correjir sus defectos, que explicar la construcción de la misma sobre un dibujo, ó modelo descomponible en todas sus partes. La diversificación de estas dos funciones, que debieran ser inseparables, la segunda de las cuales se propone disipar la sombra producida por la luz que irradia la primera, al caer sobre la inculta inteligencia de la masa, constituye el fundamento de la función pedagógica, la cual, aspirando á provocar la creación de obras magistrales, únicas que de una manera directa y tangible aumentan la prosperidad moral y material de la humanidad, la paz del alma y la salud del cuerpo; y comprendiendo que la imitación simpática, es fuente inagotable de esos actos reflejos, en cuya repetición consiste el ejercicio de todas las profesiones, pretende hoy copiar los procedimientos empleados por la Naturaleza y los *Maestros,* para pasar de lo *consciente* á lo *inconsciente,* último fin de la educación en todos órdenes. Veamos hasta qué punto la *Pedagogía* ha cumplido sus propósitos, y observemos, de paso, si, aun cuando los cumpliera, podría realizar el remoto ideal de sus ensueños, ya que cuanto digamos, en estas consideraciones generales, será de una aplicación inmediata al punto concreto de la enseñanza matemática.

Nada más instructivo, á este respecto, que el estudio de la información parlamentaria, sobre instrucción pública, abierta en Francia, hace algunos años: allí depusieron los hombres más ilustres en las ciencias, las artes, la enseñanza, la política; y de ella resultó, con claridad meridiana, el fracaso de los sistemas educativos seguidos por los pueblos latinos: para que veáis cómo no es mi afirmación, resultado de impresionabilidad de un temperamento, abierto á los más exagerados radicalismos, me permitiré hacer aquí ligero análisis de algunos informes. Criticando el método mnemónico, seguido casi exclusivamente por la Universidad, heredera directa de los sistemas practicados en la Edad Media, cuando sólo se enseñaba el latin, la filosofía, y las ligeras nociones científicas, que constituían el bagaje intelectual de la época, dice Mr. Hanotaux, ex-Ministro y ex-Profesor en la escuela de estudios superiores: «Los maestros de nuestros tiempos no han recurrido más que á los ejercicios de memoria. De ahí esos programas recargados donde se inscriben constantemente ciencias nuevas: en que la higiene, el derecho, la paleontología, tienen un puesto al lado de los idiomas, las matemáticas, la historia. Se ha dicho «que el niño debía tener este conjunto enorme de conocimientos, á su entrada en el mundo: pues no sabe nada».

Mr. Andler, profesor de conferencias en la Escuela Normal, termina su informe sobre la enseñanza del latín diciendo: «Después de un estudio que ocupa hasta diez horas por semana, y que dura siete años, los alumnos no son capaces de hacer una traducción sin ayuda de diccionario.» Mr. Lavvisse, añade, refiriéndose á las lenguas vivas. «Entre los estudiantes de la Sorbona, pocos hay que puedan leer correctamente el inglés ó el alemán.» El mismo resume, en las siguientes líneas, los métodos de enseñanza universitaria: «Libritos aprendidos de memoria, manchados por dedos aburridos, frases, no comprendidas, torturando distraídas inteligencias; opiniones ajenas, sobre obras maestras que no se conoce, absorbidas, aunque no asimiladas: fórmulas para el examen, la moral, y Dios mismo, puestos frente á claves de cuadro sipnótico, que á su vez engendran subclaves; y lo que es peor todavía, maestros que preparan á sus discípulos la respuesta que ha de agradar al examinador.»

Creeréis que son estos vicios de la vieja enseñanza clásica: pues no; también las modernas disciplinas adolecen de los mismos defectos. Se enseña Química de igual modo que Lógica; se aprende Física lo mismo que Historia. Si lo dudáis, oíd lo que dice Mr. Payot:

«En Química, en vez de exigir el conocimiento real de la nomenclatura y el estudio, preciso y práctico, de las grandes leyes y de una docena de ensayos importantes, lo cual inspiraría al alumno afición por la materia y el deseo de completar sus conocimientos, la opinión nos obliga á exigir que nuestro discípulo sea un químico enciclopédico. El selenio, el teluro, el bromo, el yodo, el boro, el silicio, etc., etc., desfilan ante sus ojos; el resultado inmediato es el hastío; el resultado remoto, las leyes de la memoria, ultrajadas violentamente, lo aseguran; el olvido.»

«En Física, en vez de llamar vigorosamente la atención sobre las grandes leyes generales, se abusa de la descripción de aparatos complicados, como si quisiéramos hacer de nuestros alumnos obreros constructores. Después de la máquina de Atwood, la de Morín, que no ayuda nada á la comprensión del principio: después de la experiencia de Torricelli, el barómetro de Fortín, que los discípulos no emplearán jamás, salvo si hacen estudios especiales: después el de Gay-Lussac, luego el de Bunten: hasta que los alumos acaban por no ver un edificio tan cubierto de andamiajes, y, muy fuertes en la descripción de aparatos, pierden algo de vista las leyes á que obedecen y que con ellas se demuestran.»

«El mal es el mismo en todo, en literaturas antiguas y modernas, en lenguas vivas, en ciencias naturales y hasta en filosofía: los alumnos, aislados de la vida de la realidad por murallas de sonidos articulados, no tienen el hábito de ver en sí mismos, porque los distrae el mundo exterior; este mismo mundo lo ven, pero no saben mirarlo; y todo su vigor intelectual está reconcentrado en palabras.»

Las matemáticas no salen mejor libradas de esta notable información. Son dignas de verse las manifestaciones de Mr. Buguet, Director de la Escuela Central, cuyo examen de ingreso es casi tan riguroso como el de la Escuela Politécnica.

«Nos preocupa mucho ver los jóvenes, que vienen presentados por los Profesores de los Liceos, como los primeros de sus clases, y que han obtenido *accesits* en el concurso general, exponiendo admirablemente el *análisis*, cubriendo, sin detenerse, un encerado, de fórmulas: pero ignorando, una vez que han concluído, lo que han querido hacer ó encontrar, no comprenden más sino que han resuelto una ecuación.»

«Si á muchachos muy bien preparados, que manejan perfectamente las fórmulas y el análisis, en la pizarra, se les dice que en lugar de *A* pongan kilos, y en lugar de *B* kilómetros, se aturden.»

«Mientras no se pasa, en las preguntas, de un examen oral, los alumnos responden bien: si les damos una composición escrita, un problema en donde tengan que aplicar las teorías del curso, el 75 por 100 no lo entienden.»

De la enseñanza técnica superior, dice Mr. Manèuvrier, Director de los establecimientos de la Vieille-

Montague, comentando el escaso resultado que dan en la práctica los alumnos de las Escuelas de ingeniería.

«Cuando un ingeniero alemán sale de la Escuela de Freyberg, por ejemplo, puede ser utilizado inmediatamente, y prestar servicios prácticos: tiene ya un valor profesional. Cuando un joven francés sale de la Escuela Central, sabe muchas más cosas que su colega alemán; se le han enseñado desde la agricultura hasta las construcciones navales; sabe mucho, pero en realidad es apto para todo y bueno para nada.»

Permitidme que, al llegar á este punto, ahito de rebuscar observaciones al alcance de cualquier espíritu medianamente reflexivo, exclame regocijado, como el personaje de cierta opereta contemplando, con asombro, la libertad de las *etairas,* en los bulevares de la moderna Babilonia; lo mismo que en Turquía; es decir, peor que en España: porque es cierto que aquí estudiamos Física sin aparatos, Química sin experiencias, Disección sin cadáveres, Patología sin enfermos; pero el Estado español, no ha quemado incienso en los altares de Minerva, ni ha derramado su oro para sostener el culto; al fin, siempre hay en el fondo de nuestro carácter cierta levadura atávica que nos hace tener á la instrucción, por si ella hiciera caer la venda de los ojos de los desheredados: mientras que la Nación vecina ha difundido sus Escuelas, ha multiplicado sus Liceos, ha transformado aparentemente su enseñanza, para venir á declarar que la vencedora de Sedan, la hace hoy víctima de una nueva derrota, en el orden económico. Esta triste experiencia, puede servirnos de escarmiento, y nuestra inercia espiritual, sernos útil, una vez siquiera; pues así, como nuestros míseros pueblos, sumidos ha pocos años en las más densas tinieblas, ven sus siniestras encrucijadas, defendidas contra la incultura, por el ojo vigilante de las lámparas modernas, porque la industria eléctrica no tropezó, en ellos, con la resistencia de intereses, creados por otros sistemas de iluminación, menos perfectos; de igual modo, en el orden de la instrucción, no habiendo malbaratado nuestros recursos, ni, lo que es peor, formado prejuicios, difíciles de desarraigar, estamos en condiciones de adoptar los métodos más adecuados, para sacarnos de la postración en que yacemos.

En la determinación de los vicios y peligros de nuestro sistema universitario, en el diagnóstico de la enfermedad, han estado muy explícitos los peritos informantes de la Comisión parlamentaria; pero cuando se ha tratado de la averiguación de las causas, de la fijación de los remedios, la pasmosa elocuencia de aquellos señores, ha enmudecido: los Doctores discuten y el enfermo se muere; los pedagogos, no atreviéndose á echar mano de la cirugía, buscan en la farmacia drogas de dudoso resultado.

Se habla de diversificar y hacer más sencillas las formas de la enseñanza secundaria, de suprimir la clásica, del sistema cíclico; de autorizar al profesor para que admita alumnos en su casa, completando de este modo la instrucción oficial, de fundir el profesorado y la inspección, para que la labor de Catedráticos y Repetidores sea más uniforme y continuada; de colocar el espíritu científico en el lugar que hoy ocupa la vieja erudición á la violeta; de modificar radicalmente los programas, de adoptar la educación inglesa, suprimiendo el internado y la excesiva vigilancia característica de los Liceos franceses; de la indulgencia en los exámenes. De todo esto se habla y mucho más, sin llegar á un acuerdo; y, mientras los hijos de la Revolución discuten, aparece la negra sotana del Hermano Justino, auxiliar del Superior general de las Escuelas cristianas, y la Comisión aprende, cómo mientras las Universidades gravan extraordinariamente el presupuesto, la Enseñanza congregacionista reparte dividendos, á sus accionistas, ingresa considerable número de alumnos en las Escuelas superiores, profesionales y técnicas, hace competencia á la oficial, y colma las lagunas de ésta, con brillantes resultados, en aquellas regiones donde la niveladora centralización tiene establecidos estudios que no responden á las necesidades de sus habitantes. La Comisión aprende todo esto, y observa hasta dónde puedan llegar, hombres dotados de corazón, iniciativas, voluntad y espíritu de sacrificio, en aras de un ideal que, científicamente podrá ser calificado de quimera, pero que en la práctica imprime á las almas la fortaleza y el temple necesarios para el cumplimiento de un deber. Tales resultados hacen decir á Gustavo le Bon, que si él fuera Ministro de Instrucción Pública encargaría la organización de la enseñanza al hermano Justino, obligándole á respetar la neutralidad del Estado en la cuestión religiosa; ¡y para llegar á esto ha sido preciso un siglo de revoluciones y trastornos!

Algunos pensadores españoles, creen encontrar la causa de los males que corroen la instrucción pública, en el artificio, convencional y desmoralizador del examen.

El invirtió la sana orientación de la enseñanza, haciendo que los alumnos, en vez de buscar el mejor catedrático,—como acontecía cuando se congregaban en Atenas, Alejandría y Bagdad— para aprovechar sus ordenanzas, acudan á los Centros donde la benignidad es mayor; él modificó las naturales relaciones entre profesores y discípulos, verificando la fusión del magisterio y la magistratura, profesiones tan antagónicas, como la familiaridad, y la reverencia, la sencillez y la ampulosidad, el cariño y el respeto, la modestia y la omniscencia, la tolerancia y la infalibilidad dogmática, la confianza y el temor, el derecho y el deber: él dá patentes de sabios á hombres que son casos morbosos de *psitacismo*, y desalienta, marcándolos con el estigma infamante de la ignorancia, á otros que serían elementos útiles, en la carrera objeto de prueba; él enseña á los jóvenes á fiar en la suerte y la recomendación, más que en sus talentos y laboriosidad.

Quien haya creído alguna vez en la eficacia educadora del examen y en su virtud como elemento de prueba, habrá podido sentir su espíritu combatido por dos tendencias opuestas: una que afirmaba los méritos del discípulo, al cual había visto trabajar durante un curso, otra que los negaba, ante los resultados de la prueba final; y, solicitado por estas dos acciones de sentidos contrarios, se habrá inclinado siempre en favor de la primera, con cierta repugnancia al principio, sin vacilación alguna, cuando la experiencia le haya hecho entender que, de adoptar otro criterio, hubiera tenido siempre que, desechar á los más y alguna vez á los mejores. Precisamente en nombre de ese sentido práctico que, al parecer constituye la mejor defensa de los exámenes, hay que pedir la supresión: en general no prueban nada de lo que se pretende; y, cuando otra cosa nos parece, es porque equivocadamente, les atribuímos la formación de un estado de conciencia que se debe á prejuicios originados por el conocimiento anterior del examinando. Así vestidos con la piel de león, suelen hacernos creer en una fuerza que no tienen; pero cuando fiados en su poder nos echamos resueltamente en sus brazos, el fracaso es palmario, y únicamente la ceguera producida por la pereza mental, puede ocultárnoslo: entre el examen de ingreso en una Academia militar ó Escuela de ingeniería, y el ejercicio de las respectivas profesiones, apenas existe relación alguna: entre las expeditivas oposiciones á la judicatura, tal como hoy se practican, y la probidad y rectitud de un magistrado, ningún parentesco se percibe. Hay fenómenos sociales que sólo exagerándolos se notan, como hay modificaciones orgánicas que nada más con el microscopio pueden verse; pero la inutilidad de los exámenes es perceptible á simple vista.

El Sr. Rivera que desarrolló, con cierto gracejo, estos puntos, en dos conferencias dadas en el anfiteatro de las Facultades de Medicina y Ciencias de Zaragoza, se declara partidario de la supresión de exámenes y títulos, y de la más amplia libertad profesional. Los monopolios—me dice en atenta carta, de fecha reciente—, son enfermedades: y yo añadiría, que de las más temibles, porque como la malaria letal del sueño, adormecen el cuerpo social, y le imposibilitan para toda reacción saludable: los micro-organismos productores de esos abscesos esporádicos que dificultan la circulación, acumulando la vida en determinados puntos, atacan los glóbulos rojos, y producen inevitablemente la muerte.

Claro es que no puede pensarse, por ahora, en la aplicación de un remedio tan radical; los ideales son cual las cantidades *límites*, en matemáticas, términos hacia los que la *variable* realidad se aproxima constante é indefinidamente; pero, así como en la ciencia de las magnitudes una ley de variación define una sola constante límite, en pedagogía es el ideal quien determina la orientación y el sentido que debe darse á la enseñanza; entre aspirar á una Escuela imposible, trasunto fiel de la vida—donde se enseñe el arte de la maternidad y el de la guerra, la mecánica y la moral—y volver á la pristina claridad de los manantiales—donde todo saber tiene un origen—asignando al *pedagogo* el papel de ayo, conductor y guía que tenía en las antiguas sociedades, llevándole á todos los sitios, junto el *maestro* que reclame su presencia, para axiliarle en la función educadora; hay la misma diferencia que entre asistir á una representación teatral y tomar parte en los dramas de la vida: y es de este último modo como real y positivamente se aprende. El popular cuento de la perdiz que, tranquila, deja sobre el campo á sus polluelos, mientras merodea por allí apuesto cazador que aprendiera el uso del arma en la Escuela de tiro de la ciudad vecina, y, precipitadamente, los retira, cuando vislumbra en lontananza mísero labriego, armado con un mal fusil de chispa; envuelve una profunda filosofía. No se hacen militares en las Academias, ni se forman ingenieros en las Escuelas: la Universidad, conjunto pedagógico de toda enseñanza, independiente de su aplicación—dice el señor Rivera en la carta antes citada—fué invento de un fraile moro, que quiso realizar la abstracción de las disciplinas, separando el apredizaje de todos los oficios, para realizar los estudios en su convento; y convirtió en frailes á los científicos, y á la ciencia en sierva de la teología.

Si me preguntáis cómo se orientará la Universidad en la dirección indicada, os diré que acomodando nuestras disciplinas á la realidad: debemos enseñar aquello que necesiten los maestros de los oficios, y lo de más inmediata aplicación á las profesiones; debemos reducir nuestras exigencias en los exámenes, no á la manera de hoy, publicando extensos programas, para caer en el abismo de una benignidad escandalosa, porque la conciencia nos dice que de aquella ignorancia enciclopédica no son los alumnos los únicos culpables, ó en el rigor destemplado, que acobarda á los tímidos, dá el triunfo á los osados y hace mucho más sensibles nuestros errores: debemos procurar el mejor aprovechamiento de las facultades naturales del niño, en vez de contrariarlas, con una educación torcida.

Un pariente mío que, á pesar de la Universidad donde siguió la carrera de abogado, es uno de los primeros agricultores de su región, me decía, hablándome de sus preocupaciones agrícolas: «Plantado en mi huerto, á la orilla del barranco, tenía yo un árbol, cuyas ramas pretendí echar fuera de la finca; podé una y otra vez las que caían dentro, mas en vano; el árbol tomaba, insistentemente, una forma asimétrica, impidiendo al sol que dorase los racimos del emparrado, y dejándole, en cambio, caldear las rocas y evaporar las aguas del riachuelo: medité sobre el hecho, y lo comprendí: siendo las formas vegetales homológicas, entre el sistema radicular y el aéreo de una planta existe íntima relación; cada raíz está encargada de nutrir una cierta rama: he ahí por qué, cómo el árbol extendiera sus raíces por la sustanciosa tierra del *bancal*, y no entre las inhospitalarias rocas del barranco, su abundante follaje cubría el uno y abandonaba el otro: aquella irregularidad aparente, era, en el fondo, una sabia simetría: hay que ser muy cauto para corregir á la Naturaleza».

Como el castaño secular de este verídico relato, las aptitudes de los hombres arraigan en las capas de la vida real: sólo en casos excepcionales, penetran entre los intersticios de la dura roca, para hendirla y resquebrajarla, y formar nueva tierra laborable. Aplicar á todos los hombres el sistema educativo, que sólo podría convenir á un limitado número de ellos, es cortar las ramas que cubren el fecundo campo de la realidad, sin lograr el desarrollo de las que toman su sabia en las escarpadas rocas de las grandes generalizaciones.

No falta quien afirme que, una saludable severidad en los exámenes bastaría para elevar el nivel de cultura; el mismo Gustavo le Bon llega, influído por el fantasma germánico, á preconizar la enseñanza militar. No prueba la experiencia que las instituciones de máximo rigor, dén el más eficaz resultado: hay militares y jurisconsultos brillantes, como los hay ineptos, no obstante ser muy distinta la dureza de las pruebas en las diferentes Escuelas: la inteligencia no se mide por puntos, ni la vocación se prueba con palabras. El exàmen con benignidad es malo, sin ella peor; y de ningún modo puede ser procedimiento curativo para las llagas de la enseñanza; el fruto de la tiranía fué siempre la rebelión, se puede aherrojar el cuerpo, pero no sujetar el espíritu; y si en algunos casos aislados parece dar resultado el sistema coercitivo, es porque la dureza de un profesor, compensándose con la blandura de otro, permite al alumno dedicar á la disciplina del primero, olvidando la del segundo, todo el esfuerzo de que es capaz. Si, en general, se obrara de igual manera, sin abandonar las abstracciones, cuya finalidad no se comprende, cuya utilidad no se vé, ó las Universidades quedarían desiertas y desatendidas las funciones que los profesionales, formados en ellas, están llamados á desempeñar, ó se produciría la protesta. Menos mal quizá, si consiguiéramos imponer ese absurdo criterio del potro pedagógico: entonces se vería cómo el fomento de los intereses morales y materiales de la humanidad no necesita para nada de nuestras hueras divagaciones: pero esta demostracción indirecta de la tesis que sustentamos, no es posible, porque la sociedad, influída por los prejuicios reinantes, creería ver sus más sagrados intereses amenazados, si nuestras flamantes Escuelas, en vez de vomitar médicos, ingenieros, abogados, en mayor número que pudiera producirlos un mecanismo de funcionamiento automático, sólo dieran, anualmente, unos pocos, dotados de excepcionales facultades, ó muy favorecidos por la fortuna: ¡qué sería de los pobres pueblos entregados en manos de inexpertos curanderos! ¡qué de la justicia sin personal idóneo encargado de administrarla!

En un artículo titulado, «Ó Educación, ó Exámenes», hace D. Francisco Giner un erudito estudio sobre el estado de la cuestión en el extranjero, poniendo de manifiesto, cómo está en el ambiente esta reacción saludable contra un sistema, hipócritamente democrático, que, pretendiendo abrir las puertas de las profesiones á todas las gentes, entroniza una aristocracia intelectual tan dañosa como la que hoy nos hace morder el polvo de nuestras carreteras bajo las ruedas de sus automóviles.

Más de cuatrocientas firmas, entre las que se hallan las de muchos distinguidos profesores, prelados, industriales y representantes de todas las clases, autorizan una protesta, la cual dice:

Que se prepara al niño para el examen como al potro para las carreras, incapacitándole y destruyendo su vigor inlelectual y físico; que la emulación, una de las formas inferiores de la lucha auimal por la existencia, desmoraliza, obliga á desatender los fines superiores de la educación, y hace inposible la diversidad y originalidad en ésta, imponiendo á todos un tipo único; que ante la necesidad de ser aprobado, se produce el sacrificio de las facultades todas á la rutina, el rápido olvido de cuanto se aprende, el cultivo de la superficialidad, la presión para improvisar juicios cerrados sobre cosas árduas y difíciles, la subordinación de la espontaneidad al convencionalismo de las preguntas del programa, la habilidad para cubrir con la menor cantidad de substancia el mayor espacio posible, la disipación y anarquía de fuerzas; el disgusto del trabajo si no tiene caracter remunerativo.

Todas estas cosas y otras más atrevidas dicen los ilustrados autores de la protesta: ellas bastan para que veáis cómo el espíritu de oposición al examen es algo que se impone á la inteligencia de cuantos pedagogos sienten su cónciencia agitada por esas dudas sobre el cumplimiento del deber, propias de las almas superiores.

No son de los menos influídos por los absurdos prejuicios que sostienen los actuales sistemas de enseñanza, los pedagogos matemáticos: encastillados en su dogmatismo, miran con desprecio á cuantos no han podido comprender las severas fórmulas de su ritual. La gran importancia que se dá entre los pueblos latinos á esta disciplina, de la cual se hace la llave que abre las puertas de las carreras más lucrativas y distinguidas, justifica la posición que adoptan esos discípulos de Pitágoras: y sin embargo, ni las matemáticas, desde el punto de vista de sus principios y sus leyes presuponen el ejercicio de facultades que no sean comunes á todos los hombres; ni los artificios de cálculo, que constituyen su algoritmo, son más que frases de un lenguaje por cuyo medio se expresan con rigor y precisión conceptos difíciles de exponer en los idiomas vulgares, de suyo difusos y dados á matizar el pensamiento con tonalidades que ocultan el fondo de la idea; ni los procedimientos usuales de enseñanza de estas ciencias favorecen el desarrollo del raciocinio, preparando mejor que otra disciplina cualquiera para el ejercicio de profesiones, de las cuales se consideran base insustituíble, cuando no son más que sus elementos auxiliares.

La leyenda que se ha formado en torno de las dificultades de tales estudios, tiene su origen en los procedimientos empleados para evocar la aptitud matemática del niño. Se pretende que este es un hombre en miniatura, al cual puede educarse por los mismos procedimientos empleados para el adulto; y se quiere hacerle digerir suculentos solomillos, cuando su estómago apenas si puede sobrellevar papillas fosfatadas: el resultado es que se producen en su débil cerebro, verdaderos atascos mentales, que el organismo vence, eliminando, por medio del olvido, las indigestas materias ingeridas; quedándole, como reliquia, una lesión que le incapacita para aquel trabajo en adelante, ó un mal recuerdo que le hace pensar con horror en aquellos números, instrumento de tortura de la infancia. Este mal se agrava con los procedimientos empleados por la pedagogía clásica, para conseguir que el niño tome afición á las cosas que instintivamente le repugnan; y como se le reprende en la mesa, porque no quiere alimentos que quizá no necesita, se le castiga en la Escuela, porque no puede aprender la lección de geometría: se le trata, á veces peor que á las más humildes bestias de carga; pues hoy—y recientemente he tenido ocasión de comprobarlo— el más torpe mozo de mulas sabe, que si esos híbridos de la raza caballar se defienden á coces y mordiscos contra la imposición de un trabajo excesivo, es porque no se hallan en edad de realizarlo, mientras que si se les trata con mimo, se les alimenta bien y no se les hace trabajar en tanto no han llegado al desarrollo pleno de sus energías, se prestan dócilmente á cuanto de ellos se pide; y no me habléis de casos escepcionales, y no me digáis que exajero, en nombre de una sensiblería, á la cual no soy dado, porque os contestaré que todavía no ha muchos años me he visto precisado á intervenir, como indivíduo del Consejo universitario, en el expediente de un maestro que castigaba á los niños haciéndoles comer moscas y beber agua sucia: verdad—y esto hay que decirlo en honor de nuestra cultura—que se trataba de un caso de *paidofobia*, completamente anormal.

No son de hoy estas ideas que pretenden sustituír el castigo, originado siempre en un movimiento de ira, y la imposición de un método uniforme, nacida de la pereza mental, por el estudio de la Psicología infantil y el análisis del medio en que el niño se desarrolla. Muchas faltas dejarían de serlo si se suprimiera la causa ocasional que las produce: las llamadas de orden son casi siempre de esta índole: un ciento de muchachos, apiñados en un local nauseabundo y mal oliente, oyendo hablar de cosas que no les interesan, constreñidos á permanecer allí por una disciplina arcáica, ¿no os parece que tienen cierto motivo para protestar contra ese absurdo pedagógico, por medio de toses, pataleos y otros varios procedimientos de dudosa urbanidad? ¿procederían de igual modo, si acudieran, movidos por propio interés, á trabajar por su mejora y perfeccionamiento, en locales espaciosos, higiénicos y bien acondicionados? Algo de esto pudiera decirnos nuestro inteligente compañero D. Arturo Pérez Martín, quien con su tacto ha sabido evitar estos males en el Liceo de Costa Rica.

La enseñanza de las matemáticas debe empezarse por procedimientos experimentales: el niño no puede comprender las abstracciones; únicamente después de haber visto muchos casos concretos, generaliza de un modo inconsciente, sin necesidad de que el maestro le lleve de la mano: esto no quita para que en el período de la adolescencia pueda enseñársele, en ocasiones, una propiedad general, con preferencia á los casos particulares que comprende, cuando aquella es más fácil que cada uno de éstos, estudiado separadamente. No ya en la infancia, sino en los estudios del bachillerato puede observarse, que los niños no empiezan á entender hasta que llegan al curso de Geometría: los abstrusos razonamientos de la Aritmética, con dificultad los comprenden; los estudian de memoria y los repiten mecánicamente: otro tanto hacen con las definiciones y reglas, cuya aplicación desconocen: el maestro debiera aprovechar, en este período, el afán de hacer cosas que el niño tiene, sin preocuparse de esa necesidad, sentida por el hombre, de elevarse á las causas de ellas. Cuando la hora llegue, él formulará las leyes que rigen los procedimientos oparatorios usados, él tendrá su definición de la materia estudiada; y si la falta de voces no le permitiera expresarse, no por esto podrá decirse que la ignora: sería preciso afirmar que el obrero constructor de una máquina, desconoce el mecanismo de la misma, porque no sabe darnos una conferencia acerca de su funcionamiento; y, sin embargo, esta afirmación suele hacerse, con los actuales métodos de enseñanza y pruebas de suficiencia: un distinguido ingeniero, amigo mío, cuyo espíritu robusto ha logrado imponerse al régimen morboso de su Escuela, en los tiempos que cursara la carrera, me hablaba cierto día de cómo se había tratado de suspender, en la asignatura de *Laboreo de minas*, á un competentísimo obrero cuya vida trascurriera en las más importantes explotaciones minares de la región asturiana: aquel modesto trabajador, que había contribuído á extraer muchas toneladas de mineral, no supo exponer, con arreglo al texto, las operaciones que tantas veces practicara: ¿no es esto ridículo, sino fuera triste y de perniciosos resultados?

Este sentido experimental de la enseñanza que no ha logrado imponerse, debido á la resistencia pasiva presentada á toda idea innovadora, sino ofrece los absurdos encantos de lo maravilloso, por la humanidad, palpita en los escritos de los más ilustres pedagogos hace mucho tiempo. Oíd lo que dicen á este respecto.

Juan Macé, autor de la *Aritmética del abuelo:*

«El largo período de formación de la humanidad vuelve á comenzar en cada niño.»

«El primer calculador no empezó por las reglas abstractas que contienen los libros de la Escuela: es evidente que debió hallarse primero en presencia de problemas prácticos, de los cuales sólo pudo salir tendiendo todos los resortes de su inteligencia, para crear la regla, y que no hizo arte por el arte. Hacer principiar al niño por la regla abstracta, y proponerle enseguida las cuestiones que ha de resolver, es ir al contrario de la marcha del espíritu humano, el cual está en el pequeño catecúmeno, allí donde se hallaba en la infancia de la especie.»

Entonces, ¿qué ocurre? Que su inteligencia, bruscamente sacudida, se niega á la abstracción que se le presenta antes de hora, y que solo su memoria entra en juego, para cargarse dolorosamente de palabras, y de prácticas, cuyo sentido se le escapa.»

«El verdadero método es, por tanto, colocarle de nuevo en las condiciones iniciales, y hacerle asistir, en cierto modo, á la creación de la aritmética.»

*
* *

Hoüel, autor del *Ensayo crítico sobre los principios fundamentales de la Geometría:*

«Se concibe la posibilidad de una enseñanza graduada de la geometría elemental, conducida, en todos sus grados, según un plan único é invariable, siempre sometida á las reglas de la más severa lógica y donde todas las dificultades se presenten á medida que los espíritus estén preparados para abordarlas.»

«El estudio de la geometría debería hacerse desde distintos puntos de vista, correspondientes á los diversos grados de iniciación de los alumnos. A los principiantes les interesa, ante todo, familiarizarse con las figuras y sus denominaciones, aprender hechos, entrever sus aplicaciones más sencillas é inmediatas, aquellas, sobre todo, que se refieren á los usos de la vida ordinaria.»

«Se debería, pues, al principio, multiplicar los axiomas, emplear, en lugar de las demostraciones, las verificaciones experimentales, la analogía, la inducción, no dejando nunca olvidar que este modo de exposición es esencialmente provisional. Se ejercitará al alumno en los trazados gráficos, en la solución de diversos problemas de levantamiento de planos y agrimensura, en la construcción de figuras en relieve. El maestro sabrá proporcionar al grado de desarrollo intelectual del alumno la parte, más ó menos grande, que deberá tener el razonamiento en este primer esbozo de los estudios geométricos.»

«La primera enseñanza será, pues, exclusivamenie exmental, y poco á poco se hará ver al alumno, cómo todas las verdades no tienen necesidad de ser separadamente comprobadas por la experiencia, y cómo las más de ellas son consecuencia de unas pocas, que se restrinjirá sucesivamente, á medida que se avance en el estudio de la ciencia, hasta llegar á los axiomas fundamentales, cuyo número no puede reducirse.»

*
* *

Juan Jacobo Rosseau, en el *Emilio:*

«He dicho que la Geometría no está al alcance de los niños: pero no lo está por culpa nuestra. No sentimos que su método no es el nuestro, y que lo que es para nosotros el arte de razonar, no debe ser, para ellos, sinó el arte de ver. En lugar de darles nuestro método, haríamos mejor en tomar el suyo, porque la enseñanza de la geometría es un asunto de imaginación tanto como de razonamiento. Cuando la proposición se ha enunciado, es preciso imaginar la demostración, es decir, hallar de qué proposición, ya sabida, debe ser una consecuencia, y, entre todas las consecuencias que se puede sacar de esta proposición, escojer, precisamente, aquella de que se trata.»

De aquí que el razonar más exacto, si no es inventivo queda incompleto; y ocurre, que en lugar de hacernos hallar las demostraciones, se nos las dicta, y en vez de enseñarnos á razonar, el maestro razona por nosotros, y no ejercita más que nuestra memoria».

«Haced figuras exactas, combinadlas, poned unas sobre otras, examinad sus relaciones; marchando de observación en observación hallaréis la geometría elemental, sin hacer mención de definiciones, ni de problemas, ni de ninguna otra forma demostrativa más que la simple superposición. En cuanto á mí, no pretendo enseñar á Emilio la Geometría, es él quien me la enseñará: yo buscaré relaciones y él las encontrará, porque las buscaré de manera que le obligue á encontrarlas. Por ejemplo: en lugar de servirme de un compás para trazar un círculo, lo trazaré con la punta de un lápiz, atada en la extremidad de un hilo, sujeto por el extremo opuesto á un pequeño eje en torno del cual gira; y cuando yo quiera comparar los radios, Emilio se reirá de mí y me hará ver que el mismo hilo, constantemente tenso, no podría originar distancias desiguales».

«Si quiero medir un ángulo de sesenta grados, describo desde el vértice no un arco, sino un círculo entero, porque con los niños no se debe nunca sobrentender nada: veo que el sector comprendido entre los lados es la sexta parte del círculo: después, describo, desde el mismo vértice, otro círculo mayor, y compruebo, que el segundo arco, es también la sexta parte de su circunferencia: describo, todavía, un tercer arco, concéntrico con los anteriores, y hago, sobre él, la misma comprobación; y continúo repitiendo esta operación sobre nuevos círculos, hasta que Emilio, sorprendido de mi estupidez, me advierte que cada arco, grande ó pequeño, interceptado por el mismo ángulo, será siempre la sexta parte del círculo. «Hemos sido, de este modo, insensiblemente conducidos al uso del graduador.»

«Se desprecia la exactitud de las figuras, se la supone, y se refiere á ella la demostración. A nosotros, por el contrario, no nos preocuparán las demostraciones: nuestro objeto será tirar líneas bien rectas, bien exactas, bien iguales; hacer un cuadrado perfecto, trazar un círculo bien redondo. Para verificar la exactitud de la figura, examinaremos todas sus propiedades perceptibles; y esto nos dará ocasión de hallar nuevas propiedades. Doblaremos un círculo por el diámetro, un cuadrado por la diagonal: compararemos nuestras dos figuras para ver en cual de ellas es más exacta la coincideucia de los bordes, y, por consiguiente, cual es la mejor hecha.»

«La Geometría no es para mi alumno más que el arte de servirse bien de la regla y el compás.»

*
* *

Lacroix, en su *Ensayo sobre la enseñanza de las matemáticas.*

«¿Cómo conviene estudiar una figura con los principiantes? Perdonad si numero las partes sucesivas de la respuesta.—1.º Ante todo, mostrad el modelo material, hacedle circular y manejar: después, dibujadle en la pizarra, y que toda la clase os imite.—2.º Haced observar la propiedad principal de la figura, la que le sirve de definición.—3.º Conocido lo esencial de ella, pronunciad su nombre por vez primera. Exigid ejemplos familiares.—4.º Invitad á un alumno á que la defina: rectificadle, y hacedle aprender de memoria la rectificación, que se limitará á resumir claramente lo enseñado.—5.º Hacedle conocer la figura en sus detalles: enseñadle nuevas propiedades, comprobándolas y verificándolas; pero sin demostrarlas, es decir, sin deducirlas de la propiedad fundamental.—6.º Terminad, en fin, por las construcciones y los problemas, que se refieren á la figura sometida á vuestras investigaciones.»

«Se puede enseñar un álgebra modesta y, por decirlo así, preliminar, en que las reglas deriven de ejemplos particulares y no de razonamientos generales y abstractos. Hé aquí las indicaciones principales para una enseñanza encaminada en este sentido:

1.° *Generalizar lentamente.*—No se repetirá nunca bastante; el espíritu se niega á las abstracciones impuestas bruscamente. Sólo por grados pasamos de una de estas ideas á la otra: tres caballos, el número *tres* en general, un número cualquiera representado por *a* ó *x*.

2.° *Prescindid de los números negativos,* $\frac{o}{o}$, $\frac{m}{o}$, *y de los imaginarios.*—Estos símbolos son difíciles de comprender, y es preciso reservarlos para un estudio profundo del álgebra. Componed, en consecuencia, ejercicios y problemas que no presenten imposibilidades aritméticas.

3.° *Suprimid las discusiones.*—Estos exámenes á fondo de los problemas, con todas sus particularidades y excepciones, suponen espíritus agudizados. Dejadlas, sin dudar, para el segundo período de la enseñanza.

4.° *Resolved, desde el principio, problemas sencillos, en los que representéis la incógnita por medio de la letra x.*—Introducís de este modo, al joven estudiante, en medio de un capítulo, por decirlo así complementario de la aritmética.

5.° *Resbalad sobre la teoría del cálculo algebraico.*—Es este un asunto bastante árido, y, por lo demás poco importante al principio. Insistid sobre el cuadrado de un binomio, y pasad en silencio la división de polinomios.

6.° *Razonad directamente problemas graduados.*—El método de las ecuaciones se inicia así por sí mismo más claramente que formulándolo *á priori*.

7.° *Ecuaciones abstractas.*—Pasad ahora al estudio de las relaciones matemáticas, separadas de los problemas concretos que les dieron origen, sin repetir de nuevo los razonamientos ya hechos, sino presentándolos de una manera más general.»

«La Geometría es quizá, de todas las partes de las matemáticas, la que se debe enseñar primero: parece la más apropósito para interesar á los niños, siempre que se les presente por el lado de las aplicaciones, sobre el dibujo ó sobre el terreno. Las operaciones de *trazado* y *medida* no dejarán de ocuparles agradablemente y les conducirán, como de la mano, al razonamiento.»

«Los elementos de Geometría de Clairaut, son muy convenientes para orientar al maestro en esta dirección.»

Podría multiplicar las citas; pero no necesita vuestra ilustrada atención más pruebas: de igual modo que coinciden en sus puntos de vista un filósofo y tres matemáticos, de contextura intelectual tan distinta, vendrían á coincidir cuantos se preocupen noblemente del mejor resultado de sus esfuerzos en pro de la cultura; y sin embargo, tiene razón Voltaire cuando afirma, que si para enseñar á los jóvenes las nociones de geometría, es preciso remontarse á la fuente y seguir la marcha de los descubrimientos y de las necesidades que los han producido, la empresa es de realización harto difícil, porque aun cuando este método, pocas veces seguido, parezca el más útil y agradable, exige en el maestro una flexibilidad de espíritu, una adaptación al medio, y un gusto por la enseñanza, muy raro en aquellos que siguen maquinalmente la rutina de una profesión. Es ,señores, mucho más cómodo, sentarse junto á una mesa, y hacer que los discípulos den vueltas en torno de la escuela, levantando con los pies un polvillo insano, vehículo de todas las enfermedades, canturreando una fábula ó las tablas calculatorias de la aritmética, y poniendo en práctica aquella mnemotecnia musical tan graciosamente ridiculizada por vuestro Vital Aza, en «*El Chiquitín de la casa*». Bueno es que los niños eduquen el oído entonando algún canto agradable; pero ¡por Dios! no le pongamos música á la tabla de multiplicar.

Mr. Laisant, en una conferencia dada en el Instituto psico-fisiológico, propuso, muy acertadamente, que el alumno construya estas tablas, en vez de aprenderlas.

Para hacer, por ejemplo, la de sumar, se marcará diez columnas en una hoja de papel cuadriculado, á la cabeza de las cuales se escribirá las diez primeras cifras; y otro tanto se hará al principio de unas cuantas filas. Si en la casilla común á la fila y columna iniciales se escribe el cero, y en las filas sucesivas los números consecutivos, á partir del que las encabeza; se formará un encasillado, cada una de cuyas casillas contendrá la suma de las dos cifras iniciales de las zonas, horizontal y vertical correspondientes. Disponiendo, además, de una caja con bolas suficientes para todos los huecos, y haciendo que el niño realice la operación, aprenderá, sin necesidad de escribir las sumas, el valor de cada una de ellas, puesto que para llenar la casilla correspondiente al 4 y al 5, tendrá que contar tantas bolas como expresan esas dos cifras.

Este procedimiento, que consiste en enseñar jugando, en instruír deleitando, es el que Mr. Chaparéde defiende en su *Psicología del niño.* El fundamento de la educación, en todas edades, es el interés; pero al niño sólo le interesa el juego: por eso únicamente poniendo en el trabajo que se ejecuta todo el encanto, todo el atractivo que para el niño tienen sus diversiones infantiles, lograremos retener su atención.

No faltará quien afirme que semejantes procedimientos educativos han de dar perniciosos resultados, que al niño debe acostumbrársele, desde la más tierna edad, á tomar la vida en serio, reglamentarle, someterle á severa disciplina, porque, como decía la vulgar sentencia de nuestros ancestrales, *el arbol de pequeño se endereza.* Ciertamente que tienen bien escaso valor estos temores: no hay porqué entenebrecer la vida del niño, arrebatándole esa alegría del vivir que en él se manifiesta en toda su plenitud; no hay por qué violentar su naturaleza obligándole, como á las plantas cloróticas de nuestros invernaderos y jardines, á tomar la forma caprichosa que al jardinero se antojara. Dirigid vuestra vista alrededor y decidme con sinceridad cuáles son los seres más útiles, cuáles los que defienden la patria, los que con su sudor riegan la tierra, los que realizan actos de abnegación y heroísmo, los que producen y crean; decidme si estos hombres salen de nuestros colegios y centros de enseñanza, ó pertenecen á esa masa anónima de gentes formadas en íntimo contacto con la Naturaleza, á quienes una urbanidad decadente, califica, quizá con injusticia, de ineducadas.

Una observación más importante podría hacerse. Al hombre hay que educarlo para la lucha, y en consecuencia es preciso endurecerlo. Oportunamente, replica á esta objeción Mr. Claparéde, que es preciso distinguir entre la educación *por y para el esfuerzo.* No es obligando al niño á realizar trabajos para los que no está capacitado como se consigue robustecerle; ni tienen nada que ver con la formación del carácter y la educación de la voluntad, los esfuerzos de inteligencia y atención que el joven realiza estudiando una lección de gramática ó resolviendo un problema de álgebra. Creedlo, son más útiles, á este respecto, las correrías de los bisoños soldados de Cabrera ó el Seco de las Parras, á través de los montes del Maestrazgo, que todos los supuestos tácticos de las Academias militares: son más provechosos los esfuerzos de carácter lúdico, realizados en la *era* por los hijos de nuestros labriegos, que muchas lecciones de las Escuelas de Agricultura. Esto de hacer pedagógica toda enseñanza, produce los mismos resultados que las demás panaceas: pretendiendo servir para la curación de muchos males, no vienen á ser útiles para nada.

Distinto del sistema experimental, preconizado por Laisant, es el método presentado en la Exposición de París de 1889, con el sugestivo título de *Stenaritmia-Richard*. El autor formula un corto número de reglas que sintetizan los múltiples resultados de las tablas calculatorias. Con este fin, clasifica las cifras ó números dígitos, excepto el cinco, al cual da el nombre de *pivot,* por la posición que ocupa, en series que denomina, primera, segunda, de los pares, y de los impares; la primera está constituída por los números 1, 2, 3, 4; la segunda por los 6, 7, 8, 9; forman la de los pares el 2, 4, 6 y 8; la de los impares el 1, 3, 8 y 9. Llama excedente de un número al exceso de este sobre diez.

Establecidas estas definiciones, formula cuatro reglas que condensan los treinta y seis resultados distintos de la tabla de sumar. Hélas aquí:

«*Papel del pivot.*—Agregando 5 á uno cualquiera de los números de la primera serie, se obtiene para suma la cifra que ocupa el mismo lugar en la segunda. Idéntica operación efectuada con los términos de esta, da como resultado un número, cuyo excedente es la cifra respectiva de la primera serie.»

«*Dobles de cifras.*—Sumando consigo misma una cualquiera de las cifras de la primera ó de la segunda serie, se obtiene, para suma ó excedente, la que ocupa el mismo lugar en los pares.»

«*Cifras extremas.*—Añadiendo una cifra cualquiera á uno de los extremos impares, 1 y 9, ó de los extremos pares 2 y 8, se obtiene, según la naturaleza del resultado, para suma ó excedente, el par ó impar inmediatamente superior ó inferior á la cifra adicionada.»

«*Cifras medias.*—En la adición de dos medios consecutivos, uno de los cuales es par, se obtiene, para suma ó excedente, el otro medio impar; y en la de los dos medios no consecutivos, se obtendrá la suma 9 ó el excedente 1, según que ambos sean los menores ó los mayores de las series respectivas.»

La enunciación de estas cuatro reglas, análogas á las que sirven de base para el estudio de todas las operaciones, prueba suficientemente que el autor incurre en el defecto, común á todos los pedagogos antiguos, de suponer que el proceso discursivo es el mismo en el niño y en el adulto. Esa necesidad de generalizar que siente el hombre avezado á los razonamientos matemáticos, no se presenta en los primeros años. Sin duda alguna, son ingeniosas las relaciones halladas por Richard entre las operaciones elementales distintas que en las Escuelas se aprende aisladamente: pero si se observa que el objeto perseguido es aplicar inconscientemente los resultados obtenidos, se convendrá en que el método mejor es el más directo, el que exija menos reflexión, ya que en fin de cuentas hemos de venir á parar á realizar maquinalmente todas las sumas parciales; por eso, y porque para el niño supone un esfuerzo no compensado el descender de lo general á lo particular, mientras constituye un placer el llenar las casillas de un tablero, entendemos que no es práctico el sistema stenaríthmico: otra cosa sería si se tratara de enseñar las operaciones aritméticas á gentes cuya razón estuviese formada; á estos no llamaría la atención la práctica infantil del casillero, mientras que el esfuerzo de reflexión, al aplicar repetidamente la regla, facilitaría la fijación de las ideas. Optamos, pues, sin vacilar, por el sistema de Laisant.

El procedimirnto para aprender la tabla de multiplicar, consiste en formar la pitagórica. Todo el mundo recuerda la satisfacción con que veía cuando niño, contenidos por duplicado, en pequeño espacio, todos los productos, que tanto esfuerzo le costara aprender separadamente. El trabajo realizado para hacer aquella sencilla construcción, contribuía á que la memoria local, la primera que el niño ejercita, apenas abre los ojos, la que nos dá cuenta de la disposición relativa de los objetos en el espacio, entrase en juego y fijase para siempre la posición de cada producto, de igual modo que fija la situación de los puntos de referencia en una región accidentada, permitiendo que nos orientemos en ella inconscientemente. En esta facultad que se manifiesta cuando vemos la luz por vez primera, y se extingue cuando dejamos de verla para siempre, hay que apoyarse para constituír el caudal de conocimientos que ha de combinar la inteligencia, en vez de acudir á esa memoria de sonidos, de una monotonía desesperante, que ninguna relación tienen con la palabras, ni con las ideas por ellas representadas.

Hay que dar también, desde el principio, el concepto de numeración, que no solamente los niños, sino los jóvenes bastante adelantados en los estudios matemáticos, no poseen. Saben, sin duda, escribir, más ó menos correctamente, en el sistema decimal; pero ignoran que la base diez, es arbitraria, y que de igual modo podría haberse escogido cualquier otro número, el dos, el tres ó el doce, por ejemplo, formando un sistema binario, ternario ó duodecimal: este último, hubiera tenido alguna ventaja sobre el usado; la de admitir un número mayor de divisores, circunstancia que si pudo no tener valor para los sutiles y profundos matemáticos de la Enciclopedia, la tiene extraordinaria en la vida práctica, donde es preciso considerar, muchas veces, mitades, terceras y cuartas partes de los artículos que constituyen objeto de comercio: el valor de estas partes alícuotas no puede determinarse exactamente en el sistema decimal, cuya base sólo admite los divisores 2 y 5, mientras se hallaría fácilmente en el duodecimal. Esta simplicidad del número básico ha opuesto una gran dificultad á la difusión del sistema métrico, porque la pérdida de las fracciones, que redunda en beneficio del comercio y viene en perjuicio del público, contribuye á que este resista el cambio.

El Sr. Benot, en su Aritmética general, resuelve las operaciones en varios sistemas y afirma que todos los ejemplos resueltos lo han sido por alumnos suyos, que de este modo adquirían la idea clara de la numeración. Sin que nosotros seamos partidarios de tal procedimiento, caracterizado por la difusión propia de tan infatigable y esclarecido autor, creemos con Mr. Laisant, que se podría, por medio de bolas, enseñar la formación de los números tomando bases distintas de diez.

Con la misma facilidad se haría del niño un pequeño geómetra. La equivalencia de un paralelógramo y un rectángulo de igual base y altura, el área de un trapecio y hasta el clásico teorema de Pitágoras, se aprenden por procedimientos experimentales é intuitivos.

Algunas nociones de álgebra pueden enseñarse también experimentalmente. La fórmula que expresa la suma de los μ primeros números enteros, se obtiene cogiendo una hoja de papel cuadriculado, rayando la casilla en que comienza la primera línea, las dos que se hallan al principio de la segunda, y así sucesivamente hasta las siete primeras de la fila séptima: y observando entonces el rectángulo formado con estas filas, de ocho casillas cada una, se verá cómo el número de las rayadas, que representa la suma de las siete cifras consecutivas, á partir del uno, es igual á la mitad del total de casillas de la cuadrícula. Este hecho que puede repetirse con más ó menos líneas, prueba la fórmula objeto de la demostración.

Lo importante de esta enseñanza es que no sea dogmática ni deductiva. El niño ha de hallar por sí mismo todas estas verdades, en corto número, de las cuales adquirirá plena conciencia. Debe ser además objectiva y desprovista de toda abstracción impuesta; lo cual no quita para que el niño generalice por su cuenta, de una manera espontánea, cuando sienta necesidad de ello. La abstracción, en efecto, que ha dado á las matemáticas fama de extraordinaria dificultad, es una operación simplificadora, absolutamente necesaria, que el mismo niño practica en los usos corrientes de la vida. Cuando se le presenta varios objetos desemejantes, para hacerle formar el concepto de número, él adquiere esta idea, porque su espíritu prescinde de las muchas diferencias existentes entre las unidades que forman la colección; identificando, pues, aquellos objetos, su espíritu, simplifica, prescinde de las diferencias que pudieran estorbarle, abstrae, empieza á hacer ciencia.

De igual modo, cuando por medio de las figuras trazadas en el encerado, adquiere la idea clara, de una superficie sin espesor, una línea sin anchura y un punto sin dimensión, abstrae de una manera inconsciente, puesto que prescinde de todas aquellas condiciones materiales que presentarían á nuestra vista la más fina de las líneas, si la contempláramos con el microscopio, como un terreno conmovido por un profundo terremoto.

No hay que atribuír las dificultades y complicaciones de una ciencia, á su condición de abstrata, puesto que cuanto más se acentúe este caracter será mayor su sencillez: no hay, pues, que relegar los estudios matemáticos á los últimos años de la enseñanza secundaria, bajo pretexto de la complejidad de sus abstracciones: es preciso sí, no imponer al niño generalizaciones que resiste, porque no está preparado su cerebro, que es un aparato registrador de ideas, no dispuesto para asociarlas y combinarlas. Por obrar de otro modo, la educación se falsea, la aptitud matemática de la humanidad se malogra: es preciso observar que no somos durante toda la vida; sino aquello que han querido hacer de nosotros en los primeros años: el joven que recibió una educación verbalista, que no aprendió ese doble método inductivo-deductivo característico de los estudios matemáticos y de aplicación á todos los usos de la vida, es siempre un hombre poco razonador y reflexivo; el que recibiera en edad tardía la iniciación matemática, resulta un ser anodino, ni pensador ni memorista, cuya aptitud no se ha orientado en ningún sentido.

No es esto decir que sean las ciencias de la cantidad de más subidos quilates que las demás disciplinas; es tan sólo afirmar que constituyen la mejor preparación del espíritu, y que, al contrario de lo que se practica, deben enseñarse en los primeros años, con mejores títulos qué la gramática, la metafísica del lenguaje, la cual, ciertamente, no les cede en dificultad. Es indudable que si se diera á la instrucción primaria esta orientación, se vería ensancharse, en poco tiempo, el campo de las verdades matemáticas que toda persona culta debe peseer, se consiguiría esa elementalización de los conocimientos superiores, defendida por Klein en Alemania, y se efectuaría una verdadera revolución en la enseñanza y en la vida de las naciones. Entiéndase bien, sin embargo, que al defender este sentido de la instrucción, se piensa en satisfacer una necesidad material, por ser la ciencia de la combinación y del cálculo de constante aplicación á la vida práctica; y en un problema de educación general, por lo que hace á la aptitud para relacionar ideas, quizá la más esencial de todas las disposiciones, mas no se abriga la absurda pretensión de hacer un matemático de cada niño.

Formar una generación de hombres dedicados á las altas especulaciones del cálculo, sería contraproducente, porque esos seres excepcionales aplican las sutilezas características de sus elucubraciones á todos los asuntos que tratan. Por fortuna no es de temer tal peligro: los grandes matemáticos, como hemos podido ver en el bosquejo histórico que constituye la primera parte de este trabajo, no se forman por la aplicación de ningún sistema pedagógico; al igual que el poeta, el músico, el que siente la vocación artística, se revelan en los primeros años: las vidas de Newton, Leibnitz, Descartes, Pascal, para no citar más que unos pocos, han podido probarnos esta verdad. Nosotros, al recomendar el sistema educativo preconizado ya por Mr. La Chalotais el año 1763, en su *Ensayo de educación nacional*, pretendemos, tan sólo, formar pequeños matemáticos, capaces de hacer lo mismo que todos los hombres, y además matemáticas: otra cosa, harto se nos alcanza que sería sumamente perjudicial.

La Geometría, sobre todo, es la más adecuada, entre las diferentes ramas de la matemática, para dar al espíritu inquebrantable seguridad en el raciocinio: así debieron comprenderlo Pitágoras, Platón y Sócrates, que consideraban conveniente el estudio de esta ciencia desde la más tierna edad. Apoyándose sobre abstracciones simplicísimas, proposiciones evidentes y postulados intuitivos, se eleva á las más altas concepciones, sin que sus cimientos se conmuevan. Obra griega, al fin, une—como dice Mr. Duclaux—la solidez á la elegancia de las formas, y aparece coronada por un limbo de claridad deslumbradora.

Es un instrumento pedagógico admirable, apropósito para dar á la inteligencia esa confianza en sí misma, sin la cual nada puede, y la prudencia que la enseña á vigilar cada uno de sus pasos, para no extraviarse; pero su misma perfección ha venido á ser un mal, porque al convertirse en un método que nos conduce cómodamente al descubrimiento de la verdad, puede adormecer el espíritu, y hacernos rutinarios y dogmáticos en vez de razonadores é independíentes. Este lamentable resultado produce el culto idolátrico, tributado, durante más de veinte siglos, á los «Elementos de Euclides». Hasta qué punto llegara el respeto sentido por esta obra, lo prueba la interpretación dada al hecho antes referido en la vida de Pascal: se le sorprende procurando demostrar la proposición número treinta y dos, se averigua que antes de llegar á ella había encontrado otras verdades de donde pretendía deducirla, y se afirma que consiguió probar cuantas la preceden en la obra del geómetra alejandrino, como si no hubiera más ordenación posible que la ideada por éste.

Aun cuando no participaran de esta superstición los profesores, el valor pedagógico de los «Elementos», reforzado, en el sentido dogmático, por los jesuitas y la Universidad, hizo de la geometría una especie de torre blindada, que defiende la puerta de un laberinto, por donde se precipitan en tropel, á manera de borreguil manada, una multitud de jóvenes que, ó retroceden ante la dificultad de abrirse paso, ó siguen enfilados hasta encontrar la salida, sin haberse dado cuenta del camino recorrido, porque la falta de tiempo y la oficiosidad del guía, empeñado en hacerles mirar siempre hacia adelante, les ha impedido fijar su atención en los múltiples obstáculos que les han salido al paso; sólo un pequeño grupo, de perspicaz inteligencia, ha podido ver la sencillez efectiva que presenta, en medio de su aparente complicación, el edificio que acaban de recorrer.

Esto sucede en los estudios del bachillerato; pero si se trata de introducir la geometría en las Escuelas de instrucción primaria, aparece clarísima la ineficacia del método euclídeo: y en vez de recomendar, como se hace en Francia, que se prescinda del rigor en las deducciones, que se acuda á la intuición todo lo posible, y que cuando una construcción no pueda justificarse sinó con una larga cadena de teoremas, se suprima su demostración; en vez de continuar ese culto al viejo método, y romper, sin embargo, la cadena de verdades, para utilizar sus pedazos, conciliando de este modo la tradición con las exijencias de los tiempos; sería preferible renunciar á esta ficción, declarar francamente que por este camino no se hace geometría; y si se piensa en algo más que en hinchar programas, si se cree que las verdades geométricas suponen algo para la cultura del espíritu, sería preciso demostrarlas, exijir al espíritu el esfuerzo necesario para comprenderlas, y puesto que el método euclidiano es demasiado complicado y engorroso, no hay que llevar el fetichismo hasta negar la posibilidad de otro, y suponer que á falta de este guía insustituible, sólo queda el recurso de abandonarse.

Mr. Duclaux, de quien son estas afirmaciones, señala en el método euclídeo, tres grandes defectos que dificultan el avance y le hacen terriblemente enojoso: la meticulosidad, la pedantería y la sutileza, sobre todo. Es meticuloso y pedante, porque emplea largos razonamientos para demostrar proposiciones evidentes por sí mismas, como la suma de los ángulos formados alrededor de un punto, ó la propiedad de las quebradas envolvente y envuelta: es sutil, porque el filosofismo de Euclides pone el espíritu sobre la materia, las abstracciones por encima de las realidades.

Sería injusticia notoria no mentar, tratando cuestiones de pedagogía matemática, al incansable profesor de la Universidad de Zaragoza D. Zoel García de Galdeano, que en uno de sus innumerables folletos, titulado *Ciencia, educación y enseñanza*, defiende ideas análogas á las anteriormente enunciadas.

Tratando de la primera enseñanza, dice:

«La educación ha de producir la armonía entre todas nuestras facultades; y á su vez entre los dos organismos espiritual y material.

«La historia sagrada y la profana, las fábulas y narraciones morales, educan nuestros sentimientos, desde la infancia, según los modelos que se nos ofrece. El alma las acoje, mediante la imaginación y la memoria: la primera que hace corresponder á la realidad externa otra interna correlativa; la segunda que va fijando materiales en aquél fondo vacío, donde predomina la aptitud receptiva.»

«La Gramática presenta á la inteligencia las primeras ideas; las de sujeto y objeto: la Aritmética descubre un nuevo horizonte; el del orden y lo combinación. Simultáneamente deben inculcarse al niño las nociones de Geometría, que conviene se adelanten á los otros estudios, por corresponder á un orden más concreto.»

«El contar y el cálcnlo aritmético, en primer término sirven de ejercicio á la memoria, función intelectual que debe ponerse en acción, durante este período tan favorable de la vida, ya que la Naturaleza previsora, cuando nos faltan los medios de relacionar las ideas, nos provee de este instrumento, que luego decae con la edad, por ser cada vez menos necesario, al desarrollarse otras facultades que la suplen ventajosamente: pero las nociones de aritmética, deben ir acompañadas de ejercicios intuitivos, para evitar el defecto frecuente de relacionar la inteligencia con el signo ó palabra, y nó con el objeto por ellos representados, defecto que Pestalozzi procuró correjir sustituyendo, por medio de su método real-objetivo, de observación directa de la Naturaleza, el estudio sobre los libros.»

«Es también conveniente enseñar, desde el principio, la Geometría del espacio, pues es un error el creer que, por medio de las figuras dibujadas en la pizarra, el alumno pueda pasar fácilmente á la consideración de las figuras naturales. Poseyendo una colección de modelos, construídos con madera, alambres, hilos de seda, etc., el niño se fija, sin ningún esfuerzo, en las relaciones de perpendicularidad, paralelismo, y en la disposición de todos los elementos de la figura.»

«Los jóvenes pueden, por estos procedimientos, al salir de la Escuela primaria superior é ingresar en la Segunda enseñanza, llevar nociones de Física, Química, Agricultura é Historia Natural, que les serán útiles toda la vida.»

Aprovechando estas ideas, el Sr. Galdeano es partidario: de que se comience la Enseñanza secundaria, con los estudios experimentales, por cuyo medio el alumno afianzaría los conocimientos adquiridos con las lecciones *de cosas* en la Escuela, y comenzaría á conocer el mundo exterior, durante los dos primeros años del bachillerato; de sustituír la enseñanza serial por la cíclica, imitando á la Naturaleza que se nos presenta en conjunto, permitiéndonos analizar paulatinamente sus detalles; de romper, por tanto, en lo posible; esos bloques artificiales constituídos por las asignaturas, divisiones arbitrarias de la ciencia que no responden á la naturaleza de las cosas; de sustituír el *arte de enseñar* por el *arte de aprender,* teorizando menos y forzando al alumno á estudiar más; de terminar el bachillerato con la Psicología, Lógica y Ética, para coronar el edificio con este orden de conocimientos que suponen el ejercicio de las facultades más excelsas, las últimas, por tanto, en desarrollarse.

Entre los muchos planes de Segunda enseñanza llevados á la *Gaceta* los últimos años, hubo dos que valientemente adoptaron tan racionales puntos de vista: el del Sr. Pidal, que aplicaba los nuevos métodos á la implantación de la vieja enseñanza clásica; y el del Sr. Groizard, la obra más cabal, más concienzuda, más bien intencionada que se ha llevado á cabo en España, en materia de enseñanza, durante todo el siglo diez y nueve.

De sentir es, Ilmo. Sr., que la falta de tiempo no nos permita hacer un estudio de tan importante reforma, que tenía por objeto: desenvolver la cultura general y preparar para los estudios superiores; desarrollar, armónicamente, todas las facultades del hombre moderno, en el cual vive la herencia entera del pasado, y obra la ley de renovación y progreso, propia de todos los organismos; disciplinar cuantas facultades entran en juego en las múltiples manifestaciones de la actividad humana; y educarlas, por medio de la repetición paulatina de pensamientos, actos y ejercicios homogéneos, sin la cual toda labor pedagógica es esteril, porque pretender que un conocimiento puede imponerse ó una aptitud adquirirse, sin que el lapso afirmador del tiempo y la acción asimiladora del hábito entren intensamente en juego, es como pensar que esas admirables concreciones, esas petrificaciones monolíticas formadas en el seno de las aguas, han podido constituírse sin el trascurso de los siglos: la Naturaleza no obra nunca á saltos ni en el fondo misterioso de las almas, ni en las profundidades insondables de los mares.

Respondiendo á este pensamiento de graduación de la enseñanza, el plan establecía cuatro cursos de estudios y ejercicios para la lengua del Lacio, otros cuatro para el idioma patrio y sus creaciones; igual número dedicaba á las enseñanzas estéticas y literarias. Las ciencias psico-sociales se estudiaban en tres años; las matemáticas en cinco; la Fisiología y la Historia Natural en cuatro; la Física y la Química en dos cursos cada una. El plan, determinaba además, con cierta precisión, el concepto de cada asignatura: para que veáis, respecto á este punto, el buen sentido en que se inspiraba, bastará que copie lo que decía de la asignatura de francés. Era lo siguiente: «no debe tener ningún fin teórico, sinó exclusivamente el del manejo práctico del idioma para los usos ordinarios de la vida.»

Todos sabéis cual fué el fin de tan beneficiosa reforma: una de esas innumerables crisis que se suceden en nues-país con la continuidad de los cohetes en vuestras típicas fiestas asturianas, dió al traste con el Ministerio liberal, y el Sr. Bosch y Fustegueras, de fatal memoria, volvió las cosas á su primitivo estado, no sin que antes una protesta de padres de familia, organizada por el Sr. Isern, diera motivo al Ministro conservador para tomar tan sensible determinación.

Pocas palabras he de permitirme acerca de la enseñanza superior, Ya habéis visto, en la primera parte, cual es el caudal inmenso de conocimientos que deberían constituírla. Si la carrera universitaria hubiera de tener el mismo carácter educativo que el bachillerato, imposible sería comprender todas esas materias en ningún cuadro de enseñanza; pero la tendencia debe ser á diversificar los métodos en ambas categorías de instituciones pedagógicos, y convertir los Centros de enseñanza superior en Institutos de investigación científica, donde los discípulos aprendieran la manera de hacer del *maestro*, teniendo en cuenta que la máxima potencia educativa la posée quien realiza una *obra magistral*, cuando trabaja en presencia de los que desean imitarle, el cual, al convertirse en *pedagogo* y exponer ordenadadamente los procedimientos empleados en sus investigaciones, pierde, casi en absoluto, esa influencia sugestiva que constituye el fondo de la acción educadora: lo pierde, porque las dudas, rectificaciones, y circunstancias mil, sumamente instructivas, que se ofrecen al investigador, no figuran en la exposición del método; y porque cuando se escucha y lée, por mucho que apretemos los codos sobre la mesa para forzar nuestra atención, no es la inteligencia quien entra en juego, sino simplemente la facultad receptiva. De aquí resulta que la fructífera labor universitaria será doble: de investigación del maestro, bajo la presencia y con la colaboración de pedagogos y alumnos; de investigación del discípulo, con el auxilio del profesor. La práctica de este sistema, por lo que hace á las matemáticas, consiste: para el maestro, en el análisis de las obras del genio y en el descubrimiento de nuevas verdades; para el discípulo en la resolución de problemas, aplicando los métodos convenidos..

Demasiado extenso va siendo ya este trabajo; pero no quiero terminar sin decir algo de los matemáticos españoles, que si no pueden incluírse en la categoría de los grandes maestros, merecen, sin embargo, un puesto de honor en la más modesta de los pedagogos.

Perdidos durante la Edad media, hasta los últimos destellos de la ciencia que cultivaran Aristóteles y Platón, Euclides y Diofanto, conservose, lo poco que entonces se sabía, en las Escuelas de Córdoba, Sevilla, Murcia y Toledo. A ellas vinieron á estudiar Platón de Tívoli, traductor del compendio de Astronomía de Albategui, del *Tetrabiblón*, de Ptolomeo, de la *Astrología* de Alkassem, del libro de Aben Essoffar sobre el astrolobio, etc.; y el célebre Gerardo de Cremona, que pasó en Toledo la mayor parte de su vida.

Los judíos españoles cultivaran con fruto la matemática y tradujeron al hebreo y al latín, con doctos comentarios, las obras más notables de la antigüedad, que fueron publicadas por el erudito alemán Munster, excepto el primer tratado original de Algebra, escrito en latín por Juan de Sevilla ó de Lema, el *Hispalense*, quien se adelantó más de un siglo á Fibonaci, considerado por Libri, como el inventor del cálculo algebraico.

Los árabes cultivaron la ciencia matemática en las Universidades de Granada y Córdoba, pálidos reflejos de la de Bagdag, y dieron á España hombres como Geber-Ibn-Aphla, que en su tratado de Astronomía simplificó los métodos de Ptolomeo, y demostró lo que este último había expuesto con demasiado concisión; Arzachel, que floreció en Toledo hacia el año 1080, y creyó reconocer la excentricidad de las órbitas planetarias, opinión que fué combatida como contraria á las doctrinas sustentadas por entonces; y Abraham Ben Ezra, rabino de Toledo, cuyas enseñanzas divulgaron por Europa las obras de los musulmanes españoles.

En la Universidad de Salamanca brillaron: el Nebrisense, que midió por primera vez un arco de meridiano, con asombrosa precisión; y los insignes Pedro Ciruelo y Martínez Silíceo, quienes fomentaron en París la afición á los estudios científicos. A la Complutense dieron fama los humanistas y matemáticas Pedro de Castro, despues Obispo de Cuenca, Gonzalo Frías, Juan de Segura y el bachiller Fernán Pérez de Oliva, autor de un tratado geográfico-astronómico titulado *Imagen del mundo.*

La Universidad de Valencia contó entre sus insignes profesores: á los hermanos Torrellas, médicos y filólogos eminentes, de extraordinaria ilustración matemática; al profundo geómetra Pedro Juan Oliver, anotador de Plinio, Mela, Cicerón y otros escritores antiguos; á Pedro Juan Monzó, que fué más tarde catedrático de Coimbra; á Jerónimo Muñóz, muy celebrado por Tico-Brahe; á Pedro Jaime Esteve, llamado el *Trimegisto,* porque á la vez era eruditísimo helenista, anatómico, botánico y astrónomo; y por último á Juan Bautista Monllor, gran teólogo, escriturario, hebraista, helenista y profundo conocedor de las ciencias exactas.

En Zaragoza, donde profesaba la Astronomía el célebre rabino Abraham Zacuto, reputado como uno de los astrónomos más célebres de su tiempo, descollaban Andrés de Lorenzo, Lorenzo Victoriano Molón, y el ilustre Gaspar Sax, maestro de Luis Vives y de San Francisco de Borja, que contribuyó á crear, con Pedro Sánchez Ciruelo, la enseñanza de matemáticas en la Universidad de París.

Finalmente, en el vecino reino lusitano, floreció una de las figuras más notables de su tiempo, Pedro Núñez, Catedratico de la Universidad de Coímbra, comentador de Oroncio Finea, autor del *Arte de navegar,* precursor de Bernoulli, en la resolución del problema del mínimo crepúsculo, refutador de los errores de Tartaglia, Cardán, Ferrari, y Lucas de Burgo é inventor del *nónius,* que algunos años después pretendió haber descubierto el francés Vernier.

Muchos nombres podría agregarse á los anteriores, recorriendo la historia de ese glorioso siglo XVI, en el cual España dió al mundo esforzados capitanes, geniales artistas, intrépidos navegantes, inspirados y fecundos literatos; de ese siglo durante el cual el genio español derramó sus energías por el mundo, para volver, una vez cumplida su misión civilizadora, al patrio solar abandonado, desierto, á dormir el profundo letargo de los pueblos que sacrificaron su vida en aras de un ideal; pero no ha sido nuestro objeto escribir una vindicación de la ciencia española, trabajo que tan hermosamente fué llevado á cabo por el más sabio y erudito de nuestros bibliófilos contemporáneos, el Sr. Menéndez Pelayo, desde un punto de vista general, ni siquiera realizar una labor semejante por lo que hace á las ciencias positivas cuyo desarrollo en nuestro suelo historió con maestría el concienzudo y laborioso Sr. Vallín y Bustillo: entendemos, como el respetable y profundo Secretario perpetuo de la Academia de Ciencias, Sr. Merino, que en este respecto basta con lo hecho por los dos señores anteriormente citados. Hoy nos interesa más mirar hacia adelante que pararnos á considerar lo que fuímos: por lo que atañe á las ciencias matemáticas, el resultado de tal labor habría de llevarnos á una de estas dos afirmaciones: ó desde el siglo de oro de nuestra historia hasta la fecha no podemos hombrearnos con los demás pueblos, y entonces, ¡qué vergüenza para nuestra pretenciosidad! ¡qué castigo para nuestra pedantería! ó á los progresos de la ciencia han contribuído sabios ignorados ó vilmente preteridos que nacieron en esta tierra clásica de la poesía y de las artes, y en tal caso ¡qué oprobio también para nuestra ingratitud y desidia! Si á pesar de esto pensáramos en ofrecer una satisfacción tardía á esos héroes, quizá fuera conveniente tomar la cuestión desde más lejos, y fomentar el estudio del árabe, poderoso instrumento de investigación por cuyo medio conseguiríamos desenterrar los inmensos tesoros que los musulmanes acumularon, y estudiar sus obras originales: tan útiles estudios, hoy en el más lamentable abandono, nos darían fe en las energías de la raza, y nos prepararían para la realización de las grandes empresas que estamos llamados á llevar á cabo en un porvenir no remoto.

Se impone la necesidad de llegar al fin de nuestra penosa escursión: pero yo necesito, para descargo de mi conciencia apesadumbrada por el temor de haber incurrido en vuestro desagrado con mis citas enfadosas y mis censuras acerbas, justificarme todavía un momento ante vosotros.

Constituye el problema de la enseñanza la preocupación de todos los pueblos cultos, en el momento presente: íntimamente ligado á todas las cuestiones de orden social que integran la vida de las naciones, no puede menos de ser una obsesión para la sociedad que ve en la solución de él su salvación ó ruina: una instrucción mal orientada, que aparte de los campos y de las profesiones útiles á las gentes, puede traer graves perturbaciones en el orden económico y oscilaciones marcadamente acentuadas en sentido negativo, en el progreso moral y material de la humanidad; mientras que una enseñanza adaptada á las facultades de los individuos y á las condiciones de los países, que no tienda á igualar todos los hombres por medio de una educación integral de realización imposible, que no procure la nivelación, que es la muerte, sino que persiga la ecuación más perfecta entre las múltiples formas de la energía en el mundo moral, es el *desideratum* á que debemos aspirar.

En busca de ideal tan bello las Asambleas y Congresos pedagógicos se multiplican en el extranjero, tratando de formular el concepto de una instrucción que responda á todas las necesidades, tanto más imperiosamente sentidas, cuanto mayor es la complejidad de las relaciones sociales.

Respondiendo á esta tendencia, el *Congreso internacional de matemáticos*, reunido en Roma del 6 al 11 de Abril de 1908, acordó, por iniciativa del representante de los Estados Unidos, Sr. Smith, nombrar un Comité, constituído por los Sres. Klein, Greenhill y Fehr, encargado, á su vez, de organizar una Comisión internacional que hiciera un estudio comparativo de los métodos y planes de enseñanza secundaria en las diferentes naciones, para presentarlo al próximo Congreso que tendrá lugar en Cambrigde el año 1912.

El Comité acometió inmediatamente su labor y, en reunión celebrada en Colonia en Septiembre de 1908, redactó un *Informe preliminar sobre la organización de la Comisión y el plan general de sus trabajos,* en el que determinó la forma de constituírse las Delegaciones y Subcomisiones nacionales, y el Comité central; y extendió la información á todo el campo de la enseñanza matemática, proponiendo que se estudie el estado actual de ella y las modernas orientaciones de la misma.

Este movimiento de opinión en el extranjero, que creo de la mayor trascendencia, es la causa principal que me ha inducido á molestar vuestra benévola atención, desarrollando un tema de suyo árido, pero cuyo estudio y discusión se nos impone con la fuerza incontrastable de los hechos. La principal manifestación de nuestra vida, como cuerpo organizado para algo más que figurar en las hojas del escalafón, debiéramos darla ocupándonos constantemente de estas cuestiones de enseñanza, aprovechando la ocasión que se nos brinda de entrar en el concierto de las Naciones, enviando á sus Congresos representaciones nutridas, y cooperando, en este caso particular, á los trabajos de la Subcomisión española constituída bajo la presidencia del Sr. Galdeano: porque, señores, yo bien sé los agobios que pesan sobre la vilipendiada clase del Profesorado español; pero resulta un poco depresivo para nosotros, que los perseverantes esfuerzos, nunca bastante ponderados, de la Comisión permanente del Cuerpo de Catedráticos de Universidad, sólo hayan conseguido unirnos para solicitar ventajas que redunden en beneficio de todos y cada uno, mas no directamente de la función que venimos llamados á desempeñar: y yo creo haber aprendido, en la contemplación de la Naturaleza, que en todo organismo sus diferentes miembros cooperan al cumplimiento de un fin, que constituye la razón suficiente de su existencia y la manifestación externa del espíritu, sin el cual el todo orgánico podría ser un conglomerado informe de elementos diversos, mas nunca un ser capaz de reproducirse y de realizar una acción fecunda: por eso, y porque jamás los ejércitos guiados exclusivamente, por la esperanza del botín, llevaron á cabo grandes empresas, entiendo que la colectividad, por nosotros formada, será, mientras no tenga un ideal que la lleve á la victoria, un alma que la vivifique, pasto de esos gusanos necrófagos, cuya vida es secuela y consecuencia inmediata de la muerte.

Réstame sólo, por si las especies vertidas en este discurso hicieran dudar á alguien de la nobleza de mis sentimientos, hacer las más vivas protestas de afecto hacia una profesión en la cual he tenido la fortuna de hallar el medio más adecuado para la manifestación de mis aptitudes pero no entiendo yo que el cariño á las cosas que nos son queridas se pruebe ocultando sus vicios y ponderando sus virtudes; pienso, por el contrario, que ninguna ofrenda ha de serles tan grata como la representada por nuestro pensamiento, no velado con eufemismos ni reservas mentales, y expresado ante el ara santa donde venimos á darles culto.

HE DICHO