

**Universidad de Oviedo**  
**DEPARTAMENTO DE FÍSICA**

***INTERACCIÓN NO  
ESTACIONARIA ENTRE EL  
ROTOR Y EL ESTATOR EN  
UNA TURBOMÁQUINA AXIAL***

**TESIS DOCTORAL**

**D. Jesús Manuel Fernández Oro**

***Noviembre 2004***



Universidad  
de Oviedo

Reservados todos los derechos  
© El autor

Edita: Universidad de Oviedo  
Biblioteca Universitaria, 2007  
Colección Tesis Doctoral-TDR nº 22

ISBN: 978-84-690-9132-6  
D.L.: AS.05851-2007







## INDICE

<b>TABLA DE CONTENIDOS.....</b>	<b>ii</b>
<b>RESUMEN .....</b>	<b>xi</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xii</b>
<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>xiii</b>
<b>INDICE DE FIGURAS.....</b>	<b>xiv</b>
<b>INDICE DE TABLAS.....</b>	<b>xxv</b>
<b>NOMENCLATURA Y SIMBOLOGÍA .....</b>	<b>xxvi</b>



## TABLA DE CONTENIDOS

<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
1.1. PERSPECTIVA HISTÓRICA DEL ESTUDIO DE TURBOMÁQUINAS AXIALES.....	2
1.2. TURBOMÁQUINAS AXIALES. GENERALIDADES.....	6
1.3. TEORÍA DE TURBOMÁQUINAS AXIALES .....	13
1.3.1. <i>Introducción.</i> .....	13
1.3.2. <i>Teoría unidimensional.</i> .....	15
1.3.2.1. Flujo en cascada. Origen y parámetros geométricos.....	15
1.3.2.2. Ecuaciones fundamentales para turbomáquinas axiales.....	17
1.3.2.3. Análisis de fuerzas en cascadas. Arrastre y sustentación.....	18
1.3.2.4. Prestaciones para una etapa axial. Estimación del rendimiento .....	21
1.3.2.5. Curvas características de etapas axiales.....	25
1.3.3. <i>Teoría bidimensional.</i> .....	26
1.3.3.1. Teoría de capa límite.....	27
1.3.3.2. Modelo de generación de estelas.....	29
1.3.3.3. Correlaciones de estimación de pérdidas para cascada de compresor. Correlación de Lieblein.....	30
1.3.3.4. Pérdidas secundarias .....	31
1.3.3.5. Desviación del flujo .....	32
1.3.3.6. Otros fenómenos .....	33
1.3.4. <i>Teoría tridimensional.</i> .....	33
1.3.4.1. Teoría del equilibrio radial.....	34
1.3.4.2. Flujo potencial a través de un canal tridimensional .....	36
1.3.4.3. Flujos secundarios en el rodete .....	38
1.4. FENÓMENOS NO ESTACIONARIOS .....	44
1.5. INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE LA INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR .....	48
1.6. OBJETIVOS Y METODOLOGÍA DE ESTUDIO .....	49



---

---

<b>2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA DE INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR.....</b>	<b>53</b>
2.1. ESTUDIOS INICIALES Y EVOLUCIÓN DEL ÁMBITO DE TRABAJO SOBRE INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR.....	54
2.1.1. <i>Aeromecánica y aeroelasticidad.</i> .....	55
2.1.2. <i>Aeroacústica.</i> .....	57
2.1.3. <i>Aerodinámica.</i> .....	58
2.2. TRABAJOS RECIENTES SOBRE INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR. EXPERIMENTACIÓN Y MODELIZACIÓN.....	65
2.3. LÍNEA DE INVESTIGACIÓN DE LA UNIVERSIDAD DE OVIEDO.....	73
<b>3. METODOLOGÍA DEL ESTUDIO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>77</b>
3.1. BANCO DE ENSAYOS.....	78
3.2. SOPLANTE AXIAL DE ESTUDIO.....	79
3.3. METODOLOGÍA EMPLEADA E INSTRUMENTACIÓN UTILIZADA.....	81
3.3.1. <i>Medidas estacionarias.</i> .....	81
3.3.2. <i>Sonda de cinco agujeros (“Five-hole probe”).</i> .....	82
3.3.3. <i>Medidas no estacionarias.</i> .....	85
3.3.4. <i>Anemometría térmica de varios hilos.</i> .....	90
3.3.4.1. Introducción al fenómeno físico.....	90
3.3.4.2. Calibración y reparación de hilos.....	93
3.3.4.3. Instrumentación para adquisición de datos.....	97
3.3.4.4. Frecuencias de adquisición.....	99
3.3.5. <i>Fluctuaciones de presión en la carcasa.</i> .....	99
3.4. ADQUISICIÓN Y TRATAMIENTO DE DATOS.....	101
3.4.1. <i>Programa de captura de la sonda de cinco agujeros</i> .....	101
3.4.2. <i>Programas para la sonda de hilo caliente</i> .....	102
3.4.3. <i>Programa para el postproceso de los datos.</i> .....	103
3.5. RUTINA EXPERIMENTAL.....	105
3.5.1. <i>Medida de la curva característica</i> .....	105
3.5.2. <i>Medidas estacionarias.</i> .....	107



---

3.5.3. Medidas no estacionarias con hilo caliente.....	109
3.5.4. Medidas no estacionarias de fluctuación de presión.....	110
3.6. INCERTIDUMBRE EXPERIMENTAL.....	111
3.6.1. Incertidumbre en las medidas con sonda de 5 agujeros.....	111
3.6.2. Incertidumbre en las medidas con sonda de hilo caliente.....	113
<b>4. METODOLOGÍA DEL ESTUDIO NUMÉRICO DE UNA SOPLANTE</b>	
<b>AXIAL.....</b>	<b>115</b>
4.1. MÉTODOS NUMÉRICOS EN TURBOMÁQUINAS.....	116
4.1.1. Introducción.....	116
4.1.2. Generación de mallados.....	120
4.1.3. Modelos de interacción rotor-estator.....	124
4.1.4. Modelos de turbulencia.....	128
4.2. DESARROLLO DE LA MODELIZACIÓN NUMÉRICA.....	129
4.2.1. Medios informáticos. Software y hardware.....	129
4.2.2. Modelo bidimensional.....	131
4.2.2.1. Construcción del modelo bidimensional.....	131
4.2.2.2. Geometrías de rodete y estator.....	132
4.2.2.3. Mallado bidimensional estructurado.....	132
4.2.2.4. Análisis de la influencia de la discretización.....	133
4.2.2.5. Parámetros de resolución.....	136
4.2.3. Modelo tridimensional.....	138
4.3. CONCLUSIONES.....	139
<b>5. ANÁLISIS DETERMINISTA DE LA INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR</b>	
<b>EN UNA TURBOMÁQUINA AXIAL.....</b>	<b>141</b>
5.1. GENERALIDADES.....	142
5.2. INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO NO ESTACIONARIO PARA TURBOMÁQUINAS DE	
VARIAS ETAPAS.....	143
5.3. ANÁLISIS DETERMINISTA DE LA INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR EN UNA	
TURBOMÁQUINA AXIAL.....	153



---

5.3.1. <i>Introducción</i> .....	153
5.3.2. <i>Modelo de tensiones determinista</i> .....	155
5.3.2.1. Ensemble Average .....	156
5.3.2.2. Time Average .....	158
5.3.2.3. Passage-to-passage Average .....	162
5.3.2.4. Características y otras propiedades de los promedios .....	162
5.3.3. <i>Ecuaciones del flujo en el modelo de tensiones deterministas</i> .....	164
5.3.3.1. Ecuación de continuidad .....	164
5.3.3.2. Componente circunferencial de la ecuación de cantidad de movimiento .....	164
5.3.4. <i>Flujo no estacionario determinista</i> .....	166
5.3.4.1. Descomposición de la velocidad .....	168
5.3.4.2. Cálculo del tensor de tensiones determinista .....	169
5.3.4.3. Descomposición del término determinista no estacionario .....	170
5.4. FENÓMENOS FÍSICOS ASOCIADOS AL TRANSPORTE DEL FLUJO NO ESTACIONARIO DETERMINISTA .....	173
5.4.1. <i>Redistribución radial y circunferencial del momento</i> .....	174
5.4.2. <i>Transporte y difusión de estelas</i> .....	177
5.4.2.1. Transporte convectivo .....	177
5.4.2.1.1 <i>Modelo clásico de Smith (1966)</i> .....	177
5.4.2.1.2 <i>Extensión del modelo de Adamczyk (1996)</i> .....	178
5.4.2.2. Recuperación de la presión a partir de la recuperación de estelas .....	181
5.4.2.3. Disipación viscosa .....	183
5.5. CONCLUSIONES .....	185
<b>6. CARACTERÍSTICAS ESTACIONARIAS DE LA INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR</b> .....	<b>187</b>
6.1. CARACTERIZACIÓN GLOBAL DE LA SOPLANTE .....	188
6.1.1. <i>Nomenclatura</i> .....	188
6.1.2. <i>Curvas características numéricas bidimensionales</i> .....	188
6.1.3. <i>Curva característica numérica tridimensional. Comparativa con la curva experimental</i> .....	189
6.2. RESULTADOS EXPERIMENTALES .....	190
6.2.1. <i>Medida con sonda de cinco agujeros</i> .....	191



---

6.2.2. Medidas por anemometría térmica .....	195
6.2.2.1. Ecuación de Euler y grado de reacción .....	195
6.2.2.2. Resultados promediados en el tiempo (“ <i>Passage-averaged</i> ”) .....	197
6.3. RESULTADOS NUMÉRICOS.....	207
6.3.1. Modelo bidimensional .....	207
6.3.2. Modelo tridimensional .....	215
6.3.2.1. Ecuación de Euler y grado de reacción .....	215
6.3.2.2. Resultados promediados en el tiempo (“ <i>Passage-averaged</i> ”) .....	216
6.4. CONCLUSIONES .....	236
<b>7. CARACTERÍSTICAS NO ESTACIONARIAS DE LA INTERACCIÓN</b>	
<b>ROTOR-ESTATOR .....</b>	<b>239</b>
7.1. INTRODUCCIÓN.....	240
7.2. RESULTADOS EXPERIMENTALES .....	240
7.2.1. Fluctuaciones de presión en la carcasa.....	240
7.2.2. Medidas con anemometría térmica.....	242
7.3. RESULTADOS NUMÉRICOS.....	251
7.3.1. Comparativa LES-RSM.....	251
7.3.2. Simulación bidimensional .....	254
7.3.2.1. Representaciones álabe a álabe .....	254
7.3.2.2. Distribuciones de presión sobre álabes y directrices.....	264
7.3.2.3. Representaciones temporales .....	266
7.3.3. Simulación tridimensional.....	271
7.3.3.1. Resultados instantáneos (sectores) .....	271
7.3.3.2. Representaciones temporales .....	287
7.3.3.3. Análisis de fuerzas. Modelo tridimensional .....	291
7.4. CONCLUSIONES .....	296
<b>8. CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO DETERMINISTA.....</b>	<b>299</b>
8.1. INTRODUCCIÓN.....	300
8.2. PROPAGACIÓN DE PERTURBACIONES .....	300



---

8.2.1. Modo de propagación de perturbaciones aguas arriba.....	300
8.2.2. Estelas residuales del estator aguas abajo .....	305
8.3. TENSIONES DETERMINISTAS .....	308
8.3.1. Medidas experimentales .....	308
8.3.2. Medidas numéricas .....	318
8.3.2.1. Representaciones álabe a álabe .....	318
8.3.2.2. Representaciones sectoriales tridimensionales.....	326
8.4. WAKE-MIXING.....	333
8.4.1. Resultados experimentales .....	334
8.4.2. Resultados numéricos.....	336
8.5. CONCLUSIONES .....	337
<b>9. CONCLUSIONES FINALES Y TRABAJOS FUTUROS .....</b>	<b>339</b>
9.1. CONCLUSIONES .....	340
9.2. TRABAJOS FUTUROS .....	344
<b>10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>347</b>
<b>ANEXO I. METODO DE LOS VOLUMENES FINITOS.....</b>	<b>357</b>
AI.1. INTRODUCCIÓN.....	357
AI.2. DISCRETIZACIÓN ESTACIONARIA .....	359
AI.2.1. Esquemas aguas arriba “Upwind”.....	361
AI.2.1.1. Esquema de diferenciación “Upwind” de primer orden.....	361
AI.2.1.2. Esquema de diferenciación “Upwind” de segundo orden.....	362
AI.2.1.3. Esquema de diferenciación “Upwind” de ley de potencia.....	362
AI.2.1.4. Esquema de diferenciación “Upwind” de tipo QUICK .....	363
AI.2.2. Esquemas de diferenciación centrada.....	364
AI.3. ACOPLAMIENTO PRESIÓN-VELOCIDAD.....	365
AI.3.1. Algoritmo SIMPLE.....	366



---

AI.3.2. Algoritmo SIMPLEC .....	367
AI.3.3. Algoritmo PISO .....	368
AI.4. DISCRETIZACIÓN TEMPORAL .....	369
AI.4.1. Esquema implícito .....	370
AI.4.2. Esquema explícito .....	371
AI.4.3. Esquema general .....	371
AI.5. CONDICIONES DE CONTORNO Y CONDICIONES INICIALES .....	372
AI.6. RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DISCRETIZADAS .....	373
AI.6.1. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel .....	374
AI.6.2. Método Multigrid .....	374
AI.6.2.1. Multigrid AMG ( <i>Algebraic MultiGrid</i> ) .....	375
AI.6.2.2. Multigrid FAS ( <i>Full Approximation Storage</i> ) .....	376
AI.7. CONSISTENCIA, CONVERGENCIA Y ESTABILIDAD .....	377
<b>ANEXO II.    MODELOS DE TURBULENCIA .....</b>	<b>379</b>
AII.1. MODELOS PARA LA MODELIZACIÓN DE LA TURBULENCIA .....	379
AII.1.1. Introducción .....	379
AII.1.2. Métodos de modelización .....	380
AII.1.2.1. Simulación directa de las ecuaciones (DNS) .....	380
AII.1.2.2. Simulación de grandes vórtices (LES) .....	380
AII.1.2.3. Modelos que promedian temporalmente las ecuaciones de Navier-Stokes (RANS) .....	381
AII.1.2.4. Otros modelos y estrategias .....	382
AII.2. MODELO DE ECUACIONES DE LAS TENSIONES DE REYNOLDS (RSM) .....	383
AII.3. MODELO DE SIMULACIÓN DE GRANDES VÓRTICES (LES) .....	390
AII.3.1. Generalidades .....	390
AII.3.2. El procedimiento de filtrado .....	391
AII.3.3. Modelo de la escala de submalla ( <i>subgrid scale modelling</i> ) .....	393
AII.3.4. Condiciones de contorno .....	398
AII.3.5. Consideraciones numéricas prácticas .....	399



---

<b>ANEXO III. GEOMETRÍA TRIDIMENSIONAL DE LA SOPLANTE.....</b>	<b>401</b>
AIII.1. COORDENADAS DE ALABES Y DIRECTRICES.....	401
AIII.1.1. Gráficas de la distribución radial de las caras de presión y succión de álabes y directrices.....	401
AIII.1.2. Datos genéricos para la construcción de álabes del rotor.....	402
AIII.1.3. Distribuciones radiales de espesores y curvaturas en álabes y directrices.....	402
AIII.2. DISCRETIZACIONES SOBRE EL MODELO TRIDIMENSIONAL.....	403
<b>ANEXO IV. CÓDIGOS Y PROGRAMAS UTILIZADOS EN EL ANALISIS DETERMINISTA DEL FLUJO .....</b>	<b>405</b>
AIV.1. PROGRAMACIÓN DE UDF'S.....	405
AIV.1.1. Almacenamiento de variables.....	405
AIV.1.2. Cálculo del tensor en el postproceso para el marco de referencia fijo.....	406
AIV.1.3. Cálculo del tensor en el postproceso para el marco de referencia móvil..	410
AIV.2. PROGRAMACIÓN CON MATLAB.....	410
AIV.2.1. Cálculo del tensor en los planos de interés a partir de los datos discretos de los planos de medida.....	411
AIV.2.2. Cálculo del factor de recuperación de estelas.....	414
<b>ANEXO V. REPRESENTACIONES TEMPORALES. MAPAS RADIALES.....</b>	<b>421</b>
AV.1. RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	421
AV.1.1. Componente axial de la velocidad.....	421
AV.1.2. Componente circunferencial de la velocidad.....	422
AV.2. RESULTADOS NUMÉRICOS.....	423
AV.2.1. Componente axial de la velocidad.....	423
AV.2.2. Componente circunferencial de la velocidad.....	423
AV.2.3. Componente radial de la velocidad.....	424
AV.2.4. Mapas de vorticidad.....	425



---

---

<b>ANEXO VI. COPIA DE PUBLICACIONES.....</b>	<b>427</b>
AVI.1. “NUMERICAL ANALYSIS OF THE ROTOR-STATOR INTERACTION IN AN AXIAL FLOW FAN” .....	428
AVI.2. “UNSTEADY FLOW ANALYSIS OF THE STATOR-ROTOR INTERACTION IN AN AXIAL FLOW FAN” .....	435
AVI.3. “ON THE STUDY OF THE ROTOR-STATOR INTERACTION IN AN AXIAL FLOW FAN”	443
AVI.1. “NUMERICAL STUDY OF THE DISCRETE FREQUENCY NOISE GENERATION IN AN AXIAL FLOW FAN” .....	453



---

---

## RESUMEN

### OBJETO

La creciente demanda de conseguir diseños cada vez más eficaces y de mayor rendimiento en la práctica totalidad de las aplicaciones de las turbomáquinas, conlleva la necesidad de un conocimiento más exhaustivo y preciso de los fenómenos fluidodinámicos que se están produciendo en el interior de las máquinas. Un breve repaso a la bibliografía especializada de esta disciplina, muestra claramente la complejidad inherente al estudio del flujo en el interior de una turbina, un compresor o un ventilador, donde las interacciones entre los elementos móviles de la máquina (rotor), el bloqueo del flujo o las no estacionariedades del patrón fluidodinámico, influyen enormemente en las prestaciones y el funcionamiento normal de dichas turbomáquinas.

El proyecto de esta tesis se engloba dentro de esa problemática y trata de aportar, mediante la aplicación de un modelo capaz de describir el comportamiento no estacionario de una etapa de una turbomáquina axial, una precisa descripción de la naturaleza y origen de la interacción entre los diversos elementos que constituyen la máquina. Introduciendo en el análisis el concepto de “tensiones deterministas”, se pretende caracterizar cualitativamente el mapa de velocidades del flujo, relacionándolo con los tiempos característicos de funcionamiento de la máquina. Yendo más allá de la aportación de una simple simulación según el clásico promedio de Reynolds, se pretende discernir y separar la contribución de cada elemento móvil, consiguiendo de esta forma una visión global del comportamiento de cada elemento sobre el resultado final de las prestaciones fluidodinámicas de la turbomáquina, con el objetivo de plantear mejoras sobre el diseño de los parámetros básicos de funcionamiento de dichas máquinas.

### METODOLOGÍA

Partiendo de un modelo URANS con unas discretizaciones temporales y espaciales adecuadas, se ejecutará en un primer paso una simulación numérica que servirá como punto de partida para la posterior elaboración de unos promedios, en función de los tiempos característicos de los haces, con el propósito de la obtención del mapa completo de tensiones deterministas del flujo en el interior de la máquina. A posteriori se construirá, basándose en dichas tensiones, un modelo que devolverá, de forma desacoplada, la contribución de cada haz por separado en el campo fluidodinámico total. Esta metodología numérica se complementará a su vez con una serie de ensayos experimentales sobre un ventilador axial de una única etapa, con un estator que precede al haz móvil de la máquina. Dichos ensayos se realizarán utilizando técnicas de anemometría térmica y se tomarán medidas con vistas a contrastar los resultados numéricos, en un número de puntos lo suficientemente representativos como para obtener una adecuada descripción del campo fluidodinámico en el ventilador. Se pretende que dichos puntos de medida se planteen tanto en la dirección circunferencial como en la dirección radial y que a su vez, se realicen medidas en las entradas y salidas de cada haz de la máquina.



## **ABSTRACT**

### **OBJECTIVE**

Nowadays, increasing requirements for turbomachinery industrial purposes have to be answered throughout a forward knowledge of the flow dynamic features inside the machines. A brief overview into the specialized references of this discipline is clearly showing the complexity of this issue. In fact, the interactions between fixed and rotating blade rows, flow blockages and the unsteadiness of the fluid dynamic patterns play an important role into the performance of turbines, compressors or industrial fans.

The work of this thesis deals with the rotor-stator interaction problem, trying to provide an accurate description of the unsteady interaction between them in an axial turbomachine stage. A set of average procedures will be used in order to carry out the unsteady response of every blade row. Also, its own unsteady contribution into the mean flow will be discussed and analyzed. Introducing the concept known as “deterministic stresses”, the sources of the interaction unsteadiness will be identified, carrying out a relationship within the characteristic scales of the machine. This method will allow the segregation of the unsteady sources of every blade row, matching the predominant mechanisms in the overall unsteady scheme of the stage. Finally, the conclusions from the global unsteady performance of the fan may arise enhancements in the design parameters, such as gap lengths or geometric deflections in the blades.

### **METHODOLOGY**

Across an accurate election of the spatial and temporal discretizations within an URANS modelling, a numerical simulation will be executed as the starting point of the study. From these numerical results, an averaging technique, based on characteristic time scales of the rows, will be carried out in order to obtain the complete distribution of the “deterministic stresses” of the flow. Afterwards, a model will be introduced as an utility designed to decouple the contribution of each row in the overall unsteadiness of the stage.

The numerical methodology will be complemented with intensive measurements over a test facility, composed with a venturi nozzle, a regulation cone, and an axial flow fan with 13 IGV's upstream a 9-blade rotor. Both static and dynamic measurements will be realized. A five hole probe will be used to characterize the steady flow features, whereas hot wire anemometry will be employed in obtaining the dynamic response. The measurement strategies will be planned in order to contrast the numerical results with the experimental ones. An appropriate number of points will be defined; in such a way that forward comparison is expected to be suitable enough. Both tangential and radial directions will be taken into account like proper measures, over upstream and downstream planes for every row of the machine.



## AGRADECIMIENTOS

Por la confianza depositada en mí desde siempre, por la cercanía y el trato dispensado a mi persona durante estos cuatro años, por el interés y el impulso constante, como esa corriente de aire que activase una máquina, intercambiando energía con ella, así fluyó el conocimiento y la visión con perspectiva; y así he de agradecer tantas y tantas horas de dedicación y ayuda a mi director de tesis, D. Carlos Santolaria Morros. Su experiencia y sus sabias directrices han sido ese faro en la noche, esa esperanza y motivación que me empujaron a llevar a buen puerto este trabajo. Una vez más, gracias, Carlos.

También quiero resaltar el apoyo y la desinteresada colaboración de todos los profesores y compañeros del Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Oviedo. En especial, quiero agradecer a D. Eduardo Blanco Marigorta su aportación y enseñanzas en la fase experimental del trabajo, así como a D<sup>a</sup> Katia María Argüelles, compañera de viaje y amiga, por remar codo con codo en el largo tránsito del día a día. Y por supuesto, al resto de compañeros, por esa infinidad de detalles recibidos durante los períodos de docencia. A D. José González Pérez, vecino y confesor, a D. Rafael Ballesteros, siempre ahí desde el comienzo, a D. Jorge Parrondo, D. Julián Martínez y D<sup>a</sup> Sandra Velarde, constantemente gustosos de ayudar, también gracias. Y cómo no, reconocer a D. Raúl Tuero su indispensable labor en los ensayos experimentales, a D. Pablo Fernández Coto, su desvelo en el montaje de la soplante, y a D. Carlos Fernández y D. Marcos González, sus consejos y soporte en la parte informática. Un trocito del trabajo les corresponde a todos ellos.

Pero la parte más importante del trabajo, por entrañable y sentida, quedará en el debe de todos aquellos que me han animado, apoyado y liberado de otras obligaciones para que pudiese dedicarme en cuerpo y alma a esta tesis. Es el momento de devolveros algo de mi alma. Gracias a mis padres, que me profesan el mayor amor del mundo. Os quiero. A mi hermana, agradecerle todo lo que ha trabajado por mí, y pedirle perdón por las pocas atenciones prestadas estos años. A mis abuelos, que desgraciadamente, ya jamás podrán leer estas líneas. A mis amigos, por el interés mostrado y los momentos de descanso y diversión vividos con ellos. Y, por supuesto, gracias a ti, Ana, por haber esperado pacientemente el fin de las cosas, por la comprensión y el calor que me has entregado incondicionalmente y por el tiempo robado que ya no volverá.

En fin; a todos, muchísimas gracias.



## INDICE DE FIGURAS

<i>Fig. 1.1. Turbocompresor axial de Charles Parsons (1884). Buque "Turbinia" .....</i>	<i>3</i>
<i>Fig. 1.2. Patente de Avery (1831). Diseño de turbina de Gustav de Laval (1884) .....</i>	<i>4</i>
<i>Fig. 1.3. Turbina de Elling de 1924. Compresor radial y turbina axial. Detalle del compresor radial de la turbina de Elling .....</i>	<i>5</i>
<i>Fig. 1.4. Evolución de las variables termodinámicas en un turborreactor. Esquema general del paso del flujo por las etapas de compresor y turbina .....</i>	<i>6</i>
<i>Fig. 1.5. Clasificación geométrica de las turbomáquinas .....</i>	<i>7</i>
<i>Fig. 1.6. Rango de operación y rendimiento de turbomáquinas .....</i>	<i>8</i>
<i>Fig. 1.7. Diversos rodetes de turbomáquinas axiales .....</i>	<i>9</i>
<i>Fig. 1.8. Corona móvil de una etapa de una turbina de gas. Detalle de un álabe .....</i>	<i>9</i>
<i>Fig. 1.9. Disposiciones del estator en máquinas axiales .....</i>	<i>10</i>
<i>Fig. 1.10. Ventilador axial de una única etapa .....</i>	<i>12</i>
<i>Fig. 1.11. Curva característica de un ventilador axial .....</i>	<i>12</i>
<i>Fig. 1.12. Curvas características típicas de ventiladores axiales .....</i>	<i>13</i>
<i>Fig. 1.13. Familias de superficies de corriente. Modelo de Wu .....</i>	<i>14</i>
<i>Fig. 1.14. Flujo en cascada .....</i>	<i>15</i>
<i>Fig. 1.15. Parámetros geométricos de una cascada .....</i>	<i>16</i>
<i>Fig. 1.16. Flujo en cascada. Triángulos de velocidad y esfuerzos .....</i>	<i>19</i>
<i>Fig. 1.17. Triángulos de velocidad para una etapa axial .....</i>	<i>22</i>
<i>Fig. 1.18. Diversos grados de reacción en una etapa axial .....</i>	<i>24</i>
<i>Fig. 1.19. Mapas de isorrendimiento en una etapa axial para <math>\epsilon_R = \epsilon_S = 0.04</math> .....</i>	<i>25</i>
<i>Fig. 1.20. Flujo en cascada con estelas a la salida del rotor .....</i>	<i>27</i>
<i>Fig. 1.21. Evolución de la capa límite sobre un álabe .....</i>	<i>28</i>
<i>Fig. 1.22. Álabe con distribución de vórtice libre. Distribuciones libre y forzada .....</i>	<i>35</i>
<i>Fig. 1.23. Flujo relativo en un canal tridimensional .....</i>	<i>36</i>
<i>Fig. 1.24. Vorticidad secundaria generada por la deflexión del flujo .....</i>	<i>39</i>
<i>Fig. 1.25. Vorticidad secundaria generada por cambios de sección en canal .....</i>	<i>40</i>
<i>Fig. 1.26. Vorticidad secundaria generada por capas límite en cubo y punta .....</i>	<i>42</i>
<i>Fig. 1.27. Flujo secundario en el huelgo de punta .....</i>	<i>43</i>
<i>Fig. 1.28. Naturaleza del flujo en ua turbomáquina axial (Lakshminarayana, 1996) .....</i>	<i>43</i>
<i>Fig. 1.29. Fenómenos de interacción estelas-rotor, desprendimiento de vórtices y transporte, difusión y troceo de estelas .....</i>	<i>47</i>
<i>Fig. 1.30. Esquema de la interacción .....</i>	<i>48</i>
<i>Fig. 2.1. Fenómenos de estudio en el campo de la aeromecánica .....</i>	<i>56</i>
<i>Fig. 2.2. Descripción de la interacción Fan/OGV y esquemas numéricos de resolución .....</i>	<i>58</i>
<i>Fig. 2.3. Efecto de Kerrebrock y Mikolajczak en una etapa de turbina. Ejemplo de hot-streak en un gráfico de temperatura total no estacionaria a la salida del rotor .....</i>	<i>59</i>
<i>Fig. 2.4. Resolución de interacción rotor-estator mediante "mixing-planes" .....</i>	<i>62</i>
<i>Fig. 2.5. Prof. J.J.Adamczyk. Trabajos iniciales de Adamczyk .....</i>	<i>63</i>



Fig. 2.6. Distribución de la temperatura a lo largo de la envergadura, aguas abajo del rotor de la etapa 37. Esquema de transporte y difusión de estelas al paso por la cascada de álabes.....	66
Fig. 2.7. Turborreactor GE90. Modelado numérico con el código APNASA. Comparativa de resultados numéricos y experimentales.....	67
Fig. 2.8. Recuperación de pérdidas de difusión de estelas para diferentes ángulos de entrada de estelas. Segregación total de temperatura total relativa .....	68
Fig. 2.9. Esquema de la bomba y ventana de visualización. Sistema óptico para adquisición de datos.....	69
Fig. 2.10. Distribución de tensiones deterministas (Sinha y Katz). Distribución de las tensiones SGS. Sinha y Katz (2000) .....	69
Fig. 2.11. Banco experimental de Chow y Uzol. Diferentes imágenes superpuestas al paso del álabe del rotor.....	70
Fig. 2.12. Vorticidad promediada a paso de canal de rotor (Pto. vista absoluto). Tensiones deterministas desde el punto de vista del estator.....	71
Fig. 2.13. Resultados deterministas de Leboeuf para la turbina VEGA2 .....	73
Fig. 2.14. Respuesta frecuencial de un álabe del rotor en la sección media en función del flujo másico y del gap axial. Geometría del modelo tridimensional.....	74
Fig. 3.1. Montaje del ventilador de estudio. Banco de ensayos.....	78
Fig. 3.2. Fumigador agrícola de partida. Directrices y rodete de la máquina.....	79
Fig. 3.3. Vista del álabe NACA65. Retorcimiento radial del álabe.....	80
Fig. 3.4. Esquema de la sonda de 5 agujeros.....	83
Fig. 3.5. Variación de los coeficientes $C_P$ , $C_T$ y $C_S$ en función de $C_Y$ y los ángulos $\alpha$ y $\gamma$ .....	84
Fig. 3.6. Instrumentación para las medidas estacionarias con la sonda de 5 agujeros ..	84
Fig. 3.7. Sonda direccional. Detalle del cabezal. Montaje de la cadena de medida .....	85
Fig. 3.8. Esquema de sonda de anemometría térmica a temperatura constante .....	86
Fig. 3.9. Cadena de medida en técnicas LDV. Medidas LDV sobre una bomba.....	87
Fig. 3.10. Esquemas para medición PIV.....	88
Fig. 3.11. Curvas de calibración para diferentes temperaturas de funcionamiento .....	92
Fig. 3.12. Calibración para una sonda de triple hilo .....	93
Fig. 3.13. Banco de reparación de sondas.....	94
Fig. 3.14. Comprobación de la soldadura de la sonda.....	94
Fig. 3.15. Coeficientes de la calibración angular.....	96
Fig. 3.16. Banco de calibración para la sonda de hilo caliente .....	97
Fig. 3.17. Cadena de medida de la sonda de hilo caliente .....	98
Fig. 3.18. Esquema de ángulos pitch y yaw. Sonda DHW montada sobre el portasondas. Detalle del cabezal portahilos con sus dimensiones .....	98
Fig. 3.19. Transductor piezoeléctrico y amplificador capacitivo. Detalle y cotas .....	100
Fig. 3.20. Orificios practicados en la carcasa para las medidas de presión.....	101
Fig. 3.21. Captura de pantalla del programa de adquisición de medidas de la sonda ...	102
Fig. 3.22. Programas utilizados en la adquisición de datos con la sonda de hilo.....	103
Fig. 3.23. Captura de pantalla de Matlab 6.5.....	104
Fig. 3.24. Banco de ensayos: vista del Venturi en zona central. Detalle del cono .....	106
Fig. 3.25. Curva característica de la soplante axial. Gap superior.....	107
Fig. 3.26. Esquema de los planos de medida. Ranuras realizadas para las medidas.....	108
Fig. 3.27. Cadena de medida en laboratorio. Imagen de la sonda en la soplante .....	109
Fig. 3.28. Cadena de medida para las fluctuaciones de presión .....	110
Fig. 3.29. Incertidumbre en la medida de velocidad.....	113



---

Fig. 3.30. Incertidumbre de medida en la sonda de hilo caliente .....	114
Fig. 4.1. Mallados no estructurados en un canal de geometría axial.....	121
Fig. 4.2. Mallados tipo H, estructurados, curvilíneo y ortogonal.....	122
Fig. 4.3. Mallado tipo HOH. Mallado tipo HCH.....	123
Fig. 4.4. Mallado estructurado tridimensional para una turbina multietapa.....	124
Fig. 4.5. Esquema del modelo de planos de mezcla .....	125
Fig. 4.6. Esquema de mallado deslizante .....	126
Fig. 4.7. Interfaz tridimensional (sector circular).....	127
Fig. 4.8. Modelo bidimensional (sección media) .....	131
Fig. 4.9. Mallado estructurado. Detalle del mallado en la capa límite.....	133
Fig. 4.10. Influencia del mallado en la solución. Prestaciones globales sobre el modelo bidimensional .....	134
Fig. 4.11. Influencia del mallado en la solución. Medida local de la fluctuación debida a la interacción no estacionaria entre haces.....	134
Fig. 4.12. Análisis de la influencia del refinado sobre los álabes en la solución.....	135
Fig. 4.13. Detalle del modelo tridimensional.....	139
Fig. 4.14. Modelo tridimensional .....	140
Fig. 5.1. Esquema general de fenómenos no estacionarios en turbomáquinas .....	142
Fig. 5.2. Velocidades tras corona de álabes en rotación.....	143
Fig. 5.3. Esquema para la relación espacio-temporal de la interacción en una etapa .	145
Fig. 5.4. Formas de los modos de vibración giratorios (-4,0) y (4,0).....	152
Fig. 5.5. Esquemas de los modelos matemáticos utilizados para simular flujos en turbomáquinas.....	156
Fig. 5.6. Ensemble average .....	157
Fig. 5.7. Posición relativa de un álabe con respecto a un punto en el instante $t_{ref}$ .....	159
Fig. 5.8. Función escalón unitario para un álabe.....	160
Fig. 5.9. Función escalón sobre rotor de N álabes .....	161
Fig. 5.10. Esquema de la metodología desarrollada .....	167
Fig. 5.11. Descomposición de la velocidad.....	168
Fig. 5.12. Análisis determinista de la redistribución radial del momento.....	175
Fig. 5.13. Modelo de Smith .....	178
Fig. 5.14. Planos de comparación.....	179
Fig. 5.15. Componentes de velocidad de la energía cinética de las perturbaciones .....	180
Fig. 5.16. Flujo estacionario en una cascada con presencia de bloqueo .....	182
Fig. 5.17. Relaciones trigonométricas para el estiramiento de estelas .....	183
Fig. 6.1. Curva característica del modelo bidimensional para las tres secciones .....	189
Fig. 6.2. Curva característica de la soplante axial. Comparativa con puntos numéricos .....	190
Fig. 6.3. Componentes de la velocidad, adimensionalizadas, en la zona entre haces (D) para el marco de referencia absoluto. Vista de dos sectores de directriz.....	192
Fig. 6.4. Componentes de la velocidad, adimensionalizadas, en la zona aguas abajo del rodete (R) para el marco de referencia absoluto. Vista de dos sectores de directriz .	193
Fig. 6.5. Mapas de presión estática, adimensionalizada por la presión dinámica, en la zona entre haces (D). Vista de dos sectores de directriz.....	195



Fig. 6.6. Mapas de presión estática, adimensionalizada por la presión dinámica, en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista de dos sectores de directriz.....	195
Fig. 6.7. Incremento de presión en el rodete y grado de reacción para tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.....	196
Fig. 6.8. Componente axial de la velocidad para el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona entre haces (D). Vista de dos sectores de directriz .....	198
Fig. 6.9. Componente axial de la velocidad para el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista de dos sectores de directriz .....	199
Fig. 6.10. Componente circunferencial de la velocidad para el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona entre haces (D). Vista de dos sectores de directriz .....	200
Fig. 6.11. Componente circunferencial de la velocidad para el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista de dos sectores de directriz .....	201
Fig. 6.12. Componente axial de la velocidad para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona entre haces (D). Vista de dos sectores de rodete .....	203
Fig. 6.13. Componente axial de la velocidad para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona aguas abajo del rotor (R). Vista de dos sectores de rodete.....	204
Fig. 6.14. Componente circunferencial de la velocidad para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona entre haces (D). Vista de dos sectores de rodete.....	205
Fig. 6.15. Componente circunferencial de la velocidad para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona aguas abajo del rotor (R). Vista de dos sectores de rodete....	206
Fig. 6.16. Mapa de la velocidad absoluta promediada a paso de álabe de rotor, adimensionalizada por la velocidad de arrastre en la punta, en la sección de base sobre el estator .....	209
Fig. 6.17. Mapa de la velocidad absoluta promediada a paso de álabe de rotor, adimensionalizada por la velocidad de arrastre en la punta, en la sección media sobre el estator .....	210
Fig. 6.18. Mapa de la velocidad absoluta promediada a paso de álabe de rotor, adimensionalizada por la velocidad de arrastre en la punta, en la sección de punta sobre el estator .....	211
Fig. 6.19. Mapa de la velocidad relativa promediada a paso de álabe de estator, adimensionalizada por la velocidad de arrastre en la punta, en la sección de base sobre el rotor .....	212
Fig. 6.20. Mapa de la velocidad relativa promediada a paso de álabe de estator, adimensionalizada por la velocidad de arrastre en la punta, en la sección media sobre el rotor .....	213
Fig. 6.21. Mapa de la velocidad relativa promediada a paso de álabe de estator, adimensionalizada por la velocidad de arrastre en la punta, en la sección de punta sobre el rotor .....	214
Fig. 6.22. Incremento de presión en el rodete y grado de reacción para tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.....	216
Fig. 6.23. Componente axial de la velocidad para el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona entre haces (D). Vista de dos sectores de directriz .....	218
Fig. 6.24. Componente axial de la velocidad para el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista completa de la soplante.....	219
Fig. 6.25. Componente circunferencial de la velocidad para el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona entre haces (D). Vista de dos sectores de directriz .....	220
Fig. 6.26. Componente circunferencial de la velocidad para el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista completa de la soplante.....	221



Fig. 6.27. Ángulo azimutal de la velocidad para el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona entre haces (D). Vista de dos sectores de directriz .....	222
Fig. 6.28. Ángulo azimutal de la velocidad para el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista completa de la soplante .....	223
Fig. 6.29. Mapas de vorticidad en el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona entre haces (D). Vista de dos sectores de directriz.....	224
Fig. 6.30. Mapas de vorticidad en el marco de referencia del estator (absoluto) en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista completa de la soplante .....	225
Fig. 6.31. Componente axial de la velocidad para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona entre haces (D). Vista completa de la soplante .....	227
Fig. 6.32. Componente axial de la velocidad para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista de dos sectores de rotor .....	228
Fig. 6.33. Componente circunferencial de la velocidad para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona entre haces (D). Vista completa de la soplante .....	229
Fig. 6.34. Componente circunferencial de la velocidad para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista de dos sectores de rotor.....	230
Fig. 6.35. Ángulo azimutal de la velocidad para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona entre haces (D). Vista completa de la soplante .....	231
Fig. 6.36. Ángulo azimutal de la velocidad para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista de dos sectores de rotor .....	232
Fig. 6.37. Mapas de vorticidad relativa para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona entre haces (D). Vista completa de la soplante .....	233
Fig. 6.38. Mapas de vorticidad relativa para el marco de referencia del rotor (relativo) en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista de dos sectores de rotor .....	234
Fig. 6.39. Mapas de presión estática promediada, adimensionalizada por la presión dinámica, en la zona entre haces (D). Vista de dos sectores de directriz.....	235
Fig. 6.40. Mapas de presión estática promediada, adimensionalizada por la presión dinámica, en la zona aguas abajo del rodete (R). Vista de dos sectores de directriz.....	235
Fig. 7.1. Mapas de presión sobre la carcasa, adimensionalizada por la presión dinámica. Comparativa entre gaps .....	241
Fig. 7.2. Mapas tridimensionales y espectro de frecuencias de la presión sobre la carcasa .....	242
Fig. 7.3. Mapas instantáneos de la componente axial de la velocidad adimensionalizada en la zona entre haces (D). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales.....	243
Fig. 7.4. Mapas instantáneos de la componente axial de la velocidad adimensionalizada en la zona aguas abajo del rodete (R). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales .....	244
Fig. 7.5. Mapas instantáneos de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada en la zona entre haces (D). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales.....	245
Fig. 7.6. Mapas instantáneos de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada en la zona aguas abajo del rodete (R). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales .....	246
Fig. 7.7. Mapas instantáneos de la componente axial de la velocidad relativa adimensionalizada en la zona entre haces (D). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales.....	247



---

<i>Fig. 7.8. Mapas instantáneos de la componente axial de la velocidad relativa adimensionalizada en la zona aguas abajo del rodete (R). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales .....</i>	<i>248</i>
<i>Fig. 7.9. Mapas instantáneos de la componente circunferencial de la velocidad relativa adimensionalizada en la zona entre haces (D). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales.....</i>	<i>249</i>
<i>Fig. 7.10. Mapas instantáneos de la componente circunferencial de la velocidad relativa adimensionalizada en la zona aguas abajo del rodete (R). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales .....</i>	<i>250</i>
<i>Fig. 7.11. Comparativa cualitativa entre modelos de turbulencia LES y RSM en relación a los resultados experimentales, sobre la componente axial de la velocidad.....</i>	<i>252</i>
<i>Fig. 7.12. Comparativa cualitativa entre modelos de turbulencia LES y RSM en relación a los resultados experimentales, sobre la componente circunferencial de la velocidad .....</i>	<i>253</i>
<i>Fig. 7.13. Mapas instantáneos de la velocidad absoluta en la sección de base, adimensionalizados por la velocidad de arrastre en dicha sección. Comparativa entre gaps .....</i>	<i>256</i>
<i>Fig. 7.14. Mapas instantáneos de la velocidad absoluta en la sección media, adimensionalizados por la velocidad de arrastre en dicha sección. Comparativa entre gaps .....</i>	<i>257</i>
<i>Fig. 7.15. Mapas instantáneos de la velocidad absoluta en la sección de punta, adimensionalizados por la velocidad de arrastre en dicha sección. Comparativa entre gaps .....</i>	<i>259</i>
<i>Fig. 7.16. Mapas instantáneos de la velocidad relativa en la sección de base, adimensionalizados por la velocidad de arrastre en dicha sección. Comparativa entre gaps .....</i>	<i>261</i>
<i>Fig. 7.17. Mapas instantáneos de la velocidad relativa en la sección media, adimensionalizados por la velocidad de arrastre en dicha sección. Comparativa entre gaps .....</i>	<i>262</i>
<i>Fig. 7.18. Mapas instantáneos de la velocidad relativa en la sección de punta, adimensionalizados por la velocidad de arrastre en dicha sección. Comparativa entre gaps .....</i>	<i>263</i>
<i>Fig. 7.19. Carga aerodinámica instantánea en las directrices en las tres secciones de estudio. Gap inferior .....</i>	<i>264</i>
<i>Fig. 7.20. Carga aerodinámica instantánea en los álabes en las tres secciones de estudio. Gap inferior .....</i>	<i>265</i>
<i>Fig. 7.21. Mapas de vectores de la velocidad relativa sobre la superficie de los álabes en las tres secciones de estudio .....</i>	<i>266</i>
<i>Fig. 7.22. Representaciones temporales de la componente axial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para las tres secciones de estudio. Caudal nominal. Comparativa entre gaps .....</i>	<i>267</i>
<i>Fig. 7.23. Representaciones temporales de la componente axial de la velocidad adimensionalizada aguas abajo del rodete (R) para las tres secciones de estudio. Caudal nominal. Comparativa entre gaps .....</i>	<i>268</i>
<i>Fig. 7.24. Representaciones temporales de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para las tres secciones de estudio. Caudal nominal. Comparativa entre gaps .....</i>	<i>268</i>
<i>Fig. 7.25. Representaciones temporales de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada aguas abajo del rodete (R) para las tres secciones de estudio. Caudal nominal. Comparativa entre gaps.....</i>	<i>269</i>



---

Fig. 7.26. Representaciones temporales de la componente axial de la velocidad relativa adimensionalizada entre haces (D) para las tres secciones de estudio. Caudal nominal. Comparativa entre gaps .....	270
Fig. 7.27. Representaciones temporales de la componente axial de la velocidad relativa adimensionalizada aguas abajo del rodete (R) para las tres secciones de estudio. Caudal nominal. Comparativa entre gaps .....	270
Fig. 7.28. Mapas instantáneos de la componente axial de la velocidad adimensionalizada en la zona entre haces (D). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales.....	272
Fig. 7.29. Mapas instantáneos de la componente axial de la velocidad adimensionalizada en la zona aguas abajo del rodete (R). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales .....	273
Fig. 7.30. Mapas instantáneos de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada en la zona entre haces (D). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales.....	275
Fig. 7.31. Mapas instantáneos de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada en la zona aguas abajo del rodete (R). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales .....	276
Fig. 7.32. Mapas instantáneos del ángulo azimutal de la velocidad adimensionalizada en la zona entre haces (D). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales .....	278
Fig. 7.33. Mapas instantáneos del ángulo azimutal de la velocidad adimensionalizada en la zona aguas abajo del rodete (R). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales .....	279
Fig. 7.34. Mapas instantáneos de la vorticidad adimensionalizada en la zona entre haces (D). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales.....	280
Fig. 7.35. Mapas instantáneos de la vorticidad adimensionalizada en la zona aguas abajo del rodete (R). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales.....	281
Fig. 7.36. Mapas instantáneos de la componente axial de la velocidad relativa adimensionalizada en la zona entre haces (D). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales.....	283
Fig. 7.37. Mapas instantáneos de la componente axial de la velocidad relativa adimensionalizada en la zona aguas abajo del rodete (R). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales .....	284
Fig. 7.38. Mapas instantáneos de la componente circunferencial de la velocidad relativa adimensionalizada en la zona entre haces (D). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales.....	285
Fig. 7.39. Mapas instantáneos de la componente circunferencial de la velocidad relativa adimensionalizada en la zona aguas abajo del rodete (R). Configuración con gap inferior. Comparativa entre caudales .....	286
Fig. 7.40. Representación temporal de la componente axial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps .....	287
Fig. 7.41. Representación temporal de la componente axial de la velocidad adimensionalizada aguas abajo del rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps .....	288
Fig. 7.42. Representación temporal de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps .....	288



Fig. 7.43. Representación temporal de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada aguas abajo del rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps .....	289
Fig. 7.44. Representación temporal de la magnitud de la vorticidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps.....	289
Fig. 7.45. Representación temporal de la magnitud de la vorticidad adimensionalizada aguas abajo del rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps..	290
Fig. 7.46. Algunos ejemplos de mapas radiales: Componentes axial y tangencial de la velocidad en la zona entre haces (D) y mapa de la vorticidad aguas abajo del rotor(R)	290
Fig. 7.47. Evolución temporal de las fuerzas totales de presión y de origen viscoso sobre un álabe y una directriz. Comparativa entre gaps. Caudal nominal .....	292
Fig. 7.48. Distribución radial media sobre un álabe y una directriz de la fuerza adimensionalizada. Comparativa entre gaps. Caudal nominal .....	292
Fig. 7.49. Evolución temporal de las componentes axial y tangencial de la fuerza sobre un álabe y una directriz en las secciones de base, media y punta. Comparativa entre gaps. Caudal nominal.....	293
Fig. 7.50. Espectro de la fuerza total en un álabe y una directriz. Comparativa entre gaps. Caudal nominal.....	294
Fig. 7.51. Evolución temporal de la fuerza total adimensionalizada en álabe y directriz. Variación del rendimiento del rotor. Comparativa entre gaps. Caudal nominal .....	295
Fig. 7.52. Evolución temporal de las fuerza sobre los haces en la zona media.....	295
Fig. 8.1. Oscilación de la componente axial de la velocidad a la entrada del dominio sobre un mapa instantáneo. A la derecha, mapa de velocidad promediado en el tiempo .	301
Fig. 8.2. Mapas espacio-temporales de la oscilación de la componente axial de la velocidad. Comparativa entre gaps para caudal nominal y 85% del nominal .....	302
Fig. 8.3. Evolución temporal de la fluctuación de la componente axial de la velocidad en la entrada del modelo. Sección bidimensional central. Comparativa entre gaps.....	303
Fig. 8.4. Espectros de las fluctuaciones asociadas al paso de los testigos verde y rojo	305
Fig. 8.5. Oscilación de la componente axial de la velocidad a la salida del dominio sobre un mapa instantáneo. A la derecha, mapa de velocidad promediado en el tiempo .	305
Fig. 8.6. Mapas espacio-temporales de la oscilación de la componente axial de la velocidad. Comparativa entre gaps para caudal nominal y 85% del nominal .....	306
Fig. 8.7. Evolución temporal de la fluctuación de la componente axial de la velocidad en la salida del modelo. Sección bidimensional central. Comparativa entre gaps.....	307
Fig. 8.8. Espectros de las fluctuaciones asociadas al paso de los testigos verde y rojo	308
Fig. 8.9. Componente $T_{ax-ax}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	310
Fig. 8.10. Componente $T_{ax-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	311
Fig. 8.11. Componente $T_{circ-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	313
Fig. 8.12. Componente $T_{ax-ax}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	314



Fig. 8.13. Componente $T_{ax-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	315
Fig. 8.14. Componente $T_{circ-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	315
Fig. 8.15. Tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del rotor en la zona entre haces. Comparativa entre varios caudales de funcionamiento para gap inferior .....	316
Fig. 8.16. Tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del rotor en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre varios caudales de funcionamiento para gap inferior .....	317
Fig. 8.17. Tensor de tensiones deterministas sobre el estator en el marco de referencia absoluto. Sección de base. Comparativa entre gaps para caudal nominal .....	319
Fig. 8.18. Tensor de tensiones deterministas sobre el estator en el marco de referencia absoluto. Sección central. Comparativa entre gaps para caudal nominal .....	320
Fig. 8.19. Tensor de tensiones deterministas sobre el estator en el marco de referencia absoluto. Sección de punta. Comparativa entre gaps para caudal nominal .....	322
Fig. 8.20. Tensor de tensiones deterministas sobre el rotor en el marco de referencia relativo. Sección de base. Comparativa entre gaps para caudal nominal .....	323
Fig. 8.21. Tensor de tensiones deterministas sobre el rotor en el marco de referencia relativo. Sección media. Comparativa entre gaps para caudal nominal .....	324
Fig. 8.22. Tensor de tensiones deterministas sobre el rotor en el marco de referencia relativo. Sección de punta. Comparativa entre gaps para caudal nominal .....	325
Fig. 8.23. Componente $T_{ax-ax}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	326
Fig. 8.24. Componente $T_{ax-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	327
Fig. 8.25. Componente $T_{circ-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	328
Fig. 8.26. Componentes radiales del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona entre haces. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	329
Fig. 8.27. Componente $T_{ax-ax}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	330
Fig. 8.28. Componente $T_{ax-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	330
Fig. 8.29. Componente $T_{circ-circ}$ del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	331
Fig. 8.30. Componentes radiales del tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del estator en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre gaps para varios caudales de funcionamiento .....	331



---

Fig. 8.31. Tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del rotor en la zona entre haces. Comparativa entre varios caudales de funcionamiento para gap inferior .....	332
Fig. 8.32. Tensor de tensiones deterministas en el marco de referencia del rotor en la zona aguas abajo del rotor. Comparativa entre varios caudales de funcionamiento para gap inferior .....	333
Fig. 8.33. Distribuciones radiales del factor de recuperación de las estelas del estator y del contenido energético determinista no estacionario del flujo entre haces y aguas abajo del rodete. Comparativa entre haces para tres caudales de funcionamiento. Datos experimentales.....	335
Fig. 8.34. Distribuciones radiales del factor de recuperación de las estelas del estator y del contenido energético determinista no estacionario del flujo entre haces y aguas abajo del rodete. Comparativa entre haces para tres caudales de funcionamiento. Datos numéricos .....	336
Fig. AI.1. Metodología utilizada en las resoluciones numéricas .....	358
Fig. AI.2. Volumen de control característico. Celda computacional.....	358
Fig. AI.3. Esquema de discretización centrado en celdas.....	361
Fig. AI.4. Variación de la variable escalar en función de $x$ .....	363
Fig. AI.5. Esquema implícito. Esquema explícito.....	371
Fig. AI.6. Ciclo $V$ . Ciclo $W$ .....	376
Fig. AI.7. Agrupamiento de celdas entorno a nodos.....	377
Fig. AI.8. Cuadro-resumen de los requisitos necesarios en metodologías numéricas ...	378
Fig. AII.1. Niveles de discretización para la resolución de grandes remolinos (Large Eddies) .....	390
Fig. AII.2. Proceso de convolución de dos variables.....	393
Fig. AII.3. Definición de la caja de filtro en un punto de coordenadas $\bar{x}$ .....	393
Fig. AII.4. Filtrado de las fluctuaciones de frecuencias superiores a la longitud característica del filtro $\Delta$ .....	393
Fig. AII.5. Función continua del espectro energético a diversas escalas de la variable .....	396
Fig. AII.6. Mapa de la longitud característica del filtro de subescala del modelo bidimensional .....	399
Fig. AIII.1. Distribución radial de la geometría del álabe .....	401
Fig. AIII.2. Distribución radial de la geometría de la directriz.....	401
Fig. AIII.3. Detalle de la discretización espacial sobre álabes y directrices.....	403
Fig. AIII.4. Alzado y perfil de la etapa. Conjunto rotor-estator .....	403
Fig. AIII.5. Detalle de la discretización espacial-temporal.....	404
Fig. AV.1. Representación temporal-radial de la componente axial de la velocidad adimensionalizada entre haces ( $D$ ) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps .....	421
Fig. AV.2. Representación temporal-radial de la componente axial de la velocidad adimensionalizada tras rodete ( $R$ ) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps .....	422



---

---

<i>Fig. AV.3. Representación temporal-radial de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps</i> .....	422
<i>Fig. AV.4. Representación temporal-radial de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps</i> .....	422
<i>Fig. AV.5. Representación temporal-radial de la componente axial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps</i> .....	423
<i>Fig. AV.6. Representación temporal-radial de la componente axial de la velocidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps</i> .....	423
<i>Fig. AV.7. Representación temporal-radial de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps</i> .....	424
<i>Fig. AV.8. Representación temporal-radial de la componente circunferencial de la velocidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps</i> .....	424
<i>Fig. AV.9. Representación temporal-radial de la componente radial de la velocidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps</i> .....	425
<i>Fig. AV.10. Representación temporal-radial de la componente radial de la velocidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps</i> .....	425
<i>Fig. AV.11. Representación temporal-radial de la vorticidad adimensionalizada entre haces (D) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps</i> .....	425
<i>Fig. AV.12. Representación temporal-radial de la vorticidad adimensionalizada tras rodete (R) para los tres caudales de estudio. Comparativa entre gaps</i> .....	426



## INDICE DE TABLAS

<i>Tabla 3.1. Parámetros geométricos de las coronas de la etapa .....</i>	<i>80</i>
<i>Tabla 3.2. Comparativa entre diversos métodos de medida no estacionaria .....</i>	<i>89</i>
<i>Tabla 5.1. Modos espaciales <math>m</math> que aparecen en el ventilador de estudio .....</i>	<i>148</i>
<i>Tabla 5.2. Frecuencias de corte (Hz) para 2400 rpm. (<math>M=0.126</math>) .....</i>	<i>150</i>
<i>Tabla 5.3. Modos de propagación a frecuencia de paso de álabe y sus armónicos .....</i>	<i>151</i>
<i>Tabla 5.4. Disparidad de escalas temporales y espaciales en problemas de turbomáquinas .....</i>	<i>154</i>
<i>Tabla 6.1. Casos de estudio.....</i>	<i>188</i>
<i>Tabla AII.1. Restricciones de los modelos SGS .....</i>	<i>394</i>
<i>Tabla AII.2. Principales modelos SGS empleados en esquemas turbulentos LES.....</i>	<i>397</i>
<i>Tabla AIII.1. Datos genéricos de un perfil NACA65.....</i>	<i>402</i>
<i>Tabla AIII.2. Parámetros de la cascada de álabes y directrices .....</i>	<i>402</i>



## NOMENCLATURA Y SIMBOLOGÍA

*Se recoge a continuación un listado con las diversas nomenclaturas de las variables utilizadas así como la simbología particular empleada. Además, se añaden símbolos matemáticos y una recopilación de los múltiples acrónimos que aparecen en el cuerpo de la tesis. En ocasiones, se utiliza la misma nomenclatura para nombrar a diferentes conceptos, por lo que algunas variables presentan más de una definición. En cualquier caso, se ha intentado uniformizar las distintas notaciones lo más posible, si bien cuando esto no ha sido posible, se ha procurado indicado claramente en el texto.*

### Símbolos

$a$	Constante de diseño exponencial. También coeficiente de discretización.
$A$	Superficie de intercambio térmico. También constante de la ley de King. Operador de resolución matricial.
$Az$	Angulo azimutal.
$b$	Constante de diseño exponencial. También dirección binormal.
$B$	Constante de la ley de King. También número de álabes ( <i>blades</i> ).
$b/l$	Espesor relativo.
$c$	Cuerda. También velocidad del sonido.
$c_p$	Coeficiente específico.
$c0$	Celda actual.
$c1$	Celda aguas arriba.
$C_D$	Coeficiente de arrastre.
$C_d$	Coeficiente de derrame.
$C_{Da}$	Pérdidas por fricción.
$C_{Ds}$	Pérdidas por flujo secundario.
$C_L$	Coeficiente de sustentación.
$C_p$	Coeficiente de presión.
$C_f$	Coeficiente de fuerza.
$C_T$	Coeficiente de la sonda de cinco agujeros.
$C_P$	Coeficiente de la sonda de cinco agujeros.
$C_S$	Coeficiente de la sonda de cinco agujeros. También constante del modelo LES y RSM.
$C_Y$	Coeficiente de la sonda de cinco agujeros.
$C_1$	Coeficiente angular de la DHW. También constante del modelo RSM.
$C_2$	Coeficiente angular de la DHW. También constante del modelo RSM.
$C_3$	Coeficiente angular de la DHW
$C_v$	Coeficiente angular de la DHW
$d$	Angulo de desviación. También distancia a contorno sólido en modelo LES.
$D$	Diámetro. También fuerza de arrastre ( <i>Drag</i> ). También matriz diagonal.
$D_{eq}$	Difusión equivalente.
$D_{ij}$	Término de transporte del modelo RSM.



---

$E$	Constante del modelo de pared del esquema LES.
$F$	Fuerza sobre un perfil.
$f$	Campo conservativo.
$f$	Frecuencia.
$g$	Constante gravitatoria, $9.8 \text{ m/s}^2$ .
$G$	Gap inferior.
$G$	Núcleo de la convolución del modelo LES.
$\Delta H$	Altura de elevación.
$H$	Factor de forma.
$H_G$	Función escalón.
$h$	Entalpía. También coeficiente de película.
$\Delta h$	Incremento de entalpía.
$i$	Angulo de incidencia.
$I$	Rotalpía. También intensidad de corriente.
$J$	Función de Bessel de primer orden.
$k$	Constante de vórtice libre. También energía cinética turbulenta.
$K$	Armónicos de paso de directriz. También flujo de energía cinética determinista.
$K_p$	Número de vueltas del rotor.
$L$	Sustentación ( <i>Lift</i> ). También longitud característica. También matriz inferior.
$l$	Longitud característica. También longitud de estela.
$\dot{m}$	Flujo másico [ $\text{kg/s}$ ].
$m$	Constante de desviación. También modos espaciales de propagación.
$M$	Número de rotaciones del rotor. También número de álabes de estator.
$n$	Exponente de desviación. También dirección normal y armónicos de paso de álabes.
$\bar{N}$	Velocidad específica.
$N$	Velocidad de rotación [ $\text{rpm}$ ].
$N$	Número de álabes
$O$	Orden del error.
$P$	Presión.
$P_{ij}$	Término de producción de turbulencia. Modelo RSM.
$\Delta P$	Incremento de presión.
$\Delta p_0$	Pérdidas.
$\Delta p_{est}$	Presión estática.
$\Delta p_{din}$	Presión dinámica.
$Q$	Caudal.
$Q_L$	Caudal de fugas.
$Q_d$	Caudal de diseño.
$Q_n$	Caudal nominal.
$\dot{Q}$	Flujo de calor.
$q$	Flujo de calor.
$r$	Coordenada radial.
$R$	Tensor de tensiones determinista. También factor de recuperación.
$R_c$	Radio de curvatura.
$R_w$	Resistencia del hilo.
$s$	Paso ( <i>pitch</i> ). También dirección de la corriente
$\Delta t$	Discretización temporal. Paso temporal.
$t$	Tiempo.
$T$	Tensor de tensiones. También temperatura y período



---

---

$u$	Componente axial de la velocidad.
$U$	Velocidad de arrastre. También función escalón unitario. También matriz superior.
$v$	Componente tangencial de la velocidad.
$V$	Velocidad absoluta.
$w$	Componente radial de la velocidad.
$W$	Velocidad relativa.
$\dot{W}$	Potencia.
$\Delta x$	Discretización longitudinal.
$x$	Coordenada longitudinal o variable genérica.
$X$	Coefficiente de pérdida de presión.
$\Delta y$	Discretización longitudinal.
$y$	Coordenada normal a la superficie.
$Y$	Función de Bessel de segundo orden.
$\Delta z$	Discretización longitudinal.
$z$	Coordenada vertical.

1.25G	Gap superior.
0.85Q <sub>n</sub>	85% del caudal nominal.
0.7Q <sub>n</sub>	70% del caudal nominal.

### Símbolos griegos

$\alpha$	Angulo de pitch. También factor de sub-relajación.
$\beta$	Angulo del flujo respecto de la dirección axial.
$\gamma$	Angulo de yaw. Coeficiente politrópico.
$\delta$	Espesor de capa límite.
$\delta^*$	Espesor de desplazamiento de la capa límite.
$\delta_{ij}$	Delta de Cronecker.
$\Delta$	Filtro característico del modelo LES.
$\Gamma$	Circulación. También coeficiente de difusión.
$\varepsilon$	Error relativo. También relación <i>Drag/Lift</i> y tasa de disipación.
$\phi$	Coeficiente de flujo. También escalar.
$\phi_c$	Cifra de caudal.
$\eta$	Rendimiento.
$\theta$	Espesor de cantidad de movimiento. También coordenada tangencial.
$\kappa$	Deflexión del flujo. También constante de Von Kármán.
$\lambda$	Angulo de ataque. También función de bloqueo de los álabes.
$\mu$	Viscosidad.
$\xi$	Coeficiente de pérdidas.
$\alpha_\xi$	Angulo de calado.
$\rho$	Densidad.
$\sigma$	Solidez.
$\sigma_k$	Número de Prandtl para la energía cinética turbulenta. Modelo RSM.
$\sigma_\varepsilon$	Número de Prandtl para la tasa de disipación viscosa.
$\tau$	Tensión de cortadura. Tensiones.
$\nu$	Viscosidad cinemática.
$\varphi$	Coeficiente de deflexión.



---

---

$\chi$	Grado de reacción.
$\psi$	Cifra de altura.
$\omega$	Velocidad de giro [rad/s].
$\Omega$	Vorticidad.

### Números adimensionales

$Gr$	Número de Grasshof.
$Ma$	Número de Mach.
$M$	Número de Mach.
$M_t$	Número de Mach turbulento.
$Re$	Número de Reynolds.
$Pe$	Número de Peclet.
$Pr$	Número de Prandtl.

### Subíndices

$a$	Dirección axial. También, ambiente.
$abs$	Marco de referencia absoluto.
$ax$	Componente axial
$c$	Compresible.
$C$	Orificio central FHP. Central.
$circ$	Componente tangencial
$D$	Orificio inferior FHP. Down.
$e$	Entrada. También exterior.
$ex$	Exit (salida).
$F$	Asociado a una cara del domino.
$i$	Incompresible. También interior.
$i,j$	Posiciones de la discretización.
$in$	Inlet (entrada).
$ij$	Carácter tensorial.
$IN$	Inviscid. No viscoso.
$K$	Escalas de Kolmogorov.
$L$	Orificio izquierdo FHP. Left.
$m$	Sección meridional.
$mix$	Plano de mezcla.
$n$	Dirección normal.
$nb$	Celdas vecinas.
$p$	Cara de presión
$R$	Rotor. También orificio derecho FHP. Right.
$r$	Dirección radial.
$rad$	Componente radial.
$ref$	Referencia.
$rel$	Marco de referencia relativo.
$S$	Estator. También dirección de la corriente. Coeficiente de presión sobre los perfiles.
$s$	Cara de succión. También salida.
$t$	Turbulenta.



---

---

$u$	Dirección tangencial.
$U$	Orificio superior FHP. Upper.
$V$	Viscoso.
$w$	Pared.
$0$	Estancamiento. Parada. Flujo no perturbado
$1$	Aguas arriba de la cascada de álabes. Entrada. Flujo perturbado.
$2$	Aguas debajo de la cascada de álabes. Salida.
$\infty$	Deflexión media.
$\pm\infty$	Aguas abajo y aguas arriba suficientemente lejos

### Superíndices

*	Ideal.
+	Parámetro adimensional relativo a la distancia a un contorno sólido.
$\rightarrow$	Carácter vectorial.
'	Perturbación estocástica.
$\sim$	Parte no estacionaria.
-	Promedio.
$ap$	Passage-to-passage average.
$AXI$	Flujo axisimétrico.
$CD$	Diferencia centrada.
$Det$	Flujo determinista.
$e$	Ensemble average.
$R$	Marco de referencia del rotor.
$S$	Marco de referencia del estator. También correlación espacial.
$ST$	Correlación espacio-temporal.
$T$	Correlación temporal.
$t$	Time average.
$UP$	Upwind

### Operadores matemáticos

$\delta$	Diferencial.
$D$	Derivada total.
$\partial$	Derivada parcial.
$\Delta$	Incremento.
$\nabla$	Gradiente de un campo escalar. Divergencia de un campo vectorial.
$\cdot$	Producto escalar.
$\times$	Producto vectorial.
$*$	Convolución.
$\int$	Símbolo integral.

### Acrónimos

$AMG$	Algebraic MultiGrid
$APNASA$	Averaged Passage NASA code.



---

<i>BNC</i>	British Naval Connection.
<i>BPF</i>	Blade Passing Frequency
<i>CAA</i>	Computacional AeroAcoustics.
<i>CAD</i>	Computer Aided Design
<i>CAE</i>	Computer Aided Engineering.
<i>CCA</i>	Constant Current Anemometer.
<i>CES</i>	Estructuras vorticales compactas.
<i>CFD</i>	Computacional Fluid Dynamics.
<i>CVA</i>	Constant Voltage Anemometer.
<i>DES</i>	Detached Eddy Simulation.
<i>DHW</i>	Dual Hot Wire.
<i>DNS</i>	Direct Numerical Simulation.
<i>EDDP</i>	Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales.
<i>FAS</i>	Full Approximation Storage.
<i>FFT</i>	Fast Fourier Transform.
<i>FHP</i>	Five Hole Probe.
<i>IGV</i>	Inlet Guide Vanes (directrices de entrada)
<i>LDA</i>	Laser-Doppler Anemometry.
<i>LDV</i>	Laser-Doppler Velocimetry.
<i>LE</i>	Leading Edge (borde de entrada).
<i>LES</i>	Large Eddy Simulation.
<i>LIF</i>	Laser Induced Fluorescence.
<i>LMFA</i>	Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (Lyon).
<i>LSRR</i>	Low Speed Rotating Rig.
<i>MACI</i>	Motor Alternativo de Combustión Interna.
<i>MRM</i>	Modelo de referencias múltiples.
<i>NACA</i>	Nacional Advisory Comité for Aeronautics.
<i>NASA</i>	Nacional Aeronautics and Space Administration.
<i>OGV</i>	Outlet Guide Vanes (directrices de salida).
<i>ONERA</i>	Office National d'Etudes et de Recherches Aerospatiales.
<i>PANS</i>	Passage Averaged Navier-Stokes.
<i>PISO</i>	Pressure Implicit with Splitting of Operators.
<i>PIV</i>	Particle Image Velocimetry.
<i>PNS</i>	Parabolized Navier-Stokes.
<i>POD</i>	Modos propios ortogonales.
<i>PTV</i>	Particle Tracking Velocimetry.
<i>QUICK</i>	Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics.
<i>RNG</i>	Renormalization Group.
<i>RSM</i>	Reynolds Stresses Models.
<i>SIMPLE</i>	Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations.
<i>SIMPLEC</i>	Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations – Consistent.
<i>SGS</i>	Subgrid Scales.
<i>SST</i>	Shear Stress Tensor.
<i>TE</i>	Trailing Edge (borde de salida).
<i>TSL</i>	Thin Shear Layer.
<i>UDF</i>	User Defined Function.
<i>UDS</i>	User Defined Scalar.
<i>UO</i>	Universidad de Oviedo.
<i>URANS</i>	Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes.
<i>WIDIM</i>	Window Displacement and Distortion Iterative Multigrid.



*WMPI* Windows Message Passing Interface.

### **Símbolos de referencia**

- (D) Tras directrices.
- (R) Tras rodete.
- () Referencias bibliográficas y numeración de ecuaciones.
- Fig. Referencia a figuras.



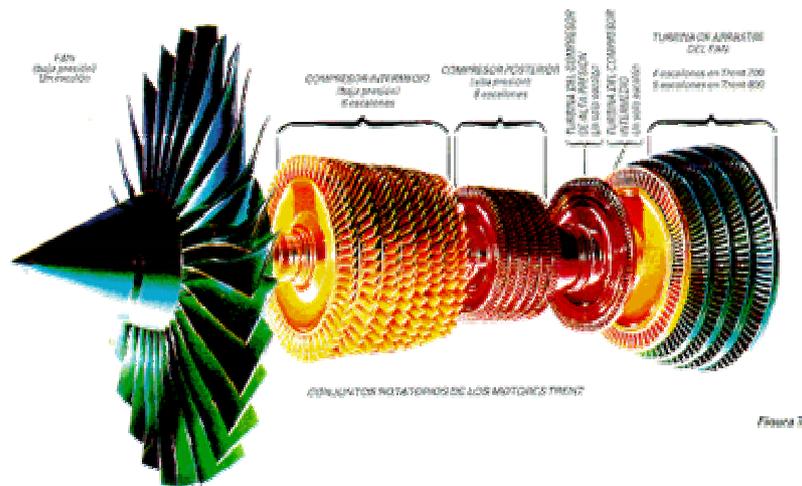
*A todos mis alumnos, la razón de ser de la enseñanza...*





## Capítulo 1

### INTRODUCCIÓN



“Cuando alguien dice *teóricamente*, en realidad quiere decir *realmente no*.”

Dave Parnas (1941-)  
Ingeniero de software americano.

*Este primer capítulo se va a centrar en establecer una perspectiva general de la temática en la que se engloba el trabajo desarrollado, permitiendo encuadrar y entender los objetivos que se persiguen en este estudio dentro de su contexto técnico.*

*El punto de partida consistirá en acercar al lector las características principales del flujo en el interior de turbomáquinas axiales y mostrar las peculiaridades y metodología precisa para afrontar el estudio de este tipo de máquinas. Debido a que la temática de la tesis se centra en el estudio de la interacción rotor estator es preciso analizar los fenómenos no estacionarios asociados al paso de álabes de las coronas y habrá que plantear herramientas de análisis capaces de capturar los mecanismos de transporte que se establecen en ese marco de variación temporal.*

*En primer lugar se hará una breve definición del tipo de máquinas en estudio y una composición de lugar respecto al tratamiento general que se efectúa para establecer las prestaciones de dichos equipos, lo cual permitirá plantear brevemente el esquema teórico apropiado para describir su funcionamiento operativo. Las principales características no estacionarias en cuanto a su origen y desarrollo se describirán a continuación y se ligarán a la metodología que se seguirá en el trabajo para comprender con más claridad la naturaleza del problema analizado.*



## 1.1.- PERSPECTIVA HISTÓRICA DEL ESTUDIO DE MÁQUINAS AXIALES

La evolución que han ido experimentando los diversos tipos de máquinas de geometría axial a lo largo del tiempo, presenta una relación sustancial respecto de la aplicación para la cual fueron concebidas dichas máquinas. En consonancia con la evolución técnica de la sociedad y con el grado de industrialización de la época en la que fueron ideadas, la finalidad de estas máquinas era la de ser la respuesta a una serie de necesidades tecnológicas concretas. Por tanto, no se pueden entender las mejoras de los prototipos y el desarrollo óptimo de las máquinas si no es desde el prisma de su funcionalidad y su aplicación industrial particular.

Ya desde tiempos remotos los griegos incluían al agua y al aire como elementos básicos constitutivos de la naturaleza. Ambos fluidos son esenciales para el desarrollo de la vida y se constituyen como dos materias imprescindibles para el hombre. La técnica, entendida como la disciplina capaz de proporcionar herramientas al hombre que mejoren su condición, se desarrolla desde los estadios más elementales con el propósito de cubrir las necesidades humanas más básicas, entre las que el suministro de agua destaca como una de las más primarias. Por esta razón, una de las aplicaciones más tempranas en desarrollarse fue la del uso de máquinas para el transporte y extracción de agua para su consumo (molinos de agua, acueductos, etc.).

Con la progresiva mejora del bienestar y el consecuente crecimiento de la técnica, la explotación de los recursos naturales (agrícolas, minerales, hidrológicos) constituyó un nuevo vivero para la aparición de maquinaria que permitiese un mejor aprovechamiento de tales recursos. De esta forma, por ejemplo, el empleo de ventiladores, así como de fuelles y métodos de ventilación natural, quedó íntimamente ligado a las explotaciones mineras en las que se necesitaban inyectar importantes cantidades de aire para permitir un ambiente de trabajo no viciado. El texto clásico de Agrícola (1556) recoge varias referencias acerca de ventilación mecánica. En estos inicios, los ventiladores eran de madera con paletas radiales montadas sobre una barra accionada por animales, hombres o molinos de agua (*González, 2000*).

Pronto el accionamiento de estas máquinas constituyó un nuevo reto para los pioneros del diseño de turbomáquinas. Con la aparición de la máquina de vapor, merced a los esfuerzos de Newcomen (1710) y posteriormente de Watt (1784), se abrió un nuevo camino para la aplicación del vapor como motor de accionamiento para las turbomáquinas, y las ideas para construir nuevos tipos de máquinas, más potentes y más eficientes, comenzaron a hervir del mismo modo en que lo hacía el vapor en las calderas de esas primeras máquinas. Justo por aquellas fechas, mediados del siglo XVIII (1750-1754), el matemático suizo Leonard Euler publica los trabajos en los que sienta las bases de la formulación de las turbomáquinas, a partir de los principios elementales de Sir Isaac Newton. Doscientos cincuenta años después, su vigencia está fuera de toda duda.

El desarrollo de los ventiladores siguió totalmente vinculado a la industria minera, mientras se consolidaba de forma espectacular la revolución industrial por toda Europa. Por otra parte, el desarrollo de compresores quedó siempre a remolque de la evolución de las turbinas de gas, en aras de la obtención de un motor completo con compresor de aire y turbina de gas. En 1791, John Barber establece la primera patente con una turbina de gas para su empleo en un motor. Su diseño, planteado para utilizarse



en carruajes a motor, esto es, sin tracción animal, ya presentaba un compresor, una cámara de combustión y una turbina. Desafortunadamente, nunca se produjo ningún resultado útil, y ya no sería hasta 1872 cuando F. Stoltz presenta el primer diseño verdaderamente real de turbina de gas, compuesta por una turbina de varias etapas y un compresor de flujo axial, y que sería posteriormente construida y ensayada entorno a 1900. Para entonces, ya hacía varios años que Charles Parsons había patentado su compresor de flujo axial (1884), y que en años posteriores fue mejorando hasta alcanzar rendimientos isentrópicos notables, entorno al 70% (1892). Entre otras contribuciones de Parsons, destaca un sistema de propulsión para el barco “Turbinia”, presentado en 1897, con una potencia de 2300 CV y dotado con una turbina radial de gas de varias etapas girando a 2000 rpm. En el campo de los compresores, también conviene recordar a Auguste Rateau, que trabajó intensamente en la obtención de compresores radiales en esas mismas fechas. Entre sus logros más notables se pueden considerar un diseño de compresor radial en 1899, que alcanzó rendimientos del 56%, y posteriormente, un compresor radial multietapa en 1905.



*Fig. 1.1.1. Turbocompresor axial de Charles Parsons -1884.*



*Fig. 1.1.2. Buque “Turbinia”.*

Respecto a las turbinas de vapor, hasta el año 1831 no se presentó el primer modelo verdaderamente útil, obra de Avery, que presentó su brazo de reacción como una aplicación para el accionamiento de máquinas fresadoras. Su principio de funcionamiento era el mismo con el que ya había jugado el griego Herón, en el año 62 d.C., a partir de su “aeolipine”, un sencillo recipiente esférico, dotado de varias boquillas de salida tangenciales por las que salía el vapor procedente de una pequeña caldera, lo cual producía el giro del artefacto como reacción a los chorros de vapor liberados. Aunque Parsons también hizo sus pinitos en el estudio de turbinas de vapor, el gran impulsor del desarrollo de estas máquinas fue Gustav de Laval, que obtuvo diseños con toberas convergentes-divergentes supersónicas, accionando la turbina a velocidades de hasta 30000 rpm (1878). Más tarde, en 1897, construyó una turbina axial, con control de velocidad de giro, de doble etapa con álabes estacionarios entre los haces móviles, alimentada por toberas de alta velocidad. Para estos prototipos ya comenzaban a aplicarse los principios termodinámicos que durante el siglo XIX se habían ido descubriendo, gracias a los trabajos de Burdin (1822), Carnot (1827) -que coloca las bases al estudio de los ciclos de potencia-, Joule y Kelvin (entorno a 1875) o Reynolds (1883). Finalmente rescatar también a Charles Curtis, que en 1896 también patentó su modelo de turbina de vapor, y que posteriormente vendería a General Electric



en 1905 por 1.5 millones de dólares. Las futuras evoluciones de sus diseños siguen constituyendo la referencia básica para la construcción de las modernas turbinas de vapor montadas en centrales térmicas convencionales y ciclos combinados.

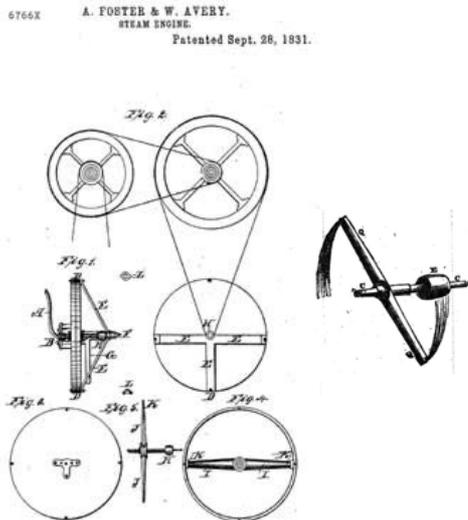


Fig. 1.2.1. Patente de Avery (1831).

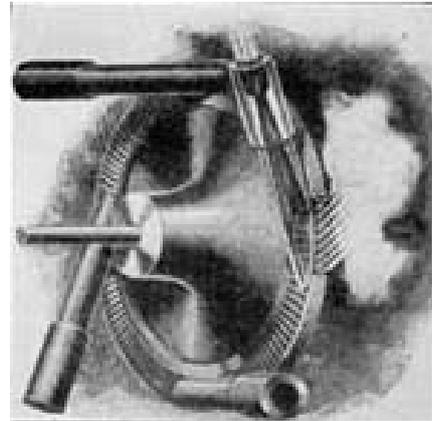


Fig. 1.2.2. Diseño de la turbina de Gustav de Laval (1884).

En 1903 Aurel Stodola publica su tratado sobre “Turbinas de vapor”, que posteriormente ampliaría bajo el título de “Turbinas de vapor y de gas”. Es precisamente en ese mismo año cuando el noruego Aegidius Elling construye la primera turbina de gas, con compresor y turbina, que es capaz de proporcionar potencia, en concreto, 11 CV. (Bolland, 2003). Dicha turbina giraba a 12000 rpm y constaba de un compresor radial de un 70% de rendimiento de relación 7:1, cámara de combustión intermedia y turbina radial de 275 mm de diámetro y rendimiento superior al 70%. Posteriormente evoluciona su diseño, llegando a construir una turbina en 1924, que es capaz de conseguir 75 CV, con compresor radial de 72% de rendimiento y turbina, esta vez ya axial, con una eficiencia del 82%. (figura 1.3).

Paralelamente, también en 1903, los franceses Lemale y Armengaud comienzan el desarrollo de sus propios prototipos. Sin embargo, no sería hasta 1905, cuando en cooperación con BBC, un discípulo suyo, Brown Boveri, construye una máquina con un compresor radial 3:1 y una turbina Curtis de doble etapa refrigerada (!), capaz de entregar 25 CV con una eficiencia de tan sólo el 3.5%. Entre 1906 y 1908, el propio Boveri y M.F. Thyssen desarrollan nuevos diseños propuestos por Hasn Holzwarth, y posteriormente otros investigadores, como Junkers (1914) se esfuerzan por avanzar en la creación de una máquina realmente operativa. Sin embargo, esto no se logra hasta mediados de la década de los años 20, donde el impulso de los recientes conflictos bélicos en Europa sobre la industria militar, revitaliza la búsqueda de un motor completo con fines aeronáuticos. Así, Boveri (1929) realizó varios experimentos con turbinas de flujo axial con álabes huecos refrigerados; Sulzer (1936) estudió turbinas de gas en ciclo abierto; Ackeret y Keller (1939) diseñaron una turbina de ciclo cerrado de aire y Escher-Wyss (1939) continuó el estudio de turbinas de ciclo cerrado con helio como fluido de trabajo.



*Fig. 1.3.1. Turbina de Elling de 1924. Compresor radial y turbina axial.*



*Fig. 1.3.2. Detalle del compresor radial de la turbina de Elling – 1924.*

Sin embargo, el gran impulso en el desarrollo de turbomáquinas vino de la mano de la obtención de turborreactores para su aplicación en aviones. Aunque en 1919, Sanford Moss logró el primer vuelo de un aeroplano usando propulsión auxiliar mediante turbinas, no sería hasta 1930 cuando el inglés Frank Whittle patenta un diseño de un turborreactor con turbina de gas, que conseguiría hacer operativo a partir de 1937. Al mismo tiempo, los alemanes Hans von Ohain y Max Hahn, desarrollan sus propios diseños y en agosto de 1939, la compañía aérea Ernst Heinkel logra el primer vuelo con un turborreactor de turbina de gas, el HE178, con una duración total de 6 minutos. El inicio de la segunda guerra mundial y la supremacía en la carrera militar entre las potencias involucradas en la misma, acelera la evolución de los turborreactores, dando lugar en 1941 al primer avión turbopropulsado, el Gloster Meteor, obra de Whittle. Al año siguiente, Alemania daría la réplica desarrollando un turborreactor axial de 8 etapas, el Junkers Jumo 004, que sería montado en el Messerschmitt Me 262, el primer caza a reacción de la historia de la aviación.

Tras la segunda guerra mundial, la tecnología de las turbinas de gas y de los turborreactores ha evolucionado con rapidez, en busca de motores cada vez más compactos, de menor peso y capaces de proporcionar cada vez mejores prestaciones y menores consumos. Durante la década de los años 50 y 60, se realizaron importantes esfuerzos en el campo experimental, centrados en la visualización del flujo, en el comportamiento dinámico del flujo al paso entre las coronas de las turbinas y compresores, y los mapas térmicos de temperatura que se alcanzaban en el interior de las máquinas. Todo ello enfocado en la búsqueda de comprender los mecanismos internos de transferencia de energía para lograr una mejor optimización de los diseños. A partir de los años 70, y ya sobre todo en las últimas décadas del siglo XX, el desarrollo de la informática ha permitido incluir técnicas numéricas para el estudio de estas máquinas, pudiéndose flexibilizar el proceso del diseño y analizar con estas técnicas el comportamiento global de las turbomáquinas. Actualmente, se trabaja con simulaciones que buscan caracterizar los comportamientos no estacionarios de las máquinas a partir de modelos que recogen fenómenos de interacción entre haces, no sólo potenciales, sino también viscosos, merced a la inclusión de modelos de turbulencia en las ecuaciones de gobierno del flujo. Esta visión global permite ajustar el acoplamiento funcional de todos los elementos y conseguir un rendimiento óptimo en las máquinas diseñadas.

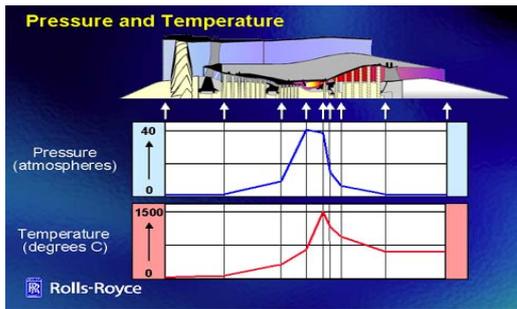


Fig. 1.4.1. Evolución de las variables termodinámicas en un turbo reactor.

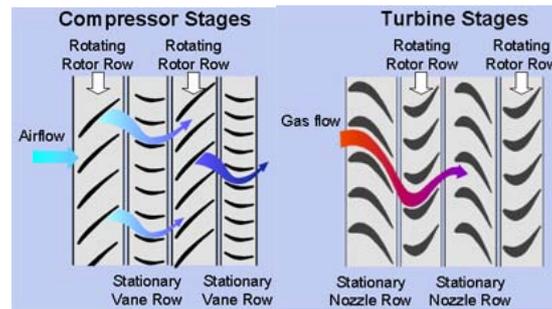


Fig. 1.4.2. Esquema general del paso del flujo por las etapas de compresor y turbina.

## 1.2.- TURBOMÁQUINAS AXIALES. GENERALIDADES

Las turbomáquinas tienen como objeto permitir un intercambio energético continuo entre un fluido que circula por su interior y un eje externo en rotación de la propia máquina. Esta definición, a primera vista tan general, no especifica el sentido en el que se produce la transferencia de energía, por lo que se engloban bajo esta definición tanto máquinas que extraen la energía del fluido (comúnmente denominadas turbinas), como máquinas que aportan energía al flujo (como bombas, ventiladores, hélices, soplantes o compresores). Así mismo, el hecho de que se hable de intercambio energético continuo permite diferenciar a este tipo de equipos industriales, de los normalmente denominados de desplazamiento positivo, cuyo método para conseguir la transferencia de energía consiste en la generación e impulsión pulsante de volúmenes confinados de fluido que conforman un trasiego alternativo del flujo.

El mecanismo de intercambio energético de una turbomáquina se fundamenta en la acción dinámica de una o más coronas de álabes móviles (*Dixon, 1981; Lakshminarayana, 1996*). De hecho, es habitual que a este tipo de máquina también se la referencie como rotodinámica, en clara alusión a la existencia de uno o varios rodets en rotación que permiten la generación de un campo de presiones dinámico en la zona de influencia del rotor, variable en el tiempo, y que posibilita la transformación de energía por medios de acción o reacción. (*Ver apartado 1.4*).

Por otro lado, las turbomáquinas se han clasificado tradicionalmente en función de diversos criterios tales como el propósito funcional de la máquina, el tipo de flujo que circula por su interior, su morfología constructiva o incluso, de la componente de energía fluidodinámica (presión, velocidad o entalpía) que es modificada.

Respecto a la clasificación funcional, ya se ha comentado con anterioridad que se distingue, en virtud del sentido de la transferencia energética, entre máquinas generadoras (debe aportarse potencia en el eje) y máquinas receptoras (se extrae energía de la corriente por el eje).

En segundo lugar, con referencia a las características del flujo que es trasegado en la máquina, se puede diferenciar entre turbomáquinas térmicas y turbomáquinas hidráulicas. En las turbomáquinas térmicas es habitual plantear su tratamiento desde esquemas de flujo compresible, puesto que su fluido de trabajo acostumbra a ser un gas - ya sea aire (compresores, turbosoplantes), vapor de agua (turbinas de vapor) o gases de



combustión (turbinas de gas, turborreactores)- que sufre importantes cambios de presión y evoluciones termodinámicas, por lo que se requiere la consideración de la ecuación de la energía y de las ecuaciones de estado del propio gas. Por el contrario, las turbomáquinas hidráulicas trabajan con líquidos, normalmente agua, a presiones relativamente moderadas que permiten obviar el módulo de compresibilidad del fluido y considerar por tanto el flujo como incompresible.

El criterio geométrico distingue a su vez tres tipos básicos de máquinas: centrífugas o de flujo radial (figura 1.5.1), axiales (figura 1.5.3) y mixtas o de flujo semiaxial (figura 1.5.2). Su denominación se corresponde con la trayectoria que siguen las líneas de corriente del flujo, y puesto que el flujo atraviesa los canales existentes entre los álabes de las coronas, dichas trayectorias quedan íntimamente relacionadas con la forma geométrica de los rodetes. De esta forma, en las máquinas radiales se produce una deflexión del flujo a noventa grados, como consecuencia de la geometría particular de los canales, que obligan al flujo a pasar de una entrada axial a una salida circunferencial (figura 1.5). Por el contrario, las máquinas axiales presentan una direccionalidad del flujo completamente axial, alineada con el eje de rotación del rodete (figura 1.5).

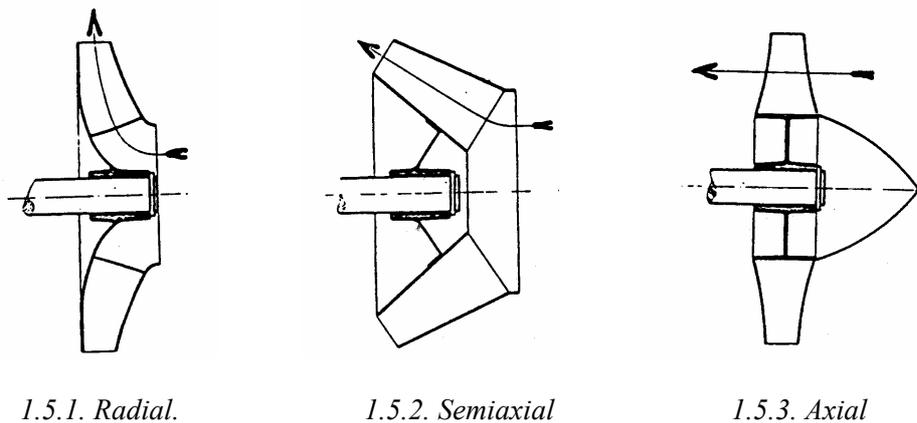


Fig. 1.5. Clasificación geométrica de las turbomáquinas.

Como se verá más adelante, la capacidad que poseen las diversas turbomáquinas de intercambiar mayor o menor cantidad de energía y de hacerlo de un modo más o menos eficiente, depende, no solo de la geometría de la máquina en cuestión, sino también del caudal de fluido que dicha máquina sea capaz de gestionar. De hecho, cualquier turbomáquina queda definida, en cuanto a las prestaciones que ofrece, mediante lo que se denomina curva característica, en la que se relacionan biunívocamente el caudal y la energía aportada al fluido por unidad de volumen. Esto implica que haya máquinas que sean capaces de ofrecer una mejor transferencia de energía para caudales reducidos mientras que otras sean más apropiadas para aplicaciones en las que el volumen de fluido a trasegar por unidad de tiempo sea muy importante. En concreto, las máquinas axiales son más apropiadas para esas situaciones de caudales elevados, consiguiéndose moderadas o bajas tasas de intercambio de energía, mientras que las centrífugas consiguen mayores prestaciones energéticas a costa de mover una menor cantidad de caudal. Estos rangos de trabajo se suelen definir

a través de la velocidad específica, la cual permite anticipar de antemano qué morfología es más recomendable para unas determinadas condiciones de diseño.

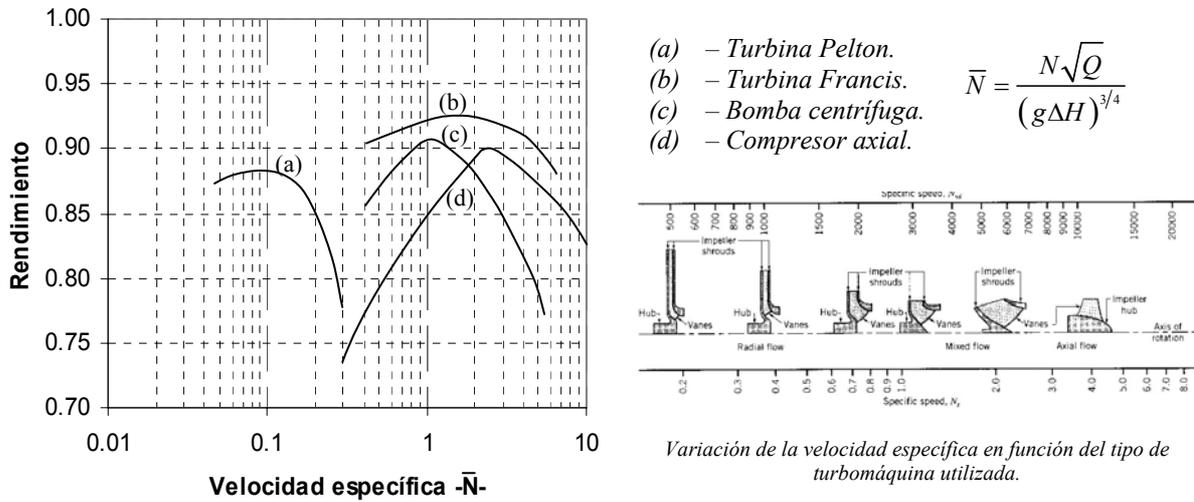


Fig. 1.6. Rango de operación y rendimiento de turbomáquinas.

El objeto de esta tesis es el de estudiar el funcionamiento de una turbomáquina axial y analizar ciertos aspectos relacionados con la interacción que se produce entre las partes fijas y móviles de dichas máquinas.

Toda turbomáquina axial dispone de al menos un rotor, el cual está compuesto por varias paletas o álabes sobre los que aparece una fuerza tangencial que permite proporcionar un par de giro. Es gracias a la presencia de dicho rotor giratorio, el hecho de que se consiga el intercambio energético en la máquina descrito con anterioridad. Básicamente, el rotor consiste en un eje central sobre el cual se van anclando circunferencialmente un número determinado de álabes o paletas. La base de los álabes se identifica normalmente como radio o diámetro de cubo, mientras que el extremo final, correspondiente al diámetro exterior del rotor, se denomina diámetro de punta. La diferencia de ambas posiciones radiales determina la envergadura total del álabe. Existen infinidad de diseños de rodetes y configuraciones de los mismos, en función de los diámetros exteriores e interiores de la corona de álabes, del número de los álabes, de la propia geometría de los álabes, etc. (figura 1.7).

Habitualmente, las máquinas axiales suelen ir entubadas, es decir, que presentan una envolvente –normalmente cilíndrica– que protege al rodete móvil, aunque en muchas aplicaciones, este tipo de máquinas aparecen con el rotor libre, como ocurre en el caso de hélices o aerogeneradores. Para el caso de máquina entubada, el huelgo de punta o huelgo existente entre el diámetro exterior del rodete y la carcasa cilíndrica, también es un parámetro importante en los diseños. Además, la propia geometría de cada álabe juega un papel fundamental en los diseños de las máquinas y en el posterior comportamiento que proporcionará la máquina. En principio, basta con que los álabes presenten una cierta deflexión según su dirección axial o cuerda para que ya sean operativos, pero proporcionándoles una torsión variable en su dirección radial o envergadura se consiguen mejores prestaciones. Del mismo modo, construir cada álabe

a partir de perfiles aerodinámicos justifica su coste constructivo a raíz de la importante mejora en las prestaciones que esto introduce.



1.7.1. Rotor de ventilador



1.7.2. Rotor de turbina axial



1.7.7a. Rotor de compresor



1.7.7b. Rotor de bomba axial

Fig. 1.7. Diversos rodets de turbomáquinas axiales.



Fig. 1.8. Corona móvil de una etapa de una turbina de gas. Detalle de un álabe.

La deflexión que generan los álabes del rotor sobre la corriente introduce siempre una componente circunferencial secundaria que no es aprovechada como trabajo útil. (figura 1.9) Para poder recuperar esa parte de energía cinética que se perdería por difusión aguas abajo, los rodets suelen ir complementados por un estator, o corona de álabes fijos, cuya misión es la de recuperar esa componente y redireccionar axialmente el flujo por completo. Al reducir la energía cinética, se consigue como efecto positivo un aumento en la presión total que proporciona la máquina. La posición del estator también es variable con los diversos tipos de máquinas y puede encontrarse



tanto aguas arriba del rotor como aguas abajo. En el caso de que el estator se sitúe antes de la corona móvil, éste introduce una prerrotación al flujo, prerrotación que desaparece al paso de la corriente por el rodete garantizándose de nuevo a la salida flujo completamente axial. En este caso, es habitual denominar a ese conjunto de álabes de estator como directrices o álabes guía, comúnmente en inglés *inlet guide vanes*. La segunda configuración, más habitual, propone colocar el estator a la salida del rotor. En este caso se suele llamar simplemente estator, aunque en algunos textos se refieren a los álabes del estator como enderezadoras, comúnmente en inglés *vanes*.

La presencia de un rotor y un estator o de un estator seguido de rotor es una configuración muy habitual para una turbomáquina axial. Al conjunto de ambos elementos, uno activo y el otro pasivo, uno móvil y el otro fijo, se le denomina etapa (en inglés, *stage*). Cuando la relación de compresión entre entrada y salida en la máquina es alta, o bien la expansión de un gas turbinado es importante, una única etapa es incapaz de gestionar esa diferencia de nivel energético. En ese caso, las máquinas se construyen con varias etapas sucesivas, de forma que en cada una de ellas se va consiguiendo gestionar una parte del total de la potencia operativa, como sucede en los turborreactores o en las turbinas de vapor o de gas.

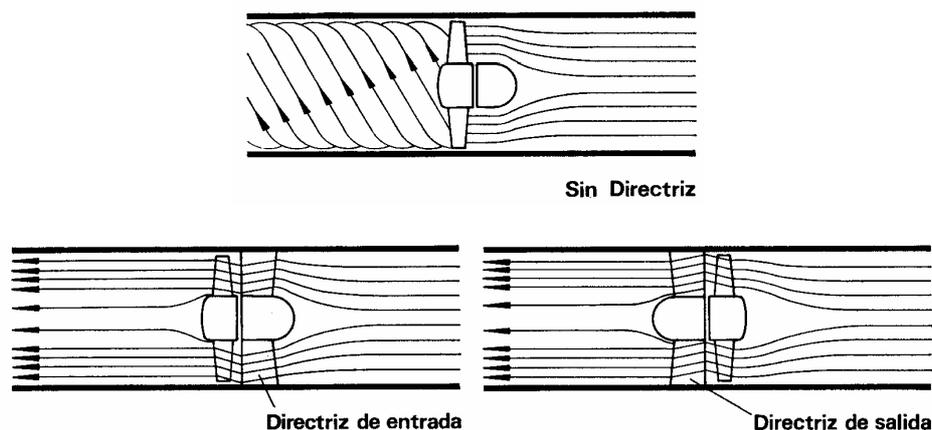


Fig. 1.9. Disposiciones del estator en máquinas axiales.

No escapará al lector la clara complejidad del flujo en una de estas máquinas multietapa, acrecentadas por la existencia de fenómenos transónicos y supersónicos, y en la importancia subyacente de las interacciones entre las diversas coronas sobre las prestaciones finales del equipo.

La máquina que será objeto de este estudio es un ventilador de una única etapa, con configuración de directrices precediendo al rodete. En dicha máquina se podrán distinguir los siguientes elementos constitutivos (figura 1.10):

- Conducto de entrada o aspiración. Es una prolongación de la envolvente cilíndrica de la máquina. Presenta una sección circular por la que el aire es aspirado.



- Núcleo. Es una pieza semiesférica de diámetro igual al del cubo de la máquina. Su propósito es la de efectuar una transición del flujo a través de un gradiente de presiones adverso desde la sección circular completa a la sección de paso comprendida entre cubo y punta del ventilador. Los diseños correctos garantizan la no existencia de flujo desprendido en esa zona.
- Directrices de entrada o estator. Proporcionan una prerrotación al flujo que será corregida por la deflexión de los álabes del rotor aguas abajo.
- Rotor, o rodete, que constituye el corazón de la máquina y en el que se produce el intercambio energético.
- Conducto de salida o impulsión de chorro, que sirve de conducción para el chorro producido por el ventilador.
- Eje de accionamiento del ventilador, a través del cual recibe la energía proporcionada por el motor eléctrico de accionamiento.

Los ventiladores son máquinas destinadas a producir un incremento de presión total pequeño, puesto que su objetivo primordial es acelerar la corriente dotando al flujo de una importante energía cinética a la salida. Es habitual fijar el valor de 1 metro de columna de agua (o relación de compresión respecto a la presión atmosférica de 1.1) como límite de trabajo para los ventiladores; a partir de ese valor las máquinas se denominan habitualmente como soplantes o turbosoplantes, para las cuales ya es conveniente realizar consideraciones de flujo compresible, merced a la variación del volumen específico del gas a través de la máquina (hoy día, incluso para diseños de 0.3 m de columna de agua se tiene en cuenta el comportamiento compresible del gas).<sup>[1]</sup>

<sup>[1]</sup> En los ventiladores modernos de alta calidad y elevada potencia, la línea divisoria convencional está establecida por la norma VDI 2044 en 300 mm de columna de agua. Para fijar ese límite, la norma analiza la magnitud del error cometido al considerar el proceso de compresión del aire no como un proceso compresible adiabático real, sino como una evolución incompresible adiabática ideal. Suponiendo que tanto la energía cinética como potencial no se ven modificados al paso del flujo de aire por la máquina, el incremento de entalpía proporcionado por el ventilador en el proceso real será:

$$(\Delta h)_c = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_1}{\rho_1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right], \text{ siendo } \gamma=1.4 \text{ para el aire. Considerando que } \frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{\Delta P}{P_1} \text{ y haciendo el}$$

desarrollo en serie de la expresión anterior para un error  $O(\Delta P^3)$ , se obtiene finalmente:

$$(\Delta h)_c = \frac{\Delta P}{\rho_1} \left[ 1 - \frac{1}{2\gamma} \left( \frac{\Delta P}{P_1} \right) + \frac{\gamma+1}{6\gamma^2} \left( \frac{\Delta P}{P_1} \right)^2 \right] + O(\Delta P^3)$$

Para flujo incompresible adiabático, la ecuación de la energía aplicada a una turbomáquina cualquiera establece simplemente que  $-w_{\text{eje}} = (h_2 - h_1) = \frac{\Delta P}{\rho_1}$ . Por tanto, el error relativo cometido al considerar la

hipótesis de flujo incompresible, queda definido como:

$$\varepsilon(\%) = 100 \frac{(\Delta h)_c - (\Delta h)_l}{(\Delta h)_c} = 100 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{2\gamma} \left( \frac{\Delta P}{P_1} \right) + \frac{\gamma+1}{6\gamma^2} \left( \frac{\Delta P}{P_1} \right)^2 \right)^{-1} \right]$$

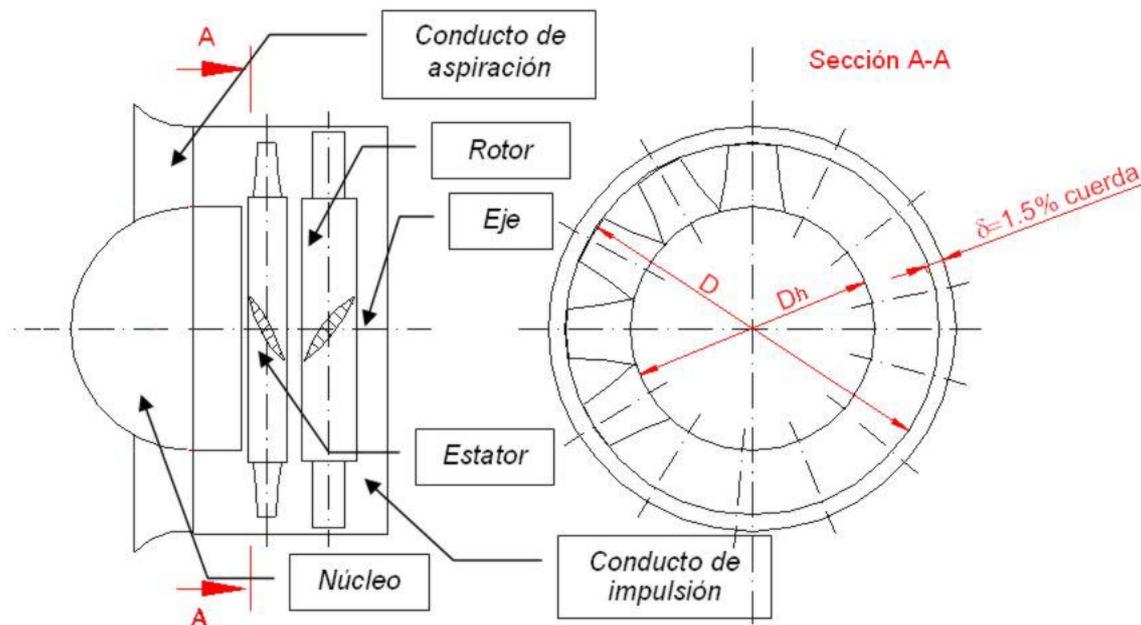


Fig. 1.10. Ventilador axial de una única etapa.

La representación de la ganancia de presión estática generada por la máquina frente al caudal entregado es lo que se denomina *curva característica*, y resume el comportamiento global de la máquina frente a los requerimientos a los que sea expuesta. Habitualmente, se representa en conjunto con el rendimiento de la máquina, que permite determinar el punto de funcionamiento óptimo de la máquina (punto de diseño para rendimiento máximo) (figura 1.11).

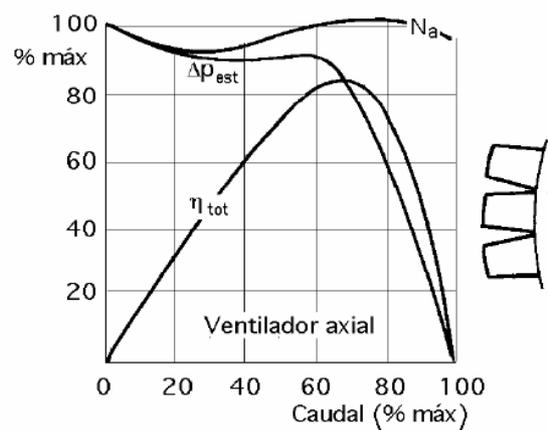


Fig. 1.11. Curva característica de un ventilador axial.

Las curvas características son variables con la velocidad de accionamiento. Esto hace que habitualmente se trabaje sobre curvas adimensionalizadas, que merced a

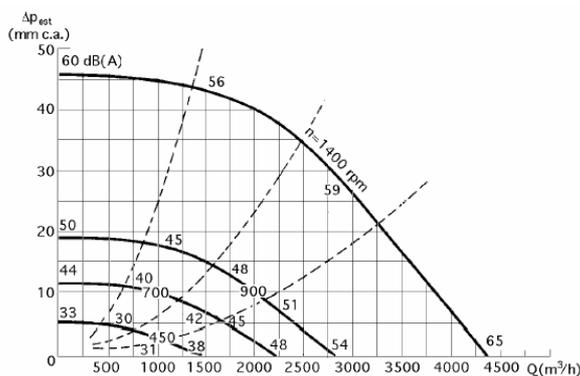
---

Para condiciones normales de trabajo, con presión atmosférica a la entrada de la máquina ( $P_1 = 10.33 \text{ m c. agua}$ ), se obtiene para un incremento de presión en el ventilador de 300 mm de columna de agua, un error relativo de **1.03 %**.

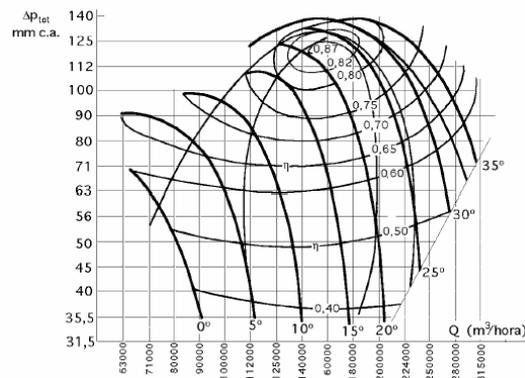


consideraciones de semejanza, permiten reducir las diversas curvas a una única relación cifra de altura – cifra de caudal. De todas formas, los fabricantes evitan emplear descripciones tan académicas de estas curvas y optan por representar las curvas a diversos regímenes de giro, para facilitar su lectura y comprensión (figura 1.12.1).

Así mismo, ciertos ventiladores, diseñados para puntos de funcionamiento variables, pueden orientar el decalaje de sus álabes, resultando varias curvas características en función del ángulo de calado adoptado en la corona móvil (figura 1.12.2)



1.12.1. Curvas a vueltas variables.



1.12.2. Curvas con decalaje variable.

Fig. 1.12. Curvas características típicas de ventiladores axiales.

## 1.3.- TEORÍA DE TURBOMÁQUINAS AXIALES

### 1.3.1.- Introducción.

Ya sea para máquinas axiales o para máquinas con cualquier otro tipo de morfología, el primer acercamiento hacia la comprensión de los mecanismos que permiten el intercambio energético en el interior de una turbomáquina se realiza a partir de la consideración de un modelo unidimensional del flujo. Como se verá en los sucesivos apartados, este modelo permite describir, con una teoría de primer orden, los principales fenómenos que permiten la transmisión de energía, sobre todo, los asociados a la deflexión a la que es sometido el flujo a su paso por los canales de las coronas de álabes. La teoría unidimensional, nacida para estudiar un flujo ideal y potencial, se puede acercar algo más a la realidad a partir de la inclusión de las pérdidas generadas por la fricción con las superficies de álabes y carcasa de la máquina; aunque sólo se consigue estimar un rendimiento de la cascada de la máquina, al ser un valor global lo que se introduce como factor de pérdidas. El siguiente paso se centra en analizar el origen de dichas pérdidas por fricción, que no es otro que el establecimiento de las capas límites en las superficies libres, con el objetivo de obtener una mejor descripción de ese mecanismo viscoso. Una definición geométrica de dichas capas de cortadura, a partir de cierta analogía con las teorías de capa límite, situará el estudio en la frontera con las teorías bidimensionales.

Antes de iniciar un breve viaje por las ecuaciones básicas que permitirán establecer las prestaciones fundamentales de las turbomáquinas, conviene describir cualitativamente cómo es el flujo en el interior de una máquina axial.

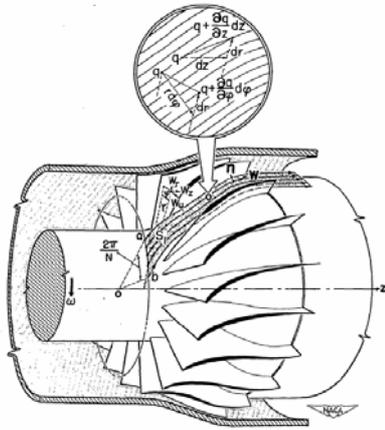


Fig. 1.13.1. Familia de superficies  $S_1$ .

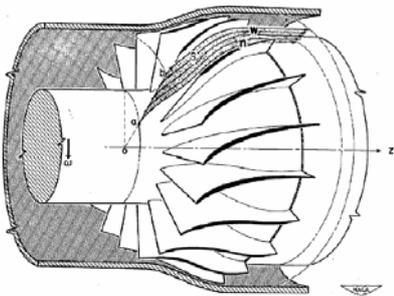


Fig. 1.13.2. Familia de superficies  $S_2$ .

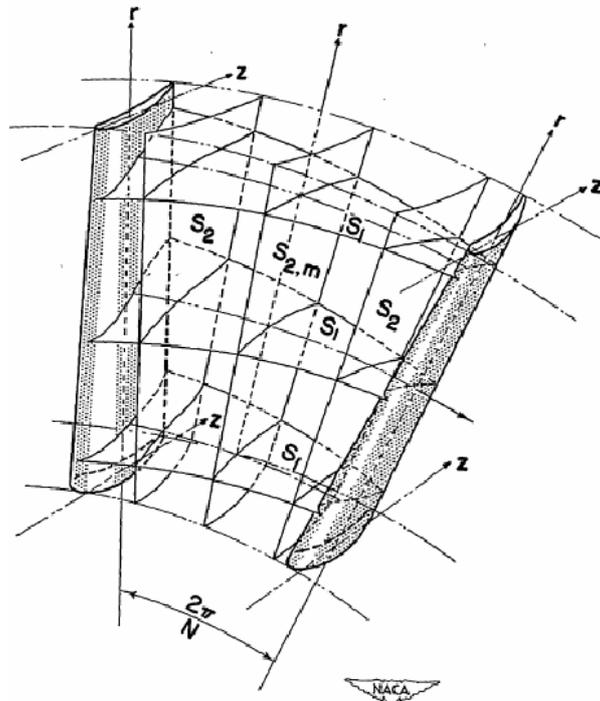


Fig. 1.13.3. Familias de superficies  $S_1$  y  $S_2$  en una máquina axial.

Fig. 1.13. Familias de superficies de corriente. Modelo de Wu.

En primer lugar, conviene recordar que una cosa es establecer un modelo unidimensional para describir el comportamiento o el fenómeno físico que se está estudiando, y otra distinta es la distribución espacial del flujo, esto es, la disposición y trayectoria que siguen las líneas de corriente por el interior de la máquina. Es una obviedad afirmar que por naturaleza, el flujo en el interior de una máquina ha de ser tridimensional, en virtud de la propia tridimensionalidad geométrica de la máquina en cuestión. Ahora bien, dada la inherente complejidad del flujo por su carácter tridimensional, viscoso, variable con el tiempo, turbulento, con regiones de recirculación, flujos de fugas, generación de estelas, etc, es lógico plantear varias hipótesis con el fin de obtener unas ecuaciones de flujo simplificadas. Naturalmente, estas hipótesis deben ajustarse con el mayor grado de aproximación posible a la realidad observada. Con el fin de abordar el flujo tridimensional existente de forma más sencilla, se puede utilizar una simplificación basada en separar el flujo en dos familias de superficies ortogonales entre sí, sobre cada una de las cuales el flujo es bidimensional. Este concepto introducido por *Wu (1952)* define una primera familia de superficies  $S_1$ , que son envolventes –a diferentes posiciones radiales– del cubo de la máquina y cuyas intersecciones con planos perpendiculares al eje de la máquina forman arcos de circunferencia. Para completar el triedro intrínseco, se definen las superficies  $S_2$ , que forman planos radiales entre los canales de las coronas de álabes. Esta disociación espacial permite que se resuelvan por separado en cada familia, las ecuaciones de



continuidad, cantidad de movimiento y energía sobre geometrías bidimensionales, teniendo en cuenta únicamente una cierta interacción entre ambas superficies. Además, en el caso de máquinas axiales (figura 1.13), las superficies S1 son axisimétricas, por lo que su resolución se reduce a la consideración de flujo en cascada, mediante superficies cilíndricas; mientras que las superficies de tipo S2 se reducen al análisis de la superficie media (S2,m en la figura 1.13), suponiendo que sus valores se mantienen en las direcciones radiales merced a la condición de equilibrio radial (*Ver apartado 1.3.4*). Esto último es lo que se conoce como cálculo en el plano meridional y justifica el empleo de un modelo unidimensional para describir el flujo bidimensional en cascada entre los canales de los álabes en las superficies S1.

### 1.3.2.- Teoría unidimensional.

#### 1.3.2.1.- Flujo en cascada. Origen y parámetros geométricos.

La cascada se genera al producir un corte por una envolvente cilíndrica en un radio medio entre el cubo y la punta de la máquina, desarrollando a continuación este corte sobre un plano (figura 1.14). Como se ha comentado implícitamente con anterioridad, es necesario que se realice el corte siguiendo una superficie de corriente (superficie S1). El hecho de no considerar flujo radial, se fundamenta en la hipótesis de equilibrio radial, por el cual posibles gradientes de presión que generasen velocidades radiales, quedan equilibrados por la aceleración centrípeta de las partículas del fluido. Considerando a su vez, un flujo meridional, se están despreciando las variaciones de velocidad y presión entre canales de álabes, constituyendo un esquema de velocidades y presiones unidimensional al paso por el rodete de la turbomáquina.

En resumen, la cascada se define como un número infinito de álabes de igual sección y altura infinitesimal de forma que un flujo uniforme en la dirección circunferencial (entre álabes) los atraviesa bajo condiciones de bidimensionalidad y periodicidad entre álabes (axisimetría).

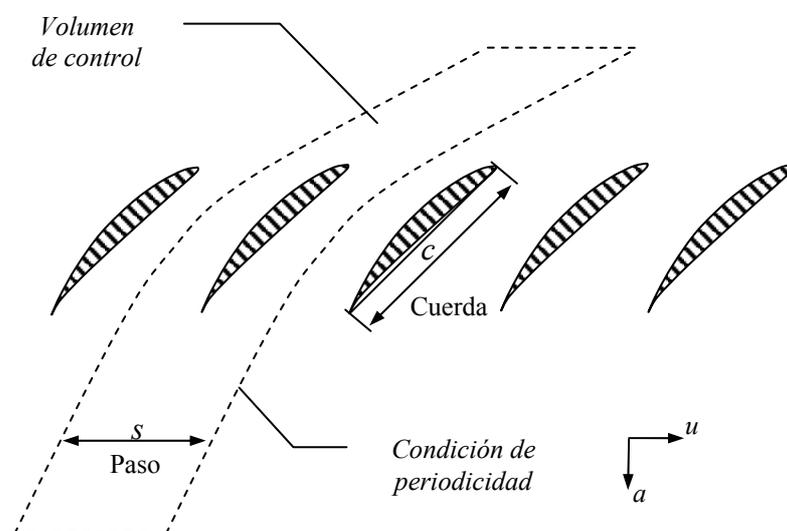


Fig. 1.14. Flujo en cascada.



En toda cascada se definen una serie de parámetros geométricos que son claves en el funcionamiento de la corona. En la figura 1.15 se ha representado un álabe de la cascada y sobre él se han señalado los ángulos que van a definir las prestaciones del perfil. De esta forma, se puede destacar:

- Ángulo de curvatura o de *deflexión del flujo*:  $\kappa$
- Ángulo de *calado* o decaje del álabe:  $^{\circ}\xi$
- *Incidencia* o diferencia entre el ángulo geométrico del álabe a la entrada ( $90^{\circ}-\beta_1'$ ) y el ángulo de entrada del flujo relativo ( $90^{\circ}-\beta_1$ ):  $i$
- *Desviación* o diferencia entre el ángulo geométrico del álabe a la salida ( $90^{\circ}-\beta_2'$ ) y el ángulo de salida del flujo relativo ( $90^{\circ}-\beta_2$ ):  $d$
- Ángulo de *ataque*, ángulo que forman la dirección del flujo relativo y la cuerda del álabe:  $\lambda$ .
- *Solidez*, cociente entre la cuerda y el paso:  $\sigma = c/s$  (figura 1.14); siendo  $s$ , el *paso*, definido como el ancho de cada canal según:  $s = \pi D/Z$ , con  $Z$  el número de álabes de la cascada, y  $D$ , el diámetro de la cascada.

En general, hay dos tipos básicos de cascadas, según se trate de un compresor – cascada que somete al flujo a una deceleración- o de una turbina – cascada que acelera al flujo-. Teniendo en cuenta que la velocidad axial no varía al paso por la máquina - ecuación (1.1)-, se puede establecer fácilmente que:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}$$

Y consecuentemente:

- Si  $\beta_2 > \beta_1 \Rightarrow W_2 > W_1$ , acelerándose el flujo (turbina – máquina receptora).
- Si  $\beta_2 < \beta_1 \Rightarrow W_2 < W_1$ , decelerándose el flujo (compresor – máquina generadora).

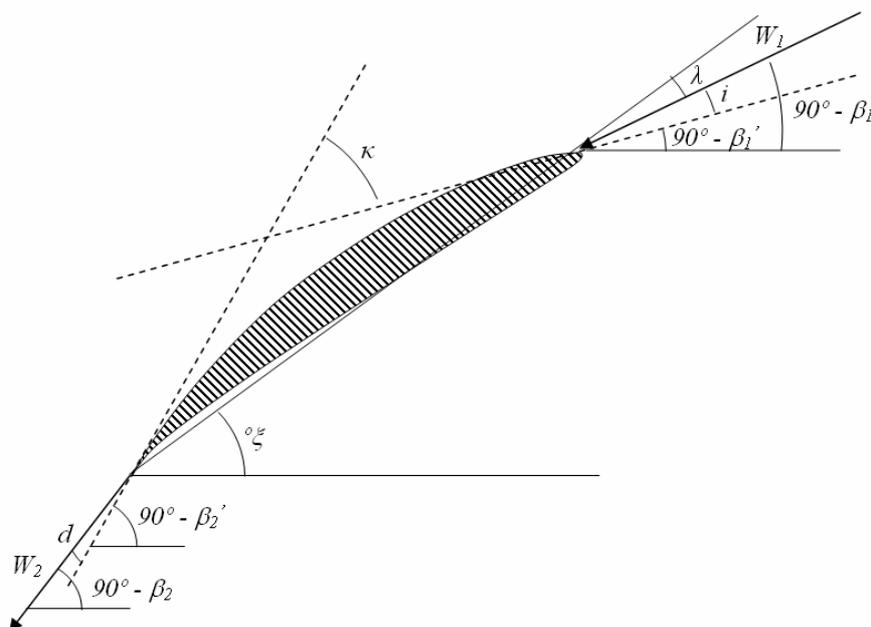


Fig. 1.15. Parámetros geométricos de una cascada.



### 1.3.2.2.- Ecuaciones fundamentales para turbomáquinas axiales.

Una vez descrito el flujo principal al paso por una corona axial y adoptadas las simplificaciones que permiten abordar un estudio unidimensional de las prestaciones básicas de la máquina, se procede a la obtención de las ecuaciones básicas que resumen el fenómeno de intercambio de energía.

Puesto que la máquina permite desarrollar un *intercambio energético* entre un fluido que atraviesa el equipo de forma *continua* y un *eje en rotación*, parece razonable que se evalúen las ecuaciones de la *energía*, de *continuidad*, y de *conservación del momento angular*, para establecer las ecuaciones fundamentales de funcionamiento. De esta forma, se obtiene:

- Ec. Continuidad:  $\dot{m}_2 = \dot{m}_1 = \dot{m}$  <sup>[2]</sup> (1.1)

- Ec. Energía:  $-\dot{W}_{\text{eje}} = \dot{m}(h_{02} - h_{01})$  <sup>[3]</sup> (1.2)

- Ec. Mom. cinético:  $-\dot{W}_{\text{eje}} = \dot{m}(UV_{2u} - UV_{1u})$  <sup>[4]</sup> (1.3)

De las ecuaciones (1.2) y (1.3) se puede establecer directamente que  $\Delta h_0 = UV_{2u} - UV_{1u}$ , lo cual expresado por completo de forma incremental, ofrece:

$$\Delta(h_0 - UV_u) = 0 \quad (1.4)$$

A la vista de esta ecuación, se concluye que al paso por el interior la máquina, la diferencia de la entalpía de estancamiento y del producto de la velocidad de rotación por la componente circunferencial de la velocidad absoluta, permanece constante. A esa variable, se la denomina *rotalpía (I)*, cuyo significado etimológico pretende ser el de “entalpía de parada rotacional”.

---

[2] Para máquinas de una entrada de flujo y una salida, en régimen estacionario, se cumple que el flujo másico que entra a la máquina por la superficie de control 1, es igual al que abandona la máquina por la superficie de control 2. En máquinas de flujo incompresible, se puede postular la igualdad de flujos volumétricos, por cuanto la densidad se mantiene invariable al paso por el rotor.

Así mismo, de esta ecuación se desprende que la componente axial de la velocidad, ya sea considerado el flujo absoluto o relativo, se mantiene constante o invariante al paso por las diversas coronas que compongan la turbomáquina. Esta consideración se desprende de la propia ecuación (1.1) aplicada sobre el volumen de control de la figura 1.10, obteniéndose que  $W_{1a} = W_{2a} = W_a$  (cte).

[3] El trabajo en el eje, con signo positivo intrínseco si es desarrollado por el fluido, es igual al producto del flujo másico por el incremento de la entalpía de estancamiento, definida como:  $h_0 = h + V^2/2 = u + p/\rho + V^2/2$ . Se desprecian diferencias de cota y efectos gravitatorios, así como transferencias de calor por la carcasa ( $\dot{Q} = 0$ ).

[4] Esta expresión es válida para máquinas axiales, pues las líneas de corriente en la superficie S1 mantienen su radio característico al paso por el rodete.



### 1.3.2.3.- Análisis de fuerzas en cascadas. Arrastre y sustentación.

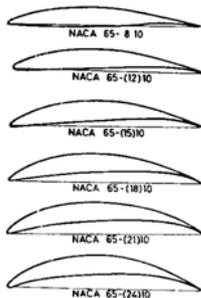
Las ecuaciones fundamentales usadas en el tratamiento de turbomáquinas no tienen en cuenta efectos viscosos ni pérdidas por fricción en la superficie de los álabes. Por tanto, para ajustar más a la realidad el modelo, se han de considerar los esfuerzos que aparecen sobre cada uno de los álabes, para poder asociar unas pérdidas relacionadas con la fuerza de arrastre que introducen las coronas.

Ha de tenerse en cuenta, que el flujo en cascada es habitual en el estudio de perfiles aerodinámicos. De hecho, el origen de dichos perfiles nace por su utilidad para aplicaciones aeronáuticas, donde se estudian esas geometrías en túneles de viento para caracterizar sus prestaciones tanto de sustentación como de arrastre. Conocida esa relación entre arrastre y sustentación en función de diversos parámetros, como la incidencia de la corriente, la velocidad, la rugosidad de los álabes, etc, se puede definir un coeficiente de arrastre que permitirá estimar las pérdidas por fricción viscosa.<sup>[5]</sup>

En los túneles de viento es evidente que no hay esfuerzos generados por el par de giro de los álabes, pues éstos están quietos. Además, no aparece un flujo radial según la envergadura del álabe por lo que la hipótesis de flujo bidimensional está completamente justificada. Esto implica que la extrapolación de esos resultados al caso de álabes de rodetes es acertada cuando la máquina presenta una alta relación base/punta en la que los efectos tridimensionales son despreciables. Sin embargo, el hecho que parece más conflictivo, el que resulta de comparar resultados en álabes quietos a los que les incide una determinada corriente de aire, frente a otros que giran en el interior de una máquina, se resuelve satisfactoriamente si se consideran dos marcos de referencia complementarios: uno fijo para un observador quieto y otro móvil o relativo, anclado en el eje de giro del rotor. De esta forma, resulta que las leyes que son obtenidas para el flujo en túnel de viento son de aplicación sobre el flujo relativo entre los álabes en rotación de la turbomáquina, justificándose el empleo de los triángulos de velocidad (figura 1.16) que relacionan ambos marcos de referencia a partir de una simple relación vectorial.

En la figura 1.16 se ha representado el volumen de control alrededor de un álabe de la cascada, que es adoptado para aplicar la ecuación de cantidad de movimiento. Dicha ecuación permite evaluar los valores de las fuerzas por unidad de ancho que son generadas sobre el álabe. De esta forma:

[5] Obviamente, no está dentro de los objetivos de este apartado describir en detalle el origen, desarrollo y tipologías de los perfiles aerodinámicos que se emplean en los álabes de las turbomáquinas (*Abbott, 1959*). Apuntar únicamente, que el tipo de álabe que se emplea depende de la aplicación y del número de Mach de trabajo. Así, para máquinas subsónicas, las superficies de los álabes son arcos o parábolas que tratan de conseguir una entrada y salida suave del flujo con el máximo posible de incremento de presión. Existen diferentes familias de geometrías, desarrolladas a mediados del siglo XX, que se emplean habitualmente y que se han caracterizado mediante ensayos de túnel de viento, como las series 4, 5 y 6 de álabes NACA o los álabes circulares C4. De entre esas familias, destaca la serie NACA 65 (ver figura adjunta) que presenta unas prestaciones muy importantes en cuanto al incremento de presión que consigue.





$$F_a = (p_2 - p_1)s \quad (1.5)$$

$$F_u = \rho s W_a (W_{u1} - W_{u2}) = \rho s W_a^2 (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad (1.6)$$

Al considerar unas pérdidas por fricción entre la entrada y la salida, se igualan las presiones totales del flujo entre 1 y 2, añadiendo un término de caída de presión de forma que se cumple:

$$\frac{\Delta p_0}{\rho} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) \quad (1.7)$$

A partir de un poco de álgebra sencilla, sustituyendo en la ecuación (1.7) las expresiones obtenidas en (1.5) y (1.6), se consiguen expresar las pérdidas en función de las fuerzas sobre los álabes según:

$$\frac{\Delta p_0}{\rho} = \frac{1}{\rho s} (-F_a + F_u \tan \beta_\infty) \quad (1.8)$$

Las pérdidas se suelen adimensionalizar según la expresión:  $\xi = \frac{\Delta p_0}{\frac{1}{2} \rho W_a^2}$ , pasando a denominarse como “coeficiente de pérdidas de presión total”<sup>[6]</sup>.

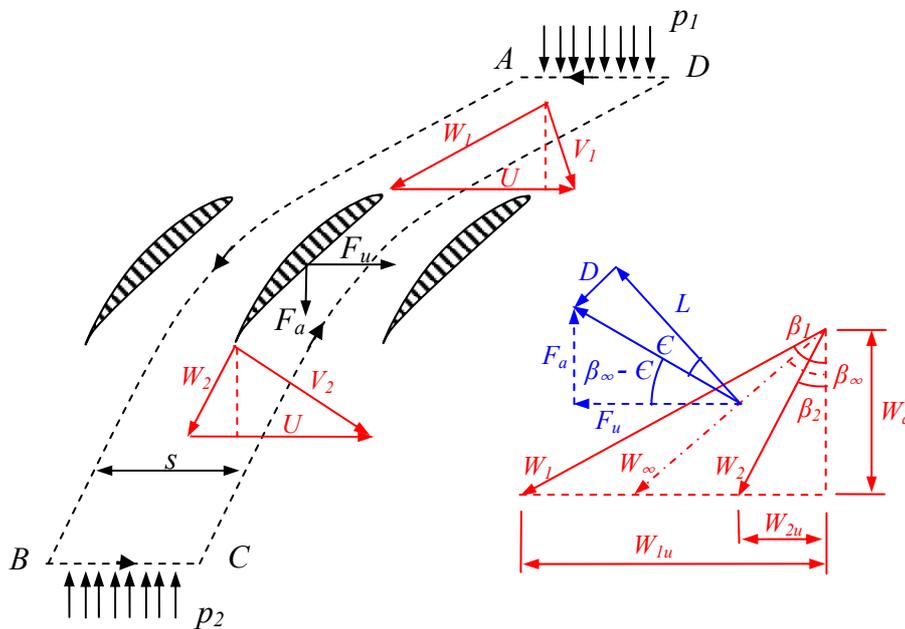


Fig. 1.16. Flujo en cascada. Triángulos de velocidad y esfuerzos.

[6] Por analogía, se definen el coeficiente de aumento de presión:  $C_p = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \rho W_a^2}$ ; y el coeficiente de

fuerza tangencial o circunferencial:  $C_f = \frac{F_u}{\frac{1}{2} \rho s W_a^2}$



Es de mayor utilidad, descomponer estas fuerzas en las direcciones que marcan el arrastre y sustentación, definidas éstas, a partir de la deflexión media de la corriente relativa al álabe. El ángulo correspondiente a dicha deflexión media será:  $\tan \beta_\infty = \frac{1}{2}(\tan \beta_1 + \tan \beta_2)$ . Como se puede observar en la figura 1.16, entonces:

$$L = F_u \cos \beta_\infty + F_a \sin \beta_\infty \quad (1.9)$$

$$D = F_u \sin \beta_\infty - F_a \cos \beta_\infty \quad (1.10)$$

A partir de la expresión del arrastre de la ecuación (1.10) y de lo deducido en (1.8) se establece rápidamente que:

$$D = s\Delta p_0 \cos \beta_\infty \quad (1.11)$$

así como, a partir de (1.9) y (1.8),

$$L = \rho s W_a^2 (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \frac{1}{\cos \beta_\infty} - s\Delta p_0 \sin \beta_\infty \quad (1.12)$$

Obsérvese que se consigue una relación directa entre la fuerza de arrastre en el álabe y las pérdidas por fricción evaluadas a partir de la ecuación de Bernoulli generalizada para una línea de corriente entre 1 y 2. Normalmente, estos esfuerzos se adimensionalizan a partir de la velocidad relativa en la deflexión media, según las expresiones:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho W_\infty^2 c} \quad C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho W_\infty^2 c}$$

En dichas expresiones aparece la cuerda de los álabes,  $c$ , que junto con el paso, o ancho circunferencial de los canales, definen el parámetro característico de toda corona de álabes denominado solidez:  $\sigma = \frac{c}{s}$ . La solidez informa precisamente de la relación entre el espacio libre de los canales y el bloqueo debido al espesor de los propios álabes. Además, hay una relación entre la carga sobre los álabes y el caudal que la máquina es capaz de gestionar sin bloquearse a partir de la solidez que presenta la máquina.

A partir de estos parámetros adimensionales y de las ecuaciones (1.11) y (1.12) se llega finalmente a establecer:

$$C_D = \xi \frac{\cos^3 \beta_\infty}{\sigma} \quad C_L = \frac{2}{\sigma} \cos \beta_\infty (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) - C_D \tan \beta_\infty$$

Generalmente, los coeficientes de arrastre no exceden valores de 0.08, mientras que el de sustentación ronda la unidad, por tanto en la anterior expresión del  $C_L$  es habitual desprestigiar el segundo sumando. Por tanto, la relación entre ambos se puede aproximar por:



$$\epsilon \approx \tan \epsilon = \frac{C_D}{C_L} \approx \frac{\xi}{2} \frac{\cos^2 \beta_\infty}{(\tan \beta_1 - \tan \beta_2)} \quad (1.13)$$

donde se ha aproximado la tangente por su ángulo en radianes (figura 1.16), merced al pequeño tamaño de dicho ángulo<sup>[7]</sup>.

Finalmente, cabe reseñar que la circulación ( $\Gamma$ ) de la velocidad a lo largo de la superficie de control cerrada constituye también una medida de la capacidad de modificación de la cantidad de movimiento de un perfil y, por tanto, de la capacidad de creación de sustentación del álabe. Considerando la figura 1.16, se puede establecer que:

$$\Gamma = \oint \vec{W} \cdot \vec{d\ell} = \int_{AB} \vec{W} \cdot \vec{d\ell} + \int_{BC} \vec{W} \cdot \vec{d\ell} + \int_{CD} \vec{W} \cdot \vec{d\ell} + \int_{DA} \vec{W} \cdot \vec{d\ell} = -W_{2u}s + W_{1u}s$$

Debido a la condición de periodicidad, las integrales sobre las superficies  $AB$  y  $CD$  son iguales y de signo contrario, por lo que se anulan entre sí. Introduciendo este resultado en la ecuación (1.12) se obtiene:

$$L = \rho W_a \frac{\Gamma}{\cos \beta_\infty} - D \frac{\sin \beta_\infty}{\cos \beta_\infty}$$

Cuando no se considera la existencia de arrastre y se analiza flujo potencial, dicha ecuación se reduce al Teorema de Kutta-Joukowski:  $L = \rho \Gamma W_\infty$ .

#### 1.3.2.4.- Prestaciones para una etapa axial. Estimación del rendimiento.

Para máquinas axiales de cierta aplicación industrial, se justifica la presencia de una etapa guiadora del flujo que permita recuperar la componente circunferencial de la velocidad a la salida del rotor en forma de presión estática. Por tanto, es interesante efectuar el análisis en cascada para una etapa completa, en la que se han de considerar pérdidas tanto en rotor como en estator, así como qué proporción de la presión es aportada por cada corona.

Se define el grado de reacción teórico como la relación entre el incremento de energía en forma de presión y el incremento de energía total generado en el rotor. Para una máquina de flujo incompresible, esos incrementos de energía se pueden considerar a partir de las presiones estáticas y la presión total de forma que:

$$\chi = \frac{\Delta p_{est}}{\Delta p_{tot}} = 1 - \frac{\Delta p_{din}}{\Delta p_{tot}} = 1 - \frac{1/2 \rho (V_2^2 - V_1^2)}{U (V_{2u} - V_{1u})} = \frac{W_{1u} + W_{2u}}{2U} \quad (1.14)$$

La figura 1.17 representa los triángulos de velocidad genéricos de una etapa axial, adimensionalizados por la velocidad de arrastre  $U$ . Gráficamente, se puede reconocer el valor del grado de reacción, que es un parámetro importante a elegir en el

<sup>[7]</sup> Para un  $C_D$  característico de valor 0.08 y un valor unitario del  $C_L$ , el ángulo es de 4.5°, y el error cometido por aproximar la tangente de dicho ángulo por el mismo es de un 0.21%.

diseño de máquinas axiales. Sobre la propia figura se han definido otros dos coeficientes muy importantes. Uno es el coeficiente de flujo,  $\phi$ , que tiene en cuenta el valor de la velocidad axial de paso por la máquina (análogo al caudal); mientras que el otro coeficiente,  $\varphi$ , se relaciona con la deflexión que aportan los álabes, y por tanto con la circulación. En definitiva, a partir de (1.6) se puede establecer que:

$$F_{uR} = \rho s_R W_a (W_{1u} - W_{2u}) = \rho s_R \phi U \varphi U = \rho s_R \phi \varphi U^2 \quad (1.15)$$

$$F_{uS} = \rho s_S V_a (V_{1u} - V_{2u}) = \rho s_S \phi U \varphi U = \rho s_S \phi \varphi U^2 \quad (1.16)$$

A la vista de la ecuación (1.5), el incremento de presión entre entrada y salida para el rotor y para el estator, se puede definir como:  $\Delta p_R = \frac{F_{aR}}{s_R}$  y  $\Delta p_S = \frac{F_{aS}}{s_S}$ . De los triángulos de fuerzas de la figura 1.17, se deduce que:  $\tan(\beta_\infty - \epsilon_R) = \frac{F_{aR}}{F_{uR}}$  y  $\tan(\alpha_\infty - \epsilon_S) = \frac{F_{aS}}{F_{uS}}$  y aplicando expresiones trigonométricas de las tangentes, aproximando la tangente de  $\epsilon$  por el ángulo, así como que:  $\tan \beta_\infty = \chi/\phi$  y  $\tan \alpha_\infty = (1 - \chi)/\phi$ , se deduce finalmente que:

$$\Delta p_R = \rho \phi \varphi U^2 \frac{\chi - \phi \epsilon_R}{\phi + \epsilon_R \chi} \quad \Delta p_S = \rho \phi \varphi U^2 \frac{1 - \chi - \phi \epsilon_S}{\phi + \epsilon_S (1 - \chi)} \quad (1.17)$$

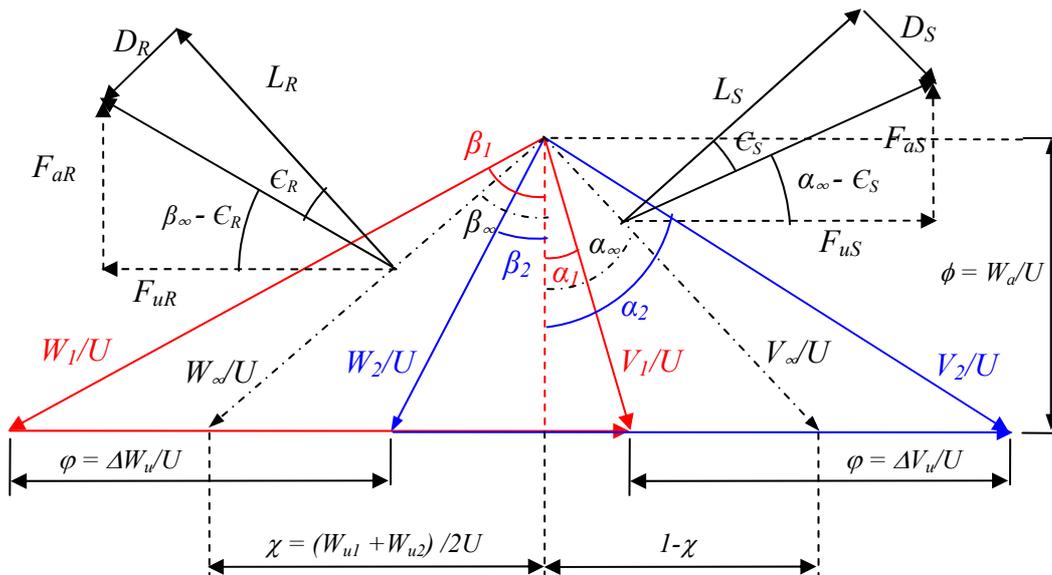


Fig. 1.17. Triángulos de velocidad para una etapa axial.

Por tanto, el incremento de presión total en la etapa axial, se puede expresar, mediante el grado de reacción teórico como:



$$\Delta p_{etapa} = \rho \phi \phi U^2 \left[ \frac{\chi - \phi \epsilon_R}{\phi + \epsilon_R \chi} + \frac{1 - \chi - \phi \epsilon_S}{\phi + \epsilon_S (1 - \chi)} \right] \quad (1.18)$$

Si el flujo a través de la etapa no tuviese fricción, los cocientes de arrastre y sustentación para rotor y estator se anularían, obteniendo el incremento de presión ideal:  $\Delta p_{etapa}^* = \rho \phi U^2$ . Puesto que el incremento de presión en el rotor se reduciría asimismo a  $\Delta p_R^* = \rho \phi \chi U^2$ , es evidente que el grado de reacción ideal contempla:  $\chi = \Delta p_R^* / \Delta p_{etapa}^*$ . Por analogía, el grado de reacción real, se calcularía como:  $\chi = \Delta p_R / \Delta p_{etapa}$ .

Se puede definir un rendimiento total de la etapa, como el cociente entre el incremento de presión total que se produce y el incremento ideal para el caso de no fricción. De esta forma:

$$\eta_{etapa} = \frac{\Delta p_{etapa}}{\Delta p_{etapa}^*} = \phi \left[ \frac{\chi - \phi \epsilon_R}{\phi + \epsilon_R \chi} + \frac{1 - \chi - \phi \epsilon_S}{\phi + \epsilon_S (1 - \chi)} \right] \quad [8] \quad (1.19)$$

A nadie se le escapa que interesa un rendimiento máximo, por lo que se busca el grado de reacción que permita que se haga máxima la expresión (1.19). Imponiendo que  $\partial \eta / \partial \chi = 0$ , para el caso en que se cumpla que  $\epsilon_R = \epsilon_S = \epsilon$ , se obtiene que el grado de reacción óptimo es de 0.5. Si además, para dicho caso, se busca el coeficiente de flujo que maximiza la expresión del rendimiento mediante  $\partial \eta / \partial \phi = 0$ , el resultado es que  $\phi_{opt} \Big|_{\chi=0.5} = 1/2 \left( \sqrt{1 + \epsilon^2} - \epsilon \right)$ , obteniéndose como maximum maximorum de la expresión del rendimiento el valor:  $\eta_{etapa}^{MAX} = 1 + 2 \epsilon^2 - 2 \epsilon \sqrt{1 + \epsilon^2}$ .

En determinadas ocasiones, puede ser interesante no adoptar grados de reacción iguales a 0.5. Por ejemplo, en máquinas de altas velocidades de flujo interesa adoptar grados de reacción próximos a la unidad (por cuestiones de difusión de la velocidad relativa). Curiosamente, tanto para el caso de etapas con grado de reacción unitario, como para aquellas con grado de reacción cero, el rendimiento óptimo a partir del máximo para  $\partial \eta / \partial \phi = 0$  es:  $\eta_{etapa}^{opt} = 1 + 3 \epsilon^2 - 2 \sqrt{2} \epsilon \sqrt{1 + \epsilon^2}$ .

La elección del grado de reacción fijará las deflexiones y tipología de curvatura que deberán presentar los álabes tanto de la corona fija como de la corona móvil. La figura 1.18 resume todas las posibilidades de una etapa axial en función del grado de reacción de diseño.

[8] Ese rendimiento total también puede evaluarse de forma alternativa mediante la siguiente expresión:

$$\eta_{etapa} = \underbrace{\left[ 1 - \frac{2 \epsilon_R}{\text{sen } 2 \beta_\infty + 2 \epsilon_R \text{sen}^2 \beta_\infty} \right]}_{\text{Contribucion del rotor}} + \underbrace{\left[ 1 - \frac{2 \epsilon_S}{\text{sen } 2 \alpha_\infty + 2 \epsilon_S \text{sen}^2 \alpha_\infty} \right]}_{\text{Contribucion del estator}}. \quad \text{Los términos asociados al}$$

cuadrado del seno de los ángulos son despreciables.

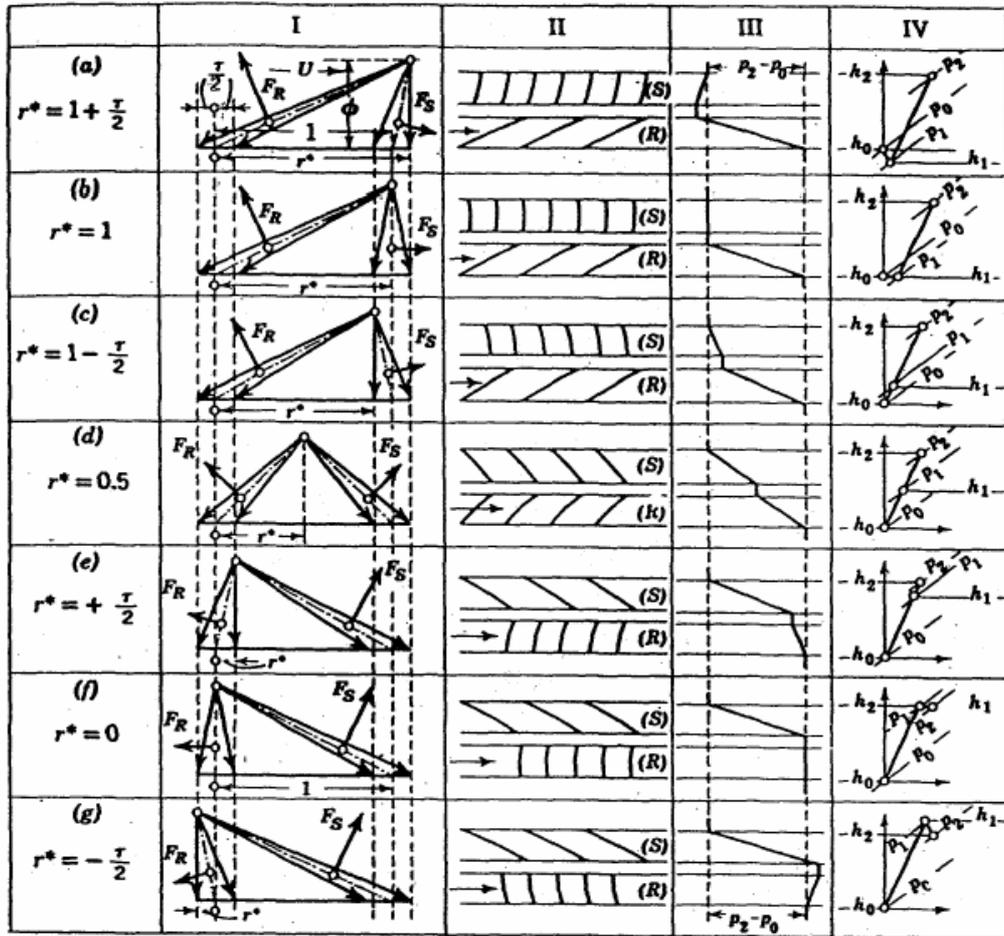


Fig. 1.18. Diversos grados de reacción en una etapa axial.

Es mucho más interesante, retomar la expresión (1.19), considerando la condición de que  $\epsilon_R = \epsilon_S$ , y tras despreciar los términos de orden superior, reordenar la expresión para obtener la siguiente ecuación de una circunferencia desplazada del origen:

$$(\phi - \phi_0)^2 + (\chi - 1/2)^2 = R^2 ; \quad \phi_0 = \frac{1 - \eta}{4\epsilon} ; \quad R^2 = \phi_0^2 + \frac{1 - 2\eta}{4} \quad (1.20)$$

Si se representa dicha ecuación, por ejemplo para el caso de  $\epsilon_R = \epsilon_S = 0.04$ , se obtiene la figura 1.19. El punto de rendimiento máximo, situado como ya se discutió antes para  $\chi = 0.5$ , tiene un valor  $\phi_0$  que se obtiene tras igualar la expresión del radio a cero. Como puede observarse de la gráfica, interesan coeficientes de flujo superiores a 0.4, pues por debajo de ese valor, las curvas presentan un rendimiento que desciende rápidamente.

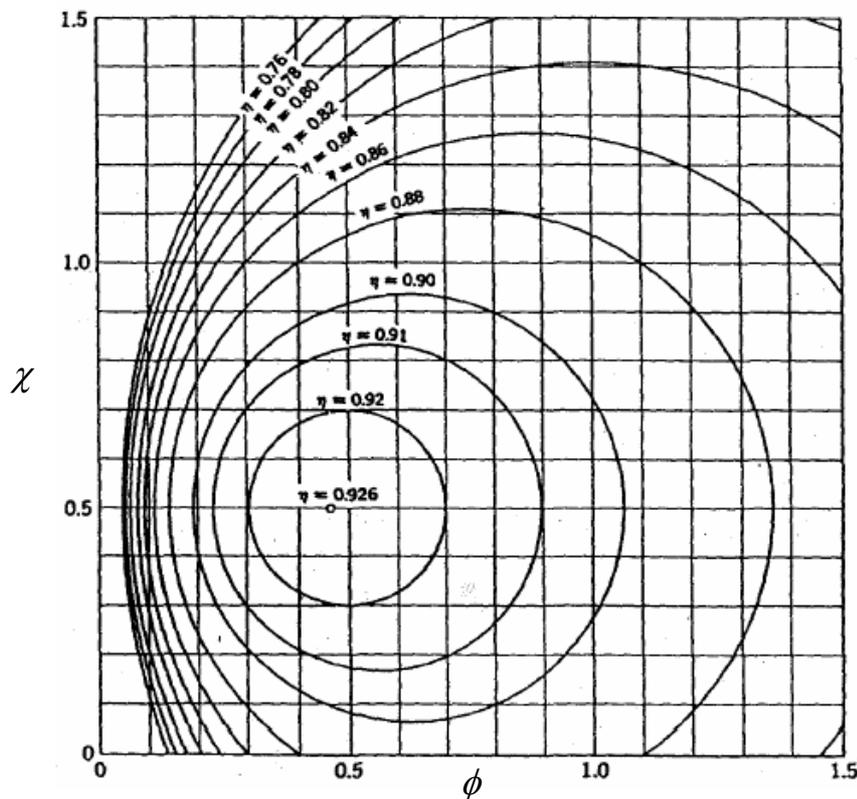


Fig. 1.19. Mapas de isorrendimiento en una etapa axial para  $\epsilon_R = \epsilon_S = 0.04$ .

### 1.3.2.5.- Curvas características de etapas axiales.

Las curvas características se emplean para medir las prestaciones de las máquinas mediante la relación unívoca que se establece entre en el caudal de circulación y la presión proporcionada por la máquina. Aplicando criterios de semejanza, las curvas características pasan de representarse en un gráfico  $(\Delta p-Q)$  –en los que se tienen varias curvas en función de la velocidad de accionamiento–, a un gráfico  $(\psi-\phi_c)$  adimensional, en el que se reduce la casuística a una única curva. En la bibliografía tradicional, esos parámetros se denominan “cifra de caudal” y “cifra de presión o altura” y se evalúan de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$\phi_c = \frac{Q}{\omega D^3} \quad \psi = \frac{gH}{\omega^2 D^2}$$

La elección de la nomenclatura  $\phi$  para el coeficiente de flujo no es arbitraria. Se ha adoptado la misma denominación que para la cifra de caudal merced a la siguiente relación adimensional:

$$\phi_c \equiv \frac{Q}{\omega D^3} = \frac{V_a (\pi D^2 / 4)}{(U / (D/2)) D^3} = \frac{V_a \pi}{U 8} = \phi \frac{\pi}{8}$$



A pesar de que aparece un coeficiente  $\pi/8$ , adimensionalmente, se está hablando de la misma variable. Del mismo modo, para la cifra de caudal se puede determinar la siguiente relación:

$$\psi = \frac{gH}{\omega^2 D^2} = \frac{\Delta p / \rho}{4U^2} = \frac{\Delta p}{\rho U^2} \frac{1}{4}. \text{ Como } \Delta p = \eta \cdot \Delta p^* = \eta \cdot \rho \varphi U^2 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\rho U^2} = \eta \varphi$$

Nuevamente, se obtiene una relación directa:  $\psi = \eta \varphi \frac{1}{4}$  a través de un coeficiente  $1/4$ .

En definitiva, se pueden expresar las curvas características de la etapa axial, a partir de un gráfico adimensional ( $\eta \varphi - \phi$ ).

En el aparatado anterior, se hicieron consideraciones para la elección del grado de reacción óptimo de una etapa para su punto de diseño. Cuando se trabaja en el punto de diseño, las velocidades presentan los mismos ángulos e inclinaciones que los geométricos del álabe, por lo que las pérdidas por choque son casi nulas y las de fricción mínimas. Ahora bien, cuando se pretende analizar el comportamiento de la máquina en todo un rango de caudales, los ángulos de ataque del flujo sobre los álaves (de inclinación fija, salvo máquinas particulares que permitan variación del decalaje) variarían, modificándose del mismo modo los coeficientes de pérdidas (el arrastre). Si se trabaja con una etapa de forma que en su punto de diseño presenta unos valores  $\phi_d$ ,  $\chi_d$  y  $\varphi_d$ , al cambiar el caudal de paso, se tiene un nuevo  $\phi'$ . Puesto que los ángulos  $\alpha_1$  y  $\beta_2$  sí que se mantienen, es relativamente sencillo (a través de los nuevos triángulos de velocidad) llegar a la conclusión de que:

$$\varphi' = 1 - (1 - \varphi_d) \frac{\phi'}{\phi_d} \quad \chi' = 1/2 + (\chi_d - 1/2) \frac{\phi'}{\phi_d}$$

Llegados a este punto es necesario disponer de datos acerca de las prestaciones de los perfiles cuando el ángulo de ataque del flujo relativo a los mismos varía con respecto al punto nominal. Es habitual acudir a gráficos en los que entrando con la variación relativa o absoluta de la incidencia, se obtiene el valor del coeficiente de pérdidas,  $\xi$ . La ecuación (1.13) calculará los nuevos  $\epsilon_R$  y  $\epsilon_S$ , permitiendo evaluar de esta forma el rendimiento,  $\eta'$ , en la nueva situación según (1.19). El producto de  $\varphi'$  y  $\eta'$  posibilita la construcción de la curva característica adimensionalizada.

### 1.3.3.- Teoría bidimensional.

El modelo unidimensional que se ha desarrollado en el aparatado anterior consideraba de forma global la presencia de pérdidas asociadas a las capas límites establecidas en las superficies de los álaves. Esta consideración permitía mantener la hipótesis de no existencia de variación circunferencial de la velocidad ni de la presión. Ahora bien, si se quiere ser más riguroso en la consideración de esas capas límite, es preciso establecer un patrón de velocidad que tenga en cuenta el gradiente de velocidad en dichas capas y en las ulteriores estelas que se generarán a partir de los bordes de



salida de los álabes. La figura 1.20 muestra de forma muy ampliada el concepto que se está introduciendo. Aun así, se habla de modelos cuasi-bidimensionales, por cuanto no se considera una variación de la velocidad de estela a estela; únicamente se tomará el gradiente asociado a la capa límite.

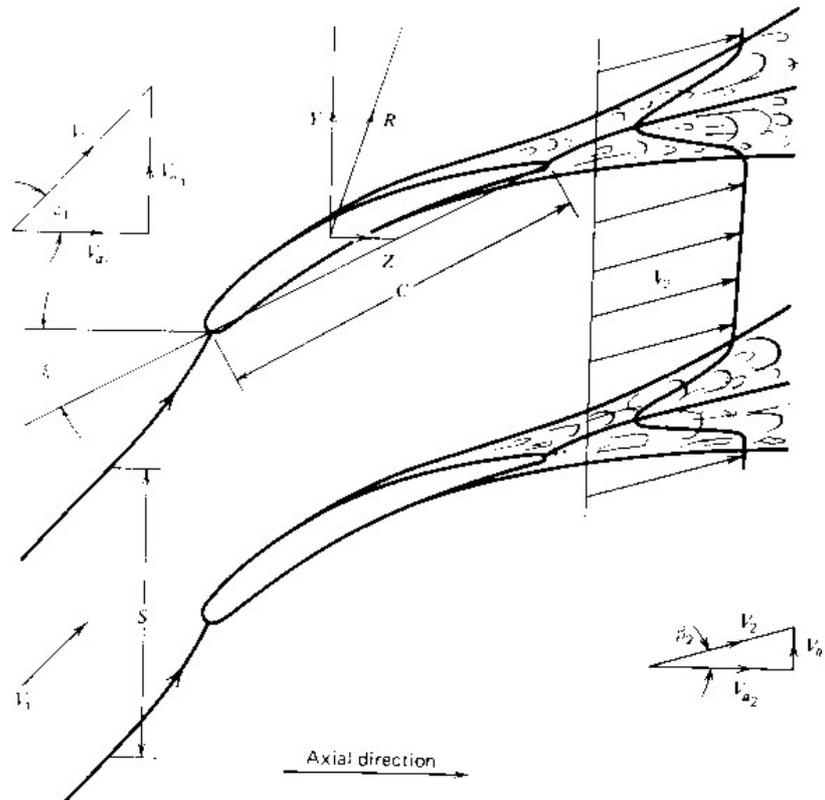


Fig. 1.20. Flujo en cascada con estelas a la salida del rotor.

### 1.3.3.1.- Teoría de capa límite.

Aunque las capas límites que se establecen en los canales de las turbomáquinas difieren en ciertos aspectos con las que se analizan en la teoría clásica de capa límite<sup>[9]</sup>, es habitual recurrir a ciertos conceptos muy ligados a dicha teoría para describir del mismo modo las capas de cortadura viscosa generadas por los álabes en rotación.

<sup>[9]</sup> Algunos de esos aspectos se pueden resumir en los siguientes puntos:

- Importantes efectos tridimensionales, causados por la curvatura del flujo, por las fuerzas centrífugas generadas o por fuerzas de Coriolis. Los gradientes de presión en la dirección radial no compensados en las proximidades de cubo y punta de la máquina, el huelgo axial con la carcasa exterior o el retorcimiento de los álabes también generan tridimensionalidad en las capas límite.
- Grandes aceleraciones y cambios en la dirección del flujo.
- Alta turbulencia, incluso en el flujo entre canales, alejados de los efectos de pared.
- Interacción de dos o más capas límites –interacción de capas límites de las caras de succión y presión con las capas límites de cubo y carcasa.
- No estacionariedad del flujo como consecuencia de estelas generadas en cascadas precedentes.
- Efectos de compresibilidad y transmisión de calor en máquinas térmicas

La figura 1.21 muestra esquemáticamente cómo se desarrolla la capa límite asociada a la superficie de los álabes. A partir del punto 1 en que se ha generado una capa límite turbulenta más o menos desarrollada, debido al cambio de curvatura en los álabes, el gradiente cambia de sentido y se inicia un proceso que desembocaría en un desprendimiento de la capa límite a partir del punto de separación. Para un análisis más exhaustivo, se introduce el efecto del gradiente de presión en la dirección de la corriente (despreciando el gradiente transversal en el interior de la capa límite), lo cual desemboca en la necesidad de considerar la ecuación clásica de Von Kármán (*Schlichting, 1979*).

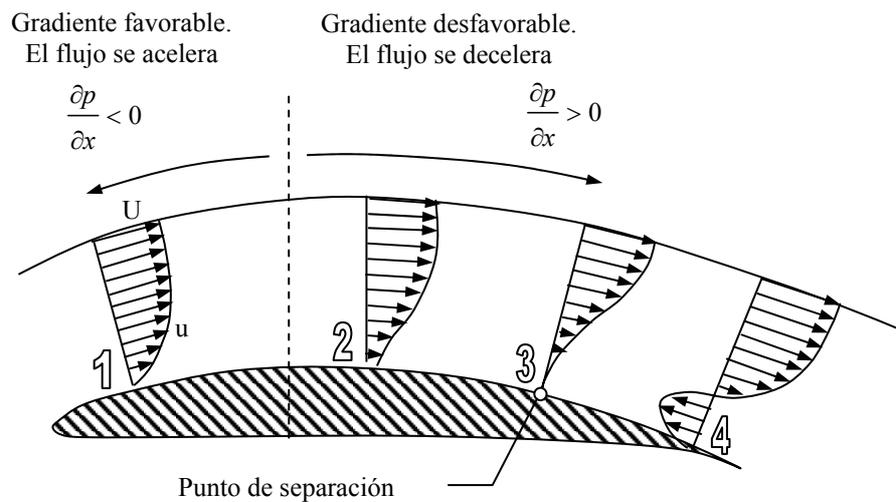


Fig. 1.21. Evolución de la capa límite sobre un álabes.

La ecuación de Von Kármán establece que:  $\frac{\partial \theta}{\partial x} + (2 + H) \frac{\theta}{U} \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\tau_w}{\rho U^2}$ , donde

$\theta$  es el espesor de cantidad de movimiento y  $H$  es un factor de forma que relaciona el espesor de desplazamiento de la capa límite  $\delta^*$ , con el espesor de cantidad de movimiento.

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad \theta = \int_0^\infty \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad H = \frac{\delta^*}{\theta} \text{ [10]}$$

El funcionamiento eficiente de las cascadas está limitado por el engrosamiento y desprendimiento de esas capas límite en las superficies de los álabes. Se pretenden establecer las características de pérdidas generalizadas y los límites de desprendimiento en álabes convencionales en función de los ángulos de incidencia. Esto es complejo merced al gran número de parámetros que entran en juego. Ahora bien, a partir de análisis experimentales se han desarrollado varios métodos para predecir el

[10] El factor de forma suele estar comprendido entre 1.2 y 1.6 y rara vez excede el valor de 2. Lo normal es considerar capas límites que presentan un valor de factor de forma aproximado a 1.4, característico de álabes cargados moderadamente. A mayor carga, mayor es el factor de forma obtenido.



comportamiento de primer orden de las pérdidas y deducir de esa forma los límites de deflexión operativos.

### 1.3.3.2.- Modelo de generación de estelas.

La generación de estelas como consecuencia del déficit de velocidad asociado a la capa límite establecida en la superficie de los álabes, puede contemplarse en el modelo bidimensional como se muestra en la figura 1.20.

La forma y distribución de la estela depende del tipo de flujo, de la geometría de los álabes, de la curvatura y desviación del flujo y del tipo de cascada (de compresor o de turbina). Con vistas a sistematizar el estudio de estelas, se ha empleado como parámetro característico de dichas estelas el factor de forma  $H$ , donde se relacionan el espesor de las mismas con la cantidad de movimiento que transportan. Varios autores (Howell, Carter –Horlock, 1958-; Vavra, 1974; Lieblein –Dixon, 1981-) incluso relacionan el coeficiente de pérdidas en la cascada con el espesor efectivo de la cantidad de movimiento a la salida a través de dicho factor de forma y del ángulo de salida o de la deflexión del flujo.

Como se verá a lo largo de este estudio, las estelas juegan un papel muy importante en la generación y propagación de efectos de interacción entre coronas de álabes. Las estelas, que han sido generadas a partir del borde de salida de una cascada, son transportadas por el flujo principal, haciendo que el flujo a la entrada de la siguiente cascada aguas abajo sea no estacionario. La posibilidad de que se produzca en parte una difusión viscosa de mezcla de dichas estelas con el flujo principal previamente a su entrada en una nueva cascada aguas abajo puede reducir el impacto de este fenómeno no estacionario sobre los álabes.

Los modelos de generación de estelas más sencillos consideran que el espesor de la capa límite a la salida de los álabes es conocida, así como la forma que presenta el perfil de velocidad. Fuera de las estelas, se considera una velocidad constante. Bajo estos supuestos es habitual considerar que el ángulo del flujo a la salida es el mismo que presenta el déficit de velocidad de la estela. Además, aunque se sabe que el espesor de la capa límite es distinto por la cara de succión que por la cara de presión, es muy común adoptar simetría en el espesor con respecto al borde de salida del álabe. Esto implica indirectamente, que el flujo no se ha desprendido previamente, cumpliéndose la condición de circulación de Kutta-Joukowski, de salida suave del flujo desde el borde de salida (*trailing edge*) del álabe:  $(\vec{W} \cdot \vec{n})|_{TE} = 0$ . Obviamente, para cada álabe se considera la misma distribución de estela.

Curiosamente, Lieblein (*ver apartado 1.3.3.3*) no considera simetría para el perfil de velocidad en la estela, sino que adopta una distribución desviada respecto del déficit máximo, otorgando una mayor cola a la distribución de velocidad en la cara de succión que en la cara de presión. La razón de considerar esta distribución reside en la premisa establecida por Lieblein de que es en la cara de succión donde se genera una capa límite más gruesa por los mayores efectos de difusión del flujo relativo en los canales.



### 1.3.3.3.- Correlaciones de estimación de pérdidas para cascada de compresor. Correlación de Lieblein.

Basándose en observaciones experimentales según las cuales una gran difusión de velocidad tiende a producir capas límites gruesas y el consecuente desprendimiento, siendo además la cara de succión la que aporta una mayor parte de la estela generada, Lieblein establece que el espesor de la estela –y por tanto, la magnitud de pérdida de presión total-, es proporcional a la difusión de velocidad en la superficie de succión.

En el caso de una máquina generadora (compresor), el flujo relativo reduce su velocidad al paso por los canales, haciendo que la cascada trabaje como un difusor. Por tanto, aparecerá un gradiente de presión adverso tanto en las superficies del cubo y la punta como en las superficies de los álabes (figura 1.21). Esto se traduce en un paulatino engrosamiento de las capas límites de los álabes, favoreciendo la pronta aparición de flujo desprendido y obligando a que el incremento de presión gestionado en la máquina sea moderado para controlar este fenómeno indeseable. Por tanto, el crecimiento de las capas límite en regiones de gradiente de presiones adverso controla el incremento de presión estática en la etapa.

La difusión de velocidad puede expresarse como la relación entre la velocidad máxima en la superficie de succión y la velocidad de salida:  $W_{\max,s}/W_2$ . Lieblein encontró una correlación entre esa difusión y la relación del espesor de cantidad de movimiento en la estela por la cuerda de la cascada para la incidencia de referencia en álabes NACA-65:

$$\frac{\theta_2}{c} = \frac{0.004}{1 - 1.17 \operatorname{Ln} \left( \frac{W_{\max,s}}{W_2} \right)} \quad (1.21)$$

Cuando  $W_{\max,s}/W_2 = 2.35$ ,  $\frac{\theta_2}{c} \rightarrow \infty$ , estando el límite práctico de funcionamiento entorno a 1.9 – 2.

Las pérdidas por fricción viscosa se pueden relacionar con el espesor de cantidad de movimiento de las estelas a la salida de la cascada. Para ello, basta plantear la ecuación de conservación de cantidad de movimiento introduciendo un término de pérdida por mezcla en las estelas. En definitiva, se obtiene:

$$\zeta = \frac{\Delta p_0}{1/2 \rho W_a^2} \approx \frac{2\theta_2}{s \cos^3 \beta_2} \quad \text{Relacionando con el } C_D, \text{ se consigue:}$$

$$C_D = 2 \left( \frac{\theta_2}{c} \right) \left( \frac{\cos \beta_\infty}{\cos \beta_2} \right)^3 \quad (1.22)$$

Mediante las expresiones (1.21) y (1.22) se pueden determinar las pérdidas, pero es necesario conocer la relación  $W_{\max,s}/W_2$ . En principio, ése es un dato difícil de conocer por lo que es habitual recurrir a una relación de difusión equivalente que puede calcularse fácilmente a partir de las condiciones de entrada y salida del flujo.



Empíricamente, se ha establecido una correlación entre  $W_{\max,s}/W_1$  a partir de un parámetro de circulación,  $f(\Gamma) = \Gamma c W_a \cos \beta_1 = sc W_a \Delta W_u \cos \beta_1$ , como:  $W_{\max,s}/W_1 = 1.12 + 0.61 f(\Gamma)$ . Conocida la relación entre las velocidades de entrada y salida a la cascada,  $W_1/W_2 = \cos \beta_2 / \cos \beta_1$ , es inmediato expresar:

$$D_{eq} = \frac{W_{\max,s}}{W_2} = \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} \left[ 1.12 + 0.61 \frac{\cos^2 \beta_1}{\sigma} (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \right] \quad (1.23)$$

Cuando los ángulos de incidencia son mayores que el de referencia definido para el perfil, Lieblein encontró más adecuado utilizar esta expresión alternativa:

$$D_{eq} = \frac{W_{\max,s}}{W_2} = \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} \left[ 1.12 + k (i - i_{ref})^{1.43} 0.61 \frac{\cos^2 \beta_1}{\sigma} (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \right] \quad (1.24)$$

siendo  $k=0.0117$  para álabes NACA-65.

Para álabes de arco circular C4, se toma  $k=0.007$

#### 1.3.3.4.- Pérdidas secundarias.

Bajo este nombre de pérdidas secundarias, se agrupan una serie de fenómenos que son responsables de la aparición de pérdidas adicionales en la cascada, además de los ya analizados en las capas límites de los álabes.

En particular, la literatura tradicional (*Horlock, 1958; Vavra, 1974; Dixon, 1981*) engloba en este apartado:

- Pérdidas por fricción superficial en el anillo de paso; esto es, con la envolvente cilíndrica de la máquina. Para cuantificarla, se emplean expresiones aproximadas, entre ellas:

$$C_{Da} = 0.02 \frac{s}{h} \quad \text{o bien} \quad C_{Da} = 0.018 \frac{c}{h} \quad \text{siendo } h \text{ la envergadura del álabe.}$$

- Pérdidas por aparición de flujos secundarios en los extremos de los álabes, en las proximidades del cubo y de la carcasa. Una expresión general utilizada para cuantificar este fenómeno es  $C_{Ds} = 0.018 C_L^2$ . En otras, se separan los efectos de reflujo en el huelgo de punta de la máquina de los efectos de flujo secundario en las proximidades de eje y carcasa.

$$C_{Ds} = \underbrace{0.04 C_L^2 \sigma \frac{s}{h}}_{\text{flujo secundario}} + \underbrace{\frac{1}{4} C_L^2 \sigma \frac{\delta}{h \cos \beta_2}}_{\text{reflujo en huelgo}}, \quad \text{siendo } \delta \text{ el valor del huelgo radial.}$$



Sumando estas pérdidas secundarias al drag obtenido para el perfil del álabe, se consigue una mayoración de las pérdidas calculadas y una aproximación más adecuada a las prestaciones finales de las máquinas axiales.

### 1.3.3.5.- Desviación del flujo.

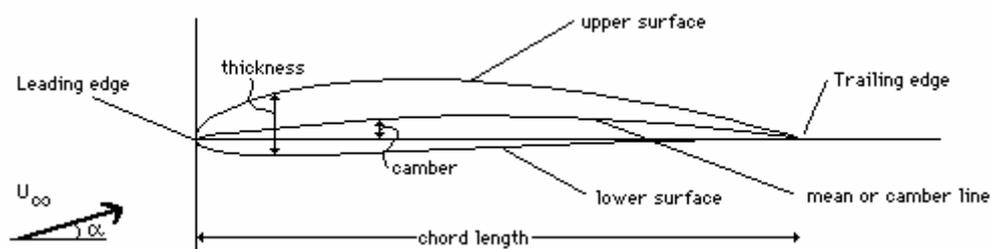
La diferencia entre los ángulos de entrada del fluido y del álabe en la entrada a la cascada viene impuesta por el punto de funcionamiento de la máquina, denominándose ésta como *incidencia*. En la salida, la diferencia entre los ángulos del fluido y del álabe, llamada *desviación* ( $d$ ), es una función de la curvatura del álabe, forma del álabe, relación paso-cuerda y ángulo de calado (figura 1.15). La desviación puede ser un valor importante y conviene estimarla correctamente.

El fluido recibe su máximo guiado en la cara de presión del álabe (capas límite más finas que en la cara de succión), disminuyendo casi de forma lineal hacia la cara de succión del canal. Howell empleó una regla empírica para relacionar la desviación con la curvatura y con la solidez:  $d = m\kappa(s/c)^n$ , donde  $n$  se toma como 0.5 para cascadas de compresor y como 1 para álabes guidores de entrada de compresor.

En cuanto al valor de  $m$ , éste depende de la forma de la línea de curvatura y de la colocación del álabe. Para una cascada de compresor (flujo decelerándose), se puede tomar:  $m = 0.23(2a/c)^2 + 0.1(\beta_2^*/50)$ , donde  $a$  es la distancia desde el borde de ataque a la curvatura máxima<sup>[11]</sup> y  $\beta_2^*$  es el ángulo nominal de salida, de forma que  $\beta_2^* = \beta_2 + d$ . Para álabes guidores de entrada, que son esencialmente toberas de turbina (flujo acelerándose), se puede tomar  $m$  constante como  $m = 0.19$ .

El proceso para la estimación de la desviación de acuerdo a estas consideraciones, requiere por tanto un proceso iterativo, de forma que se comienza suponiendo un ángulo real del flujo a la salida,  $\beta_2^* = \beta_2$ , con el que se calcula el factor  $m$  y a continuación la desviación  $d$ . Retomando  $\beta_2^* = \beta_2 + d$ , se recalculan los parámetros y se establecen sucesivas iteraciones hasta obtener un valor final.

<sup>[11]</sup> Para álabes de la familia NACA, en la designación del perfil aparece el valor  $a/c$ . Para álabes NACA de la serie de 4 dígitos, el segundo dígito indica la posición de la máxima curvatura (*camber*) respecto al borde de entrada en términos de  $c/10$ . Así, el NACA 4412, indica un máximo *camber* al 40% de la cuerda respecto del borde de ataque. En álabes NACA de 5 dígitos, la posición de la máxima curvatura la especifican los dígitos dos y tres en términos de  $2c/100$ . Así, el NACA 23012, presenta máximo *camber* al 15% de la cuerda respecto del borde de ataque.





A partir de esta desviación, Howell estableció una metodología complementaria para obtener las pérdidas en la cascada, y que es una alternativa a la establecida por Lieblein (*ver apartado 1.3.3.2*). En esta metodología, a partir del ángulo  $\beta_2^*$ , se calcula gráficamente la deflexión nominal, que a su vez ha sido correlacionada con la diferencia de incidencias del flujo y de referencia y con el coeficiente de arrastre sobre los perfiles, obteniéndose directamente en el gráfico la estimación de pérdidas. (*Dixon, 1981*).

#### 1.3.3.6.- Otros fenómenos.

Además de la propia simplificación inherente al hecho de considerar flujo bidimensional, existen una serie de consideraciones complementarias que, según la máquina y su rango de aplicación, pueden tener mucha importancia en el proceso de estimación de pérdidas. No se entrará a detallar estos fenómenos, pues no es el objeto de este capítulo ahondar en estas cuestiones. Simplemente, se enumerarán con la intención de recordar su importancia relativa. Entre ellos, cabe destacar:

- Rugosidad de los álabes.
- Efectos turbulentos.
- Efectos del número de Mach –máquinas sónicas, efectos de *shock* y bloqueo y compresibilidad del flujo-.
- No uniformidad del flujo de entrada –flujo heredado de etapas previas-.
- Efectos del número de Reynolds –en menor grado que los anteriores-.

#### 1.3.4.- Teoría tridimensional.

Las crecientes necesidades de máquinas que oferten cada vez mejores rendimientos y prestaciones obligan a que sea necesaria una mejor comprensión de los fenómenos tridimensionales que tienen lugar en las turbomáquinas. Sólo con una visión integral del comportamiento del flujo, es posible conseguir avances sustanciales en la predicción de las posibilidades de la máquina y en los diseños que los hagan factibles. De esta forma, las teorías y modelos bidimensionales clásicos, capaces de reflejar gran parte de las características del flujo han ido dejando paso a una universalización del estudio, merced en parte a la introducción de técnicas numéricas y computacionales, del flujo tridimensional en las máquinas de fluidos.

El salto de calidad de los modelos tridimensionales es claro: se introduce en el análisis el efecto de la envergadura de los álabes, reincorporando la dirección radial en el empleo de las ecuaciones. Se pasa del flujo en cascada, a la consideración de un flujo que se curva y difunde entre los canales tridimensionales de los álabes. Debe tenerse en cuenta, que de forma similar a como ya se estructuró en el flujo bidimensional, cuando se analizan patrones de flujo tridimensionales, existen efectos que claramente están asociados a la curvatura tridimensional de los álabes –características tridimensionales de las geometrías-, mientras que otros se deben a efectos viscosos relacionados con la existencia de capas límite tridimensionales. Obviamente, cuantos más fenómenos desacoplados del resto se sea capaz de identificar, más fácilmente será describir su origen y su aportación en el comportamiento global del flujo. Así, entre los fenómenos tridimensionales no viscosos (*inviscid*) caben destacarse (*Lakshminarayana, 1996*):



- Existencia de gradientes de presión radial (posibles efectos de compresibilidad y variación de la densidad en la dirección radial).
- Variación radial de la curvatura de los álabes –torsión a lo largo de su envergadura- y de su espesor.
- Componentes radiales en los esfuerzos sobre el rotor.
- Recirculación del flujo debido a huelgos de punta radiales y al *gap* axial (distancia entre coronas de una misma etapa).
- No uniformidades del flujo debidas a la presencia de coronas aguas arriba y aguas abajo.
- Variación radial del trabajo intercambiado en la máquina,  $\frac{\partial(\Delta h_0)}{\partial r}$ .
- Flujos secundarios debidos a la curvatura de la corriente al paso por los canales.
- Cambio de régimen del flujo según la envergadura del álabe (de subsónico a sónico o hipersónico desde el cubo a la punta). Interacciones entre fenómenos de bloqueo con fenómenos de capa límite en las superficies de los álabes.

Por otro lado, los efectos de viscosidad del flujo son los responsables en su mayor parte de la aparición de flujos secundarios, siendo o bien el gradiente de velocidad que se establece en la capa límite o bien la existencia de vorticidad generada aguas arriba, los principales desencadenantes de dichos fenómenos.

En algunas situaciones, los flujos secundarios se alimentan unos de otros, siendo imposible segregar el origen potencial, del origen viscoso del fenómeno, como puede ser el caso del reflujo en el huelgo de punta, generado por el desequilibrio de presiones entre la cara de succión y presión del álabe, pero que se desarrolla y se difunde interaccionando con las capas límites viscosas de la carcasa de la máquina entubada.

#### 1.3.4.1.- Teoría del equilibrio radial.

La consideración de flujo bidimensional a costa de despreciar la componente radial de velocidad resulta muy razonable para turbomáquinas axiales que presenten una alta relación cubo-punta. De hecho, el límite se puede establecer en torno a un valor 4/5 según la bibliografía tradicional (*Dixon, 1981*). Cuando esa relación es menor que ese límite, las velocidades radiales pueden llegar a ser apreciables, generándose una migración del flujo en dicha dirección que es compensada por la aparición de un gradiente de presión en la dirección radial. Básicamente, sobre un elemento diferencial de fluido, se establece que la fuerza centrífuga sobre la partícula se compensa con un gradiente de presiones radial, de forma que  $\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{V_u^2}{r}$ . Para flujo incompresible, a partir de la relación termodinámica que establece que  $Tds = dh - dp/\rho$  y considerando la presión de estancamiento se puede obtener fácilmente la siguiente relación:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp_0}{dr} = V_a \frac{dV_a}{dr} + \frac{V_u}{r} \frac{d}{dr}(rV_u) \quad (1.25)$$

Para flujo incompresible, sin cambio de temperatura, el intercambio de energía (entalpía) se reduce al intercambio de presión estática. Si se busca que en la ecuación

anterior, no haya variación según la dirección radial en el intercambio de presión estática, entonces la componente axial de la velocidad tampoco podrá variar con el radio. Todo esto se cumple si  $(rV_u) = k$ , siendo  $k$  una constante. Este caso se denomina “vórtice libre” y permite que en todos los radios de la envergadura del álabe se intercambie la misma tasa de energía, manteniendo así mismo constante la circulación. Con este diseño, la velocidad tangencial queda prescrita para que varíe inversamente con el radio de la máquina, y por tanto, el álabe debe ser diseñado de forma que garantice esa condición, incorporando una torsión sobre su propia envergadura. La mayor torsión se debe imponer en el cubo, reduciéndose ésta en dirección hacia la punta. La condición de vórtice libre evita la aparición de desequilibrios de presión en la dirección radial y previene el desprendimiento de vórtices (*vortex shedding* - no hay debido a que  $d\Gamma/dr = 0$ ), pero obliga a vigilar el grosor de la capa límite en la base del álabe.

Si a la velocidad circunferencial se le impone que  $V_u = kr$ , el diseño se denomina “vórtice forzado”, resultando un perfil radial de álabe que consigue elevadas velocidades en la punta. Además, las pérdidas por generación de vorticidad en la punta son muy importantes, así que no es habitual que las máquinas sean diseñadas para conseguir esa distribución de velocidad.

Generalmente, se suelen ejecutar diseños intermedios entre ambas situaciones. Como norma general, se emplea una distribución de velocidad prescrita de la forma:

$V_u = ar \pm \frac{b}{r}$ , quedando los coeficientes  $a$  y  $b$  a elección del diseñador. Este ajuste se denomina “diseño exponencial”.

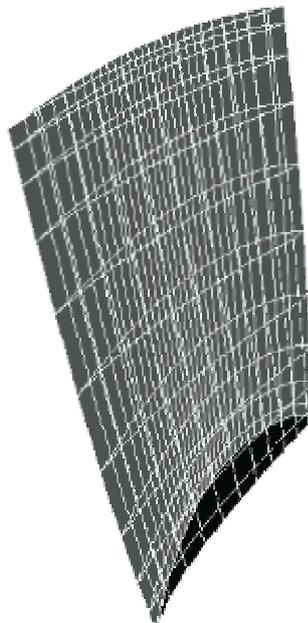


Fig. 1.22.1. Álabe con distribución de vórtice libre

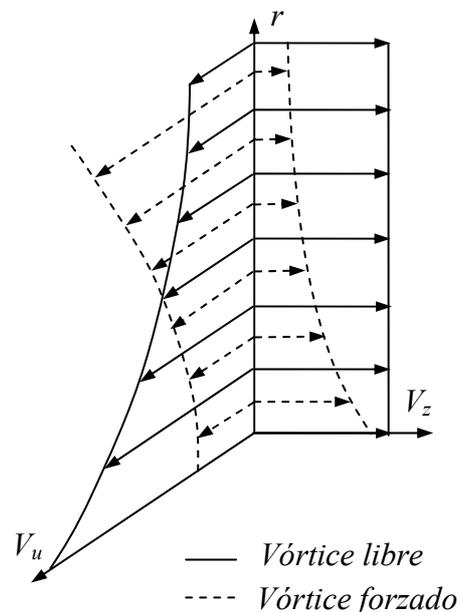


Fig. 1.22.2. Distribuciones de velocidad de vórtice libre y vórtice forzado.



Se demuestra fácilmente que el grado de reacción teórico para un diseño exponencial adopta la expresión:

$$\chi = 1 - \frac{a}{2\omega} \mp \frac{b}{2\omega r^2}, \text{ siendo } \omega, \text{ la velocidad de giro de la máquina.}$$

#### 1.3.4.2.- Flujo potencial a través de un canal tridimensional.

A excepción del flujo que discurre por las capas límites de los álabes y de carcasa, el resto del flujo se puede considerar potencial. La existencia de esas capas límites es la causante de la aparición de unas dinámicas del flujo que acaban por establecer una serie de flujos secundarios que se explicarán en detalle en el próximo apartado. Sin embargo, para el flujo potencial que discurre entre los canales, la deflexión de los álabes es el mecanismo básico que rige su difusión y evolución. Realizando unas pequeñas consideraciones a partir de las ecuaciones de flujo potencial, se puede observar cómo varían tanto la velocidad como la presión –variables fundamentales en toda máquina hidráulica de flujo incompresible- en función de las coordenadas cilíndricas.

En lo que respecta a la velocidad, en la figura 1.23 se observa cómo es aproximadamente el flujo relativo al paso por un canal de turbomáquina axial. La variación de la velocidad con respecto a la dirección circunferencial,  $\frac{dW}{d\theta}$ , es básicamente dependiente de la curvatura de los álabes y de la solidez, pues en función del paso, ése gradiente será más o menos intenso. Obviamente, en la transición circunferencial en un canal, se pasa de la cara de presión de un álabe (baja velocidad) a la cara de succión del álabe contiguo (alta velocidad), desarrollándose un perfil como el mostrado en la figura 1.23.

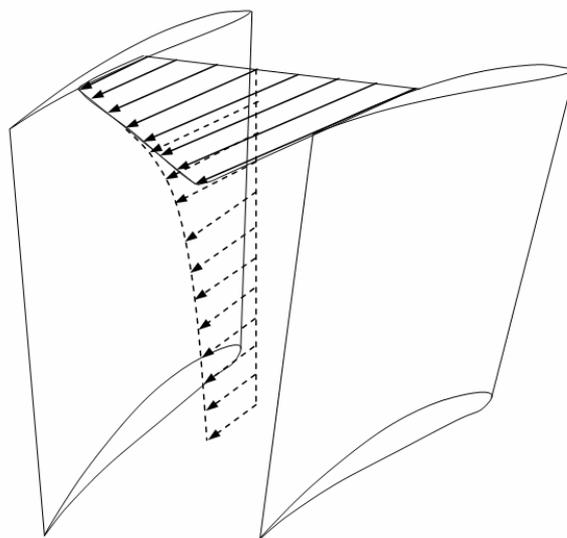


Fig. 1.23. Flujo relativo en un canal tridimensional.



Por otro lado, la variación de la velocidad relativa en el sentido axial vendrá fijada por la variación del ancho del canal de paso y de su curvatura. De hecho, para flujo potencial, ésta puede estimarse a partir de  $W = W_a / \cos \beta$ , siendo  $\beta$  el ángulo de curvatura local de la línea media del álabe. Recuérdese que en función de que dicho ángulo aumentase o disminuyese a lo largo de la dimensión axial, se obtenía una aceleración del flujo (turbina) o una deceleración del mismo (compresor) –ver apartado 1.3.2.1-.

En la dirección radial, el flujo se compensa a partir de la ecuación de equilibrio radial. Dotando al álabe de la condición de vórtice libre, se llega a concluir que la rotopía no sufre variaciones en la dirección radial<sup>[12]</sup>, estableciéndose en definitiva que  $0 < \frac{dW^2}{dr} = \frac{2}{r}(U^2 - V_u^2)$ <sup>[13]</sup>. Puesto que en general se cumple que  $U^2 - V_u^2 > 0$ , lo habitual es una variación creciente con el radio de la velocidad relativa, tal y como se puede observar en la figura 1.23 –línea de trazos-.

En lo que respecta a los gradientes de presión según las coordenadas cilíndricas de la máquina, se pueden establecer las siguientes consideraciones. Para la dirección radial, ya se ha comentado repetidas veces la aceptación de la condición de equilibrio radial, por lo que  $\frac{dp}{dr} = \rho \frac{V_u^2}{r}$ . En las direcciones intrínsecas de las líneas de corriente bidimensionales de paso por entre los canales de la máquina, las ecuaciones de Euler se expresan como:

$$\frac{\partial p}{\partial s} = -\rho W_s \frac{\partial W_s}{\partial s} \quad \frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \frac{\partial W_s^2}{\partial n} \quad (1.26)$$

siendo  $s$ ) y  $n$ ), las direcciones tangencial y normal a la línea de flujo.

Teniendo en cuenta las relaciones  $ds \cdot \cos \beta = dz$  y  $dn \cdot \cos \beta = d\theta$ , siendo  $\theta$  la dirección circunferencial, se deduce finalmente:

<sup>[12]</sup> A partir de la definición de rotopía,  $I = h_0 - UV_u$ , derivando respecto de la dirección radial, se llega a:

$$\frac{dI}{dr} = \frac{dh_0}{dr} + \omega V_u + \omega r \frac{dV_u}{dr}. \quad \text{Introduciendo que } \frac{dh_0}{dr} = \frac{d\cancel{h}}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + \frac{1}{2} \frac{dV^2}{dr} = \frac{V_u^2}{r} + \frac{1}{2} \frac{d\cancel{V}}{dr} + V_u \frac{dV_u}{dr}$$

merced al equilibrio radial, y ya que se fija distribución de vórtice libre  $V_u = \frac{k}{r}$ , finalmente:

$$\frac{dI}{dr} = \frac{k^2}{r^3} + \frac{k}{r} \left( -\frac{k}{r^2} \right) + \omega \frac{k}{r} + \omega r \left( -\frac{k}{r^2} \right) \Rightarrow \frac{dI}{dr} = 0.$$

<sup>[13]</sup> Considerando que  $h_{0R} = h + W^2/2$ , y puesto que  $dh/dr = V_u^2/r$ , se obtiene:  $\rho \frac{dh_{0R}}{dr} = \rho \frac{V_u^2}{dr} + \rho \frac{dW^2}{2dr}$

Por otro lado,  $h_{0R} = I + U^2/2$ , así que:  $\rho \frac{dh_{0R}}{dr} = \frac{d\cancel{h}}{dr} + U\omega$ , en caso de vórtice libre. Igualando y

reordenando se llega a establecer,  $\frac{dW^2}{dr} = \frac{2}{r}(U^2 - V_u^2)$ .



$$\frac{dp}{d\theta} = -\rho \frac{dW^2}{d\theta} = -\frac{\rho}{2} W \frac{dW}{d\theta} \quad \frac{dp}{dz} = -\rho W \frac{dW}{dz} \quad (1.27)$$

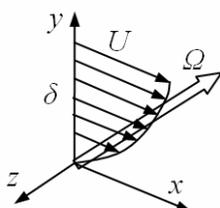
### 1.3.4.3.- Flujos secundarios en el rodete.

La inclusión de los efectos viscosos asociados al espesor de las capas límites sobre los contornos –álabes y carcasa- no sólo tiene una importancia sobre el flujo principal a partir de una disminución de las prestaciones de los perfiles aerodinámicos (ver sección anterior), sino que permite la generación de vorticidad, mecanismo desencadenante de la aparición de flujos secundarios<sup>[14]</sup>. Por tanto, aunque el flujo secundario se manifiesta en términos generales como un flujo perpendicular al flujo principal, lo cierto es que su origen es la existencia de una vorticidad en la dirección de la corriente relativa (*Hawthorne, 1974*).

El flujo secundario no se puede aislar completamente del flujo principal, pues en realidad ambas características interactúan entre sí. Su naturaleza es claramente tridimensional y aparecen merced a la existencia de un flujo vortical, causante así mismo de incrementos de entropía no deseados así como de fenómenos no estacionarios.

La teoría clásica sobre la aparición de flujo secundario se centra en la convección de vorticidad normal a la entrada de los canales que produce vorticidad en la dirección de la corriente como consecuencia de la deflexión que sufre el flujo principal a su paso por los canales de las coronas. En flujo potencial y adiabático, la vorticidad es únicamente transportada, conservándose la circulación, pero en el caso real con fricción, ésta consigue alimentar la generación de vorticidad normal a la dirección de la corriente. Esto se observa en la figura 1.24, donde a la entrada del canal, la distribución de velocidad radial genera una vorticidad de sentido opuesto en cubo y punta. Consideraciones cinemáticas del transporte de la vorticidad (figura 1.24, en pequeño) estiman que la vorticidad secundaria se reparte a partes iguales entre la deflexión del flujo y la diferencia de velocidad entre líneas de corriente para deflexiones moderadas, de modo que:  $\Omega_s = -2\Omega_n \Delta\beta$ .

[14] La vorticidad se define como el rotacional de la velocidad, esto es,  $\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{V}$ . Suponiendo una distribución de velocidad parabólica en un espesor de capa límite como el de la figura, se demuestra:



$$u = U \sqrt{\frac{y}{\delta}} \quad \text{Por tanto, } \vec{\Omega} = \nabla \times \vec{V} = -\frac{U}{2\sqrt{\delta}} \frac{1}{\sqrt{y}} \vec{k}$$

El gradiente de velocidad, genera una vorticidad en el plano perpendicular al del flujo principal.

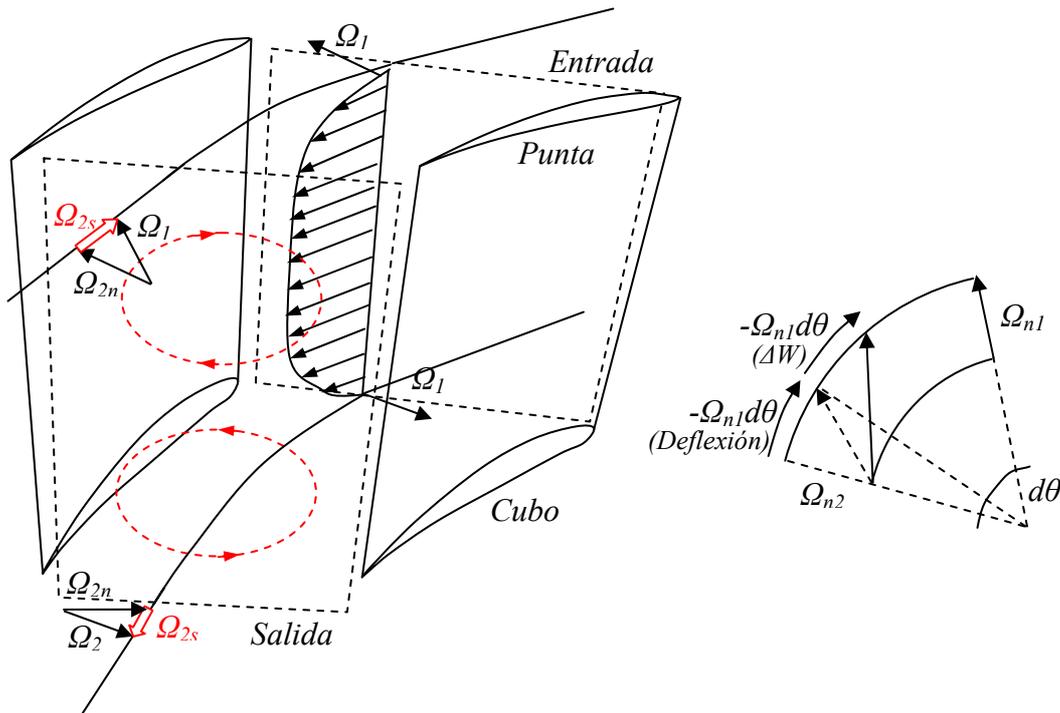


Fig. 1.24. Vorticidad secundaria generada por la deflexión del flujo.

No sólo la deflexión es causante de la formación de vorticidad secundaria. También el cambio de la sección del canal entre la entrada y la salida produce la aparición de una componente de vorticidad. A partir de la ecuación de Helmholtz para flujo potencial, en coordenadas intrínsecas al flujo, se puede establecer que (Laskshminarayana y Horlock, 1973):

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\Omega_s}{\rho W} \right) = \frac{2\Omega_n}{\rho WR} - \frac{2\vec{\omega} \times \vec{\Omega}_A}{\rho W^2} \cdot \vec{s} - \frac{1}{\rho^3} \frac{1}{W^2} \left( \frac{\partial \rho}{\partial b} \frac{\partial p}{\partial n} - \frac{\partial \rho}{\partial n} \frac{\partial p}{\partial b} \right) \quad (1.28)$$

donde se considera una vorticidad secundaria debida a los efectos de rotación, cuando  $2\vec{\omega} \times \vec{\Omega}_A$  <sup>[15]</sup> presenta componente en la dirección relativa del flujo. En el caso concreto de máquinas completamente axiales, la vorticidad absoluta suele quedar comprendida en el plano oscilador ( $s, n$ ), así que la componente de  $2\vec{\omega} \times \vec{\Omega}_A$  en la dirección  $s$  es de orden inferior y puede desprejiciarse. Además, teniendo en cuenta que  $\Omega_n = \frac{\partial W_s}{\partial b} - \frac{\partial W_b}{\partial s}$  (se considera el flujo principal según una línea de corriente), y puesto que el radio de curvatura de las trayectorias, se relaciona con la deflexión local de los álabes como:

<sup>[15]</sup> Haciendo un poco de álgebra a partir de la vorticidad absoluta:  $\vec{\Omega}_A = \nabla \times \vec{V}$ , de la vorticidad relativa  $\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{W}$ , y teniendo en cuenta la relación vectorial entre el flujo absoluto y relativo, se deduce fácilmente que:  $\vec{\Omega}_A = \vec{\Omega} + 2\vec{\omega}$ , siendo  $\vec{\omega}$ , la velocidad de rotación de la máquina.



$\frac{1}{R_c} = \frac{\partial \beta}{\partial s}$ , al final cabe expresar:

$$\rho W \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\Omega_s}{\rho W} \right) \approx 2 \frac{\partial \beta}{\partial s} \frac{\partial W}{\partial b} \quad (1.29)$$

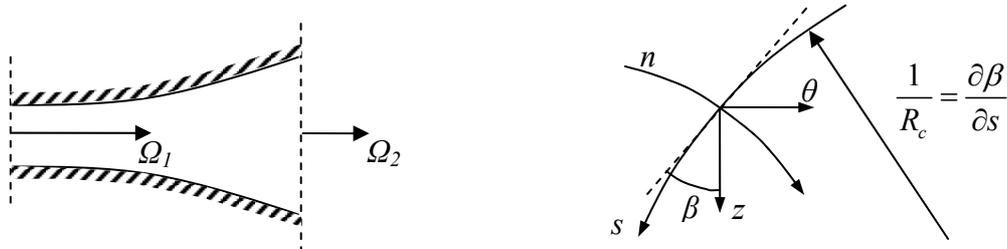


Fig. 1.25. Vorticidad secundaria generada por cambios de sección en canal.

En el caso particular de un difusor o de una tobera, bajo el supuesto de flujo unidimensional estacionario y no viscoso, la ecuación de Helmholtz conduce a  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\Omega_x}{\rho V_x} \right) = 0 \Rightarrow \Omega_x = C \rho V_x$ . Teniendo en cuenta la conservación de masa,

$\dot{m} = \rho V_x S = cte$ , al final se consigue la expresión  $\Omega_x = \frac{C \dot{m}}{S}$ , que indica que en la dirección del flujo, si la sección disminuye, entonces aumenta la vorticidad y viceversa si la sección aumenta.

En definitiva, en un canal de compresor (sección divergente), la vorticidad en la dirección del flujo principal decrece, mientras que en un canal de turbina (convergente), la vorticidad aumenta. Esta explicación unidimensional tan sencilla es trasladable a la ecuación anterior, pero con la aparición de parámetros adicionales que matizan esa sencilla explicación cinemática. En concreto:

$$\rho W \frac{\partial}{\partial s} \underbrace{\left( \frac{\Omega_s}{\rho W} \right)}_{(1)} \approx 2 \underbrace{\frac{\partial \beta}{\partial s}}_{(2)} \underbrace{\frac{\partial W}{\partial b}}_{(3)} \quad (1.30)$$

- (1) – Efecto de la variación de la sección del canal.
- (2) – Efecto del radio de curvatura de la trayectoria.
- (3) – Efecto de las capas límite en cubo y punta según la dirección radial.

<sup>[16]</sup> Nótese que a partir de esta ecuación puede expresarse:  $\left( \frac{\Omega_s}{\rho W} \right) \Big|_1^2 = \int_1^2 \frac{2\Omega_n}{\rho W R} ds$ , que para flujo

incompresible, con velocidades y radios de curvatura constantes, se reduce a:

$\Omega_{s,2} - \Omega_{s,1} = 2\Omega_n \Delta \beta$ , siendo la deflexión, la diferencia de los radios de curvatura entre la entrada y la salida. El lector ya se habrá percatado que se obtiene el mismo resultado que ya se discutió mediante relaciones cinemáticas para la vorticidad generada por la deflexión de los canales.



Otro flujo secundario clásico que se contempla en compresores y turbomáquinas axiales es el generado por el desequilibrio de la fuerza centrífuga respecto de la curvatura de los canales como consecuencia de la presencia de una capa límite en la base y en la punta de dichos canales (figura 1.26).

Tomando como referencia la línea A del dibujo, se puede expresar que  $-\left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_A = \frac{\rho W_A^2}{R_{cA}}$ . Esta ecuación indica un equilibrio entre la fuerza de presión y la fuerza centrífuga generada por la curvatura de las líneas de corriente. Observando la línea B, se puede afirmar con cierta exactitud que  $\left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_A = \left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_B$ , condición que surge de considerar constante el gradiente de presión en la dirección normal de una capa límite. Por tanto, ha de cumplirse la igualdad:  $\frac{\rho W_A^2}{R_{cA}} = \frac{\rho W_B^2}{R_{cB}}$ .

Teniendo en cuenta que la línea de corriente B cae dentro de la capa límite, es obvio que  $W_A > W_B$ , y por tanto,  $R_{cA} \gg R_{cB}$ . Esto indica que en las zonas de capa límite de cubo y punta, las líneas de corriente se deflecan aún más que la propia imposición que fija la geometría de los álabes.

De esta forma aparece un flujo secundario y una velocidad circunferencial ( $W_n$ ), así como una vorticidad secundaria asociada en la dirección de las líneas de corriente. Fuera de la zona de influencia de las capas límite, la ecuación de cantidad de movimiento en coordenadas intrínsecas en la dirección de la corriente, permite plantear:  $\frac{\partial p}{\partial s} = -\rho W_s \frac{\partial W_s}{\partial s} \Rightarrow \frac{\partial W_s}{\partial s} \approx 0$ , ya que en el núcleo del canal –supuesto flujo potencial- el gradiente de presión en la dirección del flujo es despreciable.

Bajo esa condición, al aplicar la ecuación de continuidad al flujo incompresible:

$$\frac{\partial W_s}{\partial s} + \frac{\partial W_n}{\partial n} + \frac{\partial W_b}{\partial b} = 0 \Rightarrow \frac{\partial W_n}{\partial n} = -\frac{\partial W_b}{\partial b}.$$

Y por tanto, la existencia de esa velocidad  $W_n$  genera un flujo de retorno radial según la dirección  $b$ ). Nótese cómo ese flujo secundario provocado por la desviación de las líneas de corriente en las paredes del cubo y la punta, es el responsable de la generación de una vorticidad secundaria en la propia dirección de la corriente principal del flujo (dirección  $s$ ). –figura 1.26-.

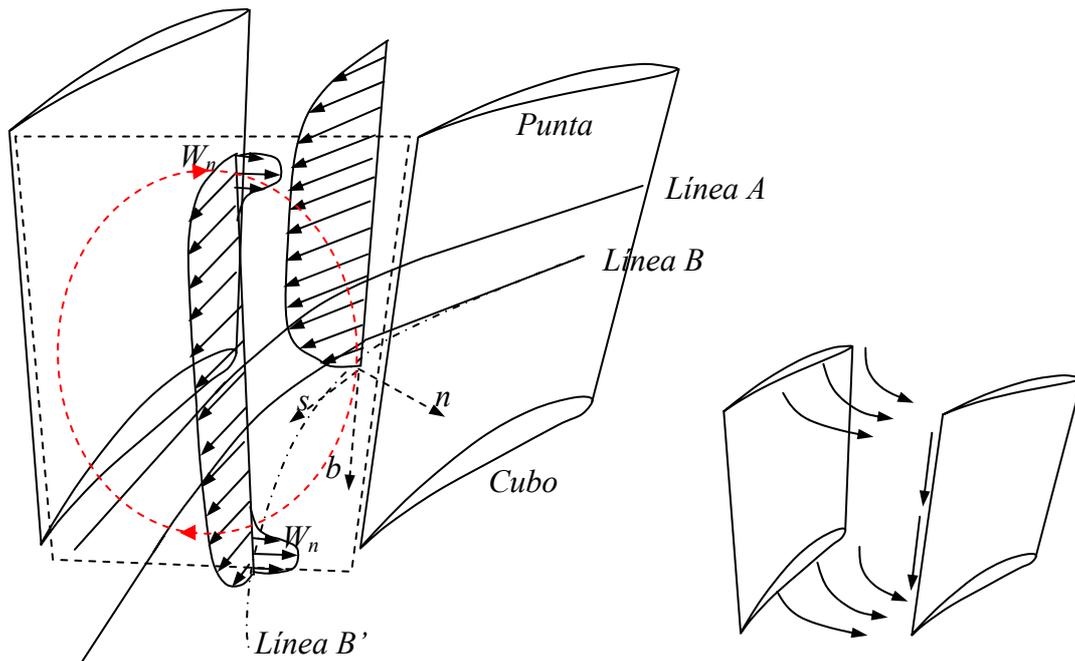


Fig. 1.26. Vorticidad secundaria generada por capas límite en cubo y punta.

Finalmente, existe un flujo secundario asociado al huelgo de punta. Como es sabido, debido a las tolerancias mecánicas o constructivas, en los rodetes existe un intersticio entre la punta de los álabes y la carcasa, conocido como huelgo de punta. La aparición de un flujo secundario en esa zona se debe a la diferencia de presión entre las dos caras del álabe en la punta. Simplificando el fenómeno al caso ideal, sin efectos

viscosos, el flujo de fuga en el huelgo se puede expresar como:  $Q_L = \sqrt{\frac{2(p_p - p_s)}{\rho}}$

(para flujo incompresible).

El tamaño del huelgo es una variable crítica, así como la diferencia de presiones entre las caras de los álabes, esto es, la carga aerodinámica de la cascada. Por ejemplo, en turbinas de gas y vapor, con importantes diferencias de presión entre las caras de los álabes, e importantes huelgos por problemas de dilatación, el flujo que se escapa por el huelgo puede llegar a ser de una magnitud considerable.

Este fenómeno y su interacción con otras características del flujo presentan una complejidad muy importante. De hecho, en la mayoría de las turbomáquinas, puede llegar a ser más importante que el flujo secundario, sobre todo en la zona de punta. Los efectos que el flujo por el huelgo de punta y sus vórtices desprendidos pueden ser muy diversos, a saber: introducen un fuerte carácter tridimensional al flujo (llega a alterar al flujo hasta a un 30% de la envergadura de los álabes), pérdidas aerodinámicas por la difusión del flujo de punta, descargan al álabe en la punta, produciendo variaciones en la distribución de presiones, afectando el margen de desprendimiento rotativo de los álabes, generan no estacionariedades para las coronas sucesivas, vibraciones, cavitación, etc.



No es el objetivo de este apartado adentrarse más en esta materia. El estudio del huelgo de punta es, por su complejidad, un tema apasionante y se constituye en sí mismo en una entidad para la investigación.

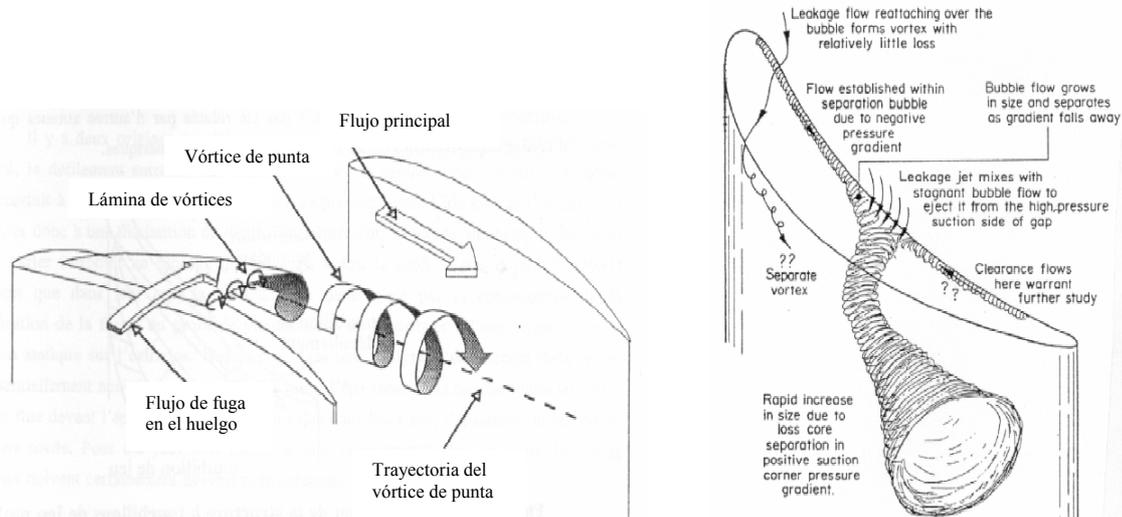


Fig. 1.27. Flujo secundario en el huelgo de punta.

Se ha pretendido describir en líneas generales el comportamiento del flujo tridimensional a su paso por un rotor axial. El objeto ha sido el de presentar las características fundamentales del flujo y su relación con los mecanismos de generación del mismo. La figura 1.28 pone el punto final a este epígrafe, recogiendo un compendio de todos los flujos considerados con anterioridad.

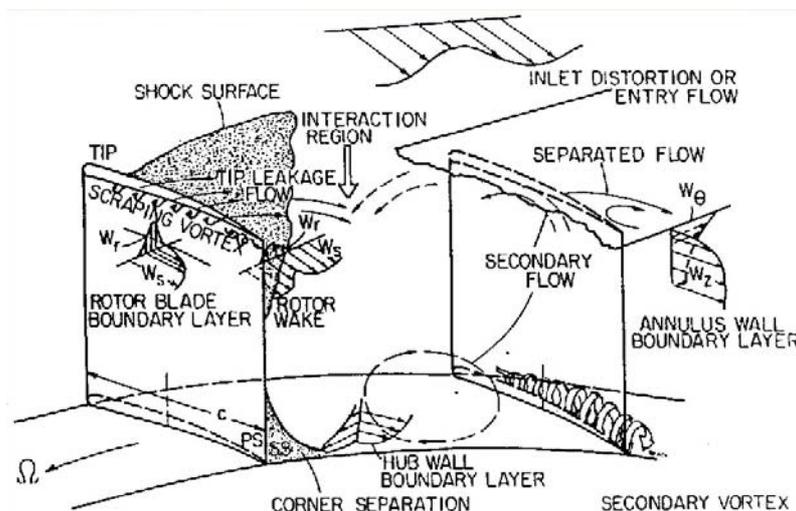


Fig. 1.28. Naturaleza del flujo en una turbomáquina axial. (Lakshminarayana, 1996).



## 1.4.- FENÓMENOS NO ESTACIONARIOS

Con lo visto hasta ahora ya queda de manifiesto la complejidad del flujo que transcurre por el interior de las turbomáquinas. Y es que aun habiendo estudiado de forma estacionaria el flujo, según una referencia relativa asociada al giro del rodete, las características tridimensionales y viscosas del flujo complican notablemente su análisis. Sin embargo, es necesario dar un paso más allá para profundizar en el conocimiento de estas máquinas y tener en cuenta la naturaleza no estacionaria del flujo. Este requisito no es arbitrario: si quiere estudiarse la interacción de coronas fijas y móviles, que presentan movimiento relativo entre ellas, es indispensable elevar el estudio hasta la consideración de condiciones no estacionarias.

Conviene aclarar que para la práctica totalidad de aplicaciones ingenieriles e industriales, las prestaciones de cualquier turbomáquina se evalúan a partir de la ecuación de Euler para flujo estacionario. De esta forma, basta considerar un flujo unidimensional asociado al paso por el rodete de la máquina y sometido a una determinada deflexión debida a la cascada de álabes, para obtener el incremento o decremento de energía proporcionado por la turbomáquina. En cierto modo, esta descripción global del funcionamiento sólo atiende a la diferencia de contenido energético del flujo entre la entrada y la salida, otorgando a la máquina la capacidad de producir ese intercambio, pero sin pretender comprender o analizar el origen del fenómeno de la transferencia energética. Bajo dicho enfoque, la máquina es únicamente considerada como una “caja negra” que en su interior deflecta al flujo permitiéndole ganar o perder energía.

Actualmente, en las fases de diseño y de caracterización de prestaciones, estos esquemas se quedan cortos. Es sobre todo en el caso de máquinas de altas prestaciones (turborreactores, turbocompresores de alta eficiencia, turbinas de gas y vapor de últimas generaciones), donde los fabricantes y diseñadores utilizan todos los recursos a su alcance para mejorar y optimizar al máximo sus diseños. Y así, entre sus estrategias de mejora, está la posibilidad de una captura más fiel de los fenómenos que tienen lugar en el interior de sus máquinas a partir de la consideración de flujo no estacionario.

El carácter no estacionario del flujo se comprende fácilmente si se vuelve la atención hacia el corazón de una máquina - el rotor -, donde el simple hecho de observar en una referencia fija el paso regular de los álabes en su giro, desvela el carácter no estacionario del flujo. De hecho, la gran complejidad que presenta el flujo en el interior de la turbomáquina se debe a la existencia de esas superficies móviles que se mueven respecto de otras fijas. Además, la existencia de diversas capas límites asociadas a cada superficie, generan estelas, que al ser transportadas por el flujo entre las coronas constitutivas de la máquina, son responsables de nuevos fenómenos no estacionarios. Por tanto, para cada punto fijo del espacio sobre el que van a ir pasando los álabes en su movimiento de rotación, se tendrá una señal de velocidad y de presión que básicamente irá variando de forma periódica con el paso de los álabes. Esto es equivalente a afirmar que en el interior de la máquina se establece un campo de presiones que es variable en el tiempo, un campo no estacionario consecuencia directa de la frecuencia de paso de álabes, de la velocidad de accionamiento de la máquina.

La existencia de un campo de presión no estacionario en el interior de las coronas de álabes posibilita el hecho de que se pueda extraer o aportar energía a un flujo



que transcurre en el interior de cualquier turbomáquina. Esta afirmación se sostiene merced a la siguiente expresión:

$$\rho \frac{dh_0}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{T} \cdot \bar{v}) + \rho \bar{f} \cdot \bar{v} - \nabla \cdot \bar{q} \quad [17] \quad (1.31)$$

Nótese que para un flujo ideal adiabático (reversible) el intercambio de entalpía se debe exclusivamente a su paso por un campo de presiones no estacionario. El intercambio de entalpía supone intercambio de trabajo, como no podía ser de otra manera, ya que  $\dot{W} = \dot{m} \cdot (h_{0e} - h_{0s})$ .

La ecuación (1.31) introduce el concepto de la no estacionariedad como mecanismo desencadenante del intercambio de energía y justifica la importancia de su consideración. Pero una vez entendida la naturaleza no estacionaria del flujo y su origen, es importante señalar la presencia de otra serie de fenómenos no estacionarios que modifican y alteran el comportamiento dinámico de primer orden del flujo.

[17] Esta expresión se obtiene a partir de la ecuación diferencial de la energía, que para un flujo cualquiera

postula que:  $\rho \frac{d}{dt} \left( \hat{u} + \frac{v^2}{2} \right) = \rho \bar{f} \cdot \bar{v} + \nabla \cdot (\bar{T} \cdot \bar{v}) - \overbrace{(\nabla \bar{q}_c + \dot{q}_r + \dot{q}_q)}^{[q]}$ . Utilizando la expresión algebraica:

$\nabla \cdot (\bar{T} \cdot \bar{v}) = \bar{T} : \nabla \bar{v} + \bar{v} \cdot \nabla \bar{T}$  e introduciendo la ecuación de la energía mecánica (ec. de Cauchy

multiplicada escalarmente por la velocidad,  $\rho \frac{1}{2} \frac{dv^2}{dt} = \rho \bar{v} \cdot \frac{d\bar{v}}{dt} = \rho \bar{f} \cdot \bar{v} + \bar{v} \cdot \nabla \bar{T}$ ), en la ecuación inicial

se llega a establecer que:  $\rho \frac{d\hat{u}}{dt} = \bar{T} : \nabla \bar{v} - [q]$ .

Para fluido newtoniano se cumple que  $\bar{T} : \nabla \bar{v} = -p \cdot \nabla \bar{v} + \Phi \Rightarrow \rho \frac{d\hat{u}}{dt} = -p \cdot \nabla \bar{v}$ , olvidando fricción y

transmisión de calor. Considerando la relación entre la energía interna y la entalpía,

$\hat{u} = h - P/\rho \Rightarrow \frac{d\hat{u}}{dt} = \frac{dh}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} + \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}$ , se consigue llegar a

$$-\frac{p \cdot \nabla \bar{v}}{\rho} = \frac{dh}{dt} + \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla p \right).$$

La última relación necesaria se consigue sustituyendo la ecuación de Euler para flujo ideal

$(\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -\nabla P)$  en la definición de la entalpía de estancamiento:

$h = h_0 + v^2/2 \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{dh_0}{dt} - \frac{d}{dt} \left( \frac{v^2}{2} \right) \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{dh_0}{dt} + \frac{\bar{v} \cdot \nabla p}{\rho}$ . Agrupando este resultado con el anterior se

obtiene finalmente:  $\frac{dh_0}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \left[ \frac{-p \cdot \nabla \bar{v}}{\rho} - \frac{p}{\rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) \right]$  pues por continuidad se cumple que

$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \bar{v} = 0 \Rightarrow \nabla \bar{v} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$  para flujo incompresible.

Incorporando los efectos viscosos y de transmisión de calor se obtiene la expresión genérica de la ecuación.



Esa serie de perturbaciones fluidodinámicas, se pueden clasificar en varios grupos:

- Interacción entre haces. El campo de presiones existente entre las coronas de una etapa va modificándose en el tiempo en función de la posición relativa que vaya adoptando la corona de álabes móviles respecto de la fija. Cada vez que un álabe va pasando frente a los sucesivos canales del estator, se producen variaciones en el campo de presiones llegando a modificar el flujo aguas arriba y la respuesta de la máquina. Está claro que tanto la distancia entre las coronas (*gap axial*) como el paso entre cascadas y la velocidad de giro (*frecuencia de interacciones*) son parámetros básicos en el desarrollo de este fenómeno. En definitiva, este fenómeno se fundamenta en la variación circunferencial variable en el tiempo de la presión total causada por la corona aguas abajo (rotor) que impone una respuesta forzada a la salida de directrices –condición de flujo no uniforme.
- Interacción estela-rotor. Un fenómeno asociado a la presencia de un estator aguas arriba del rotor es la generación de estelas que llegan al rotor, dando lugar a la no estacionariedad del flujo por condiciones no uniformes a la entrada. El espesor de las capas límites en el borde de salida del estator gobierna la distribución de velocidad variable en el seno de las estelas. Lógicamente, la respuesta forzada del rotor induce vibraciones<sup>[18]</sup>, y una disminución del rendimiento de la máquina.
- Desprendimiento de vórtices (*vortex shedding*). Bajo determinadas condiciones de operación, el flujo puede sufrir separación de la capa límite en la superficie de los álabes generando estructuras típicamente tridimensionales y de origen turbulento denominadas vórtices. Su generación está estrechamente ligada con la carga aerodinámica de cada álabe, por lo que si la máquina trabaja en puntos cercanos al punto de desprendimiento, cargas locales sobre un álabe, como consecuencia de la interferencia de otro efecto no estacionario, pueden acelerar el proceso de desprendimiento.
- Transporte y difusión de estelas. Las estelas generan condiciones de flujo no uniforme y condicionan la respuesta del rotor, pero su propio transporte y difusión constituye un claro comportamiento no estacionario. La difusión consiste en su disipación en el flujo principal a partir de fenómenos viscosos (*wake mixing*), con la consecuente pérdida energética asociada (*mixing loss*). Por su parte, el transporte de las estelas también viene condicionado por efectos de troceo al paso por coronas contiguas (*chopped effect*), produciéndose sub-estelas de menores proporciones y más fáciles de difundirse finalmente en el flujo principal.

---

<sup>[18]</sup> Se cumple que  $F_{\theta} = \underbrace{-\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta}}_{(I)} + \underbrace{(\nabla \cdot \bar{T})_{\theta}}_{(II)}$ . El término (I) se corresponde con las fluctuaciones de

presión en la dirección circunferencial y se relaciona con la interacción rotor-estator, mientras que el término (II) analiza las tensiones viscosas en las capas límite, relacionándose por tanto con la interacción rotor-estela.

- Recuperación de estelas. Muy ligado al transporte y difusión de estelas, y fenómeno no estacionario observado principalmente sobre turbinas y compresores (máquinas térmicas), se recoge bajo esta denominación (*wake recovery*) la atenuación (o amplificación) de estelas provenientes del rotor al ser deflectadas por coronas contiguas mediante fenómenos no viscosos (reversibles). Por simples consideraciones cinemáticas, el seno de las estelas se alarga o se acorta (*stretching*) al paso por canales divergentes o convergentes (compresores o turbinas), generándose una pérdida o una recuperación de presión (*recovery*).
- Desprendimiento rotativo. El adelanto en la separación del flujo a secciones anteriores al borde de salida de los álabes produce una desviación de la corriente principal, cambiando su ángulo de incidencia. Este giro de la corriente principal hace que se produzcan separaciones consecutivas en los distintos álabes, que condicionan una propagación circunferencial de *la celda de separación* a lo largo del rodete. Se trata de un fenómeno de inestabilidad del flujo de gran complejidad y bajas frecuencias (mitad de la de giro), que modifica seriamente el funcionamiento de las turbomáquinas axiales.
- Oscilación en masa y bloqueo sónico. Son otros fenómenos no estacionarios. La oscilación en masa es más propio de sistemas con líquidos y en dicho fenómeno juega un papel importante el circuito resistente de acoplamiento. El bloqueo sónico aparece en máquinas sónicas y se hace crítico cuando la máquina presenta un régimen distinto (subsónico, sónico, supersónico) en diversas partes de la misma (variación radial, circunferencial, etc...).

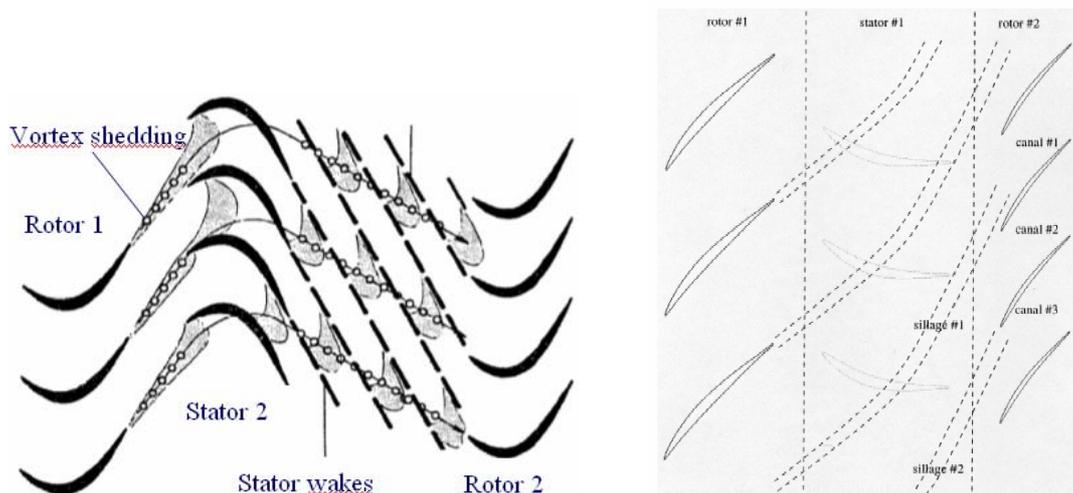


Fig. 1.29. Fenómenos de interacción estelas-rotor, desprendimiento de vórtices y transporte, difusión y troceo de estelas.

Muchos de estos fenómenos no estacionarios tienen lugar en el ámbito de la interacción rotor-estator, en una etapa de una turbomáquina axial típica, por lo que sus características serán analizadas a lo largo de esta tesis. Y así, se inicia la tarea desde este



mismo punto, con una breve introducción al estudio de la interacción entre haces en el siguiente apartado.

## 1.5.- INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE LA INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR

En este trabajo se investigarán los efectos de la interacción generada por la corona fija de álabes –directrices de entrada- con el rotor en movimiento, así como los fenómenos, tanto aguas arriba como aguas abajo, que se manifiesten en relación a dicha interacción.

La interacción entre coronas nace como consecuencia de condiciones de flujo no uniforme, merced a la existencia de estelas precedentes que condicionan la respuesta de las cascadas posteriores. Las estelas comportan variaciones en la distribución de velocidad, estableciéndose gradientes de presiones circunferenciales que a la postre modifican las condiciones de trabajo de la máquina y su capacidad para desarrollar trabajo -ecuación (1.31)-. Además, la variación de la presión en esa dirección supone la aparición de fuerzas radiales no equilibradas, con efectos de cierta relevancia sobre los elementos mecánicos de la máquina, de vibración y de ruido.

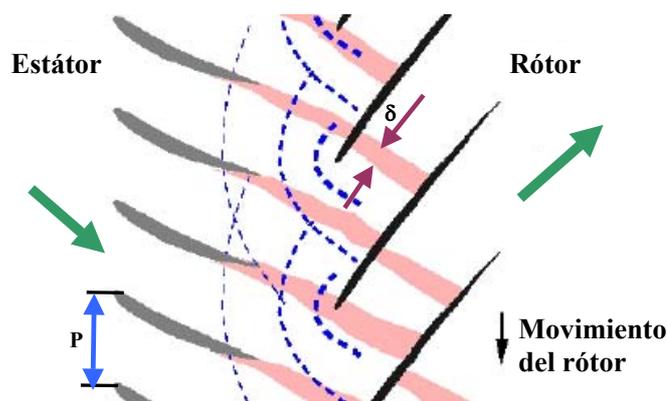


Fig. 1.30. Esquema de la interacción.

Es evidente que la frecuencia de paso de álabes es un parámetro clave para describir el comportamiento no estacionario del flujo, así que un análisis frecuencial en virtud del armónico fundamental de la velocidad de giro de la máquina, en el que se estudie todo el espectro relacionado con el paso de álabes y sus armónicos es el punto de partida para adentrarse en la interacción rotor-estator.

Hasta la aparición de las técnicas numéricas, cualquier intento de conocer el flujo entre coronas de álabes pasaba por la utilización de técnicas experimentales. En concreto, con respecto a máquinas axiales, ha sido la necesidad de desarrollar compresores y turbinas cada vez más eficientes, la que ha ido marcando, desde mediados de los años 50, el desarrollo de los métodos de medida más punteros para turbomaquinaria axial. Los ventiladores y soplantes, al estar encuadrados en el apartado de maquinaria hidráulica, no requieren de medidas de variables termodinámicas, como es el caso de las máquinas térmicas, así que basta con caracterizar con precisión el



campo de velocidad y en menor medida el de presión para mostrar el comportamiento del flujo en el interior de la máquina. En el capítulo 3 se hace un breve repaso de las técnicas de medida de velocidad más empleadas hoy día, y se detalla en profundidad la metodología empleada para caracterizar el campo de velocidades del ventilador en estudio.

Gracias al desarrollo de técnicas computacionales (*CFD – Computacional Fluid Dynamics*) se ha conseguido establecer un nuevo enfoque de gran utilidad para la caracterización y diseño de máquinas de fluidos. Inicialmente, debido a las limitaciones de cálculo, se comenzaron a utilizar estas técnicas en las fases de diseño, con el objetivo primordial de disminuir el número de ensayos en el laboratorio. Desgraciadamente, la complejidad de máquinas de muchas etapas con muchos álabes, quedaba fuera del rango de utilización de estas herramientas. Sin embargo, a partir de generaciones posteriores de ordenadores (años 90) y del desarrollo y optimización del cálculo en paralelo, la capacidad de cálculo aumentó increíblemente, haciéndose factible la consideración de máquinas complejas y tridimensionales. El campo de aplicación del *CFD* ya no era sólo el diseño, sino que comenzó a emplearse para la descripción y caracterización del funcionamiento real de las máquinas. Hoy día aún se está muy lejos de una completa consideración de las ecuaciones de Navier Stokes en modelos tridimensionales no estacionarios, con implementación de huelgos radiales, y que presenten una caracterización turbulenta perfectamente ajustada al caso en estudio; de hecho, los superordenadores más modernos están aún a varios órdenes de magnitud de alcanzar la potencia de cálculo que requiere esa descripción del flujo. Pero la actividad es frenética en este campo, las capacidades de cálculo siguen en continua expansión y los avances en una mejor comprensión del flujo en el interior de las turbomáquinas son constantes. En esta línea de trabajo se engloba parte importante de esta tesis, en la que se ha establecido un modelo numérico para el estudio de la interacción y del comportamiento global del ventilador.

Ambos enfoques, tanto numérico como experimental, han de ser complementarios y deben ofrecer descripciones y resultados congruentes que validen la metodología empleada en el estudio de la máquina.

## 1.6.- OBJETIVOS Y METODOLOGÍA DE ESTUDIO

El objetivo del proyecto es el estudio de las características dinámicas de la interacción rotor-estator mediante la utilización de un programa de simulación numérica que permitirá resolver el flujo no estacionario en el interior del ventilador. Se complementará ese modelado con la realización de medidas experimentales del flujo en un banco de ensayos con el objetivo doble de validar el código empleado y de poder capturar fenómenos que puedan no ser recogidos en la simulación numérica.

Ambas técnicas se aplicarán sobre una soplante de 820 mm de diámetro exterior, compuesta por una única etapa con directrices situadas aguas arriba del rotor, y con posibilidad de variar la distancia axial entre coronas. Esto implica que podrán compararse resultados tanto en lo que se refiera a prestaciones como con respecto a parámetros relacionados con la interacción, como es el caso del espaciado axial entre coronas.



Por tanto, se puede dividir este trabajo en tres partes:

***Fase 1. Modelización numérica de los efectos de interacción rotor-estator.***

A su vez, esto se subdividirá en varias tareas, a saber:

*1.1.- Discretización espacial, tanto bidimensional como tridimensional, de las partes móvil –rotor- y fija –estator- del ventilador.*

Se requiere de cierto afine, por cuanto la discretización fija el nivel de descripción espacial y temporal del flujo. Ya no sólo interesa una buena resolución del flujo al paso entre los álabes, sino que debe permitir utilizar un paso temporal adecuado a la periodicidad de los fenómenos de interacción de paso de álabe para el modelo no estacionario. Asimismo, se debe validar la hipótesis bidimensional y será necesario realizar un análisis de sensibilidad de la solución ante variaciones de la densidad de la malla empleada.

*1.2.- Cálculo numérico bidimensional de la interacción.*

Dado que el origen de la interacción es el paso de álabe del rotor frente al resto de superficies fijas de estator, este fenómeno queda también recogido en un modelo bidimensional. El cálculo se efectuará tanto en el rotor como el estator, resolviéndose las ecuaciones en un sistema de referencia relativo para el caso del rotor –incluyendo términos centrífugos y de Coriolis- y en un sistema absoluto para el caso del estator. El acoplamiento entre esos campos de velocidad absoluta y relativa se efectuará a partir de una técnica de mallado deslizante que incorpora el programa de simulación. Además, la interacción rotor-estator se analizará a partir de la identificación de unos términos de tensión, denominados deterministas, que permitirán conocer las fuentes de no estacionariedad, asociadas al paso de los álabes, que perturban al flujo axisimétrico principal.

*1.3.- Cálculo tridimensional.*

La extensión al cálculo en tres dimensiones se justifica por la mejora que aporta a la descripción del flujo en la máquina. Aunque no se van a incorporar los efectos del huelgo radial, en principio cabe esperar una concordancia óptima entre los resultados numéricos y los experimentales.

***Fase 2. Estudio experimental para la obtención de efectos de interacción fluidodinámica entre el estator y el rotor del ventilador.***

Para la medida de prestaciones, se empleará una sonda direccional de cinco agujeros, apropiada para medir las velocidades medias de todas las componentes del flujo, y que servirá para conocer el punto de trabajo del ventilador. Sin embargo, para la caracterización de la interacción entre haces, como ya se ha comentado antes, la frecuencia de paso de álabe será la referencia que fije la respuesta frecuencial con la que deben contar los dispositivos de lectura que se utilicen en los ensayos. Por tanto, dada la necesidad de un medidor de alta respuesta en frecuencia, se utilizará anemometría de hilo caliente, que es capaz de proporcionar esa respuesta rápida. Las señales obtenidas servirán para contabilizar las fluctuaciones de



velocidad, consecuencia del paso de estelas de las coronas que interactúan con el haz en rotación.

***Fase 3. Comparativa de resultados numéricos y experimentales y análisis de los resultados.***

Lógicamente, se buscará extraer resultados concluyentes y conclusiones que expliquen el funcionamiento de esos fenómenos de interacción en función de los parámetros analizados en la metodología.

Finalmente, se presenta la organización y contenido de los capítulos de la tesis según el siguiente esquema:

***Capítulo 1. “Introducción”.***

Se ha hecho una revisión de la teoría de turbomáquinas axiales y se ha fijado el marco de trabajo de la interacción entre haces.

***Capítulo 2. “Descripción del problema de interacción rotor-estator”.***

Se hace una revisión del estado del arte del estudio de interacción entre haces en máquinas axiales, situando esta problemática en el marco general del estudio de fenómenos no estacionarios en turbomáquinas.

***Capítulo 3. “Metodología del estudio experimental”.***

Se presenta el banco de ensayos para la obtención de resultados experimentales, así como la instrumentación y la metodología experimental llevada a cabo.

***Capítulo 4. “Metodología del estudio numérico”.***

Se profundiza en la discretización empleada y en el método de resolución numérico adoptado. Se describen en detalle tanto la metodología numérica bidimensional como la tridimensional.

***Capítulo 5. “Análisis determinista de la interacción rotor-estator en un turbomáquina axial”.***

Se introducen una serie de modelos para la descripción del comportamiento de las interacciones no estacionarias del flujo entre los haces. Se detalla un proceso de identificación de tensiones deterministas a partir de la solución del flujo con el objeto de localizar las fuentes de generación de interacciones entre haces.

***Capítulo 6. “Características estacionarias de la interacción rotor-estator”.***

Se muestran las características estacionarias (promediadas en el tiempo) de la interacción entre rotor y estator, obtenidas tanto a través de la modelización numérica como de las medidas experimentales. Se analizan los resultados y se establecen comparativas.

***Capítulo 7. “Características no estacionarias de la interacción rotor-estator”.***

En este capítulo, se observarán las características temporales del flujo instantáneo, comparando de nuevo lo obtenido numérica y experimentalmente.



**Capítulo 8. “Características del flujo determinista”.**

Se adentrará en el análisis determinista de la interacción y se identificarán las tensiones deterministas como fuentes de interacciones no estacionarias.

**Capítulo 9. “Conclusiones finales y trabajos futuros”.**

Como punto final se recogen las conclusiones más relevantes del estudio realizado, y se apuntan los esfuerzos futuros que será necesario realizar para continuar esta línea de trabajo.

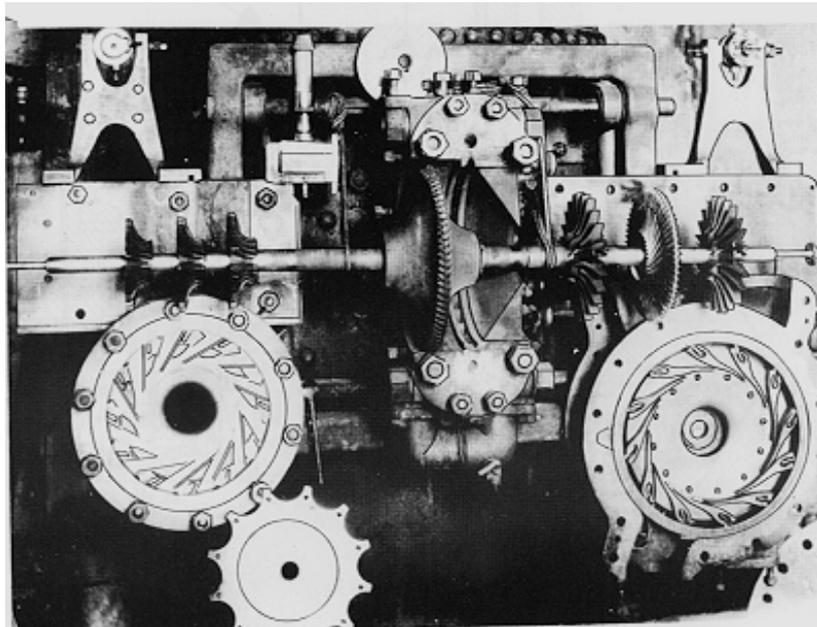
**Capítulo 10. “Referencias bibliográficas”.**

**Capítulo 11. “Anexos”.**



## Capítulo 2

### DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA DE INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR



Primera turbina de gas de Elling – 1903.

“Quien no conoce la historia está condenado a repetirla”.

Karl Marx (1818-1883).  
Filósofo y economista alemán.

*En este capítulo se resume la revisión bibliográfica realizada para la elaboración de esta tesis.*

*Se inicia con una breve reseña de los estudios clásicos centrados en la interacción entre haces. El desarrollo de técnicas computacionales robustas y de ordenadores cada vez más capaces y potentes, ha permitido que en las últimas dos décadas se haya podido avanzar en el entendimiento de este fenómeno, a partir de una complementariedad con el estudio por vía experimental avanzada, basado en la visualización del flujo a través de técnicas PIV y LDV.*

*Finalmente, se ha querido incluir un pequeño apartado correspondiente a la línea de investigación sobre máquinas axiales que se viene desarrollando en el Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Oviedo, como marco general en el que se engloba el ámbito de investigación del presente trabajo.*



## 2.1.- ESTUDIOS INICIALES Y EVOLUCIÓN DEL ÁMBITO DE TRABAJO SOBRE INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR

Prácticamente, las investigaciones más potentes que se realizan hoy día sobre turbomáquinas se centran en compresores y turbinas, estando sus finalidades ligadas de un modo u otro al ámbito aeronáutico. A rebufo de estas investigaciones, el resto de máquinas, con condiciones de operación menos exigentes, aprovechan los frutos del mejor conocimiento de turborreactores, turbocompresores y turbinas de última generación, para sus propios diseños. Puesto que el objetivo fundamental es el de reducir pesos y costes de producción, los modernos diseños de turborreactores tienden a utilizar menos álabes (menos etapas, máquina más cortas) y espaciados axiales entre coronas cada vez más pequeños. Obviamente, esto lleva a mayores cargas aerodinámicas en los álabes y a un incremento en la interacción entre haces adyacentes (*Nürnbergger, 2001*).

Una de las grandes dificultades que presenta la interacción entre haces es que existe un efecto de acoplamiento entre ellos; esto es, no ocurre sólo que uno de ellos genera un campo no uniforme que sirve de condición de entrada para el comportamiento de la corona aguas abajo, sino que ese haz también condiciona la respuesta de la fila previa. Por si esto fuera poco, cada haz presenta su propio marco de referencia para el paso del flujo por los canales, con lo que su estudio no estacionario se complica enormemente.

Con vistas a simplificar el fenómeno, los primeros estudios acerca de interacción, se centraron en un haz de álabes que era “atacado” por una “ráfaga” (*gust*), de forma que la fila de álabes respondía ante una perturbación periódica (espacial o temporalmente) en el flujo de entrada.

A partir de los conocimientos adquiridos por Von Kármán en el estudio de la capa límite (1921), el propio Von Kármán (1938) y uno de sus discípulos, Sears (1939), pusieron las bases al estudio de perturbaciones del flujo bidimensional sobre una placa plana (caso particular de álabe sin espesor con curvatura cero). Posteriormente, también Kemp (1952) aportó su esfuerzo en la obtención de una expresión para evaluar la presión sobre la placa plana en función de un flujo con perturbaciones de la forma,  $w_g(x_1, t) = w_0 e^{i(\omega t - kx)}$ , y de la longitud de la placa. La expresión obtenida incluía la denominada función de Theodorsen (*Silkowski, 2001*) y permitía calcular las fuerzas de sustentación y arrastre y observar la respuesta en la placa en función de la frecuencia reducida  $k$  de las perturbaciones.

En 1968, Horlock extiende el estudio incluyendo componentes tanto horizontales como verticales de la ráfaga incidente. Horlock concluyó que a partir de ángulos superiores a  $10^\circ$  en la inclinación de la placa con respecto a la velocidad media del flujo, las componentes horizontales de la perturbación toman importancia.

El estudio de soluciones analíticas y semianalíticas continuó con el desarrollo de teorías incompresibles tridimensionales a principios de la década de los 70. El problema exacto fue resuelto por Graham (1970) en forma de series infinitas para un álabe de envergadura infinita. Filotas (1969) y Mudgridge (1971) plantearon también soluciones aproximadas a partir de perturbaciones de la forma  $w_g(x, y) = w_0 e^{ik(x \cos \theta + y \sin \theta)}$ . El



siguiente paso fue la extensión hacia flujo compresible (de aplicación en estudio de interacción en máquinas térmicas) desarrollada por Adamczyk (1971) mediante soluciones numéricas para la obtención de la sustentación no estacionaria. Por aquel entonces, Sears (1971) y Osborne (1973) formularon soluciones analíticas para ese mismo problema de flujo bidimensional compresible, con una serie de hipótesis simplificativas que posteriormente fueron revisadas por Amiet.

Con el nacimiento de las técnicas CFD a partir de los años 70, los métodos numéricos comienzan a destacar como la herramienta más utilizada para el estudio de la interacción. Además, dada la complejidad del fenómeno, se van consolidando diferentes disciplinas enfocadas al estudio de las diversas naturalezas en las que se manifiesta la interacción entre haces, a saber:

- Aeromecánica y aeroelasticidad. Se centran en la interacción entre el flujo y las propiedades mecánicas de los álabes. Básicamente estudian dos mecanismos: el denominado *flutter*, o vibración forzada en los álabes por fenómenos de resonancia, y la respuesta forzada en la carga de los álabes como consecuencia de una ráfaga de estelas incidentes a la corona de estudio. Bajo este enfoque, los álabes dejan de ser una mera condición de contorno pasiva (móvil, pero neutra) para participar en la solución del flujo a través de mecanismos vibratorios.
- Aeroacústica. Con una importancia cada vez mayor, debido a las fuertes restricciones legales sobre el ruido generado por las turbomáquinas, trata de caracterizar las fuentes sonoras en las máquinas y describir los mecanismos de propagación de las mismas. A partir de las variaciones del campo de presiones en el flujo, se pueden identificar unas fuentes de ruido que se propagan e interaccionan con los elementos estructurales y funcionales (configuraciones multietapa) de las máquinas.
- Aerodinámica y fluidodinámica. Esta disciplina resuelve las clásicas ecuaciones de gobierno del flujo y permite analizar el intercambio de cantidad de movimiento en los haces. Se desacopla todo efecto estructural y se presenta un entorno geométrico estable. Aspectos fundamentales que son estudiados bajo este marco de trabajo son la turbulencia del flujo, las prestaciones globales estacionarias de las máquinas y las no estacionariedades aerodinámicas asociadas al movimiento relativo de las coronas (figura. 2.1.1.)

### 2.1.1.- Aeromecánica y aeroelasticidad.

Los estudios iniciales que fueron descritos con anterioridad, basados en los trabajos de respuesta de placa plana frente a perturbaciones del flujo en forma de “ráfagas”, se han constituido como el origen del estudio de efectos aeromecánicos y aeroelásticos sobre haces en turbomáquinas axiales.

El rango de aplicación de la aeromecánica se sitúa sobre todo en el estudio de turborreactores y turbinas de gas, merced a las importantes presiones y temperaturas que se alcanzan en su interior (figura 1.4.1).

No es el objetivo de este trabajo adentrarse en esta disciplina, ya que el ventilador de estudio está lejos de las exigencias mecánicas y térmicas características de esas turbinas, pero conviene presentar un breve esquema de los fenómenos estudiados y una revisión de los trabajos más relevantes al respecto.

La aeromecánica estudia el efecto de la vibración sobre los álabes de las coronas, la cual cabe ser clasificada en función del origen de la excitación. La excitación puede ser de origen mecánico (acoplamiento entre la punta de los álabes y la carcasa) o más comúnmente de origen aerodinámico, en el que se incluyen (Jöcker, 2002):

- Respuesta forzada (“forced response”) por interacción entre haces.
- Autoexcitación, fenómenos de resonancia (“flutter”).
- Impacto de chorros fríos (“cooling jets”).
- Desprendimiento rotativo (“surge and rotating stall”).
- Turbulencia.

La figura 2.1 muestra esquemáticamente efectos de interacción potencial y en forma de acoplamiento rotor-estela, y cómo esos efectos fijan el esquema iterativo de diseño para garantizar un comportamiento mecánico factible de las coronas de álabes. De hecho, todos estos fenómenos, que se abordarán en detalle bajo el punto de vista fluidodinámico en esta tesis, juegan un papel muy importante en el análisis aeromecánico.

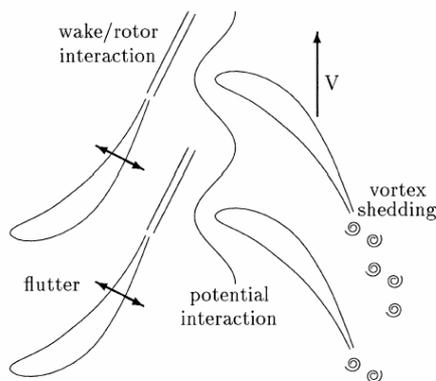


Fig. 2.1.1. Efectos de interacción potencial y de estela en una turbina. Gilles (1993).

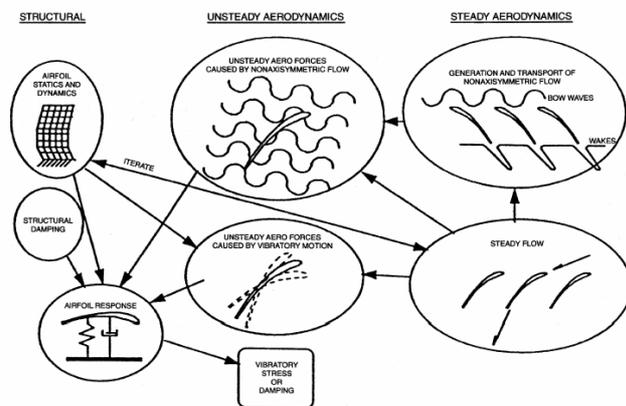


Fig. 2.1.2. Esquema para el estudio de respuesta forzada. Hilbert et al. (1997).

Fig. 2.1. Fenómenos de estudio en el campo de la aeromecánica.

Por tanto, la repercusión de “defectos” del flujo (Kielb et al, 1992), agrupados en torno a mecanismos como generación de estelas -déficit de velocidades-, desprendimiento de vórtices (Hummel, 2001), interacciones potenciales debidas a variaciones circunferenciales de la presión estática (Hodson, 1998), ondas de choque (Chiang y Kielb, 1992), distorsiones del flujo de entrada (He, 2001), generación de chorros calientes, vórtices tridimensionales (Lakshminarayana, 1996), ráfagas, etc (ver apartado 1.4) caben ser también estudiados en su vertiente de verdaderos mecanismos causantes de vibraciones sobre los álabes.



En definitiva, los avances en las capacidades computacionales en la última década han permitido incluir las técnicas CFD como una herramienta más para el análisis y el diseño. En el campo de la respuesta forzada por interacción entre haces, se han desarrollado códigos potenciales (Ni y Sharma, 1990) y de Navier-Stokes (Rai, 1989), mientras que para el estudio del “flutter” también se encuentran en la literatura códigos potenciales (Verdon y Casper, 1981; Hall y Crawley, 1989) y de Navier-Stokes (Clark y Hall, 1999), generándose de esta forma un ámbito de trabajo computacional válido para la consolidación de esta disciplina aeromecánica.

### 2.1.2.- Aeroacústica.

La variación temporal del campo de presiones en los canales de una turbomáquina constituye el mecanismo de generación de ruido aerodinámico. Dicho ruido tiene un doble origen: el ruido de banda ancha, debido a fenómenos de turbulencia, y el ruido aerodinámico tonal, de carácter periódico, ligado básicamente a la frecuencia de paso de álabes.

En particular, la interacción rotor-estator es una clara fuente identificada de generación de ruido aerodinámico tonal. Hoy día, el estudio de este tipo de ruido y la obtención de fórmulas que reduzcan su impacto en la generación total del ruido de turboreactores es un tema crítico en la fabricación de estos equipos. En la figura 2.2 se muestra gráficamente un esquema general de la interacción, en los que se incluyen mecanismos de generación, de propagación a lo largo del conducto entubado, así como de reflexión, refracción y transmisión en el entorno de los haces implicados.

Tyler y Sofrin (1962) fueron los primeros en desarrollar una sencilla regla para evitar potenciar armónicos de generación de ruido tonal a partir de una elección “inteligente” del número de álabes de los haces fijos y móviles en la admisión de un turboreactor (*ver apartado 5.2*). Se basaron en un enfoque tradicional en que se emplea el dominio de la frecuencia para el estudio de las ráfagas, que provienen del turboventilador previo, expresadas en series de Fourier, de la forma clásica:

$$w_g = w_0 e^{ikx} [1].$$

Para incorporar las ráfagas en el dominio del tiempo y poder ejecutar una resolución CFD del problema, Lumley desarrolló un método para la descomposición de la ráfaga en modos propios ortogonales (POD) en el que la parte no estacionaria del flujo se descompone en un conjunto de modos decorrelacionados, que posteriormente Deavenport et al (1999) generalizó al incluir estructuras vorticales compactas (CES).

Actualmente, los principales fabricantes de turboreactores (p.e. Rolls-Royce) contemplan el empleo de diversos métodos, entre los que cabe destacar (*Wilson, 2002*):

- Correlaciones obtenidas empíricamente.
- Flujo analítico estacionario más una respuesta semianalítica linealizada mediante:

---

[1] Nótese la gran similitud que presenta con el enfoque de Sears y Kemp.



- Un modelo de propagación de estelas.
- Un modelo de utilización de placas planas dobladas (sin carga)
- Un modelo de interacción múltiple entre ventilador y OGV.
- Flujo estacionario por CFD + respuesta numérica linealizada en los álabes + funciones de Green linealizadas.
- Flujo estacionario por CFD + respuesta numérica linealizada.
- CFD no estacionario y no lineal.

El campo de la aeroacústica tiene por delante retos muy importantes, sobre todo en el desarrollo de herramientas numéricas a partir de modelos integrados entre CFD y CAA. Conviene no olvidar el empleo de teorías como la analogía acústica de Lighthill, el modelo de Ffowcs-Williams Hawkins y otras teorías híbridas, que si bien se emplean para el estudio del ruido en el campo lejano, permiten valorar mediante cálculo computacional el potencial acústico de estas turbomáquinas de varias etapas. Desgraciadamente, las hipótesis simplificadoras empleadas para el estudio del ruido en el campo lejano carecen de validez en el entorno entre canales de haces, por lo que la simulación de la interacción acústica (sus escalas temporales y espaciales son extremadamente bajas) y la búsqueda de mejoras en el diseño, pasan necesariamente por una mejora gradual de las técnicas de análisis en ese entorno en los próximos años.

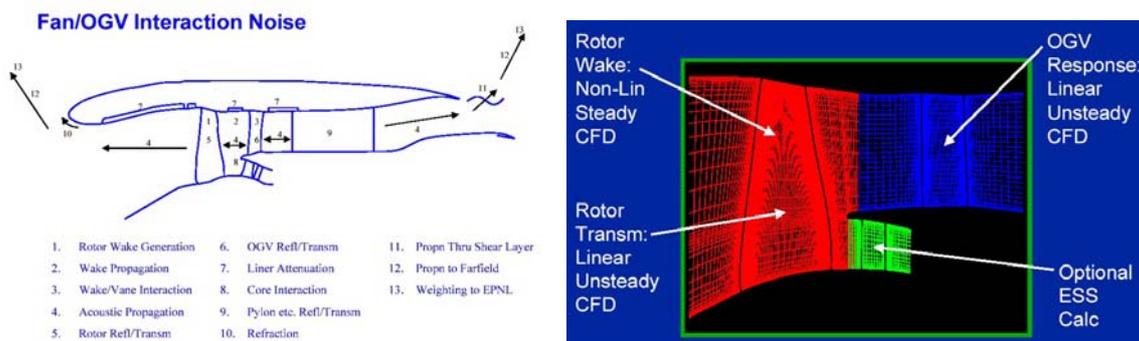


Fig. 2.2. Descripción de la interacción Fan/OGV y esquemas numéricos de resolución.

### 2.1.3.- Aerodinámica.

El clásico trabajo de Kerrebrock y Mikolajczak de 1970 se puede considerar quizá como el punto de partida del estudio actual de la interacción fluidodinámica entre coronas adyacentes. Estos investigadores fueron los primeros en describir por qué fenómenos no estacionarios en los compresores eran los causantes de un incremento de la temperatura en la cara de presión de los álabes (Orkwis, 2000). Su principal contribución consiste en haber empleado argumentos cinemáticos, apoyados en la relación entre el marco de referencia fijo y el punto de vista relativo a la corona en rotación, para justificar la aparición de un gradiente de temperaturas entre las caras de los álabes.

En realidad, este fenómeno es aún más pronunciado en el caso de turbinas debido a la existencia de importantes variaciones circunferenciales de la temperatura. Téngase en cuenta que con la universalización de la aviación comercial, la necesidad de



turborreactores cada vez más eficientes y capaces de consumir menos combustible, se generalizó con rapidez a partir de los años 60. Estas condiciones de diseño derivaron en la utilización de cámaras de combustión en las que se alcanzaban muy altas temperaturas, lo cual tenía un impacto inmediato en la duración y resistencia mecánica de las primeras etapas de la turbina aguas abajo del combustor. Por aquel entonces, los diseños de las turbinas se basaban en la consideración de flujo uniforme procedente de la salida de la cámara de combustión, lo cual obviaba todo desequilibrio térmico precedente, y desembocaba en un mal diseño de esas coronas tan solicitadas térmicamente.

La innovación de Kerrebrock y Mikolajczak fue la de señalar la existencia de chorros calientes (*hot streaks*), que se mueven a velocidades superiores a las del flujo circundante. La figura 2.3.1 muestra el triángulo de velocidades asociado a dicho fenómeno, donde la existencia de esa discrepancia de velocidades en el marco absoluto genera una componente neta de desplazamiento (*drift velocity*) contra la superficie de presión del álabe aguas abajo. Estos chorros calientes tienen su origen en la aparición de puntos calientes (*hot spots*) a la salida de la cámara de combustión, que al migrar en el flujo principal, se convierten en verdaderos chorros al paso por la primera etapa de la turbina (Gupta, 2001).

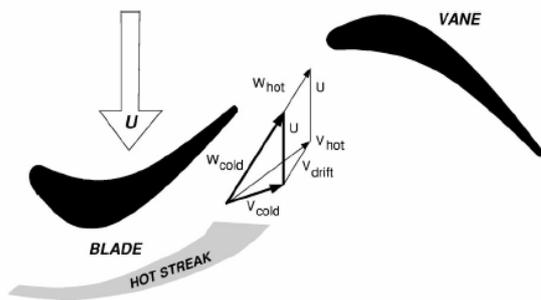


Fig. 2.3.1. Efecto de Kerrebrock y Mikolajczak en una etapa de turbina. (Adamczyk, 1999).

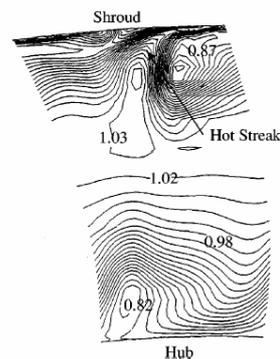


Fig. 2.3.2. Ejemplo de hot streak en un gráfico de temperatura total no estacionaria a la salida del rotor de una turbina.

No sería hasta 1989 cuando Butler y Sharma presentan resultados experimentales acerca de este fenómeno de calentamiento “preferencial” en la superficie de los álabes. Estos estudios se llevaron a cabo sobre un túnel de viento rotativo que hacía las veces de turbomáquina de flujo axial. La turbina montada era similar a las empleadas en los turborreactores comerciales de entonces, con un estator de 22 álabes y un rotor de 33. El chorro caliente (*hot streak*) se introducía a partir de un tubo colocado al 40% de la envergadura de los álabes (de gran escala y baja velocidad de rotación). El chorro se introducía al doble de temperatura del flujo principal y se alimentaba con CO<sub>2</sub> para facilitar su seguimiento y visualización. Efectivamente, se observaron importantes variaciones en el patrón del flujo sobre las superficies de los álabes al incluir esos chorros a temperatura elevada; cambios de hasta el 30% en el transporte del flujo sobre esas superficies afectadas.



Ha habido otros trabajos experimentales que han puesto de manifiesto la importancia de la interacción rotor-estator, como los de Dring et al. (1981) y Dunn (1984). Además, las causas de esta interacción se encuentran bien documentadas en la literatura, a partir de las contribuciones de Kemp y Sears (1955), Parker (1969), los propios Kerrebrock y Mikolajczak (1970) o Gilles y Hodson (1984) (*Haldeman et al., 2000*). Sin embargo, la aerodinámica descubrió pronto que las herramientas numéricas iban a jugar un papel muy importante en sus investigaciones, con especial en el estudio de las interacciones entre haces. De hecho, ya desde los años 60, y sobre todo a partir de la década de los 70, la consolidación de las técnicas CFD ha ido muy encaminada a conseguir un marco estable y operativo para su utilización en la industria. El objetivo final es el empleo de códigos numéricos para el desarrollo industrial de modelos y prototipos eficaces en períodos de tiempo cada vez más cortos. Por supuesto, de dichos códigos se espera que capturen fenómenos turbulentos, tridimensionales y no estacionarios, como es el caso de la interacción rotor-estator.

Con la sucesiva mejora de las capacidades de los computadores a lo largo de los años se ha conseguido, por un lado, tener en cuenta máquinas cada vez más complejas y con menores simplificaciones geométricas, mientras que por otro, ha sido cada vez más factible incluir algoritmos y esquemas de resolución más realistas. Hablando en términos generales se puede decir que, desde 1970, en que se conseguían soluciones numéricas de canales bidimensionales bajo hipótesis de flujo potencial, la tecnología ha ido evolucionando a través de códigos eulerianos (década de los años 80) y finalmente códigos de Navier-Stokes (años 90). Como grandes impulsores de estos avances cabe destacar a Denton (1975), Ni (1982) y Dawes (1988) (*Hirsch, 2003*). Desde entonces, se han ido desarrollando códigos cada vez más avanzados, que permiten configuraciones y mallas más complejas, algoritmos más apropiados y eficientes, así como modelos de turbulencia óptimos. Además, la capacidad de cálculo de los computadores se ha multiplicado por  $10^6$  en los últimos 30 años, lo que unido a la mejora de los algoritmos de resolución, ha hecho posible avanzar en el estudio de máquinas multietapa sujetas a fenómenos no estacionarios.

Actualmente, las principales líneas de trabajo que se siguen en el desarrollo de técnicas CFD para el estudio de flujo en turbomáquinas son (*Hirsch, 2003*):

- Validación y mejora de los modelos físicos de turbulencia y transición.
- Validación y mejora de los modelos físicos no estacionarios y multietapa.
- Desarrollo de sistemas para generación de mallados de alta calidad.
- Aumento de la tasa de convergencia de las técnicas CFD empleadas.
- Aplicaciones industriales para optimización de la forma de los álabes.
- Extensión a situaciones multidisciplinarias:
  - Transmisión de calor.
  - Cámaras de combustión y emisiones.
  - Fenómenos aeroelásticos acoplados (*flutter*).
  - Aeroacústica de motores.
- Reducción de tiempos de simulación.
- Simplificación de técnicas CAD/CAE para generación de geometrías y mallas.
- Técnicas adaptativas para control on-line del error numérico.



En lo que se refiere a la simulación entre rotor y estator, la simulación numérica es hoy por hoy uno de los aspectos más relevantes en muchas aplicaciones aeronáuticas y de turbomaquinaria. Como ya se ha comentado, el fuerte carácter no estacionario y tridimensional del flujo en el interior de estas máquinas, debe ser capturado adecuadamente para poder predecir las pérdidas y los mecanismos de transferencia de energía. La discretización espacial debe ser detallada y el modelo de turbulencia óptimo para entender los fenómenos potenciales entre los haces y la generación de las capas límite viscosas que modifican las pérdidas y las prestaciones medias de la máquina.

Desgraciadamente, la solución tridimensional no estacionaria del flujo, supone uno de los esfuerzos computacionales más exigentes dentro de las modernas aplicaciones de CFD. Por ejemplo, una solución tridimensional ya periódica puede llegar a necesitar varias semanas a pesar de las modernas arquitecturas computacionales de altas prestaciones (masivas estaciones de trabajo paralelizadas). Por esta razón, se han desarrollado diversos métodos para conseguir soluciones temporales adecuadas sin que esto conlleve excesivos requisitos computacionales ni de tiempo real de simulación. En general, las diferencias entre los distintos métodos recaen en la estrategia seguida para acoplar las partes móviles y las fijas y en el procedimiento empleado para tener en cuenta las fluctuaciones no estacionarias. Existen varios métodos para el modelado de fenómenos tridimensionales no estacionarios en el flujo de turbomáquinas de varias etapas. En concreto se pueden diferenciar cinco métodos básicos (*Chima, 1998*), que se detallarán a continuación:

- Análisis sucesivo de filas de álabes aisladas.
- Métodos de promediado según planos (*averaging-plane methods*).
- Métodos de promediado según canal. (*average-passage methods*).
- Métodos cuasi no estacionarios.
- Métodos completamente no estacionarios.

El método más sencillo consiste en extender el empleo de un código desarrollado para una corona de álabes aislada al entorno de una turbomáquina multietapa. La metodología analiza la primera fila de álabes (modela un único canal) y utiliza las propiedades promediadas del flujo a la salida de dicha fila como condición de contorno de entrada para la siguiente fila. El proceso se repite tantas veces como haces presente la turbomáquina en estudio. Aunque el método es simple, presenta una serie de indefiniciones que cuestionan la consistencia de su empleo: en primer lugar, dada la relativa cercanía que presentan los haces unos de otros, no queda claro hasta qué punto deben extenderse los dominios de cada fila aislada o si es razonable superponer mallas. En segundo lugar, la proximidad de las condiciones de contorno a los bordes de ataque y salida de los álabes imponen excesiva rigidez numérica. En tercer lugar, las condiciones de contorno promediadas no recogen toda la riqueza original del flujo tridimensional de partida. Finalmente, el gran inconveniente es que se ignoran por completo procesos físicos como la difusión de estelas (*wake mixing*), interacciones y otros fenómenos no estacionarios, en virtud del marco estacionario empleado.

Los métodos de promediado según planos resuelven todas las coronas simultáneamente, intercambiando información del flujo según distribuciones promediadas radialmente en las interfaces comunes entre las filas. La principal ventaja con respecto al procedimiento previo es que garantiza la consistencia en la dirección de

la envergadura de los álabes pero conserva la necesidad de implementar condiciones de contorno y de promediar en las mismas. Aunque existen varias alternativas, la más extendida es la conocida como “planos de mezcla” (*mixing planes*), en la que se promedian tangencialmente las variables transportadas. La figura 2.4 muestra el plano de mezcla para una configuración rotor-estator. El esquema es estacionario y permite, de nuevo, modelar un único canal por corona. Esta metodología fue introducida simultáneamente por Denton (1992) y por Dawes (1992), con pequeñas diferencias en el modo de abordar la técnica de promediado, pero que no redundan en excesivas discrepancias en sus resultados comparativos. Este tipo de ejecuciones permiten un gran ahorro computacional a costa de perder efectos no lineales y fenómenos de convección.

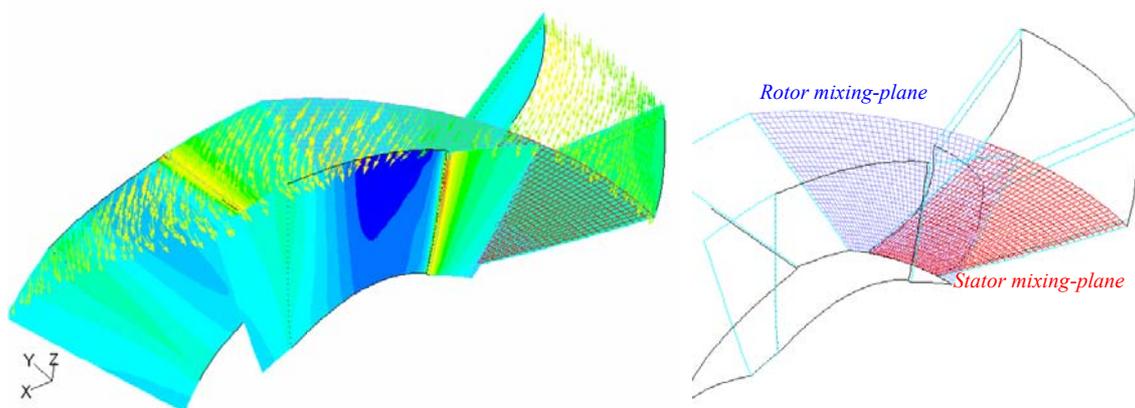


Fig. 2.4. Resolución de interacción rotor-estator mediante “mixing-planes”.

El último procedimiento que presenta un modelado estacionario es el método de promediado por canal (*average-passage*), desarrollado por Adamczyk (1985 y 1986) – figura 2.5-. Este esquema plantea un riguroso análisis con el objetivo de modelar la interacción no estacionaria entre haces de una turbomáquina de varias etapas, dentro de un marco estacionario. Básicamente, lo que se propone es una descomposición de las variables del flujo en una componente estacionaria, una componente no estacionaria determinista (periódica) y en una tercera componente no estacionaria y aleatoria (turbulenta). Las ecuaciones del flujo son integradas en el tiempo utilizando técnicas análogas al promediado de Reynolds, obteniéndose las ecuaciones de promedio a canal (*passage-average equations*) derivadas de las ecuaciones constitutivas de Navier-Stokes. En el proceso de integración, se introducen las clásicas tensiones de Reynolds, así como términos adicionales –tensiones deterministas- que necesitan ser modelados para completar el análisis. La gran ventaja recae en el riguroso fundamento de la metodología para tratar la interacción no estacionaria entre haces, aunque existe poca documentación al respecto del modelado de las tensiones deterministas. Aunque el desarrollo matemático es exacto y aplicable a una única fila, el método práctico requiere la extensión de los dominios computacionales de cada haz hasta superponerse sobre las filas adyacentes a cada lado, lo cual añade cierta complejidad y gasto computacional. En el capítulo 5 de la presente tesis se revisa en profundidad las bases de esta metodología, que ha sido empleada para diversas aplicaciones y para relacionar determinados fenómenos físicos con las tensiones deterministas (*ver apartado 2.2*). Algunos autores como el propio Adamczyk, Rhie et al. y LeJambre et al. han utilizado consideraciones



deterministas para el diseño de turbinas, pero la complejidad del proceso ha desanimado a otros autores a utilizarla. Hall et al (1999) ha propuesto algunos artificios algebraicos para añadir algunos de los términos deterministas en los análisis de planos de mezcla.



Fig. 2.5.1. Prof. John J. Adamczyk.



Fig. 2.5.2. Trabajos iniciales de Adamczyk (1986).

Recientemente, han comenzado a emplearse otras metodologías que pueden denominarse como “cuasi-no estacionarias” y que están derivadas de la teoría de pequeñas perturbaciones de aplicación en problemas de aeroelasticidad. Así, los efectos de la interacción rotor-estator se cuantifican como una perturbación de la solución estacionaria (Belardini, 2003). En concreto, se parte de las ecuaciones de Euler linealizadas para obtener un sistema lineal en el que las incógnitas están representadas por parámetros característicos del modo de vibración seleccionado. Autores como Whitehead (1987) o Crawley y Hall (1993) han trabajado intensamente en este campo para el estudio de problemas aeromecánicos y de ruido, como ya se apuntó en el apartado 2.1.1. Estas herramientas están especialmente orientadas a la resolución de flujos periódicos altamente no lineales, como es el caso de las turbomáquinas, y en ellas se emplea un balance de armónicos con el objeto de transformar un problema no estacionario en el dominio del tiempo en un problema estacionario en el que se asume una solución de la forma de serie de Fourier en el tiempo.

Otra aproximación “cuasi-no estacionaria” se basa en la utilización e implementación de condiciones de contorno no estacionarias sobre una fila de álabes aislada. Los valores en dicha condición de contorno pueden ser tratados según la teoría de Sears en la que las no estacionariedades se modelan a partir de ráfagas incidentes (*incident gust*). Entonces, la condición se impone a partir de la definición de una estela periódica que debe evaluarse con un tratamiento especial en las interfaces entre coronas.

Finalmente, los métodos completamente no estacionarios, impulsados inicialmente por Rai (1987, 1989) y Giles (1988, 1990), son capaces de ofrecer una solución directa de la interacción no estacionaria rotor-estator. En principio, estos esquemas permiten evitar todo tipo de modelados extras, excepto el de la turbulencia, claro está, por lo que se pueden emplear para validar otros modelos estacionarios como los descritos con anterioridad. Los principales aspectos a tener en cuenta son el



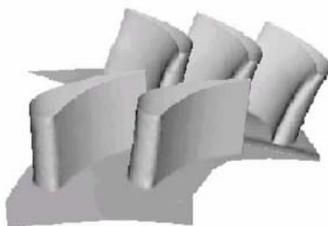
tratamiento de las interfaces entre los dominios del rotor y del estator y la implementación de fronteras periódicas en el espacio y en el tiempo. Habitualmente, el paso (*pitch*) de las coronas fijas y móviles suele ser distinto, eligiéndose un número de álabes para cada haz que trate de evitar resonancias y amplificaciones en la interacción (Tyler y Sofrin, 1969). Esto implica relaciones de álabes de rotor y estator que en la mayoría de las ocasiones no admiten reducción, por lo que para evitar tener que modelizar todos los canales (con el extraordinario gasto computacional que eso acarrea), se admiten pequeñas modificaciones del espaciado entre álabes. De esta forma, a costa de una perfecta réplica de la máquina a estudiar, se consigue un dominio de simulación reducido en el que se incluyen unos pocos canales de rotor y estator.<sup>[2]</sup>

Los modelos no estacionarios exigen que las superficies móviles de los álabes en rotación sean tenidas en cuenta como tal a lo largo del tiempo, modificándose la posición relativa entre los álabes de las coronas de la máquina. Como el lector podrá imaginar, estos métodos son muy costosos –tanto en tiempo de simulación, como en infraestructura computacional requerida para su ejecución– y requieren de alguna herramienta de promediado en el post-proceso, para presentar resultados manejables.

Para concluir con esta revisión sobre el estado del arte de la interacción rotor-estator, señalar que, sea cual sea el método empleado para su estudio, siempre es imprescindible el empleo de un modelo de turbulencia. Existen diversos modelos para ello, pero desgraciadamente, no existe una regla general sobre cuales son más apropiados en según qué situaciones. De hecho, algunos autores (Menter, 2003) llegan a considerar que la elección de un modelo de turbulencia u otro tiene una gran dependencia con respecto al tipo de máquina que se esté estudiando. Ante semejante escenario, como norma general, debe observarse en primer lugar qué nivel de importancia presentan los mecanismos de turbulencia en relación al fenómeno físico que se quiere estudiar; y en segundo lugar, recurrir a la literatura para conocer qué modelos suelen ser utilizados en turbomáquinas semejantes a la considerada.

En el caso de la interacción rotor-estator, es clave una buena descripción de la formación (y desprendimiento) de la capa límite en la superficie de los álabes, pues a partir de la misma se desarrollan las estelas que dan lugar a la no uniformidad del flujo a la entrada de las coronas. En el caso particular de turbinas de gas, la formación de capas límites térmicas y su relación con las capas límites viscosas es un tema crítico, muy relacionado con el posterior transporte y difusión de chorros calientes y su influencia en el entorno global no estacionario. Actualmente, se emplean modelos de una ecuación (Spalart-Allmaras), de dos ecuaciones ( $k-\omega$ ,  $k-\varepsilon$  y SST), modelos de Reynolds (RMS) y modelos LES (*Large Eddy Simulation*) y DES (*Detached Eddy Simulation*), siendo estos últimos los que se emplean también en ámbitos aeroacústicos por su capacidad

[2]



Por ejemplo, Belardini presenta una turbina de gas monoetapa de alta presión, con 43 álabes en el estator y 64 álabes retorcidos radialmente en el rotor. La relación exacta es:  $43:64 = 0.6718$ , muy cercana a  $2:3 = 0.6667$ . Aplicando un factor de escala del 0.7% sobre el rotor, la geometría estudiada pasa a tener una periodicidad reducida que permite el estudio de únicamente 5 canales de la máquina (2 de estator y 3 de rotor) por los 107 canales iniciales, con el extraordinario ahorro computacional que eso conlleva.



para capturar efectos no estacionarios que están más allá de modelos estacionarios e incluso de formulaciones U-RANS no estacionarias. Posteriormente, en el capítulo 4 se efectuará una breve discusión sobre los modelos de turbulencia empleados en esta tesis.

## 2.2.- TRABAJOS RECIENTES SOBRE INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR. EXPERIMENTACIÓN Y MODELIZACIÓN

Coincidiendo con la consolidación y difusión de los métodos numéricos como una nueva herramienta para el estudio de la mecánica de fluidos a finales de la década de los 80, el clásico trabajo de Adamczyk de 1985, en el que desarrolla su modelo de ecuaciones promediadas a un canal (*average-passage equations*), puede considerarse como el punto de partida de una nueva forma de estudiar y entender la interacción entre haces de una turbomáquina.

La importancia de este modelo no recae sólo en la posibilidad de considerar un esquema estacionario para el estudio de la no estacionariedad de las coronas, lo cual ya de por sí es muy interesante; sino que sus ecuaciones introducen unas tensiones, denominadas deterministas, a las que se les asocia la generación de la no estacionariedad entre coronas. Esto es, esas tensiones permiten cuantificar y caracterizar la interacción entre haces.

Al año siguiente, 1986, el propio Adamczyk junto con sus colaboradores Mulac y Celestina publican un trabajo en el que proponen un modelo para el cierre de la forma ideal del sistema de ecuaciones promediadas a un canal en una máquina monoetapa. En dicho trabajo ya se incluye un breve esquema que recoge todos los modelos de flujo que son de utilidad en turbomáquinas, desde esquemas de simulación directa, que no necesitan modelado posterior, hasta esquemas cuasi unidimensionales, con una gran cantidad de requerimientos para su cierre. Otra novedad importante es que ya descomponen el tensor de tensiones deterministas en cuatro correlaciones, centrándose únicamente en la denominada “espacial”, que es la que incorporan al método numérico desarrollado por considerarla predominante. Es el punto de partida del código numérico APNASA que se irá perfeccionando a lo largo de los años venideros.

El siguiente paso consiste en la simulación del flujo viscoso tridimensional en una turbina multietapa, en 1990. Se introduce un modelo algebraico, adaptado a partir de los trabajos de Baldwin y Lomax (1978), para modelar la turbulencia. La validación del código se hace mediante comparativa con el LSSR (*Low-Speed Rotating Rig*) –la misma infraestructura que Butler y Sharma emplearon para el estudio del efecto Kerrebrock-Mikolajczak (*ver apartado 2.1.3.*)-, de etapa y media, con 22 álabes de guiado y 28 tanto en rotor como en estator. Los resultados se centran en la comparativa numérica-experimental, y ya deducen una buena captura de flujos secundarios mediante código, contrapuesta a una falta de concordancia a la salida del rotor.

En 1992, Kirtley y Beach, inician el estudio de máquinas centrífugas mediante el modelo de ecuaciones de Adamczyk. En particular se centran en la interacción potencial entre haces de un compresor radial de una etapa, al comparar el modelo de cálculo de la etapa completa, con un cálculo aislado del rodete en el mismo punto de operación. Se concluye que el orden de magnitud de la interacción es bajo, y que están muy asociadas al bloqueo que aporta el difusor aguas abajo. Otro importante concepto que se introduce

es una comparativa de la divergencia de las tensiones deterministas con la divergencia de las tensiones de Reynolds, a partir del cual se deduce que la transferencia de energía determinista en la zona media de envergadura es muy importante.

Posteriores trabajos del grupo de Adamczyk (1992-1998) se centran en adentrarse en la metodología empleada, en mejorar los códigos desarrollados para el cálculo numérico y en extender su análisis hacia otras máquinas (compresor axial de alta velocidad de 4 etapas en 1992; la etapa Lewis n° 37 de la NASA en 1994 o el compresor axial de baja velocidad de 4 etapas de 1998). Algunos resultados interesantes se pueden rescatar de estos trabajos. Por ejemplo, la figura 2.6.1 muestra en dos posiciones, (3) y (4), –separadas una distancia igual a la cuerda de álabe-, aguas abajo del rotor de la etapa 37 de la NASA, la importancia del flujo determinista no estacionario en el flujo promedio. La diferencia entre el promedio temporal (*time-averaged*) y el promedio másico (*mass-averaged*) en (3) –entorno al 7%– es una medida directa de la no estacionariedad de la temperatura a la salida del rotor. En (4) la diferencia es mínima, pues ese efecto no estacionario ya se ha difundido y mezclado para esa posición.

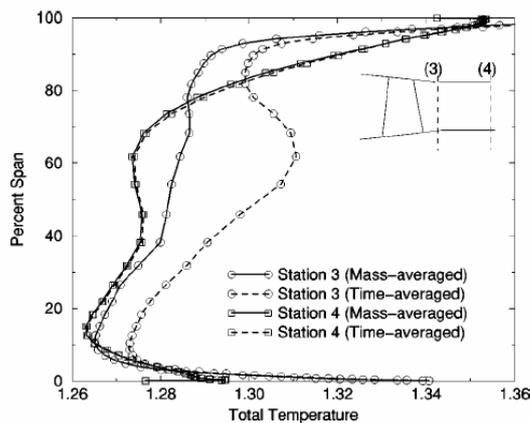


Fig. 2.6.1. Distribución de la temperatura a lo largo de la envergadura, aguas debajo del rotor de la etapa 37.

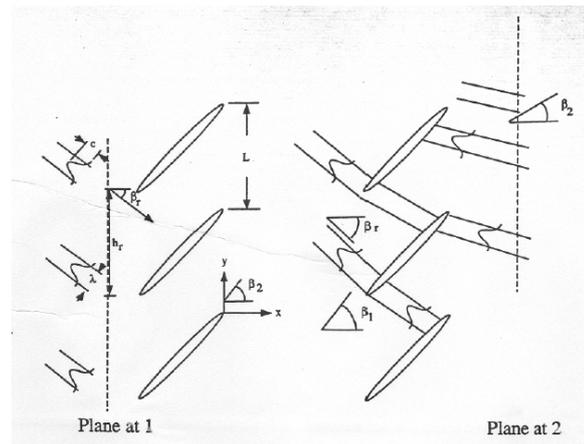


Fig. 2.6.2. Esquema del transporte y difusión de estelas a su paso por la cascada de álaves.

Con la publicación en 1996 de su artículo sobre la difusión de estelas, Adamczyk da un paso adelante en la identificación de fenómenos no estacionarios que están relacionados con las tensiones deterministas. Inspirado en los trabajos de Smith (1966), en los que se introduce el concepto de “recuperación de estelas” (*wake recovery*) para flujo ideal, Adamczyk consigue extender este concepto, a partir de un modelo clásico de pequeñas perturbaciones, al caso de flujo viscoso, demostrando además que su origen recae en el transporte y difusión de las tensiones deterministas en el flujo promedio. Para ello plantea las pérdidas producidas por difusión viscosa a partir de un análisis por volúmenes de control, y compara las diferencias que aparecen en caso de que exista una cascada o de que no la haya a la salida del rotor (figura 2.6.2). Según sea positiva o negativa esa diferencia, se puede concluir que se produce o no un efecto de recuperación de energía por simple transporte y difusión de las estelas.

La posterior tesis de Van Zante (2002) profundiza en estas ideas planteando un modelo sencillo para evaluar las contribuciones de la disipación viscosa y del transporte



ideal al decaimiento de las estelas de rotor en una cascada de estator. El transporte ideal se centra en las consideraciones de Smith (consideraciones cinemáticas y geométricas), mientras que el modelo viscoso requiere imponer un perfil para las estelas. Los resultados de su modelo se comparan con medidas experimentales mediante LDV en un compresor monoetapa de alta velocidad, deduciéndose que el proceso ideal de transporte de las estelas es predominante con respecto a los fenómenos viscosos.

Finalmente, conviene destacar la revisión que Adamczyk realiza en 2000 sobre el modelo de tensiones deterministas. En dicho artículo, se centra en las herramientas de análisis para el diseño aerodinámico de turbomaquinaria multietapa, haciendo un excelente recorrido por los diversos estadios que sufrió su modelo. Así mismo, se adentra en una interpretación de los fenómenos físicos, tanto aerodinámicos como energéticos, que quedan relacionados con la generación y transporte de las tensiones deterministas, entre los que destacan:

- Redistribución del momento y la entalpía total a lo largo de la envergadura de los álabes debido a la correlación espacial (*spanwise redistribution of momentum and total enthalpy*).
- Redistribución circunferencial del momento y la entalpía total (*circumferential redistribution of momentum and total enthalpy*).
- Recuperación de energía a partir de las estelas (*pressure rise from wake recovery*).
- Bloqueo del flujo (*flow blockage*).
- Desfase de coronas adyacentes. (*Blade indexing and clocking effects*).

Como colofón, muestra varios ejemplos de simulaciones, recapitulando los principales resultados obtenidos en los trabajos presentados a lo largo de los años 90. En concreto, muestra resultados de un compresor de baja velocidad de 4 etapas, de un compresor de alta velocidad de 10 etapas –motor de la serie 90 de General Electric-, de otro compresor de alta velocidad de 3 etapas y finalmente de turbinas de alta y baja presión accionadas a alta velocidad. En varios apéndices del artículo, se recoge parte de la formulación matemática que caracteriza el sistema de ecuaciones *average-passage* y se concluye con una breve disertación acerca de trabajos pendientes en el campo del modelado de las tensiones deterministas.

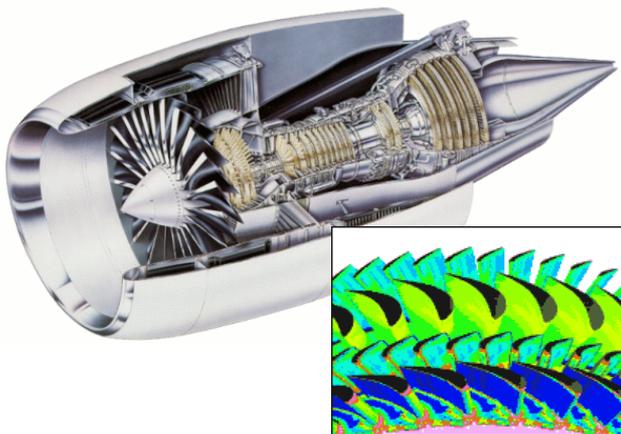


Fig. 2.7.1. Turborreactor GE90. Modelado numérico con el código APNASA..

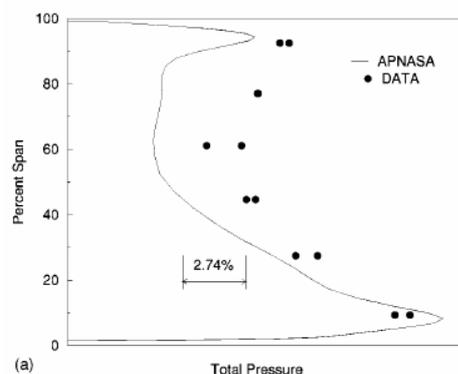


Fig. 2.7.2. Comparativa de resultados numéricos y experimentales en el borde de salida del rotor 3 del compresor GE90.



Un par de contribuciones más que notables al estudio de las tensiones deterministas son los trabajos de Van de Wall (2000) y Busby et al. (2000). Ambos se adentran en el modelado de las tensiones deterministas y ofrecen un modelo de transporte para las mismas. De hecho, bajo el título de “modelo de transporte para las tensiones deterministas asociadas a las interacciones entre coronas de una turbomáquina”, Van de Wall lee su tesis doctoral en 1999. El modelo desarrollado es tridimensional e incluye el efecto de la viscosidad. Además, a partir de la solución de la ecuación de transporte, estimó el decaimiento de la energía cinética asociada al flujo no estacionario determinista. Sus hallazgos resultaron ir en la misma línea que los de Van Zante, concluyendo que la pérdida por difusión de estelas en un compresor puede llegar a reducirse en un 70% si las estelas sufren un proceso de recuperación en una corona contigua (*wake recovery*). Por tanto, si la pérdida total por difusión de estelas se estima en un 15% de la pérdida total, entonces la existencia del proceso de recuperación de estelas contribuye en una mejora en la eficiencia de la máquina de hasta 4.5 puntos.

La figura 2.8.1 muestra resultados para el compresor estudiado por Van de Wall, donde se predicen beneficios entorno a 1 y 1.4 (0.01 a 0.014) puntos para ángulos de estela altos.

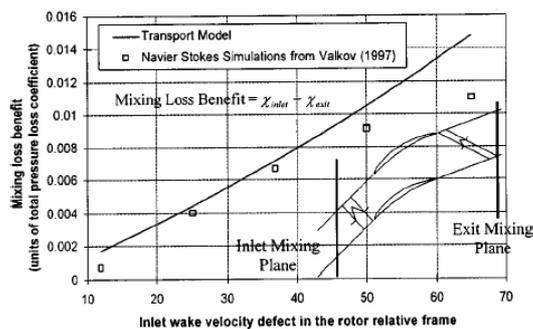


Fig. 2.8.1. Recuperación de pérdidas de difusión de estelas para diferentes ángulos de entrada de las estelas. Van de Wall (2000).

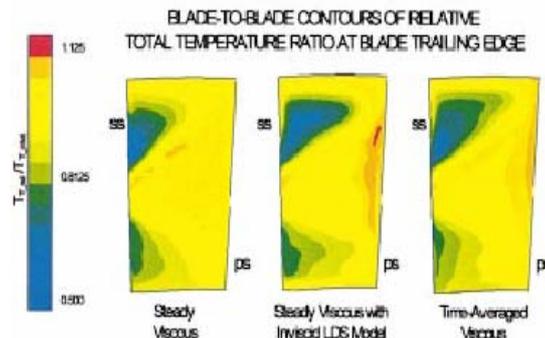


Fig. 2.8.2. Segregación de la temperatura total relativa en el borde de salida del rotor. Busby et al. (2000)

Aunque Van de Wall también se adentra un poco en su estudio en el caso de una turbina, en el artículo de Busby et al. se modelan las tensiones deterministas responsables de la segregación de gas caliente en una turbina. El objetivo primordial de este trabajo era validar un procedimiento que permitiese reducir el tiempo de simulación asociado a un cálculo viscoso promediado en el tiempo. Modeladas las tensiones deterministas, que eran obtenidas de un proceso previo ideal no estacionario, se incluían como términos fuente en un cálculo viscoso estacionario. La figura 2.8.2 muestra algún resultado para cada uno de esos hitos intermedios en los que se disociaba el método general de cálculo. Se apreciaron errores en la solución entorno al 17%, pero como contrapartida, se redujo el tiempo de computación en un 75%.

Joseph Katz, y su grupo de investigación en la Johns Hopkins University de Baltimore han seguido también una línea de trabajo muy interesante a cerca del tratamiento de las tensiones deterministas. Sus publicaciones, muy recientes, abordan la obtención de las tensiones deterministas desde un punto de vista experimental,



utilizando técnicas de visualización y de velocimetría de partículas para reconstruir los términos adicionales de las ecuaciones PANS (*passage-average Navier-Stokes equations*) a partir del campo de velocidades obtenido.

En 2000, Katz publica un par de artículos donde aplica estas técnicas de velocimetría sobre una bomba centrífuga, construida con materiales transparentes, de 5 álabes de rotor y 9 de estator, para estudiar las estructuras no estacionarias del flujo. Mediante un sistema de adquisición de imágenes de alta resolución (figura 2.9), Katz en colaboración con Sinha, es capaz de capturar la evolución temporal de las velocidades, en una ventana de visualización de la máquina, y a posteriori construir una serie de promedios, desarrollados por Meneveau a partir de la teoría de Adamczyk, para obtener las tensiones deterministas presentes en la interacción.

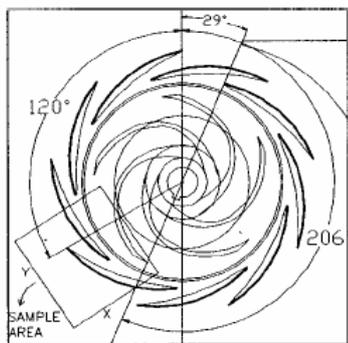


Fig. 2.9.1. Esquema de la bomba y ventana de visualización.

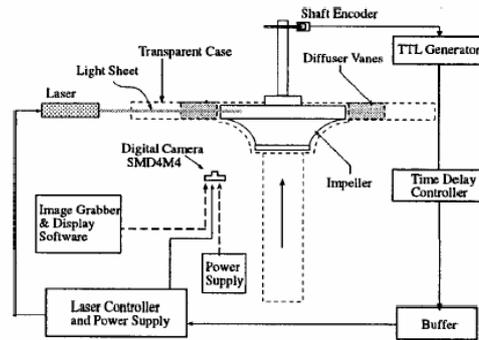


Fig. 2.9.2. Sistema óptico para la adquisición de datos.

Además del cálculo de tensiones deterministas, se plantea una discusión acerca del modelo de turbulencia a utilizar, apuntándose el modelo LES como el óptimo al no requerir el modelado de las estructuras turbulentas del orden de la malla. Así, aprovechando la información experimental obtenida, se realiza de modo paralelo la obtención de las tensiones de la “submalla” (*subgrid scales, SGS*), asociadas al método de turbulencia LES. Los detalles de este modelo de turbulencia se pueden consultar en el anexo II.

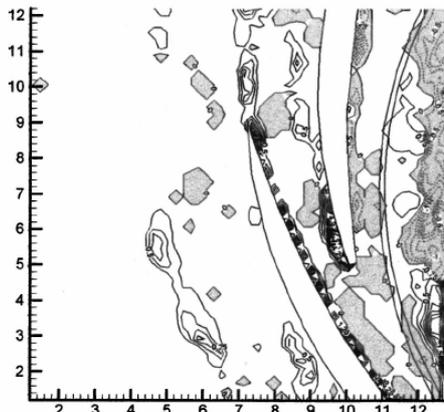


Fig. 2.10.1. Distribución de las tensiones deterministas representadas como  $\tau_{12}^{det} / u_{tp}^2$ . Sinha y Katz (2000).

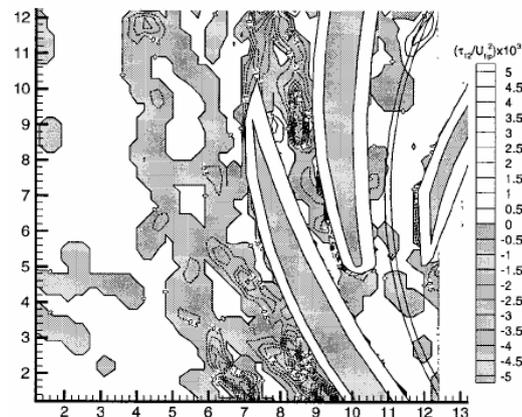


Fig. 2.10.2. Distribución de las tensiones SGS, (filtradas a una escala de 6.3 mm) como  $\tau_{12}^{smag} \times 10^3 / u_{tp}^2$ . Sinha y Katz (2000).



Las principales conclusiones obtenidas en estos trabajos se resumen en que las tensiones deterministas, tanto en el marco de referencia absoluto como relativo, son del mismo orden que las tensiones de Reynolds en la zona de interacción (conclusiones semejantes fueron obtenidas por Kirtley y Beach, 1992), aunque su distribución espacial difiere notablemente; y que respecto a las tensiones turbulentas medidas vía LES, se encuentra una importante discrepancia respecto del modelo Smagorinsky comparado, derivado quizá de una discretización demasiado gruesa.

Como una extensión al estudio experimental, Meneveau y Katz plantean un procedimiento numérico para modelar el flujo en un entorno multietapa. Su método se basa en emplear varias simulaciones RANS estacionarias con condiciones de contorno que son representativas de diferentes condiciones del flujo a la entrada en función de la fase relativa entre haces a lo largo de un canal de la corona en estudio. A partir de su resolución, se obtienen mediante diversas técnicas de promediado, las tensiones deterministas, que son ponderadas en función de la duración aproximada de la validez de la condición del flujo a la entrada. Finalmente, se realiza una comparativa con las tensiones calculadas experimentalmente, en las que observan discrepancias cuyo origen puede deberse a una mala consideración de la turbulencia.

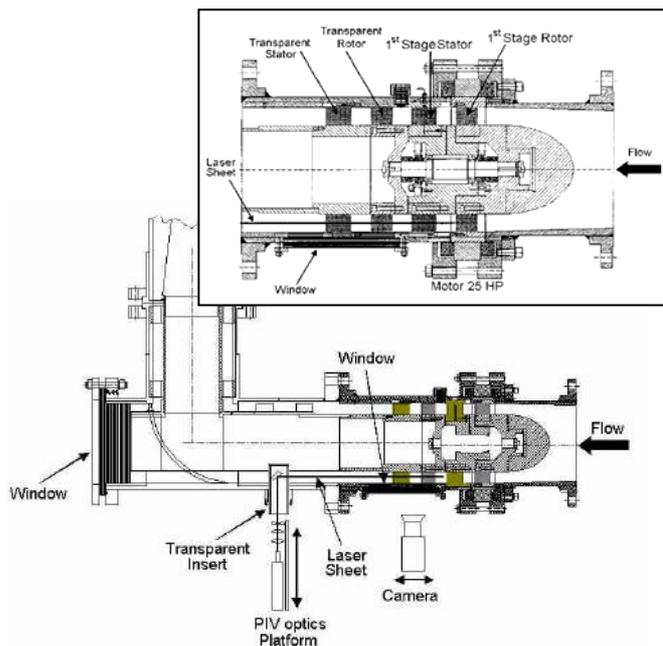


Fig. 2.11.1. Banco experimental de Chow y Uzol.

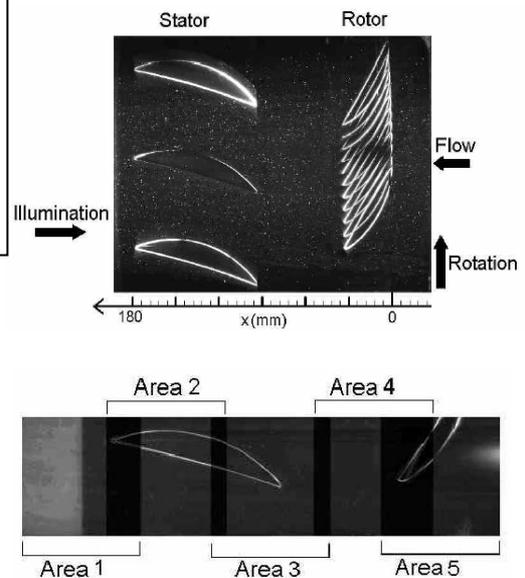


Fig. 2.11.2. Diferentes imágenes superpuestas al paso del álabe de rotor.

Por otra parte, los investigadores Chow y Uzol (2002), en colaboración con Katz y Meneveau, se han centrado en el estudio de turbomáquinas axiales. Presentan también varios trabajos en los que emplean la metodología PIV desarrollada con anterioridad en máquinas radiales para visualizar el flujo dentro de un turbomáquina axial de dos etapas. Sólo una de las dos etapas está ejecutada con un material acrílico transparente, mientras que el fluido de trabajo, muy similar al del agua, es una solución al 62-64 % de yoduro de sodio (NaI) de forma que su índice de refracción es idéntico al del material de los álabes. Así, se consigue que los álabes se vuelvan “invisibles” para el método de



adquisición de datos. En la figura 2.11 se muestra el montaje experimental, así como la captura de imágenes para diversas fases superpuestas. Las dimensiones reducidas de la ventana de visualización -ajustada al *pitch* de las directrices (17)- obligaron a realizar un proceso de “identificación de fases” (*matching process*) para poder representar por completo un canal del rotor (de mayor *pitch*, al contar éste con tan sólo 12 álabes).

En sus últimos trabajos (2002 y 2003), muestran los mapas de velocidad, vorticidad y energía cinética turbulenta, promediados a una fase. Mediante un promedio temporal, eliminan la parte caótica de la velocimetría obtenida, tomando entre 100 y 1000 muestras para cada fase y ejecutando la media de todas ellas. De esta forma se consigue tanto en el marco absoluto como relativo, el valor medio de esas variables del flujo. A continuación, la construcción de promedios del modelo determinista permite la representación de las tensiones no estacionarias deterministas.

La ventana de captura de datos de  $50 \times 50 \text{ mm}^2$  (sus reducidas dimensiones obligan a 5 capturas parciales, como se observa en la figura 2.11.2), permite mediante una cámara de alta velocidad la adquisición de  $61 \times 61$  vectores. Su técnica de captura de datos es bidimensional, aunque existen metodologías a partir de procedimientos holográficos, para conseguir mapas tridimensionales completos. Para paliar esa simplificación, han realizado adquisiciones para diversas posiciones radiales de la máquina, en concreto, a 3% de la envergadura, al 50% (radio medio) y cerca de la punta (90%). En la figura 2.12 se muestran algunos de sus resultados, cualitativos, del flujo promediado a paso de álabe. Destaca la captura del vórtice de punta como una clara fuente de no estacionariedad dependiente de la fase considerada.

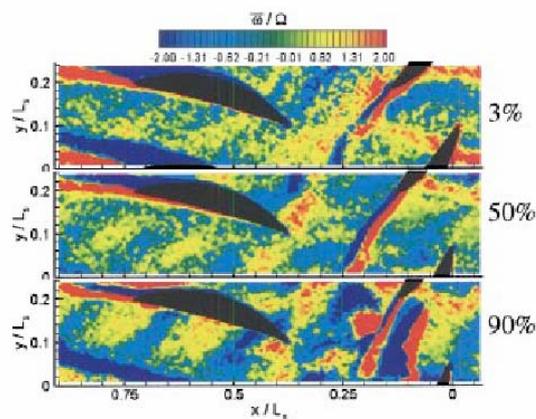


Fig. 2.12.1. Vorticidad promediada a paso de canal de rotor. Pto. vista absoluto.

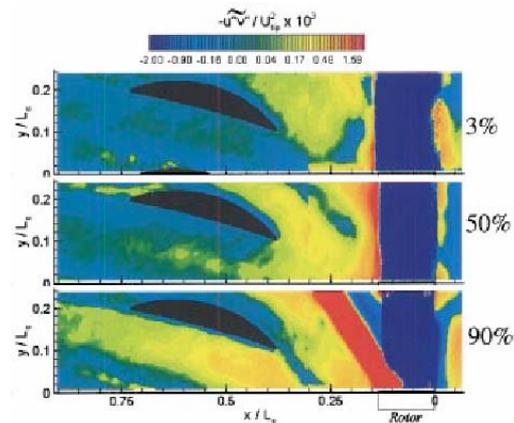


Fig. 2.12.2. Tensiones deterministas desde el punto de vista del estator (absoluto). Se oscurece la zona de rotor.

En la misma línea que trabajo que Sinha et al., se comparan tensiones deterministas con tensiones de Reynolds y se caracteriza la distribución de las estelas de rotor que inciden sobre el estator. Se muestran resultados para diversas posiciones axiales, observándose tendencias muy diferentes entre un tipo de tensiones y otras. Además, se completa el análisis con una comparativa tanto en el marco de referencia del rotor como del estator. Queda de manifiesto, que las tensiones deterministas están íntimamente ligadas a las estelas del rotor, reduciéndose notablemente en zonas lejanas al *gap* entre haces.



Además, se incluyen una serie de consideraciones a cerca de la recuperación de la energía cinética determinista, muy en la línea de los trabajos desarrollados por Van Zante y Van de Wall, a partir de la difusión de estelas. Comparando los flujos promedio de la energía cinética determinista, tal y como se propone en el artículo de 1996 de Adamczyk acerca de transporte y difusión de estelas, entre la entrada y la salida del estator, la reducción de esa energía no estacionaria alcanza valores del 71%, 83% y 72%, para los planos del 3%, 50% y 90% del span respectivamente<sup>[3]</sup>.

Finalmente, se plantea una ecuación de transporte de la energía cinética determinista, de forma que se identifican una serie de términos responsables de la generación y transporte de dicha energía no estacionaria. El procedimiento para la obtención de esta ecuación se apunta en su artículo (2003) y recuerda al planteado por Van de Wall en su tesis de 1999 para el caso de las tensiones deterministas. Se muestran mapas de los términos responsables de la producción ( $P_D$ ) y de la disipación debida a la turbulencia ( $D_T$ ), así como sus distribuciones a lo largo de la dirección axial para el radio medio. Las conclusiones a este respecto no quedan demasiadas claras, pues se comparan entre sí varios de los términos de la ecuación de transporte, por lo que se recomienda una lectura detallada para una mejor comprensión de los resultados.

Por otra parte, en Europa existen otros grupos de investigación que también trabajan sobre la interacción entre haces a partir de las ecuaciones PANS. Los más relevantes son el grupo de Leboeuf en Francia y el de He en Inglaterra.

Leboeuf, desde el LMFA –laboratorio de mecánica de fluidos y acústica- del Colegio Central de Lyon, ha estado indagando sobre la interacción en máquinas transónicas, valiéndose de la turbina VEGA2, de una sola etapa, con 23 álabes de estator y 37 de rotor; y empleando el código CFD “Canari”, desarrollado por ONERA (el instituto nacional francés para la investigación aeroespacial). En su publicación en el Instituto Von Kármán (2001)<sup>[4]</sup>, muestra diversos resultados, entre los que destacan los mapas de las tensiones deterministas y mapas de entropía al paso entre canales de las máquinas. Las tensiones representadas comprenden las correlaciones espaciales, correlaciones espacio-temporales y correlaciones puramente temporales. Al ser resultados numéricos de un código tridimensional, Leboeuf representa campos para toda la envergadura de los canales, en claro contrapunto a los resultados del grupo de Katz, que siempre muestran distribuciones en planos álabes-álabes (*blade-to-blade representations*).

Entre sus resultados, destaca la comparativa que realiza entre las distintas correlaciones espaciales y temporales de las tensiones deterministas, en un plano situado a  $\frac{1}{4}$  de la cuerda de álabes de rotor en la zona de interacción. Concluye que para el punto de vista del rotor, las correlaciones temporales y espacio-temporales son dominantes, sobre todo en las componentes axiales y circunferenciales. Además, insiste en el orden de magnitud de las tensiones deterministas, el cual llega a alcanzar hasta el 4% de la

---

<sup>[3]</sup> Van Zante obtuvo una reducción del 71% para el estator de la etapa 37 de NASA, en punto de máximo rendimiento y para una posición radial del 75% de la envergadura.

<sup>[4]</sup> En dicha publicación también muestra resultados sobre otras máquinas como son una etapa supersónica de compresor radial y en un compresor axial transónico de una etapa y media. Estos trabajos se basan en resultados experimentales que obtienen a partir de anemometría láser. Esos datos son tratados por diversos algoritmos con el objetivo final de obtener las tensiones deterministas.

energía cinética de la velocidad media, para la componente circunferencial; como indicador del peso que la componente no estacionaria determinista puede alcanzar en las prestaciones instantáneas de la máquina.

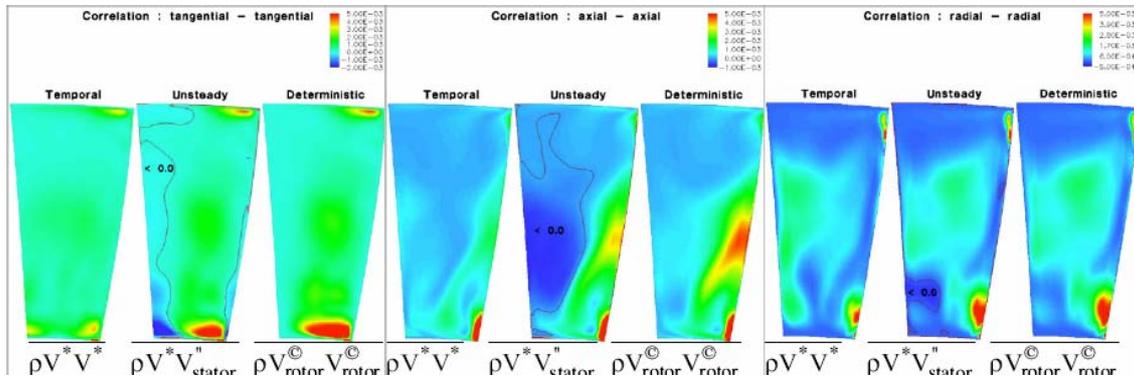


Fig. 2.13. Resultados deterministas de Leboeuf para la turbina VEGA2.

Para concluir con este apartado, se puede citar al grupo de He, del grupo de investigación aerodinámica y aeroacústica no estacionaria de la Universidad de Durham. Aunque sus mayores contribuciones son las de desarrollar teorías armónicas no lineales para su utilización en modelos aeromecánicos y aeroacústicos, recientemente han iniciado una línea de investigación (*Aerodynamic Analysis of Multi-Stage Turbomachinery*) centrada en el marco de trabajo de Adamczyk. He utiliza el método armónico no lineal, que ha empleado con éxito en anterioridad en situaciones de resonancia de modelos 2D (*2D flutter*), para obtener las tensiones deterministas. Una vez obtenidas, las introduce en un modelo estacionario del flujo, con el objetivo de estudiar la interacción rotor/estator e incluso la interacción rotor/rotor (fenómenos aperiódicos). Su trabajo publicado en 2002, apunta algunas características de su metodología particular.

### 2.3.- LÍNEA DE INVESTIGACIÓN EN LA UNIVERSIDAD DE OVIEDO

Se ha querido finalizar este capítulo con una breve reseña acerca de los trabajos que, sobre fenómenos de interacción entre haces, se han venido realizando en el Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Oviedo.

Las publicaciones más relevantes se han centrado en la interacción entre álabes de una bomba centrífuga y el cortaaguas de la voluta, y no estrictamente entre un rotor y un estator para esa configuración radial. Destacan en este sentido dos tesis doctorales, así como diversos artículos publicados durante los últimos años.

Respecto a máquinas de configuración axial, se han realizado diversos trabajos en los últimos cuatro años, todos ellos numéricos y bidimensionales, a partir de un código RANS no estacionario, que permitía una descripción temporal del flujo así como de los esfuerzos en los álabes, en un ventilador axial de una etapa. A continuación se realizaba un análisis frecuencial para caracterizar los modos de vibración inducidos por la multiplicidad entre pasos de los haces. Se completaron varias ejecuciones en las que

se variaba el punto de funcionamiento así como la distancia entre haces para cuantificar la intensidad de las fluctuaciones en función del *gap* axial (figura 2.14.1).

También se construyó la geometría tridimensional del ventilador en estudio, pero no se ejecutaron simulaciones no estacionarias con ella. Únicamente se modeló de forma estacionaria para validar la metodología y comprobar tendencias del flujo de primer orden (figura 2.14.2).

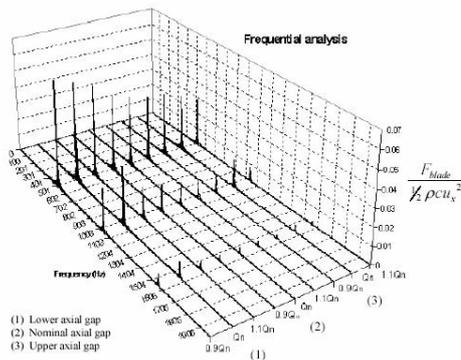


Fig. 2.14.1. Respuesta frecuencial de un álabe de rotor en la sección media en función del flujo másico y el *gap* axial.

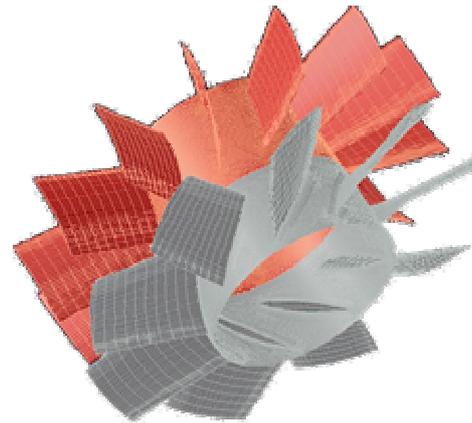


Fig. 2.14.2. Geometría del modelo tridimensional.

Simplemente, a título informativo, se citan los siguientes trabajos:

- J.M. Fernández, K. Argüelles, C. Santolaria, R. Ballesteros, **“Unsteady flow analysis of the stator-rotor interaction in an axial flow fan”**. 4th ASME-JSME Joint Fluids Engineering Conference, Vol. I643CD, ISBN 0-7918-3673-8, ASME Fluids Engineering Division. Honolulu, Estados Unidos de América, 2003.
- J.M. Fernández, K. Argüelles, R. Ballesteros, C. Santolaria, **“Numerical analysis of the rotor-stator interaction in an axial flow fan”**. XXI IAHR Symposium Hydraulic Machinery and Systems, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. ISBN 3-85545-865-0, Lausana, Suiza, 2002.
- J.M. Fernández, K. Argüelles, C. Santolaria, R. Ballesteros, **“Interacción fluidodinámica entre el rotor y el estátor en una soplante axial”**. XV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Asociación Nacional de Ingeniería Mecánica. ISBN 84-607-6264-5, Cádiz, 2002.

Con la elaboración de esta tesis se pretende dar un paso más allá en el estudio de interacción de haces y establecer una línea de investigación que utilice las herramientas y modelos más apropiados para dicho estudio. Se trabajará sobre el código numérico, buscando la obtención y el modelado de las tensiones deterministas y se llevará a cabo un estudio experimental para completar y validar el estudio numérico. El banco experimental empleado, así como las metodologías de medición y adquisición de datos son básicos para presentar unos resultados completos y compactos. Sus características y



capacidades, así como su bondad, serán el centro del capítulo 3, equipos y rutina experimental.

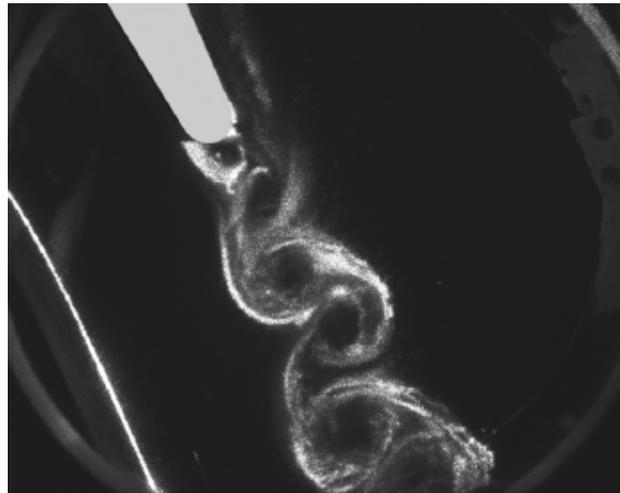
En definitiva, se ha realizado una revisión completa del estado del arte de la interacción entre haces y se ha establecido el marco de trabajo en el que se sitúa esta tesis. A partir de aquí se desarrollará el núcleo del trabajo, adentrándose en los detalles de los métodos deterministas y aplicándolos en busca de resultados y conclusiones para una turbomáquina axial de una etapa.





## Capítulo 3

### METODOLOGÍA DEL ESTUDIO EXPERIMENTAL



“Todo lo que existe, existe en una determinada cantidad, así que puede medirse”.

E.L.Thorndike (1874-1949).  
Psicólogo estadounidense.

*Se procede a continuación a detallar los equipos empleados en el estudio, la metodología adoptada y el cálculo de la incertidumbre en la medida de las variables a lo largo de los diversos ensayos que conforman el estudio experimental de esta tesis.*

*En primer lugar, se describen los equipos utilizados, tales como el montaje para la soplante axial, la configuración de dicha soplante, y la instrumentación presente en la cadena de mediciones efectuadas.*

*Acto seguido, se explican los procedimientos empleados para obtener las medidas de la forma más adecuada, según la naturaleza de las mismas. Así, se mostrarán medidas encaminadas a caracterizar las prestaciones de la máquina, medidas estacionarias para obtener distribuciones radiales y circunferenciales de velocidad y también diversas medidas de fluctuaciones de velocidad.*

*Finalmente, se presentan las bases matemáticas del análisis de incertidumbre relativo a la adquisición de datos. Se establecerán los límites máximos y mínimos de dichas incertidumbres, resaltando las variables que más contribuyen a dicha indefinición de la medida. Un breve estudio de la repetibilidad en la cadena de medidas será el broche definitivo de este capítulo 3.*

### 3.1.- BANCO DE ENSAYOS

Para la obtención de medidas experimentales se ha construido un montaje según el esquema que se muestra en la figura 3.1.2. Para su construcción se ha partido de una máquina comercial, un ventilador con fines agrícolas modelo “arrow” de la empresa Ilemo-Hardi (figura 3.2), al cual se le han extraído el rodete y el estator. Así mismo, se ha conservado el eje y el la rueda de sujeción de los álabes del rodete, que han sido acoplados a un motor asíncrono para su accionamiento. Las directrices y el cubo, han sido pegados en una envolvente cilíndrica construida ad hoc. Además, se ha añadido un tramo de tubo previo, con oído de aspiración, para conseguir un flujo uniforme a la entrada de la etapa. Dada la longitud del eje, ha sido necesaria la inclusión de un par de rodamientos de apoyo, que a su vez han debido ser anclados a una chapa soportada por unos refuerzos estructurales radiales a la salida de la máquina.

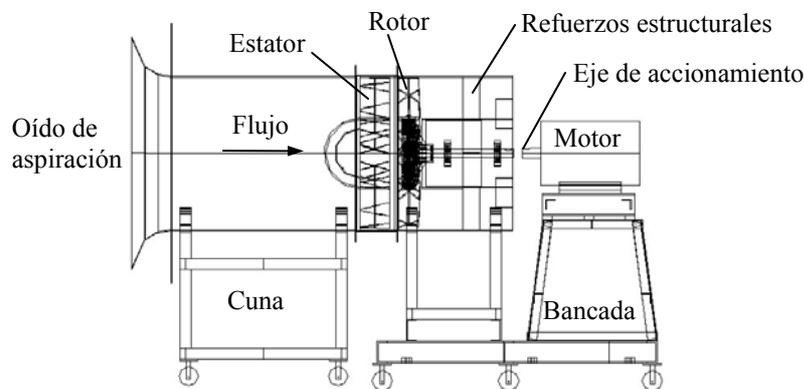


Fig. 3.1.1. Montaje del ventilador de estudio.

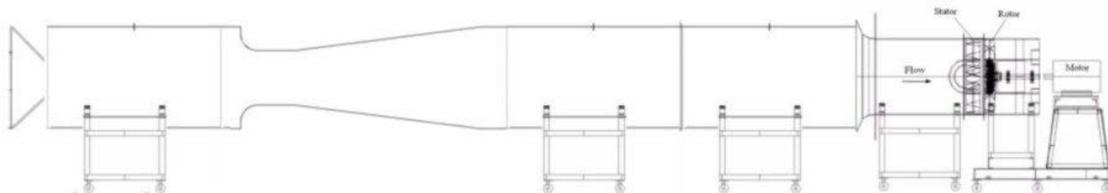


Fig. 3.1.2. Banco de ensayos.

Una notable característica del montaje llevado a cabo, es que permite la intercambiabilidad de la corona de rotor y de la corona de estator. De esta forma, se puede ensayar tanto la configuración estator-rotor, tal y como se representa en la figura, como la configuración rotor-estator. Para conseguir esta posibilidad, se han entubado las dos coronas en envolventes independientes una de otra, de forma que su unión se consigue a través de un embrizado de las mismas. Además, se han incluido unos aros de reducidas dimensiones axiales entre ambas coronas, de forma que se consigue variar la distancia axial (*gap axial*) entre los haces al colocar o extraer dichos aros. Así, se consiguen 3 distancias axiales: la nominal, y una distancia superior y otra inferior a la nominal en  $\pm 5$  mm.

Para la medida de la curva característica de la máquina, se le ha acoplado al montaje un entubado previo, dotado de una tobera de tipo Venturi intermedia, para una fácil y fiable lectura del caudal circulante. Además, la regulación del circuito resistente se realiza a través de un cono regulable situado a la entrada del montaje (figura 3.1.2).

### 3.2.- SOPLANTE AXIAL DE ESTUDIO

El ventilador de estudio está diseñado para conseguir mover importantes caudales y así obtener una importante dispersión del flujo a la salida de un difusor que hace las veces de fumigador. Como se observa en la figura 3.2, la máquina agrícola presenta geometría radial de salida, con el objetivo de generar una cortina lateral de una mezcla con fumigante en suspensión. En la misma figura se puede apreciar en detalle la zona de directrices de entrada y una vista del rodete desmontado de la máquina.

Para el trabajo llevado a cabo, únicamente las coronas de rotor y estator tenían interés para el estudio, por lo que el resto del fumigador fue desechado. Esta consideración obligó a la construcción de una envolvente cilíndrica en la que entubar a la máquina, como ya se ha comentado en el apartado anterior.

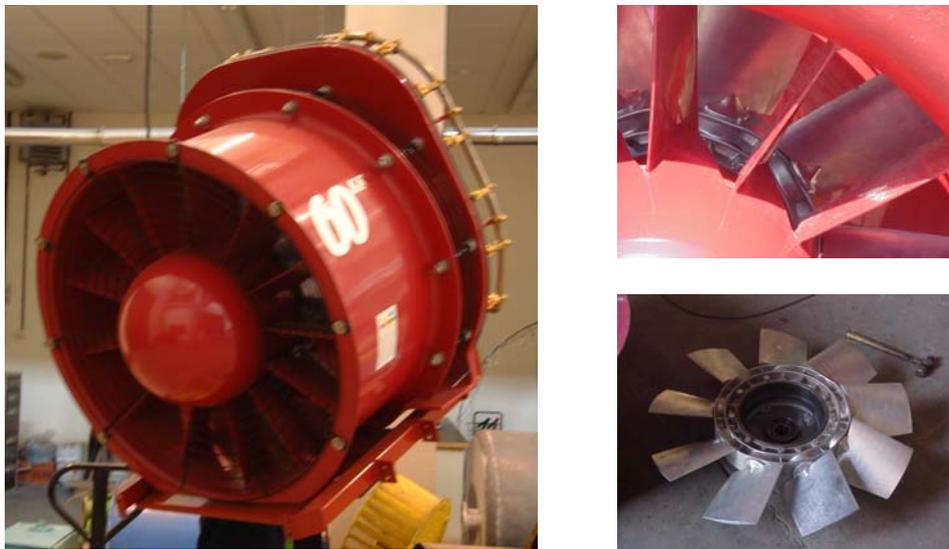


Fig. 3.2. Fumigador agrícola de partida. Directrices y rodete de la máquina.

Respecto a la etapa axial, propiamente dicha, cabe señalar que está constituida por una corona de estator, o álabes guías (IGV's), de 13 directrices, de perfil circular *british C1*, y un rotor aguas debajo de 9 álabes de perfil NACA 65 y 127 mm de cuerda cada uno. Los álabes presentan distribución de vórtice libre con un importante retorcimiento en la dirección radial (figura 3.3).

El diámetro de punta de la máquina es de 820 mm, mientras que el cubo tiene un diámetro de 380 mm. Por tanto, la relación base-punta es de 0.463. La distancia axial entre coronas es variable a lo largo de la envergadura de los álabes, merced a su retorcimiento. Así, en la punta, la distancia nominal entre coronas es de 80 mm, mientras que en el cubo ronda únicamente los 50 mm.

El punto nominal de funcionamiento del ventilador se ha diseñado para proporcionar un caudal de  $18 \text{ m}^3/\text{s}$ , ofreciendo a su vez, una presión total de 1200 Pa. La velocidad de accionamiento del ventilador se sitúa en 2400 rpm, velocidad que en el fumigador agrícola se alcanza gracias a una caja multiplicadora montada sobre el propio ventilador. En el banco de ensayos, esa velocidad se consigue merced a un variador de frecuencia que permite al motor alcanzar una frecuencia de giro de 40 Hz.



En la tabla 3.1 se muestran las principales características geométricas de la etapa, en cinco superficies tipo S1 intermedias, entre las que se incluyen respectivamente los ángulos de entrada y salida del álabe relativos a la dirección axial, la solidez, el espesor relativo a la cuerda del perfil en su línea media, el ángulo de incidencia y de ataque, la curvatura del perfil en su línea media, el ángulo de calado, el ángulo cuerda-tangente a la entrada y la deflexión total del flujo al paso por la corona correspondiente. El diseño de estos parámetros se desarrolla en la tesis titulada “*Estudio del diseño de ventiladores de grandes dimensiones para centrales térmicas*” (Santolaria, 1986), de la propia Universidad de Oviedo.

<b>ESTATOR</b>	<b><math>\phi</math> 380 mm</b>	<b><math>\phi</math> 490 mm</b>	<b><math>\phi</math> 600 mm</b>	<b><math>\phi</math> 710 mm</b>	<b><math>\phi</math> 820 mm</b>
$\beta_1$	0°	0°	0°	0°	0°
$\beta_2$	31,17°	24,84°	20,73°	17,81°	15,68°
$\sigma$	1,71	1,37	1,14	0,98	0,86
<b>b/l</b>	3 %	3 %	3 %	3 %	3 %
<b>i</b>	- 0,47°	- 0,82°	- 0,93°	- 0,93°	- 0,88°
$\lambda$	18,12°	14,93°	12,97°	11,66°	10,78°
$\theta$	37,18°	31,51°	27,81°	25,2°	23,21°
$^{\circ}\xi$	18,12°	14,93°	12,97°	11,66°	10,78°
$\delta$	5,54°	5,85°	6,15°	6,45°	6,75°
$\Delta\beta$	31,17°	24,84°	20,73°	17,81°	15,68°

<b>ROTOR</b>	<b><math>\phi</math> 380 mm</b>	<b><math>\phi</math> 490 mm</b>	<b><math>\phi</math> 600 mm</b>	<b><math>\phi</math> 710 mm</b>	<b><math>\phi</math> 820 mm</b>
$\beta_3$	59,61°	62,01°	64,7°	67,18°	69,36°
$\beta_4$	47,73°	54,82°	60,07°	64,06°	67,16°
$\sigma$	1,35	1	0,79	0,65	0,55
<b>b/l</b>	12 %	10,49 %	9,43 %	8,63 %	8 %
<b>i</b>	4,08°	2,45°	1,28°	0,52°	0,03°
$\lambda$	10,96°	7,17°	5°	3,71°	2,9°
$\theta$	13,76°	9,46°	7,43°	6,38°	5,75°
$^{\circ}\xi$	48,64°	54,84°	59,7°	63,47°	66,46°
$\delta$	5,97°	4,71°	4,08°	3,78°	3,57°
$\Delta\beta$	11,88°	7,19°	4,63°	3,12°	2,2°

Tabla 3.1. Parámetros geométricos de las coronas de la etapa.

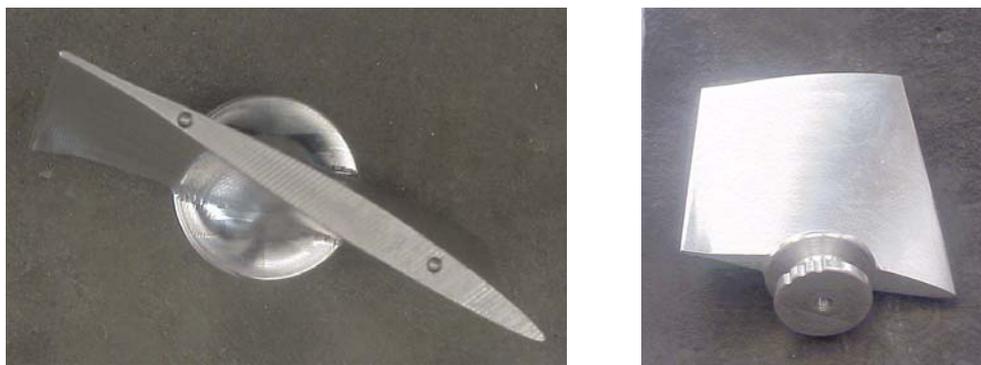


Fig. 3.3. Vista del álabe NACA 65. Retorcimiento radial del álabe.



### 3.3.- METODOLOGÍA EMPLEADA E INSTRUMENTACIÓN UTILIZADA

Se van a describir a continuación los equipos e instrumentos empleados para la obtención de datos experimentales. Puesto que se han realizado dos tipos de medidas, mediciones estacionarias y medidas de fluctuaciones, la instrumentación requerida para cada uno de ellas era diferente, y por tanto, parece apropiado describir los equipos en función del tipo de medida e ejecutar.

La gran diferencia entre ambos tipos de medición recae en el tiempo de respuesta de los sensores empleados. Así, las medidas estacionarias fueron obtenidas a partir de una sonda incapaz de alcanzar una respuesta frecuencial del mismo orden que la frecuencia de paso de álabes y sus múltiplos, y por tanto, tales medidas no permiten obtener el comportamiento no estacionario de los haces a lo largo del tiempo. Por el contrario, la anemometría térmica empleada para las medidas no estacionarias, sí presenta esa respuesta frecuencial requerida para capturar, por ejemplo, la variación de la velocidad durante el paso de un canal de rotor.

Para dar una visión global, se describen a continuación, de forma muy breve, los principales métodos que pueden emplearse para ejecutar los dos tipos de medidas, detallándose finalmente más en profundidad las metodologías adoptadas para los ensayos sobre el ventilador de estudio.

#### 3.3.1.- Medidas estacionarias.

Conviene no perder de vista dos consideraciones importantes. Por un lado, debe tenerse en cuenta que se quieren hacer mediciones sobre un flujo de aire, y por otro, que se pretende abordar la obtención del campo de velocidades en diversas regiones de la turbomáquina: aguas abajo del rotor, en la zona entre coronas y aguas arriba de las mismas. Por tanto, el objetivo es poder recoger el valor (ya sea medio o fluctuante en tiempo real) de una determinada variable en una posición concreta del espacio, esto es, en un punto, y extender la metodología a otros puntos de medida de forma que se obtenga una representación en detalle del flujo en las regiones del espacio que sean de interés.

En definitiva, se pretende una medición de parámetros del flujo local (*Potter, 2003*), así que la instrumentación empleada debe ser de un tamaño adecuado para evitar en la medida de lo posible interferencias con la corriente establecida. Además, dadas las características de funcionamiento de la turbomáquina, únicamente serán de interés en este proyecto las medidas de presión y velocidad en el seno del fluido. Por tanto, si se establece que en la estrategia de medida se pretenden medir esas dos variables en un punto del espacio de forma estacionaria, los métodos disponibles clásicos son los transductores de presión, manómetros y sondas de Pitot.

Los transductores y manómetros son capaces de medir la presión en un punto. Las sondas de pitot también miden presión, pero al capturar tanto el valor estático como el de estancamiento, permiten obtener de forma indirecta una medida de la velocidad del



flujo<sup>[1]</sup>. Puesto que se pretende realizar una caracterización tridimensional del flujo en la zona de medida, se necesita una metodología capaz de capturar las tres componentes de la velocidad en la zona de medida. Para ello, se emplea la denominada sonda de varios agujeros (“*multi-hole probe*”), un instrumento dotado de varios orificios en los que se mide la presión, y cuyas relaciones permiten obtener las diversas componentes de la velocidad.

Las sondas de varios agujeros tienen diversas aplicaciones y permiten medir con gran fiabilidad las velocidades tanto en agua como en aire. Se emplean para medidas de velocidad en cualquier situación fluidodinámica, aunque tradicionalmente se emplean para medidas en túneles de viento, canales hidrodinámicos, flujo en conductos, estelas en cuerpos sumergidos y tienen cierta difusión en bancos de ensayos docentes, gracias a sus bajos costes de equipamiento, mantenimiento y amortización. Sus principales características son:

- Baja respuesta en frecuencia, limitándose hasta unos 500 Hz, en función del tipo de sensores de presión que lleven acopladas.
- Pequeños tamaños, alcanzándose diámetros reducidos en la cabeza de medición del unos milímetros, por lo que resultan ser poco intrusivos.
- Flexibilidad en su configuración geométrica, permitiendo diversas geometrías (recta, en L, cónica) y facilitando su montaje en la zona de medida.
- Amplio rango de velocidades, midiendo desde unos 5 m/s hasta 325 m/s. ( $0.02 < Ma < 0.95$ ).
- Resolución apropiada para medir vectores de velocidad muy inclinados (hasta  $70^\circ$ ) respecto de la dirección de alineamiento de la sonda con el flujo.
- No exige una exhaustiva re-calibración cuando se mide bajo condiciones de operación normales.

Lo más habitual es que el número de agujeros de dichas sondas sea de 5 o de 7, aunque algunos diseños presentan hasta 18 orificios de toma de presión. La principal diferencia entre las sondas de 5 y las de 7 recae en su resolución para la medida del ángulo de la velocidad. Así, las de 7 permiten medidas angulares de hasta  $70^\circ$ , mientras que las sondas de 5 agujeros permiten sólo desviaciones de la dirección preferente de hasta  $60^\circ$ . Las sondas con 18 agujeros pueden medir flujos incidentes en prácticamente cualquier dirección (hasta  $165^\circ$ ), así que consiguen medir incluso la velocidad de flujos reversos.

### 3.3.2.- Sonda de cinco agujeros (“*Five-hole probe*”).

Se ha utilizado una sonda direccional de 5 agujeros para obtener las distribuciones radiales de las componentes de la velocidad en varias posiciones

---

[1] Siendo  $P_T$  la presión total o de estancamiento,  $P$  la presión estática y  $u$  la velocidad del flujo, entonces:

$$u = \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_T - P)}. \text{ Esta medida es válida si la sonda no produce una perturbación significativa en el flujo}$$

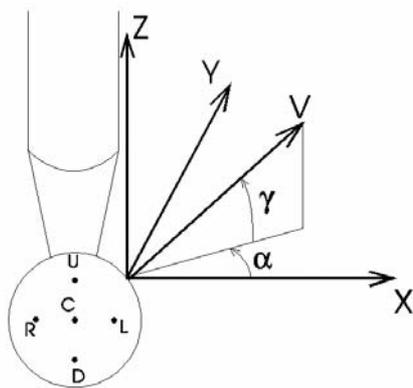
y si está alineada con la dirección del flujo, de forma que la velocidad del flujo sea paralela a la sonda pitot.



circunferenciales de la máquina. Las componentes de la velocidad se obtienen a partir de las medidas de presión en los distintos orificios de medida. La sonda está formada por un tubo hueco de 10 mm de diámetro, rematado en un extremo por una esfera sobre la cual se han practicado los cinco orificios. Por el otro extremo se tienen 5 embocaduras, correspondientes con los orificios, y que permiten conectar cada orificio con un transductor de presión. Es preciso realizar un proceso de calibración de la sonda, en el cual se miden las presiones existentes en cada orificio, para un flujo incidente del cual son conocidos los ángulos  $\alpha$ ,  $\gamma$ , la velocidad y la presión estática. A partir de esos resultados se construyen los siguientes coeficientes:

$$C_Y = \frac{P_L - P_R}{Q} ; C_P = \frac{P_U - P_D}{Q} ; C_S = \frac{P_0 - P_S}{Q} ; C_T = \frac{P_0 - P_C}{Q} ; Q = P_C - \frac{P_L + P_R}{2}$$

siendo  $P_C$ ,  $P_R$ ,  $P_L$ ,  $P_U$  y  $P_D$ , las presiones en los orificios correspondientes (figura 3.4) y  $P_0$  y  $P_S$ , las presiones total y estática del flujo. Para el proceso de calibración, las medidas de presión estática y de presión total son obtenidas mediante un tubo de Pitot.



- C: Orificio central (*central*)
- R: Orificio derecho (*right*)
- L: Orificio izquierdo (*left*)
- U: Orificio superior (*upper*)
- D: Orificio inferior (*down*)
- $\alpha$ : Ángulo de desfase (*pitch*)
- $\gamma$ : Ángulo de cabeceo (*yaw*)

Fig. 3.4. Esquema de la sonda de 5 agujeros.

Para medir las presiones en los orificios de la sonda, se utilizaron 4 transductores diferenciales de presión *Validyne DP15*. Las salidas de los transductores se llevan a unos amplificadores que convierten la señal de presión en señal de tensión, con un rango de 0 – 10 voltios para 0 – 200 mm de columna de agua. Tres transductores miden respectivamente la presión relativa de los agujeros central, derecho e izquierdo, mientras que el cuarto mide la diferencia de presión entre los agujeros superior e inferior. Con esas medidas, se construyen unos diagramas de calibración en los que se almacenan los valores de dichos coeficientes en función de los ángulos  $\alpha$  y  $\gamma$  (figura 3.5).

En los procesos de medida, cada transductor proporciona las presiones  $P_C$ ,  $P_L$ ,  $P_R$  y  $(P_U - P_D)$ , de modo que según las expresiones anteriores, se obtienen los coeficientes  $C_Y$  y  $C_P$ . Acudiendo al gráfico de la figura 3.5, se determinan mediante interpolación los valores de los ángulos  $\alpha$  y  $\gamma$ . Finalmente, los dos últimos gráficos posibilitan la obtención de  $C_T$  y  $C_S$ , y acudiendo de nuevo a las expresiones, se determinan los valores de presión estática,  $P_S$  y presión total,  $P_0$ :

$$P_0 = P_C + C_T Q ; P_S = P_0 - C_S Q$$

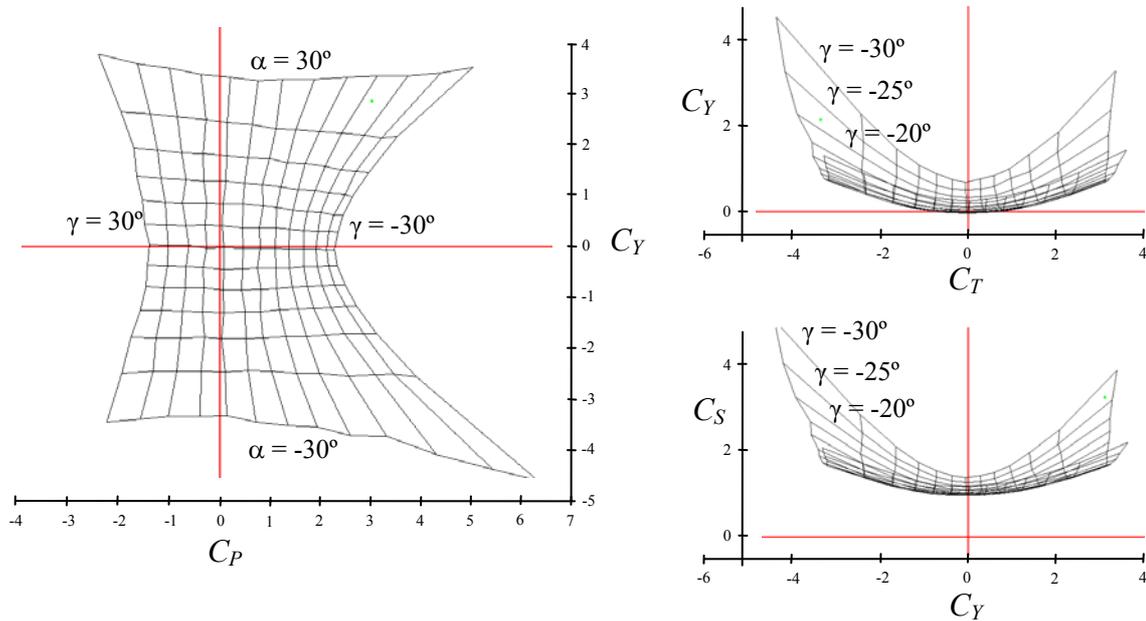


Fig. 3.5. Variación de los coeficientes  $C_P$ ,  $C_T$  y  $C_S$  en función de  $C_Y$  y de los ángulos  $\alpha$  y  $\gamma$ .

La diferencia de la presión total y la presión estática permite conocer el valor de la velocidad. Como también han sido definidos los ángulos de desfase y cabeceo, el método proporciona en cada punto de medida las tres componentes de la velocidad (figura 3.4).

La cadena de medidas se completa con una tarjeta de adquisición DAS 16/330i, que posibilita el posterior almacenamiento de las diversas medidas en un PC (figura 3.6). Finalmente, los datos son tratados para su posterior análisis y representación.

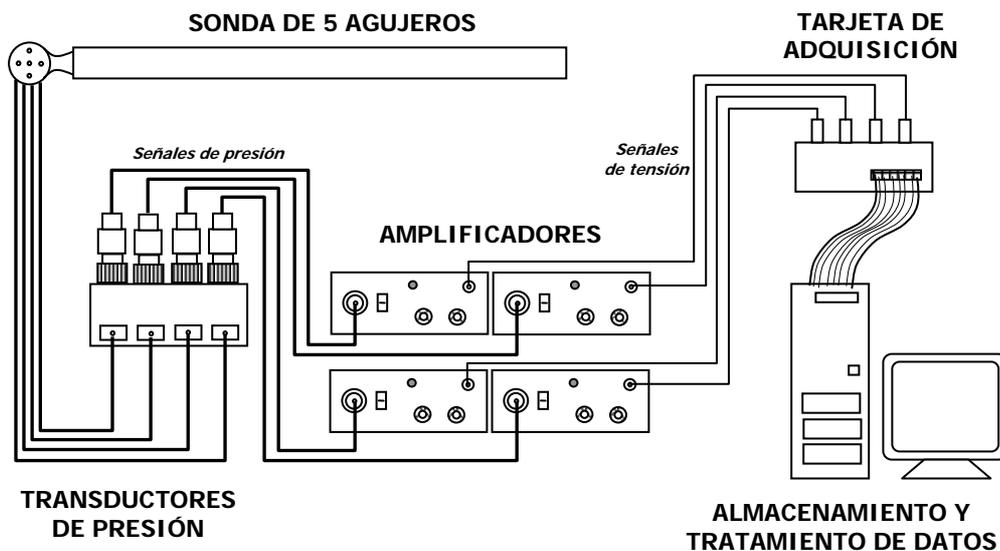


Fig. 3.6. Instrumentación para las medidas estacionarias con la sonda de 5 agujeros.



En la figura 3.7 se muestran algunas fotos en detalle de la sonda, de su cabezal con los 5 agujeros y del montaje de la sonda sobre el banco de medidas en una posición aguas abajo del rodete del ventilador.



Fig. 3.7.1. Sonda direccional

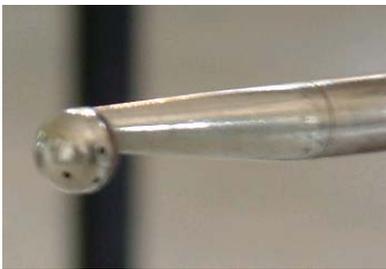


Fig. 3.7.2. Detalle del cabezal



Fig. 3.7.3. Montaje de la cadena de medida completa para sonda direccional de 5 agujeros en un punto situado aguas abajo del rotor.

### 3.3.3.- Medidas no estacionarias.

La medida de la fluctuación de la velocidad está condicionada por la frecuencia asociada al origen de dichas variaciones. Se requiere un método que sea capaz de recoger muestras (valores de velocidad) a un ritmo superior a la frecuencia esperada de las fluctuaciones (turbulentas y/o deterministas). Las sondas de varios agujeros, tienen cierta respuesta frecuencial merced a los transductores de presión con los que van dotadas, pero desgraciadamente su rango se queda algo corto para mediciones de frecuencia de paso de álabe y sus armónicos. Esta consideración obliga a la utilización de otra metodología para la caracterización no estacionaria del flujo en los diversos planos de medida. Existen diversos métodos, entre lo que caben destacarse los siguientes:

- Anemometría térmica (*Hot Wire Anemometry*).
- Anemometría/Velocimetría láser-doppler. (*Laser Doppler Velocimetry/Anemometry – LDA/LDV*).
- Velocimetría por imágenes de partículas (*Particle Image Velocimetry – PIV*).

A continuación se presenta una breve reseña sobre todos estos métodos de medida para pasar a continuación a describir más en detalle el método finalmente adoptado para este estudio.

La anemometría de hilo caliente consiste en un pequeño hilo de tungsteno o platino, de aproximadamente 1 mm de longitud y un diámetro de unas pocas micras, a través del cual se le hace pasar una corriente eléctrica que calienta dicho hilo hasta temperaturas del orden de 250°C. Al ser atravesado dicho hilo por una corriente de aire, es posible relacionar los cambios de la tasa de transferencia de calor en el hilo con la velocidad del flujo, a través de un montaje como el que se representa en la figura 3.8. La electrónica asociada a la sonda tiene la finalidad de obtener a la salida una señal de voltaje, amplificada a través de un puente de Wheatstone, para que pueda ser almacenada a posteriori por una tarjeta de adquisición. Dicha electrónica puede ser de tipo CCA (anemómetro de corriente constante), o más habitualmente, de tipo CTA (anemómetro de temperatura constante), aunque actualmente se han comenzado a desarrollar los de tipo CVA, anemometría a tensión constante.

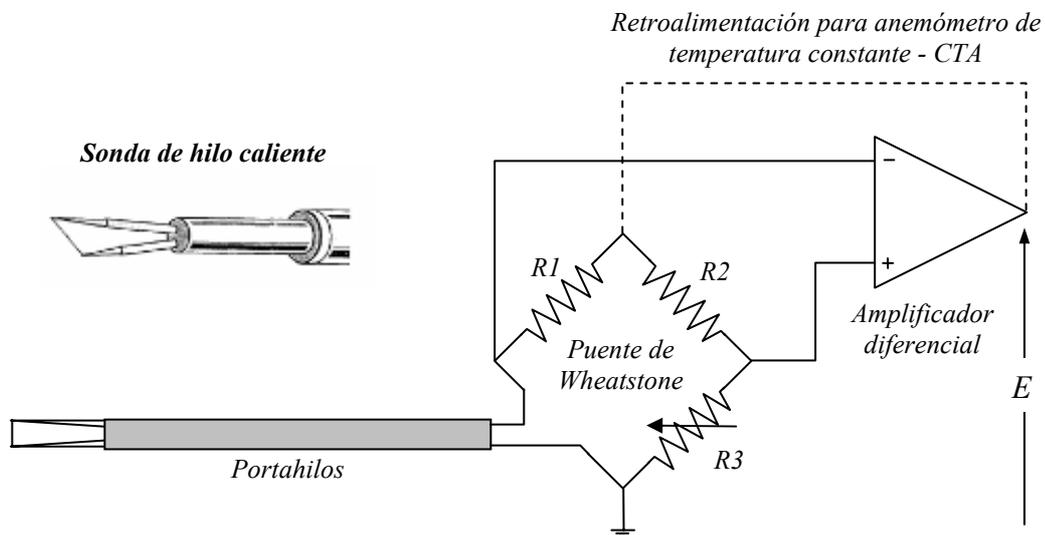


Fig. 3.8. Esquema de sonda de anemometría térmica a temperatura constante.

Este método permite medir únicamente la componente normal de la velocidad al hilo cuando la intensidad de la fluctuación en la medida no es superior al 20%. En caso de querer medir todas las componentes, es necesario disponer de una sonda de tres hilos.

Las principales limitaciones se derivan de la extrema delicadeza con la que deben utilizarse estas sondas ya que los hilos son susceptibles a romperse con gran facilidad. Además, con relativa frecuencia, la sonda puede ensuciarse debido a la presencia de inclusiones o impurezas en el aire, así como por oxidaciones y ataques químicos sobre el hilo, lo cual compromete notablemente sus medidas y calibraciones. Precisamente, el tema de la calibración es el principal punto débil de esta metodología, ya que debe efectuarse prácticamente cada vez que quieran hacerse medidas con la sonda. Esta extrema sensibilidad a la calibración tiene su origen en diversos factores:

- Las correlaciones que se emplean para relacionar la transmisión de calor con la velocidad, presentan unas constantes que pueden alcanzar variaciones de hasta el 10% en según qué tipo de sensor se considere.

- Efectos de dilatación del hilo caliente.
- Efectos secundarios de conducción de calor por los soportes.
- Cambios en las propiedades medias del fluido, sobre todo en densidad y temperatura.
- Deterioro progresivo de la superficie del hilo.

Para el caso de líquidos y gases que contengan partículas sólidas en suspensión, la sonda de hilo es remplazada por un sensor de película (*hot-film anemometry*) más robusto. Opera bajo el mismo principio, pero genera una mayor turbulencia a su estela, lo cual puede limitar algo más su utilidad en según qué situaciones.

La velocimetría láser-doppler se desarrolló a partir de 1970 como una técnica no intrusiva de medida de velocidad en un flujo. Habitualmente se la denomina por sus siglas LDV, aunque también se la referencia como LDA, en alusión a anemometría laser, pues el método permite realmente medir la velocidad aunque sea de forma indirecta. Una de las grandes ventajas de este método es que permite obtener la velocidad de cualquier flujo sea cual sea el rango de ésta (desde mm/s hasta velocidades supersónicas). El principio de funcionamiento se basa en que la diferencia de la frecuencia de onda de la luz que incide sobre un punto por el que pasa un flujo y de la luz que es refractada, depende de la propia velocidad de las partículas del flujo. También el cambio de orientación de los rayos de luz al paso por el flujo depende de la velocidad. El método emplea por tanto un par de rayos, que al paso por una lente, se focalizan sobre un volumen elipsoidal de medida (de 0.1 mm de diámetro y 1 mm de largo normalmente), generándose un patrón de franjas en la luz refractada que es recogido por un receptor y cuya separación,  $\Delta x$ , presenta una relación directa con la velocidad de las partículas (figura 3.9).

El LDV permite medir velocidades tanto en líquidos como en gases. Los líquidos suelen contener suficientes impurezas que actúan como trazadores “naturales”, mientras que los gases necesitan ser alimentados con algún tipo de gotas líquidas o inclusiones sólidas muy pequeñas (p.e. SiO<sub>2</sub>, TiO<sub>2</sub>, MgO). Si se buscan las tres componentes de la velocidad, es necesario utilizar 3 parejas de rayos incidentes sobre la zona a medir. En cualquier caso, el mayor inconveniente de este método es que las zonas de medida deben ser accesibles óptimamente, lo cual es no es factible en el interior de turbomáquinas, a no ser que éstas sean construidas ex professo con materiales transparentes (metacrilatos, etc.).

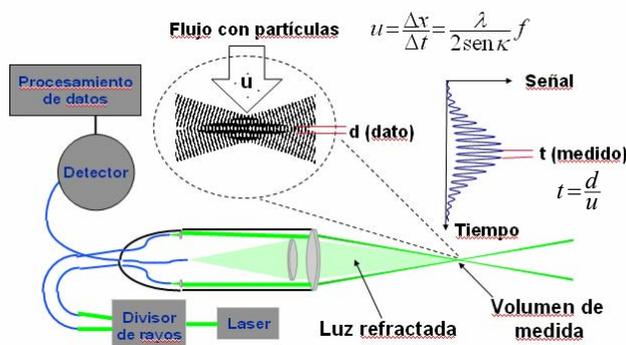


Fig. 3.9.1. Cadena de medida para técnicas LDV.



Fig. 3.9.2. Medidas LDV sobre una bomba.





*Iterative Multigrid*), desarrollado en el Instituto Von Kármán, que deforma la malla en la que discretiza la ventana de adquisición para un perfecto seguimiento de todos los trazadores desde un instante al siguiente.

La metodología PIV se combina en ocasiones con otras técnicas de medida, como por ejemplo la LIF (*Laser Induced Fluorescence*), empleada para conseguir visualizaciones en dos dimensiones. También el PTV puede combinarse con algoritmos para el seguimiento de partículas y caracterización del tamaño de dichas partículas.

Para concluir este aparatado, se completa esta breve revisión de los principales métodos empleados para la medida de flujos turbulentos con una comparativa entre ellos en la tabla 3.3. Se ha destacado (en cursiva) para cada categoría de comparación, el método que ofrece mejores prestaciones.

	<b>Hot-Wire</b>	<b>LDV</b>	<b>PIV</b>
<b>Respuesta frecuencial</b>	<i>Alta (100 kHz)</i>	Media (30 KHz)	Limitada (1-10 KHz)
<b>Técnica de medición - Colocación</b>	Necesitan ejecutar barridos transversales y longitudinales para obtener varios puntos de medida	Necesitan ejecutar barridos transversales y longitudinales para obtener varios puntos de medida	<i>No necesitan ejecutar barridos. Se obtienen mapas de velocidades de una zona por captura de imagen directa</i>
<b>Facilidad de utilización</b>	<i>Son fáciles de emplear y requieren poco tiempo de aprendizaje para utilizarlos</i>	Requieren de un tiempo de aprendizaje importante. La obtención de resultados es laboriosa	Requieren de un tiempo de aprendizaje importante y son laboriosos de utilizar
<b>Calibración</b>	Requieren de frecuente y tediosa calibración	<i>No requiere calibración</i>	<i>No requiere calibración</i>
<b>Acceso óptico a la zona de medida</b>	<i>No necesita acceso óptico a la zona de medida</i>	Necesita acceso óptico. Partes transparentes	Necesita acceso óptico. Partes transparentes
<b>Intrusividad</b>	Método intrusivo	<i>Método no intrusivo</i>	<i>Método no intrusivo</i>
<b>Alimentación</b>	<i>No requiere de partículas ni trazadores</i>	Necesita proporcionar partículas para hacer la medición	Necesita proporcionar partículas para hacer la medición
<b>Costo</b>	<i>Moderado (60 mil €)</i>	Alto (100-250 mil €)	Alto (100-250 mil €)
<b>Aplicaciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flujo en túneles de viento</li> <li>• Capas límite</li> <li>• Estelas</li> <li>• Chorros</li> <li>• Medidas de flujos atmosféricos</li> <li>• Turbomáquinas</li> <li>• Choque sónico en flujo compresible</li> <li>• Flujos a baja velocidad</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flujos laminares y turbulentos</li> <li>• Flujos supersónicos</li> <li>• Flujo en bombas</li> <li>• Flujo en turbinas de vapor y de gas</li> <li>• Convección libre natural</li> <li>• Flujo en canales</li> <li>• Flujo de combustibles</li> <li>• Aerodinámica</li> <li>• Llamas, plasma</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explosiones</li> <li>• Flujo en MACIs</li> <li>• Estudio de burbujas</li> <li>• Interacción fluido-partículas</li> <li>• Flujos multifásicos</li> <li>• Turbomáquinas</li> <li>• Estructuras de flujo turbulento</li> <li>• Estelas, vórtices, flujos desprendidos</li> <li>• Aerodinámica</li> </ul>

Tabla 3.3. Comparativa entre diversos métodos de medida no estacionaria.



### 3.3.4.- Anemometría térmica de varios hilos.

#### 3.3.4.1.- Introducción al fenómeno físico.

El fenómeno físico que hay detrás de un hilo caliente es la transferencia de energía que se establece entre la potencia calorífica generada en el hilo, como consecuencia del efecto Joule al paso de una corriente eléctrica, y el calor que es disipado por convección forzada con la corriente de aire que sopla sobre el hilo. Formulando esta afirmación a partir de la ecuación de la energía se obtiene:

$\frac{dU}{dt} = \dot{W} - \dot{Q}$ , donde se añade al balance la energía que puede ser almacenada por el hilo por unidad de tiempo. Sustituyendo la energía interna por el producto de la capacidad calorífica del hilo por su temperatura, y considerando que aunque la convección forzada es el principal fenómeno de transferencia de calor, también parte de la potencia es disipada por radiación y por conducción hacia los soportes del hilo, se puede expresar de forma general que:

$$\frac{d(c_w T_w)}{dt} = R_w I^2 - (\dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{cond} + \dot{Q}_{rad})$$

Se considerará anemometría térmica de tipo CTA (figura 3.8), que consigue mantener el hilo a temperatura constante, a partir de un amplificador diferencial que hace las veces de regulador de temperatura. Por tanto, el término temporal de variación de la energía interna puede despreciarse  $\left(\frac{dT_w}{dt} = 0\right)$  y fiando toda la transferencia energética a la convección  $(\dot{Q}_{conv} \gg \dot{Q}_{cond}, \dot{Q}_{rad})$ , entonces:  $R_w I^2 = hA(T_w - T_a)$ , donde  $R_w$  es la resistencia eléctrica del hilo,  $I$  es la intensidad de paso de corriente,  $A$  es la superficie de intercambio térmico  $(A = \pi DL)$ ,  $h$  es el coeficiente de película por convección y  $(T_w - T_a)$  es la diferencia de temperaturas entre el hilo y el ambiente. En fenómenos de transferencia de calor por convección, el número de Nusselt -  $Nu = \frac{hD}{k}$  - es el coeficiente básico para su cálculo, así que es habitual expresar la última ecuación como:

$$R_w I^2 = Nu \cdot k \cdot \pi L (T_w - T_a)$$

Implícito en el número de Nusselt, aparece el número de Reynolds, que depende de la velocidad del flujo que incide sobre el hilo caliente. De hecho, para un hilo de una determinada relación de aspecto,  $L/D$ , el número de Nusselt se puede expresar en función de los siguientes parámetros adimensionales (*Stainback*):

$$Nu = f \left( Re, Pr, Gr, \frac{T_w - T_a}{T_0}, \frac{u^2}{c_p (T_w - T_a)} \right) [2]$$

[2] Recuérdense los parámetros adimensionales que aparecen en la ecuación:

$$\text{No. Reynolds: } Re = \frac{uL}{\nu}; \quad \text{No. Grasshof: } Gr = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2}, \quad \text{y el No. Prandtl: } Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$



Despreciando efectos de compresibilidad y de flotabilidad ( $Gr \ll Re^3$ ), se simplifica esa relación de dependencia para obtener:

$$Nu = f\left(Re, Pr, \frac{T_w - T_a}{T_0}\right)$$

Boussinesq fue el primero que intentó obtener una solución teórica al problema de un hilo caliente situado transversalmente al paso de una corriente de aire, aunque sería King quien obtendría una ecuación más general en la que sí tuvo en cuenta el efecto de la convección natural. Su resultado,  $\dot{Q} = L\left(k + 2\sqrt{\pi k c_p \rho u r_w}\right)(T_w - T_a)^{[3]}$ , se puede expresar de forma adimensional como:

$$Nu = \frac{1}{\pi} + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{Pr \cdot Re}$$

En la bibliografía existen otros autores que proponen otras correlaciones para el cálculo del número de Nusselt, entre ellas cabe destacarse:

- $Nu = 0.3183 + 0.6676 \cdot Re^{0.5}$  -correlación de King para  $Pr=0.7$
- $Nu = 0.32 + 0.43 \cdot Re^{0.52}$  -correlación de McAdam (conservadora)
- $Nu = 0.42 \cdot Pr^{0.2} + 0.57 \cdot Pr^{0.33} \cdot Re^{0.5}$  -correlación de Kramers

Retomando la solución de King de forma no adimensional, y teniendo en cuenta la afirmación inicial ( $\dot{W} = \dot{Q}$ ), entonces:

$$\frac{E^2}{R_w} = \left[ A'(T_0) + B'(T_0) \sqrt{\rho u} \right] (T_w - T_a)$$

donde se ha denotado,  $A'(T_0) = kL$ ;  $B'(T_0) = 2L\sqrt{\pi k c_p r_w}$ , y se ha introducido la tensión sobre el hilo,  $E$ . Como puede observarse, las constantes introducidas, dependen de las propiedades del fluido (conductividad térmica,  $k$ , y calor específico,  $c_p$ ) a una temperatura de referencia  $T_0$ . Además, para un anemómetro de tipo CTA, las diferencias de temperatura son constantes, así que de forma más general se suele expresar la ley del hilo como:

$$E^2 = A + BV^n$$

A la vista de este resultado, se concluye que el cuadrado de la tensión medida entre bornas del hilo, se relaciona directamente con la medida de la velocidad del flujo incidente. Aún cuando las constantes  $A, B$  y  $n$  tienen solución analítica aproximada,

[3]  $r_w$  es el radio del hilo. ( $r_w = D/2$ ).



como se ha visto en la deducción anterior, normalmente se determinan a partir de la calibración del instrumento de medida, para un rango de velocidades y temperatura de referencia, con el fin de caracterizar perfectamente el funcionamiento del mismo.

Cuando la velocidad del flujo es nula, se puede obtener el valor de la constante  $A$ , a través de la medida de tensión sobre el hilo:  $E_0^2 = A$ . Además, si se representa la ley como una función de  $V^n$ , se obtiene una recta de pendiente  $B$ . En general, las constantes  $A$  y  $B$  varían con la temperatura total (figura 3.11). Otra forma de representar la ley del hilo como la ecuación de una recta es aplicando una sencilla transformación

$$\underbrace{\ln(E^2 - E_0^2)}_y = \underbrace{\ln B}_b + n \cdot \underbrace{\ln V}_x.$$

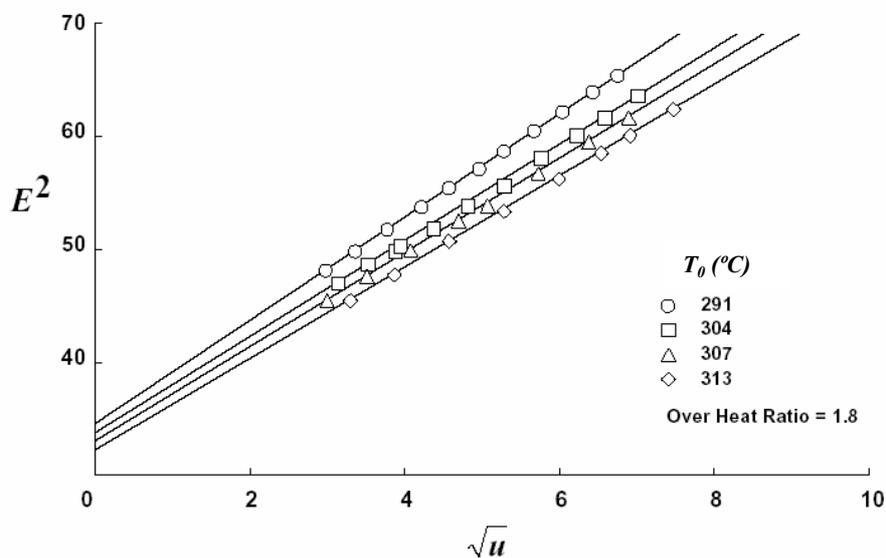


Fig. 3.11. Curvas de calibración para diferentes temperaturas de funcionamiento (Stainback).

Finalmente, en la figura 3.12 se muestra la calibración para una sonda de triple hilo. Se muestran por separado los comportamientos de cada hilo, representándose éstos sobre un gráfico que relaciona directamente la velocidad del flujo con el cociente entre la tensión del hilo y la diferencia de temperaturas entre el hilo y el ambiente.

Además, la ley de calibración de la figura introduce la corrección para la temperatura ambiente en el eje de ordenadas. De esta forma, se considera el efecto de una diferencia de temperatura entre la que se tiene en el proceso de calibración y la que podría haber durante las mediciones.

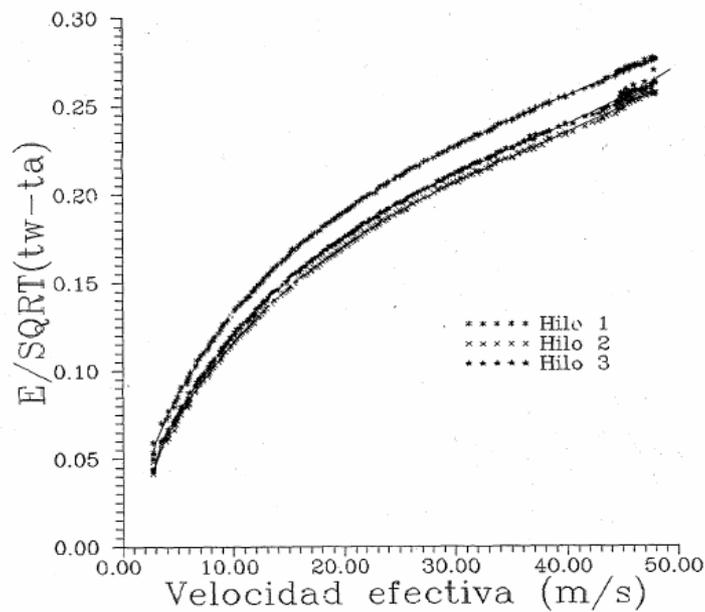


Fig. 3.12. Calibración para una sonda de triple hilo.

#### 3.3.4.2.- Calibración y reparación de hilos.

La teoría expuesta anteriormente ha mostrado cómo la relación entre la velocidad y el voltaje necesario para mantener el hilo a una cierta temperatura no es lineal, dependiendo además de una serie de factores como son el material y la geometría del hilo, las propiedades del fluido y la diferencia entre la temperatura del hilo y la del fluido. Esto implica que, previamente a la adquisición de datos, sea necesario realizar la calibración del hilo que permita determinar la ley que gobierna el comportamiento del hilo.

La técnica de medida por hilo caliente es muy sensible a las condiciones ambientales, dada la extrema delicadeza de los hilos. Con relativa frecuencia, los hilos comienzan a degradarse tras varias horas de utilización, perdiendo sus propiedades y la validez de la calibración efectuada. En otras ocasiones, el hilo se desprende de sus soportes metálicos o simplemente se rompe al ser golpeado por alguna impureza que viaja en suspensión en el aire. Por tanto, es necesario contar con repuestos de hilos para hacer frente a estos inevitables inconvenientes. Además, conviene recalibrar el montaje tras la batería de mediciones efectuadas, para comprobar que el rango de medida del hilo ha sido fiable durante todo el tiempo en que se ha medido.

Para disponer de un repuesto de hilos de forma continua, se utiliza un banco de reparación de sondas. En este banco, se parte de un carrete de hilo de tungsteno de 5 micras, del que se corta un trocito que pasa a colocarse sobre los dos extremos de un apoyo en forma de Y. El hilo debe quedar lo más tenso posible, para facilitar la soldadura posterior y garantizar su operatividad. A continuación se aproxima la sonda de forma que los dos extremos metálicos toquen el hilo tensado. El paso final consiste en enfrentar a cada extremo de la sonda un electrodo que será el encargado de generar los puntos de soldadura que fijen el hilo a la sonda. La extrema esbeltez de los hilos, así como la necesidad de que éstos queden perfectamente atrapados entre las puntas romas



del electrodo y los extremos metálicos de la sonda, obliga a que se disponga de un sistema de posicionamiento muy fino y de un equipo para amplificar la visión, como por ejemplo un microscopio (figura 3.13). Por último, los extremos sobrantes del hilo se eliminan aplicando directamente sendos chispazos del electrodo sobre el hilo.

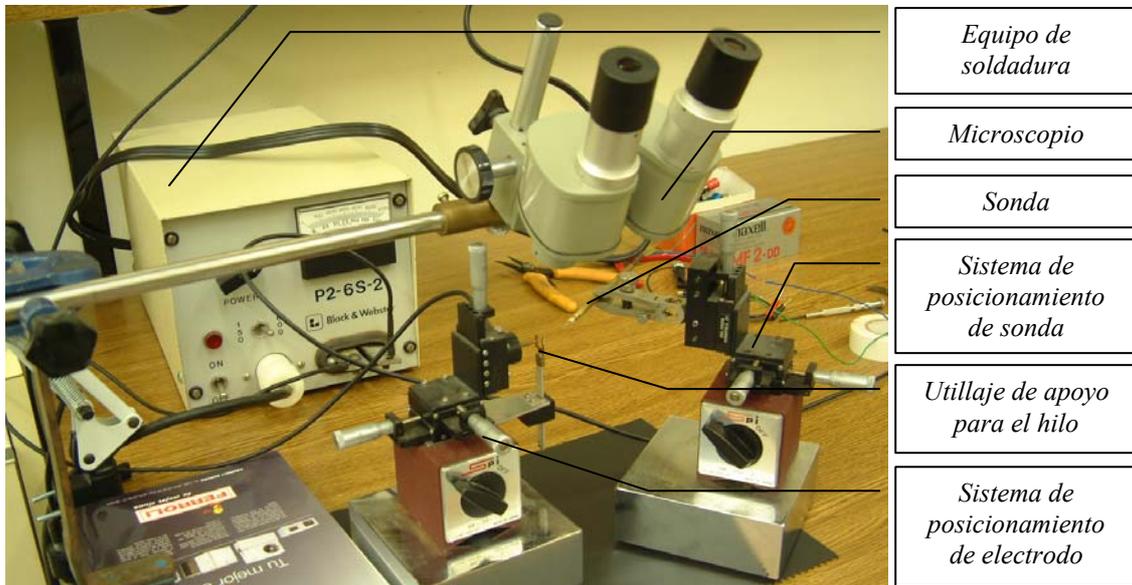


Fig. 3.13. Banco de reparación de sondas.

Una vez soldado el hilo a la sonda, se debe efectuar el proceso de calibración. En primer lugar conviene comprobar que el hilo ha quedado bien fijado, empleando para ello un multímetro, por ejemplo. Por otro lado, es necesario conocer la impedancia que presentan los cables que conectan el hilo con el anemómetro, para aislar su contribución de la medida final. El anemómetro es el aparato que permite capturar y registrar la señal de tensión entre bornas de la sonda, y que contiene toda la electrónica asociada a la tecnología de tipo CTA. En concreto, se dispone de un anemómetro tipo IFA-100 de 4 canales de la casa TSI para la captura de las medidas, que también se ha empleado para ajustar el puente hasta que la respuesta frecuencial del hilo sea la apropiada. Esta operación se lleva a cabo con la ayuda de un osciloscopio, que muestra en pantalla la respuesta a una onda de testeo que introduce el propio anemómetro (figura 3.14).

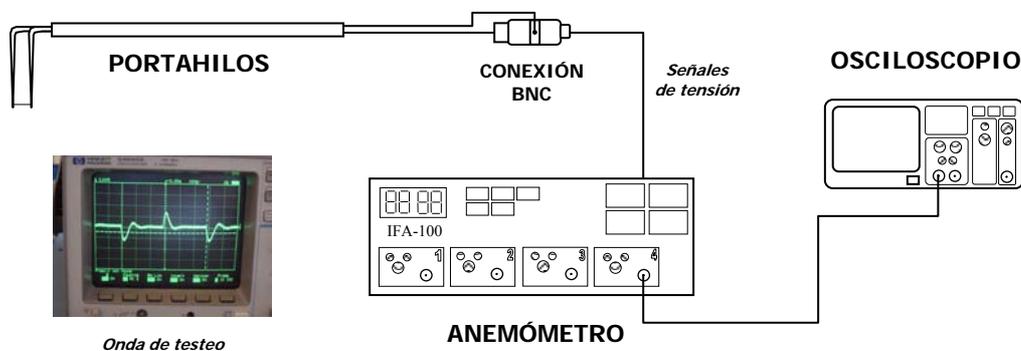


Fig. 3.14. Comprobación de la soldadura de la sonda.



La obtención de la ley de King para el hilo se realiza sobre un banco de calibración. Dicho banco dispone de un sistema de variación de velocidad, de forma que con la ayuda de un programa de ordenador se gestionan los datos de tensión capturados por la tarjeta de adquisición y se relacionan con la velocidad impuesta. El sistema empleado permite además variar la velocidad de forma continua, obteniéndose así muchos puntos de la curva de calibración y por tanto un ajuste muy fino del funcionamiento del hilo de la sonda.

Un hilo sólo permite conocer la componente de la velocidad en la dirección normal al mismo. Si lo que se pretende es conocer la velocidad de un flujo tridimensional, entonces es preciso utilizar una sonda con tres hilos, formando un triedro, de modo que cada hilo sea capaz de medir cada componente por separado. Este tipo de hilos se montan en un único soporte para que la medida sea lo más puntual posible, pero la proximidad entre hilos y agujas hace que la velocidad que mide cada hilo sea diferente de la que mediría en caso de estar aislado. Para tener en cuenta esta clase de interferencias debe llevarse a cabo una calibración angular, en la cual se hace incidir un chorro de aire con una velocidad constante sobre la sonda, variando el ángulo de incidencia. Para cada ángulo se obtiene la velocidad efectiva –la medida en cada hilo- y se definen los siguientes coeficientes:

$$C_1 = \frac{U_1^{ef}}{\sqrt{(U_1^{ef})^2 + (U_2^{ef})^2 + (U_3^{ef})^2}} \quad ; \quad C_2 = \frac{U_2^{ef}}{\sqrt{(U_1^{ef})^2 + (U_2^{ef})^2 + (U_3^{ef})^2}}$$
$$C_3 = \frac{U_3^{ef}}{\sqrt{(U_1^{ef})^2 + (U_2^{ef})^2 + (U_3^{ef})^2}} \quad ; \quad C_v = \frac{U_C}{\sqrt{(U_1^{ef})^2 + (U_2^{ef})^2 + (U_3^{ef})^2}}$$

donde  $U_C$  es la velocidad del chorro incidente de calibración y  $U_1^{ef}$ ,  $U_2^{ef}$ ,  $U_3^{ef}$  son las velocidades efectivas proporcionadas por cada hilo.

La calibración angular proporciona los gráficos de los coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  en función de los ángulos *pitch* y *yaw* de la corriente respecto de la sonda. Del mismo modo, se obtiene el gráfico para el coeficiente  $C_v$ . Como puede observarse en los gráficos (figura 3.15), la zona del gráfico en la que se obtienen los menores valores de cada coeficiente corresponden con las direcciones de cada hilo 1, 2 y 3 respectivamente. Un aumento del valor del coeficiente indica que la dirección del chorro incidente tiende a hacerse perpendicular al hilo llegándose a la zona de valores máximos.

De esta forma, cuando se realicen las mediciones de interés, a partir de los valores registrados de las velocidades efectivas de cada hilo, se calculan los coeficientes adimensionales  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ . La intersección de las líneas que definen los valores de dichos coeficientes permite calcular sobre esas gráficas la dirección del flujo (ángulos *pitch* y *yaw*). Con la dirección hallada se acude al gráfico correspondiente a  $C_v$  y se obtiene el valor de dicho coeficiente, y a partir de él y de las velocidades efectivas, se consigue el módulo de la velocidad. En las zonas de las figuras que corresponden a direcciones próximas a la que tienen los hilos, las líneas están muy próximas y permiten mejor definición a la dirección de la corriente que en las zonas en las que el flujo incide perpendicularmente al hilo.

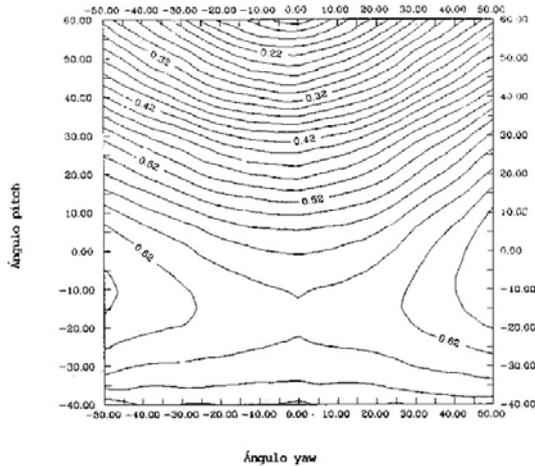


Fig. 3.15.1. Coeficiente  $C_1$

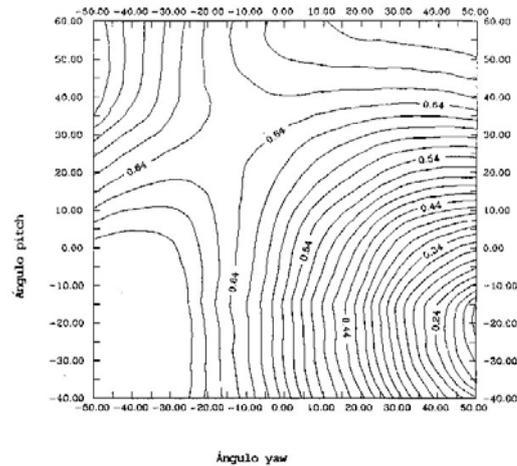


Fig. 3.15.2. Coeficiente  $C_2$

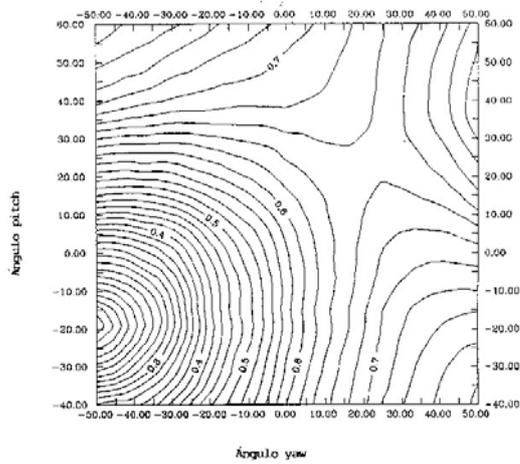


Fig. 3.15.3. Coeficiente  $C_3$

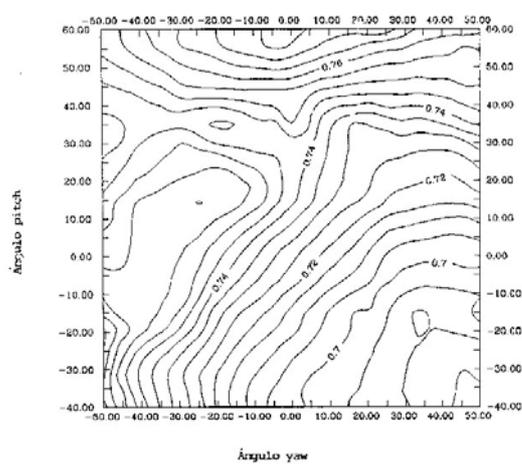


Fig. 3.15.4. Coeficiente  $C_v$

Fig. 3.15. Coeficientes de la calibración angular.

La calibración angular se realiza en el montaje mostrado en la figura 3.16. En él se aprecia la tobera mediante la cual se hace incidir sobre la sonda de un chorro de aire, de velocidad conocida proporcionado por un compresor. Mediante dos juegos de engranajes sin fin-corona, accionados por motores paso a paso controlados por ordenador, se modifica el ángulo de incidencia del chorro sobre la sonda, barriendo el ángulo sólido deseado. Este mismo dispositivo se utiliza, colocando la sonda en una posición angular fija y variando la velocidad del chorro de aire, para la obtención de la ley de King de cada hilo. La experiencia demuestra que no es precisa una calibración angular de la sonda antes de cada ensayo y que ésta era válida mientras no se rompiese ningún hilo. No ocurre así con la ley de King, que como ya se ha comentado antes, debe ser obtenida antes de cada ensayo, merced a la variación de las condiciones ambientales y de la respuesta de los hilos frente al ensuciamiento al que se ven sometidos.

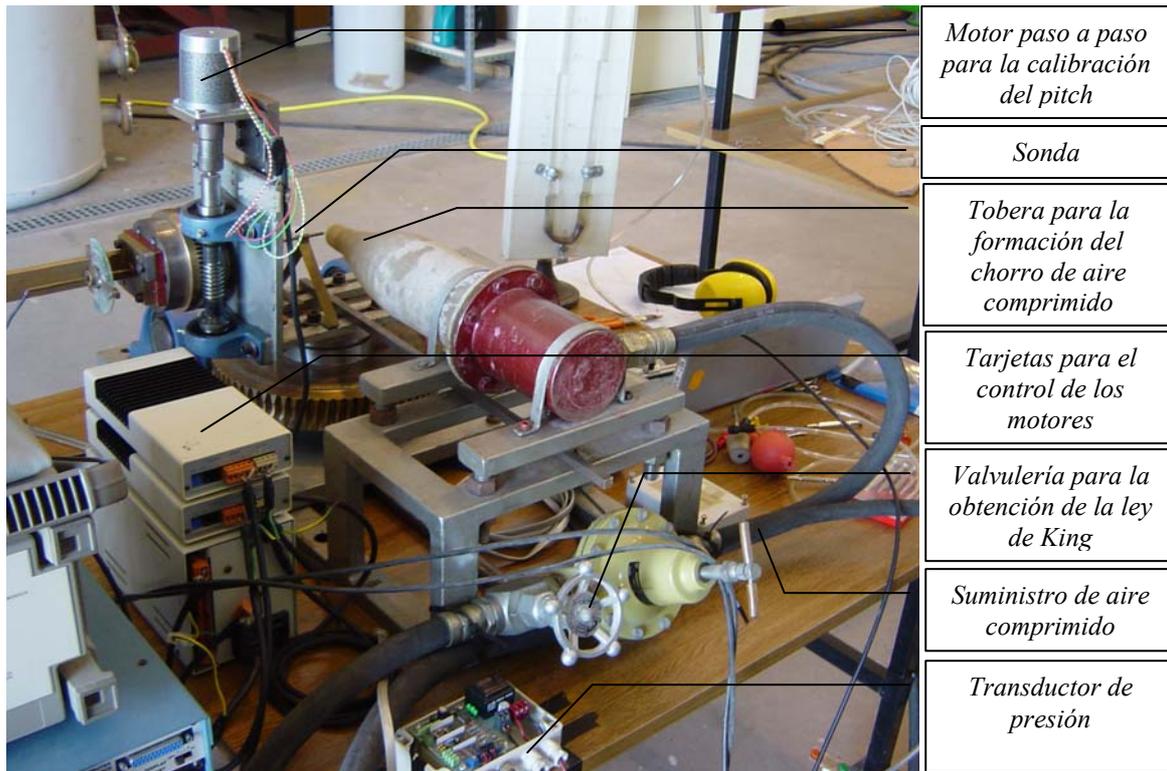


Fig. 3.16. Banco de calibración para la sonda de hilo caliente.

#### 3.3.4.3.- Instrumentación para adquisición de datos.

A continuación se describe en detalle la cadena de medida utilizada para la sonda triple, describiéndose los diversos instrumentos utilizados en la misma (figura 3.17):

- Sonda doble de hilo caliente (DHW). Construida de forma casera a partir de la soldadura de hilos de tungsteno de 5 micras de diámetro en las agujas portahilos de la sonda.
- Trigger óptico.
- Anemómetro comercial IFA-100 de la casa TSI. Dispone de 4 canales, y permite ajustar las impedancias del cableado asociado a cada hilo de la sonda así como la ganancia de la amplificación de señal. Introduce filtros de protección para altas frecuencias, genera ondas de testeo para la comprobación de la medida de los hilos y añade un canal de salida para monitorización de las señales via osciloscopio.
- Tarjeta de adquisición CIO16/330.
- Ordenador personal PC.

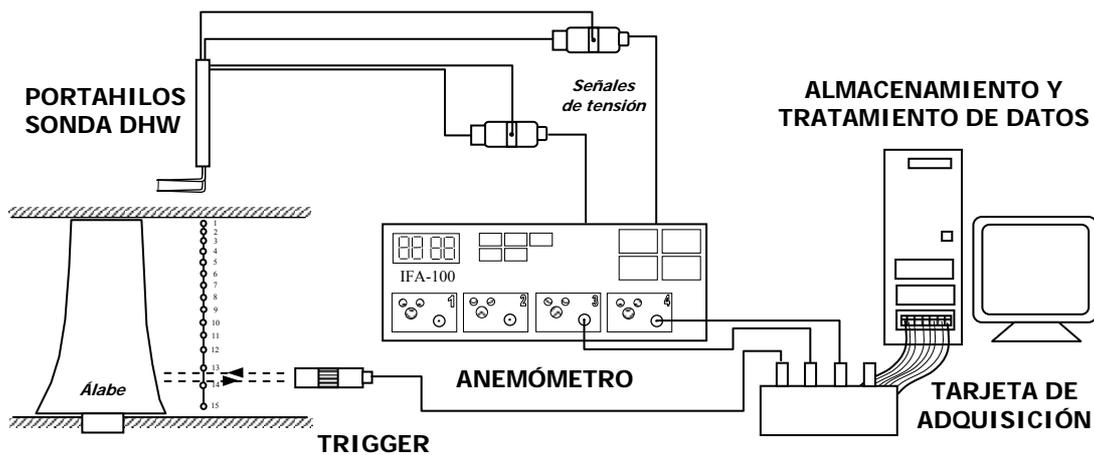


Fig. 3.17. Cadena de medida de la sonda de hilo caliente.

En la figura 3.18 se ha querido mostrar en detalle la definición de los ángulos de medida, así como el montaje de la sonda sobre su soporte. La definición de los ángulos es un tema muy importante, pues la sonda debe estar situada lo más transversalmente posible a la dirección dominante del flujo. Téngase en cuenta que la calibración angular permite cierto juego respecto de una incidencia a  $0^\circ$  del flujo, habitualmente entre  $-40^\circ$  y  $40^\circ$ , perdiendo toda validez si se sobrepasan esos límites. Por esta razón, si se mide en zona de estelas, debe preverse la deflexión que los álabes otorgarán al flujo para situar la sonda en consonancia a esa dirección preferente. De esta forma, se consigue reservar el margen de la calibración angular para variaciones generadas por las estelas y no para la propia deflexión del flujo, optimizando el uso de la sonda de anemometría térmica. Nótese en la figura 3.18.3, la pequeña longitud de los hilos de tungsteno montados en las agujas de la sonda: apenas unos pocos milímetros.

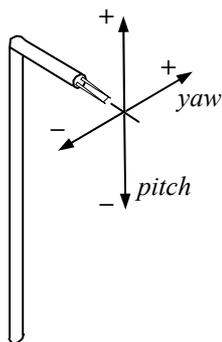


Fig. 3.18.1. Esquema de ángulos pitch y yaw de la sonda.

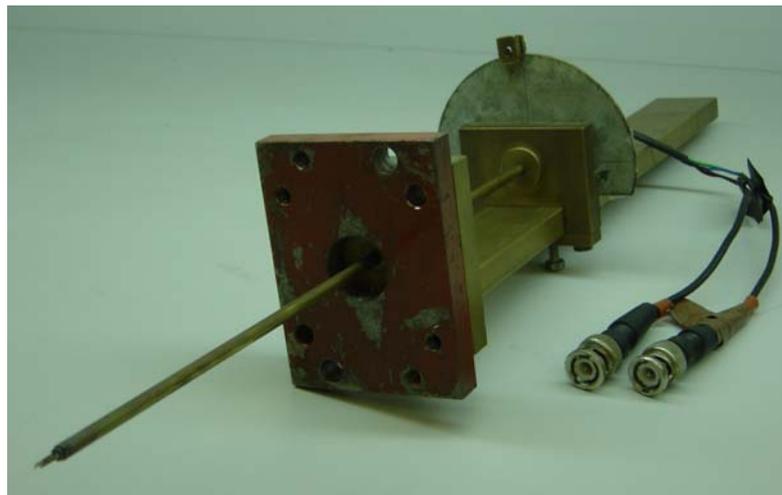


Fig. 3.18.2. Sonda DHW montada sobre el portasondas. Conexiones BNC con el anemómetro comercial.



Fig. 3.18.3. Detalle del cabezal portahilos. Dimensiones del cabezal.



#### 3.3.4.4.- Frecuencias de adquisición.

Las medidas proporcionadas por el anemómetro son registradas en ficheros mediante un ordenador dotado con sendas tarjetas de adquisición “DAS-20” y “DAS-16” de Metrabyte, a partir de un software de adquisición “Streamer”.

Para la elección de la frecuencia de adquisición de datos, se ha tenido en cuenta la frecuencia de paso de álabe, fijando un número mínimo de puntos de medida por canal de rotor. Se han considerado un total de 100 puntos por canal para obtener una perfecta definición de la estructura núcleo-estela del flujo entre haces, de modo que, al tener la máquina una frecuencia de giro de 40 Hz (2400 rpm), la frecuencia de adquisición por canal será:

$$100 \text{ ptos/canal}_{\text{álabe}} \cdot 9 \text{ canales}_{\text{álabe/vuelta}} \cdot 40 \text{ vueltas/seg} = 36000 \text{ ptos/seg}$$

Además, se incluye una frecuencia de filtrado que por definición debe ser inferior a la mitad de la frecuencia de adquisición y superior a la frecuencia del fenómeno predominante que se pretende observar (esto es, el paso de álabe, de 360 Hz de frecuencia característica). Con estas restricciones, se ha elegido un filtrado a 10 kHz.

Resumiendo, las características de la adquisición son:

- Filtro en el anemómetro: 10 kHz por canal de adquisición.
- Frecuencia de adquisición: 36 kHz por canal.

#### 3.3.5.- Fluctuaciones de presión en la carcasa.

La sonda de presión de cinco agujeros proporciona datos de presión y velocidad en cada punto, pero solamente de forma estática. La metodología de hilo caliente, por su parte, es capaz de garantizar la respuesta dinámica de las medidas de velocidad, pero no ofrece solución para la medida dinámica de la presión. Por tanto, para compensar este déficit, se ha querido completar el estudio experimental con medidas dinámicas de presión en la carcasa del ventilador. Para su obtención, ha sido necesario emplear transductores de presión con una rápida respuesta en frecuencia para capturar dichas fluctuaciones sobre el rotor. Específicamente, la adquisición de las medidas se llevó a cabo empleando transductores piezoeléctricos Kistler 7031 junto con un amplificador capacitivo. En la figura 3.19 se muestra una fotografía de estos elementos, así como un esquema del transductor Kistler 7031. La frecuencia de adquisición máxima de este tipo de transductores se encuentra en torno a los 120 kHz, y son idóneos para trabajar montados en estructuras que experimentan fuertes vibraciones.

Los transductores piezoeléctricos de cuarzo Kistler consisten esencialmente de una serie de placas finas que cortan en una orientación precisa los ejes del cristal dependiendo de la aplicación, y se diseñan para eliminar o compensar los efectos de la vibración. El núcleo de cuarzo emite una señal de carga (medida en picoculombios) que es directamente proporcional a la fuerza que experimenta. Cada tipo de transductor emplea una configuración de cuarzo adecuada a la aplicación particular a que va a ser destinado. Los transductores de cuarzo exhiben una serie de propiedades que los hacen idóneos para la mayoría de las aplicaciones de ingeniería: elevada resistencia a la



temperatura, sensibilidad prácticamente constante dentro de un amplio rango de temperaturas, etc.

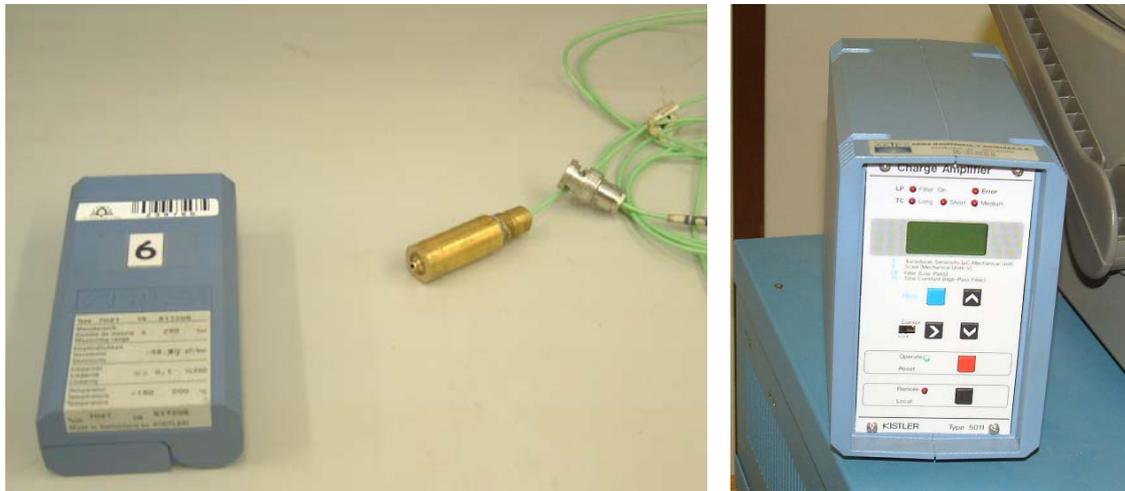


Fig. 3.19.1. Transductor piezoeléctrico y amplificador capacitivo.

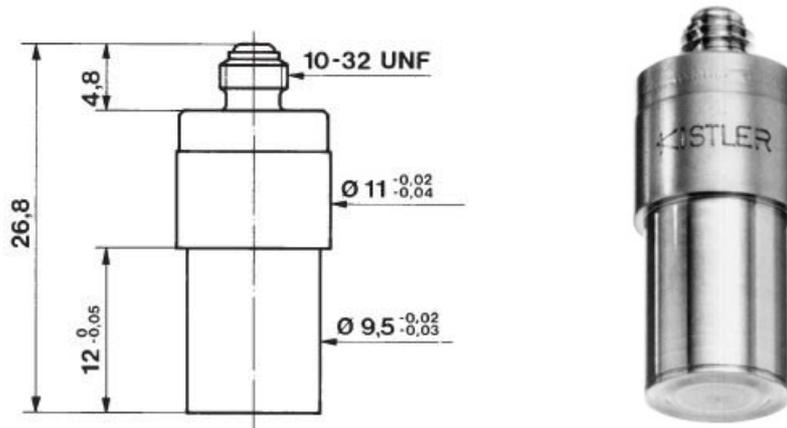


Fig. 3.19.2. Detalle del transductor piezoeléctrico. Cotas básicas.

Los transductores piezoeléctricos deben ser usados junto con un amplificador capacitivo o de carga que permite amplificar las señales eléctricas emitidas por los transductores. Básicamente el amplificador de carga consiste de un amplificador en voltaje de alta ganancia invertido. El amplificador capacitivo empleado para la toma de las medidas de fluctuaciones de presión permite funcionar en la selección de la constante de tiempo denominada “Short”, “Medium” o “Long”. En la posición “Long”, la corriente domina sobre cualquier efecto de la constante de tiempo, mientras que en las posiciones “Short” y “Medium” la constante de tiempo domina sobre los efectos de la corriente. Cuando se consideran los efectos de la constante de tiempo, puede pensarse tanto en términos del dominio de la frecuencia como del dominio del tiempo. Cuanto mayor es la constante de tiempo, mejor es la respuesta en frecuencia baja y mayor es el tiempo de medida útil.

En la adquisición de las medidas de presión realizadas sobre la carcasa del rotor se ha empleado la posición “Short”, de forma que los efectos de la constante de tiempo fueron los dominantes. El amplificador se ajustó de manera que proporcionaba una



amplificación de 0.1 bar por cada voltio. Se impuso una velocidad de muestreo de 36.000 Hz, obteniéndose de este modo 10.000 puntos por canal. Teniendo en cuenta que estos transductores son adecuados para realizar únicamente medidas dinámicas, la adquisición de medidas se llevó a cabo con un filtro de paso alto de 10 kHz con vistas a evitar posibles errores.

Las medidas se han realizado practicando una serie de orificios sobre la carcasa del ventilador situada sobre el rotor, separados por un intervalo angular de  $2^\circ$  para cubrir un sector completo de directriz, de forma que en total se realizan medidas de las fluctuaciones de presión en quince posiciones circunferenciales. En la figura 3.20 se muestra una fotografía de los orificios practicados sobre la carcasa.



Fig. 3.20. Orificios practicados en la carcasa para las medidas de presión.

### 3.4.- ADQUISICIÓN Y TRATAMIENTO DE DATOS

#### 3.4.1.- Programa de captura de la sonda de cinco agujeros.

La captura y tratamiento de las medidas de presión realizadas por la sonda de 5 agujeros, fueron realizadas mediante un programa informático compilado en VisualStudio C++ 6.0. Dicho programa, desarrollado en la propia Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Oviedo, introduce un modulo inicial para la creación de las calibraciones necesarias, así como de la posibilidad de diseñar un plan de medidas con vistas a automatizar y facilitar la toma de datos experimentales.

La implementación del algoritmo descrito en el apartado 3.3.2., conduce a la obtención en cada punto de medida del campo tridimensional de la velocidad. Estos resultados, así como la colección de valores intermedios (coeficientes de calibración, medidas de ángulos, presiones de cada canal...), son finalmente volcados a archivos de texto para su almacenamiento y final postprocesado. Todos los cálculos se hacen en tiempo real, de forma que automáticamente, una vez finalizado el tiempo de captura, el programa lleva a cabo todos los cálculos necesarios para proporcionar las componentes de la velocidad y los guarda a disco.

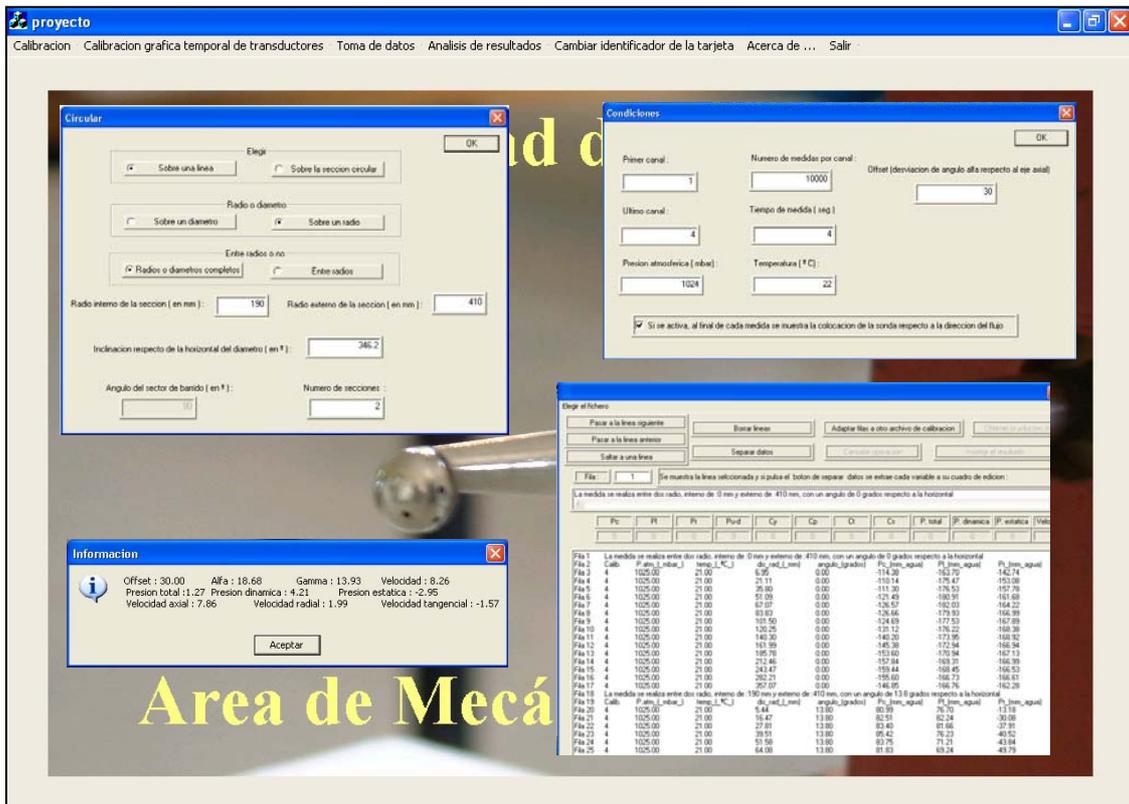


Fig. 3.21. Captura de pantalla del programa de adquisición de medidas de la sonda de presión.

El programa permite trabajar sobre sistema operativo Windows (98, Me, 2000, XP) y no requiere instalación previa, pues basta con especificarle qué número le ha sido asignado previamente a la tarjeta de adquisición en su instalación por el sistema. En la figura 3.21 se incluyen arriba las ventanas y cuadros de diálogo a cubrir en el programa para preparar el plan de medidas. Asimismo, abajo en la figura, se muestran capturas de pantalla de las medidas en tiempo real y del fichero de texto final sobre el que se vuelcan los resultados. Para un mayor conocimiento de los detalles de la implementación del programa y de sus utilidades, se recomienda consultar el proyecto adscrito al Área de Mecánica de Fluidos titulado “Metodología de calibración, adquisición y reducción de datos con sondas de presión de 5 agujeros”, y referenciado en la bibliografía.

### 3.4.2.- Programas para la sonda de hilo caliente.

La adquisición de los datos medidos por la sonda de hilo caliente, así como su almacenamiento y preproceso fueron ejecutados a partir de una serie de programas compilados en TurboC y corridos bajo sistema operativo MS-2, tal y como se muestra en la figura 3.22.

En primer lugar, es necesario la utilización de los programas *ckaq.exe* y *caaq.exe* que permiten, en colaboración con el banco de calibración, caracterizar el comportamiento de los hilos que se van a emplear para medir. El primero realiza el



ajuste de la ley de King, mientras que el segundo establece los coeficientes de las correlaciones angulares.

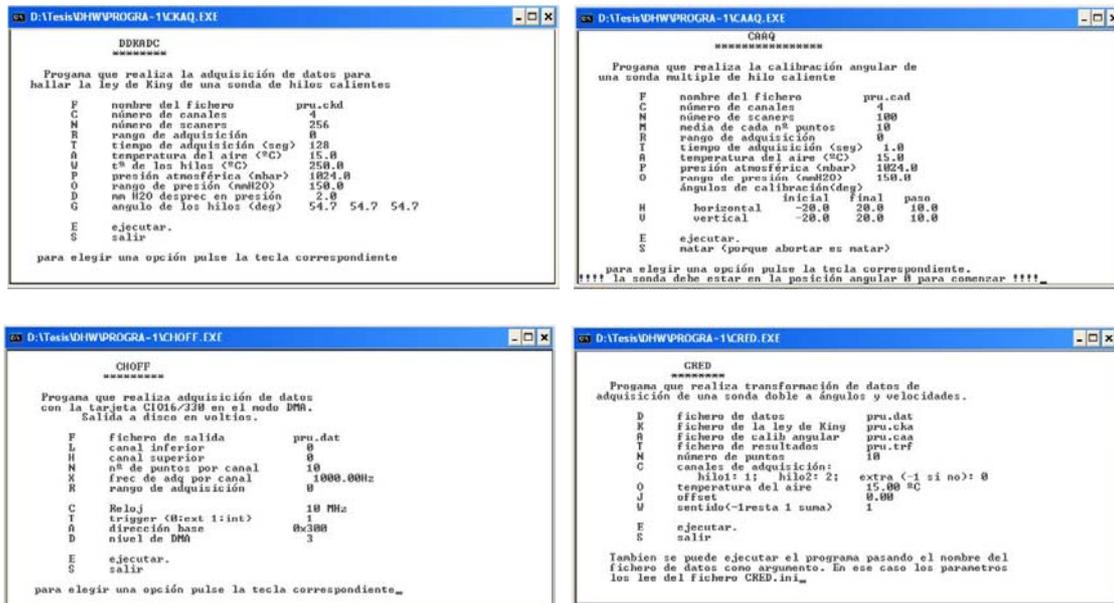


Fig. 3.22. Programas utilizados en la adquisición de datos con la sonda de hilo caliente.

Una vez completada esta primera etapa, se puede proceder a la captura de los datos de interés. El programa *chhoff.exe* es el encargado de gobernar a la tarjeta de adquisición CIO16/330 durante dicho proceso de adquisición. Este programa permite fijar la frecuencia de adquisición, el número máximo de canales a leer (trigger incluido) y la duración total del período de captura, guardando a disco las medidas bajo el nombre de archivo que haya especificado el usuario. El programa era llamado cada vez que se procedía a ejecutar una medida, por lo que se fijaban por defecto esos parámetros de control al inicio del plan de medidas para agilizar el trabajo.

Finalmente, el programa *cred.exe* es el encargado de llevar a cabo las transformaciones de ángulos y valores. A diferencia del programa de la sonda de 5 agujeros, en el procedimiento empleado con la sonda de hilo caliente, los valores definitivos de las componentes de la velocidad en cada punto de medida no se calculaban en tiempo real, sino que se obtenían a posteriori. Así, a partir de los valores efectivos de la velocidad registrados durante la medición, se obtenían los valores reales de la velocidad y su dirección mediante el algoritmo de transformación detallado en el apartado 3.3.4.2. Dada la gran multitud de puntos a transformar (10.000 por posición de medida), se generaron una serie de ficheros *\*.bat* para automatizar las transformaciones.

### 3.4.3.- Programa para el postproceso de los datos.

Para el tratamiento final de los datos, en el que se incluye tanto su postproceso como la generación de mapas y contornos de las variables, se utilizó el programa Matlab 6.5, merced a su potente tratamiento matricial de variables. De hecho, la morfología del conjunto de medidas realizadas, se ajustaba perfectamente a la filosofía



de almacenamiento matricial que incorpora el programa, por lo que la operación de cargar los valores almacenados en archivos de datos para su posterior tratado y visualización fue extremadamente satisfactoria. En particular, la existencia de medidas puntuales en una superficie de medición y extendidas en el tiempo, se transformaba de forma inmediata en matrices tridimensionales que Matlab puede gestionar con solvencia.

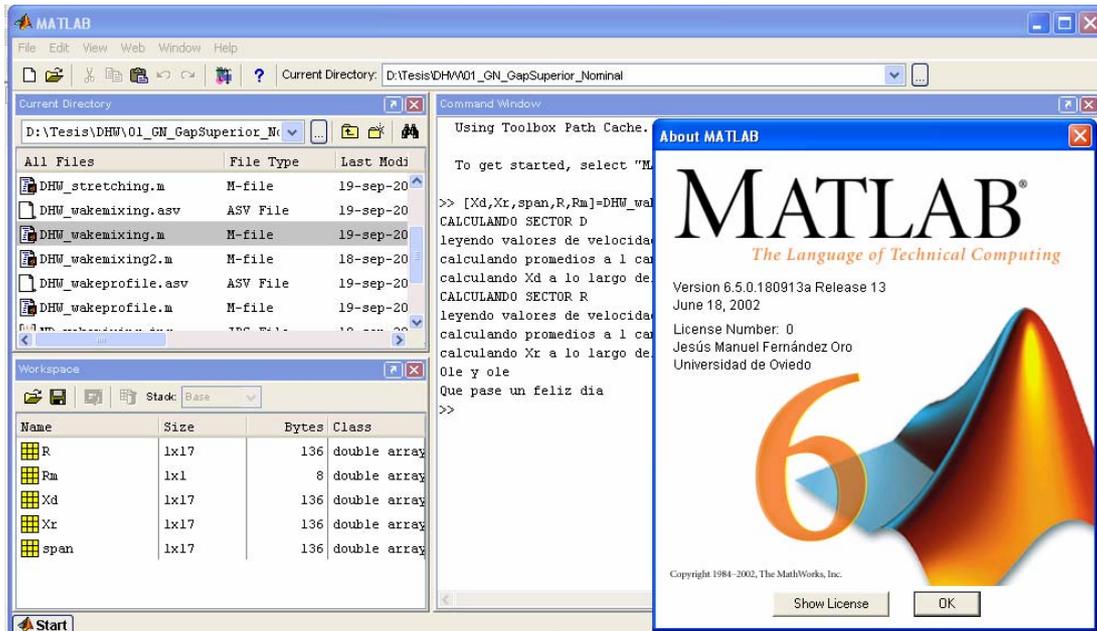


Fig. 3.23. Captura de pantalla de Matlab6.5

Otra gran utilidad que incorpora dicho programa es la posibilidad de implementar funciones matemáticas definidas por el usuario para ejecutar operaciones de postproceso con esas matrices. Así, entre las principales operaciones que fueron ejecutados gracias a Matlab cabe destacarse:

- Ejecución de promedios. Se realizaron promedios temporales, tanto para filtrar escalas turbulentas, como para filtrar fenómenos asociados al paso de álabe, y promedios espaciales, básicamente circunferenciales, sobre las superficies de medida.
- Ajustes e interpolaciones. Operaciones de suavizado e interpolación para evitar representaciones extremadamente bruscas, así como operaciones de recolocación de los valores, para la obtención de mapas de velocidad absolutas y relativas, también fueron aplicadas gracias a Matlab.
- Mapas. Por supuesto, la representación de los mapas de velocidad medidos a través de mapas de colores.
- Visualizaciones tridimensionales. Este tipo de gráficas se introdujo para la representación de variables en un punto determinado del espacio a lo largo del tiempo. Estas representaciones han permitido observar las formas tridimensionales de las estelas de los álabes.
- Animaciones. La existencia de mapas a lo largo del tiempo han permitido elaborar animaciones de los campos de velocidad a lo largo del paso de un canal



de álabe. También se han realizado animaciones en el marco de referencia relativo.

- Construcción de variables. El hecho de disponer de las componentes de la velocidad, posibilita la construcción matemática de otro tipo de variables (tensiones deterministas) asociadas al flujo y que pueden a continuación representarse gráficamente.
- FFT y tratamiento frecuencial. Se pueden obtener fácilmente los espectros de cualquier variable, así como realizar operaciones diversas en el dominio de la frecuencia.

### 3.5.- RUTINA EXPERIMENTAL

Se han completado básicamente cuatro campañas de medida, cada una de las cuales orientada a la consecución de diferentes objetivos. En primer lugar, se llevó a cabo la caracterización de la curva característica de la soplante, obteniéndose ésta para las dos distancias entre haces ensayadas. A continuación se inició la campaña de medidas estacionarias con la sonda de presión, estudiándose para ambos *gaps*, el comportamiento del flujo entre haces y aguas abajo para el caudal nominal de la soplante. Finalmente, a la vista de los resultados, se decidió abordar una completa campaña de medidas con hilo caliente, barriendo tres caudales de funcionamiento distintos para cada uno de los *gaps* entre haces. Como colofón, se hicieron las medidas de fluctuación de presión para los mismos casos que los contemplados en las medidas de hilo caliente.

#### 3.5.1.- Medida de la curva característica.

La curva característica de una turbomáquina, o curva de funcionamiento, corresponde con la representación gráfica de las prestaciones que ofrece el equipo, esto es, el incremento de presión total, la potencia consumida y el rendimiento total en función del caudal circulante. En realidad no ha sido necesario crear una cadena de medida propiamente dicha, sino que sobre el propio montaje de la soplante se han insertado los instrumentos de medida necesarios para poder leer las distintas variables implicadas.

La medida de caudal se ha hecho a partir de un Venturi instalado en la propia conducción del montaje, como se aprecia en la figura 3.24. Se mide la presión aguas arriba y aguas abajo del Venturi, pudiéndose relacionar el caudal volumétrico de fluido que pasa a través de él, con la diferencia de dichas presiones a partir de la conocida expresión:

$$Q = C_d \frac{\pi D_2^2}{4} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left(1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right)}}$$

donde  $C_d$  es el coeficiente de derrame, que puede aproximarse perfectamente a 1, y los subíndices 1 y 2 corresponden a los puntos situados aguas arriba (diámetro de conducto)



y aguas abajo (diámetro de garganta) del Venturi. La medida en cada sección (1 y 2) se obtiene a partir de la media de cuatro medidas situadas de forma equiespaciada circunferencialmente, con el objeto de absorber cualquier posible desequilibrio. La norma empleada para la medida de caudal ha sido la BS 848 (1980) – “*British Standards Institution. Fans for General Purposes. Part 1 – Methods of Testong Performance*”.



Fig. 3.24. Banco de ensayos: vista del Venturi en zona central. Detalle del cono de regulación.

La medida de la presión proporcionada por el ventilador se obtiene como la medida de presión estática a la entrada del mismo, suponiendo descarga del flujo a presión atmosférica. Esta lectura se llevó a cabo con otro manómetro con agua en U. Para la obtención de la presión total, se hacía la suma de la presión dinámica con la medición de la estática, a partir de la velocidad en el conducto calculada según la medida de caudal ofrecida por el Venturi.

Para la medida del rendimiento, se ha hecho el cociente entre la potencia hidráulica de salida ofrecida por el ventilador y la potencia consumida por el variador de frecuencia acoplado al motor de accionamiento. Desgraciadamente, no ha podido disponerse de un torsiómetro o de un medidor de par capaz de proporcionar la medida de potencia sobre el eje del ventilador, y calcular de ese modo únicamente el rendimiento hidráulico. Por tanto, únicamente ha podido calcularse un rendimiento global estimado, puesto que la lectura de potencia del variador no es dato excesivamente fiable. De todas formas, se ha querido incluir esa medida de rendimiento con el objeto de reseñar que el punto de máximo rendimiento se encuentra efectivamente en el entorno del caudal de diseño de la máquina (figura 3.25).

Basándose en que la intersección de las curvas de presión total de la soplante y de la curva resistente del circuito define el punto de funcionamiento, éste se obtiene variando la curva resistente del circuito por medio del cono de regulación de la figura 3.24. Se mide en cada caso el caudal circulante, la altura y la potencia consumida. En principio, se trata de ensayar un número suficiente de puntos, distribuidos lo más uniformemente posible en todo el rango de caudales, con el fin de definir con suficiente precisión las distintas curvas.

Básicamente, una vez fijada la velocidad de accionamiento de la soplante a 2400 rpm, el proceso seguido en la realización de los experimentos se resume en los siguientes pasos:



1. Se parte de una posición inicial del cono de regulación, por ejemplo completamente cerrado.
2. Se realiza la toma de datos de potencia, caudal y presión estática en la zona de entrada de la soplante.
3. Ligera apertura del cono de regulación de forma que aumente algo el caudal circulante. La apertura debe ser progresiva, para que los puntos queden lo más equiespaciado posible. Debe tenerse especial cuidado con la lectura en la zona de desprendimiento, debido a las grandes fluctuaciones que presentan las variables en esas zonas de trabajo.
4. Se repiten los anteriores pasos 2 y 3, hasta que la apertura del cono sea máxima y no se interfiera en la medida de caudal circulante por el conducto.

En la figura 3.25 se muestra una curva característica obtenida a partir de este procedimiento. Se ha insistido en una gran definición de puntos en la zona alejada del desprendimiento, por ser ésta la zona de interés del objeto de la tesis, mientras que a caudales bajos se han medido un número de puntos suficientes para trazar la tendencia de las curvas.

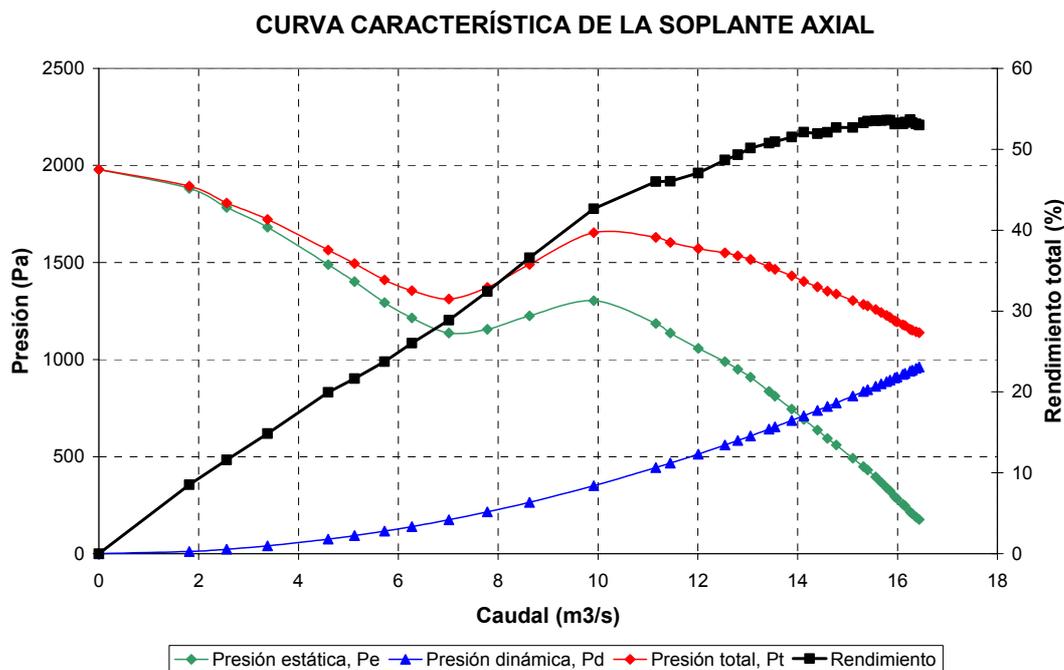


Fig. 3.25. Curva característica de la soplante axial. Gap superior.

### 3.5.2.- Medidas estacionarias.

El objeto de estas medidas es capturar los principales patrones del flujo tanto entre haces como aguas abajo del rotor. De hecho, unas medidas exhaustivas en planos transversales al flujo suponen un primer acercamiento al problema de la interacción entre haces.

En la figura 3.6 ya se ha mostrado la cadena de medida que configuran los diversos instrumentos de medida empleados. En un breve recordatorio de la misma, apuntar que está compuesta por la sonda de cinco agujeros, con sus correspondientes



canales conectados a un amplificador; y que la salida de dicho amplificador constituye una serie de señales eléctricas que son recogidas por la tarjeta de adquisición y traducidas a una serie temporal discreta de valores que configuran los archivos de medida de velocidades, ángulos, coeficientes y presiones.

Se eligieron dos planos para ejecutar las medidas con la sonda (figura 3.26). El primero de ellos, denotado como sector D (tras directrices), se situó a unos 15 milímetros del borde de salida del estator, con el objeto de capturar el patrón del flujo entre haces; mientras que el segundo, denominado sector R (tras rodete), se colocó a unos 50 milímetros aguas abajo del borde de salida del rotor para analizar la estructura del flujo a la salida. Debido a la propia e inherente periodicidad producida por las directrices, y a la vista de que no existen efectos añadidos por la presencia de otras etapas, las medidas se limitaron a sectores circulares, que cubrían la totalidad de la envergadura de los álabes (de base a punta) a través de una longitud circunferencial igual al paso de la corona fija (*pitch* del estator). Además, para garantizar una buena discretización espacial en las medidas, se tomaron 15 posiciones radiales a lo largo del *span* (con una separación progresiva entre ellas de acuerdo a un criterio de igualdad de áreas subtendidas –figura 3.17-), así como medidas circunferenciales cada grado. Teniéndose en cuenta que cada paso de directriz cubre  $28^\circ$  de la circunferencia total ( $360^\circ/13$ ), medir cada grado circunferencialmente, suponía un total de 29 medidas, las cuales, sumadas a las 15 radiales, componen una malla de medida de 435 puntos para cada una de las “ventanas” D y R definidas.

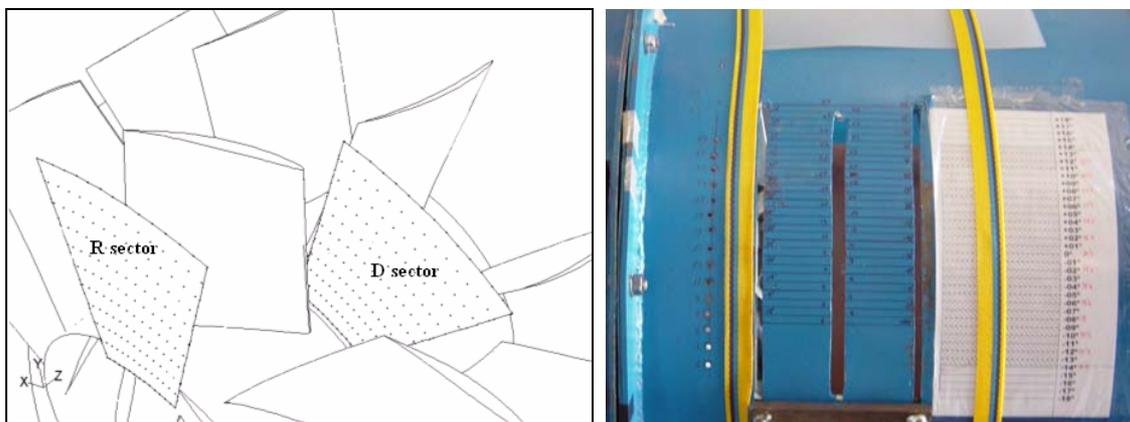


Fig. 3.26. Esquema de los planos de medida. Ranuras realizadas para las medidas.

Además, para cada plano de medida, se practicó una ranura circunferencial a lo largo de la carcasa (figura 3.26) y de longitud igual al *pitch* de directriz, con el propósito de recolocar la sonda durante las campañas de medida de una forma rápida y sencilla. Como se puede adivinar en dicha figura, la sonda quedaba fijada a la carcasa por medio de un carro dotado de pequeños tornillos de fijación (chapa inferior en la figura), que deslizaba sobre dos raíles auxiliares. De esta forma se lograba un ágil movimiento lateral de la sonda. Para introducir la sonda más o menos en la dirección radial, se empleaba un soporte perpendicular a la carcasa que servía de apoyo y deslizadera y que se graduaba para fijar en él las posiciones radiales de medida.

El procedimiento de medida consistía en fijar el punto de funcionamiento de la soplante para el cual se quisiesen obtener resultados, y a continuación, una vez montada la sonda en la primera posición circunferencial, barrer radialmente las quince posiciones



de medida definidas, ejecutando el programa de adquisición anteriormente citado. Acto seguido, se recolocaba la sonda en la segunda posición circunferencial y se procedía al barrido radial correspondiente, repitiendo así el procedimiento hasta completar todos los puntos en cada sector de medida. Habitualmente, se comprobaba la calibración de la sonda al principio de las medidas para asegurar que ni el cero ni la ganancia de la cadena de medida se hubiesen visto alterados.

### 3.5.3.- Medidas no estacionarias con hilo caliente.

Se puede afirmar que las medidas con hilo han sido las más difíciles y costosas tanto en tiempo como en medios utilizados, merced a lo ambicioso de las mismas, a la longitud de las campañas y a la complejidad de su realización.

Como ya se ha comentado previamente, el sensor necesario es una sonda de hilo caliente, capaz de capturar fluctuaciones hasta frecuencias ( $20 \div 30$  kHz) lo suficientemente elevadas como para que sean recogidos efectos de paso de álabe. Se empleó una sonda de doble hilo, por lo que se recogía una señal proveniente de dos canales, a la que se hubo de sumar la señal del tacómetro que se ha utilizado como señal de inicio (“trigger”) en el proceso de adquisición. La cadena de medida completa ya se ha representado en la figura 3.17.

Respecto a las posiciones de medida, se han mantenido los sectores D y R definidos en las medidas estacionarias. Asimismo, también se han conservado todas las posiciones radiales. Sin embargo, para el espaciado circunferencial, se ha decidido realizar las medidas cada  $2^\circ$ , ya que a la vista de los resultados de la sonda de cinco agujeros, se adivinaba que una menor discretización tangencial era suficiente. De este modo, resultaba una malla de puntos en cada sector de  $15 \times 15$ , esto es, 225 medidas temporales en cada sector.



Fig. 3.27. Cadena de medida en laboratorio. Imagen de la sonda en el interior de la soplante.

Para cada uno de esos puntos, se tomaba una señal temporal de 0.3 segundos de duración hasta completar, para cada uno de los canales, una colección de 10.000 puntos. Por tanto, la discretización temporal de estas medidas, fue fijada en un total de 100 instantes temporales por paso de álabe en cada uno de los 225 puntos de medida, a través de una frecuencia de adquisición de 36 kHz. Nótese que esto supone registrar datos correspondientes a 100 pasos de álabe en cada punto (11 vueltas de giro del rotor),

un número suficientemente elevado como para que los datos promediados a paso de álabe sean muy consistentes. Se recogieron datos para 6 casos diferentes, tanto aguas arriba como aguas abajo del rotor, haciendo variar el caudal en tres puntos de funcionamiento para dos distancias entre haces de la etapa.

El procedimiento de medida es similar al ya narrado con la sonda de cinco agujeros. De hecho, el carro deslizante empleado fue el mismo para esta ocasión, retirando la sonda de cinco agujeros y montando en su lugar la de hilo caliente con su correspondiente portasonda. La gran diferencia estribaba en los procesos de calibración y comprobación de la sonda, que se realizaban al inicio y al final de los barridos de medidas de cada sector. Como ya se ha mencionado con anterioridad, previamente a la medición, es necesario definir la ley de King y la calibración angular de la sonda; Del mismo modo, debe retirarse y ser montada sobre el banco de calibración al final de las medidas, para verificar que sigue en rango. Habitualmente, estas operaciones se realizaban al terminar las medidas de cada sector, momento fijado como *check-point*, para comprobar la vida útil de los hilos de la sonda.

### 3.5.4.- Medidas no estacionarias de fluctuación de presión.

Los transductores de presión de respuesta rápida no configuran un método de medida intrusivo, de la forma clásica en que sí se constituyen tanto la sonda de presión como la sonda de hilo caliente. Por su morfología, están pensados para realizar mediciones sobre la carcasa de las máquinas, así que su empleo en un barrido radial de medidas está vedado.

En la figura 3.28 se muestra un esquema con la cadena de medida. Se realizó una medida circunferencial sobre la carcasa (con la longitud habitual igual al paso de estator), para lo que fue necesario practicar una serie de orificios a los que se acopló el transductor de presión. Al igual que en las medidas de hilo, la discretización tangencial se fijó en 2°. Se llevaron a cabo las mismas mediciones que para las campañas de hilo, esto es, tres distintos caudales para dos distancias entre haces distintas. El tiempo de captura y las frecuencias de adquisición adoptadas fueron las mismas que las elegidas para las medidas con anemometría térmica. Finalmente, todas las medidas fueron promediadas para obtener una perfecta caracterización de la fluctuación filtrada a paso de álabe.

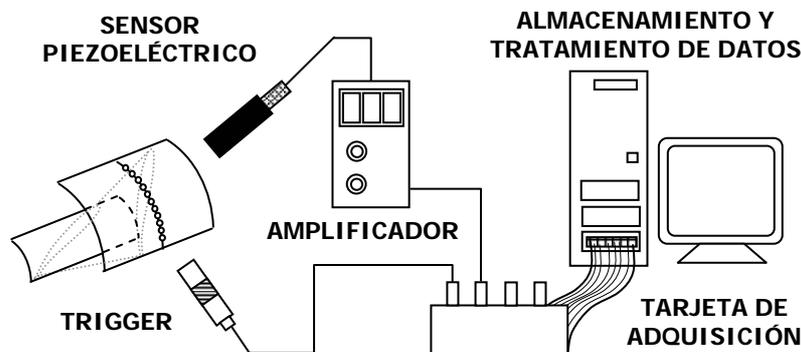


Fig. 3.28. Cadena de medida para las fluctuaciones de presión.



### 3.6.- INCERTIDUMBRE EXPERIMENTAL

El objetivo de un análisis de incertidumbre es el de fijar el intervalo de confianza de las medidas experimentales; esto es, estimar el error cometido a lo largo de la cadena de medida.

En primer lugar, conviene recordar dos conceptos muy importantes en la experimentación como son la repetitividad, o capacidad de obtener la misma medida bajo condiciones idénticas de ejecución del ensayo; y el error, asociado a las sensibilidades de los aparatos empleados en las medidas.

En las medidas realizadas, no se puede garantizar la repetitividad absoluta, dada la inherente turbulencia caótica del flujo. Por tanto, aun cuando los aparatos empleados obtuviesen unas respuestas ideales, las medidas fluctuarían en el tiempo. Además, los aparatos presentan unas propias incertidumbres, que dependen de sus características, de sus principios de funcionamiento y de la calidad de sus componentes, y que en ningún caso podrán ser despreciadas.

En muchas situaciones, las magnitudes medidas se utilizan para determinar a posteriori otras variables. Suele ser habitual la obtención de una variable de forma indirecta, a partir de la estimación de otra magnitud física y una posterior “propagación” de esos resultados de forma analítica (*Blanco, 1994*).

Por tanto, el estudio de la incertidumbre ha de tener en cuenta en primer lugar, la sensibilidad y rango de confianza de cada instrumento utilizado, y en segundo lugar, transportar los diversos errores asociados a la medida de cada aparato hacia el resultado final, incluyéndose si fuese necesario el fenómeno de propagación matemático asociado al uso de medidas indirectas.

En el siguiente apartado, se ejemplifica este proceso para el caso de la sonda de 5 agujeros, en la realización de medidas estacionarias.

#### 3.6.1.- Incertidumbre en las medidas con sonda de cinco agujeros.

La sonda de cinco agujeros tiene como propósito poder determinar la velocidad del flujo en todas direcciones. Sin embargo, la obtención de la velocidad se realiza de forma indirecta, a partir de la obtención de las presiones medidas por cada canal de la sonda.

Los transductores de presión utilizados, *Valydine DP15*, son los elementos que permiten hacer las mediciones de presión que posteriormente servirán para determinar las componentes de velocidad del flujo. Su rango de medida se puede modular desde  $\pm 0.08$  psi hasta  $\pm 3200$  psi. Para trabajar con aire, se ha ajustado hasta una escala de 0 a 200 mm de columna de agua. Respecto a su incertidumbre, ésta se estima en un 0.25% de la medida eficaz realizada con el transductor.



El valor de la velocidad en un punto se obtiene como diferencias de presiones totales y estáticas, a través de la relación elemental:  $u = \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_0 - P_s)}$ , donde  $P_0$  es la presión total o de estancamiento. La estimación del error en la medida de la velocidad a partir de los errores en las medidas de presiones se puede evaluar según la diferenciación (se ha despreciado la posible variación de la densidad según las condiciones ambientales):

$$\delta u = \frac{1}{\rho u} [\delta P_0 - \delta P_s]$$

Así mismo, las incertidumbres de esas presiones total y estática, se obtienen diferenciando las expresiones empleadas para el cálculo de las mismas en función de las medidas en cada canal, expuestas en el apartado 3.3.2.

$$\delta P_0 = \delta P_C + \left( P_C - \frac{P_L + P_R}{2} \right) \delta C_T + C_T \left( \delta P_C - \frac{\delta P_L + \delta P_R}{2} \right)$$

$$\delta P_s = \delta P_0 + \left( P_C - \frac{P_L + P_R}{2} \right) \delta C_s - C_s \left( \delta P_C - \frac{\delta P_L + \delta P_R}{2} \right)$$

lo cual relaciona la diferencia como:

$$(\delta P_0 - \delta P_s) = \underbrace{\left( P_C - \frac{P_L + P_R}{2} \right)}_Q \delta C_s + C_s \underbrace{\left( \delta P_C - \frac{\delta P_L + \delta P_R}{2} \right)}_{\delta Q}$$

Suponiendo así mismo que la lectura en los mapas de los ángulos  $\alpha$  y  $\gamma$  no introduce error, y que la forma de esas curvas asegura que  $\delta C_s \approx \delta C_\gamma$  se obtiene:

$$\delta C_s \approx \frac{1}{Q} (\delta P_L - \delta P_R) - \frac{1}{Q^2} (P_L - P_R) \delta Q$$

En definitiva, se llega finalmente a:

$$(\delta P_0 - \delta P_s) = C_s \left( \delta P_C - \frac{\delta P_L + \delta P_R}{2} \right) + (\delta P_L - \delta P_R) - \frac{(P_L - P_R)}{\left( P_C - \frac{P_L + P_R}{2} \right)} \left( \delta P_C - \frac{\delta P_L + \delta P_R}{2} \right)$$

El análisis teórico de la incertidumbre predice una disminución de la misma para sucesivos incrementos de la velocidad. Se ha contrastado este comportamiento esperado con medidas de velocidad sobre la sonda, observándose además que las incertidumbres de las medidas de presión ( $\delta P_i$ ) son constantes para todo el rango de velocidades medidas.

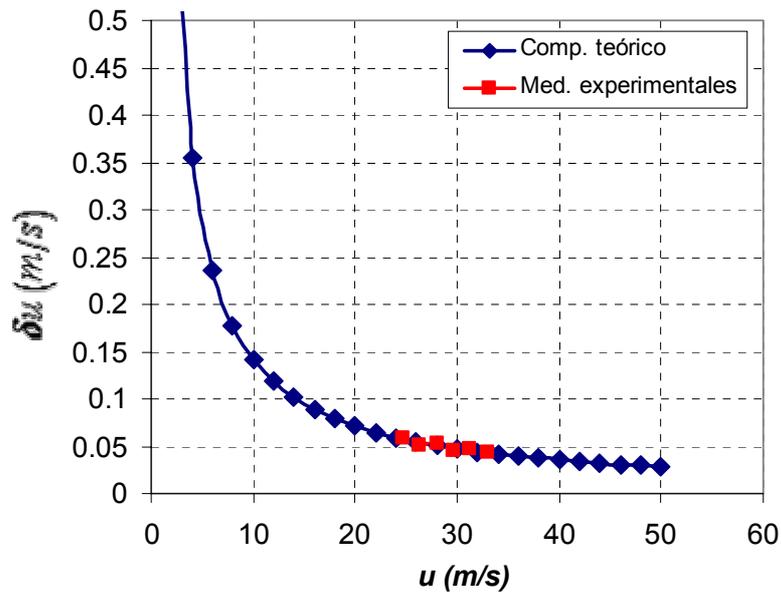


Fig. 3.29. Incertidumbre en la medida de velocidad.

En particular, se ha estudiado su comportamiento al ser incidida por un chorro en dirección normal a la sonda de cinco agujeros. El valor de la velocidad del chorro se ha fijado en torno a los valores de velocidad esperados en el comportamiento normal del ventilador de estudio. Los resultados obtenidos se comparan en la gráfica de la figura 3.29, donde se observa gran acuerdo entre lo medido experimental y lo que la teoría predice. Al menos, el orden de magnitud de la incertidumbre es comparable, cifrándose éste entorno a 0.05 m/s sobre un valor medio de 25 m/s, dando lugar a un error sistemático en las medidas de apenas un 0.5%.

### 3.6.2.- Incertidumbre en las medidas con sonda de hilo caliente.

De forma indirecta, la ley de King proporciona el valor de la velocidad del flujo a partir de las lecturas de tensión entre bornas del hilo, según la ecuación desarrollada en el apartado 3.3.4.

Plateando nuevamente la diferenciación de la ley de King, se obtiene la expresión que relaciona la incertidumbre en la estimación de la velocidad en función de la velocidad registrada y de la propia incertidumbre de los aparatos de medida:

$$\delta u = \frac{1}{n} \left( \frac{E^2}{B \cdot \Delta T} - \frac{A}{B} \right)^{\frac{1-n}{n}} \left( \frac{2E}{B \cdot \Delta T} \right) \delta E$$

En las mediciones realizadas para observar el error sistemático, no se han apreciado diferencias superiores a los 5 mV, por lo que adoptando como incertidumbre del voltaje dicho error, se puede representar el valor  $\delta u$  en el gráfico 3.30. Obsérvese cómo no se llega a superar el umbral del 2% en la medida del error.

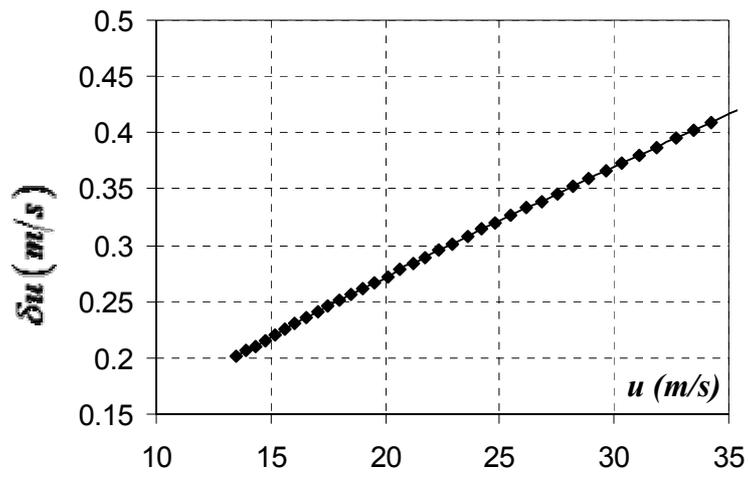
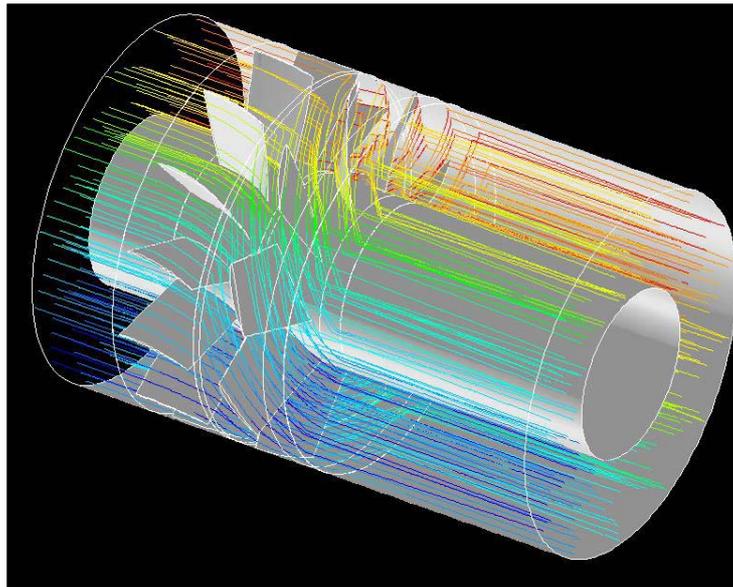


Fig. 3.30. Incertidumbre de medida en la sonda de hilo caliente.



## Capítulo 4

### METODOLOGÍA DEL ESTUDIO NUMÉRICO DE UNA SOPLANTE AXIAL



“La buena noticia es que los computadores nos permiten trabajar un 100% más rápido. La mala es que generan un 300% más de trabajo”.

Scott Adams (1957-).  
Caricaturista norteamericano.

*Este capítulo se presentan las principales herramientas numéricas de aplicación en el campo de las turbomáquinas. No se pretende llevar a cabo un estado del arte de los métodos numéricos utilizados por la Mecánica de Fluidos, así que se comienza con un repaso general de las técnicas de mayor interés para centrarse rápidamente en el ámbito numérico de las turbomáquinas, en particular en el de las máquinas axiales de varias coronas.*

*Por tanto, se especifican las diversas técnicas numéricas empleadas en el campo de máquinas multietapa, en función del grado de aproximación al fenómeno no estacionario de intercambio de energía (recordar apartado 1.4). Posteriormente, se revisan las posibilidades en cuanto a generación de mallados, modelos de turbulencia empleados, concluyendo el capítulo con una descripción completa del modelo numérico finalmente adoptado, así como de las condiciones de contorno y discretizaciones espaciales y temporales elegidas.*



## 4.1.- MÉTODOS NUMÉRICOS EN TURBOMÁQUINAS

### 4.1.1.- Introducción.

La dinámica de fluidos computacional (CFD – “*Computational Fluid Dynamics*”) es una disciplina, de una relativa reciente creación dentro de la Mecánica de Fluidos, que consiste en el análisis del movimiento de los fluidos mediante simulaciones ejecutadas por computador. El objetivo es la búsqueda de una solución aproximada de las ecuaciones que gobiernan el movimiento de los fluidos, discretizando o dividiendo el dominio de cálculo en pequeños elementos y resolviendo allí las ecuaciones (*Ballesteros et al., 2003*).

Existen multitud de ámbitos industriales donde ya se utilizan de forma sistemática herramientas numéricas para las fases de diseño y para el análisis de diversas situaciones de operación. De hecho, la metodología numérica permite simular prácticamente cualquier tipo de flujo, así que no es descabellado afirmar que la imaginación es el límite. De todas formas, es innegable que la industria aeroespacial ha sido pionera en el trabajo con técnicas CFD, y aún hoy se encuentra a la vanguardia de la explotación y desarrollo de estas técnicas. Dentro de sus objetivos de estudio, las turbomáquinas han constituido por sí mismas un tema estrella y, por tanto, el análisis del flujo en el interior de turbomáquinas tiene un historial importante en el marco de las técnicas numéricas.

Los ingenieros y diseñadores de turbomáquinas comprendieron enseguida las posibilidades que las técnicas numéricas podían proporcionarles. Observaron cómo podría cambiar su entorno de trabajo en cuestiones tan importantes como el diseño de nuevos prototipos (reduciendo costes y tiempos de diseño), el análisis detallado del flujo en zonas críticas o la caracterización de flujos muy complicados de medir experimentalmente. Sin embargo, estas prestaciones sólo se consiguen después de implementar correctamente las ecuaciones de gobierno del flujo, ecuaciones de gran complejidad que necesitan de diversos modelos de cierre para conformar una plataforma completa de cálculo. Además, son necesarias máquinas de gran capacidad de computación, merced al grado de detalle que se pretende incluir en los modelos numéricos y al algoritmo de resolución de las ecuaciones vectoriales de flujo viscoso. Por tanto, la implementación de los modelos físicos se fue desarrollando en conjunción con el propio crecimiento de las capacidades de cálculo de los ordenadores y superordenadores. Así, los años 80 vieron alumbrar los primeros códigos potenciales, que pronto evolucionaron hacia códigos eulerianos; mientras que a partir de la década de los 90, se universalizaron los códigos viscosos, que dieron paso a un interés creciente en el establecimiento de modelos de turbulencia cada vez más completos y adecuados. Del mismo modo, las geometrías también sufrieron un proceso de evolución, teniendo cabida paulatinamente saltos de calidad en los dominios de cálculo, desde modelos bidimensionales hasta configuraciones tridimensionales de varias coronas. En el apartado 2.1.3 ya se hizo un breve repaso acerca de estas evoluciones y un resumen de las líneas de trabajo actuales en el campo de la CFD en turbomáquinas.

Y es que si los esfuerzos que se han llevado a cabo para establecer metodologías numéricas válidas han sido tan numerosos y costosos se debe a la inherente complejidad del flujo que se pretende analizar. El movimiento relativo de las distintas coronas de álabes que puedan existir en una de estas máquinas hace que el flujo alrededor de dichos



álabes resulte intrínsecamente no estacionario. Su predicción y su efecto sobre los esfuerzos en los álabes son de extremo interés en los diseños hoy día. Aparte de estas consideraciones temporales, el flujo es siempre tridimensional, con efectos vorticales (separación del flujo, capas límite, estelas), complicando el análisis si se pretende ser fiel para capturar los efectos de interacción entre coronas.

Ahora bien, a pesar de la amplia variedad geométrica y funcional de las turbomáquinas, las ecuaciones del flujo son siempre las mismas, por lo que los códigos ganan generalidad desde ese punto de vista. Esta característica ha permitido que se hayan desarrollado programas de CFD comerciales que presentan la suficiente flexibilidad y potencia como para que resulte rentable su utilización a escala industrial. La principal ventaja para utilizarlos es el ahorro en el tiempo de desarrollo de programas numéricos propios así como en la facilidad de adaptación a casos diferentes. Habitualmente, el usuario de programas comerciales especifica una geometría de cálculo discretizada espacialmente, con unas determinadas condiciones de contorno y el programa resuelve el flujo a partir de unos determinados parámetros de resolución. Actualmente, los programas comerciales presentan ciertas características que los consolidan como una opción más para el estudio del flujo en turbomáquinas, gracias al importante avance que han experimentado en su manejabilidad. Entre ellos, destacan:

- Flexibilidad en la generación del mallado. Rápida generación de mallas, pensada para obtener buenos resultados.
  - Tipología diversa de elementos: hexaedros, tetraedros, prismas, pirámides, en cualquier combinación y topología de malla.
  - Mallado adaptable a la solución obtenida, de forma interactiva, como parte del propio proceso de resolución, para obtener mejores resultados, más adecuados al fenómeno en estudio.
  - Mallados híbridos en la zonas de capa límite para un mejor tratamiento de las zonas límite en las cercanías de paredes.
  - Simplicidad en la generación de mallados en las interfaces, así como un módulo de generación automática de la malla, para facilitar la generación del mallado en modelos complejos.
- Modelos físicos avanzados y esquemas numéricos robustos. Completos y bien validados.
  - Implementación de todos los modelos físicos utilizados en el estudio de turbomáquinas, a través de mallados flexibles ad-hoc, entre los que destacan modelos de múltiples referencias en rotación, capacidad de utilizar mallados deslizantes y condiciones de planos de mezcla.
  - Posibilidad de emplear todo tipo de modelo de turbulencia, incluyendo modelos RSM, k- $\epsilon$ , LES, etc... con modelos de tratamiento de turbulencia en la capa límite. Modelos de combustión y radiación también disponibles.
  - Discretización adecuada y robustos esquemas numéricos de segundo orden para todo tipo de mallas.



- Velocidad de cálculo y procesamiento en paralelo. Rápida ejecución de los cálculos.
  - Solvers acoplados para una rápida y estable resolución de flujos compresibles y transónicos.
  - Procesamiento en paralelo sobre clusters o estaciones de trabajo con memoria distribuida o compartida. Hábil incluso en redes con estaciones de trabajo heterogéneas. Completa funcionalidad con todos los modelos.
  - Control iterativo de funciones paralelizadas, incluyendo descomposición de dominios, monitorización y control en tiempo real del proceso de resolución, pre y postproceso de la solución.
  
- Diseño de la interfaz. Interfaz amigable y funcional.
  - Posibilidad de importar geometrías y mallados desde otros tipos de programas de CAD/CAE.
  - Datos de entrada configurables por el usuario, incluyendo condiciones de contorno y ecuaciones de resolución.
  - Monitorización de la solución y herramientas de autocontrol.
  - Herramientas para el refinado de las mallas.
  - Postproceso integrado, con posibilidad de analizar los resultados
  - Exportación de los datos de forma estructurada a archivos de datos.

Aunque se ha avanzado mucho en los aspectos operativos y metodológicos para la utilización de estos programas, aún sigue siendo crítica la necesidad de un conocimiento profundo de los métodos numéricos así como de la mecánica de fluidos para obtener resultados correctos y fiables. Esa base es la que permite adoptar hipótesis simplificativas adecuadas, elegir con acierto parámetros y modelos de resolución y concentrar esfuerzos –computacionales y/o metodológicos- en los aspectos de verdadero interés del problema en estudio.

Los hitos que deben ir alcanzándose para ejecutar la simulación de una turbomáquina de forma numérica se ordenan de la siguiente forma:

- Geometría del problema. El primer paso es determinar el dominio de simulación, especificando con especial interés los límites de entrada y salida del flujo. La regla general exige que esos lindes se sitúen suficientemente lejos de la zona de interés, pues en ellos es habitual fijar condiciones de contorno neutras que no deben interferir con la solución obtenida. Para modelos tridimensionales, el modelado de la geometría puede ser laborioso y complejo, dada la existencia de curvas alabeadas (superficies de los álabes) y de interfaces entre dominios fijos y móviles. Topológicamente, son los canales y los pasos del flujo los que tienen que ser considerados, y no las partes sólidas, por lo que las importaciones desde programas de CAD/CAE deben permitir operaciones booleanas. Aspectos como éstos, pueden condicionar notablemente el proceso de generación de la geometría de estudio.
  
- Generación del mallado. Este paso es crítico, pues en función de la bondad del mallado elegido para la resolución, será posible capturar una serie de fenómenos



asociados al flujo. La malla consiste en una retícula de elementos (normalmente, celdas) en los que se discretiza el dominio del flujo, que se apoya sobre la geometría creada con anterioridad. La estrategia correcta dicta que debe economizarse el número de celdas en zonas donde no sea esperable un gradiente importante de las variables del flujo, mientras que conviene refinar en zonas más críticas. El inconveniente es que a priori no se conoce la densidad de mallado más apropiado, por lo que debe establecerse un proceso iterativo que conduzca a la mejor solución, sin comprometer excesivamente los requerimientos de cálculo. A este respecto, la experiencia adquirida en simulación de turbomáquinas llega a ser un dato de partida muy útil.

- Modelos físicos y solución de las ecuaciones. El hecho de que sea imprescindible generar una discretización espacial recae en la necesidad de convertir las ecuaciones diferenciales no lineales de Navier-Stokes en una serie de ecuaciones algebraicas que puedan ser resueltas matricialmente. Los programas permiten resolverlas con aproximaciones de primer o segundo orden, en función del grado de descripción que quiera alcanzarse. Por esta razón resulta indispensable una buena generación en las mallas, de modo que la solución matemática sea estable y con la máxima definición geométrica.
- Condiciones de contorno. Acotar el dominio de cálculo impone la aparición de unos límites físicos, en los cuales deben fijarse los valores de las variables básicas del flujo. Su objetivo es completar la metodología de resolución y en ningún caso deben interferir en la solución final obtenida. Es conveniente, por tanto, que dichas condiciones se coloquen a distancias suficientemente alejadas de la zona de intercambio de energía (haces) en el caso de turbomáquinas, para garantizar su neutralidad. Las condiciones que mejor se ajustan a la realidad son las de presión total a la entrada y presión estática a la salida, a pesar de ofrecer una peor convergencia y un mayor tiempo de cálculo que condiciones de caudal o velocidad fijas.
- Condiciones iniciales. El proceso iterativo de resolución pasa por comenzar con una solución inicial y a continuación recalcularla, para establecer un proceso que va reduciendo de forma sucesiva las diferencias entre la solución adoptada y la solución calculada a partir de esos datos de partida. Cuando las diferencias se reducen por debajo del valor fijado como criterio de convergencia, se acepta que la solución es definitiva. Éste es el caso de un problema estacionario, en que la solución final resulta ser independiente de los valores iniciales. En turbomáquinas, el flujo no estacionario, aunque periódico, resulta difícil de conocer de antemano, así que se toma como condición inicial la solución estacionaria, para calcular finalmente un número suficiente de pasos temporales que garanticen que los resultados lleguen a ser periódicos.
- Propiedades del fluido, como la densidad y viscosidad deben especificarse como datos al modelo físico de resolución. En caso de que deban tenerse en cuenta fenómenos de transferencia de calor o reacciones químicas, se deben aportar también los parámetros característicos de dichos procesos, así como las leyes que gobiernan sus comportamientos.



- Modelos de turbulencia. Van a fijar el nivel de aproximación a la solución real, ya que regulan los términos de fluctuación de las variables básicas. En el apartado 4.1.4 se entra más en detalle a cerca de las posibilidades de estos modelos y se lleva a cabo una breve revisión sobre los modelos utilizados en función de la tipología de máquina en estudio. La particularización a la soplante axial en estudio también se analiza posteriormente.
- Resolución numérica. Como proceso de cálculo propiamente dicho, el código numérico resuelve mediante un método iterativo los modelos físicos y ecuaciones discretizadas, proceso que puede ser regulado con la inclusión de factores de relajación más o menos duros, que aceleran o ralentizan la convergencia del método. También son ajustables los criterios de convergencia, en función del fenómeno físico de estudio y de las variaciones relativas entre variables a lo largo del tiempo (sobre todo, en casos periódicos, como ocurre en turbomáquinas).
- Post-procesado de los resultados. El paso final y definitivo es la explotación y posterior presentación de los resultados de forma entendible, compacta y que permita extraer conclusiones. Es muy habitual recurrir a una exposición de resultados mediante distribuciones y mapas en color, que resultan muy vistosos y más impactantes que simples representaciones gráficas. No obstante, conviene no pecar por exceso, y evitar inundar los resultados de multitud de mapas en colores de forma que los árboles no permitan ver el bosque. A este respecto, ya es clásica la ironía que traduce las siglas de CFD como “*Colour Fluid Dynamics*” (Dinámica de Fluidos con colorines). Ahora bien, al margen de esto, no cabe duda de la potencia de las representaciones de mapas y distribuciones, así como de la animación de imágenes que permiten explicar el comportamiento de las variables en el tiempo de forma clara y didáctica.

#### 4.1.2.- Generación de mallados.

Las técnicas numéricas empleadas para la generación de los mallados se definen como procedimientos para la distribución ordenada de puntos de toma de datos en un dominio físico, de forma que exista una comunicación eficiente entre ellos y que los fenómenos físicos que tengan lugar estén suficientemente representados por dichos puntos. La comunicación o tipo de conectividad que exista entre la estructura de los datos del mallado permite clasificar los mallados en dos categorías básicas: los estructurados y los no estructurados. En las mallas estructuradas, la retícula de celdas se construye a partir de una red de familias de líneas coordenadas; mientras que en las mallas no estructuradas, la red no sigue ningún tipo de dirección preferente. En Ballesteros et al. –*capítulo 5*–, se hace una revisión general de las técnicas de mallado en el ámbito de la CFD.

Sea cual sea, el tipo de malla que vaya a ser adoptada por el usuario, en el caso de turbomáquinas, los requisitos básicos que debe cumplir la discretización son:

- La malla debe ser generada con cierta previsión en función del tipo de flujo que se espera resolver.



- Es necesaria una mayor resolución en aquellas zonas del flujo que presenten importantes gradientes, aunque es deseable que el mallado se distribuya por todo el dominio de la forma más regular posible.
- La resolución en las zonas donde se establezca una capa límite debe estar en consonancia con el modelo de turbulencia y de capa límite que vaya a utilizarse en la resolución.
- Deben evitarse elementos singulares, muy deformados (celdas angulosas).
- Es interesante que el mallado sea capaz de adaptarse de forma dinámica a las variaciones de las variables en la solución del flujo.
- El tamaño global de la malla debe ajustarse a las posibilidades y potencia de cálculo de los equipos en los que vaya a resolverse el flujo.

Retomando la discusión sobre los diversos tipos de mallado, en general se puede afirmar que los mallados estructurados, con una peor adaptación a geometrías complejas, proporcionan soluciones válidas para turbomáquinas axiales. Para máquinas centrífugas, por el contrario, las características geométricas imponen la utilización de modelos no estructurados.

A continuación se presentan ejemplos de aplicación de los distintos tipos de malla para geometrías axiales sobre las superficies álabe a álabe.

**Mallados no estructurados.** Su gran ventaja es la flexibilidad a la hora de adaptarse a los límites del dominio, permitiendo una construcción casi automática del mismo. Basta con especificar un número de nodos a los contornos, y un algoritmo de cálculo, generalmente basado en la técnica de avance frontal o de triangularización de Delaney, es capaz de generar toda la retícula de celdas. En la figura 4.1 se muestra el empleo de esta topología de malla sobre un canal de un haz de álabes. Estos canales pueden ser elegidos de forma centrada (figura 4.1, izquierda) o bien desplazada, incluyendo entonces los álabes en la zona central (figura 4.1, derecha).

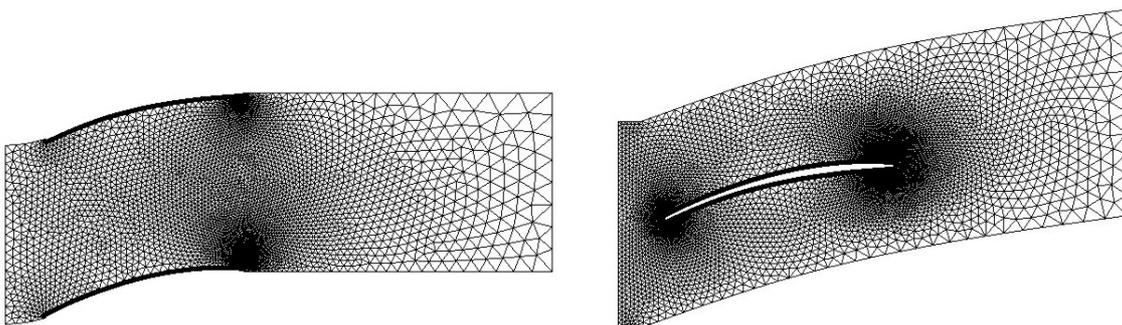


Fig. 4.1. Mallados no estructurados en un canal de geometría axial.

Desafortunadamente, los mallados no estructurados capturan de forma más deficiente los efectos de capa límite que los de tipo estructurado. Por tanto, para la caracterización de estelas y desprendimiento de vórtices sobre los bordes de salida de los álabes en máquinas axiales, es recomendable el empleo de mallados regulares muy finos en la superficie de esos álabes.



Una solución de compromiso, bastante eficiente, es emplear mallados *híbridos* o multibloque, que son capaces de combinar ambos tipos de mallado. De esta forma, en la zona de capa límite, se introduce un mallado estructurado, de tipo en O, pues se cierra sobre sí mismo alrededor de la superficie del álabe, que se conecta con un mallado no estructurado en el resto del dominio (figura 4.1). La gran ventaja es que la dimensión característica del mallado en O es la perpendicular al álabe; mientras que para el no estructurado, lo que fija la densidad del número de celdas es la distancia entre nodos a lo largo de la circulación sobre el álabe. Este hecho permite una gran densidad de nodos en la capa límite, y un paulatino descenso del número de celdas en zonas alejadas al álabe, donde hay menores gradientes, mediante una transición suave que valida la red generada.

**Mallados estructurados.** La utilización de este mallado a todo el dominio de cálculo está condicionada por las características de la geometría. La teoría diferencia básicamente entre mallados curvilíneos generalizados, de más fácil construcción porque se adaptan según las direcciones preferentes de las fronteras del canal (figura 4.2.1), y mallados ortogonales que tratan de garantizar la normalidad entre las familias de curvas en todos los puntos (figura 4.2.2). En el primer tipo, las familias de curvas resultan ser paralelas a los contornos de la superficie (pueden dar lugar a celdas muy deformadas), mientras que para las segundas, es imprescindible utilizar algoritmos de suavizado, que de forma iterativa consiguen esa condición de ortogonalidad.

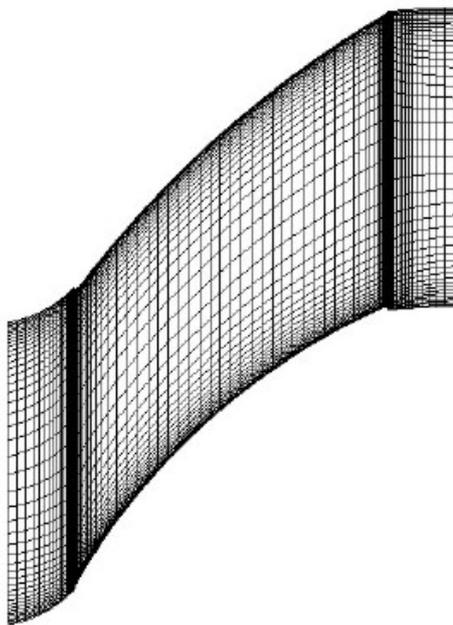


Fig. 4.2.1. Mallado en H puro, estructurado generalizado curvilíneo.

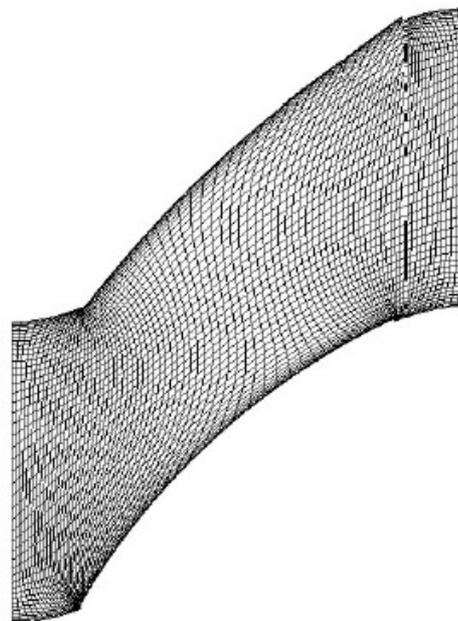


Fig. 4.2.2. Mallado en H elíptico, estructurado ortogonal.

Cuando se considera el canal con el álabe centrado, es necesario que la malla rodee al álabe por completo, estableciéndose patrones de tipo O y de tipo C. La utilización de uno u otro depende fundamentalmente del borde de salida del álabe a discretizar, puesto que en el borde de entrada, curvo y romo, el mallado siempre va a presentar forma de C (figura 4.3.1 y 4.3.2). Si el *trailing edge* también tiene un radio de acuerdo, entonces se cierra la malla en forma de O; en caso contrario, con un borde afilado, el mallado se despega del álabe de forma recta (figura 4.3.2).

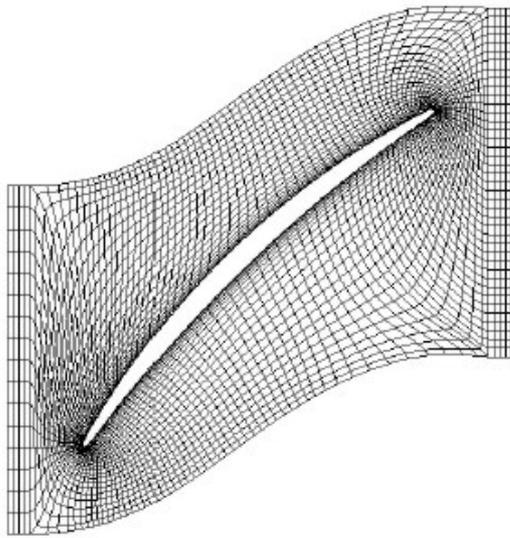


Fig. 4.3.1. Mallado tipo HOH.

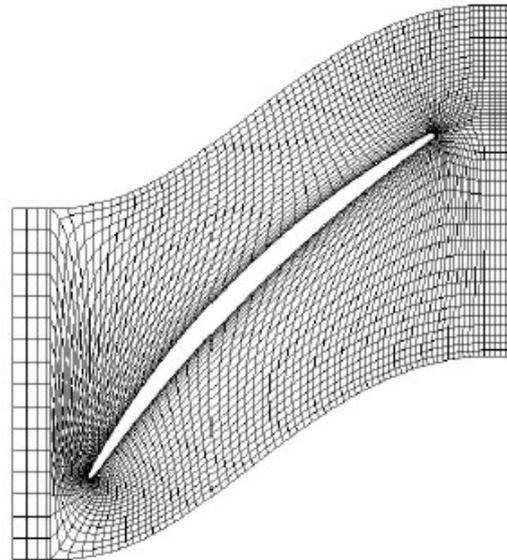


Fig. 4.3.2. Mallado tipo HCH.

La gran ventaja de los mallados estructurados frente a los no estructurados en máquinas axiales, es que su morfología es ideal para la extensión a dominios tridimensionales. En primer lugar, porque se economiza el número de celdas, ya que a igualdad de densidad de malla, los mallados no estructurados están formados por mayor número de celdas que los estructurados. Además, la topología estructurada introduce menores errores de truncado en la discretización de las ecuaciones y la transmisión de la información a lo largo de la retícula es más eficiente, gracias a la mejor conectividad y estructuración de la malla. Ahora bien, la característica definitiva es que pueden ser extruídos según la dirección radial de la máquina, permitiendo un mallado completamente regular en todas las direcciones (figura 4.4). Conseguir así una distribución radial estructurada es esencial para plantear estrategias de economización del número de celdas, y sobre todo, para distribuir inteligentemente el patrón de nodos en esa dirección radial. Puesto que en punta y cubo se tienen efectos de capa límite y generación de vórtices de punta, interesa una gran definición de la retícula en esas zonas extremas; por el contrario, la zona media de la envergadura (*midspan*) no es susceptible de presentar grandes gradientes, por lo que puede ser discretizada de forma más grosera. Nótese cómo en la figura 4.4 se ha seguido este tipo de estrategias, agrupando los nodos en zonas exteriores y compensando con una mayor distancia entre celdas en las zonas centrales. Obsérvese asimismo cómo los canales de la turbomáquina han sido discretizados según un patrón HCH, debido al borde de salida afilado de los álabes. La H hace referencia a la malla regular presente aguas arriba y aguas abajo, antes y después de la multietapa.

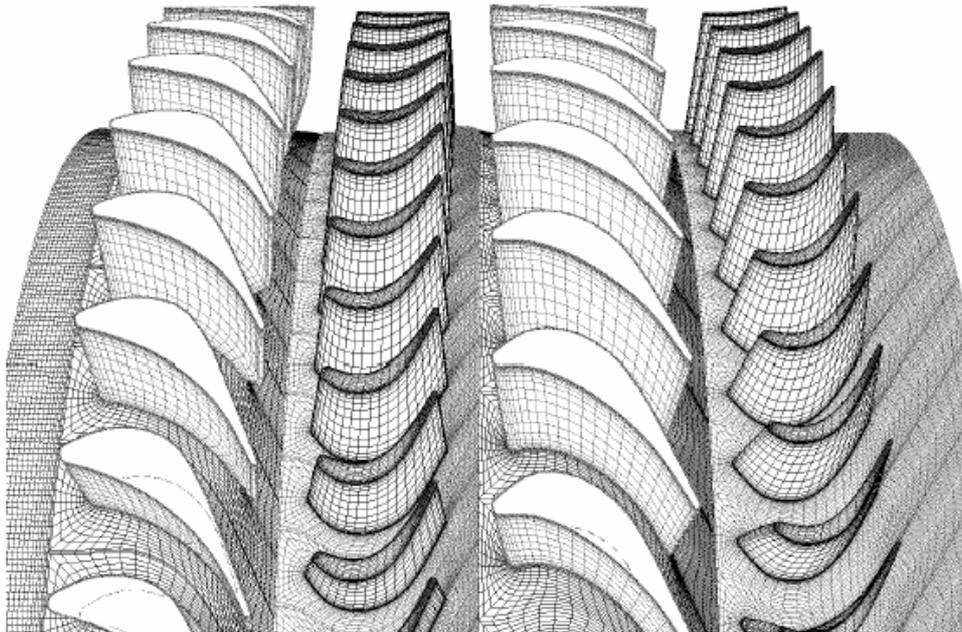


Fig. 4.4. Mallado estructurado tridimensional para una turbina multietapa.

#### 4.1.3.- Modelos de interacción rotor-estator.

En el primer capítulo se resumieron los fenómenos no estacionarios en turbomáquinas, analizando en detalle la interacción rotor-estator, objeto de estudio del presente trabajo. La existencia de haces de álabes móviles enfrentados a otros fijos, muy próximos entre sí debido al pequeño espaciado axial entre ambas zonas, condiciona la aparición de una interferencia notable en el flujo axisimétrico. El modelo numérico que se vaya a considerar debe, en definitiva, caracterizar la existencia de superficies en movimiento relativo teniendo en cuenta la relativa cercanía entre las coronas.

En el caso particular de una máquina con un único haz de álabes, se puede adoptar un marco de referencia relativo a los álabes en rotación y resolver para dicha referencia las ecuaciones del flujo relativo, en las que aparecen términos adicionales (fuerzas centrífugas y Coriolis), pero que representan un problema estacionario en dicho marco no inercial (Lakshminarayana, 1996):

$$\underbrace{\rho \frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + \rho (\vec{W} \cdot \nabla) \vec{W}}_{\rho \frac{d\vec{W}}{dt}, \text{ marco ref. relativo}} + \rho \left[ \underbrace{2\vec{\omega} \times \vec{W}}_{\text{Coriolis}} + \underbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}_{\text{Centrifuga}} \right] = -\nabla P + \rho \vec{g} + \mu \left[ \nabla^2 \vec{W} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \vec{W}) \right] \quad (4.1)$$

Cuando existen directrices o coronas fijas, no es posible simplificar el problema a un único marco de referencia, debiendo considerar ambos puntos de vista (fijo y móvil). Esto es esencial cuando la cercanía de las coronas impide que puedan modelizarse por separado ambas cascadas mediante una condición de contorno intermedia neutra. En ese caso, se estaría obviando todo tipo de interacción, suponiendo

flujos independientes para cada haz (análisis sucesivo de filas de álabes aisladas – apartado 2.1.3). Si esto no es posible, y el análisis de la interacción es ineludible, se puede abordar el problema desde tres diferentes esquemas:

- Modelo de marcos de referencia múltiples (MRM).
- Modelo de plano de mezcla.
- Modelo de mallado deslizante.

Básicamente, es una clasificación alternativa a la que ya se apuntó en el apartado 2.1.3, teniendo en cuenta que tanto el modelo de plano de mezcla como el MRM son modelos estacionarios mientras que el de mallado deslizante es capaz de ofrecer una solución en el tiempo (sin promedios por canal ni en el tiempo).

Para el modelo de plano de mezcla y el MRM, se asume que el flujo es estacionario, incorporando los efectos no estacionarios rotor-estator a partir de promedios aproximados en la zona de interfaz. Estos modelos pueden utilizarse para interacciones muy débiles o cuando basta tener una solución aproximada. Por contra, el modelo de mallado deslizante asume flujo no estacionario y modela la interacción con total fidelidad. Obviamente, su utilización es obligada para un estudio completo de la interacción, a pesar del coste computacional que conlleva.

### Modelo de marcos de referencia múltiples (MRM)

Es el modelo menos potente de los tres aquí expuestos. Se basa en una aproximación estacionaria que asocia a cada zona de mallado (rotor, estator) una velocidad de arrastre (bien de rotación, bien de translación). En aplicaciones poco exigentes, permite obtener una solución muy razonable del flujo promedio en el tiempo. Otra aplicación muy útil de este modelo es la de utilizar su solución como condición inicial para una resolución no estacionaria mediante la técnica de mallado deslizante.

### Modelo de plano de mezcla (“mixing-plane”)

La gran ventaja, y a la vez su gran limitación, es que permite considerar un único canal por cada corona modelada, aun cuando la multiplicidad del número de álabes no cumpla dicha reducción. Lógicamente, el paso (*pitch*) de cada corona es distinto, por lo que la zona de interfaz no se superpone completamente (figura 4.5). Este problema se corrige, definiendo unos valores promedio en esa interfaz, que sirven de condición de contorno a los dominios considerados.

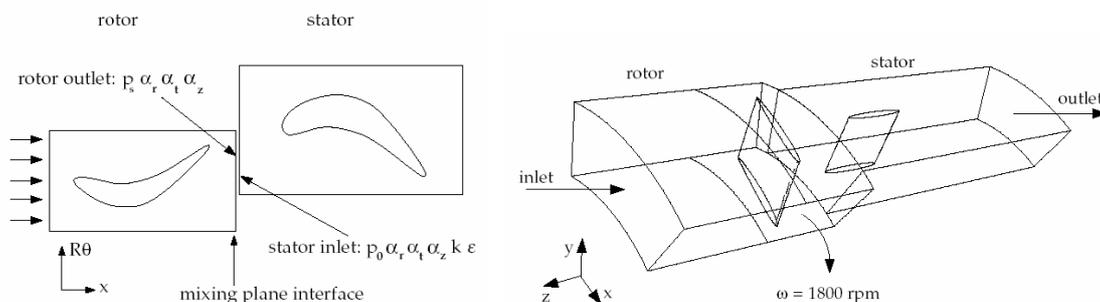


Fig. 4.5. Esquema del modelo de planos de mezcla.



A la vista de esto, el modelado de una máquina multietapa, con muchos canales y multiplicidades diversas, podría resolverse de forma muy simple con este modelo de mezcla. Asimismo, el procedimiento de intercambio de datos en la interfaz, a partir de los datos del flujo en zonas adyacentes que son promediados espacialmente (de forma circunferencial), elimina toda no estacionariedad proveniente de variaciones circunferenciales en el flujo entre cascadas (estelas, ondas de choque, flujo separado). Nuevamente, el resultado final del modelo sólo es capaz de proporcionar una aproximación al flujo promedio en el tiempo.

El algoritmo que gobierna el paso de información en el plano de mezcla comienza actualizando los campos de las variables en las zonas de rotor y estator, para a continuación efectuar el promedio en la zona de interfaz y generar unos perfiles que serán utilizados como condiciones de contorno en la siguiente iteración. Este procedimiento se repite hasta que se alcance la convergencia deseada. Las variables que suelen promediarse son la presión total ( $p_0$ ), los cosenos directores de la velocidad ( $\alpha_r$ ,  $\alpha_t$ ,  $\alpha_z$ ), la temperatura total ( $T_0$ ) y las magnitudes turbulentas  $k$  y  $\varepsilon$ .

### Modelo de mallado deslizante (“sliding mesh”)

En realidad, más que de un modelo, se trata de una técnica que permite el movimiento relativo entre dos zonas del dominio. Se han de definir dos mallados independientes, uno para el estator y otro para el rotor, que compartan una zona de interfaz común, a través de la cual se producirá el intercambio de información. En el estator, se resuelven las ecuaciones para flujo absoluto, mientras que en el rotor se resuelven las ecuaciones para flujo relativo. Lo que se plantea entonces es una metodología no estacionaria, de forma que a cada paso temporal, la malla del rodete se desplaza una cantidad de forma que cambia la posición relativa de todos los álabes de la etapa. De esta manera, se simulan numéricamente todos los efectos presentes en la realidad (figura 4.6).

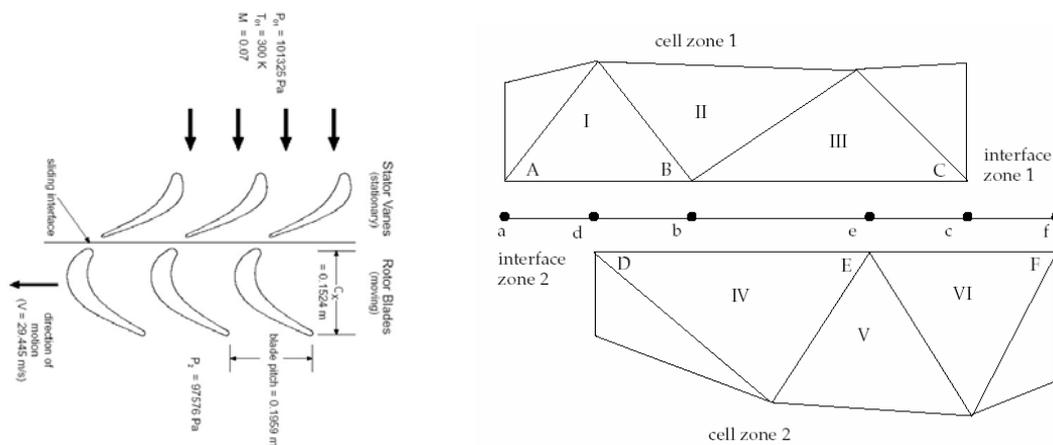


Fig. 4.6. Esquema de mallado deslizante.

A continuación se describe el proceso de trasvase de información entre los dos mallados.



Una vez generados los mallados independientes para rotor y estator, se solapan sus límites comunes creando una interfaz numérica que permite el deslizamiento relativo. En el caso bidimensional, sobre una superficie de tipo S1, la interfaz resulta ser una línea recta (figura 4.6). La técnica impone ciertas condiciones respecto de los mallados de las dos zonas a considerar con movimiento relativo. A saber:

- La interfaz debe tener fluido a ambos lados de la misma.
- No puede existir movimiento perpendicular a la interfaz definida.
- La interfaz no puede ser discontinua.
- Puede adoptarse cualquier forma para la interfaz, incluso superficies alabeadas no planas en geometrías tridimensionales, siempre y cuando sean coincidentes para ambos dominios.
- No se puede generar una interfaz con más de dos líneas o superficies independientes.
- Si se dispone de un solo mallado con varias zonas, se debe cuidar que cada zona tenga una cara distinta sobre la frontera deslizante.
- Para casos tridimensionales con condición de periodicidad, sólo es posible definir dos fronteras con dicha condición para la interfaz.

En la figura 4.6 se muestra la forma de transferencia de datos en la técnica del mallado deslizante. La interfaz está formada por las caras AB, BC y las caras DE y EF, en las dos zonas con movimiento relativo. La intersección de estas zonas produce las caras ad, db, be, ec y cf. Las caras generadas en la región donde las dos zonas se superponen (db, be y ec) se agrupan formando una zona interior. Para calcular el flujo en la interfaz correspondiente a la celda IV no se considera la cara DE, sino que las caras db y be la reemplazarían en el cálculo, transportando la información desde las celdas I y III, respectivamente.

Para geometrías tridimensionales en turbomáquinas axiales, las interfaces adoptan la forma de sectores circulares, como se aprecia en la figura 4.7. El efecto de la carcasa se puede modelizar incluyendo interfaces a partir de envolventes cilíndricas (o cónicas en turbinas y/o compresores) en la zona de la punta de la máquina.

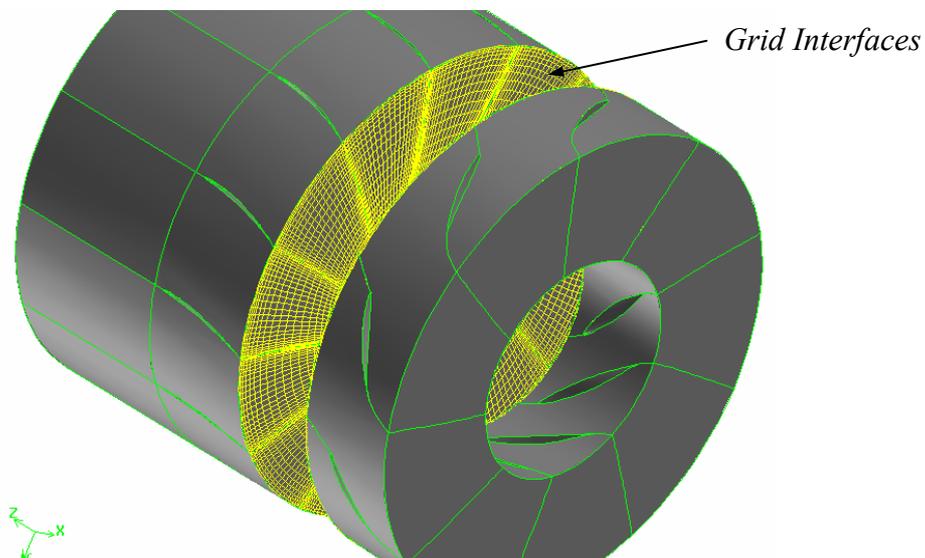


Fig. 4.7. Interfaz tridimensional (sector circular).



#### 4.1.4.- Modelos de turbulencia.

Como es sabido, la multitud de escalas temporales y espaciales presentes en flujos con altos números de Reynolds, impiden la resolución del flujo en el interior de las turbomáquinas a través de una simulación directa de las ecuaciones de Navier-Stokes (DNS). Las necesidades computacionales para llevar esto a cabo, se encuentran aun a varios órdenes de magnitud de las potencias de cálculo de los ordenadores disponibles hoy día (*Lakshminarayana, 1996; Adamczyk, 1999*). Esta limitación computacional obliga por tanto a la utilización de modelos de turbulencia.

Los modelos de turbulencia son un punto importante en la simulación de turbomáquinas. En general, la utilización de un modelo u otro depende fundamentalmente del tipo de máquina que se esté considerando. También es definitivo el fenómeno físico que se quiera capturar para decantar la elección del modelo, así como el nivel de detalle de la simulación (discretización espacial). Por tanto, para la elección de un modelo es necesario sopesar cuáles de los fenómenos que tienen lugar en el interior de turbomáquinas pueden ser críticos para el estudio del flujo:

- Capas límite, con gradientes de presión adversos y separación del flujo.
- Interacción entre ondas de choque y la capa límite en flujos compresibles.
- Fenómenos de estancamiento de las líneas de corriente.
- Transición entre regímenes: sónico-transónico; laminar-turbulento; crítico-supercrítico.
- Flujos no estacionarios.
- Flujos en rotación, con importantes cambios de dirección.

Existen diversos y muy variados modelos de turbulencia. Cada uno de ellos introduce varias limitaciones e incertidumbres a las simulaciones, pero deben satisfacer una serie de características para ser robustos y fiables, entre las que destacan: convergencia asintótica bajo refinado sucesivo del mallado, solución única (independiente de las condiciones iniciales para casos estacionarios) y formulación local (generalizables a cualquier geometría).

Entre los modelos disponibles en la práctica, se pueden citar modelos algebraicos de mezcla de cero ecuaciones (modelo de Prandtl) y modelos de una ecuación, como el de Spalart-Allmaras (1992). Estos modelos no son adecuados para aplicaciones en turbomáquinas, pues no capturan correctamente gradientes adversos de presión, fuertes curvaturas en contornos o la separación en la capa límite de los álabes (Wilcox, 1993).

Entre los modelos de aplicación general en turbomáquinas se encuentran los modelos de dos ecuaciones, como el modelo  $k-\epsilon$ , con sus tres variantes: Standard (Launder y Spalding, 1972), RNG (Choudhury, 1993) y Realizable (Shih et al., 1995); o el reciente modelo  $k-\omega$ , que también presenta dos modalidades: Standard (Wilcox, 1998) y SST (*Shear Stress Tensor*). El último modelo de dos ecuaciones ya contrastado, sobre todo para su uso en turbinas de gas, es el modelo  $v^2-f$  (Durbin, 1995). Los modelos RSM (Launder, 1975) –*Reynolds-Stresses*- y LES aparecen a continuación como modelos de orden superior por su mayor complejidad numérica. El modelo RSM introduce una ecuación de transporte para cada término del tensor de



tensiones turbulentas (tres ecuaciones en 2D y cinco en 3D), mientras que el modelo LES (*Large Eddy Simulation*) es capaz de resolver de forma directa los vórtices y torbellinos turbulentos de un tamaño característico similar al de la discretización espacial utilizada. El modelo LES es prácticamente el modelo de turbulencia estándar en problemas aeroacústicos resueltos vía CFD. Actualmente, se está trabajando sobre modelos DES (*Detached Eddy Simulation*), que nacen como una extensión del modelo de Spalart-Allmaras en la que se tienen en cuenta esquemas LES en zonas potenciales de flujo y esquemas RSM en la capa límite.

Algunas de las “reglas” generales más utilizadas para la elección de un modelo de turbulencia son (Menter, 2003):

- En flujos con gradientes de presión adversos y separación, no es recomendable la utilización del modelo  $k-\varepsilon$ . Modelos más avanzados, como el de Spalart-Allmaras o el SST proporcionan resultados más realistas.
- En flujos con zonas de estancamiento, deben vigilarse posibles problemas si se adopta un modelo estándar de dos ecuaciones. Es más recomendable utilizar alguna variante, como el modelo RNG, el Realizable o incluso el modelo RSM.
- En caso de transferencia de calor, se recomienda emplear cualquier modelo  $k-\omega$  o modernos modelos  $k-\varepsilon$  como la variante  $v^2-f$ .
- Para flujos con importantes deflexiones y giros, se recomienda el empleo de modelos con correcciones de curvatura, como el modelo RSM.
- Finalmente, flujos con separación masiva deben analizarse mediante modelos de tipo DES.

Conviene resaltar que la modelización de la turbulencia se encuentra en continua expansión y desarrollo, por lo que los modelos, reglas generales empleadas y metodologías de aplicación a día de hoy pueden perder vigencia y significado físico a medio o largo plazo. Por esta razón, conviene revisar con cierta periodicidad, el estado del arte de los métodos empleados y los rangos de validez convencionales.

En este trabajo, se han empleado modelos de turbulencia de tipo RSM, así como el modelo LES como parte integrante de una metodología de trabajo pensada para caracterizar fuentes acústicas en turbomáquinas axiales en campo lejano. En el anexo II se incluye una revisión de las hipótesis y ecuaciones de todos los modelos utilizados en la simulación numérica del presente trabajo.

## 4.2.- DESARROLLO DE LA MODELIZACIÓN NUMÉRICA

Acto seguido se presenta la metodología adoptada para el cálculo del flujo incompresible no estacionario en una soplante axial.

### 4.2.1.- Medios informáticos. Software y hardware.

El gran desarrollo que han experimentado los programas comerciales de CFD en los últimos años permite que sean utilizados con fiabilidad en el estudio del flujo en turbomáquinas. En particular, desde hace varios años, el Área de Mecánica de Fluidos del Departamento de Energía de la Universidad de Oviedo, ha venido trabajando en la



modelización de todo tipo de flujos, con especial atención en el estudio de turbomáquinas, tanto centrífugas como axiales, adquiriendo un notable conocimiento sobre su manejo y validez de resultados.

Se ha empleado el código comercial FLUENT<sup>®</sup> (Fluent Inc., 10 Cavendish Court, Centerra Resource Park, Lebanon NH 03766, USA). Este código numérico viene integrado en un paquete de software que incluye otro programa de pre-procesado denominado Gambit, que es utilizado para crear las geometrías de modelización y la discretización espacial. El programa FLUENT<sup>®</sup> resuelve los problemas cuya geometría se ha definido previamente imponiendo las correspondientes condiciones de contorno y parámetros de resolución adoptados (algoritmo de resolución, modelo de turbulencia,...). Dicho programa resuelve las ecuaciones de gobierno utilizando un método de volúmenes finitos, pudiéndose elegir entre una resolución acoplada o segregada (más apropiada por su simplicidad en flujos incompresibles). Dispone también de la posibilidad de elegir el tipo de discretización a utilizar para resolver las ecuaciones, bien de primer orden, bien de segundo en la precisión espacial. El tratamiento de la turbulencia se puede hacer a partir de los diversos modelos que ya se indicaron en el apartado 4.1.4. La evolución temporal para problemas no estacionarios dispone también de varias opciones: explícita, implícita, distintos órdenes de precisión temporal, etc. En el anexo I se hace una completa revisión del método de volúmenes finitos aplicado a CFD.

La gran potencialidad del programa se completa con dos características muy interesantes. Una es que el post-procesado de los resultados va incluido en el propio programa, pudiendo generar gráficas y representaciones de las variables obtenidas. Además, permite la salida de ficheros de datos con las evoluciones de las distintas variables u otros parámetros que se deseen exportar a partir de los cálculos realizados. Otra opción, contemplada por el paquete informático, es la utilización de programas creados expresamente para realizar representaciones gráficas, como Tecplot.

La segunda gran herramienta que aporta el programa es la posibilidad de incluir funciones definidas por el usuario (UDF's), que permiten en gran medida personalizar los modelos estándares que por defecto incorpora el código numérico. Aunque el código no es abierto, la arquitectura del mismo permite emplear una serie de utilidades, denominadas macros, que son las responsables de ejecutar el acceso al organigrama de resolución. Estas funciones, programadas en C y compilables mediante VisualC++, se usan para:

- Personalización de condiciones de contorno, propiedades de materiales, tasas de reacción volumétricas, términos fuente en las ecuaciones de transporte, inclusión de ecuaciones de transporte para escalares (UDS), funciones de difusión, etc.
- Ajuste de valores calculados en cada iteración.
- Inicialización inteligente de la solución.
- Ejecución de una UDF al margen del proceso de resolución.
- Almacenamiento parcial de variables y posibilidad de definir promedios temporales y espaciales.
- Aumentar las capacidades del post-proceso.
- Enriquecer los modelos incorporados por FLUENT<sup>®</sup> (modelos de fase discreta, modelos multifásicos de mezcla, modelos de radiación, etc).



El programa FLUENT® se ejecuta bajo sistema operativo Windows, en sus dos plataformas actuales: *Xp*, para equipos individuales y *2003 Server* para la ejecución del programa en paralelo. También puede utilizarse en plataforma Unix.

Para la caracterización del flujo entre haces de la máquina se han desarrollado modelos bidimensionales de cascada y un modelo tridimensional completo de la soplante axial. También se ha realizado alguna prueba con un modelo de plano de mezcla para un único canal de la etapa (figura 2.4).

Los casos bidimensionales se han resuelto en ordenadores personales Pentium IV (2.4 GHz), con una memoria RAM variable entre 512 Mbytes y 1 Gb. Para ello se han empleado algunos de los medios de cálculo disponibles en el Área de Mecánica de Fluidos, en algunas ocasiones, con varios equipos de forma simultánea.

Para los casos tridimensionales se han utilizado varios *clusters* gemelos constituidos por ocho nodos tipo Atlon (2.4 GHz) cada uno, con un software VMPI en paralelo para lanzar y distribuir la geometría de cálculo entre todos los ordenadores. El programa FLUENT® incorpora un módulo para la gestión de la paralelización de los procesos, con operaciones de balanceo y troceado automático que garantizan un equilibrio en la carga computacional de cada ordenador. La comunicación entre las máquinas se hace por medio de una red Fast-Ethernet a Gygabit con switch de 24 puertos.

#### 4.2.2.- Modelo bidimensional.

##### 4.2.2.1.- Construcción del modelo bidimensional.

Se ha considerado un modelo bidimensional capaz de analizar el flujo en cascada que atraviesa las dos coronas de la etapa. Dada la no existencia de periodicidad exacta entre el número de álabes y el número de directrices aguas arriba del estator ( $13/9 = 1.444\dots$ ), se ha tenido en cuenta la totalidad del perímetro de la máquina para cada radio estudiado (figura 4.8).

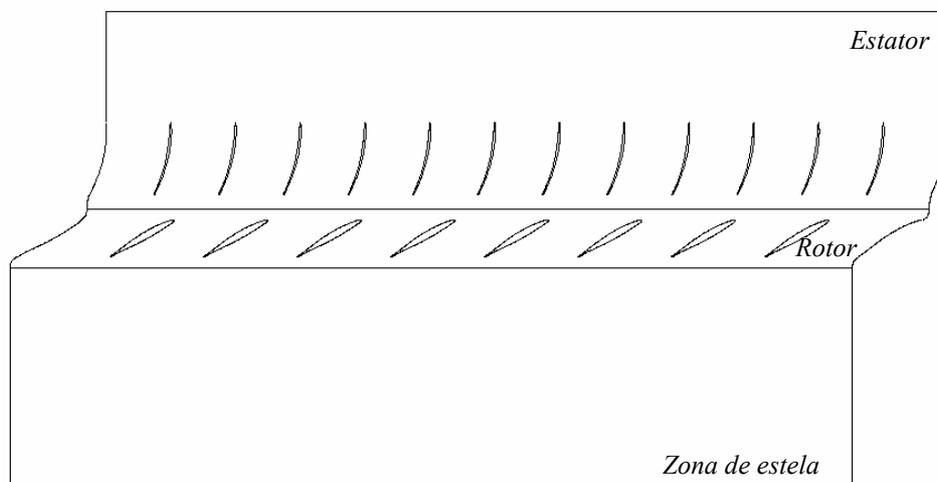


Fig. 4.8. Modelo bidimensional (sección media).



Debido a la importante deflexión que presentan los álabes según su envergadura (dirección radial), se han modelado tres secciones diferentes, correspondientes a los radios de cubo (190 mm), punta (410 mm) y sección central (*midspan* – 300 mm), para establecer un modelo bidimensional y medio (2D ½).

El modelo se ha dividido en tres zonas claramente identificables en la figura 4.8. La primera zona incluye la corona del estator. En el modelo definitivo, dicha zona se ha generado a partir de la repetición de un canal de directriz hasta completar los 13 canales del estator. Se ha optado por incluir canales con los álabes no centrados (figura 4.1, izquierda) ya que permiten la utilización de un mallado estructurado más regular (mayor economía en el número de celdas y mayor calidad de la discretización). La segunda zona es la zona de rotor que podrá deslizarse con respecto al resto del dominio para configurar la técnica de mallado deslizante. La línea de separación ha de ser doble, para permitir el deslizamiento relativo de las mallas sin que se produzca deformación de los nodos anclados en cada frontera. Finalmente, se completa el dominio con una tercera zona final, fija (no deslizante), aguas abajo, cuya longitud debe estar en función de la distancia esperada para la difusión (*mixing-out*) de las estelas provenientes de los bordes de salida de los álabes.

La distancia entre haces se ha fijado en primer lugar a su valor nominal, coincidente con el valor existente en el ventilador del montaje experimental. Se ha trabajado sobre otra distancia superior entre haces, para la cual se ha alargado la zona del estator, con el objeto de analizar el efecto del *gap* axial entre haces. La distancia nominal, variable con la envergadura de los álabes, presenta un valor máximo de 80 mm en la punta. Así mismo, para la distancia superior, se incrementó el *gap* en 20 mm.

#### 4.2.2.2.- Geometrías de rodete y estator.

Los contornos de las superficies de los álabes y las directrices se han generado a partir de la unión de 25 puntos para cada sección bidimensional de estudio. Las coordenadas de los puntos se obtuvieron del programa PELMA, una utilidad informática desarrollada por la propia Área de Mecánica de Fluidos para el diseño de ventiladores de chorro. Este programa da los valores en coordenadas cilíndricas, por lo que fue necesario hacer una transformación geométrica y una proyección para definir la cascada bidimensional. Estos contornos, se han dividido en diversos trozos, para que puedan ser refinados a posteriori los bordes de ataque y salida de los álabes de forma independiente. En el anexo III se incluyen las coordenadas tridimensionales de dichos puntos en diversas secciones.

#### 4.2.2.3.- Mallado bidimensional estructurado.

Se han probado mallados regulares y mallados no estructurados para la discretización, no observándose diferencia sustancial en la solución por el empleo de una u otra retícula. Como ya se ha comentado, se adoptó finalmente un esquema regular, más económico y exacto. En cualquiera de los casos, siempre se ha incluido un refinamiento normal a la superficie de los álabes (ver detalle de figura 4.9) para capturar de la forma más adecuada el efecto de la capa límite.



El mallado total asciende a unas 300,000 celdas, con una densidad media de casi 11,000 celdas por canal de rotor y 12,000 por canal de estator. La celda más pequeña en la capa límite tiene una altura de 0.1 mm. Se ha procurado que la densidad mayor se encuentre rodeando a los álabes, mientras que en zonas entre canales y zonas de entrada y salida, de flujos más uniforme, la densidad sea más grosera.

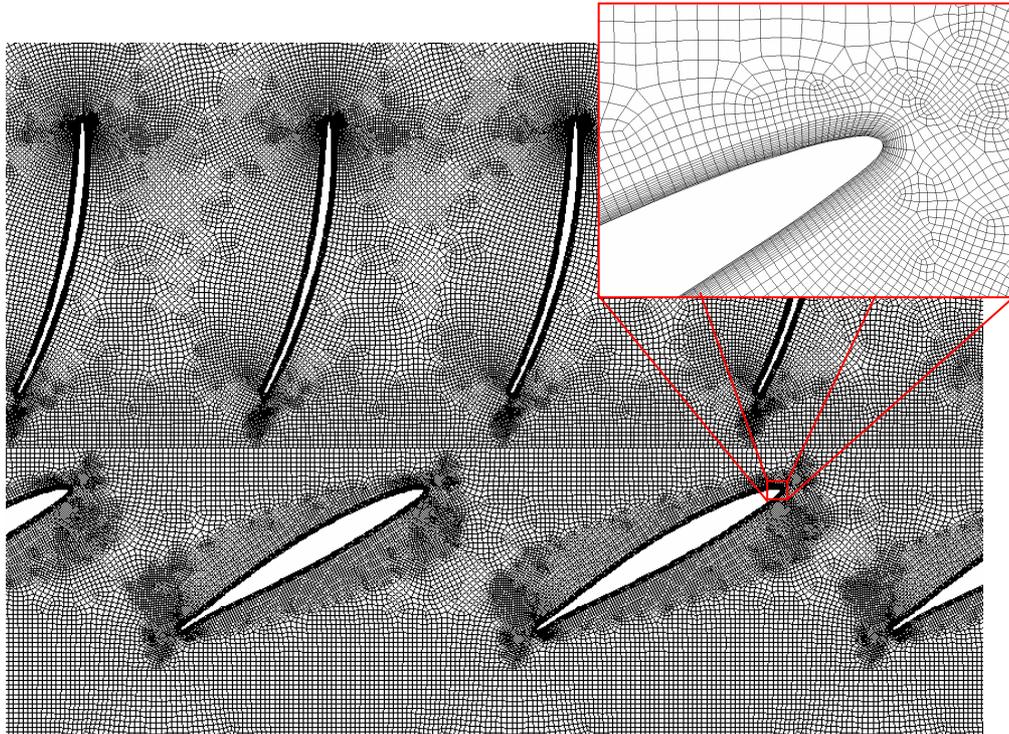


Fig. 4.9. Mallado estructurado. Detalle del mallado en la capa límite.

El grado de discretización, número de celdas y densidad de las zonas de la malla, fue elegido a partir de un análisis de sensibilidad de los resultados en función de la calidad de la malla. En el siguiente apartado se muestran los resultados obtenidos.

#### 4.2.2.4.- Análisis de la influencia de la discretización.

Es evidente que a mayor densidad de malla, la solución que se obtendría sería más correcta. Por tanto, parece razonable pensar que debe refinarse la malla lo máximo posible, siempre y cuando el esfuerzo computacional que conlleve resolver un modelo tan exigente esté dentro de los límites de nuestras capacidades de cálculo disponibles.

Sin embargo, existe un límite real de truncamiento de la solución, por el simple hecho de emplear métodos numéricos, que impone adoptar una solución de compromiso: la fidelidad que se consigue por mallas muy finas, se compensa por los errores asociados al enorme número de operaciones aritméticas a ejecutar por iteración. Como se verá a continuación, existe una tendencia asintótica de todas las variables en función de la densidad de malla empleada en el cálculo. Para averiguar cuál es el umbral de esa zona asintótica, se ha procedido, por tanteo, a la generación de diversos mallados, resolviéndolos y observando la diferencia progresiva entre los resultados alcanzados.



Este análisis es bastante costoso, así que se ha procurado simplificar al máximo el método, manteniendo fijos el resto de parámetros que participan en la solución, para analizar únicamente el efecto de la malla. En concreto, se ha abordado este estudio desde una geometría bidimensional, la central, para condiciones de flujo de presión total a la entrada y presión estática a la salida nulas (las más realistas), con un modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$  estándar. Las discretizaciones utilizadas son de primer orden y el esquema de resolución es no estacionario, para tener en cuenta efectos dinámicos.

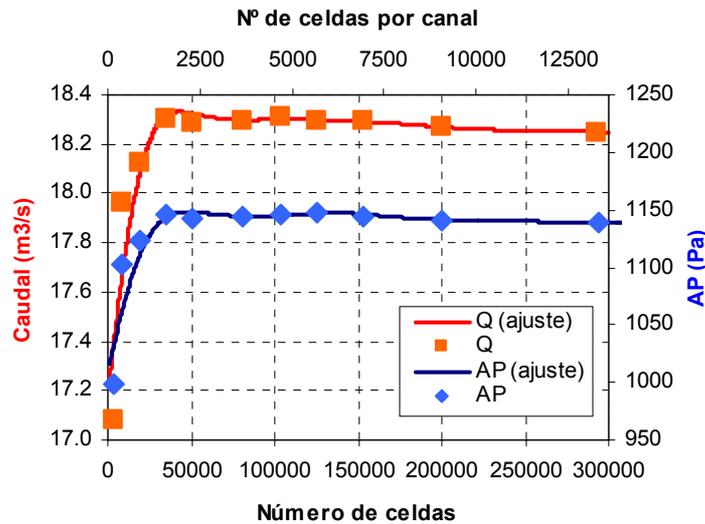


Fig. 4.10. Influencia del mallado en la solución. Prestaciones globales sobre el modelo bidimensional.

Se han construido once mallados distintos, con números de celdas comprendidos entre 4000 y 300,000. Se ha resuelto el flujo en cada uno de ellos, de forma no estacionaria, y se han analizado prestaciones globales de la etapa, así como características locales ligadas a la interacción. Así, la figura 4.10 muestra las prestaciones del modelo de la soplante, manifestando un claro comportamiento asintótico hacia los valores de diseño de la turbomáquina, cuando el número de celdas por canal ronda las 10,000.

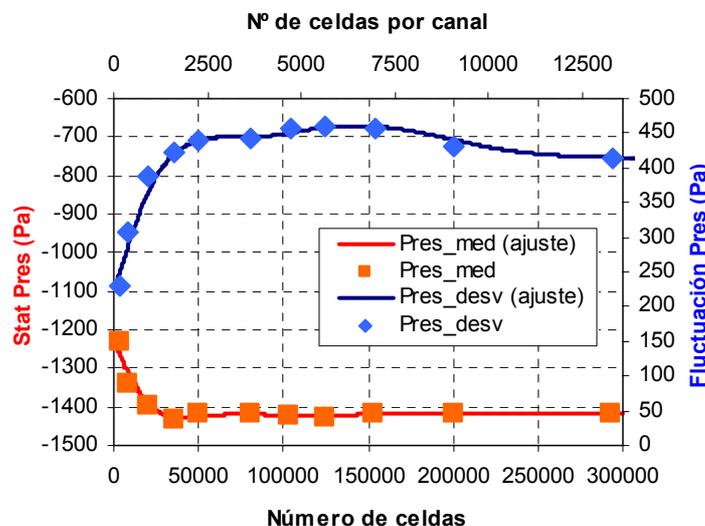


Fig. 4.11. Influencia del mallado en la solución. Medida local de la fluctuación debida a la interacción no estacionaria entre haces.



En la figura 4.11 se analizan las fluctuaciones de presión sobre un punto situado entre los haces de la etapa. En concreto se analiza la evolución del valor medio y de la desviación con el número de celdas implementado. Como puede observarse, se llega a conclusiones similares con respecto a la tendencia asintótica que presentan las variables básicas del flujo. En este caso, el valor puntual elegido es más sensible al número de celdas (algo lógico, si se piensa que en las variables globales, promediadas, el efecto va a quedar más suavizado), siendo el límite de unas 10,000 celdas por canal el valor a partir del cual el modelo se hace insensible al cambio de densidad de malla.

A la vista de estos resultados, se optó por generar una discretización espacial que presentase una densidad mínima de 10,000 celdas por canal de rotor y estator. En particular, los valores finales, se cifraron entorno a once mil y doce mil celdas respectivamente, como ya se especificó en el anterior apartado. Además, en virtud de la generación de un mallado refinado sobre las superficies de los álabes, se ha querido analizar el efecto de la altura de la primera celda con respecto a la convergencia de los valores globales. Así, la figura 4.12 incluye una gráfica donde se compara el caudal obtenido con el valor del  $y^+$  calculado sobre la superficie de los álabes. Ese valor  $y^+$  se define como una ley de pared que define a la zona interior viscosa de la capa límite, con validez hasta valores comprendidos entre 5 y 30. La gráfica no presenta una clara convergencia del valor del caudal con una progresiva reducción del  $y^+$ . Esto puede deberse a que no se ha ajustado el mallado para obtener una distribución uniforme del mismo a lo largo de la superficie de los álabes (figura 4.12), y tampoco puede reducirse

a cero, merced a la definición de dicha variable,  $y^+ = \frac{y}{\nu} u^* = \frac{y}{\nu} \left( \frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2}$ . A la vista de estos resultados, se ha adoptado el criterio de mantener un valor de  $y^+$  cercano a 30 (altura de la primera celda: 0.1 mm), el cual permite aplicar las leyes logarítmicas de pared en la primera celda de los álabes, sin necesidad de modelizar la turbulencia en esas regiones interiores. De esta forma se consigue así mismo que el número total de celdas no se dispare en exceso, pudiendo fijar la densidad media de la malla en ese valor óptimo de 10,000 celdas por canal.

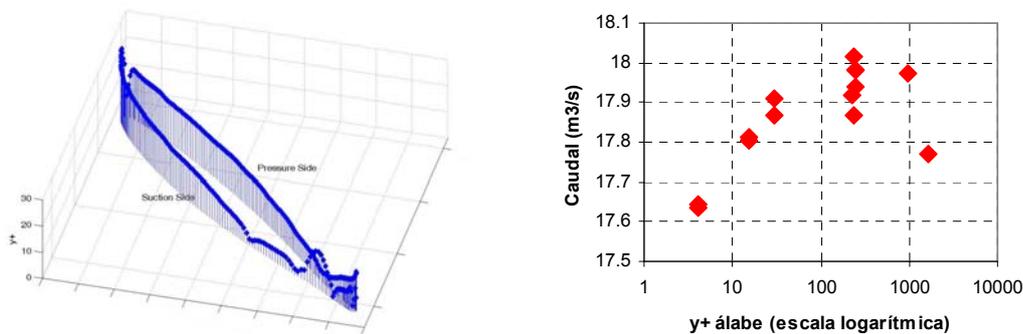


Fig. 4.12. Análisis de la influencia del refinado sobre los álabes en la solución.



#### 4.2.2.5.- Parámetros de resolución.

- Modelo matemático.

El programa resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo (RANS) para flujo incompresible. Como ya se ha visto en la ecuación (4.1), la solución en el rodete se realiza en una referencia relativa por lo que se añaden a la ecuación de cantidad de movimiento los términos de aceleración de Coriolis y los debidos a la fuerza centrífuga.

El tipo de solución es segregado (*segregated*), es decir, resuelve secuencialmente las ecuaciones de cantidad de movimiento y la de continuidad, utilizando un algoritmo SIMPLE para el acoplamiento entre velocidad y presión. Así mismo, se han empleado discretizaciones de primer orden con diferencias centradas para los términos difusivos y diferencias hacia atrás (aguas arriba) para los términos convectivos. La discretización temporal elegida ha sido la implícita con primer orden de precisión.

Se ha empleado el modelo de turbulencia LES para la modelización bidimensional, con las constantes sugeridas en la bibliografía tradicional para flujo en aire. En particular, un modelo de escala de submalla de Smagorinsky-Lilly de constante  $C_S=0.1$ .

La forma en que FLUENT<sup>®</sup> resuelve el sistema de ecuaciones lineales se basa en un sistema de resolución secuencial sobre varios niveles de la malla construida (AMG – *algebraic multi-grid*). Se emplean dos operadores, denominados “*restriction*” y “*prolongation*” que indican la forma de transmitir la información entre los distintos niveles de malla considerados. Uno controla el paso de información entre niveles, una vez se cumpla un criterio de validación; mientras que el segundo se encarga de efectuar correcciones a la información transmitida (ver anexo I).

- Condiciones de contorno.

Ha sido necesario incluir cuatro tipos de condiciones de contorno. En primer lugar, respecto a las fronteras del dominio en la entrada y la salida, se han elegido condiciones de presión, de forma que simulen de la forma más realista el comportamiento de la soplante. Por tanto, a la entrada se ha impuesto una condición de presión total nula, restringiendo también la posibilidad de que el flujo incida con prerrotación; mientras que en la salida se ha optado por una condición de presión estática nula –descarga a presión atmosférica aguas abajo. Todas estas presiones son relativas al valor estándar de presión atmosférica (*gauge pressure*). La variación del punto de funcionamiento numérico se logra variando el valor de presión estática a la salida.

Los otros dos tipos de condiciones de contorno están relacionadas con la técnica de mallado deslizante y con la topología del flujo en cascada. Así, dado el desarrollo de la sección de las coronas con la envolvente cilíndrica considerada, es necesario introducir unas condiciones de periodicidad entre los extremos del perímetro implementado. Estas condiciones se construyen dos a dos, lincando con la misma circulación de periodicidad, los bordes laterales de cada zona (estator, rotor y zona de estela – ver figura 4.8). La última condición es la de interface, que implica la definición de líneas superpuestas en las fronteras de las zonas del modelo, para posibilitar el deslizamiento relativo de la zona de rotor.



- Modelo no estacionario.

El tamaño del salto temporal ha sido elegido en función de un número mínimo de posiciones intermedias a tener en cuenta por cada paso de canal de álabe de rodete. Así, dada la existencia de 9 canales en la corona de álabes, y considerando que 20 pasos temporales por canal es un criterio de partida aceptable para caracterizar el comportamiento no estacionario, el salto temporal ha de ser al menos  $1/180$  parte del período de giro de la máquina,  $0.025$  s ( $2400$  rpm). Esto es,  $1.3888 \cdot 10^{-4}$  s.

Sin embargo, para un análisis más formal de los resultados, será necesario obtener la respuesta en frecuencia de ciertas señales, por lo que conviene que el número de pasos temporales sea múltiplo de  $2^n$  para poder hacer la transformada rápida de Fourier (FFT). Por esta razón, parece apropiado irse hasta al menos 270 pasos temporales por vuelta (mayor que  $2^8$ , e igual a 30 pasos por canal), y conseguir una respuesta en frecuencia más amplia. Así,  $\Delta t = 9.2525 \cdot 10^{-5}$  s.

También se han hecho simulaciones con pasos temporales más pequeños ( $5.34 \cdot 10^{-5}$  s), de forma que se completaban 468 pasos temporales por vuelta de rotor (13 directrices por 9 álabes y por cuatro). Estas modelizaciones se llevaron a cabo para obtener señales que fueran múltiplo entero, tanto del número de álabes de la corona fija como de la móvil. Se escogió ese valor para superar el límite de 256 pasos por vuelta, (algo que con el producto  $13 \cdot 9 \cdot 2$  no se consigue superar) e incluso en algún caso se aumentó hasta 512 ( $2^9$ ) a costa de un esfuerzo computacional algo superior.

En cualquier caso, la variación en el tamaño del paso temporal se fijó por razones frecuenciales, aumentando el muestreo (esto es, el número de situaciones intermedias) para conseguir mejores representaciones en frecuencia o filtrados de mayor calidad en los resultados.

La calidad de la solución no estacionaria quedó patente desde el principio que era buena incluso para los pasos temporales más grandes. Esto se observó comparando las evoluciones temporales de diversas variables globales para varios pasos temporales. Así mismo, en cada paso temporal, el número de iteraciones se ha ajustado de forma que los residuos se mantuviesen por debajo del umbral de convergencia. La condición inicial fue la de partir del caso estacionario, dejando girar (o deslizarse) al rodete un número de vueltas hasta que se garantizase el régimen periódico.

- Convergencia y tiempos de solución.

La validación de la convergencia se ha fijado mediante criterios más restrictivos que los aceptados como habituales en las técnicas CFD convencionales. Esto se ha elegido así, tras comprobar que sólo se obtenían soluciones adecuadas cuando los residuos adimensionalizados alcanzaban valores muy reducidos. En particular, éstos tomaban valores característicos de  $10^{-5}$  en variables turbulentas y  $10^{-6}$  en variables constitutivas, por los  $10^{-3}$  considerados habitualmente por defecto. Además, se observaba un agotamiento en la reducción paulatina de los residuos, mostrando una clara tendencia asintótica a la solución numérica.

De todas formas, es conveniente comprobar las variaciones en la solución de las variables a lo largo del proceso de convergencia, para asegurarse de la bondad del procedimiento. En este caso, se han monitorizado los valores del caudal másico y de la



presión en la entrada, de modo que en todo momento ha sido posible ver la tendencia convergente de esas variables hacia su solución. En particular, en el modelo no estacionario, esta práctica de monitorización permite saber si la solución ha alcanzado el régimen periódico –se ven fluctuaciones en las variables, pero éstas han de ser periódicas en función del giro de la máquina y/o de la frecuencia de paso de álabes-.

Los tiempos de cálculo para cada ejecución bidimensional han estado en torno a las 36 horas, siendo lo más costoso la necesidad de permitir al rodete completar al menos una vuelta entera –en 2D, deslizar la zona del rotor a lo largo de todo el perímetro desarrollado.

#### 4.2.3.- Modelo tridimensional.

La gran torsión en la dirección radial a la que están sometidos los álabes de la soplante de estudio, aún cuando está regida por la condición de vórtice libre, permite esperar del flujo ciertas características tridimensionales que un modelo bidimensional no puede capturar. Por tanto, se abordó la generación del modelo tridimensional completo de la turbomáquina, a sabiendas del importante esfuerzo computacional que esto requiere.

En general, los pasos seguidos para definir la malla tridimensional son los que ya se han visto en el modelo bidimensional. En primer lugar, se introdujo la geometría, dividida nuevamente en tres zonas, de estator, rotor y zona de estelas, lindantes entre sí a partir de las interfaces tridimensionales en forma de sector circular que ya fueron descritas en el apartado 4.1.3 (figura 4.7). En esa propia figura se pueden apreciar los volúmenes en los que fueron implementados cada canal de las dos coronas, para permitir un óptimo mallado a posteriori (extrusión radial del mallado).

Para la discretización espacial, fue necesario establecer una estrategia capaz de economizar al máximo el número total de celdas. Téngase en cuenta, que la consideración de una tercera dimensión espacial eleva un orden de magnitud el rango de la discretización, así que hubo que reducir el número de celdas en el plano entre álabes respecto al modelo bidimensional. Se adoptó una discretización gradual de 20 celdas en la dirección radial, de forma que se afinaba en las secciones de base y punta (figura 4.13). Con esta consideración, el número máximo de celdas por canal que pudo implementarse fue de 2,150 para el caso del estator y de 3,445 para el caso del rotor, manteniéndose el mallado en O –detallado en la figura 4.9- en la zona de capa límite de los álabes. La generación de la malla tridimensional ha sido realizada a partir de una operación de extrusión de la malla construida en el cubo del modelo. En total, el número de celdas del dominio tridimensional ascendió a la nada despreciable cifra de 1,753,800 celdas. Los ordenadores actuales no disponen de la potencia de cálculo necesaria para afrontar estos tamaños, así que su ejecución tuvo que llevarse a cabo mediante un *cluster*, de 8 computadores, para la resolución del caso en paralelo.

Para la modelización tridimensional se ha optado por un modelo LES, con un esquema de Smagorinsky para la escala de la sub-malla, de constante  $C_S = 0.1$ . La aplicación de este modelo se justifica por sus mejores prestaciones para caracterizar acústicamente en campo lejano el ruido a frecuencia de paso de álabes, análisis llevado a



cabo también para otros trabajos en el Área de Mecánica de Fluidos, a partir de los datos fluidodinámicos.

Las condiciones de contorno, así como el resto de modelos utilizados concuerdan con los expuestos anteriormente. Respecto al paso temporal, se ha adoptado el valor de  $1.0684 \cdot 10^{-4}$  s. (Esto es, 234 pasos temporales por vuelta).

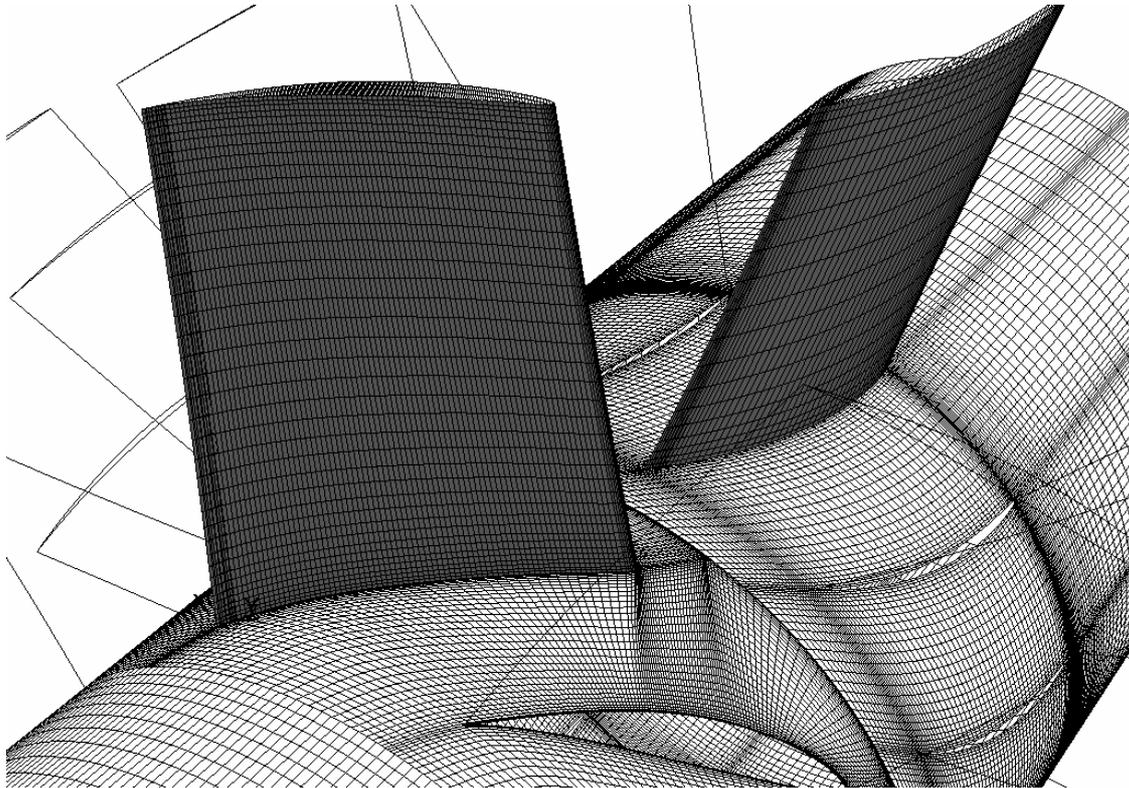


Fig. 4.13. Detalle del mallado tridimensional.

El modelo tridimensional no tiene en cuenta el efecto de huelgo de punta. De hecho, la envolvente cilíndrica externa se ha implementado como condición de contorno de línea de corriente (pared en rotación con el rodete), por lo que el espaciado radial no puede analizarse. Esto se debe al extraordinario gasto computacional que supondría incluir dicho modelo completo: se requeriría un importante refinado de la malla en la dirección radial en ese lugar, disparando el número de celdas e imposibilitando la ejecución del caso en tiempos razonables.

Finalmente, recordar que también se han simulado dos separaciones axiales entre las coronas, con el objetivo de analizar este parámetro de la etapa. Para la separación superior a la nominal, el *gap* axial fue construido alargando la zona de dominio de las directrices, retrasando la interfaz en la dirección del flujo.

### 4.3.- CONCLUSIONES

En este capítulo se ha pretendido mostrar el marco de trabajo proporcionado por el programa comercial FLUENT®. Se han descrito las diversas fases para la construcción de un modelo bidimensional y tridimensional, incluyendo los diversos



modelos implementados para la obtención de resultados adecuados (ver anexos I y II). Se ha incluido un estudio de sensibilidad de la malla y se han incluido consideraciones acerca de la sensibilidad de los modelos con respecto a otros parámetros de cálculo.

Para los modelos se han empleado las geometrías descritas en el anexo III, llevándose a cabo finalmente cálculos numéricos no estacionarios para caracterizar las fluctuaciones de las diversas variables en función de la interacción presente entre haces. También se han promediado esos cálculos para mostrar las características estacionarias medias de la máquina y compararlas con las prestaciones globales experimentales.

Se han descrito los medios de cálculo utilizados, pormenorizando las características técnicas de los equipos usados para los modelos bidimensionales y del cluster en el caso de la geometría tridimensional.

Los resultados obtenidos numéricamente se presentan en los próximos capítulos y se comparan con los experimentales, para las dos distancias axiales entre coronas consideradas.

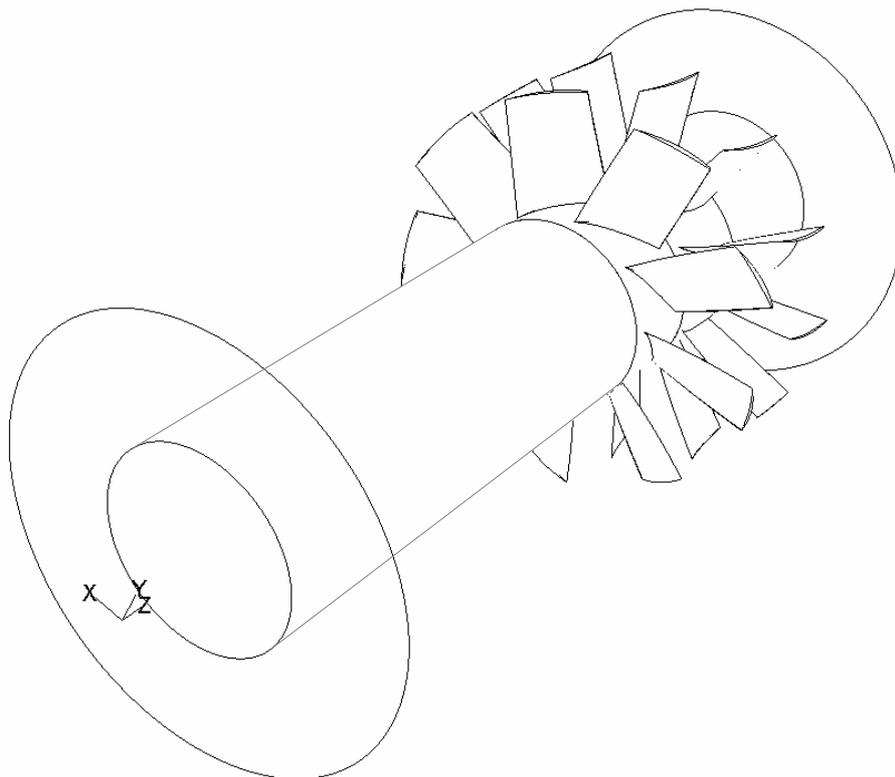
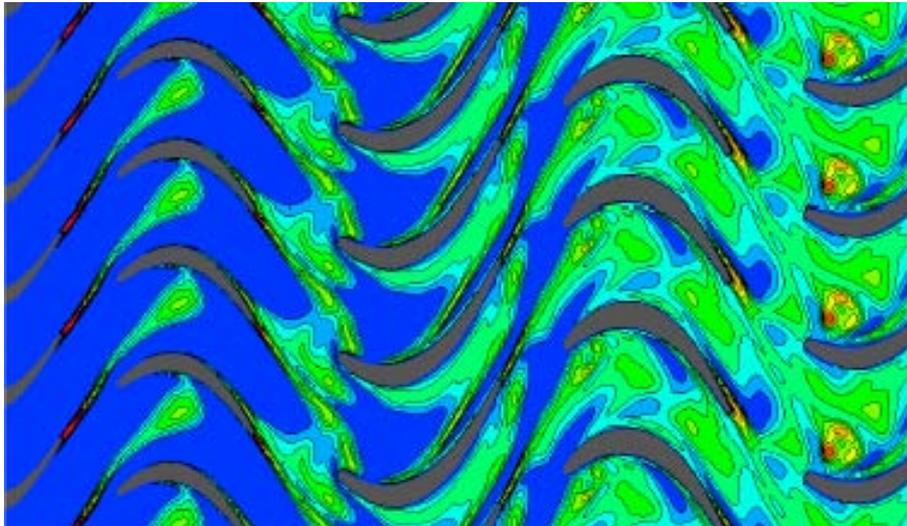


Fig. 4.14. Modelo tridimensional.



## C a p í t u l o 5

## ANÁLISIS DETERMINISTA DE LA INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR EN UNA TURBOMÁQUINA AXIAL



“En la práctica, incluso los modelos deterministas tienden a volverse inestables con gran rapidez”.

James Trefil (1938-).  
Físico estadounidense.

*El propósito de este quinto capítulo es el de adentrarse en el estudio de la interacción rotor-estator a partir de herramientas de análisis capaces de identificar la contribución de cada corona en el espectro frecuencial de la máquina.*

*Se inicia realizando una clasificación de los fenómenos ya apuntados en el capítulo introductorio, disgregando los efectos turbulentos de los efectos puramente dinámicos. A partir de la hipótesis de no injerencia, se trabaja sobre el filtrado de los esquemas estocásticos, analizándose el marco de referencia de cada rueda por separado para el flujo determinista resultante. La obtención de una expresión que relacione la variación del flujo en cada marco de referencia será el siguiente paso para comprender el modo en que la interacción se establece entre los haces de una etapa.*

*A continuación, se mostrará el modelo de tensiones deterministas, como clave en la metodología desarrollada, con el objeto de comprender su alcance y su modo de trabajar con máquinas de complejidad creciente, desde máquinas que presentan una única corona de álabes, a máquinas de una etapa y, en general, a máquinas multietapa. Establecidos los procedimientos de análisis, se finalizará el capítulo identificando fenómenos del flujo cuyo origen y comportamiento guardan relación con las tensiones calculadas por este modelo determinista.*



### 5.1.- GENERALIDADES

El flujo que transcurre por el interior de una turbomáquina presenta una clara característica no estacionaria, como consecuencia del movimiento relativo entre las superficies de la máquina. La existencia de esta configuración variable se deriva en la aparición de una serie de fenómenos no estacionarios, tales como el desprendimiento de vórtices, el desprendimiento rotativo, las interacciones rotor-estator y rotor-estelas, o la generación de turbulencia. Dicha fenomenología, descrita de forma general en el apartado 1.5 de la presente memoria, se ha estructurado en la clasificación de la figura 5.1. Dicha clasificación diferencia en un primer término entre fenómenos periódicos en el tiempo y otros cuya naturaleza es completamente aleatoria, como la turbulencia y los transitorios de régimen. Centrándose en los fenómenos periódicos, éstos a su vez, pueden ser diferenciados por su relación directa con la velocidad de giro, reduciéndose al caso de funcionamiento estable, la aparición de la interacción rotor-estator propiamente dicha, tanto en su naturaleza potencial de primer orden como en su manifestación viscosa.

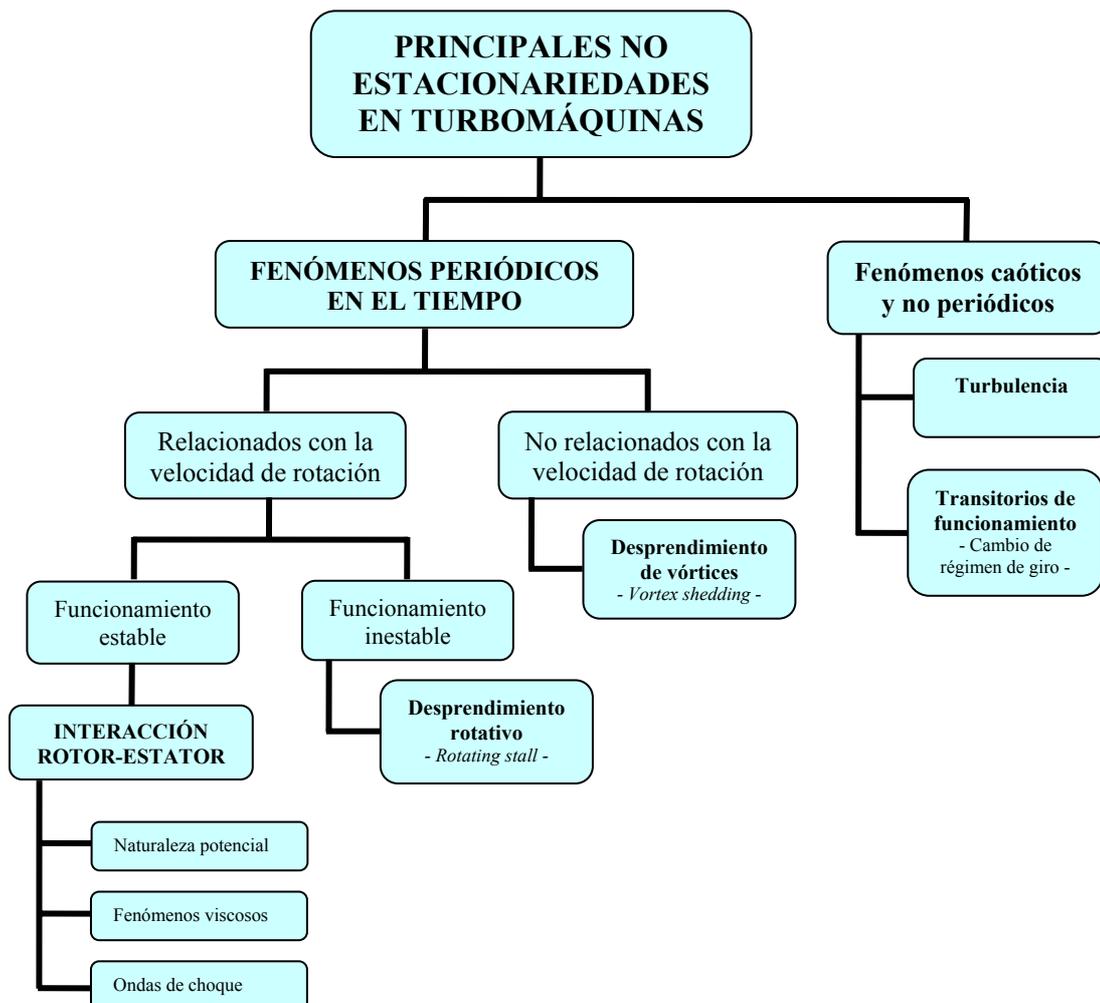


Fig. 5.1. Esquema general de fenómenos no estacionarios en turbomáquinas.



Del propio esquema de la figura 5.1, se deducen dos hipótesis de simplificación para el estudio de la interacción entre haces. Ambas hipótesis se fundamentan en el principio de no injerencia, garantizando una independencia entre las fenomenologías identificadas. De esta forma, se supone:

- Comportamiento estable de las principales variables fluidodinámicas del flujo por el interior de la turbomáquina: la velocidad de giro es estable entorno a un valor de trabajo y las condiciones de flujo y presión generadas presentan un valor medio constante.
- Desacople de los fenómenos de turbulencia (caóticos) de los fenómenos periódicos ligados a la velocidad de rotación y, por tanto, a la frecuencia de paso de álabe. En general se aplica un promedio “turbulento” previo a cualquier cálculo de forma que se filtra esa contribución estocástica.

## 5.2.- INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO NO ESTACIONARIO PARA TURBOMÁQUINAS DE VARIAS ETAPAS

Aún en el caso de estudiar una máquina que presente una única corona de álabes en rotación, existe una no estacionariedad motivada por el sucesivo movimiento de los álabes en la dirección circunferencial de la turbomáquina. De hecho, según se analice el movimiento desde un punto de referencia fijo o desde el marco de referencia móvil en rotación con los álabes, la percepción de la evolución de las diversas variables es distinta.

Un flujo relativo es estacionario si los vectores de la velocidad relativa no cambian en el tiempo en aquellas posiciones que están fijas con respecto al sistema de referencia móvil. Del mismo modo, cabe decir que un flujo absoluto es estacionario si las velocidades absolutas son fijas en los puntos que están fijos para un observador no inercial.

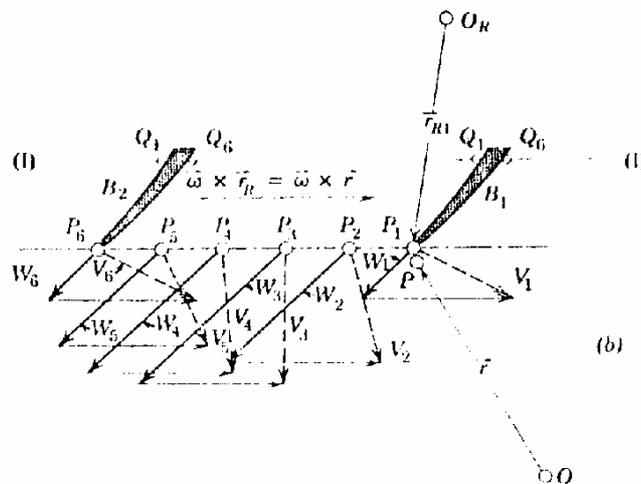


Fig. 5.2. Velocidades tras corona de álabes en rotación.

En la figura anterior, supuesta de una máquina de un único rotor, se observa que el flujo relativo, representado por los vectores  $\vec{W}_1 \dots \vec{W}_6$  es estacionario, puesto que no



depende del tiempo. De todas formas, sí varía según la dirección circunferencial, merced al efecto de las capas límites de las superficies de los álabes. Las velocidades relativas en la dirección tangencial podrían ser expresadas de acuerdo a una ley,  $\vec{W} = \vec{W}(\theta)$ , como ya se discutió en el apartado 1.3.4.2. Ahora bien, si es un observador fijo el que observa la localización fija  $P$ , verá el flujo variar en dirección y sentido, según las velocidades  $\vec{V}_1 \dots \vec{V}_6$  que van pasando con el giro de los canales de los alabes.

**Por tanto, un flujo relativo que es estacionario con un gradiente de velocidades en la dirección tangencial, produce un flujo absoluto no estacionario.**

Si se plantean consideraciones similares para la línea  $I-I$  de la figura, se observaría que para el flujo absoluto, el paso de los álabes genera discontinuidades y flujo no uniforme que imposibilita la aplicación de las ecuaciones fundamentales. Por esta razón, el flujo en el interior de rodetes se estudia a partir del punto de referencia móvil.<sup>[1]</sup> En definitiva, se puede deducir que no es posible establecer un flujo estacionario tanto en el rotor como en el estator de la etapa de una turbomáquina. Un flujo relativo estacionario a la salida del rotor genera un flujo absoluto no estacionario en el siguiente haz fijo aguas abajo. Matemáticamente, la afirmación de que un flujo relativo estacionario genera un flujo absoluto no estacionario se puede expresar a partir de la ecuación:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}}_{ref\ fija} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t'}}_{ref\ movil} - \omega \frac{\partial}{\partial \theta} \tag{5.1}$$

Esta expresión aparece en el artículo “*On the conservation of rothalpy in turbomachines*” (Lyman, 1993), a partir de la relación existente entre el marco de referencia fija y el marco de referencia móvil solidario al giro del rotor.

$$\left. \begin{matrix} r = r' \\ \theta = \theta' + \int \omega dt \\ z = z' \\ t = t' \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r'} \\ \frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta'} \\ \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \nabla = \nabla'$$

Una función tal que:  $g(\theta, t) = g(\theta' + \omega t, t)$ , entonces cumplirá que:

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \frac{\partial g}{\partial t'} + \frac{\partial g}{\partial \theta'} \frac{\partial \theta'}{\partial t} = \frac{\partial g}{\partial t'} - \omega \frac{\partial g}{\partial \theta'} = \frac{\partial g}{\partial t'} - \omega \frac{\partial g}{\partial \theta}$$

pues  $\theta' = \theta - \omega t$ .

[1] Recuérdese la ecuación de cantidad de movimiento para flujo relativo vista en el capítulo 4 según la

expresión: 
$$\underbrace{\rho \frac{d\vec{W}}{dt} + \rho (\vec{W} \cdot \nabla) \vec{W}}_{\substack{d\vec{W} \\ dt, \text{ marco ref. relativo}}} + \rho \left[ \underbrace{2\vec{\omega} \times \vec{W}}_{\text{Coriolis}} + \underbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}_{\substack{\text{Centrífuga} \\ -\nabla \left( \frac{\omega^2 r^2}{2} \right)}} \right] = -\nabla P + \rho \vec{g} + \mu \left[ \nabla^2 \vec{W} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \vec{W}) \right],$$

donde se ha despreciado el término  $\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} \times \vec{r}$  por considerar velocidad de giro constante de la máquina. La

ecuación de continuidad se mantiene semejante al caso de referencia fija:  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \vec{W} = 0$



Además, se demuestra que la derivada total es idéntica en ambos marcos de referencia pues:  $\frac{Dg}{Dt} = \frac{\partial g}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla g = \frac{\partial g}{\partial t'} - \omega \frac{\partial g}{\partial \theta'} + (\vec{U} + \vec{W}) \cdot \nabla' g = \frac{\partial g}{\partial t'} + \vec{W} \cdot \nabla' g = \frac{Dg}{Dt'}$ ,

donde se ha aplicado que  $\vec{U} \cdot \nabla' g = (0, \omega r, 0) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial r'}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta'}, \frac{\partial}{\partial z'} \right) g = \omega \frac{\partial g}{\partial \theta}$ . Lyman advierte que la igualdad de derivadas totales en ambos marcos de referencia sólo tiene validez para el caso de variables escalares, ya que para funciones vectoriales los vectores unitarios cambian su dirección, en una base respecto de la otra.

La ecuación (5.1) sintetiza, por tanto, el razonamiento realizado anteriormente a partir de la figura 5.2. Obsérvese cómo la imposición de flujo estacionario relativo implica que  $\frac{\partial}{\partial t'} = 0$ , reduciéndose la no estacionariedad en el marco absoluto a las

variaciones circunferenciales de las variables en el marco relativo:  $\frac{\partial}{\partial t} = -\omega \frac{\partial}{\partial \theta}$ . Por tanto, la frecuencia de los fenómenos vistos por el marco absoluto será:

$$f = \frac{1}{\partial t} = \omega \frac{1}{\partial \theta} = \omega \frac{1}{\left( \frac{2\pi}{N_R} \right)} = \frac{\omega N_R}{2\pi}$$

donde  $N_R$  representa el número de álabes de la corona móvil y  $\partial \theta$  es el *pitch*, o paso, de la corona. A la vista de este resultado se podría concluir que para una corona fija situada aguas debajo de este rotor, bastaría con estudiar un solo canal de dicho estator si se emplean condiciones previas (aguas arriba) no estacionarias de período,  $T_s = \frac{\omega N_R}{2\pi}$ .

Desgraciadamente, esto no es tan sencillo, puesto que hay un doble efecto. Así que si se introduce un haz fijo aguas abajo, no sólo el estator ve las no estacionariedades generadas por el rotor, tal y como se acaba de razonar, sino que también el rotor nota la presencia de las directrices aguas abajo y por tanto, la hipótesis de flujo no estacionario para el marco de referencia relativo deja de tener validez.

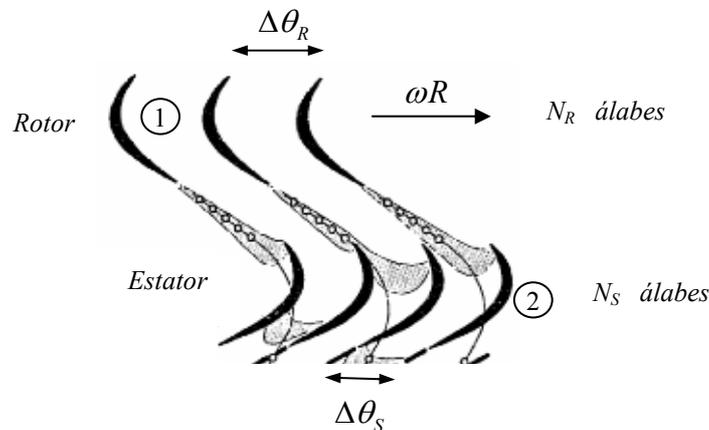


Fig. 5.3. Esquema para la relación espacio-temporal de la interacción en una etapa.



En la figura 5.3 se pone de manifiesto este doble fenómeno de interacción entre los haces de álabes. Para conseguir generalizar el estudio, se trata de establecer una relación entre las variaciones espaciales y temporales de los fenómenos, buscando obtener la frecuencia aparente de paso de álabes y calculando el desfase temporal existente entre dos álabes de una misma rueda. Se comienza calculando la frecuencia de paso de cada corona con respecto al marco de referencia complementario, esto es:

Para el rotor, un observador solidario a su giro (marco de referencia móvil), ve pasar al estator a una frecuencia igual a:  $f_R = \frac{\omega N_S}{2\pi}$ . Del mismo modo, para el estator, un

observador quieto (marco de referencia fijo), ve la frecuencia de paso del rotor según:  $f_S = \frac{\omega N_R}{2\pi}$ . Por otro lado, de la figura 5.3 se desprende que el paso (*pitch*) de cada

corona de álabes es:  $\Delta\theta_R = \frac{2\pi}{N_R}$  para el rotor y  $\Delta\theta_S = \frac{2\pi}{N_S}$  para el estator. La diferencia

entre ambos pasos será por tanto:  $\Delta\theta = 2\pi \left( \frac{1}{N_R} - \frac{1}{N_S} \right)$ . Se observa que esa diferencia

de pasos coincide con el recorrido angular que debe efectuar en su giro el rodete para que los sucesivos álabes de rotor queden enfrentados con un álabes de estator. Por tanto, la frecuencia con la que se produce ese fenómeno de coincidencia de álabes de rotor y

estator, vendrá determinada por la relación:  $f = \frac{\omega}{\Delta\theta} = \frac{\omega}{2\pi \left( \frac{1}{N_R} - \frac{1}{N_S} \right)}$ . En definitiva, la

relación fundamental de periodicidad espacio-temporal de la etapa viene fijada por:

$$\Delta t = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \left( \frac{1}{N_R} - \frac{1}{N_S} \right) \quad (5.2)$$

Esto significa que el comportamiento visto por un álabes A de la fila del rotor en el instante  $t$ , es idéntico al comportamiento observado por el álabes subsiguiente A' en el instante  $t + \Delta t$ , siendo  $\Delta t$  lo expresado en (5.2). Entonces puede plantearse la siguiente identidad:  $F(t, \theta) = F(t + \Delta t, \theta + \partial\theta)$ , siendo  $F$  la función que representa la perturbación. Esto posibilita el hecho de tratar únicamente un solo canal de una rueda considerando una transmisión de información entre las ruedas mediante esa relación de periodicidad espacio-temporal. Por tanto

-Para el flujo en el estator:  $F_S(t, \theta) = F_S(t + \Delta t, \theta + \Delta\theta_S)$

-Para el flujo en el rotor:  $F_R(t, \theta) = F_R(t + \Delta t, \theta + \Delta\theta_R)$

El siguiente paso consiste en caracterizar cómo es esa función  $F$  que representa la perturbación entre coronas. En principio, se asume que en una aproximación lineal, la no estacionariedad temporal se representa a partir de una descripción por series de Fourier, que pueden ser expresadas mediante forma exponencial para una función compleja. El principio es aplicable por cuanto cualquier función que sea periódica puede ser expresada mediante series de Fourier, y las perturbaciones de primer orden presentan esa característica de periodicidad temporal.

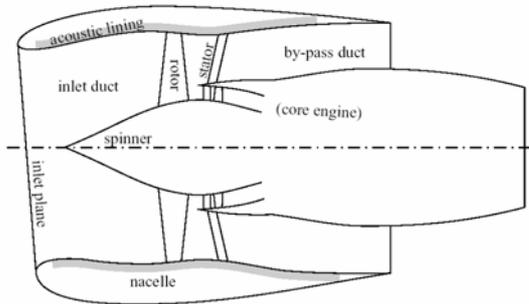


La no estacionariedad se transmite entre las coronas de álabes mediante la transformación de las no uniformidades espaciales en la dirección circunferencial en sus correspondientes variaciones temporales en el marco de referencia absoluto (ecuación 5.1.). A partir de ahí, se aplican las series de Fourier para determinar las apropiadas frecuencias discretas que aparecerán en la solución. Se resuelve una solución lineal para cada frecuencia y toda la solución no estacionaria se desarrolla por superposición una vez que la solución asociada a cada frecuencia es calculada.

En definitiva, se llega a una expresión de esa función de perturbación como suma de ondas, cada una con una amplitud y una fase que son función de la posición:

$$F_S(\theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{S_{n,m}} \cdot e^{i[m_s\theta - 2\pi f_s t m]} \quad (5.3)^{[2]}$$

<sup>2</sup> Esta misma función fue desarrollada por Tyler y Sofrin en el estudio de la interacción rotor-estator como mecanismo de generación de ruido en las turbosoplantes de aviones. Como se observa en la figura, tras el rotor del *turbofan* se coloca un estator para la redirección del flujo. Las estelas generadas por el rotor son fuentes de generación de ruido al chocar contra las paletas del estator. Para minimizar esa interacción, estos autores desarrollaron una sencilla regla para elegir inteligentemente el número de álabes tanto de rotor y estator de forma que los armónicos básicos de paso la frecuencia de paso de álabes tuvieran relación con los modos de vibración que la carcasa logra atenuar.



Tyler y Sofrin observaron que el campo de interacción generado debía mostrar una dependencia temporal con respecto al rotor, por lo que dicho campo de perturbaciones debería construirse a partir de armónicos de la frecuencia de paso de álabes de rotor:  $N_R \omega$ . Además, se observa que es periódica en  $\theta$ , así que cabe expresarla como:

$$p(r, \theta, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} Q_{n,m}(r) \cdot e^{inN_R \omega t - im\theta} \quad (Tyler y Sofrin, 1962.)$$

La obtención de esa expresión con doble sumatorio, proviene de considerar las perturbaciones como una suma de ondas, de forma que debe resolverse la ecuación de ondas  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = \nabla^2 F$  buscándole soluciones

del tipo:  $F(\vec{x}, t) = e^{-i\omega t} \phi(\vec{x})$ . Al introducir este tipo de soluciones, la ecuación de onda se reduce a la conocida ecuación de Helmholtz,  $(\nabla^2 + \omega^2/c^2)\phi = 0$ , que se puede resolver a partir de un método de

separación de variables de la forma:  $\phi(r, \theta, z) = R(r)\Theta(\theta)Z(z)$ , para coordenadas cilíndricas. La ecuación diferencial a resolver queda expresada en variables separadas:

$$\left( \frac{r^2}{R^2} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{r}{R} \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{\Theta} \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \frac{r^2}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} r^2 = 0. \text{ La solución general a dicha ecuación es:}$$

$$\phi(r, \theta, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_{mn} J_m \left( r\sqrt{n^2 + k^2} \right) + B_{mn} Y_n \left( r\sqrt{n^2 + k^2} \right) \right] \cdot E_m e^{im\theta} \cdot [C_n e^{-nz} + D_n e^{nz}]. \text{ Al considerar}$$

únicamente variaciones circunferenciales en este modelo,  $\phi(\theta) = \sum_{m=0}^{\infty} E_m e^{im\theta}$ . Y en definitiva, se deduce

$$\text{que: } F(\theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} E_{mn} \cdot e^{i[m\theta - 2\pi f n t]}$$



La condición de periodicidad, expresada anteriormente, impone entonces que:

$$F_S(\theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{S_n, m} \cdot e^{i[m_s \theta - 2\pi f_s t m]} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{S_n, m} \cdot e^{i[m_s(\theta + \Delta\theta_s) - 2\pi f_s(t + \Delta t) m]} = F_S(\theta + \Delta\theta_s, t + \Delta t)$$

o lo que es igual:  $2\pi f_s n \Delta t = m_s \Delta\theta_s + 2k\pi$ , tras sencillas simplificaciones. Sustituyendo la frecuencia, el paso de estator y la relación temporal de la ecuación (5.2) en función de los números de álabes tanto de rotor y estator, se despeja:

$$m_s(k, n) = (k - n)N_S + nN_R \tag{5.4}$$

En la bibliografía, suele definirse el parámetro  $K = k - n$ , y denotarse al número de álabes de rotor y estator como  $B$  y  $V$  respectivamente (en vez de  $N_R$  y  $N_S$ ), en referencia a “Blade” como álabes de rotor y “Vane” como directrices del estator. Por tanto:

$$m = KV + nB \tag{5.5}$$

La ecuación (5.5) indica que los modos espaciales  $m$  dependen de los armónicos temporales de paso de álabes de rotor,  $n$ . El modo espacial depende de forma lineal del número de álabes de rotor y estator.  $K$  es cualquier entero y  $n$  es el armónico de interés de paso de álabes.

**Ejemplo.** Sea el ventilador objeto de estudio, dotado con 13 directrices de entrada ( $V=13$ ) y 9 álabes en el rotor ( $B=9$ ). Entonces:  $m = 13K + 9n$ . Se puede construir la siguiente tabla de modos circunferenciales:

BPF (n=1)		2BPF (n=2)		3BPF (n=3)	
$K$	$m = 9 + 13K$	$K$	$m = 18 + 13K$	$K$	$m = 27 + 13K$
-3	-30	-3	-21	-4	-25
-2	-17	-2	-8	-3	-12
-1	-4	-1	5	-2	1
0	9	0	18	-1	14
1	22	1	31	0	27
2	35	2	44	1	40

4BPF (n=4)		5BPF (n=5)		6BPF (n=6)	
$K$	$m = 36 + 13K$	$K$	$m = 45 + 13K$	$K$	$m = 54 + 13K$
-5	-29	-6	-33	-7	-37
-4	-16	-5	-20	-6	-24
-3	-3	-4	-7	-5	-11
-2	10	-3	6	-4	2
-1	23	-2	19	-3	15
0	36	-1	32	-2	28
1	49	0	45	-1	41

Tabla 5.1. Modos espaciales  $m$  que aparecen en el ventilador de estudio.



En sentido físico, el número del modo circunferencial indica la periodicidad del patrón acústico circunferencial en rotación. Por ejemplo, el modo  $m=-4$  es periódico cada  $90^\circ$ , mientras que el modo  $m=16$  lo es cada  $22.5^\circ$ . Así mismo, que  $m$  sea negativo, indica que rota en el sentido contrario al de rotación del rotor. Esto se justifica porque los modos acústicos de una turbomáquina no son estacionarios, sino que rotan a una velocidad que se encuentra ligada a la de rotación del rotor y que es particular para cada modo circunferencial existente, como pusieron de manifiesto Tyler y Sofrin en sus trabajos.

Una última consideración a tener en cuenta es la de evaluar cómo se propagan los modos acústicos a lo largo del conducto de la máquina. De hecho, puede ocurrir que sufran un proceso de decaimiento y que finalmente no se propaguen por la conducción, por lo que sólo sea necesario centrarse en ciertos modos circunferenciales para la caracterización de la firma acústica de la máquina. En la ecuación (5.3) se ha obviado el factor que controla la propagación de las perturbaciones de presión en la dirección axial, que aparece en la resolución de la ecuación de Helmholtz (*nota al pie n°2*), y que depende del número de onda axial,  $k_{z,m\mu}$ , según el término  $e^{-ik_{z,m\mu}z}$ . Cuando  $k_{z,m\mu}$  es un número real, el término exponencial es periódico respecto de  $z$  y representa un modo de propagación. Si por el contrario  $k_{z,m\mu}$  resulta ser un número imaginario y negativo, el término sufre un decaimiento exponencial con  $z$ , no propagándose el modo en cuestión. Para determinar el número de onda axial, se emplea la ecuación de Helmholtz generalizada en coordenadas cartesianas, a la que se le aplica la solución armónica general vista anteriormente. De esta forma se llega a:

$$k_{z,m\mu}^{\pm} = \left[ -Mk_0 \pm \sqrt{k_0^2 - k_{m\mu}^2 (1 - M^2)} \right] / (1 - M^2) \quad (5.6)$$

donde  $M$  es el número de Mach, y  $k_0$  es el número de onda en campo libre para la frecuencia de excitación  $f_0$ , que es la frecuencia de paso de álabe (BPF) o la de sus armónicos. Es decir,  $k_0 = \frac{2\pi f_0}{c}$ , siendo  $c$  la velocidad del sonido.

Los valores de  $k_{m\mu}$  son las raíces de la ecuación de contorno para los radios de punta ( $r_e$ ) y cubo ( $r_i$ ), cuya forma característica es:

$$\frac{J'_m(k_{m\mu}r_e)}{J'_m(k_{m\mu}r_i)} = \frac{Y'_m(k_{m\mu}r_e)}{Y'_m(k_{m\mu}r_i)} \quad (5.7)$$

y en la cual aparecen las derivadas de las funciones de Bessel de orden  $m$  de primera y segunda especie ( $J$  e  $Y$  respectivamente). En dicha ecuación, para cada valor  $m$ , aparecen asociados un número infinito de modos  $\mu$ . Por tanto, cada modo circunferencial está asociado con una serie de modos radiales.

A la vista de la ecuación (5.6), se observa que si  $k_0 > k_{m\mu} \sqrt{(1 - M^2)}$ , entonces  $k_{z,m\mu}^+$  es un número real, y el modo circunferencial se propagará; mientras que si ocurre lo contrario, el modo decaerá exponencialmente. De esta forma, la condición de igualdad define la transición de ambos casos, siendo ésta la condición límite que se utiliza para definir la frecuencia de corte:



$$f_{m\mu}^{corte} = \frac{k_{m\mu}c}{2\pi} \sqrt{1-M^2} \quad (5.8)$$

En definitiva, el hecho de que un modo acústico se propague o no, depende de que su frecuencia de excitación sea superior a la frecuencia de corte. Si no es así, entonces el modo decaerá.

Retomando el ventilador de estudio, se pueden obtener los modos de propagación acústicos a la frecuencia de paso de álabes y sus armónicos. El cálculo de las frecuencias de corte se puede evaluar a partir de la ecuación (5.8), donde las raíces de la ecuación de contorno se obtienen a partir de la ecuación (5.7)<sup>[3]</sup>. Para una velocidad del sonido de 343.1 m/s a 20°C y un número de Mach de 0.127 en el ventilador (a partir de los 43.4 m/s de componente axial de la velocidad), se construye la tabla 5.2 para los diversos modos circunferenciales. Nótese que los valores de la frecuencia de corte aumentan con el orden circunferencial  $m$  para un mismo valor  $\mu$ . Así mismo, dentro de cada modo  $m$ , las frecuencias también aumentan con el índice  $\mu$ . Por tanto, la zona de interés, con las frecuencias de corte más pequeñas, se encuentra en la esquina superior izquierda de la tabla.

$m \setminus \mu$	0	1	2	3	4	5
0	0	395.03	778.00	1163.34	1549.38	1935.71
± 1	91.97	408.36	784.29	1167.47	1552.46	1938.16
± 2	181.15	446.68	802.99	1179.78	1561.65	1945.50
± 3	265.66	505.71	833.60	1200.12	1576.88	1957.69
± 4	345.26	579.67	875.42	1228.21	1598.03	1974.64
± 5	427.72	662.55	927.72	1263.76	1624.95	1996.29
± 6	509.20	749.20	989.73	1306.42	1657.44	2022.53
± 7	589.99	835.99	1060.51	1355.91	1695.31	2053.23
± 8	669.83	920.83	1138.63	1411.99	1738.38	2088.26
± 9	748.54	1003.02	1222.01	1474.49	1786.47	2127.50
± 10	826.09	1082.80	1308.21	1543.23	1839.45	2170.82

Tabla 5.2. Frecuencias de corte (Hz) para 2400 rpm. ( $M=0.126$ ).

Utilizando las tablas 5.1 y 5.2 y teniendo en mente el criterio de propagación discutido con anterioridad, se pueden conocer los modos de propagación acústicos en el conducto del ventilador.

[3] Se ha empleado una demo del programa *Matemática 5.0.1*. que implementa un módulo de cálculo numérico para la obtención de raíces de las funciones de Bessel. Dicho programa incorpora la función *BesselJPrimeYPrimeJPrimeYPrimeZeros [m,λ,k]* que devuelve las  $k$  primeras raíces de la ecuación (5.7) expresada de la forma:  $J'_m(x) \cdot Y'_m(\lambda x) - J'_m(\lambda x) \cdot Y'_m(x) = 0$ .

Considerando que  $\lambda = r_i/r_e = 0.38/0.82 = 0.463$ , una vez devueltos los valores de los ceros por el programa, se obtienen directamente las raíces de la ecuación mediante la expresión:  $k_{m\mu} = x/r_e$ .



Los resultados se muestran finalmente en la tabla 5.3. Esta tabla se construye a partir de los modos  $m$  que aparecen para la frecuencia de paso de álabe y sus armónicos. Así, por ejemplo, para el caso  $n=1$  (BPF), la tabla 5.1 pone sobre la pista de los modos de vibración ..., -30, -17, -4, 9, 22, 35,... Observando a continuación la tabla 5.2, se comprueba para  $m=-4$  y  $m=9$  qué casos presentan una frecuencia de corte menor que los 360 Hz de la frecuencia de paso de álabe, resultando que para  $(\pm 4,0)$ , se cumple el criterio de propagación:  $345.26 \text{ Hz} < 360 \text{ Hz}$ .

<b>BPF (n=1)</b>	<b>2BPF (n=2)</b>	<b>3BPF (n=3)</b>
<i>360 Hz</i>	<i>720 Hz</i>	<i>1080 Hz</i>
(± 4, 0)	(± 5, 0) (± 5, 1)	(± 1, 0) (± 1, 1) (± 1, 2)

<b>4BPF (n=4)</b>	<b>5BPF (n=5)</b>	<b>6BPF (n=6)</b>
<i>1440 Hz</i>	<i>1800 Hz</i>	<i>2160 Hz</i>
(± 3, 0) (± 3, 1) (± 3, 2) (± 3, 3)	(± 6, 0) (± 7, 0) (± 6, 1) (± 7, 1) (± 6, 2) (± 7, 2) (± 6, 3) (± 7, 3) (± 6, 4) (± 7, 4)	(± 2, 0) (± 2, 1) (± 2, 2) (± 2, 3) (± 2, 4) (± 2, 5)

Tabla 5.3. Modos de propagación a frecuencia de paso de álaves y sus armónicos.

Lógicamente, la magnitud de cada uno de los modos acústicos presentes en la tabla 5.3, dependerá de la distribución de la carga aerodinámica de los distintos álaves. Por tanto, algunos de esos modos serán predominantes en el campo global de las perturbaciones, mientras que la contribución de otros puede ser insignificante.

La figura 5.4 muestra la forma de los modos de vibración para la frecuencia de paso de álabe. Uno de los modos gira en el mismo sentido de rotación que el rotor, mientras que el otro lo hace en sentido opuesto. La velocidad de rotación de ambos modos se puede obtener a partir de la expresión desarrollada por Tyler y Sofrin:

$$\omega_{m\mu} = \frac{nB\omega}{m} \tag{5.9}$$

Dicha ecuación depende del armónico de interés del BPF ( $n$ ), del número de álaves ( $B$ ), de la velocidad de rotación del rotor ( $\omega$ ) y del modo espacial a observar ( $m$ ). La velocidad de rotación de estos modos difiere respecto de la velocidad de giro de los álaves, como se puede apreciar en la expresión particularizada de la figura.

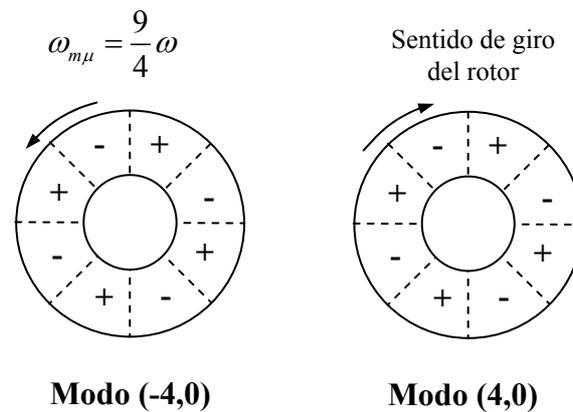


Fig. 5.4. Formas de los modos de vibración giratorios  $(-4,0)$  y  $(4,0)$ .

Tras abandonar el conducto, los modos acústicos se propagan hacia el campo abierto, mediante mecanismos de radiación. El mayor interés recae en conocer la direccionalidad que dichos modos van a adoptar una vez fuera del conducto, pero esto es complejo debido a la complicación del fenómeno, que va acompañado de efectos de difracción y de cambios en la impedancia acústica a la entrada. Este tipo de consideraciones se encuentran más allá del propósito de esta breve introducción sobre el efecto de la disparidad del número de álabes en el comportamiento no estacionario del flujo. Además, las simulaciones ejecutadas, únicamente consideran el flujo en el interior del conducto de la máquina, por lo que no se abordará el fenómeno de radiación de las perturbaciones del flujo.

Y de esta forma, aunque esté muy ligado a la teoría de ruido en turbomáquinas, el pequeño repaso que se ha introducido acerca de los modos de generación acústicos y propagación de los mismos, se empleará para analizar las perturbaciones que el flujo sufre como consecuencia de la interacción entre los haces de una etapa. En capítulos posteriores se hará referencia a las tablas de los modos de vibración deducidos para la soplante axial de estudio.

Cuando se pretende el análisis de la interacción para una configuración que presente más de una rueda, el empleo de una periodicidad espacio-temporal -ecuación (5.3)- no se puede utilizar para un único canal de una rueda. Por ejemplo, en el caso de una etapa y media, con dos rotores separados por un estator intermedio, el segundo rotor ve un comportamiento no estacionario diferente para cada uno de sus propios canales. Esta variación espacial es creada por el distinto número de álabes para cada uno de los diferentes rotores (idéntico razonamiento si hubiesen varios estatores presentes). Actualmente no existe ningún método de cálculo económico (esto es, que se ajuste a la consideración de un único canal por haz de álabes) capaz de afrontar el estudio de máquinas multietapa con un modelo de perturbación lineal ya que no es justificable el empleo de ninguna relación de periodicidad espacio-temporal.

En el siguiente apartado se presenta un modelo desarrollado para poder analizar configuraciones multietapa a partir de esquemas estacionarios que modelizan los efectos no estacionarios de interacción rotor-estator.



## **5.3.- ANÁLISIS DETERMINISTA DE LA INTERACCIÓN ROTOR-ESTATOR EN UNA TURBOMÁQUINA AXIAL**

### **5.3.1.- Introducción.**

El flujo en el interior de una turbomáquina axial de varias etapas es de gran complejidad. Dada la existencia de filas de álabes en rotación unas con respecto a otras, el flujo es inherentemente no estacionario, con escalas temporales que varían desde la velocidad de giro de la máquina (o fracciones de ésta) hasta las escalas turbulentas de Kolmogorov para un flujo en el seno de una máquina de fluidos. Además, las escalas de longitud asociadas a los patrones de flujo son también de una cierta disparidad pues oscilan desde el valor del perímetro circunferencial de la máquina hasta nuevamente las escalas de Kolmogorov para los pequeños remolinos turbulentos. Este amplio abanico de escalas temporales y espaciales asociadas al flujo en el interior de cualquier turbomáquina implica que la simulación directa (DNS) sea prácticamente imposible aun cuando pueda hacerse uso de los superordenadores más potentes del mercado. Por esa razón, tradicionalmente se ha acudido al empleo de ecuaciones que expresasen variables promediadas con la idea de poder eliminar (o filtrar) el efecto de tal disparidad de escalas en el flujo. Sirva de ejemplo más común la descripción de flujos turbulentos a través de variables fluidodinámicas promediadas temporalmente, cuyas ecuaciones de gobierno constituyen las ecuaciones promediadas según Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes. Cuando se plantea esta descripción promediada de las ecuaciones, es inevitable introducir unos términos extras que deben modelizarse con el fin de presentar un sistema matemático cerrado y compacto; términos que reciben el nombre de tensiones de Reynolds.

Existe un paso intermedio entre un esquema de resolución directo (DNS) y el habitual modelo RANS, denominado formulación LES, que permite la resolución directa de los torbellinos turbulentos asociados a las mayores escalas (ver tabla 5.4). Para conseguir esta resolución intermedia, el algoritmo LES resuelve explícitamente las estructuras de torbellinos del mismo orden de magnitud que la malla del modelo numérico, mientras que las escalas inferiores a la malla (SGS, sub-grid scales) son modeladas. La idea que subyace es que las escalas macroscópicas (que fundamentalmente transportan energía), son difíciles de modelar, merced a su gran dependencia a la topología del flujo, mientras que las más pequeñas (eminentemente disipativas) son más universales y por tanto, más sencillas de modelizar.

Volviendo a la formulación RANS, nótese que en el entorno de toda turbomáquina, la forma de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes describe un flujo no estacionario determinista, del cual se ha segregado todo fenómeno turbulento o caótico que pudiese generarse en el flujo. Aún así, el rango de escalas temporales y espaciales asociadas a ese entorno determinista sigue siendo excepcionalmente rico. Baste entender que de nuevo, las escalas espaciales varían desde el perímetro de la máquina hasta una leve fracción del espesor de las capas límite de los álabes. Así mismo, las escalas temporales se extienden desde la propia frecuencia de rotación de la máquina hasta los armónicos del ruido de banda ancha. Desgraciadamente, la falta de periodicidad en la práctica totalidad de las configuraciones de las máquinas debida a las particulares relaciones entre números de álabes en haces fijos y móviles, obliga a tener que considerar cada canal entre álabes de la máquina, disparando increíblemente el coste computacional de cualquier simulación tridimensional no estacionaria.

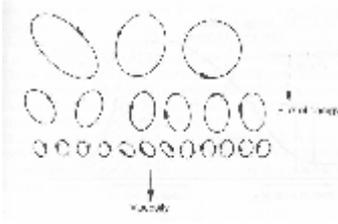


	<b>Interacción entre coronas</b>	<b>Escalas turbulentas</b>	<b>Escalas de disipación de Kolmogorov<sup>[4]</sup></b>
<b>Escala de longitud, L</b>	$(1...N) \cdot P$	$\delta$	$l_K = \left(\frac{v^3}{\varepsilon}\right)^{1/4}$
<b>Escala de velocidad, v</b>	$V$	$\frac{V}{10}$	$v_K = (v\varepsilon)^{1/4}$
<b>Escala de tiempo, T</b>	$(1...N) \cdot \frac{P}{V}$	$\frac{10\delta}{V}$	$\tau_K = \left(\frac{v}{\varepsilon}\right)^{1/2}$



Tabla 5.4. Disparidad de escalas temporales y espaciales en problemas de turbomáquinas.<sup>[5]</sup>

<sup>[4]</sup> El campo de velocidad turbulento se puede considerar compuesto por remolinos de diversos tamaños. Generalmente, la energía es introducida por mecanismos asociados al campo macroscópico, para posteriormente, ser ésta transferida y disipada paulatinamente en escalas cada vez más pequeñas. Fue Kolmogorov en 1941 (*Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence*) quien postuló su teoría de la cascada de energía, merced a la cual se explica que los remolinos de mayor tamaño transfieren su energía hacia aquellos de escalas inferiores. Ocurre que en las escalas macroscópicas e intermedias, la relación entre la energía específica por unidad de tiempo almacenada en los torbellinos y la energía específica disipada resulta ser del orden del número de Reynolds de la escala correspondiente. Esto quiere decir que la disipación es despreciable frente al transporte y transferencia de energía por cascada de energía hacia las subsiguientes escalas reducidas. Sin embargo, se alcanza una escala para la cual la disipación y la energía almacenada en los torbellinos presentan el mismo orden de magnitud, alcanzándose un valor unitario para el número de Reynolds característico de esas escalas microscópicas. Son las escalas más reducidas en las cuales la turbulencia se manifiesta en forma de remolinos y que se denominan habitualmente como *escalas de Kolmogorov*.



Por tanto, los remolinos de un determinado tamaño característico  $l$ , tienen asociado un determinado orden de magnitud de la velocidad  $v$ , de forma que el número de Reynolds genérico para dicha escala es:  $lv/\nu$ , siendo  $\nu$  la viscosidad cinemática. Para las escalas superiores, el número de Reynolds es elevado (sin ir más lejos, para la escala macroscópica es grande por definición) y por tanto, las acciones viscosas no presentan importancia.

Ahora bien, los torbellinos no pueden ir haciéndose cada vez más pequeños indefinidamente, por lo que debe haber un tamaño mínimo. Pues bien, ése es el tamaño de Kolmogorov, en el cual ya se postuló antes que el número de Reynolds vale la unidad.

Escala macroscópica:  $Re = LV/\nu \gg 1$  ; Escala de Kolmogorov:  $Re \sim 1 \Rightarrow l_K v_K \sim \nu$

En definitiva, en las escalas microscópicas, la energía es disipada a una tasa de valor  $\varepsilon$  (tasa de disipación turbulenta) para mantener el equilibrio. En las escalas intermedias, en las que la energía simplemente se transmite hacia las escalas inferiores, esa transmisión se efectúa a esa misma tasa  $\varepsilon$ . Además, ya que tales escalas medias se caracterizan únicamente por su tamaño y velocidad, Kolmogorov postuló que es posible expresar esa tasa de disipación en función de las longitudes y velocidades genéricas  $l$  y  $v$ . Así, gracias a una simple igualdad dimensional:  $\varepsilon \sim v^3/l \Rightarrow v \sim (\varepsilon l)^{1/3}$ . A partir de esta ley se pueden derivar fácilmente una serie de expresiones, con el objetivo final de conseguir una relación entre las escalas macroscópicas y de Kolmogorov. De esta forma:

$$\left. \begin{aligned} v_K l_K &= \nu \\ v_K &= (\varepsilon v)^{1/4} \\ v_K &= (\varepsilon l_K)^{1/3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_K &= (\varepsilon v)^{1/4} \\ l_K &= (v^3/\varepsilon)^{1/4} \end{aligned} \right\} \text{Y en definitiva: } \frac{L}{l_K} = Re^{3/4} ; \frac{V}{v_K} = Re^{1/4} ; \frac{T}{\tau_K} = Re^{1/2}$$



Por tanto, obviando –esto es, filtrando- las no estacionariedades asociadas a flujos turbulentos caóticos de pequeña escala, se consigue trabajar con un flujo a mayor escala que sigue siendo no estacionario y también aperiódico de canal a canal en un haz de álabes, pero que presenta la gran ventaja de ser determinista. Recuérdese que gracias a esa propiedad no estacionaria del flujo (y de característica eminentemente determinista) se consigue extraer o aportar energía al flujo que circula por el interior de una turbomáquina; y que ese marco no estacionario es el que caracteriza todo comportamiento (interacción, transporte y difusión de estelas) ligado a la velocidad de rotación de la máquina. Ahora bien, conseguir entonces la descripción del flujo determinista no estacionario en el entorno de una turbomáquina de varias etapas representa una dificultad extrema por la riqueza espectral que sigue manteniéndose en ese marco determinista. Dicha razón conduce a la necesidad de desarrollar modelos que a costa de una menor resolución, puedan ser utilizables en el diseño. El coste y el tiempo de ejecución de un determinado modelo, así como el coste de adquisición de datos empíricos con los que completar y contrastar dicho modelo empleado, deben ser abordables desde el punto de vista del diseño. Como es habitual, únicamente un compromiso entre la resolución del modelo y su coste de implementación puede garantizar un entorno de trabajo adecuado y factible.

La figura 5.5 muestra una serie de modelos matemáticos que pueden ser utilizados para simular el flujo en el interior de una turbomáquina. Aparecen por orden decreciente a su resolución, yendo desde el modelo de simulación directa (DNS), en el que aparte de las propiedades físicas y termodinámicas del fluido, no se requiere información adicional, hasta el modelo axisimétrico, un modelo unidimensional completado con correlaciones empíricas. A medio camino de ambos extremos, se sitúan tres modelos de ecuaciones que componen el marco de referencia para el estudio del flujo determinista en el interior de cualquier turbomáquina. En realidad, es el conjunto de esos tres modelos de ecuaciones, los que configuran el modelo de Adamczyk.

### 5.3.2.- Modelo de tensiones deterministas.

Existen dos modelos que permiten resolver el flujo no estacionario determinista en el interior de una turbomáquina. Uno de ellos simula directamente el flujo determinista no estacionario a través de la resolución de las ecuaciones URANS (ecuaciones del promedio de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes en un esquema no estacionario); mientras que el otro emplea en un entorno estacionario las ecuaciones promediadas de acuerdo a la técnica del modelo de Adamczyk. Obviamente, ambas soluciones están explicando una misma realidad física, por lo que dichas soluciones deben ser homogéneas entre sí. Esta es una idea importante (sobre la que se volverá más adelante) que permitirá, sin necesidad de desarrollar el código, el poder identificar, a partir de la solución URANS, la distribución de las tensiones deterministas en el seno de una turbomáquina.

[5] Para altos números de Reynolds ( $\sim 10^6$ ), se pueden obtener aproximaciones de  $\delta$ ,  $v$ ,  $\varepsilon$  en función de  $P$ ,  $V$  y  $T$  (siendo  $P$ , el denominado “pitch”, o ancho de canal entre álabes y  $N$  el número de álabes de la corona en estudio), para calcularse a continuación  $l_K$ ,  $v_K$  y  $\tau_K$ , obteniéndose aproximadamente que:

$$\frac{NP}{l_K} \approx 32000 \quad ; \quad \frac{V}{v_K} \approx 32 \quad ; \quad \frac{(NP/V)}{\tau_K} \approx 1000$$

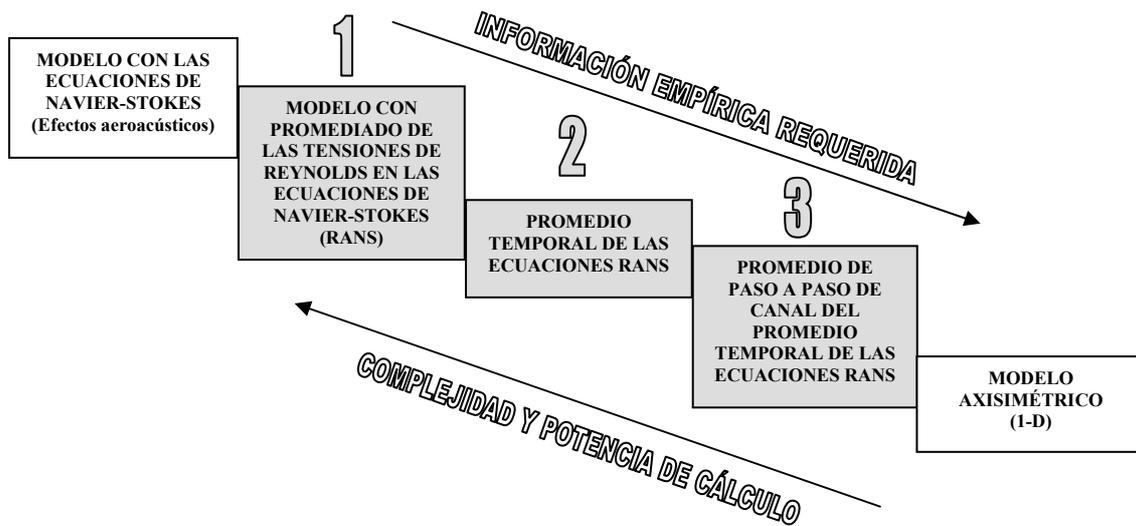


Fig. 5.5. Esquema de los matemáticos utilizados para simular flujos en turbomáquinas.

Por tanto, el modelo completo para la simulación del flujo no estacionario determinista se compone de una construcción de tres promedios sucesivos, cuyo punto de partida son las ecuaciones de Navier-Stokes expresadas en coordenadas cilíndricas respecto de un marco de referencia inercial. Como es sabido, a grandes números de Reynolds, estas ecuaciones están asociadas a un flujo en régimen turbulento, lo cual no deja de ser un impedimento, pues lo realmente interesante es la obtención de la descripción promediada temporalmente del flujo dentro de los canales de paso entre los álabes de una fila de una etapa de la turbomáquina.

A continuación, se desarrolla un complejo sistema de ecuaciones basándose en tres promedios consecutivos o filtrados de características temporales de las variables del flujo en base a períodos temporales característicos de giro de la máquina y del paso de álabes en cada etapa, para desacoplar el efecto de cada rotor y cada estator sobre el campo de flujo total. Tomando las ecuaciones de Navier-Stokes, se procede a realizar tres promedios consecutivos: “ensemble-average” (para filtrar la parte estocástica o turbulenta de las variables –lo que Adamczyk denominó parte no determinista), “time-average” (promediando al paso de álabes del rodete o estator que se esté analizando) y un final “passage-to-passage average” que elimina los efectos de las filas de álabes adyacentes, filtrando para el período de paso de álabes de dichas señales.

#### 5.3.2.1.- Ensemble average.

El primer promedio permite eliminar o filtrar todas las escalas temporales que no estén relacionadas con el período de giro de la máquina. Este primer paso se consigue realizando un promedio de reducción (ensemble) de un importante número de muestras temporales, cada una de ellas de una longitud igual al período de rotación de la turbomáquina. Es decir, se toman los valores de las variables fluidodinámicas en el interior de la máquina y se reducen a la media de ellas a una única vuelta. La aplicación de esta técnica de filtrado a las ecuaciones del flujo da como resultado las ya familiares ecuaciones RANS o ecuaciones de Navier-Stokes promediadas según Reynolds. Estas ecuaciones promediadas gobiernan el flujo no estacionario determinista cuyo período



característico es, por construcción, igual al período de rotación del rotor. Es importante darse cuenta de que todos aquellos fenómenos no estacionarios cuyas frecuencias no están relacionadas con la de giro de la máquina (o múltiplos de ésta en función del número de álabes de los haces fijos y móviles) ya no quedan recogidos por este primer sistema de ecuaciones. Sin embargo, debido a la no linealidad de las ecuaciones de Navier Stokes, el efecto de las estructuras del flujo turbulento en la estructura del marco promedio temporal no puede ser completamente eliminado a través de una simple operación de filtrado. En realidad, esas estructuras de tiempos característicos de un orden inferior al del giro de la máquina, dejan su firma mediante una serie de correlaciones denominadas tensiones de Reynolds, que deben ser introducidas en las ecuaciones promediadas. Estas tensiones son una medida directa del transporte de cantidad de movimiento de las estructuras caóticas del flujo a través de la estructura del flujo promediado temporalmente.

$$\bar{f}^e = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M f(r, \theta, z, \tau) \quad ; \quad \tau = t + \frac{2\pi}{\omega}(m-1); t_1 \leq t \leq T + t_1 \quad (5.10)$$

El tiempo  $t$  se define como un instante dentro de un ciclo de rotación del rotor de la máquina,  $\omega$  es la velocidad de giro y  $\tau$  es el instante total correspondiente al tiempo  $t$  dentro del ciclo  $m$ -ésimo del número total de ciclos  $M$  sobre los cuales se va a promediar. La descomposición de una señal temporal  $f$  será entonces:

$$f(r, \theta, z, \tau) = \bar{f}^e(r, \theta, z, t) + f'(r, \theta, z, \tau)$$

O lo que es igual, gráficamente:

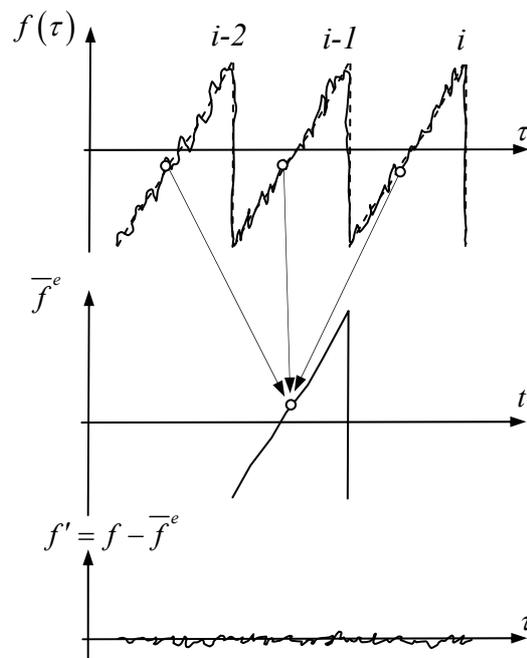


Fig. 5.6. Ensemble average.



El campo promediado  $\bar{f}^e$  se denomina campo determinista no estacionario, puesto que las variaciones caóticas del flujo han sido filtradas y eliminadas de su estructura global, y servirá de punto de partida para construir el siguiente promedio que ha de plantearse.

### 5.3.2.2.- Time average.

El segundo paso consiste en eliminar, o más correctamente, filtrar las estructuras no estacionarias del flujo que se encuentran presentes en dicho campo no estacionario determinista. En este caso se filtran las estructuras de flujo no estacionarias, cuyas fluctuaciones son debidas a las frecuencias regulares del paso de los álabes. Un matiz muy importante a considerar es que este filtrado se puede plantear bien respecto al marco de referencia absoluto o estacionario o bien respecto al marco de referencia relativo o del rotor de la máquina. **Por tanto, en realidad cabe pensar que se tienen dos flujos promedio del campo determinista: uno respecto al haz de álabes fijos (estator) y otro con respecto al haz de álabes móviles (rotor).** El proceso conlleva entonces promediar el campo no estacionario determinista a una vuelta de rotación de la máquina tanto respecto de la referencia fija como respecto de la referencia móvil. Los álabes que se están moviendo respecto al marco de referencia que se esté considerando quedan ocultos merced a la construcción de esta técnica de promedio, mientras que los otros, que son estacionarios en dicho marco referencial, permanecen visibles. Aplicando estas operaciones de filtrado sobre las ecuaciones que describen el flujo no estacionario determinista, aparecen una serie de expresiones matemáticas a través de las cuales se establece que el flujo no determinista pueda influenciar las estructuras del flujo promediado temporalmente. Estas expresiones son en concreto una fuerza másica y una fuente de energía, así como unas tensiones (denominadas deterministas) que aparecen en la misma forma matemática en que lo hacían previamente las tensiones de Reynolds. Las fuerzas másicas (y las fuentes de energía –en caso de que se contemple la ecuación de la energía en el modelo-) están íntimamente relacionadas con la carga aerodinámica que actúa en la fila de álabes que se están moviendo con respecto al marco de referencia considerado. Respecto a las tensiones deterministas, éstas quedan asociadas al transporte de momento de las estructuras deterministas no estacionarias a través de la estructura del flujo promediado temporalmente.

$$\bar{f}' = \frac{1}{T\lambda} \int_0^T H_G(r, \theta, z, t) \cdot \bar{f}^e(r, \theta, z, t) dt \quad ; \quad \lambda \equiv \frac{1}{T} \int_0^T H_G(r, \theta, z, t) dt \quad (5.11)$$

El operador a aplicar se define como una integral a lo largo del tiempo del producto de la variable  $f$  y una función temporal  $H_G$ , la cual permite discriminar a lo largo del tiempo, las posiciones en las que recae un álabe de aquellas en las que no lo hace. Para cada haz de álabes que se encuentran en rotación con respecto al marco de referencia elegido (el de la fila de álabes en estudio), se define por tanto una función temporal que está compuesta por un número finito (tantas como álabes se tengan) de funciones escalón. En el marco absoluto, la función temporal para un rotor de  $N$  álabes se define como:



$$H_G(t) = U(t - t_{ref}) + \sum_{n=0}^{K_p(N-1)} U \left[ t - t_{ref} - \left( \theta_i + \theta_2 + \frac{2\pi n}{N} - \theta \right) \frac{1}{\omega} \right] - \sum_{n=0}^{K_p(N-1)} U \left[ t - t_{ref} - \left( \theta_i + \theta_1 + \frac{2\pi n}{N} - \theta \right) \frac{1}{\omega} \right]$$

donde  $U$  es la función escalón unitario,  $\omega$  es la velocidad de rotación del rotor,  $\theta$  es la posición angular,  $n$  un entero,  $K_p$  es el número de vueltas del rotor sobre las cuales se define  $H_G$ ,  $t$  es el tiempo y  $t_{ref}$  es el instante inicial de referencia del análisis. La variable  $\theta_i$  fija la posición central de cada álabe y  $\theta_1$  y  $\theta_2$  marcan las posiciones circunferenciales de las caras de succión y presión del álabe con relación a la posición del álabe. El valor de esta función es 1 para cualquier punto que se encuentra en zonas de flujo, mientras que se anula para los puntos que en ese instante se encuentran en la posición que está siendo barrida por el álabe.

La construcción matemática de esta función temporal escalón se obtiene de la siguiente forma. Supóngase la posición inicial en el instante de referencia para un álabe con respecto a un punto P tal y como se muestra en la figura:

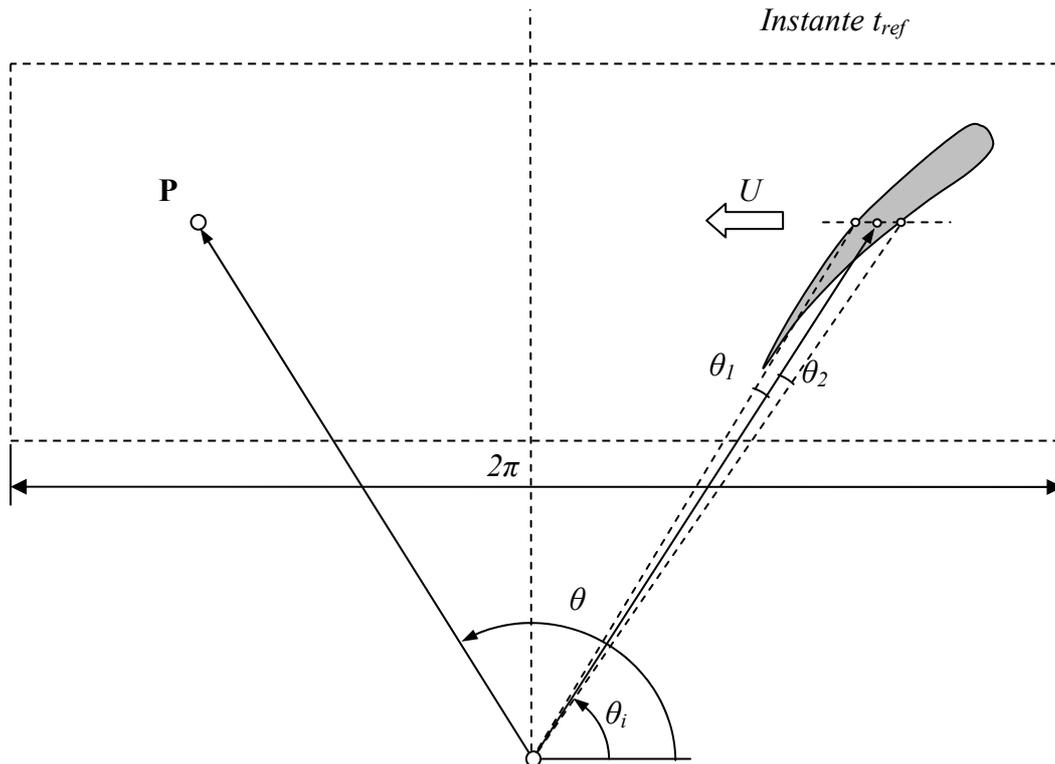


Fig. 5.7. Posición relativa de un álabe con respecto a un punto en el instante  $t_{ref}$ .

El álabe se va desplazando en función de su velocidad de rotación, llegando un momento dentro del período de rotación en el que pasará sobre el punto P. En esos instantes en que el punto P se encuentra dentro de la superficie del álabe, la función escalón debe anularse. Por tanto, representado gráficamente:

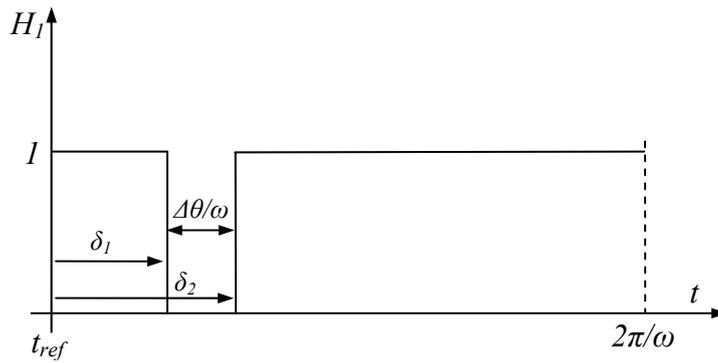


Fig. 5.8. Función escalón unitario para un álabe.

Esta función se construye como suma y resta de tres funciones escalón que se encuentren desfasadas respectivamente unas cantidades  $\delta_1$  y  $\delta_2$ . En concreto:

$$H_1(t) = U_1 - U_2 + U_3 = U(t - t_{ref}) - U(t - t_{ref} - \delta_1) + U(t - t_{ref} - \delta_2)$$

Los valores  $\delta_1$  y  $\delta_2$  dependen de las posiciones iniciales del punto de estudio y del movimiento del álabe. En la figura puede verse fácilmente que:

$$\delta_1 = \frac{\theta_i + \theta_1 - \theta}{\omega} \quad ; \quad \delta_2 = \frac{\theta_i + \theta_2 - \theta}{\omega}$$

Por tanto; 
$$H_1(t) = U(t - t_{ref}) - U\left(t - t_{ref} - (\theta_i + \theta_1 - \theta) \frac{1}{\omega}\right) + U\left(t - t_{ref} - (\theta_i + \theta_2 - \theta) \frac{1}{\omega}\right)$$

Lógicamente, la presencia de más de un álabe obliga a añadir tantas funciones  $H_i(t)$  como álaves tenga el rotor. Ahora bien, el álabe consecutivo presentará la misma función, aunque retrasada una cantidad igual a  $2\pi/N$ ; del mismo modo, el segundo álabe consecutivo presentará la misma función pero retrasada esta vez una cantidad  $2\pi/N \times 2$ , continuando este razonamiento para el álabe  $N$ , el cual estará retrasado según el valor  $2\pi/N \times (N-1)$ . Considerándose todo esto, se puede obtener la expresión general para la función escalón  $H_G(t)$  tal y como ya se había explicitado anteriormente.

La duración de tiempo en la cual la función  $H_G(t)$  tiene valor unitario para una vuelta de rotor, se puede calcular gráficamente con cierta facilidad, en función del número de álaves del rotor y del espesor local de los álaves. Observando la figura 5.8, se deduce que:

$$T_B = \frac{2\pi}{\omega} - \frac{\Delta\theta \cdot N}{\omega}$$

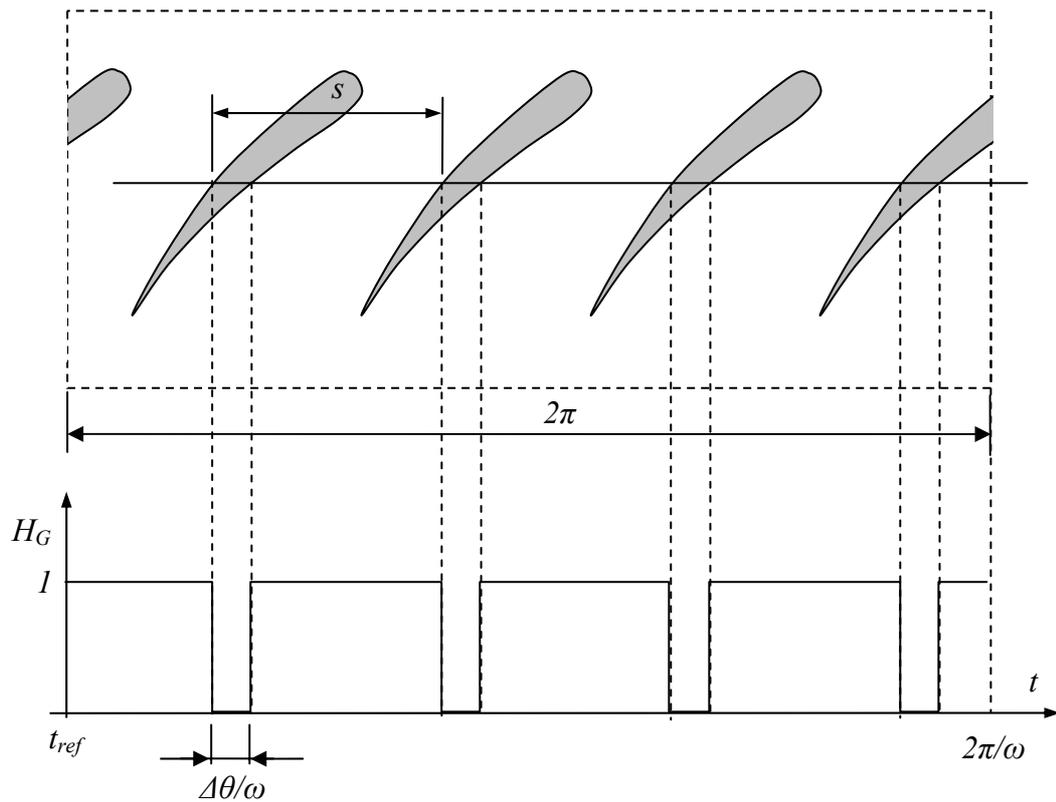


Fig. 5.9. Función escalón sobre rotor de  $N$  álabes.

El cociente entre ese intervalo  $T_B$  y el periodo de rotación de la máquina, define la medida del bloqueo debido a la solidez del haz de álabes en estudio. Este bloqueo queda definido por tanto mediante el parámetro  $\lambda_R$  cuyo valor es 1 fuera del volumen que es barrido por los álabes, y de valor

$$\lambda_R = 1 - \frac{\Delta\theta \cdot N}{2\pi}$$

en la zona de los álabes del rotor. Nótese cómo se llega a esta misma expresión planteando el promedio a una vuelta de la función escalón global  $H_G$ :

$$\lambda = \frac{1}{T} \int_0^T H_G dt = \frac{1}{T} \left[ N \frac{s - \Delta\theta}{\omega} \right] = \frac{\omega}{2\pi} \left[ \frac{N \cdot s - N \cdot \Delta\theta}{\omega} \right] = \frac{1}{2\pi} [2\pi - N \cdot \Delta\theta] = 1 - \frac{N \cdot \Delta\theta}{2\pi}$$

puesto que el producto del *pitch* ( $s$ ) por el número de álabes es igual a toda la longitud circunferencial del radio considerado.



### 5.3.2.3.- Passage-to-passage average.

La filosofía que subyace en la presencia de este tercer promedio es la de considerar los efectos asociados a las distorsiones espaciales en la dirección tangencial (distorsiones circunferenciales) con respecto a escalas longitudinales que no están relacionadas (por multiplicidad directa) con la longitud de ancho del canal del haz de álabes de interés. En realidad, estos efectos se manifiestan por los cambios en el patrón de flujo del haz como consecuencia del “indexado” o retraso del paso de coronas de álabes que están en el mismo marco de referencia pero con diferente frecuencia de paso de álabe.

La existencia de una discrepancia o desfase en la frecuencia de paso es la responsable de que se haga esta construcción en suma de series tan particular para poder resolver este nuevo promedio.

$$\bar{f}^{ap} = \frac{1}{\Lambda M} \sum_{m=0}^{M-1} G\left(r, \theta + \frac{2\pi m}{M}, z\right) \cdot \bar{f}^t\left(r, \theta + \frac{2\pi m}{M}, z\right) ;$$
$$\Lambda = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^L g_l(r, \theta, z) d\theta \quad G(r, \theta, z) = \prod_{l=1}^L g_l(r, \theta, z) \quad (5.12)$$

donde  $m$  es un entero y  $M$  es el número de álabes de estator. La variable  $G$  es una función que está compuesta por el producto de  $L$  funciones temporales  $g_l$  asignadas a cada corona de álabes en el marco de referencia estacionario del estator. El valor de cada función  $g_l$  se anula cuando se considera un punto por el que está pasando un álabe del estator  $l$ -ésimo en ese determinado instante. Finalmente, la variable  $\Lambda$  es una medida del bloqueo de los álabes del resto de coronas de la turbomáquina.

Lógicamente, este tercer promedio adquiere sentido cuando la turbomáquina en cuestión presenta dos o más etapas, en las que se tienen dos o más coronas móviles respecto al marco de referencia considerado, y además, con una relación no entera entre el número de álabes de dichas coronas.

### 5.3.2.4.- Características y otras propiedades de los promedios.

Hasta el momento se han definido una serie de operaciones matemáticas (promedios) a partir de una variable genérica  $f$  definida en todo el dominio de estudio. El verdadero propósito es el de aplicar estos promedios sucesivamente sobre las ecuaciones de Navier-Stokes, ecuaciones que como es bien sabido, presentan términos no lineales y operadores diferenciales. Por tanto, no basta con aplicar directamente esos filtros sobre las ecuaciones, sino que será necesario establecer relaciones entre los operadores algebraicos y diferenciales que se tengan en dichas ecuaciones y la propia definición del promedio.

A continuación se citan dichas relaciones para los tres promedios definidos. Su demostración se aleja del objetivo de este epígrafe, por lo que se recomienda al lector su consulta en las referencias (*Adamczyk, 1986*). Por tanto, se puede establecer que:



- Ensemble average

$$\frac{\overline{\partial f^e}}{\partial x_i} = \frac{\partial \overline{f^e}}{\partial x_i} \quad \text{Perfecta conmutación del operador con la diferenciación espacial.}$$

$$\frac{\overline{\partial f^e}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{f^e}}{\partial t} \quad \text{Perfecta conmutación del operador con la diferenciación temporal.}$$

- Time average

Conmutación con la derivada espacial:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\partial f^t}}{\partial r} = & \frac{1}{\lambda} \frac{\partial (\lambda \overline{f^t})}{\partial r} + \frac{N}{2\pi\lambda} \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ f \left( r, \theta, z, t_{ref} + \left( \theta_i + \theta_1 + \frac{2\pi(n+l)}{N} - \theta \right) \frac{1}{\omega} \right) \frac{\partial \theta_1}{\partial r} \right. \right. \\ & \left. \left. - f \left( r, \theta, z, t_{ref} + \left( \theta_i + \theta_2 + \frac{2\pi(n+l)}{N} - \theta \right) \frac{1}{\omega} \right) \frac{\partial \theta_2}{\partial r} \right] \right] \end{aligned}$$

Conmutación con la derivada temporal:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\partial f^t}}{\partial t} = & \frac{1}{\lambda} \frac{\partial (\lambda \overline{f^t})}{\partial t_1} + \frac{\omega N}{2\pi\lambda} \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ f \left( r, \theta, z, t_{ref} + \left( \theta_i + \theta_2 + \frac{2\pi(n+l)}{N} - \theta \right) \frac{1}{\omega} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - f \left( r, \theta, z, t_{ref} + \left( \theta_i + \theta_1 + \frac{2\pi(n+l)}{N} - \theta \right) \frac{1}{\omega} \right) \right] \right] \end{aligned}$$

- Passage-to-passage average

Conmutación con la derivada espacial:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\partial f^{ap}}}{\partial r} = & \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial (\Lambda \overline{f^{ap}})}{\partial r} \\ & - \frac{L}{2\pi\Lambda} \left[ \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[ f \left( r, \theta + \theta_3 + \frac{2\pi l}{L}, z, t_1 \right) \frac{\partial \theta_3}{\partial r} - f \left( r, \theta + \theta_4 + \frac{2\pi l}{L}, z, t_1 \right) \frac{\partial \theta_4}{\partial r} \right] \right. \\ & - \frac{L}{\pi\Lambda} \left[ \sum_{l=0}^{L-1} \left[ f \left( r, \theta + \theta_3 + \frac{2\pi l}{L}, z, t_1 \right) \frac{\partial \theta_3}{\partial r} \right] \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \cos kM \left( \theta_i - \theta - \theta_3 - \frac{2\pi l}{L} \right) \right] \right. \\ & \left. \left. + \frac{L}{\pi\Lambda} \left[ \sum_{l=0}^{L-1} \left[ f \left( r, \theta + \theta_4 + \frac{2\pi l}{L}, z, t_1 \right) \frac{\partial \theta_4}{\partial r} \right] \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \cos kM \left( \theta_i - \theta - \theta_4 - \frac{2\pi l}{L} \right) \right] \right] \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\overline{\partial f^{ap}}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{f^{ap}}}{\partial t} \quad \text{Perfecta conmutación del operador con la diferenciación temporal.}$$



### 5.3.3.- Ecuaciones del flujo en el modelo de tensiones deterministas.

Como ya se ha comentado con anterioridad, las ecuaciones para el modelo de tensiones deterministas se obtienen al ir promediando paulatinamente las ecuaciones de Navier-Stokes según los tres filtros definidos antes. A continuación se van a expresar la ecuación de continuidad y la componente tangencial o circunferencial de la ecuación del momento una vez se han ejecutado esos operadores. Dada su extensión, se ha omitido la demostración de cómo se obtienen estas ecuaciones.

#### 5.3.3.1.- Ecuación de continuidad.

Para un flujo no estacionario, incompresible, la ecuación de continuidad en coordenadas cilíndricas de forma compacta triplemente promediada se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial t_1}(r\lambda\Lambda\rho) + \frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\Lambda\rho\overline{\overline{\overline{V_r^{e^t}}}}^{ap}\right) + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\lambda\Lambda\rho\overline{\overline{\overline{V_\theta^{e^t}}}}^{ap}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(r\lambda\Lambda\rho\overline{\overline{\overline{V_z^{e^t}}}}^{ap}\right) = 0 \quad (5.13)$$

Obsérvese que presenta la misma forma algebraica que la ecuación de continuidad original, por lo que no se introduce ningún término extra a considerar a posteriori.

#### 5.3.3.2.- Componente circunferencial de la ecuación de cantidad de movimiento.

Nuevamente, a partir de Navier-Stokes, se promedia obteniéndose: (5.14)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t_1}\left(r\lambda\Lambda\rho\overline{\overline{\overline{V_\theta^{e^t}}}}^{ap}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\Lambda\rho\overline{\overline{\overline{V_r^{e^t}}}}^{ap}\overline{\overline{\overline{V_\theta^{e^t}}}}^{ap}\right) + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\lambda\Lambda\rho\overline{\overline{\overline{V_\theta^{e^t}}}}^{ap}\overline{\overline{\overline{V_\theta^{e^t}}}}^{ap}\right) \\ & + \frac{\partial}{\partial z}\left(r\lambda\Lambda\rho\overline{\overline{\overline{V_z^{e^t}}}}^{ap}\overline{\overline{\overline{V_\theta^{e^t}}}}^{ap}\right) = -\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\lambda\Lambda p\overline{\overline{\overline{V_\theta^{e^t}}}}^{ap}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\Lambda\tau_{r\theta}\overline{\overline{\overline{V_\theta^{e^t}}}}^{ap}\right) + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\lambda\Lambda\tau_{\theta\theta}\overline{\overline{\overline{V_\theta^{e^t}}}}^{ap}\right) \\ & + \frac{\partial}{\partial z}\left(r\lambda\Lambda\tau_{z\theta}\overline{\overline{\overline{V_\theta^{e^t}}}}^{ap}\right) + \lambda\Lambda\tau_{r\theta} + F_{IN(\theta)}^{(R)} + F_{V(\theta)}^{(R)} + F_{IN(\theta)}^{(S)} + F_{V(\theta)}^{(R)} \\ & + \lambda\Lambda\left(-\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_r^{e^t}}}}}\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_\theta^{e^t}}}}}\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_\theta^{e^t}}}}}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left[r\lambda\Lambda\left(-\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_r^{e^t}}}}}\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_\theta^{e^t}}}}}\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_\theta^{e^t}}}}}\right)\right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \theta}\left[\lambda\Lambda\left(-\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_\theta^{e^t}}}}}\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_\theta^{e^t}}}}}\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_\theta^{e^t}}}}}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[r\lambda\Lambda\left(-\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_z^{e^t}}}}}\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_\theta^{e^t}}}}}\overline{\overline{\overline{\widetilde{V_\theta^{e^t}}}}}\right)\right] \end{aligned}$$



donde aparecen unas fuerzas máscas en la dirección tangencial que están asociadas a la distribución de presión en las caras de succión y presión tanto de los álabes en rotación –  $F^{(R)}$ – como del resto de filas de álabes de estator –  $F^{(S)}$ – (caso de varias etapas). Para obtener esas expresiones se ha asumido que el transporte de momento a través de los contornos sólidos es nulo. De esta forma:

$$F_{IN(\theta)}^{(R)} = \frac{N}{2\pi} \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \bar{p}^t \left( t_{ref} + \left( \theta_i + \theta_2 + \frac{2\pi(n+l)}{N} - \theta \right) \frac{1}{\omega} \right) - \bar{p}^t \left( t_{ref} + \left( \theta_i + \theta_1 + \frac{2\pi(n+l)}{N} - \theta \right) \frac{1}{\omega} \right) \right] \right]$$

$$F_{V(\theta)}^{(R)} = \frac{N}{2\pi} \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \left[ r \frac{\partial \theta_2}{\partial r} \bar{\tau}_{r\theta} - \bar{\tau}_{\theta\theta} + r \frac{\partial \theta_2}{\partial z} \bar{\tau}_{z\theta} \right]_{t_{ref} + \left( \theta_i + \theta_2 + \frac{2\pi(n+l)}{N} - \theta \right) \frac{1}{\omega}} - \left[ r \frac{\partial \theta_1}{\partial r} \bar{\tau}_{r\theta} - \bar{\tau}_{\theta\theta} + r \frac{\partial \theta_1}{\partial z} \bar{\tau}_{z\theta} \right]_{t_{ref} + \left( \theta_i + \theta_1 + \frac{2\pi(n+l)}{N} - \theta \right) \frac{1}{\omega}} \right] \right]$$

$$F_{IN(\theta)}^{(S)} = \frac{1}{2\pi} \left[ \sum_{l=0}^{L-1} \left[ \bar{p}^{ap} \Big|_{\theta_i + \theta_3 + \frac{2\pi l}{L}} - \bar{p}^{ap} \Big|_{\theta_i + \theta_4 + \frac{2\pi l}{L}} \right] \right]$$

$$+ \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \left[ \bar{p}^{ap} \Big|_{\theta_i + \theta_3 + \frac{2\pi l}{L}} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \cos kM \left( \theta - \theta_i - \theta_3 - \frac{2\pi l}{L} \right) \right]$$

$$- \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \left[ \bar{p}^{ap} \Big|_{\theta_i + \theta_4 + \frac{2\pi l}{L}} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \cos kM \left( \theta - \theta_i - \theta_4 - \frac{2\pi l}{L} \right) \right]$$

$$F_{V(\theta)}^{(S)} = \frac{1}{2\pi} \left[ \sum_{l=0}^{L-1} \left[ \left( r \bar{\tau}_{r\theta}^{ap} \frac{\partial \theta_3}{\partial r} - \bar{\tau}_{\theta\theta}^{ap} + r \bar{\tau}_{z\theta}^{ap} \frac{\partial \theta_3}{\partial z} \right) \Big|_{\theta_i + \theta_3 + \frac{2\pi l}{L}} \right. \right]$$

$$\left. - \left( r \bar{\tau}_{r\theta}^{ap} \frac{\partial \theta_4}{\partial r} - \bar{\tau}_{\theta\theta}^{ap} + r \bar{\tau}_{z\theta}^{ap} \frac{\partial \theta_4}{\partial z} \right) \Big|_{\theta_i + \theta_4 + \frac{2\pi l}{L}} \right]$$

$$+ \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \left[ \left( r \bar{\tau}_{r\theta}^{ap} \frac{\partial \theta_3}{\partial r} - \bar{\tau}_{\theta\theta}^{ap} + r \bar{\tau}_{z\theta}^{ap} \frac{\partial \theta_3}{\partial z} \right) \Big|_{\theta_i + \theta_3 + \frac{2\pi l}{L}} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \cos kM \left( \theta - \theta_i - \theta_3 - \frac{2\pi l}{L} \right) \right]$$

$$- \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \left[ \left( r \bar{\tau}_{r\theta}^{ap} \frac{\partial \theta_4}{\partial r} - \bar{\tau}_{\theta\theta}^{ap} + r \bar{\tau}_{z\theta}^{ap} \frac{\partial \theta_4}{\partial z} \right) \Big|_{\theta_i + \theta_4 + \frac{2\pi l}{L}} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \cos kM \left( \theta - \theta_i - \theta_4 - \frac{2\pi l}{L} \right) \right]$$

Estas expresiones componen la forma promediada tanto temporal como canal a canal de la componente circunferencial de la ecuación de continuidad. Respecto a la



ecuación original se puede observar cómo en este caso sí que aparecen términos extras. En particular aparecen tres tipos de contribuciones diferentes:

- 1) Las funciones de bloqueo  $\lambda$  y  $\Lambda$ , asociadas a los álabes de los haces en estudio. Son bloqueos geométricos cuya finalidad es la de incluir en el modelo la influencia del espesor de dichos álabes.
- 2) Las fuerzas másicas asociadas a las caras de succión y presión de los álabes ( $\mathbf{F}_{IN}^{(R)}$ ,  $\mathbf{F}_V^{(R)}$ ,  $\mathbf{F}_{IN}^{(S)}$ ,  $\mathbf{F}_V^{(S)}$ ), tanto de carácter viscoso como puramente inercial. Aparecen como términos fuente de cantidad de movimiento y son responsables de la deflexión del flujo promedio básico al paso por la zona del dominio que consta con la presencia de dicha corona perturbadora.
- 3) El tensor de tensiones global, denominado comúnmente “Mixing Stress Tensor”, del cual en la ecuación de la componente circunferencial del momento aparecen sólo cuatro componentes asociadas a la dirección circunferencial  $\theta$ . De forma genérica, el tensor se expresaría de la siguiente forma:

$$R_{ij} = \underbrace{-\rho u_i u_j}_{(I)} \quad \underbrace{-\rho u_i u_j}_{(II)} \quad \underbrace{-\rho u_i u_j}_{(III)} \quad (5.15)$$

Los velocidades  $u_i$  y  $u_j$  pueden tomar el valor de la componente axial, circunferencial o radial de la velocidad ( $V_r$ ,  $V_\theta$ ,  $V_z$ ), conformándose de esta forma un tensor de tensiones 3x3 con 9 componentes. A su vez, cada sumando de dicho tensor se asocia con cada uno de los campos de flujo promediados. Así, el término (III) son las tradicionales tensiones de Reynolds, que introducen en las ecuaciones promediadas el transporte de cantidad de movimiento turbulento, siendo su origen la estructura de flujo no determinista. Del mismo modo, el término (II) introduce las tensiones deterministas que nacen de la estructura de flujo determinista no estacionaria, mientras que el término (I) tiene que ver con efectos aperiódicos por la presencia de varias etapas cuyo origen recae finalmente en la estructura de flujo aperiódica que ha sido doblemente promediada.

### 5.3.4.- Flujo no estacionario determinista.

Hasta aquí se ha planteado formalmente un modelo de ecuaciones para la resolución del flujo determinista en el interior de una turbomáquina. Como ya se ha apuntado anteriormente, la importancia de esta estructura del flujo es que recoge fielmente las frecuencias y los fenómenos de interacción asociados al paso de álabes de rotor o estator en función del marco de referencia que se esté considerando, y que por tanto, consigue aislar esos efectos singulares de otros fenómenos no estacionarios en el interior de los canales de los haces de álabes.



Así mismo, como también se mencionó en el anterior epígrafe, ya sea con un modelo de promediados temporales al que se le deben añadir términos de cierre, o sea con un modelo de simulación directa al nivel de las escalas de Kolmogorov, ambos procedimientos permiten resolver una misma realidad física. Esto quiere decir que bien utilizando el modelo de ecuaciones deterministas, o bien, por ejemplo, resolviendo una simulación U-RANS (ecuaciones “*Unsteady – Reynolds Average Navier-Stokes*”), la solución obtenida por ambos procedimientos ha de ser análoga. Esta característica permitiría por tanto, resolver el flujo en el interior de la turbomáquina con un modelo de ecuaciones y, a posteriori, utilizar la solución para identificar los términos asociados a estructuras del flujo que quedan caracterizadas por otros modelos alternativos al empleado para alcanzar la solución.

Por consiguiente, se procede a establecer un procedimiento de identificación de términos de cierre asociados al modelo determinista a partir de la resolución, mediante un modelo U-RANS con modelización de la turbulencia, del campo del flujo en el interior de una turbomáquina (figura 5.10).

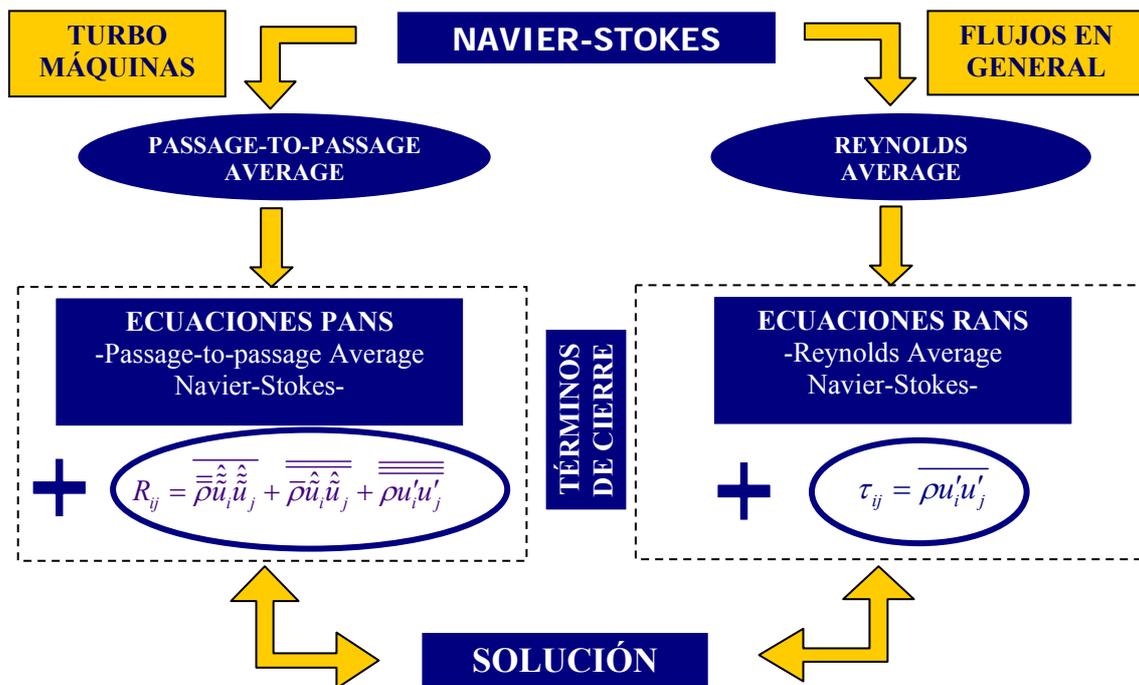


Fig. 5.10. Esquema de la metodología desarrollada.

En particular se va a desarrollar la metodología capaz de obtener las tensiones deterministas asociadas al flujo promediado temporalmente respecto al paso de álabe de rotor o estator, cuando es conocido el campo no estacionario promediado según Reynolds del flujo a lo largo de un giro completo de la máquina. En concreto, se desarrollará para el caso de turbomáquina de una única etapa, por lo que no será necesario realizar el promedio canal a canal (o *passage-to-passage*) en el procedimiento de identificación de tensiones deterministas. Además, dado que ya se parte de una simulación RANS, las tensiones de Reynolds ya son modelizadas a partir del modelo de cierre turbulento elegido para ese esquema, por lo que tan sólo se ha de trabajar sobre el



término determinista del “Mixing Stress Tensor” definido con anterioridad. Por tanto, el objetivo final es la obtención del término:

$$R_{ij}^{Det} = -\overline{\rho u_i u_j}^e \quad (5.16)$$

5.3.4.1.- Descomposición de la velocidad.

Sobre cualquier componente de la velocidad se puede plantear la siguiente descomposición, aplicable a partir de la definición del primer promedio (ensemble) [6]:

$$u_i(r, \theta, z, \tau) = \bar{u}_i^e(r, \theta, z, t) + u_i'(r, \theta, z, \tau) \quad (5.17)$$

Según esto, la velocidad queda conformada por dos términos: una parte determinista no estacionaria y otra parte completamente turbulenta. Si a continuación se le aplica el segundo promedio definido con anterioridad (time-average) se plantea:

$$u_i(r, \theta, z, \tau) = \overline{\bar{u}_i^e}^t(r, \theta, z) + \widetilde{\bar{u}_i^e}(r, \theta, z, t) + u_i'(r, \theta, z, \tau) \quad (5.18)$$

Lo que acaba de realizarse es el promedio de la parte determinista no estacionaria con respecto al paso de álabe de rotor o de estator. De esta forma, ese término no estacionario pasa a desglosarse en una contribución estacionaria más una contribución puramente temporal. La parte turbulenta ya segregada con anterioridad en el primer promedio no se ve afectada por esta nueva operación de filtrado pues su escala característica es de un orden de magnitud inferior al filtrado que se plantea con el “time-average”. La figura 5.11 proporciona una idea conceptual clara de la segregación que se acaba de plantear para una componente cualquiera de la velocidad.

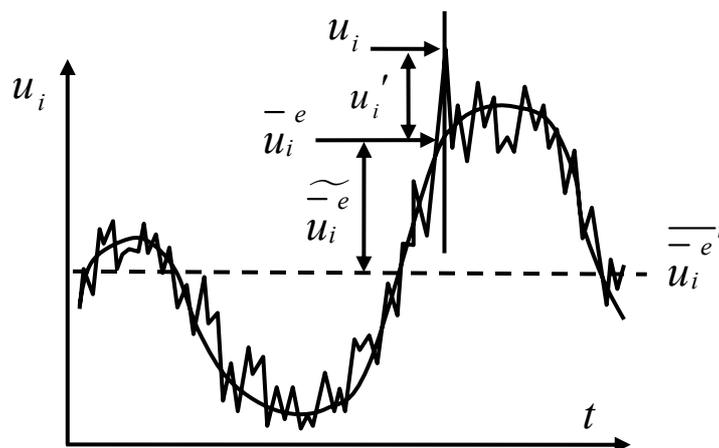


Fig. 5.11. Descomposición de la velocidad.

[6] Obsérvese que no es más que la descomposición que ya se había realizado en su momento sobre una variable genérica  $g$ .



### 5.3.4.2.- Cálculo del tensor de tensiones determinista.

La obtención del tensor de tensiones global –ecuación (5.16)-, para cada marco de referencia, se puede determinar entonces a partir de las siguientes construcciones:

#### **Pto. vista del estator (fija)**

El promedio *ensemble* elimina los efectos turbulentos del flujo, según  $\bar{u}_i^e(r, \theta, z, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i(r, \theta, z, \tau)$ , que necesita de la captura de varias repeticiones ( $N$ ) de cada fase de rotación, para construir adecuadamente el mapa promedio. A partir de aquí, el promedio *passage-average*, establece que:

$$\overline{\bar{u}_i^e}{}^{t(S)}(r, \theta, z) = \frac{1}{T_R} \int_0^{T_R} \bar{u}_i^e(r, \theta, z, t) \cdot dt \approx \frac{1}{N_R} \sum_{n=1}^{N_R} \bar{u}_i^e(r, \theta, z, \phi_n^R) \quad (5.19)$$

Por tanto, la parte de determinista no estacionaria se calcula como la diferencia entre (5.19) y  $\bar{u}_i^e(r, \theta, z, t)$ , y la construcción del tensor, será por tanto:

$$\begin{aligned} R_{ij}^{Det(S)} &= \frac{1}{T_R} \int_0^{T_R} \left( \bar{u}_i^e(r, \theta, z, t) - \overline{\bar{u}_i^e}{}^{t(S)}(r, \theta, z) \right) \cdot \left( \bar{u}_j^e(r, \theta, z, t) - \overline{\bar{u}_j^e}{}^{t(S)}(r, \theta, z) \right) \cdot dt \\ &\approx \frac{1}{N_R} \sum_{n=1}^{N_R} \left[ \bar{u}_i^e(r, \theta, z, \phi_n^R) - \overline{\bar{u}_i^e}{}^{t(S)}(r, \theta, z) \right] \cdot \left[ \bar{u}_j^e(r, \theta, z, \phi_n^R) - \overline{\bar{u}_j^e}{}^{t(S)}(r, \theta, z) \right] \end{aligned} \quad (5.20)$$

#### **Pto. vista del rotor (móvil)**

De forma análoga, el promedio *passage-average* establece que:

$$\overline{\bar{u}_i^e}{}^{t(R)}(r, \theta, z) = \frac{1}{T_S} \int_0^{T_S} \bar{u}_i^e(r, \theta, z, t) \cdot dt \approx \frac{1}{N_S} \sum_{n=1}^{N_S} \bar{u}_i^e(r, \theta, z, \phi_n^S) \quad (5.21)$$

En definitiva, la parte de determinista no estacionaria se calcula como la diferencia entre (5.21) y  $\bar{u}_i^e(r, \theta, z, t)$ . Por tanto, igual que antes:

$$\begin{aligned} R_{ij}^{Det(R)} &= \frac{1}{T_S} \int_0^{T_S} \left( \bar{u}_i^e(r, \theta, z, t) - \overline{\bar{u}_i^e}{}^{t(R)}(r, \theta, z) \right) \cdot \left( \bar{u}_j^e(r, \theta, z, t) - \overline{\bar{u}_j^e}{}^{t(R)}(r, \theta, z) \right) \cdot dt \\ &\approx \frac{1}{N_S} \sum_{n=1}^{N_S} \left[ \bar{u}_i^e(r, \theta, z, \phi_n^S) - \overline{\bar{u}_i^e}{}^{t(R)}(r, \theta, z) \right] \cdot \left[ \bar{u}_j^e(r, \theta, z, \phi_n^S) - \overline{\bar{u}_j^e}{}^{t(R)}(r, \theta, z) \right] \end{aligned} \quad (5.22)$$

Con estas construcciones se obtiene el tensor completo de tensiones en ambos marcos de referencia. Se puede profundizar algo más en el análisis, planteando ulteriores descomposiciones, tal y como se desarrolla en el siguiente apartado.



## 5.3.4.3.- Descomposición del término determinista no estacionario.

Una consideración muy importante a realizar es que este promedio cabe realizarse bien respecto al marco de referencia fijo del estator o bien respecto al marco de referencia móvil del rotor. En ambos casos, el campo de velocidades a considerar variará, y el período de filtrado será función de la frecuencia del paso de álabes que están en rotación con respecto al marco de referencia en estudio. De esta forma, en el marco de referencia absoluto, el período de filtrado depende de la frecuencia de paso de álabes del rotor, mientras que en el marco de referencia relativo, el período de filtrado depende de la frecuencia de paso de álabes del estator para el observador que viaja anclado en el rotor.

Se puede obtener una relación entre las variables en el dominio absoluto y relativo a partir de la ecuación (5.1)

$$\frac{\partial}{\partial t}_{ref\ fija} = \frac{\partial}{\partial t'}_{ref\ movil} - \omega \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (ec.escalar)$$

Recuérdese que la interpretación de esta ecuación nos muestra que si el flujo es estacionario en el estator (esto es,  $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$ ), entonces las no estacionariedades (las variaciones temporales) que se observan o que se sienten desde el punto del vista del rodete, se deben a los gradientes de la variable del flujo en la dirección circunferencial, es decir, son provocadas por los cambios circunferenciales de la variable. Por tanto, es fácil plantear que esos gradientes circunferenciales no son más que una diferencia entre el campo promedio y el axisimétrico (parte de la variable que no depende de la coordenada  $\theta$ ). Por tanto:  $\overline{u}^e(r, \theta, z) - u^{(AXI)}(r, z)$ . Ahora bien, dada la fuerte interacción rotor-estator, siempre existen no estacionariedades en el estator, así que habrá que incluir un término extra que recoja esas variaciones temporales. Así, finalmente, se puede concluir doblemente, en función del marco de referencia elegido, que:

$$\widetilde{u}_i^{e(S)}(r, \theta, z, t) = \underbrace{\left[ \overline{u}_i^{e(R)}(r, \theta - \omega t, z) - u_i^{(AXI)}(r, z) \right]}_{u^{m(R)}(r, \theta - \omega t, z)} + \hat{u}_i(r, \theta, z, t)$$

$$\widetilde{u}_i^{e(R)}(r, \theta - \omega t, z, t) = \underbrace{\left[ \overline{u}_i^{e(S)}(r, \theta, z) - u_i^{(AXI)}(r, z) \right]}_{u^{m(S)}(r, \theta, z)} + \hat{u}_i(r, \theta, z, t)$$

donde

$$u_i^{(AXI)} = \frac{1}{\lambda} \cdot \int_{\theta_0}^{\theta_0 + \frac{2\pi}{N}} H_G \cdot \overline{u}_i^e d\theta$$



En definitiva, el producto cruzado de las componentes de la velocidad determinista no estacionaria, se pueden a su vez dividir (tanto en el marco de referencia fijo como en el móvil) en dos partes, siendo una de naturaleza puramente espacial,  $u_i''$  y una segunda de naturaleza puramente temporal,  $\hat{u}_i$ . Sustituyendo esto en la expresión para el cálculo de las tensiones deterministas, se obtiene:

$$R_{ij}^{Det(S)} = -\overline{\rho(u_i'' + \hat{u}_i)(u_j'' + \hat{u}_j)}'$$

$$R_{ij}^{Det(R)} = -\overline{\rho(u_i''(S) + \hat{u}_i)(u_j''(S) + \hat{u}_j)}'$$

Y finalmente, desarrollando esos productos se llega a la expresión final:

$$R_{ij}^{Det(S)} = - \left[ \underbrace{\overline{\rho(u_i'' u_i'')}}_{(A)} + \underbrace{\overline{\rho(u_i'' \hat{u}_j)}}_{(B)} + \underbrace{\overline{\rho(\hat{u}_i u_j'')}}_{(C)} + \underbrace{\overline{\rho(\hat{u}_i \hat{u}_j)}}_{(D)} \right] \quad (5.23)$$

Se ha desglosado la contribución de las tensiones deterministas en 4 términos:

- (A) Corresponde con un término puramente espacial. Se le suele denominar la correlación espacial del tensor de tensiones, pues es completamente estacionaria y no depende de la posición relativa entre haces fijos y móviles a lo largo del tiempo.
- (B) y (C) Son correlaciones cruzadas que mezclan efectos temporales con características únicamente espaciales. Aparecen por duplicado en el tensor de tensiones.
- (D) Es la correlación puramente temporal.

En definitiva, las expresiones completamente desarrolladas para la obtención de los distintos términos del tensor determinista en función del campo de velocidad en la etapa de la turbomáquina son:

#### **Pto. de vista del estator (Referencia fija)**

(A) *Correlación espacial:*

$$R_{ij}^{S,Det(S)} = \rho \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} [\bar{u}_i^{(R)} - u_i^{(AXI)}] \cdot [\bar{u}_j^{(R)} - u_j^{(AXI)}] dt$$

(B),(C) *Correlación espacial-temporal:*

$$R_{ij}^{ST,Det(S)} = \rho \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} [\bar{u}_i^{(R)} - u_i^{(AXI)}] \cdot \left[ \bar{u}_j - \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} H_G \bar{u}_j dt - [\bar{u}_j^{(R)} - u_j^{(AXI)}] \right] dt .$$



(D) *Correlación temporal:*

$$R_{ij}^{T,Det(S)} = \rho \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} \left[ \bar{u}_i - \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} H_G \bar{u}_i dt - [\bar{u}_i^{(R)} - u_i^{(AXI)}] \right] \cdot \left[ \bar{u}_j - \frac{1}{\lambda_R T_R} \int_0^{T_R} H_G \bar{u}_j dt - [\bar{u}_j^{(R)} - u_j^{(AXI)}] \right] dt$$

**Pto. de vista del rotor (Referencia móvil)**

(A) *Correlación espacial:*

$$R_{ij}^{S,Det(R)} = \rho \frac{1}{\lambda_S T_S} \int_0^{T_S} [\bar{u}_i^{(S)} - u_i^{(AXI)}] \cdot [\bar{u}_j^{(S)} - u_j^{(AXI)}] dt$$

(B),(C) *Correlación espacial-temporal:*

$$R_{ij}^{ST,Det(R)} = \rho \frac{1}{\lambda_S T_S} \int_0^{T_S} [\bar{u}_i^{(S)} - u_i^{(AXI)}] \cdot \left[ \bar{u}_j - \frac{1}{\lambda_S T_S} \int_0^{T_S} H_G \bar{u}_j dt - [\bar{u}_j^{(S)} - u_j^{(AXI)}] \right] dt$$

(D) *Correlación temporal:*

$$R_{ij}^{T,Det(R)} = \rho \frac{1}{\lambda_S T_S} \int_0^{T_S} \left[ \bar{u}_i - \frac{1}{\lambda_S T_S} \int_0^{T_S} H_G \bar{u}_i dt - [\bar{u}_i^{(S)} - u_i^{(AXI)}] \right] \cdot \left[ \bar{u}_j - \frac{1}{\lambda_S T_S} \int_0^{T_S} H_G \bar{u}_j dt - [\bar{u}_j^{(S)} - u_j^{(AXI)}] \right] dt$$

Finalmente, se puede demostrar la siguiente identidad:

**Ref. absoluta (pto. de vista del estator)**

$$\bar{u}_i^{-e(S)} = \bar{u}_i^{\overline{e}^{t(S)}} + \hat{u}_i^{\widetilde{e}^{(S)}}$$

$$\bar{u}_i^{-e(S)} = \bar{u}_i^{\overline{e}^{t(S)}} + u_i^{n(R)} + \hat{u}_i$$

y como  $\bar{u}_i^{\overline{e}^{t(S)}} = u_i^{n(S)} + u_i^{(AXI)}$  entonces:

$$\bar{u}_i^{-e(S)} = \underbrace{u_i^{(AXI)}}_{(I)} + \underbrace{u_i^{n(R)}}_{(II)} + \underbrace{u_i^{n(S)}}_{(III)} + \underbrace{\hat{u}_i}_{(IV)}$$

**Ref. relativa (pto. de vista del rotor)**

$$\bar{u}_i^{-e(R)} = \bar{u}_i^{\overline{e}^{t(R)}} + \hat{u}_i^{\widetilde{e}^{(R)}}$$

$$\bar{u}_i^{-e(R)} = \bar{u}_i^{\overline{e}^{t(R)}} + u_i^{n(S)} + \hat{u}_i$$

y como  $\bar{u}_i^{\overline{e}^{t(R)}} = u_i^{n(R)} + u_i^{(AXI)}$  entonces:

$$\bar{u}_i^{-e(R)} = \underbrace{u_i^{(AXI)}}_{(I)} + \underbrace{u_i^{n(R)}}_{(II)} + \underbrace{u_i^{n(S)}}_{(III)} + \underbrace{\hat{u}_i}_{(IV)}$$

A la vista de esto, el flujo determinista contiene cuatro partes –tanto se analice la referencia relativa como la absoluta-. La parte (I) es el flujo axisimétrico común tanto desde el punto de vista del rotor como del estator. Las partes (II) y (III) son dos campos de fluctuación espacial referidos respectivamente al marco de referencia del rotor y del estator. Como ya se ha indicado, provienen de la diferencia entre el campo axisimétrico previo y el campo determinista promediado temporalmente tanto para el punto de vista



del rotor como del estator. Finalmente, eliminando esas tres componentes previas de la solución del flujo dependiente del tiempo se obtiene el cuarto término, (IV), que recoge una fluctuación puramente no estacionaria.

En el caso de turbomáquinas con varias etapas, habría que completar el análisis con las componentes del tensor de tensiones relacionadas al promedio *passage-to-passage*. No es el propósito de este epígrafe continuar con la identificación de dichos términos, por cuanto su campo de aplicación surge para turbomáquinas de dos o más etapas. De hecho, aunque se ha trabajado en profundidad sobre la modelización de las tensiones deterministas por diversos autores, aún no se han desarrollado modelos que caractericen los efectos de indexado de coronas de álabes desfasadas respecto al paso de álabe en el mismo marco de referencia de estudio, más allá de simples estimaciones y análisis de tendencias.

#### 5.4.- FENÓMENOS FÍSICOS ASOCIADOS AL TRANSPORTE DEL FLUJO NO ESTACIONARIO DETERMINISTA

Tal y como se ha recogido en el esquema de la figura 5.1, el principal mecanismo responsable de la interacción entre haces se debe a la existencia de una variación circunferencial de la presión total entre haces, causada por la cascada aguas abajo, y que impone una respuesta forzada a la salida de la primera corona. Para el estudio de este fenómeno de origen potencial, ligado íntimamente al desplazamiento relativo de los álabes, ya se ha presentado el modelo de tensiones deterministas como una herramienta adecuada para su análisis. Pero existe otra importante fuente de no estacionariedad, ligada también a la frecuencia de paso de álabes, que está asociada a la generación de estelas y sobre todo a su paso a través de las coronas posteriores de la máquina. Como se verá a continuación, debido a esa relación con la velocidad de giro, también es posible aplicar el concepto de flujo determinista no estacionario para observar la evolución en la difusión y disipación viscosa de tales estelas, asociando el transporte de este tipo de flujo con ciertos fenómenos secundarios tridimensionales.

Dentro de los efectos no estacionarios analizables a partir del modelo de tensiones deterministas, se pueden encontrar:

- Redistribución radial y circunferencial del momento y la entalpía.
- Transporte y difusión de estelas. A su vez, éstos se pueden dividir en:
  - Disipación viscosa (*wake mixing loss*).
  - Transporte convectivo (*wake transport*).
  - Recuperación energética (*wake recovery*).

Tradicionalmente, la difusión de estelas se ha estudiado mediante el clásico mecanismo de disipación viscosa. Según este modelo, a la salida de una corona de álabes, una vez se han establecido las estelas, éstas inician un proceso de mezcla que se completa aguas abajo hasta formalizar un perfil uniforme de velocidad. Mediante el empleo de volúmenes de control, se puede relacionar la pérdida de presión total asociada a este fenómeno con el desplazamiento del espesor de la capa límite (*Rose, 2002*). Esto es,



$$\frac{\Delta P_0}{1/2 \rho U^2} = \frac{2\theta}{s \cdot \cos \beta_2}, \text{ siendo } \theta = \int_0^\infty \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

donde aparece el *pitch* de la corona ( $s$ ) y el ángulo relativo del flujo a la salida de la misma ( $\beta_2$ ).

Cuando la estela es transportada por el flujo a través de una segunda fila de álabes aguas abajo, este sencillo análisis pierde validez, siendo necesario replantear el enfoque con el objetivo de considerar las siguientes características:

- Troceado de estelas (*chopping effect*). Las estelas son literalmente seccionadas o troceadas por la cascada de álabes posteriores. Al ser cortadas, se van generando sub-estelas más pequeñas que van contribuyendo al mezclado final del flujo.
- El déficit de velocidad en las estelas propicia la formación de una velocidad de arrastre contra la cara de presión de los álabes, lo cual implica una redistribución circunferencial del momento y del mapa de temperaturas en una máquina térmica. Es el fenómeno de generación de *hot-spots*, introducida por Kerrebrock y Mikolajczak y ya descrito en el capítulo 2.
- Redistribución radial y circunferencial del momento.
- Atenuación (o amplificación) de las estelas provenientes del rodete mediante mecanismos no viscosos, basados en la cinemática global de las estelas al paso por los canales. Este fenómeno conlleva una disminución de las velocidades en las estelas que se traduce en una recuperación de la presión y en cierto incremento de las prestaciones de la etapa.

#### 5.4.1.- Redistribución radial y circunferencial del momento.

Para relacionar este fenómeno con las tensiones deterministas se ha de partir de la ecuación del momento en forma conservativa, considerando flujo determinista, adiabático y no viscoso. Centrándose en la componente radial, se puede establecer que:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V_r) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \cdot V_r) = -\frac{\partial p}{\partial r}$$

Promediando dicha ecuación respecto del tiempo (ensemble-average) y empleando a continuación las propiedades básicas de los promedios, es relativamente sencillo poder postular que:

$$\nabla \cdot \left( \rho \overline{\vec{V}_r \cdot \vec{V}} \right) = -\nabla \cdot \underbrace{\left( \rho \overline{\vec{V}_r \cdot \vec{V}} \right)}_{\text{Tensor de tensiones deterministas (3 tensiones)}} - \overline{\frac{\partial p}{\partial r}} \quad (5.24)$$

En la cara de succión de los álabes, donde se desarrolla una mayor capa límite, no se cumple exactamente el equilibrio radial,  $\left( \frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{V_\theta^2}{r} \right)$ , debido a la presencia de las estelas, sobre las que se tiene un pequeño valor de  $V_\theta$ , que no es capaz de compensar



el gradiente de presión en la dirección radial. De esta forma, en el estator aparece una componente radial de la velocidad en dirección descendente a lo largo de la envergadura (de punta a cubo). Por el contrario, en el rotor, la descomposición de la velocidad en sus componentes relativa y de arrastre lleva a formular para un álabe de rotor que:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{U^2}{r} + \underbrace{\frac{W_\theta^2}{r}}_{\substack{\text{en la capa límite } W_\theta \\ \text{es muy pequeña}}} - \frac{2UW_\theta}{r}$$

No pudiendo compensarse las fuerzas centrífugas con los incrementos de presión; en este caso, la velocidad radial secundaria tiene una dirección ascendente a lo largo del *span* de los álabes en la zona de espesor de capa límite, como se aprecia en la figura 5.12. La trayectoria implica por continuidad, la existencia de un retorno del flujo secundario por la zona central del canal, de forma que en el seno de las estelas se tiene un gradiente de la velocidad radial según dicha dirección radial  $\frac{\partial V_r}{\partial r}$ , de signo opuesto bien se considere el cubo, bien la punta.

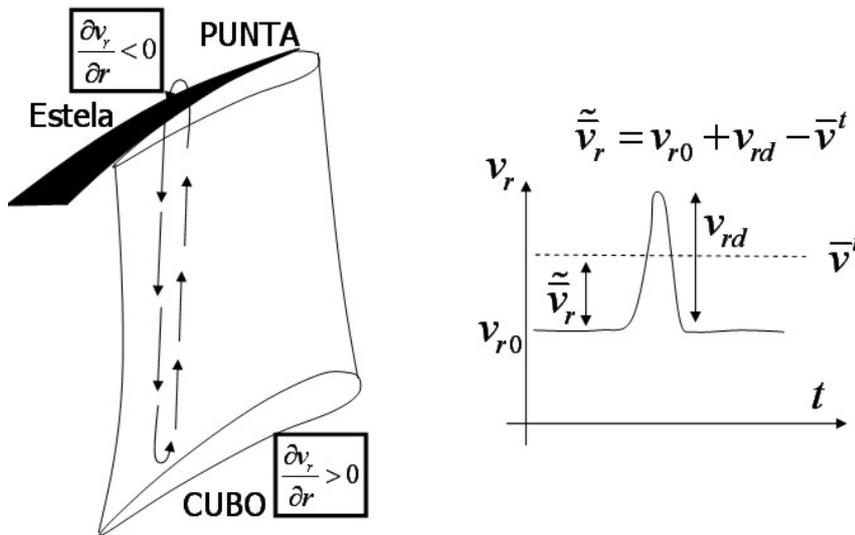


Fig. 5.12. Análisis determinista de la redistribución radial del momento.

La aparición de ese flujo radial en la zona de capa límite se puede expresar como un exceso de velocidad radial ( $V_{rd}$ ), planteándose la relación de la figura 5.12. En dicha expresión aparecen el valor promediado en el tiempo, así como un valor “estático”, asociado al campo medio ( $V_{r0}$ ), que al ser introducidos en la ecuación (5.24) se anulan merced a las propiedades de los promedios. En definitiva, se expresa que:

$$\nabla \cdot \left( \rho \overline{\overline{V_r}} \cdot \overline{\overline{V}} \right) = - \underbrace{\nabla \cdot \left( \rho \overline{V_{rd}} \cdot \overline{\overline{V}} \right)^t}_{\substack{\text{Tensor de tensiones} \\ \text{deterministas (3 tensiones)}}} - \frac{\partial p}{\partial r}$$



El término de tensiones deterministas, incluye ahora el exceso de velocidad radial, así como el vector velocidad determinista no estacionario. Recordando lo discutido en el apartado 5.3.4.3, esa velocidad puede dividirse en dos componentes: una no axisimétrica de carácter estacionario, y otra puramente temporal que refleja la interacción entre rotor y estator. Por tanto:

$$\nabla \cdot \left( \rho \bar{\bar{V}}_r \cdot \bar{\bar{V}} \right) = \underbrace{-\nabla \cdot \left( \rho V_{rd} \cdot \bar{\bar{V}}^n \right)^t}_{(1) \text{ Parte no axisimétrica}} - \underbrace{\nabla \cdot \left( \rho V_{rd} \cdot \hat{\bar{V}} \right)^t}_{(2) \text{ Interacción estelas rotor-estator}} - \frac{\partial p}{\partial r}$$

Lejos de la superficie del álabe domina el término de la parte no axisimétrica, mientras que en la capa límite, próxima a la superficie del álabe, ambos términos (1) y (2) tienen igual contribución. Cuando además de estar en zonas lejanas al álabe, el flujo transita próximo bien al cubo bien a la punta (*endwalls*), el término principal de la divergencia es la variación perpendicular a dichas superficies; esto es, la variación radial, al ser cubo y punta envolventes cilíndricas. Entonces:

$$\nabla \cdot \left( \rho \bar{\bar{V}}_r \cdot \bar{\bar{V}} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \rho V_{rd} \cdot V_r^n \right)^t - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (5.25)$$

donde también se ha considerado por analogía con la teoría de capa límite, que al estar situados en la capa límite de las *endwalls*, el término de presión puede obviarse.

La derivada radial de ese producto de velocidades cambia, según se considere la zona del cubo o de la punta. De hecho, el exceso de velocidad radial es siempre un valor intrínsecamente positivo ( $V_{rd} > 0$ ) por lo que el signo de dicha parcial dependerá de la evolución radial de la velocidad (figura 5.12), así que:

- En la zona de punta:  $\frac{\partial V_r}{\partial r} < 0$ . Término negativo. → Fuente de momento.
- En la zona de cubo:  $\frac{\partial V_r}{\partial r} > 0$ . Término positivo. → Sumidero de momento.

Por tanto, la fuente y el sumidero formados por la derivada radial de la parte del tensor determinista asociado al flujo determinista no estacionario generan una redistribución del momento promediado en el marco de referencia del estator

$\nabla \cdot \left( \rho \bar{\bar{V}}_r \cdot \bar{\bar{V}} \right)$ , a lo largo de la envergadura radial del álabe (sic).

Mediante razonamientos similares también se demuestra que la variación del término no estacionario y determinista es responsable de la redistribución circunferencial del momento (función del espesor de capa límite). Para obtener dicha conclusión, debe estudiarse un volumen de control asociado al espesor de capa límite en un plano circunferencial (*Adamczyk, 2000*).



### 5.4.2.- Transporte y difusión de estelas.

En este apartado se mostrarán brevemente las características del comportamiento de las estelas que pueden relacionarse con el flujo determinista no estacionario. Dado que se ha supuesto de partida la hipótesis de no injerencia entre la fenomenología esencialmente turbulenta y la no estacionariedad a frecuencia de paso de álabe (apartado 5.1), se inicia el estudio de las mismas desde un prisma no viscoso. Se verá un modelo clásico de partida para el transporte convectivo de estelas, y a partir de él se abordará el estudio determinista del mecanismo de mezclado de las mismas. Otros mecanismos de cierta relevancia que se derivan de este análisis también serán presentados y finalmente se extenderá el estudio hacia modelos que incluyan de alguna forma el efecto de la disipación viscosa en la difusión de las estelas.

#### 5.4.2.1.- Transporte convectivo.

##### 5.4.2.1.1.- Modelo clásico de Smith (1966).

En este modelo se analiza el paso de una estela a través de una cascada de álaves situada aguas abajo. Mediante una sencilla consideración cinemática, el déficit de estela presenta la posibilidad de sufrir un proceso de aumento o disminución de su valor en función del grado de difusión con el que conste el canal (ver apartado 1.3.2.1).

Se parte de un flujo no viscoso, bidimensional, para el que el teorema de Kelvin demuestra que la circulación se mantiene constante:  $\Gamma = cte$ .<sup>[7]</sup> De esta forma, planteando la circulación alrededor del déficit de estela tanto antes como después de la cascada (planos 1 y 2 en la figura 5.13), se obtiene:

$$\Gamma_1 = \int_{d1}^{a1} V_{1\theta} \cdot ds + \int_{d1}^{b1} \dots + \int_{b1}^{c1} V_{d1} \cdot ds + \int_{c1}^{d1} \dots$$

$$\Gamma_2 = \int_{d2}^{a2} V_{2\theta} \cdot ds + \int_{d2}^{b2} \dots + \int_{b2}^{c2} V_{d2} \cdot ds + \int_{c2}^{d2} \dots$$

donde las integrales se anulan debido al sentido opuesto en que se recorren los extremos. Además, suponiendo que el cambio de la velocidad circunferencial es pequeño frente al término de circulación del déficit<sup>[8]</sup>, la invariabilidad de la función circulación conduce a:

<sup>[7]</sup> Retomando la circulación,  $\Gamma = \oint_c \vec{v} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \frac{d\Gamma}{dt} = \oint_c \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{l} + \oint_c \vec{v} \cdot \frac{d}{dt}(d\vec{l}) = \oint_c \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{l} + \oint_c \frac{1}{2} d(v^2)$

E introduciendo el T<sup>ma</sup> de Stokes:  $\oint_c \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_s (\nabla \times \vec{v}) \cdot d\vec{S} \Rightarrow \frac{d\Gamma}{dt} = \int_s \left( \nabla \times \frac{d\vec{v}}{dt} \right) \cdot d\vec{S}$ . Finalmente, al

emplear la ecuación de Euler:  $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P \Rightarrow \frac{d\Gamma}{dt} = \int_s -\frac{1}{\rho} (\nabla \times \nabla P) \cdot d\vec{S} \Rightarrow \Gamma = cte$ .

<sup>[8]</sup> En el ventilador de estudio, en la sección media, el flujo en cascada en la zona de rotor permite calcular analíticamente que:  $V_{1\theta} = 91.76 \text{ m/s}$  y  $V_{2\theta} = 87 \text{ m/s}$ . Esto es, una variación de un 5%.



$$V_{d1}\ell_1 = V_{d2}\ell_2$$

En definitiva:  $V_{d2} = V_{d1} \frac{\ell_{inlet}}{\ell_{exit}}$ . Al aumentar la longitud de salida disminuye el déficit de velocidad de la estela, disminuyendo por tanto la posterior pérdida por mezcla y difusión (introducción del apartado 5.4). Habitualmente, se expresa en forma de pérdida de presión total de la forma:  $X = \frac{P_1 - P_2}{\frac{1}{2}\rho v_1^2}$ , siendo la parte debida a la

disminución de energía cinética la que contribuye al aumento de presión total, es decir:

$$R = \frac{\frac{1}{2}\rho v_{d1}^2 - \frac{1}{2}\rho v_{d2}^2}{\frac{1}{2}\rho v_{d1}^2} = 1 - \left(\frac{v_{d2}}{v_{d1}}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\ell_{inlet}}{\ell_{exit}}\right)^2 \quad (5.26)$$

denominándose ese factor R como factor de recuperación (*recovery factor*).

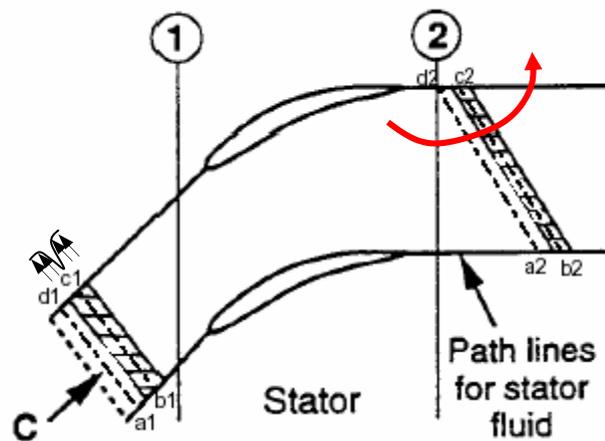


Fig. 5.13. Modelo de Smith.

#### 5.4.2.1.2.- Extensión del modelo de Adamczyk (1996).

El punto de partida se centra en el empleo secuencial de los promedios que ya fueron definidos en el apartado 5.3.2 del presente capítulo. En realidad, el promedio ensemble, cuyo objetivo es filtrar la turbulencia, no va a utilizarse esta vez, por cuanto se trabaja sobre la base de un flujo no viscoso. Por tanto, el procedimiento se reduce al empleo del promedio temporal, así como de un promedio circunferencial, sobre un volumen de control bidimensional que comprende un canal de la cascada de álabes.

Denotando al promedio temporal con el superíndice  $t$  y al promedio circunferencial con el superíndice  $L$ , las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento para ese volumen de control bidimensional, cuya entrada contiene variables del flujo con no estacionariedades y cuya salida se sitúa alejada aguas abajo para que ya se haya producido el proceso de mezcla, serán:



- Ec. continuidad:  $\overline{u}^t \Big|_{x_{ref}}^L = U_{mix}$
- Ec. impulso en x):  $\overline{(\rho u^2 + p)}^t \Big|_{x_{ref}}^L = p_{mix} + \rho U_{mix}^2$
- Ec. momento en y):  $\overline{uv}^t \Big|_{x_{ref}}^L = U_{mix} V_{mix}$

Se plantean las pérdidas por difusión de las estelas como la diferencia de presión total entre el flujo de entrada y el de la salida, obteniéndose de forma promediada:

$$X = \overline{uP}^t - U_{mix} P_{mix} ; P = p + \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$$

Trabajando laboriosamente sobre esa expresión de pérdidas, teniendo en cuenta la descomposición de la velocidad según los diversos promedios aplicados:

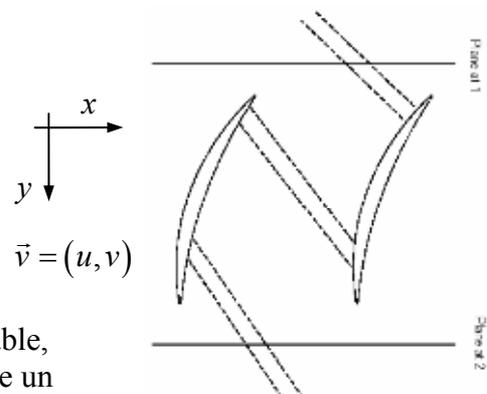
$$u_i(x, y, t) = \overline{u_i}^t(x) + \underbrace{\tilde{u}_i^t(x, y)}_{\substack{\text{Variaciones espaciales} \\ \text{en dir. circunferencial}}} + \underbrace{u_i'(x, y, t)}_{\text{No estacionario}}$$

y aplicando álgebra de promedios, se llega a la siguiente expresión de 6 términos:

$$X = \overline{u'p'}^t + \overline{\hat{u} \cdot \hat{p}}^t + \frac{1}{2} \overline{u(u'^2 + v'^2)}^t + \frac{1}{2} \overline{\hat{u}(\hat{u}^2 + \hat{v}^2)}^t + \overline{u'(u'\hat{u} + v'\hat{v})}^t - \frac{1}{2U_{mix}} \overline{(\hat{u} \cdot \hat{v} + u'v')^2}^t$$

Para enlazar estos razonamientos con el efecto que sobre las estelas tendría la existencia de una cascada de álabes aguas abajo, se efectúa una comparación entre las situaciones que se muestran en la figura 5.14. Así, para determinar si hay más pérdidas o menos por el hecho de incluir una cascada a la que se enfrentan las estelas que provienen del haz previo, se plantea la diferencia entre los casos de que la difusión final de las estelas se haga antes (plano 1) o después (plano 2) de la cascada en estudio. En definitiva:

- $X_1 - X_2 < 0 \Rightarrow$   
No hay recuperación de presión total.
- $X_1 - X_2 > 0 \Rightarrow$   
Sí hay recuperación de presión total.



La expresión de  $X$  es una ecuación muy poco manejable, así que se busca una reducción de términos a partir de un análisis de perturbación de las variables.

Fig. 5.14. Planos de comparación.



Por tanto, considerando que:

$$u_i = u_{i0}(x, y) + \underbrace{\epsilon u_{i1}(x, y, t)}_{\text{perturbacion lineal}} + \underbrace{\epsilon^2 u_{i2}(x, y, t)}_{\text{perturbacion no lineal}}$$

$$\bar{u}_i = u_{i0} + \epsilon^2 \bar{u}_{i2}$$

$$u_i' = \epsilon u_{i1} + \epsilon^2 (u_{i2} - \bar{u}_{i2})$$

y planteando la diferencia entre los planos 1 y 2, se llega finalmente a:

$$X_1 - X_2 = \underbrace{\frac{1}{2} u_0 \cdot \overline{(u_1^2 + v_1^2)}^L}_{K_{in1}} \Big|_{x_1} - \underbrace{\frac{1}{2} u_0 \cdot \overline{(u_1^2 + v_1^2)}^L}_{K_{ex2}} \Big|_{x_2} \quad (5.27)$$

En la ecuación (5.27) aparece la energía cinética de las perturbaciones asociadas al flujo, cuyas componentes se muestran en la figura 5.15 y sobre las cuales se aprecia el déficit de velocidad asociado a las estelas.

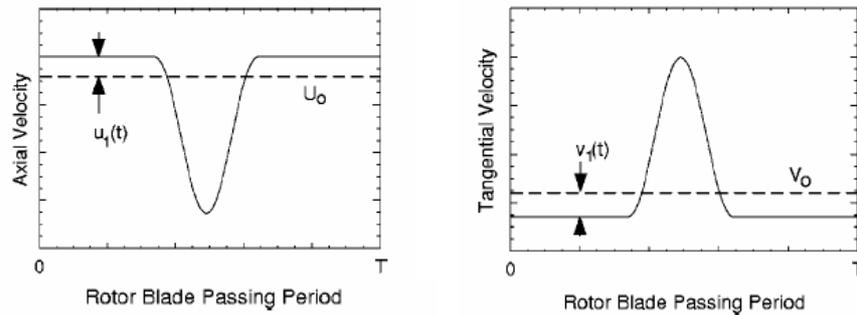


Fig. 5.15. Componentes de velocidad de la energía cinética de las perturbaciones.

El siguiente paso en este estudio es el de aplicar el teorema de Reynolds a la ecuación de momento sobre la energía cinética asociada a la componente de perturbación de la velocidad (igual a la ecuación de la energía mecánica para flujo no viscoso),

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho (\bar{v}_1 \cdot \bar{v}_1) dV + \int \rho \bar{v} (\bar{v}_1 \cdot \bar{v}_1) dS = \int \rho \frac{d(\bar{v}_1 \cdot \bar{v}_1)}{dt} dV = - \frac{\bar{v}_1 \cdot \nabla p_1}{\rho}$$

Aplicando el teorema de la divergencia e integrando para un volumen de control que comprenda un canal de la cascada,

$$\int u_{i0} \frac{\overline{(u_{i1} \cdot u_{i1})}^L}{2} \Big|_{x_1} dy - \int u_{i0} \frac{\overline{(u_{i1} \cdot u_{i1})}^L}{2} \Big|_{x_2} dy = \int_V \overline{(u_{i1} \cdot u_{j1})}^L \cdot \frac{\partial u_{i0}}{\partial x_j} dV$$



Observando que las integrales de la izquierda son los promedios circunferenciales del flujo de energía cinética perturbada que se habían obtenido en la ecuación (5.27), se deduce:

$$X_1 - X_2 = \frac{1}{L} \int_V \frac{\overline{(u_{i1} \cdot u_{j1})}}{2} \cdot \frac{\partial u_{i0}}{\partial x_j} dV \quad (5.28)$$

La ecuación (5.28) relaciona *las tensiones deterministas* con la recuperación de las estelas (*wake recovery*), estableciendo que el mecanismo de transporte de las estelas queda gobernado por el intercambio de energía cinética asociado al flujo perturbado con la del flujo potencial.

Se puede observar cierta analogía con el factor de recuperación definido por Smith, a partir de la ecuación (5.27) de forma que:

$$X_1 - X_2 = K_{in1} - K_{ex2} \Rightarrow X_1 - X_2 = K_{in1} - K_{ex2} = K_{in1} \left( 1 - \frac{K_{ex2}}{K_{in1}} \right) = K_{in1} \cdot R \quad (5.29)$$

Si la pérdida en la difusión de las estelas se reduce por haber sido éstas transportadas en el seno de una cascada antes de mezclarse definitivamente aguas abajo, esto es debido a la reducción de la energía cinética asociada al campo no estacionario determinista de la velocidad a través de la cascada de álabes.

- Si la integral de la ecuación (5.28) es positiva, entonces se reduce el déficit de velocidad y se produce una transferencia de energía desde el flujo no estacionario al campo promedio atemporal.
- Si la integral es negativa, entonces aumentará el déficit de velocidad, aumentando en consecuencia las pérdidas.

#### 5.4.2.2.- Recuperación de la presión a partir de la recuperación de estelas.

Continuando en el mismo marco de trabajo que el apuntado en el apartado anterior, bajo la consideración de flujo bidimensional, incompresible y no viscoso, la ecuación de la energía mecánica promediada doblemente (temporal y circunferencialmente) para un volumen de control, establece que:

$$\overline{uP}^L \Big|_{entrada} = \overline{uP}^L \Big|_{salida}$$

donde  $P = p + \frac{1}{2} \vec{u} \cdot \vec{u}$ , y para la que además se cumple que:  $\overline{u}^L \Big|_{entrada} = \overline{u}^L \Big|_{salida}$ .



Se introduce en este punto una presión promediada por la masa, de forma que se cumple que:  $\overline{pu}^L = \overline{\tilde{p}}^L \cdot \overline{u}^L \cdot L$ . Con esas tres relaciones, y considerando un volumen de control para un canal de la cascada, con la entrada y la salida suficientemente alejadas tanto aguas arriba como aguas abajo, se puede cuantificar un coeficiente de presión no estacionario según la expresión:

$$C_p^{us} = 1 - \underbrace{\frac{\cos^2 \beta_{-\infty}}{\cos^2 \beta_{\infty}}}_{C_p^{(0)} \text{ estacionario}} + \underbrace{\left[ \delta_R|_{-\infty} - \delta_R|_{\infty} \frac{\cos^2 \beta_{-\infty}}{\cos^2 \beta_{\infty}} \right]}_{C_p^{(2)} \text{ perturbacion}} \quad (5.30)$$

para el que se definió previamente  $C_p^{us}$  como:  $C_p^{us} = \frac{\overline{\tilde{p}}^L|_{\infty} - \overline{\tilde{p}}^L|_{-\infty}}{\frac{1}{2} q_{ref}^2|_{-\infty}}; q_{ref}^2 = \overline{u}(0) \cdot \overline{u}(0)$ ,

así como  $\delta_R = \frac{u}{\overline{u}^L} \cdot \left[ \frac{\overline{\tilde{u}} \cdot \overline{\tilde{u}}}{q_{ref}^2} - 1 \right]^L$ . Ese coeficiente de presión no estacionario presenta

dos sumandos, uno primero relacionado con el flujo puramente potencial y un segundo derivado del flujo perturbado. En la figura 5.16 se muestra un canal de la cascada en la que aparece el bloqueo de los álabes, y que se puede relacionar con el espesor de energía de recuperación,  $\delta_R$ , según la expresión:

$$\delta = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_R}} \approx \frac{\delta_R}{2} \quad (5.31)$$

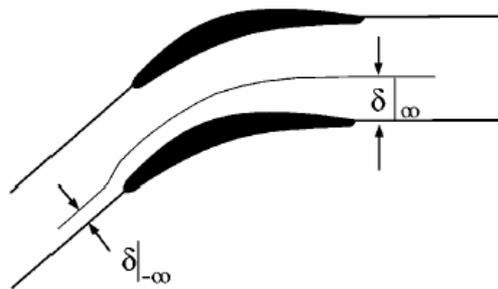


Fig. 5.16. Flujo estacionario en una cascada con presencia de bloqueo.

Para poder relacionar el bloqueo de los álabes con la tensión determinista no estacionaria se sustituye en la definición de  $\delta_R$  por la expresión en perturbación de las variables (tal y como se definieron para la obtención de la ecuación (5.27)). Finalmente, realizando un par de simplificaciones e introduciendo la relación potencial  $\frac{\cos^2 \beta_{-\infty}}{\cos^2 \beta_{\infty}} = \frac{\overline{u}(0) \cdot \overline{u}(0)|_{\infty}}{\overline{u}(0) \cdot \overline{u}(0)|_{-\infty}}$ , se puede deducir que:



$$C_p^{(2)} = \frac{2 \epsilon^2}{\bar{u}(0) \cdot \bar{u}(0)|_{-\infty}} \left[ \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\overline{\bar{u}(1) \cdot \bar{u}(1)}|_{-\infty}}{t^L}}_{K_{in1}} - \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\overline{\bar{u}(1) \cdot \bar{u}(1)}|_{\infty}}{t^L}}_{K_{ex2}} \right] \quad (5.32)$$

Y teniendo en cuenta la relación (5.29), entonces se obtiene:

$$C_p^{(2)} = R \epsilon^2 \cdot \frac{\overline{\bar{u}(1) \cdot \bar{u}(1)}|_{t^L}}{\bar{u}(0) \cdot \bar{u}(0)|_{-\infty}} \quad (5.33)$$

#### 5.4.2.3.- Disipación viscosa.

Algunos autores (Van Zante et al, entre ellos) proponen la extensión del modelo cinemático de recuperación de estelas de Smith mediante la inclusión de una parte de disipación viscosa que complete el modelo. Este enfoque, complementario con el de tensiones deterministas, nace como consecuencia de la observación de que el sencillo modelo de Smith es el límite superior máximo que cabría alcanzarse en la migración de energía cinética perturbada al flujo potencial del modelo de Adamczyk cuando se considera el caso de álabes finos (sin espesor) en régimen no estacionario.

La figura 5.17 muestra el paso de una estela (a trazos) por una cascada, de forma que considerada como un “filamento”, sufre un alargamiento y cierto giro relativo (en el sentido mostrado en la figura 5.13) como consecuencia de la mayor velocidad del flujo en las caras de succión que en las de presión. Retomando la ecuación (5.26), el factor de recuperación de Smith indica el porcentaje de energía que es recuperada en forma de presión. Así, siempre que la estela se alargue, el déficit de velocidad se debilita:

$$R = 1 - \left( \frac{l_{in}}{l_{ex}} \right)^2$$

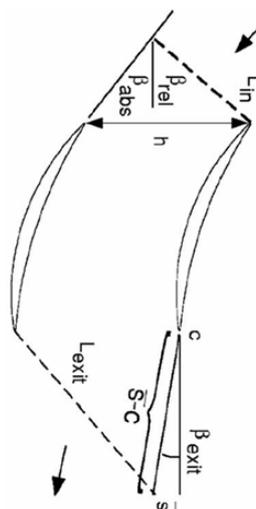


Fig. 5.17. Relaciones trigonométricas para el estiramiento de estelas.



La aportación radica en la posibilidad de conocer esa relación de estrechamiento o alargamiento de las estelas por relaciones puramente trigonométricas, basadas en los ángulos de entrada y salida de las estelas. Por tanto, a partir de la circulación, se llega a concluir que:

$$\frac{l_{ex}}{l_{in}} = \frac{\text{sen}(\beta_{rel} - \beta_{abs})}{\cos \beta} \Big|_{x_{inlet}} \cdot \left[ 1 + 2 \frac{\bar{s} - c}{h} \text{sen} \beta_{exit} + \left( \frac{\bar{s} - c}{h} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Para conocer la relación entre el alargamiento de las estelas y el *pitch* de la cascada, se puede demostrar que puede conocerse a partir de los ángulos de la figura 5.17 mediante la relación:

$$\frac{\bar{s} - c}{h} = \frac{\cos \beta_{rel}}{\text{sen}(\beta_{rel} - \beta_{abs})} \cdot \frac{\cos \beta_{abs}}{\cos \beta_{exit}} - 4 [\text{tg} \beta_{abs} - \text{tg} \beta_{exit}] \cdot \frac{\cos^2 \beta_{abs} \cdot \cos \beta_{exit}}{(\cos \beta_{abs} + \cos \beta_{exit})^2}$$

La segunda parte del modelo incorpora una estimación de las pérdidas por fricción viscosa. El punto de partida es suponer un determinado perfil a la forma de las estelas. Inspirándose en los trabajos de Hill (1963), Van Zante optó por un coseno cuadrado de ecuación:

$$\frac{U - u}{U} = D \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi y}{\delta} \right) \right]$$

donde  $D$  es el déficit de velocidad, definido en tanto por uno con respecto a la velocidad potencial media  $U$ , y  $\delta$  es obviamente el espesor de capa límite asociada a los álabes. Perfiles de velocidad de este tipo cumplen relaciones para el espesor de desplazamiento de la capa límite y para el momento de ese espesor de desplazamiento del tipo:

$$\delta^* = D\delta \quad \theta = \delta \left( D - \frac{3D^2}{4} \right) \quad \Rightarrow \quad H = \frac{\delta^*}{\theta} = \frac{1}{1 - \frac{3D}{4}} \quad [9]$$

Utilizando la ecuación integral de Von Kármán de la teoría de capa límite (ver apartado 1.3.3.1), e introduciendo los factores de forma supuestos para las estelas, en el caso de pequeñas estelas se obtiene cómo cambia el déficit de velocidad en relación al déficit inicial como una función de la distancia axial recorrida y del cociente de velocidades que representa el gradiente de presión en el flujo libre.

$$\frac{D}{D_0} = \left( \frac{U_0}{U} \right)^2 \cdot \left[ 1 + \frac{8\pi^2}{\pi^2 - 4} \left( \frac{\nu}{U\theta} \right) \cdot \int_{x_0} \frac{U_0}{U} d \left( \frac{D_0^2 x}{\theta_0} \right) \right]^{-0.5} \quad \text{con} \quad \frac{\theta}{\theta_0} = \left( \frac{U_0}{U} \right)^3 \quad \text{para estelas pequeñas}$$

[9] Recuérdese la nota al pie nº 10 del apartado 1.2.3.1, donde se indica un factor de forma entorno a  $H=1.4$ . Para ese valor,  $D=0.38$



A partir de otros trabajos, se puede adoptar que se cumple el valor:  $\left(\frac{v}{U\theta}\right) = 0.044$ , y que la relación  $\left(\frac{U_0}{U}\right)$  se puede traducir por la siguiente analogía:  $\frac{l_{ex}}{l_{in}} = \frac{U_{ex}}{U_{in}}$ . En definitiva, una vez conocido el cociente  $\frac{D}{D_0}$ , se puede calcular el ancho de la estela según la relación final:

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \left(\frac{U_0}{U}\right)^3 \frac{\frac{1}{D_0} - \frac{3}{4}}{\left(\frac{1}{D_0} - \frac{3}{4} \frac{D}{D_0}\right) \frac{D}{D_0}}$$

## 5.5.- CONCLUSIONES

En este capítulo se ha abordado el análisis del flujo no estacionario entre haces de una turbomáquina. En primer lugar, se ha planteado un marco general de trabajo, en el que se sitúan las perturbaciones asociadas al paso de álabe de rotor, y cuya propagación queda asociada a los modos de vibración relevantes en función del número relativo de álabes entre rotor y estator y a la frecuencia de paso de álabe.

Se ha presentado el modelo de tensiones deterministas como un método para poder analizar el flujo entre haces de forma estacionaria, incidiendo en la ventaja computacional que eso conlleva. Como contrapartida, es necesario modelizar unas tensiones adicionales que incorporan al modelo el efecto, eminentemente potencial, del desplazamiento relativo entre haces a lo largo del tiempo.

Se ha mostrado la estrategia global del trabajo a realizar, consistente en la ejecución de una simulación no estacionaria URANS con el objeto de identificar los términos deterministas asociados a la turbomáquina de estudio. Así mismo se ha planteado una descomposición más detallada de dichas tensiones para comprender de forma más global el origen de la interacción y su impacto en las prestaciones finales de la soplante.

Finalmente, se ha analizado el transporte y difusión de estelas en el marco de las tensiones deterministas y se ha observado la diferencia de pérdidas que plantea la difusión de estelas de un haz en solitario con respecto a la difusión y el transporte en el seno de una etapa. Se ha planteado un modelo para separar el efecto viscoso de difusión de estelas del proceso de transporte cinemático potencial (*stretching*). Este modelo se contrastará con datos experimentales obtenidos vía anemometría térmica.

