

Universidad de Oviedo
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

***INTERACCIÓN NO
ESTACIONARIA ENTRE EL
ROTOR Y EL ESTATOR EN
UNA TURBOMÁQUINA AXIAL***

TESIS DOCTORAL

D. Jesús Manuel Fernández Oro

Noviembre 2004



Universidad
de Oviedo

Reservados todos los derechos
© El autor

Edita: Universidad de Oviedo
Biblioteca Universitaria, 2007
Colección Tesis Doctoral-TDR nº 22

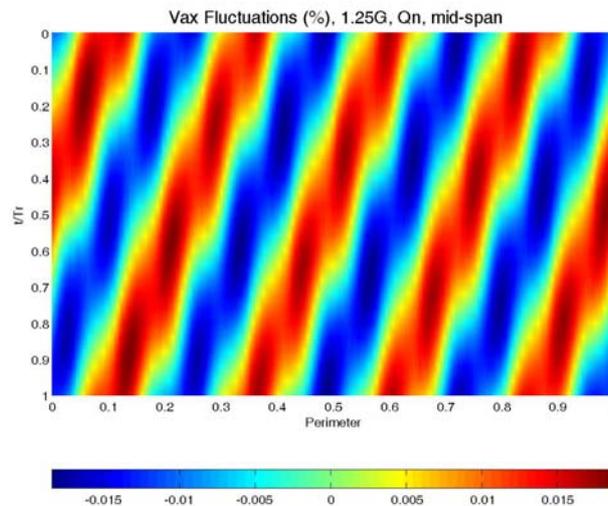
ISBN: 978-84-690-9132-6
D.L.: AS.05851-2007





Capítulo 8

CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO DETERMINISTA



“The secret of life is enjoying the (*average-*)passage of time.”

“*Secret O’Life*”
James Taylor (1948-).
Músico norteamericano.

“I feel like a fugitive from the law of averages”.

William H. Mauldin (1921-2003).
Soldado y caricaturista americano.

En este último capítulo se pretende caracterizar las fuentes de generación de los fenómenos no estacionarios asociados a las frecuencias de paso de álabe, responsables del establecimiento de las interacciones instantáneas que se superponen al flujo promediado temporalmente. Una vez resuelto el flujo, merced a la modelización numérica no estacionaria de la soplante, se trata de tomar esa solución temporal y determinar a partir de ella las fuentes características de generación, mediante las construcciones y composiciones de promedios que fueron discutidas en el capítulo cinco.

De esta forma, se conseguirá dar un paso más en el conocimiento de las causas y orígenes (tanto cualitativa como cuantitativamente) de la interacción; no basta con quedarse en ver qué ocurre y cómo ocurre (capítulos seis y siete), hay que comprender por qué y quién es el último responsable de los mecanismos de interacción entre los haces.



8.1.- INTRODUCCIÓN

Este último capítulo de la tesis mantiene una íntima relación con el capítulo cinco. De hecho, la estructura que se le da a ambos capítulos es idéntica, con el objeto de ir analizando los resultados siguiendo el marco teórico establecido. En primer lugar se trata de observar la propagación de las perturbaciones generadas por el paso de los álabes tanto aguas arriba como aguas abajo de la etapa. Se observará la morfología de dichas oscilaciones, analizando su origen y comprendiendo su modo de propagación. La variación de algunos parámetros, como el caudal de funcionamiento o la distancia axial entre coronas también va a ser discutida como en ocasiones precedentes.

A continuación se analiza en detalle la interacción entre las coronas en la zona intermedia a las mismas. Se determinará por completo el tensor de tensiones determinista, tanto en el marco de referencia fijo como en el móvil, tanto en superficies álabe a álabe (modelo bidimensional), como en los sectores de análisis del modelo tridimensional, el cual será comparado con el obtenido a partir de resultados experimentales por anemometría térmica. Se discutirá el significado físico de cada término, y a partir del análisis del flujo realizado en los capítulos seis y siete, se pretende mostrar por qué cada término adopta su distribución en particular.

En último lugar, se añade un apartado final en el que se discuten fenómenos físicos que quedan relacionados con el transporte de las tensiones deterministas, tales como la difusión y recuperación de estelas. Se va a mostrar una metodología para la estimación de los parámetros que recogen la evolución de las estelas al paso por coronas de álabes subsiguientes, particularizándola para los valores obtenidos tanto en el modelo numérico tridimensional como en las medidas experimentales.

8.2.- PROPAGACIÓN DE PERTURBACIONES

8.2.1.- Modo de propagación de perturbaciones aguas arriba.

En el apartado 5.2, se analizó cómo es el mecanismo que genera y rige la propagación de las perturbaciones producidas por la interacción de una corona fija y otra móvil de álabes. Así, se vio que por el conducto de una turbomáquina, bajo ciertas hipótesis, se puede determinar cómo serán las ondas de propagación de las perturbaciones generadas por el efecto potencial de interacción entre haces. De hecho, la regla introducida para determinar los modos de vibración y características de la fluctuación, tienen en cuenta únicamente el número de directrices y de álabes del rotor, así como la frecuencia característica de paso de los mismos (*Blade Passing Frequency, BPF*).

Pensando ya en el ventilador de estudio de esta tesis, se aplicó la regla de Tyler y Sofrin sobre una configuración estator-rotor con 13 directrices y 9 álabes de rodete, girando a una frecuencia de 40 Hz. Bajo estas condiciones, el desarrollo matemático efectuado determina la aparición de un modo de vibración del tipo (4,0) –ver figura 5.4– que va rotando en sentido contrario a como lo hace el rotor. Además, la velocidad de rotación de la perturbación resulta ser 9/4 de la de giro de la máquina.

Con estas consideraciones en mente, se observó la distribución de velocidad en la entrada del modelo numérico tridimensional, tanto para el caso de *gap* superior como con el *gap* inferior. En la figura 8.1 se muestra la componente axial de la velocidad en la zona de entrada del modelo con *gap* superior, tanto para un instante en particular (izquierda), como en un mapa promediado en el tiempo (derecha). La vista está hecha desde aguas abajo y se han representado los contornos de álabes y directrices que quedan en la trayectoria de visión del plano. Como bien podrá observar el lector, en el mapa instantáneo se tienen cuatro oscilaciones sobre la media de la velocidad, muy localizadas en la zona de *midspan* de la máquina. Una vez promediado en el tiempo, ese efecto ha quedado filtrado, lo cual indica que dichas fluctuaciones se están moviendo circunferencialmente a lo largo de la dirección tangencial de la soplante. Tal y como preveía el modelo de Tyler y Sofrin, se tiene ese modo de perturbación, ciertamente con una oscilación extremadamente baja (del orden del 0.01%), pero aún así presente.

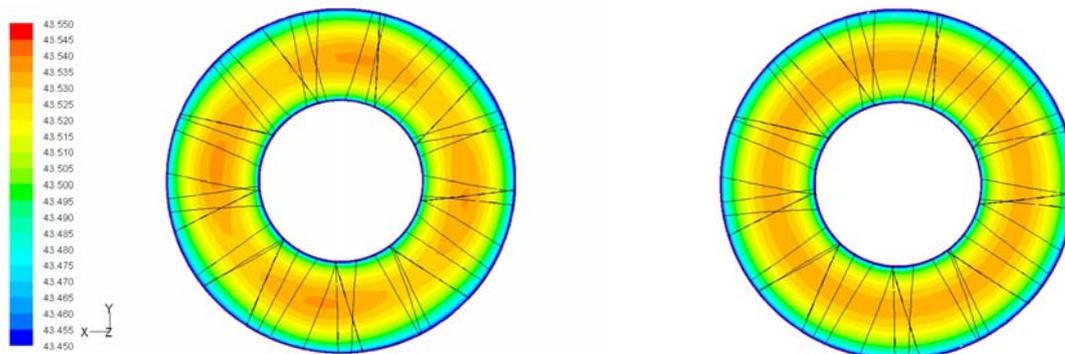


Fig. 8.1. Oscilación de la componente axial de velocidad a la entrada de la máquina sobre un mapa instantáneo. A la derecha, mapa de velocidad promediado en el tiempo.

A la vista de la distribución radial (prácticamente sólo se observa esa oscilación en la zona central), se ha optado por continuar el análisis con el modelo bidimensional. De hecho, la repercusión que tendrá la variación de caudal o la distancia entre haces, se ha analizado a partir de los datos del modelo 2D en la sección central, que goza de una notable mejor distribución circunferencial del mallado que el modelo tridimensional.

La figura 8.2 presenta una distribución espacial-temporal en la zona de entrada de la fluctuación de la componente axial de la velocidad, planteándose la comparativa entre los dos *gaps* de estudio para el caudal nominal y para caudal 85% del nominal. En el eje de abscisas se tiene el perímetro total de la máquina y en ordenadas se recoge la duración total del paso de álabes en tanto por uno (t/T_R). Si se escoge un instante cualquiera (esto es, una línea horizontal sobre el mapa), la señal observada es una fluctuación que presenta cuatro picos, tal y como ya se observó sobre la superficie de entrada del modelo tridimensional. Puesto que las oscilaciones aparecen de forma transversal en estos mapas azimutales, significa que se están moviendo circunferencialmente. Si se analiza con detenimiento la pendiente de esas “bandas” transversales y se relaciona la posición final (en $t/T_R=1.0$) de una cresta o un valle de la oscilación respecto de su posición inicial ($t/T_R=0.0$), se puede inferir cuál es la velocidad de translación circunferencial de dichas oscilaciones. Por ejemplo, en la figura de la izquierda para caudal nominal, en el instante inicial, para la posición perimetral uno, se tiene el comienzo de un valle (en color azul oscuro). Cuando ha transcurrido el tiempo correspondiente a un paso de álabes ($t/T_R=1.0$ y por tanto un noveno del período de rotación de la máquina), dicho valle se ha desplazado hacia la



izquierda (sentido contrario a la rotación del rodete) aproximadamente una cuarta parte de todo el perímetro. Esto quiere decir que mientras esa oscilación ha recorrido un cuarto del perímetro total de la máquina, el rotor de la máquina ha girado un noveno de su perímetro (ha pasado el tiempo correspondiente a un canal del rotor). Por tanto, las oscilaciones se mueven a mayor velocidad que el giro del rotor y en sentido contrario. Concretamente, lo hacen a una velocidad $9/4$ más rápida que la propia rotación del rodete, tal y como ya se había discutido en el apartado 5.2.

Tanto con el *gap* superior como con el *gap* inferior se observa similar comportamiento, si bien, tal y como era de esperar, las fluctuaciones se amplifican prácticamente al doble cuando la reducción en la distancia es del 25%. Cuando se reduce el caudal, se comienza a perder este patrón de oscilación. Así, para la configuración del *gap* superior aún se aprecian las cuatro oscilaciones asociadas a la perturbación que se está propagando aguas arriba de la etapa, pero con mucho mayor ruido. En el caso de *gap* reducido, también se observan los cuatro picos de dicha oscilación pero no aparecen transversalmente, como en los mapas restantes. En este caso, ese modo de oscilación aún no se ha disociado por completo de la oscilación que introduce la propia señal de paso de álabe.

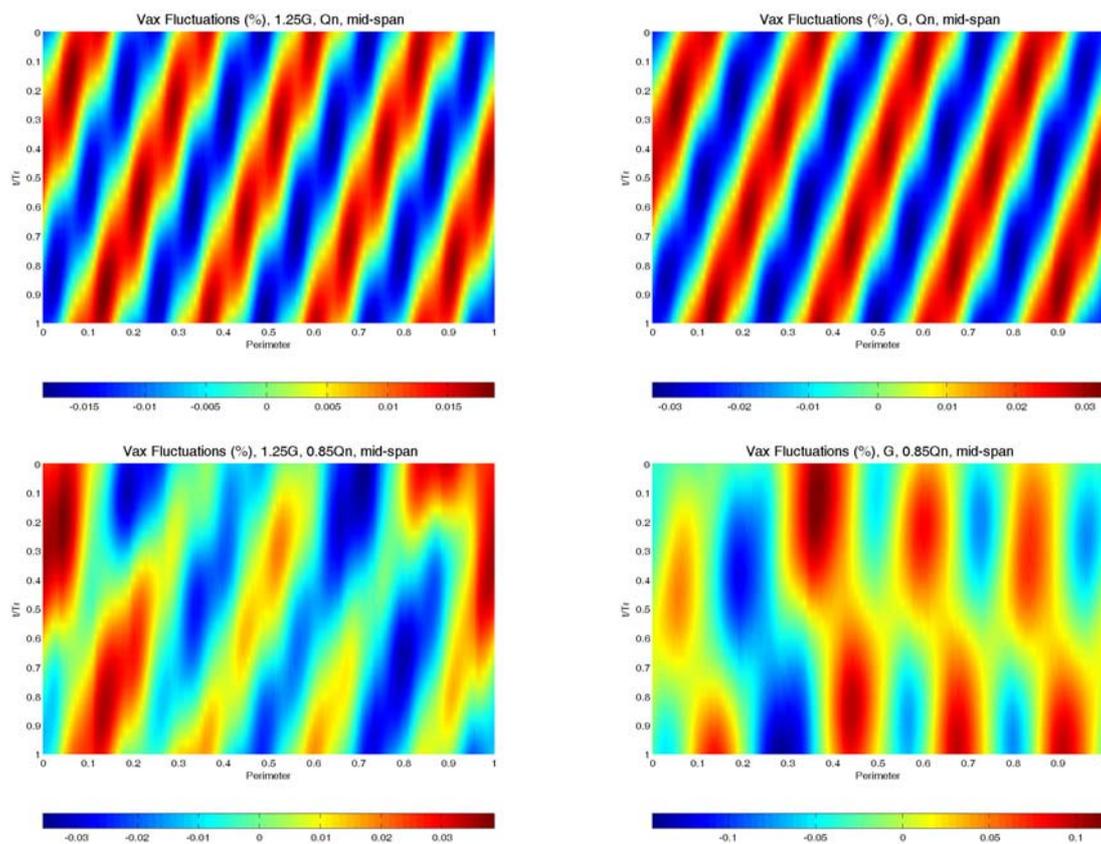


Fig. 8.2. Mapas espacio-temporales de la oscilación de la componente axial de la velocidad. Comparativa entre *gaps* para caudal nominal y 85% del nominal.

En la figura 8.3 se ha incluido una evolución temporal de las señales representadas en la figura 8.2 para caudal nominal. Con ello, se trata de mostrar con total claridad la oscilación, su velocidad de traslación y, cómo superpuestas a la propia señal, aparecen pequeñas fluctuaciones que se deben a la posición de los álabe en cada instante (nueve pequeñísimas fluctuaciones superpuestas a la señal media).

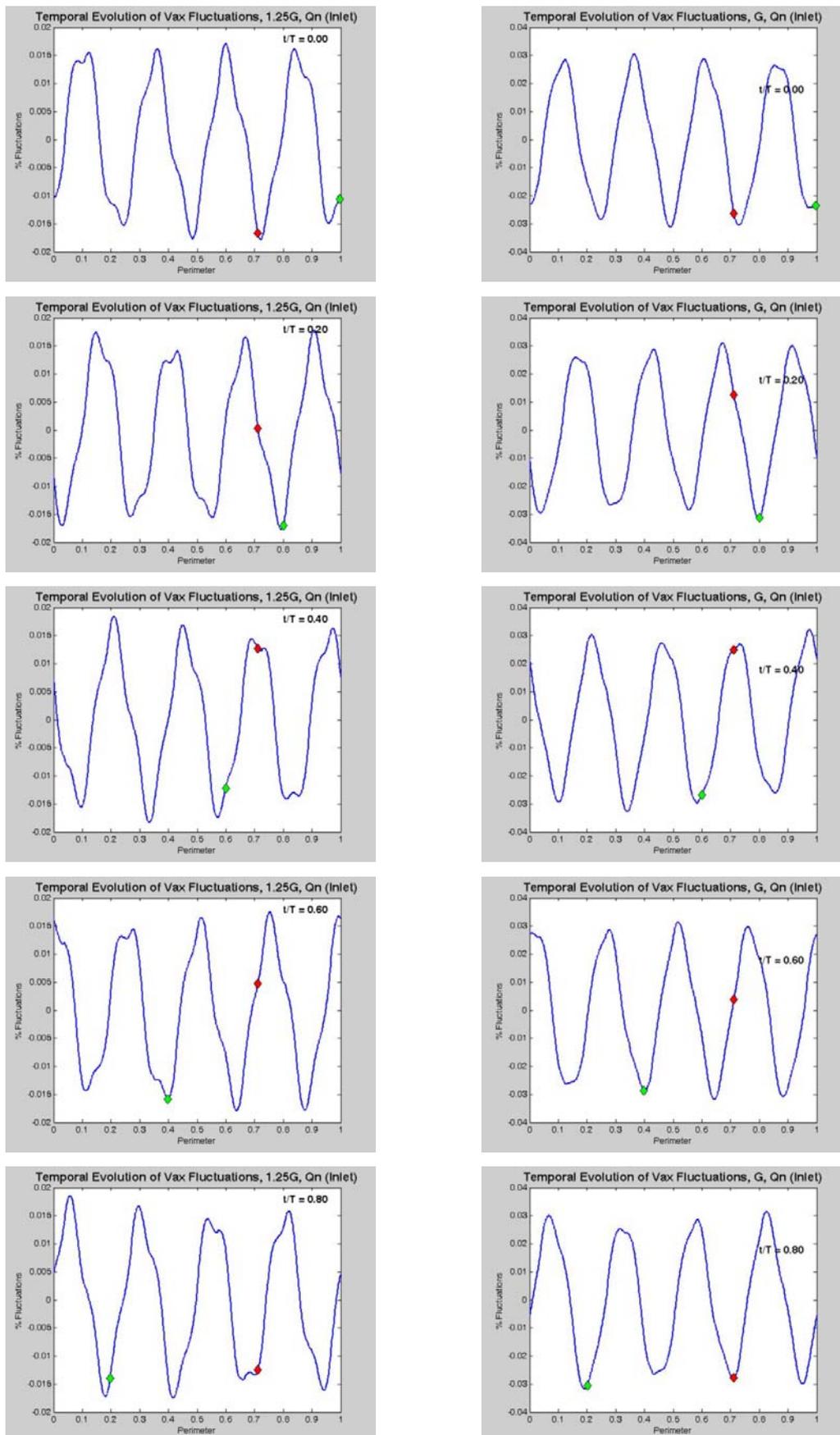
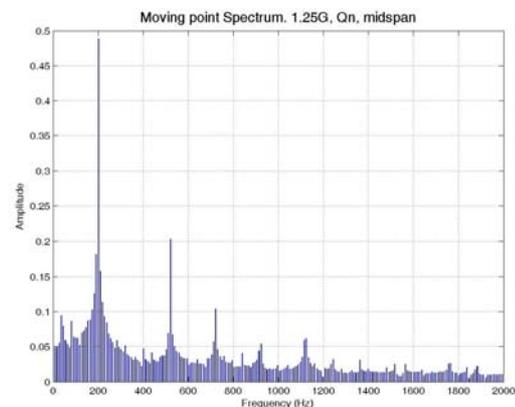
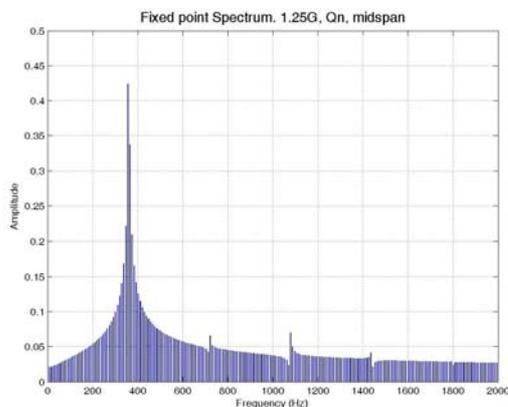


Fig. 8.3. Evolución temporal de la fluctuación de la componente axial de velocidad en la entrada del modelo. Sección bidimensional central. Comparativa entre gaps.



En estas gráficas temporales se representan cinco instantes intermedios de una vuelta completa de rotor (desde $t/T=0.0$ a $t/T=1.0$), donde el eje de abcisas representa nuevamente el perímetro total de la máquina en la sección central. Finalmente, se han incluido un par de testigos (uno rojo y otro verde), de forma que el rojo mantiene la posición a lo largo del tiempo y el verde se mueve con la fluctuación, cuyos espectros serán analizados a continuación.

Sobre la figura 8.3 se puede apreciar la superposición de las fluctuaciones relacionadas con el paso de los álabes sobre la oscilación principal. Por ejemplo, en $t/T=0.6$, para el *gap* superior, se puede observar el efecto de cada álabe (en las posiciones perimetrales, $0.03, 0.14, 0.25, 0.36, 0.47, 0.58, 0.69, 0.8$ y 0.91 , cada noveno de perímetro, como es lógico). De esta forma, el testigo rojo, que no viaja con el desplazamiento lateral de la perturbación y sí mantiene su posición perimetral invariable a lo largo del tiempo, sufre el paso de las oscilaciones inducidas por el paso de los nueve álabes del rodete, que sí se mueven para dicho punto. En la figura 8.4 se incluye el espectro de la señal obtenida sobre dicho testigo rojo a lo largo del tiempo (espectros de la izquierda). Como no podía ser de otra manera, aparece un pico a la frecuencia de paso de álabe (360 Hz) y en mucha menor medida a la de sus armónicos. Además, compárese cómo al reducir el *gap*, la oscilación inducida por los álabes es mayor (evidente, pues se ha reducido la distancia de la corona móvil respecto de la entrada del modelo). La figura 8.4 se completa con el espectro de la señal obtenida sobre el testigo verde, que se desplaza a la velocidad de traslación circunferencial de la perturbación analizada. Nuevamente el espectro muestra una mayor oscilación para el caso de *gap* reducido, pero lo curioso son las frecuencias que aparecen en el espectro. La fluctuación fundamental es de 200 Hz ($40\text{Hz} \times 5$), pero a continuación aparecen la de 520 Hz (asociada a las 13 directrices por los 40 Hz) y el armónico 2BPF de la máquina (720 Hz). En principio, que el armónico fundamental sea cinco veces la velocidad de giro, tiene que venir de la diferencia entre las nueve fluctuaciones impuestas por el paso de los álabes con respecto a las 4 oscilaciones perimetrales de la perturbación. Y que se muestre el armónico de paso de directriz es también asumible, puesto que el punto viaja a lo largo del perímetro por encima de las trece directrices de la etapa. Sin embargo, sorprende más que aparezca la de 2BPF, puesto que el espectro no recoge la fundamental.



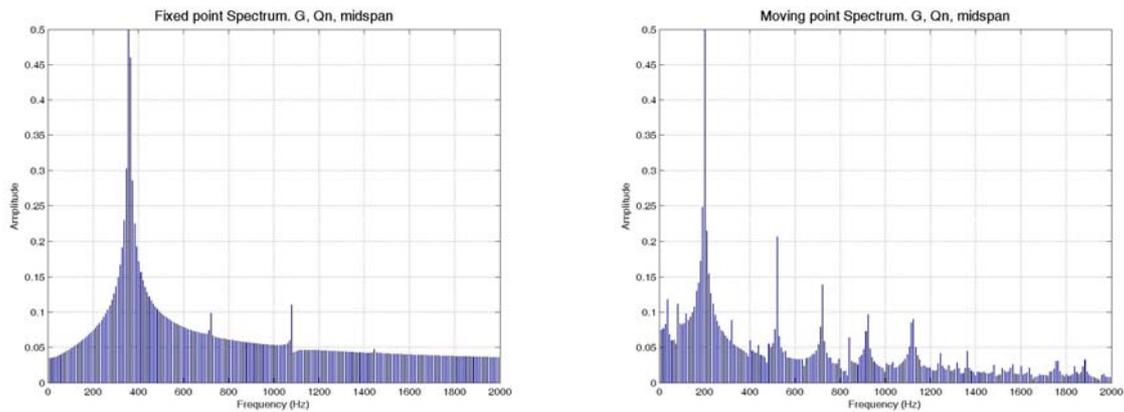


Fig. 8.4. Espectros de las fluctuaciones asociadas al paso de los testigos verde y rojo.

8.2.2.- Estelas residuales del estator aguas abajo.

Se ha repetido un análisis análogo al efectuado aguas arriba de la etapa, esta vez sobre la superficie de salida del modelo tridimensional, para observar las fluctuaciones que se observan sobre la componente axial de la velocidad. En la figura 8.5 se muestra tanto una distribución radial instantánea como una promediada en la zona de salida del modelo tridimensional con *gap* superior. Se han incluido los contornos de las directrices aguas arriba para observar la correspondencia entre dichos perfiles y las oscilaciones en la componente de la velocidad. Como se puede apreciar, apenas hay diferencias entre ambos mapas, lo cual indica que esas oscilaciones, al contrario que en la entrada, están fijas y producidas por los perfiles del estator.

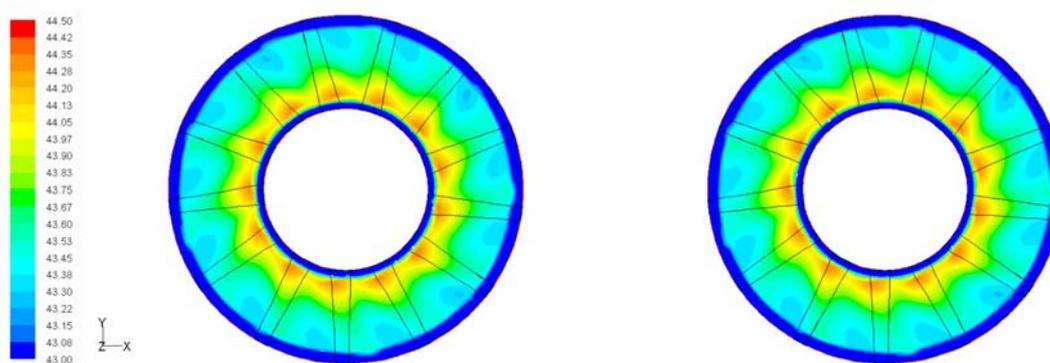


Fig. 8.5. Oscilación de la componente axial de velocidad a la salida de la máquina sobre un mapa instantáneo. A la derecha, mapa de velocidad promediado en el tiempo.

No obstante, el hecho de que esas oscilaciones no se muevan, no significa que sean completamente estáticas. En realidad, como se verá a continuación, superpuestas a esas oscilaciones, aparecen una serie de fluctuaciones, inducidas por los álabes del rotor, que van a modular en amplitud las crestas y valles de dichas oscilaciones. A pesar de todo, la contribución de la interacción con las estelas del rotor es prácticamente testimonial y el principal peso recae sobre las estelas residuales del estator (de ahí la práctica identidad de los dos mapas de la figura 8.5).



Para un análisis más certero, se ha recurrido de nuevo a la sección central del ventilador, retomando los valores obtenidos en el modelo bidimensional. En la figura 8.6 se ha construido un mapa espacio-temporal con los mismos ejes que ya fueron definidos en la figura 8.2: el perímetro total de la máquina en abcisas y el tiempo de paso de álabe en tanto por uno en ordenadas. Las crestas y valles de la oscilación se muestran como “trazas” paralelas al eje de tiempos, lo cual indica que son fijas: a lo largo del tiempo, no modifican su posición perimetral, como se vio en la figura 8.5. Además, se pueden contar trece crestas y trece valles, lo cual refleja claramente que lo que a la salida se observa son las estelas residuales del estator. Respecto a la variación de algunos parámetros, como la distancia axial entre los haces o la reducción de la carga de la máquina, se observa que la reducción del *gap* redonda en un leve aumento de las fluctuaciones (no en vano la salida se acerca al borde de salida del estator), mientras que la reducción del caudal, al igual que ocurría a la entrada, produce un cierto desorden en el flujo evitando una temprana difusión de las estelas giratorias de los álabes y enmascarando las estelas residuales de las directrices. Para el *gap* superior, a caudal del 85% del nominal, aún se ven claramente las nueve estelas en movimiento de los álabes, algo parecido a lo que se observa en el *gap* inferior.

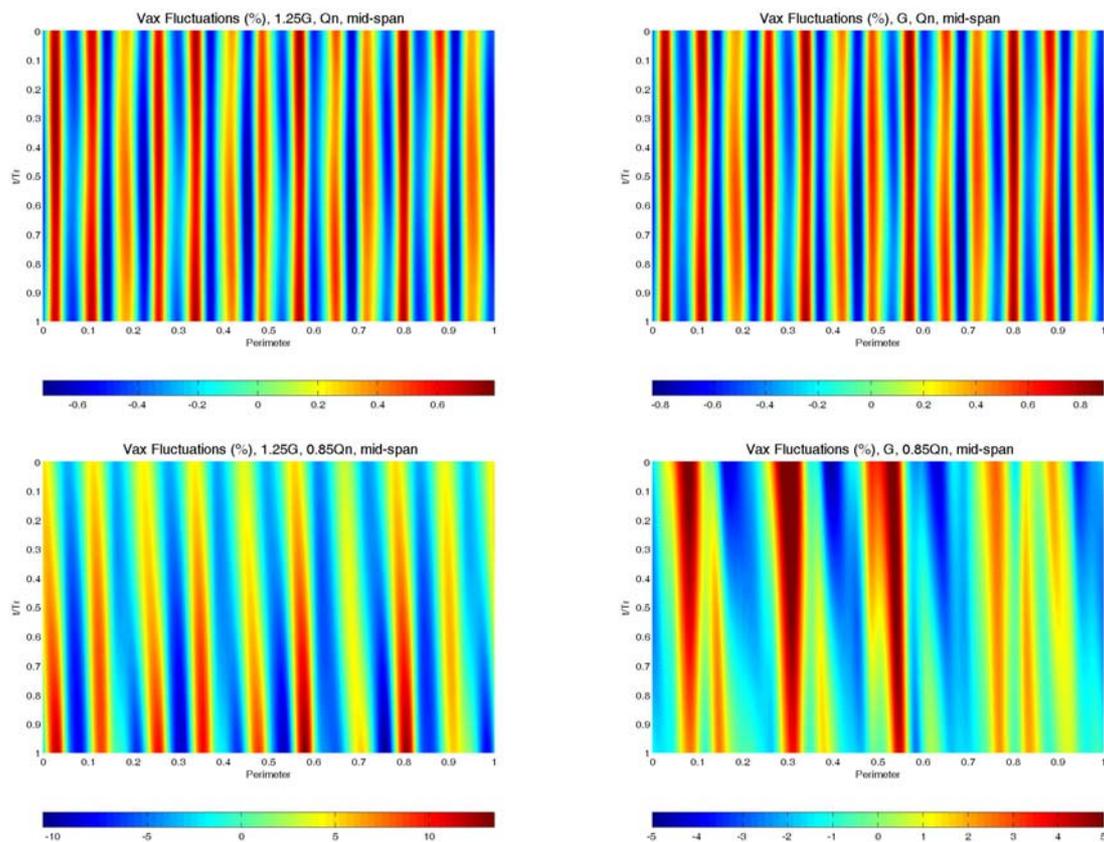


Fig. 8.6. Mapas espacio-temporales de la oscilación de la componente axial de la velocidad. Comparativa entre *gaps* para caudal nominal y 85% del nominal.

En la figura 8.7 se sustituye ese mapa temporal observado azimutalmente, por la evolución temporal de la señal a la salida en dos instantes intermedios. Dada la leve fluctuación inducida por el paso de álabe, no se ha considerado necesario incluir más



que un par de instantes para observar la modulación del rotor. Nuevamente se han introducido dos testigos, rojo y verde, para analizar a posteriori el espectro de la señal generada por ambos puntos. Al igual que en la figura 8.3, el testigo verde es móvil y se desplaza de forma que recorre todo el perímetro en el tiempo de giro de la máquina. Mientras, el punto rojo se mantiene fijo en una posición determinada, permitiendo analizar la fluctuación inducida por la estela de los álabes a su paso por la localización del punto. La comparativa entre gaps deja de manifiesto la mayor oscilación en el caso del *gap* inferior. La comparativa entre instantes muestra el movimiento de la interacción con las estelas del rotor. Nótese así, cómo varía el pico situado en las posición perimetral 0.3 en el caso de la izquierda entre el instante inicial y el instante intermedio de paso de álabes.

Finalmente, la figura 8.8 muestra los espectros asociados a las señales de los testigos. Como ya se relató, el punto móvil percibe las fluctuaciones producidas por los sucesivos pasos de álabes, así que en su espectro se observa claramente un pico a la BPF de la máquina (360 Hz). Puesto que la distancia entre el borde de salida de los álabes y la salida del modelo no varía entre un *gap* y otro, no hay apenas variación en la amplitud del espectro. También aparecen armónicos de la frecuencia de paso de álabes, pero mucho más debilitados. Respecto al punto móvil, el armónico principal que aparece es el de paso de directriz, 520 Hz, ya que el punto viaja por encima de ellas. Curiosamente, también aparecen armónicos extraños, como el de 880 Hz (corresponde a 3BPF -1080 Hz- menos 200 Hz –éste aparecía asociado al mismo punto móvil a la entrada del modelo) o el de 160 Hz (en principio, 1BPF menos 200 Hz). Otro armónico que también aparece es el de 720 Hz (2BPF).

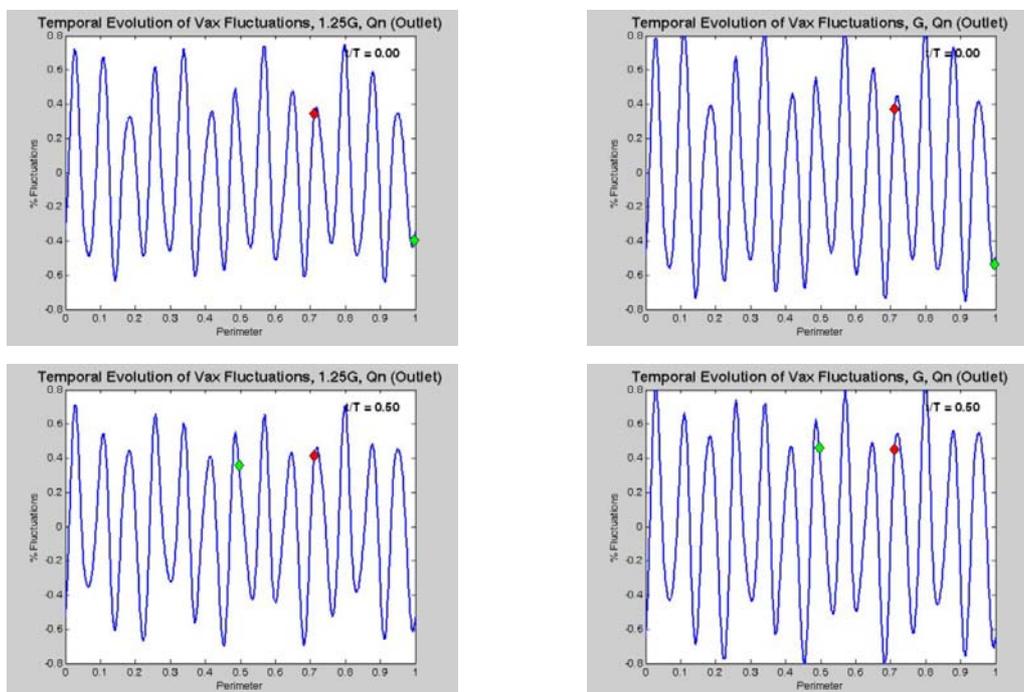


Fig. 8.7. Evolución temporal de la fluctuación de la componente axial de velocidad en la entrada del modelo. Sección bidimensional central. Comparativa entre gaps.

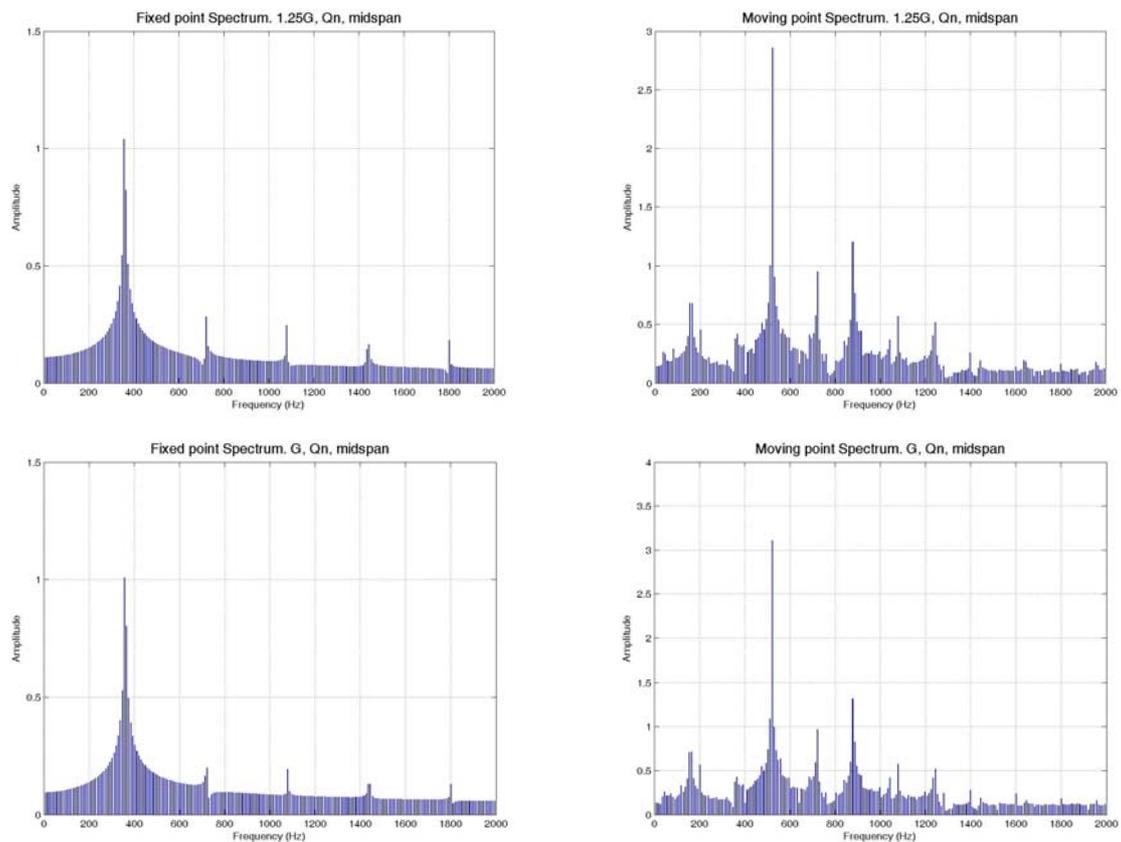


Fig. 8.8. Espectros de las fluctuaciones asociadas al paso de los testigos verde y rojo.

8.3.- TENSIONES DETERMINISTAS

8.3.1.- Medidas experimentales.

A partir de las medidas experimentales, se han construido sobre los sectores los promedios que permiten obtener la expresión de las tensiones deterministas. Ya que son medidas con una sonda de doble hilo, que sólo proporciona valores de las componentes axial y circunferencial de la velocidad, no es posible determinar los términos que incluyen la velocidad radial, si bien se observará a posteriori sobre los resultados numéricos, que sus órdenes de magnitud son inferiores con respecto al resto de los términos del tensor.

Como ya se vio en el capítulo cinco, en función del marco de referencia, se construye un tensor de tensiones determinista para el estator y otro distinto para el rotor si es ésta la corona elegida para el análisis. Las expresiones generales del tensor para ambos marcos de referencia vienen recogidas en el apartado 5.3 –ecuaciones (5.20) y (5.22), por lo que en este apartado únicamente se procede a mostrar los resultados obtenidos y a analizar el origen de los mismos. Los programas desarrollados para la calcular las tensiones, así como la energía cinética determinista sobre la cual se discute en el apartado 8.4, tanto en el escenario numérico como en el experimental se recogen en el anexo IV. En primer lugar se analizan los resultados para el marco de referencia del estator y posteriormente sobre el rotor de la soplante.



Hay que advertir que la discretización espacial empleada en los sectores de medida, que ya se mostraba algo laxa en la descripción del flujo, adolece de una cierta dispersión respecto a los resultados que se muestran a continuación. Ha de tenerse en cuenta, que los mapas de este capítulo se construyen a partir de nuevos cálculos sobre los mapas capturados, por lo que si los datos originales ya mostraban cierta inexactitud, es comprensible que éstos también lo sean.

Marco de referencia del estator

La estructura que se va a seguir en este apartado consiste en mostrar los tres términos calculados del tensor (T_{ax-ax} , $T_{ax-circ}$ y $T_{circ-circ}$), agrupándolos de forma que en cada figura se comparen las diversas situaciones ensayadas, analizando varias cargas de la máquina y las dos separaciones axiales entre haces. Como viene siendo una constante en los capítulos de análisis de resultados, primero se va a mostrar la zona entre haces y a continuación la zona detrás del rotor.

Comenzando con la figura 8.9, en ella se muestra el resultado del término axial-axial del tensor en la zona entre haces. Se construye como la media promediada a paso de álabe del cuadrado de la diferencia entre la componente axial instantánea (figura 7.3) y la componente axial promediada a paso de álabe (figura 6.8). Esta construcción matemática permite resaltar los efectos instantáneos de interacción, ya que elimina la parte media, y se queda con la fluctuación que además eleva al cuadrado. El paso final consiste en hacer el promedio a paso de álabe para quedarse con la “interacción instantánea media”. Por tanto, este término refleja claramente la interacción media en la dirección axial como consecuencia del paso de los álabes. En el caso de *gap* superior, a todo rango de caudales, el mapa es prácticamente uniforme y de valor nulo, observándose de forma muy leve la presencia de las estelas del estator. La presencia de esas estelas, aún siendo leve, significa que su intensidad varía a lo largo del paso de los álabes (como ya se vio en el capítulo precedente, el déficit de velocidad en las estelas aumentaba o disminuía en función de que estuviesen o no enfrentadas con el bloqueo de los álabes). Como recordará el lector, las estelas de las directrices no estaban excesivamente definidas (en las figuras de capítulos anteriores aparecían más bien como una colección radial de puntos, por ejemplo, en la figura 6.8), así que ahora aparecen sobre ellas algunos puntos dispersos. En definitiva, esa correlación del tensor está diciendo que las estelas varían no en posición y sí en intensidad al interactuar con el bloqueo de los álabes del rotor en movimiento.

Para seguir comprendiendo qué clase de información ofrecen las correlaciones de un tensor de tensiones determinista, son muy interesantes los resultados a diversos caudales para el *gap* inferior. Al igual que en los mapas precedentes, se observan las estelas del estator (más pronunciadas que antes, ciertamente), si bien aparece una banda circunferencial, sobre todo al 85% y 70% del caudal nominal, que recorre todo el *pitch* tangencial. Lo que es más, en la intersección entre esa banda y la estela de directriz, aparece un máximo, indicando precisamente que la interacción es máxima en el punto de corte de ambas distribuciones (radial de la estela y circunferencial de dicha banda). El origen de esa banda viene del paso del bloqueo en la zona entre el *midspan* y la punta, que va barriendo todo el sector a lo largo del tiempo (los núcleos de color más amarillo en la figura 7.3). Por tanto, el paso de ese efecto no estacionario no es filtrado porque no hay una *buena uniformidad circunferencial* de esa componente de la



velocidad (recuérdese lo discutido a propósito de la ecuación (5.1) en el capítulo 5). No ocurría así para el caso de *gap* superior, en el que en la figura 7.3, muestra una gran uniformidad circunferencial del efecto de bloqueo, por lo que la resta de la media elimina toda contribución de ese leve efecto a la correlación del tensor. Como puede apreciarse, el orden de magnitud de las tensiones ronda los $30 \text{ m}^2/\text{s}^2$.

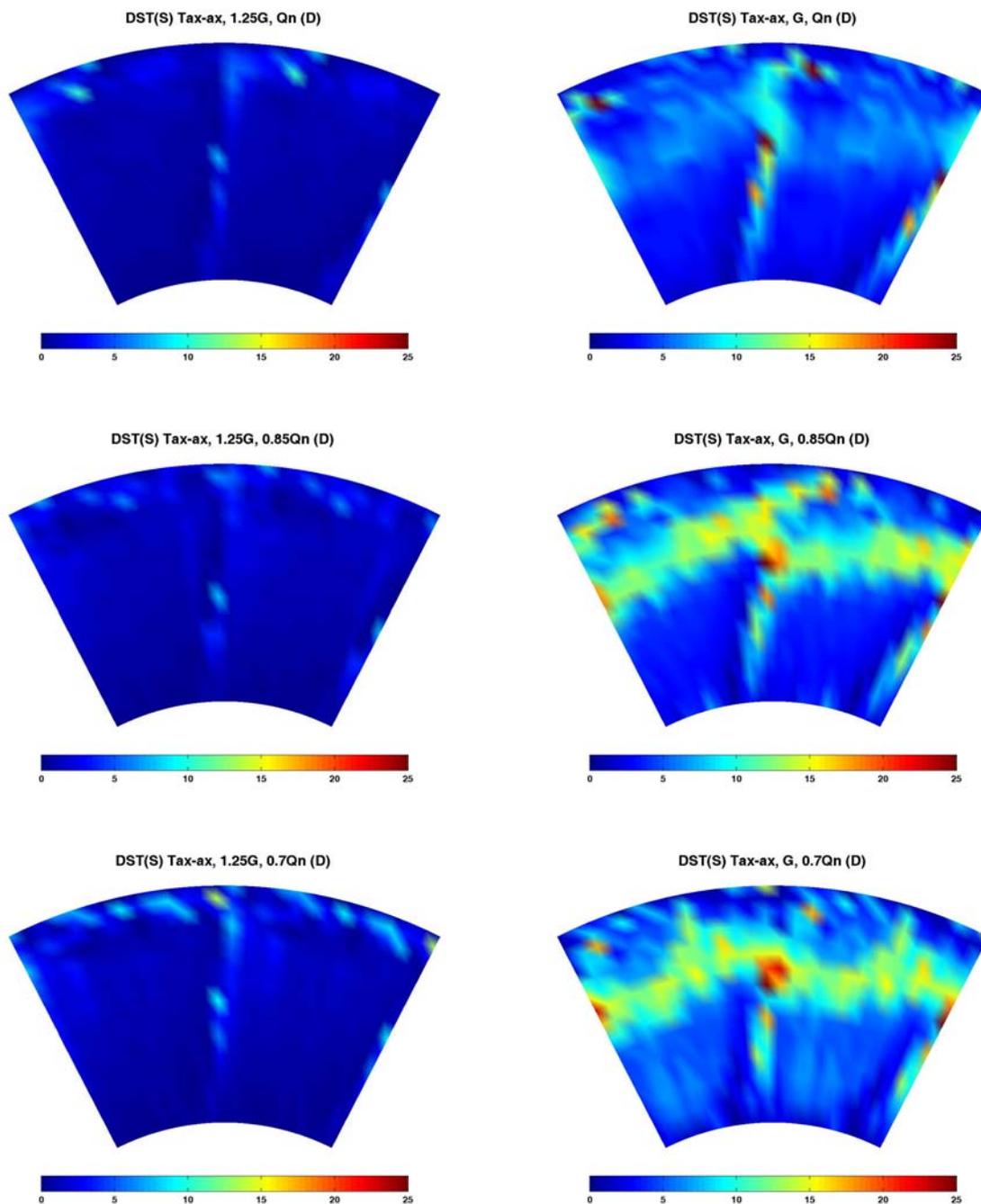


Fig. 8.9. Componente T_{ax-ax} del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre *gaps* para varios caudales de funcionamiento.

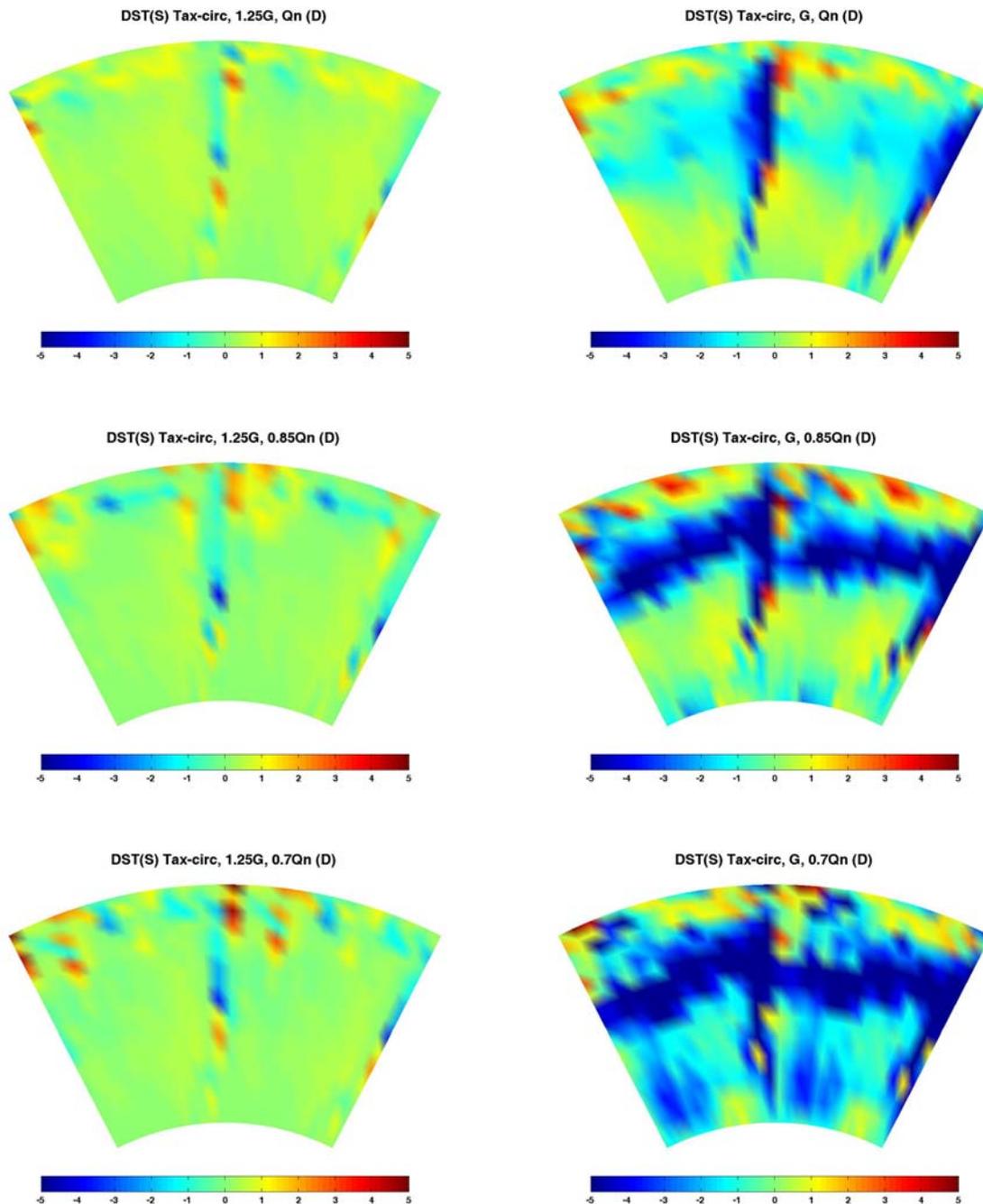


Fig. 8.10. Componente $T_{ax-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.

La figura 8.10 muestra los resultados de la correlación cruzada axial-circunferencial. En esta correlación se recogen efectos de interacción entre las componentes axial y circunferencial; por tanto, es necesario tener en mente los mapas instantáneos y promediados de ambas componentes que fueron analizados en los capítulos precedentes. Para el caso de *gap* superior, únicamente se observan interacciones en la zona de las estelas, ofreciendo un resultado muy similar al de la



figura 8.9. La mala definición de las estelas no permite una buena captura de la distribución del término del tensor a lo largo de la envergadura de las mismas. Aun así, se adivina una zona de valores positivos asociados a la zona de la cara de succión de las directrices y otra zona con valores negativos asociados a la zona de presión de dichos perfiles. El que en una zona se tenga un valor positivo o negativo viene fijado porque las fluctuaciones instantáneas de ambas componentes sean las dos positivas o negativas, o bien de signo contrario. Así, para el *gap* inferior, a caudales bajos se aprecia una banda circunferencial similar a la que ya se analizó para la correlación axial-axial. En esos puntos, el déficit puntual es más pronunciado que la media, por lo que la fluctuación instantánea de la componente axial es negativa. Respecto a la componente tangencial, ésta sí es superior a la media (ver figuras 7.5), así que el producto es intrínsecamente negativo. El hecho de que esta correlación no sea nula está indicando que existe una relación entre las interacciones de cada una de las componentes de la velocidad involucradas en el cálculo. Básicamente, lo que aquí se tiene es un termómetro que pone de manifiesto sobre qué componente la interacción está siendo más pronunciada.

Se termina el análisis entre haces con la correlación circunferencial-circunferencial (figura 8.11). Para las configuraciones con *gap* superior el término es no nulo en la zona de estelas del estator, y sobre todo en la zona cercana a la punta, donde la cara de succión de las directrices interaccionan fuertemente con el paso del bloqueado de los álabes. Esa interacción se potenciaba con la reducción de caudal, por lo que es lógico que a caudales bajos la correlación aumente su valor en dicha zona. Aún así, la importante uniformidad circunferencial de la componente en el interior del canal entre estelas, hace que la correlación sólo tenga valores apreciables asociados a la zona de estelas. Si se observan ahora los tres casos con el *gap* reducido, es notable una menor uniformidad tangencial del flujo (como se pudo apreciar en la figura 6.10 con el promedio de las componentes), lo cual implica que el paso del bloqueo se vea reflejado en los mapas como una “banda” circunferencial donde la uniformidad a lo largo del *pitch* es menor. Destaca cómo a caudales del 85% y 70% del nominal, el valor de la tensión aumenta de forma muy severa en la zona asociada a las estelas de directriz, debido al súbito incremento de la componente circunferencial de la velocidad al paso del bloqueo enfrente de dichas estelas.

A la vista de estos resultados entre haces, se puede generalizar el hecho de que las tensiones deterministas surgen como consecuencia de una no uniformidad del flujo en la dirección circunferencial que se desplaza a lo largo del tiempo (efectos de bloqueo) o bien como una modulación de intensificación de la velocidad en una zona fija a lo largo del paso del álabe (efectos de interacción *wake-blade*). En ambos casos, la interacción instantánea, su origen y manifestación, va a quedar perfectamente recogida por estas correlaciones deterministas, demostrando ser una herramienta capaz de modelizar la no estacionariedad del flujo.

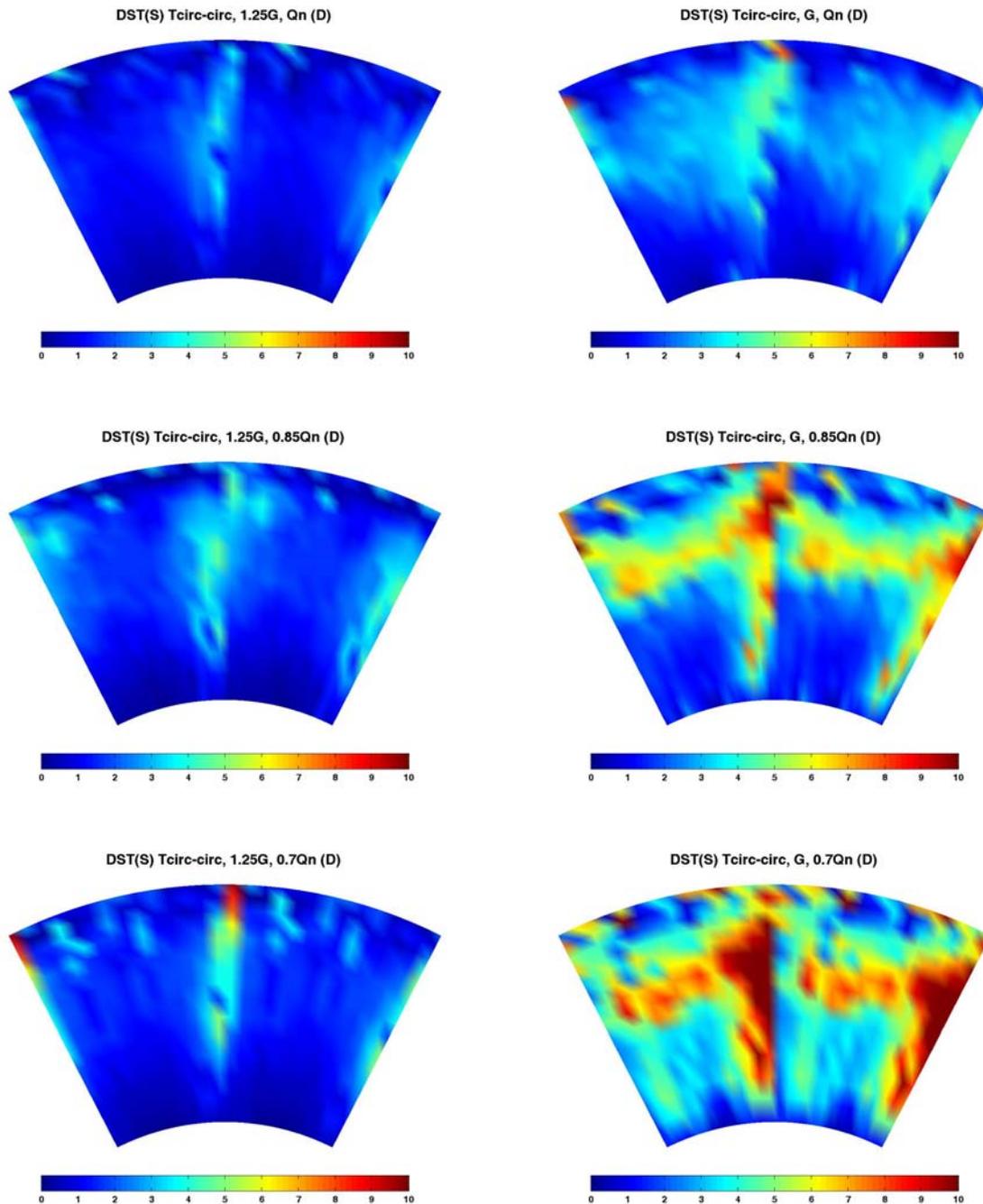


Fig. 8.11. Componente $T_{circ-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.

Las siguientes figuras analizan las tensiones deterministas en la zona detrás del rotor. La interacción entre haces llega muy debilitada a esta zona y únicamente se van a poder apreciar fenómenos de interacción entre las estelas residuales del estator y las móviles del rotor. Precisamente, el paso de las estelas de los álabes va a producir la generación de un nivel de fondo, no nulo, que barre todo el sector de análisis. Este efecto se aprecia claramente en la figura 8.12, donde se ha representado la correlación axial-axial del tensor determinista. Como se puede observar, por ejemplo, en la configuración de *gap* superior, todo el sector presenta un valor de fondo entorno a los 3

o $4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ a caudal nominal. A caudales inferiores se repite el mismo patrón de comportamiento: así, en la figura 7.4 se deja entrever que el déficit de estelas no varía en magnitud respecto al valor medio de la componente axial en ese plano. Curiosamente, en la zona de las estelas residuales del estator, el valor de la correlación es nulo. Lógicamente, en la componente promediada (figura 6.9) la estela de directriz permanece fija a lo largo del tiempo, y puesto que en los mapas instantáneos no se le observan cambios sustanciales con la intersección al paso de las estelas del rotor, su resta obliga a que la correlación se anule en esa zona. Véase esta característica a caudal nominal en ambos *gaps*, y también con *gap* superior, al 85% del caudal nominal. En el resto de mapas, la original dispersión de las estelas del estator, enmascara este efecto.

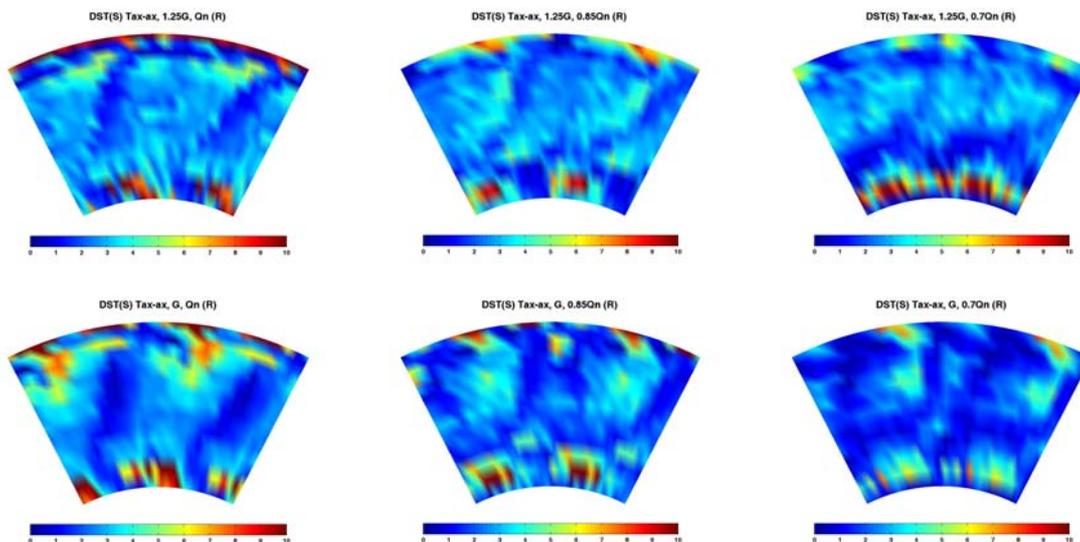


Fig. 8.12. Componente T_{ax-ax} del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre *gaps* para varios caudales de funcionamiento.

Otro efecto no estacionario que puede observarse sobre la figura 8.12 es el aumento de la tensión en la base, justo en la zona entre estelas residuales del estator. Esto se debe a la intensificación de la capa límite al paso de las estelas de los álabes (ver figura 7.4). Del mismo modo, una cierta interacción entre estelas se desarrolla en la zona de punta (a caudal nominal sobre todo), y más clara para *gap* reducido, si bien, la discretización circunferencial empleada en las medidas no permite ir mucho más en el análisis.

La figura 8.13 recoge la correlación cruzada del tensor. Como no podía ser de otra manera, las estelas residuales del estator anulan al tensor en su zona de afección. Para el resto de zonas, la uniformidad circunferencial es importante, si bien siempre aparecen pequeños núcleos de interacción no estacionaria entre las estelas fijas y las móviles que pasan provenientes del rotor. Así, por ejemplo, destacan las zonas de nucleación (en amarillo) que se forman a caudal nominal para *gap* inferior, y que persisten con menor intensidad para caudal de 85% del nominal. También en la punta (zona de capa límite) aparecen nódulos con características semejantes, aunque se antoja peligroso aventurar cualquier tipo de explicación sobre los resultados obtenidos en esa zona externa (se tienen en ella flujos desprendidos, con la sonda al límite del rango adecuado de medida).

En general, para esta correlación, los valores son semejantes a los obtenidos en los mapas de la correlación axial-axial.

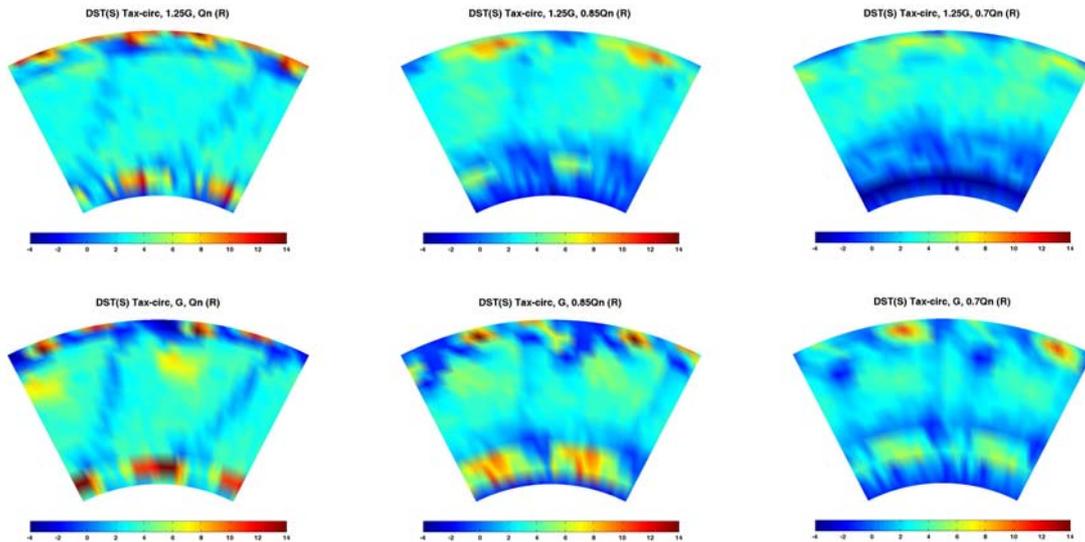


Fig. 8.13. Componente $T_{ax-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.

Finalmente, el término puramente circunferencial se muestra en la figura 8.14. El leve déficit de la componente circunferencial de la velocidad en las estelas de los álabes que se desplazan tangencialmente a lo largo de los sectores generan de nuevo un nivel de fondo, más tenue que en las correlaciones precedentes, esta vez entorno a valores de 2 o 3 m^2/s^2 . Se aprecia que la uniformidad circunferencial es muy importante y sólo en la zona de punta se captura cierta interacción con las estelas residuales de directriz. Respecto a la distribución de los mapas en la zona de la base, recalcar que son efectos ligados al desarrollo de capa límite, no ligados directamente a la interacción entre haces propiamente dicha.

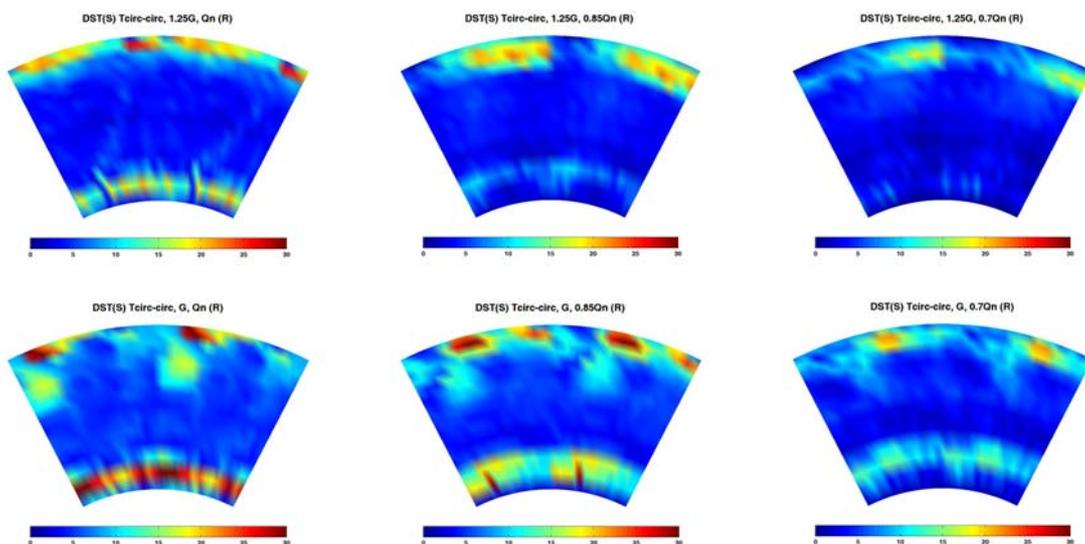


Fig. 8.14. Componente $T_{circ-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.

Marco de referencia del rotor

En el marco relativo, las estelas del estator giran en sentido contrario a la rotación de la máquina y el efecto de bloqueo se constituye ahora como una ondulación estática del flujo medio entre haces de la soplante. Las estelas, por tanto, van a barrer los sectores de representación, generando un nivel de fondo para las tensiones en el marco relativo de la misma manera que ocurría antes en las figuras 8.12, 8.13 u 8.14.

En la figura 8.15 se resume por completo el tensor de tensiones entre haces en el marco relativo. Sólo se ha representado el caso con el *gap* inferior por razones de brevedad en la exposición, pero sí se han incluido los resultados para los tres caudales ensayados. La primera fila recoge el término puramente axial y en ella, excepto por la zona de punta, en la que la capa límite distorsiona por completo los resultados, se puede apreciar en cada mapa la existencia de dos zonas diferenciadas: un anillo externo (entre *midspan* y la capa límite de punta) de valor prácticamente nulo, y una segunda zona (de *midspan* a cubo) con “bandas” circunferenciales de valores cercanos a 10 o 15 m^2/s^2 . La zona nula aparece como consecuencia de una mala captura de las estelas móviles del estator (véase figura 7.7), mientras que la otra nace de dicho barrido de las estelas. Como puede verse, no se captura ningún otro efecto no estacionario, si acaso una breve interacción con los álabes fijos en la zona del cubo. Si se observa a continuación la correlación puramente tangencial, se encuentra el mismo efecto que antes. A caudal nominal, la estela es bien capturada en toda su envergadura y por tanto genera una buena distribución radial de ese nivel de fondo de la tensión determinista. Sin embargo, a caudal $0.7Q_n$, la tensión es prácticamente nula (basta observar los mapas temporales y promediados de las figuras 6.14 y 7.9).

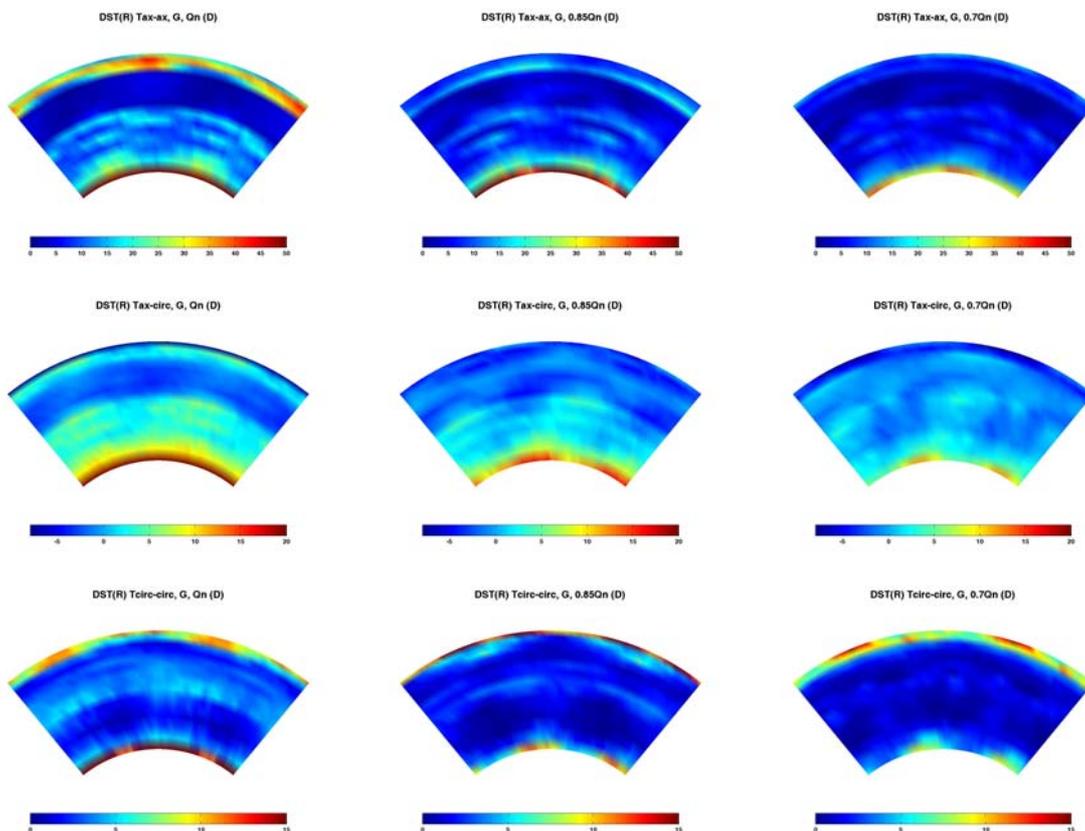


Fig. 8.15. Tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del rotor en la zona entre haces. Comparativa entre varios caudales de funcionamiento para el *gap* inferior.

Tras el rotor, el barrido de la estela residual del estator es muy poco significativo, merced a la propia baja intensidad del déficit de velocidad con el que llegan dichas estelas al plano de análisis. Por tanto, el nivel de fondo es prácticamente nulo. Lo que sí es destacable es la interacción que se recoge en los mapas entre la estela fija del álabe y la residual móvil en la zona de punta. Este efecto es algo que en mayor o menor medida aparece en las tres componentes del tensor y que claramente se atenúa conforme se reduce la carga de trabajo del ventilador. Dicha interacción se establece en la cara de presión de los álabes y curiosamente se revela con una mayor importancia en la componente puramente circunferencial que en la axial, algo no habitual en los resultados analizados hasta el momento. Conviene recordar que los mapas instantáneos y promediados de la componente circunferencial relativa están adimensionalizados por la velocidad de arrastre a lo largo de la envergadura, con el objeto de poder apreciar la variación circunferencial de esa componente relativa (al restar la velocidad de arrastre en el proceso de cambio de referencia, todo el peso de la nueva magnitud recae en ese sustraendo). La generación de las tensiones requiere entonces eliminar esa adimensionalización radial con el objeto de establecer un mapa coherente y comparable radio a radio.

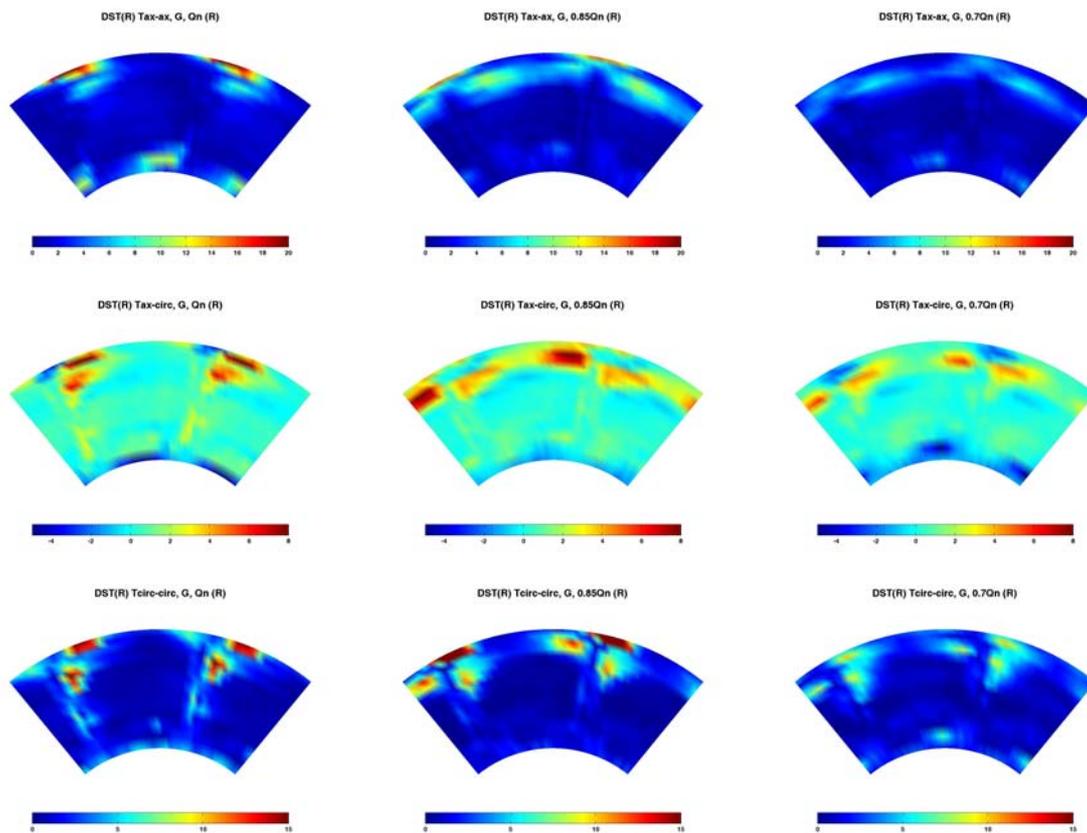


Fig. 8.16. Tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del rotor en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre varios caudales de funcionamiento para el gap inferior.



8.3.2.- Medidas numéricas.

8.3.2.1.- Representaciones álabe a álabe.

El modelo numérico bidimensional permite analizar las distribuciones de los mapas de las tensiones deterministas en planos álabe a álabe. Como es habitual, se muestran resultados para la zona de base, central y de punta, comparando las situaciones con *gap* superior e inferior para caudal nominal. Sobre las directrices, se observarán los resultados en el marco de referencia fija, mientras que en el rotor se construirá el tensor para el marco de referencia relativo.

La obtención de los mapas de tensiones, se ha realizado a partir de la implementación de una serie de UDFs (funciones definidas por el usuario) que permitían el almacenamiento de los campos de velocidad en cada instante a lo largo de la simulación no estacionaria ejecutada en cada caso. Esta metodología permitió una optimización de la capacidad de almacenamiento requerida, resultando en la obtención de casos de menor tamaño en memoria. Posteriormente, una técnica de postproceso hacía la llamada a los diversos campos almacenados para elaborar las correlaciones del tensor por componentes. Conviene recordar que la técnica de mallado deslizante empleada en la simulación U-RANS, conlleva la existencia de una serie de celdas (las asociadas a los canales del rotor) que se mueven a lo largo del tiempo. Por tanto, los valores de velocidad almacenados en esas celdas, están siendo recogidos desde el punto de vista relativo. Sin embargo, la discretización entre canales del estator está compuesta por celdas fijas, que almacenan la velocidad en el marco de referencia absoluto. Esto significa que la técnica de mallado deslizante impide la construcción de una forma directa del tensor determinista para un marco de referencia determinado en todo el dominio. Para conseguir esto, habría que llevar a cabo un proceso de decalaje en el tiempo y en el espacio de la evolución de las velocidades en el tiempo en las celdas móviles. Desgraciadamente, la geometría de los álabes impide el empleo de un mallado regular entre los canales, por lo que plantear un decalaje en una celda móvil con respecto a sus compañeras en toda la superficie bidimensional es harto complicado. Por esta razón, los mapas construidos que se van a mostrar a continuación sólo tienen sentido hasta las interfaces, bien observando el flujo sobre las directrices, bien sobre los álabes. No se recogen los mapas de las tensiones en la interfaz de salida del rodete, por cuanto los valores ahí van a ser bajos (ya se observó este extremo sobre el sector de salida de las medidas experimentales); se analizará únicamente la interacción en la zona entre haces, que es donde realmente se definen las principales fluctuaciones en los mapas de velocidad.

Marco de referencia del estator

La figura 8.17 recoge el tensor determinista bidimensional completo en la sección del cubo, comparando los resultados al variar el *gap* axial. Como ya se ha comentado con anterioridad, las tensiones recogen las variaciones instantáneas con respecto a la media temporal, amplificándolas al cuadrado y promediándolas de nuevo a paso de álabe o directriz para generar un mapa de fuentes de no estacionariedad sobre la corona que se está estudiando. En el apartado 7.3.2 se estuvieron analizando las variaciones de los mapas de velocidad con el paso de los álabes, y ahora se verán reflejadas esas fluctuaciones con mucha mayor claridad en los sitios donde se producen, merced a los mapas que se presentan a continuación.

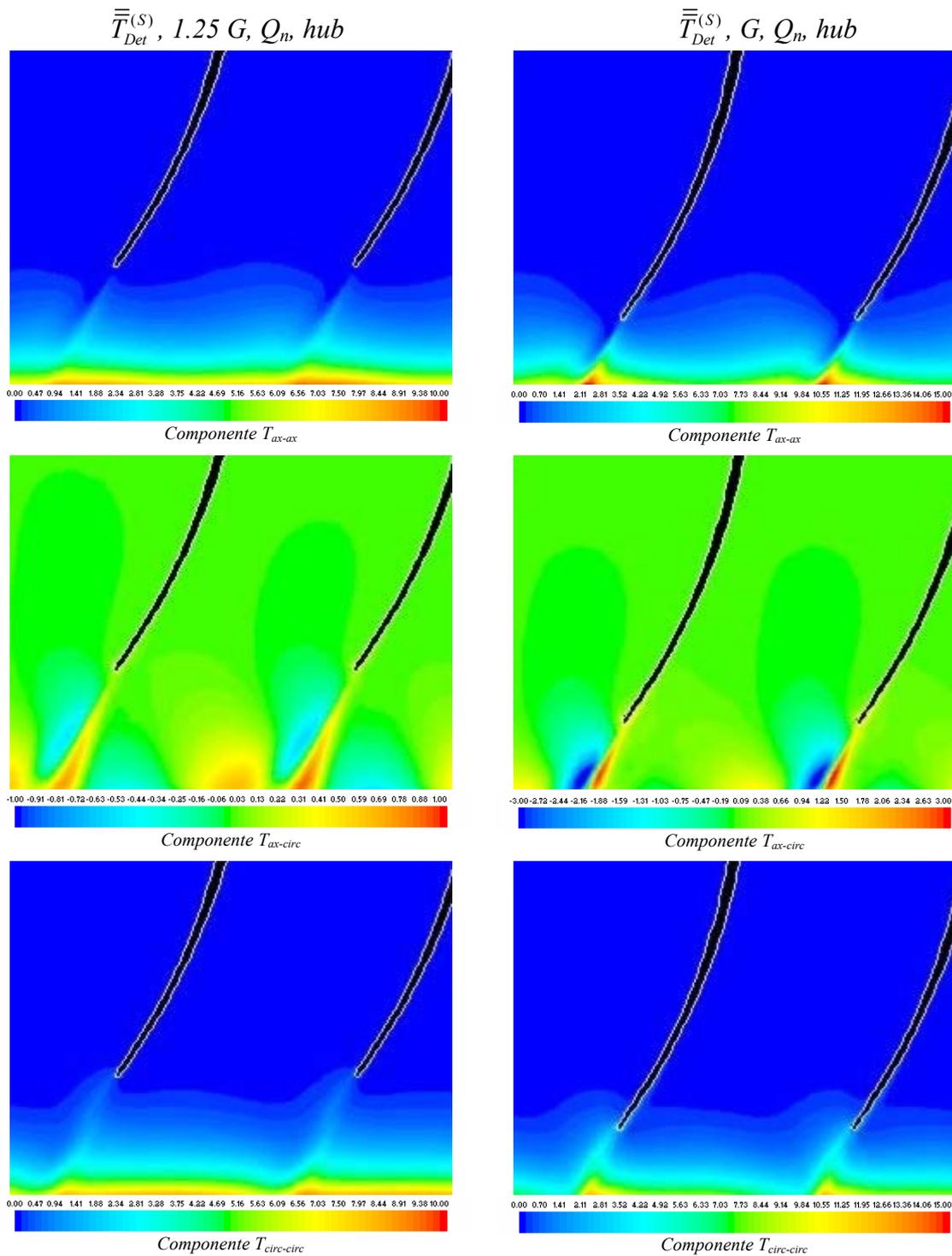


Fig 8.17. Tensor de tensiones deterministas sobre el estator en el marco de referencia absoluto. Sección de base. Comparativa entre gaps para caudal nominal.

Por ejemplo, en la correlación axial-axial de la figura 8.17, que analiza bloqueos y estelas o déficits de velocidad en la dirección axial, se aprecia perfectamente el paso del álabe, que barre el *pitch* de directriz y deja una banda circunferencial constante (en rojo) en la distribución del valor de la tensión. Al llegar a la zona de estela de las directrices, se amplifica, como reflejo de la interacción entre las estelas del estator y el bloqueo de los álaves, hecho ya tantas veces repetido en el análisis de los resultados.



Sorprende el hecho de que el núcleo de las estelas de las directrices presente un valor nulo para la tensión, incluso para el *gap* inferior (imagen de la derecha); lo cual implica que la propia formación de la estela del estator no está condicionada en ningún momento por la interacción con el paso de los álabes. Por otro lado, la distribución de T_{ax-ax} es muy circunferencial y apenas penetra en los canales del estator: la velocidad es muy uniforme y estacionaria entre directrices.

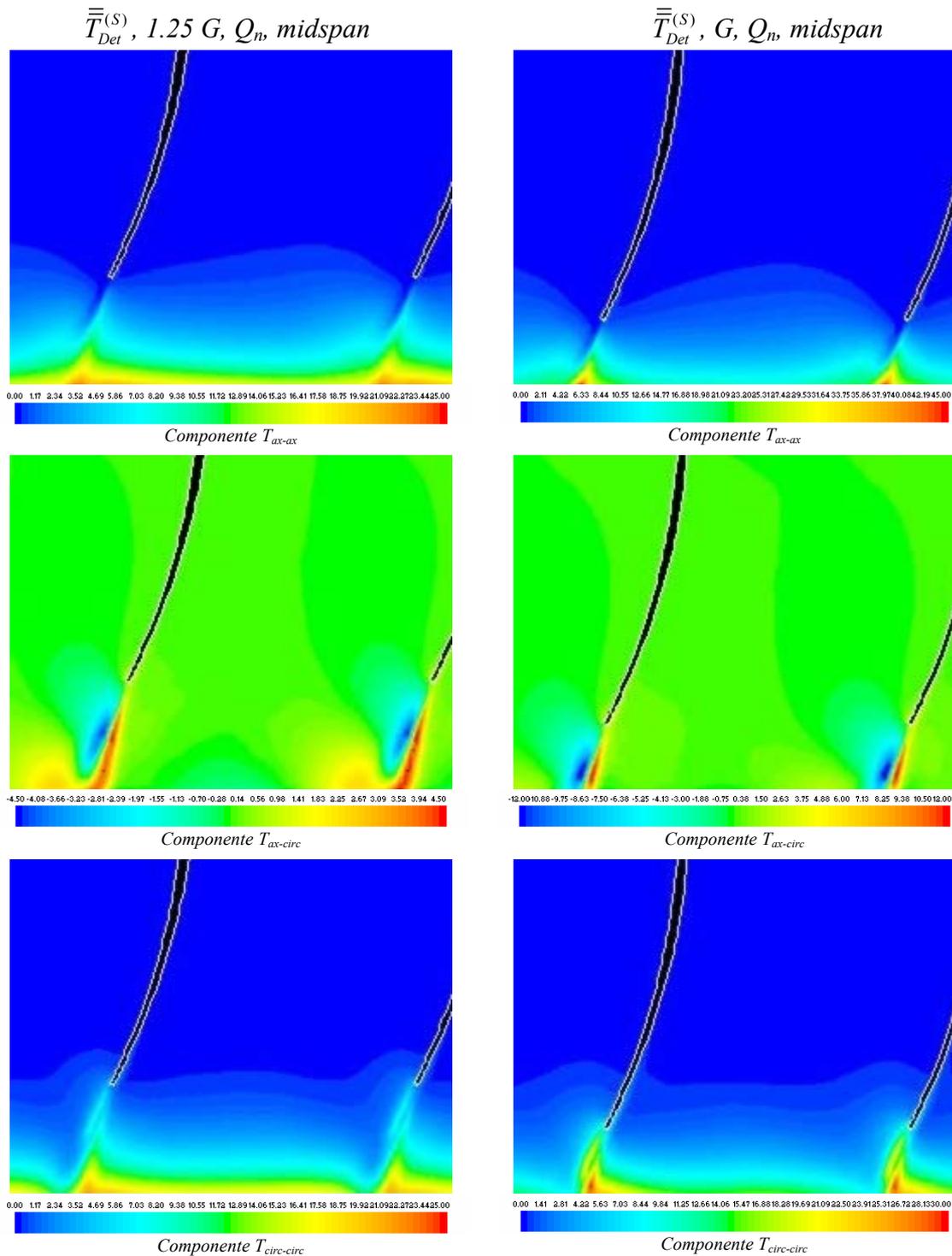


Fig 8.18. Tensor de tensiones deterministas sobre el estator en el marco de referencia absoluto. Sección central. Comparativa entre gaps para caudal nominal.



Obviamente, los valores de las tensiones son mayores conforme más cerca se sitúan los haces de la etapa. Respecto al orden de magnitud, nótese su concordancia con los valores que experimentalmente se determinaron en el anterior apartado. La componente axial-circunferencial presenta una polaridad similar a la observada en la figura 8.10, mucho más marcada para el *gap* inferior. Por otro lado, en la componente puramente circunferencial no se observa ese vacío en el núcleo de las estelas que sí era patente sobre la componente axial-axial.

La figura 8.18 analiza la sección central. Las características globales de las distribuciones son idénticas a las que se estuvieron discutiendo en la sección de base, en lo que se refiere a origen de las tensiones y fenómenos del flujo asociados a su génesis. Sobre la componente axial del tensor, no se pueden aportar muchas cosas nuevas; si acaso, comentar cómo las tensiones penetran cada vez más en los canales del estator, debido a un doble efecto: por un lado, la solidez del estator, que disminuye radialmente y permite unos canales más anchos entre los que se va a colar el efecto potencial de la carga aerodinámica de los álabes; y en segundo lugar, la mayor torsión de los álabes, que cada vez son más perpendiculares respecto de la dirección axial, haciendo que la carga aerodinámica quede cada vez más enfrentada con los canales de estator. La correlación cruzada mantiene esa dicotomía entre valores positivos y negativos en las zonas de succión y presión, si bien se intensifica esta estructura respecto a la sección de base, en la que entre estelas también se observa esa doble polaridad de valores positivos y negativos. Finalmente, para la correlación tangencial, hay que destacar la aparición de un repunte de la tensión justo en la zona de estelas, especialmente visible en el caso del *gap* inferior (figura de la derecha). Como esta componente puramente tangencial analiza las fluctuaciones de la componente circunferencial de la velocidad, el hecho de que aparezca esa estela sobre la distribución de la tensión determinista, implica que exista una oscilación lateral no estacionaria de la estela. Este efecto, que fue comentado previamente sobre las figuras 7.14 y 7.15, aparece en forma de estela sobre la distribución de la tensión, por lo que **también se pone de manifiesto que fuentes de no estacionariedad como son el movimiento de serpenteo de estelas, quedan perfectamente definidas y capturadas por el tensor de tensiones determinista.**

Se completa la visión de las superficies álabe a álabe con la sección de punta, en la figura 8.19. Los valores máximos de tensión se dan en esta zona, como ya se podía observar en las distribuciones radiales del apartado anterior, en la que los máximos tendían a aparecer en las capas radiales exteriores. La reducción del *gap* dispara nuevamente el valor de las tensiones en la zona de estelas para la componente puramente axial, y se sigue apreciando un vacío de tensiones en el núcleo de la formación de estelas. La componente cruzada repite la misma estructura que se veía en las secciones precedentes: en la zona de estela aparece un mínimo que es compensado con un máximo en la zona de succión de la directriz. En último término, sobre la componente tangencial, se observa de nuevo la estela en el borde de salida superpuesta a la distribución principal, poniendo de manifiesto el serpenteo de las estelas. Destaca así mismo, cómo al ir hacia secciones más externas, es más acusado el máximo de la tensión asociado a la salida de la directriz. En la sección de base se tenía una distribución circunferencial muy uniforme de la tensión $T_{circ-circ}$, apenas distorsionada por un repunte tras los perfiles, pero en los mapas análogos de la figura 8.19, lo que destaca sobre manera es el repunte (sobre todo para *gap* inferior), perdiéndose la uniformidad tangencial previa.

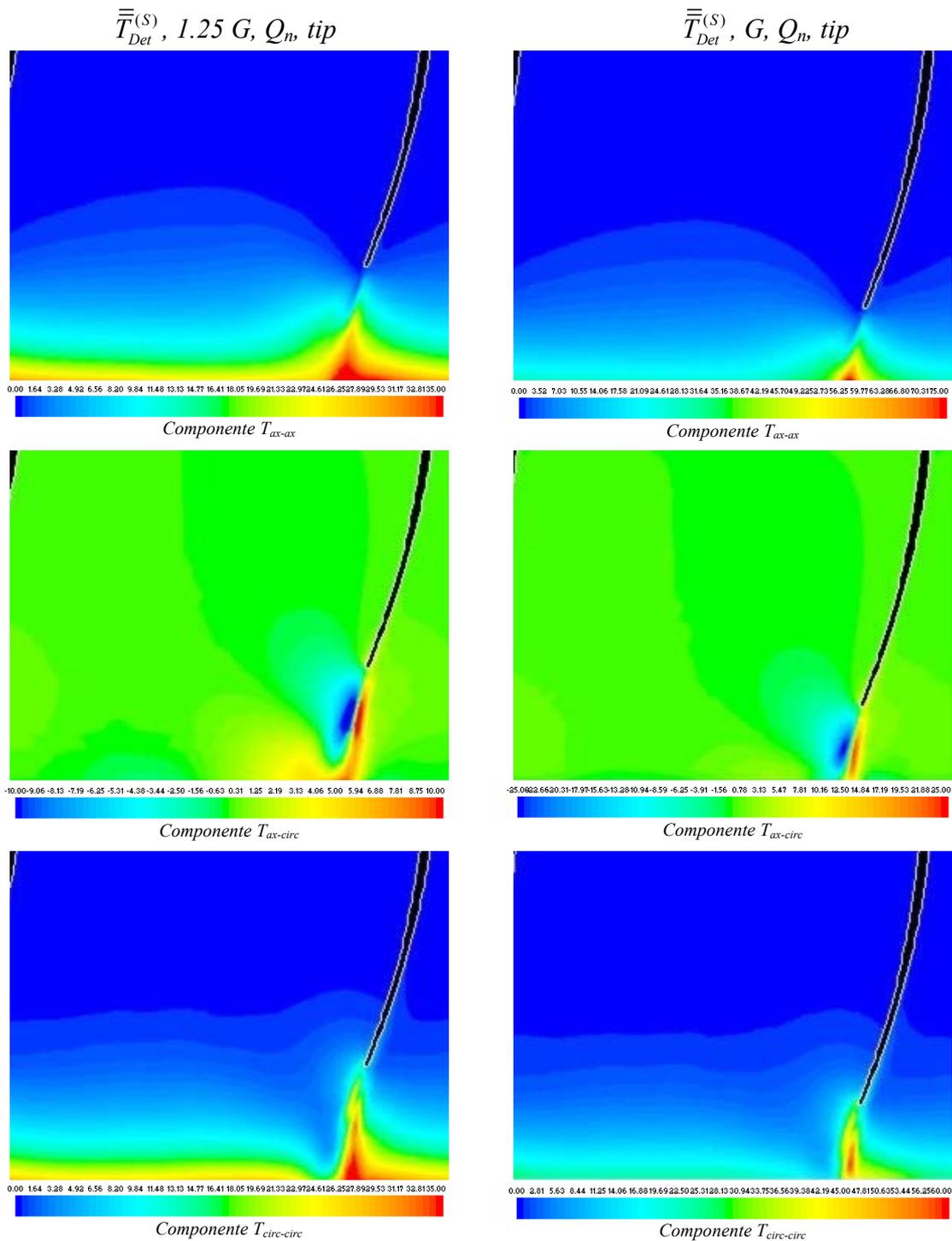


Fig 8.19. Tensor de tensiones deterministas sobre el estator en el marco de referencia absoluto. Sección de punta. Comparativa entre gaps para caudal nominal.

Marco de referencia del rotor

En las figuras 8.20, 8.21 y 8.22 se muestra el tensor para el marco de referencia relativo en las tres secciones de análisis. En este caso, se observa la distribución de las tensiones sobre las superficies de los álabes, de forma que lo que se analizan a continuación son las fuentes de no estacionariedad que van a percibir los álabes como



consecuencia directa de la presencia de una fila de directrices aguas arriba. En la figura 8.20 se muestra la sección de la base. En primer lugar, destacan los pequeños valores que presentan las tensiones trabajando sobre las superficies de los álabes, comparadas con las magnitudes en el marco absoluto. Esto significa que la presencia de las directrices condiciona en menor medida el flujo relativo que lo que hace el movimiento de los álabes sobre el flujo absoluto en el estator.

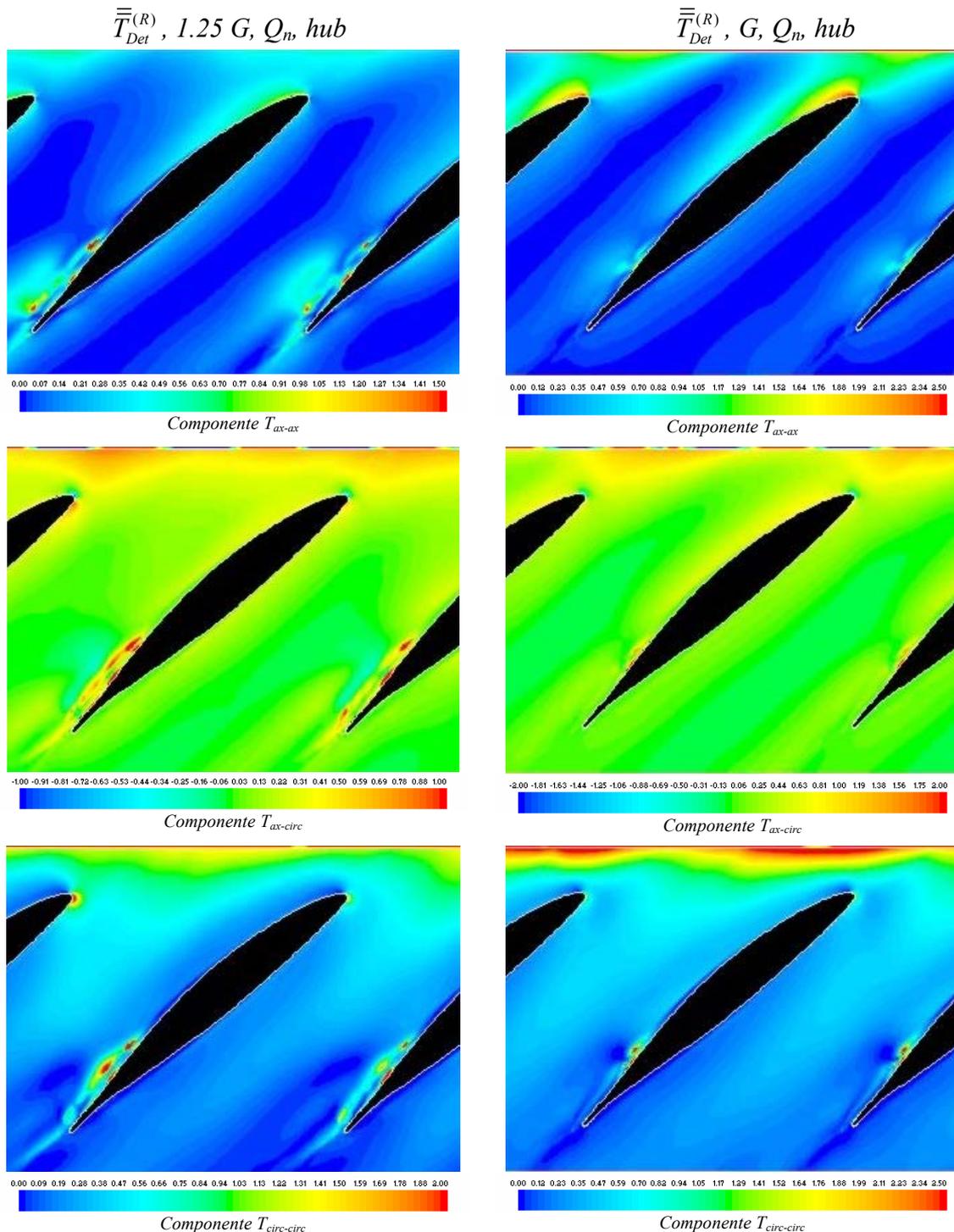


Fig 8.20. Tensor de tensiones deterministas sobre el rotor en el marco de referencia relativo. Sección de base. Comparativa entre gaps para caudal nominal.



Dicho en otras palabras: **los álabes apenas notan efectos no estacionarios producidos por el estator aguas arriba, mientras que las directrices sí sufren importantes variaciones sobre su carga aerodinámica y sus esfuerzos, producidas por el giro de los álabes a su frecuencia de paso.** Estos efectos ya se pudieron observar sobre las oscilaciones de las distribuciones de presión de álabes y directrices (figuras 7.19 y 7.20), mucho más intensas sobre el estator. También las fluctuaciones de las fuerzas mostraron un comportamiento similar, mucho más acusadas sobre las directrices que sobre los álabes. En esta ocasión, sobre las tensiones deterministas, se pueden identificar las localizaciones de las fuentes de no estacionariedad, siendo la magnitud de las mismas el indicador de la intensidad de las no estacionariedades del flujo.

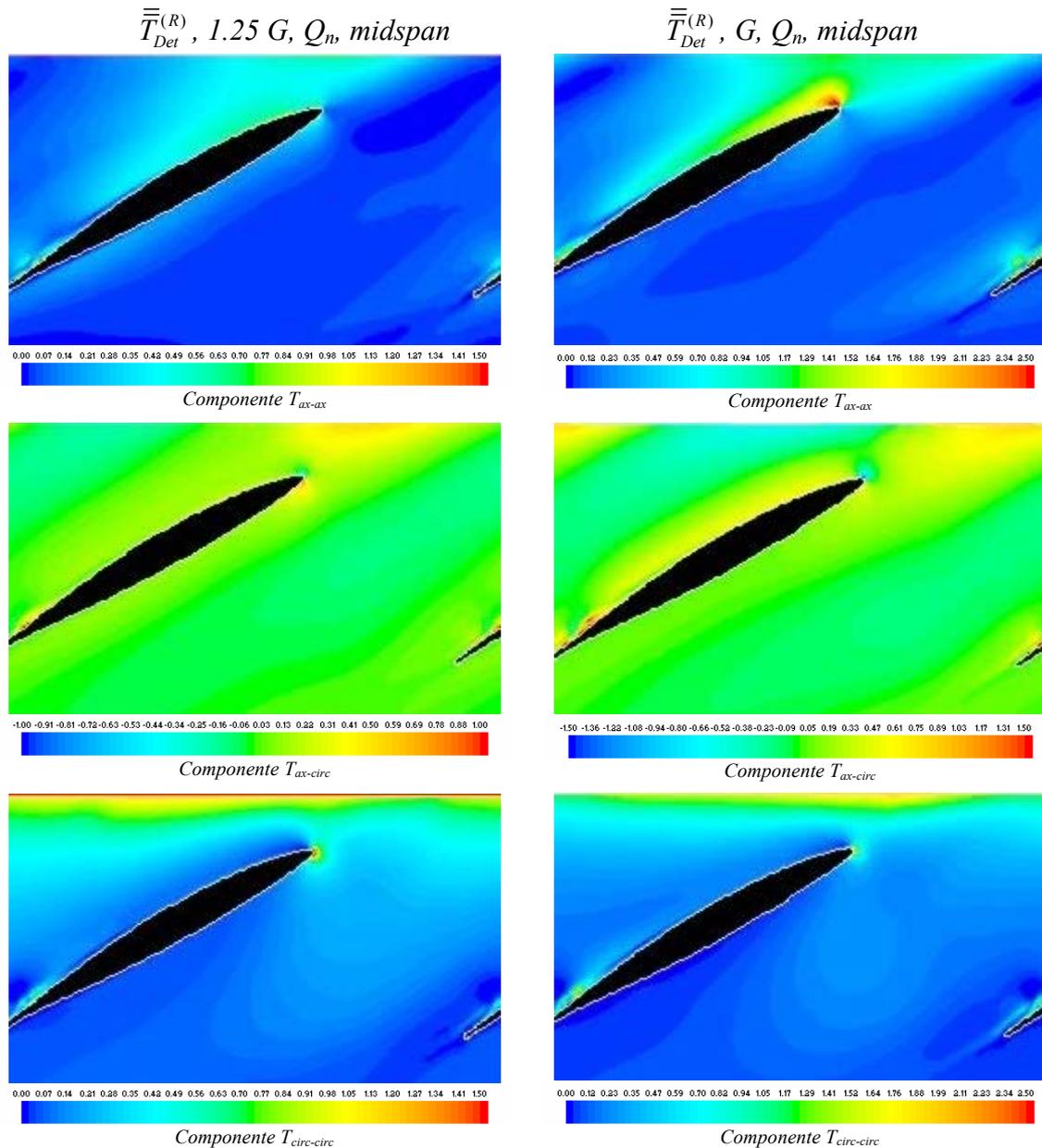


Fig. 8.21. Tensor de tensiones deterministas sobre el rotor en el marco de referencia relativo. Sección central. Comparativa entre gaps para caudal nominal.

Retomando la figura 8.20, se observa que la mayor interacción rotor-estator se manifiesta en el borde de ataque de los álabes, especialmente sobre la cara de succión, pues es ésta la zona en la que inciden con mayor claridad las estelas del estator. Nuevamente la reducción del *gap* axial se traduce en una mayor no estacionariedad sobre los álabes. En la zona de desprendimiento se observan unos pequeños puntos que son generados por la formación de vórtices, inducidos éstos por la modelización LES de la turbulencia. En la componente cruzada aparece de nuevo una estructura bipolar de máximos y mínimos asociados al punto de estancamiento del perfil, que se irá haciendo más patente conforme se observen secciones radiales más alejadas del cubo. Respecto a la correlación tangencial destaca la importante uniformidad circunferencial, incluso en los canales del rotor.

La figura 8.21 muestra los resultados del modelo numérico en la sección central. La tensión axial muestra un patrón similar a la observada en la sección de base, si bien no llega a formarse una zona prácticamente nula en el interior del canal como sí ocurría antes. Por otro lado, en esta sección parece desarrollarse una estructura en forma de ráfagas para la distribución de las tensiones cruzadas que inciden sobre cada álabe. Sorprende que al reducir el *gap*, la ráfaga se desplace lateralmente, como consecuencia del cambio de la distancia disponible para que las estelas del estator se difundan. Sobre la figura 8.22, en la sección de punta, se observa de nuevo ese desplazamiento en el caso de *gap* inferior.

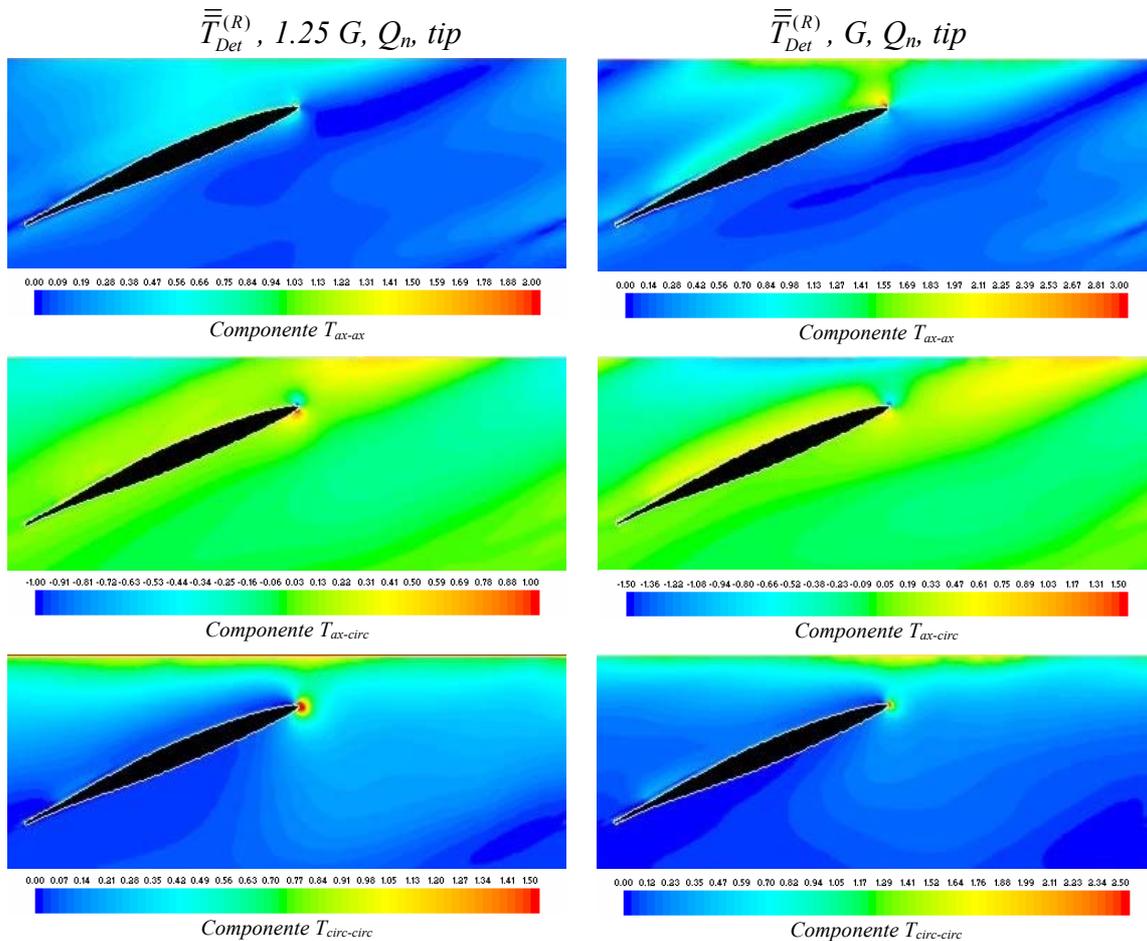


Fig. 8.22. Tensor de tensiones deterministas sobre el rotor en el marco de referencia relativo. Sección de punta. Comparativa entre *gaps* para caudal nominal.



8.3.2.2.- Representaciones sectoriales tridimensionales.

La revisión de los mapas de tensiones deterministas se completa con la inclusión de sus distribuciones en los planos transversales (D) y (R) en el modelo numérico. Se plantea la comparación entre estos resultados y los experimentales mostrados en el apartado 8.3.1.

Marco de referencia del estator

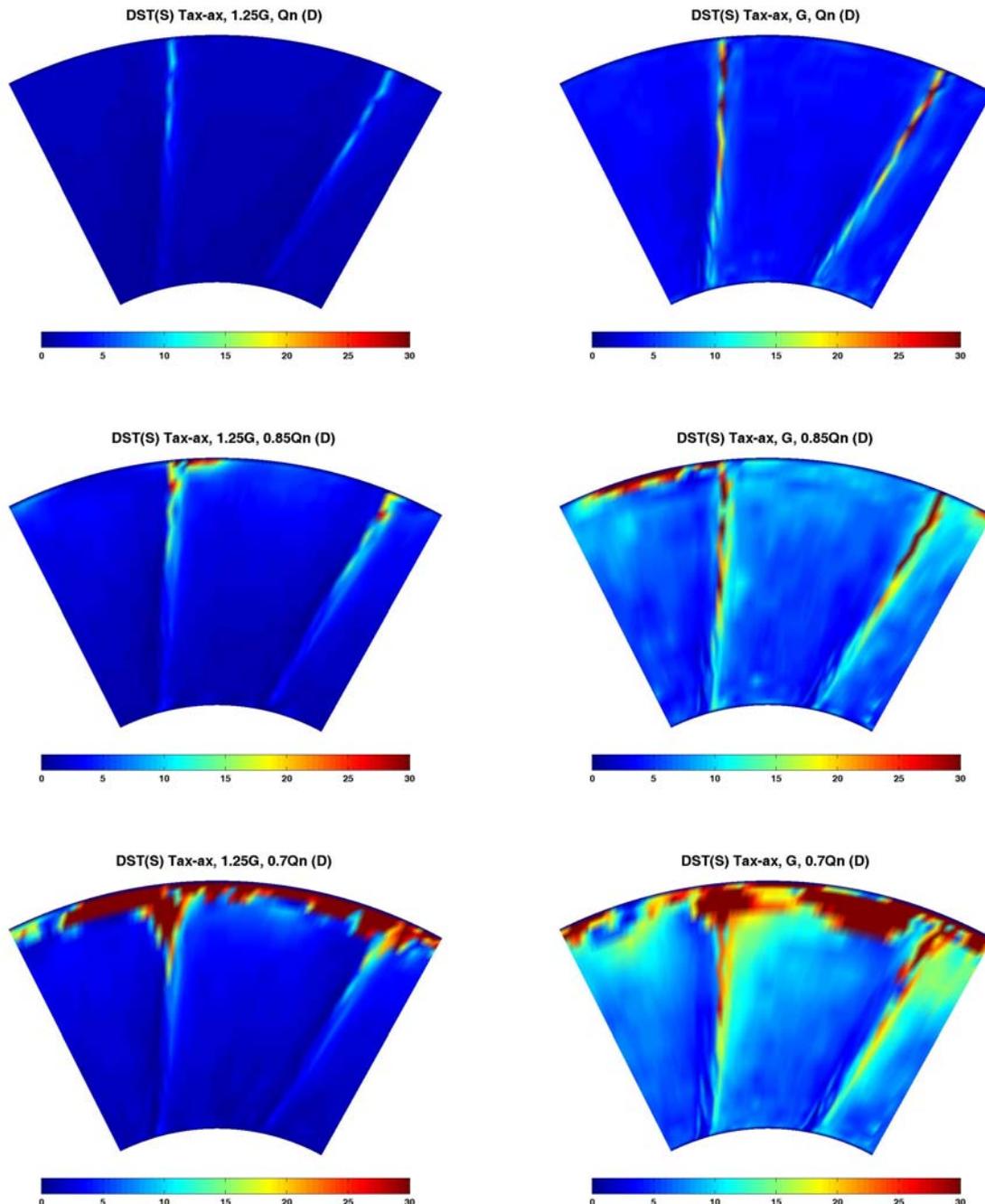


Fig. 8.23. Componente T_{ax-ax} del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.



La figura 8.23 incluye la componente puramente axial del tensor en el marco de referencia fijo para todos los casos estudiados en esta tesis en el sector (D). Los efectos no estacionarios recogidos por las correlaciones ya se comentaron sobre los resultados experimentales, por lo que no se repetirán de nuevo. Se invita al lector a que efectúe una comparativa entre las figuras experimentales y las que se muestran a continuación; como podrá apreciar, el buen acuerdo que se observaba en los diversos mapas de las componentes de velocidad en los capítulos seis y siete se traslada también a esta comparativa entre tensiones.

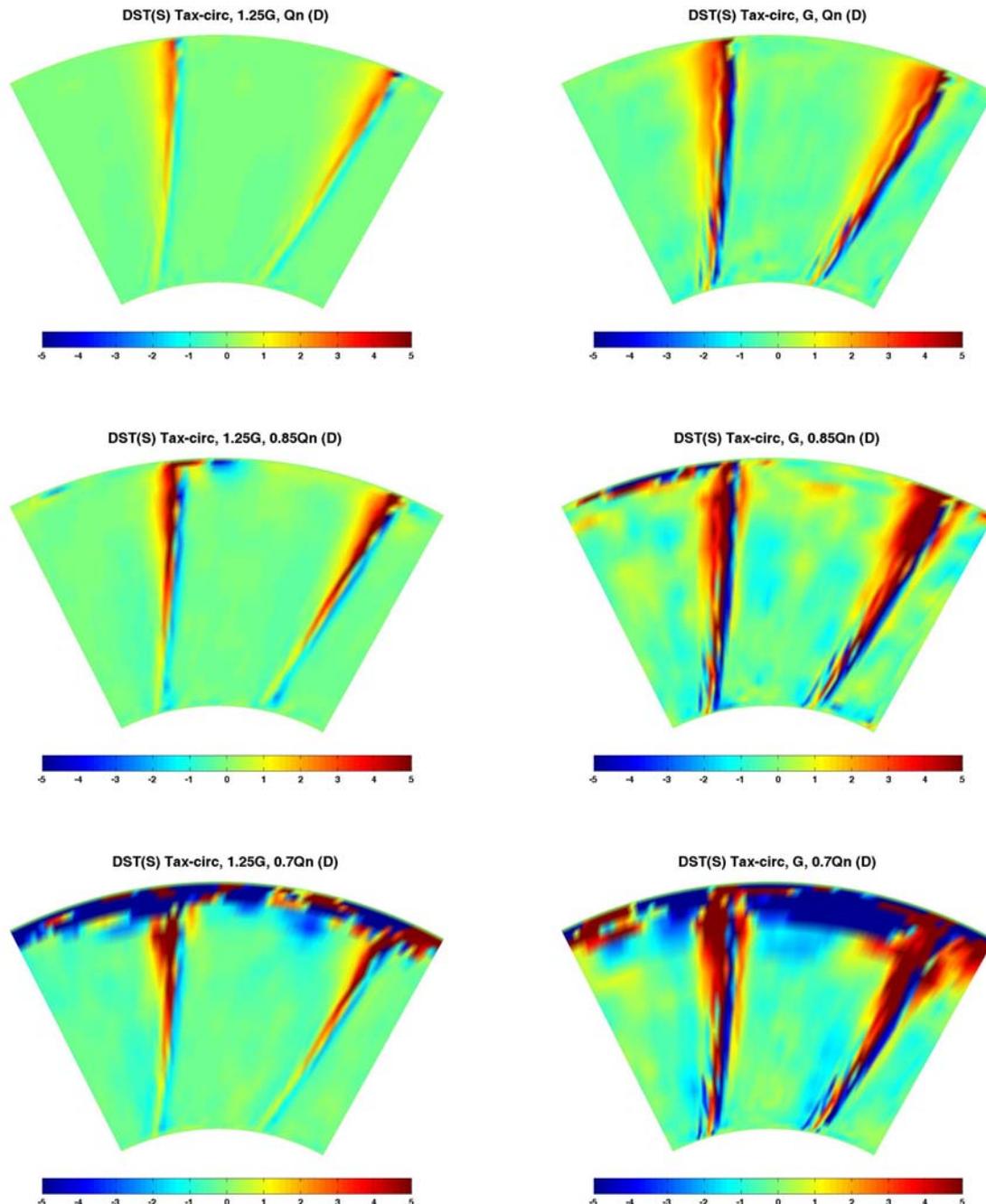


Fig. 8.24. Componente $T_{ax-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.



Las figuras 8.24 y 8.25 completan el adjunto de la componente puramente radial del tensor en el marco absoluto. Gracias a una mejor definición radial de las estelas, la estructura radial de la componente cruzada es continua a lo largo de toda la envergadura de la máquina. Respecto a la componente puramente circunferencial, adviértase cómo para el *gap* inferior, ésta aumenta espectacularmente en la cara de presión, confirmando la tendencia experimental observada en la figura 8.11. A caudal del 70% del nominal (abajo a la derecha en la figura 8.25), la escala de valores se encuentra saturada con el objeto de mantener escalas comparables en todos los mapas.

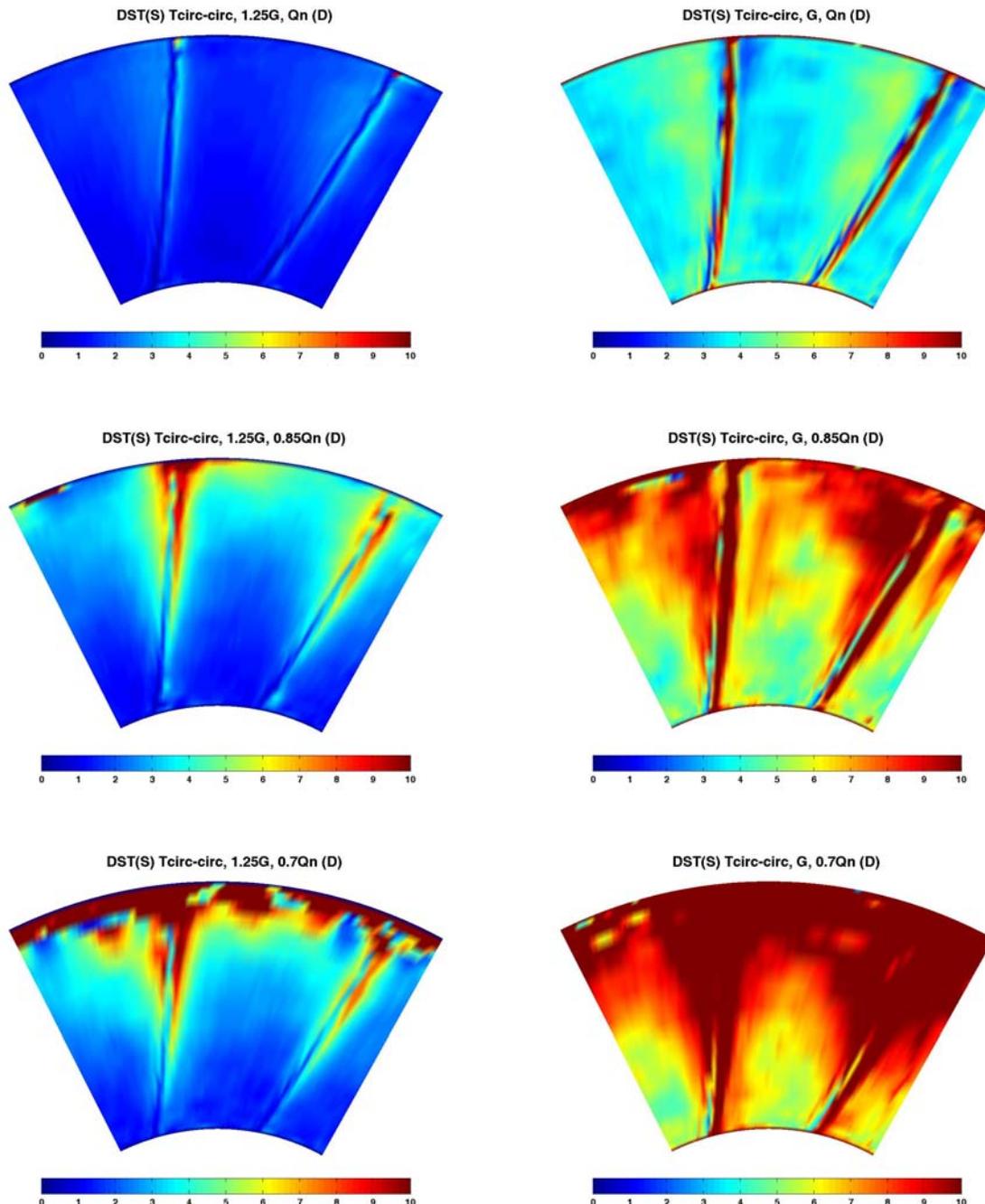


Fig. 8.25. Componente $T_{circ-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.



El análisis de la zona entre haces concluye con una muestra de las componentes radiales del tensor (las dos componentes cruzadas más la puramente radial) a caudal nominal, comparando ambos *gaps* de funcionamiento. Destaca el bajo valor que presentan estas componentes, siempre rondando la unidad, lo cual resalta la baja no estacionariedad que presenta el flujo con respecto a sus flujos secundarios, si bien esto es válido para funcionamiento a caudal nominal. Téngase en cuenta que valores de tensiones de Reynolds unitarios se emplean con frecuencia en la literatura como valores por defecto de perturbaciones turbulentas a la entrada de un modelo.

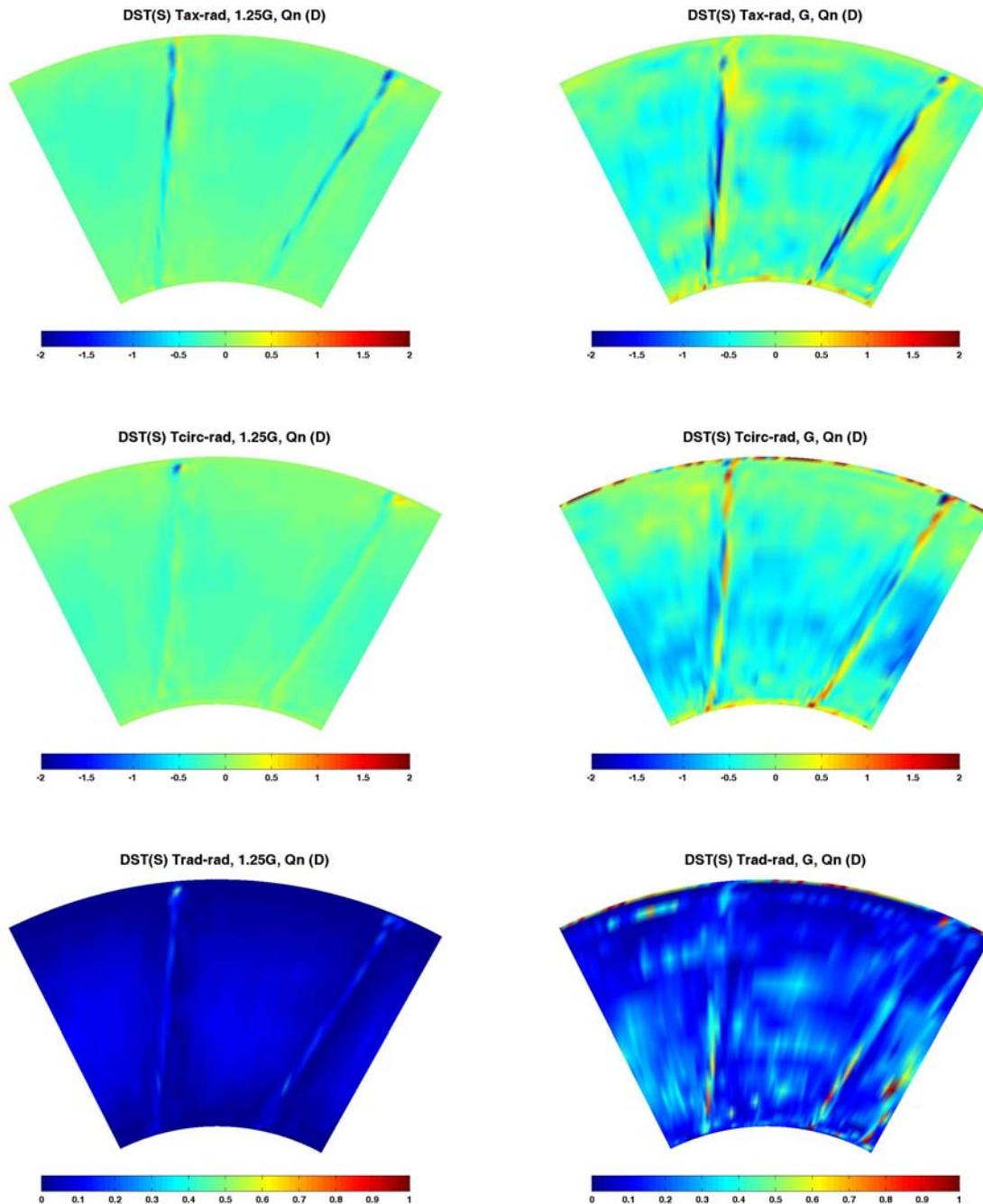


Fig. 8.26. Componentes radiales del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre *gaps* para el caudal nominal.

Tras el rotor, los mapas de tensiones reducen su valor de forma muy importante. En las figuras 8.27, 8.28 y 8.29 se recoge el adjunto de la componente puramente radial. Como en mapas precedentes, es en la zona de cubo donde se observan con mayor claridad las estelas residuales que provienen del estator. En este caso, son los efectos no estacionarios asociados a ellas (incremento del déficit de la estela del rotor por interacción con la estela residual) los que son capturados por las tensiones deterministas. A caudales bajos, la zona de capa límite introduce una importante generación de vórtices no periódicos que rompen la periodicidad canal a canal que debieran presentar estos mapas promediados.

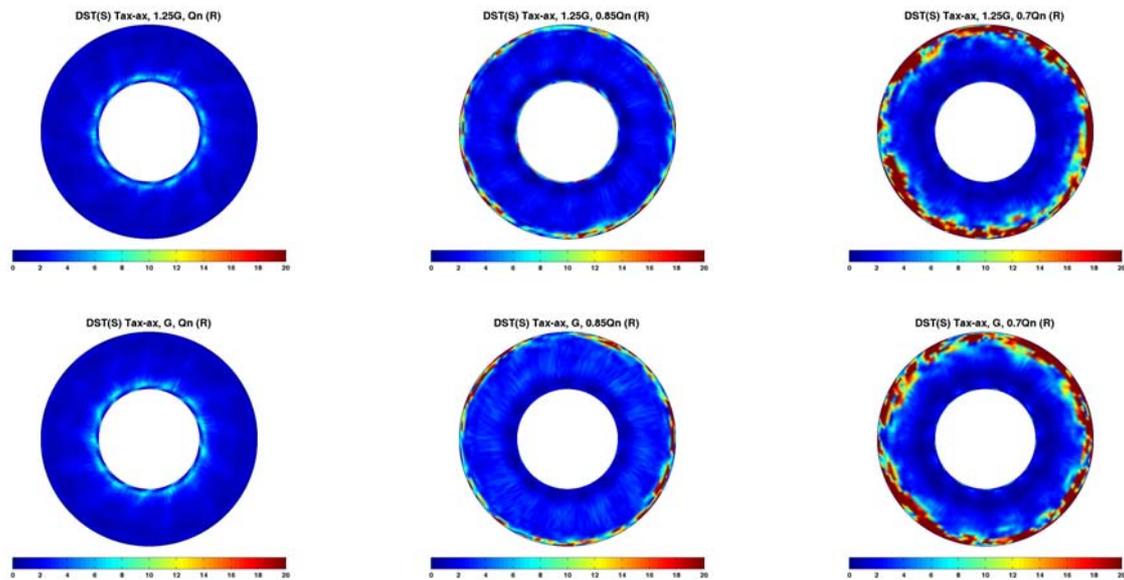


Fig. 8.27. Componente T_{ax-ax} del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.

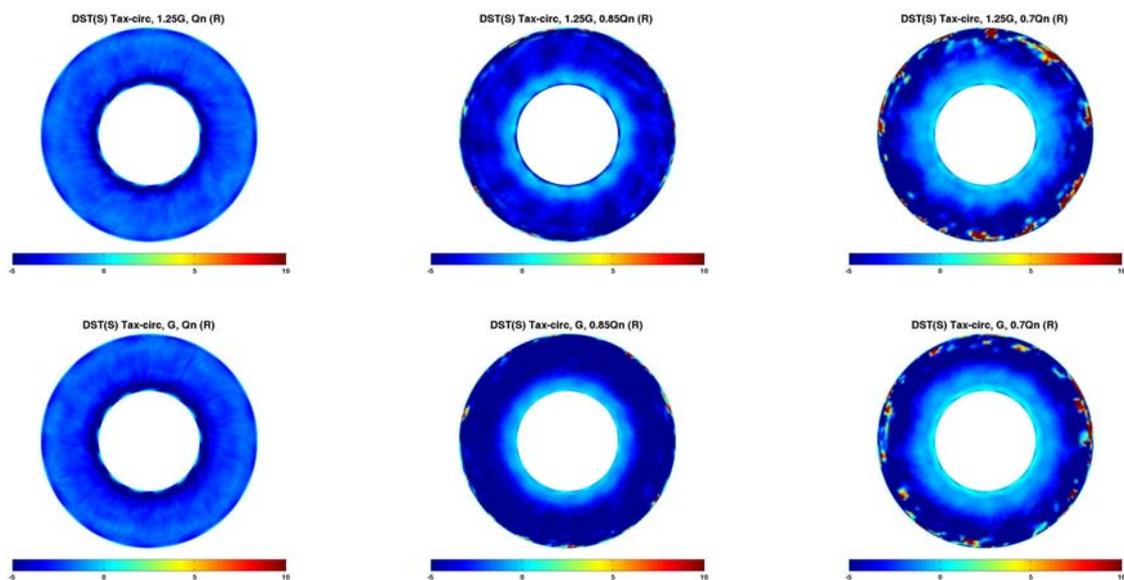


Fig. 8.28. Componente $T_{ax-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.

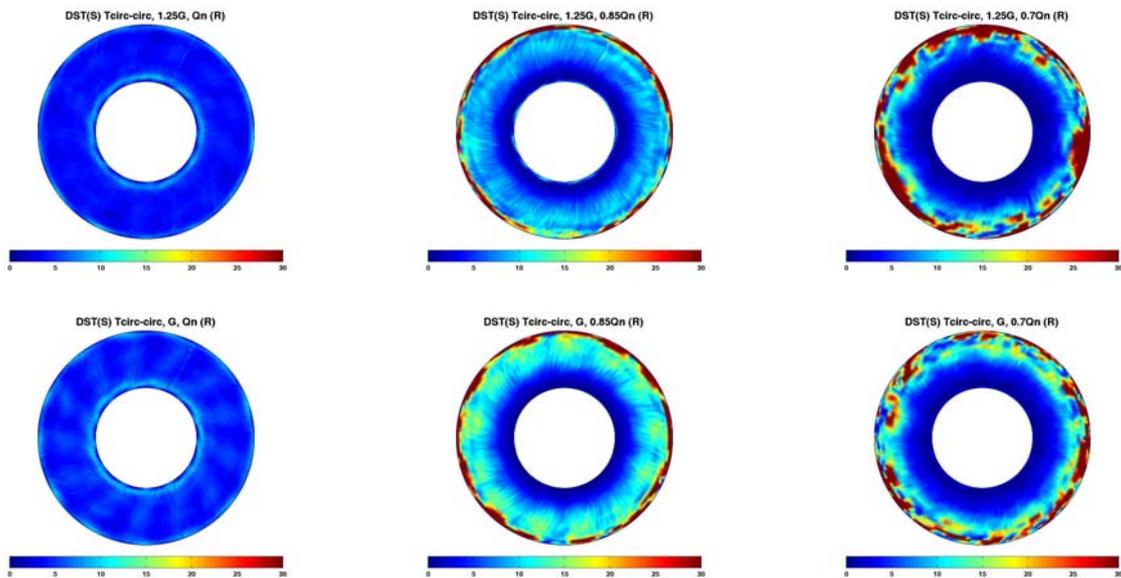


Fig. 8.29. Componente $T_{circ-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.

Los mapas radiales presentan valores también muy bajos en esta zona, tras el rotor. Sirvan de ejemplo las representaciones de la derecha en la figura 8.30, que corresponden a la componente radial-radial para ambos *gaps* de estudio. Salvo en la zona de la base, el resto del sector tiene valores nulos de la componente. En este caso, las diferencias con el *gap* son inapreciables, lo cual implica que los efectos no estacionarios de interacción referidos a los flujos secundarios generados entre los canales del rotor no se ven influenciados por la distancia entre los haces de la etapa.

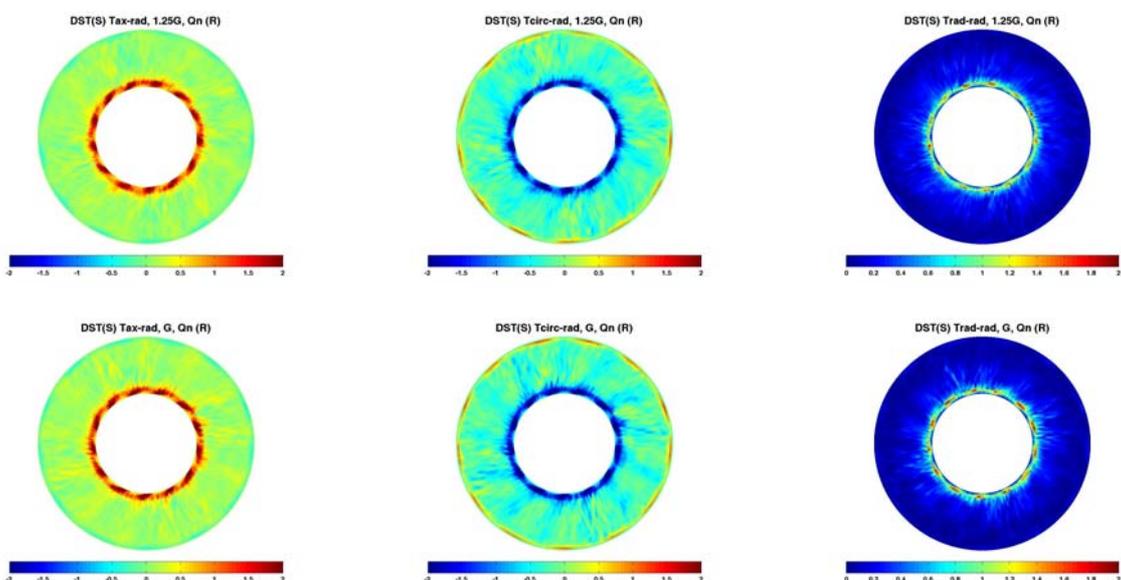


Fig. 8.30. Componentes radiales del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rodete. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento.



Marco de referencia del rotor

No se ha querido finalizar el apartado de resultados numéricos sin mostrar, al menos para las componentes no radiales del tensor, la distribución de tensiones para el marco de referencia relativo. Se muestran resultados entre haces y tras el rodete, únicamente para el caso de *gap* inferior.

La figura 8.31 recoge el tensor por filas en la zona entre haces. El barrido de las estelas del estator provoca la generación de bandas circunferenciales, que ocupan toda la envergadura de la etapa, merced a la idónea captura de las estelas de directriz incluso en la zona de punta. Este efecto de interacción se atenúa con la disminución de caudal, de forma similar a como ocurría con los mapas de la figura 8.15. Obsérvese cómo las bandas presentan unos máximos coincidiendo con la zona de bloqueo de los álabes. Esto se aprecia con bastante nitidez sobre todas las distribuciones de la figura 8.15, si bien son especialmente claras a ambos caudales nominal y del 85% del nominal, tanto para la componente puramente axial como para la componente cruzada. Por tanto, **el efecto no estacionario de interacción entre las estelas de directriz girando para el observador relativo y el bloqueo físico de los álabes en una posición determinada, queda claramente capturado una vez más, a partir de los máximos de la distribución de tensiones en la zona de estudio entre haces.**

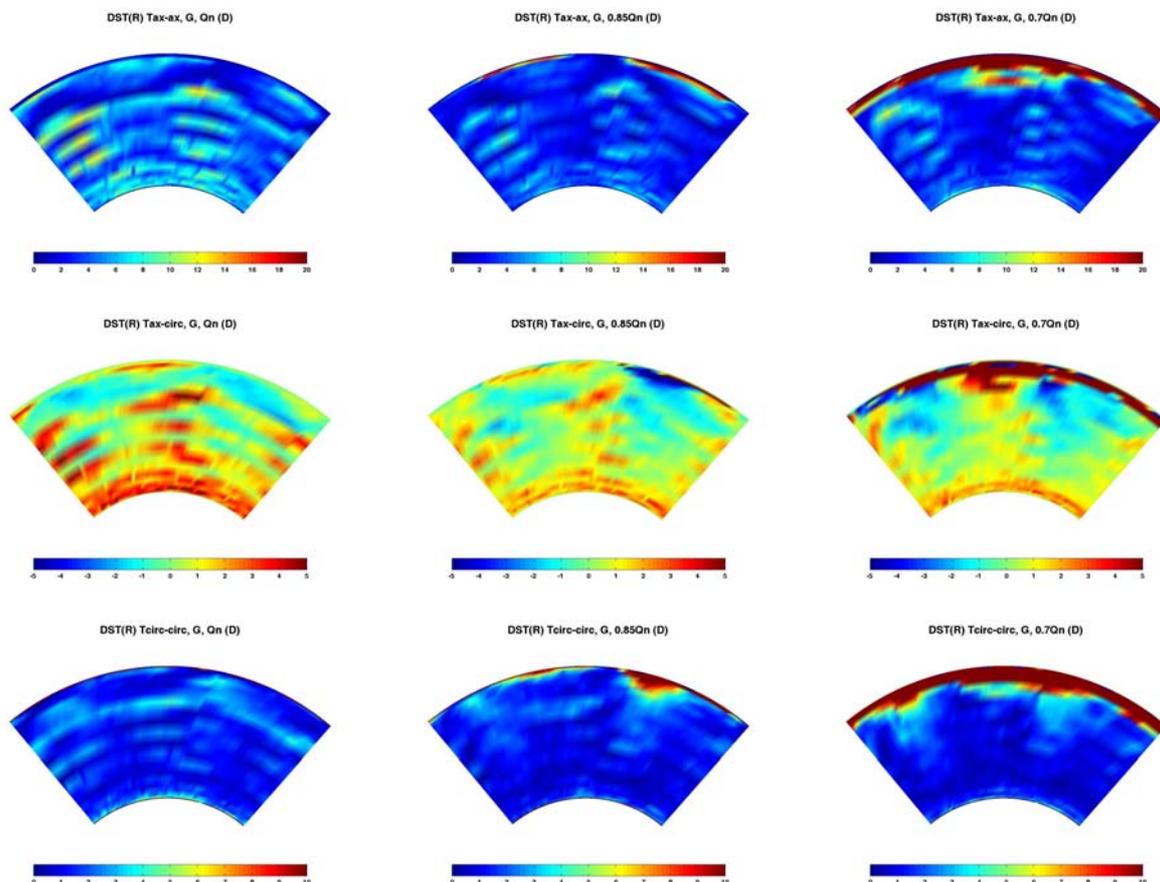


Fig. 8.31. Tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del rotor en la zona entre haces. Comparativa entre varios caudales de funcionamiento para el *gap* inferior.



Al igual que en los mapas experimentales, las distribuciones de las tensiones tras el rodete son extremadamente uniformes en la dirección circunferencial (figura 8.32). De forma muy leve se intuye la interacción de las estelas del rotor con los déficits de velocidad residuales que barren los sectores analizados. Además, estos efectos se ven potenciados en la zona de punta, de igual forma que en los resultados experimentales: por ejemplo, se adivina un incremento de la tensión cruzada para caudal del 85% del nominal.

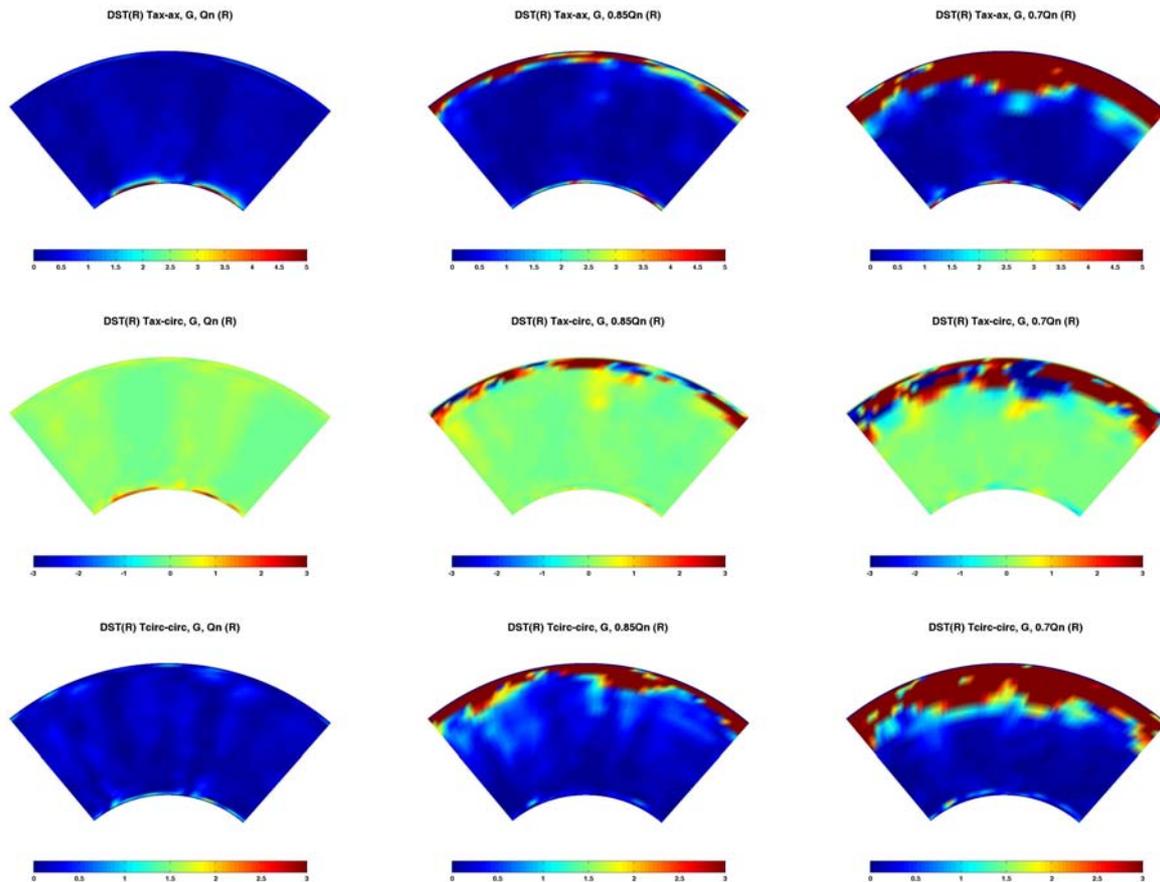


Fig. 8.32. Tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del rotor en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre varios caudales de funcionamiento para el gap inferior.

8.4.- WAKE-MIXING

Como se ha ido mostrando a lo largo de los apartados previos, las tensiones deterministas se constituyen como un indicador de la presencia de fenómenos no estacionarios superpuestos al flujo promedio. De hecho, cualitativamente, informan de si existen o no tales características, manifestándose además en las localizaciones donde se generan las fluctuaciones deterministas (fuentes). Cuantitativamente, revelan cuales son los efectos no estacionarios más determinantes, y cuales presentan una relevancia menor. Además, el hecho de tener carácter tensorial, permite conocer sobre qué componente de la velocidad o sobre qué dirección en el flujo, se establece la interacción entre haces o dicha interacción es predominante.



Ahora bien, no sólo la generación de tensiones tiene interés en el ámbito de la interacción rotor-estator. También el transporte de las tensiones y cómo el contenido energético determinista no estacionario de las estelas se difunde y mezcla con el campo energético medio, debe ser analizado al paso por la etapa del ventilador. De esta forma, aprovechando la existencia de datos tanto experimentales como numéricos de las distribuciones de las tensiones deterministas entre haces y tras el rodete, es posible analizar el transporte y la difusión de estelas generadas por el estator al paso por el rotor. Como se verá a continuación, se van a observar las diferencias en las pérdidas que plantea la difusión de estelas de un haz en solitario, frente a la difusión y transporte en el seno de una etapa.

En el apartado 5.4.2 se definió un factor de recuperación, R -ecuación (5.29)-, con el objeto de poder comparar qué porcentaje de la energía no estacionaria asociada a las estelas podía ser recuperada al paso de dichas estelas por una cascada de álabes aguas abajo. Lo que se plantea es que, bajo determinadas condiciones, las estelas sufren estiramientos o contracciones que implican un aumento o una disminución de su déficit de velocidad. Basándose en sencillas consideraciones cinemáticas, se analiza la diferencia porcentual entre el flujo de energía cinética de la componente determinista no estacionaria de la velocidad a la salida, en relación con el obtenido a la entrada, determinándose así si se produce un aumento o una disminución neta del flujo no estacionario (*ver apartado 5.4.2.1*).

Se van a mostrar los resultados, según una distribución radial de los mismos, del factor de recuperación global de las estelas, así como de los contenidos energéticos no estacionarios tanto a la entrada como a la salida del rodete. Habitualmente, en configuraciones clásicas en las que el rotor está aguas arriba del estator, se analiza el paso de las estelas y su recuperación entre los canales del estator. En la máquina de estudio de este trabajo, se ha tenido que recurrir al marco de referencia relativo, para poder observar el paso de las estelas del estator desde el punto de vista del rotor. Los promedios realizados eliminan la posible contribución de las estelas del rotor aguas abajo, por lo que únicamente se contemplan efectos de difusión y mezcla de las estelas de directrices.

8.4.1.- Resultados experimentales.

La mala definición de las estelas del estator vuelve a jugar una mala pasada sobre las distribuciones radiales del coeficiente de recuperación, sobre todo en el caso de *gap* superior. Esas bruscas oscilaciones en la distribución radial están claramente introducidas por la mala definición radial de las estelas a la entrada. Como se ve en las gráficas, esas fluctuaciones vienen heredadas por las distribuciones del flujo de energía cinética determinista no estacionaria en la zona de entrada entre haces -D- (curva azul). A pesar de eso, haciendo un proceso de abstracción alrededor de este error introducido en el cálculo, es posible observar que el factor de recuperación ronda el 80-85% en todo el rango de caudales. Esto significa que cerca del 85% de la energía cinética asociada al déficit de velocidad de las estelas a la entrada del rotor, se transfiere al contenido energético medio, por lo que sólo un 15% de energía permanece de forma residual a la salida de los haces. En realidad, ese 15% es lo que se está observando en el sector (R) cuando la sonda de anemometría térmica está capturando las estelas residuales de las directrices.

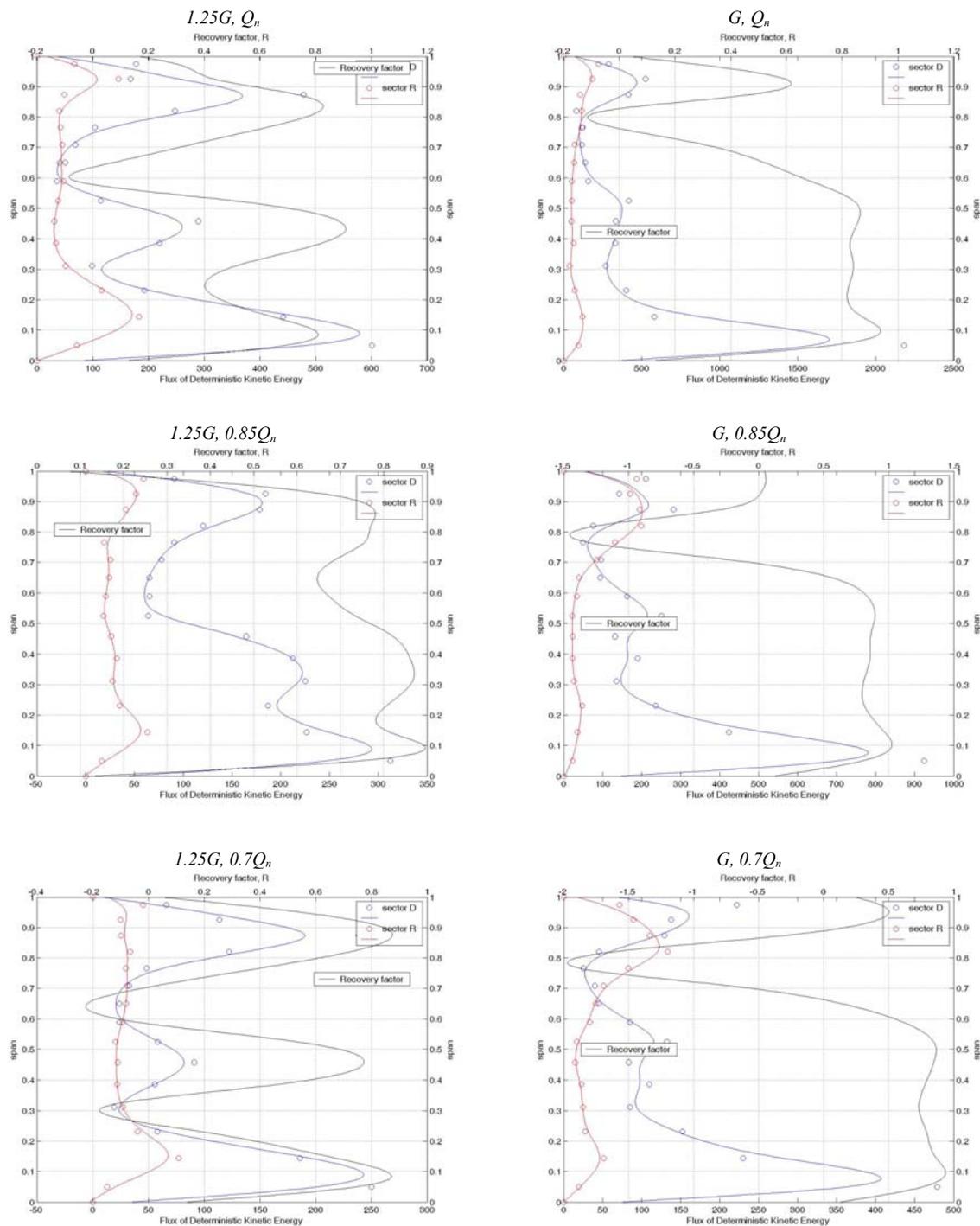


Fig. 8.33. Distribuciones radiales del factor de recuperación de las estelas del estator y del contenido energético determinista no estacionario del flujo entre haces y aguas abajo del rodete. Comparativa entre haces para tres caudales de funcionamiento de la soplante. Datos experimentales.

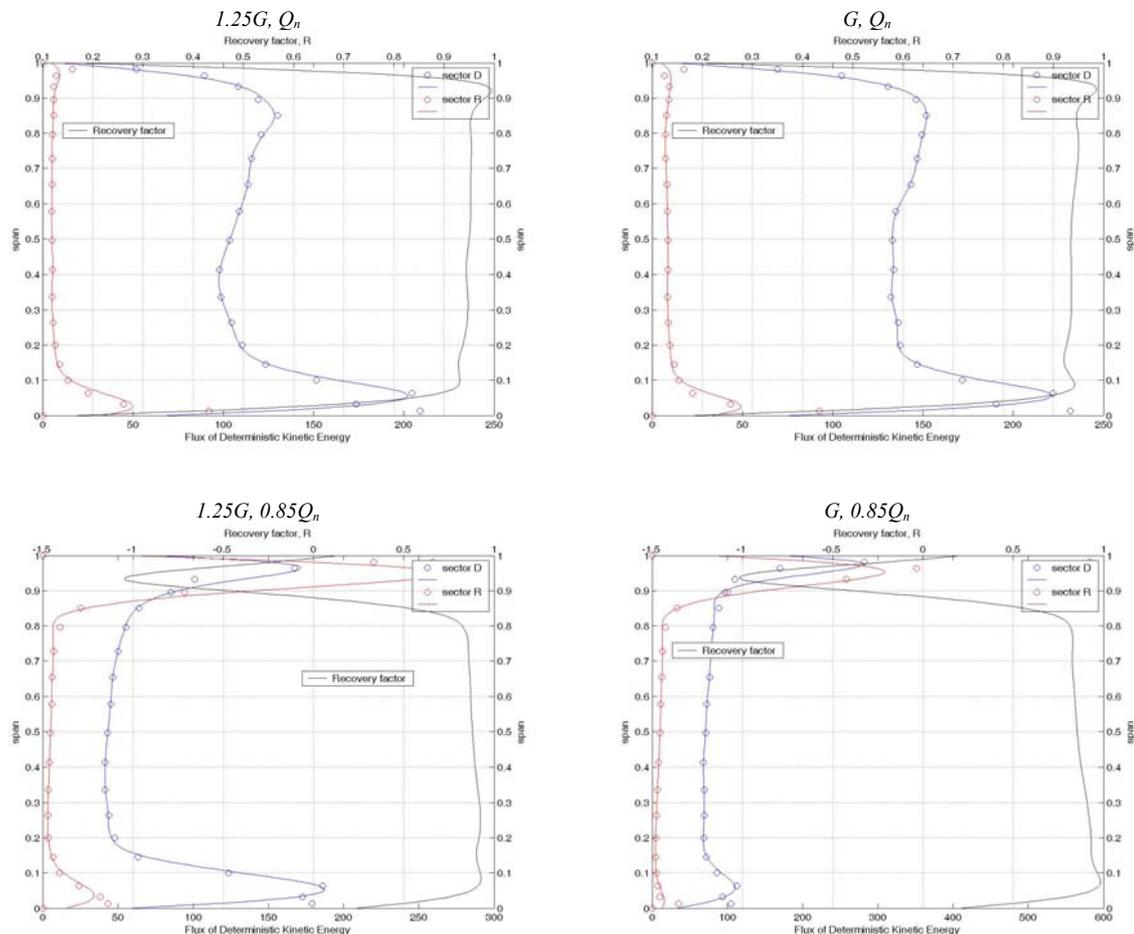
La reducción de *gap* no modifica esa estimación porcentual. Lo que sí se modifica sustancialmente es la distribución radial del factor de recuperación y de los flujos de energía determinista. En concreto se observa un importantísimo déficit en la posición radial 4/5 de la envergadura total. En esa zona, el factor de recuperación se hace negativo, lo cual indica que no sólo no se recupera energía transferida desde las



estelas al flujo promedio, sino que las pérdidas en realidad aumentan. Analizando los campos de velocidad entre haces, ya se observó una importante nucleación del déficit de componente axial de la velocidad en esa zona (figura 7.3), la cual parece ser la culpable de esa zona de pérdidas. En efecto, es el propio bloqueo de los álabes el que genera esa zona de baja velocidad concentrada, que va a ser transportada aguas abajo por el flujo promedio, por lo que la propia corona de álabes introduce esa fuerte no estacionariedad. Parece lógico entonces que se obtengan los resultados mostrados en la figura 8.33.

8.4.2.- Resultados numéricos.

Se han obtenido resultados equiparables sobre el modelo numérico tridimensional. Las distribuciones radiales, para ambos *gaps*, son ahora mucho más uniformes, merced a la óptima captura que el modelo realiza sobre las estelas del estator. El valor obtenido en este caso para el factor de recuperación ronda el 95%, un valor algo más alto que antes. También parece lógico este resultado, por cuanto ya se observó que las estelas residuales en la zona aguas abajo del rodete eran capturadas de forma mucho más tenue que en los resultados experimentales. Esto se ve numéricamente comparando las distribuciones de las energías cinéticas a la salida (curvas rojas), en todos los casos, entre los datos numéricos y los experimentales. En las curvas numéricas, apenas se supera la decena como valor característico, y en la mayoría de los casos, la distribución radial está muy cerca de cero. No ocurre así para las curvas experimentales, centradas la mayoría de las ocasiones sobre un valor de 50.



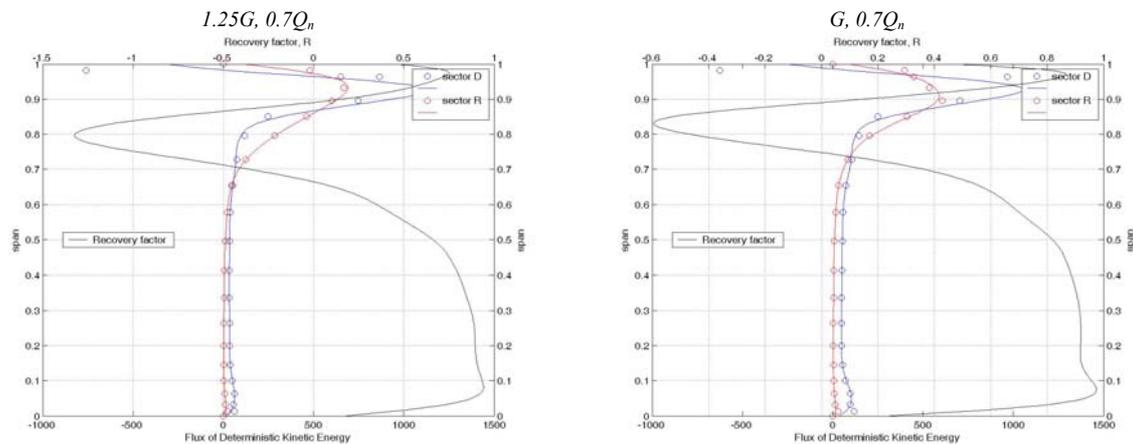


Fig. 8.34. Distribuciones radiales del factor de recuperación de las estelas del estator y del contenido energético determinista no estacionario del flujo entre haces y aguas abajo del rodete. Comparativa entre haces para tres caudales de funcionamiento de la soplante. Datos numéricos.

8.5.- CONCLUSIONES

Se han analizado los efectos no estacionarios entre los haces de la etapa de la soplante a partir de herramientas capaces de identificar las fuentes de las interacciones no estacionarias y el peso de sus contribuciones.

En primer lugar se observaron características del flujo en zonas alejadas tanto aguas arriba como aguas debajo de la etapa en estudio. De este modo se observaron qué contribuciones no estacionarias seguirían presentes en el flujo una vez pasada la etapa y qué tipo de propagaciones eran emanadas aguas arriba del estator, como modo de propagación de la interacción entre el rotor y el estator.

A continuación se centró el análisis en la determinación de las distribuciones de las tensiones deterministas, de forma que fue posible identificar el origen de las interacciones no estacionarias y cuantificar su importancia en el esquema global de interacción entre haces. En ambos marcos de referencia, se analizaron las contribuciones no estacionarias que generan tanto el rotor sobre el estator (marco absoluto) como el estator sobre el rotor (marco relativo), resultando unas fluctuaciones no estacionarias mucho mayores sobre el estator que sobre el rotor, debido al inherente paso potencial de los álabes de la corona en rotación.

Finalmente, dado que se ha observado cómo las estelas residuales del estator permanecen aguas abajo del rotor, se ha planteado un método para evaluar qué parte de la energía cinética no estacionaria que almacenan esas estelas permanece de forma residual como una oscilación sobre el flujo promedio, resultando una estimación final entorno al 15% para los resultados experimentales. En el caso numérico, el valor descendió hasta el 5%, merced a la mayor difusión que incorpora la discretización numérica.





Capítulo 9

CONCLUSIONES FINALES Y TRABAJOS FUTUROS



“La vida es el arte de sacar conclusiones suficientes a partir de datos insuficientes”.

Samuel Butler (1835-1902).
Compositor y novelista británico.

Con la inclusión de este último capítulo se pretende abarcar todas las conclusiones más relevantes del estudio desarrollado, haciendo hincapié en los aspectos más impactantes y novedosos aportados por la investigación.

Se finaliza con una serie de trabajos futuros que servirán de nuevas pautas dentro de la línea de investigación abierta en el campo de la interacción entre haces fijos y móviles en turbomáquinas.



9.1.- CONCLUSIONES

Se ha llevado a cabo el estudio del flujo en el interior de una soplante axial de una única etapa, a partir de un doble enfoque, numérico y experimental, con el objeto de observar, comprender y evaluar la naturaleza de la interacción entre los haces que la componen. Se ha presentado la interacción rotor-estator como un mecanismo fundamental que contribuye a la existencia de un flujo no estacionario en el interior de la máquina. De hecho, se discutió cómo la no estacionariedad inherente al flujo circulante, consecuencia de la rotación de una corona de álabes móviles, es la responsable del intercambio de energía. Por tanto, una adecuada comprensión de las características no estacionarias, de sus causas y fuentes de generación, permite un análisis global de las prestaciones de la máquina analizada.

En particular, se ha observado el comportamiento de una soplante axial con trece directrices de entrada (corona de estator) seguidas por un haz aguas abajo compuesto por nueve álabes giratorios (rotor). Se han analizado dos configuraciones distintas de separación entre haces, cifradas en 80 milímetros en la zona de punta para el caso denominado como *gap* inferior y de 100 milímetros para el caso de *gap* superior. Del mismo modo, se han estudiado tres puntos de funcionamiento de la soplante, comenzando con la caracterización del flujo a caudal nominal, para posteriormente observar la estructura del flujo a carga parcial, en concreto al 85% y al 70% del caudal nominal.

Las medidas experimentales fueron realizadas sobre un banco de ensayos construido “ad hoc” en el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Oviedo. Dicho banco, dotado de sistema de regulación de caudal, permitió caracterizar en primer término las curvas características de la soplante, para en una segunda fase poder fijar el caudal circulante que se quisiese analizar en los haces. De este modo, se procedió a la determinación de los campos de velocidad en sectores circulares entre haces y tras el rotor de la máquina; sectores que comprendían el paso de las directrices en la dirección circunferencial y la envergadura total de las coronas en la dirección radial. De forma paralela, se determinó la distribución de presión circunferencial a lo largo del *pitch* de estator, construyendo la señal temporal de las fluctuaciones de presión sobre la carcasa en la zona de los álabes. Se establecieron las cadenas de medida de forma robusta y fiable y se discutieron los errores introducidos en las medidas así como su idoneidad global, a partir de un análisis de incertidumbre de las metodologías y técnicas experimentales empleadas.

En lo que se refiere a la resolución numérica del flujo, se han empleado los medios de cálculo computacional disponibles en la misma Área de Mecánica de Fluidos. Sobre varias baterías de *clusters*, se utilizó el código comercial FLUENT, de forma que se pudiesen ejecutar cálculos computacionales en paralelo, optimizando al máximo admisible la bondad de las discretizaciones espaciales y temporales definidas en los modelos. Además, se contemplaron tanto un modelo bidimensional como otro tridimensional, ambos no estacionarios a partir de una técnica de mallado deslizante, con un doble objeto: el bidimensional, para reproducir fielmente los patrones del flujo en superficies álabes a álabes para diversas posiciones radiales, mediante una excelente discretización espacial; y el tridimensional con el claro propósito de establecer una comparativa con las medidas experimentales, aún a costa de una discretización más modesta. De esta forma, el programa resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes para



flujo incompresible no estacionario a través de un método de volúmenes finitos en un mallado híbrido (no estructurado combinado con malla de capa límite en las superficies de los perfiles) con un modelo de turbulencia LES, Smagorinsky-Lilly.

Se ha observado un grado de acuerdo muy notable entre las medidas experimentales y los campos resueltos numéricamente. La comparación directa se planteó a partir de representaciones análogas, en los dos enfoques metodológicos, de las diversas variables fluidodinámicas, tales como las componentes de la velocidad o los campos de vorticidad. Se ha constatado asimismo, una mejor concordancia sobre el caso a caudal nominal, mientras que las discrepancias aumentaron al analizar el funcionamiento a carga parcial. Por otro lado, entre haces, las similitudes son máximas, si bien tras el rotor, las estelas de los álabes se muestran algo más difusas en los resultados numéricos que en las representaciones experimentales. La buena concordancia general entre modelos numéricos y medidas experimentales se debe en gran medida a la elección de un modelo de turbulencia LES para la implementación del cierre de las ecuaciones. Comparado con un habitual modelo de promediado RANS, el proceso de filtrado a la escala de la malla, incorporado por el esquema LES, ha permitido incrementar la bondad de la simulación.

Un primer bloque de resultados ha girado entorno al análisis de las **características estacionarias** del flujo en la soplante. Conviene incidir en el hecho de que las simulaciones son siempre no estacionarias, definiéndose los patrones estacionarios a partir de un promediado temporal de los campos instantáneos intermedios a lo largo del tiempo característico de periodicidad del flujo. Con este modo de proceder, se garantiza la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes en su totalidad, evitando la eliminación del término temporal tal y como se lleva a cabo en las simulaciones estacionarias tradicionales. Para las medidas experimentales de respuesta dinámica (anemometría térmica y fluctuaciones de presión) se ha ejecutado un procedimiento análogo para la obtención de los campos promediados.

Las prestaciones globales, observadas sobre la curva característica de la máquina y sobre otras distribuciones radiales, como el grado de reacción o el incremento teórico de presión en el rodete, se incorporaron al estudio como punto de partida del análisis del flujo. En particular, la curva característica bidimensional mostró ciertas discrepancias con la curva experimental, debido a los efectos de capa límite en las zonas de cubo y punta, que el modelo 2D es incapaz de reproducir. Respecto al modelo tridimensional, se alcanzó un buen comportamiento de la simulación a caudal nominal, sobredimensionándose éste para puntos de funcionamiento a bajo caudal. No es de extrañar que el modelo de pérdidas implementado se muestre demasiado laxo cuando las condiciones de flujo no son las de diseño.

En general, el modelo bidimensional, sin contrapunto experimental directo en las superficies álabes a álabes (solamente a partir de medidas de fluctuación en la carcasa), permitió analizar las diversas cargas aerodinámicas de los álabes y observar la morfología de las estelas. El engrosamiento de las estelas con la reducción de caudal, observado en este modelo, se ha confirmado de manera indirecta en las medidas no estacionarias de fluctuación en la carcasa.

Los resultados del modelo tridimensional se centraron en planos transversales, como procedimiento para una mejor comparativa con lo experimental. Se observó



claramente un aumento de la no estacionariedad del flujo conforme el *gap* es más reducido. Esa no estacionariedad se incrementa en forma de aumento potencial de la interacción (superficies más cercanas), de bloqueo del flujo impuesto por los álabes del rodete aguas abajo y de establecimiento de flujos secundarios adicionales (aumento neto de la componente radial de la velocidad). Por otro lado, la reducción de caudal mantiene estas características y patrones del flujo, si bien se observa un progresivo aumento del grosor de la capa límite en la punta. Este efecto es especialmente marcado en el modelo numérico.

El promediado temporal en el marco de referencia absoluto filtra los efectos asociados al paso de álabe, respetando las distribuciones estacionarias del flujo generadas por el estator. De esta forma, se ha capturado la presencia de un déficit de velocidad aguas abajo del rodete, manifestándose como una reminiscencia residual de las estelas de las directrices (tanto en el esquema numérico como en el experimental). Si el promedio temporal se aplica desde el punto de vista relativo, sobre el campo relativo, entonces se muestran las características estacionarias inducidas por el rotor. Este procedimiento complementario ha permitido recoger con claridad el efecto de bloqueo antes citado. Además, el campo relativo de las medidas numéricas, capturó un interesante efecto de nucleación de déficit de velocidad (similar a un *hot spot*, o punto caliente de interacción), que es originado por el bloqueo del rotor al interactuar con la zona de punta de las estelas del estator y que es transportado por el flujo medio aguas abajo, en modo similar a como ocurre con las estelas residuales del estator.

En general, las medidas experimentales ofrecen un mayor desorden del flujo, mientras que en los numéricos se tiene una mejor definición espacial de las distribuciones analizadas.

Las **características no estacionarias** se han analizado en detalle, como punto de partida para comprender el posterior tratamiento determinista del flujo. Se ha generado toda una colección de animaciones en los marcos de referencia absoluto y relativo, para emprender un adecuado análisis de la evolución de las variables fluidodinámicas. Para hacer factible la inclusión en la presente memoria de figuras explicativas de las características temporales del flujo en las diversas secciones de estudio, se han utilizado dos tipos de representaciones: una a partir de mapas espacio-temporales y otra mediante figuras compuestas con mapas instantáneos de las variables en instantes sucesivos.

Sobre el modelo bidimensional se observaron efectos de interacción entre haces, sobre las distribuciones de presión en las superficies de álabes y directrices, así como oscilaciones de las estelas del estator provocadas por el paso de los álabes. Los mapas temporales han permitido caracterizar la morfología de las estelas, describiendo cualitativamente el factor de forma asociado a las mismas (estelas de directrices, muy esbeltas; estelas del rotor, mucho más suavizadas y gruesas). Como ya se dijo, las medidas de fluctuación de presión en la carcasa confirmaron el engrosamiento de las capas límite de los álabes con la reducción de caudal, a partir de la evolución temporal del campo de presiones.

El modelo tridimensional y los resultados instantáneos de la sonda de hilo caliente caracterizaron una serie de efectos de interacción instantánea que sobre los promedios temporales habían quedado filtrados. La importancia del análisis instantáneo



se fundamenta entonces, en la posibilidad de rescatar aspectos del flujo que de otra forma no podrían apreciarse en los resultados promediados. Cabe destacarse:

- La interacción radial que se va desarrollando entre las estelas del estator y la zona de bloqueo generada por los álabes en rotación, debido a que ni el borde de salida (*trailing edge*) de las directrices ni el borde de ataque (*leading edge*) de los álabes están perfectamente alineados radialmente. De esta forma, hay una zona de “intersección” entre las estelas del estator y el bloqueo, que se desplaza radialmente de base a punta conforme se desplaza cada álabe. Es un fenómeno que se ha observado claramente tanto en los mapas experimentales como en las simulaciones tridimensionales, más potenciado si cabe a caudales bajos y *gap* inferior.
- El paso del bloqueo de los álabes interacciona al alcanzar la zona de punta de las directrices, retardando el paso del bloqueo y deformando su distribución radial instantánea. El efecto se debe a la influencia de la zona de succión de las directrices, que interacciona con dicho bloqueo. Se observa fundamentalmente en el modelo numérico, donde las distribuciones están mejor definidas que en el caso experimental.
- Como una consecuencia de lo dicho anteriormente, se puede concluir la existencia de una fuerte interacción entre la zona de punta de las estelas de las directrices y el bloqueo del rotor. De hecho, la aparición de esos “*hot spots*” vistos en las características estacionarias de los resultados experimentales, tiene su origen en esta fuerte interacción, que sobre el modelo numérico se manifestó como ese efecto de retardo.
- Finalmente, el modelo numérico tridimensional aporta otro curioso efecto, esta vez aguas abajo, consistente en la aparición de ciertas ondulaciones en la dirección radial de las estelas del rotor, como consecuencia directa de la interacción que sufren con las estelas residuales procedentes del estator. Desgraciadamente, la discretización espacial de las medidas experimentales impide una mejor definición de las estelas (su ancho característico es del orden de la discretización), por lo que no se ha podido contrastar este resultado numérico de forma adecuada.

En último lugar se han observado los esfuerzos sobre álabes y directrices, a caudal nominal básicamente, con el objeto de determinar la intensidad de las fluctuaciones sobre álabes y directrices, así como de caracterizar las frecuencias características de las interacciones a nivel de fuerzas y carga aerodinámica. El valor neto de los esfuerzos es superior sobre álabes que sobre directrices, pero las oscilaciones relativas en cada caso con respecto al valor medio resultaron mucho mayores sobre las directrices que sobre los álabes, mostrando además una distribución creciente con la envergadura. Este resultado concuerda perfectamente con lo observado en los sectores instantáneos, merced a esa interacción más intensa en la zona de punta. En definitiva, los álabes están generando una fluctuación de las diversas variables en la zona del estator de un valor mucho mayor, que el de la respuesta forzada de los álabes ante la existencia de un campo de velocidades no uniforme impuesto por el estator aguas arriba.



Las características no estacionarias observadas, así como la mayor fluctuación de los esfuerzos en el estator que en el rotor se pueden analizar de una forma más compacta a partir del **análisis determinista** del flujo. La obtención del tensor de tensiones en ambos marcos de referencia, ilustra, con sus valores, qué tipo de interacción es predominante sobre la corona que se está observando. Así, tal y como ocurre en esta configuración de la soplante, el tensor sobre el estator desde el punto de vista absoluto presenta unos valores superiores a los del tensor sobre el rotor desde el punto de vista relativo. Por otro lado, las zonas en las que van a aparecer los máximos y mínimos de las tensiones deterministas van a informar exactamente de qué zonas se constituyen como fuentes de generación de efectos e interacciones no estacionarias. Por tanto, el último capítulo de resultados se ha centrado en la definición del tensor determinista en ambos marcos de referencia, como herramienta de análisis de las zonas de interacción no estacionaria.

Previo al cálculo de los diversos tensores, se ha llevado a cabo un análisis de perturbación de la velocidad en la zona de entrada y de salida del dominio computacional de la máquina. Se ha detectado un modo de propagación de perturbaciones ligado a la interacción rotor-estator en la zona de entrada, así como la confirmación de la existencia de estelas residuales del estator a la salida del dominio. A continuación, se obtuvieron los diversos tensores, cuyas componentes demostraron una absoluta coherencia con respecto a los fenómenos no estacionarios de interacción capturados numéricamente y experimentalmente. Y finalmente, puesto que ciertos fenómenos físicos ligados al transporte y difusión de estelas, están íntimamente relacionados con un modelo de transporte de tensiones deterministas, se concluyó el capítulo con un breve análisis de la difusión de las estelas del estator al paso por la corona de rotor en el marco de referencia relativo (*wake recovery*).

En resumen, se ha estudiado la interacción no estacionaria entre el estator y el rotor de una turbomáquina axial, valiéndose de metodologías tanto numéricas como experimentales, técnicas de estudio muy habituales en el ámbito de la Mecánica de Fluidos. Ambos métodos, cada uno con sus ventajas e inconvenientes, han demostrado su complementariedad y la idoneidad de su empleo simultáneo, siempre y cuando sea factible su conjunción metodológica. En multitud de ocasiones, la avalancha de información que pueden llegar a proporcionar los métodos numéricos, hacen perder la perspectiva sobre qué resultados son verdaderamente relevantes en la investigación. Y es ahí precisamente donde la metodología experimental permite acotar el problema, en función de su sentido más físico y su compleja instrumentalización. En definitiva, lo que se ha pretendido es obtener una sinergia de ambas estrategias, en aras de una mejor descripción de la problemática tratada en esta tesis.

9.2.- TRABAJOS FUTUROS

Desde un punto de vista operativo, es obvio que las modelizaciones numéricas son susceptibles de mejora, sobre todo respecto a la discretización espacial definida en el modelo tridimensional. Así mismo, es preciso contar con un modelo de pérdidas que prediga de manera más óptima las prestaciones de la máquina a carga parcial. Como opción metodológica, el modelo LES requiere un promediado ensemble (sobre todo a bajos caudales) para filtrar efectos locales de generación de estructuras vorticales. La mayor limitación para llevar a cabo todas estas mejoras, recae en la enorme potencia de



cálculo y almacenamiento de datos que son necesarias, y de las cuales, la Universidad de Oviedo no dispone en la actualidad.

Las medidas experimentales, tal vez requerirían una discretización espacial (en la dirección tangencial en particular) algo superior, si bien la duración de los ensayos podrían dilatarse en el tiempo en exceso (semanas). Especialmente atractivo sería poder contar con medidas de anemometría térmica en planos álabe a álabes, si bien el montaje necesario sería muy complejo y el número de puntos de medida mucho más reducido. Otra posible mejora sería la inclusión de una sonda de triple hilo, si bien la adquisición de un equipo PIV para conseguir mediciones en secciones longitudinales de la máquina (con el objeto de medir de forma no intrusiva entre álabes en los canales) parece un salto de calidad mucho mayor. Desgraciadamente, la Universidad de Oviedo no cuenta a día de hoy con un equipo de estas características.

Ahora bien, como tales trabajos futuros, se pueden destacar una serie de cuestiones que habrá que desarrollar a corto/medio plazo:

- El estudio de la configuración gemela rotor-estator. Para ello será necesario desarrollar una máquina equivalente a la presentada en esta tesis, pero compuesta de una configuración más tradicional de rotor seguido de enderezadoras a la salida. Sobre dicha máquina se plantearían cuestiones de estudio análogas a las mostradas en este trabajo.
- Es necesario profundizar en los fenómenos físicos que están ligados al transporte y difusión de las estelas. Deben revisarse en detalle los modelos de transporte de las tensiones propuestos en la literatura. Además, merced a la identificación de las tensiones deterministas, deben ejecutarse simulaciones sobre cascadas aisladas a las que se les impongan como condición de contorno las distribuciones de las tensiones. El objetivo es construir un modelo lo más compacto posible, que permita realmente reproducir características no estacionarias en modelos numéricos estacionarios.
- Se pueden estudiar otro tipo de máquinas axiales, tales como ventiladores contrarrotativos, compuestos por dos haces en rotación contrapuesta. El Área de Mecánica de Fluidos cuenta con una máquina de estas características, dispuesta sobre un banco de ensayos similar al presentado en el capítulo 3. El análisis determinista podría determinar perfectamente la interacción que se establece en esa configuración tan particular de dos haces móviles.

Habrà que seguir avanzando en el conocimiento de la interacción entre haces, ampliando miras, desarrollando nuevas herramientas y fijando metas cada vez más ambiciosas encaminadas a una mejor comprensión de la no estacionariedad del flujo en turbomáquinas axiales.





Capítulo 10

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS



“Con cada nuevo libro publicado nos hacemos un poco más ignorantes”.

Voltaire (1694-1778).
Filósofo y escritor francés.

Se detallan a continuación las referencias bibliográficas consultadas durante la realización de esta tesis. En su mayoría corresponden a libros de texto y a diversos artículos científico-técnicos. En el caso de los libros, habitualmente no todo el libro era consultado, sino determinados capítulos o apartados. Las diferentes referencias se han ordenado alfabéticamente, a partir de los apellidos del primer autor de cada publicación.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Abbott, I.H.; Von Doenhoff, A.
“*Theory of Wing Sections*”.
Dover Publ. Inc., New York, 1959.
- Adamczyk, J.J.
“*Model Equation for Simulating Flows in Multistage Turbomachinery*”.
ASME paper 85-GT-226. 1985.
- Adamczyk, J.J.; Mulac, R.A.; Celestina, M.L.
“*A Model for Closing the Inviscid Form of the Average-Passage Equation System*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 108. p. 180. 1986.
- Adamczyk, J.J.; Beach, T.A.; Celestina, M.L.; Mulac, R.A.; To, W.M.
“*The Numerical Simulation of Multistage Turbomachinery Flows*”.
AGARD CP-469, pp.18-1 - 18-13. 1989.
- Adamczyk, J.J.; Celestina, M.L.; Beach, T.A.; Barnett, M.
“*Simulation of Three-Dimensional Viscous Flow Within a Multistage Turbine*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 112. p. 370. 1990.
- Adamczyk, J.J.
“*Modeling the Effect of Unsteady Flows on the Time Average Flow Field of a Blade Row Embedded in an Axial Flow Multistage Turbomachine*”.
VKI Lecture Series. Unsteady Flows in Turbomachines. 11-15 marzo, 1996.
- Adamczyk, J.J.
“*Wake Mixing in Axial Flow Compressors*”.
ASME paper 96-GT-029. 1996.
- Adamczyk, J.J.; Hathaway, M.D.; Shabbir, A.; Wellborn, S.R.
“*Numerical Simulation of Multi-Stage Turbomachinery Flows*”.
RTO AVT Symposium. 11-15 mayo 1998.
- Adamczyk, J.J.
“*Aerodynamic Analysis of Multistage Turbomachinery Flows in Support of Aerodynamic Design*”.
1999 IGTI Scholar Lecture. ASME Journal of Turbomachinery, vol. 122. p. 189. 2000.
- Agüera Soriano, J.
“*Mecánica de Fluidos Incompresibles y Turbomáquinas Hidráulicas*”.
Ed. Ciencia 3. 5º Edición. 2002. ISBN 84-95391-01-05.
- Aris, R.
“*Vectors, Tensors, and the Basic Equations of Fluid Mechanics*”.
Dover Publications Inc. New York. ISBN 0-486-66110-5.1962.



- Ballesteros, R.
“*Modelización del flujo en ventiladores axiales de paso variable*”.
Tesis doctoral. Universidad de Oviedo. 1992.
- Ballesteros R.; González, J.; Fernández Oro, J. M.; Argüelles, K.
“*Técnicas Numéricas en Mecánica de Fluidos*”.
Area de Mecánica de Fluidos. Univ. Oviedo. ISBN 84-607-9546-2. 2003.
- Belardini, E.
“*State of the Art in Rotor-Stator Interaction for Turbines*”.
QNET-CFD Network Newsletter. Volume 2, No. 3. pp. 22-26. 2003.
- Blanco, E.; Ballesteros, R.; Santolaria, C.
“*Angular Range and Uncertainty Analysis of Non-Orthogonal Crossed Hot Wire Probes*”.
ASME-FED vol. 167. “Thermal Anemometry”. Eds. D.E. Stock et al. (ISBN 0-7918-0975-7). pp. 79-84. ASME. New York. USA. 1993.
- Blanco, E.; Ballesteros, R.
“*Análisis de Incertidumbre en Mecánica de Fluidos*”.
Area de Mecánica de Fluidos. Univ. Oviedo. ISBN 84-604-9677-5. 1994.
- Blanco-Marigorta, E.; Ballesteros-Tajadura, R.; Santolaria, C.
“*Hot Wire Measurements during Rotating Stall in a Variable Pitch Axial Flow Fan*”. ASME 96-GT-441.
- Bolland, O.; Veer, T.
“*Centenary of the First Gas Turbine to Give Net Power Output; A Tribute to Aegidius Elling*”.
ASME/IGTI Turbo Expo Conference 2003. June 16-19, Atlanta, Georgia, USA.
- Busby, J.; Sondak, D.; Staubach, B.; Davis, R. L.
“*Deterministic Stress Modeling of Hot Gas Segregation in a Turbine*”.
44th ASME Gas Turbine and Aeroengine Technical Congress, Exposition and Users Symposium, Indianapolis, IN, June 1999.
- Casey, M.
“*CFD for Turbomachinery Internal Flows*”.
QNET-CFD Network Newsletter. Volume 2, No. 3. p. 4. 2003.
- Celestina, M.L.; Adamczyk, J.J.; Rubin, S.G.
“*A Solution Strategy Based on Segmented Domain Decomposition Multigrid for Turbomachinery Flows*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 124. p 341. 2002.
- Chen, J.P.; Celestina, M.L.; Adamczyk, J.J.
“*A New Procedure for Simulating Unsteady Flows Through Turbomachinery Blade Passages*”.
ASME paper 94-GT-151. 1994.



- Cherkassky, V.M.
“*Pumps, fans and Compressors*”.
Mir Publishers, 1986.
- Chima, R.
“*Calculation of Multistage Turbomachinery Using Steady Characteristics Boundary Conditions*”
AIAA paper 98-0968. 1998.
- Chow, Y-C.; Uzol, O.; Katz, J.; Meneveau, C.
“*An Investigation of Axial Turbomachinery Flows Using PIV in an Optically-Unobstructed Facility*”.
Proceeding of the 9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery. Honolulu, Hawaii. USA. 10-14 Febrero 2002.
- Chow, Y-C.; Uzol, O.; Katz, J.
“*Flow Non-Uniformities and Turbulent “Hot Spots” due to the Wake-Blade and Wake-Wake Interactions in a Multistage Turbomachine*”.
Proceeding of ASME Turbo Expo 2002. Amsterdam, Holanda. 3-6 Junio 2002.
- Cruz, J.; Vieira, N.
“*Técnicas de Medição de Velocidade*”.
Instituto Superior Técnico. Portugal. Métodos Experimentais em Energia e Ambiente.
- Denton, J.D.
“*Loss Mechanisms in Turbomachines*”.
1993 IGTI Scholar Lecture. ASME Journal of Turbomachinery, vol. 115. p. 621. 1993.
- Dixon, S.L.
“*Termodinámica de las turbomáquinas*”.
Ed. Dossat, S.A. 1981.
- Egusquiza et al.
“*IV Coloquio de Turbomáquinas*”.
Universidad de Oviedo. 1985. Area Mecánica de Fluidos.
- Feng, J.
“*Active Flow Control for Reduction of Unsteady Stator-Rotor Interaction in a Turbofan Simulator*”.
P.D. Doctoral Thesis. Virginia Polytechnic Faculty. August 2000. USA.
Cap. 3. “*Turbofan Noise Theory*”.
- Fernández García de Castro, R.A.; Ballesteros Tajadura, R.
“*Metodología de calibración, adquisición y reducción de datos con sondas de presión de 5 agujeros*”.
Proyecto Fin de Carrera. Universidad de Oviedo. 2004.



- Fernández, J.; Fernández Oro, J.; Velarde S.; González, J.
“Mecánica de Fluidos (Parte I)”.
Area de Mecánica de Fluidos. Universidad de Oviedo. ISBN 699-8741-0. 2002.
- Fernández J.; Blanco, E.; Fernández Oro, J.M.; Scanlon, T.J.
“Dinámica de Fluidos Computacional (CFD)”.
Area de Mecánica de Fluidos. Univ. Oviedo. ISBN 84-699-8740-2. 2002.
- Fernández Oro, J.M.; Argüelles, K.; Santolaria, C.; Ballesteros, R.
“Numerical Analysis of the Rotor-Stator Interaction In An Axial Flow Fan”.
XXI IAHR Symposium Hydraulic Machinery and Systems. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. ISBN 3-85545-865-0. Lausana, 2002.
- Fernández Oro, J.M.; Argüelles, K.; Santolaria, C.; Ballesteros, R.
“Unsteady Flow Analysis of the Stator-Rotor Interaction In An Axial Flow Fan”.
Proceeding of the 4th ASME-JSME Joint Fluids Engineering Conference. Vol I643CD, ISBN 0-7918-3673-8. Honolulu, Hawaii. USA. 2003.
- Fox, R.W.; McDonald, A.T.
“Introducción a la Mecánica de Fluidos”.
McGraw-Hill. 1995.
- Franzini, J.B.; Finnemore, E.J.
“Mecánica de Fluidos con Aplicaciones en Ingeniería”.
McGraw-Hill. 9^a Edición. 1999.
- Gerhart, P.; Gross, R.; Hochstein, J.
“Fundamentos de Mecánica de Fluidos”.
Ed. Addison & Wesley. 1995. ISBN 0-201-60105-2.
- Gjelstrup, P.
“Laser Doppler Anemometry: Introduction to Principles and Applications”.
LDA Course Notes, 2003. Dantec Dynamics.
- González, J.
“Modelización numérica del flujo no estacionario en bombas centrífugas. Efectos dinámicos de la interacción entre rodete y voluta”.
Tesis doctoral. Universidad de Oviedo. 2000.
- Gupta, V.K.
“Improved Performance and Durability in Gas Turbines Through Hot Streak Management”.
Tesis doctoral. Indian Institute of Technology. 2001.
- Haldeman, C.W.; Dunn, M.G.; Abhari, R.S.; Johnson, P.D.; Montesdeoca, X.A.
“Experimental and Computational Investigation of the Time-Averaged and Time-Resolved Pressure Loading on a Vaneless Counter-Rotating Turbine”.
ASME Turbo Expo 2000, 8-11 mayo, Munich, Alemania. 2000-GT-0445.



- He, L.; Chen, T.; Wells, R.G.; Li, Y.S.; Ning, W.
“Analysis of Rotor-Rotor and Stator-Stator Interferences in Multi-stage Turbomachines”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 124. p 564. 2002.
- Hinze, J.O.
“Turbulence”.
Ed. McGraw-Hill. 1975.
- Hirsch, C.; Demeulenaere, A.
“State of the Art in the Industrial CFD for Turbomachinery Flows”.
QNET-CFD Network Newsletter. Volume 2, No. 3. pp 5-9. 2003.
- Hirschberg, A.
“Advances in Aeroacoustics and Applications”.
Lectures at Von Kármán Institute for Fluid Dynamics. Lecture Series. 2004.
- Horlock, J.H.
“Axial Flow Compressors”.
Krieger Publishing Co. 1958. SBN 0-88275-096-8.
- Jöcker, M.
“Numerical Investigation of the Aerodynamic Vibration Excitation of High-Pressure Turbine Rotors”.
Tesis doctoral. Universidad de Estocolmo, 2002. ISBN 91-7283-358-0.
- Jorgensen, R.
“Fan Engineering”.
Ed. Buffalo Forge Co. 1961.
- Kerrebrock, J. L.; Mikolajczak, A. A.
“Intra-Stator Transport of Rotor Wakes and Its Effects on Compressor Performance”.
Journal of Engineering for Power, Vol. 92, No. 4, October 1970, pp. 359-368.
- Kirtley, K.R.; Beach, T.A.
“Deterministic Blade Row Interactions in a Centrifugal Compressor Stage”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 114. p. 304. 1992.
- Knaepen, B.; Debliquy, O.; Müller, W.-C.; Caratti, D.
“A Dynamic Procedure for Calculating the Turbulent Kinetic Energy”.
Université Libre de Bruxelles. Physique Statistique et Plasmas.
- Kolmogorov, A.N.
“The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers”.
1941.



- Kruyt N.P.
“*Lecture Notes on Turbomachines*”.
Dpto Mechanical Engineer. University of Twente. Netherlands. 2002.
- Lakshminarayana B.
“*Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*”.
John Wiley and Sons, Inc. 1996.
- Lakshminarayana, B.; Hall, E.
“*Improved Modelling Techniques for Turbomachinery Flow Fields*”.
US Department of Energy’s Morgan Energy Technology Center.
DEFC21-98MC29061.
- Lan, J.H.
“*Turbofan Duct Propagation Model*”.
NASA CR/2001-211245. 2001.
- Leboeuf, F.
“*Écoulements 3D Dans Les Turbomachines*”.
Lecture Notes École Centrale de Lyon. Propulsion Aéronautique.
- Leboeuf, F.
“*Unsteady Flow Analysis in Transonic Turbine and Compressor Stages*”.
VKI Lecture Series. Recent Developments in Numerical Methods for
Turbomachinery Flows. 5-9 noviembre, 2001.
- LeJambre, C.R.; Zacharias, R.M.; Biederman, B.P.; Gleixner, A.J.; Yetka, C.K.
“*Development and Application of a Multistage Navier-Stokes Flow Solver: Part
II – Application to a High-Pressure Compressor Design*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 120. p. 215. 1998.
- Lyman, F.A.
“*On the Conservation of Rothalpy in Turbomachines*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 115. p 520. 1993.
- Meneveau, C.; Katz, J.
“*A Deterministic Stress Model for Rotor-Stator Interactions in Simulations of
Average-Passaged Flow*”.
ASME Journal of Fluids Engineering, vol. 124, p. 550. 2002.
- Menter, F.R.
“*Turbulence Modelling for Turbomachinery*”.
QNET-CFD Network Newsletter. Volume 2, No. 3. pp. 10-13. 2003.
- Morrison, G.L.; Tung, K.
“*Five-hole Pitot Probe Reduction Technique and Measurements Uncertainty
Analysis*”. Proceedings of ASME/JSME FEDSM’99. 18-23 July 1999. San
Francisco. USA.



- Mulac, R.A.; Adamczyk, J.J.
“*The Numerical Simulation of a High-Speed Axial Flow Compressor*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 114. pp 517. 1992.
- Neise, W.
“*Review of fan noise generation mechanism and control methods*”.
Procc. Fan Noise Symposium. Senlis. pp. 45-56.
- Nürnberger, D.; Eulitz, F.; Schmitt, S.; Zachcial, A.
“*Recent Progress in the Numerical Simulation of Unsteady Viscous Multistage Turbomachinery Flow*”.
Isoabe 2001 Conference. Bangalore. India.
- Orkwis, P.D.; Turner, M.G.; Barter, J.H.
“*Linear Deterministic Source Terms for Hot Streak Simulations*”.
ASME 2000-GT-509. The 45th ASME International Gas Turbine & Aeroengine Technical Congress, Exposition and Users Symposium, Munich, Germany, May 2000.
- Pattjin, S.
“*Non-linear, Low Reynolds Two-Equation Turbulence Models*”.
Ph. D. Thesis. Gent Universiteit. 1998.
- Potter, M.C.; Wiggert, D.C.
“*Mecánica de Fluidos*”.
Thomson. Tercera Edición (en castellano). 2002. Cap. 13, “Mediciones en Mecánica de Fluidos”. pp. 581-618.
- Quiniou, H.; Joubert, H.
“*Turbomachinery Design based on Intensive Use of CFD Methods*”.
ECCOMAS (European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering). 2000. Barcelona 11-14 sep. 2000.
- Rhie, C.M.; Gleixner, A.J.; Spear, D.A.; Fischberg, C.J.; Zacharias, R.M.
“*Development and Application of a Multistage Navier-Stokes Solver: Part I – Multistage Modeling Using Body Forces and Deterministic Stresses*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol.120. p.205. 1998.
- Rienstra, S.W.; Hirschberg, A.
“*An Introduction to Acoustics*”.
IWDE 92-06. 2004.
- Rose, M.G.
“*Principles of Turbomachinery*”.
Lecture Notes. Swiss Federal Institute of Technology. LSM. Zurich. 2002.
- Rose, M.G.
“*From Rothalpy To Losses*”.
Lecture Notes. Swiss Federal Institute of Technology. LSM. Zurich. 2002.



- Rumsey, C.L.; Biedron, R.T.; Farassat, F.
“*Ducted-Fan Engine Acoustic Predictions Using a Navier-Stokes Code*”.
Journal of Sound and Vibration. Volume 213, nº4. 1998.
- Sagaut, P.
“*LES and DNS Simulation of Turbomachinery Flows*”.
VKI Lecture Series. Recent Developments in numerical methods for turbomachinery flows. 5-9 noviembre, 2001.
- Santolaria, C.
“*Estudio con ayuda de ordenador del diseño de ventiladores de grandes dimensiones para centrales térmicas*”.
Tesis Doctoral. Universidad de Oviedo. 1986.
- Schlichting, H.
“*Boundary-Layer Theory*”.
McGraw-Hill 7ª Ed, 1979.
- Silkowski, P.D.; Rhie, C.M.; Copeland, G.S.; Eley, J.A.; Bleeg, J.M.
“*CFD Investigations of Aeromechanics*”.
ASME/IGTI Turbo Expo Land, Sea & Air 2001. June 4-7, New Orleans, Louisiana, USA. Proceeding 2001-GT-0267.
- Sinha, M.; Katz, J.
“*Quantitative Visualization of the Flow in a centrifugal Pump With Diffuser Vanes –I: On Flow Structures and Turbulence*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 122. p. 97. 2000.
- Sinha, M.; Katz, J.
“*Quantitative Visualization of the Flow in a centrifugal Pump With Diffuser Vanes –II: Addressing Passage-Averaged and Large-Eddy Simulation Modeling Issues in Turbomachinery Flows*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 122. p. 108. 2000.
- Stainback, P.C.; Nagabushana, K.A.
“*Review of Hot-Wire Anemometry Techniques and the Range of Their Applicability for Various flows*”.
Electronic ASME Journal of Fluids Engineering. Transactions of the ASME.
- Streeter, V.L.; Wylie, E.D.
“*Mecánica de Fluidos*”.
McGraw-Hill. 1987.
- Tyler, J.M.; Sofrin, T.G.
“*Axial flow compressor noise studies*”.
Transactions of the Society of Automotive Engineers., 70:309-332. 1962.



- Uzol, O.; Chow, Y-C.; Katz, J.; Meneveau, C.
“*Experimental Investigation of Unsteady Flow Field Within a Two-Stage Axial Turbomachine Using Particle Image Velocimetry*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 124. p. 542. 2002.
- Uzol, O.; Chow, Y-C.; Katz, J.; Meneveau, C.
“*Average Passage Flow Field and Deterministic Stresses in the Tip and Hub Regions of a Multistage Turbomachine*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 125. p. 714. 2003.
- Van de Wall, A.G.; Kadambi, J.R.; Adamczyk, J.J.
“*A Transport Model for the Deterministic Stresses Associated With Turbomachinery Blade Row Interactions*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 120. p 593. 2000.
- Van Zante, D.E.; Adamczyk, J.J.; Strazisar, A.J.; Okiishi, T.H.
“*Wake Recovery Performance Benefit in a High-Speed Axial Compressor*”.
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 124. p 275. 2002.
- Varios.
“*Fluent 6.1 – User’s guide*” – “*UDF Manual*”. © Fluent Inc. 2003.
- Vavra, M.H.
“*Aero-thermodynamics and Flow in Turbomachines*”.
Krieger Publishing Co. 1974.
- Versteeg, H.K.; Malalasekera, W.
“*An Introduction to Computational Fluid Dynamics*”.
Ed. Longman Scientific & Technical . 1995.
- Wallis, R.A.
“*Axial Flow Fans and Ducts*”.
Krieger Publishing Co. John Wiley and Sons, Inc. 1983. ISBN 0-89464-644-3.
- White, F.M.
“*Mecánica de Fluidos*”.
McGraw Hill. 1979.
- Wilson, A.G.
“*Fan/Gust Interaction Noise in Context*”
Fan/Gust Interaction Workshop. Agosto 2002, Soton, USA.
- Young, D.F.; Munson, B.R.; Okiishi, T.H.
“*A Brief Introduction to Fluid Mechanics*”.
John Wiley & Sons, Inc. 2ª Edición. 2001.
- Zilliac, G.G.
“*Calibration of Seven-Hole Pressure Probes for Use in Fluid Flows With Large Angularity*”. NASA TM 102200. 1989.



ANEXO I METODO DE LOS VOLUMENES FINITOS

Todo problema resuelto numéricamente exige la discretización del dominio de cálculo y de las ecuaciones de gobierno presentes en el modelo físico. El objetivo perseguido en la discretización es el de sustituir un problema continuo con infinitos grados de libertad en espacio y tiempo por un problema discreto con finitos grados de libertad. Es necesario por tanto, realizar una discretización tanto espacial como temporal, pudiendo elegir varios métodos para ello. En concreto, se presentan como técnicas habituales, la de diferencias finitas, la de elementos finitos y la de volúmenes finitos.

En Mecánica de Fluidos Computacional, se emplea mayoritariamente el método de volúmenes finitos para la discretización espacial, utilizándose a su vez el de las diferencias finitas para la discretización temporal. A continuación se procede a realizar una breve revisión del modelo, orientado a su utilización con el paquete comercial FLUENT[®], como base de la herramienta numérica seguida en la realización de esta tesis.

AI.1.- INTRODUCCIÓN

Por método de los volúmenes finitos se designa a la técnica mediante la cual las leyes de conservación en forma integral de la Mecánica de Fluidos se discretizan directamente en el espacio físico, asegurándose de este modo la conservación de las cantidades básicas (masa, momento, energía u otros escalares de interés) a nivel discreto, de forma que puede afirmarse que las *discretizaciones conservativas*^[1] son la base del método de los volúmenes finitos (Versteeg, 1995). Dicho método goza además de la enorme ventaja de permitir una división totalmente arbitraria del dominio de interés para el campo de flujo considerado, es decir, puede aplicarse tanto a mallados estructurados como no estructurados, lo cual le dota de una enorme flexibilidad para tratar los problemas de la Mecánica de Fluidos.

El empleo de esta metodología consta de tres fases secuenciales muy claras. En primer lugar, es necesario dividir el dominio de estudio en un número de volúmenes de control discretos, de forma que se obtenga una malla compuesta por celdas. A continuación, es preciso implementar las ecuaciones de gobierno, a través de su integración y linealización en cada una de esas celdas, de forma que las complicadas ecuaciones de Navier-Stokes (en derivadas parciales, no lineales) deriven en un sistema de ecuaciones lineales algebraicas. Finalmente, debe abordarse la resolución del sistema de ecuaciones, a través de métodos matemáticos iterativos (figura AI.1).

[1] Al dividir un dominio, D , en varios subdominios, D_i , la contribución de los términos en la discretización de las ecuaciones sobre los contornos internos se anulan unas a otras, obteniéndose una conservación global en el contorno D . Esta propiedad se denomina conservativa, y garantiza que incluso cuando se cometen errores en los flujos de las fronteras interiores, la conservación global no se ve afectada. (Ballesteros, 2003).

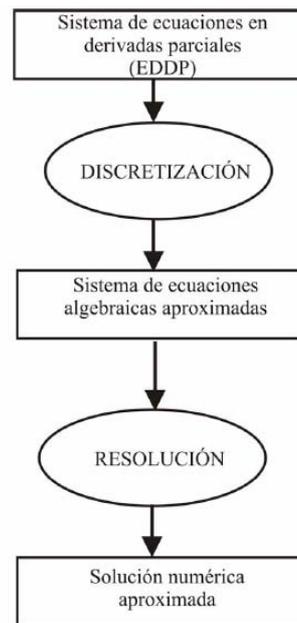


Fig. AI.1. Metodología utilizada en las resoluciones numéricas.

Una vez generada la malla con la discretización espacial, el método puede aplicarse de dos formas distintas, bien definiendo las variables fluidodinámicas sobre los centroides de las celdas, bien considerándolas en los vértices (nodos) de las mismas. De esta forma, se define el método de los volúmenes finitos, bien centrado en las celdas, bien centrado en los nodos.

Se van a plantear a continuación diversos esquemas de discretización, para los cuales se adoptará un método de volúmenes finitos centrado en las celdas, tal y como trabaja el paquete comercial FLUENT[®]. De hecho, por defecto, el paquete comercial utilizado almacena los valores discretos de cada variable en los centros de las celdas ($c0$ y $c1$ en la figura AI.2). Además, se analizará un *solver* de resolución de tipo segregado (FLUENT[®] incorpora dos posibilidades: *segregated* y *coupled*), que plantea una aproximación de tipo secuencial para resolver las ecuaciones de gobierno. En definitiva, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales con una ecuación para cada celda del dominio computacional, que se resolverá a través de un método iterativo de Gauss-Seidel, en combinación con un método multigrad algebraico (AMG).

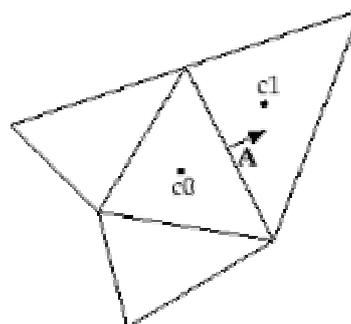


Fig. AI.2. Volumen de control característico. Celda computacional.



AI.2.- DISCRETIZACIÓN ESTACIONARIA

Para comprender con más facilidad cómo se lleva a cabo el proceso de discretización, se va a abordar el problema para una ecuación estacionaria y conservativa de transporte de un escalar cualquiera, ϕ . De forma integral, sobre un volumen de control genérico V , se establece entonces que:

$$\oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (AI.1)$$

donde ρ y \vec{v} son, respectivamente, la densidad y la velocidad del fluido, \vec{A} es el vector superficie y Γ y S_ϕ son el coeficiente de difusión y el término fuente asociados a la variable escalar ϕ . La ecuación (AI.1) se aplica a cada volumen de control en que se divide el dominio, y la discretización de la misma sobre uno de estos volúmenes proporciona:

$$\sum_{\text{caras}} \rho_f \phi_f \vec{v}_f \vec{A}_f = \sum_{\text{caras}} \Gamma (\nabla \phi)_n \vec{A}_f + S_\phi V \quad (AI.2)$$

donde ϕ_f es el valor de ϕ por convección a través de la cara f , $\rho_f \vec{v}_f \vec{A}_f$ es el flujo másico a través de la cara f , \vec{A}_f es el área de la cara f (tal que $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$), $(\nabla \phi)_n$ es el gradiente de la variable escalar perpendicular a la cara f y V es el volumen de la celda. En la ecuación (AI.2) el término del lado izquierdo corresponde al término convectivo (balance de flujos másicos en relación a las celdas vecinas), mientras que el primer término del lado derecho representa el término difusivo y el segundo representa el término fuente. Para utilizar el esquema de discretización (AI.2) es necesario conocer los valores de la variable escalar en los centroides de las caras (ϕ_f), y a priori, sólo se dispone de los valores de dichas variables en los centros de las celdas, por lo que como veremos más adelante, será necesario emplear algún tipo de esquema de interpolación para calcularlos^[2].

FLUENT[®] utiliza esquemas de tipo aguas arriba (“upwind”), de forma que el valor de la variable en la cara f , se deduce a partir del valor en la celda aguas arriba, según señala la dirección de la velocidad normal, v_n , en la ecuación (AI.2). Existen diversos esquemas de aguas arriba, que el propio FLUENT[®] incorpora para que puedan ser utilizados. En particular, es posible elegir entre cuatro distintos esquemas. A saber:

^[2] Conviene hacer hincapié en que el **término convectivo** es afectado por la dirección del flujo en el dominio de estudio, manifestando una mayor influencia de las celdas situadas aguas arriba a la considerada, por lo que la interpolación de las variables ϕ a los centroides de las caras es más complicada, siendo el tipo de interpolación de este término un condicionante de la convergencia y exactitud del método numérico. La convección de un escalar ϕ depende de la magnitud y dirección del campo de velocidad local. Los esquemas de interpolación para el término convectivo se desarrollan suponiendo que dicho campo de velocidad local es conocido (aunque en la práctica esto no es así y el campo de velocidad debe obtenerse como parte de la solución del problema de flujo), y que por supuesto debe satisfacer la ecuación de continuidad.



esquemas de primer orden, de segundo orden, de ley de potencia o de tipo QUICK. Estos esquemas se van a describir en los próximos epígrafes.

Respecto a los términos difusivos de la ecuación (AI.2), FLUENT[®] utiliza un esquema de diferenciación centrada^[3], de segundo orden, que será mostrado posteriormente.

De forma general, la ecuación de transporte discretizada (AI.2) no es lineal con respecto a las variables desconocidas (esto es, los valores de ϕ en la celda de interés y en las celdas vecinas), así se aplica una forma lineal de dicha ecuación a partir de:

$$a_P \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (AI.3)$$

donde nb hace referencia a las celdas vecinas, y a_P y a_{nb} , son, respectivamente, los coeficientes lineales de ϕ y ϕ_{nb} . Para cada volumen de control discreto se obtienen ecuaciones de la forma (AI.3), de modo que el resultado es un sistema de ecuaciones algebraicas lineales. Además, el hecho de que la ecuación (AI.2) no sea lineal implica controlar el cambio de ϕ mediante una sub-relajación que reduce dicho cambio en cada iteración del esquema numérico:

$$\phi = \phi_{old} + \alpha \Delta \phi \quad (AI.4)$$

es decir, el valor actual de ϕ en una celda depende del valor previo de ϕ en la misma celda, ϕ_{old} , del cambio calculado para ϕ , $\Delta \phi$, y del factor de sub-relajación α .

Las ecuaciones de transporte para las componentes de la velocidad tienen como fuente principal de momento el gradiente del campo de presiones, de forma que si el campo de presiones fuese conocido el proceso de discretización de las ecuaciones de momento sería idéntico al de cualquier otro escalar. Desafortunadamente, el campo de presiones generalmente también tiene que obtenerse como parte de la solución del problema de flujo. Si el flujo es compresible, la ecuación de continuidad puede ser usada como ecuación de transporte para la densidad, y la ecuación de la energía proporciona la ecuación de transporte para la temperatura, de modo que la presión puede obtenerse a partir de la densidad y la temperatura aplicando la correspondiente ecuación de estado. En cambio, si el flujo es incompresible, la densidad es constante, y no está relacionada por definición con la presión. De este modo, el acoplamiento entre la presión y la velocidad introduce una restricción en el campo de flujo: si se aplica un campo de presiones correcto en las ecuaciones de momento, el campo de velocidad resultante satisfará la continuidad. Este es el objeto de los **métodos de acoplamiento presión-velocidad**, que se verán en apartados subsiguientes.

A continuación se desarrollan los diferentes esquemas de interpolación que pueden emplearse en la discretización de los términos convectivos y difusivos, y que

^[3] Los valores de la variable ϕ asociados con el **término difusivo** ya están interpolados a los centros de las caras, puesto que como la difusión no es afectada por el sentido del flujo en el dominio de estudio todas las celdas adyacentes a la considerada tienen idéntica influencia sobre ella, motivo por el cual en los métodos de volúmenes finitos centrados en las celdas se adopta un esquema de diferenciación central para la discretización numérica del término difusivo.



pueden agruparse de un modo general en esquemas de diferenciación central y esquemas de diferenciación aguas arriba. La calidad de los esquemas de interpolación va asociada a la sensibilidad de los mismos a la dirección del flujo.

AI.2.1.- Esquemas Aguas Arriba (“Upwind”).

Como se ha comentado antes, el esquema de diferenciación aguas arriba es sensible a la dirección del flujo cuando interpola los valores del escalar ϕ a los centroides de las caras. Entre los esquemas de diferenciación aguas arriba los más habituales son: el esquema de diferenciación aguas arriba de primer orden, el esquema de diferenciación aguas arriba de segundo orden, el esquema de la ley de potencia, y esquema QUICK que se detallan a continuación.

AI.2.1.1.- Esquema de diferenciación *Upwind* de primer orden.

Cuando se acepta un esquema de primer orden, los valores en los centros de las caras se determinan considerando que el valor de la variable en el centro de la celda representa un valor promediado propio de esa celda, así que se acepta que dicho valor se mantenga para toda la celda, resultando que las cantidades en las celdas son idénticas a las cantidades en el interior de la celda. Por tanto, cuando se selecciona un esquema de primer orden, el valor en cada cara, ϕ_f , se iguala con el valor del centroide de la celda situada aguas arriba.

Por tanto, a la vista de la discretización planteada en la figura AI.3, de carácter bidimensional y regular, este esquema establece:

$$\phi_{i-1/2}^j = \phi_i^j; \quad \phi_{i+1/2}^j = \phi_{i+1}^j; \quad \phi_i^{j-1/2} = \phi_i^j; \quad \phi_i^{j+1/2} = \phi_i^{j+1} \quad (AI.5)$$

donde las posiciones denotadas como $1/2$ en las coordenadas intrínsecas, (i,j) , corresponden con las caras de las celdas (en negro). Se ha supuesto una dirección del flujo coincidente con las direcciones de los ejes de coordenadas intrínsecos de la figura.

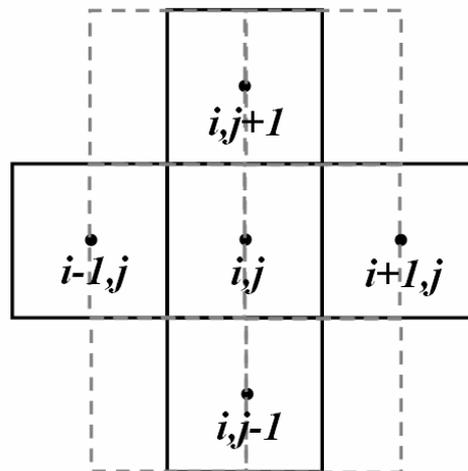


Fig. AI.3. Esquema de discretización centrado en celdas.



El mayor problema de esa discretización es el de su precisión cuando existan importantes componentes de la velocidad en una dirección que no coincida con las líneas del mallado. El esquema “aguas arriba” produce entonces un “masajeado” artificial de las variaciones espaciales de las variables. El error resultante presenta la apariencia de una difusión, denominándose normalmente como “falsa” difusión.

AI.2.1.2.- Esquema de diferenciación *Upwind* de segundo orden.

En este esquema se utiliza una interpolación aguas arriba de dos vías con vistas a obtener los valores de la variable escalar en los centroides de las caras. Como su propio nombre indica el esquema de diferenciación aguas arriba de segundo orden es exacto a segundo orden. Se realiza una extensión en series de Taylor alrededor del centro de cada celda, de modo que la evaluación del valor en cada cara de la celda en cuestión se obtiene a través de la siguiente expresión:

$$\phi_f = \phi + \nabla \phi \cdot \Delta \vec{s} \quad (AI.6)$$

donde ϕ y $\nabla \phi$ son los valores en el centro de la celda y su gradiente con respecto a la celda aguas arriba (“upwind”), que ha de ser calculado según la siguiente expresión:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_n} \right)_{n+1/2} = \frac{\phi_{n+1} - \phi_n}{\Delta x_n}; \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_n} \right)_{n-1/2} = \frac{\phi_n - \phi_{n-1}}{\Delta x_n} \quad \text{para } n = i, j \quad (AI.7)$$

Además, $\Delta \vec{s}$ es el vector desplazamiento que va desde el centroide de la celda aguas arriba al centroide de la cara analizada. Introduciendo esto en (AI.6), y tras cierta álgebra operacional, se obtiene en definitiva que para las caras en la dirección i , por ejemplo, el valor de la variable se obtiene según:

$$\phi_{i-1/2}^j = \frac{3\phi_{i-1}^j - \phi_{i-2}^j}{2}; \quad \phi_{i+1/2}^j = \frac{3\phi_i^j - \phi_{i-1}^j}{2} \quad (AI.8)$$

AI.2.1.3.- Esquema de diferenciación *Upwind* de ley de potencia.

El esquema de discretización de la ley de potencia interpola el valor del escalar ϕ en las caras de las celdas usando una solución exacta de la ecuación de convección-difusión. Para comprender el procedimiento, es habitual acudir a la ecuación de gobierno en una dimensión, de forma que:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} (\rho v_1 \phi) = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_1} \right) \quad (AI.9)$$

donde Γ y ρv_1 son constantes a lo largo del intervalo Δx . La integración de esta ecuación proporciona una solución que describe como varía la variable escalar ϕ con respecto a la coordenada x :

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{\exp\left(Pe \frac{x}{L}\right) - 1}{\exp(Pe) - 1} \quad (AI.10)$$

donde $\phi_0 = \phi|_{x=0}$, $\phi_L = \phi|_{x=L}$ y $Pe = \frac{\rho v_1 L}{\Gamma}$ es el número de Peclet.

La figura AI.4 representa la variación de la variable escalar (tomando $\phi_0 = 0$, $\phi_L = 1$ y $L = 1$) para distintos valores del número de Peclet. Como puede observarse en dicha figura, para un número de Peclet alto el valor de ϕ en $x = L/2$ es aproximadamente igual al valor aguas arriba de la variable, lo que implica que cuando el flujo está dominado por la convección la interpolación puede realizarse estableciendo que el valor de ϕ en la cara sea igual al valor de ϕ en el centro de la celda aguas arriba. Cuando $Pe = 0$ (no hay flujo, o se produce difusión pura), el valor de ϕ en las caras puede interpolarse usando un promedio lineal sencillo entre los valores en $x = 0$ y en $x = L$. Cuando el número de Peclet toma un valor intermedio, el valor interpolado de ϕ en $x = L/2$ debe derivarse aplicando una ley de potencia similar a la (AI.10). El esquema de la ley de potencia satisface siempre el criterio de acotamiento numérico y es exacto a primer orden en la resolución del flujo.

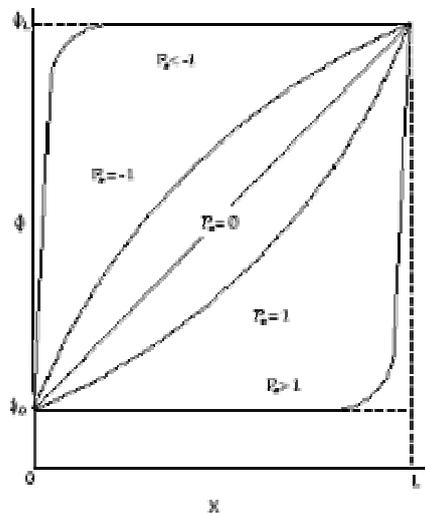


Fig. AI.4. Variación de la variable escalar en función de x .

AI.2.1.4.- Esquema de diferenciación *Upwind* de tipo QUICK.

Se trata de una discretización de segundo orden que emplea una interpolación cuadrática de tres puntos “aguas arriba” y que es ponderada para los valores de las funciones en las caras de cada celda. El nombre QUICK proviene de “interpolación cuadrática aguas arriba por cinemática convectiva”. Tiene un precisión de tercer orden para mallados uniformes (estructurados, cuadrangulares y hexaédricos), en los que se



pueden identificar una única celda como la que está situada bien aguas arriba, bien aguas abajo.

Por tanto, la expresión de los valores de los centroides de las caras, a partir de los cuales se construirá el resto de la discretización será:

$$\phi_{i-1/2}^j = \frac{3\phi_i^j + 6\phi_{i-1}^j - \phi_{i-2}^j}{8}; \quad \phi_{i+1/2}^j = \frac{3\phi_{i+1}^j + 6\phi_i^j - \phi_{i-1}^j}{8} \quad (AI.11)$$

FLUENT[®] incorpora este esquema a partir de una variable θ , que reparte el peso de la contribución de las dos celdas extremas, por la izquierda y por la derecha de la celda central de interés. En realidad, si $\theta=1$, se obtiene una interpolación centrada de segundo orden; mientras que si $\theta=0$, entonces esta formulación deriva en un esquema “upwind” de segundo orden. Para el QUICK estándar, lo que se emplea es un valor de $\theta=1/8$. Por esta razón, es posible utilizar este esquema en discretizaciones espaciales no estructuradas o mixtas, puesto que el propio programa cambia el valor de θ en función de la retículo del modelo físico.

AI.2.2.- Esquemas de diferenciación centrada.

El esquema de diferenciación centrada de segundo orden está disponible en el solver del programa FLUENT[®] para las ecuaciones de gobierno cuando se está empleando un modelo de cierre turbulento de tipo LES. Este tipo de esquemas proporciona una mayor exactitud a la modelización LES, por lo que se uso combinado está recomendado.

El esquema de diferenciación centrado calcula el valor de una variable en las caras de las celdas según la expresión (AI.12):

$$\phi_f = \frac{1}{2}(\phi_0 + \phi_1) + \frac{1}{2}(\nabla\phi_{r,0} \cdot \vec{r}_0 + \nabla\phi_{r,1} \cdot \vec{r}_1) \quad (AI.12)$$

donde los subíndices 0 y 1 hacen referencia a las celdas que comparten la cara f en cuestión, $\nabla\phi_{r,0}$ y $\nabla\phi_{r,1}$ son los gradientes (reconstruidos) en las celdas 0 y 1 , mientras que \vec{r} es el vector que apunta desde el centroide de la celda hacia la cara de la misma.

Desgraciadamente, el esquema de diferencias centradas puede generar soluciones no acotadas y oscilaciones irreales, lo cual puede acarrear problemas de estabilidad en la resolución numérica del flujo. Para evitar estas inestabilidades, se puede emplear una técnica de retardo, de forma que se combinan los esquemas puramente centrados (CD), con otros de tipo “upwind” (UP). Conceptualmente, se establece que:

$$\phi_f = \underbrace{\phi_f^{UP}}_{\text{Implicita}} + \underbrace{(\phi_f^{CD} - \phi_f^{UP})}_{\text{Explicita}} \quad (AI.13)$$



Como se ha indicado en la expresión (AI.13), la parte “upwind” se trata de forma implícita, mientras que la diferencia entre esquemas se trabaja de forma explícita. Con este tipo de estrategias, se garantiza la convergencia de la solución numérica, y además, se obtiene una diferenciación de segundo orden.

Existen otros métodos de discretización, además de los cuatro aquí mostrados que vienen incorporados en el paquete comercial FLUENT®. Entre esos otros, caben destacar los métodos de tipo “backward” y “backward Euler”, el método Euler explícito o el método de Crack-Nicholson. Generalmente son construcciones alternativas, muchas de ellas derivadas del método QUICK, y que aportan pequeñas variaciones en cuanto a coeficientes de peso y relaciones entre celdas adyacentes aguas arriba y aguas abajo.

AI.3.- ACOPLAMIENTO PRESIÓN-VELOCIDAD

En la discretización de las ecuaciones de transporte se ha supuesto que el campo de velocidad era conocido en los centroides de las celdas. Sin embargo, en realidad dicho campo debe calcularse en el proceso de resolución del problema numérico. En particular, es necesario resolver el término convectivo de las ecuaciones de cantidad de movimiento, que involucran cantidades no lineales, así como el hecho de que dichas ecuaciones estén acopladas, sin que se disponga de una ecuación de transporte para resolver el campo de presión.

Para plantear una solución iterativa que resuelva la no linealidad de las ecuaciones y que sea capaz de discretizar de forma óptima el gradiente de presiones, en Mecánica de Fluidos Computacional, se utiliza una estrategia de mallado escalonado (“staggered”). Este técnica plantea el almacenamiento de las variables escalares (presión, densidad, temperatura...) en los centroides de las celdas, mientras que las componentes del campo de velocidad van a ser contempladas en los centros de las caras^[4]. Obviamente la ventaja del mallado escalonado es que genera las velocidades en las caras de las celdas, justo donde son necesarias para la discretización de los términos de convección, con lo que no es necesario emplear un esquema de interpolación adicional.

Tomando la ecuación de momento, en el caso bidimensional para mayor claridad, y bajo la notación prefijada en la figura AI.3, se obtiene:

$$\begin{aligned} a_{i+1/2}^j \cdot u_{i,i+1/2}^j &= \sum_{nb} a_{nb} \cdot u_{i,nb} + b + (p_i^j - p_{i+1}^j) \cdot A_{i,i+1/2}^j \\ a_i^{j+1/2} \cdot u_{j,i}^{j+1/2} &= \sum_{nb} a_{nb} \cdot u_{j,nb} + b + (p_i^j - p_i^{j+1}) \cdot A_{j,i}^{j+1/2} \end{aligned} \quad (AI.14)$$

Las ecuaciones (AI.14) establecen en definitiva que el campo de velocidades depende tanto de la velocidad en los nodos vecinos, como del campo de presiones que

[4] Esto se debe a que un modelo en el que todas las variables son evaluadas en los centros de las celdas, puede dar lugar a que un campo de presiones que no es uniforme se comporte como un campo de presiones uniforme, de modo que se generen soluciones sin sentido físico sin que se tenga en cuenta apropiadamente la influencia de la presión en las ecuaciones de momento (Versteeg, 1995).



no es conocido. Si el campo de presiones fuese conocido, éste se introduciría en las ecuaciones de cada volumen de control, y a partir de un proceso iterativo se irían obteniendo los valores de velocidad en cada cara de las celdas del dominio físico. También queda claro a partir de la ecuación previa que el proceso iterativo es imprescindible por cuanto los valores de velocidad en cada celda dependen de los valores en las celdas vecinas. En resumen, es necesario introducir nuevos algoritmos que permitan resolver el campo de presiones, con el objeto de cerrar el procedimiento de cálculo. Así, se utilizan básicamente tres métodos distintos, todos ellos incorporados en el paquete comercial FLUENT[®], y que son conocidos como algoritmos SIMPLE, SIMPLEC y PISO.

AI.3.1.- Algoritmo SIMPLE.

El algoritmo SIMPLE (“*Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations*” o método semi-implícito para las ecuaciones acopladas de la presión, 1972), comienza suponiendo un campo de presiones, denotado como p^* , que se utiliza para resolver las ecuaciones de momento discretas, obteniéndose así el campo de velocidades supuesto (u_i^*, u_j^*) , y por tanto:

$$\begin{aligned} a_{i+1/2}^j \cdot u_{i,i+1/2}^{*j} &= \sum_{nb} a_{nb} \cdot u_{i,nb}^* + b + (p_i^{*j} - p_{i+1}^{*j}) \cdot A_{i,i+1/2}^j \\ a_i^{j+1/2} \cdot u_{j,i}^{*j+1/2} &= \sum_{nb} a_{nb} \cdot u_{j,nb}^* + b + (p_i^{*j} - p_i^{*j+1}) \cdot A_{j,i}^{j+1/2} \end{aligned} \quad (AI.15)$$

Este en el punto de partida de un proceso secuencial que consta de siete pasos básicos y que de forma esquemática se pueden resumir como:

1. Estimar campo de presiones p^* .
2. Resolver la ecuación de cantidad de movimiento (AI.15), para obtener u_i^* .
3. La diferencia entre las ecuaciones (AI.14) y (AI.15) proporciona los campos u_i' , para los que se realiza la simplificación de eliminar el sumatorio de las contribuciones de celdas adyacentes. Esto es:

$$\begin{aligned} u_{i,i+1/2}' &= \frac{A_{i,i+1/2}^j}{a_{i+1/2}^j} (p_i'^j - p_{i+1}'^j) \\ u_{j,i}' &= \frac{A_{j,i}^{j+1/2}}{a_i^{j+1/2}} (p_i'^j - p_i'^{j+1}) \end{aligned} \quad (AI.16)$$

4. Puesto que se han definido las correcciones como: $u_i = u_i^* + u_i'$ y $p = p^* + p'$, el valor correcto del campo de velocidades, se obtiene de forma inmediata:



$$\begin{aligned} u_{i,i+1/2}^j &= u_{i,i+1/2}^{*j} + \frac{A_{i,i+1/2}^j}{a_{i+1/2}^j} (p_i^{j'} - p_{i+1}^{j'}) \\ u_{j,i}^{j+1/2} &= u_{j,i}^{*j+1/2} \frac{A_{j,i}^{j+1/2}}{a_i^{j+1/2}} (p_i^{j'} - p_i^{j'+1}) \end{aligned} \quad (AI.17)$$

5. Sobre las ecuaciones (AI.17) falta por determinar las correcciones del campo de presión, p' . Para ello, se resuelve la ecuación de continuidad con los campos de velocidad obtenidos en (AI.17), de forma que se obtienen una serie de ecuaciones cuya única incógnita es p' , puesto que los campos u_i^* son conocidos desde el punto 2. En definitiva:

$$\alpha_i^j p_i^{j'} = a_{i+1}^j p_{i+1}^{j'} + a_{i-1}^j p_{i-1}^{j'} + a_i^{j+1} p_i^{j'+1} + a_i^{j-1} p_i^{j'-1} + b_i^{j'} \quad (AI.18)$$

Cuando se resuelve la ecuación de corrección de la presión (AI.18) se obtiene un campo de presiones corregido p' en todos los puntos del dominio, de forma que es inmediato obtener los campos de velocidades y presiones correctos (puntos 6 y 7). No obstante, con el algoritmo SIMPLE, la ecuación de corrección de la presión puede divergir, por lo que es necesario controlar el cambio de la presión en cada iteración mediante sub-relajaciones:

$$p^{new} = p^* + \alpha_p p' \quad (AI.19)$$

donde α_p es el factor de sub-relajación de la presión que debe tomar valores entre cero y uno, y donde p^{new} es el valor mejorado de la presión. Del mismo modo las velocidades también deben controlarse mediante sub-relajaciones:

$$u_i^{new} = \alpha_{u_i} u_i + (1 - \alpha_{u_i}) u_i^{n-1} \quad (AI.20)$$

donde los superíndices $(n-1)$ indican valores de las velocidades en la iteración previa, y donde los correspondientes factores de sub-relajación también deben tomar valores entre cero y uno.

6. Se recalcula: $p = p^* + p'$.
7. Y del mismo modo, se recalculan los valores de velocidad, $u_i = u_i^* + u_i'$

AI.3.2.- Algoritmo SIMPLEC.

El algoritmo SIMPLEC (SIMPLE-Consistente, 1984) es una modificación del algoritmo anterior. Como el lector habrá podido imaginar, lo que se plantea es no eliminar la contribución de las celdas adyacentes, si bien no se considera ese término de forma rigurosa, sino que se hace una pequeña modificación.

De esta forma:



$$\begin{aligned} u'_{i,i+1/2} &= \frac{A_{i,i+1/2}^j}{a_{i+1/2}^j - \sum_{nb} a_{nb}} (p_i'^j - p_{i+1}'^j) \\ u'_{j,i} &= \frac{A_{j,i}^{j+1/2}}{a_i^{j+1/2} - \sum_{nb} a_{nb}} (p_i'^j - p_i'^{j+1}) \end{aligned} \quad (AI.21)$$

Por lo demás, la metodología de implementación y resolución es idéntica a la del algoritmo SIMPLE.

AI.3.3.- Algoritmo PISO.

El algoritmo PISO (*“Pressure Implicit with Splitting Operators”* o Presión Implícita con Separación de Operadores, 1986) se compone de un primer paso de predicción y a continuación dos pasos de corrección, de forma que puede considerarse como un algoritmo del tipo SIMPLE al que se le añade un segundo paso de corrección (Versteeg, 1995).

1. Paso *“predictor”*.

En el paso de predicción el algoritmo PISO resuelve las ecuaciones de momento discretas para un campo de presiones supuesto, p^* , de forma que se obtiene el correspondiente campo de velocidades supuesto, (u_i^*, u_j^*) , siguiendo un procedimiento idéntico al empleado en el algoritmo SIMPLE.

2. Paso *“corrector I”*.

En el primer paso de corrección, el algoritmo PISO define un campo de velocidades \hat{u}_i , de la forma:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{i,i+1/2}^j &= u_{i,i+1/2}^{*j} + \frac{A_{i,i+1/2}^j}{a_{i+1/2}^j} (p_i'^j - p_{i+1}'^j) \\ \hat{u}_{j,i}^{j+1/2} &= u_{j,i}^{*j+1/2} \frac{A_{j,i}^{j+1/2}}{a_i^{j+1/2}} (p_i'^j - p_i'^{j+1}) \end{aligned} \quad (AI.22)$$

que satisface la continuidad, y que se relaciona con los campos de presión y velocidad supuestos obtenidos en el paso de predicción a través de las expresiones: $\hat{p} = p^* + p'$ y $\hat{u}_i = u_i^* + u_i'$.

Las expresiones (AI.22) se sustituyen en la ecuación de la continuidad discreta para obtener la primera ecuación de corrección de la presión, que coincide con la ecuación de corrección de la presión (AI.18) del algoritmo SIMPLE. La resolución de la primera ecuación para la corrección de la presión permite obtener la primera corrección de presión p' , y a partir de ella el campo de velocidades (u_i^*, u_j^*) .



3. Paso "corrector 2".

En el segundo paso de corrección del algoritmo PISO se resuelven las ecuaciones de momento discretas para el campo de velocidades (\hat{u}_i, \hat{u}_j) , de forma que se obtiene un nuevo campo de velocidades corregido por segunda vez (\hat{u}_i, \hat{u}_j) :

$$\begin{aligned} a_{i+1/2}^j \cdot \hat{u}_{i,i+1/2}^j &= \sum_{nb} a_{nb} \cdot \hat{u}_{i,nb} + b + (\hat{p}_i^j - \hat{p}_{i+1}^j) \cdot A_{i,i+1/2}^j \\ a_i^{j+1/2} \cdot \hat{u}_{j,i}^{j+1/2} &= \sum_{nb} a_{nb} \cdot \hat{u}_{j,nb} + b + (\hat{p}_i^j - \hat{p}_i^{j+1}) \cdot A_{j,i}^{j+1/2} \end{aligned} \quad (AI.23)$$

La diferencia entre las ecuaciones (AI.23) y las ecuaciones de momento del algoritmo SIMPLE, proporciona:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{i,i+1/2}^j &= \hat{u}_{i,i+1/2}^j + \frac{\sum_{nb} a_{nb} (u_{i,nb}^* - \hat{u}_{i,nb})}{a_{i+1/2}^j} + \frac{A_{i,i+1/2}^j}{a_{i+1/2}^j} \cdot (p_i^{''j} - p_{i+1}^{''j}) \\ \hat{u}_{j,i}^{j+1/2} &= \hat{u}_{j,i}^{j+1/2} + \frac{\sum_{nb} a_{nb} (u_{j,nb}^* - \hat{u}_{j,nb})}{a_i^{j+1/2}} + \frac{A_{j,i}^{j+1/2}}{a_i^{j+1/2}} \cdot (p_i^{''j} - p_i^{''j+1}) \end{aligned} \quad (AI.24)$$

donde p'' es la segunda corrección de presión, de forma que: $\hat{p} = \hat{p} + p''$. Cuando las ecuaciones (AI.24) se sustituyen en la ecuación de continuidad discreta, se obtiene la segunda ecuación de corrección de la presión:

$$a_i^j p_i^{''j} = a_{i+1}^j p_{i+1}^{''j} + a_{i-1}^j p_{i-1}^{''j} + a_i^{j+1} p_i^{''j+1} + a_i^{j-1} p_i^{''j-1} + b_i^{''j} \quad (AI.25)$$

La ecuación (AI.25) se resuelve para obtener la segunda corrección de la presión p'' , de forma que el campo de presiones corregido por segunda vez viene dado por:

$$\hat{p} = \hat{p} + p'' = p^* + p' + p'' \quad (AI.26)$$

A partir del campo de presiones (AI.26) es inmediato obtener el campo de velocidades corregido por segunda vez.

AI.4.- DISCRETIZACIÓN TEMPORAL

En el caso de simulaciones no estacionarias, las ecuaciones de gobierno deben ser discretizadas tanto en el espacio como en el tiempo. La discretización espacial que es necesario realizar para las ecuaciones dependientes del tiempo se ejecuta de forma similar a como se ha presentado para los casos estacionarios. En los que respecta a la discretización temporal, es necesario realizar la integración de cada término de las



ecuaciones diferenciales a través de un determinado paso temporal, Δt . Esta integración de los términos transitorios se ejecuta de la siguiente manera:

Sea la evolución de una variable cualquiera ϕ , a partir de la expresión, $\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi)$, donde la función F ya incorpora cualesquiera discretizaciones espaciales. Si la derivada temporal se discretiza mediante diferenciación “backward”, el esquema exacto a primer orden es:

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi) \quad (AI.27)$$

y el esquema exacto a segundo orden vendría dado por:

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{\Delta t} = F(\phi) \quad (AI.28)$$

donde ϕ^{n+1} corresponde al valor de la variable en el paso temporal posterior, ϕ^n corresponde al valor de la variable en el paso temporal actual y ϕ^{n-1} corresponde al valor de la variable en el paso temporal anterior.

Ahora bien, en ambas expresiones (AI.27) y (AI.28), es preciso evaluar la función F a partir del valor de la variable ϕ , si bien queda la duda de qué valor tomar para dicha variable, si el valor actual (instante n), o el valor que se va a calcular (instante $n+1$). Esta dicotomía plantea dos escenarios diferentes, los esquemas implícito y explícito.

AI.4.1.- Esquema implícito.

Resulta de evaluar la función F en el instante futuro, $n+1$. Es decir, para una discretización de primer orden:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t \cdot F(\phi^{n+1}) \quad (AI.29)$$

Este tipo de ecuaciones se resuelve de forma iterativa, inicializando el proceso en el instante n ($\phi^i = \phi^n$), esto es:

$$\phi^i = \phi^n + \Delta t \cdot F(\phi^i) \quad (AI.30)$$

que para un esquema de segundo orden adopta la forma:

$$\phi^i = \frac{4}{3}\phi^n - \frac{1}{3}\phi^{n-1} + \frac{2}{3}\Delta t \cdot F(\phi^i) \quad (AI.31)$$



proceso iterativo que finaliza una vez que ϕ^i deja de cambiar, es decir, converge. Llegados a ese punto, se cumple que $\phi^{n+1} = \phi^i$. La gran ventaja de la formulación implícita es que es incondicionalmente estable en relación al tamaño de paso temporal elegido.

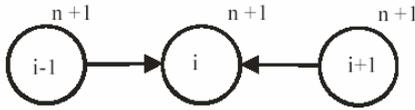


Fig. AI.5.1. Esquema implícito.

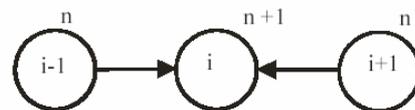


Fig. AI.5.2. Esquema explícito.

AI.4.2.- Esquema explícito.

El segundo método se utiliza con solvers acoplados (no hay que introducir algoritmos de acoplamiento entre presión y velocidad), y se basa en evaluar la función F en el instante temporal actual. Se denomina explícito porque realmente se puede expresar el valor de la variable en el instante de cálculo $n+1$ a partir de valores existentes en la solución anterior. Es decir:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t \cdot F(\phi^n) \quad (AI.32)$$

En este caso, el paso temporal debe ser muy pequeño para poder garantizar la estabilidad numérica del procedimiento. Por tanto, su uso está restringido para problemas transitorios muy específicos. En general, este esquema explícito no puede emplearse en los siguientes casos:

- No es compatible con un solver de tipo segregado.
- Flujo incompresible.
- Métodos de aceleración de convergencia.

AI.4.3.- Esquema general.

La integración de una variable se ha visto a partir de esquemas implícitos y explícitos, pero es posible plantear estrategias intermedias, en las que se pondera el peso de la variable entre el instante actual y el futuro. Así, en la ecuación (AI.33) se define la integración mediante un parámetro θ , que puede tomar valores entre cero y uno.

$$I_\phi = \int_t^{t+\Delta t} \phi dt = [\theta \phi^n + (1-\theta) \phi^{n+1}] \Delta t \quad (AI.33)$$

Cuando en la expresión (AI.33) el parámetro θ toma el valor cero, el esquema resultante se dice que es un esquema **explícito**. Cuando $0 < \theta \leq 1$, el esquema de discretización temporal resultante se dice que es un esquema **implícito**, puesto que se emplean valores de la variable ϕ en el paso temporal que se está calculando. En



particular, cuando $\theta = 1$, se dice que el esquema es **totalmente implícito**, y cuando $\theta = 1/2$, el esquema se denomina de **Crank–Nicholson** (Ballesteros, 2003).

Como ya se ha apuntado antes, el esquema de Crank–Nicholson es incondicionalmente estable para todos los valores del paso temporal. Se basa en una diferenciación central, por lo que es exacto a segundo orden con respecto al tiempo. Con pasos temporales lo suficientemente pequeños es posible alcanzar una exactitud considerablemente mayor que con el método explícito. Como la exactitud total del cálculo depende también de la discretización espacial, este esquema suele emplearse junto con el método de diferenciación central. El esquema totalmente implícito también es incondicionalmente estable para cualquier tamaño de paso temporal y su exactitud es de primer orden, por lo que será necesario emplear pasos temporales pequeños para asegurar la exactitud de los resultados. Es un método muy robusto y suele recomendarse para los cálculos de flujos dependientes del tiempo.

Aunque no se desarrollarán aquí por brevedad, ha de tenerse en cuenta que la elección de un método implícito para la discretización temporal exige que los esquemas de acoplamiento entre velocidad y presión presentados anteriormente, deban ser modificados para poder ser aplicados en el caso no estacionario. Más información acerca de dichas modificaciones puede ser consultada en (Versteeg, 1995). Únicamente a modo informativo se citan los principales algoritmos de acoplamiento que son modificados a modelo no estacionario. A saber, algoritmo SIMPLE no estacionario, algoritmo PISO no estacionario y cálculos de estado estacionario mediante aproximaciones pseudo no estacionarias.

AI.5.- CONDICIONES DE CONTORNO Y CONDICIONES INICIALES

De tanta importancia como las ecuaciones de gobierno resultan las condiciones de contorno y las condiciones iniciales. En un gran número de textos dedicados a las técnicas numéricas, se concede gran importancia a las discusiones sobre las posibles elecciones y naturaleza de este tipo de condiciones. De hecho, en la mayoría de las ocasiones, una elección poco apropiada de dichas condiciones puede dar al traste con la estabilidad y la convergencia de la solución.

En general, se puede decir que las condiciones iniciales definen el estado del fluido en el instante inicial considerándolo como origen para la evolución temporal posterior ($t=0$). Por tanto, para la correcta definición de un problema se deberá conocer el valor que tienen todas las variables en ese instante inicial. Muchas veces, en problemas resueltos mediante técnicas numéricas esto es imposible, con lo que se ha de buscar una alternativa. La más sencilla y habitual es dar a todas las variables el valor cero, asumiendo que si se avanza lo suficiente en el tiempo se llega a un estado estacionario o periódico independientemente de la solución inicial, según que las condiciones de contorno sean constantes o periódicas. La desventaja de esta aproximación es que si la solución inicial se aparta mucho de la solución real pueden aparecer problemas de convergencia a la hora de resolver las ecuaciones. En función del tipo de evolución temporal, las ecuaciones diferenciales, y por tanto, los problemas de origen, se clasifican en elípticas, parabólicas o hiperbólicas.



En cuanto a las condiciones de contorno, cuando se construye un mallado escalonado, se establecen nodos adicionales que rodean los contornos físicos, para los que los cálculos se realizarán únicamente en los nodos internos, merced a dos características notables del mallado escalonado. En primer lugar los contornos físicos coinciden con los contornos del volumen de control de los escalares, y en segundo lugar los nodos fuera del dominio están disponibles para almacenar las condiciones de contorno. Lo anterior permite que la introducción de condiciones de contorno se realice con pequeñas modificaciones de las ecuaciones discretizadas en los nodos internos cercanos a los contornos físicos.

Las condiciones de contorno pueden ser de varios tipos, siendo los más comunes en la práctica (*Ballesteros, 2003*):

- Condiciones de contorno de tipo *Dirichlet*: la variable dependiente es conocida en la frontera física del problema.
- Condiciones de contorno de tipo *Neumann*: se conoce el valor de los gradientes normales de la variable dependiente en las fronteras del problema.
- Condiciones de contorno de tipo *Robin*: la condición conocida constituye una combinación lineal de los dos tipos de condiciones de contorno anteriores.
- Condiciones de contorno mixtas: en unas zonas de la frontera física se tienen condiciones de tipo *Dirichlet*, y en otras, condiciones de tipo *Neumann*.

AI.6.- RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DISCRETIZADAS

Llegados a este punto, es necesario plantear alguna estrategia que aborde la resolución del sistema de ecuaciones algebraicas que se han generado a partir de la discretización de las ecuaciones de gobierno en su forma integral. Aunque existen métodos directos de resolución, éstos resultan ser extremadamente costosos desde un punto de vista computacional: necesitan realizar un número de operaciones muy elevado. Por esa razón, se emplean habitualmente métodos indirectos, también llamados iterativos, que se basan en la aplicación reiterada de un algoritmo relativamente sencillo que proporciona una eventual convergencia después de un cierto número de repeticiones. El número total de operaciones, típicamente del orden de N por cada iteración del ciclo, no puede predecirse de antemano y no es posible garantizar la convergencia a menos que el sistema de ecuaciones satisfaga criterios exactos.

Entre los métodos iterativos los más habituales son los métodos de **Jacobi** y **Gauss-Seidel**, que son muy fáciles de implementar, pero cuya convergencia es muy lenta cuando el sistema de ecuaciones a resolver es grande, por lo que en cálculos CFD deben usarse junto con un procedimiento denominado **multigrid**. Otro método es el conocido como **algoritmo de la matriz tridiagonal (TDMA)**, que es un método directo para problemas unidimensionales, pero que puede ser aplicado iterativamente para resolver problemas multidimensionales. Aunque el algoritmo TDMA es poco costoso computacionalmente y requiere una cantidad mínima de almacenamiento en memoria, características que lo hacen muy atractivo para los códigos CFD, su convergencia para



flujos complicados puede ser muy lenta, por lo que en los códigos CFD la técnica de resolución del sistema de ecuaciones algebraicas lineales discretas más empleada y que mejores resultados proporciona es la *técnica multigrid en conjunción con algún tipo de método iterativo*. A continuación se resumen las características generales de los métodos iterativos de Jacobi y Gauss–Seidel, y su combinación con el procedimiento multigrid, en la forma que implementa el código FLUENT®.

AI.6.1.- Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel.

La solución de un conjunto de ecuaciones simultáneas se puede entender como el proceso encaminado a encontrar un vector x que satisfaga la ecuación:

$$A \cdot x = b \quad (AI.34)$$

siendo A el operador del vector x , o vector columna de las variables dependientes, y b un vector de valores conocidos o soluciones. La matriz A es una matriz cuadrada de dimensiones $n \times n$ y con elementos no nulos en la diagonal.

Examinando por separado cada una de las ecuaciones del sistema (AI.34), si la ecuación i se resuelve únicamente para x_i , suponiendo que el resto de entradas para x son conocidas y se mantienen fijas, el **método de Jacobi** establece que:

$$x_i^k = \frac{b_i - \sum_{i \neq j} a_{ij} x_j^{k-1}}{a_{ii}} \quad i = 1, \dots, n \quad (AI.35)$$

y el **método de Gauss–Seidel** establece que:

$$x_i^k = \frac{b_i - \sum_{j < i} a_{ij} x_j^k - \sum_{j > i} a_{ij} x_j^{k-1}}{a_{ii}} \quad i = 1, \dots, n \quad (AI.36)$$

donde el superíndice k indica la iteración. En forma matricial, si D es la matriz diagonal de A , L es la matriz triangular inferior de A y U es la matriz triangular superior de A , de modo que se cumple que $A = D + L + U$, las expresiones de los métodos iterativos de Jacobi y Gauss–Seidel son respectivamente:

$$x^k = D^{-1} (L + U) x^{k-1} + D^{-1} b \quad (AI.37)$$

$$x^k = (D - L)^{-1} (U x^{k-1} + b) \quad (AI.38)$$

AI.6.2.- Método Multigrid.

La mayor parte de los códigos CFD actuales emplean un método diferente conocido como método multigrid, que es la técnica iterativa para la resolución de ecuaciones algebraicas discretas más eficiente y general conocida hoy en día. Su origen



se basa en las propiedades de los métodos iterativos convencionales (Gauss–Seidel o Jacobi), y nacen con el objeto de reducir la particularmente lenta convergencia a que dan lugar dichos métodos.

La idea básica del método multigrid puede resumirse en tres pasos. En primer lugar aplicar uno o más barridos de un método iterativo con buenas propiedades de suavizado de las componentes del error de frecuencia alta. En segundo lugar transferir el problema a un mallado más basto, donde se obtiene una aproximación a la corrección de la solución con un coste computacional menor puesto que existen menos celdas de mallado. En tercer y último lugar transferir las correcciones obtenidas nuevamente al mallado fino original, con vistas a generar una nueva aproximación de la solución.

Retómese la ecuación (AI.34), denotando ahora como x_e el vector columna con las soluciones exactas. Antes que la solución haya convergido, se tiene un valor residual d , asociado a la solución aproximada, x_d , de forma que:

$$A \cdot x_d - b = d \quad (\text{AI.39})$$

Buscando una pequeña corrección entre la solución exacta y la aproximada, se puede establecer que $x_e = x_d + \bar{x}$. Y sustituyendo esta expresión en la ecuación (AI.34), se llega a $A \cdot (x_d + \bar{x}) - b = 0$. Finalmente, introduciendo la ecuación (AI.39) en esta nueva relación se obtiene en definitiva:

$$A \cdot \bar{x} + d = 0 \quad (\text{AI.40})$$

De esta forma, (AI.40) es una ecuación para el cálculo de la corrección en términos del operador inicial A , y del defecto d , y cuya solución mostrará un campo suave y más efectivo para ser resuelto en el siguiente nivel más basto.

Por tanto, un método multigrid consta de dos procesos básicos: un **método iterativo suavizador** (Jacobi o Gauss–Seidel) y un **método de corrección de mallado basto** (CGC). Los métodos iterativos suavizadores se han tratado en AI.6.2., así que ahora sólo se citan las características de los métodos de corrección en mallado basto. En particular se desarrolla el **método multigrid algebraico** (AMG) y el **método multigrid del almacenamiento de la aproximación completa** (FAS).

AI.6.2.1.- Multigrid AMG (*Algebraic MultiGrid*)

El método multigrid algebraico (AMG) se denomina esquema algebraico como consecuencia de que las ecuaciones en el nivel basto de mallado se generan sin necesidad de emplear ningún tipo de geometría o discretización de los niveles de mallado bastos, carácter éste que hace que el método AMG sea particularmente atractivo para usarlo con mallados no estructurados. Los mallados bastos no tienen que ser construidos ni almacenados, y no es necesario evaluar flujos ni términos fuente en ellos.

La principal dificultad a la hora de emplear el método multigrid en mallados no estructurados es la creación y el uso de la jerarquía de los mallados bastos. En un



mallado estructurado los mallados bastos pueden crearse simplemente eliminando una de cada dos filas de celdas del mallado fino anterior, de modo que los operadores de prolongación y restricción son fáciles de formular, pero en mallados no estructurados el proceso es algo más complicado. Para ello, el método multigrad AMG sobre mallados de dos tamaños queda completamente definido cuando se combina un suavizador con un CGC.

En definitiva, un ciclo multigrad se define como un procedimiento recursivo, similar a la secuencia que acabamos de detallar, que se aplica en cada nivel de mallado cuando se mueve a través de la jerarquía de mallados. Entre los diversos tipos de ciclos multigrad se pueden citar los ciclos V y W, el ciclo F y el ciclo Flexible (todos ellos disponibles en FLUENT®).

Las figuras (AI.6.1) y (AI.6.2) muestran, por ejemplo, los ciclos V y W, en las que el ciclo multigrad se representa por un cuadrado, que a continuación es extendido recursivamente para mostrar los pasos individuales ejecutados en el ciclo. Así, la combinación círculo-cuadrado-triángulo compone el ciclo V, mientras que la combinación círculo-cuadrado-cuadrado-triángulo compone el ciclo W.

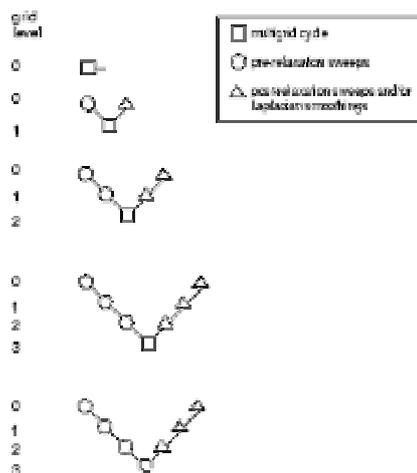


Fig. AI.6.1. Ciclo V.

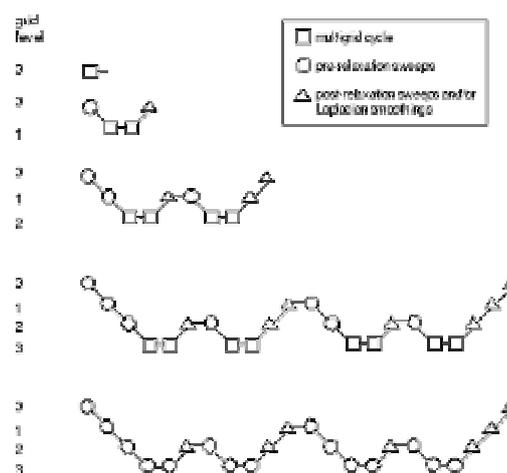


Fig. AI.6.2. Ciclo W.

AI.6.2.2.- Multigrad FAS (*Full Approximation Storage*)

Este método se basa en un método geométrico para agrupar un número determinado de celdas desde el mallado más fino para generar de esta forma una retícula mucho más basta. Estos mallados groseros se crean a partir de la aglomeración de celdas que rodean un nodo determinado, como se muestra esquemáticamente en la figura AI.7. En función de la topología original de la malla de partida, se pueden obtener celdas irregulares con un número indeterminado de caras. De todas formas, la generación de estos mallados bastos es simple y permite una adecuada implementación del modelo multigrad. En general, se considera que el multigrad FAS capta de un modo más eficiente las no linealidades del flujo, por lo que suele emplearse este método para resolver sistemas de ecuaciones no lineales.

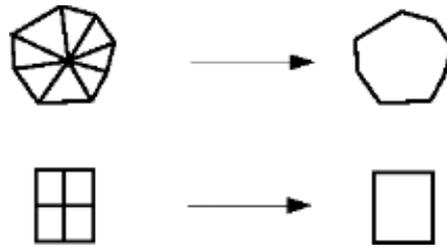


Fig. AI.7. Agrupamiento de celdas entorno a nodos.

AI.7.- CONSISTENCIA, CONVERGENCIA Y ESTABILIDAD

Se dice que un sistema de ecuaciones algebraicas, generado a partir de la discretización de las ecuaciones de gobierno en derivadas parciales (figura AI.1), es **consistente** con el sistema original, si cuando el espaciado del mallado tiende a cero el sistema de ecuaciones es equivalente al sistema en derivadas parciales en cada punto del mallado, o lo que es lo mismo, cuando el error de truncamiento del sistema de ecuaciones algebraicas tiende a cero. Para comprobar la consistencia de un sistema es necesario sustituir la solución exacta en las ecuaciones algebraicas resultantes tras la discretización, y desarrollar todos los términos de las mismas en serie de Taylor en torno a un punto. Para obtener consistencia la expresión resultante debe estar formada por la ecuación en derivadas parciales original más un residuo, el cual debe anularse cuando se refina el mallado (*Ballesteros, 2003*).

Se define la **convergencia** como la capacidad que tiene un sistema de ecuaciones algebraicas para representar la solución analítica de un conjunto de ecuaciones diferenciales, si ésta existiese. Las ecuaciones se dice que convergen si la solución numérica tiende a la solución analítica cuando el espaciado del mallado tiende a cero. Una solución de un sistema de ecuaciones algebraicas que aproxima un sistema de ecuaciones en derivadas parciales es convergente si la solución aproximada es igual a la solución exacta para cada valor de la variable independiente cuando el espaciado del mallado tiende a cero, es decir, cuando $\Delta\vec{x}, \Delta t \rightarrow 0$.

Un conjunto de ecuaciones resulta **estable** si los valores de las variables implicadas tienden hacia una solución correcta sin que los errores de cálculo en la solución discreta deformen los resultados mientras se realiza el proceso numérico. El concepto de estabilidad está relacionado con el crecimiento o la atenuación de errores introducidos en la fase de cálculo, pues el ordenador introduce un error de redondeo en cada cálculo que realiza. Se emplean distintos métodos numéricos para obtener una valoración de dicha estabilidad. A continuación se detallan algunos:

- Método de las perturbaciones discretas. En este método se introduce una perturbación en un punto y se observa su efecto en los puntos vecinos. Si la perturbación se atenúa a medida que procede la solución, el esquema numérico es estable. Por el contrario, si la perturbación crece con la solución, el esquema es inestable.



- Método de Von Neumann. Permite establecer la condición necesaria y suficiente para la estabilidad de problemas lineales. En el resto de casos el método se aplica localmente, congelando los términos no lineales, por lo que sólo proporciona condiciones necesarias de estabilidad, pero no suficientes. En este método la solución de la ecuación se desarrolla en serie de Fourier, y la atenuación o el crecimiento de las amplitudes de los modos indica si el algoritmo numérico es o no estable.
- Método de la ecuación diferencial equivalente. La estabilidad de un esquema puede analizarse parcialmente a partir de las propiedades del error de truncamiento. Generalmente este método permite definir condiciones necesarias, pero no suficientes, para que un esquema sea estable.
- Método de la matriz. Este método, a diferencia de los anteriores, permite tener en cuenta la influencia de la representación numérica de las condiciones de contorno sobre la estabilidad total del esquema. El método parte de la matriz de representación del esquema considerado como un sistema de ecuaciones diferenciales parciales en el tiempo.

En la práctica se dice que un esquema numérico converge si los valores de las variables en los puntos del dominio tienden hacia unos valores fijos mientras progresa la solución. Esto es así porque en muchos casos no se puede demostrar la convergencia estricta. En la figura (AI.8) se representan esquemáticamente los conceptos anteriores.

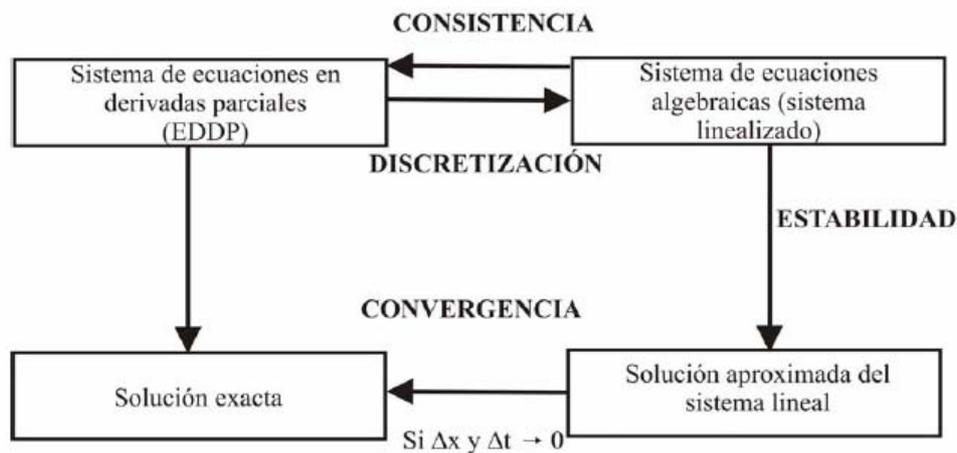


Fig. AI.8. Cuadro-resumen con los requisitos necesarios en metodologías numéricas.



ANEXO II MODELOS DE TURBULENCIA

Se recogen en este anexo las principales características de las modelizaciones LES y RSM para el tratamiento numérico de la turbulencia. Para ello, se comienza ofreciendo una pequeña revisión acerca de los modelos que se emplean para la modelización de la turbulencia; y a continuación se detallan dichos modelos RSM y LES, resumiendo sus características y mostrando los términos extra que introducen al modelo en el problema de cierre.

AII.1.- MODELOS PARA LA MODELIZACIÓN DE LA TURBULENCIA

AII.1.1.- Introducción.

El número de Reynolds de un flujo da una medida de la importancia relativa de las fuerzas de inercia, asociadas con los efectos convectivos, y las fuerzas viscosas. En experimentos con fluidos se observa que para valores inferiores a un número de Reynolds denominado crítico, el flujo es intrínsecamente estable y las capas de fluido adyacentes se deslizan unas sobre otras de forma ordenada. El régimen del flujo se denomina laminar.

Si el flujo tiene un valor del número de Reynolds por encima del denominado crítico, se manifiestan en éste unas perturbaciones que dan lugar a un cambio radical del carácter del flujo. El movimiento se vuelve intrínsecamente no estacionario, incluso con condiciones de contorno constantes. Este régimen se denomina flujo turbulento.

La turbulencia se define como el estado de movimiento de un fluido en el que las distintas variables relevantes (presión, velocidad, etc.) fluctúan de una forma desordenada. Se trata de un estado no estacionario desde el punto de vista macroscópico en el que las distintas variables adoptan valores dependientes tanto de la posición como del tiempo y estos valores varían de una forma aleatoria y desordenada.

La descripción del movimiento de las partículas fluidas debido al efecto de la turbulencia resulta altamente complejo y constituye un problema aún sin solución desde el punto de vista de los métodos numéricos. Se han propuesto varias formas de resolver el problema utilizando distintas aproximaciones.

En la tabla 5.4 ya se propuso una pequeña clasificación de los fenómenos no estacionarios asociados a la turbulencia y sus escalas de tiempos y longitudes características. Retomando esas tres diferentes escalas, se exponen a continuación los métodos que están relacionados a cada una de ellas. En concreto, se procede a exponer los métodos conocidos como simulación directa, simulación de los grandes vórtices y promediado temporal de las ecuaciones de Navier-Stokes.



AII.1.2.- Métodos de modelización.

AII.1.2.1.- Simulación numérica directa de las ecuaciones (“*Direct Numerical Simulation*”, DNS).

Este método consiste, en realidad, en no utilizar ningún modelo para la turbulencia, sino realizar discretizaciones temporales y espaciales que sean capaces de simular el flujo en un determinado problema. Por tanto, se resuelven de forma directa las ecuaciones de Navier-Stokes, sin ninguna hipótesis o modelo adicional. Para conseguir resultados adecuados con esta estrategia, es imprescindible que todas las escalas relevantes en el flujo queden recogidas en la discretización. Esto significa que tanto el mallado espacial característico (Δx) como el paso temporal (Δt) deben ser lo suficientemente finos para capturar las escalas más pequeñas del flujo. Por otro lado, el dominio tiene que ser lo suficientemente amplio como para abordar las escalas más grandes, así que este criterio desemboca en unos costes computacionales elevadísimos.

Unas sencillas consideraciones dimensionales permiten evaluar que para el caso de turbulencia más sencillo (isotrópica, sin condiciones de contorno), la complejidad del problema turbulento es del orden de Re^3 (Sagaut, 2001). Por tanto, el empleo de estos modelos para altos número de Reynolds dispara el número de nodos necesarios en la discretización.

En definitiva, la resolución directa de las ecuaciones de Navier-Stokes resulta hoy en día abordable sólo para un número muy limitado de problemas simples de interés académico. Los grandes centros dedicados a la Mecánica de Fluidos disponen de líneas de investigación con esta orientación, pero tanto las limitaciones en memoria de almacenamiento de las variables, como en el tiempo de cálculo hacen de momento impensable la solución generalizada de problemas prácticos usando este tipo de técnicas. Según Vandromme (1989), la primera solución de este tipo se realizó en 1981 en la Universidad de Stanford.

AII.1.2.2.- Simulación de grandes vórtices (“*Large Eddy Simulation*”, LES).

Este tipo de técnicas numéricas reducen la complejidad de las ecuaciones de gobierno considerando sólo parte de los efectos turbulentos del flujo. Se estudia el intercambio energético entre las denominadas “fluctuaciones de gran escala” y se simula el efecto de las pequeñas escalas de la turbulencia. Se trata de un tipo de modelo intermedio entre la simulación directa y el promediado temporal de las ecuaciones de Navier-Stokes, que extiende el promedio temporal a la captura de ciertos efectos turbulentos básicos de forma numérica. En los modelos de simulación de grandes vórtices, las ecuaciones no estacionarias del flujo se resuelven para el flujo principal y para los vórtices grandes mientras que se modela el efecto de los vórtices pequeños. Aunque sin llegar al extremo de la simulación directa, sólo es posible para problemas simplificados y requiere unas capacidades de cálculo muy elevadas.

El modelo LES se basa en una disgregación de las escalas participantes en el flujo, de forma que las escalas más pequeñas de la solución exacta son parametrizadas a través de un modelo estadístico, que se denomina escala de submallado (*subgrid scale*).



El hecho de poder hacer esa disociación de las escalas del flujo se basa en las siguientes consideraciones:

- Las escalas grandes del flujo son las que caracterizan el flujo y por tanto, gobiernan su dinámica. Además, son sensibles a las condiciones de contorno, lo que las convierte en anisotrópicas, y contienen y transportan la energía cinética del fluido.
- Por el contrario, las escalas pequeñas (*subgrid*, más pequeñas que la discretización utilizada) presentan unas características universales y por tanto, son isotrópicas (es el mismo concepto de isotropía local de Kolmogorov). Son las únicas responsables de la disipación viscosa, así que no hay mecanismos de generación ni de inestabilidad (no hay cascada de energía más allá de su tamaño), y son intrínsecamente débiles (sólo un pequeño porcentaje de la energía cinética total está asociada a estas escalas).

AII.1.2.3.- Modelos que promedian temporalmente las ecuaciones de Navier-Stokes (RANS).

Los modelos de promedio de las ecuaciones de Navier-Stokes (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) han sido muy estudiados y resultan bastante útiles en la mayoría de los problemas prácticos resueltos mediante técnicas numéricas.

El procedimiento de promediar las leyes que describen el movimiento de una partícula se introduce en las ecuaciones con el fin de obtener los comportamientos promedio y turbulento (aleatorio) de las distintas variables. El punto de partida es muy sencillo. Se trata de obtener una descomposición de las variables en su valor medio y su valor fluctuante. Por ejemplo, para la velocidad, la descomposición sería:

$$\vec{u} = \bar{\vec{u}} + \vec{u}'$$

donde la componente media de la velocidad se obtiene haciendo la integral de la velocidad instantánea:

$$\bar{\vec{u}}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{u}(t) dt$$

suponiéndose que el periodo de integración (T) es lo suficientemente grande en comparación con la escala temporal de la turbulencia, pero lo suficientemente pequeño como para captar cualquier fenómeno no estacionario distinto a la turbulencia. La utilización de este tipo de métodos es bastante adecuada, pues la mayoría de los fenómenos no estacionarios en Mecánica de Fluidos tiene lugar a frecuencias con rangos muy alejados del rango de frecuencias de la turbulencia.

El proceso de promediado temporal de las ecuaciones diferenciales, da lugar a unos términos, denominados de tensiones de Reynolds ("*Reynolds stresses*"), que involucran medias de los productos de las fluctuaciones de las componentes de la velocidad, cuya relación con las componentes medias del flujo es desconocida. Para



obtener dicha relación es necesario introducir un modelo adicional, denominado modelo de turbulencia o de cierre. Las distintas posibilidades prácticas en cuanto a modelos de turbulencia son analizadas a continuación.

Habitualmente lo que interesa son los efectos de la turbulencia sobre los valores medios de las variables: la velocidad media y la presión media en el caso del flujo en un conducto; en el caso de un avión, las fuerzas medias de resistencia y sustentación; para el caso de un motor, los efectos de la turbulencia sobre las relaciones de mezcla entre combustible y comburente.

Para conseguir esto, las ecuaciones de Navier-Stokes se promedian sobre las escalas de las fluctuaciones de turbulencia (RANS). Estos métodos dan lugar a un campo de flujo promediado y simulado que es más uniforme que el flujo real, y, por tanto, reduce drásticamente el número de puntos de la discretización espacial y de la temporal necesario para obtener las variables buscadas.

Un modelo de turbulencia es un procedimiento numérico que permite relacionar los valores medios de las fluctuaciones de las variables con los valores promedio (en la nomenclatura propia de estos métodos, se habla de cerrar el sistema de ecuaciones), de forma que se puedan resolver las ecuaciones de gobierno. Un modelo de turbulencia será útil, dentro de un programa CFD de propósito general, si es exacto, sencillo y económico (computacionalmente hablando). Los modelos de turbulencia más comunes son los siguientes (Wilcox, 1993):

- Modelos algebraicos:
 - Modelo de cero ecuaciones: modelo de la longitud de mezcla.*
 - Modelo Cebeci-Smith-Mosinki.*
 - Modelo Baldwin-Lomax.*
- Modelos de viscosidad turbulenta:
 - Modelo de una ecuación: modelo k .*
 - Modelo de dos ecuaciones: modelos k - ϵ , k - ω^2 , v^2 - f .*
 - Modelos de ecuaciones de las tensiones de Reynolds (RSM).*

Cada uno de ellos tiene sus ventajas e inconvenientes. Aquí se expondrá más en detalle el modelo RSM en el próximo apartado, por haber sido empleado para la comparativa con el modelo LES.

AII.1.2.4.- Otros modelos y estrategias.

Se pueden encontrar otras aproximaciones en la literatura, que generalmente corresponden con mayores simplificaciones de los modelos matemáticos. Se pueden citar modelos de ecuaciones de Navier-Stokes parabolizadas (PNS), códigos eulerianos y potenciales o modelos de capa límite entre otros.

Tiene especial consideración el tratamiento de la capa límite, o zona del campo fluido próxima a un contorno sólido en la que se manifiestan especialmente los efectos viscosos. Debido a la viscosidad y a la condición de no deslizamiento, cerca de



cualquier contorno sólido aparece un gradiente de velocidades en la dirección normal a dicho contorno. Este gradiente de velocidades condiciona el intercambio energético entre las distintas partículas de fluido con velocidades diferentes, originando vorticidad y turbulencia. El problema básico para la modelización numérica del intercambio energético en la capa límite sobre cualquier frontera sólida consiste en la definición correcta de las velocidades de las partículas en una zona muy próxima a dicha frontera. Esto implica una densidad de mallado muy elevada, necesaria para capturar los distintos fenómenos que se producen dentro de la capa límite. Esta dificultad se ha abordado usando varias aproximaciones, que se pueden englobar en cuatro grupos: modelos de distribución de las pérdidas (*Distributed Loss Models*), modelos de capa de cortadura (*Thin Shear Layer, TSL*), modelos de capa límite (*Boundary Layer Approximations*) y leyes de pared.

AII.2.- MODELO DE ECUACIONES DE LAS TENSIONES DE REYNOLDS (RSM)

Se han propuesto (y se propondrán) multitud de alternativas diferentes para modelar la turbulencia, cada una de diferente complejidad y válidas para problemas físicos distintos. Por citar algunas, la primera intentona es el clásico modelo de Boussinesq (1877) que añadió a la ecuación de momento una “viscosidad turbulenta” dentro del término de viscosidad molecular del fluido. Hasta bien entrado el siglo XX, se desarrollaron modelos similares, pero todos ellos aportaban en principio una única ecuación turbulenta. No fue hasta los años 60 cuando aparecen los primeros modelos de dos ecuaciones; el modelo $k-\omega$ o el ya famoso $k-\varepsilon$ de gran difusión hoy día. En la mayoría de las aplicaciones industriales de CFD, los modelos turbulentos de dos ecuaciones (gracias a su aceptable compromiso entre gasto computacional requerido y precisión de la solución obtenida), basados en la hipótesis de Boussinesq, son los que se están utilizando generalmente, y en particular el ya mencionado $k-\varepsilon$. De todas formas, estos modelos presentan importantes deficiencias, pues la hipótesis de Boussinesq falla cuando se consideran flujos complejos como flujos sobre superficies curvadas, flujos en conductos con movimientos secundarios, flujos en movimientos de rotación o flujos con separación. La problemática se puede ver mitigada utilizando una modelización del tipo *Reynolds-stresses*, a pesar de la complejidad que esto conlleva y del gasto computacional del método. Se puede conseguir un compromiso aceptable entre la exactitud de la solución y la simplicidad del modelo determinando las tensiones de Reynolds como unas extensiones no lineales de las componentes de rotación y tensión del fluido, cada una de ellas premultiplicada por una viscosidad aparente; ideas, que a pesar de tener ya casi 25 años, están empezando a ser consideradas recientemente en profundidad.

El modelo RSM (*Reynolds Stresses Model*) parte de las ecuaciones de Navier-Stokes (conservación de masa, momento y energía en el fluido, esta última si se considera temperatura) en su forma diferencial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (AII.1)$$



$$\frac{\partial \rho \bar{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u} \cdot \bar{u}) + \nabla p = \rho \bar{f} + \nabla \cdot \bar{\tau} \quad (AII.2)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho H \bar{u}) = \nabla \cdot (\bar{\tau} \cdot \bar{u}) + \nabla \cdot \bar{q} + Q; \text{ siendo } H = E + p/\rho; \quad (AII.3)$$

Puesto que la modelización empleada no considera temperatura (ni efectos de compresibilidad), se detalla a continuación el problema de cierre turbulento sin considerar temperaturas. Por tanto, se analizará el modelo RSM sin la ecuación de la energía.

Se ha definido la velocidad en cualquier punto a través del vector \bar{u} de componentes u_i . Por tanto, la velocidad en otro punto a una distancia \bar{dx} de éste, será: $\bar{u} + \bar{dx} \cdot \nabla \bar{u}$, donde la posición del punto inicial viene dada por el vector \bar{x} de coordenadas x_i . El término $\nabla \bar{u}$ se puede descomponer en una parte antisimétrica $\bar{\Omega}$ y otra simétrica, \bar{S} . La parte antisimétrica se denomina tensor de rotación y es tal que cumple la condición de rotación: $\bar{dx} \cdot \bar{\Omega} = \frac{1}{2} (\nabla \times \bar{u}) \times \bar{dx}$. La parte simétrica, denominada tensor de tensiones es la suma de un tensor diagonal y otro sin traza: $\bar{\gamma} = \bar{S} - \frac{1}{3} \bar{S} \cdot \bar{I}$. Las componentes de esos dos tensores son en definitiva:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (AII.4)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (AII.5)$$

Para conseguir un sistema cerrado de ecuaciones, se ha de añadir una relación adicional: una ecuación de constitución. En el caso de fluidos newtonianos, ésta será:

$$\bar{\tau} = 2\mu \bar{\gamma} \quad (AII.6)$$

Como ya se ha comentado previamente, el método más práctico de abordar el problema de cierre turbulento es mediante la definición de un valor medio de las magnitudes fluidodinámicas que surge de un promedio estadístico; de esta forma, las ecuaciones son promediadas estadísticamente antes de ser resueltas. El tiempo en el que son promediadas debe ser suficientemente grande en comparación con las escalas temporales de los fenómenos turbulentos, pero a la vez, bastante pequeño con relación a las escalas de tiempo del flujo medio.

Básicamente de lo que se trata es que para un determinado fluido, la velocidad instantánea, $u_i(\bar{x}, t)$ se puede expresar como la suma de un valor medio $\bar{u}_i(\bar{x})$ y una parte fluctuante, $u'_i(\bar{x}, t)$. Luego: $u_i(\bar{x}, t) = \bar{u}_i(\bar{x}) + u'_i(\bar{x}, t)$; donde la velocidad media es:



$$\overline{u_i(\bar{x})} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_i(\bar{x}, t) dt.$$

Este es el denominado promediado de Reynolds (Reynolds-averaging). Tiene un par de propiedades útiles, como el hecho de que el promedio del valor promediado es nuevamente igual al valor promedio y que el promedio de la parte fluctuante de la velocidad es cero.

$$\overline{\overline{u_i(\bar{x})}} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \overline{u_i(\bar{x})} dt = \overline{u_i(\bar{x})} \quad \overline{u_i'} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} [u_i(\bar{x}, t) - \overline{u_i(\bar{x})}] dt = \overline{u_i(\bar{x})} - \overline{\overline{u_i(\bar{x})}} = 0$$

Aplicando este promediado de Reynolds a la ecuación de continuidad:

$$0 = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\rho' u_i'}}{\partial x_i} \quad (AII.7)$$

El último término aparece para el caso de fluidos compresibles, evitando la resolución directa de esta ecuación y haciendo necesaria la inclusión en la formulación del problema de nuevas relaciones para el cierre. En estos casos, es más útil la técnica de promediado de Favre que utiliza un promedio másico:

$$\tilde{u}_i = \frac{1}{\overline{\rho}} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho(\bar{x}, t) u_i(\bar{x}, t) dt \quad \text{donde } \rho \text{ es la densidad promediada por la formulación}$$

de Reynolds. La velocidad instantánea se puede expresar ahora como suma de ese término medio promediado en masa y otra parte fluctuante de modo que: $u_i(\bar{x}, t) = \tilde{u}_i + u_i''$. Rescribiendo la anterior formulación de Favre para \tilde{u}_i se puede obtener la siguiente relación con la formulación de Reynolds: $\overline{\rho \tilde{u}_i} = \overline{\rho u_i} = \overline{\rho} \cdot \overline{u_i} + \overline{\rho' u_i'}$; y por tanto, reformular la ecuación de continuidad en los mismos términos que para el caso laminar:

$$0 = \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho \tilde{u}_i}}{\partial x_i} \quad (AII.8)$$

Dada la analogía existente entre ambos promedios, se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$\overline{\rho u_i''} = 0; \quad \overline{u_i''} \neq 0; \quad \tilde{u}_i = \overline{u_i} + \frac{\overline{\rho' u_i'}}{\overline{\rho}}; \quad \overline{u_i''} = -\frac{\overline{\rho' u_i''}}{\overline{\rho}} = -\frac{\overline{\rho' u_i'}}{\overline{\rho}}; \quad \overline{\rho \phi \phi} = \overline{\rho} \overline{\phi \phi} + \overline{\rho' \phi \phi''}$$

La ecuación (AII.8) se ha obtenido por tanto combinando el promedio Reynolds (usado para ρ y p) y el de Favre (resto de variables). Es una ecuación que no añade términos nuevos respecto a la ecuación original (no promediada) por lo que se ha conseguido una expresión cerrada de dicha ecuación para las variables medias. Desgraciadamente, una estrategia similar sobre las ecuaciones del momento (y de la energía) no ofrece un resultado tan bueno. En esos casos, aparecen términos adicionales, que han de ser tratados para obtener el cierre final del algoritmo.



Si no hay fuerzas exteriores actuando, la ecuación (AII.2) adopta la forma indexada siguiente:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

Las tensiones actuando sobre una superficie pueden definirse como:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu \left(S_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} S_{ii} \right)$$

donde S_{ij} es el tensor que se definió en (AII.4). Aplicando técnicas de promedio a la ecuación del momento;

$$\frac{\partial \overline{\rho \tilde{u}_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j}}{\partial x_j} = - \frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{2\mu(S_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} S_{ii})}}{\partial x_j} \quad (AII.9)$$

El término adicional $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$ es una consecuencia de la no linealidad de los términos convectivos; y necesitará, como ya se ha comentado, un tratamiento especial para cerrar la formulación.

Las ecuaciones (AII.8) y (AII.9) son las llamadas ecuaciones RANS (“*Reynolds-Averaged Navier Stokes*” equations), que contemplan los fenómenos de transporte de los valores medios de las variables fluidodinámicas. Para poder resolverlas, son necesarias ecuaciones adicionales para las seis componentes (3D) del tensor simétrico de tensiones de Reynolds: $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$.

El siguiente paso consiste en multiplicar esas ecuaciones promediadas por unas cantidades fluctuantes. El resultado se combina mediante ecuaciones diferenciales dando lugar a las ecuaciones finales de Reynolds-Stresses tras los promedios iniciales. Resumiendo: si a la ecuación de continuidad la denotamos para abreviar como $Ma(\rho)=0$ y a la del momento como $Mo(u_i)=0$, las ecuaciones de Reynolds-Stresses se obtienen a través del siguiente promedio final: $\overline{u_i'' \cdot Mo(u_j) + u_j'' \cdot Mo(u_i) + u_i'' u_j'' \cdot Ma(\rho)} = 0$.

Esquemáticamente:

$$\frac{\partial \overline{\rho u_i'' u_j''}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{\rho u_i'' u_j'' \tilde{u}_k} \right] = P_{ij} - \bar{\rho} \varepsilon_{ij} - \frac{\partial J_{ijk}}{\partial x_k} + \Pi_{ij} - \bar{u}_j'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \bar{u}_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \quad (AII.10)$$

donde,

$$P_{ij} = - \left[\overline{\rho u_j'' u_k''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} + \overline{\rho u_i'' u_k''} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} \right]$$



$$J_{ijk} = \overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} + \delta_{ik} \overline{p' u_j''} + \delta_{jk} \overline{p' u_i''} - \overline{u_j'' \tau_{ik}} - \overline{u_i'' \tau_{jk}}$$

$$\Pi_{ij} = p' \left(\frac{\partial u_j''}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i''}{\partial x_j} \right)$$

$$\overline{\rho \varepsilon_{ij}} = \tau_{ik} \frac{\partial u_j''}{\partial x_i} + \tau_{jk} \frac{\partial u_i''}{\partial x_i}$$

El significado físico de cada uno de estos cuatro términos es:

- Producción (P_{ij}). Tensiones turbulentas generadas a costa de la energía media del flujo y como consecuencia de la deformación media del flujo. Este término no necesita posterior modelización.
- Transporte (J_{ijk}). Este término consta de varias partes. Para empezar, hay un término de difusión turbulenta (fenómeno de transporte a través de las fluctuaciones de velocidad) dado por: $\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''}$, que necesita modelo posterior. Otro término es el de transporte de presión $+ \delta_{ik} \overline{p' u_j''} + \delta_{jk} \overline{p' u_i''}$ que también necesita modelo de cierre. Finalmente, un término de difusión molecular, que para fluidos de pequeña compresibilidad puede aproximarse por:

$$-\overline{u_j'' \tau_{ik}} - \overline{u_i'' \tau_{jk}} = \mu \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{(u_i'' u_j'')}.$$
- Términos de esfuerzos de presión (Π_{ij}). Las fluctuaciones de la presión redistribuyen la tensión turbulenta para generar un campo de turbulencia más isotrópico. Si se expresa de acuerdo a la terminología de una ecuación exacta de Poisson, aparecen tres términos constitutivos: El primero es llamado el término lento (*“slow term”*), que representa la tendencia de la turbulencia no isotrópica a convertirse en isotrópica; El segundo es el denominado término rápido (*“rapid term”*), que representa la “isotropización” del proceso de producción de tensiones; y finalmente un término de reflexión de la presión en pared. Estos tres términos necesitan de ecuaciones de cierre.
- Disipación de la tensión (ε_{ij}). Este término representa la disipación de la tensión que ocurre básicamente a las escalas más pequeñas. Se puede aproximar que:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{\rho} \left[\tau_{ik} \frac{\partial u_j''}{\partial x_i} + \tau_{jk} \frac{\partial u_i''}{\partial x_i} \right] = 2\nu \frac{\partial u_i''}{\partial x_k} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k}$$

Llegados a este punto, basta con introducir las ecuaciones de cierre que han quedado pendientes en los cuatro términos anteriores de la ecuación de Reynolds-stresses. En el modelo diferencial de Reynolds-stress (RSM), el cierre de las ecuaciones RANS se consigue introduciendo modelos para los términos de transporte, esfuerzo de la presión y disipación de las ecuaciones de Reynolds-stress. Por tanto, ya no se



consideran unas “ecuaciones exactas” del fenómeno físico sino que se implementan modelos de turbulencia que se aproximan a la realidad. Esos cierres necesarios son:

Término de transporte:

Agrupando los dos términos que necesitaban cierre, se puede denominar como “transporte difusivo de la turbulencia” a:

$$D_{ij}^T = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{\rho u_i'' u_j'' u_k''} + \delta_{ik} \overline{p' u_j''} + \delta_{jk} \overline{p' u_i''} \right]$$

que se modeliza mediante la generalización de la difusión del gradiente (modelo de Daly y Harlow) como:

$$D_{ij}^T = C_S \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho \frac{k u_k'' u_m''}{\varepsilon} \frac{\partial u_i'' u_j''}{\partial x_m} \right]; \quad C_S = 0.22$$

El programa FLUENT[®] simplifica más este tratamiento mediante una difusión de la turbulencia escalar. La formulación completa es:

$$D_{ij}^T = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial u_i'' u_j''}{\partial x_m} \right]; \quad \mu_t = \rho \cdot C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}; \quad \sigma_k = 0.82; \quad C_\mu = 0.09$$

Término de esfuerzo de la presión:

Como ya se ha comentado, se plantean tres términos de la forma:

$\Pi_{ij} = \Pi_{ij}^1 + \Pi_{ij}^2 + \Pi_{ij}^w$, donde el primer término es el “*slow term*”, el segundo es el “*rapid term*” y el último “*wall-reflection term*”, señalados previamente. La modelización de esos términos en FLUENT[®] se realiza como sigue:

$$\Pi_{ij}^1 = -C_1 \cdot \rho \frac{\varepsilon}{k} \left[\overline{u_i'' u_j''} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right]; \quad C_1 = 1.8$$

$$\Pi_{ij}^2 = -C_2 \cdot \left[(P_{ij} + F_{ij} + C_{ij} + G_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P + G - C) \right]; \quad C_2 = 0.6; \quad \text{donde}$$

$F_{ij} = -\overline{u_j'' \tau_{ik}} - \overline{u_i'' \tau_{jk}}$ es el término de J_{ijk} que no necesita cierre.

$$C_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{\rho u_i'' u_j''} \cdot \tilde{u}_k \right]; \quad P = \frac{1}{2} P_{kk}; \quad C = \frac{1}{2} C_{kk}; \quad G_{ij} \text{ y } G \text{ son términos que}$$

se modelizan en derivadas parciales de la temperatura. Como no se está considerando la ecuación de la energía, son términos nulos.



$$\begin{aligned} \Pi_{ij}^w = & C_1' \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_k'' u_m''} \cdot n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_i'' u_k''} \cdot n_j n_k - \frac{3}{2} \overline{u_j'' u_k''} \cdot n_i n_k) \frac{k^{3/2}}{C_\ell \cdot \varepsilon \cdot d} + \\ & + C_2' \left(\Pi_{km}^2 \cdot n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Pi_{ik}^2 \cdot n_j n_k - \frac{3}{2} \Pi_{jk}^2 \cdot n_i n_k \right) \frac{k^{3/2}}{C_\ell \cdot \varepsilon \cdot d}; \quad C_1' = 0.5; \quad C_2' = 0.3; \end{aligned}$$

$C_\ell = \frac{C_\mu^{0.75}}{\chi}$; con $\chi = 0.41$; n_k es la componente k -ésima del vector normal a la pared y d es la distancia normal a la pared.

Término de disipación:

El modelo propuesto para el tensor de disipación es: $\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} (\rho \varepsilon + Y_M)$, donde $Y_M = 2\rho\varepsilon \cdot M_t^2$ es un término adicional de “disipación por dilatación”. Se ha definido un número de Mach turbulento como $M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}$ siendo a la velocidad del sonido, y cuyo efecto se aprecia para gases ideales compresibles. Finalmente, el índice de disipación, como un escalar, se calcula mediante una ecuación de transporte de la siguiente forma:

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{1}{2} [P_{ii} + C_{\varepsilon 3} G_{ii}] \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$\sigma_\varepsilon = 1.0$; $C_{\varepsilon 1} = 1.44$; $C_{\varepsilon 2} = 1.92$; $C_{\varepsilon 3} = \tanh \left| \frac{v}{u} \right|$, siendo v la componente de la velocidad del flujo paralela a la gravedad; mientras que u es la componente de la velocidad perpendicular al campo gravitatorio.

Respecto a la variable escalar k , definida como la energía cinética turbulenta, ésta se puede considerar a través de su definición:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i'' u_i''}$$

Ahora bien, para conseguir una adecuación del modelo RSM con respecto a las imposiciones de las condiciones de contorno del dominio, se puede resolver (integrado en el modelo como una opción, por defecto activada) una ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta; esto es,

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{2} [P_{ii} + G_{ii}] - \rho \varepsilon (1 + 2M_t^2)$$

AII.3.- MODELO DE SIMULACIÓN DE GRANDES VÓRTICES (LES)

AII.3.1.- Generalidades.

Los flujos turbulentos se caracterizan por la existencia de remolinos con un amplio abanico de escalas temporales y espaciales. En general, los remolinos más grandes se corresponden en tamaño con las longitudes características del flujo medio. Como ya se ha comentado anteriormente, las escalas más pequeñas son responsables de la disipación de la energía cinética turbulenta.

Conceptualmente, la modelización LES se encuentra en algún lugar a medio camino entre la simulación directa y la aproximación RANS. Su metodología se basa en resolver únicamente los remolinos de mayor tamaño (del orden de la discretización empleada), mientras que las escalas más pequeñas son modeladas. En la figura AII.1. se muestra este concepto y cómo los grandes remolinos son resueltos a partir del nivel de filtración empleado, mientras que los pequeños (en las esquinas), que no son capturados al presentar escalas menores (*subgrid scales*), habrán de ser modelizados.

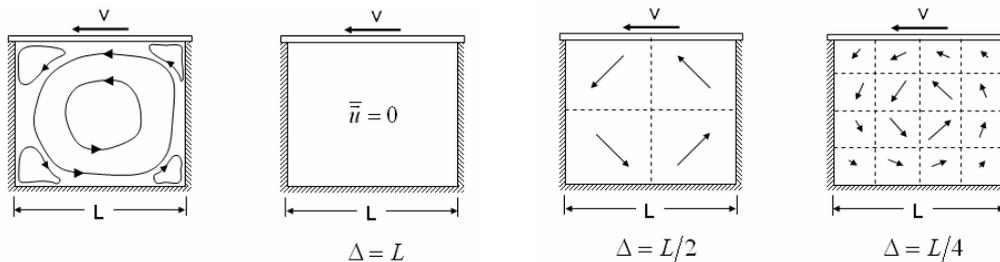


Fig. AII.1. Niveles de discretización para la resolución de grandes remolinos (*Large Eddies*).

Estas características de filtrado a nivel de la discretización espacial, permite que las resoluciones de las mallas sean al menos de un orden de magnitud más bajo que empleando DNS. Además, el tamaño de los pasos temporales puede ser proporcional al tiempo característico de giro de los remolinos, lo que es mucho menos restrictivo que en el caso de DNS.

De todos modos, es cierto que en la práctica se necesitan mallados extremadamente finos; y solamente gracias a las importantes mejoras en la capacidad de cálculo de los computadores y a la utilización intensiva de cálculo en paralelo (*clusters*), es posible hoy día abordar problemas de ingeniería con estrategias LES de modelización de turbulencia.

En la siguiente sección se detalla el procedimiento de filtrado que introduce el modelo LES, presentando las opciones existentes para la modelización de las tensiones en la escala del submallado (necesarias para garantizar el problema del cierre de las ecuaciones de gobierno) y discutiendo la importancia de las condiciones de contorno.



AII.3.2.- El procedimiento de filtrado.

Las ecuaciones de gobierno empleadas por el modelo LES surgen de filtrar las ecuaciones generales de Navier-Stokes, bien en el espacio de Fourier, bien en el espacio físico. Se denomina filtrado porque efectivamente se consiguen eliminar (filtrar) los remolinos cuyas escalas son inferiores al paso del filtro o a la discretización de la malla utilizada en los cálculos. Las ecuaciones resultantes serán las que gobiernen la dinámica de los remolinos más grandes.

Tomando como variable característica la velocidad del fluido, entonces su parte filtrada se calcula a partir de un operador de convolución:

$$\bar{u}(\bar{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\bar{x} - \bar{x}', t - t') \cdot u(\bar{x}', t') \cdot d\bar{x}' \cdot dt' = G * u \quad (AII.11)$$

La parte más pequeña, a nivel de submalla (*subgrid scale*), se define entonces como:

$$\bar{u}'(\bar{x}, t) = \bar{u}(\bar{x}, t) - \bar{\bar{u}}(\bar{x}, t) \quad (AII.12)$$

A la vista de la definición de la convolución, es obvio que en función del filtro que se haya adoptado (núcleo G), la parte \bar{u}' será variable. Antes de citar los núcleos más utilizados y en particular cuál fue el utilizado en este trabajo, conviene remarcar dos consideraciones:

- Generalmente, el operador de filtrado se restringe a las dimensiones espaciales. Esto es debido a que la definición de un núcleo temporal puede conducir a determinadas violaciones del principio de causalidad, lo cual es inadmisibles. Aún así, conviene recordar que la eliminación de ciertas escalas espaciales conlleva de forma implícita un cierto filtrado temporal.
- En el espacio de Fourier, la convolución se define de forma directa como el producto del núcleo y la variable filtrada:

$$\bar{\bar{u}}(k, t) = \hat{G}(k) \cdot \hat{u}(k, t)$$

donde $\bar{\bar{u}}$ y \hat{G} son respectivamente las transformadas de Fourier de la velocidad y del núcleo del filtro.

Entre las propiedades que debe satisfacer el filtro que se utilice han de encontrarse las de:

- Linealidad: $\overline{u + v} = \bar{u} + \bar{v}$
- Preservación de constantes: $\bar{a} = a \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} G(\bar{x}') \cdot d\bar{x}' = 1$
- Conmutación con derivadas: $\overline{\frac{\partial u}{\partial s}} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial s}, \quad s = \bar{x}, t$

En general, esto conlleva que no sean operadores de Reynolds: $\bar{\bar{u}} \neq \bar{u}$; $\bar{u}' \neq 0$.



En lo que respecta a tipos de filtros que suelen utilizarse, hay tres principales:

- Filtro Gaussiano:

$$G(\bar{x} - \bar{x}') = \sqrt{6/\pi\Delta^2} \cdot e^{-6|\bar{x} - \bar{x}'|^2/\Delta^2}$$

$$\hat{G}(k) = e^{-k^2\Delta^2/24}$$
- Filtro de corte alto (*Sharp cut-off*):

$$G(\bar{x} - \bar{x}') = \frac{\text{sen}(k_c(\bar{x} - \bar{x}'))}{k_c(\bar{x} - \bar{x}')} \quad k_c = \pi/\Delta$$

$$\hat{G}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } k \leq k_c \\ 0 & \text{si } k > k_c \end{cases}$$
- Filtro de caja (*Box/Top Hat*):

$$G(\bar{x} - \bar{x}') = \begin{cases} 1/\Delta & \text{si } |\bar{x} - \bar{x}'| \leq \Delta/2 \\ 0 & \text{si } |\bar{x} - \bar{x}'| > \Delta/2 \end{cases}$$

$$\hat{G}(k) = \frac{\text{sen}(k\Delta/2)}{k\Delta/2}$$

Sea cual sea el filtro empleado, su utilización proporciona el siguiente conjunto de ecuaciones filtradas (se considera flujo incompresible y sin el aporte de la ecuación de la energía):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{AII.13})$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 \bar{u}_i - \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{(\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)}_{\tau_{ij}} \quad (\text{AII.14})$$

donde el término τ_{ij} son las tensiones de la escala de submalla (*subgrid scale stresses*), que deben ser modeladas para garantizar el cierre de las ecuaciones filtradas.

Finalmente, antes de mostrar el modelo empleado para el cálculo de las tensiones LES, conviene comprender el proceso de convolución, para entender qué está haciendo el filtro con las variables a las que se aplica.

La figura AII.2 muestra gráficamente una animación que ilustra la convolución de dos funciones, f y g . En las gráficas, la curva de color verde muestra el resultado de la convolución de las curvas azul y roja como una función de la variable t , que queda fijada por la línea vertical de color verde en cada instante. La región que aparece en gris muestra el producto de ambas funciones, $g(\tau)f(t-\tau)$, en función de t , así que esa área es precisamente la convolución de ambas.

Si se retoma la definición de la convolución de la ecuación (AII.11), obviando el filtrado temporal, e identificando la función azul g con la velocidad u , la función f roja con el núcleo de filtrado G y la variable t , con la posición \bar{x} , se comprende el procedimiento de convolución ejecutado sobre la velocidad.

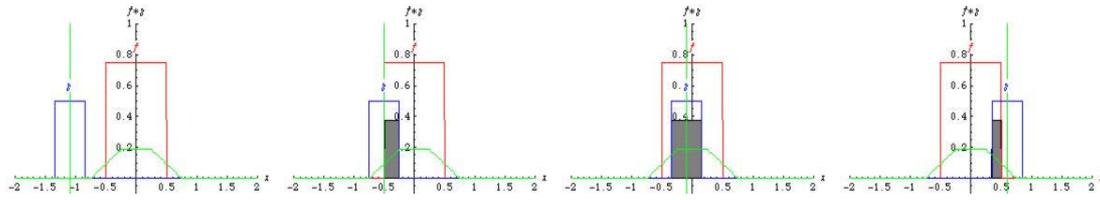


Fig. AII.2. Proceso de convolución de dos variables.

Para la modelización LES utilizada en este trabajo, se ha empleado un filtro de tipo caja, por lo que su definición matemática es exacta a la de la variable f (curva en rojo) de la figura AII.2. De esta forma, sólo para un entorno (en forma de caja tridimensional de volumen $V = |\Delta|^3$ - ver figura AII.3), centrado en el punto \bar{x} de análisis, el filtro queda definido; en el resto del dominio es nulo, cuando se aplica el filtro a esa localización concreta.

En el interior de esa caja, la convolución está planteando la integral triple de la velocidad, dividiendo para cada dirección por el tamaño característico de la caja en dicha dirección. Por tanto, se está ejecutando una media en todas las direcciones, y sea como fuere la señal original de la velocidad (fluctuaciones a frecuencias menores que la longitud característica del filtro), se obtiene un valor laminado medio en el interior de la caja del filtro (figura AII.4).

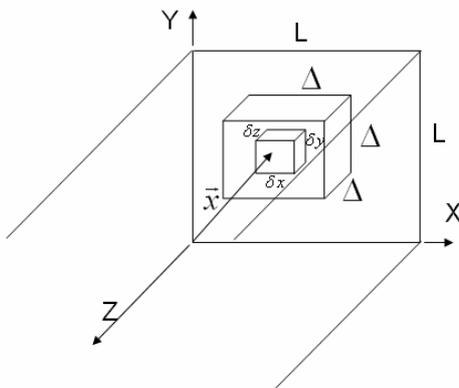


Fig. AII.3. Definición de la caja de filtro en un punto de coordenadas \bar{x} .

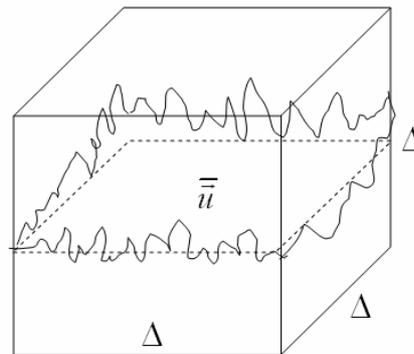


Fig. AII.4. Filtrado de las fluctuaciones de frecuencias superiores a la longitud característica del filtro Δ .

AII.3.3.- Modelo de la escala de submalla (*subgrid scale modelling*).

Como se había visto sobre la ecuación (AI.14), el tensor de la escala de submalla (a partir de ahora, tensor SGS) es el término adicional introducido por el filtrado de las ecuaciones, que necesita ser modelizado para garantizar el cierre de las ecuaciones. En principio, esto significa que el tensor SGS debe ser expresado en función de las incógnitas del problema filtrado, como por ejemplo, \bar{u} .



Se pueden citar un par de estrategias adecuadas para establecer el modelo de las tensiones SGS. Cada una de ellas conduce a soluciones muy diferentes. A saber:

- Modelado funcional: se basa en introducir sobre las ecuaciones filtradas un nuevo término, que presenta el mismo efecto (dispersivo, disipativo) en las escalas resueltas que las escalas SGS, pero que en realidad no puede considerarse como un modelo para el tensor τ_{ij} . Más bien se tiene que interpretar como un modelo sobre el término $\nabla \cdot \bar{\tau}$.
- Modelado estructural: pretende construir un modelo sobre el tensor τ_{ij} como tal, sea cual sea la naturaleza de la interacción entre las escalas resueltas y las de la submalla.

Además, la tabla AII.1 agrupa el conjunto de directrices generales que deben ser observadas en el establecimiento de un modelo para las tensiones SGS, tanto desde el punto de vista físico como del numérico.

RESTRICCIONES FÍSICAS	RESTRICCIONES NUMÉRICAS
<ul style="list-style-type: none"> - Los modelos SGS deben presentar las mismas propiedades de simetría que los términos SGS originales (ecuación AI.14). - Los modelos SGS deben ser consistentes, así que no pueden convertirse en esquemas DNS cuando el flujo está resuelto. - Deben tener el mismo efecto sobre las escalas resueltas que las verdaderas escalas SGS. 	<ul style="list-style-type: none"> - Los modelos SGS deben ser realistas desde un punto de vista computacional. Si son muy exigentes, es mejor usar un mallado más fino con un modelo SGS más simple. - No deben introducir inestabilidad numérica. - Deben ser numéricamente robustos: una vez discretizados, deben garantizar que sus efectos son los mismos que los del modelo continuo.

Tabla AII.1. Restricciones de los modelos SGS.

Antes de abordar el modelado matemático del tensor SGS, conviene recalcar que la consistencia física del modelo es uno de los problemas fundamentales que es necesario resolver en el modelado de estas tensiones. Se trata de saber si existen valores del tensor SGS en una determinada localización de la malla para un determinado instante. Si esa escala de submalla existe, entonces un modelo SGS consistente debe devolver un valor no nulo, mientras que sí ha de ser cero en caso contrario. Por tanto, un problema fundamental del modelado SGS es la identificación de las localizaciones e instantes para los cuales debe existir el modelo SGS. Para ello, es necesario disponer de información adicional, que puede tener diversa procedencia:

- Definición de nuevas variables, directamente ligadas al modelo SGS, como puede ser la energía cinética SGS (*SGS kinetic energy*), resuelta a partir de la correspondiente ecuación de transporte.
- Incorporar nuevos conocimientos de las propiedades o de las características de las soluciones de las ecuaciones de Navier-Stokes en el modelo. La existencia de



escalas SGS quedaría ligada de esta forma a ciertas características del flujo resuelto. Puesto que el modelo LES se muestra fundamentalmente como un problema espectral (selección de frecuencias), es fácil entender que la información más apropiada sobre la cual inferir la existencia o no de modos SGS, está contenida en las mayores escalas resueltas. Pero esto topa con un problema de incertidumbre: se busca que el modelo sea local tanto en el espacio físico como en el de Fourier, y eso es imposible: cuanto más local en el espacio se quiera el modelo, más información de las frecuencias bajas resueltas son necesarias.

Habitualmente, se emplea un modelado funcional, a partir del empleo de la dinámica de la turbulencia isotrópica como base de trabajo. Tanto los diversos estudios teóricos como numéricos realizados demuestran que el efecto neto de las escalas de submalla se traduce en una disminución de la energía cinética asociada a las escalas resueltas. De este modo, el proceso queda directamente ligado a la “cascada de energía” desde las escalas mayores hacia las más pequeñas.

La forma más simple de evaluar esa disminución neta de la energía consiste en parametrizarla como una disipación adicional. Esto se consigue con la definición de una viscosidad turbulenta (*eddy-viscosity*), de la misma forma en que se postula para modelos RANS. Por tanto, se puede definir:

$$\tau^D = -2\nu_t \bar{S}, \quad \bar{S} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (AII.15)$$

donde $\tau^D = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij}$. Al igual que en la ecuación (AII.4) del modelo RANS, el tensor \bar{S} corresponde con la parte simétrica del término $\nabla \bar{u}$, siendo aquel un tensor sin traza para el caso incompresible. La parte isotrópica, $\frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij}$, se añade en realidad a la presión filtrada, de modo que se trabaja con una especie de pseudo-presión:

$$\bar{p} \rightarrow \Pi = \bar{p} + \tau_{kk}/3 \quad (AII.16)$$

Llegados a este punto, el problema de cierre consiste en la definición de la viscosidad turbulenta, ν_t . Pero antes de describir el modelo utilizado sobre la viscosidad turbulenta, conviene incidir en un par de consideraciones:

- La utilización de una viscosidad escalar es una simplificación. De hecho, un simple análisis tensorial muestra que en realidad, ν_t debería ser un tensor de cuarto orden: $\tau_{ij} = \nu_{t_{ijkl}} \bar{S}_{kl}$.
- Este tipo de modelo de viscosidad turbulenta es local tanto en el espacio como en el tiempo (además de ser muy fácil de utilizar), aunque en realidad, algunos estudios teóricos demuestran que debería no ser local en el espacio y el tiempo. Así, la propiedad de ser local se recupera únicamente cuando se asume que existe un cierto “salto espectral” entre las escalas resueltas y las escalas a nivel SGS. Es decir, las escalas características de los modelos SGS son mucho más pequeñas que aquellas del campo resuelto. Si se denominan como L_0 y T_0 las

escalas espaciales y temporales del flujo resuelto, y como l_0 y t_0 a las escalas SGS, entonces la condición impone que: $l_0 \ll L_0$, $t_0 \ll T_0$.

Esta simple condición, que se satisface en la modelización RANS, no la cumple la modelización LES, debido a que el espectro de la energía cinética es una función continua, y la frecuencia de corte se asume que tiene lugar en la zona de rango inercial. Resumiendo, no hay salto espectral, como se observa en la figura AII.5.

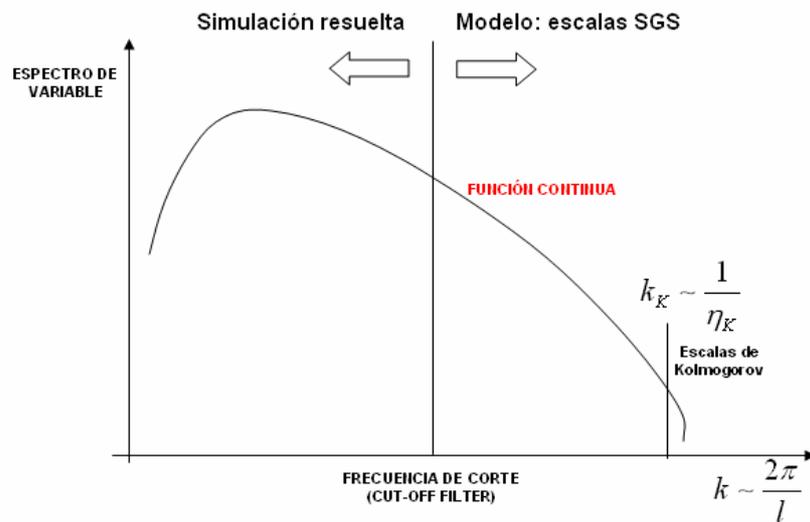


Fig. AII.5. Función continua del espectro energético a diversas escalas de una variable.

Modelo Smagorinsky-Lilly

El modelo SGS más utilizado es el modelo de Smagorinsky, que además tiene el honor de ser el pionero de todos ellos. Se obtiene a partir de un sencillo análisis dimensional, según el cual:

$$\nu_t \propto l_0^2 t_0^{-1} \quad (\text{AII.17})$$

Ahora bien, ¿cómo evaluar las dos escalas características l_0 y t_0 ? En principio, asumiendo que la longitud de escala de corte (*cut-off lengthscale*) es representativa del modelo SGS, entonces se puede establecer que:

$$l_0 = C_S |\Delta| \quad (\text{AII.18})$$

donde C_S es una constante que habrá de ser evaluada. La evaluación de la escala temporal t_0 es un poco más complicada y requiere de nuevos supuestos acerca de la dinámica del flujo. En primer lugar, se asume que la hipótesis del equilibrio local se satisface, y por tanto, la tasa de producción de energía cinética es igual a la tasa de transferencia a través del filtro de corte, que a su vez es igual a la tasa de disipación por efectos viscosos. De esta forma, se consigue una transformación automática desde las escalas SGS hacia las escalas resueltas, y por tanto, la escala del tiempo característico del modelo SGS es igual a aquella de las escalas resueltas. Considerando que el tamaño de esa escala coincide con el característico de giro del flujo promedio, definido por T_0 , entonces:



$$T_0 = 1/\sqrt{2\overline{S_{ij}}\overline{S_{ij}}} = t_0 \quad (AII.19)$$

Introduciendo las ecuaciones (AII.18) y (AII.19), dentro de la relación de proporcionalidad definida en (AII.17), entonces:

$$\nu_t = (C_s |\Delta|)^2 \sqrt{2\overline{S_{ij}}\overline{S_{ij}}} \quad (AII.20)$$

Sobre el modelo de Smagorinsky, Lilly introdujo una pequeña modificación respecto a la longitud de mezcla de las escalas de la submalla (ecuación (AII.18)), de modo que se tuviera en cuenta el efecto anisótropo de la presencia de un contorno sólido. De esta forma, se evalúa l_0 a partir de la siguiente expresión:

$$l_0 = \min(\kappa d, C_s V^{1/3}) \quad (AII.21)$$

donde κ es la constante de Von Kármán, d es la distancia a la pared más cercana y $V = |\Delta|^3$, representa el tamaño del filtro, o volumen de la celda computacional.

Respecto a la determinación de la constante C_s , diversos autores han propuesto valores más o menos apropiados para diversos tipos de flujo. Por ejemplo, el propio Lilly estima un valor de 0.23 a partir de la turbulencia homogénea e isotrópica en la zona de rango inercial. Sin embargo, este valor crea excesivo *dumping* en las escalas resueltas. Otros valores típicos son 0.18, derivado del filtro *sharp-cutoff*, o incluso 0.1 cuando se tiene flujo confinado. De hecho, FLUENT[®] incorpora por defecto ese valor de 0.1 y es el que se ha empleado en la simulación.

En la tabla AII.2 se recogen otros modelos SGS que se utilizan en códigos numéricos. No es el objeto de este anexo resumir todos ellos, sino presentar la forma de trabajo de la modelización LES; por tanto, no se va a profundizar más sobre dichos modelos. Más información sobre el tema puede ser consultada en *Sagaut, 2001*.

MODELOS FUNCIONALES	MODELOS ESTRUCTURALES
<ul style="list-style-type: none"> - Modelo de Smagorinsky. - Modelo de Smagorinsky-Lilly. - Modelo de función de estructura. - Modelo de escala de mezcla. - Modelo unidimensional de Schumann. 	<ul style="list-style-type: none"> - Modelos de similitud de escalas. - Modelos basados en la extensión de Taylor.

Tabla AII.2. Principales modelos SGS empleados en esquemas turbulentos LES.

De forma paralela se trabaja en modelos híbridos, como una combinación entre estrategias funcionales y estrategias estructurales. De hecho, diversos estudios numéricos han demostrado que los modelos funcionales suelen garantizar un nivel de disipación satisfactorio, pero son incapaces de reflejar la anisotropía del flujo por lo que no son adecuados para determinar el propio tensor SGS. Por el contrario, los modelos



estructurales sí consiguen una buena predicción de los valores propios del tensor (capturan la anisotropía), pero no alcanzan una disipación suficiente. Así que una buena idea parece ser la de acoplar ambos tipos de modelo, obteniendo un modelo de combinación lineal, que habitualmente ofrece mejores resultados que los modelos simples de generación de viscosidad turbulenta.

Por otro lado, como se ha visto anteriormente, todos los modelos de viscosidad turbulenta presentan una constante C_s , que fue fijada a partir de consideraciones sobre el caso de turbulencia isótropa. Una idea para minimizar errores en la modelización de esa constante es la de ajustarla en cada punto y paso temporal con el objeto de alcanzar la mejor adaptación posible del modelo SGS seleccionado al estado local del flujo resuelto. Para ello, se emplea un procedimiento dinámico, que a partir de la identidad de Germano, establece diversos niveles de filtrado (*multi-level filtering*).

AII.3.4.- Condiciones de contorno.

La representación de contornos sólidos durante los cálculos del LES es una de las claves para el empleo de esta técnica a nivel industrial. En principio, existen dos posibilidades:

- Si el mallado es suficientemente fino en los contornos, entonces se pueden capturar directamente las dinámicas del flujo en la zona interna laminar de las capas límite. La bibliografía consultada recomienda que para asegurar una buena resolución en esa zona, se necesitan al menos 3 nodos en la zona comprendida entre $0 \leq y^+ \leq 10$ (en la dirección normal a la pared). Además, la resolución del flujo en su dirección (Δz^+), y en la dirección transversal (Δx^+), también condicionan de forma muy importante la calidad de la solución. Así:
 - Si $\Delta z^+ \leq 50$, $\Delta x^+ \leq 12$: Buena resolución LES.
 - Si $\Delta z^+ \leq 100$, $\Delta x^+ \leq 30$: Resolución LES media.
 - Si $\Delta z^+ \geq 100$, $\Delta x^+ \geq 30$: Mala resolución LES.
- Otra opción es utilizar un modelo de pared, cuando la malla no es suficientemente fina. La región turbulenta de la capa límite se parametriza en este caso. En estos casos, es posible emplear mallados más groseros, que alcanzan valores hasta de: $\Delta z^+ \approx 600$, $\Delta x^+ \approx 300$, $\Delta y^+ \approx 200$.

FLUENT[®] incorpora un modelo de pared de forma que cuando el mallado es suficientemente fino (posibilidad uno), el modelo resuelve la subcapa límite laminar, de forma que la tensión de cortadura con la pared se evalúa a partir de la relación de flujo laminar:

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (AII.22)$$

Cuando la malla es demasiado basta para resolver la subcapa laminar, se asume una ley de pared logarítmica de la forma:

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \text{Ln} E \left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu} \right) \quad (\text{AII.23})$$

donde κ es de nuevo la constante de Von Kármán, y E es una constante que adopta el valor de ajuste, 9.793.

AII.3.5.- Consideraciones numéricas prácticas.

Para terminar con esta presentación general de la modelización LES, se quiere hacer una revisión final de ciertos aspectos que han podido quedar confusos en la definición matemática del método. Lo que se pretende es poder ligar conceptualmente las variables y procedimientos presentados en este anexo, con las propiedades habituales presentes en toda simulación numérica.

En definitiva, se trata de responder a la pregunta: ¿cuál es el filtro que realmente se está aplicando a lo largo de la simulación? Porque en realidad, el filtro aplicado se presenta como una mezcla de los siguientes elementos:

- El filtro de la malla. Obviamente, la discretización espacial elegida induce la definición de la máxima resolución de los cálculos (una escala más pequeña que la de la malla no puede ser capturada).
- El filtro de convolución, tal como se definió en AII.3.2.
- El filtro numérico, interpretado como errores numéricos.
- El filtro del propio modelo SGS, que se ha utilizado en la definición de la viscosidad turbulenta –ecuación (AII.20)–.

Para finalizar, en la figura AII.6 se muestra el filtro SGS empleado en cada celda de la discretización de la modelización bidimensional en la sección central, en un instante dado. A primera vista, esa distribución del filtro indica una clara dependencia de la discretización espacial empleada. Basta con comparar esta figura con la figura 4.9. Los valores mínimos aparecen ligados a las zonas de mayor densidad de celdas.

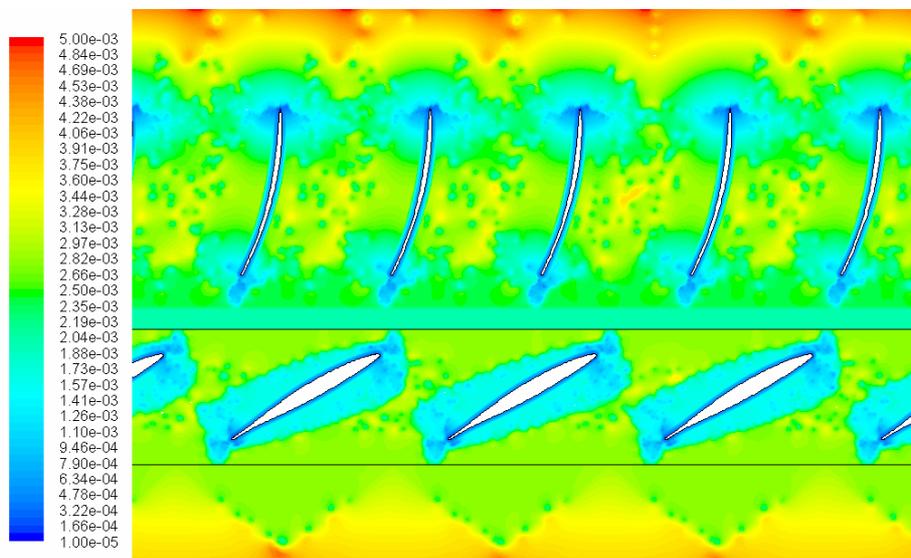


Fig. AII.6. Mapa de la longitud característica del filtro de subescala del modelo bidimensional.





ANEXO III GEOMETRÍA TRIDIMENSIONAL DE LA SOPLANTE

Se muestran en este anexo las coordenadas de las superficies que componen cada álabe y cada directriz, así como detalles de las discretizaciones numéricas.

AIII.1.- COORDENADAS DE ÁLABES Y DIRECTRICES

AIII.1.1.- Gráficas de la distribución radial de las caras de presión y succión de álaves y directrices.

En vez de incluir un arduo listado con las coordenadas cilíndricas o cartesianas de las superficies, se han generado dos gráficos tridimensionales con la localización de los puntos constituyentes de los perfiles.

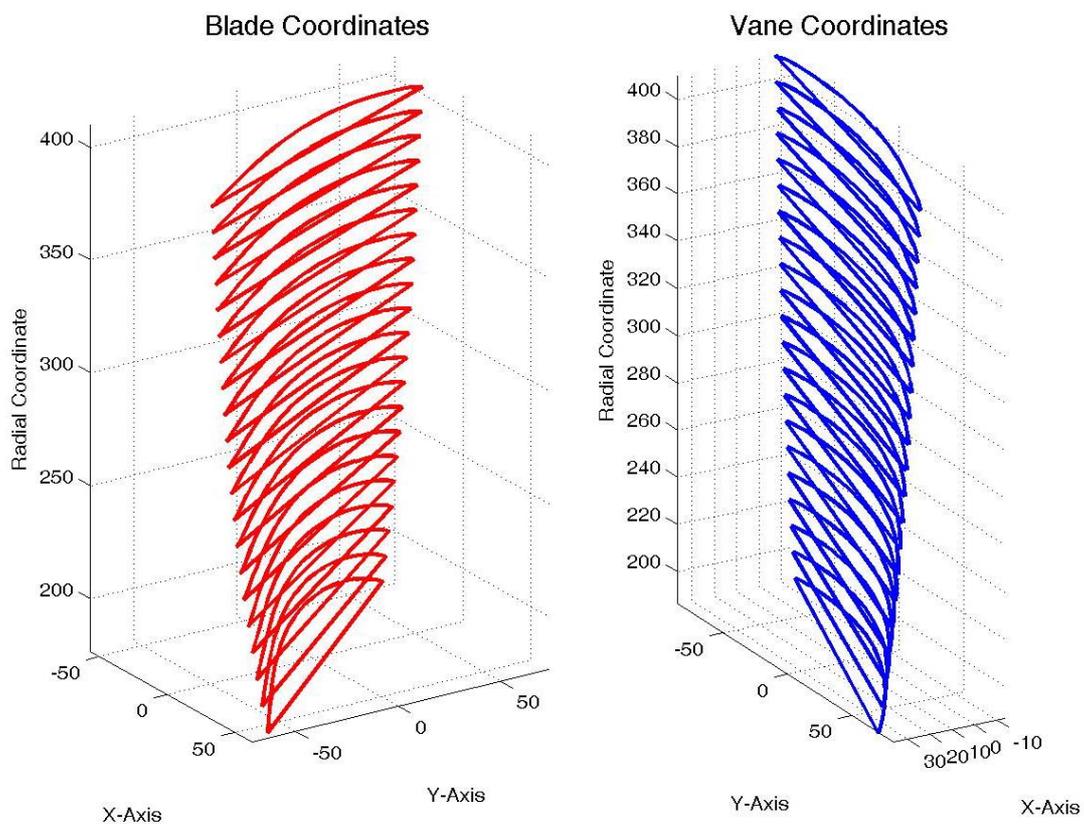


Fig. AIII.1. Distribución radial de la geometría del álabe.

Fig. AIII.2. Distribución radial de la geometría de la directriz.



AIII.1.2.- Datos genéricos para la construcción de álabes del rotor.

Se recogen en la siguiente tabla los datos genéricos para la determinación del esqueleto y de diversos puntos sobre las caras de succión y presión en un álabes NACA-65 (*Abbott, 1959*). Se han definido 26 puntos por cada cara para la construcción de los *splines* que conforman los contornos.

ALABE NACA 65-010. CI=1.0. Dim. Porcent.					ALABE NACA 65-(12)10. CI=1.2. Alabes de 5 pulgadas = 127 mm.									
Ptos	%cuerda	Espeor	Pendiente	Línea	ESQUELETO		THETA (rad)	THETA (grados)	Ptos	CARA DE SUCCION		CARA DE PRESION		
1	(Xe)	(The)	(Dydx)	media (Ye)	Xes	Yes	Arctg(1,27*Dydx/(l))	Theta*(180/Pi)	1	Coord. Xs	Coord. Ys	Coord. Xp	Coord. Yp	
1	0	0.0000	-----	0.0000	0.0000	0.0000	-----	-----	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
2	0.5	0.7720	0.4212	0.2500	0.6350	0.3810	0.4912	28.1434	2	0.1725	1.2455	1.0975	-0.4835	
3	0.75	0.9320	0.3888	0.3500	0.9525	0.5334	0.4586	26.2761	3	0.4285	1.5947	1.4765	-0.5279	
4	1.25	1.1690	0.3477	0.3500	1.5875	0.8153	0.4158	23.8252	4	0.9878	2.1735	2.1872	-0.5428	
5	2.5	1.5740	0.2916	0.9300	3.1750	1.4173	0.3546	20.3180	5	2.4809	3.2919	3.8691	-0.4573	
6	5	2.1770	0.2343	1.5800	6.3500	2.4079	0.2892	16.5710	6	5.5615	5.0579	7.1385	-0.2420	
7	7.5	2.6470	0.2000	2.1200	9.5250	3.2309	0.2487	14.2483	7	8.6976	6.4892	10.3524	-0.0274	
8	10	3.0400	0.1749	2.5850	12.7000	3.9395	0.2185	12.5199	8	11.8631	7.7085	13.5369	0.1705	
9	15	3.6660	0.1381	3.3650	19.0500	5.1283	0.1736	9.9442	9	18.2460	9.7141	19.8540	0.5424	
10	20	4.1430	0.1103	3.9800	25.4000	6.0655	0.1392	7.9742	10	24.6701	11.2763	26.1299	0.8548	
11	25	4.5030	0.0875	4.4750	31.7500	6.8199	0.1106	6.3374	11	31.1187	12.5038	32.3813	1.1360	
12	30	4.7600	0.0675	4.8600	38.1000	7.4066	0.0855	4.8961	12	37.5840	13.4298	38.6160	1.3835	
13	35	4.9240	0.0493	5.1500	44.4500	7.8486	0.0625	3.5790	13	44.0596	14.0899	44.8404	1.6073	
14	40	4.9960	0.0323	5.3500	50.8000	8.1610	0.0409	2.3454	14	50.5403	14.5006	51.0597	1.8214	
15	45	4.9630	0.0160	5.4750	57.1500	8.3439	0.0203	1.1605	15	57.0223	14.6456	57.2777	2.0422	
16	50	4.8120	0.0000	5.5150	63.5000	8.4049	0.0000	0.0000	16	63.5000	14.5161	63.5000	2.2936	
17	55	4.5300	-0.0160	5.4750	69.8500	8.3439	-0.0203	-1.1605	17	69.9665	14.0958	69.7335	2.5920	
18	60	4.1460	-0.0323	5.3500	76.2000	8.1610	-0.0409	-2.3454	18	76.4155	13.4220	75.9845	2.9000	
19	65	3.6820	-0.0493	5.1500	82.5500	7.8486	-0.0625	-3.5790	19	82.8419	12.5156	82.2581	3.1816	
20	70	3.1560	-0.0675	4.8600	88.9000	7.4066	-0.0855	-4.8961	20	89.2421	11.4001	88.5579	3.4131	
21	75	2.5840	-0.0875	4.4750	95.2500	6.8199	-0.1106	-6.3374	21	95.6122	10.0815	94.8878	3.5583	
22	80	1.9870	-0.1103	3.9800	101.6000	6.0655	-0.1392	-7.9742	22	101.9501	8.5646	101.2499	3.5664	
23	85	1.3850	-0.1381	3.3650	107.9500	5.1283	-0.1736	-9.9442	23	108.2538	6.8608	107.6462	3.3957	
24	90	0.8100	-0.1749	2.5850	114.3000	3.9395	-0.2185	-12.5199	24	114.5230	4.9438	114.0770	2.9353	
25	95	0.3060	-0.2343	1.5800	120.6500	2.4079	-0.2892	-16.5710	25	120.7608	2.7804	120.5392	2.0354	
26	100	0.0000	-----	0.0000	127.0000	0.0000	-----	-----	26	127.0000	0.0000	127.0000	0.0000	

ALABE NACA 65 -(12)10 a escala 1,27 respecto del alabe de referencia NACA 65-010. Caida = 1,2. Escala de espeor =1.

Tabla AIII.1. Datos genéricos de un perfil NACA 65.

AIII.1.3.- Distribuciones radiales de espesores y curvaturas en álabes y directrices.

A partir del programa de generación de perfiles, PELMA, se recogen los datos de espeor, solidez, calado y *camber* que han de presentar los álabes y directrices de acuerdo a los diseños utilizados. La condición de vórtice libre implica el retorcimiento radial de los perfiles (figura AIII.1 y AIII.2).

Sección	Diámetro(mm)	Solidez	RODETE		
			Camber	Calado(°)	Espesor(%)
1	820	0.55	5.7472	66.4585	8
2	798	0.5677	5.8438	65.9117	8.1165
3	776	0.5866	5.9587	65.3405	8.236
4	754	0.6066	6.0874	64.744	8.3618
5	732	0.6279	6.2219	64.121	8.4934
6	710	0.6507	6.3763	63.4692	8.6311
7	688	0.6751	6.5429	62.7865	8.7755
8	666	0.7012	6.7155	62.071	8.9272
9	644	0.7292	6.9287	61.3215	9.0867
10	622	0.7594	7.1433	60.5317	9.2547
11	600	0.792	7.4251	59.7042	9.4321
12	578	0.8273	7.7701	58.8298	9.6197
13	556	0.8657	8.1288	57.9069	9.8185
14	534	0.9075	8.5168	56.9342	10.0297
15	512	0.9532	8.9686	55.9132	10.2546
16	490	1.0033	9.4567	54.8359	10.4948
17	468	1.0586	10.1275	53.7282	10.7521
18	446	1.1198	10.905	52.5618	11.0285
19	424	1.1879	11.785	51.3139	11.3265
20	402	1.2641	12.704	50.0143	11.492
21	380	1.35	13.764	48.6434	12

Sección	Diámetro(mm)	Solidez	DIRECTRICES		
			Camber	Calado(°)	Espesor(%)
1	820	0.8623	23.3068	10.7752	3
2	798	0.8832	23.6352	10.9295	3
3	776	0.9053	23.9865	11.0946	3
4	754	0.9287	24.3629	11.2715	3
5	732	0.9534	24.7662	11.4611	3
6	710	0.9797	25.1988	11.6646	3
7	688	1.0077	25.6578	11.8846	3
8	666	1.0375	26.1329	12.1243	3
9	644	1.0703	26.6647	12.3929	3
10	622	1.1041	27.2149	12.6715	3
11	600	1.1402	27.8084	12.9729	3
12	578	1.179	28.4486	13.2991	3
13	556	1.2206	29.1324	13.6551	3
14	534	1.2655	29.8634	14.0446	3
15	512	1.3139	30.6553	14.469	3
16	490	1.3664	31.5149	14.9325	3
17	468	1.4233	32.4527	15.4379	3
18	446	1.4874	33.5207	16.0103	3
19	424	1.5559	34.6639	16.6276	3
20	402	1.6311	35.8858	17.3226	3
21	380	1.7141	37.177	18.1156	3

Tabla AIII.2. Parámetros de la cascada de álabes y directrices.

AIII.2.- DISCRETIZACIONES SOBRE EL MODELO TRIDIMENSIONAL

Se añaden algunas vistas complementarias del modelo numérico tridimensional, para apreciar con más detalle el nivel de discretización utilizado.

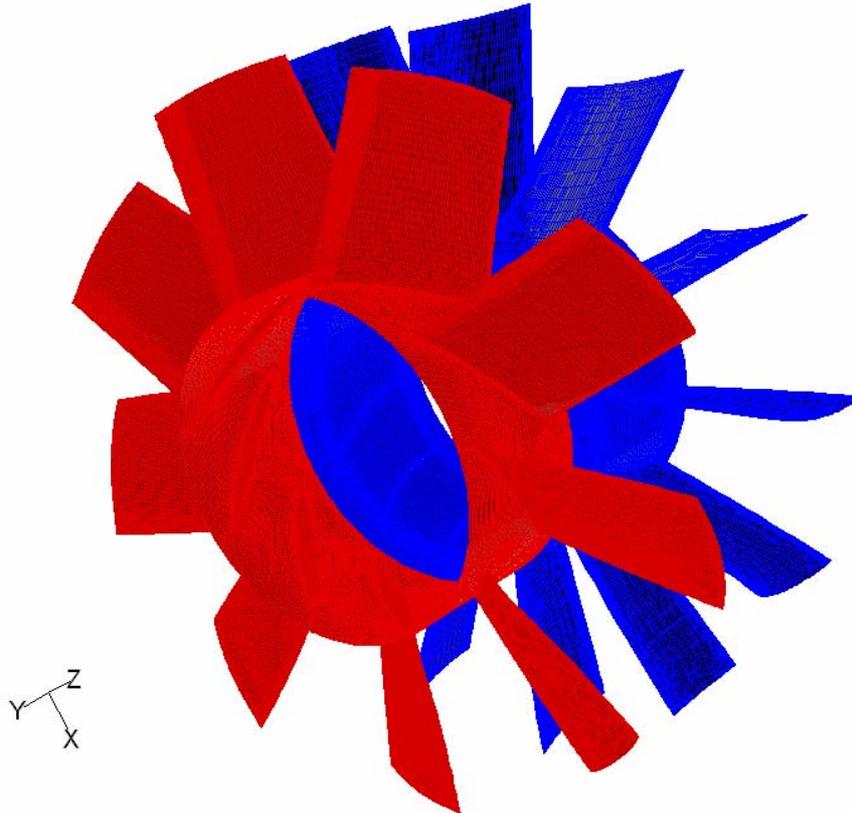


Fig. AIII.3.- Detalle de la discretización espacial sobre álabes y directrices.

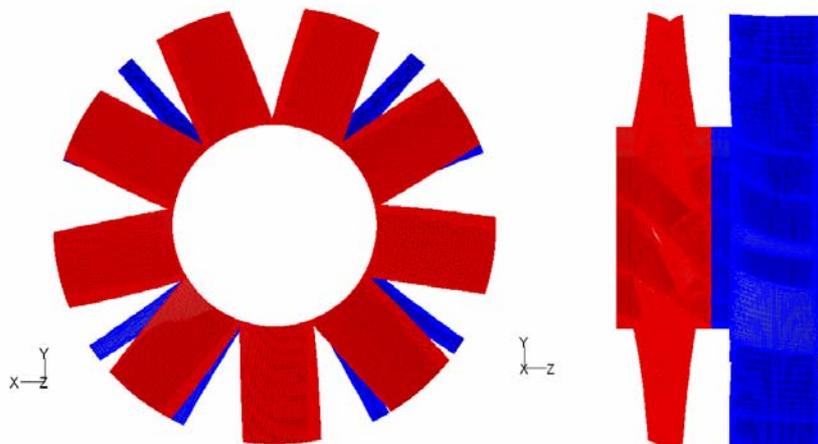


Fig. AIII.4.- Alzado y perfil de la etapa. Conjunto rotor-estator.

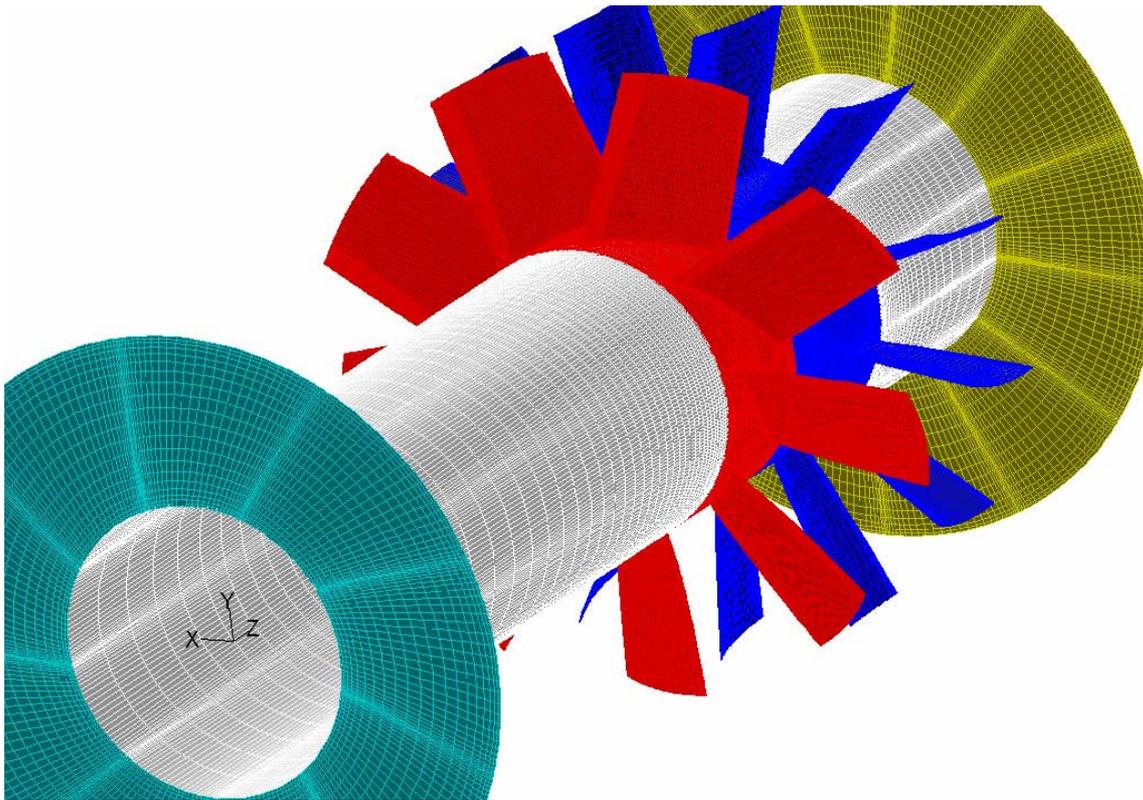


Fig. AIII.5.- Detalle de la discretización espacial tridimensional.



ANEXO IV CÓDIGOS Y PROGRAMAS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS DETERMINISTA DEL FLUJO

Se recopilan en este anexo las librerías y programas desarrollados tanto en VisualC++ como en MatLab6.5, para la obtención de los mapas de tensiones deterministas a partir de los datos iniciales de los campos de velocidad, tanto en los modelos numéricos como en las medidas experimentales.

AIV.1.- PROGRAMACIÓN DE UDFs

Para el modelo numérico bidimensional se desarrolló un código para el almacenamiento de los campos de velocidad (sus dos componentes), y otro posterior para el cálculo de las tensiones en todo el dominio del modelo en el postproceso.

AIV.1.1.- Almacenamiento de variables.

“01_DST_Storing_var.c”

```
#include "udf.h"
#define N 26
/* Esta UDF se utiliza sobre la modelización bidimensional del ventilador axial, en particular
sobre su sección central (R=0.3 m). Se ejecuta la simulación con un modelo de turbulencia LES
- se activa en 2D escribiendo por comandos la orden: (rpsetvar 'les-2d? #t) - y con un paso
temporal de AT= 1.06837 * 10E-04, que corresponde a 234
(13*9*2) pasos temporales por vuelta de rotor. De esta forma, somos capaces de cubrir un
canal de rotor cada 26 pasos temporales y un pitch de directriz cada 18 pasos temporales.
Se van a calcular las tensiones deterministas para el punto de vista del estator, por tanto, éste
ve pasar un álabo de rodete cada 26 pasos temporales. Por eso se define la variable N como
N=26. El procedimiento consiste en que, una vez el modelo no estacionario sea estable de
forma periódica, se han de ejecutar 26 pasos temporales, almacenándose en UDMs los campos
de velocidad en cada paso temporal. Se salvan todos los datos y se procede a ejecutar una serie
de UDFs del tipo Execute-On-Demand que permitirán obtener el tensor de tensiones
deterministas NO descompuestos en correlaciones.*/

/* IMPORTANTE (1): El número de UDMs a liberar es de 2*N+5 en el panel del fluent */

/*****
/* UDF para ir almacenando los campos de velocidad en UDMS en el punto de */
/* referencia absoluto del estator. */
*****/
```



```
DEFINE_ADJUST(storing_var,domain)
{
int i;
int current_iteration_number = (nres==0)?(1):((int)count2[nres-1]);
real Ax;
Thread *t;
cell_t c;
/* IMPORTANTE (2): Hay que hacer un (rpsetvar 'time-step 0.) por comandos antes de
ejecutar el pitch */
/* IMPORTANTE (3): El Ax se calcula dividiendo el perímetro de la sección entre el número de
pasos por vuelta; o bien multiplicando el paso temporal por la velocidad de arrastre */
Ax = 1.885/234;
i= RP_Get_Integer("time-step");
/* IMPORTANTE (4): Hay que mirar el n° de iteración que toca al comenzar a iterar
de nuevo */
/* IMPORTANTE (5): ¿cuantas iteraciones por time-step? 50 iteraciones por time-
step. Evalua en la 49 */
if (current_iteration_number == 36060-1+50*i)
{
thread_loop_c(t,domain)
{
begin_c_loop(c,t)
{
C_UDMI(c,t,2*i-2) = C_U(c,t);
/* En los pares se acumulan vel.circunferenciales Vx: 0,2,4... */
C_UDMI(c,t,2*i-1) = C_V(c,t);
/* En los impares se acumulan vel. axiales: Vy: 1,3,5... */
}
end_c_loop(c,t)
}
}
}
```

AIV.1.2.- Cálculo del tensor en el postproceso para el marco de referencia fijo.

“02_DST_Stator.c”

```
#include "udf.h"
#define Nr 26

/*****
/* UDF para generar los campos de velocidad media (Average Passage) */
/* -tanto Vx como Vy- en UDMS. Se utilizarán en el cálculo de */
/* de las tensiones deterministas */
*****/
```



```
DEFINE_ON_DEMAND(mean_Vx_S)
{
int j, ind0, ind2, ind3;
real mean_x = 0.;
real unst_mean_x = 0.;
real result;
Domain *d = Get_Domain(1);
Thread *th;
cell_t cl;
ind0 = Nr; /* 26 */
ind2 = 2*Nr-2; /* 50: n° máximo donde se almacenan vel. circunferenciales */
ind3 = 2*Nr; /* 52: n° donde se almacena la media pto vista del estator: mean_Vx_S */
```

```
thread_loop_c(th,d)
{
begin_c_loop(cl,th)
{
for (j=0; j<=ind2; j=j+2)
{
unst_mean_x = C_UDMI(cl,th,j);
mean_x += unst_mean_x;
}
result = (mean_x)/ind0;
C_UDMI(cl,th,ind3) = result;
mean_x=0;
}
end_c_loop(cl,th)
}
}
```

```
DEFINE_ON_DEMAND(mean_Vy_S)
{
int j, ind0, ind2, ind3;
real mean_y = 0.;
real unst_mean_y = 0.;
real result;
Domain *d = Get_Domain(1);
Thread *th;
cell_t cl;
ind0 = Nr; /* 26 */
ind2 = 2*Nr-1; /* 51: n° máximo donde se almacenan vel. axiales */
ind3 = 2*Nr+1; /* 53: n° donde se almacena la media pto vista del estator: mean_Vy_S */
```

```
thread_loop_c(th,d)
{
begin_c_loop(cl,th)
{
for (j=1; j<=ind2; j=j+2)
{
```



```
        unst_mean_y = C_UDMI(cl,th,j);
        mean_y += unst_mean_y;
    }
    result = (mean_y)/ind0;
    C_UDMI(cl,th,ind3) = result;
    mean_y=0;
}
end_c_loop(cl,th)
}
}

/*****/
/* UDF para ir calcular las 3 tensiones deterministas en el caso 2D para */
/* el punto de vista del estator */
/*****/

DEFINE_ON_DEMAND(TauXX_S)
{
int j, ind0, ind1, ind2, ind3;
real suma_x = 0.;
real unst_determ_x_sq = 0.;
real result;
Domain *d = Get_Domain(1);
Thread *th;
cell_t cl;
ind0 = Nr; /* 26 */
ind1 = 2*Nr; /* 52: mean_Vx_S */
ind2 = 2*Nr-2; /* 50: n° máximo donde se almacenan vel. circunferenciales */
ind3 = 2*Nr+2; /* 54: n° donde se almacena la tension determinista: TauXX_S */

thread_loop_c(th,d)
{
    begin_c_loop(cl,th)
    {
        for (j=0; j<=ind2; j=j+2)
        {
            unst_determ_x_sq = pow((C_UDMI(cl,th,j) - C_UDMI(cl,th,ind1)),2.0);
            suma_x += unst_determ_x_sq;
        }
        result = C_R(cl,th)*((suma_x)/ind0);
        C_UDMI(cl,th,ind3) = result;
        suma_x=0;
    }
    end_c_loop(cl,th)
}
}

DEFINE_ON_DEMAND(TauYY_S)
{
```



```
int j, ind0, ind1, ind2, ind3;
real suma_y=0.;
real unst_determ_y_sq = 0.;
real result;
Domain *d = Get_Domain(1);
Thread *th;
cell_t cell;
ind0 = Nr; /* 26 */
ind1 = 2*Nr+1; /* 53: mean_Vy_S */
ind2 = 2*Nr-1; /* 51: n° máximo donde se almacenan vel. axiales */
ind3 = 2*Nr+3; /* 55: n° donde se almacena la tension determinista: TauYY_S */

thread_loop_c(th,d)
{
  begin_c_loop(cell,th)
  {
    for (j=1; j<=ind2; j=j+2)
    {
      unst_determ_y_sq = pow((C_UDMI(cell,th,j)- C_UDMI(cell,th,ind1)),2.0);
      suma_y += unst_determ_y_sq;
    }
    result = C_R(cell,th)*((suma_y)/ind0);
    C_UDMI(cell,th,ind3) = result;
    suma_y=0.;
  }
  end_c_loop(cell,th)
}
}
```

```
DEFINE_ON_DEMAND(TauXY_S)
{
  int j, ind0, ind1, ind2, ind3;
  real suma_xy=0.;
  real unst_determ_xy_sq = 0.;
  real result;
  Domain *d = Get_Domain(1);
  Thread *th;
  cell_t cell;
  ind0 = Nr; /* 26 */
  ind1 = 2*Nr; /* 52: mean_Vx_S */ /* ind1+1=53: mean_Vy_S */
  ind2 = 2*Nr-1; /* 51: n° máximo donde se almacenan vel. axiales */
  ind3 = 2*Nr+4; /* 56: n° donde se almacena la tension determinista: TauXY_S */

  thread_loop_c(th,d)
  {
    begin_c_loop(cell,th)
    {
      for (j=0; j<=ind2; j=j+2)
      {
```



```
    unst_determ_xy_sq = (C_UDMI(cell,th,j)-  
C_UDMI(cell,th,ind1))*(C_UDMI(cell,th,j+1)- C_UDMI(cell,th,ind1+1));  
    suma_xy += unst_determ_xy_sq;  
  }  
  result = C_R(cell,th)*((suma_xy)/ind0);  
  C_UDMI(cell,th,ind3) = result;  
  suma_xy=0.;  
  }  
end_c_loop(cell,th)  
}  
}
```

AIV.1.3.- Cálculo del tensor en el postproceso para el marco de referencia móvil.

El código es similar al reproducido en el apartado anterior, si bien, deben tomarse un número N de instantes, distinto (en nuestro caso, 18, correspondientes al paso de directriz en el marco relativo).

AIV.2.- PROGRAMACIÓN CON MATLAB

Para el modelo numérico tridimensional, la estrategia de almacenar en memoria los campos de velocidad en cada instante se presentaba inabordable. Puesto que los medios computacionales disponibles y las exigencias de la discretización se ajustaron al máximo, un almacenamiento masivo de variables durante la ejecución fue inviable. Como contrapartida, se fueron almacenando las soluciones intermedias a lo largo de un paso de álabe, guardando los mapas de velocidad en archivos independientes y compactos. El postproceso se iniciaba entonces retomando los campos de velocidades en las superficies de interés, guardándolos en archivos de datos de tipo ASCII, para finalmente tomar esos datos, cargarlos en MatLab y desarrollar programas en ese entorno para la obtención del tensor de tensiones.

Para los datos experimentales, se siguió un procedimiento similar, a partir de los archivos promediados, convenientemente estructurados, obtenidos desde las medidas con anemometría térmica.

A continuación se recogen un par de programas desarrollados, uno para la obtención de las tensiones deterministas en el marco absoluto, y el segundo para el estudio de la difusión de estelas.

Del mismo modo, se desarrollaron otro tipo de programas para la representación de los mapas y la generación de animaciones temporales de las diversas variables, que no se recogen aquí por no ser el objeto de este apéndice.



AIV.2.1.- Cálculo del tensor en los planos de interés a partir de los datos discretos de los planos de medida.

function [X,Y,t,V1medad,V2medad,T11,T12,T22,Kdet]=sDST()

*% Genera las tensiones deterministas desde el punto de vista fijo del
% estator así como la energía cinética determinista a partir de los
% resultados promediados de DHW (4 columnas)
% Se sacan las 3 componentes del tensor y la Kdeterminista en mapas de
% 28 posiciones angulares (2 Pitches de DIRECTRIZ)
% Tambien devuelve los mapas PASSAGE AVERAGE de la velocidad
% Hay que comentar las lineas que no se usen.*

% Jesus Manuel Fdez Oro, finalizado 02 agosto 2004

*%-----
%-----
% Se definen variables generales del programa, así como el nombre de los
% ficheros de los que se extraerán los datos.*

*fichbase='ND'; % Nombre raíz del fichero del que se obtienen los datos.
posang=1:2:27; % Lee 14 posiciones angulares y no 15 porque la ultima es igual que la
primera y vamos a representar 2 sectores. Asi evitamos duplicidad.
posrad=1:15;
colum1=1; % columna de la velocidad axial (1)
colum2=2; % columna de la velocidad circunferencial (2)
nt=100; % numero de puntos temporales en el mapa*

*% Recolocacion del origen de datos (1 no recoloca)
print=1; % tiempo
prima=1; % posicion angular ¡ojo!*

*% x circunferencial
x=-27:2:27; % 28 posiciones angulares (14x2 - 2 sectores de DIRECTRIZ)
% y radial
y=410-[5.44 16.47 27.81 39.51 51.58 64.08 77.05 90.54 104.63 119.41 134.98 151.49
169.13 188.19 209.05];
% t tiempo en tanto por ciento de paso de alabe
t=0:1/(nt-1):1;*

*X=y'*sin(x.*pi./180);
Y=y'*cos(x.*pi./180);*

disp('leyendo valores de velocidad...');

*%-----
% Carga las velocidades axiales instantáneas en una matriz Vli de
% dimensiones (15,28,100)*

*i=1;
for pr=posrad*



```
j=1;
for pa=posang
    fich=sprintf('%s%02d%02d',fichbase,pa,pr);
    fprintf(1,'%s %d %d \r\n',fich,j,i);
    [V1i(:,1),V1i(:,2),V1i(:,3),V1i(:,4)]=textread([fich '.prm'],'%f%f%f%f',
'headerlines',2);
    [nto,n]=size(V1i);
    vto=(1:nto)';
    tinterp=(1:(nto-1)/(nt-1):nto)';
    B(i,j,:)=interp1(vto,V1i(:,column1),tinterp,'spline');
    clear V1i;
    j=j+1;
end
i=i+1;
end
C(:,1:nt-primt+1)=B(:,,primt:nt); % reordena tiempos
C(:,nt-primt+2:nt)=B(:,,1:primt-1);
[no,na,ni]=size(B); % reordena posiciones angulares
V1i(:,1:na-prima+1,:)=C(:,prima:na,:);
V1i(:,na-prima+2:na,:)=C(:,1:prima-1,:);

% Duplica el sector y lo decala en el tiempo.
B(:,1:68)=V1i(:,,33:100);
B(:,69:100)=V1i(:,,1:32);
V1i(:,15:28,:)=B; % Se tiene la velocidad axial instantánea en 2 sectores.

%-----
% Carga las velocidades circunferenciales instantáneas en una matriz V2i de
% dimensiones (15,28,100)
i=1;
for pr=posrad
    j=1;
    for pa=posang
        fich=sprintf('%s%02d%02d',fichbase,pa,pr);
        fprintf(1,'%s %d %d \r\n',fich,j,i);
        [V2i(:,1),V2i(:,2),V2i(:,3),V2i(:,4)]=textread([fich '.prm'],'%f%f%f%f',
'headerlines',2);
        [nto,n]=size(V2i);
        vto=(1:nto)';
        tinterp=(1:(nto-1)/(nt-1):nto)';
        B(i,j,:)=interp1(vto,V2i(:,column2),tinterp,'spline');
        clear V2i;
        j=j+1;
    end
    i=i+1;
end
C(:,1:nt-primt+1)=B(:,,primt:nt); % reordena tiempos
C(:,nt-primt+2:nt)=B(:,,1:primt-1);
[no,na,ni]=size(B); % reordena posiciones angulares
V2i(:,1:na-prima+1,:)=C(:,prima:na,:);
```



```
V2i(:,na-primas+2:na,:)=C(:,1:primas-1,:);

% Duplica el sector y lo decala en el tiempo.
B(:,1:68)=V2i(:,33:100);
B(:,69:100)=V2i(:,1:32);
V2i(:,15:28,:)=B; % Se tiene la velocidad circunferencial instantánea en 2 sectores

disp('calculando promedios a 1 canal...');
%-----
%-----
% Calcula los valores medios en cada punto de medida promediados a un canal

V1med(1:15,1:28)=0;
V2med(1:15,1:28)=0;

for pr=1:15
    for pa=1:28
        for n=1:nt
            V1med(pr,pa)=V1med(pr,pa)+V1i(pr,pa,n);
            V2med(pr,pa)=V2med(pr,pa)+V2i(pr,pa,n);
        end
        V1med(pr,pa)=V1med(pr,pa)/nt;
        V2med(pr,pa)=V2med(pr,pa)/nt;
    end
end

%-----
% Adimensionaliza los valores promediados a un canal: Passage Average Adim

f1med= mean(meanV1med); 39.94;
f2med=103.05; %Velocidad de arrastre en la punta.
V1medad=V1med./f1med;
V2medad=V2med./f2med;

disp('calculando tensiones deterministas...');
%-----
%-----
% Calcula las tensiones deterministas desde el punto de vista fijo.

T11(1:15,1:28)=0;
T12(1:15,1:28)=0;
T22(1:15,1:28)=0;

for pr=1:15
    for pa=1:28
        for n=1:nt
            T11(pr,pa)=T11(pr,pa)+(V1i(pr,pa,n)-V1med(pr,pa))*(V1i(pr,pa,n)-
            V1med(pr,pa));
```



```
T12(pr,pa)=T12(pr,pa)+(V1i(pr,pa,n)-V1med(pr,pa))*(V2i(pr,pa,n)-  
V2med(pr,pa));  
T22(pr,pa)=T22(pr,pa)+(V2i(pr,pa,n)-V2med(pr,pa))*(V2i(pr,pa,n)-  
V2med(pr,pa));  
end  
T11(pr,pa)=T11(pr,pa)/nt;  
T12(pr,pa)=T12(pr,pa)/nt;  
T22(pr,pa)=T22(pr,pa)/nt;  
end  
end  
%-----  
% Calcula la energía cinética determinista  
Kdet=0.5*(T11+T22);  
  
disp('Ole y ole')  
disp('Edite y use sdebitens2dir(X,Y,Tii) para representar los calculos en un mapa')  
disp('Que pase un feliz dia')
```

AIV.2.2.- Cálculo del factor de recuperación de estelas.

Se presentan dos programas. En el primero se cargan los datos, bien en el sector entre haces, bien tras el rodete y se calcula la energía cinética determinista, X . Una vez se hayan evaluado en un mismo caso tanto la energía antes como después del rodete, se llama a la segunda función para ejecutar la distribución radial del factor de recuperación, R

function [X,span]=DHW_wakemixing()

% Calcula la energía cinética determinista, X, en el plano de estudio.

% Jesús Manuel Fdez Oro, finalizado 15 agosto 2004

%-----

%-----

% Se definen variables generales del programa, así como el nombre de los

% ficheros de los que se extraerán los datos

fichbase='06_SD_EntreHaces\06_SD_Datos_Promedio\SD';

% Datos de ficheros originales

disp('CALCULANDO SECTOR');

% -----

% CALCULOS PARA EL SECTOR

% -----

posang=1:2:27; *% Lee 14 posiciones angulares y no 15 porque la ultima es igual que la primera y vamos a representar 2 sectores. Asi evitamos duplicidad.*

posrad=1:15;

column1=1; *% columna de la velocidad axial (1)*

column2=2; *% columna de la velocidad circunferencial (2)*



```
nt=100;          % numero de puntos temporales en el mapa

% Recolocacion del origen de datos (1 no recoloca)
print=1;        % tiempo
prima=1;        % posicion angular ¡ojo!

% x circunferencial
x=-39:2:39;     % 40 posiciones angulares (20x2 - 2 sectores de RODETE)
% y radial
y=410-[5.44 16.47 27.81 39.51 51.58 64.08 77.05 90.54 104.63 119.41 134.98 151.49
169.13 188.19 209.05];
% t tiempo en tanto por ciento de paso de alabe
t=0:1/(nt-1):1;

X=y'*sin(x.*pi./180);
Y=y'*cos(x.*pi./180);

% Definimos el vector de la velocidad de arrastre para restarla a continuación a la velocidad
circunferencial.
u(1:15)=0;
u=(2400*2*pi/60)*y/1000;

disp('leyendo valores de velocidad...');
%-----
% Carga las velocidades axiales instantáneas en una matriz V1i de
% dimensiones (15,42,100)
i=1;
for pr=posrad
    j=1;
    for pa=posang
        fich=sprintf('%s%02d%02d',fichbaseD,pa,pr);
        fprintf(1,'%s %d %d \r\n',fich,j,i);
        [V1i(:,1),V1i(:,2),V1i(:,3),V1i(:,4)]=textread([fich '.prm'],'%f%f%f%f',
'headerlines',2);
        [nto,n]=size(V1i);
        vto=(1:nto)';
        tinterp=(1:(nto-1)/(nt-1):nto)';
        B(i,j,:)=interp1(vto,V1i(:,column1),tinterp,'spline');
        clear V1i;
        j=j+1;
    end
    i=i+1;
end
C(:,1:nt-print+1)=B(:,:,print:nt); % reordena tiempos
C(:,nt-print+2:nt)=B(:,1:print-1);
[no,na,ni]=size(B); % reordena posiciones angulares
V1i(:,1:na-prima+1,:)=C(:,prima:na,:);
V1i(:,na-prima+2:na,:)=C(:,1:prima-1,:);

% Genera 3 sectores de directriz completos decalando en el tiempo
```



```
B(:,1:70)=V1i(:,1:31);  
B(:,71:100)=V1i(:,1:30);  
C(:,1:70)=B(:,31:100);  
C(:,71:100)=B(:,1:30);
```

```
V1i(:,15:28,:)=B;  
V1i(:,29:42,:)=C;
```

```
% Genera el campo relativo cada 5 posiciones temporales (0.4°x5=2°)
```

```
trel=71;  
nang=20;  
i=1;  
for td=1:5:trel  
    for pa=1:nang  
        pa2=pa+i-1;  
        V1r(:,pa,td)=V1i(:,pa2,td);  
    end  
    i=i+1;  
end
```

```
% Interpolar cada 5 instantes para detallar los campos
```

```
k=1;  
cambio=1;  
fin=[1:5:trel];  
for td=1:trel  
    if td-5*k >= 1  
        k=k+1;  
        cambio=1;  
    end  
    if cambio==0  
        V1r(:,td)=((-V1r(:,fin(k))+V1r(:,fin(k+1)))/(5))*(td-1-5*(k-1))+V1r(:,fin(k));  
% interpolacion lineal entre 2 puntos  
    end  
    cambio=0;  
end  
V1r=V1r(:,1:20,1:69); % se representa sobre un sector de pitch de rodete(1:20)
```

```
% duplica a dos sectores de rodete
```

```
clear B;  
B(:,1:39)=V1r(:,1:20,1:69);  
B(:,40:69)=V1r(:,1:20,1:69);  
V1r(:,21:40,:)=B;  
clear B;
```

```
% El resultado es la matriz V1r que tiene de dimensiones (15,40,69) sobre  
% un doble sector de rodete y para 69 instantes temporales, el paso de  
% pitch de directriz. Velocidad relativa axial.
```



```
%-----  
% Carga las velocidades circunferenciales instantaneas en una matriz V2i de  
% dimensiones (15,42,100)  
i=1;  
for pr=posrad  
    j=1;  
    for pa=posang  
        fich=sprintf('%s%02d%02d',fichbaseD,pa,pr);  
        fprintf(1,'%s %d %d \r\n',fich,j,i);  
        [V2i(:,1),V2i(:,2),V2i(:,3),V2i(:,4)]=textread([fich ' .prm'],'%f %f %f %f',  
'headerlines',2);  
        [nto,n]=size(V2i);  
        vto=(1:nto)';  
        tinterp=(1:(nto-1)/(nt-1):nto)';  
        B(i,j,:)=interp1(vto,V2i(:,column2),tinterp,'spline');  
        clear V2i;  
        j=j+1;  
    end  
    i=i+1;  
end  
C(:,1:nt-primt+1)=B(:,,primt:nt); % reordena tiempos  
C(:,nt-primt+2:nt)=B(:,,1:primt-1);  
[no,na,ni]=size(B); % reordena posiciones angulares  
V2i(:,1:na-prima+1,:)=C(:,prima:na,:);  
V2i(:,na-prima+2:na,:)=C(:,1:prima-1,:);  
  
% restamos velocidad de arrastre  
for pr=posrad  
    V2i(pr,,:)=V2i(pr,,:)-u(pr);  
end  
  
% Genera 3 sectores de directriz completos decalando en el tiempo  
B(:,,1:68)=V2i(:,,33:100);  
B(:,,69:100)=V2i(:,,1:32);  
C(:,,1:68)=B(:,,33:100);  
C(:,,69:100)=B(:,,1:32);  
  
V2i(:,15:28,:)=B;  
V2i(:,29:42,:)=C;  
  
% Genera el campo relativo cada 5 posiciones temporales (0.4°x5=2°)  
trel=71;  
nang=20;  
i=1;  
for td=1:5:trel  
    for pa=1:nang  
        pa2=pa+i-1;  
        V2r(:,pa,td)=V2i(:,pa2,td);  
    end  
    i=i+1;
```



end

%Interpolar cada 5 instantes para detallar los campos

```
k=1;
cambio=1;
fin=[1:5:trel];
for td=1:trel
    if td-5*k >= 1
        k=k+1;
        cambio=1;
    end
    if cambio==0
        V2r(:,,td)=((-V2r(:,,fin(k))+V2r(:,,fin(k+1)))/(5))*(td-1-5*(k-1))+V2r(:,,fin(k));
```

% interpolacion lineal entre 2 puntos

```
end
cambio=0;
end
V2ir=V2r(:,1:20,1:69); % se representa sobre un sector de pitch de rodete(1:20)
```

% duplica a dos sectores de rodete

```
clear B;
B(:,,1:39)=V2ir(:,,31:69);
B(:,,40:69)=V2ir(:,,1:30);
V2ir(:,21:40,:)=B;
```

*% El resultado es la matriz V2ir que tiene de dimensiones (15,40,69) sobre
% un doble sector de rodete y para 69 instantes temporales, el paso de
% pitch de directriz. Velocidad relativa circunferencial*

```
%-----  
t=0:1/(trel-3):1;
```

```
disp('calculando promedios a 1 canal...');
```

```
%-----  
%-----
```

*% Calcula los valores medios en cada punto de medida promediados a un canal
% de directriz (trel-2). Se obtienen los valores U0 y V0*

```
rU0(1:17,1:40)=0;
rV0(1:17,1:40)=0;
```

```
for pr=2:16
    for pa=1:40
        for n=1:trel-2
            rU0(pr,pa)=rU0(pr,pa)+V1ir(pr-1,pa,n);
            rV0(pr,pa)=rV0(pr,pa)+V2ir(pr-1,pa,n);
        end
        rU0(pr,pa)=rU0(pr,pa)/(trel-2);
        rV0(pr,pa)=rV0(pr,pa)/(trel-2);
    end
end
```



```
disp('calculando X a lo largo del span...');
%-----
% Se calcula el valor  $(uI^2+vI^2)=G$ 
G(1:17,1:40,1:69)=0;
for pr=2:16
    for pa=1:40
        for n=1:trel-2
            G(pr,pa,n)=(V1ir(pr-1,pa,n)-rU0(pr,pa))^2 + (V2ir(pr-1,pa,n)-rV0(pr,pa))^2;
        end
    end
end

% Se hace el primer promedio (temporal):  $(uI^2+vI^2)-t=Gt$ 
Gt(1:17,1:40)=0;
for pr=2:16
    for pa=1:40
        for n=1:trel-2
            Gt(pr,pa)=Gt(pr,pa)+G(pr,pa,n);
        end
        Gt(pr,pa)=Gt(pr,pa)/(trel-2);
    end
end

% Se hace el segundo promedio (circunferencial -pitch):  $(uI^2+vI^2)-t-L=GtL$ 
GtL(1:17)=0;
U0(1:17)=0;
V0(1:17)=0;
for pr=2:16
    for pa=1:40
        GtL(pr)=GtL(pr)+Gt(pr,pa);
        U0(pr)=U0(pr)+rU0(pr,pa);
        V0(pr)=V0(pr)+rV0(pr,pa);
    end
    GtL(pr)=GtL(pr)/40;
    U0(pr)=U0(pr)/40;
    V0(pr)=V0(pr)/40;
end

X(1:17)=0;
span(1:17)=0;
yc=410-[0 5.44 16.47 27.81 39.51 51.58 64.08 77.05 90.54 104.63 119.41 134.98
151.49 169.13 188.19 209.05 220];
for pr=1:17
    X(pr)=0.5*U0(pr)*GtL(pr);
    span(pr)=(yc(pr)-190)/(410-190);
end

%-----
%-----
```



function [R,Rm]=DHW_wakemixing2(Xd,Xr,span)

% Calcula el factor de recuperación, R, y dibuja un gráfico con su distribución radial.

% Jesús Manuel Fdez Oro, finalizado 15 agosto 2004

*%-----
%-----*

% Se necesitan Xd y Xr y el vector con el span.

*%-----
% FACTOR DE RECUPERACION
%-----*

```
R(1:17)=0;  
for pr=2:16  
    R(pr)=1-(Xr(pr)/Xd(pr));  
end
```

*%-----
% HACEMOS EL PLOT CONJUNTO DE D y R
%-----*

```
spanext=0:1/201:1;  
Xdext=fnval(csaps(span,Xd),spanext);  
Xrxt=fnval(csaps(span,Xr),spanext);  
Rext=fnval(csaps(span,R),spanext);  
plot(Xd,span,'ob',Xdext,spanext,'-b',Xr,span,'or',Xrxt,spanext,'-r');  
xlabel('Flux of Deterministic Kinetic Energy');  
ylabel('span');  
legend('sector D',' ','sector R',' ');  
ax2 = axes('Position',get(gca,'Position'),...  
    'XAxisLocation','top',...  
    'YAxisLocation','right',...  
    'Color','none',...  
    'XColor','k','YColor','k');  
line(Rext,spanext,'Color','k','Parent',ax2);  
%set(ax2,'XLim',[0 1]);  
grid on;  
xlabel('Recovery factor, R');  
ylabel('span');  
legend('Recovery factor',0);  
Rm=mean(R);
```

```
disp('Ole y ole')  
disp('Que pase un feliz dia')
```



ANEXO V REPRESENTACIONES TEMPORALES. MAPAS RADIALES

Se muestran en este anexo las representaciones espacio-temporales de las diversas componentes de la velocidad, sobre una determinada posición angular fija, a lo largo de todo el span de la máquina. Se muestran resultados experimentales y numéricos, agrupados entre haces y tras el rodete, para los diversos casos analizados

AV.1.- RESULTADOS EXPERIMENTALES

AV.1.1.- Componente axial de la velocidad.

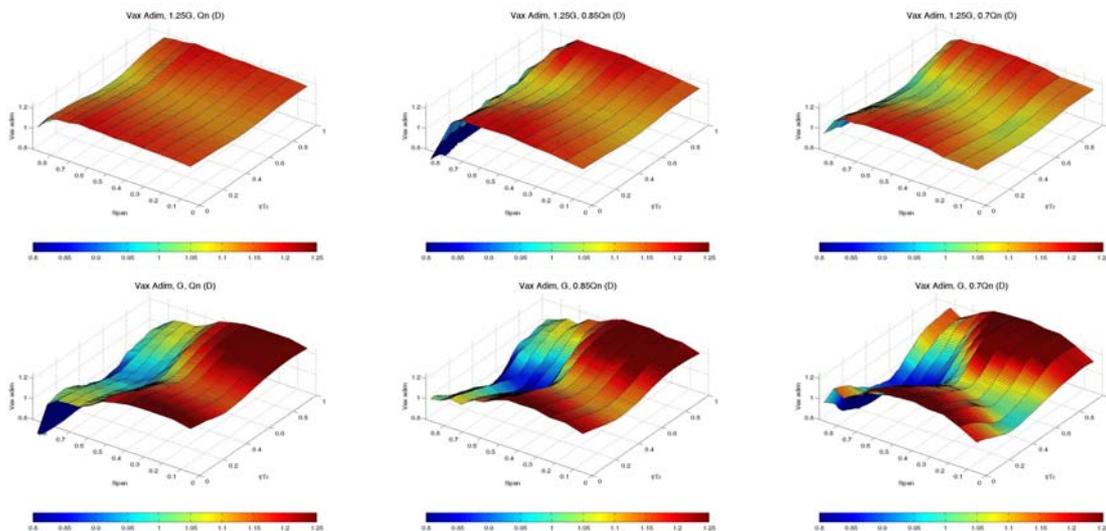
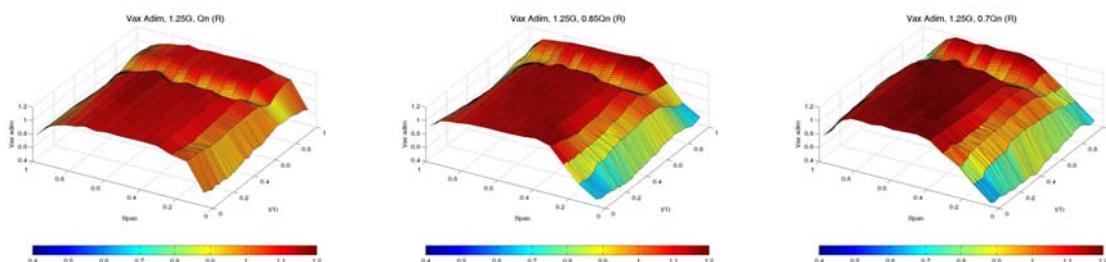


Fig. AV.1. Representación temporal-radial de la componente axial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.



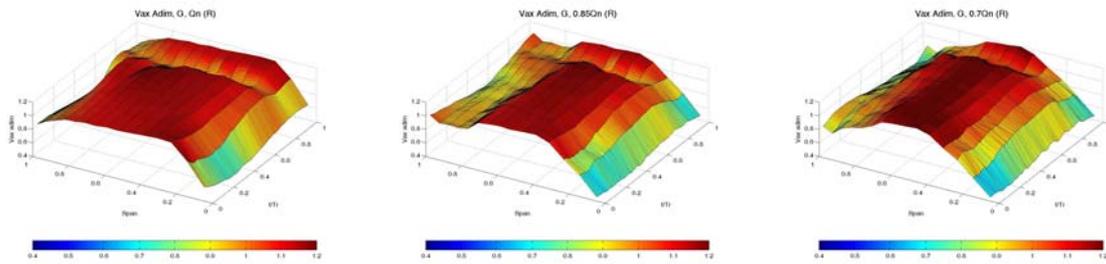


Fig. AV.2. Representación temporal-radial de la componente axial de la velocidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.

AV.1.2.- Componente circunferencial de la velocidad.

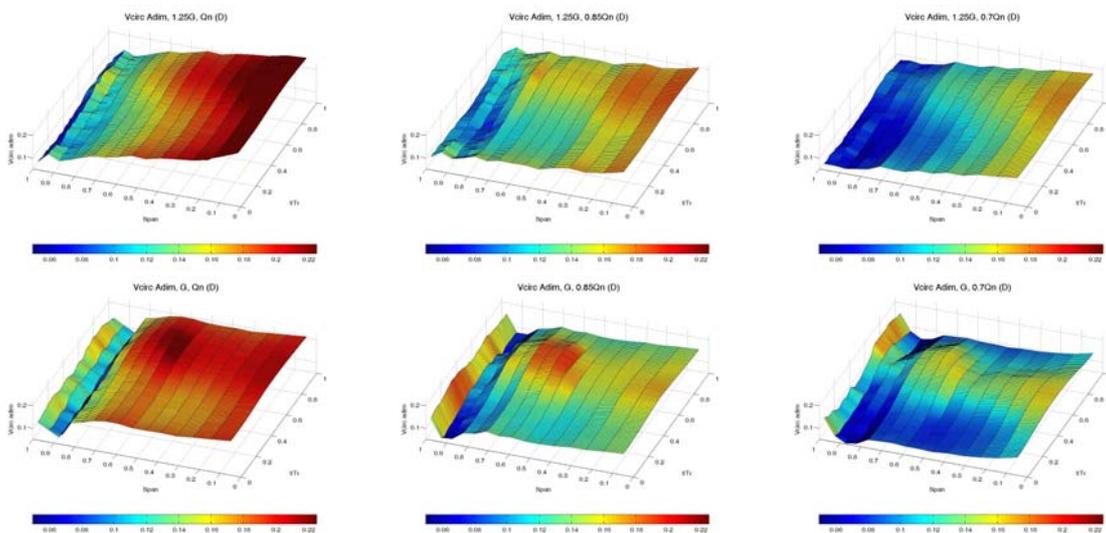


Fig. AV.3. Representación temporal-radial de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.

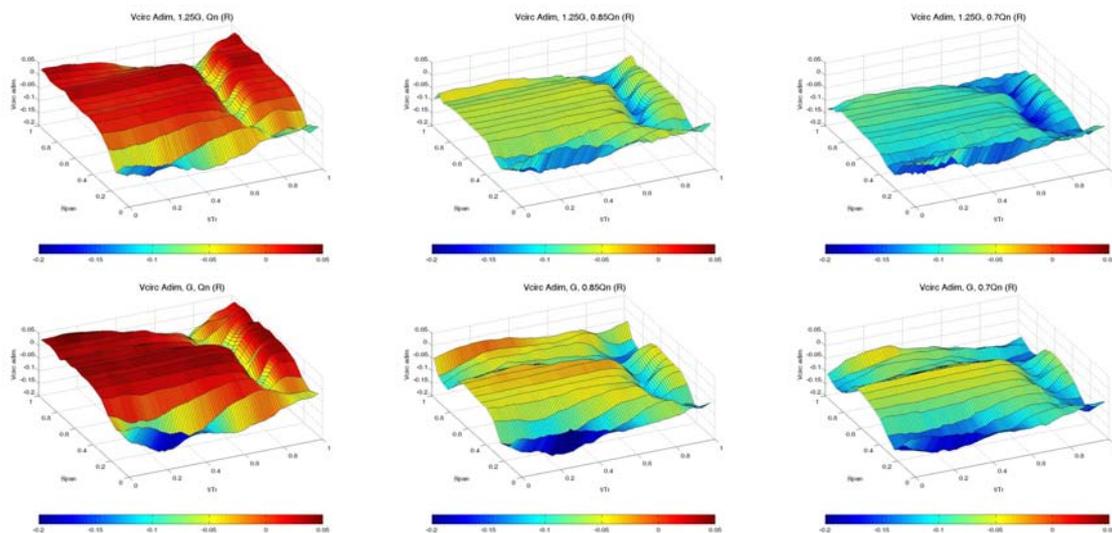


Fig. AV.4. Representación temporal-radial de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.



AV.2.- RESULTADOS NUMÉRICOS

AV.2.1.- Componente axial de la velocidad.

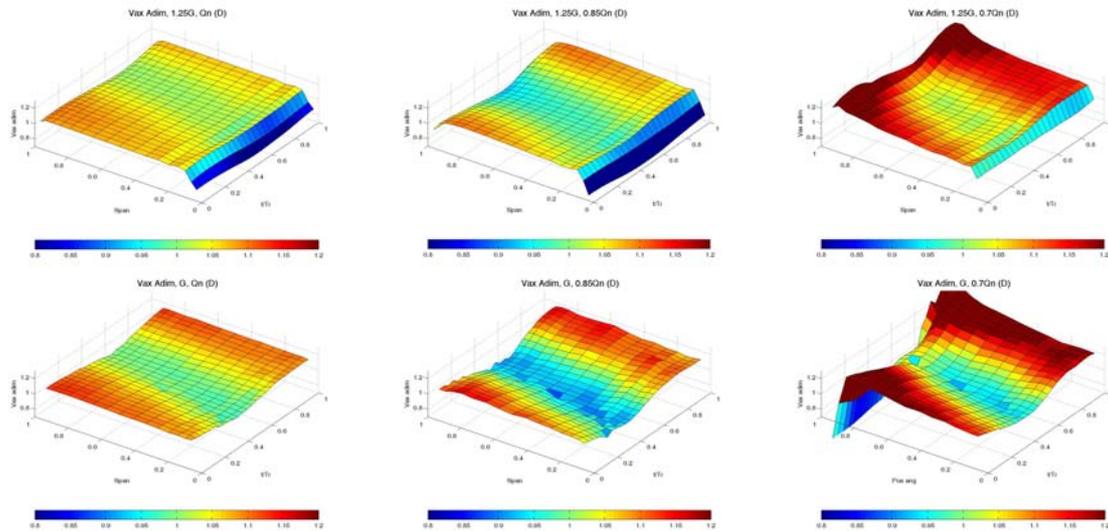


Fig. AV.5. Representación temporal-radial de la componente axial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.

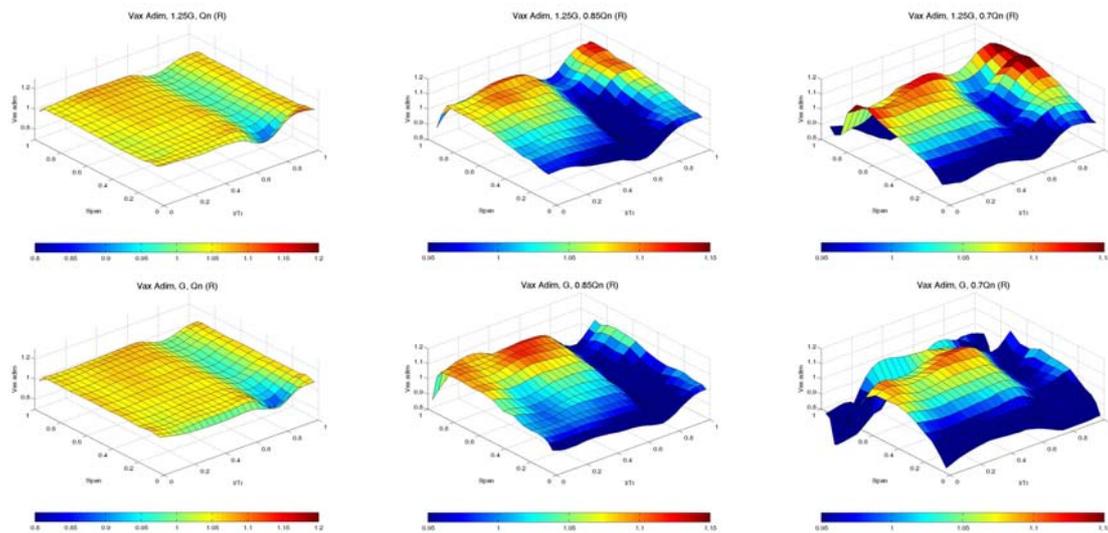


Fig. AV.6. Representación temporal-radial de la componente axial de la velocidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.

AV.2.2.- Componente circunferencial de la velocidad.

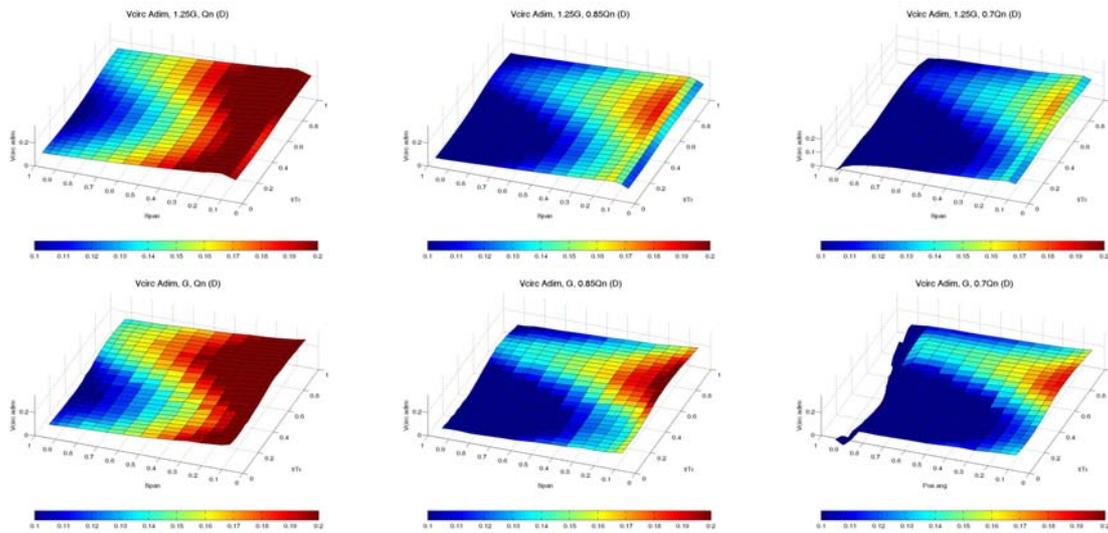


Fig. AV.7. Representación temporal-radial de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.

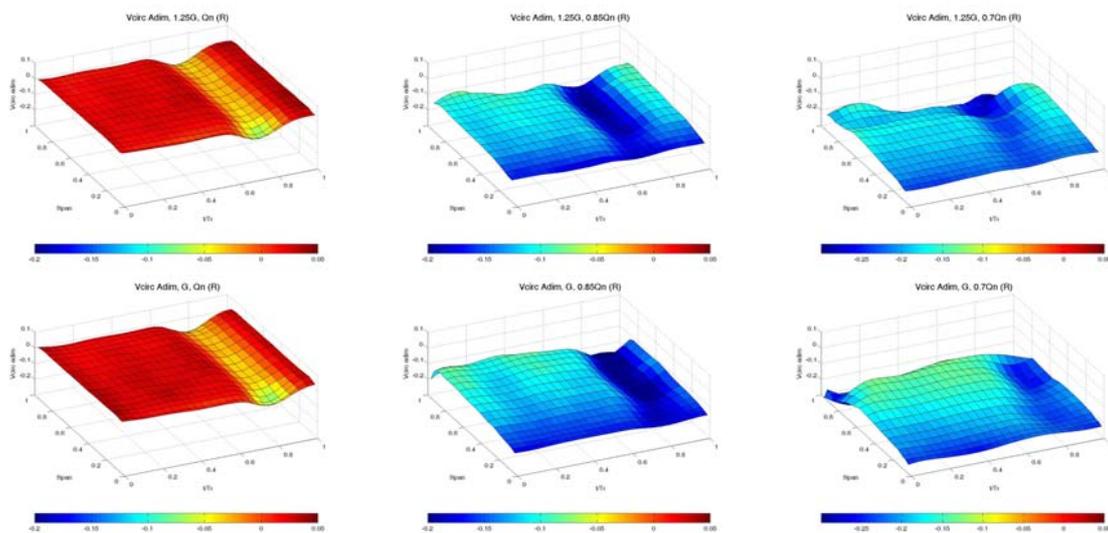
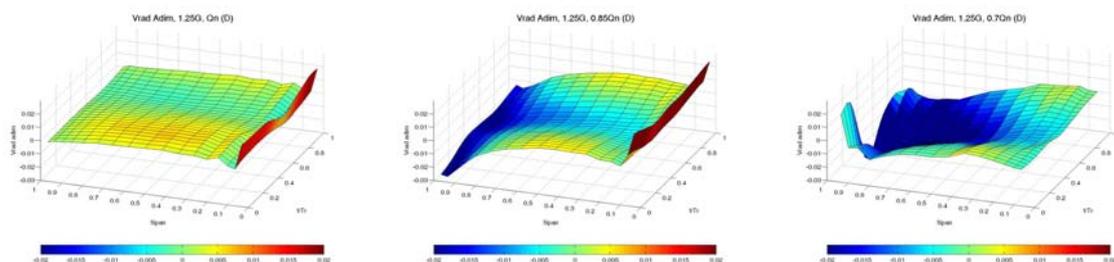


Fig. AV.8. Representación temporal-radial de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.

AV.2.3.- Componente radial de la velocidad.



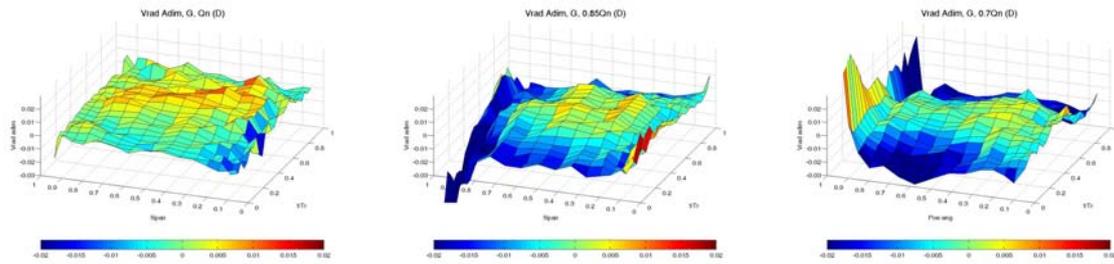


Fig. AV.9. Representación temporal-radial de la componente radial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.

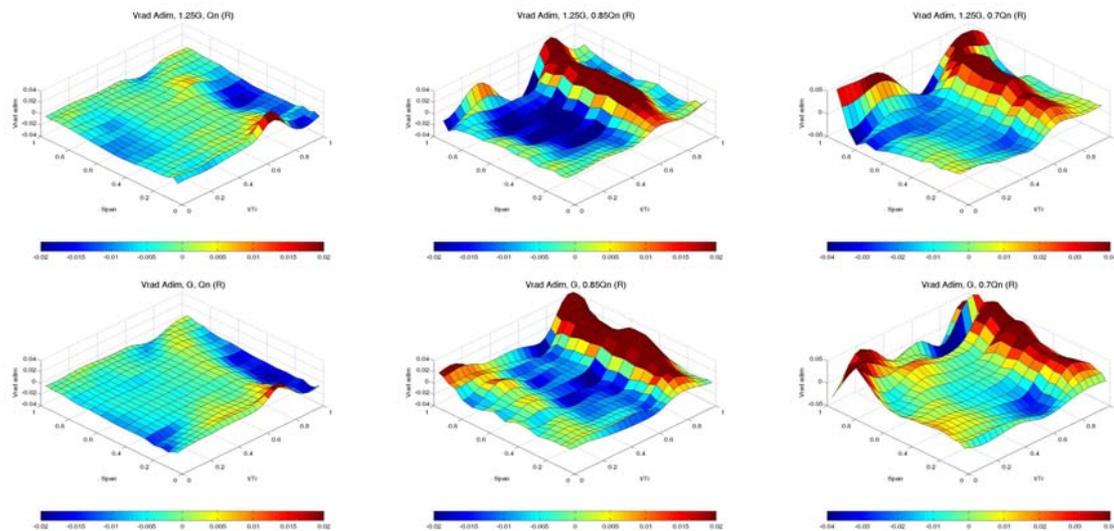


Fig. AV.10. Representación temporal-radial de la componente radial de la velocidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.

AV.2.4.- Mapas de vorticidad.

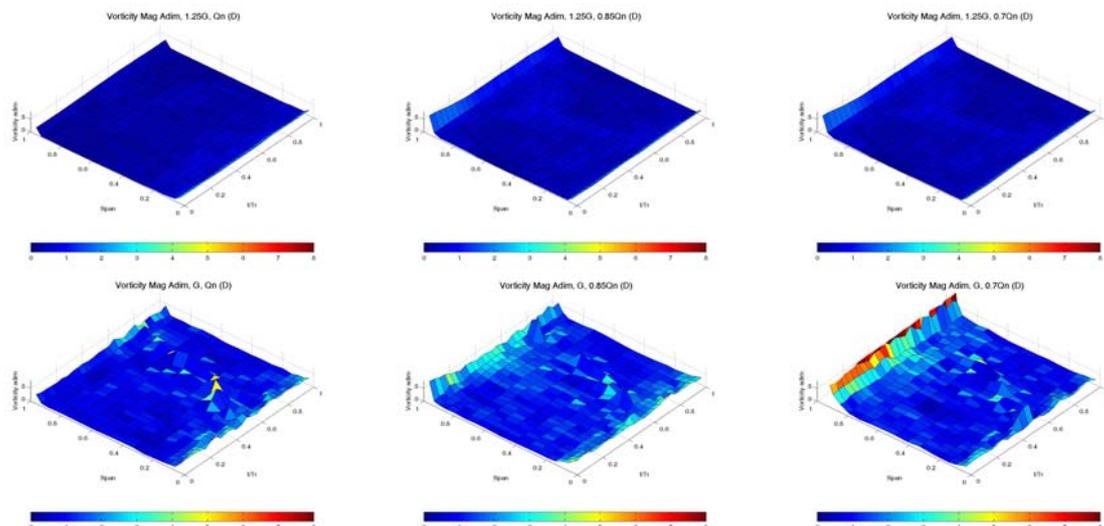


Fig. AV.11. Representación temporal-radial de la vorticidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.

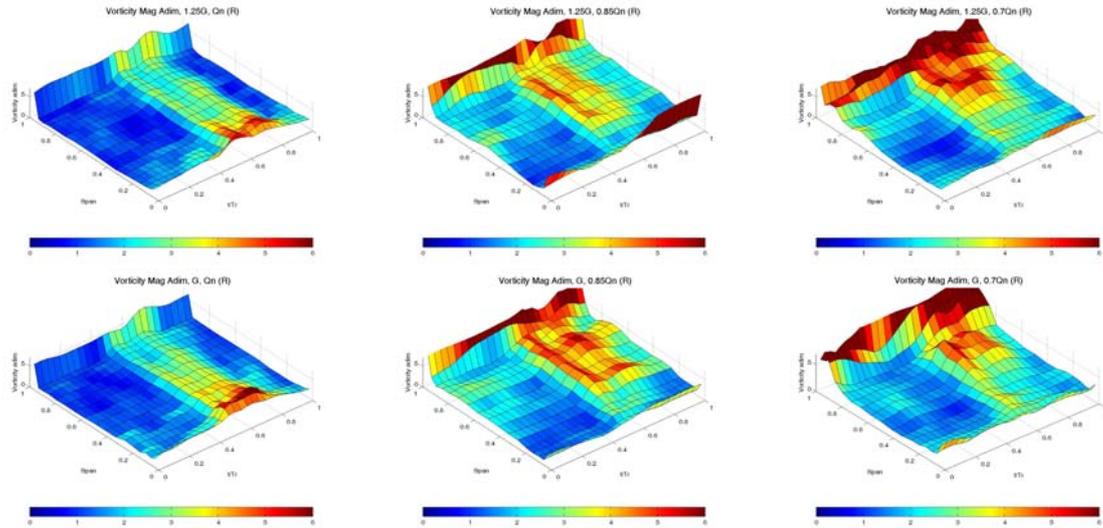


Fig. AV.12. Representación temporal-radial de la vorticidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.



ANEXO VI COPIA DE PUBLICACIONES

Se incluyen en este anexo las publicaciones más relevantes relacionadas con la presente tesis en las que ha participado el doctorando.

Los artículos y proceedings que se incluyen son:

- AVI.1** Fernández, J.M.; Argüelles, K.; Ballesteros, R.; Santolaria, C.
“Numerical Analysis of the Rotor-Stator Interaction In An Axial Flow Fan”.
Proceedings of the Hydraulic Machinery and Systems 21st IAHR Symposium. September 9-12, 2002. Lausanna.
- AVI.2** Fernández Oro, J.; Argüelles Díaz, K.; Santolaria, C.; Ballesteros, R.
“Unsteady Flow Analysis of the Stator-Rotor Interaction In An Axial Flow Fan”.
Proceedings of FEDSM'03. The 2003 Joint ASME-JSME Fluids Engineering Summer Conference. July 6-10, 2003. Honolulu.
- AVI.3** Fernández Oro, J.; Argüelles, K.; Santolaria, C.; Fernández Coto, P.
“On the Study of the Rotor-Stator Interaction In An Axial Flow Fan”.
Proceedings of 6th Euroturbo, European Conference on Turbomachinery. March, 7-11, 2005. Lille.
- AVI.4** Argüelles, K.; Fernández Oro, J.; Santolaria, C.; Fernández Coto, P.
“Numerical Study of the Discrete Frequency Noise Generation In An Axial Flow Fan”.
Proceedings of 6th Euroturbo, European Conference on Turbomachinery. March, 7-11, 2005. Lille.



NUMERICAL ANALYSIS OF THE ROTOR-STATOR INTERACTION IN AN AXIAL FLOW FAN

*Jesús Manuel FERNANDEZ, Mec. de Fluidos. Universidad de Oviedo,
Gijón, Spain.*

*Katia ARGÜELLES, Mec. de Fluidos. Universidad de Oviedo,
Gijón, Spain.*

*Rafael BALLESTEROS, Mec. de Fluidos. Universidad de Oviedo,
Gijón, Spain.*

*Carlos SANTOLARIA, Mec. de Fluidos. Universidad de Oviedo,
Gijón, Spain.*

ABSTRACT

The usual configuration of axial flow fans consist on a rotor and a fixed blade row downstream the rotor; but sometimes, because of constructive reasons, a configuration with inlet guide vanes upstream of the rotor must be used, which has lower efficiencies than the traditional one, and upper noise generation. The main goal of this work is the numerical simulation –based upon computational techniques (CFD)- of the unsteady flow characteristics. The major dynamic effects on the interaction due to the relative motion between the static and rotating blade rows in one-stage subsonic axial flow fan with a reaction greater than 1 is analyzed. Once the main flow structure is determined, the dynamic characteristics, the blade vibrations and the acoustic generation are deduced. The influence of the radial position, the operating conditions and the distance of the fixed and the rotating blade rows is also analyzed. The final target is the establishment of a detailed methodology oriented towards the prediction of the interaction between blade rows in the design process.

RÉSUMÉ

NOMENCLATURE

Term	Symbol	Definition	Term	Symbol	Definition
Static pressure	P		Rotor chord	c	
Reaction degree	X		Simulation time step	Δt	
Force over a rotor blade	F_{blade}		Air density	ρ	
Relative velocity	v		Flow rate	FR	



INTRODUCTION

In the normal operation of turbomachinery, some unsteady flow phenomena appear due to the non uniformity of the flow inside the rotor, when observed in the fixed reference frame (Mikolajczak, 1977 -Ref. 1- ; Adamczyk, 1996 -Ref. 2-). These phenomena are often related to the unsteady character of the pressure and velocity fields, which produce oscillating forces on the blades, superimposed to the steady force. These oscillating forces are the main mechanism of noise generation, which appear even at a constant rotational speed and at a flow rates where the performance curves are stable.

In axial machines, the interaction is due to relative motion between the static and rotating blade rows. The static blade rows can be placed upstream of the rotor, thus giving a prerotation to the flow, or downstream of the rotor, thus deflecting the flow towards the axial direction. In any case, the result is the interaction between two or more blade rows, moving or fixed ones.

Considering a fixed blade row downstream of the rotor, the blades observe an unsteady flow coming from the rotor due to the rotation of a non uniform flow between the rotor blades. If the fixed blade row (stator) is placed upstream of the rotor, the non uniform flow leaving those blades (usually referred as IGV blades) is observed as an unsteady flow by the rotor blades. The effect of this interaction is the generation of unsteady forces on the rotor blades, which generate vibrations (risk of fatigue failure) and noise, because the non-uniformity and the unsteadiness of the pressure field propagates as an acoustic wave. (Neise, 1992 -Ref. 3- ; Wallis, 1993 -Ref. 4-).

DESCRIPTION OF THE MODEL

The studied axial fan is part of a fumigator for agricultural purposes, and it has a single stage of 13 IGV upstream of a 9-blade rotor. The hub and tip diameter are 380 mm and 820 mm, respectively. The nominal distance between blade rows is 50 mm. The rotation speed is 2400 rpm and the normal mass flow rate of the fan $18 \text{ m}^3/\text{s}$, giving an axial velocity of about 43,4 m/s.

Unsteady numerical simulation.

A 2D numerical model is developed using the commercial code FLUENT, with compatible pre-processor to generate the domain grid. The main features of the grid are the refinement near the blade surfaces and the possibility for relative motion of the rotor.

Using a "sliding-mesh" technique, the unsteady simulation provides a temporal description of the flow variables across the machine. As the relative position between moving and fixed elements is changing every single turn of the rotor, several turns of the machine are needed to obtain a good performance of the single stage (periodic signal). Figure 1 shows a detail of the numerical domain that has been used for the computations, with three different zones: the upper one, that is representing the inlet guide vanes; a central zone, that makes possible to modify the distance between moving and fixed blade rows; and the lower zone, with the rotor blades (which slides along its own perimeter with a velocity that is equal to the tangential velocity in each radial position). An additional periodicity condition is imposed in the tangential direction.

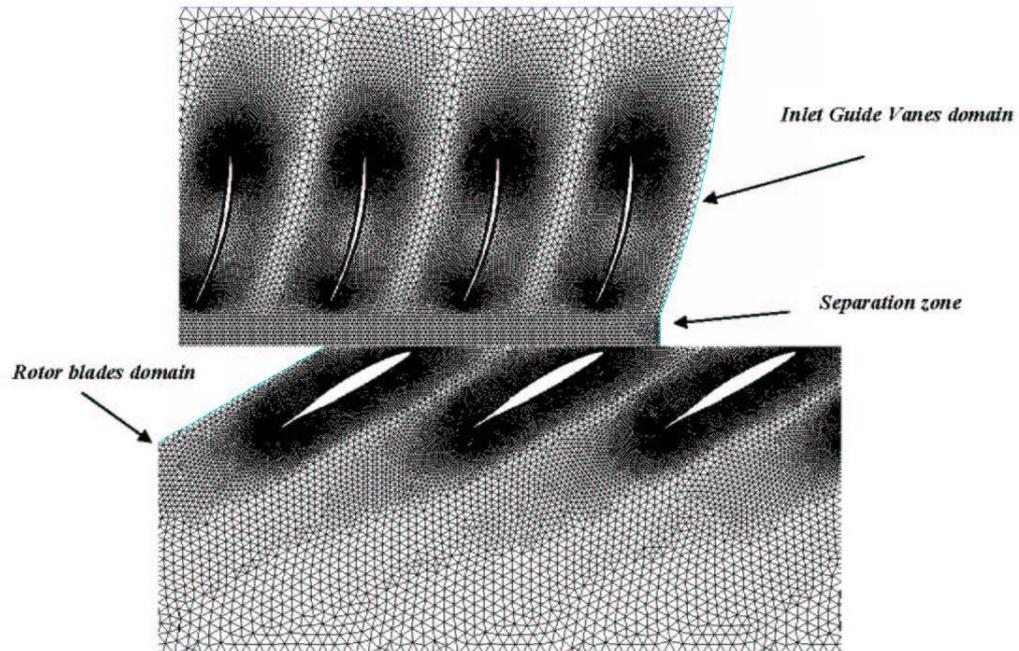


Figure 1. Computational zones

A very important parameter, linked to the unsteady simulation procedure, is the time step value, that is related to the expected resolution by dividing the period of a rotor revolution into a number N of intermediate positions. Increasing N , a better time resolution is achieved, but a greater computational time will be necessary, so a compromise has to be reached. To get an accurate frequency resolution, 270 interval positions per rotor revolution were adopted, so the time step was fixed to $9.25 \cdot 10^{-5}$ s.

A spatial discretization was considered to allow the model accurately describe the flow over the blades suction and pressure sides. In fact, the main features of the adopted grid are the refinement along the blade surfaces and the possibility for relative motion of the rotor.

Starting with a mesh containing structured cells for the blade walls, the distribution of the nodes, the height and number of the cells near the blades were set to obtain a good description of the boundary layer around the airfoils (Figure 2). After some preliminary calculations, the number of cells was 350,000 cells for a radial section on the stage; that is, approximately 15,000 cells for each blade-passage, averaging the total number of cells with the total number of blades in the machine (fixed and rotating ones). With this configuration, a wall y^+ value of 13 was achieved.

The incompressible flow Navier-Stokes equations are solved using a standard $k-\epsilon$ turbulent model. A SIMPLE algorithm is chosen for the pressure and velocity coupling.

Once the model solution is obtained, it is possible to store the flow variables data for each interval, and also the time evolution of the different flow variables in a particular point of interest or integrate them over some surface. With the representation of these variations for

all the domain through the time steps, numerical animations can be released to appreciate in a global way the unsteady performance of the fan.

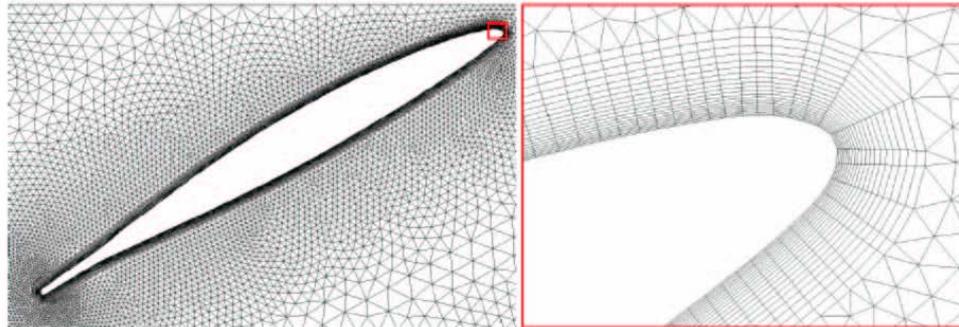


Figure 2. Mesh definition across the airfoils

RESULTS FOR THE UNSTEADY SIMULATION

The developed model was used to analyze the effect of parameters like flow rate, radial position or distance between the blade rows, on the interaction between fixed and rotating blade rows of the fan. As a reference, the mid-section was chosen to characterize the flow variations inside a blade-passage. Pressure variations on the blade surfaces were studied in order to identify the main characteristic frequencies in the stage interaction.

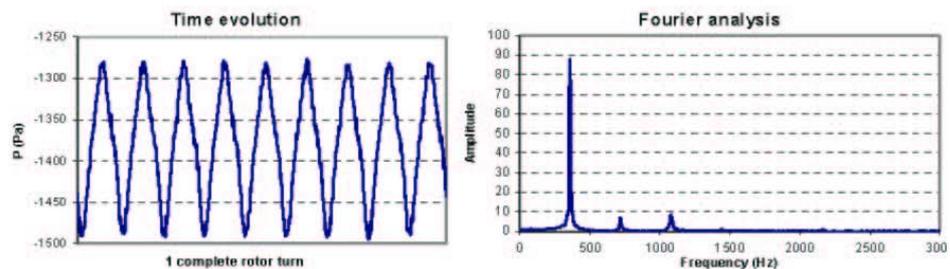


Figure 3. Pressure fluctuations in a mid-passage IGV's point.

Figure 3 shows the time evolution and the derived frequency spectrum of the static pressure of a point located inside an inlet guide vane-passage. As the rotor revolution frequency is 40 Hz, the spectrum of the pressure signal shows the effect of every rotor blade passing in front of the point. As expected, this rotor blades influence appears like a fundamental peak of 360 Hz, that is, the blade passing frequency. Also, harmonic frequencies (two and three times the rotor blade passing frequency) have a considerable contribution, pointing out that the moving rotor provokes important perturbations upstream the own rotor domain zone.

Integrating the pressure variation, it can be obtained the force distribution over the blade surface, which is directly related with the generation of aerodynamic noise in the fan. It is also very significant the analysis of the pressure over one blade of the inlet guide vanes and the pressure oscillations in a rotor blade. Figure 4 shows the spectrum for a rotor blade (left) and for an IGV blade (right). In the first one, there is a basic frequency at 360 Hz, in the same



way as in the blade-passage. For the rotor, the influence of the upstream blade row is more significant, because of the three clear peaks that appear for 520 Hz (40×13), and again for two and three times this fundamental frequency.

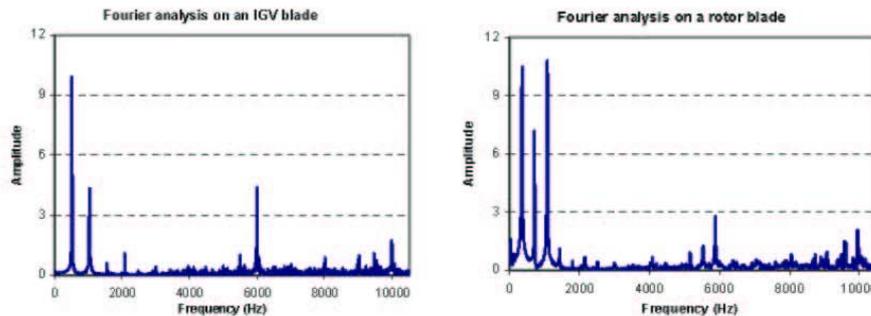


Figure 4. Fourier analysis for a rotor and a stator blade.

INFLUENCE OF THE DISTANCE BETWEEN BLADE ROWS AND THE FLOW RATE

The lesser the distance is, the bigger the rotor-stator interaction is, and a bigger production of acoustic noise is generated. A greater distance between fixed and rotating parts must be considered to reduce the production of noise, but this would affect the accurate flow patterns (secondary flows would appear and a loss of efficiency would be unavoidable). This was considered by simulating 3 different central distances (the nominal one of 50 mm, and two others, one upper and the other, lower) and comparing the amplitudes of the variations (as amplitude peaks in a spectrum analysis). Figure 5 shows the value of the amplitudes for the characteristic frequency of the blade force signal over the rotor blades. Note the tendencies that appear when the distance is changed.

In what refers to the flow rate changes, the results show that for every section of the fan, when the flow rate increases, the variation of the amplitude decreases. In this case, the flow rate changes are not providing a significant change in the forces over the rotor blades. This fact is masked by the global performance curve of the fan, because an increase of the flow rate for the fan is traduced by the machine with a decrease in the total pressure. Thus, and obviously depending of the reaction of the machine -here is expected $X > 1$ -, the pressure increase of every row of the stage will have an important contribution against the total behavior of the fan or not. Here the contribution of the rotor is not so significant because the total tendency of the performance curve masks any local effect of perturbation in the rotor-stator interaction. Figure 5 describes below this changes of the fluctuations for the pressure on a rotor central blade and its decreasing tendency as flow rate increases.

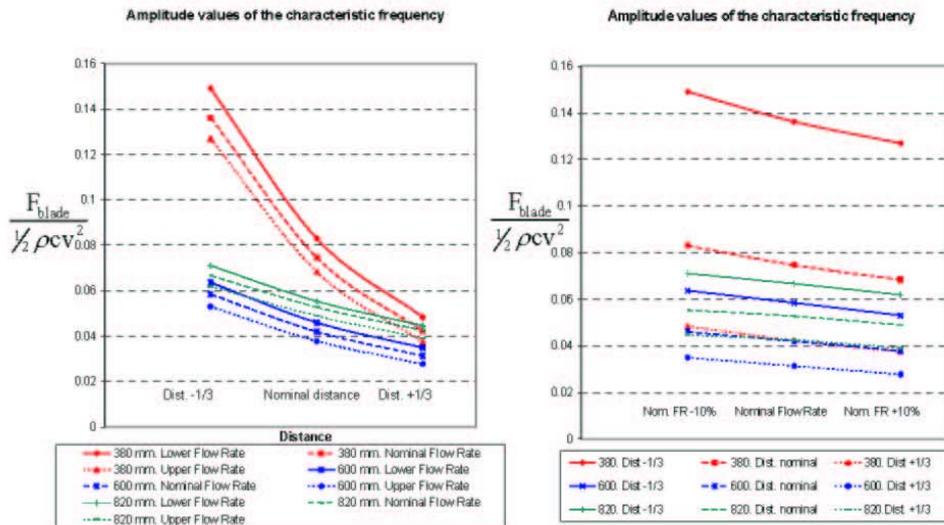


Figure 5. Rotor-stator interaction dependence of stage distance and flow rate

It can be observed that an increase of the flow rate produces a slight decrease of the forces amplitude. For the hub section, the interactions are bigger than for any other section in the machine, because of the maximum solidity presented at that section.

Due to the good definition of the mesh available around the blades, the transport and dissipation of the wake downstream of the rotor, accompanied by diffusion and mixing of the flow, is well-captured by the simulation. Figure 6 shows the wake shed downstream the blades in the dynamic pressure contours.

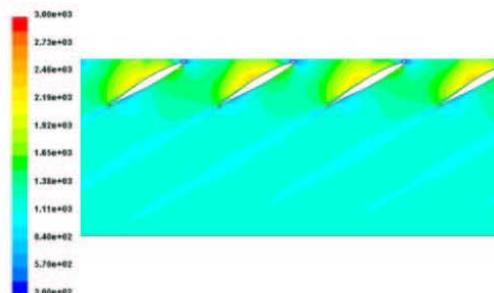


Figure 6. Wake shed downstream the rotor for the dynamic pressure field.

In this case, the flow pattern shows the contribution of the rotor blades, causing the main wake shed generation, but also, there is a secondary contribution because of the downstream-induced pressure fluctuations generated by the IGV. In the relative reference frame, the axial velocity fluctuations due to the effect of the upstream inlet guide vanes and eliminating the effect of the rotor blades in the flow are plotted. In Figure 7, some representations of the relative axial velocity just downstream the trailing edge of the rotor blades are shown. Each fluctuation is due to the presence of the wake of the rotor blades, but the changes in the

amplitude for each peak is generated by the passing of each IGV on the rotor relative reference frame.

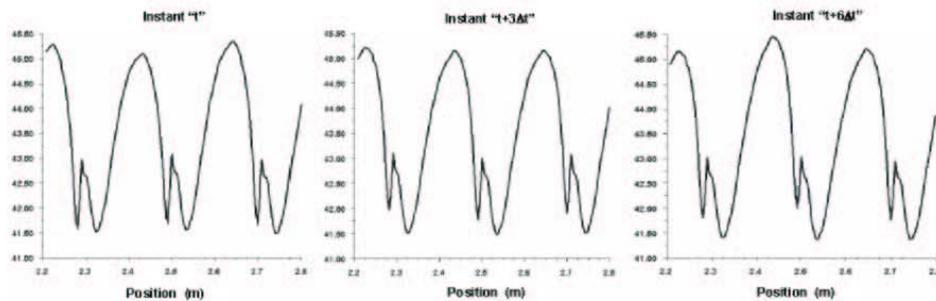


Figure 7. IGV's unsteady interaction with rotor wake at relative reference frame.

CONCLUSIONS

Using an unsteady numerical simulation, pressure and flow rate fluctuations have been analyzed at the fan outlet, obtaining its frequency spectrum. From that frequency, the analysis of the variations of the forces in a rotor blade or over the whole rotor has allowed to study the IGV and rotor blades interaction, when the relative distance between them changes. Different flow rates have been used to determine the effect of that parameter on the global interaction inside the stage.

Changing the reference point of view, the isolated interaction of the IGV over the rotor wake can be observed. Also a methodology can be developed using this point of view to observe the unsteady phenomena of rotor-stator interaction downstream the rotor wake trailing edge.

ACKNOWLEDGEMENT

This work was supported by the Research Projects "Modelado del comportamiento del flujo no estacionario subsónico en la interacción entre haces fijos y móviles de turbomáquinas axiales", Ref. DPI2000-0702-C02-01, CICYT, and "Caracterización y reducción de las fuentes aerodinámicas de ruido y vibración en ventiladores centrifugos", Ref. DPI2001-2598, CICYT, Spain.

REFERENCES

- Ref. 1 Mikolajczak A.A., 1977, "The practical importance of unsteady flow, in Unsteady Phenomena in Turbomachinery", *AGARD CP-144, NATO, 1977*
- Ref. 2 Adamczyk J.J., 1996, "Wake mixing in axial flow compressors", *ASME Paper 96-GT-029*
- Ref. 3 Neise W., 1992, "Review of fan noise generation mechanism and control methods", *Procc. Fan Noise Symposium, Senlis, pp. 45-56*
- Ref. 4 Wallis R.A., 1993, "Axial flow fan and ducts", *Krieger Publishing Company*



Proceedings of FEDSM'03:
The 2003 Joint ASME-JSME Fluids Engineering Summer Conference
July 6-10, 2003, Honolulu

FEDSM2003-45394

**UNSTEADY FLOW ANALYSIS OF THE STATOR-ROTOR INTERACTION IN AN
AXIAL FLOW FAN**

Fernández Oro, J.

Argüelles Díaz, K.

Santolaria Morros, C.

Ballesteros Tajadura, R.

Universidad de Oviedo, Fluid Dynamics Group.
Campus de Viesques, 33271 Gijón (Asturias), Spain.
jesusfo@correo.uniovi.es

ABSTRACT

In the usual operation of turbomachinery, some unsteady flow phenomena appear due to the non uniformity of the flow inside the rotor, when observed in the fixed reference frame. These phenomena are often related to the unsteady character of the pressure and velocity fields, which produce oscillating forces on the blades, superimposed to the steady force. These oscillating forces are the main mechanism of noise generation, which appear even at a constant rotational speed and at flow rates where the performance curves are stable.

In axial turbomachines, the interaction is due to relative motion between the static and rotating blade rows. Considering the case of a fixed blade row (stator) placed upstream of the rotor, the non uniform flow leaving those blades (usually referred as IGV blades) is observed as an unsteady flow by the rotor blades. The effect of this interaction is the generation of unsteady forces on the rotor blades, which generate vibrations (risk of fatigue failure) and noise, and non-uniformity and unsteadiness of the pressure field, that propagates as an acoustic wave.

The first part of this work is a brief description of a URANS numerical modeling of the unsteady flow characteristics of a one-stage subsonic axial flow fan with a reaction degree greater than 1. The focus is placed on the stator-rotor interaction performance. Both 2D and 3D models of the fan, with 13 IGV's and 9 rotor blades, were developed and an unsteady simulation was achieved to carry out the main characteristics of the flow inside the turbomachine. Once the actuating forces are determined, the influence of the radial position, the operating conditions and the distance of the fixed and the rotating blade rows is also analyzed.

The final part of the paper is focused over the identification, through the definition of deterministic stresses –related to the characteristic blade-passage frequency of every row- that provoke the interaction between fixed and rotating blade rows and its evolution through time. The object is to obtain, in a stress tensor form, the contribution of the velocity field, that is changing because of the successive relative positions between blade rows, to the pressure distribution over the blade surfaces in the interior of the stage. Finally, a map of deterministic stresses and even, deterministic kinetic energy, can be obtained to show the influence of the blade rows in the interaction, unsteady phenomena.

INTRODUCTION

An important goal for CFD researchers is to obtain an accurate description of the unsteady flow generated inside a turbomachine. Unfortunately, the task involved for this purpose is quite difficult. Due to the relative motion between the static and rotating blade rows in axial turbomachines, the flow is non uniform and the pressure and velocity fields appear unsteady in a fixed reference frame [1]. For multistage turbomachines, the length and time scales associated vary in a large range of values, from shaft revolution to a fraction of blade-passage frequency, needing numerical simulations that consider every flow passage [2]. Obviously, a 3D unsteady simulation with a great number of blade-passages over a Reynolds average form of the Navier Stokes equations is not feasible nowadays.

Traditionally, pressure signals over the different elements in a turbomachinery stage have been studied in order to know how appears the interaction between fixed and moving blade rows and which is the magnitude of this phenomena. In the same way, this methodology is useful to determine which



parameters (axial gap, tip clearance, flow rate variations) have more influence in the propagation and generation of this unsteady phenomena. This allows to know the best way to reduce those phenomena (that derive in acoustic noise and fatigue failure) adjusting that parameters. Nevertheless, this is giving no information about the flow pattern, about the generation mechanism of the flow unsteadiness or about the contributions of every blade row over the establishment of the total stage interaction. To go a step ahead, it's necessary to use a technique that could be able to decouple the effect of every blade row over the flow pattern, identifying the contribution of the different elements of the stage in the turbomachine.

As the aerodynamic analysis of multistage turbomachinery flows is the key to obtain a good description of the performance of new turbine or compressor designs, engineers had to develop models to describe the flow within a multistage with more or less accuracy. From throughflow or axisimetric models to Direct Navier Stokes simulation, there is a wide range of models used for turbomachinery design [3,4]. As models are more complex, the closure requirements decrease. One step behind the set of equations of the Reynolds average of the Navier Stokes equations, Adamczyk [5] proposed an "average-passage" model of the Navier Stokes equations expressed in cylindrical coordinates with an inertial frame of reference. This passage-averaging technique solves the steady, three-dimensional RANS equations separately in each blade row. The effect of neighbouring rows in the flow turning is assumed by the inclusion of body forces placed where the other "ghost" rows of the multistage should be. Taking to account the deterministic part of the flow field (Adamczyk called like this, the part of the flow that is not purely turbulent), several averages are constructed in order to separate the effect of other blade rows over the averaged one. As a consequence, a mixing-stress tensor is generated and additional "deterministic stresses" need to be modeled. Adamczyk proposed as well two different ways to close the problem. Some authors have worked for developing models to guarantee a passage-average solution of the flow in a multistage turbomachine. Rhie et al. and Bardoux et al. have used multigrid domains [6] to calculate a superimposed solution of the flow. Busby et al. [7] and Van de Wall [8] have studied the physical phenomena associated with deterministic stresses transport. Meneveau et al. [9], Sinha et al. [10, 11] and Leboeuf [12] have developed models to compare, with PIV techniques, experimental and numerical results of deterministic stresses fields.

In the present work, a procedure to identify the deterministic stresses of the average-passage model of a single stage axial flow fan from the URANS solution of the flow is outlined. The first part is a brief description of the geometry and the modeling used for the URANS solution of the flow. In a second part, a procedure for the identification of the deterministic stresses field, based over the URANS solution is carried out. The interaction between rotor and stator blade rows will be discussed in terms of deterministic correlations (purely spatial, mixed spatial-temporal and purely temporal

correlations) in order to establish a methodology oriented towards the prediction and analysis of interaction between blade rows in function of stage parameters.

NOMENCLATURE

- F_{blade} = force over a rotor blade.
 c = rotor chord.
 u_x = characteristic axial velocity.
 u = real velocity field in stator reference frame.
 u' = stochastic, non-deterministic component of velocity field.
 u'' = velocity gust encountered by the stator.
 $\bar{u}^{(AXI)}$ = axisymmetric average of velocity field.
 \tilde{u} = deterministic component of velocity field.
 \hat{u} = unsteady part of velocity deterministic component.
 $\tilde{\tilde{u}}$ = steady deterministic component of velocity field.
 $\overline{u}^{(R)}$ = velocity time-averaged value with respect to the rotor frame of reference.
 T_R = rotor's blade-passage period.
 A_R = rotor's blockage factor.
 A_S = stator's blockage factor.
 $r_{ij}^{S,det}$ = spatial deterministic correlation.
 $r_{ij}^{ST,det}$ = mixed spatial-temporal deterministic correlation.
 $r_{ij}^{T,det}$ = temporal deterministic correlation.
 Ω = rotational speed of the rotor.
 T = rotor period.
 H_G = gate function for the evolution of blade-passages.
 N = number of rotor blades.
 $k^{S,det}$ = deterministic kinetic energy.

URANS MODEL DESCRIPTION

The axial flow fan of this work is part of an agriculture spreading machine, and it's composed with a single stage of 13 IGV upstream a 9 blade rotor. The hub and tip diameters are 380 and 820 mm respectively. The nominal distance between blade rows is 50 mm from IGV's trailing edge to blade's leading edge. The rotation speed is 2400 rpm, with a mass flow rate of 18 m³/s.

URANS numeric simulation.

The URANS model was developed using a commercial code, FLUENT, and a compatible preprocessor to generate the domain grid.

A 3-D unsteady model (fig.1) was developed to describe the general tridimensional characteristics of the flow. Reaching up to 25,000 cells per blade-passage, an unsteady simulation of the axial fan was executed over a 4 PC cluster, 500 Mhz. The

main goal was to carry out the performance curve of the machine. The discretization could not allow a tip clearance study, so end walls of the machine were implemented as stream lines for the flow.

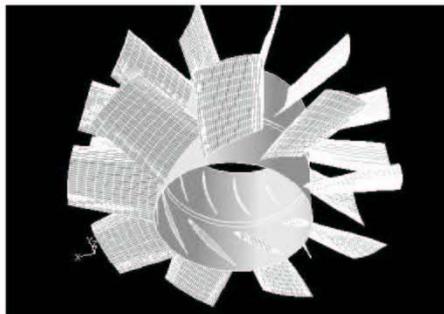


Fig. 1. 3-D Stage model.

Figure 2 shows that, practically, there are no secondary flows, and the radial component of the flow for a meridional plane of the machine is only a 3-5% of the total velocity field magnitude. We conclude that for a first approach, due to the main flow structure, 2D sections can be sufficient for the deterministic analysis of the flow.

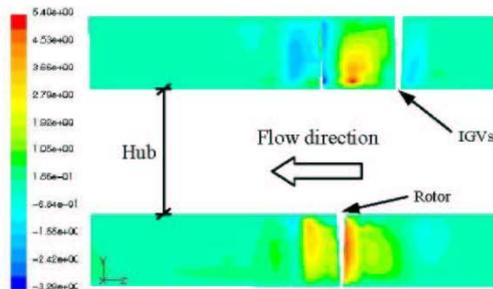


Fig. 2. Percentage of radial flow respect to axial flow in an axisymmetric plane of the fan.

Considering the simulation of hub, tip and mid-span sections of the machine, we feature a 2D grid with refinement near the blade surfaces and the possibility for relative motion of the rotor. Using a "sliding-mesh" technique, the unsteady simulation provides a temporal description of the flow variables across the machine. Figure 3 shows the complete domain that has been used for the computations with three different zones: the upper one, that is representing the inlet guide vanes; a central zone that makes possible to modify the distance between

moving and fixed rows, and the lower zone with the rotor blades that slides along its own perimeter with a velocity that is equal to the tangential velocity in each radial position. Also, a periodicity condition is imposed in the tangential direction to close the problem.

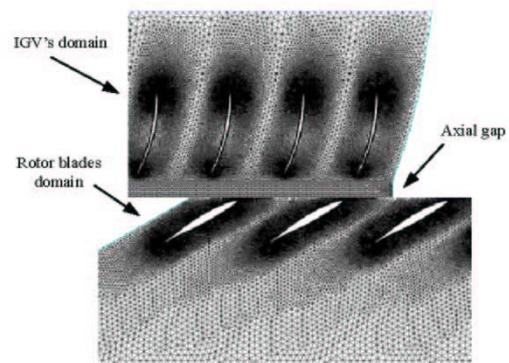


Fig.3. Computational zones.

In order to obtain a good resolution for the velocity fields, and to get an accurate frequency resolution, 585 (13x9x5) interval positions per rotor revolution were adopted, so the time step was fixed over $4,2735 \cdot 10^{-5}$ s. It is possible to store the flow variables for each interval, using them in a forward postprocessing or averaging process. The incompressible flow Navier-Stokes equations are solved using a standard k- ϵ turbulent model. Also, standard logarithmic laws have been used for the blades surfaces in order to close the URANS requirements for boundary conditions. A SIMPLE algorithm is chosen for the pressure and velocity coupling, and second order, upwind discretizations have been used for convection terms and central difference schemes for diffusion terms. Finally, a first order implicit discretization was used for the time dependent term scheme.

The URANS modeling, used as the start point for the forward passing-averaged analysis, has been previously tested for other works. The complete 3D model of the blower, for example, has presented good results in comparison to the performance curves of the real machine (taking into account that tip clearance has not been considered). In the other hand, the 2D model has been implemented with O-type grids around the blades, with discretization reaching up to 300,000 cells (Fig.3) and even 500,000 cells, predicting a good performance for the bidimensional sections of the single stage of the fan, as expected.

Unsteady simulation results.

The methodology that has been developed in this first part of the work was used to analyze the effect of parameters like mass flow rate or axial gap between blade rows on the

interaction between fixed and rotating blade rows. As a reference, the mid-section was taken to characterize the flow variations inside a blade-passage and also pressure variations on the blade surfaces were studied in order to identify the main proper frequencies in the stage interaction. Integrating the instantaneous numeric pressure field over the blades (fig. 4), the actuating force in the rotor can be obtained at a particular time step. Tracking every value for all the different time steps per rotor revolution, a temporal evolution of the blade forces is carried out. A final FFT analysis of the force can deduce the characteristic frequencies of the rotor-stator interaction.

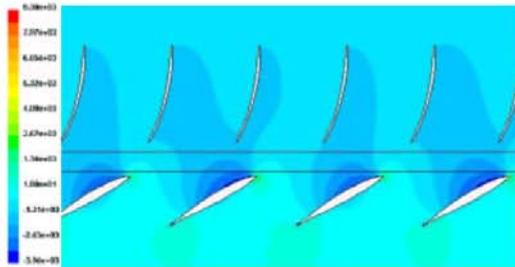


Fig. 4. Instantaneous unsteady pressure field.

Figure 5 shows the frequential analysis of the force over a rotor's blade for the mid-span section, comparing the effects of axial gap changes for the stage and flow rate variations. As the rotor revolution frequency is 40 Hz, the spectrum of the pressure signal shows the effect of every IGV blade passing in front of the blade, for the moving reference frame of the rotor. As expected, this stator influence appears like a fundamental peak of 520 Hz, that is, the number of IGV blades times the rotation speed of the machine. Also, harmonic frequencies (two and three times the stator blade-passage frequency) have a considerable contribution, carrying out that the fixed blade row provokes important perturbations downstream the own stator domain zone.

At a first glance, the lesser the distance is, the rotor-stator interaction is bigger, and upper force values are generated. This was considered by simulating 3 different central distances (the nominal one of 50 mm, and two others, one upper and the other lower) and comparing the amplitudes of the variations.

For mass flow rates changes, the results are carrying out that for every section of the fan, the bigger the flow rate is, the variation of the amplitude is lesser. In this case, the flow rate changes are not providing a significant change in the forces over the rotor blades. It can be concluded that the effect is hidden by the global performance curve of the fan.

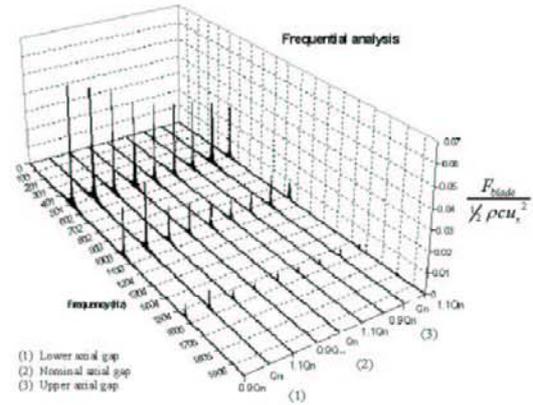


Fig. 5. Fourier analysis of a rotor's blade forces for different axial gaps and mass flow rates at mid-span section.

Figure 6 is representing the flow pattern viewed for the rotor reference frame. The contribution of the own rotor blades is causing the main wake shed generation, but also, there is a secondary contribution because of the downstream-induced pressure fluctuations generated by the stator. Also, upstream the stator is a fluctuation of the mean axial velocity caused by the moving blade row. This shows that the interaction effects are transported by the flow both upstream and downstream the stage. The challenge now is to isolate the contribution of every single blade row in the final flow pattern.

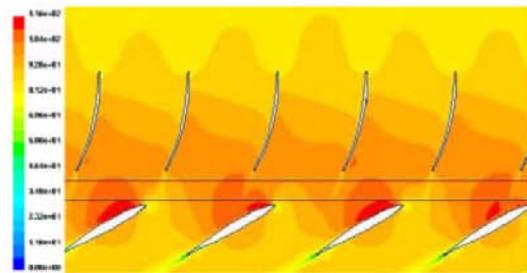


Fig. 6. Instantaneous velocity field for the rotor reference frame.

DETERMINISTIC STRESSES

The passage-average set of equations proposed by Adamczyk introduces a mixing-stress tensor composed by three different terms: the Reynolds stress tensor (because of an ensemble average), the unsteady deterministic tensor (because of a time-average), and an aperiodic deterministic tensor (because of a passage-to-passage average). For a single-stage configuration, the time-averaged flow field associated with each blade row will be spatially periodic over the pitch of that blade row. Hence, the aperiodic part of the tensor can be eliminated of the flow analysis:

$$R_{ij} = \overline{\rho \hat{u}_i \hat{u}_j} + \overline{\rho u'_i u'_j}$$

where the subscripts ij take on the values of r , θ , and z for cylindrical coordinates. The deterministic part of the mixing-stress tensor is composed by a time-average of the crossing-product of the unsteady deterministic part of the velocity field components. The unsteady decomposition of the velocity [7] is shown in figure 7.

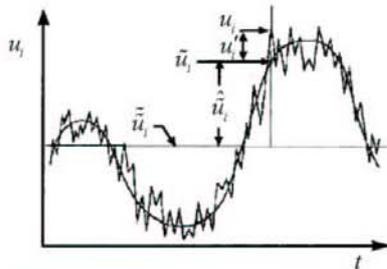


Fig. 7. Unsteady velocity decomposition.

The total velocity field is composed by three terms: a turbulent, non-deterministic variation of the velocity, an unsteady deterministic variation and a steady mean velocity;

$$u_i = \tilde{u}_i + \hat{u}_i + u'_i$$

An alternative decomposition of the velocity field can be addressed taking into account an incident velocity gust contribution [7] and a radiated velocity field as follows;

$$u_i = \tilde{u}_i^{(s)} + \left[\tilde{u}_i^{(R)}(r, \theta - \Omega t, z) - u_i^{(AZT)}(r, z) \right] + \hat{u}_i + u'_i$$

The superscripts (R) , (S) are referred to time-averaged value of velocity respect to, either the rotor frame of reference, or the stator frame of reference, through the blade-passing frequency

for each row. The other terms are related with frequencies of higher magnitude than that for the rotor shaft speed (unsteadiness, vortex shedding, turbulent fluctuations). The unsteady deterministic component of the velocity field can be then related between both expressions, obtaining;

$$\hat{u}_i = u_i^* + \hat{u}_i$$

where $\hat{u}_i = \left[\tilde{u}_i^{(R)}(r, \theta - \Omega t, z) - u_i^{(AZT)}(r, z) \right] + \hat{u}_i$

The deterministic part of the mixing stress tensor is then composed with four terms, called as "deterministic correlations", with a purely spatial, a mixed spatial-temporal and a purely temporal characteristic for each component.

$$R_{ij}^{det} = \overline{\rho u_i^* u_j^*} + \overline{\rho u_i^* \hat{u}_j} + \overline{\rho \hat{u}_i u_j^*} + \overline{\rho \hat{u}_i \hat{u}_j}$$

The spatial correlation is independent of tangential position, since u_i^* is spatially periodic over the pitch of the rotor blade row. The remaining terms are associated with the rotor-stator interaction flow field.

The unsteady RANS solution of the flow field provides the real velocity field inside the stage. Applying successive averages over the total velocity field, the unsteady deterministic variations and the steady mean velocity can be obtained. The turbulent, non-deterministic component can be filtered applying an ensemble average, through several rotor turns of the URANS simulation.

For the stator reference frame, it's necessary a blade-passing average over rotor blades pitch. Considering the effect of blade solidity, a blockage factor needs to be defined over the single stage blade rows [5]. It has no dependence with θ coordinate, so it is just function of axial coordinate and radial one, if blades are radially curved.

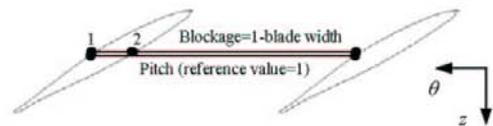


Fig. 8. Blockage factor definition, λ .

This blockage can be related to a gate function whose value is one at any point which is in the flow field at a given instant in time. It will be zero if the point lies within the row blade.

Nevertheless, it is more useful if we consider the geometric sense of this function as viewed in fig. 8.

$$\lambda \equiv \frac{1}{T} \int_0^T H_G(r, \theta, z, t) \cdot dt = 1 + \frac{(\theta_1 - \theta_2)N}{2\pi}$$

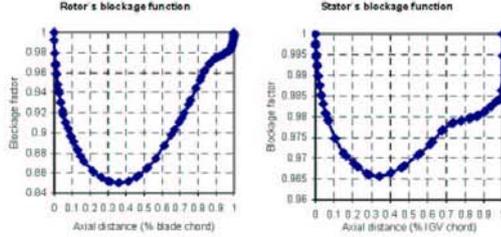


Fig. 9. Stage blockage functions at mid-span section.

Combining algebraic expressions and different time averages for time scales associated with rotor frequency and blade-passing frequency for both stator and rotor reference frames, the deterministic correlations for the fixed reference frame can be stated as follows:

$$\tau_{ij}^{S,det} = \rho \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} [u_i^{(AXT)} - \tilde{u}_i^{(R)}] \cdot [u_j^{(AXT)} - \tilde{u}_j^{(R)}] dt$$

- Purely spatial deterministic correlation -

$$\tau_{ij}^{ST,det} = \rho \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} [u_i^{(AXT)} - \tilde{u}_i^{(R)}] \cdot \left[\tilde{u}_j - \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} H_G \cdot \tilde{u}_j dt + [u_j^{(AXT)} - \tilde{u}_j^{(R)}] \right] dt$$

- Mixed spatial-temporal deterministic correlation -

$$\tau_{ij}^{T,det} = \rho \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} \left[\tilde{u}_i - \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} H_G \cdot \tilde{u}_i dt + [u_i^{(AXT)} - \tilde{u}_i^{(R)}] \right] \cdot \left[\tilde{u}_j - \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} H_G \cdot \tilde{u}_j dt + [u_j^{(AXT)} - \tilde{u}_j^{(R)}] \right] dt$$

- Purely temporal deterministic correlation -

ANALYSIS OF THE SPATIAL DETERMINISTIC CORRELATION

Adamczyk et al. neglect the three parts of the deterministic stress tensor related to temporal characteristic of the correlations, considering that purely unsteady fluctuations are negligible compared to purely spatial ones [3]. We have focused the analysis over the complete structure of spatial deterministic correlation. In general, these calculations should be performed in 3-D but in the present work, 2-D calculations are sufficient as discussed before. Further efforts will be driven for a general 3-D description of the complete deterministic tensor.

We also have considered a model without axial gap for the deterministic analysis. Fixing the distance between blade rows as the nominal value, we have simplified the domain in order to clearly define the rotor and stator reference frame zones. (In fact, the axial gap zone previously defined, as viewed in fig.3, is part of the fixed reference frame).

The axisymmetric flow field is shown in figure 10. Because the sliding characteristic of the rotor domain, we have to eliminate each Δx -product of time step and rotor tangential velocity- in the averaging process in order to obtain a unique rotor field. Both rotor and stator domains are periodic from blade-passage to blade-passage. The major contribution of this aperiodicity is produced in the axial velocity field.

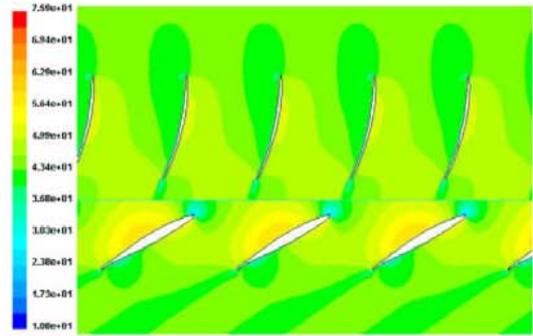


Fig. 10. Axisymmetric flow field.

The construction of the gust encountered by the stator is made over a time-average of velocity field respect to the rotor reference frame. Subtracting the axisymmetric part of this time-averaged flow field, we obtain an evolution of the gust through time. Figure 11 shows the maximum interaction instant of the total gust evolution. The large values are always situated at the interface, corresponding every peak (red values) to the trailing edges of the stator IGV's. Anyway, there is a clear structure of node-antinode for the θ component of the gust velocity. This structure is clearly linked to the rotor blades leading edges. In the same way, the axial component presents maximum values also for the rotor leading edges. Nevertheless, in the total field, the effect of the rotor blades appears as a crossing-stagnation of the gust velocity over the inlet guide vanes.

Because of the filtering process respect to the rotor reference frame, the rotor domain has been cleaned of flow unsteadiness.

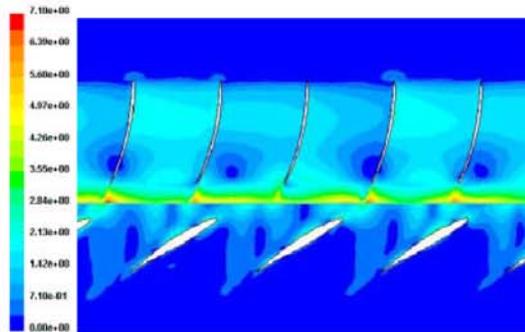


Fig. 11. Gust encountered by the stator.

Now, the spatial deterministic correlations will be analyzed. A common feature is that maximum values of this fields are reached in the axial gap, clearly relating the deterministic flow field with the interaction phenomena placed between fixed and moving rows.

Spatial deterministic stresses.

Figure 12 shows that the $\theta-\theta$ spatial correlation is almost uniform in the circumferential direction. This is a behaviour that the other stresses of the spatial correlations will present. The maximum values are placed in the interface zone of the domain, reaching up to $23 \text{ m}^2/\text{s}^2$, approximately, one order of magnitude behind the turbulence kinetic energy for blade surfaces, according to previous studies that have shown that deterministic stresses can be similar or with higher magnitude than the Reynolds stresses.

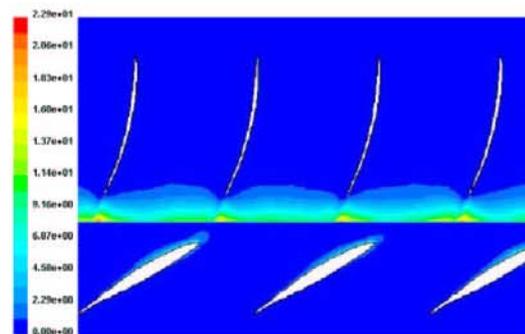


Fig. 12. $\theta-\theta$ spatial deterministic stress.

The same order of magnitude, with maximum values of $27 \text{ m}^2/\text{s}^2$, the $z-z$ spatial stress in figure 13 plays a definitive role over the interaction between the rows. The blockage factor of the rotor blades comes from gust velocity field discussed in

figure 11. Notice the effect over the suction side of the stator blades.

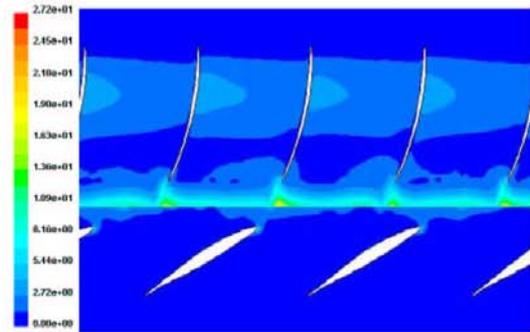


Fig. 13. $z-z$ spatial deterministic stress.

The crossed $\theta-z$ stress shows negative values all over the field (Fig. 14). At the trailing edges of stator blades, the values are positive at the suction side, while they become negative for the pressure side. Obviously, this interaction increases and decreases according to the relative motion between rows. When it gets redder, the negative values decrease dramatically.

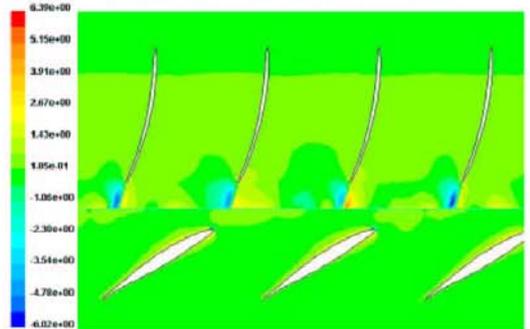


Fig. 14. $\theta-z$ spatial deterministic stress.

Taking the turbulence kinetic energy definition, we can define a deterministic kinetic energy through the simple algebraic expression that follows:

$$k^{S,det} = \frac{1}{2} (\tau_{\theta\theta}^S + \tau_{zz}^S)$$

Sinha et al. [11] show for PIV measurements that deterministic stresses are larger in regions close to the interface between blade rows, for a centrifugal 5-blade rotor pump with a downstream diffuser vane of 9 blades. Particularly, at leading edge and convex side of the vanes, the deterministic kinetic energy is higher for the diffuser frame. Figure 15 shows a good agreement with Sinha and Katz observations. In terms of kinetic energy, the maximum values for the deterministic flow field are associated to the trailing edge to appear at the vanes. In this

case, the vane edge close to the interface is the trailing one. On the other hand, the turbulence kinetic energy is maximum over the rotor surface, decaying to valued of $50 \text{ m}^2/\text{s}^2$ for the IGV's.

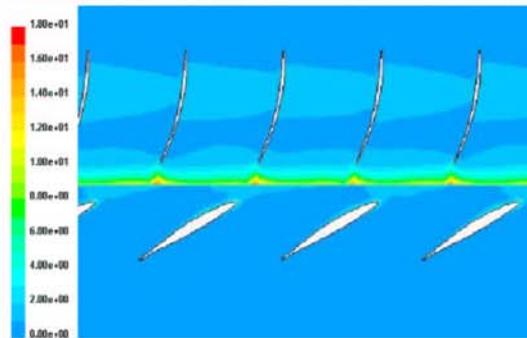


Fig. 15. Deterministic kinetic energy.

SUMMARY AND CONCLUSIONS

A procedure to identify the deterministic stresses of the average-passage model of a single stage axial flow fan from the unsteady RANS solution of the flow has been outlined. In the present work, deterministic stresses have been presented as a useful tool to observe and study the interaction phenomena related to multistage turbomachine performance.

The results have carried out that the order of magnitude of these stresses are the same than the Reynolds ones. Considering the deterministic field for the stator reference frame, the unsteadiness in the interface zone of the single stage machine was discussed and quantitatively represented. Maximum values for all components of the spatial deterministic correlation are placed in trailing edges of blade rows at the interface; showing that the intensity of the stresses has an important dependence of blade-passing frequency. This effect is considerable for the pure axial component, meanwhile for the circumferential component, the stress map is almost periodic from blade-passage to blade-passage. Negative values of deterministic stresses appear for the crossed component, in the IGV's trailing edges and in the rotor blades leading edges. They appear beside positive values generating a bipole structure of the deterministic field. Finally, the deterministic kinetic energy field has outlined that its pattern and the turbulent kinetic energy one, have different global characteristics.

Also, for the rotor frame of reference, the deterministic stresses can be identified to show the unsteadiness associated to blade rows interaction over the rotor blade surfaces. Future work will be focused on the determination of the other deterministic correlations and the analysis of the complete 3-D model. The relationship with global performance behaviour of the fan will be analyzed for different flow rate cases.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Research Project "Modelling of the unsteady subsonic flow behaviour in the interaction between fixed and rotating blade rows in axial turbomachines", ref. DPI2000-0702-C02-01, CICYT.

REFERENCES

- [1] Mikolajczak A.A., "The Practical Importance of Unsteady Flow, in Unsteady Phenomena in Turbomachinery". AGARD paper CP-144, NATO, 1977.
- [2] Adameczyk J.J., "Modeling the Effect of Unsteady Flows on the Time Average Flow Field of a Blade Row Embedded in an Axial Flow Multistage Turbomachine". VKI, Lecture Series 1996-95, March 11-15, 1996.
- [3] Adameczyk J.J., Mulac R.A., Celestina M.L. "A Model for Closing the Inviscid Form of the Average-Passage Equation System". ASME Journal of Turbomachinery, vol. 108, pag. 180, 1986.
- [4] Adameczyk J.J., "Aerodynamic Analysis of Multistage Turbomachinery Flows in Support of Aerodynamic Design". ASME Journal of Turbomachinery, vol. 122, pag. 189, 2000.
- [5] Adameczyk J.J. "Model Equation for Simulating Flows in Multistage Turbomachine". ASME paper 85-GT-226, 1985.
- [6] Celestina M.L., Adameczyk J.J., Rubin S.G., "A Solution Strategy Based on Segmented Domain Decomposition Multigrid for Turbomachinery Flows". ASME Journal of Turbomachinery, vol. 124, pag. 341, 2002.
- [7] Busby J., Sondak D., Staubach B., Davis R., "Deterministic Stress Modeling of Hot Gas Segregation in a Turbine". ASME Journal of Turbomachinery, vol. 122, pag. 62, 2000.
- [8] Van de Wall A.G., Kadambi J.R., Adameczyk J.J., "A Transport Model for the Deterministic Stresses Associated With Turbomachinery Blade Row Interactions". ASME Journal of Turbomachinery, vol. 122, pag. 593, 2000.
- [9] Meneveau C., Katz J., "A Deterministic Stress Model for Rotor-Stator Interactions in Simulations of Average-Passage Flow". ASME Journal of Fluids Engineering, vol. 124, pag. 550, 2002.
- [10] Sinha M., Katz J., "Quantitative Visualization of the Flow in a Centrifugal Pump With Diffuser Vanes -I: On Flow Structures and Turbulence". ASME Journal of Fluids Engineering, vol. 122, pag. 97, 2000.
- [11] Sinha M., Katz J., "Quantitative Visualization of the Flow in a Centrifugal Pump With Diffuser Vanes -II: Addressing Passage-Averaged and Large-Eddy Simulation Modeling Issues in Turbomachinery Flows". ASME Journal of Fluids Engineering, vol. 122, pag. 108, 2000.
- [12] Leboeuf F., "Unsteady Flow Analysis in Transonic Turbine and Compressor Stages". VKI, Lecture Series 2002-01, Nov, 5-9, 2001



ON THE STUDY OF THE ROTOR-STATOR INTERACTION IN AN AXIAL FLOW FAN

J. Fernández Oro - K. Argüelles - C. Santolaria - P. Fernández Coto

University of Oviedo, Fluid Dynamics Group.
Campus de Viesques, 33271. Gijón (Asturias), Spain.
jesusfo@uniovi.es

ABSTRACT

The present study focuses on the analysis of the dynamic and periodic interaction between both fixed and rotating blade rows in an axial flow fan of high reaction degree. A numerical 3D simulation of the complete stage is carried out, using a commercial code that resolves the URANS set of equations. For the modeling of turbulence, a LES scheme is used in order to achieve a good description of the largest eddy structures of the flow. In the other hand, an experimental facility was developed to get a physical description of the flow inside the machine. Both static and dynamic measurements were used in order to describe the interaction phenomena. A directional probe with pressure transducers was employed for the static characterization, and hot wire anemometry techniques were used for the instantaneous response of the interaction. The scope is based on the development of a methodology to understand the flow mechanisms related to the blade passing frequency in a single rotor-stator interaction.

NOMENCLATURE

IGV	Inlet Guide Vane.
t	Time
T_r	Blade passing period.
$V_{ax} Adim$	Non-dimensional axial velocity.
$V_{circ} Adim$	Non-dimensional tangential velocity.
Pos Ang	Angular position.

INTRODUCTION

The unsteady behaviour of any turbomachine is based on the appearance of unsteady flow patterns due to the relative motion of blade surfaces. Even for the simplest machines of just one rotating blade row, the existence of a steady relative flow, with a tangential velocity gradient in the blade passages, produces an unsteady flow when is observed from an absolute frame of reference (Lyman, 1993). For more complex configurations, the presence of a downstream fixed row modifies the unsteady flow pattern through a dynamic and periodic interaction because of the stator blade blockage. In other hand, the existence of boundary layers associated to blade surfaces generates lattice of wakes that will be mixed and transported throughout the machine, establishing new unsteady phenomena. All these unsteady features are also responsible of the energy exchange in the flow, so an accurate description of the unsteadiness may be very important to predict the turbomachine performance. Consequently, there are two basic mechanisms related to the flow unsteadiness, which have to be kept in mind. First, the row interaction, characterized as a potential effect due to the relative motion of blades at the rotational speed, and second, the wake-blade interaction that introduces non-uniformities, caused by the incoming upstream wakes, and transport and wake mixing (losses) into the mean passage-averaged flow.

In order to analyze these aspects of the flow inside an axial flow fan, both numerical and experimental techniques may be employed for that purpose. In this way, different numerical methods have been evolved over the years, from 2D axisymmetric models to complete 3D unsteady schemes, according to the geometric complexity of the machines and the capacities of computers. Nowadays, the number of blade passages configuring a machine is a critical issue when a URANS 3D simulation is attempted. In fact, steady 3D passage-averaged methods (Adamczyk, 1985), including deterministic stresses modeling to take into account the periodic temporal effects of moving rows, have been recently developed as a useful tool for multistage configurations (Rhie et al., 1998; Van de Wall et al., 2000). Just when there are few rows and a limited number of blades, an unsteady procedure can be considered to solve the flow.

On the experimental investigation of unsteady flow fields within multistage turbomachinery, intrusive methods play an important role. Five hole pitot probes, hot wire, hot film or LDV measurements have been mostly performed using single point measurements between blade rows. Recently, PIV systems are being introduced like a powerful technique to obtain passage-to-passage 2D images of the flow (Uzol et al., 2002; Chow et al., 2002), but unfortunately, these non-intrusive methods are more expensive and require special transparent characteristics on the test sections. However, hot wire anemometry can still provide complete information about the flow if multipoint windows in transversal planes (from hub to tip, over a pitch length) are used in the measurements.

In the present work, mechanisms involved in rotor-stator interaction, such as blade blockage and wake transport, will be shown. First of all, a brief description of the machine used for the study and the experimental facilities employed will be described. The experimental methodology will be overviewed with the definition of the measurement planes and the procedure setups. This part will conclude presenting the most relevant results achieved. Next, a complete unsteady three-dimensional model will be introduced, detailing the basic parameters and operating conditions from a commercial code. Also, a LES model of turbulence is detailed, in a try of going a step ahead from the classical modelizations of the Reynolds stresses, even enabling the model for further accurate aeroacoustics post processing. Finally, analogue results for the numeric model will be obtained in order to realize an exhaustive comparison between both analysis methods.

EXPERIMENTAL SETUPS AND PROCEDURES

Facility

This test facility enables to perform measurements at different transversal planes, including upstream and downstream stage locations, and the gap between the rows. An inner ducted part is used to modify the circuit characteristics, including a regulation cone for the flow rate control. A venturi nozzle is coupled to the ducted fan, to obtain good measurements of the flow rate, so the total length of the facility enlarges till reaching 16.5 m, as can be seen in the figure below. The axial flow fan is joined to the duct at the other extreme, and it's composed with a single stage of 13 IGV upstream a 9 blade rotor. The hub and tip diameters are 380 and 820 mm respectively. The nominal distance between blade rows is 50 mm from IGV's trailing edge to blade's leading edge, but the gap is modifiable through a set of internal annular rings that can be removed or added to decrease or increase the rows separation. Therefore, the lower distance rotor-stator can be fixed to 30 mm, and the larger gap can be 70 mm. For a rotational speed of 2400 rpm, the design mass flow rate is about $18 \text{ m}^3/\text{s}$. The fan is driven by a 37 kW motor that is supplied with an industrial frequency converter.

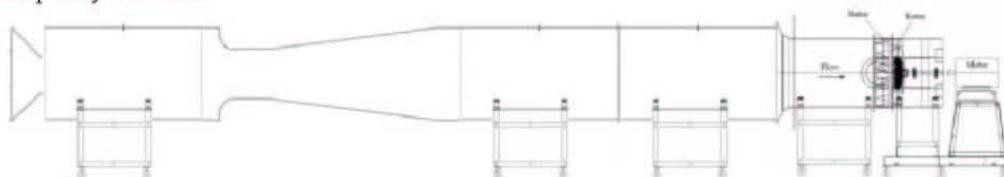


Fig. 1. Axial flow fan test facility.

Hot wire Setup and Procedures

The experimental data has been obtained by dual hot wire anemometry and a five hole probe for the static characterization of the flow. Figure 2 shows a diagram of the hot wire setup. This equipment is composed by a domestic dual hot wire probe (DHW), a commercial IFA-100 4-channels anemometer, an acquiring card Metrabyte DAS-20 and a personal PC for data storing. The dual hot wire probe was employed in order to capture both axial and tangential velocity components, with 5 μm diameter tungsten wires that presented a very good frequency response, aprox. 15 to 20 kHz. This order of magnitude allows capturing flow patterns related to the blade passing frequency (360 Hz) and justifies the election of this measurement procedure. Also a trigger was needed to match blade passing periods, so phase-averaged maps could be reconstructed later in the postprocessing.

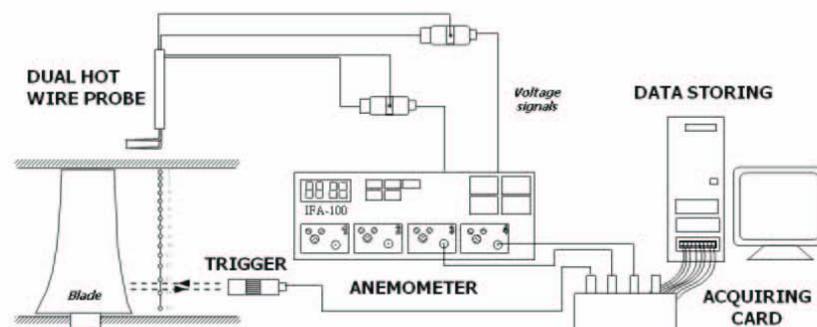


Fig. 2. Hot wire setup diagram.

Two different planes were chosen for the measurements. The first plane (D) was placed about 15 mm behind the stator trailing edge (figure 3) with the purpose of capturing flow effects between the rows, and a second plane (R) was located at 50 mm downstream the rotor trailing edge to analyze the outlet structures of the flow. Because of the inherent periodicity induced by the vanes distribution, and reminding that there are no clocking or indexing effects of other stages; the measurements were limited to a circular sector, covering the whole span of the machine over the stator pitch length. For a good spatial distribution, 15 single points were adopted along the radial coordinate, with a progressive separation according to an equal circumferential subtended area criterion (fig. 2); as well as another 15 angular positions, that is, every 2° , to complete the vane's passage in the other direction. Summarizing, two windows of 225 points for the upstream and downstream rotor flow.

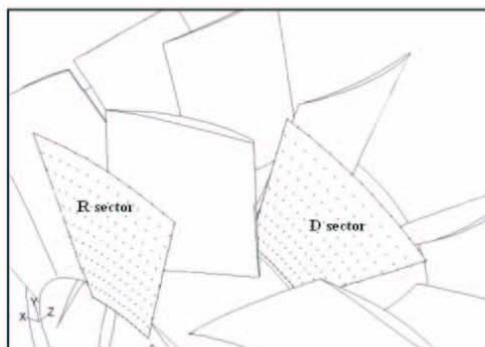


Fig. 3. Measurement sectors.

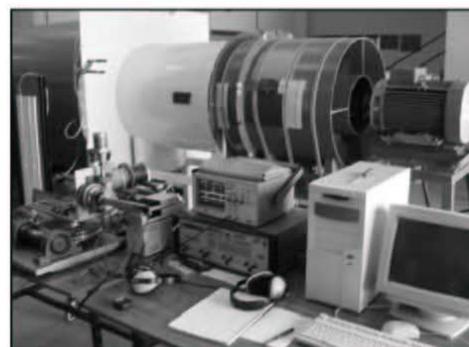


Fig. 4. Hot wire experimental setup.



Figure 4 shows the complete experimental setup. For every measurement plane, a circumferential slot was performed at the axial fan casing with the objective of having a smooth and easy way for repositioning the DHW probe at all the different angular locations. Also, calibration equipment is needed to recalibrate the probe because of the extremely sensitive characteristics of the hot wire. After every set of measurements (that is, a complete grid of 225 points for every plane), the probe was placed in the calibration equipment to check its King's law (Stainback and Nagabushana, 1996) and the angular calibration (Blanco et al., 1993).

In relation to the temporal discretization, 100 temporal instants per blade passing period were fixed. Also, another one hundred instantaneous realizations were recorded for each phase and location. This means that we have data of 100 passages of rotor at every single measurement point, resulting ten thousand values of the velocity components for the 15x15 sector grid. Using these instantaneous measurements, the phase-averaged velocity maps can be obtained by averaging the hundred passages of the eleven rotor turns stored into just one map, removing this way the turbulent flow phenomena.

NUMERICAL 3D MODEL

Urans numeric simulation

The URANS model was developed using a commercial code, FLUENT, and a compatible preprocessor to generate the domain grid, GAMBIT. A 3-D unsteady model (fig 5) was developed to describe the general three-dimensional characteristics of the flow. Reaching up to 2 million cells for the whole geometry, an unsteady simulation of the axial fan was executed over a 8 PC cluster, 2.6 Ghz. This discretization could not allow a tip clearance study, so end walls of the machine were implemented as stream lines for the flow. O-type boundary layers were introduced for the blade surfaces. In the same way, the node distribution in the radial direction was optimized to guarantee a better flow description in the hub and tip sections. Figure 6 shows cells discretization over the hub and at blade surfaces. As it can be observed, the radial distribution of cells is extruded from hub to tip, even in the rotor passages, where blade twisting forces the mesh to skew in a transversal way.

Using a "sliding-mesh" technique, the unsteady simulation provides a temporal description of the flow variables across the machine. Thereby, the rotor zone is forced to rotate around the axis at 2400 rpm. In order to obtain a good resolution for the velocity fields, 234 (13x9x2) interval positions per rotor revolution were adopted (26 per rotor blade passage), so the time step was fixed to 1.0684×10^{-4} s. It is possible to store the flow variables for each interval, using them in a forward post processing or averaging process. The incompressible flow Navier-Stokes equations are solved using a LES model. The purpose of this election was double: in one hand, because of a better expected description on vortex shedding at rotor wakes; and second, to make use of these results in a forward aeroacoustic analysis, in which LES calculations are recommended. Also, standard logarithmic laws have been used for the blades surfaces in order to close the URANS requirements for boundary conditions. A SIMPLE algorithm is chosen for the pressure and velocity coupling, and central differencing discretizations have been used for convection and diffusion terms. Finally, a first order implicit discretization was used for the time dependent term scheme.

Both pressure conditions at the inlet and the outlet of the domain were chosen to establish flow conditions as neutral as possible. This fact enhances the quality of the solution, approaching the numerical resolution to the real physical process. Unfortunately, convergence history is bad-affected by this election, increasing the real time required for the model to converge (residual criterion in continuity of 10^{-6}), especially at points far away from design conditions. Definitively, it can be said that the complete 3D model of the blower has presented overall good results in comparison to the performance curves of the real machine (taking into account that tip clearance has not been considered), when working point is close to the best efficiency point.

The model was executed for several days until a periodic stable response was achieved. This procedure allows avoiding transient phenomena that is not of interest on the scope of this work. Once it is already periodic, generally after three or four rotor turns, a final execution of the model

was realized with the objective of store a complete blade passage (26 cases), in an analogous way as the experimental fashion. In such a way, the numerical phase-averaged velocity maps were obtained, allowing a comparison with the experimental work.

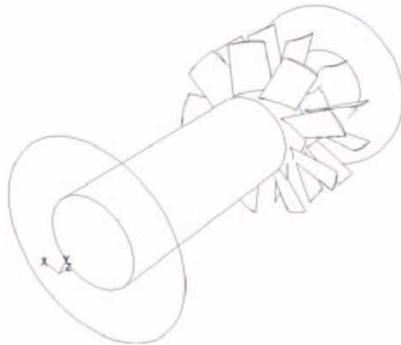


Fig.5. Sketch of the numerical domain.

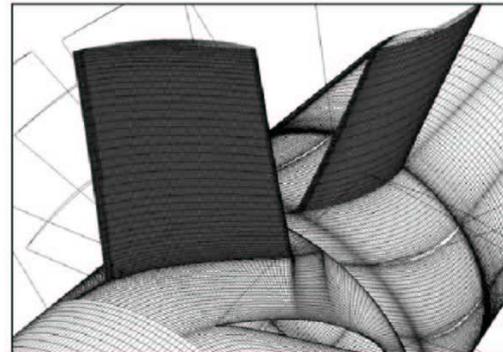


Fig.6. Detail of the spatial discretization.

EXPERIMENTAL RESULTS AND DISCUSSION

Flow characteristics between the blades

Results from the nominal gap configuration at design conditions will be presented in this section, grouped according to the planes of measurement. To begin, let's focus on the flow structures at sector D, in the axial gap. Figure 7 shows at two different rotor phases ($t/T_r=0.46$ and 0.89) the axial velocity map, made non-dimensional by its own mean value. The passage length of time of the rotor blades is also expressed in a dimensionless way, using the blade passing period. For a better representation, the sector has been duplicated, so every image is showing two stator pitches instead of just one single passage. Common feature of both pictures is the clear presence of the upstream vane wakes (two wakes are seen, one in the middle of the sector, and the other one just in the right border of the window), that remains quite stable through the whole rotor blade period. The difference in the flow structures is based on the flow blockage that is introduced by the rotating blades: At $t/T_r=0.46$, the maximum velocity values are placed right just on the vane wake; meanwhile, at 0.89 , those maximum values have been displaced to the zone downstream the stator passage. As a direct consequence, the potential effect of the blade blockage is clearly noticed, although, in general, the flow is quite uniform.

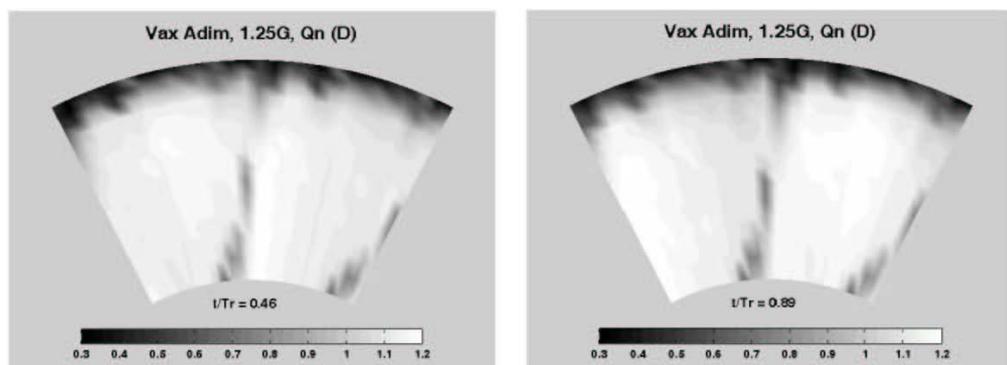


Fig. 7. Non-dimensional phase-averaged axial velocity at stage gap.

Another interesting result derives from the three-dimensional temporal plot of the non-dimension axial velocity for every angular position when the radial position is fixed. Figure 8a corresponds to the mid-span radial location, in which the angular positions have been again duplicated for a better representation. At 0° , the stator wake appears again (also appears periodically at 28°), parallel to the time axis, but now the effect of the rotor blockage is manifested by a transversal undulation superimposed to the mean value. In figure 8b, where the tangential velocity has been represented (is made non-dimensional by the tip speed) that potential undulation is stronger, but the effect of stator wakes seems to be more diffused.

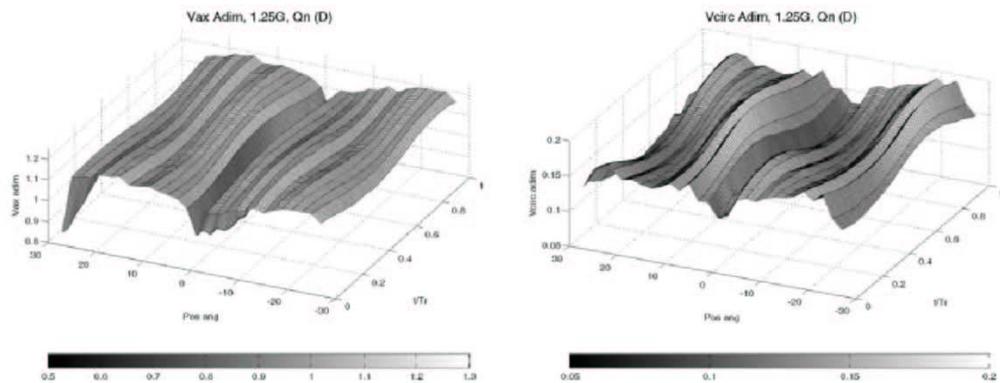


Fig. 8. Temporal representation of the angular map of dimensionless velocity at mid-span.
a. Axial velocity. b. Tangential velocity.

Flow characteristics downstream the rotor

Figure 9 shows the instantaneous phase-averaged axial velocity downstream the rotor at two different rotor phases. In both pictures, the wake of the vanes appears in the background, and remains fixed along the time. Superimposed to that wakes, one blade rotor wake is traveling circumferentially. At $t/T_r=0.24$, the rotor wake appears right in the middle of the window, between both vane wakes. When $t/T_r=0.48$, the rotor wake is beginning to interact with the right-side stator wake. This result has been confirmed through five hole probe measurements (not presented in this article), in which the static characteristics of the flow have shown the same pattern for the stator wakes as these of the figure 9.

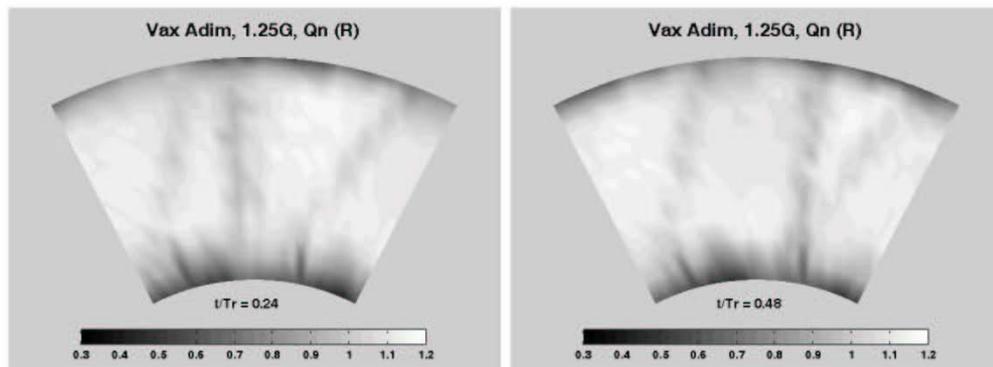


Fig. 9. Non-dimensional phase-averaged axial velocity downstream the rotor.

Therefore, the stator wakes remain downstream the rotor, avoiding mixing up effects through the rotor passages and playing a important role in the exchange of deterministic kinetic energy, that is, energy associated with the velocity gradients generated by rotor and stator boundary layers.

Finally, figure 10 shows temporal maps of the axial velocity just behind de rotor's trailing edge. Figure 10.a shows its temporal evolution for all the circumferential positions for the mid-span radius. As you can guess, the transversal wake corresponds to the rotor one. These wakes are much thicker that the thin wakes of the stator of figure 8, but in the other hand are less deep than stator ones. Besides this wake characterization, the effect of the stator wakes appears again in the figure 10.a. In a parallel fashion to the time axis, and located at 14° and -14° , you can appreciate the velocity deficit induced by the stator wakes. Complementary, figure 10.b shows the span distribution of the velocity along time, when an arbitrary angular position is fixed. In this case, just the effect of the rotor passing wake is captured in the representation, when $t/T_r=0.8$.

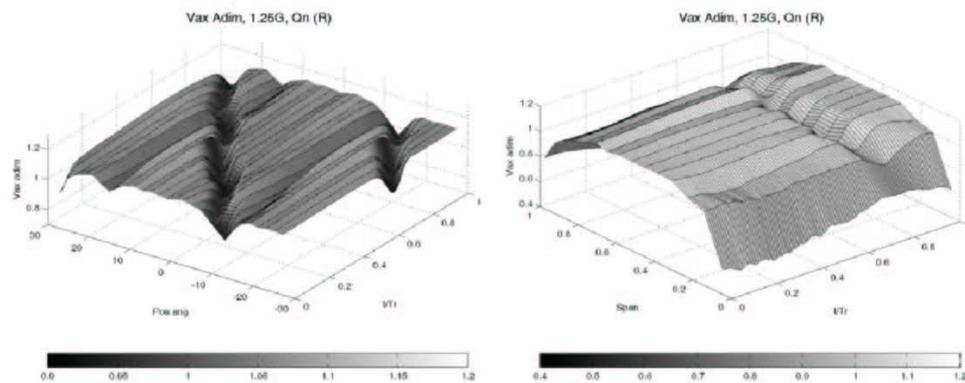


Fig. 10. Temporal representation of the angular and radial maps of dimensionless velocity
a. Radial location: mid-span. b. Arbitrary angular position.

NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSION

The large amount of information generated by a numerical model obliges to pick relevant information to complete feasible tasks. In particular, we have decided to show analogous result to the experimental ones in order to simplify the comparison between both methodologies.

Figure 11 is showing the complete numeric plane between the rows. The stator wakes are perfectly marked in these figures, and the potential rotating effect of the rotor blockage is clearly present at both instants.

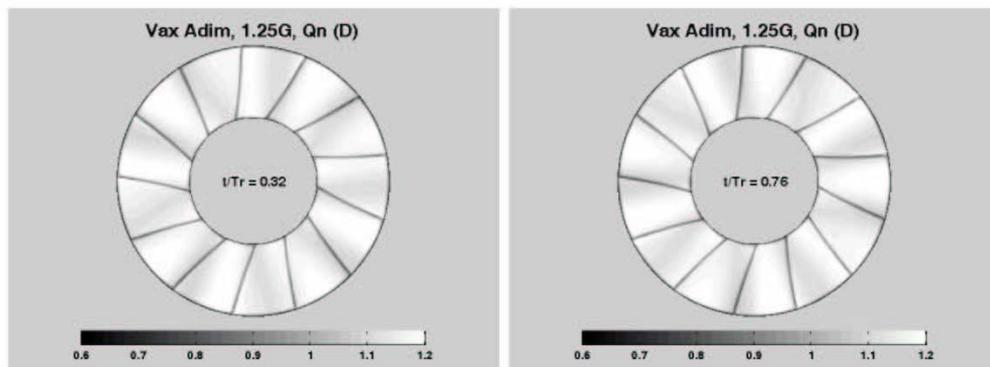


Fig. 11. Non-dimensional phase-averaged axial velocity at stage gap.



CONCLUSIONS

Both experimental and numerical methodologies have been carried out in order to describe the interaction phenomena between fixed and rotating rows of a single stage axial flow fan. Static and dynamic features of the interaction have been analyzed; characterizing the main flow patterns in the axial gap and downstream the rotor blades. Dual hot wire anemometry has been employed intensively for obtaining complete detailed maps of the flow in the different measurement planes. In particular, axial and circumferential velocity maps were obtained in both fixed and rotating frames of reference (relative maps not shown here). In a same way, numerical methods (fit to accurate temporal step sizes) have been explored and tested to provide good agreement results. A LES scheme, previously contrasted with a classical RSM modelization, has also enhanced the wakes description, adjusting the velocity deficits of the wakes in a better way.

Rotor blade blockage has been perfectly captured through the rotor motion over time, and its relation with stator wakes intensity has been also outlined. Experimental data shows phase dependence in flow structures, caused by the interactions of the rows. Besides, in the numerical results, an increasing deficit of the stator wakes is empowered by the potential effect of this rotor blockage. In other hand, for the tangential velocity, the wakes of the IGV's are not so clear, but the undulation provoked by the blade blockage still remains on the flow structure.

The next part of this paper focuses on the details of the intersections of the wakes generated by the rotor and the stator that is placed upstream of it. The main characteristic is the clear reminiscence of the stator wakes in the plane downwards. Obviously, the stator wakes suffer a notable decay but they are not clearly stretched or skewed by the rotor passing effect, at least at design flow conditions. The numerical modeling shows analogous behaviour, although the stator wakes seem to be more affected by the rotor ones.

Future work will be focused on the determination of the flow patterns for different flow rate cases. Studying global performance behaviour, a relation between wakes and its transport at off-design conditions is expected to be established. Besides, the effect of the axial gap will be also analyzed, enlarging the rows distance in order to compare the attenuation of stator wakes. The objective is also gathering enough flow structures of the fan at different operating conditions to realize a forward deterministic analysis of the stage. Consequently, deterministic stresses will be identified to show the unsteadiness associated to blade rows interaction, in both fixed and rotating frames of reference. The deterministic analysis claims to be presented as a useful tool to observe and study the interaction phenomena related to multistage blade passing frequencies.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported by the Research Project "Modeling of deterministic stresses in axial turbomachinery", ref. DPI2003-09712, CICYT.

REFERENCES

- Adamczyk, J.J. (1985)
"Model Equation for Simulating Flows in Multistage Turbomachinery".
ASME paper 85-GT-226.
- Blanco, E.; Ballesteros, R.; Santolaria, C. (1993)
"Angular Range and Uncertainty Analysis of Non-Orthogonal Crossed Hot Wire Probes".
ASME-FED vol. 167. "Thermal Anemometry". Eds. D.E. Stock et al. (ISBN 0-7918-0975-7).
pp. 79-84. ASME. New York. USA.
- Chow, Y-C.; Uzol, O.; Katz, J. (2002)
"Flow Non-Uniformities and Turbulent "Hot Spots" due to the Wake-Blade and Wake-Wake Interactions in a Multistage Turbomachine".
Proceeding of ASME Turbo Expo 2002. Amsterdam, Netherlands.



- Lyman, F.A. (1993)
"On the Conservation of Rothalpy in Turbomachines".
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 115. p 520.
- Rhie, C.M.; Gleixner, A.J.; Spear, D.A.; Fischberg, C.J.; Zacharias, R.M. (1998)
"Development and Application of a Multistage Navier-Stokes Solver: Part I – Multistage Modeling Using Body Forces and Deterministic Stresses".
ASME Journal of Turbomachinery, vol.120. p.205.
- Stainback, P.C.; Nagabushana, K.A. (1996)
"Review of Hot-Wire Anemometry Techniques and the Range of Their Applicability for Various flows".
Electronic ASME Journal of Fluids Engineering. Transactions of the ASME.
- Uzol, O.; Chow, Y-C.; Katz, J.; Meneveau, C. (2002)
"Experimental Investigation of Unsteady Flow Field Within a Two-Stage Axial Turbomachine Using Particle Image Velocimetry".
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 124. p. 542.
- Van de Wall, A.G.; Kadambi, J.R.; Adameczyk, J.J. (2000)
"A Transport Model for the Deterministic Stresses Associated With Turbomachinery Blade Row Interactions".
ASME Journal of Turbomachinery, vol. 120. p 593.



NUMERICAL STUDY OF THE DISCRETE FREQUENCY NOISE GENERATION IN AN AXIAL FLOW FAN

K.M. Argüelles Díaz – J.M. Fernández Oro – C. Santolaria – P. Fernández Coto

Fluid Dynamics Group, University of Oviedo.
Campus de Viesques, 33271 Gijón (Asturias), Spain.
arguelleskatia@uniovi.es

ABSTRACT

Aeroacoustics, was firstly established in order to describe the noise produced by aircrafts. The optimization of propulsion systems in airplane engines supposed an important reduction of jet noise, but other acoustic effects, like fan noise, were still an issue to deal. The knowledge of the sources and the behaviour of noise will allow the development of procedures or actions to reduce sound levels. One possibility is the establishment of a methodology based on numerical simulations to characterize the aerodynamic noise.

Lighthill's analogy, was generalized later by Ffowcs Williams and Hawkings to be applied for turbomachines. Following the analogy, this paper presents a numerical methodology focused on the study of the generation and propagation of the discrete frequency noise in the far field in an axial flow fan. A hybrid approximation was employed to separate the aerodynamic and acoustic problem. Also, experimental results are carried out to validate the numerical methodology.

NOMENCLATURE

B	number of blades	R_0	blade radius
c_0	sound velocity	V	number of vanes
$F(t)$	lift force	w	blade loading harmonics
F_{wV}	blade loading harmonics	x	Bessel argument
$J_n(x)$	Bessel function	γ	pitch
m	BPF harmonics	θ	observer's angular position
M	source Mach number	ϕ	observer's angular position
n	Bessel order	ϕ_0	source's angular position
p'	sound pressure	Ω	rotational frequency
R	observer's radial position	Ω_{wV}	equivalent rotation speed

INTRODUCTION

Computational Aero-Acoustics (CAA) is a scientific discipline for the study of aerodynamic generated noise. The generation of aerodynamic noise may be characterized numerically by solving the compressible, unsteady Navier-Stokes set of equations. This method is known like **direct approach**, in which numerical results are obtained just from basic physical principles without needing experimental results or additional hypothesis. Unfortunately, to maintain a good precision in the calculations, direct approach needs extremely high computational capacities that are unfeasible today, so alternate methodologies are needed.

Taking into account the great disparities between spatial and temporal scales, respectively associated to both flow and acoustic fields, a reasonable option instead of direct approach is decoupling the computational issue in two problems: a first one designed to resolve the flow field, and second one who will work on the sound field characterization. This methodology, known as **hybrid approach**, has a perfect example in aero-acoustics analogy, because of the domain

decomposition in other two sub-domains, one for the source zone and the other for the propagation one. Aero-acoustic analogy theory transforms the Navier-Stokes equations in an inhomogeneous wave equation with source terms related to the acoustic sources. Consequently, flow field is obtained in an independent fashion for the acoustic field, using traditional CFD methods in order to characterize acoustic sources. Under the free-field conditions, that is, when a reverse influence of the acoustics over the flow is not possible, then sound propagation onto far field may be evaluated across numerical resolution of an integral formulation.

The main scope of this work is based on the numerical characterization of the noise generation of an axial flow fan, with the help of aero-acoustic analogy. For this purpose, an industrial fan facility, previously developed for farming purposes, is used. The fan is composed by one single stage with an upstream stator of 13 stationary vanes, and a 9 blade rotor afterwards. The design rotational speed is 2400 rpm and the nominal flow rate is about $18 \text{ m}^3/\text{s}$. Figure 1 shows an image of the experimental facility and a sketch of the fan stage.

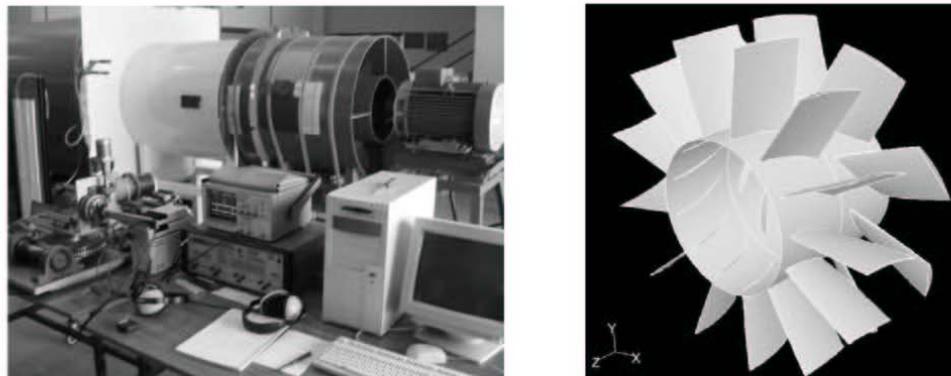


Figure 1. Axial turbomachine facility. Detail of the fan stage.

To obtain the acoustic sources in the numerical procedure, a CFD commercial software (Fluent) has been employed. The numerical characterization of the propagation zone is resolved in the frequency domain, using the integral solution of the Ffowcs Williams and Hawkins (FFWH) equation. The calculation has been realized in a C++ source, with the acoustic sources, obtained by CFD solution, as input data.

THEORETICAL FORMULATION

Lighthill aero-acoustic analogy (Lighthill, 1952) is used to study the problem of aerodynamic generated noise, through decoupling the domain of interest in two zones: the source zone and the propagation one. However, there are some restrictions that limit the application range of this theory, so, sometimes, is necessary to enhance the analogy by taking into account collateral effects like compressible fluid mechanisms, non-uniform flows or solid walls in the source zone. The habitual version of Lighthill analogy is the FFWH theory, because of the inclusion of wall effects and all type of motions (Ffowcs Williams and Hawkins, 1969).

The key point of FFWH was based on the definition of an equivalent environment where real bodies are replaced by mathematical surfaces. Also is assumed that the inner volume of those surfaces contains the quiet surrounding flow (Farassat, 1974). The most habitual expression of FFWH equation is obtained when these mathematical control surfaces match with the solid surfaces (therefore, no slip condition establishes that the fluid velocity in contact with the surface is exactly the same as the surface velocity), and also when the next hypothesis are satisfied: the flow Reynolds number is high (inertial terms are dominant over the viscous ones), flow Mach number is

low (the flow is practically incompressible) and the flow is isentropic. In this way, the source terms of the FFWH correspond to cuadrupolar (volumetric source), monopolar and dipolar (superficial sources) radiation sources, according to its mathematical structure.

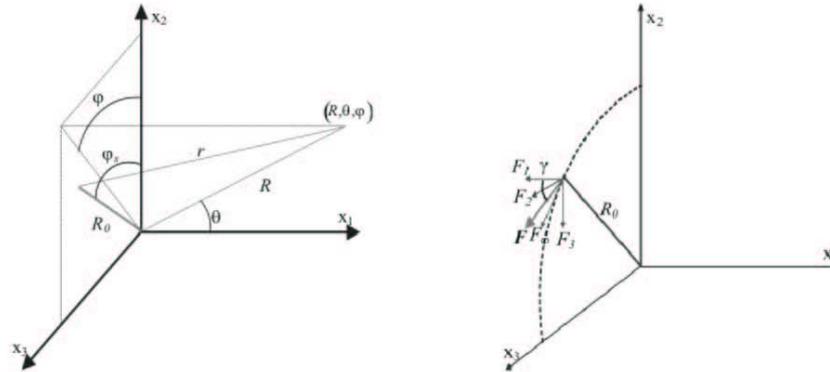


Figure 2. Frame of references for the radiated noise of a rotating dipole.

The cuadrupolar radiation term is not very important – in comparison to the monopole and the dipole – when generated sound sources in motion are traveling at subsonic velocities, so their effects can be rejected (Brentner, 2000). Monopolar source term is completely defined by surface kinematics, and represents what is called as **thickness noise**. In case of low Mach number flows, and with thin blades, thickness noise has no relevance and can be obviated. In other hand, when noise generated by turbomachines is studied – when fluctuating forces come from rotating blades – the dipolar source term is reduced just to the blade loads (lift and drag), and represents the **loading noise**. This kind of noise is precisely the more efficient under an acoustic point of view, and is responsible of the noise propagation in the far field (Roger, 1996).

This problem can be dealt using the FFWH analogy (Ffowcs Williams, 1992). Nevertheless, is necessary to solve the equation in the retarded time when you are using this formulation directly in the temporal domain. Retarded time means that for every observer's time, is necessary to establish the appropriate emission time of the source and its location. Obviously, this process requires an important computational cost. Anyway, when the study of discrete frequency noise generated by a machine in a subsonic rotational regime is attempted, the object is to obtain its acoustic spectrum, so the accurate procedure is to solve the problem in the frequency domain, avoiding the need to resolve the equation in the retarded time.

The typical noise spectrum of a rotor (Figure 3) always contains a broadband part and other one of discrete frequency, at the **blade passing frequency** (BPF) (number of blades times the rotational frequency) and its harmonics. The Sound Pressure Level (SPL) generated at blade passing frequency, is called **tone**. A portion of the blade at radius R_0 , rotating at constant angular frequency Ω , and under low Mach number conditions, behaves as an acoustic dipole of intensity $\mathbf{F}(t)$, where $\mathbf{F}(t)$ is the blade loading (supposed a low and constant pitch degree γ respect to the rotation axis). It is assumed that $\mathbf{F}(t)$ has only tangential and axial components since this configuration fits to typical axial flow turbomachines (Figure 2). Besides, large number of fan designs include an stator of V vanes upstream the rotor with B blades, which conduces to an spatial harmonic variation of the incident flow at angular period $2\pi/(V\Omega)$. Under this configuration, the rotor is still the principal noise generating source and the acoustic pressure fluctuations are still produced at blade passing frequency and harmonics, which can be computed in the far field according to (Roger, 1996):



$$p'(\vec{x}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{imB^2 \Omega e^{imBGR/c_0}}{4\pi c_0 R} e^{j(mB-wV)(\omega - \pi/2 - \phi_n)} \left[\cos \gamma \cos \theta - \frac{mB-wV}{mB} \frac{c_0}{R_0 \Omega} \sin \gamma \right] J_{|mB-wV|}(mBM \sin \theta) F_{wV} \quad (1)$$

where M is the Mach number source, and $J_n(x)$ is the Bessel function of type n . The complex coefficients F_{wV} , so called blade loading harmonics, are obtained in the same way as Fourier series coefficients of function $F(t)$. When the rotor blade can not be considered as compact, the expression (1) is applied to every compact sub-segments that divides the blade.

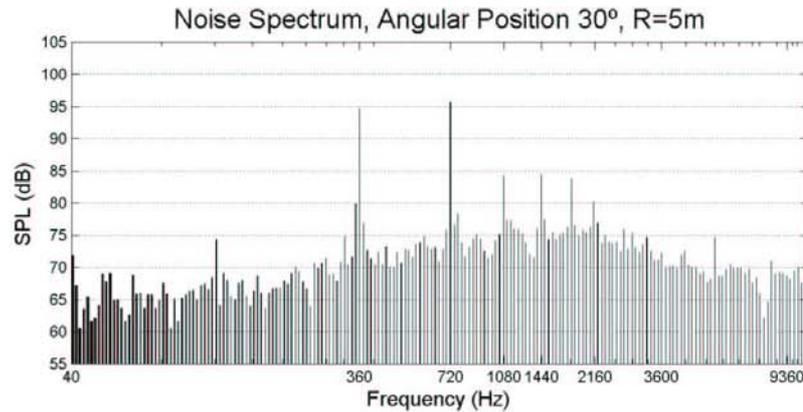


Figure 3. Typical rotor noise spectrum (log scale).

Expression (1) points out that the periodic blade load working over the rotor blades generates sound at passing blade frequency ($mB\Omega$) and its harmonics. Consequently, the acoustic pressure fluctuations, noticed by an observer placed in the far field, are composed by an infinitive sum of the characteristics radiation modes of the free-field. The magnitude of every radiation mode is proportional to a blade load harmonic weighted by a Bessel function that is responsible of a modulation in the source frequency. Also, every radiation mode spins at an angular velocity that is given by the expression $\Omega_{wV} = (mB\Omega)/(mB-wV)$. When $wV \neq mB$, the appropriate radiation mode is called **spinning radiation mode**, and does not take part in the propagated noise to the far field over the fan axis. When $wV = mB$, radiation mode is called **symmetric mode**, responsible of the radiation over the fan axis. In particular, radiation mode $w=0$, is associated to the radiated noise by the stationary part of the blade loads over the rotor blades (Gutin noise).

NUMERICAL METHODOLOGY

Taking into account that for the simulation (in the frequency domain) of the flow fan radiated noise to the far field we are just going to consider the blade load term, then the acoustics sources that are responsible of the radiated noise to the far field, will be dipolar order sources distributed over the blade surfaces. Because of the equidistant circumferential distribution of the blades is necessary to determine the dipolar acoustic sources focus on just one blade (this implies that all the blades are identical). The influence of the other blades is included through an interference function of the rotor. This way, the sound pressure spectrum in the far field that fits to the stator-rotor interaction, will be expressed by equation (1), when is applied to every compact sub-segments of every blade division.

Load harmonics are calculated with the Fourier transform of the blade loads temporal series. Figure 4 shows the blade load distributions over the rotor blades at one instant. If the blade would

be compact, then only the total blade load temporal series will be obtained. But if the blade is not compact, then it is necessary to divide it in compact sub-segments and obtain separately the load harmonics related to the temporal series of the blade load over those sub-segments. The total effect of these sub-segments is achieved through a double integration over the blade surfaces in both span and blade chord directions.

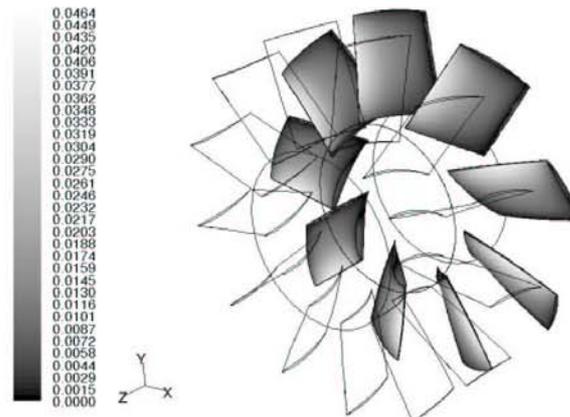


Figure 4. Non dimensional instantaneous blade load over rotor blades.

In order to simplify the coupling between the Fluent numerical results and the numerical resolution of equation (1), we have matched the compact sub-segments with the spatial discretization of the grid over the blade surfaces (Fernández and Argüelles, 2004). For every cell, Fluent provides a temporal series of the local blade load that are used as input data for the C++ program. Next, the post-processing program computes every blade load harmonic using the FFT algorithm. For ensuring the accurate response of the FFT algorithm, the numerical simulation in Fluent is fit to such a time step size that 512 intermediate positions per rotor turn are guaranteed.

The geometrical parameters of every discrete cell over the blade surfaces are also provided by the Fluent simulation (the radius and the angular coordinate are supposed to be concentrated in the rotor plane). The observer's position in which the sound level of the radiated noise by the fan is going to be calculated, is introduced through spherical coordinates that must be kept fixed for every noise calculation. It means that the Fluent post-processing data must be repeated for all the desired observers locations.

The directional characteristics of the radiated noise spectrum to the far field, are provided by Bessel functions that are included in the equation (1). Consequently, in the post-processing code an algorithm for the Bessel functions treatment has been implemented.

In the expression (1) there is an infinitive sum of index w over all the load blade harmonics, and another infinitive sum of index m over the blade passing frequency harmonics. For a fixed m , it is possible to get the sound pressure of the blade passing frequency $mB\Omega$, allowing to realize an analysis of every harmonic contribution onto the total sound spectrum. Owe to the behavior of the the Bessel functions and its attenuation characteristics (Figure 5), then for a particular blade passing frequency only few blade load harmonics may contribute to the radiated noise to the far field, so the sum over the index w converges quickly. The total sound spectrum will be the sum of the contributions at every blade passing frequency, that is, of the results obtained for every value of index m (m values must be added until sum convergence is achieved). The signal in the temporal domain can be restored using the inverse Fourier transform of the noise spectrum.

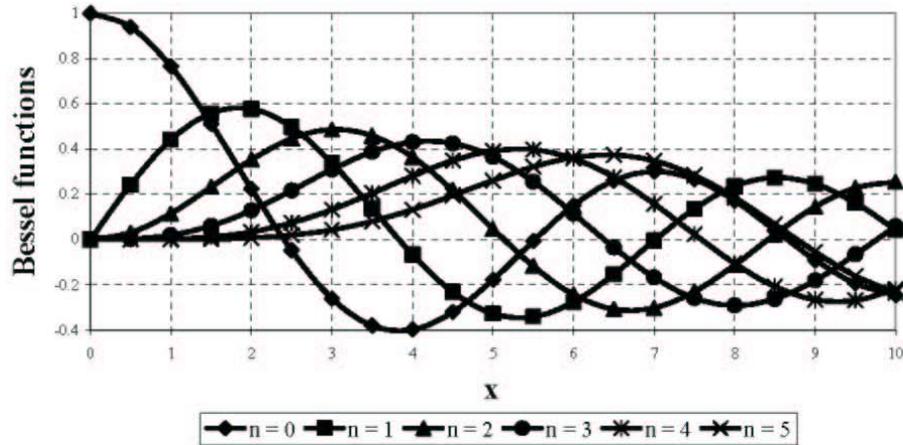


Figure 5. Attenuation of increasing type Bessel functions.

RESULTS

Following the methodology described in the previous part of the paper, we have proceeded to overcome a numerical simulation of the aero-acoustic behavior of the axial flow fan, taking the source zone data, obtained via CFD simulation, as the first step. The numerical simulations have been executed for three circular sectors, placed at the horizontal xz plane, at the axis height. The radial distances adopted respect to the fan rotor are at five, seven and nine meters. These planes will be denoted as R5, R7 and R9 respectively. The observer position is established over every of these circular sectors at regular angular intervals of five degrees. This means that 0° degrees indicates the point located right upstream the stator, and angle of 180° indicates the point placed right just behind the rotor (Figure 9). The fan is supposed to be operating at nominal conditions, that is, at a nominal speed of 2400 rpm (40 Hz); therefore, with a blade passing frequency of 360 Hz. Finally, numerical results will be compared with experimental measurements acquired in analogous points.

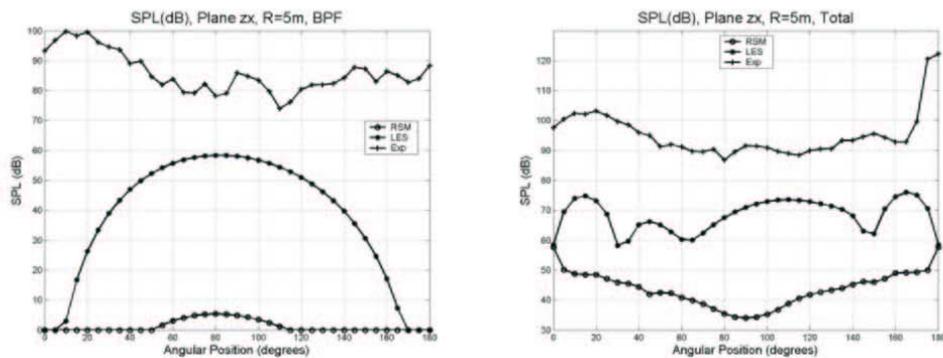


Figure 6. Comparison between turbulence models.

Last investigations over CAA seems to demonstrate that LES turbulence modeling captures with more accuracy aero-acoustics scales than the traditional RSM model. This arises from the fact

that just the smaller vortex are modeled with the LES scheme, meanwhile bigger ones are resolved directly (Mendoza and Allen, 2002). To validate the previous affirmation, we have realized acoustics simulations using input data computed with LES and RSM turbulence models. Figure 6 shows results of both numerical simulations at R5 plane for the SPL of the blade passing frequency and the total SPL. Also they are compared with experimental results.

As it can be seen in Figure 6 graphics, LES modelization captures in a better fashion the characteristics of the acoustic field radiated onto the far field, not only qualitatively but also in the SPL range. Meanwhile, RSM model is totally sub-estimating the SPL. At the first glance, the differences in the SPL predicted by the LES modelization and the one obtain experimentally, is owing to the existence of additional real sources that have not been taking into account in the numerical simulations, like broadband noise, turbomachine driven motor noise, trailing edge noise, etc. Also, operational reasons forces the fan to be ducted with a casing; this feature produces a displacement of the aero-acoustics behavior of the turbomachine from the expected theoretical descriptions of free-field conditions at the angular interval between 40° and 140° , approximately. In the rest of angular positions, LES modeling captures with quite good agreement the sound field of the axial flow fan. From now on, for the rest of the simulations, just the LES scheme was employed for the comparison with experimental results.

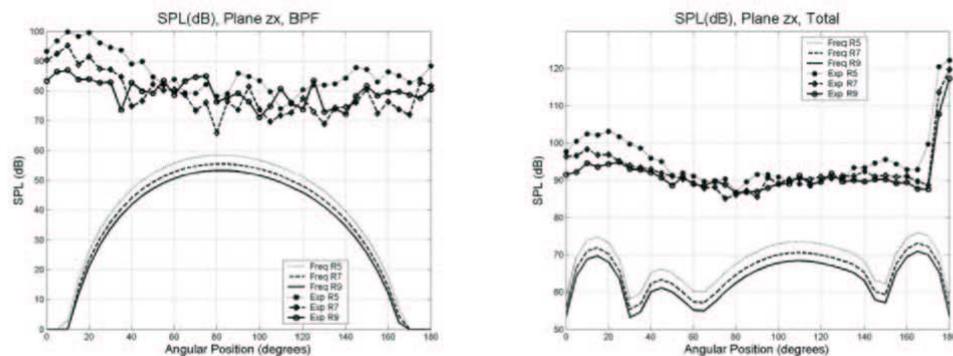


Figure 7. SPL variations with radial distance.

Figure 7 shows the variation of the SPL with the radial distance to the fan axis. The graphic presents numerical and experimental results of SPL at blade passing frequency and total SPL, for the already mentioned R5, R7 and R9 planes. Both numerical and experimentally SPL attenuates as long as the observation point goes far away from the acoustic source, as it was expected to be from the spherical waves features. Notice how the duct of the fan is modifying the experimental results. The attenuation, according to the numerical results is about 2 dB, meanwhile experimentally, for the zones where the fan casing is not affecting the acoustic behavior at free-field, the attenuation is more pronounced, reaching even 10 dB.

Figure 8 presents directivity patterns, both numerical and experimental, of the SPL at the blade passing frequency for R5 plane. Because of the 13 stator vanes placed upstream the 9 rotor blades, the symmetric mode of radiation, responsible of the radiation on the fan axis, is never generated for this turbomachine. So far, theoretically, because of the Bessel functions behavior of equations (1) (Figure 5), radiation minimum values must be located over the axis. In the other hand, the maximum values will be at 90° from the axis. Besides, if it is kept in mind that the only noise generating source term has dipolar order, the directional character of the radiating noise to the far field must be clearly identify with a dipole one. The dipole is clearly present in the plot of the numerical results of the SPL at blade passing frequency, with minimum values over the fan axis.

Experimentally, because of the presence of additional noise sources, dipole character is much more diffused. Anyway, at blade passing frequency it can be guessed the presence of minimum values of radiation over the axis and maximum values at normal direction.

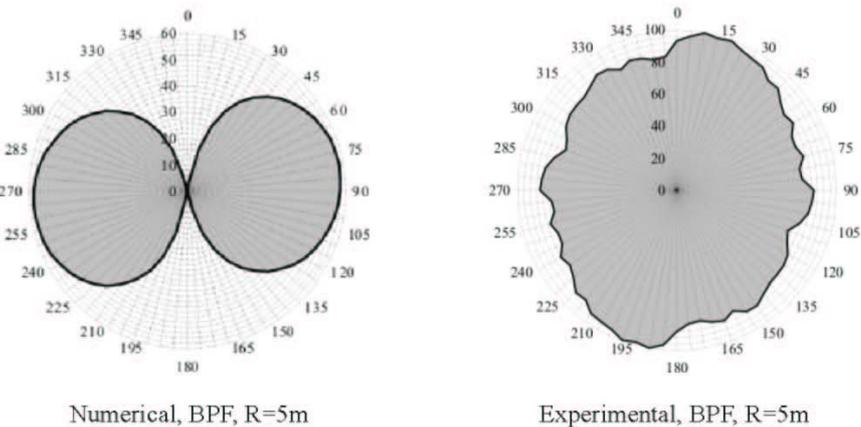


Figure 8. Sound field directivity of the flow fan.

Figure 9 shows directivity patterns of total SPL, and its attenuation along the distance for the R5, R7 and R9 planes. In this case, the experimental acoustic behavior is totally masked by the presence of the turbulence that is associated to the fan jet, so the noise at discrete frequency is dominated by the broadband noise at low frequencies.

This affirmation is validated with the spectra of Figure 10, representing an angular position of 90° respect to the fan axis and for a point situated downstream the rotor. In the second of these angular positions, the sound spectrum is cleared dominated by the broadband noise of the jet, meanwhile at 90° of the fan axis, blade passing frequency tones and its harmonics can be noticed.

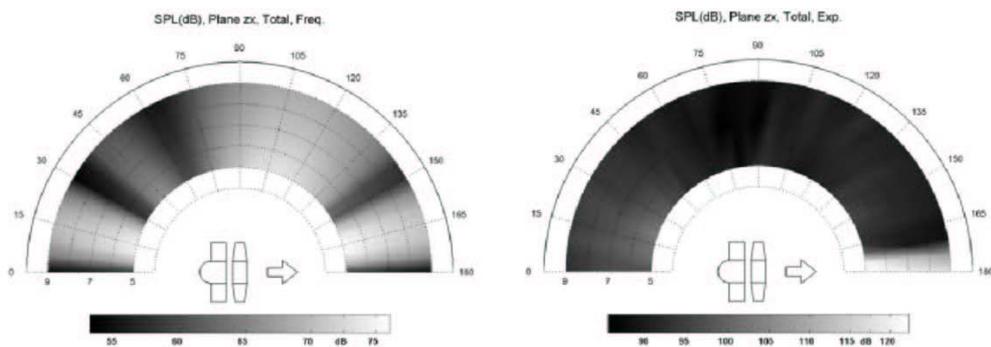


Figure 9. Directivity at plane zx for the axial fan.

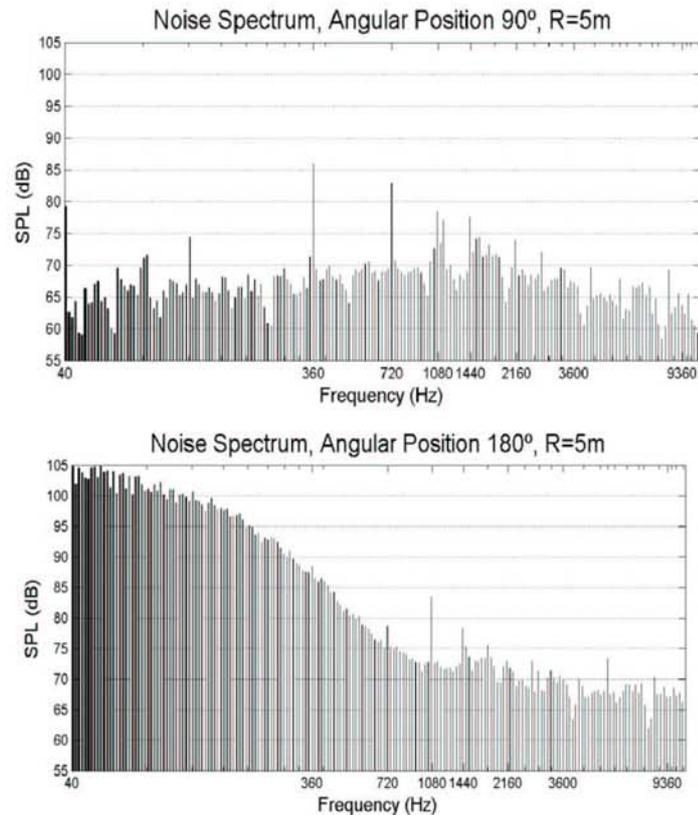


Figure 10. Experimental noise spectrum at 90° and 180° angular positions.

CONCLUSIONS

Aero-acoustic behavior in the far field for a stator-rotor configuration in an axial flow fan has been studied theoretical and numerically, over the base of the aero-acoustic analogy solved in the frequency domain. The obtained results have been compared to experimental measurements.

Source zone has been characterized with a numerical CFD simulation of the flow structure inside the fan, that is, resolving the set of an incompressible Navier-Stokes equations. LES turbulence model has demonstrated better features respect to the RSM model for the noise predictions in the far field, that had been carried out across the implementation of a post-processing program based on the integral solution of FFWH equation in the frequency domain. Future work will compare numeric results obtained in the frequency domain with similar calculations realized in the temporal domain.

In general, a reproduction of the real aero-acoustic behavior of the fan has been succeed with the numerical simulation. The numerical model is valid in all zones, except for the jet affected region in which broadband noise is dominant. For the rest zones, discrepancies can be attributed to the presence of other noise generation mechanisms: thickness noise, tip vortex, broadband noise, etc., that will have to be included in the numerical model for next works.

Definitively, a useful tool for noise prediction is available to characterize the acoustic behavior of the turbomachine in the design process, in order to adopt accurate actions to reduce the sound emission levels of the machine.



ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported by the Research Project “Modeling of deterministic stresses in axial turbomachinery”, ref. DPI2003-09712, CICYT.

REFERENCES

- Brentner, K.S., (2000). *Recent advances in rotor noise predictions*. AIAA-2000-0345.
- Farassat, F., (1974). *The acoustics far-field of rigid bodies in arbitrary motion*. J. Sound and Vibration. Vol. 32.
- Fernández Oro, J.M., Argüelles, K., Santolaria, C., Fernández Coto, P., (2004). *On the study of the rotor-stator interaction in an axial flow fan*. 6th European Conference on Turbomachinery.
- Ffowcs Williams, J.E., (1992). *Modern methods in analytical acoustics*. Springer Verlag.
- Ffowcs Williams, J.E. and Hawkings, D.L., (1969). *Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion*. Phil. Trans. Roy. Soc. A 264.
- Lighthill, M.J., (1952). *On sound generated aerodynamically I. General Theory*. Proc. Roy. Soc. A 211.
- Lighthill, M.J., (1954). *On sound generated aerodynamically II. Turbulence as a source of sound*. Proc. Roy. Soc. A 211.
- Mendoça, F. and Allen, R., (2002). *Towards understanding LES and DES for industrial aeroacoustics predictions*. International workshop on LES for acoustics, Germany.
- Roger, M., (1996). *Applied aeroacoustics: prediction methods*. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Lecture Series 1996-04.