UNIVERSIDAD DE OVIEDO
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA APLICADA

ANÁLISIS ESTRUCTURAL INPUT-OUTPUT:
Antiguos Problemas y Nuevas Soluciones

Memoria presentada para optar al grado de Doctor por Sergio Alejandro Soza Amigo
y dirigida por los Doctores Carmen Ramos Carvajal y Luis Robles Teigeiro

Oviedo, 2007

UNIVERSIDAD DE OVIEDO
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA APLICADA

ANÁLISIS ESTRUCTURAL INPUT-OUTPUT:

Antiguos Problemas y Nuevas Soluciones

SERGIO ALEJANDRO SOZA AMIGO

Oviedo, 2007

AGRADECIMIENTOS

A todos los que de una u otra forma han colaborado en el desarrollo de este trabajo, en forma muy especial a Carmen Ramos y a Luis Robles, tanto por sus consejos para la elaboración de éste documento, como por sus oportunas y sabias lecciones de vida. Además, quiera expresar mi reconocimiento a los que desde allende me motivaron para emprender este viaje, el que de alguna manera termina y, a la vez, da inicio a otra etapa. De igual forma, quisiera manifestar iguales sentimientos al personal de los distintos estamentos del Departamento de Economía Aplicada de la Universidad de Oviedo, por sus siempre sugerentes consejos y conversaciones, que hicieron más grata mi estadía aquí, y por último, a mis compañeros de aventura en este doctorado, a todos ellos mi más profundo agradecimiento.

Si para recobrar lo recobrado
tuve que haber perdido lo perdido,
si para conseguir lo conseguido
tuve que soportar lo soportado.

Si para estar ahora enamorado
fue menester haber estado herido,
tengo por bien sufrido lo sufrido,
tengo por bien llorado lo llorado.

Porque después de todo he comprendido
que no se goza bien de lo gozado
sino después de haberlo padecido.

Porque después de todo comprobado
que lo que tiene el árbol de florido
vive de lo que tiene sepultado.

Santa Teresa de Ávila

A mi Madre

ANÁLISIS ESTRUCTURAL INPUT-OUTPUT:

Antiguos problemas y nuevas soluciones

ÍNDICE

ANÁLISIS ESTRUCTURAL INPUT-OUTPUT:
Antiguos problemas y nuevas soluciones

INTRODUCCIÓN

La motivación de este documento nace del interés por profundizar en aspectos que consideramos importantes en un marco input-output y que entroncan con el análisis estructural.

Dada la amplia y profunda visión que proporciona el análisis input-output, el cual se califica de ser una herramienta de gran potencialidad para el estudio de la estructura de una economía, ya que en una tabla input-output (TIO) se encuentran las relaciones de compra y venta entre las distintas ramas, sus inputs primarios, demanda final, así como también, la interrelación de la economía con otros países y regiones, por medio de las importaciones y exportaciones. Realizar un análisis estructural basado en este enfoque es un aspecto de gran interés, ya que facilita la implementación de políticas económicas fundamentales para la toma de decisiones, asimismo, es un paso previo, pero imprescindible en las tareas de simulación y predicción.

Debido a lo anterior y, en concreto, a que los resultados emanados de este tipo de estudios son utilizados como base para la ejecución de políticas económicas fundamentales, se hace patente la vital necesidad de contar con técnicas que identifiquen adecuadamente la importancia e interrelación de una rama con el resto (encadenamientos). Igualmente, resulta interesante comprender los distintos coeficientes que constituyen una TIO y la forma en que se ven afectados cuando estos se modifican (*e.g.* sensibilidad de coeficientes técnicos). Por tal razón, se hace preciso identificar las potencialidades y limitaciones de la modelización input-output, es decir, revisar las herramientas y métodos que ayudan en la elaboración de un análisis estructural basado en estos modelos.

Dado que la base de un análisis input-output es la cohesión entre la información que se obtiene de una TIO, el enfoque que se use (demanda u oferta) y las formulaciones que emanan de un razonamiento lógico, se hace imprescindible revisar estos elementos, es decir, analizar la información que contiene una TIO y justificar el uso de un modelo de demanda u oferta, así como las técnicas que se utilizarán para efectuar el análisis.

A continuación se señala la forma en que se abordará el presente trabajo, con la intención de facilitar la lectura del mismo, con este fin, se pasa a presentar los objetivos y argumentos que lo justifican.

OBJETIVO GENERAL

El objetivo central de este trabajo es profundizar en distintos aspectos relacionados con el análisis estructural input-output, en este orden de cosas, un tema fundamental es la presentación de una metodología que posibilite un mejor conocimiento y comprensión de la economía objeto de estudio.

Objetivos específicos

A continuación se pasa a señalar los distintos objetivos específicos que se persiguen a lo largo de éste trabajo, los cuales se presentan a continuación.

1. Se pretende realizar un estudio en profundidad de los enfoques que determinan los encadenamientos, en este sentido, se procederá a caracterizarlos, compararlos y presentar un nuevo indicador o validar una metodología como alternativa. Posteriormente, se identificarán qué ramas son claves en las economías del sur de Europa. Además, se evaluará si el empleo de la matriz de coeficientes técnicos (**A**) o de distribución (**B**), proporciona similares resultados cuando se determinan los eslabonamientos hacia delante, empleando distintas metodologías.

2. En otro orden de cosas, se estudiarán las similitudes y factibilidad de las formulaciones que analizan la sensibilidad de los coeficientes técnicos y, posteriormente, se procederá a identificar aquellas ramas que presentan un mayor número de coeficientes importantes y, adicionalmente, los resultados que se obtengan servirán para complementar los que se consiguan con las técnicas de encadenamientos.

3. Asimismo, y dado el volumen de datos e indicadores existentes que determinan encadenamientos, resulta interesante emplear técnicas multivariantes que recojan y resuman dicho volumen inicial de información, en este sentido, se definirán y construirán indicadores sintéticos de análisis, con el fin de obtener una visión global del conjunto de técnicas que habitualmente se emplean para determinar eslabonamientos. Los resultados obtenidos para las distintas ramas son comparados y complementados con aquellos que se derivan de la sensibilidad de los coeficientes técnicos.

4. Un punto que también se cree de gran interés es analizar las repercusiones sobre las conclusiones extraídas en un análisis estructural, cuando se trabaja a distintos niveles de agregación sectorial, por ello, se revisará si tras utilizar un menor número de ramas productivas, se condicionan los resultados en las ramas que no son agregadas.

La razón de porqué se consideran estos objetivos se abordará desde dos perspectivas, una vinculada a un análisis teórico y otra, empírica. La primera de ellas, tiene que ver con la presentación de aspectos que clarifiquen la estructura de una TIO, además, se revisarán las diferencias que existen entre el uso de un modelo de demanda (Leontief) y uno de oferta (Ghosh). Por otra parte, también se estudiarán las principales técnicas que permiten el análisis estructural en un entorno input-output (encadenamientos y sensibilidad de coeficientes técnicos), a partir de los cuales, se exponen modificaciones individuales y propuestas metodológicas globales. Por último, se estudiará cómo afecta la agregación de ciertas ramas, a las que no se unen, es decir, se analizara como la unión de ciertas actividades afecta tras realizar una determinada agrupación, a las que supuestamemnte se mantienen sin ser agrupadas.

El segundo aspecto, se refiere a un análisis empírico de las economías del sur de Europa (Francia, Italia, Grecia, Portugal y España), a partir del cual se identifican los sectores claves y coeficientes más importantes de cada economía. Este ejercicio también se emplea para observar las similitudes en las respuestas de la distintas técnicas, lo que permite detectar la adecuación y dificultades de la aplicación de cada una. Además se utilizará, para demostrar gráficamente luego de realizar sucesivas agregaciones, que tras la unión de otras ramas, los indicadores propios de los sectores no agrupados, son afectados en forma sistemática y definida.

Las razones concretas de porqué se aborda cada temática, se irán desarrollando en forma paulatina, según los distintos puntos tratados en los objetivos específicos.

1. Respecto al primer objetivo específico, es decir, el relativo a los encadenamientos, la identificación de ramas claves y el uso de la matriz **A** o **B**, se abordarán debido a que a partir del estudio de la bibliografía sobre el tema se observa que no existe un consenso respecto a qué formulación emplear para realizar un análisis estructural, clásico, de descomposición y de extracción hipotética.

   Se considera oportuno tratar el tema, ya que, las técnicas de determinación de encadenamientos, aún cuando son varias -en el documento se revisan más de quince-, no proporcionan resultados similares, por tanto, el análisis variará según la técnica empleada, dificultando con ello la obtención de unas conclusiones comunes, en este sentido, se apunta a una solución, tanto desde el punto de vista individual (propuesta de indicadores) como global (metodología cualitativa que consideraría varios indicadores), con el propósito de evitar la dificultad de tener que enfrentarse a elegir uno o varios índices, dando solución de esta forma a tal inconveniente.

Otro aspecto que se trata en este documento es el análisis del empleo de la matriz de coeficientes técnicos y de distribución, la razón de ello, obedece a que en la literatura al uso se sostiene que existe una igualdad a partir de la cual se puede determinar una matriz en función de la otra, proporcionando, por tanto, similares conclusiones, sin embargo, consideramos que, no se ha tomado una postura definitiva al respecto, punto que se intenta aclarar, es decir, se planteará el uso de la matriz **A** o **B** bajo distintas condiciones. Lo anterior, se efectúa con el fin de facilitar la elección del uso de la matriz de coeficientes técnicos o de distribución, ya que el investigador puede estar interesado en observar las consecuencias del cambio de una unidad en un determinado input primario, o bien en evaluar lo que en palabras del propio Rasmussen sería la "estimación del incremento (directo e indirecto) de la producción que debe ser conseguido por una industria elegida al azar si la demanda final para los productos de la industria *j-ésima* se incrementan en una unidad" (Rasmussen, pp. 127, 1956), es decir, se pretende justificar bajo determinadas condiciones el uso de un enfoque de oferta o de demanda.

2. En lo relativo a las técnicas que cuantifican la sensibilidad de los coeficientes técnicos se observa que no están ajenas a críticas y problemas, algunos de los cuales son, por ejemplo, la dificultad en el empleo de algunos de ellos, la identificación de metodologías que conducen a similares conclusiones, o, se espera en este trabajo avanzar en la elección de una u otra propuesta.

   Existen numerosos artículos científicos que señalan que distintas técnicas proporcionan similares resultados, sin embargo, no existe un trabajo donde se analicen el conjunto de ellas, o al menos, las propuestas más utilizadas, ni tampoco donde se comprueben tales afirmaciones. En este sentido, se cree oportuno identificar en primer lugar, las técnicas que proporcionan análogos resultados, y en segundo término, identificar una técnica de fácil aplicación y que sea adecuada a los fines que persigue este enfoque.

3. Por otra parte, el hecho de que exista un alto número de indicadores para determinar encadenamientos, se cree dificulta la clasificación de los sectores según las distintas tipologías y las conclusiones para cada rama, por tanto, se considera pertinente presentar una metodología que sintetice dicha información. Lo anterior, obedece a lo que trae

implícito la presencia de una profusión de resultados, la cual no sólo oscurece las conclusiones de un análisis, sino que además lo dificulta, ya que cuando no existe consenso sobre la clasificación, se deben tomar decisiones que pueden estar sujetas a algún tipo de arbitrariedad, por ello se considera valioso contar con una propuesta que ayude a evitar estos inconvenientes, en este sentido, el uso de indicadores sintéticos es una buena herramienta para evitarlo, ya que resume la información contenida de los índices empleados, facilitando por tanto el análisis.

Por último, a modo de resumen se complementarán los resultados obtenidos a partrir de un indicador sintético con los derivados de los coeficientes importantes, con el objetivo de disponer de una mayor información.

4. También se desarrolla en este texto otra área relacionada con la agregación que se considera de sumo interés. Se aborda esta temática, ya que aún cuando existe literatura que relaciona el sesgo que se produce con la agrupación de ramas, no se conoce la existencia de trabajos que indiquen qué ocurre con las ramas que no son unidas, ni tampoco se señala, la representación de la evolución gráfica de los multiplicadores a medida que se va reduciendo el sistema económico.

   Desde la perspectiva anterior, se observa que el uso de uno u otro nivel de agregación es un tema que no ha estado ajeno a controversias, si bien es cierto que los primeros trabajos vinculados al análisis input-output, como por ejemplo, los de Leontief (1936, 1940, 1965 y 1985), o las investigaciones de Hatanaca (1952), Theil (1957), Ara (1959) entre otros, hacen mención de ella, y en concreto al sesgo que se genera y la forma de evitarlo, siempre fue tratada desde la perspectiva de las ramas que se unen, y no de las que quedan sin agregar, ya que, estos autores consideran que los coeficientes técnicos de las ramas no agregadas, no están afectados por ella. Por ello, se cree oportuno analizar los efectos que experimentan dichas ramas ante una reducción del número de sectores de la economía.

Finalmente, se presenta cuál será el procediendo a seguir para lograr los objetivos propuestos:

1. Revisando las bondades y falencias de cada procedimiento (enfoque de demanda, oferta, encadenamientos, sensibilidad de coeficientes y agregación), es decir, se hará una profunda revisión bibliográfica de las principales metodologías empleadas en el análisis input-output.

2. La muestra de tablas de 5 países se emplea con los siguientes fines:

2.1. Para determinar la estructura económica de los países del sur de Europa, resultados que servirán para identificar las similitudes, debilidades y facilidad en la aplicación de cada técnica, según los distintos enfoques empleados (encadenamientos y coeficientes más importantes).

2.2. Además la muestra tiene por fin, la comparación de las medidas de los encadenamientos y la de la sensibilidad de coeficientes técnicos, para las distintas estructuras.

2.3. Otra utilidad que se le dan a las matrices empleadas tiene que ver con la obtención de indicadores sintéticos de análisis.

2.4. Por último, la muestra se utiliza para abordar la agregación desde una perspectiva aplicada, para ello se calculan todos los multiplicadores para siete niveles de agrupación, una vez obtenidos, se evalúa cuál fue la evolución de dos ramas que no se unieron (supra sector agricultura y construcción).

Una vez explicado en que consiste este trabajo, se procede al desarrollo del mismo, el cual esta compuesto por 5 capítulos, además de este y las conclusiones y campos abiertos, cuya estructura es de la siguiente manera. En el primer capítulo se explica como está compuesta una TIO, así como, las bases que sustentan el modelo input-output, de igual forma se abordan los enfoques de demanda y oferta, exponiéndose la interpretación de los coeficientes técnicos y de distribución, asi como la de sus respectivas inversas.

En el segundo capítulo, dada la importancia que toman las ramas en el análisis estructural input-output según las distintas tipologias que se obtienen de los encadenamientos, se revisan las distintas técnicas que los determinan, adicionalmente, se presenta una nueva clasificación de sectores alternativa a la que realiza Rasmussen, y se proponen dos nuevas formulaciones para su identificación. Además, se da una nueva interpretación de los indicadores que propone Cella (1984), finalmente, se evalúa si para la determinación del encadenamiento hacia atrás (**FL**), a partir de la matriz de coeficientes técnicos, se obtiene resultados similares a los que se loigran cuando se utiliza un enfoque de oferta.

En el tercer capítulo, se indaga sobre el efecto que tiene en la economía la alteración de uno o varios coeficientes técnicos, pues ello en la práctica implica indagar sobre las consecuencias que tiene la modificación de la funsión de producción de una determinada rama en su entorno, por ello se valora qué metodología de las que miden la sensibilidad de coeficientes técnicos (de uno y/o del total), proporcionan similares resultados para la obtención de la nueva matriz inversa de Leontief, de igual forma, se analiza si los coeficientes de la matriz de distribución que resultaron tener un mayor tamaño, son efectivamente en base a la matriz de coeficientes técnicos, los más sensibles. También se comparan los resultados que se obtienen de la muestra utilizada con los del capítulo anterior, y finalmente, se observa si la técnica de Rasmussen y la de Dietzenbacher y van der Linden cuando se emplea la matriz de coeficientes técnicos en vez de la de Ghosh, se acerca más a las conclusiones que entrega el enfoque de la sensibilidad de coeficientes.

En el cuarto, se presenta una propuesta metodológica, basada en la determinación de indicadores sintéticos, los cuales permiten resumir el conjunto de información obtenida, simplificando el análisis, lo que tiene por fin evitar una profusión de resultados. Una vez logrado esto, los resultados son comparados con los de los capítulos anteriores con el fin de observar las principales similitudes y diferencias.

En el quinto, primero se hace un seguimiento bibliográfico de la forma en que afecta la unión de sectores al análisis de la estructura económica, esto es, el sesgo que se produce y la forma de evitarlo, para posteriormente analizar los efectos de la agregación en dos ramas que no se unen (supra agricultura y construcción). En concreto se determinarán los eslabonamientos para las economías del sur de Europa a distintos niveles de agregación de sectores, y se observará cómo varían según se incrementa la agregación.

Para finalizar, se cierra el trabajo realizado con las principales conclusiones del mismo, y se presentan algunos campos que se considera han quedados abiertos o que se pueden abordar en una investigación posterior.

CAPÍTULO I
MODELIZACIÓN INPUT-OUTPUT

1.1 INTRODUCCIÓN

Las tablas input-output o matrices insumo-producto (MIP) surgen como una forma de medir las relaciones existentes entre las variables que determinan las funciones de producción y consumo en un país.

Se sostiene que el origen de la modelización input-output presentada por Leontief, se fundamenta en las ideas de Jean François Quesnay, el cual presenta lo que se denomina el primer Tableau Économique, en el que se consideraban las unidades económicas con sus respectivos flujos de compras y ventas, así como el reparto y empleo del excedente social. De León Walras, Leontief captura la idea de lo que es una economía como un sistema interactivo donde la oferta, la demanda y los precios de los bienes, servicios o factores productivos dependen de las distintas situaciones en las que se encuentran. En este sentido, y desde la óptica de Leontief, las variables que definen los equilibrios de los diferentes mercados deben tener como punto de partida la teoría de Walras, es decir, si existe un equilibrio general macroeconómico es debido a la existencia de múltiples equilibrios microeconómicos. Por último, toma de Karl Marx las ideas que desarrolla sobre la circulación de la producción entre los sectores y el método de los balances de la planificación soviética.

A partir de los anteriores planteamientos, Leontief en 1941 en su obra The Structure of the American Economy: 1919-1929, propone su modelo multiecuacional de las relaciones mesoeconómicas sectoriales, el cual tiene como base el equilibrio general estático de Walras, equilibrio que para Leontief gozaba de una unión indisoluble con la teoría económica tradicional, en este sentido, se considera que seguramente la idea de Walras fue la que más influencia tuvo en la propuesta de Leontief. Para este autor las tablas input-output son "una adaptación de la teoría neoclásica del equilibrio general al estudio de la interdependencia cuantitativa que existe entre aquellas actividades económicas que guardan entre si una relación recíproca" estableciendo, de esta forma, un modelo de equilibrio general estático (Leontief, 1965, pp. 207).

El trabajo de Leontief y asi como el modelo macroeconómico de Keynes, son según Cañada y Toledo (2001, pp. 56), dos pilares básicos de toda teoría económica posterior, el primero debido al aporte que realiza en la determinación de la renta basada en los agregados de las variables de Keynes, y la segunda, al unir los agregados económicos con las estructuras microeconómicas.

El auge de la modelización input-output fue lento en un principio, su importancia en el campo de la economía, y en concreto en el desarrollo del análisis estructural y en el de la predicción llegó, según Tarancón (2003, pp. 15) con los trabajos de Klein (1953), Theil (1967) y con los del propio Leontief (1944; 1946 y 1951); aunque para otros autores, como Cañada y Toledo, se habría iniciado durante la Segunda Guerra Mundial y en forma específica durante la post guerra, ya que las naciones involucradas se veían en la necesidad de contar con una herramienta que facilitase la lectura actual de su estado económico y que midiese los efectos de las distintas políticas implementadas (Cañada y Toledo, 2001, pp. 56).

Lo que se podría denominar como las "restricciones teóricas" de la modelización input-output, se hicieron patentes en los años 50. Entre ellas podemos destacar: el presentar supuestos demasiados simplistas, en concreto la existencia de una función de producción homogénea; la consideración de un modelo estático; el supuesto de que los coeficientes técnicos gozan de una "estabilidad temporal" y el hecho de obtener en determinadas condiciones multiplicadores negativos, sin interpretación económica (Cañada y Toledo, 2001, pp. 57). Las "limitaciones prácticas" de la modelización input-output, se hicieron patentes durante la crisis energética de los años 70, pues los continuos cambios requerían tomar rápidas decisiones por parte de la autoridad, las cuales no podían ser adaptados si se derivaban de este análisis, debido básicamente a la falta de información o, a la demora en la construcción de las tablas, lo que limitaba los estudios de las variaciones estructurales de los países desarrollados.

Lo anterior, habría facilitado el paso a otro tipo de marco analítico, de esta forma los estudios estructurales ya no dependerían de los eslabonamientos o multiplicadores que se recogen de la matriz inversa de Leontief, sino que ahora, el análisis se centra en las variaciones de los coeficientes input-output (Tarancón, 2003, pp. 15). Lo último, para Cañada y Toledo habría llevado a una suerte de crisis de la modelización input-output, a partir de los años 70, esta herramienta habría sido reemplazada como instrumento de planificación por los modelos econométricos (Cañada y Toledo, 2001, pp. 57).

Simultáneamente, se dieron situaciones donde se habría utilizado incipientemente el uso de estos modelos. Una de ellas fue el inicio de las Conferencias Internacionales sobre Técnicas Input-Output, a comienzos de los años 70, cuya razón fundamental era transferir distintas experiencias teóricas y prácticas, sin embargo, el reconocimiento y validación definitiva, se dio en el año 1986, en la Octava Conferencia, donde se creó la Asociación Internacional Input-Output, de la cual depende la revista Economic Systems Research, publicación a la que se le atribuye la difusión y aceptación final de la técnica a partir de su primer número en 1989 (Fontela y Pulido, 2005, pp. 13).

El uso del modelo de Leontief se abrió paso lentamente y en la actualidad es muy utilizado. Algunos de los usos principales que se le da son, el análisis de cambios estructurales e interdependencia económica; la evaluación de los efectos en la estructura económica producto de ciertos cambios en los precios; en comercio internacional, se emplea tanto para la comparación de distintas estructuras como para medir el efecto de la protección en alguna economía. En otra línea, se han confeccionado tablas para los sectores turismo, energía y agua; también se han utilizado para medir los efectos de la contaminación, y para la elaboración de una contabilidad social. Como se ve, el modelo a pesar de sus limitaciones es ampliamente utilizado, siendo quizás su principal ventaja, permiir la comparación de distintas estructuras económicas (siempre que el proceso de confección y presentación de las tablas es homogéneo), lo que según se desprende de organismos como las Naciones Unidas o la OCDE es una gran ventaja.

En Dorfman *et al* (1972), se indica que tal modelo cobra relevancia debido a la interdependencia industrial que en él se cuantifica. Indicando, además, que resulta útil al permitir medir cada dato por partida doble, vía ingresos (considerados en las filas) y vía costes (columnas).

En la línea anterior, Muñoz (2000) destaca que en las TIO se presentan dos elementos de información que las caracterizan, por un lado, muestran un sistema de flujos interdependientes entre los bienes y servicios que están presentes en una economía y, por otro, permiten apreciar la interacción de los distintos flujos que se producen entre las ramas.

Una definición más específica de las TIO se encuentra en SADEI (1985, pp. 19), donde se definen como "cuadro de doble entrada que describe el funcionamiento de una economía, cuantificando como input los flujos de bienes y servicios utilizados en su proceso productivo por cada rama de actividad, y como outputs los que se venden a otras ramas productoras y/o se reflejan en los usos finales; todo ello, viene referido a un concreto espacio regional, nacional, supranacional, etc.", por lo tanto, debemos entender que toda matriz input-ouput es una representación estadística que muestra las relaciones cruzadas entre las distintas ramas de una economía, medidas por los flujos que se producen entre los bienes y servicios, para un determinado periodo de tiempo que generalmente es un año.

1.2 ESTRUCTURA DE UNA TABLA INPUT-OUTPUT

Una TIO está compuesta por tres submatrices: la matriz de transacciones intermedias, la de inputs primarios y recursos y la de empleos finales (ver figura 1.1). La matriz de transacciones intermedias (parte superior izquierda de la figura 1.1) muestra los consumos que se generan a través del proceso productivo entre los distintos bienes y servicios, en términos de recursos y empleos, es decir, como entradas y salidas de una rama. Según se desee aplicar un enfoque de oferta o de demanda, se analisá por filas o columnas. Si se realiza un análisis por filas, cada una de ellas muestra los outputs intermedios, en otras palabras, la fila *i-ésima* indicará el consumo que todas las ramas efectúan de ella. Por lo que se refiere a las columnas, cada una representa los bienes y servicios empleados del resto de la economía con el objeto de lograr su producción.

La submatriz de inputs primarios y recursos (parte inferior de la matriz, y que se analiza en forma vertical) mostrará los componentes que constituyen el valor añadido (VA) de la rama correspondiente, si además se incorporan la suma de los consumos intermedios (CI) y el excedente de explotación (EE), mostrará el input total (IT).

Los empleos finales (parte superior derecha de la figura 1.1), muestra la demanda final (DF) requerida de cada rama, lacual está compuesta por el consumo privado (C) y colectivo o gasto público (G), formación bruta de capital (I) y exportaciones (E). Por otro lado, si al conjunto de los consumos intermedios en filas se les suma su correspondiente demanda final, se obtiene el vector columna del output total (OT), que es igual al vector fila de input total (IT).

Figura 1.1: Matriz insumo-producto o Tabla input-output

	Rama 1	Rama...	Rama N	Σ_i CI	C	G	I	E	DF	OT
Rama 1										
Rama ...		Transacciones Intermedias					Empleos Finales			
Rama n										
Σ_j CI										
VA		Input Primarios y Recursos								
EE										
IT										

Fuente: Elaboración propia.

El punto de partida de la modelización input-output planteada por Leontief es la existencia de un equilibrio en cada mercado, es decir, el de compras y ventas de cada empresa, y a su vez el de la industria a la que pertenece esa firma y el del sistema total, lo que explicaría el equilibrio general, por ello los elementos que forman una TIO también están en equilibrio. Para que esta situación ocurra se deben dar tres igualdades, a saber, (Pulido y Fontela, 1993, pp. 30-31):

1. Para cada rama debe existir una igualdad contable entre sus inputs y outputs.
2. Si se cumple la condición anterior, el conjunto también está en equilibrio, es decir, la suma de todos los inputs debe ser igual a todos los outputs.
3. Por último, y dado que una TIO está compuesta por tres submatrices, cada una de ellas debe permitir el calculo del producto interior bruto (PIB) por tres vías (demanda, oferta y por la suma de los valores agregados), siendo coincidentes los valores en cada una de ellas.

Leontief (1965), Dorfman *et al* (1972) y Aznar y Trívez (1993), entre otros, destacan la importancia del análisis que surge de las tablas input-output, resaltando los siguientes aspectos:

1. Tiene la particularidad de permitir mostrar qué país es más desarrollado, a partir de la estructura económica que posea. Leontief (1965, pp 98) señala que mientras las estructuras internas de las economías desarrolladas se parecen, sin embargo, muestran notables diferencias con las de países menos desarrollados.
2. Según Leontief (1965, pp. 101), la principal virtud del análisis input-output es que permite apreciar aquellas transacciones intermedias de carácter indirecto que se realizan en toda economía y que otros modelos no muestran.
3. Es una forma simple de obtener el equilibrio general walrasiano, ya que captura la interdependencia de los distintos flujos productivos que se encuentran en la economía que se está analizando (Dorfman *et al*, 1972, pp. 220 y Aznar y Tríves, 1993, pp. 60).
4. Muestra, en detalle, los distintos flujos que se producen entre las ramas, así como los movimientos de fondos financieros y macromagnitudes (Dorfman *et al*, 1972, pp. 220).
5. No presenta hipótesis que hagan alusión al comportamiento de los elementos que forman la demanda final, es decir, se centra casi en forma exclusiva en la producción (Aznar y Trívez, 1993, pp. 60).
6. Al realizarse sobre una vasta base empírica, se obliga a una simplificación mayor de los datos que se incluyen, así como a una limitación del fenómeno que pretende ser explicado, lo que permite a su vez evitar las especulaciones relativas a las diferentes variables que se incluyen, es decir, es tan compacto que no permite la más mínima especulación, sólo acepta observaciones concretas.

1.3 BASES TEÓRICAS DE LA MODELIZACIÓN INPUT-OUTPUT

A continuación se señalarán cuáles son los supuestos que sustentan el modelo. Podemos distinguir dos tipos: uno de carácter general y otros tecnológicos.

Por lo que se refiere al primero, se considera que todos los bienes tienen un precio, es decir, todos los bienes deben ser pagados con dinero.

Por otra parte, los supuestos tecnológicos son los siguientes: en lo referente a la función de producción, se asume que a) las isocuantas tiene la convexidad usual (hacia arriba), es decir, presentan rendimientos decrecientes y b) los coeficientes de producción son fijos o constantes.

Los supuestos anteriores son, según Dorfman *et al* (1972, pp. 225), contradictorios y sumamente restrictivos, ya que si se considera que existen rendimientos constantes, los productos medio y marginal de los distintos factores serán constantes e iguales. Luego las ventas de la rama *i-ésima* a la *j-ésima*, son una proporción constante de la producción de esta última, por lo tanto, la función de producción: $\mathbf{x_j= x_{ij}/a_{ij}}$, con i;j= 1; 2;...n, donde $\mathbf{a_{ij}}$ es el coeficiente técnico, $\mathbf{x_j}$ es la producción de la rama *j-ésima* y $\mathbf{x_{ij}}$ es el consumo intermedio o lo que es lo mismo, la producción que la rama *i-ésima* vende a la *j-ésima*.

1.4 VARIABLES ENDÓGENAS Y EXÓGENAS

A partir del figura 1.1, se aprecia que existen por un lado **n** variables que se asocian a consumos intermedios de dimensión **(n*n),** más 4 magnitudes correspondientes a los elementos que componen la demanda final de dimensión **(n*4)**, y por último, una correspondiente al output total (OT) de dimensión **(n*1)**, es decir, de este sistema se pueden obtener $\mathbf{n^2+4n+n}$ variables, pero se tiene sólo **n** igualades.

En forma anexa, a partir de la expresión que determina los coeficientes técnicos ($\mathbf{x_j= x_{ij}/a_{ij}}$), se pueden calcular por una lado **n** ecuaciones, ya que $\mathbf{x_j}$ tiene dimensión **(n*1)**, por otra parte, se tienen **(n*n)** relaciones, es decir, se tiene en total $\mathbf{n+n^2}$ ecuaciones. Resumiendo, por una lado se tiene $\mathbf{n^2+5n}$ datos, y por otro $\mathbf{n+n^2}$ igualdades, lo que lleva a concluir que las faltantes 4 magnitudes de dimensión **(n*4)**, son precisamente las variables exógenas del modelo, las que se deben incluir en la demanda final.

1.5 PERFIL ALGEBRAICO DEL MODELO INPUT-OUTPUT

A partir de lo anteriormente expuesto, considerando **n** ramas, y apoyados en el planteamiento de Aznar y Trívez (Op. Cit.), podemos expresar el modelo de la siguiente forma:

$$\mathbf{x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n + c_1 + i_1 + g_1 + e_1}$$
$$\mathbf{x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n + c_2 + i_2 + g_2 + e_2}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\mathbf{x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nn}x_n + c_n + i_n + g_n + e_n}$$

Agrupando en **y** a los vectores **c**; **i**; **g** y **e**, lo anterior se puede expresar en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x_1} \\ \mathbf{x_2} \\ \vdots \\ \mathbf{x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & .. & \mathbf{a_{1n}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & .. & \mathbf{a_{2n}} \\ .. & .. & .. & .. \\ \mathbf{a_{n1}} & \mathbf{a_{n2}} & .. & \mathbf{a_{nn}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{x_1} \\ \mathbf{x_2} \\ \vdots \\ \mathbf{x_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{y_1} \\ \mathbf{y_2} \\ \vdots \\ \mathbf{y_n} \end{bmatrix}$$

o de forma compacta

$$\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{y} \tag{1.1}$$

Donde **x** representa un vector que recoge la producción sectorial de las **n** ramas; **y** corresponde al vector de demanda final de dimensión **n*1**; y **A** es la matriz de coeficientes técnicos de dimensión **n*n** y cuyos elementos son $\mathbf{a_{ij}}$.

Dichos coeficientes técnicos son de gran utilidad si se desea efectuar, por ejemplo, comparaciones entre matrices de distintas zonas geográficas o en diferentes momentos de tiempo. Matemáticamente cada elemento de **A,** puede ser interpretado como la proporción de cada input respecto a la producción total de la rama. Es decir, proporcionan información en términos unitarios e indican en cuánto aumentará el output $\mathbf{x_i}$ del sector *i-ésimo*, si se incrementa en una unidad la demanda final de la rama *j-ésima*.

1.6 LA INVERSA DE LEONTIEF

A pesar de lo útil que resulta el empleo de la matriz de coeficientes técnicos al mostrar los efectos directos que genera o recibe una rama, no proporciona una visión completa de las distintas relaciones que se dan en una economía, al no considerar los efectos indirectos que se producen vía demanda inducida, efectos que serían cuantificados a través de la matriz inversa de Leontief.

Uno de los primeros en presentar las ventajas de la matriz inversa de Leontief fue Goodwin en 1949. Compara el multiplicador keynesiano con la matriz inversa de Leontief, a la que llama matriz de multiplicadores, e indica que dicha inversa representa en forma muy simple el equilibrio general, además, agrega que por medio de dicha matriz se puede determinar cuál es el sentido y limitaciones del multiplicador de Keynes. Posteriormente, sostiene que si se interpretan las columnas de la inversa de Leontief por separado, se obtiene el multiplicador de cada rama (Goodwin, 1949, pp. 537).

Goodwin indica que el modelo de Leontief, el cual expresa como $\mathbf{y} = [\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}(\sum_{\mathbf{j}} \mathbf{b_{ij}})$, donde $\mathbf{y}$ es el vector de transacciones (vector de las producciones brutas de cada rama), $\mathbf{I}$, una matriz unitaria, $\mathbf{A}$ corresponde a la matriz de coeficientes técnicos y $\{\sum_{j} b_{ij}\}$ correspondería a un vector que el denomina de inyección, y que corresponde a la demanda final, facilita resultados mucho más completos y exactos, lo que según Goodwin proporciona una mayor utilidad, que el multiplicador de Keynes (Goodwin, 1949, pp. 544).

Rasmussen, señala que la inversa de Leontief $[\mathbf{(I\text{-}A)^{-1}=Z}]$, sirve para indicar que la producción de la *i-ésima* rama debe aumentar en $\mathbf{z_{ij}}$ (con $\mathbf{z_{ij}} \in \mathbf{Z}$) unidades si la demanda final de la *j-ésima* industria aumenta en una unidad (Rasmussen, 1956, pp. 33). Alternativamente, sostiene que los $\mathbf{z_{ij}}$ pueden también interpretarse en forma marginal como el aumento de la producción de la rama *i-ésima*, a fin de que la oferta de la *j-ésima* aumente en una unidad (Rasmussen, op. cit., pp. 42). Por otra parte, desarrolla una extensión del concepto de matriz de multiplicadores, al pasar de la interpretación de un elemento de la matriz inversa de Leontief ($\mathbf{z_{ij}}$), a la suma de una columna y fila de la misma. La suma de las columnas que forman la inversa [$\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{z_{ij}} = \mathbf{z_{.j}}$] debe ser entendida como el aumento de la producción que debe realizar todo el sistema económico, a fin de satisfacer el requerimiento de una unidad por parte de la *j-ésima* rama (Rasmussen, op. cit., pp. 127). Asimismo, la suma de una fila de la matriz inversa de Leontief [$\sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{z_{ij}} = \mathbf{z_{i.}}$], puede ser entendida como el aumento en la producción que debe realizar la *i-ésima* rama, cuando cada rama del sistema aumenta simultáneamente en una unidad su demanda final (Rasmussen, op. cit., pp. 127).

Las anteriores definiciones se han generalizado posteriormente, prueba de ello son las similares interpretaciones que hacen de la matriz inversa de Leontief, Bharat Hazari (1970, pp. 301), Prem Laumas (1976, pp. 308), Michel Boucher (1976, pp. 313), Leroy Jones (1976, pp. 328) y Eric Dietzenbacher (1997, pp. 635).

Por su parte Hirschman, tras comparar la propuesta de Rasmussen con la de Chenery y Watanabe (1958), indica que la inversa de Leontief permite calcular las repercusiones directas e indirectas de un aumento en los requerimientos de la demanda final de cualquier industria, lo que haría que la inversa de Leontief sea más útil que la matriz de coeficientes técnicos, ya que esta última sólo incluye las relaciones directas, y no las indirectas (Hirschman, 1958, pp. 113).

En este mismo sentido y siguiendo a Muñoz (2000), la utilidad de la matriz inversa de Leontief queda plasmada al multiplicar dicha matriz por la demanda final, lo cual puede ser entendido como las cantidades que precisa una rama del resto, a fin de satisfacer la demanda final solicitada. Consideremos que una forma de calcular la inversa de Leontief es por medio de una serie de potencias, y si se asume inicialmente un sistema de producción igual al presentado en (1.1) al que se le incrementa la demanda en $\Delta\mathbf{y}$, se llega a $\mathbf{x}^{(1)}=\mathbf{Ax+y+\Delta y=x+\Delta y}$, es decir, la nueva producción ($\mathbf{x}^{(1)}$) es igual a la producción inicial ($\mathbf{x}$) más el incremento que se ha producido en la demanda ($\Delta\mathbf{y}$). En un segundo instante la producción será igual a $\mathbf{x}^{(2)}=\mathbf{Ax}^{(1)}\mathbf{+y+\Delta y=A(x+\Delta y)+y+\Delta y=x+A\Delta y+\Delta y}$, puesto que se ha incrementado la demanda y se debe satisfacer la nueva producción. Si repetimos este proceso, *ad infinitum*, se tendrá que:

$\mathbf{x}^{(3)}=\mathbf{Ax}^{(2)}\mathbf{+y+\Delta y}$

donde reemplazando $\mathbf{x}^{(2)}$ por su valor se obtiene

$\mathbf{x}^{(3)}= \mathbf{A(x+ A\Delta y+ \Delta y)+ y+ \Delta y}$,

reemplazando $\mathbf{Ax+y}$ por $\mathbf{x}$, lo anterior se puede escribir como

$\mathbf{x}^{(3)}= \mathbf{x+ A^2\Delta y+ A\Delta y+ \Delta y}$,

continuando el proceso,

$\mathbf{x}^{(4)}= \mathbf{Ax}^{(3)}\mathbf{+ y+ \Delta y}$

$\mathbf{x}^{(4)}= \mathbf{A(x+ A^2\Delta y+ A\Delta y+ \Delta y)+ y+ \Delta y}$

es decir,

$\mathbf{x}^{(4)}= \mathbf{x+ A^3\Delta y+ A^2\Delta y+ A\Delta y+ \Delta y}$,

Lo que en forma generalizada se trasforma en

$\mathbf{x}^{(n)}= \mathbf{x+ A^{n-1}\Delta y+ A^{n-1}\Delta y+ A^{n-2}\Delta y+ \ldots + A^3\Delta y+ A^2\Delta y+ A\Delta y+ \Delta y}$, y por tanto,

$\mathbf{\Delta x= x^{(n)}- x= (A^{n-1}+ A^{n-2}+ A^{n-3}+ \ldots + A^3+ A^2+ A+ I)\, \Delta y}$

Como puede apreciarse el término que aparece entre paréntesis es la "aproximación de una matriz inversa" calculada mediante una serie de potencias, lo que permite concluir que a medida que se repite el proceso, la matriz $\mathbf{A}$ tiende a tomar valores cada vez más pequeños, lo que conduce a:

$$\mathbf{(I - A) * (I + A + A^2 + A^3 + \ldots\ldots A^{n-1}) = (I - A)(I - A)^{-1} = I}$$

Ya que si operamos convenientemente el primer miembro de la expresión anterior, se obtiene:

$$\mathbf{(I + A + A^2 + A^3 + ... + A^{n-1} - A - A^2 - A^3 - .....A^n) = (I - A^n) = I}$$

Resumiendo, cada coeficiente de la inversa, indica las necesidades tanto directas como indirectas de la rama *i-ésima* para satisfacer el requerimiento que le hace la rama *j-ésima*, a fin de proporcionar una unidad monetaria de producto a la demanda final. En otras palabras, cada $\mathbf{z_{ij}}$ representa la cuantía en que debe crecer la rama *i-ésima*, si se persigue el aumento de en una unidad en la demanda final de la *j-ésima*. Las sumas de las filas indican en cuánto se deben incrementar los coeficientes, para que la demanda final aumente en una unidad, por tal razón, se denomina multiplicador de expansión uniforme de demanda, ya que su valor indica el aumento directo e indirecto de la producción cuando la demanda final de todas las ramas varía en una unidad monetaria (si se emplea una matriz en valores monetarios). Por su parte, la suma de la *j-ésima* columna de la inversa de Leontief indica, en cuánto debe aumentar cada elemento de dicha columna, a fin de que la demanda final de esa rama aumente en una unidad, por ello se conoce como el multiplicador de producción.

1.7 MODELO DE GHOSH

A partir de lo anteriormente señalado, parece claro que la propuesta de Leontief expresada de una manera muy simplificada, cómo se ve afectada la producción de una o varias ramas cuando se produce una o varias alteraciones en su demanda final. En este sentido, el modelo explica cómo la variable exógena demanda final afecta a la producción.

Paralelamente, Ghosh (1968, pp. 38) sostiene que las tablas input-output están en equilibrio debido a la presencia de dos fuerzas. Por un lado, las debidas a factores técnicos que son cuantificadas o expresadas por las distintas funciones de producción y, por otra, las fuerzas del mercado que se manifiestan a través de las funciones de distribución, lo cual, es análogo a establecer que las TIO están en equilibrio debido a la demanda y oferta. Por ello debe existir un modelo de demanda y otro de oferta, este último se deriva de las funciones de distribución que se obtienen de las TIO. Este autor se basa en lo que ocurre en dos situaciones bastante concretas, por un lado, cuando existe un mercado competitivo y la segunda, cuando existe monopolio. La existencia de un mercado competitivo se traduce en que los recursos no son escasos y debido justamente a esta abundancia, las funciones de distribución tienen un papel de escasa importancia. Incluso sostiene que, bajo ciertas condiciones, se puede llegar a establecer el equilibrio, formulando adecuadamente los coeficientes de producción. Sin embargo, en el caso de un mercado monopolista la situación cambia, pues los recursos se hacen escasos y el equilibrio pasa a depender de las funciones de distribución, las cuales, a su vez, están relacionadas con un gran número de procesos y combinaciones alternativas, intrínsecas a cada rama. Siendo esta situación contraria al escenario competitivo, ahora la fuerza que pasa a tener un papel menos importante sería la que se asocia a las funciones de producción.

Ghosh (1968, pp. 39) considera la propuesta de Leontief demasiado idealizada, ya que un coeficiente técnico, no se ve afectado por cambios en la demanda final, esto es equivalente a asumir que no cambia, por ejemplo, "la demanda por alimentos", es decir, la tasa de crecimiento vegetativo de la población es constante; tampoco cambian los oferentes, ni los precios. Luego, la propuesta de Leontief, sólo sería válida si se consideran periodos de tiempo reducidos, así como una carencia absoluta de capacidad productiva. Todo ello lleva a asumir que si se produce algún cambio en la demanda final, no afectaría a las distintas relaciones de precios y la oferta sería ilimitada, al ser perfectamente elástica.

A partir de esta idea, Ghosh plantea una nueva matriz de coeficientes, denominada matriz de distribución, la cual se obtiene en forma horizontal. Cada elemento se designa genéricamente como $\mathbf{b_{ij}}$ y se calcula como $\mathbf{b_{ij}= x_{ij}/x_i}$, donde $\mathbf{x_i}$ es el output de la rama *i-ésima*. Por lo tanto, cada coeficiente de la matriz de distribución mostrará la proporción, en términos monetarios, que emplea la rama de la fila *i-ésima*, y que se destina a cada una de las otras ramas o a la demanda final. Con esta nueva forma de plantear el problema se da paso a que los inputs primarios (trabajo o capital empleado en la producción de esa *j-ésima* rama) sean la nuevas variables exógenas y no la demanda final, como en el caso de la matriz de coeficientes técnicos. De esta forma, los modelos de demanda y oferta permitirían conocer cómo los cambios en ellos afectan a las distintas funciones de producción, ya que ahora se puede trabajar con dos variables exógenas, lo que le daría a los resultados que se pueden obtener de las tablas, mayor flexibilidad.

1.8 LA INVERSA DE GHOSH

Cada elemento de la matriz inversa de distribución $\mathbf{[(I\text{-}B)^{-1}]}$, designado genéricamente como $\mathbf{g_{ij}}$, se puede interpretar como el porcentaje en que varía la producción cuando la demanda final cambia en un uno por ciento.

Si razonamos de igual forma que en el modelo de demanda de Leontief, se tendrá lo siguiente:

$$\mathbf{x}^t = \mathbf{x}^t\mathbf{B} + \mathbf{w} \tag{1.2}$$

$$\mathbf{x}^{t} = \mathbf{w}(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \tag{1.3}$$

Donde $\mathbf{x^t}$ corresponde al output total en vertical, de dimensión **(n*1)**, **B** es la matriz de coeficientes de distribución de dimensión **(n*n)** y **w** son los inputs primarios, de dimensión **(1*n)**.

De esta forma, el valor que se obtiene de la suma en filas de la matriz inversa de coeficientes de distribución mostrará el aporte que realiza cada rama para que aumente en una unidad los inputs primarios, por ello, se le conoce como el multiplicador de oferta o de inputs.

La suma en columnas de los coeficientes de distribución indica en cuánto cambia la producción si se produce una modificación de una unidad en la oferta (inputs primarios) de cada una de las ramas que forman la TIO. Lo cual según Pulido y Fontela (1993) sería equivalente a obtener el "multiplicador de una expansión uniforme de los inputs primarios".

1.9 ANÁLISIS ESTRUCTURAL INPUT-OUTPUT

La idea central del análisis estructural consiste en identificar los vínculos o relaciones que existen entre las ramas que integran una TIO, ya sea para un momento concreto o para un periodo de tiempo específico, por lo tanto, uno de sus objetivos es determinar los encadenamientos que se dan entre las distintas ramas, poniendo énfasis en cuánto y a quién compra un sector para llevar a cabo su proceso productivo, y en cuánto y a quién vende con el fin de abastecer los procesos productivos del resto de las ramas. Comprender esas relaciones ayuda a tener una visión global y a la vez diversificada de la economía que se está analizando. El análisis estructural ayuda a determinar qué ramas, según sus distintos encadenamientos con el resto, son claves o vitales en una economía, o cuáles son independientes o menos importantes.

Uno de los pioneros en diferenciar los tipos de encadenamientos o relaciones que se pueden dar en las matrices insumo-producto fue Hirschman en 1958. Este autor sostiene que el crecimiento depende de la estructura de una economía, es decir, del tamaño y nivel de la tecnología de los procesos productivos, de la constitución que tienen los mercados, tanto de producto como de factores y de la dotación de estos últimos. La existencia de "núcleos dinámicos" o "endógenos" es lo que hace que una nación o región crezca. Hirschman estableció que las relaciones o encadenamientos que pueden darse entre dos ramas, toman uno o dos sentidos a la vez: hacia atrás o hacia delante o hacia atrás y adelante, simultáneamente.

A partir de esta idea, Hirschamn define el encadenamiento hacia atrás (backward linkage, **BL**) como la relación que se da entre las actividades que demandan insumos y a las que se demandan, es decir, presentarían altos valores del **BL** aquellas ramas que inducen al desarrollo de otras actividades por el lado de la demanda. Por otra parte, los encadenamientos hacia delante (forward linkages, **FL**) corresponderían a la relación que surge entre productos intermedios con finales, pues algunas actividades pueden requerir de insumos y ser simultáneamente inputs intermedios de otras, o bien, requerir de insumos y ser a su vez productos finales, en este caso, se produce una relación por la vía de la oferta. En un entorno input-output, el análisis estructural se centra en la valoración de los **BL** y **FL** de las distintas ramas y sobre esta base se clasificará a qué tipo corresponde cada una de ellas. La determinación de los **BL** y **FL** es relevante, ya que según los valores que tomen cada uno de ellos en una rama, a ésta se le asociará cierta importancia en la economía.

A partir de lo anteriormente expuesto a lo largo de este capítulo, surgen las siguientes preguntas, ¿es más adecuado emplear sólo el modelo de Leontief?, ¿emplear sólo el de Ghosh?, o ¿es más efectivo emplear ambos, tal como se indicó anteriormente?, y ¿que precios se deben considerar, cuando se comparan más de dos TIOs?.

Autores como Giarratani (1976) o Davis y Salkin (1984) han empleado el modelo de Ghosh en forma empírica, con el objeto de evaluar cómo afectan ciertos cambios a una economía en si. Autores como Beyers (1976), Jones (1976) o Dietzenbacher (1992) indican que emplean el modelo de Ghosh para determinar los encadenamientos hacia delante (**FL**). Otros investigadores como Gruver (1989) y Rose y Allison (1989) sostienen que es bueno hacer uso del modelo de Ghosh cuando lo que se intenta evaluar son pequeños cambios.

De igual forma Oosterhaven (1996) señala (pp. 750 y 758) que el potencial del modelo de Ghosh, tanto para la alternativa precio como cantidad, respecto al de Leontief, es su estabilidad. Además en sus conclusiones indica que las diferencias que existen entre los modelos de precios de Ghosh y de Leontief, no son tan grandes como las que se encuentran en los modelos de cantidades, lo que según él, se debe a la independencia que existe entre los modelos de precio y cantidad.

Por otro lado, Dietzenbacher (1997) demuestra a través de diferentes simulaciones para precios y cantidades que el modelo de oferta de Ghosh proporciona los mismos resultados que el modelo de precios de Leontief, cuando lo que se busca es predecir cómo afectan ciertos cambios a una estructura particular, y sugiere usar el modelo de precios de Ghosh en vez del de oferta en cantidades. Para llegar a tales conclusiones Dietzenbacher hace una revisión de la interpretación de los distintos multiplicadores que se obtienen tanto de la matriz inversa de Leontief como la de Ghosh (Dietzenbacher, 1997, pp. 636), para posteriormente evaluar la estabilidad de ambas matrices frente a distintas situaciones. En este sentido, indica que existe una diferencia entre los resultados que se obtienen tras realizar una reducción de los costes, frente a una simulación que apunte a un aumento de la demanda. Sostiene que se puede aumentar la estabilidad si la matriz **B** posee una determinada estructura y/o cuando el aumento de la demanda tiene determinadas características (Dietzenbacher, 1997, pp. 642).

En términos generales Dietzenbacher plantea que el modelo a usar (precio-cantidad), en principio, va a depender de los propósitos que persiga el planificador. Considera que primero se debe poner énfasis en el problema que se desea resolver, si guarda relación con la reducción de costes sugiere emplear el modelo de precios y el de cantidad si se desea analizar una expansión de la demanda. Agrega que la elección entre utilizar el modelo de Leontief o el de Ghosh, no sólo queda supeditado al tipo de problema, ya que en algunos casos en los cuales la información no sea una limitación se puede hacer uso de ambos modelos, y en el caso que lo sea, se restringe a uno de ellos. Sin embargo, también señala que la elección de uno u otro depende de la estabilidad de cada uno.

Finalmente Dietzenbacher agrega que si se compara el funcionamiento del modelo de cantidades de Leontief con el de precios de Ghosh en términos de predicción, se observa que el primero es, en general, un buen predictor del output total, y que el modelo de precios de Ghosh, también lo es, cuando existe un elevado número de ramas y cuando los sectores gozan de una cierta madurez económica como, por ejemplo, la agricultura, minería o construcción (Dietzenbacher, 1997, pp. 645). En concreto, si se quiere medir el encadenamiento hacia atrás, se hará a través de los multiplicadores de producción, lo que es equivalente a la suma de dicha columna en la inversa de Leontief. Por otra parte, el eslabonamiento hacia delante, se obtendrá de la suma de las filas, de la matriz inversa de coeficientes de distribución. Luego el eslabonamiento hacia delante se asociará a los multiplicadores de oferta, ya que su valor indicará cómo afecta la variación de inputs primarios de la *j-ésima* rama al resto de ellas, es decir, usaremos el modelo de Leontief para el cálculo de los **BL** y el de Ghosh, para el de los **FL**, esto es debido básicamente a la forma en que se abordara el problema.

1.10 RELACIÓN ENTRE LAS MATRICES A Y B

A continuación se pasa a analizar la realación que existe entre las matrices **A** y **B**, así como el uso simultáneo de ambos enfoques, en concreto se discute sobre la estabilidad que se da entre ambas cuando varía el output total o la demanda final.

Cella (1984, pp. 78) indica que no se puede hacer uso de ambos modelos en forma simultánea, ya que existiría un problema de inconsistencia entre ambos. Señala que no se puede asumir que mientras la matriz **A** varíe, la **B** sea estable y viceversa, situación que denomina "join stability problem".

Para desarrollar esta idea, se asume que los precios son constantes, luego el output se puede expresar como[1]:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}$$

Donde $\hat{\mathbf{x}}$ indica una matriz diagonal.

Por su parte, la producción necesaria para satisfacer cierta demanda final, vendrá dada por:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y};\ \mathbf{x} \geq 0,\ \forall \mathbf{y} \geq 0$$

Si se produce una alteración en la demanda final, el output también variaría:

$$\Delta\mathbf{x} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\Delta\mathbf{y}$$

Lo que también se puede expresar como:

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \Delta\mathbf{y}$$

Premultiplicando la expresión anterior por $\hat{\mathbf{x}}^{-1}$ y operando en el ecuación resultante, se obtiene:

$$\hat{\mathbf{x}}^{-1}\Delta\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}^{-1}\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}^{-1})\Delta\mathrm{x} + \hat{\mathbf{x}}^{-1}\Delta\mathbf{y}$$

Observemos que el elemento *i-j-ésimo* de la matriz $\hat{\mathbf{x}}^{-1}\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}$ es igual a:

$$\frac{\mathbf{x_j}}{\mathbf{x_i}}\mathbf{a_{ij}} = \frac{\mathbf{x_j}}{\mathbf{x_i}}\frac{\mathbf{x_{ij}}}{\mathbf{x_j}} = \frac{\mathbf{x_{ij}}}{\mathbf{x_i}}$$

Es decir, los elementos de la matriz $\hat{\mathbf{x}}^{-1}\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}$ son los coeficientes de la matriz de distribución o de Ghosh expresada en términos del output y de la matriz **A**. De igual forma, la matriz **A** se puede

[1] Morillas, A. El modelo de Leontief. Grafo Asociado. En su: La teoría de grafos en el análisis input-output: La estructura productiva andaluza, Málaga, España, Editorial Universidad de Málaga, 1983. pp. 89-119.

expresar como $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{x}}\mathbf{B}\hat{\mathbf{x}}^{-1}$, y sus inversas como $(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1} = \hat{\mathbf{x}}^{-1}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\hat{\mathbf{x}}$ y $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1} = \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}\hat{\mathbf{x}}^{-1}$, respectivamente.

Por otra parte, Cella indica que si cambia la demanda final, variará la producción total así como la matriz **B**, permaneciendo inalterada la matriz **A**, lo que sería inconsistente (Cella, 1984, pp. 78).

Si se asume, por ejemplo, que primero se modifica la matriz de consumos intermedios o la oferta, sin que se altere la demanda final, esto es, si cambia un coeficiente técnico, la producción también lo hará ya que se altera la función de producción de la rama y la matriz de multiplicadores de demanda, por su parte, la demanda final permanecerá sin variaciones[2], aún cuando se observa un aumento en la producción total. De esta forma, en un instante posterior tal variación afectará a la matriz de coeficientes de distribución ya que en el nuevo escenario, el incremento de la producción debe implicar o un aumento de inputs primarios o de ventas, ya que $\mathbf{x}=(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$, si cambia **A**, se tiene que $\Delta\mathbf{x}=\Delta(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$, luego tal modificación se debe redistribuir entre **B** y **v**, puesto que $\Delta\mathbf{x}=\Delta\mathbf{v}\Delta(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}$ o lo que es igual $\Delta(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1} = \Delta\hat{\mathbf{x}}^{-1}\Delta(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\Delta\hat{\mathbf{x}}$.

En una línea similar a la de Cella, Oosterhaven en 1988 sostiene que si se aceptase que la matriz de distribución es fija, podría ocurrir que “los coeficientes técnicos varíen en forma arbitraria, llegando a tomar cualquier valor, que dependería de la oferta disponible” (Oosterhaven, 1988, pp. 207). Para Gruver, el comentario de Oosterhaven no sólo es lógico, sino que además es práctico, ya que si se acepta el modelo de Ghosh, implícitamente significa aceptar que en las columnas de las matriz **A**, es decir, en las distintas funciones de producción todos los inputs son perfectamente sustituibles (Gruver, 1989, pp. 441), supuesto que según Robles y Sanjuán es “harto improbable” (Robles y Sanjuán, 2005, pp. 151).

Para otros autores, como Rose y Chen (1991), después de observar los cambios en los coeficientes de las matrices **A** y **B** para la economía de Taiwán cuando la oferta se ve seriamente afectada, concluyen que el problema de la estabilidad se puede descomponer en tipos “absolute joint stability” y “relative joint stability”. La primera guardaría relación con la estabilidad simultánea en ambas matrices cuando se ven afectadas por modificaciones en el modelo input-output, por ejemplo, frente a variaciones de la demanda, no cambia ninguna de las dos matrices. El segundo tipo de “joint stability” se refiere a la similitud de los coeficientes una vez que se ha alterado el modelo, esto es, si después de realizar una modificación, los coeficientes toman las mismas magnitudes que tenían

[2] Un ejemplo de esta situación puede ser cuando el mercado espera un fuerte incremento de la demanda final de algún producto en concreto, originado por una gran deficiencia del mismo en otra economía. En este caso, el mercado local modificará su estructura productiva a fin de exportar una mayor cantidad, tal como ocurrió con la elaboración de mascarillas antigas que se exportaron desde Chile a EEUU después del atentado del 11 de septiembre de 2001, aún cuando dicho proceso se vino a concretar varios meses después.

originalmente (Rose y Chen, 1991, pp. 28). Rose y Chen concluyen en su trabajo que el grado de inestabilidad es bajo en la mayoría de las situaciones, por ello el uso de la matriz de distribución es adecuado, y no viola necesariamente las condiciones de producción básicas propuestas por Leontief (Rose y Chen, 1991, pp. 33). En lo referente a cuando se darían ambos tipos de estabilidad, Robles y Sanjuán señalan que el primero de ellos es trivial, mientras que el segundo ocurriría cuando los coeficientes cambian en proporciones aceptables (Robles y Sanjuán, 2005, pp. 151).

Por otra parte, y como ya se ha señalado, Dietzenbacher considera que si se utiliza la matriz de Ghosh como un modelo de precios, permite obtener "multiplicadores que muestran el efecto del incremento de un dólar en los costes primarios (*e.g.* valor añadido, importaciones, salarios) de la *j-ésima* rama sobre el valor total de la producción". Por otra parte si los **FL** que se obtienen a partir del modelo de Ghosh se entienden como una medida de dependencia entre el *j-ésimo* sector y el resto de las ramas que compran su output, medirán en cuanto aumenta el valor del output de todos los sectores, cuando sus costes de producción se incrementan debido al aumento de los inputs primarios de la *j-ésima* rama (Dietzenbacher, 2002, pp. 126).

CAPÍTULO II
ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA PRODUCTIVA:
Algunas Alternativas

2.1 INTRODUCCIÓN

En la literatura relativa al análisis estructural input-output, dos enfoques son utilizados con mayor frecuencia: se denominan enfoque clásico y de extracción hipotética (HEM). El primero surgió a finales de los años 50 y el segundo se vincula a un trabajo realizado en los años 80 por Cella, aunque esta idea, como tal, surge mucho antes.

Uno de los autores que pueden encuadrarse dentro del enfoque clásico es el economista danés Paul Rasmussen que, en 1956, presenta la primera propuesta que permite desarrollar un análisis estructural[3]. Plantea el empleo de la matriz inversa de Leontief con la finalidad de capturar las relaciones directas e indirectas entre los distintos sectores. A partir de dicha matriz define dos coeficientes que se denominan poder de dispersión y de absorción.

De forma casi paralela al trabajo de Rasmussen surge la propuesta de Hollis Chenery y Tsunehiko Watanabe al presentar en el Meeting of the Econometric Society sus multiplicadores directos de actividad, trabajo que se publicará posteriormente en 1958 en la revista Econometrica. Dicha propuesta es similar a la de Rasmussen, pero a partir de ella sólo se cuantifican los efectos directos empleando la matriz de coeficientes técnicos, por tanto, únicamente recoge una parte de la propuesta de Rasmussen, más que constituir otra metodología alternativa. Estos autores indican en su trabajo que los fines que persiguen con su enfoque son diferentes de los planteados por Rasmussen (Chenery y Watanabe, pp. 498).

Posteriormente, en el año 1958, Hirschman retoma las ideas presentadas por Rasmussen y Chenery y Watanabe y muestra las diferencias que existen entre ambas. Plantean la idea de encadenamiento y de lo importante que es potenciar aquellas ramas que son capaces de actuar en mayor medida sobre el resto (Hirschman, 1958, pp. 106). También señala cómo pueden afectar a la economía los distintos tipos de encadenamientos entre sectores y que se pueden cuantificar a partir de las matrices input-output. Así, Hirschman (1958, pp. 110) estableció que el eslabonamiento que se da entre sectores puede ser en dos sentidos, hacia atrás y hacia delante. El encadenamiento hacia atrás

---

[3] En español “Relaciones Intersectoriales”, Editorial Aguilar, Madrid, España, 1963.

(**BL**) se forma a partir de la relación insumo-demanda derivada de las actividades, es decir, a partir de la proporción de la producción de un sector que representa compras de otras industrias. Por lo tanto, el **BL** se define como una relación entre las ramas que demandan insumos para su producción y las demandadas e inducen al desarrollo de otras actividades por el lado de la demanda. Por su parte, los encadenamientos hacia delante (**FL**) se derivan de "cualquier actividad que por su naturaleza no abastece exclusivamente las demandas finales" (Hirschman, 1958, pp. 106). En otras palabras, el **FL** responde a la relación que surge entre productos primarios e intermedios, o a la de estos últimos con productos finales, es decir, se produce una relación por la vía de la oferta.

Algo posteriormente, De Caevel, Degueldre y Paelinck publican un trabajo en 1965 del que surge la idea de extracción de un sector de la economía, idea que fue seguida por Ronald Miller en 1966. Sin embargo, fue Günter Strassert (1968) el que continuó y ahondó en el tema y al que se le atribuye esta propuesta metodológica. Este autor retoma la idea de extracción, mostrando el interés de cuantificar cómo se ve afectada la economía cuando se retira de ella una determinada rama. Destaca la importancia de evaluar las repercusiones que se pueden obtener en los encadenamientos cuando se elimina algún sector. Dicho enfoque fue llevado a la práctica en 1977 por Schultz y, posteriormente, por Meller y Marfán en 1981 y por Milana en 1985. Sin embargo, esta metodología tal como es ahora conocida se deriva, más bien, del trabajo que presentó Guido Cella en 1984[4]. Tras esta propuesta se presentan un conjunto de trabajos, entre los cuales se encuentran el de Clements, en 1990, Sonis *et al*, en 1995, Dietzenbacher y van der Linden en 1997, Duarte *et al*, en 2002 y, por último, el de Cai y Leung, en 2004 y 2005; en ellos se corrigen y modifican las metodologías clásicas y la de Cella. Prueba de ello, es que los trabajos de Clements, Duarte *et al*, y Cai-Leung son modificaciones a la de Cella.

Una vez efectuado un rápido repaso del surgimiento de algunas de las principales propuestas, se pasa a presentar con algo más de profundidad aquellas que por su contenido o repercusión se consideran más relevantes. Con la finalidad de realizar un desarrollo ordenado de las distintas metodologías, primero se hará una referencia a los métodos clásicos y posteriormente a los de extracción hipotética.

2.2 MÉTODOS CLÁSICOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL

2.2.1 Metodología de Rasmussen

Rasmussen con el objetivo de cuantificar los efectos hacia atrás ($\mathbf{BL^R}$) y delante ($\mathbf{FL^R}$) que

[4] CELLA, Guido. The input-output measurement of interindustry linkages. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 46(1): 73-84, 1984.

puede presentar un sector, utiliza los coeficientes de la matriz inversa de Leontief, observando, por lo tanto, cambios puramente tecnológicos (en los coeficientes técnicos). Posteriormente, calcula el aporte que hace una rama a la economía y define el tipo de interrelación que tiene con el resto. El empleo de la matriz inversa de Leontief permite observar cómo el cambio de una unidad monetaria en la demanda final de un sector afecta a la producción total en su conjunto (**BL**) y cómo el aumento de una unidad en la demanda final del sistema afecta a la *i-ésima* rama (**FL**).

Partiendo del modelo de Leontief se tiene:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{y} \qquad (2.1)$$

de donde

$$(\mathbf{I}-\mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{y}$$

y por tanto,

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{Z}\mathbf{y} \qquad (2.2)$$

Donde **Z** es la matriz inversa de Leontief.

Si se agregan los componentes de cada columna y fila de la matriz inversa de Leontief se obtienen, respectivamente, los llamados multiplicadores de producción y de expansión uniforme de la demanda. De esta forma, los primeros mostrarán cuánto debe producir la industria *i-ésima* si la demanda final de la industria *j-ésima*, aumenta en una unidad; por otra parte, la expansión uniforme de la demanda cuantifica la cuantía en que se incrementa la producción de la industria *i-ésima*, cuando aumenta la demanda final del conjunto de industrias en una unidad[5].

A partir de los multiplicadores anteriores, Rasmussen define el "índice de poder de dispersión" para cada sector como:

$$\mathbf{BL}_{\mathbf{j}}^{\mathbf{R}} = \frac{\frac{1}{n}\mathbf{z}_{.\mathbf{j}}}{\frac{1}{n^2}\sum_{j=1}^{n}\mathbf{z}_{.\mathbf{j}}} \qquad (j=1, 2, \ldots, n) \qquad (2.3a)$$

Donde $\mathbf{z}_{.\mathbf{j}} = \sum_{\mathbf{i}} \mathbf{z}_{\mathbf{ij}}$

[5] Esta sería la razón por la cual a este multiplicador suele llamarse "multiplicador de una expansión uniforme de la demanda".

Por su parte, el numerador de la ecuación (2.3a) recoge la media de los distintos efectos que se producen en una determinada rama, es decir, muestra el incremento medio (directo e indirecto) de la producción de una rama cuando la demanda final de la *i-ésima* aumenta en una unidad (Rasmussen, 1956, pp. 127). El denominador representa la media global del sistema y muestra el empleo medio que hace de los recursos la *j-ésima* rama de la economía. Por tanto, $\mathbf{BL_{j}^{R}}$ es una medida relativa que cuantifica la "fuerza" con que se trasmite al resto de la economía el aumento de una unidad en la demanda del *j-ésimo* sector, en otras palabras, muestra la dispersión de los efectos de la *j-ésima* rama sobre el resto de la industria, debido al incremento de una unidad en su demanda, por tal razón Rasmussen denomina este indicador como "índice de poder de dispersión".

El vector que recoge el **BL** de cada sector puede determinarse en forma matricial de la siguiente manera:

$$\mathbf{BL^{R}} = \frac{\mathbf{ni(I-A)^{-1}}}{\mathbf{i(I-A)^{-1}i^{t}}} \qquad (2.3b)$$

Donde **i** es un vector fila cuyos elementos son unos, el superíndice **t** denota que está transpuesto.

Análogamente, Rasmussen (1956, pp. 128) define el "índice de sensibilidad de dispersión" para cada sector como:

$$\mathbf{FL_{i}^{R}} = \frac{\frac{1}{n}\mathbf{z_{i.}}}{\frac{1}{n^{2}}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{z_{i.}}} \qquad (i= 1, 2, \ldots, n) \qquad (2.4a)$$

El numerador de la ecuación (2.4a) indica la cuantía en que debe incrementar la producción la *i-ésima* rama cuando la demanda final aumenta en una unidad y el denominador representa a la media del sistema, mostrando el empleo medio que hace de los recursos la *i-ésima* rama, de esta forma la expresión (2.4a) permite observar cómo la industria *i-ésima* es arrastrada por el conjunto de la economía cuando se genera un incremento de una unidad en la demanda final del sistema.

El vector correspondiente para el **FL** de cada rama se expresa en términos matriciales como:

$$\mathbf{FL^{R}} = \frac{\mathbf{n(I-A)^{-1}i^{t}}}{\mathbf{i(I-A)^{-1}i^{t}}} \qquad (2.4b)$$

2.2.1.1 La dispersión de los efectos: Como se puede apreciar, los índices presentados hasta el momento por Rasmussen son promedios que no consideran la concentración de las ramas productivas. En este sentido, Rasmussen sostiene que serán verdaderamente claves aquellas industrias que extiendan sus efectos al resto en mayor cuantía, por lo tanto, debe considerarse la dispersión de los mismos. Con el objetivo de cuantificar este aspecto, propone la utilización del coeficiente de variación de Pearson (ecuación 2.5), el cual permitiría conocer el nivel de dispersión en los efectos de arrastre, es decir, si la industria *j-ésima* "tira" en forma uniforme del conjunto de ramas. En otras palabras, indica que los efectos se hayan "esparcidos" uniformemente por toda la economía si toma pequeños valores y viceversa si los valores del coeficiente son elevados (Rasmussen, 1956, pp. 132),

$$\mathbf{v_j} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\mathbf{z_{ij}} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{z_{ij}})^2}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{z_{ij}}}, \text{ con j=1, 2, …, n} \qquad (2.5)$$

Por su parte, la ecuación (2.6) muestra si el conjunto de industrias influye de igual manera en la industria *i-ésima*. Es decir, si este índice es de pequeña cuantía indica la influencia homogénea que tiene el resto de industrias sobre la *i-ésima* rama, y si es elevado, cómo el sistema de industrias pesa desproporcionadamente sobre la industria *i- ésima*.

$$\mathbf{v_i} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(\mathbf{z_{ij}} - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\mathbf{z_{ij}})^2}}{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\mathbf{z_{ij}}}, \text{ con i=1, 2, …, n} \qquad (2.6)$$

Siguiendo a Rasmussen (Rasmussen, 1956, pp. 135), se considerarán ramas claves a todas aquellas que tengan un elevado $\mathbf{BL_j^R}$ y un $\mathbf{v_j}$ relativamente bajo, pues, de esta manera se evalúa más adecuadamente cómo una industria afecta en mayor cuantía al resto del sistema económico[6].

2.2.1.2 La ponderación de la demanda final: Rasmussen señala que dado que el $\mathbf{FL_i^R}$ es una media no ponderada, cada rama presenta igual importancia cuando se produce el cambio de una unidad en la demanda total, por ello (1956, pp. 129-130) sugiere ponderar el **FL** y define el indicador ponderado como:

[6] En referencia a este punto es preciso señalar que Hirschman (1958, pp. 111 y 122) considera clave aquellos sectores que tiene un alto **BL** y **FL**, en este estudio, se ha optado por dicha clasificación.

$$\mathbf{FL_i^w} = \frac{\frac{1}{n}\mathbf{z_{i.}^w}}{\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{z_{i.}^w}} \qquad (i= 1, 2, \ldots, n) \qquad (2.7a)$$

Donde $\mathbf{z_{i.}^w} = \mathbf{n}\frac{\mathbf{x_{i.}}}{\mathbf{y}}$, $\mathbf{x_{i.}}$ corresponde a la producción total de la *i-ésima* rama e, **y** es la demanda final.

Que matricialmente se expresa como:

$$\mathbf{FL^w} = \frac{\mathbf{n(I-A)^{-1}y}}{\mathbf{i(I-A)^{-1}y}} \qquad (2.7b)$$

2.2.1.3 Caracterización de las ramas según sus eslabonamientos: Cuantificar la importancia que pueda tener un sector dentro de una economía es un aspecto de gran relevancia, ya que permite aplicar políticas económicas basadas en un mejor conocimiento de la estructura productiva. En este sentido, Hirschman (1958, pp. 109-110 y 113-114) señala que se consiguen mejores tasas de crecimiento a largo plazo si se incentivan aquellos sectores que están más encadenados; posteriormente, Oosterhaven (1981, capítulo 5) cree que son más importantes aquellas ramas que tienen un impacto elevado y positivo en el desarrollo de una región y, por último, Hewings (1982, pp. 173-174 y 192) sostiene, cuando se refiere a los sectores claves, que pueden ejercer para la economía una motivación importante en la producción y empleo de otros sectores.

Tabla 2.1: Clasificación de los sectores según Rasmussen y la modificación de Hirschman

	$\mathbf{BL_{.j}^R} < 1$	$\mathbf{BL_{.j}^R} > 1$ y $\mathbf{v_{.j}}$ bajo
$\mathbf{FL_{i.}^w} < 1$	Independientes	Impulsores de economía (arrastre delante); demandan de otros sectores, pero existe poca demanda de ellos.
$\mathbf{FL_{i.}^w} > 1$ y bajo $\mathbf{v_{i.}}$	Base o estratégicos (arrastre atrás); demandan poco del resto de los sectores, pero son altamente demandados.	Claves

Es decir, efectuar una clasificación de los sectores según su nivel de encadenamiento es un aspecto de gran trascendencia para el conocimiento de una economía. A continuación se muestra cuál es la tipificación de una rama empleando los índices que propone Rasmussen y la clasificación de Hirschman (tabla 2.1).

Los sectores base o estratégicos son ramas donde el poder de dispersión es menor que uno, el de sensibilidad de absorción es mayor que la unidad y $\mathbf{v_i}$ presenta un valor bajo, es decir, responden a los requerimientos de otros sectores presentando una pequeña demanda del resto; por lo tanto, se ven más afectados por lo que ocurra en la demanda final que por lo que pueda suceder en la demanda intermedia; por otra parte, un pequeño coeficiente de dispersión indica que las ventas de estos sectores están uniformemente distribuidas en las ramas que dependen de ella, es decir, que la rama depende por igual del conjunto de industrias. Los sectores con fuerte arrastre hacia delante o impulsores de la economía demandan inputs de otros sectores, es decir, presentan un alto $\mathbf{BL_j^R}$ y su $\mathbf{FL_i^R}$ y $\mathbf{v_j}$ son de pequeña cuantía, por lo tanto, la producción global se ve muy influenciada por lo que ocurra en estas ramas, es decir, en este caso adquiere más importancia lo que ocurra en la demanda intermedia. Los sectores independientes o islas son poco atractivos, ya que no provocan un fuerte impacto en la economía, pues su desarrollo no afecta demasiado a las ramas que demandan o venden. Los sectores claves tienen elevados $\mathbf{BL_j^R}$ y $\mathbf{FL_i^R}$, pero bajos $\mathbf{v_j}$ y $\mathbf{v_i}$, son ramas que requieren en términos relativos de más insumos que el resto cuando se produce un incremento en la demanda final de algún otro sector. Por su parte los coeficientes de dispersión ($\mathbf{v_j}$ y $\mathbf{v_i}$), señalarían respectivamente que, al existir poca dispersión las compras que efectúa la *i-ésima* rama son uniformes, esto es, depende por igual de todos los sectores, y en el caso de las ventas, indicaría que están distribuídas por igual en el sistema económico. Según Rasmussen, son industrias que poseen una gran capacidad de dispersar su efecto por la vía de la oferta, así como para empujar a otras industrias por la vía de la demanda[7].

A modo de resumen, se puede señalar que un rasgo interesante de la propuesta de Rasmussen es que permite obtener los efectos tanto directos como los indirectos. En este sentido, Laumas (1976, pp. 309) presenta tres ventajas de la utilización de esta propuesta, a saber:

1. Considera todos los efectos que permiten determinar cómo se ve afectado el resto de la economía, cuando se produce *e.g.* un aumento en el gasto público, para un año en concreto.
2. Al estar correctamente corregidos describen con más precisión la importancia de los sectores estratégicos en una economía.
3. Permiten realizar comparaciones de las estructuras productivas de distintos países.

2.2.1.4 Limitaciones de la propuesta de Rasmussen: A pesar de lo sencilla e intuitiva que pareciera ser esta propuesta, no está exenta de críticas. El propio Rasmussen (1956, pp. 129) es el primero en señalar ciertas limitaciones, algunas de las cuales ya se han señalado

[7] En este sentido, Schultz señala que son industrias que afectan al sistema total, y no a un escaso número de firmas, tomando como eje dominante lo que ocurra en la demanda intermedia (Schultz; 1977, pp. 82).

anteriormente como, por ejemplo, la necesidad de establecer ponderaciones que permitan distinguir la diferente importancia de cada sector o la consideración de los niveles de concentración (ecuaciones 2.5 a 2.7).

Por otra parte, Rasmussen sugiere que en el caso de que la demanda final tenga poca importancia respecto a los consumos intermedios (suponiendo que los parámetros de la economía permanezcan constantes), es más interesante estudiar los efectos indirectos, es decir, evaluar cuál es la consecuencia de un aumento de los consumos intermedios en el resto de la economía y no de la demanda. En este caso, el análisis se debe centrar en la matriz [$\mathbf{Z-I=(I-A)^{-1}-I}$] que mide las repercusiones indirectas, al aislar las directas, en vez de analizar la inversa de Leontief, y a partir de aquella matriz recalcular los índices presentados ($\mathbf{BL_j}$, $\mathbf{FL_i}$, $\mathbf{v_j}$, y $\mathbf{v_i}$). En el caso de estar ante una situación en la que sea importante analizar cómo evolucionan los efectos indirectos sobre otras industrias, propone eliminar "la industria considerada y, por lo tanto, prescindir de los efectos retroactivos (de autoconsumo) sobre la industria misma", para ello sugiere emplear la matriz (**Z-ž**), donde **ž** es la diagonal principal de la inversa de Leontief, y a partir de esta diferencia volver a recalcular los índices expuestos (Rasmussen, 1956, pp. 133-134).

Otro de los puntos que Rasmussen encuentra cuestionables es la propia definición de sector clave, la cual puede depender del problema que se desee tratar y de las variables que se emplean, más que del valor del poder de dispersión $\mathbf{BL_j}$ y del índice $\mathbf{v_j}$. En este sentido, considera que se debe adecuar la definición de rama clave según el modelo que se esté estudiando (Rasmussen, 1956, pp. 135-136).

Además del propio Rasmussen, otros autores también efectuaron críticas a su metodología. Una de las más generalizadas, quizás debido a desconocimiento, es la no utilización de coeficientes que describan adecuadamente la dispersión de los efectos. Entre los autores que realizaron esta crítica podemos citar a Hazari (1970, pp. 301-302)[8], Laumas (1976, pp. 67), Boucher (1976, pp. 314-315 y 318), Cella (1984, pp. 75) y Sonis *et al* (1995, pp. 235).

Para Bouchain (2004, pp. 4) los índices de Rasmussen no tienen ninguna interpretación desde el punto de vista económico o estadístico que sea convincente, dado que se basan en promedios, y no consideran el tamaño del sector.

En otro orden de cosas, Yotopoulos y Nugent (1973, pp. 161 y 162) señalan que cuando

[8] Hazari, señala que los índices de Rasmussen se basan en promedios y, por lo tanto, son sensibles a los valores extremos, lo que conduce a que no describan adecuadamente la estructura de una industria, y deben ser corregidos por el "coeficientes de variación". Este autor propone catalogar a los sectores como claves considerando tanto el **BL**, el **FL** y los coeficientes de variación correspondientes ($\mathbf{v_i}$ y $\mathbf{v_j}$), adecuando con ello los índices de Rasmussen a la terminología y clasificación de Hirschman (Hazari, 1970, pp. 302).

Rasmussen determina el **BL**, en realidad está estimando un encadenamiento total (**TL**), al emplear la matriz inversa de Leontief. Cuando se obtiene dicha matriz en forma de serie de potencias en un sistema cerrado, $\mathbf{(I-A)^{-1}=I+ A+ A^2+ A^3}$...., tras cada multiplicación de la matriz **A** por si misma, se recogen elementos adicionales que corresponden al **FL** que potenciarían al **BL** *ad infinitud*, esto es, cuando se determina el **BL** de la *i-ésima* rama van incluídos elementos propios de su **FL**.

Considerese a modo de ejemplo, una economía con tres ramas; si se calcula la inversa de Leontief mediante serie de potencias, esto es:

Partiendo de que la matriz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & \mathbf{a_{13}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & \mathbf{a_{23}} \\ \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} & \mathbf{a_{33}} \end{bmatrix}$, se tiene que:

$$\mathbf{z_{.1} = \Omega_1(I)+ \Omega_1(A)+ \Omega_1(A^2)+ \Omega_1(A^3)+ \ldots\ldots\ldots\ldots}$$
$$\mathbf{z_{.2} = \Omega_2(I)+ \Omega_2(A)+ \Omega_2(A^2)+ \Omega_2(A^3)+ \ldots\ldots\ldots\ldots}$$
$$\mathbf{z_{.3} = \Omega_3(I)+ \Omega_3(A)+ \Omega_3(A^2)+ \Omega_3(A^3)+ \ldots\ldots\ldots\ldots}$$

Donde $\mathbf{\Omega_i}$ es el operador suma de los elementos de la columna *i-ésima* de una matriz, $\forall$ i= 1, 2, 3. Haciendo referencia al desarrollo de $\mathbf{z_{.1}}$, se observa que, $\mathbf{\Omega_1(I)=1}$ representará el cambio del sector *i-ésimo* causado por el aumento de una unidad en la demanda final, proceso que puede ser extendido similarmente a $\mathbf{z_{.2}}$ y $\mathbf{z_{.3}}$.

Observemos el $\mathbf{BL_1}$ del ejemplo que se desarrolla, en el cual va implícito el componente $\mathbf{a_{12}}$, el cual a su vez es parte del $\mathbf{FL_1}$, es decir, se observan coeficientes que son propios del **FL** del *i-ésimo* sector que van aumentando los respectivos **BL** en la medida que aumenta la serie de potencias.

$$\mathbf{\Omega_1(A) = [a_{11} + a_{21} + a_{31}] = BL_1}$$

$$\mathbf{\Omega_1(A^2) = a_{11}BL_1 + a_{21}(a_{12} + a_{22} + a_{32}) + a_{31}(a_{13} + a_{23} + a_{33}) = a_{11}BL_1 + a_{21}BL_2 + a_{31}BL_3}$$

$$\mathbf{\Omega_1(A^3) = a_{11}(a_{11}a_{11} + a_{12}a_{21} + a_{13}a_{31}) + a_{12}(a_{21}a_{11} + a_{22}a_{21} + a_{23}a_{31}) + \ldots\ldots}$$

Por su parte, $\mathbf{\Omega_1(A)}$ mostrará el primer efecto "ripple" del cambio que se produce en el sector 1, pues $\mathbf{a_{.1}}$ mide el efecto[9] del **BL** del sector 1. Los elementos $\mathbf{a_{12}}$ y $\mathbf{a_{13}}$ que forman parte del **FL** del sector 1, muestran cómo el efecto acumulativo y expansivo de esas variables afectan al resto de **BL**, que se obtienen de en la matriz $\mathbf{\Omega_1(A^2)}$. Es decir, cuando se determina el valor del $\mathbf{BL_2}$ y $\mathbf{BL_3}$, se observa la existencia de **FL** directos derivados de la relación del sector 1 con las ramas 2 y 3. Esto conduce a pensar a Yotopolous y Nugent (1973, pp. 161-162) que se trata de un encadenamiento total

[9] Es preciso observar que se ha denotado con $\mathbf{BL_i}$ a los encadenamientos hacia atrás propuestos por Chenery y Watanabe.

y no sólo del **BL**, pues existiría una interdependencia entre la oferta y la demanda de inputs que según habrían señalado responderá más bien a una medida de eslabonamiento total.

Otra de las observaciones que se le hacen a la propuesta de Rasmussen, es la que plantean Chenery y Watanabe (1958, pp. 498), los cuales indican que es una buena alternativa de análisis ya que permite predecir en función de la demanda final que se quiera lograr, es decir, destacan que variando la demanda final se puede obtener la nueva estructura productiva de la economía y, ademas, la magnitud en que debe variar cada rama para conseguir esa demanda. Otros autores entre los que se encuentran Augustinovics (1970, pp. 252-253), Jones (1976, pp. 326-327 y 329), Beyers (1976, pp. 231), Miller y Lahr (1997, pp. 3) y Andreosso-O`Callaghan (2000, pp. 5 y 2004, pp. 168) señalan la necesidad de emplear el modelo de Ghosh para determinar los **FL** en lugar del modelo de Leontief. En concreto, Jones (1976, pp. 326-327 y 329) señala que los índices son insensibles ya que no capturan la realidad de la economía, pues cree más adecuado relacionar al **FL** con un modelo de oferta y no con uno que se derive de la demanda. En esta misma línea también se puede señalar los trabajos de Beyers (1976), Miller y Lahr (2000) y Andreosso-O`Callaghan (2000 y 2004), los cuales indican que el **FL** de Rasmussen cuantifica el aumento de una unidad en la demanda final de todos los sectores, lo que según Miller y Lahr (2000) es poco claro y habría originado el uso de la matriz de distribución de Ghosh.

Como se ve, existe una cierta controversia en lo que se refiere al uso de la matriz inversa de Leontief o de Ghosh en la determinación de los **FL**. Sin embargo, hay autores como Robles y Sanjuán que señalan que actualmente se acepta que el modelo de Ghosh es equivalente al de precios de Leontief, al igual que también se admite que el modelo de cantidades de Leontief tiene su doble en la aproximación basada en la ecuación dual equilibrio-precios (Robles y Sanjuán, 2005a, pp. 152). Luego, emplear el modelo de Ghosh depende de qué es lo que mide, y puesto que cuantifica la proporción de las ventas que realiza la *i-ésima* rama al resto de la economía, se acepta que es un medida acertada para la interpretación de los multiplicadores de oferta. Concluyendo, la expresión del **FL** de Rasmussen en términos de la matriz de Ghosh, sería:

$$\mathbf{FL}^{\mathbf{R,G}} = \frac{\mathbf{n(I-B)^{-1}i^{t}}}{\mathbf{i(I-B)^{-1}i^{t}}} \tag{2.8}$$

Otro de los problemas que se pueden citar es el relativo a la ponderación, debido a que puede resaltar ramas que no son importantes desde el punto de vista de las relaciones que presenten, sino por el peso que posean. Un ejemplo de esto se encuentra en las ramas que se relacionan con las distintas Administraciones Públicas, presentan peso importante, pero desde el punto de vista de las relaciones con otras ramas es de escasa importancia para su desarrollo. Por otra parte, si la demanda final es igual a los inputs primarios y estos son altos, implicaría que existe un escaso consumo intermedio, en tal caso la ponderación dificultaría la interpretación de los coeficientes. De igual forma, puede darse el caso en el que el peso relativo de la rama en términos de inputs primarios y consumo intermedio sea bajo, pero alto en demanda final, en tal caso se favorece a sectores que no aportan al desarrollo de otras actividades. Resumiendo, estos casos traen como consecuencia una asignación errada de la importancia de dichas ramas.

Un aspecto que llama la atención de la propuesta de Rasmussen tiene que ver con la determinación del **FL** cuando está ponderado, ya si bien consideramos correcto efectuar dicha ponderación, el indicador que resulta de simplicar la fórmula (ecuación 2.7b), representa simplemente la participación del output de la rama que se analiza en el total, por tanto, consideramos, que el **FL** de Rasmussen ponderado es una medida que no representa adecuadamente el valor del mismo.

Finalmente, con respecto a la clasificación que se plantea a partir de estos índices, consideramos que aún cuando la propuesta de Rasmussen y Hirschman es adecuada desde un punto de vista conceptual, no es fácilmente aplicable en la práctica y daría lugar a una amplísima casuística de sectores: aquellos que tiene elevados **BL** y **FL** y a la vez pequeños $\mathbf{v_j}$, pero alto $\mathbf{v_i}$; aquellos con alto **FL** y $\mathbf{v_i}$, bajo **BL** y $\mathbf{v_j}$, etc. Una forma de simplificar y clarificar esta clasificación es proponer un indicador que considere conjuntamente ambos factores: valor del **BL** (**FL**) y su dispersión. Una forma de obtener dicho indicador es conseguir que tanto el eslabonamiento como el coeficiente que recoja la dispersión se muevan en el mismo sentido, es decir, crezcan o decrezcan a la vez. En otro orden de cosas, hay que señalar que el coeficiente de variación de Pearson no está acotado lo que constituye una desventaja a la hora de cuantificar el nivel de dispersión. Por todo lo anteriormente expuesto, se propone el siguiente coeficiente que tiene en cuenta la concentración de las compras en una economía.

$$\mathbf{BL_j^{R(c-p)}} = \mathbf{BL_j^R}\left(\frac{\mathbf{v_j^{inv}}}{\mathbf{máx(v_j^{inv})}}\right) \tag{2.9a}$$

Obsérvese que este índice ($\mathbf{BL_j^{R(c-p)}}$) está definido como el producto del **BL** multiplicado por el inverso del coeficiente de variación expresado en términos relativos respecto al máximo valor que éste pueda alcanzar en la economía considerada. Se emplea el inverso de $\mathbf{v_j}$ para conseguir que una menor dispersión (condición que se exige a un sector para que sea clave) lleve aparejada un mayor valor de este indicador. Asimismo, está acotado dado que se encuentra dividido por su máximo valor en el conjunto de sectores productivos.

Análogamente para determinar el eslabonamiento hacia delante (**FL**) se tendrá que:

$$\mathbf{FL_i^{R(c-p)}} = \mathbf{FL_i^{R,G}}\left(\frac{\mathbf{v_i^{inv}}}{\mathbf{máx(v_i^{inv})}}\right) \tag{2.9b}$$

2.2.2 Planteamiento de Chenery y Watanabe

Para estos autores (1958, pp. 498) es fundamental analizar aquellos encadenamientos directos, los que consideran más relevantes, ya que así se hace más fácil comparar las distintas estructuras productivas. Por tal razón no trabajan con la matriz inversa de Leontief, ya que piensan que dificultaría saber cuál es el verdadero origen de los efectos obtenidos. A partir de este planteamiento establecen los siguientes índices:

$$\mathbf{BL^{Ch\text{-}W} = iA} \tag{2.10}$$

$$\mathbf{FL^{Ch\text{-}W} = Ai^t} \tag{2.11}$$

Análogamente a Rasmussen y Hirschman proponen la siguiente clasificación (tabla 2.2), de esta forma las ramas se clasifican al comparar sus coeficientes con el promedio de todas ellas, lo cual permite identificar las ramas relevantes para la economía como aquéllas que tienen altos **BL** y **FL** (actividades manufactureras de destino intermedio) y que son claves para inducir el desarrollo por su capacidad de estímulo hacia otras ramas.

Las ramas pertenecientes a la categoría I son aquellas cuya producción puede ser usada directamente como productos finales teniendo poco o ningún tratamiento en el proceso productivo. En ramas del tipo manufactura intermedia (II), el coste que tiene el uso de sus factores primarios es menor que el valor de los inputs que demandan y más de la mitad de sus ventas van a otros productores. El tipo manufactura final (III), respresentan actividades que no soy muy demandadas y que, sin embargo, demandan del resto del sistema productivo. Las ramas de producción primaria final (IV) serían aquellas relativamente independientes de otras producciones y conectarían directamente a los usuarios finales con los dueños de los factores de producción primarios (commodities; Chenery y Watanabe, 1958, pp. 493-494).

Tabla 2.2: Clasificación de sectores según Chenery y Watanabe

	$\mathbf{BL_j^{Ch\text{-}W}}$ < Promedio	$\mathbf{BL_j^{Ch\text{-}W}}$ > Promedio
$\mathbf{FL_i^{Ch\text{-}W}}$ < Promedio	Producción Primaria Final o Sectores Independientes (IV)	Manufactura Final o Sectores con Fuerte Arrastre (III)
$\mathbf{FL_i^{Ch\text{-}W}}$ > Promedio	Producción Primaria Intermedia o Sectores Base (I)	Manufactura Intermedia o Sectores Claves (II)

Fuente: Chenery y Watanabe (1958, pp. 493).

Respecto a las críticas que se le hacen a esta metodología, Hirschman (1958, pp. 113) indica que "son índices muy burdos, (…ya que…) puede obtenerse una medida más refinada del eslabonamiento anterior tomando en consideración la inversa de la matriz insumo-producto".

Posteriormente, Yotopoulos y Nugent (1973, pp. 158) consideran el estudio que realizan Chenery y Watanabe una propuesta para llevar a cabo un análisis comparativo, dado que tienen en cuanta sólo los efectos directos, más que un índice que permita evaluar la interdependencia de los distintos sectores. Aunque también indican que es más adecuado trabajar con ambos tipos de efectos (directos e indirectos). Un comentario similar hace Laumas (1976, pp. 308) al señalar que en esta propuesta no se efectúa ninguna corrección sobre la concentración de los flujos entre sectores, ni se incluyen ponderaciones. Además, otros autores entre los que se encuentran Jones, Beyers, Miller y Lahr y Andreosso-O`Callaghan, sugieren replantearse el **FL** empleando la matriz de distribución.

Finalmente, los índices de Chenery y Watanabe deben ser replanteados si se quiere calcular el **BL** y el **FL** en términos relativos ecuaciones (2.12) y (2.13) respectivamente:

$$\mathbf{BL}^{\mathbf{Ch\text{-}W}} = \frac{\mathbf{niA}}{\mathbf{iAi^t}} \qquad (2.12)$$

$$\mathbf{FL}^{\mathbf{Ch\text{-}W,\,G}} = \frac{\mathbf{nBi^t}}{\mathbf{iBi^t}} \qquad (2.13)$$

2.2.3 Enfoque de Hazari

En una línea similar a la de Rasmussen, Hazari, en agosto de 1970, presenta un trabajo en el que recoge una clasificación de sectores claves desde una óptica netamente tecnológica, coincidente con el enfoque de Rasmussen y Hirschman, la novedad de su propuesta consiste en incorporar la consideración de los objetivos que desee evaluar el planificador (Hazari, 1970, pp. 301).

Este autor sugiere identificar las ramas claves en función de la matriz inversa de Leontief y de los intereses del evaluador, esto es, según la política económica que se quiere implementar, la cual puede ser relativa al empleo, salarios, ingreso, exportaciones, demanda final, etc. A modo de ejemplo considera el vector de demanda final para cuantificar el incremento de los niveles de producción requeridos para satisfacer el aumento de una unidad en la demanda final. El procedimiento consiste en multiplicar la inversa de Leontief por un vector de demanda con todos sus elementos iguales a cero, a excepción del referido a la rama que se está evaluando. Es decir, el encadenamiento hacia atrás ($\mathbf{BL}^{H}$) propuesto se obtendría de la siguiente manera (Hazari, 1970, pp. 302):

$$\mathbf{x_i} = \mathbf{i(I-A)^{-1}y_y} = \begin{bmatrix}\mathbf{1} & \dots & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{z_{11}} & \mathbf{z_{12}} & \cdots & \mathbf{z_{1j}} & \cdots & \mathbf{z_{1n}} \\ \mathbf{z_{21}} & \mathbf{z_{22}} & \cdots & \mathbf{z_{2j}} & \cdots & \mathbf{z_{2n}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{z_{i1}} & \mathbf{z_{i2}} & \cdots & \mathbf{z_{ij}} & \cdots & \mathbf{z_{in}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{z_{n1}} & \mathbf{z_{n2}} & \cdots & \mathbf{z_{nj}} & \cdots & \mathbf{z_{nn}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{y_i} \\ \vdots \\ \mathbf{0}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{z_{1j}y_i} \\ \mathbf{z_{2j}y_i} \\ \vdots \\ \mathbf{z_{ij}y_i} \\ \vdots \\ \mathbf{z_{nj}y_i}\end{bmatrix} = \mathbf{S_j} \qquad (2.14a)$$

Donde $\mathbf{y_y}$ corresponde a un vector que tiene todos sus elementos igual a cero, salvo uno de ellos, que corresponde a la demanda final del sector que se evalua.

Escrito de manera compacta:

$$\mathbf{S_j} = \mathbf{BL_j^H} = \mathbf{iZy_y} \qquad (2.14b)$$

Dicha expresión muestra cuáles son los niveles de producción requeridos por las distintas ramas, para satisfacer el aumento de una unidad en la demanda final del sector *j-ésimo*.

Asimismo, interpreta las filas de la inversa de Leontief como el aumento en los niveles de producción de la industria *i-ésima*, a fin de satisfacer el incremento de una unidad de la demanda final de todas las industrias, esto es:

$$\mathbf{S_i} = \mathbf{FL_i^H} = \mathbf{y_y^t Zi^t}$$

Si los valores de $\mathbf{S_j}$ y $\mathbf{S_i}$ de una rama son relativamente más elevados que los de otras, dicha rama debe ser considerada como clave, siempre y cuando el objetivo del evaluador sea la demanda final. Sin embargo, estos índices no están ponderados por lo que Hazari propone considerar la proporción de la demanda final del sector a evaluar respecto del resto, de esta forma se otorga a cada rama una cierta importancia en función de su participación en este vector, para ello se definen unos indicadores λ, tales que (Hazari, 1970, pp. 303):

$\mathbf{S_j r_i} = \lambda_j$ y $\mathbf{S_i r_i} = \lambda_i$, donde $\mathbf{r_i} = \dfrac{\mathbf{y_i}}{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{y_i}}$

Luego $\mathbf{BL_j^{w,H}} = \mathbf{iZy}\left(\dfrac{\mathbf{y_i}}{\mathbf{iy}}\right)$ y el $\mathbf{FL_i^{w,H}} = \mathbf{y^t Zi^t}\left(\dfrac{\mathbf{y_i}}{\mathbf{iy}}\right)$

Por lo tanto, esto índices mostrarán para el **BL** cuál es la relevancia que tiene cada rama respecto de la demanda final cuando el resto tiene demanda nula, y en el caso del **FL**, indicará cual debe ser el incremento de la producción de la rama *i-ésima* para que la demanda final de todos los sectores aumente en una unidad, por lo tanto, si la *i-ésima* rama presenta altos valores de λ_j y λ_i, será considerada como clave (Hazari, 1970, pp. 303)[10].

Como se puede ver Hazari presenta una metodología que se basa en los objetivos del evaluador que a modo de ejemplo se refiere a la demanda final. Define como rama clave, aquella que además de incorporar una alta capacidad de captura de la demanda intermedia de las otras ramas, presenta un peso importante en la demanda final; en este sentido, la definición de rama clave formulada por Hazari podría ser considerada más robusta que la proporcionada por Hirschman en 1958.

Una de las críticas que se le hacen a la metodología de Hazari es la formulada por Beyers, el cual señala que dicha propuesta es similar a la de Rasmussen, Chenery y Watanabe, Hirschman y Perroux (1955)[11]. Además, critica la forma en que Hazari calcula el $\mathbf{FL^H}$ $(\mathbf{S_i})$, ya que considera que se basa en el empuje del $\mathbf{BL^H}$ $(\mathbf{S_j})$, lo que hace que esta medida no sea comparable con el "poder de dispersión" de Rasmussen y otras similares, en este sentido, plantea una crítica referente al origen del **FL**. Considera que se debe utilizar una metodología que se base en la matriz de distribución[12], ya que así se obtiene una medida del **FL** más fácilmente comprensible. Este autor propone utilizar en lugar del enfoque de Hazari, los índices de poder y de sensibilidad de dispersión de Rasmussen, pero este último corregido con el modelo de Ghosh (Beyers, 1976, pp. 231-232). Posteriormente Beyers tras realizar un ejemplo empírico en el que se analiza en un contexto regional y otro interregional la posible interdependencia del **BL** y **FL**, señala que habría una conexión en la importancia del **FL** y las relaciones de intercambio que surgen entre regiones (intercambio interregional). Sin embargo, el valor de los **BL** sería independiente del ámbito en que se trabaje, es decir, el hecho que los **BL** de los sectores de una cierta región sean altos, no depende de que el resto de regiones también los tengan (Beyers, 1976, pp. 234).

En otro orden de cosas, Hewings (1982, pp. 175) cuestiona la forma en que Hazari construye su ponderación, sostiene que es "simple" y manifiesta serias dudas sobre su eficacia[13]. En este mismo

[10] Hazari aplica la propuesta de Rasmussen corregida por los coeficientes de variación y la propia considerando la demanda final a una tabla input-output confeccionada para la India durante los años 1964-1965, clasificada en 38 ramas. Concluye que las nueve primeras clasificaciones conseguidas a partir de ambas metodologías son idénticas, pero cuando agrega a dicha comparación sus índices ponderados, observa que habrían tres similitudes, de las cuales una sería coincidente con su lugar anterior. Sin embargo, el autor señala que esta última clasificación está más de acuerdo con la realidad, dadas las características económicas de India (Hazari, 1970, pp. 304).

[11] Perroux, Francis. Note sur la notion de Pôle de Croissance. Economie Appliquée, 7(1-2):307-320, 1955.

[12] En este punto Beyers hace una critica generalizada tanto a Hazari, como al resto de propuestas de la época (Beyers, 1976, pp. 232).

[13] El ejercicio que realizó Hewings para llegar a esta afirmación consistió en observar cuantas ramas claves se obtienen tras aplicar el

sentido, Diamond en 1974 señala que podría existir incompatibilidad entre los objetivos que dificultaría la elección de una rama como verdaderamente clave cuando se emplean para ello distintos intereses de política que están directamente relacionados (Diamond, 1974, pp. 103)[14], por ello, sería más adecuado utilizar para el análisis las características propias de la economía (Diamond, 1974, pp. 105). Por otra parte se puede señalar, que en la práctica, la ponderación de Hazari se realiza dos veces, primero en la determinación de sus encadenamientos, y posteriormente en su ponderación.

2.2.3.1 Replanteamiento de la propuesta de Hazari

Se considera que la propuesta de Hazari puede ser entendida como un antecedente de la extracción hipotética y un nexo de unión entre esta metodología y los métodos clásicos. Al multiplicar por un vector con un único elemento no nulo se está aislando a ese sector y obteniendo un efecto similar al de la extracción. Asimismo, y dado que dicha propuesta mustra ciertas limitaciones, se procede a presentar algunas modificaciones sobre la misma que se considera pueden conducir a unos resultados más adecuados de su aplicación. La reformulación que se plantea se refiere a tres aspectos:

a) El empleo de la matriz de distribución para determinar el **FL**.
b) La inclusión de una adecuada ponderación de los índices.
c) La consideración de la dispersión de las compras y ventas.

En lo referente al primer punto, se consideran adecuados los argumentos de Augustinovics (1970, pp. 252-253), Jones (1976, pp. 326-327 y 329), Beyers (1976, pp. 231), Miller y Lahr (2000, pp. 3) y Andreosso-O`Callaghan (2000, pp. 4 y 5 y 2004, pp. 168), en el sentido de hacer uso de la matriz de Ghosh para determinar el **FL**, ya que así se obtendría una visión más próxima a lo que ocurre con la oferta[15]. Bajo la óptica de Ghosh, el **FL** expresaría el cambio que se logra en la producción cuando la *i-ésima* rama aumenta en una unidad sus input primarios, es decir, es una medida que expresa las repercusiones económicas que causa la propia rama cuando incrementa en una unidad sus input primarios, en otras palabras, determina el efecto global de la economía cuando el *i-ésimo* sector aumenta sus precios en una unidad monetaria.

---

enfoque de Hazari, para ello utilizao la tabla del Estado de Washington, confeccionada para 1963 a 52 ramas, en estas condiciones Hewings reconoce 22. Posteriormente repite el ejercicio, empleando como ponderador los 7 vectores que definen la demanda final y observa cuantas ramas claves se obtienen en cada caso, y cuales son coincidentes con las detectadas al inicio. Obtiene que sólo dos de ellas son coincidentes, a partir de estos resultados, Hewings sostiene que la ponderación que propone Hazari (1970, pp. 303) es simple y ambigua (Hewings, 1982, pp. 175).

[14] El ejercicio que realiza Diamond en 1974 consistió en aplicar la propuesta y corrección de Rasmussen a una TIO de 36 ramas confeccionada en 1967 para Turquía, y observa qué sectores resultan ser claves empleando tres tipos de política económica, la maximización del empleo, del ingreso y la minimización de las importaciones. Luego separa para cada política las 12 primeras ramas que tienen un alto **FL** y bajo coeficiente de variación, y observa que sólo tres ramas claves resultaron ser coincidentes para las tres políticas. Posteriormente, realiza el mismo ejercicio para el **BL**, encontrando sólo dos coincidencias (Diamnond, 1974, pp. 101 y 105).

[15] Como se recordará trabajar con la matriz inversa de Leontief significa aceptar una postura poco práctica de la forma en que se expresa el incremento de la producción de la rama *i-ésima* motivada por un aumento de una unidad en la demanda final de una industria elegida en términos del propio Rasmussen al azar (Rasmussen, 1956, pp. 129).

Con respecto a la distintas ponderaciones que se puedan utilizar, se debe señalar que un índice que no esté bien ponderado es tan deficiente como uno que no lo esté. Los comentarios efectuados al respecto por Hewings (1982, pp. 174-178) y Rao y Harmston (1979, pp. 79-80 y 90), conducen a plantear que la propuesta de Hazari puede ser corregida. En este sentido, Rao y Harmston señalan que ponderar por la demanda final tiene la ventaja de permitir evaluar cómo cambios en ella pueden afectar a la producción, lo que es de especial interés cuando se analizan economías en crecimiento (Rao y Harmston , 1979, pp. 80), ya que en estos casos se pretende alterar radicalmente la estructura productiva de un país. Si por el contrario, los planificadores trabajan sobre una economía desarrollada, donde lo más probable es que no se desee llevar a cabo un cambio tan significativo, emplear una ponderación que se base en la demanda final no parece muy sensato, ya que cambios en la misma tenderían a desestabilizar las relaciones económicas, añadiendo un costo adicional al ajuste, en este caso sería más adecuado ponderar de acuerdo al output (Rao y Harmston, 1979, pp. 82 y 83). Además sostienen que basar la importancia de un sector de acuerdo a su participación en la demanda final no siempre es adecuado, pues puede ocurrir que una rama posea una demanda final alta pero tenga, a su vez, escasa participación en la matriz de consumos intermedios, lo que podría traer como consecuencia un sacrificio de la economía en términos de costes de crecimiento, debido a una asignación equivocada de recursos (Rao y Harmston, 1979, pp. 83). En este sentido, la propuesta de Rao y Harmston es más flexible que otros enfoques, ya que tiene en cuenta ambas situaciones (Rao y Harmston, 1979, pp. 83).

Por lo anteriormente señalado, se considera que una mejora del enfoque de Hazari consiste en incorporar la matriz de Ghosh y la flexibilidad que posibilita introducir las ponderaciones de Rao y Harmston, además del coeficiente de dispersión ponderado que proponen estos últimos, para cuantificar adecuadamente la distribución uniforme de las compras y ventas, es decir, con todo ello los nuevos índices de Hazari serían:

$$\mathbf{BL_j^{Hc} = S_j w_j} \tag{2.15}$$

Donde:

$$\mathbf{w_j} = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{X_j}}{\mathbf{x}}, & \text{si i es un sector de un país desarollado} \\ \dfrac{\mathbf{y_i}}{\mathbf{y}}, & \text{si i es un sector en un país en vías de desarrollo} \end{cases}$$

Además, su índice de dispersión ponderado $\mathbf{v_j^w} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(z_{ij} - \dfrac{X_j}{x} z_{.j})^2}}{\dfrac{X_j}{x} z_{.j}}$ debe tomar un pequeño valor.

Finalmente $\mathbf{X_j}$ corresponde al output de la rama *j-ésima* y **x** al output total.

Para el caso del $\mathbf{FL_c}^{H}$ se tendrá que:

$$\mathbf{x^t = v_y G = [0 \quad 0 \quad \dots \quad v_i \quad \dots \quad 0]} \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1j} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & & \cdots & g_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ g_{i1} & g_{i2} & \cdots & g_{ij} & \cdots & g_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ g_{n1} & g_{n2} & \cdots & g_{nj} & \cdots & g_{nn} \end{bmatrix} = \mathbf{[g_{1j}v_i \quad \dots \quad \dots \quad g_{ij}v_i \quad \dots \quad g_{nj}v_i]}$$

Donde $\mathbf{v_y}$ es una matriz fila que corresponde a los inputs primarios, siendo todos ellos igual a cero, salvo el de la rama que se estudia.

Considerando que $\mathbf{g_{ij}} \in \mathbf{G}$ y $\mathbf{G= (I\text{-}B)^{-1}}$, y haciendo que $\mathbf{S_i^c = \sum_{i=1}^{n} g_{ij} v_i}$, se llega a:

$$\mathbf{FL_i^{Hc}= S_i^{c} w_i} \tag{2.16}$$

Donde:

$$\mathbf{w_i} = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{X_i}}{\mathbf{x}}, & \text{si i es un sector de un país desarollado} \\ \dfrac{\mathbf{y_i}}{\mathbf{y}}, & \text{si i es un sector en un país en vías de desarrollo} \end{cases}$$

Y al igual que en el caso anterior, debe tener un $\mathbf{v_i^w} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(g_{ij} - \dfrac{X_i}{x} g_{i.})^2}}{\dfrac{X_j}{x} g_{i.}}$ bajo.

Como se puede ver tras efectuar esta reformulación en el caso del **BL** ($\mathbf{BL_j^{Hc}}$), se obtendría la cantidad necesaria en que debe aumentar la producción a fin de satisfacer el incremento unitario que demanda la rama, pero considerando la importancia relativa de cada sector y la dispersión en las compras efectuadas. El **FL** ($\mathbf{FL_i^{Hc}}$) además ha sido corregido desde una óptica de oferta, al proponer utilizar la inversa de Ghosh, con ello se logra determinar cuál es la cuantía necesaria en que se deben acrecentar los inputs primarios de una rama en concreto, cuando el resto posee inputs primarios nulos, a fin de conseguir un aumento unitario en el sector que se estudia, por último, se estaría incluyendo el efecto exógeno que recibe la rama que se estudia en la economía, es decir, se considera la demanda que se hace de ésta por parte de todas las ramas y la propia inclusive, producto de una alteración exógena en el *i-ésimo* sector.

Emplear este nuevo planteamiento consideramos que tiene la ventaja de permitir cambiar la ponderación en función de los intereses del planificador, esto es, cambiar $\mathbf{X_j}/\ \mathbf{x}$ y $\mathbf{X_i}/\ \mathbf{x}$ por *e.g.* $\mathbf{w_i}$, e incorporarla simultáneamente en un índice de variación ponderado, empleando para la determinación del **BL** un enfoque de demanda y para el **FL** uno de oferta.

Una vez definido lo anterior, el paso siguiente es caracterizar cada rama en función de sus encadenamientos, ponderaciones y distribución de compras y ventas, para ello se opta por una clasificación general, igual que la presentada para el caso de Rasmussen, esto es, se cree adecuado emplear las ecuaciones 2.9a y 2.9b, con ello el nuevo **BL** será:

$$\mathbf{BL_j^{H(c-p)}} = \mathbf{BL_j^{Hc}}\left(\frac{\mathbf{v_j^{w(inv)}}}{\mathbf{máx(v_j^{w(inv)})}}\right) \tag{2.17}$$

Como se puede observar, este nuevo encadenamiento considera el inverso de $\mathbf{v_j}$ para conseguir que una menor dispersión (condición que se exige a un sector para que sea clave) lleve aparejado un mayor valor de este indicador inverso. Para conseguir que esté acotado lo dividimos por su máximo valor en el conjunto de sectores productivos.

Análogamente para determinar el eslabonamiento hacia delante (**FL**) se tendrá que:

$$\mathbf{FL_i^{H(c-p)}} = \mathbf{FL_i^{Hc}}\left(\frac{\mathbf{v_i^{w(inv)}}}{\mathbf{máx(v_i^{w(inv)})}}\right) \tag{2.18}$$

A modo de resumen, y con la finalidad de no confundir respecto a los aportes de cada enfoque, debemos señalar que Rao y Harmston emplean los índices de Chenery y Watanabe, Rasmussen y Hazari. Los primeros indicadores no son ponderados ni se emplean coeficientes de variación para los **BL** y **FL**. Los coeficientes de Rasmussen primero son calculados sin corrección y luego con ella de acuerdo a las propuestas del propio Rasmussen, Hazari y ellos mismos (Rao y Harmston, 1979, pp. 85). Sin embargo, no aplican sus ponderaciones y coeficiente de variación ponderado a los índices de Hazari, ni los corrigen con un planteamiento de oferta, ni proponen una forma de clasificar los distintos tipos de sectores.

Se plantea lo anterior ya que Rao y Harmston indican que sus propuestas, son preferibles al método de Hazari, cuando se identifican sectores claves en estudios regionales (Rao y Harmston, 1979, pp. 89), punto del cual se discrepa, ya que se basan para tal conclusión en la ponderación que propone Hazari que, como se indicó, debiera ser aplicable en países menos desarrollados.

2.3 LOS MÉTODOS DE EXTRACCIÓN HIPOTÉTICA

La metodología de extracción se inicia con el trabajo de Strassert (1968), el cual la presenta como una alternativa de evaluación respecto a los métodos clásicos. Este autor propone a partir de la inversa de Leontief, cuantificar el efecto que se produciría en una economía si se extrajera hipotéticamente una rama, para lo cual, sugiere eliminar la fila, columna y demanda final de la *i-ésima* rama, logrando extraer literalmente el sector y estableciendo el modelo que se muestra en la ecuación (2.19).

$$\mathbf{L(k)} = \sum_{\mathbf{i=1,i\neq k}}^{\mathbf{n}} \left[\mathbf{x_i} - \overline{\mathbf{x}}_\mathbf{i}\mathbf{(k)}\right] \tag{2.19}$$

Donde $\mathbf{L(k)}$ es el eslabonamiento total del sector, $\mathbf{x_i}$ representa el output del sector antes de la extracción, y $\overline{\mathbf{x}}_\mathbf{i}\mathbf{(k)}$, es el output después de la extracción, por su parte $\mathbf{x}$ se puede obtener de la siguiente forma:

$$\mathbf{x=(I-A)^{-1}y} \tag{2.20}$$

Análogamente, la producción $\overline{\mathbf{x}}\mathbf{(k)}$ de la ecuación (2.19) se puede rescribir como:

$$\overline{\mathbf{x}}\mathbf{(k)} = \left[\mathbf{I} - \overline{\mathbf{A}}\mathbf{(k)}\right]^{-1} \overline{\mathbf{y}}\mathbf{(k)} \tag{2.21}$$

Donde $\overline{\mathbf{A}}\mathbf{(k)}$ es la matriz inversa de Leontief, de orden [(n-1)*(n-1)], ya que se ha eliminado la fila y columna del sector *k-ésimo*, $\overline{\mathbf{x}}\mathbf{(k)}$ e $\overline{\mathbf{y}}\mathbf{(k)}$, representarán al vector de output y al de demanda, ambos de dimensión [(n-1)*1].

Por lo tanto, y dados los valores que toman tanto **y(k)** como $\overline{\mathbf{y}}\mathbf{(k)}$, se asumirá que $\overline{\mathbf{x}}\mathbf{(k)}$ es menor que **x**, esto es, $\overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{i}}\mathbf{(k)} < \mathbf{x_i}$ $\forall$ i=1,2...k-1, k+1,...n, $\overline{\mathbf{x}}\mathbf{(k)}$ es obtenido como si el sector *k-ésimo* no existiese en la economía y, por lo tanto, no genera relaciones con otras ramas productivas, mientras que **x** se determina eliminando el output final de ese sector. La suma de las diferencias entre los elementos de $\mathbf{x_i}$ y $\overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{i}}\mathbf{(k)}$ puede considerarse como la medida del eslabonamiento total [**L(k)**] del sector (extraído) con el resto de la economía (ecuación 2.19). El **BL** se obtiene de la expresión 2.20, siguiendo por ejemplo, el procedimiento de Rasmusen y el **FL** se determina por la diferencia entre el encadenamiento total **L(k)** (ecuación 2.19)y su **BL** (ecuación 2.20), dando como resultado una medida del **FL** indirecta (**FL=L(k)- BL**).

La idea anterior fue llevada a la práctica en 1977 por Schultz y posteriormente, por Meller y Marfán en 1981 y Milana en 1985. Estos últimos incluyen la idea de Hazari de que las variables empleadas dependen del problema que quiera resolver el planificador.

Con respecto a las primeras aplicaciones que emplean el enfoque de extracción y a la propuesta en si, autores como Cella (1984, pp. 78) y Clements (1990, pp. 338) y Dietzenbacher y van der Linden (1997, pp. 236) consideran que el cálculo del **FL** por esta vía no es adecuado ya que se realiza en forma indirecta, a partir de la diferencia que se da entre el efecto total [**L(k)**] y el **BL**.

Por su parte Dietzenbacher y van der Linden agregan una critica adicional a la metodología de Strassert, ya que encuentran que asumir que el sector entero se extrae (fila y columna) es muy restrictivo (Dietzenbacher y van der Linden, 1997, pp. 236).

2.3.1 Propuesta de Guido Cella

El avance que se produce tras la metodología de Strassert (1968) se debe fundamentalmente a Guido Cella el cual propone obtener, a partir de la matriz inversa de Leontief, el encadenamiento total como la suma de los elementos **BL** y **FL** y considerar en dicho cálculo la demanda final. Para lo cual, asume que el sector que se extrae no compra ni vende productos intermedios al resto, es decir, las matrices $\mathbf{A_{21}}$ y $\mathbf{A_{12}}$ de la matriz de coeficientes técnicos serán igual a cero (donde $\mathbf{A_{11}}$, $\mathbf{A_{12}}$, $\mathbf{A_{21}}$ y $\mathbf{A_{22}}$ son submatrices de la matriz particionada de **A**). De esta forma el encadenamiento total para el *i-ésimo* sector se obtiene como la diferencia entre el output de la economía completa menos el de la *i-ésima* rama, es decir, si se parte del modelo de Leontief se tendrá que:

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x_1}\\ \mathbf{x_2}\end{bmatrix} = \left[\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{I}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}}\\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{A_{22}}\end{bmatrix}\right]^{-1} \begin{bmatrix}\mathbf{y_1}\\ \mathbf{y_2}\end{bmatrix} \qquad (2.22)$$

Donde $\mathbf{x_1}$ y $\mathbf{x_2}$ hacen referencia al output total de los grupos 1 y 2 (sector que se va a evaluar y resto de los sectores, respectivamente), $\mathbf{y_1}$ e $\mathbf{y_2}$ recogerán las demandas finales de ambos grupos.

Resolviendo la ecuación anterior y haciendo $\mathbf{G_{22}=(I-A_{22})^{-1}}$ y $\mathbf{H=[(I-A_{11})-A_{12}G_{22}A_{21}]^{-1}}$, se llega a la ecuación (2.23):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{HA}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H} & (\mathbf{I}-\mathbf{A}_{11})\mathbf{HG}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

La cual se puede reescribir como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{HA}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H} & \mathbf{G}_{22}(\mathbf{I}+\mathbf{A}_{21}\mathbf{HA}_{12}\mathbf{G}_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

Por otra parte, si se supone que no existen relaciones entre ambos grupos, es decir, que el sector 1 no compra ($\mathbf{A_{21}=0}$), ni vende ($\mathbf{A_{12}=0}$) bienes intermedios al resto de ramas, se llega a la ecuación (2.25):

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

Donde $\bar{\mathbf{x}}_1$ y $\bar{\mathbf{x}}_2$ representan a los vectores de output de los bloques 1 y 2 después de la extracción.

Resolviendo la ecuación (2.25) y haciendo $\mathbf{G_{11}=(I-A_{11})^{-1}}$:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

A partir de la ecuación (2.19) el efecto eslabonamiento total (**ET**) puede definirse del siguiente modo:

$$\mathbf{TL_i = i^t(x-\bar{x})} \tag{2.27}$$

Donde $\mathbf{x(\bar{x})}$ representa el output de ambos sectores 1 y 2 antes (después) de la extracción, e **i**

$(\mathbf{i^t})$ a un vector fila (columna) cuyos elementos son unos.

Si se resta ahora las ecuaciones (2.24) y la (2.26) se obtendrá:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x_1} - \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \mathbf{x_2} - \bar{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} - \mathbf{G_{11}} & \mathbf{HA_{12}G_{22}} \\ \mathbf{G_{22}A_{21}H} & \mathbf{G_{22}A_{21}HA_{12}G_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y_1} \\ \mathbf{y_2} \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

Dado que el eslabonamiento total ha sido definido como la diferencia entre el output total antes y después de la extracción, se tendrá que:

$$\mathbf{TL_i = BL^C + FL^C} \tag{2.29}$$

Donde $\mathbf{BL^C}$ y $\mathbf{FL^C}$ se obtienen tras operar en la expresión 2.28:

$$\mathbf{BL_j^C = (H - G_{11})y_1 + i^t(G_{22}A_{21}H)y_1}$$

(2.30a)

$$\mathbf{FL_i^C = (HA_{12}G_{22})y_2 + i^t(G_{22}A_{21}HA_{12}G_{22})y_2} \tag{2.31a}$$

Haciendo que $\mathbf{\Gamma_i = [(H-G_{11})y_1]}$, $\mathbf{\prod_i = [i^t(G_{22}A_{21}H)y_1]}$, $\mathbf{\Gamma_j = [(HA_{12}G_{22})y_2]}$ y $\mathbf{\prod_j = [i^t(G_{22}A_{21}HA_{12}G_{22})]y_2}$, las ecuaciones (2.30a) y (2.31a) se pueden reescribir como:

$$\mathbf{BL_i^C = \Gamma_i + \prod_i} \tag{2.30b}$$

$$\mathbf{FL_j^C = \Gamma_j + \prod_j} \tag{2.31b}$$

Donde[16] $\mathbf{\Gamma_i}$ representa la producción que la rama 1 ($\mathbf{A_{12}}$) proporciona al resto de los sectores ($\mathbf{G_{22}}$) y que posteriormente demandará de ellos ($\mathbf{A_{21}}$). Además, esta magnitud también incluye una parte que representa lo que demanda y oferta de si misma la *i-ésima* rama ($\mathbf{G_{11}}$). $\mathbf{\prod_i}$ muestra lo que la rama 1 compra del resto. $\mathbf{\Gamma_j}$ indica lo que vende la rama 1 al resto de la economía; representa, por un lado, una medida del **FL** hacia el resto de los sectores de la economía ($\mathbf{A_{12}G_{22}}$) y, por otra parte, del **BL** del resto de la economía hacia la *i-ésima* rama ($\mathbf{G_{22}\ A_{21}}$). Finalmente $\mathbf{\prod_j}$ representa lo que el sector 1 vende al resto de la economía ($\mathbf{A_{12}G_{22}}$) y lo que éste demandá del resto ($\mathbf{G_{22}\ A_{21}}$), involucrando así las compras y ventas que hace el *i-ésimo* sector al resto de la economía.

[16] Se hace notar que los componentes de la ecuación 2.30b y 2.31b son expresiones que se prestan a variadas interpretaciones, no siendo la presentada aquí la única que se puede desprender de ellas.

Según lo expuesto se puede indicar que la principal aportación de Cella consiste en separar el intercambio propio del sector con el resto, es decir, las expresiones $\mathbf{G_{11}y_1}$ y $\mathbf{G_{22}y_2}$ que se observan en las ecuaciones (2.30) y (2.31). Sin embargo, esta propuesta no está exenta de críticas, así por ejemplo, Guccione indica que la metodología de Cella pierde de vista el propósito del ejercicio, esto es, el origen de la producción y además considera que la definición del **FL** es inconsistente con la propia definición del término, dado que no capta la idea que da Hirschman del mismo[17]: la oferta no puede estimular la producción doméstica, ya que una vez establecido el nivel de producción no puede hacer surgir nuevas actividades que proporcionen inputs (enfoque *ex- ante*; Guccione, 1986, pp. 373).

Clements aunque considera que la propuesta de Cella tiene la ventaja de solucionar el problema de las ponderaciones, al multiplicar cada rama por la participación que tiene en la demanda final (Clements, 1990, pp. 338), presenta el inconveniente de que sobrevalora el **FL** y subvalora el **BL**[18], sin embargo, se considera que esto no significa que se pondere por la demanda final, es decir, el hecho de que se incluya la participación de la demanda final de una rama y la del resto de la economía, no es sinónimo de ponderación por la misma.

En otro orden de cosas, Dietzenbacher, van der Linden y Steenge plantean una crítica generalizada referente al empleo del modelo de Leontief para el cálculo de **FL** en lugar del de Ghosh, la cual también afecta a la propuesta de Cella. Según estos autores el **FL** debe reflejar la dependencia directa que existe entre un sector y el resto de la economía, es decir, debe mostrar cómo se distribuye la producción de un sector sobre el resto de las ramas receptoras (Dietzenbacher *et al*, 1993, pp. 192).

Miller y Lahr hacen mención de las críticas de Dietzenbacher *et al* (1993, pp. 192) referidas al empleo de la matriz de Ghosh, ya que consideran que se puede llegar a resultados similares empleando indistintamente cualquiera de las dos matrices (Ghosh o Leontief), y señalan que en este sentido, el planteamiento de Cella es correcto, ya que indica claramente que su análisis responde a un enfoque *ex post* y no *ex ante* como los presentados previamente (Miller y Lahr 2000, pp. 4; 8 y 14).

Posteriormente Sonis *et al* indican que, en vez de extraer un sector de la economía como lo hace Cella, es más adecuado descomponer la misma, esto es, separar la actividad que se evalúa del resto y, además, emplear el valor total de la producción en lugar de la demanda final, midiendo así el efecto que tiene la producción de esa rama en el sistema, y no cuantificando el impacto que tiene su

[17] En este sentido, es preciso señalar que Hirschman sostiene que "la industrialización sólo puede empezar con industrias que producen para la demanda final, puesto que *ex hipótesis*, ningún mercado ha existido aún cuando comercie con bienes intermedios. Esto quiere decir que sólo podrán crearse dos tipos de industrias: las que transforman los productos primarios nacionales o importados en bienes requeridos por la demanda final; y las que transforman los productos semimanufacturados importados en bienes requeridos por la demanda final", lo cual responde como se ve a un enfoque *ex post* (Hirschman, 1958, pp. 116).

[18] Dado que el encadenamiento total de Cella (**ET**), es igual a la suma del encadenamiento hacia atrás ($\mathbf{BL_j^C} = \mathbf{\Gamma_i} + \mathbf{\prod_i}$) más el encadenamiento hacia delante ($\mathbf{FL_i^C} = \mathbf{\Gamma_j} + \mathbf{\prod_j}$), Clements señala que es erróneo, ya que, algunos componentes del **FL** que son propios del **BL** están mal asignados**,** sobrevalorando de esta manera el **FL,** y subvalorando al **BL**, sobre esta base este autor considera más adecuado determinar el **BL** con $\mathbf{\Gamma_i} + \mathbf{\prod_i} + \mathbf{\prod_j}$ y que el **FL** coincida con $\mathbf{\Gamma_j}$, (Clements, 1990, pp. 339).

demanda en los otros sectores (Sonis *et al*, 1995, pp. 238).

Por otra parte, Andreosso-O`Callaghan y Yue consideran como inconveniente que los eslabonamientos no sean simétricos, ya que dificulta la evaluación del comportamiento de una economía bajo distintos enfoques. Básicamente creen que esta metodología falla cuando se intenta analizar cambios estructurales, ya que no responde a la idea de **FL** planteada por Hirschmamn, lo que hace que la misma no sea comparable con los encadenamientos que propone Rasmussen y Chenery y Watanabe (Andreosso-O`Callaghan y Yue, 2000, pp. 8). En este sentido, se considera que se puede plantear una modificación a la propuesta de Cella, a objeto de hacerla comparable, por ejemplo, con la de Rasmussen, esto es, calcular el **BL** mediante la matriz de Leontief, y el **FL** empleando la de Ghosh, así se obtendría una medida similar y más general que la de Dietzenbacher y van der Linden.

Posteriormente Duarte, Sánchez-Chóliz y Bielsa encuentran en la propuesta de Cella una serie de efectos que se deben aislar cuando se analizan actividades que están verticalmente integradas[19], proponiendo centrar la atención, si ese fuera el caso, sólo en los efectos externos o netos ($\prod_i$ y Γ_j; Duarte, Sánchez-Chóliz y Bielsa, 2002, pp. 73-74).

Finalmente, Cai y Leung observan que la propuesta de Guido Cella se debe reordenar, ya que los efectos están mal asociados. Consideran más adecuado, al igual que Clements, incluir $\prod_j$ en el **BL**, y no en el **FL** y que es preferible tomar a Γ_i, como parte del **FL** y no del **BL** de Cella, ya que es una media que refleja con mayor sensibilidad el **FL** (Cai y Leung, 2004, pp. 69-70).

2.3.2 Procedimiento de Sonis, Guilhoto, Hewings y Martins

Estos autores en su trabajo (Linkages, key Sectors, and Structural Change: Some New Perspectives) publicado en 1995, indican que el razonamiento de Cella referente a la extracción es correcto, pero difieren en cuanto a la forma. Cella y Clements plantean la idea de extracción y Sonis *et al* de descomposición, sostienen que es más apropiado separar una rama del resto de la economía que extraerla. Proponen descomponer la matriz **A** de la siguiente manera (Sonis *et al*, 1995, pp. 236-237):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 \qquad (2.32)$$

[19] Se entiende por actividades verticalmente integradas las que corresponden a actividades o empresas donde se relacionan patrimonialmente sus etapas insumo-producto, esto es, son generadores, distribuidores y comercializadores de un cierto bien o servicio. En este sentido, una actividad que se encuentre verticalmente integrada lo puede estar hacia atrás o hacia delante. El primer caso se da cuando requiere de un input dado, la cual satisface todas las necesidades de requerimientos de manera interna. Si se da la segunda situación, significa que una actividad es capaz de satisfacer la demanda de un determinado producto con sus propios recursos. De acuerdo a lo expuesto, una actividad o empresa que esté verticalmente integrada se transforma en autosuficiente, por ello, se afirma que cuando una actividad está verticalmente integrada tiene pleno dominio de sus activos.

donde $\mathbf{A_1}$ representa las relaciones del sector que es separado de la economía y $\mathbf{A_2}$ se refiere al resto de la economía.

En su trabajo señalan la importancia de la magnitud del encadenamiento interindustrial, por tal razón asumen que se debe eliminar completamente tanto el autoconsumo como el intercambio de la rama a evaluar, dando así origen a la metodología del "encadenamiento puro" o "pure-linkage".

Partiendo del modelo de Leontief se tiene:

$$\mathbf{x= Ax+ y}$$

$$\mathbf{x= (A_1+A_2)x+ y}$$

Lo que lleva a

$$\mathbf{(I-A_2)x= A_1x+ y} \tag{2.33}$$

A partir de lo cual se pueden derivar dos expresiones:

$$\mathbf{x= (I-A_2)^{-1}A_1x+ (I-A_2)^{-1}y} \tag{2.34a}$$

$$\mathbf{x= A_1(I-A_2)^{-1}x+ (I-A_2)^{-1}y} \tag{2.35a}$$

Por otra parte, (2.34a) y (2.35a), se pueden reagrupar respectivamente como:

$$\mathbf{(I-(I-A_2)^{-1}A_1)x= (I-A_2)^{-1}y}$$

$$\mathbf{(I-A_1(I-A_2)^{-1})x= (I-A_2)^{-1}y}$$

Haciendo $\mathbf{P_1= (I-A_2)^{-1}}$, $\mathbf{P_2= (I-P_1A_1)^{-1}}$ y $\mathbf{P_3= (I-A_1P_1)^{-1}}$, se llega a las expresiones siguientes:

$$\mathbf{x= P_2P_1y} \tag{2.34b}$$

$$\mathbf{x= P_1P_3y} \tag{2.35b}$$

Los productos $\mathbf{P_2P_1}$ y $\mathbf{P_1P_3}$ representan descomposiciones de la matriz inversa de Leontief, que se puede denotar como:

$$\mathbf{L_{BL}= P_2P_1} \tag{2.36}$$

$$\mathbf{L_{FL}= P_1P_3} \tag{2.37}$$

De acuerdo a lo anterior, las expresiones 2.36 y 2.37, representan a la inversa de Leontief, la diferencia estaría en que la primera de ellas lleva a determinar el puro **BL** y la segunda el **FL**.

Para obtener la expresión del **BL**, primero se calculará el producto $\mathbf{P_1A_1}$

$$\mathbf{P_1A_1} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A_{22}} \end{bmatrix}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}} \\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}} \\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Donde $\mathbf{(I\text{-}A_{22})^{-1}= G_{22}}$. Posteriormente se determinará $\mathbf{P_2}$:

$$\mathbf{P_2} = \begin{bmatrix} \mathbf{G_{11}} & -\mathbf{A_{12}} \\ -\mathbf{G_{22}A_{21}} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{HA_{12}} \\ \mathbf{G_{22}A_{21}H} & \mathbf{(I - A_{11})H} \end{bmatrix}$$

Ahora se debe descomponer esta matriz a objeto de encontrar el "puro encadenamiento hacia delante" de Sonis *et al.*

$$\mathbf{P_2} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G_{22}A_{21}} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A_{12}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

Finalmente, la inversa de Leontief toma la forma

$$\mathbf{L_{BL}} = \mathbf{P_2P_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G_{22}A_{21}} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A_{12}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G_{22}} \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

Como se aprecia de la ecuación (2.38), el componente $\mathbf{G_{22}A_{21}}$ muestra cómo se relaciona el resto de las ramas con las compras efectuadas por el sector que se evalúa. Por otra parte, considerando que $\mathbf{P_2=(I\text{-}P_1A_1)^{-1}}$ y que $\mathbf{P_1A_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}} \\ \mathbf{G_{22}A_{21}} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, el "puro" **BL** se define como:

$$\mathbf{BL_j^S=i^tG_{22}A_{21}x_1} \tag{2.39}$$

Donde $\mathbf{x_1}$ es la producción total de la rama que se está analizando obtenida a partir de la ecuación (2.34b). De esta forma, al multiplicar por $\mathbf{x_1}$ se determina cómo un impacto que se produce en la rama analizada, afecta al resto de la economía, lográndose un indicador libre de cualquier efecto de la demanda final (Sonis *et al*, 1995, pp. 238).

En lo referente al cálculo del **FL** que proponen Sonis *et al*, se procede de la misma forma, es decir:

$$\mathbf{L}_{FL} = \mathbf{P}_1\mathbf{P}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{HA}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H} & \mathbf{I} + \mathbf{A}_{21}\mathbf{HA}_{12}\mathbf{G}_{22} \end{bmatrix}$$

Centrándose en $\mathbf{P}_3$ y efectuando su descomposición, se tiene que:

$\mathbf{P}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$, y dado que $\mathbf{P}_3 = (\mathbf{I}-\mathbf{A}_1\mathbf{P}_1)^{-1}$ y que $\mathbf{A}_1\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$,
el "puro" **FL** se define como:

$$\mathbf{FL}_i^S = \mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22}\mathbf{x}_2$$
(2.40)

Donde $\mathbf{x}_2$ corresponde a la producción total del resto de los sectores (Sonis *et al*, 1995, pp. 238). De esta forma, se logra capturar el "impacto puro" que produce la *i-ésima* rama en el resto, debido a algún cambio en su producción (Sonis *et al*, 1995, pp. 239). Por ello, el **FL** cuantificará cómo se ve afectada la producción del resto de la economía por la ausencia de la *i-ésima* rama. Para evaluar cuál es el impacto total que produce una rama, bastará con sumar ambos encadenamientos.

En lo referente a las observaciones que se le hacen a esta propuesta se pueden señalar las que efectúan Andreosso-O`Callaghan y Yue (2000, pp. 9), los cuales consideran que el **BL** de Sonis *et al* es igual a ($\prod_i+\prod_j$) de Cella[20]; además, indican que el **BL** obtenido es una medida clara, ya que ($\prod_j$) muestra el intercambio que existe entre el sector evaluado y el resto de la economía. Pero, por el contrario, consideran que el **FL** no es una medida adecuada, ya que el producto ($\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22}$) representa la cantidad de insumos que requiere el resto de la economía para satisfacer una demanda igual a $\mathbf{y}_2$, multiplicada por la producción de esta última ($\mathbf{x}_2$). Para resolver este problema Andreosso-O`Callaghan y Yue (2000, pp. 6-10) sugieren emplear la descomposición realizada por Cella y la matriz inversa de Ghosh, proponiendo de esta forma una alternativa que se acerca a la proporcionada por un lado por Cella y, por otra a la Dietzenbacher y van der Linden. Si se parte del modelo de Ghosh[21] $\mathbf{x}^t=\mathbf{x}^t\mathbf{B}+\mathbf{v}$, se llega a:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^t & \mathbf{x}_2^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{H}} & \hat{\mathbf{H}}\mathbf{B}_{12}\mathbf{W}_{22} \\ \mathbf{W}_{22}\mathbf{B}_{21}\hat{\mathbf{H}} & \mathbf{W}_{22}(\mathbf{I} + \mathbf{B}_{21}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{B}_{12}\mathbf{W}_{22}) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Donde $\hat{\mathbf{H}}=(\mathbf{I}-\mathbf{B}_{11}-\mathbf{B}_{12}\mathbf{W}_{22}\mathbf{B}_{21})^{-1}$ y $\mathbf{W}_{22}=(\mathbf{I}-\mathbf{B}_{22})^{-1}$, a lo que agregan que si se asume que el sector 1, no vende ningún producto al sector 2, es decir, $\mathbf{B}_{12}=\mathbf{0}$, el **FL** se puede redefinir como:

[20] Obsérvese que en la propuesta de Sonis *et al* se emplea la misma nomenclatura que en la metodología de Guido Cella.
[21] Recordando que **B** es la matriz de distribución y **v** representa a los inputs primarios.

$\mathbf{FL_i^{S,G}= [v_1\hat{H}B_{12}W_{22}i_1+ v_2W_{22}B_{21}\hat{H}B_{12}W_{22}i_2]}$
(2.42)

Donde $\mathbf{i_1}$ e $\mathbf{i_2}$ son vectores unitarios.

2.3.2.1 Replanteamiento de la Metodología de Sonis *et al*

Aún cuando se considere que la descomposición propuesta por Sonis *et al* es correcta, por incluir en ella, por ejemplo, la relación que existe entre la rama que se evalúa con el resto de la economía y su producción, se cree que es susceptible de mejoras, ya que no capta adecuadamente la concentración de compras y ventas y no emplea un enfoque de oferta para el cálculo del **FL**. Respecto a este último punto, aún cuando Andreosso-O`Callaghan y Yue (2000, pp. 10 y 2004, pp. 170) proponen una alternativa más correcta que la original para determinar el **FL**, en el sentido de que es más adecuado emplear la matriz inversa de Ghosh, no estamos de acuerdo en la forma en que se aplica, ya que la propuesta de Andreosso-O`Callaghan y Yue se aleja de la definición original de Sonis *et al*. Se considera que un planteamiento más coherente consiste en seguir el procedimiento de dichos autores. Por lo tanto, si se quiere corregir esta propuesta mediante el empleo de la matriz de distribución, consideramos que la amtriz **B** se deberá descomponer en:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$$

Por otra parte, si se considera el modelo de Ghosh, se tendrá que:

$\mathbf{x^t= x^tB+ v}$
$\mathbf{x^t= x^t(B_1+B_2)+ v}$
$\mathbf{x^t= v(I-B_2)^{-1}(I-B_1(I-B_2)^{-1}))}$

Haciendo $\mathbf{P_4= (I-B_2)^{-1}}$, y $\mathbf{P_5= (I-B_1P_4)^{-1}}$, se llega a

$\mathbf{x^t= vP_4P_5}$

De donde se obtiene que $\mathbf{P_4}$ alcanza la expresión siguiente:

$$\mathbf{P_4} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W_{22}} \end{bmatrix}$$

donde $\mathbf{W_{22}= (I-B_{22})^{-1}}$. Luego $\mathbf{B_1 P_4} = \begin{bmatrix} \mathbf{B_{11}} & \mathbf{B_{22}W_{22}} \\ \mathbf{B_{21}} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, de igual forma operando convenientemente en $\mathbf{P_5}$, se obtiene que $\mathbf{P_5} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{H}} & \widehat{\mathbf{H}}\mathbf{B_{12}W_{22}} \\ \mathbf{B_{21}}\widehat{\mathbf{H}} & \mathbf{I} + \mathbf{B_{21}}\widehat{\mathbf{H}}\mathbf{B_{12}W_{22}} \end{bmatrix}$, lo que lleva a:

$$\mathbf{P_4 P_5} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{H}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B_{21}}\widehat{\mathbf{H}} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{B_{12}W_{22}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

Recordando que $\mathbf{P_5= (I-F_G)^{-1}}$, donde $\mathbf{F_G= B_1P_4}$. se puede redefinir el puro **FL** como:

$$\mathbf{PFL_i^{\,G}= v_1B_{12}W_{22}i^t} \qquad (2.43a)$$

Es decir, ahora el **FL** reflejará cómo la *i-ésima* rama afecta a la producción del resto de los sectores cuando su demanda final (o inputs) aumenta en una unidad.

Por otra parte, la idea de Sonis *et al* está bien concebida, sin embargo, consideramos que el cálculo de los eslabonamientos originales presenta alguna carencia desde el punto de vista matemático, dado que el análisis se inicia con $\mathbf{x=Ax+y}$, que es igual a las ecuaciones $\mathbf{x=P_2P_1y}$ (2.34b) ó $\mathbf{x=P_1P_3y}$ (2.35b), que son formas distintas de representar el modelo básico. Posteriormente, y a partir de las expresiones (2.34a) y (2.35a), se llega a la ecuación $\mathbf{L_{BL}= P_2P_1}$ (2.36), expresión equivalente a $\mathbf{(I-A)^{-1}}$, lo que es inconsistente con el planteamiento de la ecuación original. Por lo tanto, si se quiere determinar el **BL**, no se debe emplear la inversa de Leontief sino la matriz **(I-A)**, por tal razón la ecuación $\mathbf{BL^S=i^tG_{22}A_{21}x_1}$ (2.39), debiera ser multiplicada por la demanda final de la rama.

Finalmente, considerando, que para el cálculo del **BL** es más adecuado emplear una formulación que recoja, por un lado, el sentido económico del índice y, por otro, presente un respaldo matemático, se cree que se debe emplear la expresión (2.44a):

$$\mathbf{PBL_j^{\,c}= i^tG_{22}A_{21}y_1} \qquad (2.44a)$$

Sin embargo, y al igual que en caso de Hazari, esta propuesta puede estar sesgada, al no considerarse la ponderación y la dispersión de los efectos generados en la economía. La forma en que se solucionan estos aspectos será empleando nuevamente el ponderador de Rao y Harmston (1979, pp.

83), esto es, un coeficiente será clave cuando tenga tanto su **FL** como **BL** una vez relativizados sobre la unidad y además posea coeficientes de variación de pequeña cuantía, es decir:

$$\mathbf{PFL_i^{G,w} = PFL_i^{G} w_i} \tag{2.43b}$$

Donde $\mathbf{w}_i = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{X_i}}{\mathbf{x}}, & \text{si i es un sector de un país desarollado} \\ \dfrac{\mathbf{y_i}}{\mathbf{y}}, & \text{si i es un sector en un país en vías de desarrollo} \end{cases}$

Luego, $$\mathbf{PFL_i^{c-p}} = \mathbf{PFL_i^{G,w}}\left(\frac{\mathbf{v_i^{w(inv)}}}{\mathbf{máx(v_i^{w(inv)})}}\right) \tag{2.43c}$$

Y para el caso del encadenamiento hacia atrás

$$\mathbf{PBL_j^{c,w} = PBL_j^{c} w_j} \tag{2.44b}$$

Donde $\mathbf{w_j} = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{X_j}}{\mathbf{x}}, & \text{si i es un sector de un país desarollado} \\ \dfrac{\mathbf{y_i}}{\mathbf{y}}, & \text{si i es un sector en un país en vías de desarrollo} \end{cases}$

Es decir, $$\mathbf{PBL_j^{c-p}} = \mathbf{PBL_j^{c,w}}\left(\frac{\mathbf{v_j^{w(inv)}}}{\mathbf{máx(v_j^{w(inv)})}}\right) \tag{2.44c}$$

2.3.3 Metodología de Dietzenbacher y van der Linden

La siguiente propuesta realizada por Dietzenbacher y van der Linden (1997) se basa en los trabajos de Augustinovics (1970), Beyers (1976), Jones (1976), Strassert (1968), Meller y Marfán (1981) y Cella (1984). Plantean que la forma más adecuada de determinar los eslabonamientos es, partiendo de la metodología de Cella, emplear el modelo de Leontief para el cálculo de los **BL** y el de Ghosh para la determinación de los **FL**.

De acuerdo a lo anterior, para el cálculo del $\mathbf{BL_j^{D\text{-}VDL}}$ se toma la matriz columna $\mathbf{\bar{x}_j(k)}$ y se asume que el sector a evaluar, no se interrelaciona con otros (en este caso el uno y en adelante el *j-ésimo*), es decir, no compra insumos ($\mathbf{A_{11}}=\mathbf{A_{21}}=\mathbf{0}$; ecuaciones 2.45a y 2.45b).

$$\overline{\mathbf{x}}(\mathbf{k})=\begin{bmatrix}\overline{\mathbf{x}}_1\\ \overline{\mathbf{x}}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{A}_{12}\\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\overline{\mathbf{x}}_1\\ \overline{\mathbf{x}}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1\\ \mathbf{y}_2\end{bmatrix} \tag{2.45a}$$

Operando convenientemente la ecuación anterior, se llega a:

$$\overline{\mathbf{x}}(\mathbf{k})=\begin{bmatrix}\overline{\mathbf{x}}_1\\ \overline{\mathbf{x}}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22}\\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1\\ \mathbf{y}_2\end{bmatrix} \tag{2.45b}$$

Dado que $\mathbf{d(j)}=\mathbf{i}^{\mathbf{t}}\left[\mathbf{x}-\overline{\mathbf{x}}_{\mathbf{j}}(\mathbf{k})\right]$, se restarán las ecuaciones (2.24) y (2.45b), y se obtiene:

$$\mathbf{d(j)}=\left[\mathbf{i}_1\ \ \mathbf{i}_2\right]\begin{bmatrix}\mathbf{H}-\mathbf{I} & (\mathbf{H}-\mathbf{I})\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22}\\ \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H} & \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1\\ \mathbf{y}_2\end{bmatrix} \tag{2.46a}$$

O lo que es lo mismo:

$$\mathbf{d(j)}=[(\mathbf{H}-\mathbf{I})+\mathbf{i}^{\mathbf{t}}(\mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H})]\mathbf{y}_1+[(\mathbf{H}-\mathbf{I})\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22}+\mathbf{i}^{\mathbf{t}}(\mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22})]\mathbf{y}_2 \tag{2.46b}$$

Como se puede apreciar, la ecuación (2.46b) depende del tamaño del sector que se evalúa y de los multiplicadores del output del resto de la economía ($\mathbf{G}_{22}$).

Finalmente el **BL** en términos relativos será igual a:

$$\mathbf{BL}_{\mathbf{j}}^{\mathbf{D-VDL}}=\left(\frac{\mathbf{d(j)}}{\mathbf{x}_{\mathbf{j}}}\right)*\mathbf{100} \tag{2.47}$$

Donde **d(j)** es el **BL** del sector *j-ésimo* sin normalizar y $\mathbf{x}_{\mathbf{j}}$ es el output total del sector evaluado.

Por lo tanto, el $\mathbf{BL}_{\mathbf{j}}^{\mathbf{D-VDL}}$, indica cómo se ve afectada la economía cuando la demanda final de todos los sectores aumenta de en una unidad monetaria.

A su vez, cuando establecen el $\mathbf{FL}_{\mathbf{i}}^{\mathbf{D-VDL}}$ parten del supuesto que el sector que se evalúa, no se interrelaciona con el resto, lo cual da lugar a que la fila correspondiente de la matriz de distribución es cero, es decir, tal rama no vende insumos ($\mathbf{B}_{11}$= $\mathbf{B}_{12}$=0; ecuación (2.48)).

$$\mathbf{\bar{x}^t} = \begin{bmatrix}\mathbf{\bar{x}_1^t} & \mathbf{\bar{x}_2^t}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{\bar{x}_1^t} & \mathbf{\bar{x}_2^t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B_{21}} & \mathbf{B_{22}}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{v_1} & \mathbf{v_2}\end{bmatrix} \tag{2.48}$$

Donde $\mathbf{\bar{x}^t(k)}$ es el transpuesto del output total de la rama *i-ésima*, por otra parte, ahora se tendrá que la economía se representa por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{\bar{x}^t(k)} = \begin{bmatrix}\mathbf{\bar{x}_1^t} & \mathbf{\bar{x}_2^t}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{\bar{x}_1^t} & \mathbf{\bar{x}_2^t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{B_{11}} & \mathbf{B_{12}} \\ \mathbf{B_{21}} & \mathbf{B_{22}}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{v_1} & \mathbf{v_2}\end{bmatrix} \tag{2.49}$$

Si $\mathbf{d(i)} = [\mathbf{x}^t - \mathbf{\bar{x}_i^t}]\mathbf{i}$, se llega a la expresión matricial que sigue:

$$\mathbf{d(i)} = \begin{bmatrix}\mathbf{v_1} & \mathbf{v_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{\hat{H} - I} & \mathbf{\hat{H}B_{12}W_{22}} \\ \mathbf{W_{22}B_{21}(\hat{H} - I)} & \mathbf{W_{22}B_{21}\hat{H}B_{12}W_{22}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{i_1} \\ \mathbf{i_2}\end{bmatrix} \tag{2.50a}$$

O análogamente

$$\mathbf{d(i)= v_1[(\hat{H} - I) + (\hat{H}B_{12}W_{22})i_1] + v_2[W_{22}B_{21}(\hat{H} - I) + W_{22}B_{21}\hat{H}B_{12}W_{22}i_2]} \tag{2.50b}$$

Representando **d(i)** al **FL** del sector *i-ésimo* sin normalizar. Finalmente el **FL** relativo será:

$$\mathbf{FL_i^{D-VDL}} = \left(\frac{\mathbf{d(i)}}{\mathbf{x_i}}\right) * \mathbf{100} \tag{2.51}$$

Donde $\mathbf{x_i}$ es el output total del sector evaluado.

De acuerdo a lo anterior, el $\mathbf{FL}_i^{\text{D-VDL}}$ representará el impacto que se produce en la economía cuando se extrae la *i-ésima* rama, indicando cómo se ve afectada la producción cuando los inputs primarios de todas las ramas aumentan en una unidad monetaria.

En lo referente a las observaciones que se le pueden hacer a esta metodología, *e.g.* señalamos los trabajos de Miller y Lahr (2000, pp. 3 y 9) o el de Andreosso-O`Callaghan y Yue (2000, pp. 1 y 10, y en 2004, pp. 166), en los que se realiza una aplicación y revisión de algunas de las propuestas presentadas. Cai y Leung (2004, pp. 68-69) hacen una crítica similar a la que realizan en 1973, Yotopolous y Nugent a Rasmussen, pero en este caso dicha crítica se basa en la determinación del **FL** por medio del empleo de la matriz de Ghosh. Indican que obtener el **FL** de esta forma es la manera más popular de hacerlo, pero no es muy adecuado, dado que no captura la esencia del **FL** en el sentido que da Hirschman[22]. Además el empleo de la inversa de Ghosh no proporciona un **FL** preciso, ya que arrastra *ad infinitum* parte del **BL,** retomando la crítica que plantea Yotopolous y Nugent respecto a la forma en que ven el encadenamiento total (Cai y Leung, 2004, pp. 69). Sin embargo, también señalan que el uso de los modelos de Leontief y Ghosh permite efectuar una presentación más ordenada y facilita la comparación de distintas situaciones (Cai y Leung, 2004, pp. 80).

Para finalizar, se puede señalar que Panggabean indica que la propuesta de Dietzenbacher y van der Linden posibilita tomar decisiones más acertadas, ya que permite realizar estudios más concienzudos que la propuesta de Rasmussen, al considerar la participación del sector en la producción total, en la demanda final y en los inputs primarios, lo que permitiría tomar decisiones con un menor margen de error. En otro sentido, Panggabean indica que aunque esta propuesta debiera dar mejores resultados que el enfoque campos de influencia o la elección de actividades más importantes, es más adecuado hacer uso de ambos métodos (encadenamientos y coeficientes más importantes), ya que no son sustitutivos entre si, dado que las distintas propuestas calculan diferentes cosas, por lo tanto, en algunos casos son comparables y en otras complementarias, por ello cree más adecuado centrar el análisis en al menos dos metodologías, aun cuando den resultados similares (Panggabean, 2004, pp. 5-7 y 20-21).

2.3.4 Planteamiento de Duarte, Sánchez-Chóliz y Bielsa

A continuación se presenta la propuesta elaborada por Duarte *et al*, que se centra en aplicar la teoría de extracción hipotética a actividades que están verticalmente integradas[23].

Duarte *et al* analizan los efectos derivados de la extracción hipotética que plantea Guido Cella, indicando que las relaciones asociadas al sector que se evalúa se pueden separar en cuatro componentes, a saber, un efecto interno ($\mathbf{EI^D}$), un efecto mixto ($\mathbf{EM^D}$), un efecto externo o encadenamiento neto del **BL** ($\mathbf{BL^N}$) y un efecto externo o encadenamiento neto del **FL** ($\mathbf{FL^N}$). Por lo tanto, al estudiar el **BL** o **FL** total de una rama empleando la propuesta de Guido Cella, se está midiendo la suma de dos efectos, uno mixto y otro externo (Duarte *et al*, 2002, pp. 74). Destacan que en la expresión que cuantifica el encadenamiento total de Cella se observa la existencia de componentes que corresponderían a la producción verticalmente integrada de la rama estudiada, en concreto se trata de la expresión $\mathbf{i^t}\begin{bmatrix}\mathbf{H}\\ \mathbf{G_{22}A_{21}H}\end{bmatrix}\mathbf{y_1}$ (y que se ve con más claridad en la expresión 2.24,

[22] Ver las criticas formuladas a la propuesta de Guido Cella.

[23] El origen de esta metodología, como indican sus autores, se basa en detectar el impacto del uso del agua en otras actividades productivas. Utilizan el concepto de "actividades verticalmente integradas" desarrollado por Pasinetti (Pasinetti, Luigi. Contributi alla teoria Della produzione congiunta. Ed. Società Editrice il Mulino, Bologna, 1977. Versión Española, 1986. Lecciones de Teoría de la producción. Fondo de Cultura Económica, Madrid), y las metodologías de extracción hipotética propuesta por Guido Cella (Duarte *et al*, 2002, pp. 73).

celdas con los subíndices 11 y 21, respectivamente; Duarte *et al*, 2002, pp. 74). Dichos componentes representan los requerimientos directos e indirectos que necesita la *i-ésima* rama para satisfacer una demanda igual a $\mathbf{y}_1$; además los componentes $[\mathbf{i}^t(\mathbf{H},\ \mathbf{HA}_{12}\mathbf{G}_{22})\mathbf{y}]$ de la expresión 2.24 (celdas 11 y 12 respectivamente) describen, en general, la producción que está horizontalmente integrada y corresponde a $\mathbf{x}_1$, es decir, a la producción de la *i-ésima* rama (Duarte *et al*, 2002, pp. 74).

En resumen, Duarte *et al* separan los denominados efectos internos ($\mathbf{EI^D}$), mixtos ($\mathbf{EM^D}$) y los **BL** y **FL** netos ($\mathbf{BL^N}$ y $\mathbf{FL^N}$ respectivamente), cuantificados según las siguientes expresiones:

$$\mathbf{EI_j^D = i^t(I\text{-}A_{11})^{-1}y_1} \tag{2.52}$$

$$\mathbf{EM_j^D = i^t(H\text{-}G_{11})y_1 = \Gamma_i} \tag{2.53}$$

$$\mathbf{BL_j^N = i^t(G_{22}A_{21}H)y_1 = \prod_i} \tag{2.54}$$

$$\mathbf{FL_i^N = i^t(HA_{12}G_{22})y_2 = \Gamma_j} \tag{2.55}$$

De acuerdo a lo anterior, estos autores hacen una reinterpretación de los componentes[24] $\mathbf{\Gamma_i}$, $\mathbf{\prod_i}$, $\mathbf{\Gamma_j}$ y $\mathbf{\prod_j}$. Así $\mathbf{\prod_i}$ representa la demanda que realiza el sector uno (*i-ésimo* sector) al resto de la economía, tales como inputs para producir la demanda final de la *i-ésima* rama, por ello a $\mathbf{\prod_i}$ se le considera como parte del **BL** (**BL** neto). $\mathbf{\Gamma_j}$ representaría las ventas que realiza la *i-ésima* rama al resto de la economía con el fin de que esta última produzca su demanda final ($\mathbf{y_2}$). Es decir, asocian a $\mathbf{\Gamma_j}$ con el **FL** (**FL** neto).

La diferencia entre $\mathbf{\prod_i}$ y $\mathbf{\prod_j}$, estaría en que $\mathbf{\prod_i}$ representa los requerimientos que el *i-ésimo* sector necesita para producir $\mathbf{y_1}$, mientras que $\mathbf{\prod_j}$ se relaciona con la producción que realiza la *i-ésima* rama, para ser ofertada al resto de la economía ($\mathbf{A_{12}G_{22}}$) y pueda satisfacer su demanda final ($\mathbf{y_2}$), es decir, Duarte *et al* interpretan a $\mathbf{\prod_j}$ como una relación que surge entre la demanda final de la *i-ésima* rama con las ventas del resto de la economía, por tal razón, a $\mathbf{\prod_j}$ no lo consideran en sus encadenamientos[25] (Duarte *et al*, 2002, pp. 74).

Según se desprende de los párrafos precedentes, este enfoque se basa en una interpretación separada de cada componente de la propuesta de Guido Cella, a partir de la cual se efectuaría una descomposición y reordenamiento de los **BL** y **FL**, con el objetivo de restringir tal planteamiento a la definición de actividades verticalmente integradas (Duarte *et al*, 2002, pp. 85).

[24] Donde $\mathbf{\prod_j = [i^t(G_{22}A_{21}HA_{12}G_{22})]y_2}$.

[25] Como se puede ver la propuesta de Duarte *et al* (2002) sólo considera tres de los cuatro elementos que se encuentran en la matriz inversa, siendo estos, el **BL** neto ($\mathbf{BL_j^N}$), el **FL** neto ($\mathbf{FL_i^N}$) y un efecto mixto ($\mathbf{EM_j^D}$), siendo el $\mathbf{BL_j^N = \prod_i}$; $\mathbf{FL_i^N = \Gamma_j}$ y el $\mathbf{EM_j^D = \Gamma_i}$.

2.3.5 Propuestas de Cai y Leung

A continuación se presentan algunos planteamientos presentados por Cai y Leung en sus trabajos de 2004 (Linkage Measures: a Revisit and a Suggested Alternative) y 2005 (An alternative interpretation of the ‘‘pure’’ linkage Measures), en los cuales se presentan una serie de observaciones y correcciones a los planteamientos de extracción hipotética y descomposición.

2.3.5.1 Enfoque de Cai y Leung (alternativa para Cella)

Cai y Leung en 2004 presentan un trabajo en el que se revisan y sugieren interpretaciones y propuestas a las distintas formas de calcular los encadenamientos, una de ellas consiste en analizar las propuestas de Guido Cella, Clements y Duarte *et al* (Cai y Leung, 2004, pp. 69-70). Este estudio se inicia señalando que el encadenamiento total de Cella[26] es una medida simple que permite observar cómo se relaciona la producción de un sector con el resto de la economía, cuando las compras y ventas que éste realiza son extraídas. Lo que obligaría a asumir, una vez que se retiran las compras domésticas que esta rama efectúa, que las importaciones no sustituyen a las ventas que realiza la rama analizada al resto del sistema productivo; sin embargo, observan que la economía puede seguir produciendo en base a importaciones[27]. Esto les lleva a sostener que la extracción hipotética no es una extracción *de facto*, ya que la oferta recibida por la rama estudiada puede ser reemplazada con importaciones, por tal razón indican que el **FL** de Cella no captura el significado que le da Hirschman (Cai y Leung, 2004, pp. 69).

Posteriormente señalan que los elementos $\boldsymbol{\Gamma_i}$ y $\boldsymbol{\prod_i}$ son funciones de la demanda final de la rama extraída, y que, $\boldsymbol{\Gamma_j}$ y $\boldsymbol{\prod_j}$, dependen de la demanda final del resto de la economía. Estos autores señalan que aunque Cella toma $\boldsymbol{\prod_j}$ como parte del **FL**, es más adecuado interpretarlo como la distribución de las ventas que hace el sector estuadiado en el resto de la economía, o sea, considerar a $\boldsymbol{\prod_j}$ como parte del **BL** (Cai y Leung, 2004, pp. 70).

Otro aspecto al que se refieren Cai y Leung es el de la simetría que existe entre $\boldsymbol{\Gamma_i}$ y $\boldsymbol{\prod_j}$, indican que tanto Cella como Clements[28] toman $\boldsymbol{\Gamma_i}$ como parte del **BL**. Sugieren que si $\boldsymbol{\prod_j}$ es parte del **BL**, entonces se debe aceptar que $\boldsymbol{\Gamma_i}$ es más representativo como medida del **FL**, y por tanto debe

---

[26] Recordando que $\mathbf{H=[(I-A_{11})-A_{12}G_{22}A_{21}]^{-1}}$; y que $\mathbf{\Gamma_i=[(H-G_{11})y_1]}$, $\mathbf{\prod_i=[i^t(G_{22}A_{21}H)y_1]}$, $\mathbf{\Gamma_j=[(HA_{12}G_{22})y_2]}$ y $\mathbf{\prod_j=[i^T(G_{22}A_{21}HA_{12}G_{22})]y_2}$, por otra parte que el encadenamiento total de Cella ($\mathbf{ET_j}^C$), es igual a la suma del encadenamiento hacia atrás ($\mathbf{BL_j}^C= \Gamma_i+ \prod_i$) más el encadenamiento hacia delante ($\mathbf{FL_i}^C= \Gamma_j+ \prod_j$), es decir, $\mathbf{ET_j}^C= \mathbf{BL_j}^C+ \mathbf{FL_i}^C= (\Gamma_i+ \prod_i)+ (\Gamma_j+ \prod_j)$.

[27] Para otros autores como Ostblom (1989), por ejemplo, esta cuestión es más compleja. Dicho autor realiza su estudio comparando las matrices de coeficientes técnicos interiores e importadas de Suecia para 1957, 1975 y 1980, agregadas a 72 sectores. Concluye que ambos tipos de coeficientes varían en la misma dirección, lo cual es debido a la complementariedad entre lo que se produce e importa.

[28] Como se recordará la propuesta de Clements (1990) parte de la crítica que este plantea al **FL** de Cella (Clements, 1990, pp. 338-339), de esta forma considera que el $\mathbf{BL_j}= \Gamma_i+ \prod_i+ \prod_j$ y que el $\mathbf{FL_i}= \Gamma_j$.

ser incluido en él, al contrario de lo que hacen Cella y Clements que lo incluyen en el **BL** (Cai y Leung, 2004, pp. 70).

A modo de síntesis, se puede señalar que Cai y Leung proponen un reordenamiento de los componentes presentados por Cella (Cai y Leung, 2004, pp. 70):

$$\mathbf{BL_j}^{\mathbf{C\text{-}L}} = \prod_{\mathbf{i}} + \prod_{\mathbf{j}} \quad (2.56)$$

$$\mathbf{FL_i}^{\mathbf{C\text{-}L}} = \Gamma_{\mathbf{i}} + \Gamma_{\mathbf{j}}$$

(2.57)

A partir de lo anteriormente señalado, consideramos que esta propuesta es una forma distinta de interpretar los componentes $\Gamma_{\mathbf{i}}$ y $\prod_{\mathbf{j}}$. Pensamos que aunque efectivamente $\prod_{\mathbf{j}}$ es una variable que trasmite una serie de efectos asociados tanto al **BL** como al **FL**, no es claro qué bloque es más representativo de uno u otro, a no ser que se considere que la variable $\prod_{\mathbf{j}}$ tiene componentes que relacionan al resto de la economía con su propia demanda, lo que responde más bien a una característica del **FL**, si se asume la definición que da Hirschman del **FL**. Por otra parte, $\Gamma_{\mathbf{i}}$ relaciona el autoconsumo de la rama analizada con su demanda final, así como las ventas y compras que hace al resto de la economía. En este sentido $\Gamma_{\mathbf{i}}$ es una medida más sensible a la cuantificación del **BL** que del **FL**, por ello se cree que Cai y Leung se alejan de la definición que da Hirschman del **BL**.

A modo de resumen y conclusión de los enfoques que emanan de la propuesta de Cella, esto es, de las propuestas de Clements, Duarte *et al* y Cai y Leung, podemos señalar que este último enfoque puede ser mejorable, en este sentido, se considera más adecuado tratar $\prod_{\mathbf{i}}$ y $\Gamma_{\mathbf{j}}$ como medidas de efectos mixtos, y no como componentes del **BL** y **FL**, respectivamente, como lo hacen Cai y Leung, o considerar a $\prod_{\mathbf{j}}$ como parte del **BL** y no del **FL** como lo interpreta Clements, o mixto e interno como lo interpretan Duarte *et al*, por tal razón se sostiene que al efecto mixto $\prod_{\mathbf{j}}$ que considera Duarte *et al* se le debe agregar este otro $\Gamma_{\mathbf{i}}$, es decir, asumir que:

$$\mathbf{BL_j}^{p} = \prod_{\mathbf{i}} \quad (2.58)$$

$$\mathbf{FL_i}^{p} = \Gamma_{\mathbf{j}} \quad (2.59)$$

$$\mathbf{EM_j}^{p} = \prod_{\mathbf{j}} + \Gamma_{\mathbf{i}} \quad (2.60)$$

2.3.5.2 Metodología de Cai y Leung (enfoque de oferta)

Estos autores presentan una nueva propuesta que se podría llamar método de extracción con un enfoque doble de oferta, esto es, se emplea el modelo de oferta de Papadas y Dahl de 1999 que utiliza la matriz inversa de Leontief para determinar el **BL** y el modelo de Ghosh (1958) para determinar el **FL** (Cai y Leung, 2004, pp. 72). Señalan que la metodología de la extracción hipotética proporciona una medida más refinada y precisa de los encadenamientos que los métodos clásicos, debido fundamentalmente a tres razones: el encadenamiento se calcula exógenamente mediante la extracción; se utilizan shocks de demanda, lo que es más adecuado que actuar directamente sobre el output y se efectúan shocks uniformes que son más realistas que los del tipo proporcional, en el sentido de que afecta a cada rama según su peso relativo en la economía que se analiza[29].

Cai y Leung presentan sus encadenamientos, $\mathbf{LSD_i}$ y $\mathbf{GSD_i}$, que servirían para medir los **BL** y **FL,** respectivamente. En concreto, $\mathbf{LSD_i}$, mide el cambio que se genera en el output total cuando se genera un shock unitario en el output de la rama estudiada. Por su parte el $\mathbf{GSD_i}$, cuantificará el efecto que se produce en la economía cuando se genera un cambio en la *i-ésima* rama, causado por una variación unitaria en los inputs primarios. La forma en que se llega a la propuesta del $\mathbf{LSD_i}$ descansa en el enfoque de oferta propuesto por Papadas y Dahl en 1999. En este trabajo se definen los multiplicadores de oferta como la suma del vector columna $\mathbf{(I\text{-}A_{22})^{-1}A_{21}}$, considerando sólo al sector que se evalúa como un elemento exógeno[30] (Papadas y Dahl, 1999, pp. 272)[31]. La ventaja de este enfoque es su utilidad en situaciones donde el output del sector que se analiza no es capaz de generar un cambio exógeno en su totalidad, debido precisamente a que la rama que se evalúa no está presente en la matriz de multiplicadores. En este sentido los multiplicadores de oferta son una medida simple que cuantifican el cambio potencial máximo en la producción de los otros sectores cuando la variación en la producción del sector *i-ésimo* es inferior al requerido por el resto de la economía (Leung y Pooley, 2001, pp. 255). La obtención de la medida $\mathbf{LSD_i}$ se realiza extrayendo la *i-ésima* ecuación en el modelo de Leontief y se asume que en las otras actividades se produce un cambio unitario originado por la variación en la producción del *i-ésimo* sector, es decir, $\Delta\mathbf{x_i}= \mathbf{1}$; además, consideran que la demanda final del resto de las ramas no cambia, esto es, $\Delta\mathbf{y_j}= \mathbf{0}$, $\forall$ j= 1,…, n, entonces la expresión $\mathbf{i^t(I\text{-}A_{22})^{-1}A_{21}}$ evalúa el impacto que produce la rama que se analiza en la economía, por lo tanto[32]:

$$\mathbf{LSD_i}= \Delta\mathbf{x_i} + \mathbf{i^t(I\text{-}\ A_{22})^{-1}A_{21}} \tag{2.61}$$

[29] La ventaja de emplear shocks uniformes consiste en proporcionar una medida más abstracta y comparable con otros índices, mientras que si el encadenamiento se basa en shocks que son proporcionales implicaría, *ceteris paribus*, que un sector grande poseerá fuertes encadenamientos, es decir, serían más sensibles a valores extremos, no cuantificando adecuadamente la importancia de cada rama (Cai y Leung, 2004, pp. 72).

[30] Nótese que en tal ecuación no está presente el sector a evaluar.

[31] Este modelo parte de la siguiente ecuación $\begin{pmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}\\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{x}_1\\ \mathbf{x}_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{y}_1\\ \mathbf{y}_2\end{pmatrix}$, donde las variables $\mathbf{x_2}$ e $\mathbf{y_1}$ son desconocidas y $\mathbf{x_1}$ e $\mathbf{y_2}$ son determinadas exógenamente. Si se despeja $\mathbf{x_2}$, se llega a que $\mathbf{x}_2 = (\mathbf{I}-\mathbf{A}_{22})^{-1}(\mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_1+\mathbf{y}_2)$, suponiendo que $\Delta\mathbf{y_2}= \mathbf{0}$, Papadas y Dahl (1999, pp. 272) sugieren que la nueva matriz de multiplicadores será: $(\mathbf{I}-\mathbf{A}_{22})^{-1}\mathbf{A}_{21}$.

[32] Cai y Leung (2004, pp. 71) indican que la expresión $\mathbf{i^t(I\text{-}A_{22})^{-1}A_{21}}$ se obtiene en forma similar a la definición que dan Dietzenbacher y van der Linden (1997) del **FL** absoluto para la *i-ésima* rama, e indican que por analogía se puede obtener el del resto de la economía ($\mathbf{AFL^R}$). Simétricamente se obtiene el **BL** absoluto de la *i-ésima* rama y el del resto de la economía, siendo esta última expresión coincidente con el puro **BL** (**PBL**) de Sonis *et al* (1995). La expresión $\mathbf{i^t(I\text{-}A_{22})^{-1}A_{21}}$ sería equivalente a $\mathbf{ABL^R}$ y a **PBL**, con la sóla excepción de que $\mathbf{ABL^R}$ y **PBL** son multiplicados por $\mathbf{x_1}$.

Donde $\Delta \mathbf{x_i}$ representa el cambio unitario exógeno que se produce en la *i-ésima* rama.

La ventaja de esta propuesta es doble, por un lado se hace uso del método de extracción hipotética, lo que permite obtener encadenamientos que surgen de shocks uniformes en la producción y, por otro omitiría el efecto "ripple" (Cai y Leung, 2004, pp. 73)[33].

Cai y Leung señalan como ventajas de su propuesta las siguientes:

1. Es una medida más refinada al no incluir el encadenamiento intrasectorial ($\mathbf{A_{11}}$) de la rama que se estudia, permitiendo obtener una cuantificación más adecuada de los encadenamientos intersectoriales.
2. Posibilita identificar aquellos sectores importantes de acuerdo a la clasificación usual.
3. Por lo que respecta a la cuantificación del **BL**, no se considera el **FL** directo de la rama que se estudia, el cual amplifica el valor del **BL**, según lo muestra el efecto "ripple".
4. El índice $\mathbf{LSD_i}$ es esencialmente una modificación del **BL** absoluto del resto de la economía ($\mathbf{ABL^R}$) de Dietzenbacher y van der Linden (1997) y del puro **BL** ($\mathbf{PBL^S}$) de Sonis *et al* (1995). La diferencia estaría en la presencia de $\mathbf{x_i}$, lo que haría que estas últimas medidas ($\mathbf{ABL^R}$ y $\mathbf{PBL^S}$) incorporen el **FL** directo intrasectorial de la rama analizada (Cai y Leung, 2004, pp. 74).

Para la cuantificación del $\mathbf{GSD_i}$, el procedimiento es simétrico al de la obtención del **BL**, pero empleando el modelo de oferta de Ambica Ghosh, es decir, se extrae la rama *i-ésima*, y se asume un cambio unitario en el output de la misma, esto es, $\mathbf{\Delta x_i=1}$, $\forall$ i= 1, …, n, y que el vector de inputs primarios del resto de la economía no cambia, es decir, $\mathbf{\Delta w_j=0}$; por lo tanto,

$$\mathbf{GSD_i= \Delta x_i + B_{ij} (I- B_{jj})^{-1} i} \tag{2.62}$$

Las ventajas del $\mathbf{GSD_i}$ son análogas a las señaladas para el $\mathbf{LSD_i}$, con la salvedad que ahora se excluye el **BL** directo de la *i-ésima* rama que se estudia.

Como observación general a las propuestas de Cai y Leung se puede señalar la anulación del efecto "ripple", puede parecer contradictoria, ya que por un lado se acepta este efecto acumulativo en algunas de las actividades al incorporarlo en los componentes de $\mathbf{LSD_i}$ o $\mathbf{GSD_i}$, pero, por otro, se elimina de la rama que se estudia, es decir, cuando se cuantifica el **BL** del *i-ésimo* sector, se acepta que

[33] En el anexo 2.1 se recoge la demostración de este punto.

el **FL** del resto de las actividades afecte al resto de la economía ($\mathbf{G_{22}}$), pero no a la misma.

En otro orden de cosas, no parece correcto encuadrar esta propuesta dentro de la extracción, ya que no se basa en la diferencia entre una economía completa y una incompleta. Además, es preciso tener presente que el modelo de Papadas y Dahl, asume que $\Delta \mathbf{y_2 = 0}$ (ver nota al pie número 29 en este documento pp. 64), es decir, tienen un punto de vista similar al presentado por Hazari en 1970. Esto hace cuestionarse cuál es el verdadero origen del cambio unitario $\mathbf{\Delta x_i}$ al que se refieren Cai y Leung, a fin de justificar la variación exógena que se produce en la economía, la cual no emanaría directamente del modelo de oferta de Papadas y Dahl.

Por lo anterior, se considera que esta propuesta puede ser complementada con el enfoque de Rasmussen, ya que si se logra cuantificar y separar adecuadamente los efectos directos e indirectos y aislar el efecto acumulativo de la *i-ésima* rama ("efecto ripple"), de esta forma se obtendría una propuesta más ilustrativa de los distintos efectos.

2.3.6 Formulación de Cai y Leung (alternativa a Sonis *et al* de 1995)

Este último planteamiento fue publicado en The Annals of Regional Science en 2005, su objetivo es proponer una más adecuada interpretación de la metodología de Sonis *et al* (1995), puesto que a juicio de Cai y Leung, éste sería un enfoque carente, en general, de errores interpretativos. Además destacan que dado que el enfoque de Sonis *et al* se basa en la descomposición y no en la extracción de una rama de una tabla input-output, se logra con ello una propuesta más intuitiva que la de Cella (Cai y Leung, 2005, pp. 49).

Cai y Leung consideran más adecuado cuando se evalúan distintos impactos en una economía, multiplicar la matriz inversa de Leontief por la demanda final, en lugar de emplear el output. Además, otro aspecto que consideran es la definición del puro **BL** y **FL** de Sonis *et al*, que estaría efectivamente libre de encadenamientos intrasectoriales y del autoconsumo del resto de la economía (Cai y Leung, 2005, pp. 49). Cai y Leung plantean un nuevo puro **BL** ($\mathbf{PBL_j^{C\text{-}L}}$) y **FL** ($\mathbf{PFL_i^{C\text{-}L}}$), a partir de la expresión siguiente:

$$\mathbf{x=(I-A)^{-1}y}$$

Aplicando una descomposición análoga a la utilizada por Sonis *et al* para obtener el $\mathbf{PBL^s}$ y reagrupando la matriz resultante, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H} & \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} + \mathbf{G}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{pmatrix} \tag{2.63}$$

Reagrupando los términos en dos ecuaciones, para luego reemplazar $\mathbf{x_1}$ en $\mathbf{x_2}$, se llega a:

$$\mathbf{q_r = i^t x_2 = i^t G_{22} A_{21} x_1 + i^t G_{22} y_2} \tag{2.64}$$

Dado que el $\mathbf{PBL_j^S = i^t G_{22} A_{21} x_1}$, la reinterpretación que se le puede dar será equivalente a:

$\mathbf{PBL_j^{C\text{-}L} = q_r - i^t G_{22} y_2}$, es decir:

$$\mathbf{PBL_j^S = PBL_j^{C\text{-}L} \Leftrightarrow i^t G_{22} A_{21} x_1 = q_r - i^t G_{22} y_2} \tag{2.65}$$

En ausencia de la demanda intermedia de la *i-ésima* rama, el resto de la economía sólo necesitaría satisfacer su propia demanda final, lo que puede ser cuantificado por $\mathbf{i^t G_{22} y_2}$; la pérdida que ocurre en la producción del resto de la economía producto de la extracción de la rama que se estudia, puede ser cuantificada por $\mathbf{q_r - i^t G_{22} y_2}$. De esta forma la última expresión proporcionaría adecuadamente la cuantificación del **BL** de la rama analizada, la cual Cai y Leung interpretan como una forma más acertada de calcular el encadenamiento hacia atrás, y que les permite concluir que la expresión propuesta por Sonis *et al* es adecuada cuando se mide el impacto de la *i-ésima* rama en lo que queda de la economía con el vector de output y no con el de la demanda final. Además consideran que este nuevo planteamiento es similar al **BL** absoluto de la *i-ésima* rama en el resto de la economía de Dietzenbacher y van der Linden (Cai y Leung, 2005, pp. 51).

Para determinar el **FL**, Cai y Leung utilizan el modelo de Ghosh, y se procede en forma análoga con la descomposición de Sonis *et al*, es decir:

$$(\mathbf{x}_1^t \quad \mathbf{x}_2^t) = (\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2)(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1} = (\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2) \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{W}_{22}\mathbf{B}_{21}\widehat{\mathbf{H}} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{\mathbf{H}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_{22} \end{pmatrix} \tag{2.66}$$

Reemplazando $\mathbf{x_1^t}$ en $\mathbf{x_2^t}$ y determinando el output total del resto de la economía, se tiene que:

$\mathbf{q_r^* = x_2^t\, i = x_1^t B_{12} W_{22} i + v_2 W_{22} i}$

(2.67)

Reescribiendo el modelo de Ghosh[34] en términos de $\mathbf{A_{12}}$:

$$\mathbf{x_1^t B_{12} W_{22} i} = \mathbf{x_1^t (\hat{x}_j^{-1} A_{12} \hat{x}_i)(\hat{x}_j^{-1} G_{22} \hat{x}_j) i} = \mathbf{A_{12} G_{22} \hat{x}_j^{-1} i} = \mathbf{A_{12} G_{22} x_2} \tag{2.68}$$

Luego la ecuación 2.67 puede ser escrita como:

$$\mathbf{q_r}^* = \mathbf{A_{12} G_{22} x_2} + \mathbf{v_2 W_{22} i}$$

Es decir:

$\mathbf{PFL_i^{C\text{-}L}} = \mathbf{q_r}^* - \mathbf{v_2 W_{22} i}$, que es equivalente a:

$$\mathbf{PFL_i^{C\text{-}L}} = \mathbf{PFL_i^{S}} \Leftrightarrow \mathbf{A_{12} G_{22} x_2} = \mathbf{q_r} - \mathbf{v_2 W_{22} i} \tag{2.69}$$

La última expresión presenta las siguientes ventajas: determina el impacto del **FL** de la *i-ésima* rama sobre el resto de la economía; además, el elemento ($\mathbf{v_2 W_{22} i}$) sería similar al **FL** propuesto por Dietzenbacher y van der Linden en 1997, y por último, se hace uso del modelo de Ghosh para determinar el **FL** (Cai y Leung, 2005, pp. 54).

El planteamiento de Cai y Leung reefectúa a partir de unas ecuaciones que gozan de una interpretación más sencilla del concepto de puro encadenamiento, ya que sin perder de vista la definición original de Sonis *et al* logran una definición más afinada de tal propuesta y la justificación del uso del output en vez de la demanda final. Sin embargo, y dado que su trabajo se basa en expresar los encadenamientos definidos por Sonis *et al* en términos del resto de las variables presentes en la matriz inversa de Leontief, consideramos que este enfoque más que ser una nueva metodología se ajusta a la interpretación que surge de otra propuesta. Aunque también es cierto que el enfoque de Cai y Leung tendría como diferencia respecto a la propuesta original de Sonis *et al* la inclusión de todos los elementos, ya que Sonis *et al* toman en cuenta sólo una parte de la matriz inversa de Leontief.

Para finalizar, se debe señalar que las definiciones que dan Cai y Leung son confusas, *e.g.* si se revisa el $\mathbf{PBL_j^{C\text{-}L}}$ se desprende que al resto de la producción ($\mathbf{q_r}$, expresión 2.65), que solamente incluye parte del consumo y ventas de la *i-ésima* rama), se le resta una expresión que relaciona el resto de la economía y su demanda final ($\mathbf{G_{22} y_2}$)[35], lo cual hace cuestionarse que es lo que verdaderamente

[34] Recordando de Cai y Leung (2004, pp. 84) que: $\mathbf{A_{ij}} = \mathbf{\hat{x}_1 B_{ij} \hat{x}_j^{-1}}$ y que $\mathbf{(I - A_{jj})^{-1}} = \mathbf{\hat{x}_j (I - B_{jj})^{-1} \hat{x}_j^{-1}}$.

[35] A objeto de no confundir y facilitar su interpretación, el citado comentario se refiere al bloque 22 de la matriz inversa de Leontief, esto es, los multiplicadores del resto de la economía.

se está evaluando, ya que la expresión que plantean ($\mathbf{PBL_j^{C\text{-}L}=q_r\text{-}i^tG_{22}y_2}$; ecuación 2.65) es diferente conceptualmente de la que dan Sonis *et al*. Es más, en el caso de $\mathbf{q_r^*}$, se observa una situación más extrema: si se utiliza $\mathbf{x_2^ti}$ en vez de $\mathbf{x_1^tB_{12}W_{22}i+v_2W_{22}i}$, para determinar el **FL**, la expresión que se obtiene se aleja aún más de la definición que dan Sonis *et al* del **FL**. .

Además, si bien es cierto que Cai y Leung logran justificar matemáticamente el uso del output, no dan un argumento claro de los motivos por lo cuales es más adecuado que la demanda final.

2.4 ALGUNAS CONSIDERACIONES GENERALES

Una vez efectuado un repaso de las principales metodologías de análisis estructural input-output, se procede a efectuar algunas consideraciones generales a este respecto.

Aspectos previos a la realización de cualquier análisis estructural son:

a) Nivel de agregación sectorial con el que se va a trabajar.

b) La matriz o matrices que se tomarán como base del estudio.

c) La metodología de trabajo más adecuada.

d) Relaciones que existen entre los distintos encadenameintos.

a) <u>Nivel de agregación sectorial con el que se va a trabajar</u>: Por lo que se refiere a este primer punto, es decir, el número de ramas más adecuado para efectuar el análisis, será tratado en el capítulo quinto de esta memoria con mayor profundidad, por lo que en esta ocasión sólo se efectúan breves comentarios.

Si existe una alta agregación (pocas ramas), se agrupan actividades que requieren diferentes técnicas para su producción, por lo que el coeficiente correspondiente ya no se referirá a una técnica de producción en concreto, sino a un promedio de todas las que estén agrupadas. A este respecto, Leontief (1965, pp. 226-227) indica que mientras mayor sea el número de sectores en una TIO, más precisos serán los resultados finales. Los comentarios efectuados por Dorfman *et al* (1972, pp. 261-262) indican que se puede aceptar una cierta agregación en la medida que las ramas estén compuestas por industrias que requieran de los mismos tipos y cantidades relativas de inputs para su producción; análogamente, también es válido agrupar productos que provengan de diferentes industrias, siempre que se requieran mutuamente (*e.g.* tornillos y tuercas, hilado y tejido). Sin embargo, Muñoz es más tajante al indicar que, en la práctica, la organización de las ramas de actividad representa una aceptación de los postulados técnicos (homogeneidad de ramas), y cuanto más agregadas sean las tablas, más se resiente la homogeneidad de las mismas, por lo que las variaciones respecto a la media serían mayores (Muñoz, 2000, pp. 193). Por otra parte, también hay que señalar que puede haber matrices muy desagregadas, pero donde sus actividades están altamente concentradas, por lo que emplear muchas o pocas ramas proporcionaría resultados similares[36]. En resumen, trabajar con un alto nivel de agregación puede llevar a errores de interpretación, por tal razón, la credibilidad de los resultados obtenidos, también dependerá del número y distribución de las ramas consideradas.

b) La matriz o matrices que se tomarán como base del estudio: Otro punto interesante revisar es si es más adecuado emplear la matriz de Leontief, la de Ghosh o ambas, ya que no hay un total acuerdo a este respecto[37]. En este sentido consideramos que si la economía está altamente desarrollada y la participación relativa de cada sector es homogénea, o bien se trabaja con matrices muy agregadas, debieran obtenerse resultados parecidos con ambas matrices, ya que las compras serán equivalentes a las ventas y la demanda final a los inputs primarios, por tal razón los resultados obtenidos serían similares al emplear una u otra matriz. Además existe un argumento matemático que indica que se obtienen resultados análogos con ambas matrices (ver Miller y Lahr, 2000, pp. 4, o Cai y Leung (2004, pp. 84), o Robles y Sanjuán (2005, pp. 150)), aunque tal aceptación deja de lado la interpretación de la matriz de Ghosh. Por otra parte, si entre la demanda final y los inputs primarios existe diferencia, es más conveniente emplear ambas, en este sentido es más procedente emplear el modelo de demanda para el calculo del **BL**, y el de oferta para el calculo del **FL** (ver Augustinovic (1970), Jones (1976), Laumas (1976), o Dietzenbacher (1997)).

c) La metodología de trabajo más adecuada: Por lo que, se refiere a la elección de una u otra propuesta metodológica, se debe señalar que no todas son comparables, por ejemplo, Rasmussen determina tanto los efectos directos como los indirectos, mientras que Chenery y Watanabe sólo los directos. De igual forma Cella obtiene el efecto total a partir de una sola matriz y Dietzenbacher y van der Linden emplean dos matrices, es decir, el primero emplea un enfoque *ex post*, el segundo realiza un análisis *ex ante*.

Otro punto que también fue explicado y que origina controversias es el denominado efecto “ripple”. Se ha demostrado que cuando se emplea la inversa de Leontief se arrastra “algo” del **FL** (Yotopolous y Nugent, 1973 (pp. 161) y 1976 (pp. 335)), análogamente cuando se emplea la inversa de Ghosh, se incluye “algo” del **BL** (Cai y Leung, 2004, pp. 68).

Se debe tener en cuenta que el uso de los índices de Chenery y Watanabe y de Rasmussen son adecuado si se quiere examinar cómo se comportó la estructura interna de una economía, sin tener en

[36] Un caso como éste puede ser el de una industria cualquiera en la que se exporta todo lo que se produce y se emplean muy pocos insumos, por ejemplo, el que se da en el Oeste de Virginia con la industria del carbón (ver para más detalles de este ejemplo Miller y Lahr, 2000, pp. 416). Con lo cual sería más simple e igualmente informativo trabajar con una matriz menos desagregada.
[37] Aspecto que ya fue tratado en el capítulo 1.

cuenta el nivel y la estructura de producción en cada sector, es decir, las transacciones intra e intersectoriales. Se utilizarán los índices de Diezenbacher y van der Linden y del puro linkage (Sonis *et al*) cuando se desee explorar cómo está formada la estructura productiva, puesto que se considera la participación relativa de cada sector en la demanda final y en los inputs primarios.

Si se desea efectuar una comparación entre dos periodos de tiempo, los índices de Rasmussen y Chenery y Watanabe son adecuados, ya que consideran el comportamiento y cambio que se ha producido en los distintos sectores, ayudando de esta forma a determinar cuáles son claves dentro de la estructura de una economía. Los índices de Sonis *et al* y de Dietzenbacher y van der Linden, permiten evaluar qué ramas son las responsables o están relacionadas con el crecimiento global de la economía, ya que incorporan la demanda final e inputs primarios. Con respecto a este punto, se debe diferenciar entre las relaciones que tiene la rama que se estudia con los sectores que son responsables del crecimiento y, por otra parte, identificar qué rama crece. La experiencia empírica demuestra que, en general, los sectores claves no son los que más crecen, pero sin embargo, ayudan a que el resto lo haga, por tal razón, en un análisis más profundo que incluya un análisis intertemporal, deben ser empleados estos cuatro índices, ya que son complementarios.

Un punto importante a tener en cuenta en los métodos de extracción hipotética presentados por Cella y Dietzenbacher y van der Linden, y en general todos ellos, es que no se obtiene el output total de partida ($\mathbf{x}$)[38], cuando se suma la matriz que contiene lo que queda luego de la extracción ($\bar{\mathbf{x}}_{\mathbf{Cella}}$)[39] y ($\bar{\mathbf{x}}_{\mathbf{D\_vdL}}$)[40] con una matriz donde estén presentes sólo las celdas extraídas inicialmente ($\bar{\mathbf{x}}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{Cella}}$) y ($\bar{\mathbf{x}}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{D\_vdL}}$).

En el caso de Cella, se analizará si $\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{x}}_{\mathbf{Cella}} + \bar{\mathbf{x}}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{Cella}}$, recordando que la descomposición parte de:

$$\bar{\mathbf{x}}_{\mathbf{Cella}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H} & \mathbf{G}_{22}(\mathbf{I} + \mathbf{A}_{21}\mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix}$$

Considerando que:

---

[38] Que como se recordará es igual a: $\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H} & \mathbf{G}_{22}(\mathbf{I} + \mathbf{A}_{21}\mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix}$

[39] En Cella, este punto se refiere a las celdas $\mathbf{A}_{12}$ y $\mathbf{A}_{21}$ que inicialmente se hacen cero.

[40] En Dietzenbacher y van der Linden las casillas $\mathbf{A}_{11}$ y $\mathbf{A}_{21}$ que toman inicialmente el valor cero.

$$\bar{\mathbf{x}}^{e}_{\mathbf{Cella}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}^{e}_{1} \\ \bar{\mathbf{x}}^{e}_{2} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi & \mathbf{A}_{12}\varphi \\ \mathbf{A}_{21}\varphi & \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix}, \quad \text{donde} \quad \varphi = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{21})^{-1},$$

sumando ambas expresiones, se obtienen que $\mathbf{x}$ es diferente a la suma de $\bar{\mathbf{x}}_{\mathbf{Cella}}$ y $\bar{\mathbf{x}}^{e}_{\mathbf{Cella}}$.

Análogamente, en el caso de Dietzenbacher y van der Linden, se partirá de:

$$\bar{\mathbf{x}}_{\mathbf{D\_vdL}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_{1} \\ \bar{\mathbf{x}}_{2} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix}, \text{ y que}$$

$$\bar{\mathbf{x}}^{e}_{\mathbf{D\_vdL}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}^{\mathbf{D\_vdL}}_{1} \\ \bar{\mathbf{x}}^{\mathbf{D\_vdL}}_{2} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{21}\mathbf{G}_{11} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix}$$

Al igual que en el caso anterior, se puede decir que $\mathbf{x} \neq \bar{\mathbf{x}}_{\mathbf{D\_vdL}} + \bar{\mathbf{x}}^{e}_{\mathbf{D\_vdL}}$. A partir de lo anteriormente expuesto se puede observar que tanto la propuesta de Cella como la de Dietzenbacher y van der Linden, sobrevaloran o subvaloran los efectos, debido a que algunas variables hacen aumentar los encadenamientos, mientras que otras las bajan[41, 42], lo que no ocurriría con las metodologías clásicas, ni en el enfoque que presenta Sonis *et al* o si se emplean los planteamientos aquí presentados (para Hazari y Sonis *et al*), por ello se cree que si bien la metodología de extracción es útil debe emplearse con precaución.

Por otra parte, Panggabean (2004, pp.5-7 y 20-21) cuando compara la metodología de los encadenamientos con las que determinan qué coeficiente técnico es más importante, señala que ambos planteamientos son útiles, e incluso complementarias entre si, no sustitutivas, ya que cada una mide algo diferente a la otra. Aunque también hace notar que en el caso de tener que elegir uno de ellos, la decisión se hace difícil. Este autor, además observa, tras emplear las propuestas de Rasmussen y de Dietzenbacher y van der Linden para la determinación del **BL** se obtienen resultados parecidos[43]. A este respecto podemos agregar que Soza (2004, pp. 48-49) y Ramos y Soza (2003, pp. 13 y 17-18 y 2005, pp. 375) obtienen resultados similares, lo que permitiría concluir sobre la base de distintas experiencias empíricas que tales propuestas conducen a similares resultados.

---

[41] En el caso de la propuesta de Guido Cella la diferencia que se obtiene es la que se muestra a continuación:

$$\mathbf{x} - (\bar{\mathbf{x}}_{\mathbf{Cella}} + \bar{\mathbf{x}}^{e}_{\mathbf{Cella}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H} - (\mathbf{G}_{11} + \varphi) & \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} - \mathbf{A}_{12}\varphi \\ \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H} - \mathbf{A}_{21}\varphi & \mathbf{G}_{22} + \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} - (\mathbf{G}_{22} + \varphi) \end{bmatrix}$$

[42] Y en el caso de Dietzenbacher y van der Linden: $\mathbf{x} - (\bar{\mathbf{x}}_{\mathbf{D\_vdL}} + \bar{\mathbf{x}}^{e}_{\mathbf{D\_vdL}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H} - \mathbf{I} - \mathbf{G}_{11} & (\mathbf{H} - \mathbf{I})\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ (\mathbf{H}\mathbf{G}_{22} - \mathbf{G}_{11})\mathbf{A}_{21} & \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} - \mathbf{I} \end{bmatrix}$

[43] Esta conclusión se fundamenta en los resultados que observa de aplicar ambas metodologías a las matrices de 8 provincias de Indonesia para los años 1998 a 2000.

d) Relaciones que existen entre los distintos encadenamientos: Un aspecto que también se cree interesante abordar se refiere a las relaciones que existen entre los distintos eslabonamientos, es decir, evaluar la posibilidad de expresar un determinado encadenamiento en función de otro. Una manera de evaluar ello consiste en efectuar una comparación entre las distintas técnicas, en este sentido se establecerá la relación que existe entre las distintas propuestas (Chenery y Watanabe, Sonis *et al* y Dietzenbacher y van der Linden) con la metodología de Rasmussen. Escoger esta última obedece a que se debe establecer un patrón de referencia y, como es una técnica frecuentemente utilizada, se considera que es una buena opción.

Para poder comparar estos encadenamientos consideraremos la matriz **A** de coeficientes técnicos particionada:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

donde

$$\mathbf{A}_{11} = \mathbf{a}_{11},\ \mathbf{A}_{12} = [\mathbf{a}_{12}, \mathbf{a}_{13}, \ldots \mathbf{a}_{1n}],\ \mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{21} \\ \mathbf{a}_{31} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{n1} \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{22} & \mathbf{a}_{23} & \cdots & \mathbf{a}_{2n} \\ \mathbf{a}_{32} & \mathbf{a}_{33} & \cdots & \mathbf{a}_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{a}_{n2} & \mathbf{a}_{n3} & \cdots & \mathbf{a}_{nn} \end{bmatrix}$$

Obsérvese que para determinar las posibles relaciones, las igualdades se expresaran en función del primer sector.

Para analizar en primer lugar la relación que existe entre el eslabanamiento de Rasmussen ($\mathbf{BL}_1^{\mathbf{R}}$) y el de Chenery y Watanabe ($\mathbf{BL}_1^{\mathbf{Ch\text{-}W}}$), se calculará la inversa de Leontief, utilizando las ecuaciones del cálculo de la inversa de una matriz particionada

$$(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22} \\ \mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H} & \mathbf{G}_{22}(\mathbf{I}+\mathbf{A}_{21}\mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{G}_{22}) \end{bmatrix}$$

Aplicando la metodología de Rasmussen para determinar el eslabonamiento hacia atrás asociado al sector evaluado, se sumará los elementos de la primera columna de la matriz particionada, es decir, $\mathbf{BL}_1^{\mathbf{R}} = \mathbf{H} + \mathbf{i}\mathbf{G}_{22}\mathbf{A}_{21}\mathbf{H}$. Donde en el segundo sumando aparece **i**, el cual se trata de un vector fila de unos. Consideremos que **H** es un número y, en concreto, será el elemento correspondiente al sector que se desea analizar de la diagonal principal de la matriz inversa de Leontief.

Dado que el $\mathbf{BL_1^{Ch\text{-}W}= A_{11}+iA_{21}}$, se tiene que $\mathbf{A_{21}=p(BL_1^{Ch\text{-}W}-A_{11})}$, donde **p** es un vector columna de ponderación para $\mathbf{A_{21}}$, es decir, si $\mathbf{A_{21}}$ está formada por dos elementos $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{a_{21}}}{(\mathbf{a_{21}+a_{31}})} \\ \frac{\mathbf{a_{31}}}{(\mathbf{a_{21}+a_{31}})} \end{bmatrix}$, de acuerdo a esto, se tendrá que:

$$\mathbf{BL_1^{R} =H+iG_{22}(p(BL_1^{Ch\text{-}W}-A_{11}))H}$$

Donde $\mathbf{H=[(I-A_{11})-A_{12}G_{22}p(BL_1^{Ch\text{-}W}- A_{11})]}$, luego, el **BL** de Rasmussen esta relacionado con el **BL** directo de Chenery y Watanabe, y como era de esperar y debido a que este considera tanto los efectos directos como indirecto, será mayor.

Nótese que si el procedimiento se realiza desde otra perspectiva, esto es, centrándose en la importancia de los efectos indirectos sobre otras industrias, es decir, focalizándose en la resta de la matriz **Z** ($\forall\ \mathbf{z_{ij}} \in \mathbf{Z}$) y $\dot{\mathbf{z}}$, donde **Z** representa a la matriz inversa de Leontief y $\dot{\mathbf{z}}$ a una matriz que sólo contiene los elementos de la diagonal principal de la inversa de Leontief, es decir, $\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{z_{11}} & \mathbf{0} & \mathbf{...} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{z_{22}} & \mathbf{...} & \mathbf{0} \\ \mathbf{...} & \mathbf{...} & \mathbf{...} & \mathbf{...} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{...} & \mathbf{z_{rr}} \end{bmatrix}$, tal igualdad no se da. En otras palabras, si el **BL** se descompone en efectos directos e indirectos [$\mathbf{(A_{11}+iA_{21}+\Omega_1)}$, donde $\mathbf{\Omega_1}$ es un operador suma para la primera columna de la matriz $\mathbf{(Z-\ \dot{z})}$], no se obtiene el mismo resultado que cuando se determina el **BL** de Rasmussen considerando la suma de ambos efectos a partir de la matriz inversa de Leontief ($\mathbf{BL_1^{R}}$), lo anterior ocurre debido a la presencia de elementos del **FL** que amplifican el **BL**, es decir, al efecto “ripple” comentado anteriormente.

Procediendo de igual forma para el caso del **FL** de Rasmussen, determinado a partir del modelo de Ghosh.

$\mathbf{(I-B)^{-1}} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{H}} & \widehat{\mathbf{H}}\mathbf{B_{12}W_{22}} \\ \mathbf{W_{22}B_{21}}\widehat{\mathbf{H}} & \mathbf{W_{22}(I+B_{21}}\widehat{\mathbf{H}}\mathbf{B_{12}W_{22}} \end{bmatrix}$, donde $\mathbf{\hat{H}=(I-B_{11}-B_{12}W_{22}B_{21})^{-1}}$ y $\mathbf{W_{22}=(I-B_{22})^{-1}}$.

Se tiene que el **FL** se puede expresar como: $\mathbf{FL_1^{R}=\hat{H}+\hat{H}B_{12}W_{22}i^{t}}$, donde $\mathbf{i^t}$ es un vector fila transpuesto, cuya inclusión tiene que ver con la operatoria de matrices.

Dado que el $\mathbf{FL_1^{Ch\text{-}W}=B_{11}+B_{12}i^{t}}$, se tiene que $\mathbf{FL_1^{R}= \hat{H}+ \hat{H}[p_b(FL_1^{Ch\text{-}w}-B_{11})]^{t}W_{22}}$, donde el super índice **t** indica que se trata de una matriz transpuesta e $\mathbf{p_b}$ es un vector columna de ponderación para $\mathbf{B_{12}}$, en este caso si $\mathbf{B_{12}}$ esta formado por dos elementos $\mathbf{p_b} = \begin{bmatrix} \dfrac{\mathbf{b_{12}}}{(\mathbf{b_{12}}+\mathbf{b_{13}})} \\ \dfrac{\mathbf{b_{13}}}{(\mathbf{b_{12}}+\mathbf{b_{13}})} \end{bmatrix}$

Por otra parte, $\mathbf{\hat{H} =[(I\text{-}B_{11})\text{-} [p_b(FL_1^{Ch\text{-}w}\text{-}B_{11})]^t W_{22}G_{22}B_{21}]}$, es decir, al igual que en el caso anterior, se observa una relación entre los encadenamientos de Rasmussen y los de Chenery y Watanabe.

Si a continuación se considera el **BL** de Sonis *et al* ($\mathbf{BL^S= i^tG_{22}A_{21}x_1}$) en términos relativos ($\mathbf{BL^{S*}}$), esto es, se divide $\mathbf{BL^S}$ por $\mathbf{x_1}$, entonces se puede obtener la relación siguiente.

$$\mathbf{BL^R=[1+BL^{S*}]H}$$

De donde se deduce que el **BL** de Rasmussen es igual al de Sonis *et al* en términos relativos más la unidad y multiplicado por una constante que es el elemento correspondiente al sector que se está estudiando de la inversa de Leontief. Dicho valor será siempre mayor que la unidad dado que se trata de uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz inversa. Es decir, el eslabonamiento propuesto por Rasmussen coincide con el de Sonis *et al* en términos relativos, añadiéndole la unidad y “reforzando” su valor al multiplicarlo por el elemento correspondiente de la diagonal principal de la matriz inversa de Leontief.

Para el caso del **FL** de Sonis *et al* corregido por Andreosso-O`Callaghan y Yue (2004; $\mathbf{FL_i^S=A_{12}G_{22}x_2}$), si se procede de la misma manera que en el caso del $\mathbf{BL^S}$, se observa que el $\mathbf{FL_i^R=\hat{H}[1+FL^{S*}]}$. Es decir, para este nuevo caso también se obtiene una relación entre ambos encadenamientos.

Análogamente, es posible relacionar el multiplicador propuesto por Dietzenbacher y van der Linden con el presentado por Rasmussen. Sin embargo, para este caso y debido a la construcción del primero se ha optado por cambiar el orden de la relación.

Dada la expresión **d(j)** que presentan Dietzenbacher y van der Linden (ecuación 2.46a).

$$\mathbf{d(j)= (H\text{-}I)+i^tG_{22}A_{21}H]y_2+[(H\text{-}I)A_{12}G_{22}+irG_{22}A_{12}HA_{12}G_{22}]y_1}$$

Para la rama 1 expresada en terminos de rasmussen, se tendrá que:

$$\mathbf{d(1)= [BL_1{}^R\text{-}I]y_1+[(H\text{-}I)A_{12}G_{22}+(BL_1{}^R\text{-}H)A_{12}G_{22}]y_2}$$

Observese que el **d(1)** es mayor que $\mathbf{BL_j{}^R}$, dado que el primero considera la damanda final.

Y para el caso de la relación hacia atrás de estos últimos investigadores

$$\mathbf{d(i)= v_1[(\hat{H}\text{-}I)+(\hat{H}B_{12}W_{22})i_1]+v_2[W_{22}B_{21}(\hat{H}-I)+W_{22}B_{21}\hat{H}\,B_{12}W_{22}i_2]}$$

Se tiene que para la rama 1, se obtiene la siguiente relación:

$$\mathbf{d(1)= v_1[FL_1{}^R\text{-}I]+v_2[W_{22}B_{21}(\hat{H}-I)+W_{22}B_{21}(FL_1{}^R\text{-}\hat{H})]}$$

Para finalizar a modo de resumen y de acuerdo a lo expuesto, se puede señalar que existe cierto parecido entre las distintas técnicas, parecido que en esta ocación ha sido expresado en terminos de los encadenamientos de Rasmussen.

2.5 ANÁLISIS DE LAS ECONOMÍAS DEL SUR DE EUROPA

A continuación, se pasa a realizar un análisis estructural input-output para algunas economías europeas, empleando para ello las propuestas clásicas, la de Cella, Sonis *et al*, Dietzenbacher y van der Linden y las alternativas formuladas a las propuestas de Hazari y Sonis *et al*, con el fin de poder, por un lado, comparar los resultados de la aplicación de las distintas metodologías y, por otro, analizar las principales características de algunos países miembros de la Unión Europea del sur de Europa[44].

En lo referente a los países que se emplearán, se ha considerado trabajar con aquellos que están en la zona sur de Europa, de esta forma los países elegidos son, Francia, Italia, Grecia, Portugal y España, cuyas tablas input-output son simétricas y han sido publicadas por Eurostat[45], [46], lo que garantiza la homogeneidad en la confección de las mismas. La mayoría tiene el año 2000 como periodo de referencia con la excepción de Grecia y Portugal, que fueron desarrolladas para los años

[44] Se omiten los enfoques de Duarte *et al* (2002) y los de Cai y Leung (2004 y 2005), entre otras por las razones expuestas a lo largo de este documento: el primero se descarta debido a que responde a actividades verticalmente integradas así como al uso de recursos naturales (Duarte *et al*, 2002, pp. 73 y 85). Las propuestas de Cai y Leung tampoco se aplican puesto que se consideran son una reinterpretación de otras metodologías a demás, a lo largo de sus trabajos destacan que sus formulaciones son similares a las de Dietzenbacher y van der Linden (1997).

[45] Eurostat [en línea]. Tablas Input- Output: Sistema Contable Europeo del año 1995. Febrero 2006 [consultado el 10 de febrero de 2006]. Disponible en: < http://epp.eurostat.cec.eu.int/portal/page?_pageid=2474,54156821,2474_54764840&_dad=portal&_schema=PORTAL>.

[46] El hecho que sea sólo un organismo el difusor de las tablas empleadas, no garantiza que las mismas tengan similares estructuras y procedimientos en su elaboración, prueba de ello es que la tabla de España referida a 2000, no es simétrica y las matrices del resto de países sí lo son, para hacerla homogénea con las demás, hemos partido de la tabla de destino de España y la hemos agregado convenientemente, de acuerdo a las clasificaciones de productos (CNPA-96) y actividades (CNAE-93).

1998 y 1999, respectivamente[47]. Las tablas se presentan inicialmente clasificadas a 59 ramas de actividad, pero se ha optado por trabajar a 25 sectores[48], ya que se considera que una profusión de resultados no siempre conduce a una mejor comprensión del problema. Para tal efecto se ha utilizado la clasificación internacional industrial uniforme (CIIU o en inglés ISIC) del año 1989 revisada en el año 2002 (revisión 3.1) que es similar a la empleada por Eurostat[49] elaborada por Naciones Unidas[50],[51].

Lo que sigue hace referencia a los resultados obtenidos de la aplicación de las metodologías de Rasmussen (original y corregida por Ghosh), Chenery y Watanabe (original y corregida por Ghosh), Hazari (original y la propuesta presentada), Cella, Sonis *et al* (original, corregida por Ghosh y la formulación alternativa) y Dietzenbacher y van der Linden (anexo 2.4), sin embargo, y con el fin de evitar la presentación de un gran volumen de datos se ha optado por referisnos fundamentalmente a las propuestas de Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden, el resto de las técnicas se utilizarán en caso que sea necesario ahondar más en el análisis de alguna rama. Tal criterio ha sido tomado para elegir una metodología del enfoque clásico y otra de extracción y, por ser ambas propuestas las más utilizadas (al respecto se puede ver Panggabean, 2004, pp.7).

Tabla 2.3: Clasificación de las ramas según Rasmussen

	Clave	Estratégico	Base	Isla
Francia	1, 5, 7, 8, 9, 13, 17, 18 y 19	3, 11, 14 y 16	2 y 21	4, 6, 10, 12, 15, 20, 22, 23, 24 y 25
Italia	7, 8, 9, 17 y 19	3, 5, 6, 11, 12, 14, 16 y 24	1, 2, 13, 18, 21 y 25	4, 10, 15, 20, 22 y 23
Grecia	7, 8 y 19	3, 4, 5, 6, 14, 15 y 16	1, 2, 9, 13, 18 y 21	10, 11, 12, 17, 20, 22, 23, 24 y 25
Portugal	5, 7, 13, 19 y 21	3, 6, 12, 14, 15 y 16	1, 2, 8, 9, 17 y 18	4, 10, 11, 20, 22, 23, 24 y 25
España	2, 5, 7, 9, 13 y 17	3, 4, 6, 10, 12, 14 y 16	1, 8, 18, 19 y 21	11, 15, 20, 22, 23, 24 y 25

Fuente: Elaboración propia.

A partir de las metodologías de Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden, se puede observar que existe similitud en las estructuras de Francia e Italia por lo que respecta a ramas claves,

[47] Con respecto a la forma en que se puede proceder a realizar estudios comparativos cuando se emplean distintas matrices, puede consultarse el anexo 2.2, en donde se señalan algunas opiniones a este respecto.
[48] Estos son: s1=agropecuario y pesca, s2= minas, s3= alimentos y bebidas, s4= tabaco, s5= textiles, s6= vestuario y cuero, s7= madera y papel, s8= coque, productos químicos y minerales no metálicos, s9= elaboración de metales comunes, s10= electrónica menor, s11= fabricación de medios de transporte, s12= resto de industria manufacturera, s13= electricidad, gas y agua, s14= construcción, s15= comercio, s16= hoteles y restaurantes, s17= transporte, s18= correo y telecomunicaciones, s19= intermediación financiera, s20= actividades inmobiliarias, s21= investigación y desarrollo, s22= administración pública, s23= enseñanza, s24= servicios sociales y de salud, s25= otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados.
[49] En la confección de las tablas se empleo la revisión 3.0 del año 1993 cuya diferencia con la revisión 3.1 es mínima, únicamente la incorporación de las actividades no diferenciadas de hogares privados como productores de bienes para uso propio (96) y no diferenciadas de hogares privados como productores de servicios para uso propio (97), que para los propósitos de este documento no afecta.
[50] Clasificación Internacional Industrial Uniforme: rev. 3.1 del año 2002 [en línea]. En: Naciones Unidas, Febrero de 2006 [fecha de consulta 10 de febrero de 2006. disponible en: < http://unstats.un.org/unsd/cr/registry/regcst.asp?Cl=17&Top=2&Lg=3 >.
[51] Esta se muestra en anexo 2.3.

mientras que Italia se asemeja más a Grecia si se comparan los sectores impulsores de la economía, sin embargo, en general Grecia se parece más a Portugal, siendo España, más bien, un caso aislado (tablas 2.3 y 2.4). En este mismo orden de cosas, también se puede observar, por ejemplo, que existieron como mínimo 5 ramas claves tanto en Francia como en Italia (9 según Rasmussen y 6 de acuerdo a Dietzenbacher y van der Linden para Francia y 5 en Italia según ambas metodologías), mientras que en Grecia (3 y 4 respectivamente) en Portugal y España, como máximo llegaron a tener 6 de estos sectores (5 para la primera y 6 en la segunda para Portugal y a la inversa en España)[52].

Tabla 2.4: Clasificación de las ramas según Dietzenbacher y van der Linden

	Clave	Estratégico	Base	Isla
Francia	1, 7, 13, 17, 18 y 19	3, 5, 8, 9, 11, 12, 14, 16 y 25	15, 20 y 21	2, 4, 6, 10, 22, 23 y 24
Italia	7, 8, 13, 17 y 19	3, 5, 6, 9, 11, 12, 14, 15, 16 y 24	1, 18, 20, 21 y 25	2, 4, 10, 22 y 23
Grecia	7, 15 y 19	3, 4, 5, 6, 8, 14, 16 y 22	1, 2, 13, 17, 18, 20, 21 y 25	9, 10, 11, 12, 23 y 24
Portugal	7, 13, 15, 19, 21 y 25	3, 5, 6, 8, 12, 14 y 16	1, 2, 17, 18 y 20	4, 9, 10, 11, 22, 23 y 24
España	2, 5, 7, 9 y 12	3, 4, 6, 10, 14 y 16	1, 8, 13, 17, 18, 19 y 21	11, 15, 20, 22, 23, 24 y 25

Fuente: Elaboración propia.

Como se desprende de las tablas 2.3 y 2.4 más las tablas 2.5 y 2.6 que muestran los resultados de las modificaciones que se proponen para Hazari y Sonis *et al*, existe, en general, una coincidencia en la tipificación de sectores claves según ambas metodologías para los países analizados, según se puede notar las ramas 7 (madera y papel), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 9 (elaboración de metales comunes), 13 (electricidad, gas y agua), 15 (comercio), 17 (transporte) y 19 (intermediación financiera) fueron claves en general en todos estos países, situación similar ocurriría con otros tipos de sectores, siendo las actividades islas 2 (minas), 4 (tabaco), 6 (vestuario y cuero), 9 (elaboración de metales comunes), 10 (electrónica menor), 22 (administración pública), 23 (enseñanza) y 24 (servicios sociales y de salud), en el caso de las ramas impulsoras de la economía existiría total coincidencia: 3 (alimentos y bebidas), 5 (productos textiles), 14 (construcción) y 16 (hoteles y comercio). Finalmente las ramas 1 (agropecuario y pesca), 2 (minas) y 20 (actividades inmobiliarias y alquiler de equipo) fueron base en todos los países.

Tabla 2.5: Clasificación de las ramas según modificación para Hazari

	Clave	Estratégico	Base	Isla
Francia	8, 9, 15, 20 y 21	3, 10, 11, 14, 22 y 24	17 y 19	1, 2, 4, 5, 6, 7, 12, 13, 16, 18, 23 y 25
Italia	8, 9, 15, 17 y 20	3, 10, 11, 14, 22 y	2, 19 y 21	1, 4, 5, 6, 7, 12, 13,

[52] A lo largo del trabajo se tomara como sinónimos las expresiones sector, rama, o actividad, ello con el fin de facilitar la lectura.

	Clave	Estratégico	Base	Isla
		24		16, 18, 23 y 25
Grecia	14, 15 y 20	3, 16, 22 y 24	1, 2, 19 y 21	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 17, 18, 23 y 25
Portugal	8, 14, 15 y 20	3, 6, 9, 10, 11, 22, 23 y 24	1, 13, 19 y 21	2, 4, 5, 7, 12, 16, 17, 18 y 25
España	8, 14, 15 y 20	3, 11, 16, 22 y 24	1, 7, 9, 13, 17, 19 y 21	2, 4, 5, 6, 10, 12, 18 , 23 y 25

Fuente: Elaboración propia.

Si se efectúa un estudio pormenorizado por países, se puede señalar que Francia presentó como sectores claves según ambas metodologías a las ramas 1 (agropecuario y pesca), 7 (madera y papel), 13 (electricidad, gas y agua), 17 (transporte), 18 (correo y telecomunicaciones) y 19 (intermediación financiera), por otra parte, la propuesta de Rasmussen identificó como tales a las ramas 5 (productos textiles), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos) y 9 (elaboración de metales comunes). Si se consideran todas las propuestas se aprecia que el sector 5, en general presentó un bajo **FL** o valores muy próximos a la unidad, y en caso del **BL** tampoco resultó ser muy alto, sin embargo, sobrepasa la unidad, por ello consideramos que se podría clasificar mejor como estratégica. La rama 8, según Chenery y Watanabe corregido por Ghosh, Hazari, la propuesta de Hazari y según la modificación que se plantea para Sonis *et al* también es clave, por ello se acepta dicha caracterización con algo más de seguridad, aún cuando para Sonis *et al* sea base. En el caso de la rama 9, según Sonis *et al* corregido por Ghosh y la modificación que se propone del mismo, es base, pero de acuerdo a Dietzenbacher y van der Linden es estratégico, para Cella, sin embargo, sería independiente, por tal razón se acepta que esta actividad productiva fue del tipo base, puesto que además según Dietzenbacher y van der Linden su **BL** relativo presenta un valor muy próximo a uno (1.0044).

Tabla 2.5: Clasificación de las ramas según propuesta para Sonis *et al*

	Clave	Estratégico	Base	Isla
Francia	8, 15, 20 y 21	3, 9, 10, 11, 14, 22 y 24	19	1, 2, 4, 5, 6, 7, 12, 13, 16, 17, 18, 23 y 25
Italia	8, 9, 15, 17 y 20	3, 14 y 24	19 y 21	1, 2, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 16, 18, 22, 23 y 25
Grecia	15 y 20	3, 14, 16 y 22	1, 2, 8 y 21	4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 17, 18, 19, 23, 24 y 25
Portugal	8 y 15	3, 14 y 24	1, 20 y 21	2, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 17, 18, 19, 22, 23 y 25
España	14, 15 y 20	3, 11, 16, 22 y 24	1, 7, 8, 9, 13, 17, 19 y 21	2, 4, 5, 6, 10, 12, 18, 23 y 25

Fuente: Elaboración propia.

En Francia fueron ramas impulsoras de la economía, según Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden, la 3 (alimentos y bebidas), 11 (fabricación de medios de transporte), 14 (construcción) y 16 (hoteles y comercio), según estos autores también se encontraría en este grupo la actividad productiva 25 (otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados), resultado que sería coincidente con los enfoques de Sonis *et al* y la modificación de éste; para el resto de las propuestas este sector correspondería a uno del tipo isla, pero si se considera paralelamente que esta rama tiene un **BL** bajo la unidad, pero próximo a ella, se puede aceptar que es más adecuado considerarla como una actividad productiva que impulsa a la economía francesa. Según Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden la rama 21 (investigación y desarrollo) es base; el sector comercio (rama 15) se catalogó según la metodología de Dietzenbacher y van der Linden, Hazari y su corrección, así como a la de Sonis *et al*, como base; según las propuestas de Cella y Sonis *et al* habría tenido un alto **BL**, complementando el resultado que se obtiene del planteamiento de Dietzenbacher y van der Linden, por ello, y considerando lo importante que es el sector comercio en Francia se acepta que esta rama fue clave. En lo referente al sector 20 (actividades inmobiliarias), según Rasmussen, Chenery y Watanabe e incluso Cella, habría sido una actividad independiente, pero de acuerdo a las formulaciones de Dietzenbacher y van der Linden y de Sonis *et al*, debe ser considera como base, pero clave desde el punto de vista de Hazari y su modificación, es por ello y sobre todo por el bajo **BL** según todas las formulaciones, que se considera encaja más con la tipología de base. Por su parte, las ramas 4 (tabaco), 6 (vestuario y cuero), 10 (electrónica menor), 22 (administración pública), 23 (enseñanza) y 24 (servicios sociales y de salud) habrían sido islas o independientes. Por último minas, de acuerdo a Rasmussen, Chenery y Watanabe y Sonis *et al* fue isla; para Cella habría sido la actividad más importante, debido a su alto **FL**, ello lleva a aceptar que esta actividad es más bien del tipo base. La rama 12, tenía un bajo **FL** según todas las metodologías y en general un **BL** sobre la unidad, por ello se entiende que más que isla como la clasifica Rasmussen, se considera una actividad impulsora de la economía.

Haciendo un análisis similar para Italia, se observa que existe una mayor similitud de resultados entre las propuestas de Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden, obteniéndose para ambos casos cinco ramas claves, de las cuales coinciden 7 (madera y papel), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 17 (trasporte) y 19 (intermediación financiera), además según Rasmussen lo fue también la rama 9 (elaboración de metales comunes) y de acuerdo a Dietzenbacher y van der Linden la 13 (electricidad, gas y agua). La rama 9 según las metodologías de Chenery y Watanabe, Hazari y la modificación que se plantea de este enfoque habría sido base, y de acuerdo a Dietzenbacher y van der Linden fue estratégico, considerando estos puntos y el alto **FL** que presentó esta rama de acuerdo al enfoque de Hazari, y la importancia que tuvo su **BL** según todas las propuestas, consideramos que esta actividad debería clasificarse como clave. En el caso de la rama 13, de acuerdo Cella fue la cuarta actividad más importante, para Rasmussen y Sonis *et al* era base, en el caso de Chenery y Watanabe, estratégica, para el resto a excepción de Dietzenbacher y van der Linden fue isla, al observar que su **BL** fue prácticamente igual a uno (1.001), se cree se acercó más a la tipología de base que de clave.

Entre los sectores impulsores de la economía italiana, se pueden señalar las actividades 3 (alimentos y bebidas), 5 (textiles), 6 (vestuario y cuero), 11 (fabricación de medios de transporte), 12 (resto de industria manufacturera), 14 (construcción), 16 (hoteles y comercio) y 24 (servicios sociales y de salud), más las ramas 9 (elaboración de metales comunes) y 15 (comercio) según la metodología de Dietzenbacher y van der Linden. En el caso de la primera, ya se indicó que es clave; con respecto a la 15, de acuerdo a Chenery y Watanabe y Rasmussen es isla; según las técnicas de Sonis *et al* y Dietzenbacher y van der Linden impulsora de la economía, y para las alternativas propuestas de análisis y Hazari clave, por ello, y considerando que la mayoría de las metodologías determinaron que esta actividad tuvo un alto **BL** y que según Hazari habría tenido el mayor **FL**, se aceptará como válido que esta rama es clave.

Por otra parte, se obtuvo que pueden ser consideradas como base las actividades 1 (agropecuario y pesca), 18 (correo y telecomunicaciones), 21 (investigación y desarrollo) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados), más la 2 (minas) y 13 según Rasmussen y 20 (actividades inmobiliarias) de acuerdo a Dietzenbacher y van der Linden. Centrándose en las ramas 2 y 20, ya que la 13 ya ha sido comentada, se considera que la 2 es isla, pues la gran mayoría de las propuestas lo indican. La 20 mostró, por su parte, un bajo **BL** en general, y alto **FL**, según las metodologías anteriormente señaladas, y la modificación que se ideó para Sonis *et al*, por ello se cree que esta rama es base. Para el resto de las actividades no habría mayor diferencia, habiendo sido del tipo isla (4 (tabaco), 10 (electrónica menor), 22 (administración pública) y 23 (enseñanza)).

En el caso de Grecia se observó que las ramas 7 (madera y papel) y 19 (intermediación financiera) fueron claves, adicionalmente, también lo habrían sido según Rasmussen la 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos) y las ramas 14 (construcción) y 15 (comercio) de acuerdo a Dietzenbacher y van der Linden. En el caso de la actividad 8, si se considera el enfoque de Chenery y Watanabe, Sonis *et al* y su modificación, habría sido base, y para la modificación de Hazari y Dietzenbacher y van der Linden fue estratégica, y si se toma el enfoque de Cella, ocupó el sexto lugar en importancia, por ello se cree que esta rama es estratégica. Si se revisa el sector 14, se notará que, en general, se consideró que tenía un alto **BL**, lo que haría que fuese clasificado como impulsor de la economía, por otra parte, la propuesta de Hazari y las alternativas presentadas indican que poseía un **FL** lo suficientemente alto como para aceptar que tal rama fue clave, por ello, además de considerar dudoso que un sector como el de la construcción no sea relevante para esta economía, se cree es clave. Con respecto a la rama 15, según Cella es independiente, ya que su encadenamiento total apenas sobrepasó la unidad, para Chenery y Watanabe, Rasmussen y Sonis *et al* fue relativamente importante, ya que tuvo un alto **BL**, por su parte para los enfoques al estilo Hazari y la modificación planteada para Sonis *et al* y la metodología de Dietzenbacher y van der Linden, respondió a una actividad clave, por lo tanto, y considerando estos puntos, se acepta esta clasificación.

Los sectores 3 (alimentos y bebidas), 4 (tabaco), 5 (textiles), 6 (vestuario y cuero) y 16 (hoteles y comercio) fueron impulsores de la economía griega, además de acuerdo a la metodología de Dietzenbacher y van der Linden también lo fue la 22 (administración pública), criterio que se acepta a la luz del resto de los resultados, habiendo sido el planteamiento de Rasmussen el único que difirió en sus conclusiones. Ramas con alto **FL** son la 1 (agropecuario y pesca), 2 (minas), 13 (electricidad, gas y agua), 18 (correo y telecomunicaciones) y 21 (investigación y desarrollo), a lo que la metodología de Rasmussen agregó la 9 (elaboración de metales comunes) y Dietzenbacher y van der Linden, las 17 (transporte), 20 (actividades inmobiliarias) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados). De la 9 se considera que fue isla, ya que enfoques como el de Hazari que da más importancia a la demanda cuando pondera por ella, indicó que poseía un bajo **FL**, resultados similares se encontraron para las propuestas de Hazari y Sonis *et al* y para Dietzenbacher y van der Linden, por ello, se cree que es válida tal afirmación. La actividad 17, presentó según todos los enfoques menos la modificación que se planteó para Sonis *et al* y la metodología de Dietzenbacher y van der Linden, un bajo **FL**, además según las distintas propuestas excepto la de Sonis *et al* habría tenido un bajo **BL**, por ello, se acepta que esta rama fue isla, ya que la metodología de Hazari y su modificación así lo indicaron. La actividad 20, según Hazari, la modificación que se planteó para esta metodología y la de Sonis *et al*, así como para Dietzenbacher y van der Linden, poseía un alto **FL**, y según todos los enfoques el de menos Hazari y la variación de que se propuso de éste, un bajo **BL**, por ello se cree que esta rama, y al tratarse básicamente de actividades vinculadas al alquiler, fue base. Por su parte, la rama 25, según todas las metodologías salvo Dietzenbacher y van der Linden, que la consideraron base, tuvo un bajo **BL** y **FL**, sin embargo, se duda que una actividad como servicios comunitarios y de hogares privados fuese base, por estos resultados y lo difícil que se hace aceptar lo último, dado que sus relaciones de compra y venta son de pequeña magnitud y escasos, por ello, se piensa que se debe considerar como una rama independiente. Finalmente el resto de las actividades (10 (electrónica menor), 11 (fabricación de medios de transporte), 12 (resto de industria manufacturera), 23 (enseñanza) y 24 (servicios sociales y de salud)) son islas.

En el caso de Portugal serían claves las ramas 7 (madera y papel), 13 (electricidad, gas y agua), 19 (intermediación financiera) y 21 (investigación y desarrollo), más de acuerdo a Rasmussen la actividad 5 (textiles) y los sectores 15 (comercio) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados) según Dietzenbacher y van der Linden. La rama 5, aún cuando la metodología de Chenery y Watanabe y Dietzenbacher y van der Linden son coincidentes, presentando unos **BL** bajos, según Chenery y Watanabe, Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden estos estuvieron próximos a la unidad (1.0677; 1.0065 y 1.0094 respectivamente), y tuvo un bajo **FL**, por ello, se encuadra en la categoría de isla. La actividad 15 (comercio) también sería clave según las modificaciones presentadas y Hazari. De la rama 25, aún cuando los enfoques de extracción y descomposición coinciden con Dietzenbacher y van der Linden, sobre todo en el caso del **BL**, en las propuestas clásicas ocurre a la inversa. Para Chenery y Watanabe y Rasmussen el **BL** de este sector se acercó a la unidad, sin embargo, en el caso del **FL** tal acercamiento fue más difícil de aceptar que en los enfoques clásicos, excepto quizás en Rasmussen (0.9072). Considerando estos aspectos y contradiciendo la respuesta inicial de los enfoques de extracción y descomposición, se acepta que es isla, al menos en los términos de Rasmussen, por su escaso intercambio con el resto de actividades.

Los sectores impulsores de la economía portuguesa fueron cinco: el 3 (alimentos y bebidas), 6 (vestuario y cuero), 12 (resto de industria manufacturera), 14 (construcción) y 16 (hoteles y comercio); pero según Dietzenbacher y van der Linden también la 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), opinión que fue coincidente con los planteamientos de Chenery y Watanabe y el que se propone para el caso de Hazari, además que según la metodología de Rasmussen bordeó la unidad, por ello se piensa que esta actividad tuvo un alto **BL**. En lo que se refiere a su **FL** sería elevado según los enfoques clásicos y de Sonis *et al*, por ello consideramos que la modificación efectuada a la propuesta de Hazari evaluó bien que fuese clave, ya que su alto **BL** es similar al de Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden, y su **FL** coincide con los de Rasmussen y Sonis *et al*.

Como ramas base se encontraron la 1 (agropecuario y pesca), 2 (minas), 17 (transporte) y 18 (correo y telecomunicaciones), siguiendo a Rasmussen también lo fue la 9 (elaboración de metales comunes) y de acuerdo a Dietzenbacher y van der Linden la 20 (actividades inmobiliarias). Por lo que se refiere a la rama 9, en base a la metodología de Rasmussen, se ve que tiene un alto **FL**, siendo su valor próximo a la unidad (1.0334). En lo que tiene que ver con su **BL**, la modificación de la propuesta de Hazari señala que fue alto, indicando que tal actividad habría sido más bien estratégica, sin embargo, fue la única que así lo señaló, por ello y dado el consenso con el resto de las metodologías, se da por válido que la rama 9 fue isla. De la rama 20, se acepta lo que resulta de la propuesta de Dietzenbacher y van der Linden, porque tal criterio fue coincidente con el de Hazari y las modificaciones de Hazari y Sonis *et al*. Finalmente, el resto de las actividades (4 (tabaco), 10 (electrónica menor), 11 (fabricación de medios de transporte), 22 (administración pública), 23 (enseñanza) y 24 (servicios sociales y de salud)) se consideran islas.

Para el caso de España se observó que fueron ramas claves la 2 (minas), 5 (textiles) y 7 (madera y papel), pero según la metodología de Rasmussen los sectores 13 (electricidad, gas y agua) y 17 (transporte), y de acuerdo al enfoque de Dietzenbacher y van der Linden también lo son la 9 (elaboración de metales comunes) y 12 (resto de industria manufacturera). En lo que tiene que ver con la rama 13 las propuestas de Rasmussen y de Chenery y Watanabe son las únicas que la consideran clave, el resto de las metodologías indicaron que su **FL** fue en general alto y próximo a la unidad (excepto las modificaciones que se plantean para Hazari). Con respecto al **BL** no hubo un criterio claro, ya que en base a la metodología de Dietzenbacher y van der Linden se podría considerar igual a la unidad, las otras propuestas señalaron un menor valor. Para la rama 17 ocurrió algo similar, su **BL** según el resto de metodologías sería alto, habiendo siendo la excepción los enfoques de Hazari, Cella, Sonis *et al* y su modificación que lo consideraron bajo, pero de acuerdo a la modificación que se le hace a Hazari y el planteamiento de Dietzenbacher y van der Linden habría tenido un **BL** cercano a la unidad, por su parte el **FL** en todos los casos con la salvedad de la modificación que se plantea para Hazari tuvo una alta magnitud. Ramas impulsoras de la economía española fueron la 3 (alimentos y bebidas), 4 (tabaco), 6 (vestuario y cuero), 10 (electrónica menor), 14 (construcción) y 16 (hoteles y restaurantes), más según Rasmussen la 12 (resto de industria manufacturera), por lo que se refiere a esta última rama, en general, su **BL** sobrepasó la unidad (Chenery y Watanabe, Rassmussen, Cella, Sonis et al y Dietzenbacher y van der Linden), y en algunos casos también lo hizo su **FL** (Cella, Sonis *et al* y Dietzenbacher y van der Linden (próximo a la unidad)). Tanto la propuesta de Rasmussen como la de Dietzenbacher y van der Linden señalan que ramas base fueron la 1 (agropecuario y pesca), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 18 (correo y telecomunicaciones), 19 (intermediación financiera) y 21 (investigación y desarrollo). Finalmente habrían sido ramas islas la 11 (fabricación de medios de transporte), 15 (comercio), 20 (actividades inmobiliarias), 22 (administración pública), 23 (enseñanza), 24 (servicios sociales y de salud) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales). Un punto a destacar respecto de estos últimos sectores son los resultados que se obtuvieron para las ramas 15 y 20, si bien resultaron ser isla, tampoco es menos cierto que sus **BL** estuvieron muy próximos a la unidad (Chenery y Watanebe, Rasmussen, Dietzenbacher y van der Linden), mientras que el resto señalaban que la superaba, situación similar ocurrió con sus **FL**, luego tal clasificación debe ser aceptada con cautela.

Para finalizar, es oportuno señalar a la luz de los resultados obtenidos y tal como se indicó anteriormente que resulta difícil aceptar que una propuesta sea mejor que la otra, aún cuando existe en algunos casos una alta coincidencia de resultados, *e.g.* Rasmussen con Chenery y Watanabe[53]. Porque, por un lado, cada una calcula aspectos distintos que ayudan a distinguir qué rama presenta mayor relevancia, clave por su intercambio o por su ayuda al desarrollo de la economía y, por otra, porque existe una clara diferencia en sus procedimientos y enfoques, así por ejemplo Chenery y Watanabe hacen uso de la matriz de coeficientes técnicos y el resto de la inversa de Leontief o de Ghosh según sea el caso, otros emplean un enfoque *ex ante* siguiendo a Hirschman o bien lo hacen en forma *ex post* como Cella.

[53] Del ejercicio realizado se observó que existe una similitud importante en las respuestas entre ambas metodologías, esto es, los sectores toman prácticamente la misma tipología cuando ella se determina haciendo uso de los efectos directos e indirectos, respecto a solamente los directos. Así por ejemplo, en Francia, sólo existieron 3 discrepancias (2 para los **BL** y uno en el **FL**), en Italia, Grecia y España ocurrió algo similar, 2 diferencias en cada uno (uno en cada encadenamiento), finalmente en Portugal, en un caso del **BL** no habría existido igualdad de resultados (para más detalle puede revisar el anexo 2.4).

Por otra parte, al centrarnos en las metodologías empleadas se aprecia que efectivamente se complementan entre si, prueba de ello son, por ejemplo, las respuestas divergentes que se obtienen para las ramas 8 y 9 en Francia, que según la metodología de Dietzenbacher y van der Linden fueron estratégicas, para Sonis *et al* base, y para Rasmussen y la modificación que se plantea de Hazari clave, es decir, en este caso, Rasmussen y el enfoque presentado para Hazari coinciden con lo que señalan Sonis *et al* y Dietzenbacher y van der Linden, ayudando a definir con más claridad que tipo de sectores son el 8 y 9.

Otro ejemplo que podría servir para validar las propuestas planteadas se encuentra en la rama 15 también en Francia, mientras Sonis *et al* la encuentran estratégica, Dietzenbacher y van der Linden la ven como base, y lo que se plantea como clave, es decir en este caso, las propuestas capturan lo que indica por separado tanto Sonis *et al* como Dietzenbacher y van der Linden. Similares ejemplos también se encuentran en las ramas 21, 21 y 25 de Francia, 9, 13 y 20 de Italia, 8, 9, 14, 15, 16, 20 y 22 de Grecia, y 8, 15, 20 y 25 de Portugal. Sobre esta última se hace una pequeña consideración, si se revisa la TIO original a 59 ramas, se ve que el total de input de esta rama fue de 1946 millones de euros, una de las ramas de menor compra y venta de insumos, similar a la 12 y 19, sin embargo, se observa que el sector 12 era estratégico y el 19 clave, la diferencia está en que las últimas tiene un alto intercambio, mientras que la primera sólo tiene alta su demanda final e inputs primarios, es decir, no induce mayor dinamismo a la economía vía intercambio, luego ¿por qué se debe aceptar que es clave?. Otra situación que se puede considerar ambigua se encuentra en España para la rama 15 (comercio), como se indicara para las metodologías base (Rasmussen, Chenery y Watanabe y, Dietzenbacher y van der Linden) tenía un **BL** por debajo pero próximo a la unidad (en torno a 0.95) y, un **FL** bajo ella, sin embargo, el resto de las propuestas consideran que su **BL** es alto, y su **FL** tanto para Hazari como su modificación y la transformación que se le plantea a Sonis *et al*, este habría sido alto, y bajo para Cella y Sonis *et al*, la pregunta que surge inmediatamente es ¿se puede considerar que la rama comercio sea independiente con la importancia que ella tiene para una economía como la española, tal como lo plantea Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden?.

Como se ve ninguna propuesta tiene la última palabra, no hay una regla que ayude a aceptar como más válida una metodología o que otra sea más adecuada, por ello se considera que en vez de una o dos metodologías, se debe emplear un amplio abanico de ellas, que tengan en común las matrices que se emplean y el enfoque, esto es, que sea *ex post*. En este sentido se cree que son más adecuadas aquellas propuestas que se basan en la inversa de Leontief o de Ghosh, pues incorporan tanto los efecto directos como los indirectos de cada rama.

En resumen, se considera adecuado realizar un análisis estructural a partir de las propuestas de

Rasmussen, Hazari, Sonis *et al* y la de Dietzenbacher y van der Linden (corregidas por Ghosh cuando corresponda), más los planteamientos aquí presentados para Hazari y Sonis *et al*, ya que todos ellos, son comparables, se basan en un enfoque de demanda para determinar el **BL** y en el de oferta para el **FL**, responden además a la idea de desarrollo planteada por Hirschman, esto es, se basan en un enfoque *ex post* y no *ex ante*, adicionalmente se cree que como una forma de comprobar tales resultados cuando ello sea necesario puede hacerse con las propuestas de Chenery y Watanabe y el encadenamiento total de Cella.

Sin embargo, y de acuerdo a la forma en que se puede enfrentar el análisis, Ramos y Soza en 2005 se decantan por emplear una batería de indicadores comparables y complementarios entre si, aún cuando tras la observación de resultados preliminares concluyen que el comportamiento de los mismos presentan cierta similitud, observan que no son totalmente coincidentes. Esto les lleva a plantear que un comportamiento diferenciado de los índices conduciría a considerar distintas metodologías y, por lo tanto, trabajar con todos ellos. Indicando que la solución que ayudaría a dar una visión más global y adecuada del fenómeno que se estudia, pasaría por construir unos indicadores sintéticos basados en la técnica multivariante de análisis factorial que reflejen el conjunto de soluciones, y no como se indico una batería de indicadores o un par de ellos por separado (Ramos y Soza, 2005, pp. 371 y 372), razón por la cual en un capítulo próximo se abordará esta cuestión.

2.6 RESUMEN DE RESULTADOS

Somos concientes de que la cantidad de resultados presentados puede confundir más que aclarar la situación económica de los países considerados, por ello, hemos propuesto una medida cualitativa de resumen de la información.

Se ha confeccionado una tabla que se muestra a continuación (tabla 2.7), donde se han resumido las distintas tipologías de cada rama de acuerdo a su valor mediano (el que a su vez se resumen en una segúnda columna, en la primera se incluyen todas las metodologías y en la última se excluye las propuestas de Hazari y Cella[54]). Para la confección de dicha tabla se ha asignado el valor 3 a las ramas que resultaron ser claves (mayor que 2.5)[55], 2 a las impulsoras de la economía (de 2.0 a 2.5), el 1 a las que fueron base (de 1.0 a 1.5) y finalmente el 0 (cero) a las del tipo isla (de 0 a 0.5), es decir, se le asigna un alto valor a aquellas ramas que resultan ser más importante para cada país o que tengan un alto **BL**. Se observa que en el caso de Francia las ramas 1 (agropecuario y pesca), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 9 (elaboración de metales comunes) y 13 (electricidad, gas y agua) fueron claves, por su parte los sectores 3 (alimentos y bebidas), 7 (madera y papel), 11

[54] Se excluyen por no ser simétricas con el resto (Beyers, 1976, pp. 231-232 y Andreosso-O`Callaghan y Yue, 2000, pp. 8).
[55] Se utilizan aquellos rangos, debido a las consecuencia de aplicar la mediana a los resultados emanados de las distintas técnicas.

(fabricación de medios de transporte), 14 (construcción), 15 (comercio), 16 (hoteles y restaurantes), 17 (transporte), 18 (correo y telecomunicaciones) y 19 (intermediación financiera) resultaron ser impulsoras de la economía, las ramas 5 (textiles), 10 (electrónica menor), 12 (resto de industria manufacturera), 15 (comercio), 21 (investigación y desarrollo), 22 (administración pública), 24 (servicios sociales y de salud) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados) fueron base, el resto (2 (minas), 4 (tabaco), 6 (vestuario y cuero), 20 (actividades inmobiliarias) y 23 (enseñanza)) habrían sido del tipo isla. En Italia los sectores 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 9 (elaboración de metales comunes) y 17 (transporte) fueron claves, por su parte las ramas 3 (alimentos y bebidas), 6 (vestuario y cuero), 7 (madera y papel), 11 (fabricación de medios de transporte), 12 (resto de industria manufacturera), 14 (construcción), 15 (comercio), 16 (hoteles y restaurantes), 19 (intermediación financiera) y 24 (servicios sociales y de salud) fueron impulsoras de la economía, los sectores 1(agropecuario y pesca), 2 (minas), 5 (textiles), 13 (electricidad, gas y agua), 18 (correo y telecomunicaciones), 21 (investigación y desarrollo) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados) habrían sido base, el resto fue del tipo isla (4 y 10). En Grecia según esta forma de análisis no presentó ramas claves, pero si se encontró que la rama 15 (comercio) tuvo un alto valor (2.5), lo que indica que esta se puede considerar clave, impulsoras habrían sido los sectores 3 (alimentos y bebidas), 4 (tabaco), 5 (textiles), 6 (vestuario y cuero), 7 (madera y papel), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 14 (construcción), 16 (hoteles y restaurantes), 19 (intermediación financiera) y 22 (administración pública), como base encontró a las ramas 1 (agropecuario y pesca), 2 (minas), 9 (elaboración de metales comunes), 13 (electricidad, gas y agua), 17 (transporte), 18 (correo y telecomunicaciones), 20 (actividades inmobiliarias) y 21 (investigación y desarrollo), las otras (10, 12, 23, 24 y 25) fueron islas. Para el caso de Portugal los sectores 7 (madera y papel), 15 (comercio) y 21 (investigación y desarrollo), se encontró que pueden ser considerados como ramas claves, impulsores se hallaron a los sectores 3 (alimentos y bebidas), 6 (vestuario y cuero), 8 (producción de coque, productos químicos y minerales no metálicos), 12 (resto de industria manufacturera), 13 (electricidad, gas y agua), 14 (construcción), 16 (hoteles y restaurantes), 19 (intermediación financiera) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados), base fueron los sectores 1 (agropecuario y pesca), 2 (minas), 5 (textiles), 9 (elaboración de metales comunes), 17 (transporte), 18 (correo y telecomunicaciones), 20 (actividades inmobiliarias) y 24 (servicios sociales y de salud), las restantes ramas (4, 10, 11, 22 y 23) debieran ser consideradas como independientes. Finalmente en España, fue clave según este procedimiento la rama 2 (minas). Impulsores de la economía española fueron los sectores 3 (alimentos y bebidas), 4 (tabaco), 5 (textiles), 6 (vestuario y cueros), 7 (madera y papel), 9 (elaboración de metales comunes), 10 (electrónica menor), 12 (resto de industria manufacturera), 14 (construcción) y 16 (hoteles y restaurantes). En España ramas base habrían sido las ramas 1 (agropecuario y pesca), 8 (producción de coque, productos químicos y minerales no metálicos), 13 (electricidad, gas y agua), 15 (comercio), 17 (transporte), 18 (correo y telecomunicaciones), 19 (intermediación financiera) y 21 (investigación y desarrollo). Finalmente fueron ramas independientes en este país la 11 (fabricación de medios de transporte), 20 (actividades inmobiliarias), 22 (administración pública), 23 (enseñanza), 24 (servicios sociales y de salud) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales).

Por último, se hace notar que los resultados presentados en el párrafo anterior, son una percepción preliminar de la economías estudiadas, ya que se cree que deben complementar con algún enfoque que indique, por ejemplo, qué ramas de acuerdo al número de coeficientes más importantes que presenta son relevantes, y además incorporar un análisis más global que ayude a visualizar la tipología de cada rama, puntos que serán abordados en los siguientes capítulos.

Tabla 2.7: Resumen cualitativo por países según los indicadores empleados[56].

	Francia		Italia		Grecia		Portugal		España		
	Med	Med*	Med	Med*	Med	Med*	Med	Med*	Med	Med*	
s1	3,00	3,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	s1
s2	0,50	0,50	0,50	0,50	1,00	1,00	1,00	1,00	3,00	3,00	s2
s3	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	s3
s4	0,00	0,00	0,00	0,00	2,00	2,00	0,00	0,00	1,00	2,00	s4
s5	1,50	1,50	0,00	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	2,00	2,00	s5
s6	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00	s6
s7	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	2,00	s7
s8	3,00	3,00	3,00	3,00	2,00	2,00	1,50	1,50	1,00	1,00	s8
s9	2,50	2,50	2,50	2,50	0,50	0,50	0,50	0,50	2,00	2,00	s9
s10	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,00	2,00	s10
s11	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	s11
s12	1,00	1,00	2,00	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	2,00	2,00	s12
s13	3,00	3,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,00	2,00	1,00	1,00	s13
s14	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	s14
s15	1,50	1,50	2,00	2,00	2,50	2,50	2,50	2,50	1,00	1,00	s15
s16	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	s16
s17	1,00	2,00	3,00	3,00	0,00	0,50	1,00	1,00	1,00	1,00	s17
s18	2,00	2,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	s18
s19	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	1,00	s19
s20	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,00	0,00	s20
s21	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	3,00	3,00	1,00	1,00	s21
s22	1,00	1,00	0,00	0,00	2,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	s22
s23	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	s23
s24	1,00	1,00	2,00	2,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	s24
s25	0,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,50	0,00	0,00	s25

Donde med se refiere a la mediada y, med* es una mediana en la cual no se incluye a Hazari y Cella.

[56] Las siglas corresponden a los siguientes sectores: s1=agropecuario y pesca, s2= minas, s3= alimentos y bebidas, s4= tabaco, s5= textiles, s6= vestuario y cuero, s7= madera y papel, s8= coque, productos químicos y minerales no metálicos, s9= elaboración de metales comunes, s10= electrónica menor, s11= fabricación de medios de transporte, s12= resto de industria manufacturera, s13= electricidad, gas y agua, s14= construcción, s15= comercio, s16= hoteles y restaurantes, s17= transporte, s18= correo y telecomunicaciones, s19= intermediación financiera, s20= actividades inmobiliarias, s21= investigación y desarrollo, s22= administración pública, s23= enseñanza, s24= servicios sociales y de salud, s25= otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados.

2.7 COMPARACIÓN DEL FL A PARTIR DE LOS MODELOS DE LEONTIEF Y GHOSH

Como ya se ha señalado a lo largo de este capítulo, la utilización de las matrices de Leontief y Ghosh para el cálculo de los **FL** han sido objeto de controversia en las últimas décadas. Por ello, hemos efectuado un ejercicio empírico en el que se comparan los resultados obtenidos para las eslabonamientos hacia delante, empleando ambas matrices.

A continuación, se pasa a comprobar para los países analizados, si se obtienen similares conclusiones en la determinación del **FL** con la matriz inversa de Leontief en vez de la de Ghosh, para ello se determina tanto el **FL** de Rasmussen como de Dietzenbacher y van der Linden con ambas matrices y, se comparan tales resultados.

Una vez realizado el ejercicio anterior se observó que, para el caso de la metodología de Rasmussen en Francia habría 6 diferencias de las 25 observaciones; para Italia, 5; en Grecia, 4, para Portugal y España 6, por su parte para el caso del planteamiento de Dietzenbacher y van der Linden se han obtenido para Francia 6 diferencias; 5 para Italia; 8 en Grecia; 7 para Portugal y finalmente, 1 en España (anexo 2.5).

En el caso de Rasmussen los **FL** calculados en base a la matriz de Ghosh resultarían ser más altos respecto a los que se obtienen haciendo uso de la matriz inversa de Leontief, en aquellos casos donde se concentran más ventas intermedias (aproximadamente el 50%)[57], es decir, en aquellos sectores donde la demanda final es baja, un ejemplo de ello es la rama 2 (minas) de Francia, en la que se observa existe una alta concentración de ventas entre esta rama y la 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos; el 67% del total), un ejemplo similar se encuentra en las ramas 5 (textiles) y 13 (electricidad, gas y agua) de este mismo país. Por otra parte, y tras evaluar las nuevas tipologías que presentarían las ramas que difieren entre si, de los 27 casos de un total de 125 (21.6%), se observa que en general el cambio de la matriz **B** a la **A**, no permite asegurar nada, pues en algunos casos las conclusiones obtenidas están más acorde a la realidad económica (en 12 de 27 casos), mientras que para otros no es así. Ejemplos de que el cambio no afectaría sustancialmente a las clasificaciones sectoriales se encuentran en las ramas 5 (textiles), 13 (electricidad, gas y agua) y 18 (correo y telecomunicaciones) en Francia, las que pasarían de ser claves de acuerdo a la matriz **B** a impulsoras de la economía con la matriz **A**. Sin embargo, se debe recodar que de acuerdo a la definición original que da Rasmussen de ramas claves -aquellas con un alto **BL**-, tal cambio no afectaría. En otros casos como en las ramas, 2 (minas) en Francia, 1 (agropecuario y pesca) y 25 (otras actividades de servicio

[57] Es decir, donde los coeficientes técnicos son mayores que 0.5.

comunitarios, sociales y personales) en Italia, 13 (electricidad, gas y agua) y 18 (correo y telecomunicaciones) en Grecia, la 2 (minas), 17 (transporte), en Portugal, y la 15 (comercio) y 20 (actividades inmobiliarias) en España, pasarían de ser base empleando la matriz inversa de Ghosh a isla con la de Leontief, en este sentido, se podría aceptar que en algunos casos como los de la rama 2 (minas) en Francia, 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales) en Italia o 18 (correo y telecomunicaciones) en Portugal, dichos cambios parecen se adecuan a la realidad económica del país, sin embargo, cuesta aceptar que las ramas 15 (comercio en Francia, 1 (agropecuario y pesca) en Italia, 13 (electricidad, gas y agua) en Grecia, la 17 (transporte) en Portugal, o la 15 (comercio) y 20 (actividades inmobiliarias) en España, sean islas. Como puede apreciarse, utilizar la matriz inversa de Leontief para determinar el **FL** puede inducir a clasificaciones erróneas en algunos de los casos, por ello se cree que para esta metodología es más adecuado hacer uso de la inversa de Ghosh.

Para el caso de la propuesta de Dietzenbacher y van der Linden, se observa en primer lugar una alta coincidencia en aquellas ramas donde no existiría una igualdad de criterio, la rama 3 (alimentación y bebidas), 5 (textiles), 9 (metales comunes) y 20 (actividades inmobiliarias) se repiten en 4 países (Italia, Grecia, Portugal y España), y los sectores 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos) y 15 (comercio) en 3 de ellos (Francia, Grecia, Portugal).

En segundo lugar, tras revisar los resultados se evidencia que también existirían 27 diferencias sustanciales (6 en Francia, 5 en Italia, 8 en Grecia, 7 en Portugal y 1 en España), incluso pareciera ser que tras emplear la inversa de Leontief se observan resultados que son ligeramente más cercanos a la realidad, pero no lo suficientes como para afirmarlo *a priori*.

En lo referente a la diferencias obtenidas, se observa que son acordes a lo que se puede esperar dentro de las economías analizadas, por ejemplo, en el caso de Francia, tras emplear la matriz de inversa de Leontief se encontraron que en 2 de los 6 casos su clasificación se hace más acorde con lo que debiera ser (ramas 5 (textiles) y 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos)). En los otros países la situación es algo similar e incluso mejor, en Italia, por ejemplo, en cuatro de los cinco casos se observa una respuesta más próxima a lo esperado tras emplear la matriz **A** (3 (alimentos y bebidas), 5 (textiles), 9 (elaboración de metales comunes), y 20 (actividades inmobiliarias)). En Grecia de los 8 casos en 4 se está de acuerdo con lo que la economía refleja (3 (alimentos y bebidas), 5 (textiles), 17 (transporte) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales)). En Portugal por su parte, ocurre lo mismo en 5 de las 7 diferencias (3 (alimentos y bebidas), 5 (textiles), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 9 (elaboración de metales comunes) y 20 (actividades inmobiliarias)). Por último, en España, la rama 3 (alimentos y bebidas) inicialmente era impulsora de la economía, y con el empleo de la matriz inversa de Leontief se trasforma en clave, lo cual no ha de extrañar, ya que consideramos tiene mucha importancia en esta economía.

Como se ve tras el empleo de la matriz inversa de Leontief en vez de la de Ghosh, cuando se realizan estudios basados en la metodología de Dietzenbacher y van der Linden, presentan una cierta tendencia a obtener respuestas más cercanas a lo que la observación empírica señala, en todo caso y de acuerdo a la interpretación misma de la matriz inversa se Ghosh se sugiere en forma preliminar seguir empleando la misma para determinar los encadenamientos hacia atrás (**FL**).

Por último, y en lo relativo a los últimos comentarios aquí señalados, los resultados obtenidos en las distintas clasificaciones de los sectores empleando la matriz **A** en vez de **B**, indican que en general existiría una diferencia en torno al 25% en 4 de los 5 países (excluyendo a España que sólo presento una diferencia), es decir, existiria una pequeña mejora en las distintas tipologías.

ANEXOS
REFERIDOS AL CAPÍTULO 2

Anexo 2.1: Demostración[58] de la anulación de efecto "ripple"

Si se considera una economía con 3 sectores, el valor que tome $\mathbf{LSD_1}$ será;

$$\mathbf{LSD_1 = 1 + \Omega_1[(I - A_{jj})^{-1}A_{j1}] = 1 + DBL_1 + LSD_2 + LSD_3}$$

Donde:

$\mathbf{\Omega_1}$ = Corresponde a un operador de suma de columnas en matrices

$\mathbf{DBL_1}$ = Representa el encadenamiento directo hacia atrás de la rama 1 ($\mathbf{a_{21}}$ más $\mathbf{a_{31}}$), sin efecto "ripple" o acumulativo, en respuesta al impacto inicial de las ramas 2 y 3.

$$\mathbf{A_{j1}} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{21}} \\ \mathbf{a_{31}} \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{A_{jj}} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{22}} & \mathbf{a_{23}} \\ \mathbf{a_{32}} & \mathbf{a_{33}} \end{bmatrix}$$

De esta forma $\mathbf{LSD_1}$ mide por un lado, el impacto que se produce en el resto de la economía cuando se produce un cambio unitario en la rama 1 [$\mathbf{\Omega_1[(I - A_{jj})^{-1}A_{j1}]}$], y por otro, en $\mathbf{LSD_1}$ se considera el impacto que se produce en el encadenamiento hacia atrás directo (**DBL**) de la rama 1, provenientes de las ramas 2 ($\mathbf{a_{21}}$) y sector 3 ($\mathbf{a_{31}}$) respectivamente. Si se denota los impactos de las ramas 1 y 2 por $\mathbf{LSD_1}$(2) y $\mathbf{LSD_1}$(3), se tendrá que;

$$\mathbf{LSD_1(2) = \Omega_1(I - A_{jj})\begin{pmatrix} a_{21} \\ 0 \end{pmatrix} = a_{21}\left(\Omega_1(I) + \Omega_1 A_{22} + \Omega_1 A_{22}^2 + \Omega_1 A_{22}^3 + \ldots\right)}$$

$$\mathbf{LSD_1(3) = \Omega_1(I - A_{jj})\begin{pmatrix} 0 \\ a_{31} \end{pmatrix} = a_{31}\left(\Omega_1(I) + \Omega_1 A_{22} + \Omega_1 A_{22}^2 + \Omega_1 A_{22}^3 + \ldots\right)}$$

Donde:

$$\mathbf{\Omega_1(I) = 1}$$

$$\mathbf{\Omega_1(A_{jj}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = (a_{22} + a_{32}) + (a_{23} + a_{33}) = DBL_2 + DBL_3}$$

$$\mathbf{\Omega_1(A_{jj}^2) = a_{22}(a_{22} + a_{32}) + a_{32}(a_{23} + a_{33}) = a_{22}DBL_2 + a_{32}DBL_3}$$

$$\mathbf{\Omega_1(A_{jj}^3) = (a_{22}a_{22} + a_{23}a_{32})DBL_2 + (a_{32}a_{22} + a_{33}a_{32})DBL_3}$$

---

58 Basada en Linkage Measure: a revisit and a suggested. Junning CAI and Pingsun LEUNG. Economic Systems Research, 16(1): 65-85, 2004.

Luego

$$\mathbf{LSD_1(2) = a_{21}[I + DBL_2 + DBL_3 + a_{22}DBL_2 + a_{32}DBL_3 + (a_{22}^2 + a_{23}a_{32})DBL_2 + (a_{32}a_{22} + a_{33}^2)DBL_3 + \ldots]}$$
$$\mathbf{LSD_1(3) = a_{31}[I + DBL_2 + DBL_3 + a_{22}DBL_2 + a_{32}DBL_3 + (a_{22}^2 + a_{23}a_{32})DBL_2 + (a_{32}a_{22} + a_{33}^2)DBL_3 + \ldots]}$$

Sumando $\mathbf{LSD_1}$(2) con $\mathbf{LSD_1}$(3) y agrupando para $\mathbf{DBL_2}$ y $\mathbf{DBL_3}$, se llega por lo tanto a que:

$$\mathbf{LSD_1 = 1 + DBL_1 + (a_{21}\gamma_{22} + a_{31}\,\gamma_{23})DBL_2 + (a_{21}\gamma_{32} + a_{31}\,\gamma_{33})DBL_3} \quad \text{(A1.1)}$$

Donde

$$\gamma_{22} = I + \mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{22}\mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{32}\mathbf{a}_{23} + \ldots$$

$$\gamma_{32} = \mathbf{a}_{32} + \mathbf{a}_{22}\mathbf{a}_{32} + \mathbf{a}_{32}\mathbf{a}_{33} + \ldots$$

$$\gamma_{23} = \mathbf{a}_{23} + \mathbf{a}_{23}\mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{33}\mathbf{a}_{23} + \ldots$$

$$\gamma_{33} = I + \mathbf{a}_{33} + \mathbf{a}_{33}\mathbf{a}_{33} + \mathbf{a}_{23}\mathbf{a}_{22} + \ldots$$

De a cuerdo a lo desarrollado, se observa que el primer termino de la expresión (A1.1), representa el shock unitario exógeno que se produce en la producción de la rama 1, el resto corresponde al impacto que produce tal shock sobre el resto de la economía, efecto que sería trasmitido por medio del **BL** directo ($\mathbf{DBL = a_{21} + a_{31}}$) de la rama 1 y por medio del encadenamiento trasmitido por medio de las celdas $\mathbf{a_{21}}$ y $\mathbf{a_{31}}$ al resto de la economía. Como se puede ver el **DBL** esta libre del efecto "ripple" que surge de su propio autoconsumo y del resto de las ramas, pero a su vez, este efecto acumulativo esta presente en las expresiones $\mathbf{DBL_2}$ y $\mathbf{DBL_3}$, pero en esta acumulación (la que se cuantifica con las variables $\boldsymbol{\gamma_{kl}}$), no se considera el efecto de la rama que se estudia, sino que más bien responde a la distribución del impacto en el resto de la economía, ya que se ha aislado el consumo intrasectorial.

Anexo 2.2: Consideraciones a tener presente sobre los datos utilizados

Cuando se hace un estudio comparativo entre principalmente distintos países, lo usual es que sus respectivas tablas input-output vengan expresada en precios corrientes de cada año. Por lo tanto, es preciso tomar con precaución las comparaciones entre distintas tablas, pues si existen cambios entre ellas, tal vez no se deban a modificaciones técnicas o a la producción en sí, sino a las valoraciones que presentan las distintas matrices.

Si comparamos dos matrices[59] referidas a distintos momentos de tiempo veremos que los coeficientes $\boldsymbol{a_{ij}}$ para el primer año se definirán de la siguiente manera;

$$\mathbf{a}^{0}_{ij} = \frac{\mathbf{x}^{0}_{ij}}{\mathbf{x}^{0}_{.j}} \tag{A2.1}$$

Mientras que para el segundo año, se tendrá:

$$\mathbf{a}^{*1}_{ij} = \frac{\mathbf{x}^{1}_{ij}\mathbf{p}^{1}_{i.}}{\mathbf{x}^{1}_{.j}\mathbf{p}^{1}_{.j}} = \mathbf{a}^{1}_{ij}\frac{\mathbf{p}^{1}_{i.}}{\mathbf{p}^{1}_{.j}} \tag{A2.2}$$

Como se puede desprender de las dos últimas expresiones, el estudio del cambio parecer más ilustrativo cuando se realiza sobre unidades físicas y no en valor, ya que resulta difícil que el coeficiente $\mathbf{a}^{*1}_{ij}$ permanezca invariable e igual a $\mathbf{a}^{0}_{ij}$ puesto que es muy fácil que recoja algún error causado por cambios relativos en los precios, esto es, las variaciones en precios influyen sobre el valor de los coeficientes. Por tal razón, se hace más adecuado comparar estas matrices cuando vienen expresadas en unidades físicas, además que si se hace de ésta forma, se da por aceptada una de las hipótesis de la modelación input-output, a saber, que no existe sustitución de factores, la anterior hace que sea más apropiada ésta comparación, ya que se corrige los efectos que puedan generar los cambios relativos de los precios.

Sin embargo, también es cierto, que las tablas que habitualmente disponemos vienen expresadas en unidades monetarias. Aún en este caso, algunos autores afirman que no existe mucha diferencia en los resultados que se pueden obtener de comparar matrices valoradas a precios constantes o corrientes, como punto de partida de esto, podemos citar un trabajo elaborado por Tilanus en 1966. Tilanus trabaja con matrices holandesas agregadas a 27 ramas, para el período comprendido entre 1948 y 1957, y concluye que no existe una reducción significativa en el error de predicción,

[59] De: Pulido y Fíntela, Op. Cit., pp 157-158.

cuando se utiliza la corrección de precios. Por otro lado, en Lauritzen (1989) se realiza un estudio donde también se consideran datos holandeses agregados a 19 ramas y un horizonte temporal que parte de 1966 y termina en 1985. Este autor concluye que no existe una clara diferencia en los resultados que se obtienen, después de realizar un análisis de cambio estructural, utilizando para ello matrices a precios constantes y corrientes. En este mismo sentido López y Pulido (1992), trabajando con las matrices de España elaboradas para los años 1980 y 1985, agregadas a 56 ramas, realizan un estudio similar al de Lauritzen (Op. Cit.), y llegan a las mismas conclusiones que éste.

Ahora bien, otros autores se decantan por el empleo de matrices deflactadas así, Ostblom (1989) trabaja con las matrices de Suecia para los años 1957, 1975, y 1980, a precios constantes de 1998, por otra parte, Pulido y Fontela (Op. Cit., pp. 181) indican que "aunque el análisis puede realizarse tanto en valores corrientes como constantes, es preferible referirlo, si es posible, a precios de un año base a efectos de facilitar su interpretación".

Por otra parte, y a pesar del razonamiento anterior, si se toma en cuenta que una buena corrección de precios, significa deflactar los precios de los bienes y servicios tanto domésticos como los importados, con el consiguiente nivel de dificultad que ésto tiene, especialmente cuando se trata de magnitudes importadas, tal tarea se hace en la práctica muy laboriosa. Por ello se sugiere utilizar precios corrientes de cada año y no precios constantes, aún siendo conscientes del error cometido.

Anexo 2.3: Clasificación Internacional Industrial Uniforme, revisión 3.1 del 2002, para 25 ramas.

Sector según CIIU- Rev 3.1 del año 1989	CIIU- (99)	CIIU- (25)*	Rama Nº
Agropecuario y pesca		1-5	1
Minas		10-14	2
Alimentos y bebidas	15	15	3
Tabaco	16	16	4
Textiles	17	17	5
Vestuario y cueros	18	18- 19	6
Madera y papel	20	20-22	7
Coque, productos químicos y minerales no metálicos	23	23- 26	8
Elaboración de metales comunes	27	27-29	9
Electrónica menor	30	30- 33	10
Fabricación de medios de transporte	34	34- 35	11
Resto de industria manufacturera	36	36- 37	12
Electricidad, gas y agua	40	40- 41	13
Construcción	45	45	14
Comercio	50	50- 52	15
Hoteles y restaurantes	55	55	16
Transporte	60	60-63	17
Correo y telecomunicaciones	64	64	18
Intermediación financiera		65- 67	19
Actividades inmobiliarias	70	70- 71	20
Investigación y desarrollo	72	72- 74	21
Administración pública	75	75	22
Enseñanza	80	80	23
Servicios sociales y de salud	85	85	24
Otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales		90- 99	25

Fuente: Naciones Unidas, 2006.

Anexo 2.4: Resultados de los distintos encadenamientos para cada país analizado (en primer lugar se presenta su **BL** y en la tabla baja su **FL**).

Francia

	BL Ch-W	BL R	BL_R_ponderado	BL_H_ph_r	P_BL_H_pr	BL C	Cella (total)	BL PL	P_PBL_pr	BL D-VDL	
S1	1,104988	1,049024	0,640958	0,108485	0,39082	0,727014	1,429846	1,172609	0,20622	1,154687	S1
S2	0,223578	0,669624	0,178679	0,000076	0,01128	0,012070	1,431425	0,303538	0,00106	0,251717	S2
S3	1,547545	1,242240	1,482093	1,952629	1,53847	2,203451	1,262475	1,809622	1,87712	1,637966	S3
S4	0,369123	0,728804	0,015051	0,000645	0,03156	0,772410	0,324843	0,557532	0,00042	0,427068	S4
S5	1,124407	1,050089	0,223743	0,024260	0,20210	0,820447	1,032675	0,943867	0,03017	1,078088	S5
S6	0,827293	0,904912	0,235847	0,064242	0,31435	0,938572	0,755838	0,848421	0,06069	0,836752	S6
S7	1,259210	1,107653	0,729758	0,066073	0,33848	0,446368	1,378851	0,913849	0,14171	1,136913	S7
S8	1,235816	1,055428	2,201840	2,143334	1,93206	0,841444	1,114456	0,994701	2,92549	1,102331	S8
S9	1,152479	1,043513	1,740796	1,360262	1,59842	0,675678	0,913284	0,751222	1,48163	1,004405	S9
S10	1,029054	0,987323	1,305349	1,275438	1,42076	0,906696	0,885608	0,892524	1,31086	0,976651	S10
S11	1,451077	1,213930	1,961530	2,876626	2,20921	1,465204	0,804226	1,162591	2,63952	1,346365	S11
S12	1,029824	0,999036	0,239470	0,072038	0,29437	1,632109	1,107913	1,464822	0,08078	1,175991	S12
S13	1,234509	1,047662	0,470829	0,099970	0,36432	0,983045	1,354577	1,302433	0,15759	1,196990	S13
S14	1,465615	1,210055	1,626672	2,747360	1,79311	2,244945	1,203611	1,813197	2,78028	1,600951	S14
S15	0,783398	0,899442	1,518730	2,771518	1,92829	1,116353	0,933401	1,051161	2,93457	0,882333	S15
S16	1,005969	1,018098	0,560479	0,429620	0,70235	1,782439	1,067235	1,503540	0,43243	1,219451	S16
S17	1,162822	1,069883	1,082784	0,380255	0,84573	0,582508	0,991234	0,730474	0,45111	1,028412	S17
S18	1,031542	1,003384	0,427398	0,041149	0,25721	0,517281	1,306316	0,913636	0,07710	1,005906	S18
S19	1,870430	1,567939	1,690970	0,140161	0,58716	0,490487	1,380680	0,948710	0,29578	1,523579	S19
S20	0,395256	0,724447	1,236416	2,478377	2,08274	0,395450	0,449999	0,345713	1,30814	0,385018	S20
S21	0,944701	0,952373	2,424147	0,774609	1,26798	0,307097	1,283902	0,658082	1,71769	0,855342	S21
S22	0,651341	0,853015	0,971132	2,293103	1,67848	1,427113	0,600183	1,030102	1,76214	0,789055	S22
S23	0,424743	0,757553	0,488981	0,516020	0,85837	0,794941	0,505544	0,637526	0,35680	0,505642	S23
S24	0,708450	0,873038	0,861414	1,755094	1,44462	1,529241	0,647333	1,106176	1,38907	0,847383	S24
S25	0,966832	0,971535	0,684933	0,628657	0,90773	1,387637	0,834546	1,143950	0,58165	1,031005	S25

	Ch-W	Ch-WG	R	R G	R_G_ponderado	H_ph_r	P_H_pr	C	PL	PL,G	P_PFL_pr	D-VDL	
S1	1,194074	1,582592	1,005048	1,146139	0,703891	0,180554	0,79255	1,939960	1,516847	1,513772	0,37630	1,639375	S1
S2	0,553124	2,424813	0,840278	1,640343	0,439948	0,002616	0,72351	2,461586	4,017302	3,044224	0,28753	0,635457	S2
S3	1,021555	0,674229	0,914052	0,805896	0,966436	1,374508	0,47297	0,579517	0,412417	0,464774	0,16408	0,625802	S3
S4	0,000000	0,000000	0,582262	0,579288	0,012025	0,000564	0,00479	0,000000	0,000000	0,000000	0,00000	0,000000	S4
S5	0,872349	1,258664	0,863072	1,056352	0,226233	0,029760	0,10361	1,186709	0,986568	1,039151	0,01218	0,822189	S5
S6	0,411764	0,723642	0,702749	0,825768	0,216325	0,063812	0,06778	0,623211	0,599404	0,545907	0,00771	0,356236	S6
S7	1,537939	1,852070	1,227988	1,427353	0,945214	0,147861	0,95886	2,055645	1,851858	2,098361	0,48050	1,887941	S7
S8	2,540462	1,311106	1,638845	1,112467	2,332749	2,731852	1,33283	1,312606	1,194684	1,246118	1,68473	0,973169	S8
S9	1,743129	1,308819	1,319543	1,115024	1,869640	1,750175	1,08196	1,085739	0,978264	1,067732	0,91397	0,981880	S9
S10	1,098462	1,005291	1,033211	0,984148	1,307830	1,380818	0,44444	0,870302	0,905353	0,909496	0,31644	0,650146	S10
S11	0,941450	0,844234	0,941365	0,888658	1,443311	2,285680	0,44250	0,324491	0,272275	0,316306	0,12758	0,483221	S11
S12	0,196086	0,553997	0,648782	0,801832	0,193187	0,059147	0,07167	0,727452	0,759363	0,700818	0,00967	0,511254	S12
S13	0,769249	1,303704	0,863005	1,101100	0,497385	0,127566	0,48204	1,624234	1,512403	1,479457	0,17691	1,676688	S13
S14	0,699836	0,552932	0,820376	0,766159	1,035232	1,861316	0,70002	0,447814	0,351176	0,372654	0,24972	0,600323	S14
S15	1,162015	0,693699	1,034190	0,851521	1,445193	2,723633	1,49743	0,800616	0,899882	0,810197	1,53027	1,083593	S15
S16	0,252223	0,450571	0,671180	0,743350	0,411326	0,328614	0,36756	0,548142	0,517867	0,484826	0,08249	0,633583	S16
S17	1,424993	1,473924	1,225050	1,243325	1,264776	0,554426	1,42185	1,287885	1,235032	1,368532	0,83120	1,780238	S17
S18	0,894090	1,670723	0,955862	1,359687	0,582138	0,079264	0,79861	1,878994	2,062234	2,065467	0,30335	2,522809	S18
S19	2,059745	2,013956	1,708537	1,678942	1,819977	0,296296	2,21833	2,026779	1,199266	1,966226	0,99485	2,269109	S19
S20	0,890642	0,617263	0,953861	0,825411	1,415962	2,900730	1,98644	0,489592	0,723135	0,592873	1,72574	1,031063	S20
S21	4,141912	1,880469	2,504385	1,420736	3,634870	2,109400	6,58168	1,992862	2,109282	2,124276	14,46760	2,625365	S21
S22	0,000000	0,000000	0,582262	0,579288	0,662887	1,715236	0,75979	0,000000	0,000000	0,000000	0,00000	0,000000	S22
S23	0,182860	0,279731	0,658715	0,699834	0,454044	0,489526	0,55583	0,295502	0,437038	0,352435	0,13078	0,527076	S23
S24	0,007905	0,005493	0,585207	0,581513	0,576715	1,285528	0,62930	0,007247	0,008502	0,007227	0,00410	0,009221	S24
S25	0,404137	0,518078	0,720174	0,765864	0,542706	0,521118	0,50367	0,433115	0,449847	0,429170	0,12230	0,674263	S25

Italia

	BL Ch-W	BL R	BL_R_ponderado	BL_H_ph_r	P_BL_H_pr	BL C	Cella (total)	BL PL	P_PBL_pr	BL D-VDL	
S1	0,624933	0,823626	0,406422	0,050272	0,28746	0,322503	1,100654	0,601437	0,07718	0,644893	S1
S2	0,130947	0,614859	0,222625	0,000166	0,01744	0,006936	1,224185	0,157571	0,00121	0,142125	S2
S3	1,507344	1,175451	1,189365	1,042676	1,17818	1,510041	1,190106	1,448610	1,03393	1,415925	S3
S4	0,249609	0,662122	0,016050	0,000881	0,03892	0,466694	0,202710	0,336683	0,00037	0,273502	S4
S5	1,340601	1,160667	0,611664	0,205209	0,59587	0,994483	0,922809	0,992845	0,19920	1,210928	S5
S6	1,338586	1,167470	0,673256	0,699141	0,88928	2,330458	1,059644	1,717745	0,56132	1,518912	S6
S7	1,328487	1,160387	0,824416	0,083281	0,38463	0,459689	1,326839	0,935935	0,16388	1,187134	S7
S8	1,281021	1,063488	2,139311	1,247511	1,50329	0,607619	1,199999	0,926404	1,95679	1,081643	S8
S9	1,297502	1,145322	2,557502	3,241361	2,56966	0,901599	0,925875	0,920729	3,43368	1,166220	S9
S10	0,966143	0,973420	0,956800	0,875859	1,14155	0,981840	0,865822	0,937591	0,80483	0,972907	S10
S11	1,053147	1,020853	0,914515	1,168144	1,23064	1,509520	0,891591	1,237571	0,99528	1,142909	S11
S12	1,484992	1,248189	0,498367	0,333354	0,57989	2,736043	1,468957	2,217196	0,30666	1,830476	S12
S13	1,183201	0,996362	0,540250	0,059500	0,30621	0,467016	1,311210	0,930884	0,11558	1,001277	S13
S14	1,309178	1,143594	1,313584	1,931337	1,51383	1,856649	1,151962	1,590721	1,80085	1,437609	S14
S15	0,912448	0,946677	2,266638	6,394007	3,12391	1,252028	1,009018	1,181852	6,95248	1,014718	S15
S16	1,099762	1,047008	0,739461	0,863881	0,96336	1,965496	1,161680	1,648697	0,77846	1,330593	S16
S17	1,120699	1,044397	1,342441	0,811651	1,09820	0,816395	1,167227	1,049088	1,05471	1,104817	S17
S18	0,671253	0,847333	0,314917	0,054260	0,26730	0,608631	1,210617	0,953200	0,08327	0,778638	S18
S19	1,831564	1,609713	1,976077	0,126353	0,60984	0,330804	1,239164	0,723091	0,25043	1,388175	S19
S20	0,346684	0,719021	1,007963	1,863686	1,69507	0,556868	0,581319	0,511998	1,26014	0,426787	S20
S21	0,903325	0,932620	1,654390	0,147525	0,50874	0,193474	1,394014	0,718542	0,51720	0,844844	S21
S22	0,688289	0,851743	0,687593	1,262456	1,25251	1,377650	0,597776	0,993714	0,87816	0,797638	S22
S23	0,293978	0,683607	0,414922	0,572779	0,95073	0,575819	0,249854	0,415345	0,26002	0,333390	S23
S24	1,161325	1,050297	1,047504	1,598859	1,54113	1,448988	0,644812	1,054214	1,14660	1,113985	S24
S25	0,874978	0,911777	0,683968	0,365851	0,75235	0,722758	0,902158	0,798335	0,36777	0,839954	S25

	Ch-W	Ch-WG	R	R G	R_G_ponderado	H_ph_r	P_FL_H_pr	C	PL	PL,G	P_PFL_pr	D-VDL	
S1	1,052758	1,631225	0,951508	1,177861	0,581798	0,116154	0,76427	1,697108	1,719978	1,537425	0,35817	1,744265	S1
S2	0,740778	2,368309	0,962741	1,754327	0,635828	0,005676	1,55155	2,157208	4,099779	3,097904	0,85628	0,938521	S2
S3	1,187726	0,934740	0,949891	0,878684	0,889965	0,907973	0,38182	0,944875	0,604832	0,701992	0,17115	0,756461	S3
S4	0,005110	0,005479	0,564049	0,563632	0,013676	0,000842	0,00679	0,000366	0,000515	0,000401	0,00000	0,002301	S4
S5	1,076121	1,149975	0,929190	0,965260	0,509190	0,211125	0,30310	0,867872	0,509101	0,604924	0,05475	0,817594	S5
S6	0,253687	0,269095	0,632328	0,639149	0,368950	0,425192	0,15510	0,085562	0,067114	0,070622	0,00610	0,192173	S6
S7	1,690824	1,831344	1,277786	1,407265	1,000806	0,181345	0,91847	1,991511	1,571955	1,886408	0,47340	1,712929	S7
S8	2,753868	1,570109	1,777085	1,218807	2,454181	2,075811	1,49023	1,654061	1,366425	1,478918	2,16040	1,077375	S8
S9	2,122777	1,222046	1,440414	1,040305	2,325305	3,579149	1,23737	0,944482	0,670521	0,791828	1,15477	0,874983	S9
S10	0,825411	0,879321	0,883378	0,907512	0,892902	0,888340	0,30706	0,776896	0,756015	0,751660	0,16325	0,573177	S10
S11	0,423209	0,508440	0,709537	0,736855	0,660754	0,913030	0,16094	0,417947	0,361862	0,352910	0,04588	0,279783	S11
S12	0,156869	0,346151	0,620965	0,699434	0,279542	0,196595	0,10463	0,497733	0,398965	0,413493	0,01551	0,380087	S12
S13	1,106455	1,712156	1,023930	1,319533	0,716190	0,126246	0,77409	1,958286	1,890449	1,865276	0,39042	1,814467	S13
S14	0,673150	0,609987	0,811208	0,787991	0,906018	1,422224	0,61023	0,611819	0,503318	0,514858	0,29053	0,681682	S14
S15	1,675425	0,684374	1,222922	0,830089	1,989460	5,928659	1,76401	0,822748	0,811666	0,769438	2,63653	0,940284	S15
S16	0,200732	0,359409	0,662819	0,728010	0,514675	0,611234	0,36021	0,545553	0,566695	0,544124	0,12859	0,598546	S16
S17	1,543333	1,331398	1,241732	1,132300	1,456873	1,079624	1,14760	1,436142	1,321642	1,388922	1,11223	1,516873	S17
S18	0,414184	1,339439	0,770666	1,202228	0,447261	0,089608	0,44182	1,672041	2,197521	1,918807	0,19520	2,301239	S18
S19	2,121120	2,072357	1,925109	1,841267	2,262572	0,327691	2,49363	1,935424	1,124018	2,024083	1,20197	2,028319	S19
S20	0,676031	0,582347	0,884941	0,823525	1,155607	2,150353	1,30900	0,600059	0,882680	0,713514	1,27558	1,034924	S20
S21	3,041652	2,078864	2,043342	1,515604	2,691220	0,672209	6,49206	2,314231	2,415348	2,435898	11,89406	2,860411	S21
S22	0,000000	0,000000	0,562863	0,562305	0,454386	0,936411	0,45829	0,000000	0,000000	0,000000	0,00000	0,000000	S22
S23	0,000000	0,000000	0,562863	0,562305	0,341635	0,529346	0,43324	0,000000	0,000000	0,000000	0,00000	0,000000	S23
S24	0,436841	0,438812	0,688867	0,688540	0,687391	1,172425	0,59583	0,028409	0,026527	0,028093	0,01466	0,383088	S24
S25	0,821941	1,074622	0,899868	1,017212	0,763817	0,452737	0,73868	1,039668	1,133076	1,108501	0,40056	1,490518	S25

Grecia

	BL Ch-W	BL R	BL_R_ponderado	BL_H_ph_r	P_BL_H_pr	BL C	Cella (total)	BL PL	P_PBL_pr	BL D-VDL	
S1	0,915956	0,962520	1,517991	0,230626	0,72266	0,275478	1,279944	0,585146	0,07718	0,857631	S1
S2	0,332379	0,764256	0,253086	0,000317	0,02522	0,031253	1,580107	0,413459	0,00121	0,353211	S2
S3	2,011673	1,344929	2,389311	2,642685	2,16597	2,324575	1,426369	2,144077	1,03393	2,036572	S3
S4	2,158467	1,340369	0,125078	0,014784	0,16443	3,744282	1,467990	2,811032	0,00037	2,305624	S4
S5	1,276793	1,089694	0,387891	0,053370	0,30569	1,097472	1,271771	1,351064	0,19920	1,322266	S5
S6	1,295882	1,104046	0,767259	0,577754	0,94239	2,033162	0,831837	1,549456	0,56132	1,413516	S6
S7	1,171719	1,055492	0,511425	0,034194	0,25971	0,510041	1,396944	0,977962	0,16388	1,142367	S7
S8	1,182016	1,016358	1,590409	0,497462	0,98011	0,600665	1,314758	0,982764	1,95679	1,070345	S8
S9	0,967624	0,970784	1,140614	0,260498	0,75500	0,390704	1,093377	0,618857	3,43368	0,882349	S9
S10	0,518910	0,822390	0,424603	0,129773	0,52089	0,436708	0,626694	0,446896	0,80483	0,516602	S10
S11	0,212698	0,721852	0,380906	0,152617	0,58057	0,177183	0,386098	0,167141	0,99528	0,204692	S11
S12	0,869349	0,950898	0,258873	0,051236	0,29629	1,132284	0,890347	1,087414	0,30666	0,959985	S12
S13	0,963085	0,945959	0,406207	0,027588	0,22800	0,454287	1,355144	0,881088	0,11558	0,897787	S13
S14	1,310203	1,081395	2,191240	4,650149	2,69211	2,107040	1,039814	1,735037	1,80085	1,428463	S14
S15	1,115851	1,006646	2,795600	5,058435	3,23351	1,274986	1,024710	1,244154	6,95248	1,124578	S15
S16	1,125667	1,060264	1,915056	4,206187	2,50899	2,172331	0,911118	1,670499	0,77846	1,364016	S16
S17	0,940840	0,952612	0,836536	0,447757	0,86569	1,027462	0,962396	1,056362	1,05471	0,956130	S17
S18	0,799554	0,903579	0,415000	0,040148	0,28880	0,373475	1,108207	0,610713	0,08327	0,741286	S18
S19	2,208374	1,828720	1,523308	0,046232	0,44533	0,293808	1,174234	0,554829	0,25043	1,727976	S19
S20	0,295075	0,758271	1,548392	2,247826	2,17093	0,396911	0,569076	0,390829	1,26014	0,333173	S20
S21	0,609357	0,849740	0,584286	0,072665	0,36545	0,363892	1,250829	0,694426	0,51720	0,629214	S21
S22	1,019868	0,976221	1,277648	2,147657	1,79839	1,763844	0,691327	1,324011	0,87816	1,078955	S22
S23	0,269316	0,738459	0,520585	0,458604	0,96140	0,427156	0,187086	0,324408	0,26002	0,267391	S23
S24	0,600797	0,849657	0,761872	0,817048	1,19203	1,009347	0,454527	0,782448	1,14660	0,645017	S24
S25	0,828550	0,904889	0,476823	0,134388	0,53042	0,581651	0,705295	0,595929	0,36777	0,740854	S25

	Ch-W	Ch-WG	R	R G	R_G_ponderado	H_ph_r	P_FL_H_pr	C	PL	PL,G	P_PFL_pr	D-VDL	
S1	4,372554	1,954848	1,962615	1,304828	2,180824	0,679870	4,26795	1,927407	1,724967	1,755446	0,35817	2,487608	S1
S2	0,845321	2,546000	1,008188	1,728570	0,606629	0,005943	1,25218	2,578471	4,087358	3,450680	0,85628	1,528856	S2
S3	0,986539	0,817771	0,955968	0,863445	1,625610	2,193137	0,61010	0,847399	0,485024	0,625034	0,17115	0,771996	S3
S4	0,020420	0,018197	0,664374	0,627037	0,062009	0,008630	0,03135	0,000728	0,000509	0,000639	0,00000	0,020189	S4
S5	0,815336	1,215505	0,873656	0,981422	0,370253	0,069390	0,17653	1,384122	0,980603	1,062337	0,05475	0,903196	S5
S6	0,239087	0,219351	0,718861	0,682468	0,502624	0,442736	0,24995	0,057482	0,052299	0,054196	0,00610	0,164384	S6
S7	1,208473	1,809728	1,038258	1,268346	0,651286	0,076805	0,48677	1,968628	1,686112	1,813652	0,47340	1,459433	S7
S8	2,475750	1,630078	1,498392	1,192737	1,977944	0,964126	0,95636	1,775050	1,597201	1,611262	2,16040	0,905323	S8
S9	1,789923	1,644819	1,195508	1,147585	1,428921	0,536010	0,54663	1,546309	1,241759	1,283383	1,15477	0,666370	S9
S10	0,560277	0,864421	0,819457	0,901095	0,493040	0,180622	0,07031	0,749157	0,812522	0,723337	0,16325	0,202973	S10
S11	0,316810	0,622136	0,753731	0,818914	0,457946	0,213678	0,08910	0,520762	0,640207	0,530423	0,04588	0,149873	S11
S12	0,270845	0,666649	0,745290	0,879502	0,253744	0,055653	0,13978	0,734399	0,852013	0,795460	0,01551	0,694776	S12
S13	1,020722	1,747426	0,994699	1,282050	0,583429	0,064582	0,81673	1,935822	2,082095	1,975945	0,39042	2,470015	S13
S14	0,399774	0,261090	0,791237	0,705900	1,515847	3,700531	1,07190	0,351897	0,293769	0,277341	0,29053	0,282749	S14
S15	2,221889	0,774648	1,369392	0,885249	2,605375	5,482529	2,62344	0,863388	0,818615	0,830225	2,63653	1,147641	S15
S16	0,217932	0,072560	0,726585	0,649991	1,244174	3,168247	0,97566	0,098160	0,098899	0,100354	0,12859	0,115460	S16
S17	0,581708	0,837515	0,865577	0,908317	0,845305	0,530206	0,71108	0,920454	0,923861	0,892267	1,11223	1,067974	S17
S18	0,843538	1,602019	0,946527	1,211816	0,589863	0,085270	0,86989	1,581803	1,712341	1,688737	0,19520	2,464560	S18
S19	2,392079	2,238727	1,997393	2,006275	1,771081	0,116642	2,74386	1,741743	0,922249	1,869901	1,20197	2,551049	S19
S20	1,301435	0,689168	1,081917	0,850254	1,839976	3,096267	2,54396	0,680050	0,829768	0,696610	1,27558	1,107460	S20
S21	1,304874	1,681878	1,106453	1,243060	0,905814	0,177082	1,05483	1,822535	2,188317	2,015353	11,89406	2,265922	S21
S22	0,000000	0,000000	0,659971	0,622757	0,863750	1,709602	0,80322	0,000000	0,000000	0,000000	0,00000	0,000000	S22
S23	0,038371	0,036419	0,674566	0,639304	0,477616	0,489221	0,59386	0,032342	0,058644	0,049420	0,00000	0,078357	S23
S24	0,080733	0,094238	0,680900	0,648150	0,615915	0,774386	0,68970	0,096899	0,086980	0,076214	0,01466	0,113996	S24
S25	0,695611	0,954809	0,870487	0,950928	0,531026	0,178837	0,62486	0,784994	0,823888	0,821785	0,40056	1,379841	S25

Portugal

	BL Ch-W	BL R	BL_R_ponderado	BL_H_ph_r	P_BL_H_pr	BL C	Cella (total)	BL PL	P_PBL_pr	BL D-VDL	
S1	0,799219	0,902936	0,730386	0,118109	0,41166	0,495310	1,361712	0,930980	0,24409	0,878437	S1
S2	0,244263	0,665732	0,176679	0,000438	0,02658	0,036766	1,367575	0,378661	0,00289	0,297847	S2
S3	1,413854	1,150392	1,723002	2,024959	1,74628	1,550014	1,100244	1,339781	2,03425	1,347678	S3
S4	0,776588	0,861194	0,022390	0,001258	0,04080	1,638848	0,656427	1,143326	0,00110	0,864986	S4
S5	1,067746	1,006517	0,685803	0,198548	0,57193	0,712243	1,041075	0,877578	0,24060	1,009407	S5
S6	1,364560	1,159619	0,962075	1,013233	1,20850	1,912129	0,841744	1,384426	0,85066	1,375317	S6
S7	1,357204	1,151875	0,959175	0,192333	0,54318	0,768152	1,379300	1,191296	0,33145	1,291847	S7
S8	1,135422	0,996477	1,697862	0,709771	1,08215	0,570339	1,253648	0,924102	1,21262	1,011952	S8
S9	0,832617	0,885586	1,069929	0,640091	1,07716	0,487599	0,816708	0,557771	0,58167	0,746951	S9
S10	0,797104	0,862699	0,844706	0,777987	1,16083	0,669836	0,584294	0,581030	0,54390	0,718704	S10
S11	0,746345	0,834641	1,014269	1,701741	1,70961	0,751847	0,386330	0,553491	0,97826	0,666794	S11
S12	1,149156	1,050125	0,334129	0,098334	0,34471	1,575800	1,236736	1,535869	0,11716	1,293799	S12
S13	1,269192	1,106261	0,716196	0,065273	0,36929	0,377289	1,150549	0,675059	0,10382	1,049091	S13
S14	1,532957	1,257386	2,743919	5,543980	3,18368	1,736053	0,880204	1,322960	5,17658	1,450097	S14
S15	1,063517	1,000583	2,486774	5,572054	2,92304	1,406034	1,147447	1,343060	6,90322	1,156195	S15
S16	1,408026	1,173145	0,911252	0,929930	0,93645	2,601081	1,577953	2,285130	0,98528	1,745046	S16
S17	0,918037	0,942016	0,688127	0,198014	0,52668	0,721075	1,221182	1,016340	0,29531	0,964487	S17
S18	0,938820	0,932431	0,420125	0,056189	0,31938	0,448956	1,029255	0,655492	0,07195	0,841413	S18
S19	2,010190	1,919390	1,647350	0,158663	0,70496	0,728071	1,082208	0,903929	0,20249	1,630001	S19
S20	0,522101	0,794856	0,839691	0,884802	1,10210	0,814069	0,829350	0,795802	0,82730	0,651786	S20
S21	1,158311	1,058503	1,666906	0,174633	0,53162	0,354482	1,548043	1,013932	0,56697	1,120450	S21
S22	0,366802	0,713794	0,662784	1,327027	1,37744	0,831990	0,333247	0,580429	0,73566	0,438717	S22
S23	0,347459	0,706443	0,551065	0,776970	1,06426	0,722009	0,417168	0,547495	0,45567	0,416745	S23
S24	0,863120	0,918100	0,821815	1,395664	1,29631	1,707385	0,725780	1,216175	1,08201	0,986009	S24
S25	0,917391	0,949300	0,623590	0,440000	0,74141	1,382622	1,031820	1,245886	0,45511	1,046247	S25

	Ch-W	Ch-WG	R	R G	R_G_ponderado	H_ph_r	P_FL_H_pr	C	PL	PL,G	P_PFL_pr	D-VDL	
S1	1,695712	1,614531	1,212006	1,222938	1,023278	0,277980	1,29713	1,940618	1,957037	1,784358	1,296317	1,725155	S1
S2	0,438411	2,168577	0,809123	1,653684	0,453976	0,006468	0,60033	2,256785	3,923588	3,009047	0,304666	1,030994	S2
S3	1,448441	0,920963	1,111231	0,895745	1,387767	1,888094	0,74814	0,799719	0,598378	0,673829	0,551167	0,744059	S3
S4	0,001214	0,001148	0,562058	0,543358	0,014613	0,000945	0,01485	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000921	S4
S5	1,219235	1,290814	0,986771	1,016653	0,716524	0,287522	0,54928	1,260791	0,915960	0,952520	0,260272	0,893694	S5
S6	0,584037	0,540199	0,743077	0,717278	0,615568	0,736874	0,36519	0,126541	0,102408	0,111261	0,033387	0,365949	S6
S7	1,400085	1,545597	1,202113	1,287602	1,109094	0,323310	0,90547	1,787653	1,548612	1,781546	0,699844	1,644050	S7
S8	2,220087	1,538313	1,524110	1,195223	2,106580	1,366353	1,27182	1,710216	1,503537	1,527310	2,062281	0,923231	S8
S9	1,274056	1,208911	1,073272	1,033462	1,291555	0,975959	0,43251	1,036610	1,010510	0,990544	0,391932	0,509364	S9
S10	0,806151	0,788121	0,860061	0,842797	0,853619	0,883498	0,23696	0,527137	0,551356	0,519704	0,117028	0,297749	S10
S11	0,468356	0,463798	0,711629	0,690908	0,868497	1,648743	0,16756	0,142103	0,149791	0,135527	0,033912	0,108281	S11
S12	0,364106	0,800957	0,677768	0,832793	0,274098	0,092514	0,13852	1,010183	0,790739	0,758054	0,032794	0,633336	S12
S13	1,472595	1,728215	1,247714	1,429850	0,957546	0,149423	1,81256	1,667220	1,469606	1,728774	0,938477	2,228796	S13
S14	1,075323	0,800199	0,997953	0,845782	1,909216	4,353909	1,61840	0,308349	0,242336	0,281142	0,765589	0,695336	S14
S15	2,006394	0,820302	1,381271	0,880840	2,264511	5,572716	2,44055	0,974666	0,932474	0,901160	4,787239	1,185452	S15
S16	0,340079	0,509432	0,720600	0,767072	0,616345	0,657144	0,37278	0,894327	0,769763	0,763119	0,223668	0,743158	S16
S17	0,908460	1,329142	0,956185	1,115635	0,842999	0,318224	0,95124	1,555341	1,562246	1,497686	0,753025	1,698232	S17
S18	0,949612	1,460052	0,962047	1,248063	0,581689	0,105094	0,91588	1,416996	1,566415	1,591903	0,400372	2,200702	S18
S19	1,783921	1,791783	1,727693	1,767402	1,569106	0,234467	1,08455	1,318832	0,686367	1,400053	0,278692	1,671169	S19
S20	0,723227	0,742485	0,887018	0,867198	0,947641	1,059042	1,23696	0,839561	1,061372	0,888793	1,229313	1,293192	S20
S21	3,072354	1,913613	2,047284	1,474824	2,402446	0,607771	5,18829	2,345547	2,177073	2,362810	9,241669	2,622941	S21
S22	0,000000	0,000000	0,561779	0,543089	0,521633	1,203004	0,78434	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	S22
S23	0,184284	0,196009	0,636068	0,629549	0,507985	0,777319	0,73596	0,213482	0,304705	0,241928	0,213520	0,370325	S23
S24	0,140264	0,143916	0,607029	0,591024	0,547249	1,048691	0,59306	0,069897	0,084273	0,074937	0,056003	0,168620	S24
S25	0,423597	0,682925	0,794141	0,907231	0,616464	0,424936	0,53768	0,797425	1,091456	1,023993	0,328834	1,245297	S25

España

	BL Ch-W	BL R	BL_R_ponderado	BL_H_ph_r	P_BL_H_pr	BL C	Cella (total)	BL PL	P_PBL_pr	BL D-VDL	
S1	0,866407	0,971989	0,833387	0,20397527	0,5630755	0,705162	1,20019177	0,933122	0,298304	0,945336	S1
S2	1,222776	1,083722	0,091884	0,00031562	0,01997234	0,384217	1,92426178	1,618872	0,003352	1,353877	S2
S3	1,708342	1,326398	1,749954	1,13976083	1,32359539	1,659476	1,29721014	1,518447	1,098273	1,601291	S3
S4	1,190861	1,074746	0,032331	0,00129419	0,04564968	1,774679	0,67516581	1,153722	0,002490	1,16684	S4
S5	1,060262	1,011467	0,202567	0,00810205	0,11556592	0,580327	1,27567571	0,972412	0,026294	1,015874	S5
S6	1,366658	1,16357	0,363307	0,12015037	0,41927283	1,931144	0,93941546	1,399552	0,209702	1,374334	S6
S7	1,163859	1,067126	0,780734	0,06845443	0,3415956	0,470695	1,32824787	0,926852	0,136291	1,072106	S7
S8	0,947456	0,968029	1,797666	1,03765297	1,36094993	0,633407	1,06785735	0,805017	0,814105	0,897933	S8
S9	1,177134	1,081583	1,533277	0,55195092	0,9906258	0,688102	1,13561497	0,898675	0,525574	1,079196	S9
S10	1,083523	1,032774	0,546038	0,21389858	0,55874122	1,283061	1,00531549	1,15571	0,343520	1,109727	S10
S11	0,947783	0,97384	1,128772	1,42226402	1,4840127	1,281013	0,69338238	0,942827	1,545916	0,951236	S11
S12	1,328591	1,14637	0,398607	0,10069123	0,34862583	1,804072	1,42244473	1,751887	0,217959	1,494765	S12
S13	1,030618	1,004589	0,571965	0,04252492	0,2686387	0,438651	1,28762278	0,861593	0,095365	0,967998	S13
S14	1,375196	1,182442	3,136970	6,35570884	3,72693635	1,440172	0,80678276	1,078462	3,960274	1,263474	S14
S15	0,941236	0,957158	2,132892	3,85359862	2,4744366	1,203324	0,96412955	1,069214	3,166506	0,966156	S15
S16	0,929546	1,009289	1,540275	3,58593148	2,10992632	2,013899	0,89799228	1,398712	5,251963	1,159183	S16
S17	1,114683	1,040593	1,409429	0,51770551	0,98466904	0,609342	1,03267489	0,766179	0,463417	0,980952	S17
S18	0,952825	0,963531	0,532481	0,06664546	0,33424368	0,54124	1,16816134	0,831777	0,125848	0,900058	S18
S19	0,737116	0,862586	0,750477	0,24872133	0,69639756	0,406675	0,79740385	0,471716	0,225525	0,64048	S19
S20	0,6668	0,864291	1,263963	1,42116619	1,45920999	0,904287	0,87388741	0,847188	1,370167	0,742145	S20
S21	0,936694	0,963597	1,318422	0,19915627	0,54892602	0,429231	1,40567116	0,96181	0,301788	0,941947	S21
S22	0,512837	0,794329	0,797346	1,4107002	1,45482855	1,060738	0,40355146	0,689587	2,019932	0,569104	S22
S23	0,284247	0,704115	0,476370	0,51357065	0,94109507	0,561367	0,2782685	0,382418	0,502337	0,3193	S23
S24	0,592148	0,817986	0,745551	1,00495262	1,26117027	0,969657	0,43928095	0,658962	1,206326	0,608997	S24
S25	0,862403	0,933881	0,865334	0,91110745	1,16783912	1,226062	0,67978963	0,905287	1,088771	0,877689	S25

	Ch-W	Ch-WG	R	R G	R_G_ponderado	H_ph_r	P_FL_H_pr	C	PL	PL,G	P_PFL_pr	D-VDL	
S1	1,285397	1,427352	1,101551	1,164968	1,022289	0,34916583	1,15578232	1,504169	1,499976	1,408584	1,24748955	1,417529	S1
S2	0,176292	2,026723	0,674501	1,572572	0,136488	0,0012869	0,21898147	2,869941	3,168058	3,20171	0,07593695	2,656746	S2
S3	1,250236	1,12444	1,056763	0,983661	1,328183	1,08714794	0,77508543	1,074759	0,639523	0,810321	0,56569055	0,864869	S3
S4	0,326802	0,315282	0,677731	0,662153	0,020410	0,00092998	0,01590269	0	0	0	0	0,204404	S4
S5	0,880094	1,585002	0,870617	1,162375	0,238228	0,0159368	0,29780819	1,702661	1,405784	1,414575	0,12720478	1,373716	S5
S6	0,40569	0,537058	0,712765	0,76477	0,244349	0,08918399	0,16349909	0,330436	0,280253	0,309605	0,03781433	0,442353	S6
S7	1,702355	1,765686	1,323414	1,416089	1,060364	0,16473133	1,37411426	1,854835	1,851589	1,973255	1,24831736	1,836815	S7
S8	2,392582	1,38551	1,621558	1,16943	2,222603	1,70913472	2,42486141	1,334635	1,377289	1,344154	3,09185941	1,370705	S8
S9	2,238992	1,481947	1,506444	1,210819	1,756662	0,90019755	1,84509586	1,410414	1,241454	1,339942	1,82672938	1,356452	S9
S10	0,508542	0,840163	0,775288	0,909488	0,492145	0,2139253	0,37895376	0,834765	0,799027	0,799783	0,2778387	0,814672	S10
S11	0,453554	0,512735	0,762408	0,757925	0,899147	1,24524056	0,75488192	0,332542	0,330571	0,318518	0,5318322	0,440571	S11
S12	0,286739	0,855283	0,723027	0,967087	0,344150	0,09161767	0,19477553	1,188103	1,172837	1,228732	0,14684975	1,024449	S12
S13	1,281828	1,738528	1,127034	1,37032	0,798551	0,10414843	1,12324872	1,80894	1,869461	1,884121	0,97293656	1,802968	S13
S14	1,231389	0,816287	1,110293	0,882207	2,395260	5,46739961	1,77610567	0,417845	0,337799	0,392213	1,1951835	0,637378	S14
S15	1,776991	0,768515	1,301914	0,886856	2,022560	3,97461437	1,64794019	0,817251	0,860138	0,812712	2,73915246	0,796909	S15
S16	0,235566	0,166458	0,695707	0,647731	1,011659	2,55714004	0,76950377	0,212762	0,22942	0,213005	0,76796182	0,195884	S16
S17	2,016309	1,451599	1,52585	1,251057	1,734185	0,84920465	1,78232991	1,292625	1,316691	1,397296	1,81461695	1,429836	S17
S18	0,985801	1,532373	1,007333	1,256962	0,710959	0,12921049	0,81930802	1,553128	1,669234	1,624722	0,72253577	1,595064	S18
S19	1,116633	1,278212	1,058362	1,115425	0,993103	0,41526925	1,15907375	1,037333	1,189028	1,084319	1,10921647	1,230349	S19
S20	1,05921	0,811054	1,030087	0,898837	1,345270	1,66700736	1,25569441	0,855221	0,969753	0,834957	1,96210223	0,849377	S20
S21	2,662516	1,790752	1,693942	1,333835	1,867801	0,55295438	2,8142777	2,005262	2,05826	1,966224	3,63353467	1,857132	S21
S22	0	0	0,588211	0,574751	0,590469	1,18915946	0,59119656	0	0	0	0	0	S22
S23	0,097206	0,11753	0,627735	0,625409	0,433049	0,51366975	0,47150268	0,10443	0,158993	0,119558	0,17824559	0,136073	S23
S24	0,194706	0,200793	0,656887	0,646363	0,602928	0,89811834	0,58612602	0,113599	0,14751	0,124271	0,23538392	0,185054	S24
S25	0,434569	0,470718	0,770579	0,768912	0,729190	0,81360532	0,60395066	0,344345	0,427353	0,397425	0,4915671	0,480694	S25

Anexo 2.5: Diferencias en los encademanientos hacia atrás (**FL**) cuando se emplean las matrices inversas de Leontief (**A**) y Ghosh (**B**).

Rama	Francia						Italia						Grecia						Portugal						España					
	Rasmussen			D_vdL			Rasmussen			D_vdL			Rasmussen			D_vdL			Rasmussen			D_vdL			Rasmussen			D_vdL		
	BL	A	B	BL	A	B	BL	A	B	BL	A	B	BL	A	B	BL	A	B	BL	A	B	BL	A	B	BL	A	B	BL	A	B
1							↓	↓	↑																					
2	↓	↓	↑	↓	↑	↓	↓	↓	↑	↓	↑	~↓							↓	↓	↑				↑	↓	↑			
3										↑	↑	↓				↑	↑	↓	↑	↑	↓	↑	~↑	↓	↑	↑	↓	↑	↑	↓
5	↑	↓	↑	↑	↑	↓				↑	↑	↓				↑	↑	↓	~↑	↑	↓	↑	↑	↓	↑	↓	↑			
8				↑	↑	~↓										↑	↑	↓				↑	↑	↓						
9				↑	↑	~↓				↑	↑	↓				↓	↑	↓				↓	~↑	↓						
10	↓	↑	~↓																											
13	↑	↓	↑										↓	↓	↑															
14																									↑	↑	↓			
15	↓	↑	↓	↓	↓	↑	↓	↑	↓				~↑	↑	↓	↑	↓	↑	~↑	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓			
17																↓	↓	~↑	↓	↓	↑									
18	↑	↓	↑				↓	↓	↑				↓	↓	↑				↓	↓	↑									
20				↓	↓	~↑				↓	↓	~↑	↓	↑	↓	↓	↓	↑				↓	↓	↑	↓	↑	↓			
25							↓	↓	↑							↓	↓	↑				↑	↓	↑						
Total	6	6	6	6	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4	4	8	8	8	6	6	6	7	7	7	6	6	6	1	1	1

Donde D_vdL hace referencia a la metodología de Dietzenbacher y van der Linden, por su parte **BL** corresponde al encademaniento hacia atrás de cada propuesta, el sentido de las flechas indica si se esta sobre o bajo el promedio y finalmente (~), señala que su valor esta próximo a la unidad.

CAPÍTULO III
ANÁLISIS DE LA SENSIBILIDAD ESTRUCTURAL

3.1 INTRODUCCIÓN

El capítulo anterior se ha referido a la cuantificación de los efectos que se producen en una economía al cambiar en una unidad la demanda final o de los inputs primarios de una rama o del conjunto de ellas. Se han presentado técnicas que, sobre la base de una cierta estructura tecnológica, representan la forma en que las variables económicas afectan a un sistema productivo, sin tener en cuenta la importancia de las interrelaciones que existen entre las actividades que conforman una tabla input-output. A continuación, se trabajará sobre este último punto, es decir, se abordará cuál es la importancia, en términos relativos, de los distintos intercambios productivos entre los sectores de una tabla input-output.

Antes de comenzar este análisis se debe diferenciar, tal como indican Robles y Sanjuán (2005, pp. 20), entre un coeficiente importante y uno meramente grande, entendiendo por los primeros aquéllos que provocan mayores cambios en la producción tras ser modificados. En este mismo orden de cosas, Tarancón y Vázquez (2004, pp. 55) comentan que un coeficiente que ha sido mínimamente alterado y provoca profundos cambios en la producción de las ramas de actividad deberá ser considerado como importante. En este sentido, Aroche sostiene que la importancia de los coeficientes $\mathbf{a}_{ij}$ no está determinada por su tamaño, sino por su posición en la matriz de coeficientes técnicos (Aroche, 1996, pp. 236). En lo relativo a la forma en que afectan tales cambios a la producción, Evans concluye que pequeños errores en la matriz de coeficientes técnicos, generan distintos efectos en el nivel de actividad estimado y observa que, en general, una estructura económica con un alto número de interrelaciones se mostrará menos afectada ante una perturbación exógena[60]. Por ejemplo una modificación en la demanda final (**y**) originada por la alteración del sistema de precios relativos que favorece, a su vez, la estabilidad del nivel de tecnología empleada, ya que no se producen incentivos para reducir costes, dado que los beneficios se crean a causa de un alza en los precios del mercado externo. Otra probable razón de cambio, es que se asuma que la demanda final permanece constante y varía sólo la matriz de coeficientes técnicos, de esta forma, las consecuencias de dichas modificaciones obedecerían al grado de sensibilidad de los coeficientes afectados, lo que origina

[60] Evans presenta un ejemplo en el que se refiere a los requerimientos de la industria del carbón para la producción de energía eléctrica; en ambas actividades se requerirá contratar ingenieros, estadísticos, economistas, contables y hombres de negocios; además, en las dos industrias se debería comprar cinta o papel para las máquinas, sin embargo, esta compra será poco relevante respecto a, por ejemplo, las contrataciones de empleados que se requieren para el desempeño de estas actividades, así como para los cálculos que se puedan desprender de una tabla input- output (Evans, 1954, pp. 468).

alteraciones que dependerían de la propia estructura del sistema productivo y, por tanto, cuanto mayor sea su complejidad, más elevados serán los efectos del cambio de los elementos de la matriz de coeficientes técnicos, y por esta vía en la producción. Como se ve, un coeficiente técnico representa una relación directa entre una rama **i** con otra **j** y, a la vez, conexiones indirectas entre dichas ramas, lo cual puede significar que pequeñas variaciones en algún sector producen grandes efectos en otros. Esta sería la razón por la cuál es interesante analizar cómo afectan tales repercusiones a una economía.

El estudio de la sensibilidad de los coeficientes permite determinar cuáles son más importantes desde el punto de vista del impacto que generan, es decir, la idea subyacente en esta metodología consiste en desarrollar un tipo de análisis que facilite determinar el efecto de los distintos shocks en cada uno de los elementos de la matriz de coeficientes técnicos, los cuales, según Aroche (2005, pp. 8), generarán cambios de distinta magnitud tanto en la matriz inversa de Leontief como en el vector de producción.

Entre las posibilidades que se desprenden del análisis de sensibilidad, se pueden indicar las que resumen Schintke y Stäglin (1988, pp. 59) y Tarancón (2003, pp. 69): sirve para compilar, actualizar y predecir tablas input-output y facilita la comparación de tablas internacionales. Por otro lado, se considera que la principal ventaja de este enfoque consiste en la obtención de aquellas transacciones intersectoriales que proporcionan más dinamismo a la economía, por ello, esta técnica es un buen complemento a las presentadas en el capítulo anterior. Determinar los encadenamientos permite conocer qué ramas dan un mayor empuje a la economía, ya sea hacia delante o atrás; la sensibilidad de los coeficientes señala cuáles de ellas son más propensas a inducir cambios de mayor magnitud en la economía, por lo tanto, el decisor económico podrá saber con más precisión cuáles son las consecuencias tras generar *e.g.* un shock en alguna rama, lo que sin duda le facilitaría la comprensión de la realidad económica de una región o país.

3.2 PROPUESTAS QUE IDENTIFICAN LOS COEFICIENTES MÁS IMPORTANTES

Básicamente el análisis de sensibilidad estructural cuantifica cómo se ve afectada la actividad económica cuando se produce un cambio en la tecnología, identificándose de esta forma los coeficientes que afectan en mayor cuantía al sistema productivo. En otras palabras, este proceso identifica los elementos más importantes (sensibles) como aquellos cuyas mínimas variaciones llevan asociadas mayores cambios en la producción sectorial (Tarancón y Vázquez, 2004, pp. 56). Para determinar estas modificaciones se pueden emplear dos enfoques: el de los límites tolerables y el de la transmisión de la influencia de un coeficiente, mediante la cuantificación de algún tipo de error (celda, fila, columna o matriz)[61].

Para adentrase en el análisis de sensibilidad estructural se parte de $\mathbf{x= (I-A)^{-1}y= Zy}$. Si se produce un cambio en **Z** o en **y**, se llega a:

$$\mathbf{x^*-x=Z^*y^*-Zy} \tag{3.1}$$

Se denota con el asterisco el instante posterior al cambio.

Restando y sumando $\mathbf{Z^*y}$ en la expresión anterior se tiene $\mathbf{\Delta x= Z(y^*-y)+ (Z^*-Z)y}$. El primer sumando [$\mathbf{Z(y-y^*)}$] recoge un efecto multiplicador sobre la producción, debido a una alteración en **y** ($\mathbf{\Delta y}$), a través de la matriz de multiplicadores de Leontief. El segundo sumando [$\mathbf{(Z^*-Z)y}$] guarda relación con la sensibilidad de los coeficientes, esto es, representa el cambio que se produce en la producción ($\mathbf{\Delta x}$) cuando la matriz inversa de Leontief ($\mathbf{\Delta Z}$) se altera[62].

Evaluar la sensibilidad de los coeficientes técnicos es equivalente a determinar la elasticidad de dichos coeficientes respecto de la producción [$\eta(\mathbf{x_i};\mathbf{a_{ij}})$], ya que muestra en cuanto varía la producción cuando es alterado uno o varios coeficientes técnicos. Para determinar esta elasticidad, previamente se deben obtener las de la producción respecto de los elementos de la matriz inversa de Leontief [$\eta(\mathbf{x_i};\mathbf{z_{ij}})$] y la de los parámetros de dicha matriz respecto a los coeficientes técnicos [$\eta(\mathbf{z_{ij}};\mathbf{a_{ij}})$], ya que:

$$\eta(\mathbf{x_i};\, \mathbf{a_{ij}})= \eta(\mathbf{x_i};\, \mathbf{z_{ij}})^*\ \eta(\mathbf{z_{ij}};\, \mathbf{a_{ij}}) \tag{3.2}$$

Comenzando por expresar la ecuación *i-ésima* del modelo general ($\mathbf{x= (I-A)^{-1}y}$) como:

$$\mathbf{x_i = z_{i1}y_1 + z_{i2}y_2 + \ldots\ldots.. + z_{in}y_n} \tag{3.3}$$

Suponiendo que se origina un cambio en la producción $\mathbf{x_i}$, de acuerdo a la ecuación 3.1, se obtiene:

$$\mathbf{\Delta x_i = (z_{i1}\Delta y_1 + z_{i2}\Delta y_2 + \ldots + z_{in}\Delta y_n) + (\Delta z_{i1}y_1 + \Delta z_{i2}y_2 + \ldots + \Delta z_{in}y_n)} \tag{3.4}$$

Operando convenientemente en la expresión (3.4), se sigue:

[61] Enfoques que en la práctica para Siebe no difieren mucho entre si (Siebe, 1996, pp. 189).
[62] El planteamiento recogido ha sido tomado y, ligeramente modificado, de Pulido y Fontela (1993, pp. 119).

$$\frac{\Delta x_i}{x_i} = (z_{i1}\Delta y_1 \frac{y_1}{y_1}\frac{1}{x_i} + ... + z_{in}\Delta y_n \frac{y_n}{y_n}\frac{1}{x_i}) + (\Delta z_{i1} y_1 \frac{z_{i1}}{z_{i1}}\frac{1}{x_i} + ... + \Delta z_{in} y_n \frac{z_{in}}{z_{in}}\frac{1}{x_i}) \tag{3.5}$$

Asumiendo que **y** no cambia, esto es, $\mathbf{\Delta y_i = 0}$, $\forall$i= 1…n, se tendrá que:

$$\eta(x_i; z_{ij}) = \frac{\frac{\Delta x_i}{x_i}}{\frac{\Delta z_{ij}}{z_{ij}}} = \frac{\Delta x_i}{x_i}\frac{z_{ij}}{\Delta z_{ij}} = \frac{\Delta z_{ij} y_j}{x_i}\frac{z_{ij}}{\Delta z_{ij}}\frac{z_{ij}}{z_{ij}} = \frac{z_{ij} y_j}{x_i} \tag{3.6}$$

El paso siguiente es obtener $\eta(\mathbf{z_{ij}}; \mathbf{a_{ij}})$, para ello se empleará un planteamiento generalizado para calcular un elemento, fila o columna de una matriz inversa. Este enfoque consiste en calcular la diferencia que existe entre dos matrices inversas, una en la que se incluye un cierto error proveniente de la alteración de coeficientes técnicos y otra sin alteraciones (Dwyer y Waugh, 1953, pp. 292-293):

Sea:

$$\mathbf{T = A + E} \tag{3.7}$$

Donde **T** es una matriz suma que se determina a partir de la matriz de coeficientes técnicos (**A**) y de error (**E**) cuyos elementos son $\mathbf{e_{ij}}$.

Si se calcula la inversa de **T** y se denota $\mathbf{A^{-1}}$ como **K**, se llega a:

$$\mathbf{T^{-1} = (A + E)^{-1} = (A + EA^{-1}A)^{-1} = [(I + EK)A]^{-1} = K(I + EK)^{-1}}$$

Denominando **D** a la diferencia entre ambas inversas, se tendrá:

$$\mathbf{D = T^{-1} - K} \tag{3.8}$$

Calculando ahora $\mathbf{(I + EK)^{-1}}$ por medio de serie de potencias,

$$\mathbf{T^{-1} = K(I + EK)^{-1} = K(I + EK + (EK)^2 + (EK)^3 + \ldots\ldots.)}$$

Por tanto:

$$\mathbf{D = K(EK + (EK)^2 + (EK)^3 + \ldots\ldots.)}$$

En esta última expresión se puede observar cómo se va acumulando el error y cómo afecta a la matriz que lo contiene, produciéndose un efecto similar al "ripple"[63].

Con el objetivo de establecer una formulación que permita determinar la elasticidad de los coeficientes técnicos respecto a los de su matriz inversa y, obtener los nuevos valores de los coeficientes alterados, se reescribe la ecuación (3.8) y se opera convenientemente a fin de llegar a la siguiente igualdad:

$$\mathbf{D = T^{-1} - K = T^{-1}K^{-1}K - T^{-1}TK = T^{-1}(K^{-1} - T)K = -T^{-1}EK = -(D + K)EK}$$

Por lo tanto

$$\mathbf{D + DEK = -KEK}$$
$$\mathbf{D(I + EK) = -KEK}$$
$$\mathbf{D = T^{-1} - A^{-1} = -KEK(I + EK)^{-1}}$$
$$\mathbf{T^{-1} = A^{-1} - KEK(I + EK)^{-1}} \qquad (3.9)$$

En base al procedimento[64] que permite llegar a la expresión 3.9 se puede observar cual habría sido el planteamiento que siguieron Sherman y Morrison (1950) para cuantificar el cambio de un solo elemento en las nuevas inversas, esto es:

$$\mathbf{L_{ir} = l_{rj} - \frac{l_{rR}\, l_{Sj}\, \Delta a_{RS}}{1 + l_{SR}\, \Delta a_{RS}}} \qquad (3.10)$$

Donde $\mathbf{a_{ij}}$ denota los elementos pertenecientes a la matriz original **A**, de orden **n**; $\mathbf{l_{ij}}$ representa los elementos de la matriz inversa; $\Delta\mathbf{a_{rs}} = \mathbf{a_{ij}}^{*} - \mathbf{a_{rs}}$, siendo $\mathbf{a_{rs}}^{*}$ elementos de $\mathbf{A}^{*}$ que difieren de los de **A** sólo en el coeficiente que se altera; por su parte, los subíndices **r** y **s** y **R** y **S**, representan la fila y columna del elemento que cambia y no cambia respectivamente.

Posteriormente, en 1954, Evans extiende el anterior planteamiento a la matriz inversa de Leontief. Destaca la importancia de eliminar el error que se puede acumular tanto en las relaciones interindustriales como en el consumo autónomo. En este sentido, indica que si existe una serie de errores, por pequeños que sean, se pueden acumular y producir, serias consecuencias en el análisis

[63] Como se puede apreciar este efecto es similar al que se obtiene cuando se determinan encadenamientos, con la diferencia de que ahora es la matriz que contiene el error la que hace aumentar a la matriz original.
[64] Respecto a la expresión 3.9, Dwyer y Waugh (1953, pp. 305), sostienen que puede ser generalizada, sin más que reemplazar **E** por $\mu\sigma\nu$. Donde μ es un vector fila, σ es un escalar y ν es un vector columna. Entonces $\mathbf{T^{-1} = C - C\mu\sigma(\sigma + \sigma\nu C\mu\sigma)^{-1}\sigma\nu}$.

(Evans, 1954, pp. 462). Evans considera que es importante evaluar la sensibilidad de los coeficientes, ya que las conclusiones que se puedan emanar de una matriz con algún tipo de imprecisión, traerán como consecuencia erradas afirmaciones.

Parte del supuesto que existe una matriz original **A** de orden **n*n** y otra alterada $\mathbf{A^*}$ de igual dimensión (con $\mathbf{a^*_{ij}} \in \mathbf{A^*}$), tal que $\mathbf{A^*=A+F}$, donde **F** posee una única fila que contiene los datos erróneos y el resto de las celdas valen cero.

A partir de la definición de $\mathbf{A^*}$ y tras operar, se llega a:

$$\mathbf{(I-A^*)=(I-A)-F=(I-A)[I-F(I-A)^{-1}]}$$

Calculando la inversa de ambos términos, se obtiene:

$$\mathbf{(I-A^*)^{-1}=(I-A)^{-1}[I-F(I-A)^{-1}]^{-1}=[I-(I-A)^{-1}F]^{-1}(I-A)^{-1}}$$

Es decir, la inversa de la matriz de Leontief con error dependerá del producto de una matriz que contiene la fila alterada y la inversa de Leontief sin error, a partir de la última expresión se obtiene la siguiente igualdad (Evans, 1954, pp. 463):

$$\mathbf{z^*_{jk}-z_{jk}=\frac{z_{ji}\sum_r f_{ir}z_{rk}}{(1-\sum_r f_{ir}z_{ri})}} \tag{3.11}$$

Donde $\mathbf{z_{jk}}^*$ es un elemento de la matriz $\mathbf{(I-A^*)^{-1}}$, $\mathbf{z_{jk}}$ denota los elementos de $\mathbf{(I-A)^{-1}}$ y $\mathbf{f_{ij}}$ indica los elementos de la matriz **F**. De esta forma, la expresión 3.11 muestra el error de cada término en la inversa de Leontief causado por una fila de la matriz que se altera (Evans, 1954, pp. 463). Si se considera que sólo un coeficiente cambia, la expresión 3.11 se transformaría en:

$$\mathbf{z^*_{jk}-z_{jk}=\frac{z_{ji}f_{rk}z_{ir}}{(1-f_{ri}z_{ir})}} \tag{3.12}$$

Es decir, haciendo uso de una formulación similar a la de Sherman y Morrison (1950) se obtiene una propuesta que permite evaluar cuán sensible es la estructura de la economía frente a la variación de una fila o elemento de la matriz de coeficientes técnicos (Evans, 1954, pp. 463).

Retomando por un lado, la idea establecida en la ecuación (3.2), y por otro, recordando que la expresión de Sherman y Morrison (1950) se utiliza para el cambio de un elemento de una inversa cualquiera, Pulido y Fontela (1993, pp. 122) indican que adaptando la expresión 3.10 para el uso de la matriz inversa de Leontief, se puede obtener la elasticidad de los parámetros de dicha matriz respecto a los de la los coeficientes técnicos[65]:

$$\eta(\mathbf{z_{ij}};\mathbf{a_{ij}}) = \frac{\mathbf{z_{ir}z_{sj}\Delta a_{rs}}}{\mathbf{1 - z_{rs}\Delta a_{rs}}}\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{z_{ij}}} \tag{3.13}$$

Donde $\Delta\mathbf{a_{rs}}$ representa un cambio de un coeficiente técnico.

Lo que conduce a la siguiente expresión de la elasticidad de la producción de la *i-ésima* rama respecto a los coeficientes técnicos:

$$\eta(\mathbf{x_i};\mathbf{a_{ij}}) = \eta(\mathbf{x_i};\mathbf{z_{ij}}) * \eta(\mathbf{z_{ij}};\mathbf{a_{ij}}) = \frac{\mathbf{z_{ij}y_j}}{\mathbf{x_i}}\frac{\mathbf{z_{ir}z_{sj}\Delta a_{rs}}}{\mathbf{1 - z_{rs}\Delta a_{rs}}}\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{z_{ij}}} = \frac{\mathbf{z_{ir}z_{sj}\Delta a_{rs}}}{\mathbf{1 - z_{rs}\Delta a_{rs}}}\frac{\mathbf{y_j}}{\mathbf{x_i}} \tag{3.14}$$

Esta última expresión resumiría en qué consiste el análisis de sensibilidad estructural, ya que considera los efectos directos e indirectos sobre la producción cuando se altera un coeficiente técnico, además constituye el inicio de una serie de propuestas que intentan explicar dicha elasticidad.

Años después de la propuesta de Evans, Sekulic en 1968 retoma la idea de cuantificar el efecto de la variación de un elemento en la matriz de coeficientes técnicos, pero considerando el vector de producción total. Comienza su análisis determinando qué cuantía del cambio de un elemento de la matriz **A** –ejercicio que realiza uno a uno para cada elemento- puede afectar más al vector de producción total, para ello asume un porcentaje fijo de cambio para cada uno de los $\mathbf{a_{ij}}$, empleando la siguiente expresión:

$$\mathbf{r_{ij}(p)} = \frac{\mathbf{100p}}{\mathbf{a_{ij}(100x_i \max_k \frac{z_{jk}}{x_k} + pz_{ji})}} \tag{3.15}$$

Donde $\mathbf{r_{ij}}$ permite determinar el componente de la matriz **Z** que alcanza el máximo porcentaje de variación debido al cambio en el elemento $\mathbf{a_{ij}}$, **p** denota el porcentaje fijo del cambio que se evalúa, $\mathbf{z_{ij}}$ representa los elementos de la inversa de Leontief y $\mathbf{x_k}$ corresponde al output total de la *k-ésima* rama. Entonces, un alto valor de $\mathbf{r_{ij}}$ indica qué elemento es menos importante, es decir, muestra el límite tolerable o valor máximo en porcentaje del coeficiente técnico $\mathbf{a_{ij}}$ que no provoca cambios

[65] Obsérvese que la propuesta de Sherman y Morrison se refiere a la alteración de un coeficiente en una matriz inversa cualquiera, y no en la inversa de Leontief.

mayores al valor **p** establecido en la producción de la *k-ésima* rama.

Después de la propuesta de Sekulic, en 1971 Jílek introduce un enfoque en el que propone utilizar márgenes de variabilidad tolerables en los coeficientes, observa la alteración que provoca menores diferencias porcentuales respecto al límite tolerable prefijado en la producción sectorial, utilizando para ello la siguiente expresión:

$$\mathbf{r_{ij}} = \frac{1}{\mathbf{a_{ij}}[\mathbf{z_{ij}} + 100\text{máx}(\frac{\mathbf{z_{pi}}}{\mathbf{w_p}})\mathbf{x_j}]} \tag{3.16}$$

Donde $\mathbf{w_p}$ corresponde a la rama que proporciona la máxima producción efectiva.

Como se puede apreciar las expresiones 3.15 y 3.16 son similares, la segunda puede entenderse como un caso particular de la primera, donde p=1% y se trabaja con la producción efectiva en lugar del output total.

Con un planteamiento similar al de Evans, en 1974 Anthony Sebald[66] sostiene que los parámetros que aparecen recogidos en los modelos input-output no son exactos debido a dos motivos. El primero estaría asociado a fallos estadísticos, específicamente los causados por la recolección y compilación de los datos, pues generaría equivocaciones en los análisis que emanen de ellos. La segunda causa de la inexactitud en los coeficientes técnicos es que no permanecen constantes en el tiempo; en este sentido, Sebald aporta al enfoque de Evans un error exógeno que dependería del mercado, ya que éste se encarga de cambiar sistemáticamente las distintas funciones de producción debido al continuo desarrollo tecnológico. Sebald trabaja con las elasticidades que permitirían determinar qué ramas son más o menos sensibles frente a diferentes alteraciones. Considera que es más adecuado analizar el efecto que genera el cambio de un elemento de la matriz de coeficientes técnicos sobre la inversa de Leontief y la producción total, para detectar aquellos sectores "cuya incertidumbre es responsable de una incertidumbre significativa en cualquier elemento de la solución". Con esta idea logra determinar qué elementos $\mathbf{a_{ij}}$ son más relevantes, concluyendo que la importancia que tiene cada rama, dependerá del número de coeficientes importantes que posea. Para cuantificar y ordenar dichos coeficientes, Sebald primero determina lo que denomina el equilibrio de Leontief (**S**), el cual es función de la matriz inversa de Leontief (**Z**) y del vector de demanda final (**y**), es decir:

$$\mathbf{S} = f[(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}; \mathbf{y})] = f[\mathbf{Z}; \mathbf{y})] \tag{3.17}$$

[66] Aunque la propuesta de Sebald fue publicada en 1974, se reproduce en el trabajo de C. Bullard y A. Sebald. Effects of parametric uncertainty and technological change on input-output models. The Review of Economic and Statistics, 59(1): 75-81, 1977.

Indica que si se consideran las matrices $\mathbf{\Delta A^+}$ y $\mathbf{\Delta A^-}$, tales que $(\mathbf{A+\ \Delta A^+})$ y $(\mathbf{A+\ \Delta A^-})$ representen matrices que contienen errores, es decir, información imprecisa para el equilibrio de Leontief (solución de **S)**, se puede evaluar las tolerancias tanto positivas como negativas de la solución. Sin embargo, y puesto que a Sebald le interesa determinar aquellos coeficientes que generan mayor incertidumbre en la solución, sugiere centrarse sólo en el caso de un cambio positivo, y en términos relativos, de estas matrices, esto es:

$$\frac{\mathbf{\Delta S^+}}{\mathbf{S}} = \frac{f\,[(\mathbf{I}-(\mathbf{A}+\mathbf{\Delta A^+}))^{-1};\mathbf{y}] - f\,[(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1};\mathbf{y}]}{f\,[(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1};\mathbf{y}]} \tag{3.18}$$

Continúa su planteamiento centrando su atención en los cálculos que se basan en los "límites de error máximo", empleando para ello el análisis de la norma de una matriz para limitar el error de los elementos que se encuentran en la inversa de Leontief. La expresión propuesta es la que sigue:

$$\frac{\left\|[\mathbf{I}-(\mathbf{A}+\mathbf{\Delta A})]^{-1}-[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}\right\|}{\left\|[\mathbf{I}-\mathbf{A}]^{-1}\right\|} \le \frac{\mathbf{M}\dfrac{\|\mathbf{\Delta A}\|}{\|(\mathbf{I}-\mathbf{A})\|}}{\mathbf{1}-\mathbf{M}\dfrac{\|\mathbf{\Delta A}\|}{\|(\mathbf{I}-\mathbf{A})\|}} \tag{3.19}$$

Donde **M** es la condición de número de $\mathbf{(I\text{-}A)}= \|\mathbf{(I\text{-}A)}\|\ \|\mathbf{[I\text{-}A]^{-1}}\|$, de esta forma la expresión 3.19 indica que dada una cierta perturbación (en el sentido de norma) sobre la matriz **(I-A)**, o sobre su inversa, esta perturbación será menor o igual que **M** veces el producto **ΔA** sobre la matriz **(I-A)**, siempre y cuando $\|\mathbf{(I\text{-}A)^{-1}}\|\ \|\mathbf{\Delta A}\|$ sea menor que uno (Bullard y Sebald, 1977, pp. 77).

Por otra parte y con el fin de ordenar e identificar los distintos elementos según el error que presentan, Bullard y Sebald suponen que los coeficientes técnicos de la matriz **A** no cambian, esto es, $\mathbf{\Delta a_{ij}}= \mathbf{0}$, $\forall$i, j; por lo tanto, no generan incertidumbre y enriquecen las proyecciones. Todo ello lleva a estos autores a definir una función de importancia del cambio generado **g**, tal que:

$$\mathbf{J}= g[\mathbf{(I\text{-}A)^{-1}};\ \mathbf{y})] \tag{3.20}$$

Donde **J** puede ser un escalar, vector o matriz de orden menor o igual que $\mathbf{(I\text{-}A)^{-1}}$, de igual forma **g** puede ser incluso igual que la función **f** definida en la ecuación 3.17, lo cual se daría cuando todos los $\mathbf{\Delta a_{ij}}$=0, es decir, cuando no existe alteración.

Posteriormente, indican que si se considera un modelo con los elementos de la matriz **A** perturbados, se puede evaluar los resultados del cambio observado $\mathbf{\Delta J}$= g[$(\mathbf{I}- \mathbf{A}-\Delta\mathbf{A})^{-1}$; **y**)], empleando la propuesta de Sherman y Morrison (1950), de esta forma, se puede catalogar a un coeficiente $\mathbf{a_{ij}}$ como importante, si su error genera sobre los elementos de $\mathbf{\Delta J}$ un cambio que sobrepase el umbral prefijado. En otras palabras, el procedimiento descrito consiste en seleccionar los $\mathbf{z_{ij}}$, que han experimentado un cambio menor que la variación aplicada en **A** (Bullard y Sebald, 1977, pp. 78).

Un punto interesante es el que plantea Viet[67] en 1980 y que es confirmado por Wilting[68] en 1996: demuestra matemáticamente que las propuestas de Sekulic (1968) y Sebald (1974) proporcionan iguales resultados, destacando que ambos métodos analizan cómo el cambio de un elemento de la matriz de coeficientes técnicos afecta a la inversa de Leontief. La diferencia entre ambos consiste sólo en la forma en que cada uno se enfrenta al problema: Sekulic investiga el efecto que produce la alteración de un elemento de la matriz de coeficientes técnicos sobre el vector de producción total y Sebald analiza el cambio de un elemento $\mathbf{a_{ij}}$ tanto sobre la producción total como sobre la inversa de Leontief.

A modo de resumen, se puede indicar que la propuesta de Sebald es una reunificación de criterios más que cambio de óptica, en el sentido de cuantificar el efecto de una alteración, pues está en linea con el enfoque planteado inicialmente por Evans en 1954. Sostiene que dicho error se puede deber a dos causas: la recolección y compilación de la información que se obtiene sobre el terreno, y a un motivo exógeno, originado por la alteración de los coeficientes técnicos (cambio de tecnología). Cuantifica este error mediante una aplicación directa de la ecuación de Sherman y Morrison, por todo ello, se considera que esta propuesta más que proporcionar un nuevo enfoque, sienta un criterio de ordenamiento para los coeficientes que generan mayor incertidumbre en la proyección.

En una línea de investigación similar, pero con un planteamiento más generalizado que el anterior, West señala la existencia de un efecto sinérgico, ya que observa como el cambio que se realiza en un cierto coeficiente técnico, es mayor que el que se obtiene en su multiplicador, es decir, la suma del conjunto es más que la simple suma individual (West, 1982, pp. 370). Llega a esta conclusión tras realizar múltiples alteraciones en la matriz de coeficientes técnicos, observando que los cambios que se producen en la inversa de Leontief no son iguales a la suma parcial de los cambios realizados en esta matriz. Atribuyendo, por tanto, tal diferencia a la existencia de un efecto sinérgico en las matrices inversa de Leontief y de multiplicadores de demanda. West emplea una operativa similar a la de Evans, y comienza planteando que la variación que se realiza se puede definir como una matriz proporcional al cambio que se producirá, esto es, $\mathbf{P=[a_{ij}p_{ij}]}$, de esta forma la nueva matriz de coeficientes técnicos alterada se puede definir como una suma de **A** y **P**. Como se aprecia la matriz **A**

[67] VIET, Vu Quang. Sensitivity analysis in input-output: theory and application, Ph.D. Thesis, New York University, 1980.
[68] WILTING, Harm Christian. An energy perspective on economic activities, Ph D. Thesis, Groningen University, 1996.

proporciona multiplicadores carentes de errores y la matriz que contiene la suma de la matriz **A** con **P** (matriz de error) proporcionará los que lo contienen. A partir de estas premisas West señala que la nueva matriz de inversa de Leontief será igual a $\mathbf{(I-A-P)^{-1}}$, para ello se debe asumir que:

$$\mathbf{(I-(A+P))= (I-A)(I-R)= (I-R)(I-A)} \tag{3.21}$$

Donde **R** es una matriz auxiliar con estructura similar a **A**.

Despejando **R**, se llega a:

$$\mathbf{R= (I-A)^{-1}[(I-A)-(I-A-P)]= (I-A)^{-1}P= ZP} \tag{3.22}$$

Calculando la inversa de la expresión (3.21)

$$\mathbf{(I-A-P)^{-1}= (I-R)^{-1}(I-A)^{-1}= Z+ RZ+ R^2Z+ R^3Z+ \ldots}$$

Sacando factor común a **RZ**, se tiene que:

$$\mathbf{(I-A-P)^{-1}=Z+(I+R+R^2+\ldots)RZ= Z+ (I- R)^{-1}RZ} \tag{3.23}$$

Reemplazando (3.22) en (3.23), se obtiene:

$$\mathbf{(I-A-P)^{-1}= Z+ (I-ZP)^{-1}ZPZ= Z+E} \tag{3.24}$$

Donde $\mathbf{E= (I-ZP)^{-1}ZPZ}$ representa el cambio absoluto de la matriz inversa de Leontief, en respuesta a la variación proporcional $\mathbf{p_{ij}}$ que afecta al coeficiente técnico $\mathbf{a_{ij}}$. Este procedimiento indica cuál es el cambio individual de los multiplicadores en respuesta a la alteración combinada de todos los coeficientes técnicos, aunque no permite determinar la importancia relativa en términos de ordenación de cada coeficiente (West, 1982, pp. 367).

De igual forma, si se quiere obtener el cambio de cada coeficiente es necesario expandir la matriz **E** de la ecuación (3.24), esto es:

$$\mathbf{E= E_1+ E_2+ E_3+ E_4\ldots\ldots+ E_s= ZPZ+ (ZP)^2Z+ (ZP)^3Z+ (ZP)^4Z+ \ldots\ldots+ (ZP)^sZ} \tag{3.25}$$

El elemento $\mathbf{e1_{ij}}$ de la matriz $\mathbf{E_1}$ se puede expresar como:

$$\mathbf{e1_{ij}} = \sum_{l}\sum_{k} \mathbf{z_{ik} a_{kl} p_{kl} z_{lj}} \tag{3.26}$$

Por lo tanto el error en el multiplicador del output de la *j-ésima* columna, corresponde a:

$$\mathbf{e1OM_j} = \sum_{l}\sum_{k} \mathbf{OM_k a_{kl} p_{kl} z_{lj}} \tag{3.27}$$

Siendo $\mathbf{OM_k}$ el multiplicador *k-ésimo* del output original y $\mathbf{OM_j}$ el del final. Sin embargo, si se revisan las ecuaciones 3.26 y 3.27, se observará que el cambio del factor absoluto no tiene en cuenta la magnitud del mismo. En este sentido, West señala que quizás sea más apropiado utilizar otro criterio más útil para el análisis transversal de multiplicadores y tablas, sugiriendo para ello centrarse en el cambio proporcional de la producción de la *j-ésima* rama, es decir, antes y después del cambio (West, 1982, pp. 368), esto es:

$$\frac{\mathbf{e1OM_j}}{\mathbf{OM_j}} = \sum_{l}\sum_{k} \mathbf{OM_k a_{kl} p_{kl}} \left(\frac{\mathbf{z_{lj}}}{\mathbf{OM_j}} \right) \tag{3.28}$$

Resumiendo, West empleando un enfoque similar al de Sherman y Morrison (1950) y de Evans (1954), obtiene la matriz inversa de Leontief con errores, lo que le permite concluir que el efecto total tras los cambios que se realizan en los coeficientes $\mathbf{a_{ij}}$ es mayor que la simple suma de los cambios en forma individual. Además, señala que este enfoque permite evaluar qué actividades se ven más o menos afectadas con el cambio en la matriz de coeficientes técnicos.

En 1988, Schintke y Stäglin partiendo de un enfoque similar al de West (1982) presentan una metodología que permite determinar qué coeficiente es más importante (Schintke y Stäglin, 1988, pp. 47). Proponiendo la siguiente formulación:

$$\mathbf{w_{ij}(p) = a_{ij}(z_{ji}p + 100 z_{ii} \frac{x_j}{x_i})} \tag{3.29}$$

$$\mathbf{r_{ij}(p) = 100 \frac{p}{w_{(ij)}(p)}};\ \text{con } \mathbf{p} > 0 \tag{3.30}$$

Donde $\mathbf{x_j}$ es el output total de la rama *j-ésima*, **p** denota el límite tolerable de error, es decir, el porcentaje de variación máximo que la rama *i-ésima* producirá, $\mathbf{w_{ij}}$ indica el error mayor que el **p**% presente en la producción de la rama $\mathbf{x_k}$ (k= 1,….,n), por tanto, representa la importancia del coeficiente $\mathbf{a_{ij}}$, siendo $\mathbf{r_{ij}(p)}$ la cuantificación de la sensibilidad de $\mathbf{a_{ij}}$ frente a una alteración del **p**%, entonces $\mathbf{r_{ij}}$ indicará cuál es el valor máximo, en porcentaje, que no provoca cambios superiores al **p**% en la producción de la *i-ésima* rama.

Respecto a la forma en que se puede identificar qué sector es más importante, Schintke y Stäglin (1988, pp. 48) sostienen que un coeficiente será importante cuando una variación menor que el 100%, es capaz de generar un cambio en la producción de alguna de las ramas mayor que el nivel porcentual prefijado. En lo referente a este aspecto, Pulido y Fontela (1993, pp. 123) indican que cuanto mayor sea $\mathbf{w_{ij}}$, más importante será el coeficiente que se analiza, y agregan que la variación porcentual $\mathbf{r_{ij}}$ a la que puede llegar un coeficiente será igual a [$\mathbf{p/\ w_{ij}(p)}$], por tanto, cuanto más pequeño sea $\mathbf{r_{ij}}$, más importante será el coeficiente, sin que los errores en las producciones sectoriales superen el **p**%. Por su parte, Forsell (1988, pp. 296) indica que un coeficiente será importante si es capaz de modificar en forma significativa el output total, señalando que, para identificar un sector importante bastaría con sumar el número de coeficientes importantes que se encuentren en las filas como en las columnas de cada rama, es decir, una rama será importante, en la medida que presente más coeficientes importantes que el resto de sectores. En esta línea, Schintke y Stäglin también sostienen que el número de coeficientes importantes en una fila será aproximadamente proporcional a su output o a su input intermedio (Schintke y Stäglin, 1988, pp. 48). Para Robles y Sanjuán (2005b, pp. 21) cuanto mayor sea el valor de $\mathbf{w_{ij}}$ más importantes serán las compras intermedias que realiza la *j-ésima* a la *i-ésima* rama en el conjunto de relaciones, es decir, más importante será el coeficiente $\mathbf{a_{ij}}$. Adicionalmente señalan que si se elimina el autoconsumo en la ecuación (3.29), $\mathbf{z_{ii}}$ tomará valores próximos a uno, por tanto, el componente $\mathbf{a_{ij}(100z_{ii}\frac{x_j}{x_i})}$, será próximo a $\mathbf{100b_{ij}}$, con $\mathbf{b_{ij}}$ denotando el coeficiente de distribución, luego al determinar $\mathbf{w_{ij}}$ se evalúa la suma de un número pequeño ($\mathbf{a_{ij}z_{ji}p}$) más 100 veces el valor que toma $\mathbf{b_{ij}}$. Entonces, si existe un coeficiente $\mathbf{b_{ij}}$ grande respecto al resto y simultáneamente se ha eliminado el autoconsumo, tal coeficiente puede considerase como importante, esto es, "si $\mathbf{b_{ij}}$ es grande –o $\mathbf{r_{ij}}$ pequeño- el correspondiente $\mathbf{a_{ij}}$ es importante" (Robles y Sanjuán, 2005b, pp. 22). En este sentido, Aroche señala que los coeficientes importantes que se determinan por el método de los límites de tolerancia y aquellas entradas de **A** cuyos cambios tienen un mayor impacto en la matriz inversa de Leontief y en el output total, son considerados "importantes", porque el sistema es más sensible a sus cambios potenciales dado un cierto tamaño (Aroche, 2005, pp. 8). Por último, para Tarancón un coeficiente será importante cuanto menor sea su variabilidad admisible. Un coeficiente poco importante será aquel que hará variar la producción efectiva de alguna rama de actividad sólo al experimentar una variación de gran magnitud (Tarancón, 2003, pp. 71).

A modo de resumen, se puede indicar que, la propuesta de Schintke y Stäglin es habitualmente empleada por la mayoría de los autores[69], tanto por su utilidad práctica como por su adecuado comportamiento teórico- práctico.

Sin realizar un cambio drástico de enfoque, pero sí mostrando una nueva forma de representar la importancia de las distintas actividades del sistema económico, un año después a la propuesta de Schintke y Stäglin de 1988, Hewings, Fonseca, Guilhoto y Sonis, inician una sucesión de nuevas propuestas en las que se evalúa la sensibilidad o variabilidad de pares de actividades económicas, introduciendo de esta forma el concepto de campos de influencia. El enfoque de campos de influencia muestra el impacto de la alteración de un coeficiente $\mathbf{a_{ij}}$ sobre otro $\mathbf{a_{kl}}$, $\forall$i;j, esto es, se toma un coeficiente $\mathbf{a_{ij}}$ y se observa el efecto que produce su variación sobre el sistema. Entonces, si existe un elemento que destaque del resto y que sea importante para el coeficiente $\mathbf{a_{ij}}$, pasarán a formar parte de lo que denominan campos de influencia de éste, con ello se obtiene una técnica –si se quiere visual- que muestra de una forma clara la relación que existe entre pares de coeficientes, lo que permite a su vez evaluar la complejidad de una estructura económica en base al gráfico resultante de los pares de coeficientes que se representan. En dicho gráfico, se muestra la importancia de los elementos por medio de flechas. Se ilustra la relación del coeficiente $\mathbf{a_{ij}}$ con el que se evalúa ($\mathbf{a_{kl}}$), de esta forma, el inicio de la flecha indica que se trata de la relación entre el coeficiente $\mathbf{a_{ij}}$ con el que se encuentra en la punta ($\mathbf{a_{kl}}$). Si dicha representación muestra un alto número de coeficientes unidos entre si –una gráfica muy entrelazada- será indicativo de que sus interrelaciones están muy desagregadas y dependen de muchas actividades simultáneamente. La situación inversa, mostrará la existencia de acciones altamente concentradas o que dependen de muy pocas actividades para su desarrollo.

Hewings *et al* inician su formulación en forma similar a la de West (1982), es decir, plantean una matriz inversa sin sufrir alteraciones (**Z**) y una matriz alterada **Z(e)**, donde $\mathbf{Z(e)= (I-A-E)^{-1}}$, **E** es la matriz con error (con $\mathbf{e_{ij}} \in \mathbf{E}$), de esta forma cada elemento $\mathbf{e_{ij}}$ representará las variaciones de los coeficientes técnicos. A partir de lo anteriormente expuesto obtienen la formula 3.31 que permite determinar cuál es la influencia global del cambio (Hewings *et al*, 1989, pp. 71-72).

$$\mathbf{z_{ji}(e)} = \frac{\mathbf{z_{ji} + \frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{n-1}(-1)^k \sum_{\substack{i_r \neq i_s, i \\ j_r \neq j_s, j}} Sign\begin{pmatrix} j_1 \ldots j_k \\ i_1 \ldots i_k \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} j_1 \ldots j_k \\ i_1 \ldots i_k \end{pmatrix} e_{i_1 j_1} \ldots e_{i_k j_k}}}{\mathbf{1 - \sum_{i_1 j_1} z_{j_1 i_1} e_{i_1 j_1} + \frac{1}{\Delta}\sum_{k=2}^{n-1}(-1)^k \sum_{\substack{i_r \neq i_s \\ j_r \neq j_s}} Sign\begin{pmatrix} j_1 \ldots j_k \\ i_1 \ldots i_k \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} j_1 \ldots j_k \\ i_1 \ldots i_k \end{pmatrix} e_{i_1 j_1} \ldots e_{i_k j_k}}} \quad (3.31)$$

Donde

[69] A este respecto pueden verse los trabajos de Robles y Sanjuán (2005, pp. 21), Tarancón (2003, pp. 70) y Pulido y Fontela (1993, pp. 122).

$\Delta = \det(I - A)$, $\mathbf{M}\begin{pmatrix} \mathbf{j_1 \ldots j_k} \\ \mathbf{i_1 \ldots i_k} \end{pmatrix}$ es un determinante que incluye los componentes de **Z**, ordenados según el grupo de filas $i_1, .., i_k$ y columnas $j_1, .., j_k$, $\mathbf{Sign}\begin{pmatrix} \mathbf{j_1 \ldots j_k} \\ \mathbf{i_1 \ldots i_k} \end{pmatrix} = (-1)^{i_1+\ldots+i_k+j_1+\ldots+j_k+\delta(i_1\ldots i_k)+\delta(j_1\ldots j_k)}$ y $\delta(i_1, .., i_k)$ es un índice que se va agregando o manteniendo, de acuerdo a la permutación $i_1, .., i_k$.

Posteriormente Hewings *et al* indican que si cambia un sólo elemento de la matriz de coeficientes técnicos, es decir:

$$\mathbf{e_{ij}} = \begin{cases} \mathbf{e} & i = i_1, j = j_1 \\ \mathbf{0} & i \neq i_1, \text{ó } j \neq j_1 \end{cases}$$

La matriz de los campos de influencia se puede determinar en forma aproximada en base a la siguiente expresión (Hewings *et al*, 1989, pp. 72)[70]:

$$\mathbf{F(e)= [Z(e)- Z]/ e} \tag{3.32}$$

Donde **F(e)** representa la importancia que tiene el elemento $\mathbf{a_{ij}}$ que ha sido modificado.

Para determinar qué coeficiente es el más importante del conjunto se aplica la ecuación 3.32 y, se identifican como coeficientes más importantes aquellos que presenten mayores cambios.

El trabajo de Hewings *et al* aporta la idea de complementariedad entre una técnica que evalúa qué ramas son claves con otra que determina qué coeficientes son más sensibles ante un cambio en la economía, en este sentido, también se debe destacar que a pesar de que Hewings *et al* no mencionan el trabajo de Schintke y Stäglin (1988), se basan en el mismo principio. Asimismo, presentan una técnica que permite representar gráficamente las interrelaciones más importantes entre dos coeficientes, facilitando evaluar cuán compleja puede ser una economía, desde el punto de vista de poseer más o menos actividades interrelacionadas[71].

Algo después, en 1991, Xu Songling y Peter Gould determinan la sensibilidad de los coeficientes por medio del cálculo diferencial, introduciendo los conceptos de multiplicador $(\frac{\partial \mathbf{z_{ij}}}{\partial \mathbf{a_{kl}}})$ y output potencial ($\Delta \mathbf{x_i}$). Estos autores entienden por output potencial la máxima variación del mismo, es decir, miden lo que pueden variar los coeficientes $\mathbf{z_{ij}}$ o el output, ante el mínimo cambio de un

[70] Formulación que en el mismo documento se generaliza.
[71] Idea que posteriormente es repetida empleando para ello la teoría de grafos.

coeficiente técnico, en otras palabras, encuentran cuál es la máxima variación que puede experimentar $\mathbf{z_{ij}}$ o el output total. Parten de lo que denominan la forma clásica de la modelización input-output **-x= (I-A)$^{-1}$y-** para, posteriormente, centrarse en el cálculo de la matriz inversa de Leontief y en la inversa del output total (Xu Songling y Peter Gould , 1991, pp. 368-370).

El multiplicador potencial si sólo varía un elemento de la matriz **A,** se puede obtener de[72]:

$$\frac{\partial \mathbf{z_{ij}}}{\partial \mathbf{a_{kl}}} = \mathbf{z_{ik} z_{lj}} \tag{3.33}$$

Pero si se desea calcular toda una matriz de multiplicadores, se debe emplear la fórmula que se muestra a continuación:

$$\mathbf{\Delta Z} = \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} \mu_{kl} \begin{bmatrix} z_{ik}z_{l1} & z_{ik}z_{l2} & \cdots & z_{ik}z_{lj} & \cdots & z_{ik}z_{ln} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{ik}z_{l1} & z_{ik}z_{l2} & \cdots & z_{ik}z_{lj} & \cdots & z_{ik}z_{ln} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{nk}z_{l1} & z_{nk}z_{l2} & \cdots & z_{nk}z_{lj} & \cdots & z_{nk}z_{ln} \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

Donde $\mathbf{\mu_{kl}}$ representa al vector unitario ortogonal del coeficiente técnico $\mathbf{a_{kl}}$.

Y en el caso de evaluar el output potencial la expresión que se utiliza es la siguiente:

$$\mathbf{\Delta x_i} = \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} \mathbf{z_{ik} x_l \mu_{kl}} + \sum_{j=1}^{n} \mathbf{z_{ij} y_j} \tag{3.36}$$

Por otra parte, si se utiliza un vector de incrementos infinitesimales para la demanda (**Δy**), la expresión (3.37) serviría para determinar la sensibilidad de la producción cuando se experimenta cambios simultáneos en la demanda y en el nivel de tecnología.

$$\mathbf{\Delta x_i} = \sum_{j=1}^{n} (\mathbf{y_j \Delta z_{ij} + z_{ij} y_j}) \tag{3.37}$$

Como se puede ver el uso del multiplicador potencial permite evaluar los cambios que se generan sobre los elementos de la matriz inversa de Leontief, tras alterar infinitesimalmente cada uno de los elementos de la matriz **A**. El output potencial representaría cómo este cambio infinitesimal

[72] Nótese que este planteamiento es equivalente al presentado al inicio de este apartado y que concluye con la ecuación 3.12.

afecta al output total o a la producción efectiva, una vez que se ha establecido una cierta demanda final (Songling y Gould, 1991, pp. 375).

Un punto de discusión respecto a la técnica anteriormente presentada es que proporciona unos resultados análogos, bajo determinadas condiciones, a los de Schintke y Stäglin de 1988, los cuales hacen variar uno a uno todos los coeficientes técnicos en una misma proporción prefijada. En este sentido, se puede argumentar que no existiría diferencia entre ambos enfoques, ya que la importancia de cada coeficiente se mantendrá respecto a la variación que se les pueden imponer, es decir, tras comparar las elasticidades cuantificadas con la expresión de Songling y Gould, con respecto a otra técnica a la cual se le indica que valor tomar (en este caso la de Schintke y Stäglin), debiera proporcionar resultados parecidos, sí para el último caso se utiliza el valor que arroja la formulación del primero.

Considerando lo anteriormente expuesto es importante, ya que no todos los coeficientes son sensibles a la misma variación, *e.g.* lo que ocurre cuando se realiza una importante inversión en un sector que no afectaría a la economía si la inversión fuera menor[73]. Si un elemento varía en un 1%, generará un cierto cambio, pero si el mismo coeficiente cambia en un porcentaje mayor, generará una modificación distinta, la cual puede ser tan importante que despierte el interés de otras actividades que estaban ajenas a la primera alteración. Además, se debe tener presente que, en la práctica cuando se plantea una inversión es en un cierto valor preestablecido, que generalmente es bajo, y que tiene por finalidad modificar la estructura –dado que los recursos son escasos-, es decir, no se espera a saber cuál es la variación necesaria que debe ocurrir para determinar cúanto invertir, como lo que ocurriría si se opta por una formulación como la planteada por Songling y Gould. Considerando estos puntos, se puede optar por emplear uno de estos dos enfoques, basados en la comodidad de un modelo respecto al otro, sin perder con ello exactitud en los resultados, sin embargo, y debido a que básicamente los recursos son escasos, lo prudente sería optar por la propuesta de Schintke y Stäglin.

Cuatro años después del trabajo de Songling y Gould, Mario Cassetti en 1995 sugiere un nuevo algoritmo que se conoce como “grado de representatividad de Cassetti”. Este método sirve para comparar las estructuras de diferentes países o regiones, puesto que identifica, por un lado, los distintos grados de cohesión entre actividades y, por otro, la reciprocidad de influencias que surge del intercambio de bienes intermedios (Cassetti, 1995, pp. 363). El objetivo que se desea conseguir es la identificación de las transacciones intermedias más significativas en aquellos sectores que presentan un pequeño grado de dependencia y una determinada posición dentro de la estructura económica

[73] Un ejemplo de ello, puede ser la modificación de un astillero, que requiera algo más de patio para ampliar su servicio de reparaciones, en estas condiciones seguramente el resto de la economía se verá poco afectada, pero si es el astillero completo el que se va a instalar o ampliar al doble su capacidad, tendrá una repercusión en el resto de los coeficientes técnicos, ya que seguramente se instalaran nuevas empresas, o las ya existente se prepararan para satisfacer las demandas que pueda requerir la elaboración de un buque, alterando con ello su estructura tecnológica.

(Cassetti, op. cit., pp. 364). Cassetti sostiene que la fórmula que permite caracterizar una estructura económica es la mostrada a continuación:

$$\alpha(\mathbf{A}^{(k-1)}) = \min_{j}\left[\frac{\mathbf{c}_{\mathbf{j}}^{(\mathbf{k})}}{\mathbf{c}_{\mathbf{j}}}\right] \qquad (3.38)$$

Donde $\mathbf{c}_{\mathbf{j}}$ indica el grado en que una unidad de demanda impulsa al sector *j-ésimo*, lo que sería equivalente al encadenamiento del sector **j** con el resto de la economía, es decir, $\mathbf{c}_{\mathbf{j}}$ es el multiplicador de demanda de la *j-ésima* rama, $[\mathbf{c}_{\mathbf{j}}^{(\mathbf{k})}/\ \mathbf{c}_{\mathbf{j}}]$ mide qué porcentaje del encadenamiento total es capturado cuando se reemplaza la matriz de coeficientes técnicos **A** por una matriz de coeficientes técnicos alterada $\mathbf{A}^{(\mathbf{k})}$, que posee los **k** elementos no nulos y el resto igual a cero. Finalmente α recoge el "poder multiplicador" de la matriz alterada respecto de la matriz original **A**.

Como se observa, la expresión anterior identifica el mínimo número de coeficientes necesarios para lograr el porcentaje total de los multiplicadores de demanda establecidos, de esta forma se podrían capturar cuáles son las ramas que más influyen en una tabla input-output. Sin embargo, Cassetti omite la forma en que se deben calcular los encadenamientos, y sólo comenta que sus resultados son similares a los obtenidos por Dietzenbacher *et al* de 1993[74] (Cassetti, 1995, pp. 368).

Posteriormente, Cassetti se refiere al enfoque de los "campos de influencia" señalando que es una herramienta formal que ayuda a determinar los efectos que se obtienen en la matriz inversa de Leontief, una vez que se han producido cambios en la matriz de coeficientes técnicos, pero que nunca se ha analizado en detalle, indicando que ésta es la diferencia entre los "campos de influencia" y su propuesta, la cual persigue explorar y describir la interacción que se da entre distintas actividades que surgen entre países (Cassetti, 1995, pp. 367-368).

Algo después, en 1996, Siebe presenta un procedimiento que ayuda a identificar aquellas transacciones intermedias más importantes[75]. En dicho trabajo también se indica que los enfoques que se derivan de la propuesta de Jílek (limites tolerables) se basan en el análisis de la sensibilidad de los coeficientes, ya que sólo evalúan el cambio que se genera en la economía tras la alteración de un coeficiente, dejando el análisis de la importancia de las relaciones intersectoriales para un contexto de modelización multisectorial. Agregando que si bien el empleo del análisis de sensibilidad de los coeficientes o el enfoque que indica la presencia de errores en los datos es beneficioso, no permiten incorporar la existencia de modificaciones sistemáticas en los coeficientes originados, por ejemplo,

---

[74] DIETZENBACER, Eric., van der LINDEN, Jan and Albert STEENGE. The regional extraction method: EC input-output comparisons. Economic Systems Research, 5(2): 185-206, 1993.

[75] Para ello toma como base la tabla input-output de Alemania del Oeste del año 1990 (Siebe, 1996, pp. 183).

por cambios tecnológicos (Siebe, 1996, pp. 185).

Siebe presenta un modelo en el que el objetivo central es identificar aquellas transacciones intermedias que inducen, tras sus variaciones relativas, una mayor alteración en la producción de las ramas de actividad. Para lo cual propone dos criterios, el primero se refiere a la máxima desviación que genera una actividad y, el segundo, a la suma de las desviaciones de la producción de los sectores, lo que le lleva a presentar las siguientes formulaciones (Siebe, 1996, pp. 186):

$$\text{máx}_{l,m} = \underset{k}{\text{máx}}\left|\frac{(\Delta \mathbf{x}_{\mathbf{l,m}})_k}{\mathbf{x}_\mathbf{k}}\right| \tag{3.39}$$

$$\text{sum}_{l,m} = \sum_{k=1}^{n}\left|\frac{(\Delta \mathbf{x}_{\mathbf{l,m}})_k}{\mathbf{x}_\mathbf{k}}\right| \tag{3.40}$$

Donde $\mathbf{\Delta x_{l,m}}$ es el vector de las variaciones en la producción originadas por el cambio en la transacción de la celda *(l, m)-ésima*; **y** es la demanda final, $\mathbf{(\Delta x_{l,m})_k}$ es la alteración que se observa en el output total de la rama *k-ésima*, tras la alteración en la celda de transacción *(l, m)-ésima*, y por último $\mathbf{x_k}$ corresponde al output total de la *k-ésima* rama.

Posteriormente, Siebe compara los resultados de distintas propuestas, así, por ejemplo, señala que la formulación de Schintke de 1984, que es la base del modelo de Schintke y Stäglin de 1988, proporciona los mismos resultados que la suya (Siebe, 1996, 187). También analiza la metodología de Jílek (1971) e indica que estos enfoques son generalmente sustituibles[76] y reducen la complejidad de la modelización intersectorial, agregando que los resultados que se logran tras emplear el análisis de sensibilidad o el de la simulación de errores, son similares, concluyendo de esta forma que estos no difieren sustancialmente entre ellos (Siebe, 1996, pp. 189).

3.3 IDENTIFICACIÓN DE COEFICIENTES MÁS IMPORTANTES

El objetivo de este apartado es efectuar algunas consideraciones generales sobre el conjunto de técnicas señaladas para la determinación de coeficientes más importantes. Asimismo se realizarán reflexiones sobre qué método resulta más adecuado para evaluar la importancia de un sector productivo, en este sentido, se realizará un ejercicio que consideramos muy interesante, pues se toma un conjunto de técnicas sobre las cuales se revisan diversos aspectos, destacando, entre otros, el de la

[76] Se hace notar qué, aunque lo que sigue no lo indica explícitamente, se puede entender que también se refiere adicionalmente a los trabajos de Schintke (1984), Kiy (Zur modellierund der vorleistungsstrukturen in input-output-systemen-eine sensitivitatsanalysistische untersuchung. RWI-Mitteilungen, 37-38, pp. 85-101, 1986) y Schnabl (The evolution of production structures analysed by multi-layer procedure. Economic Systems Research, 6(1): 51-58, 1994), puesto que son citados en su documento, aunque en su bibliografía también menciona los trabajos de Sherman y Morrison (1950), Sonis y Hewings (Coefficient change ion input-ouput models: theory and applications. Economic systems Research, 4(2):143-157, 1992), entre otros.

similitud, punto que si bien ha sido tratado por algunos investigadores, sus trabajos no han abarcado un número alto de técnicas, ni tampoco han sido abordadas desde un punto de vista aplicado.

3.3.1 Aspectos generales de las propuestas

Comenzaremos haciendo un estudio general de las propuestas hasta ahora presentadas, por lo que resulta interesante revisar, en primer lugar, lo que plantea Ali Reza Jalili en 2000. Este autor sostiene que de efectuar un análisis de sensibilidad se obtienen similares respuestas, en los distintos enfoques que se pueden utilizar, en concreto señala que las propuestas de Jensen y West (1980)[77], Morrison y Thumann (1980)[78], Hewings y Romanos (1981)[79], Hewings and Syverson (1982)[80], West (1982), Hewings (1984)[81], Jackson (1986)[82], Bullard y Sebald (1988)[83] y Sonis y Hewings (1989)[84], proporcionarían similares resultados (Jalili, 2000, pp. 116). Considera que ésto puede ser debido a que los enfoques señalados parten desde una misma base: evaluar cómo una matriz que contiene algún grado de error puede afectar al sistema económico y, además e independientemente del cambio que se evalúa (celda, fila, columna o matriz), se emplea para el cálculo prácticamente la misma fórmula, en general, la formulación de Sherman y Morrison o alguna muy similar.

Continuando con esta idea, también se puede señalar que autores como Viet (1980) sostienen que las propuestas de Sekulic (1968) y de Sebald (1974) proporcionan respuestas parecidas. Siebe indica que su enfoque presenta resultados similares a los de Jílek (1971) y a Schintke (1984) y agrega que, en forma general, los métodos basados en los límites tolerables o en la cuantificación del error no difieren sustancialmente entre si. Esto evidencia que diferenciar una propuesta de otra en función de las ventajas que cada una posea no resulta fácil, ya que prácticamente todas siguen un procedimiento común de cálculo, proporcionando, en consecuencia, respuestas similares.

En cuanto a las ventajas que presentan las distintas propuestas, la debida a West (1982) se considera que va algo más allá que sus predecesoras, dado que es capaz de calcular en forma generalizada, los distintos cambios, no limitándose solamente a un coeficiente o fila. Sin embargo,

---

[77] JENSEN, R. C. and WEST, G. R. The effect of relative coefficient size on input-output multipliers, Environment and Planning A, 12(6): 659- 670, 1980.
[78] MORRISON, W. I. and THUMANN, R. G. A Lagrangian multiplier approach to the solution of a special constrained matrix problem, Journal of Regional Science, 20: 279- 292, 1980.
[79] HEWINGS, G. J. D. and ROMANOS, M. C. Simulating less developed economies under conditions of limited information, Geographical Analysis, 13, pp. 373- 390, 1981.
[80] HEWINGS, G. J. D. and SYVERSON, W. M.. *A Modified Biproportional Method for Updating Required Input- Output Matrices: Holistic Accuracy Evaluation*, paper presented at the European Congress, Regional Science Association, Groningen, The Netherlands, 1982.
[81] HEWINGS, G. J. D.. The role of prior information in updating input- output models, Socio Economic Planning Science, 18: 319- 339, 1984.
[82] JACKSON, R.W.. The "full description" approach to the aggregate representation in the input- output modeling framework, Journal of Regional Science, 26, pp. 515- 530, 1986.
[83] BULLARD, C. W. and SEBALD, A. V.. Monte Carlo sensitivity analysis of input- output models, The Review of Economic and Statistics, 70: 75- 81, 1988.
[84] SONIS, M. and HEWINGS, G. J. D. Error and sensitivity input- output analysis: *Frontiers of Input- Output Analysis*, pp. 232- 244 (New York, Oxford University Press), 1989.

también es cierto que esta propuesta es menos práctica que la de Schintke y Stäglin (1988), pues esta última, considera el máximo error absoluto sobre la producción que genera cada actividad en todo el sistema. Por otra parte, el enfoque de West (1982) pierde objetividad frente a los coeficientes que presentan valores iguales o próximos a cero, además, tiende a dar más importancia a aquellos que están en la diagonal principal de la inversa de Leontief. Sin embargo, Lahr (1993), después de hacer una revisión y seguimiento bibliográfico de las principales metodologías que permiten identificar las celdas más importantes, sostiene que las metodologías de West y la de Schintke y Stäglin son las más adecuadas (Lahr, 1993, pp. 282 y 285), decantándose por la de West de 1982, ya que, según él, tiene la ventaja de considerar el cambio simultáneo en todos los coeficientes, mientras que la propuesta de Schintke y Stäglin identifica el efecto del cambio de un sector (Lahr, 1993, pp. 282). Además Lahr sostiene que ambas metodologías deben ser corregidas por un vector de ponderación, sugiriendo para tal efecto las propuestas de Hazari (1970), de McGilvray[85] (1977) o la de Rao y Harmston de 1979, a objeto de obtener un modelo que refleje adecuadamente los cambios o alteraciones que se evalúan (Lahr, 1993, pp. 285).

En otro orden de cosas, se considera que a partir del artículo de Schintke y Stäglin de 1988 se genera un cambio metodológico que marca un antes y un después en la forma de considerar la sensibilidad de los coeficientes, ya que hasta ese momento, siempre estuvo referido a una única actividad, y a partir del mismo se toman pares de actividades importantes. Además y, de acuerdo a lo señalado por Dwyer y Waugh, en 1953, o por Viet en 1980, o Lahr en 1993 y Siebe en 1996, sus predecesoras proporcionarían resultados similares, debido al enfoque común de ellos.

En lo referente a qué técnica se considera como la más apropiada, se puede mencionar que la propuesta de Schintke y Stäglin de 1988 se ha empleado para identificar aquellos coeficientes importantes en economías como la de México (Aroche, 1996, pp. 235)[86]. Además este autor indica que después de emplear los coeficientes importantes como herramienta de análisis frente a los propios cambios que estos experimentan en el tiempo, se puede observar que los resultados son consistentes con la evolución estructural de la economía, es decir, avala esta metodología sobre una base empírica, ya que compara lo que obtiene con lo que observa en la realidad, no limitándose solamente al análisis

[85] MCGILVRAY, J.W. Linkages, key sectors and development strategy. In: W. LEONTIEF, Structure, Systems and Economic Policy. Cambridge University Press, New York, pp. 49-56, 1977.

[86] Para ser exactos, hay que señalar que en el citado trabajo se indica que se hace empleo de la propuesta de Schintke y Stäglin de 1988, pero no se usa la formulación original de estos investigadores. Aroche utiliza la formula $\mathbf{r_{ij}} = \dfrac{1}{\mathbf{a_{ij}}\left(\mathbf{z_{ji}} + \left(\dfrac{\mathbf{z_{ii}}}{\mathbf{x_i}}\right)\mathbf{x_j}\right)}$ (Aroche, 1996, pp. 236), la cual según indica posteriormente en 2005 es equivalente a la expresión $\mathbf{r_{ij}} = \dfrac{1}{\mathbf{a_{ij}}\mathbf{z_{ii}}\left(\dfrac{\mathbf{x_i}}{\mathbf{x_j}}\right)}$ de Holub y Schnabl de 1994 (Holub, H -W. und H. Schnabl. Input-Output-Rechnung: Input-Output-Analyse. München, Wien: Oldenbourg, 1994; Aroche, 2005, pp. 8).

de los resultados obtenidos a partir de una determinada técnica[87].

Otros autores, como Pulido y Fontela (1993, pp. 122) y Tarancón y Vázquez (2004, pp. 59 y 71) opinan que la propuesta de Schintke y Stäglin es más adecuada, ya que, permite cuantificar de forma apropiada el efecto que puede producir la alteración de un coeficiente técnico sobre la inversa de Leontief, y además, es una aplicación directa de la formulación de Sherman y Morrison de 1950.

En lo referente a las críticas generales relativas a las metodologías que cuantifican los coeficientes importantes, puede referirse a las señaladas por Robles y Sanjuán (2005b, pp. 24-25), los cuales indican que si bien el enfoque permite detectar qué sectores son claves desde una óptica distinta a la de los encadenamientos, no permite diferenciar adecuadamente las relaciones de las ramas hacia delante y atrás, ya que una rama resultará ser importante de acuerdo al número de coeficientes de distribución que posea, lo que resulta una medida adecuada cuando se analizan las relaciones hacia delante, pero indican que se hace más confusa o discutible su interpretación cuando se analizan las relaciones hacia atrás.

El objetivo que se persigue a continuación es determinar cuáles de las propuestas presentadas son más útiles en el estudio de los sectores importantes. Para alcanzar dicho cometido primero se analiza si algunas de las metodologías señaladas son redundantes, es decir, abordan el análisis a partir de las mismas premisas y procedimientos, con lo cual proporcionan análogos resultados. Una vez detectadas y depuradas, dichas alternativas, el paso siguiente será considerar su eficiencia operativa, es decir, se determina cuáles de ellas permiten conocer qué coeficientes son importantes con un reducido número de cálculos.

El planteamiento que se seguirá para alcanzar este objetivo consta de tres etapas, en la primera se aceptará (o rechazará) una técnica en base a las investigaciones que demuestren su adecuado comportamiento, así como las similitudes en los resultados obtenidos. En la segunda etapa, se procederá a evaluar en forma empírica la existencia de semejanzas en las respuestas obtenidas, dentro de las técnicas que no fueron descartadas en la etapa anterior, esto es, se determinará cuál de ellas es adecuada para evaluar el cambio de un único coeficiente. Finalmente, en la tercera etapa se identifican, con base nuevamente en una experiencia empírica, cuál de las metodologías que no han sido descartadas previamente y, que calculan el efecto de más de un cambio en la matriz de coeficientes técnicos, es más adecuada para los fines que persigue este trabajo.

[87] Por otra parte en un documento posterior publicado en 2002, se replica el ejercicio anterior, a los países de Estados Unidos de Norteamérica, Canadá y México, a fin de evaluar el impacto del acuerdo comercial NAFTA, llegando a similares conclusiones. Otro ejemplo de esta aplicación, es el que dan Santadas Ghosh y Joyashree Roy en 1998, al replicar, tanto la idea como la formulación del trabajo de Aroche de 1996, a una tabla input-output de la India, agregada a 15 ramas y confeccionada para los años 1983/84 y 1989/90, indicándose que la propuesta de Schintke y Stäglin, determina la sensibilidad de los coeficientes técnicos, y los clasifica de acuerdo a su influencia en el output sectorial (Ghosh y Roy, 1998, pp. 265).

De acuerdo a lo anterior, en primer lugar y puesto que interesa determinar qué coeficiente destaca del resto, se descarta el enfoque de Songling y Gould de 1991, ya que proporciona, en determinadas condiciones, resultados similares a la propuesta de Schintke y Stäglin de 1988. Además esta última es más práctica, ya que deja al planificador la posibilidad de evaluar el shock que piensa generar, y no se obtiene como respuesta la máxima variación para cada coeficiente como en Songlin y Gould. Tampoco se considera la propuesta Sekulic de 1968, pues proporciona resultados similares al enfoque de Sebald de 1974 (Viet, 1980 y Wilting, 1996, pp. 141-142), del mismo modo también se descarta la metodología de Sebald, ya que según Jalili las respuestas que proporciona ese planteamiento coinciden con las de West de 1982 (Jalili, 2000, pp. 116). Adicionalmente, se excluye la alternativa de análisis que presenta Siebe en 1996, ya que él mismo reconoce que el enfoque de Jílek de 1971 es sustituible por el suyo (Siebe, 1996, pp. 189).

Cuadro 3.1: Resumen de propuestas similares según distintos investigadores

Metodología planteada por …	Técnica similar con …	Según …
Sekulic (1968)	Sebald (1974)	Viet (1980) y Wilting (1996)
Jílek (1971)	Siebe (1996)	Jalili (2000)
Sebald (1974)	West (1984)	Siebe (1996)
Schintke y Stäglin (1988)	Songlin y Gould (1991)	Este documento

Una vez detectadas las anteriores similitudes, se pasa a la segunda etapa, la cual consiste en revisar las siguientes propuestas, Sherman y Morrison (1950), Evans (1954), West (1982) y Hewings *et al* (1989), con el fin de determinar empíricamente la existencia de similitudes en las respuestas obtenidas, el procedimiento que se sigue consiste en analizar, si efectivamente dichas formulaciones proporcionan similares resultados. Para determinar tales semejanzas y diferencias, se recurre a un simple ejercicio empírico, siguiendo la idea propuesta por Sherman y Morrison de 1950: se toma una tabla input-output, y se evalúa si efectivamente dichas técnicas arrojan resultados similares, y a partir de esto se considera qué metodología utilizar para un estudio en mayor profundidad.

Tras realizar una modificación del 1% en el parámetro $\mathbf{a_{11}}$ de una matriz de coeficientes técnicos[88] de 9 ramas proveniente de una tabla input-output de España cuyo tamaño original era de 73 sectores confeccionada para el año 2000. Se calculan los nuevos valores que se obtienen para la matriz inversa de Leontief, empleando para ello las técnicas que permiten tal ejercicio (ver resumen en anexo 3.1), a saber, Sherman y Morrison (1950), Evans (1954), West (1982) y Hewings *et al*[89] (1989). Posteriormente, se divide cada elemento de la matriz inversa de Leontief alterada por su homólogo en

[88] Se ha elegido tal valor ya que autores como Pulido y Fontela (1993), Aroche (1996, 2002 y 2005), Ghosh y Roy (1998), Tarancón (2003) y Robles y Sanjuán (2005b) consideran que el uso del 1% es una medida habitual. Otros como Siebe (1996) se decantan por un 0.5%, mientras que Bullard y Sebald (1977) lo hacen por el 2%, y Jalili (2000) llega al extremo del 10%. En este estudio, al querer ser más conservadores se opta por el 1%. Se debe tener presente que si el valor elegido es bajo, se obtendrán pocos coeficientes importantes, esto es, se detectarán los más sensibles, y viceversa, cuando el valor considerado es más elevado.

[89] Esta última fue ligeramente modificada a objeto de poder comparar sus resultados con los de otras propuestas.

la inversa original, con objeto de ver en qué proporción cambia cada celda. La conclusión obtenida es que con las cuatro propuestas se lograron similares resultados, de esta forma la elección del método a emplear pasa a depender de la extensión y complejidad de la técnica que se desea seleccionar, ya que estos enfoques son coincidentes en sus conclusiones.

A partir de los resultados obtenidos del estudio empírico efectuado sobre las propuestas señaladas, se sugiere emplear las ecuaciones de Evans y West, ya que en ellas los cambios son aplicados directamente a una matriz de errores, sin tener que emplear ninguna fórmula directa para cada celda, como en el caso de Sherman y Morrison. Además la forma en que están presentados sus respectivos planteamientos facilitan la posibilidad de realizar cambios en filas, columnas o incluso a la matriz completa de forma más rápida y directa. Se descarta el enfoque de Sherman y Morrison debido a que la modificación de un solo elemento provoca que este procedimiento sea demasiado tedioso y, por otra parte, proporciona similares resultados que las propuestas de Evans y West. Tampoco se emplea la propuesta de Hewings *et al* (1989), aún cuando ésta se puede aplicar al cambio de una celda, esta alteración en la práctica se determina de forma similar que en la metodología de West de 1982, proporcionando por tanto idénticos resultados.

En lo que guarda relación con la tercera etapa, esto es, la referente a las técnicas que permiten aplicar cambios globales [propuestas de Evans (1954), Jílek (1971), West (1982), Schintke y Stäglin (1988) y la fórmula que presenta Aroche en 1996 (pp. 236) que sería un resumen de la de Schintke y Stäglin de 1988, y las de 2002 (pp. 260) y 2005 (pp. 8), y por último la de Cassetti (1995)]. En primer lugar, y dado que nuestro objetivo es realizar un análisis multisectorial, se descarta *a priori* la propuesta de Cassetti (1995). Posteriormente, y con el fin de facilitar las comparaciones se ha dividido este apartado en dos, debido a que las fórmulas de Evans y West no calculan elasticidades. Comenzaremos por analizar, las que permiten dicho cálculo, para posteriormente, estudiar las similitudes de estas últimas respecto a las de Evans y West. La alteración inducida para cada uno de los coeficientes es del 1%, obteniéndose que entre una y otra metodología sólo existirían algunas diferencias (ver cuadro 3.2, en el cual se muestra los 9 coeficientes más importante, según distintos planteamientos).

Respecto a las similitudes que se indican en el párrafo anterior y que se muestran en el cuadro 3.2, se observa que la propuesta de Jílek proporciona resultados efectivamente parecidos a los de la metodología de Schintke y Stäglin. De hecho, de los 9 primeros coeficientes más importantes que se obtienen aplicando la metodología de Jílek, existen 6 coincidencias respecto a la de Schintke y Stäglin, aunque es preciso señalar que no concuerdan en el orden de importancia, ni en su magnitud[90] (ver

[90] Por ejemplo, si un coeficiente presenta un $\mathbf{r}_{ij}$=10, éste se debe interpretar como: una variación del 10% en el coeficiente $\mathbf{a}_{ij}$, provocaría un 1% de variación en la producción sectorial, claro esta si se ha variado todo en un 1% (Pulido y Fontela, 1993, pp. 142).

cuadro 3.2).

Cuadro 3.2: Coeficientes importantes según distintas metodologías (variando todos los coeficientes)

Técnica	Act_1		Act_2		Act_3		Act_4		Act_5		Act_6		Act_7		Act_8		Act_9	
	CI	r_{ij}	CI	r_{ij}	CI	r_{ij}	CI	r_{ij}	CI	r_{ij}	CI	r_{ij}	CI	r_{ij}	CI	r_{ij}	CI	r_{ij}
Jílek (1971)	$\mathbf{A}_{3,3}$	0.76	$\mathbf{a}_{6,6}$	0.77	$\mathbf{a}_{7,7}$	0.79	$\mathbf{a}_{8,8}$	0.80	$\mathbf{a}_{1,5}$	0.81	$\mathbf{a}_{2,2}$	0.83	$\mathbf{a}_{3,4}$	0.88	$\mathbf{a}_{5,1}$	0.89	$\mathbf{a}_{3,6}$	0.96
Schintke-Stäglin	$\mathbf{A}_{1,5}$	2.21	$\mathbf{a}_{6,6}$	3.41	$\mathbf{a}_{3,3}$	3.52	$\mathbf{a}_{7,7}$	4.17	$\mathbf{a}_{5,8}$	4.56	$\mathbf{a}_{7,8}$	4.95	$\mathbf{a}_{8,8}$	4.98	$\mathbf{a}_{2,2}$	5.10	$\mathbf{a}_{2,3}$	5.44
Holub-Schnabl *	$\mathbf{A}_{8,1}$	1.18	$\mathbf{a}_{8,2}$	1.22	$\mathbf{a}_{8,7}$	1.32	$\mathbf{a}_{8,5}$	1.42	$\mathbf{a}_{8,9}$	1.63	$\mathbf{a}_{8,4}$	2.27	$\mathbf{a}_{3,4}$	2.58	$\mathbf{a}_{3,5}$	2.79	$\mathbf{a}_{8,6}$	2.88
Aroche (1996) **	$\mathbf{A}_{6,6}$	1.72	$\mathbf{a}_{3,3}$	1.78	$\mathbf{a}_{1,5}$	2.06	$\mathbf{a}_{7,7}$	2.11	$\mathbf{a}_{8,8}$	2.51	$\mathbf{a}_{2,2}$	2.57	$\mathbf{a}_{5,5}$	2.79	$\mathbf{a}_{4,4}$	3.95	$\mathbf{a}_{5,8}$	4.39

* De acuerdo con Aroche aproximadamente equivalente a Shintke-Stäglin (2002 y 2005, pp. 260 y 8).

** Se emplea formula resumida de Schintke-Stäglin (Aroche, 1996 y 2005, pp. 236 y 8 respectivamente).

Con respecto a las ecuaciones que proporcionan resultados similares a la formulación original de Schintke y Stäglin, se observa que los resultados obtenidos a partir del planteamiento de Holub y Schnabl de 1994 son discrepantes con ella (ver Aroche 2002, pp. 260 y 2005, pp. 8). Por otro lado, cuando se emplea las formulación resumida de Schintke y Stäglin (en Aroche 1996, pp. 236 y también en 2005, pp. 8) respecto a la versión original, los resultados obtenidos indican que si bien existe cierto parecido, no es lo suficiente como para afirmar que ambas ecuaciones proporcionan similares resultados (cuadro 3.2). Además se debe tener presente que el coeficiente $\mathbf{r}_{ij}$, puede ser interpretado como una elasticidad, luego el error no sólo se referirá a qué parámetro es más importante sino también a la magnitud de los parámetros que resulten ser importantes, por todo ello se descarta cualquier semejanza que pueda existir entre estos procedimientos.

Cuadro 3.3: Coeficientes importantes según Evans y West (variando todos los coeficientes)

	Act_1	Act_2	Act_3	Act_4	Act_5	Act_6	Act_7	Act_8	Act_9
CMI_1	$\mathbf{a}_{1,1}$	$\mathbf{a}_{2,2}$	$\mathbf{a}_{3,3}$	$\mathbf{a}_{4,4}$	$\mathbf{a}_{5,5}$	$\mathbf{a}_{6,6}$	$\mathbf{a}_{7,7}$	$\mathbf{a}_{8,8}$	$\mathbf{a}_{9,9}$
CMI_2	$\mathbf{a}_{5,1}$	$\mathbf{a}_{4,2}$	$\mathbf{a}_{2,3}$	$\mathbf{a}_{3,4}$	$\mathbf{a}_{1,5}$	$\mathbf{a}_{3,6}$	$\mathbf{a}_{4,7}$	$\mathbf{a}_{9,8}$	$\mathbf{a}_{8,9}$
CMI_3	$\mathbf{a}_{2,1}$	$\mathbf{a}_{8,2}$	$\mathbf{a}_{7,3}$	$\mathbf{a}_{8,4}$	$\mathbf{a}_{3,5}$	$\mathbf{a}_{4,6}$	$\mathbf{a}_{8,7}$	$\mathbf{a}_{5,8}$	$\mathbf{a}_{2,9}$

Donde CMI_1; 2 y 3, hacen alusión al primer, segundo y tercer coeficiente más importante.

En lo referente a las propuestas de Evans y West son totalmente coincidentes entre si, por lo que se acepta que el enfoque de West es más ventajoso que el de Evans, básicamente porque es más intuitivo. Por otra parte, cuando se analiza qué coeficientes han variado más, se observa que estas propuestas sólo permiten la comparación entre columnas o filas, lo que dificulta una comparación global. El cuadro 3.3, muestra los tres primeros coeficientes más importantes (CMI) que se obtienen a partir de Evans y West, en columnas. Como se aprecia estos enfoques dan cierta relevancia a los coeficientes que se encuentran en la diagonal principal de la matriz **A**, y en general son coincidentes con las otras propuestas.

Adicionalmente, cuando estos enfoques son comparados con los resultados que se obtienen de la propuesta de Schintke y Stäglin se obtiene que, en general, existen importantes coincidencias, sólo sería una excepción el coeficiente $\mathbf{a}_{7,8}$ (comparar cuadro 3.2 con cuadro 3.3), aunque el orden de importancia varía. Además, se observo en los planteamientos de Evans y West el inconveniente de que sólo permite identificar coeficientes importantes por filas y columnas, y no para el conjunto, por ello y en base a que la propuesta de West deriva de una formulación muy intuitiva del fenómeno que se estudia, se acepta como una técnica complementaria a la de Schintke y Stäglin.

En otro orden de cosas, se hace notar que trabajar celda a celda, como ocurre con la propuesta de Shintke y Stäglin (1988), es muy laborioso si la matriz es extensa, aún cuando se pueda desarrollar un programa informático para realizar esta tarea, por ello, se cree que una forma adecuada de afrontar este problema consiste en aplicar, en primer, lugar una técnica que permita evaluar el efecto que se produce en la economía cuando se cambia una fila o una columna para, posteriormente, centrarse en la fila o columna que tengan coeficientes verdaderamente importantes, y emplear una técnica coeficiente a coeficiente, a objeto de encontrar aquel que sea el más importante desde el punto de vista conceptual. De acuerdo a lo anterior, se considera que se deben aplicar, en principio, las técnicas de West de 1982 y de Shintke y Stäglin de 1988, que pueden ser ponderadas por el output cuando se trabaje con economías desarrolladas y por la demanda final cuando se analicen economías en vías del desarrollo.

Cuadro 3.4: Cambio de los coeficientes importantes en Francia cuando varia el valor de **p**

P	Actividad 1		Actividad 2		Actividad 3		Actividad 4		Actividad 5		Actividad 6		Actividad 7	
(%)	**Coef.**	**rij**	**Coef.**	**rij**	**Coef.**	**rij**	**Coef.**	**rij**	**Coef.**	**rij**	**Coef.**	**rij**	**Coef.**	**rij**
1	$\mathbf{A}_{19,19}$	1.13	$\mathbf{a}_{2,8}$	1.46	$\mathbf{a}_{1,3}$	2.03	$\mathbf{a}_{17,17}$	2.64	$\mathbf{a}_{11,11}$	2.72	$\mathbf{a}_{7,7}$	2.91	$\mathbf{a}_{9,9}$	2.99
30	$\mathbf{A}_{19,19}$	0.88	$\mathbf{a}_{2,8}$	1.46	$\mathbf{a}_{1,3}$	2.00	$\mathbf{a}_{17,17}$	2.05	$\mathbf{a}_{11,11}$	2.11	$\mathbf{a}_{7,7}$	2.26	$\mathbf{a}_{9,9}$	2.32
35	$\mathbf{A}_{19,19}$	0.85	$\mathbf{a}_{2,8}$	1.46	$\mathbf{a}_{17,17}$	1.97	$\mathbf{a}_{1,3}$	2.00	$\mathbf{a}_{11,11}$	2.03	$\mathbf{a}_{7,7}$	2.18	$\mathbf{a}_{9,9}$	2.24
50	$\mathbf{A}_{19,19}$	0.76	$\mathbf{a}_{2,8}$	1.46	$\mathbf{a}_{17,17}$	1.77	$\mathbf{a}_{11,11}$	1.83	$\mathbf{a}_{7,7}$	1.96	$\mathbf{a}_{1,3}$	1.98	$\mathbf{a}_{9,9}$	2.01
75	$\mathbf{A}_{19,19}$	0.65	$\mathbf{a}_{2,8}$	1.46	$\mathbf{a}_{17,17}$	1.52	$\mathbf{a}_{11,11}$	1.57	$\mathbf{a}_{7,7}$	1.68	$\mathbf{a}_{9,9}$	1.73	$\mathbf{a}_{1,3}$	1.97
100	$\mathbf{A}_{19,19}$	0.57	$\mathbf{a}_{15,17}$	1.33	$\mathbf{a}_{11,11}$	1.37	$\mathbf{a}_{2\,8}$	1.45	$\mathbf{a}_{7,7}$	1.47	$\mathbf{a}_{9,9}$	1.51	$\mathbf{a}_{5,5}$	1.89

Un punto interesante a considerar es si se mantiene el orden de los coeficientes que resulten más importantes cuando la alteración generada crece. Para llevar a cabo este estudio se ha tomado como referencia Francia, con un nivel de agregación de 25 ramas. Se observó tras probar con la técnica de Shintke y Stäglin (cuadro 3.4), que la estructura de coeficientes importantes que se obtienen al 1% es distinta de la que se logra al 35%. De tal ejercicio se concluye que a pesar de que se mantiene el orden, tras ir incrementando la variación, cambian las elasticidades que se obtienen, en general disminuyen. Además, también se observa que, hay coeficientes que no cambian su magnitud, debido a que para que los mismos varíen se debe aumentar aún más el cambio, *e.g.* al 35% varían las actividades 3 y 4. Esto indica que un enfoque como el que plantean Songlin y Gould (1991) puede llevar a distintos resultados, ya que el cambio que puede experimentar un coeficiente, probablemente no coincida con un cambio menor, como el que puede plantearse *a priori* el planificador de acuerdo a sus recursos.

Otro aspecto interesante es analisar lo que ocurre cuando los coeficientes $\mathbf{a_{ij}}$ tienden a cero. Al emplear las propuestas que se basan en limites tolerables (Jílek y Schintke y Stäglin) se observa que los valores que toman estos coeficientes en las nuevas inversas tienden a infinito, por lo que surge la pregunta ¿qué ocurre si existe una matriz con un coeficiente técnico alto?. En estas condiciones los coeficientes pequeños tendrán un alto valor de $\mathbf{r_{ij}}$, por tanto, no serán considerados importantes, sin embargo, pueden ser influyentes en el sistema económico. Tómese como ejemplo lo que ocurre en Chile con la actividad minera basada en el cobre, que se concentra en la Región de Antofagasta, se puede señalar que aproximadamente el 50% de las exportaciones de este país tiene como origen la actividad minera, y en concreto el 30% se debe al cobre, que se envía a otros países sin sufrir modificaciones. Por ello *a priori* se puede creer que la minería sería altamente influyente para dicha economía, sin embargo, no es así, si se revisa la tabla input-output de Chile para 1996, confeccionada a 73 ramas, se aprecia que esta actividad posee un valor añadido cercano al 6%, ocupando el tercer lugar, pero no tiene mayor intercambio con otras actividades, prueba de ello es que su consumo intermedio (en términos de output) representa el 1.6%, lo que lo sitúa en la posición vigésimo tercera, teniendo un output total igual al 4.6%, ocupando el cuarto lugar de importancia. Con estos datos las propuestas anteriores tenderían a destacar esta actividad, sin embargo, la economía chilena no depende para su dinamismo de esta explotación –no así para la implementación de políticas públicas-, sino más bien depende de actividades como la construcción, agricultura, silvicultura, pesca y caza, entre otras. Por lo tanto, las actividades que verdaderamente son importantes tenderán a presentar altas magnitudes en la variabilidad de sus coeficientes, es decir, situaciones como estas pueden llevar a resultados confusos.

Finalmente y luego de revisar la propuesta de West, se observa otra situación relacionada con los elementos que inicialmente son cero, tras realizar un aumento del 1% en toda una matriz. Estos coeficientes toman una cierta relevancia, mientras que según Schintke y Stäglin, no se verían afectados por tal incremento. Dado que West hace mención a un efecto sinérgico (West, 1982, pp. 370), surgen las preguntas ¿el resto de la economía tras sufrir una alteración, puede requerir de los inputs de la *i-ésima* rama, antes no requeridos, puesto que no existían?, esto es, es lícito aceptar o no la presencia de un efecto sinérgico, cuando inicialmente $\mathbf{a_{ij}}=0$. Se es de la opinión que en la situación donde existan $\mathbf{a_{ij}}$ iguales o cercanos a cero podría ser un error aceptar la existencia de este efecto, ya que la idea intuitiva que existe tras la sensibilidad de los coeficientes, es ver que ocurre cuando un elemento $\mathbf{a_{ij}}$ con un cierto peso inicial es alterado mínimamente. En ninguno de los trabajos revisados se ha planteado lo que se podría interpretar como la incorporación de una cierta tecnología, en otras palabras, un $\mathbf{a_{ij}}$ nulo, según West, tendría cierta capacidad multiplicadora en su correspondiente elemento de la matriz inversa de Leontief. Se plantea esto ya que de pasar de un estado donde no existe un coeficiente a otro donde si existe, se cree es equivalente a implementar todo un sistema tecnológico y de intercambio comercial para esa rama o coeficiente según sea el caso, y no a modificarlo mínimamente como al resto. Aunque, también es cierto que se puede argumentar que dicha situación ocurre debido a que en estas nuevas condiciones, el resto de la economía requiere del aporte tecnológico del coeficiente que inicalmente era nulo. En este orden de cosas, se discrepa de lo que plantea Lahr (1993, pp. 282 y 285) cuando sostiene que la propuesta de West es más adecuada que la de Schintke y Stäglin[91], a no ser, que la matriz de coeficientes técnicos inicial no tenga elementos iguales a cero (caso que puede darse en tablas que tengan un determinado nivel de agregación), ya que en esta situación la propuesta de West es más intuitiva que la de Schintke y Stäglin, precisamente por incluir este efecto sinérgico.

Por todo lo anterior, y siguiendo la línea de Hewings *et al* (1989, pp. 71), en el sentido de emplear el análisis de sensibilidad como un complemento a otras técnicas de análisis estructural, y considerando que algunas de ellas proporcionan respuestas similares, se cree que una forma rápida, sencilla y que permite llegar resultados adecuados sería emplear la propuesta de Schintke y Stäglin de 1988, o la de West de 1982, siempre y cuando esta última se emplee en una tabla input-output que no presente celdas con valores nulos.

Dado que algunas propuestas conducen a similares respuestas (cuadro 3.1), y que otras proporcionan similares conclusiones según anterior ejercicio empírico (cuadro 3.2), y que se considera que es más adecuado utilizar los enfoques de West (1982) y Schintke y Stäglin (1988), se procede a determinar los coeficientes importantes que se obtienen de aplicar estas metodologías, con el propósito de hacer una nueva comparación entre ambas propuestas, pero en esta ocasión abarcando al conjunto de economías estudiadas (ver tablas con los resultados de cada país en anexo 3.2).

Para efectuar la comparación anterior se emplean las TIO de Francia, Italia, Grecia, Portugal y España agregadas a 25 ramas cada una y se realiza para ello una variación del 1% para cada $\mathbf{a_{ij}}$. Con base en lo explicado anteriormente y en los resultados que se obtienen para los países del estudio aplicado, se considera que el análisis debe efectuarse a partir de la propuesta de Schintke y Stäglin, por los siguientes motivos:

1. La propuesta de West sólo permite diferenciar que coeficiente es más importante en un análisis en columnas o filas, por tanto, no considera el conjunto de celdas como en el caso de Schintke y Stäglin.

[91] Enfoques que según Lahr (1993, pp. 281-282) deben ser ponderados adecuadamente, ya que no muestran la verdadera importancia relativa de cada sector.

2. La propuesta de West siempre tiende a presentar un menor cambio en las actividades que se encuentran en la diagonal principal de la tabla input-output empleada. Por ello, la similitud de los resultados con respecto a Schitke y Stäglin aumentará, si se omite en el enfoque de West, la diagonal principal de la inversa de Leontief, o existe un alto número de elementos $\mathbf{r_{ij}}$ de baja magnitud en la diagonal principal[92].
3. Schintke y Stäglin valoran adecuadamente aquellos coeficientes que son inicialmente cero, al no asignarles un efecto sinérgico.

3.4 COEFICIENTES MÁS IMPORTANTES: UNA APLICACIÓN

Se considera que la identificación de coeficientes más importantes (CMI) es interesante puesto que, permite profundizar en el conocimiento de la estructura económica de un país. De esta forma en primer lugar, se pasa a evaluar la importancia de cada coeficiente y rama para cada país del estudio, empleando para ello la propuesta de Schintke y Stäglin (1988) y como medio de verificación a la primera, si fuera necesario, la de West (1982), y puesto que se dispone de información adicional cuantificada en el capítulo anterior respecto a la tipología de cada rama, para enriquecer el análisis estructural se complementan dichos resultados con los que se obtienen de las técnicas de los linkages, con el fin de comprender más fielmente la estructura productiva de cada país, ello se realiza teniendo en cuenta que ambas técnicas son distintas, sin embargo, si se asume que ellas se complementan mutuamente, sus conclusiones debieran ir en una misma dirección.

3.4.1 CMI para los países del sur de Europa

Comenzaremos este apartado analizando la estructura productiva de los países del sur de Europa, por medio de la técnica de los coeficientes más importante, para ello se utiliza la técnica de Schintke y Stäglin (1988) y si fuera necesario la de West (1982). Una vez calculados, se procede a analizar las similitudes entre los países para posteriormente centrase en cada caso. El esquema a seguir está en la línea de Forcell (1988), esto es, se identifican ramas más importantes de acuerdo al número de CMI que posea tanto en filas como en columnas, posteriormente se sigue el proceso que plantean Schintke y Stäglin (1988), es decir, se cuantifican solamente los CMI en columnas.

[92] Este aspecto se deriva del análisis de los resultados que se logran en los países analizados, así por ejemplo, en el caso de Francia del total de 625 coeficientes técnicos, se encuentra que según la propuesta de Schintke y Stäglin existirían 22 coeficientes con un valor de $\mathbf{r_{ij}}$ menor que 10, de los cuales sólo tres son diferentes de la respuesta de West, básicamente porque existen según ambas propuestas muchos coeficientes importantes en la diagonal principal. En Italia se encuentra una situación similar, de 27 coeficientes menores que 10, existirían sólo siete diferencias. Para Grecia la situación es algo más extrema, de los 24 coeficientes con $\mathbf{r_{ij}}$ bajo, serían diferentes 9 de ellos, existiendo la mayor discrepancia en los resultados, lo cual se debe a que según la propuesta de Schintke y Stäglin existen pocos coeficientes importantes en la diagonal principal de la matriz. Las mayores similitudes de resultados se encuentran en Portugal y España, de un total de 29 coeficientes importantes según Schintke y Stäglin, sólo 5 serían diferentes respecto al enfoque de West para el primer caso y para España de un total de 28, habría cuatro distintos.

De los resultados globales ha llamado la atención que existe casi una total coincidencia en los cinco primeros coeficientes más importantes de Francia, Italia, Grecia y Portugal, tanto en la clasificación como en la importancia individual de cada uno de ellos, siendo España, el único país que presenta diferencias (cuadro 3.5).

Cuadro 3.5: Primeros coeficientes importantes para cada país según metodología de Schintke y Stäglin

	Actividad 1		Actividad 2		Actividad 3		Actividad 4		Actividad 5	
	Coef.	rij	Coef.	rij	Coef.	rij	Coef.	rij	Coef.	rij
Francia	$\mathbf{A_{19,19}}$	1.13	$\mathbf{a_{2,8}}$	1.46	$\mathbf{a_{1,3}}$	2.03	$\mathbf{a_{17,17}}$	2.64	$\mathbf{a_{11,11}}$	2.72
Italia	$\mathbf{A_{19,19}}$	0.93	$\mathbf{a_{2,8}}$	1.50	$\mathbf{a_{1,3}}$	1.92	$\mathbf{a_{7,7}}$	2.60	$\mathbf{a_{9,9}}$	2.70
Grecia	$\mathbf{a_{19,19}}$	0.76	$\mathbf{a_{2,8}}$	1.40	$\mathbf{a_{1,3}}$	1.96	$\mathbf{a_{5,6}}$	3.48	$\mathbf{a_{9,14}}$	3.75
Portugal	$\mathbf{a_{19,19}}$	0.71	$\mathbf{a_{2,8}}$	1.44	$\mathbf{a_{13,13}}$	2.01	$\mathbf{a_{1,3}}$	2.07	$\mathbf{a_{14,14}}$	2.61
España	$\mathbf{a_{1,3}}$	2.21	$\mathbf{a_{5,6}}$	3.32	$\mathbf{a_{14,14}}$	3.41	$\mathbf{a_{2,8}}$	3.65	$\mathbf{a_{17,17}}$	3.82

Adicionalmente, si se revisa el cuadro 3.5, notará que existe una total similitud para los tres primeros coeficientes en Francia, Italia, Grecia y Portugal, siendo el autoconsumo de la actividad intermediación financiera ($\mathbf{a_{19,19}}$) el coeficiente más importante en estos países, seguido de $\mathbf{a_{2,8}}$, es decir, de la relación entre minas (2) con la producción de coque, productos químicos y minerales no metálicos (8).

En lo referente a la tercera actividad más importante (ventas que realiza la rama agropecuaria y pesca a alimentos y bebidas; $\mathbf{a_{1,3}}$), sólo Portugal y España difieren en el orden, asignando en tercer lugar al autoconsumo que surge del suministro de electricidad, gas y agua ($\mathbf{a_{13,13}}$), en el caso del primero y construcción para el segundo ($\mathbf{a_{14,14}}$). Los coeficientes cuarto y quinto, son distintos para cada economía, además se observa que predominan aquellos coeficientes vinculados al autoconsumo de distintos sectores. En el caso de Francia sería el autoconsumo de transporte ($\mathbf{a_{17,17}}$) y fabricación de medios de transporte ($\mathbf{a_{11,11}}$), respectivamente. En Italia, ocupan dichas posiciones los autoconsumos de madera y papel ($\mathbf{a_{7,7}}$) y elaboración de metales comunes ($\mathbf{a_{9,9}}$). El caso de Grecia se refiere a la venta de un insumo a otras actividades, siendo el cuarto coeficiente más importante en este país, la venta de textiles (5) a vestuario y pieles (6), quedando en quinta posición la venta de metales (9) a la construcción (14). En el caso de Portugal, se presenta un comportamiento híbrido, el cuarto coeficiente se vincula a la venta de insumos que realiza el sector agropecuario y pesca (1) a alimentos y bebidas (3) y, en el quinto lugar, se encuentra el autoconsumo de la construcción ($\mathbf{a_{14,14}}$).

En el caso de España las 5 actividades más importantes fueron la venta que realiza el sector agropecuario y pesca a la rama de alimentos y bebidas ($\mathbf{a_{1,3}}$), la relación que se da entre la producción de textiles con vestuario y pieles ($\mathbf{a_{5,6}}$), el autoconsumo de construcción ($\mathbf{a_{14,14}}$), también estarían muy vinculados los sectores de minas y elaboración de metales, y para finalizar se observa una coincidencia entre la cuarta actividad de Francia y la última de España, en ambas sería relativamente importante el autoconsumo de la rama 17 (transporte).

Cuadro 3.6: Coeficientes importantes aplicando metodología de Schintke y Stäglin (sin autoconsumo)

	Actividad 1		**Actividad 2**		**Actividad 3**		**Actividad 4**		**Actividad 5**	
	Coef.	$\mathbf{r_{ij}}$	**Coef.**	$\mathbf{r_{ij}}$	**Coef.**	$\mathbf{r_{ij}}$	**Coef.**	$\mathbf{r_{ij}}$	**Coef.**	$\mathbf{r_{ij}}$
Francia	$\mathbf{a_{2,8}}$	1.46	$\mathbf{a_{1,3}}$	2.03	$\mathbf{a_{2,13}}$	5.91	$\mathbf{a_{18,21}}$	6.92	$\mathbf{a_{7,21}}$	7.65
Italia	$\mathbf{a_{2,8}}$	2.50	$\mathbf{a_{1,3}}$	1.92	$\mathbf{a_{2,13}}$	4.20	$\mathbf{a_{5,6}}$	4.66	$\mathbf{a_{3,16}}$	5.17
Grecia	$\mathbf{a_{2,8}}$	1.40	$\mathbf{a_{1,3}}$	1.96	$\mathbf{a_{5,6}}$	3.48	$\mathbf{a_{9,14}}$	3.75	$\mathbf{a_{18,15}}$	4.17
Portugal	$\mathbf{a_{2,8}}$	1.44	$\mathbf{a_{1,3}}$	2.07	$\mathbf{a_{5,6}}$	3.08	$\mathbf{a_{17,15}}$	3.91	$\mathbf{a_{25,21}}$	5.39
España	$\mathbf{a_{1,3}}$	2.21	$\mathbf{a_{5,6}}$	3.32	$\mathbf{a_{2,8}}$	3.65	$\mathbf{a_{2,13}}$	3.96	$\mathbf{a_{3,16}}$	4.24

Cuando se analiza qué coeficientes son más importantes en cada país excluyendo la diagonal principal (cuadro 3.6) se observa, nuevamente, que en general hasta el tercer coeficiente existe un alto perecido en los resultados para Francia, Italia, Grecia y Portugal, siendo la excepción España. De igual forma también se aprecia que dicha semejanza no sólo se refiere al orden, sino también a la magnitud de cada $\mathbf{r_{ij}}$. Respecto a España, se observa que el tercer coeficiente más importante ($\mathbf{a_{2,8}}$; minas con coque, productos químicos y minerales no metálicos) es equivalente con el primero del resto de países, de igual forma también se aprecia que su cuarto coeficiente más importante ($\mathbf{a_{2,13}}$; compra de minas a electricidad, gas y agua) se corresponde con el tercero de Francia e Italia, en lo relativo al segundo coeficiente más importante en España ($\mathbf{a_{5,6}}$; textiles con vestuario y cueros), el mismo coincide con el tercero de Grecia y Portugal, además el quinto coeficiente de España ($\mathbf{a_{3,16}}$; alimentos y bebidas con hoteles y restaurantes) es análogo al de Italia. Sin embargo, también se observa que el primer coeficiente importante de España (relación entre el sector agropecuario y pesca con alimentos y bebidas ($\mathbf{a_{1,3}}$; agropecuario y pesca con alimentos y bebidas), no concuerda con ninguno de los cinco más importante de los otros países. Es decir, a pesar de que España no presenta el mismo orden de importancia en sus coeficientes, lo que hace que su estructura en un sentido de orden sea distinta a la de los otros casos, sí muestra ciertas similitudes con el resto de países.

Cuadro 3.7: Coeficientes importantes por rama y país aplicando la metodología de Schintke y Stäglin[93]

	R_1	R_3	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_13	R_14	R_15	R_18	R_19	R_21
Francia	2	2	2	2	2	2	1	2	2	-	2	2	3
Italia	2	3	2	1	2	4	1	3	2	2	1	3	4
Grecia	2	3	2	1	2	3	3	1	3	6	2	2	1
Portugal	2	3	2	2	4	3	2	2	4	4	2	1	4
España	1	3	2	1	2	4	4	2	1	2	2	2	2

En lo referente a las ramas que presentan un mayor número de coeficientes importantes en

[93] Donde las siglas corresponden a los siguientes sectores: R_1= =agropecuario y pesca, R_3= alimentos y bebidas, R_5= textiles, R_6= vestuario y cuero, R_7= madera y papel, R_8= coque, productos químicos y minerales no metálicos, R_9= elaboración de metales comunes, R_13= electricidad, gas y agua, R_14= construcción, R_15= comercio, R_18= correo y telecomunicaciones, R_19= intermediación financiera y, R_21= investigación y desarrollo.

filas y columnas[94], en general son relativamente coincidentes (cuadro 3.7). En Francia por ejemplo, la rama con un mayor número de coeficientes importantes (tres) fue investigación y desarrollo (21), seguida por sectores que presentan dos coeficientes importantes: agropecuario y pesca (1), alimentos y bebidas (3); textiles (5); vestido y cuero (6); madera y papel (7); coque, productos químicos y minerales no metálicos (8); electricidad, gas y agua (13); construcción (14); correo y telecomunicaciones (18) e intermediación financiera (19).

En el caso de Italia, los sectores más importantes son coque, productos químicos y minerales no metálicos (rama 8) y, 21 (investigación y desarrollo); seguido por las ramas 3 (alimentos y bebida); 13 (electricidad, gas y agua) y 19 (intermediación financiera), con tres coeficientes cada uno.

Grecia, por su parte, presenta el escenario más claro en el sentido de identificar qué rama es más importante, dado que el sector que agrupó más coeficientes importantes (seis) es el 15 (comercio), luego le siguen las ramas 3 (alimentos y bebida), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos, 9 (elaboraciones de metales comunes) y 14 (construcción) reuniendo a 3 cada una.

Portugal es el país que presenta en promedio más coeficientes importantes por sector, totalizando de esta forma según el cuadro 3.7, a 6 ramas, de las cuales las más importantes fueron: 7 (madera y papel), 14 (construcción), 15 (comercio) y 21 (investigación y desarrollo), siendo ligeramente menos importantes las ramas 3 (alimentos y bebidas) y 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos).

En España la situación es relativamente similar a la de Grecia y Portugal (ramas 8 y 9), en este caso se observa que la ramas que albergaron más coeficientes importantes fueron las 8 y 9 (coque, productos químicos y minerales no metálicos y, elaboración de metales con 4 coeficientes cada una), le sigue el sector 3 (alimentos y bebidas con 3 coeficientes), y en igual orden de importancia – dos coeficientes cada uno- las ramas 5 (textiles), 7 (madera y papel), 11 (fabricación de medios de transporte), 13 (electricidad, gas y agua), 15 (comercio), 18 (correo y telecomunicaciones), 19 (intermediación financiera), 20 (actividades inmobiliarias) y 21 (investigación y desarrollo).

Se puede apreciar que para los países del estudio, en general, existe una similitud en las ramas que albergan más coeficientes importantes: la 3 (alimentos y bebida), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 14 (construcción) y 15 (comercio) y, en menor grado los sectores 7 (madera y papel), 15 (comercio) y 19 (intermediación financiera).

[94] Como se puede apreciar en esta parte se sigue el procedimiento de Forsell (Forsell, O. Growth and changes in the structure of the Finnish economy in the 1960s and 1970s, *Input-Output Analysis: Current Developments*, Ciaschini, Maurizio, Chapman and Hall, London, 1988), aunque Schintke y Stäglin (1988, pp. 48) indican que se pueden considerar tanto filas como columnas, decantándose finalmente por las columnas no excluyendo a las primeras, sin embargo, y debido a que lo que continua sólo considera el número de coeficientes importantes por columnas, parece pertinente por el momento considerar ambas.

3.4.2 Encadenamientos y CMI: una información adicional

A continuación, se procede a analizar los resultados del capítulo referente a los encadenamientos (anexo 2.4) con los relativos a la sensibilidad de los coeficientes de cada país del sur de Europa (ver anexo 3.2), con el fin de completar el estudio llevado a cabo.

Si se analiza la situación de Francia, empleando el enfoque de Schintke y Stäglin, se observa que una vez realizado el cálculo del margen de variabilidad admisible, para una altración del 1%, se encontró que el coeficiente que presento menor $\mathbf{r_{ij}}$ es el $\mathbf{a_{19,19}}$ (intermediación financiera) tomando un valor igual a 1.13% (ver anexo 3.2), es decir, si este elemento varía sobrepasando el 1.13%, el resto de las actividades productivas lo harían en más de un 1%. Continuando con el mismo ejercicio, otros parámetros más importantes son $\mathbf{a_{2,8}}$ (minas con coque, productos químicos y menerales no metálicos); $\mathbf{a_{1,3}}$ (agropecuario y pesca con alimentos y bebidas); $\mathbf{a_{17,17}}$ (transporte); $\mathbf{a_{11,11}}$ (fabricación de medios de transporte), los cuales presentan las siguientes magnitudes: 1.46; 2.03; 2.64 y 2.72%, respectivamente. Además, si se revisan aquellos coeficientes importantes que posean una variabilidad admisible cuyo valor máximo sea menor o igual al 10%, se encuentra que existen 29, es decir, el 5.27% de los elementos no nulos (550) tendrían una variabilidad menor o igual que el 10%, y si se hace tal consideración al 100% se llega a que sería el 74% de los mismos.

En lo relativo al complemento de estas dos metodologías, para el caso de Francia se observa que ambas señalan que la rama 1 (agropecuaria y pesca) es importante, ya que esta reúne al segundo grupo con más alto número de coeficientes importantes y además es clave. Lo mismo ocurre con los sectores 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 7 (madera y papel), 13 (electricidad, gas y agua) y 18 (correo y telecomunicaciones), sin embargo, en el caso de la rama 19 (intermediación financiera), se observa que presenta pocos coeficientes importantes, resumiendo, las conclusiones preliminares coincidirían en general para el caso de Francia con las respuestas que se desprenden de Schintke y Stäglin, lográndose con ello un apoyo a la clasificación de ramas claves.

Por lo que se refiere a la variabilidad de los elementos de la TIO italiana, el coeficiente $\mathbf{a_{19,19}}$ (intermedición financiera) presentó un $\mathbf{r_{ij}}$ con valor igual al 0.93%, mientras que para los coeficientes $\mathbf{a_{2,8}}$ (minas con coque, productos químicos y menerales no metálicos); $\mathbf{a_{1,3}}$ (agropecuario y pesca con alimentos y bebidas); $\mathbf{a_{7,7}}$ (madera y papel) y $\mathbf{a_{9,9}}$ (elaboración de metales comúnes) estas fueron 1.5; 1.92; 2.60 y 2.70%, respectivamente. Han presentado una variabilidad admisible máxima menor o igual al 10%, 39 de estos coeficientes, lo que representa el 7.23% de los coeficientes no nulos (539), y si el límite se fija en 100%, dicho porcentaje aumentaría hasta el 71.79%.

Con respecto a las ramas que poseen mayor número de coeficientes importantes y altos encadenamientos, se observa que ellos son: los sectores 7 (madera y papel), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 9 (elaboración de metales comunes), 17 (transporte) y 19 (intermediación financiera). En lo que tiene que ver con los sectores 7 y 19, a la luz de las distintas magnitudes que toman para cada metodología tanto sus **BL** como **FL**, y considerando que la cantidad de coeficientes importantes que presentan es superior a la media, se acepta que son claves. Por su parte, las ramas 9 y 17, si bien poseen coeficientes importantes, son pocos numerosos.

Los cinco coeficientes más importantes de la economía griega [$\mathbf{a}_{19,19}$ (intermediación financiera); $\mathbf{a}_{2,8}$ (minas con coque, productos químicos y menerales no metálicos); $\mathbf{a}_{1,3}$ (agropecuario y pesca con alimentos y bebidas); $\mathbf{a}_{5,6}$ (textiles con vestuario y cueros); $\mathbf{a}_{9,14}$ (elaboración de metales comúnes con construcción)] presentan unos márgenes de variabilidad admisibles poco similares, el primero es de 0.76, el segundo prácticamente dobla al primero con 1.40, el tercero es de 1.96, y el cuarto y quinto llegan casi al 4% (3.48 y 3.75% respectivamente), y en lo que tiene que ver con los elementos cuyas variabilidades son menores o iguales al 10%, existen 39, es decir, el 7.21% de los parámetros no nulos (541), y cuando se fija el límite en el 100% estos llegan a ser el 54.16%

Haciendo un cruce de información entre la obtenida en este apartado y la del capítulo anterior, se aprecia que las ramas 14 (construcción) y 15 (comercio) son importantes en esta economía. En lo referente a la rama 7 (madera y papel) se obtiene que posee una cantidad de coeficientes importantes cercana a la media, dificultando su interpretación. Finalmente la rama 19 (intermediación financiera), posee pocos coeficientes que se consideren importantes, además según la propuesta de Hazari y su alternativa, se observa que este sector presenta un pequeño **BL**, criterios que serían coincidentes para Cella, Sonis *et al* y el planteamiento alternativo para este último enfoque, y en lo que tiene que ver con la cuantificación del **FL** se encontró una similitud de respuestas, que indican que es alto, por ello se cree que su definición se hace confusa.

Como ya se ha indicado los cinco primeros coeficientes importantes de la economía portuguesa son: $\mathbf{a}_{19,19}$ (intermediación financiera); $\mathbf{a}_{2,8}$ (minas con coque, productos químicos y menerales no metálicos); $\mathbf{a}_{13,13}$ (electricidad, gas y agua); $\mathbf{a}_{1,3}$ (agropecuario y pesca con alimentos y bebidas); $\mathbf{a}_{14,14}$, (construcción) siendo sus valores respectivos: 0.71; 1.44; 2.01; 2.07 y 2.61, que si bien presentan valores dispares, no es una situación tan extrema como la de Grecia. En lo relativo al número de coeficientes importantes cuya variabilidad admisible máxima sea menor o igual al 10%, se encuentra que este país cuenta con 44 de ellas, es decir, el 8.43% de los coeficientes no nulos (522) serían de este tipo, y cuando se fija en el 100% con tal criterio se llega al 74.71%.

Adicionalmente, se observa que los sectores: 7 (madera y papel); 15 (comercio) y 21 (investigación y desarrollo) son claves e importantes para Portugal. Respecto a la rama 13 (electricidad, gas y agua), según la metodología de Schintke y Stäglin se observa que tiene pocos coeficientes importantes. Finalmente el sector 19 (intermediación financiera), poseía unos encadenamientos claros en este sentido, sin embargo, posee sólo 1 coeficiente importante.

Por último, y en lo relativo a la situación de España, después de realizar el cálculo del margen de variabilidad admisible, se encuentra que para una variación del 1%, el coeficiente que menor valor del $\mathbf{r}_{ij}$ alcanza es el $\mathbf{a}_{1,3}$ (agropecuario y pesca con alimentos y bebidas) tomando un valor igual a 2.21%, es decir, si este elemento varía sobrepasando el 2.21%, el resto de las actividades productivas lo harían en más de un 1%, los otros parámetros más importantes [$\mathbf{a}_{5,6}$ (textiles con vestuario y cuero); $\mathbf{a}_{14,14}$ (construcción); $\mathbf{a}_{2,8}$ (minas con coque, productos químicos y menerales no metálicos) y $\mathbf{a}_{17,17}$ (transporte)] tendrían los siguientes valores: 3.32; 3.41; 3.65 y 3.82% respectivamente. Adicionalmente, si se revisan aquellos coeficientes importantes que posean una variabilidad admisible que tome como valor máximo una variabilidad menor o igual al 10%, se aprecia que existen 53, es decir, el 9.61% de los coeficientes no nulos (551), y si tal ejercicio se hace al 100% se llega a que sería el 68.78%.

En lo referente al complemento de estos resultados con los del capítulo anterior, se observa que la rama 2 (minas) es importante. Lo mismo ocurre con los sectores que tienen un alto **BL** (claves según Rasmussen), esto es, el 3 (alimentos y bebidas), 5 (textiles), 7 (madera y papel), 9 (elaboración de metales comunes), sin embargo, en el caso de las ramas 4 (tabaco), 6 (vestuario y cueros), 10 (electrónica menor), 14 (construcción) y 16 (hoteles y restaurantes), si bien poseen un alto **BL**, no presentan muchos coeficientes importantes (uno cada una). Finalmente el sector 12 (resto de industria manufacturera) a pesar que cuentan con un alto **BL**, no tiene coeficientes importantes.

3.4.3 Similitudes a partir de los encadenamientos y los CMI

Para finalizar, se realiza nuevamente pero en esta ocasión a modo de resumen, una comparación entre la clasificación de cada rama y el número de coeficientes importantes, para ello se utilizan los enfoques de Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden, cuyos resultados serán comparados con el número de coeficientes importantes que se encuentran en cada columna a partir de la metodología Schintke y Stäglin. (cuadros 3.8 y 3.9). Con ello se pretende ilustrar cuál de estas propuestas que determinan encadenamientos es más coincidente en sus conclusiones con las que pueden emanar del enfoque que determina coeficientes importantes. Como se aprecia para el caso de Rasmussen, por ejemplo, en Francia existen situaciones donde no se corresponde con la clasificación que se presenta, *e.g.* la rama 1 (agropecuario y pesca) es clave, pero presenta un sólo coeficiente importante, la 2 (minas), por su parte, era base y sin estos últimos, la 14 (construcción) que era impulsora de la economía presento 2, aunque se destaca que si existen coincidencias para aquellas ramas que poseen en general un alto **BL**, por ejemplo, las ramas 3 (alimentos y bebidas), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos) y 13 (electricidad, gas y agua).

Cuadro 3.8: Tipos de rama según Rasmussen y cantidad de coeficientes importantes por columnas[95], [96]

	Francia		Italia		Grecia		Portugal		España	
	Tipo de rama	CMI	Tipo de rama	CMI	Tipo de rama	CMI	Tipo de rama	CMI	Tipo de rama	CMI
s1	Clave	1	Base	1	Base *	1	Base	0	Base *	0
s2	Base	0	Base	0	Base	0	Base	0	Clave	0
s3	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor*	2
s4	Isla	0	Isla	0	Impulsor	0	Isla	0	Impulsor	1
s5	Clave	1	Impulsor*	1	Impulsor	1	Clave	1	Clave	1
s6	Isla	2	Impulsor	1	Impulsor	1	Impulsor	2	Impulsor	2
s7	Clave	1	Clave	1	Clave	1	Clave	2	Clave	1
s8	Clave	2	Clave	3	Clave	2	Base *	2	Base *	4
s9	Clave	1	Clave	1	Base	1	Base	1	Clave	3
s10	Isla *	1	Isla *	1	Isla	0	Isla	1	Impulsor	1
s11	Impulsor	1	Impulsor	1	Isla	0	Isla	1	Isla *	2
s12	Isla *	0	Impulsor	1	Isla *	0	Impulsor	0	Impulsor*	0
s13	Clave	2	Base *	2	Base *	1	Clave	2	Clave	2
s14	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	3	Impulsor	4	Impulsor	5
s15	Isla	0	Isla	2	Impulsor	6	Impulsor	4	Isla *	2
s16	Impulsor	0	Impulsor	1	Impulsor	1	Impulsor	1	Impulsor	1
s17	Clave	1	Clave	1	Isla *	0	Base *	1	Clave	1
s18	Clave	1	Base	0	Base	1	Base *	1	Base *	1
s19	Clave	1	Clave	2	Clave	1	Clave	1	Base	1
s20	Isla	0	Isla	0	Isla	0	Isla	0	Isla	1
s21	Base *	3	Base *	2	Base	0	Clave	3	Base *	2
s22	Isla	0	Isla	0	Isla *	1	Isla	0	Isla	0
s23	Isla	0	Isla	0	Isla	0	Isla	0	Isla	0
s24	Isla	0	Impulsor	1	Isla	0	Isla *	0	Isla	0
s25	Isla *	0	Base	1	Isla	1	Isla *	0	Isla *	0

En el caso de Dietzenbacher y van der Linden, se observa una situación similar a la anterior, por ejemplo, ramas que resultan ser claves, tiene menos coeficientes importantes que aquellas que son base, en concreto la rama 21 (investigación y desarrollo) que era base, presento 3, otro ejemplo de divergencia, se encuentra en Italia, para el caso de Rasmussen se encuentran sectores que son islas, pero que contienen más coeficientes importantes que otros que presentan distinta tipología (aunque

[95] Donde: s1=agropecuario y pesca, s2= minas, s3= alimentos y bebidas, s4= tabaco, s5= textiles, s6= vestuario y cuero, s7= madera y papel, s8= coque, productos químicos y minerales no metálicos, s9= elaboración de metales comunes, s10= electrónica menor, s11= fabricación de medios de transporte, s12= resto de industria manufacturera, s13= electricidad, gas y agua, s14= construcción, s15= comercio, s16= hoteles y restaurantes, s17= transporte, s18= correo y telecomunicaciones, s19= intermediación financiera, s20= actividades inmobiliarias, s21= investigación y desarrollo, s22= administración pública, s23= enseñanza, s24= servicios sociales y de salud, s25= otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados.

[96] Donde el asterisco (*), indica que es una rama cuyos valores pueden causar confusión debido a que están en el limite que les permitiría cambiar de tipología.

también hay ramas cuya tipología puede variar), *e.g.* las ramas 10 (electrónica menor) y 15 (comercio), que de acuerdo a Rasmussen son del tipo isla, pero la primera tiene 1 parámetro importante y la segunda 2, pero debe notarse que para el caso de Italia, la rama 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), es la que presenta más coeficientes importantes (3), luego que otro sector presente 2, es indicativo que es bajo esta óptica, es relativamente significativo, por ello se afirma que no hay uniformidad de criterio para este caso.

Cuadro 3.9: Ramas según Dietzenbacher y van der Linden y coeficientes importantes en columnas[97]

	Francia		Italia		Grecia		Portugal		España	
	Tipo de rama	CMI	Tipo de rama	CMI	Tipo de rama	CMI	Tipo de rama	CMI	Tipo de rama	CMI
s1	Clave	1	Base	1	Base	1	Base	0	Base *	0
s2	Isla	0	Isla *	0	Base	0	Base	0	Clave	0
s3	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	2
s4	Isla	0	Isla	0	Impulsor	0	Isla	0	Impulsor	1
s5	Impulsor	1	Impulsor	1	Impulsor	1	Impulsor	1	Clave	1
s6	Isla	2	Impulsor	1	Impulsor	1	Impulsor	2	Impulsor	2
s7	Clave	1	Clave	1	Clave	1	Clave	2	Clave	1
s8	Impulsor*	2	Clave	3	Impulsor	2	Impulsor*	2	Base	4
s9	Impulsor*	1	Impulsor	1	Isla	1	Isla	1	Clave	3
s10	Isla *	1	Isla *	1	Isla	0	Isla	1	Impulsor	1
s11	Impulsor	1	Impulsor	1	Isla	0	Isla	1	Isla *	2
s12	Impulsor	0	Impulsor	1	Isla *	0	Impulsor	0	Clave	0
s13	Clave	2	Clave	2	Base	1	Clave	2	Base *	2
s14	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	3	Impulsor	4	Impulsor	5
s15	Base	0	Impulsor*	2	Clave	6	Clave	4	Isla *	2
s16	Impulsor	0	Impulsor	1	Impulsor	1	Impulsor	1	Impulsor	1
s17	Clave	1	Clave	1	Base	0	Base	1	Base *	1
s18	Clave	1	Base	0	Base	1	Base	1	Base	1
s19	Clave	1	Clave	2	Clave	1	Clave	1	Base	1
s20	Base	0	Base	0	Base	0	Base	0	Isla	1
s21	Base	3	Base	2	Base	0	Clave	3	Base *	2
s22	Isla	0	Isla	0	Impulsor	1	Isla	0	Isla	0
s23	Isla	0	Isla	0	Isla	0	Isla	0	Isla	0
s24	Isla	0	Impulsor	1	Isla	0	Isla *	0	Isla	0
s25	Impulsor	0	Base	1	Base	1	Clave	0	Isla	0

Para verificar si efectivamente se da la similitud anterior, se debe evaluar si ambos planteamientos son en términos generales coincidentes en sus conclusiones, para ello se procede de la siguiente manera, primero se cuantifica qué ramas divergen entre la tipología que da Rasmussen y la que se desprende de coeficientes importantes, para ello se toma la mediana de estos últimos, y se cuantifican como respuesta aceptable aquellos que están sobre ella y a su vez tienen altos **BL** (sectores claves e impulsores), por ejemplo, las ramas 6 (vestuario y cueros) y 21 (investigación y desarrollo) en Francia, según Rasmussen la primera es isla y la segunda base, pero en el caso de la rama 6, esta

[97] Donde el asterisco (*), indica que es una rama cuyos valores pueden causar confusión debido a que están en el limite que les permitiría cambiar de tipología.

contiene 2 coeficientes importantes y la segunda 3, luego ambas se pueden considerar como situaciones divergentes, ya que su mediana es 1, otro ejemplo, es el del sector 13 (electricidad, gas y agua), este es clave, y además posee 2 coeficientes importantes, lo que lo sitúa sobre la mediana, luego para este caso no existe divergencia.

Del ejercicio propuesto, se observó que en el caso de Francia, cuando la comparación se inicia con Rasmussen, se presentan tres de estas situaciones divergentes, mientras que con Dietzenbacher y van der Linden se llega a cinco, es decir, para el primer caso existe un 12% de evaluaciones diferentes, mientras que en el segundo se llega al 20%. Para Italia, los valores obtenidos fueron 24 y 16%, es decir, se da una situación similar a la anterior pero a la inversa. En Grecia y Portugal por su parte tales valores fueron 28 y 24% respectivamente, por su parte en España estos fueron 36 y 44%.

De acuerdo a lo anterior, se puede concluir que en base al estudio aplicado existen para ambas propuestas al menos un 25% de diferencia, entre las tipologías que se obtienen mediante encadenamientos y el número de coeficientes importantes que tiene cada rama, luego realizar estudios que se basen en una u otra técnica puede inducir a errores significativos, por ello se sugiere emplear ambos enfoques, y no realizar un estudio parcializado.

A modo de resumen se puede señalar que, de esta comparación aún cuando conceptualmente ambos enfoques miden cosas distintas, ya que uno se basa en el estudio de multiplicadores y el otro, se fundamente en la sensibilidad de los coeficientes, y es claro que ambos sirven para realizar un análisis estructural. Se observa que pueden ayudar a establecer la relevancia de ciertas actividades, a pesar de que ambos pueden llegar a desenlaces que en algunos casos son contradictorios. A partir de esto último, se cree que es más apropiado sostener que un enfoque no es mejor que el otro, sino que plantean puntos de vistas que se prestan para un complemento mutuo, pero que en ningún caso son excluyentes, ya que ninguna de las metodologías que ellas albergan pueden asegurar el existo total o parcial que pueda emanar de sus conclusiones.

3.4.4 Tipos de ramas según las matrices A y B y los CMI

Para finalizar, se procede a complementar las conclusiones preliminares del capítulo anterior relativas al uso de la matriz **A** y **B**, en este sentido, se pasa a evaluar con que matriz se obtienen más similitudes respecto a la tecnica de Schintke y Stäglin, esto es, se evaluará si existe una coincidencia de criterio en el entendido de clasificación y la relevancia de una rama, entre el enfoque de encadenamientos y el de coeficientes importantes, pero en esta ocasión se emplea para medir el encadenamiento hacia delante (**FL**) las tecnicas de Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden y tanto la matriz **A** como **B**. Para tales propósitos se procede a determinar los resultados de estas dos técnicas según dichas matrices, para posteriormente compararlas con el número de coeficientes importantes que posee cada rama cuantificados en forma vertical (anexo 3.3). Se realiza tal ejercicio, ya que se cree interesante evaluar cuál es el grado de similitud en las respuestas que surgen del calculo de los encadenamiento y los CMI. Si ella es alta, se puede aceptar por tanto, que aún cuando ambas metodologías miden cosas distintas, y tal relación se entiende es espuria, en ciertas condiciones proporcionarían resultados similares, y además, puede servir para optar entre calcular todos los encadenamientos solo con la matriz **A**, o bien, hacer uso de la matriz **A** para los **BL** y **B** para la determinación de los **FL**.

Para comprender lo que continua, considere el siguiente ejemplo para una cierta rama de una matriz cuadrada de 25. Dado un **BL** relativizado igual a 1.5, un **FL**= 0.5 (según la matriz **B**) e igual a 1.5 cuando se utiliza la matriz **A**, más un ranking que según el criterio de los coeficientes importantes lo sitúan en tercer lugar. Tales valores señalarían que el criterio de los coeficientes importantes es coincidente con el de los encadenamientos cuando, se determina el **FL** utilizando la matriz **A**, ya que ambos apuntan a que se trata de un sector importante dentro de la economía, según el criterio de los encadenamientos sería clave, y según el de la sensibilidad de los coeficientes, importante.

Volviendo a los resultados de esta última aplicación, los cuales se ilustran en el anexo 3.3, se observa que:

1. Los coeficientes más importantes en general para ambos casos coinciden más con los **FL** medidos con la matriz **A** que con la **B** (Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden), tal similitud se cree, se puede deber al uso de la matriz **A**, para la determinación de los primeros.
2. Para la situación de Rasmussen y los coeficientes importantes, de 27 diferencias entre la matriz **A** y **B** [en Francia las ramas 2 (minas); 5 (textiles); 10 (electrónica menor); 13 (electricidad, gas y agua); 15 (comercio) y 18 (correo y telecomunicaciones), para Italia la 1 (agropecuario y pesca); 2 (minas); 15 (comercio); 18 (correo y telecomunicaciones) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales), en Grecia la 13 (electricidad, gas y agua); 15 (comercio); 18 (correo y telecomunicaciones) y 20 (actividades inmobiliarias), para Portugal la 2 (minas); 3 (alimentos y bebidas); 5 (textiles); 15 (comercio); 17 (transporte) y 18 (correo y telecomunicaciones), y finalmente en España la 2 (minas); 3 (alimentos y bebidas); 5 (textiles); 14 (construcción); 15 (comercio) y 20 (actividades inmobiliarias)], 15 de ellas empleando la matriz **A**, responden en forma más acorde a las respuestas obtenidas por la metodología de coeficientes importantes, el resto lo hace mejor con la matriz **B** (12).
3. De 27 diferencias resultado de aplicar a la formula del **FL** de Dietzenbacher y van der

Linden a ambas matrices [en Francia la 2 (minas); 5 (textiles); 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos); 9 (elaboración de metales comunes); 15 (comercio) y 20 (actividades inmobiliarias), Italia la 2 (minas); 3 (alimentos y bebidas); 5 (textiles); 9 (elaboración de metales comunes) y 20 (actividades inmobiliarias), en Grecia la 3 (alimentos y bebidas); 5 (textiles); 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos); 9 (elaboración de metales comunes); 15 (comercio); 17 (transporte); 20 (actividades inmobiliarias) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales), para Portugal la 3 (alimentos y bebidas); 5 (textiles); 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos); 9 (elaboración de metales comunes); 15 (comercio); 20 (actividades inmobiliarias) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales), por último para España solamente la 3 (alimentos y bebidas)], coinciden con la clasificación que se puede obtener de los coeficientes importantes 24 de ellas, esto es, tomando en cuenta el **BL** y **FL** más el número de coeficientes importantes por columnas, para el caso de la matriz **A** existe un amplio margen de igualdad, mientras que con la matriz **B** sólo se podrían aceptar 3 coincidencias dentro de estas diferencias, es decir, se consiguen al menos para la muestra de 5 países y 25 ramas, más similitud entre estos enfoques (encadenamientos y coeficientes importantes) cuando, se utiliza la matriz **A**.

4. En lo relativo a la importancia de una rama, sobre la base de lo anterior, se cree que existe un mayor consenso de criterio, esto es, una respuesta relativamente común entre la técnica que determina que coeficientes son importantes y los encadenamientos, cuando en el caso de Rasmussen el **FL** se determina con la matriz **B**, aunque se debe destacar que en este caso, tal conclusión obedece más al concepto que encierra la matriz **B**, que a las diferencias observadas (de 27 diferencias, 15 de ellas son más coincidentes con la matriz **A**, es decir el 55.55%). Sin embargo, y en base a las respuestas obtenidas, la diferencia se hace más clara para el caso de Dietzenbacher y van der Linden, de 27 diferencia, coincidirían en criterio utilizando la matriz **A**, 24 de ellas (el 88.88%), ello claro ésta queda sujeto a la muestra, número de ramas utilizadas y, al supuesto empleado, esto es, que aunque los dos enfoques miden cosas distintas, sus conclusiones debieran ser relativamente coincidentes.

ANEXOS
REFERIDOS AL CAPÍTULO 3

Anexo 3.1: Elementos que permiten detectar que metodología es más adecuada.

Tabla 3.1.1: Matriz de coeficientes técnicos original

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
S1	0,068534	0,000011	0,006680	0,000002	0,205028	0,003183	0,000158	0,008122	0,000889
S2	0,026546	0,161265	0,045783	0,012203	0,011613	0,011266	0,045549	0,013783	0,023509
S3	0,042488	0,033104	0,214687	0,168301	0,126689	0,179268	0,026543	0,036154	0,030634
S4	0,008235	0,015869	0,011248	0,111358	0,007438	0,031550	0,023405	0,014117	0,009390
S5	0,118100	0,000450	0,018211	0,000987	0,146295	0,001531	0,004223	0,035033	0,006677
S6	0,005324	0,006515	0,003028	0,001743	0,003735	0,223284	0,008242	0,026940	0,014336
S7	0,012973	0,032792	0,062304	0,024114	0,043081	0,019612	0,188852	0,035395	0,026351
S8	0,067950	0,084201	0,109099	0,086013	0,111381	0,086144	0,134591	0,160907	0,129248
S9	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000014	0,000000	0,000008	0,000984	0,001835

Tabla 3.1.2: West 1982 (cambiando todo en 1%)- Ponderado

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
S1	100,1575	103,4945	102,3079	103,3954	101,3851	102,8243	103,2843	102,1347	102,7733
S2	101,8581	100,2181	101,7633	102,2442	102,4808	102,4936	101,6867	102,0708	101,6797
S3	102,0817	101,9794	100,3509	101,5633	101,8493	101,7582	102,2380	102,0701	101,9537
S4	102,0490	101,6876	102,0203	100,1483	102,3670	101,7646	101,6881	101,7768	101,7953
S5	101,4277	102,9602	102,0131	102,8980	100,2838	103,0253	102,5288	101,6488	102,1328
S6	102,3061	102,1014	102,6278	102,7713	102,7134	100,3115	102,1686	101,6525	101,7479
S7	102,3845	101,8238	101,8034	102,1359	102,1064	102,4399	100,2833	101,8539	101,8202
S8	101,9571	101,7184	101,8346	101,8637	101,9976	102,0786	101,6882	100,2905	101,4829
S9	102,9713	102,7389	102,8552	102,8863	102,9074	103,1036	102,6497	101,2968	100,0023

Tabla 3.3.3: Schintke_Stäglin 1988 (cambiando todo en 1% o en 0.001)- Original [ponderado]

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
S1	3,8195	21820,5	43,7542	136974,0	1,7051	102,5729	1749,77	31,1383	254,4970
S2	11,8150	1,8051	7,5743	26,5555	35,7387	34,3813	7,2184	21,7699	11,4140
S3	22,6384	27,1973	4,9084	5,9072	10,0467	6,6295	37,9591	25,4541	26,8797
S4	76,6445	37,2648	61,9776	5,7991	112,2851	24,7067	28,2631	42,7670	57,5124
S5	4,0027	987,6586	28,8055	496,9126	4,2522	383,0549	117,7960	12,9621	60,8398
S6	131,5928	100,7462	255,4874	415,2143	248,1886	3,8376	89,0952	24,8763	41,8201
S7	40,1525	14,8765	9,2433	22,3160	15,9988	32,8001	2,8639	14,0762	16,9138
S8	35,3303	26,7258	24,3403	28,8715	28,5113	34,4430	18,6943	14,1612	15,9215
S9	-	-	-	-	75708,4	-	105897,2	751,2389	356,7758

Anexo 3.2: Actividades importantes para cada país analizado (en primer lugar se presenta la propuesta de Schintke y Stäglin y en la parte baja la de West).

Francia

r (ij)	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10	s11	s12	s13	s14	s15	s16	s17	s18	s19	s20	s21	s22	s23	s24	s25
s1	6,32	65211,82	2,03	523,61	172,52	1622,17	42,53	196,29	6876,54	484653,10	225614,42	49861,30	450,95	83,02	33138,59	53,05	29648,56	69518,31	1395232,14	4204,05	913,10	55,87	247,80	616,54	495,07
s2	289,84	117,56	273,78	-	-	2691038,67	667,30	1,46	21,63	1373,80	36094,35	3822181,08	5,91	17,27	1561,05	98830,01	170022,32	-	2756628,74	27928,43	1429,22	297,30	12129,52	663,53	2951,59
s3	24,06	68753,93	6,48	-	867,11	542,38	672,21	93,97	52102965,74	30280,32	678531,95	3896,32	351911,64	3232,32	171333,41	12,35	1516,60	-	841424,09	6793,77	976,65	177,64	92,48	130,02	1576,04
s4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
s5	105,91	3406,94	289,81	-	3,75	7,72	377,77	25,87	356,22	63,81	28,35	34,05	199555,11	32,64	90,04	140,00	1011,96	-	861398,51	8939,77	116,16	89,66	57164,87	50,25	57,38
s6	522,21	32132,49	4871,18	-	-	8,03	1799,94	82,04	74,37	276,84	80,26	230,10	1530,31	213,96	53,91	120,20	248,31	80,74	641774,68	7548,13	90,06	176,04	264,19	19,38	30,29
s7	72,74	800,99	18,59	1610,97	562,26	264,31	2,91	21,51	76,96	106,61	278,25	27,18	411,20	16,37	20,03	286,45	305,06	101,38	25,15	60,76	7,65	32,31	32,18	19,38	21,90
s8	29,99	451,38	37,08	18826,84	143,56	272,63	68,58	4,17	29,98	27,99	27,35	86,13	56,02	12,94	44,75	132,93	31,18	698,08	1393,87	810,68	66,62	230,78	531,80	41,33	109,67
s9	85,57	130,95	67,02	32167,21	272,51	374,75	135,06	25,64	2,99	18,05	10,55	159,21	354,31	13,96	92,10	144,71	815,49	-	1641126,05	1494,90	74,46	81,23	4444,98	269,08	258,56
s10	3866,30	9057,74	8343,95	-	-	1619388,63	502,09	159,85	29,14	4,90	11,10	8850,53	191,92	29,62	160,00	1204,80	2200,81	36,86	204,23	440,78	24,01	178,92	881,96	46,79	712,55
s11	962,87	1137932,94	1556,14	-	3726,53	49619,96	1118,47	323,87	410,83	1247,65	2,72	7719,15	7720,17	622,81	115,29	2286,05	39,30	380,51	1365549,26	443,20	60,97	50,31	516,30	206,72	197,62
s12	4242,72	20236,62	9587,16	-	-	5794,38	6256,28	370,47	3692,76	311,49	38,35	30,79	218130,28	166,79	648,92	131,78	4811,79	192,36	20,14	1364,07	77,49	121,85	390,81	24,66	34,31
s13	68,29	280,16	26,55	5937,39	134,29	544,42	46,71	13,28	22,43	77,25	70,66	282,64	7,69	117,61	26,14	49,62	62,21	309,30	130,37	124,07	46,74	27,15	49,37	44,41	42,72
s14	337,76	2557,48	773,17	-	4255,99	5833,15	2284,30	99,89	393,12	820,32	443,90	7222,10	55,40	7,13	176,07	671,42	1265,41	495,75	284,41	69,07	125,24	61,83	113,51	170,70	125,00
s15	80,20	725,26	42,27	23740,64	384,54	589,81	71,74	38,59	33,75	52,08	42,17	194,50	821,79	42,76	24,09	119,01	170,39	340,05	330,84	499,31	61,80	242,93	280,91	80,68	127,03
s16	751,71	6929,98	757,46	-	1915,84	5755,88	1155,75	407,11	364,49	623,70	797,91	2544,72	27595,16	558,32	21,13	24,90	214,09	899,93	11516,97	188,43	30,08	98,21	267,56	60,48	86,24
s17	94,35	667,19	35,37	16703,99	325,07	454,10	30,68	24,40	43,19	70,67	66,65	248,88	357,00	38,92	11,38	93,22	2,64	314,82	112,56	88,54	15,11	55,11	90,59	106,41	98,25
s18	1453,60	3988,06	90,75	-	325,54	974,55	49,43	50,29	30,66	74,88	124,77	202,35	159,27	75,24	13,20	79,47	109,93	4,63	13,18	40,04	6,92	16,95	86,74	38,98	33,58
s19	92,75	3574,50	21,45	7870,94	122,35	505,36	167,36	24,81	62,20	65,82	40,96	348,90	109,47	8,15	10,99	84,27	34,70	40,67	1,13	45,71	14,85	26,25	289,35	32,82	36,70
s20	352,37	3447,03	116,42	12584,01	2094,13	3361,17	624,59	135,95	260,18	372,42	519,40	2790,39	109,36	73,41	28,33	172,64	123,23	298,83	56,00	13,53	26,57	73,69	455,60	158,96	100,11
s21	214,52	2522,00	20,08	1754,03	184,28	155,46	55,51	12,09	19,29	19,34	17,52	98,88	77,30	14,98	20,14	93,59	53,25	87,54	11,31	33,09	4,21	26,34	97,54	61,37	41,69
s22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
s23	706,50	2882,90	329,65	12774,23	1438,18	1823,56	418,63	120,63	157,68	164,02	192,38	1587,26	201,36	335,98	89,22	801,21	74,03	1457,63	127,30	752,79	62,60	294,60	106,23	244,94	584,00
s24	657,98	77380811,94	4612,21	-	-	30944317,65	713192,96	3748958,73	-	22369906,07	14072422,20	11189901,02	7318461,41	358463,00	-	551328,07	1578839,02	-	82609376,32	285517,69	56303,60	3420,51	15340,22	74333,39	15040,40
s25	1695,16	2540,27	5644,15	-	1616,51	3375,19	298,22	188,61	204,11	544,45	456,32	2786,02	141,66	402,83	292,23	362,15	981,07	-	11257826,55	42,16	26,81	414,72	829,98	34,37	10,09

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	V15	V16	V17	V18	V19	V20	V21	V22	V23	V24	V25
V1	100,20	103,15	101,37	101,23	101,68	102,43	101,66	102,41	103,72	103,78	104,14	102,90	101,96	101,92	103,26	102,06	103,63	103,64	104,22	103,03	103,01	101,57	102,03	102,47	102,41
V2	102,55	100,02	102,96	103,15	102,80	102,99	102,84	101,32	102,04	102,76	103,10	102,64	101,28	102,01	102,80	103,03	102,88	103,49	104,43	103,24	103,20	102,64	102,85	102,59	102,84
V3	101,39	102,82	100,20	102,48	101,88	101,61	102,29	101,71	103,42	103,27	103,67	102,43	103,14	103,00	102,58	101,26	102,58	103,46	104,33	102,73	102,58	101,63	101,31	101,55	102,39
V4	-	-	-	100,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
V5	101,87	102,17	102,70	103,09	100,27	101,40	102,44	101,76	102,72	101,85	101,96	101,39	103,06	101,80	102,00	101,92	102,98	102,94	103,89	103,10	102,34	101,80	102,97	101,78	101,78
V6	102,15	102,63	103,12	103,09	103,21	100,12	102,75	101,84	101,80	102,15	101,99	101,44	102,43	102,28	101,51	101,48	102,08	101,45	103,69	102,71	101,94	101,76	101,50	101,23	101,33
V7	102,24	102,06	102,11	101,68	102,71	102,19	100,36	102,18	102,64	102,62	103,27	101,54	102,77	102,10	101,95	102,77	103,11	102,20	102,70	102,05	101,82	101,93	101,60	101,72	101,78
V8	101,64	101,61	102,13	102,31	101,77	101,92	101,97	100,27	101,89	101,72	102,04	101,55	101,64	101,64	101,86	102,17	101,81	102,57	103,75	102,65	102,28	102,38	102,36	101,64	101,98
V9	101,95	101,42	102,27	102,48	101,96	101,98	102,17	101,93	100,35	101,68	101,87	101,74	102,36	101,71	102,14	102,08	103,10	103,14	104,13	102,86	102,31	101,96	102,94	102,40	102,34
V10	103,32	102,63	103,46	103,14	103,41	103,38	102,64	102,54	101,81	100,22	101,74	103,00	101,92	101,82	102,36	102,89	103,21	101,54	103,05	102,37	101,79	102,22	102,39	101,54	102,67
V11	102,60	103,29	103,17	103,22	102,73	103,32	102,81	102,61	102,63	102,92	100,37	102,98	103,19	102,91	102,01	102,95	101,83	101,96	103,93	102,11	101,95	101,55	101,94	101,88	101,89
V12	103,34	102,88	103,51	103,34	103,46	102,95	103,42	102,73	103,38	102,29	101,71	100,03	103,27	102,49	102,80	101,55	103,30	101,80	102,02	102,64	102,02	101,78	101,68	101,22	101,32
V13	101,88	101,45	101,90	101,77	101,72	102,18	101,80	101,65	101,77	102,09	102,41	101,99	100,14	102,51	101,62	101,67	101,99	102,18	102,84	101,83	102,08	101,46	101,39	101,64	101,59
V14	101,90	101,67	102,66	102,86	102,53	102,56	102,74	101,86	102,33	102,48	102,56	102,67	101,36	100,15	101,86	102,15	102,67	101,80	102,61	101,34	101,91	101,36	101,31	101,61	101,53
V15	101,62	101,45	101,78	102,04	101,75	101,83	101,65	101,69	101,62	101,62	101,88	101,51	102,31	101,74	100,06	101,71	102,06	101,91	102,94	102,13	101,88	102,05	101,70	101,55	101,69
V16	102,26	102,08	102,64	102,73	102,20	102,52	102,50	102,43	102,34	102,39	102,80	102,29	102,96	102,59	101,23	100,05	101,93	102,12	103,43	101,57	101,47	101,44	101,44	101,29	101,41
V17	102,26	101,95	102,29	102,52	102,30	102,34	101,96	102,13	102,29	102,34	102,67	102,24	102,60	102,35	101,67	102,19	100,39	102,55	103,16	102,04	101,96	102,02	101,86	102,30	102,23
V18	103,30	102,75	102,77	103,03	102,41	102,73	102,07	102,51	102,18	102,43	102,99	102,14	102,33	102,78	101,75	102,12	102,63	100,23	102,41	101,82	101,72	101,63	101,82	101,91	101,85
V19	102,81	103,21	102,62	102,73	102,50	102,99	103,14	102,69	103,00	102,86	103,00	102,89	102,68	102,29	102,21	102,73	102,62	102,32	100,91	102,39	102,51	102,32	102,91	102,36	102,40
V20	102,19	102,00	102,17	101,74	102,55	102,59	102,51	102,25	102,44	102,43	102,90	102,56	101,53	102,03	101,46	101,81	101,96	101,94	102,32	100,08	101,60	101,57	101,89	101,84	101,65
V21	102,64	102,54	102,04	101,54	102,13	101,90	102,10	101,85	101,97	101,82	102,13	101,80	101,99	102,02	101,91	102,22	102,29	102,10	102,28	101,70	100,31	101,78	101,87	102,12	101,91
V22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100,00	-	-	-
V23	102,21	101,66	102,34	101,46	102,06	102,02	102,07	101,90	101,94	101,79	102,21	102,08	101,48	102,41	101,60	102,21	101,60	102,35	102,31	102,08	101,65	101,86	100,01	101,72	102,10
V24	101,21	103,68	102,12	102,25	102,72	103,33	102,65	103,28	104,04	103,99	104,33	103,67	102,89	102,83	103,87	102,92	103,64	104,21	104,44	102,44	102,48	101,19	101,45	100,00	101,38
V25	102,71	101,69	103,08	102,74	102,19	102,39	101,99	102,21	102,16	102,42	102,70	102,41	101,51	102,56	102,18	101,88	102,67	103,20	103,48	101,29	101,51	102,11	101,95	101,24	100,10

Italia

r (ij)	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10	s11	s12	s13	s14	s15	s16	s17	s18	s19	s20	s21	s22	s23	s24	s25
s1	9,63	50939,54	1,92	503,34	33,67	195,46	105,32	86,57	1044,41	10568,92	1097,50	442,70	8232,23	2497,80	1952,50	20,92	604,44	11062,93	47343,27	7219,19	2235,73	1677,49	329,47	229,98	467,86
s2	32359,14	148,78	879,85	-	2307,48	3869,44	201,60	1,50	33,23	689,84	26498,73	150,41	4,20	51,06	2528,76	10175,58	5855,44	46858,81	-	14777,83	1332,83	-	-	12570,09	-
s3	38,69	883338,13	5,51	-	17284,49	40,32	2197,85	67,89	45134,82	1749504,79	1749521,91	54879,78	1249119,47	-	-	5,17	293,58	120803,52	950459,19	-	3112,62	939,27	217,45	144,03	451,40
s4	-	-	-	472,14	6697,81	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	416379,92	-	-	-	-
s5	990,12	-	364,24	429352,01	2,73	4,66	133,99	87,54	377,04	2319,80	105,70	76,02	135753,67	1254,95	441,65	360,01	635,08	1103,67	5793,27	6342,74	702,09	1506,84	1942,87	274,39	496,34
s6	7371,96	49339,91	2011,22	194930,02	870,16	10,05	2115,07	781,99	872,21	1073,69	885,33	232,66	14886,82	1161,18	392,44	2291,64	734,77	17376,82	4761,27	14542,71	421,40	911,33	3981,97	1568,24	631,26
s7	2024,39	2241,27	30,60	896,04	180,81	81,47	2,60	15,32	24,34	67,02	97,61	7,33	618,81	20,48	12,14	68,36	27,47	78,90	37,91	167,88	17,18	39,29	138,10	180,73	61,24
s8	93,15	323,76	54,11	31251,59	45,51	52,41	43,04	3,81	16,76	39,50	40,13	69,03	54,46	8,81	27,36	134,58	21,47	313,36	230,42	313,28	55,32	188,44	362,17	14,17	90,25
s9	1852,34	1248,43	142,04	56941,54	530,28	120,56	133,47	45,86	2,70	20,42	12,99	29,98	179,88	15,43	66,28	659,90	136,00	1263,04	1194,97	294,55	246,66	165,08	548,60	583,92	310,10
s10	4380,28	2702,58	639,03	440031,12	858,23	1003,62	504,23	129,85	15,74	6,23	29,37	346,23	110,72	27,20	41,34	567,83	115,74	63,09	592,93	1158,02	40,45	374,37	372,84	74,18	249,89
s11	1642,26	2680,19	845,79	-	12735,91	10453,69	3684,78	1007,82	243,60	2718,22	9,55	57034,88	13200,22	-	25,68	44381,24	21,39	3055,89	-	1237,72	400,04	38,41	7162,96	31306,66	337,79
s12	45638,35	24479,93	1586,19	215622,07	200,34	183,29	133,40	194,39	19,31	365,12	298,55	32,96	1190,99	2241,08	81,91	1045,95	596,66	2019,94	224,30	2541,25	213,22	374,07	409,38	424,87	799,32
s13	70,18	250,90	34,85	2531,54	25,74	74,72	27,36	8,13	11,24	83,29	92,52	77,13	5,23	89,22	14,64	26,79	66,44	87,54	95,44	83,63	48,81	38,93	65,93	47,86	58,31
s14	8879,92	6974,23	804,57	2215860,37	969,85	1342,18	447,42	172,97	134,34	352,10	429,69	2544,00	75,09	8,98	115,46	347,96	89,72	104,41	288,60	20,23	72,43	65,07	247,16	106,13	337,78
s15	135,74	1219,86	28,51	7666,81	80,44	61,62	66,93	32,58	27,84	82,74	84,51	118,04	329,84	88,24	28,97	80,51	73,92	1024,42	443,77	327,50	238,88	211,05	444,38	84,42	332,26
s16	20713,60	4783,59	765,81	1512597,42	1571,50	717,55	693,51	110,59	99,29	174,18	326,10	759,62	644,64	136,73	60,65	638,63	36,13	583,44	176,33	648,28	28,88	221,96	1239,28	161,48	250,24
s17	200,49	588,75	31,13	2952,44	111,90	82,63	57,65	16,54	13,37	49,17	52,10	98,70	272,68	28,59	15,79	97,61	5,23	56,60	132,83	197,69	31,95	142,29	195,22	138,98	87,97
s18	3617,32	2050,20	175,59	46347,16	278,37	175,60	119,90	48,78	38,23	95,32	136,11	218,17	141,00	87,88	12,05	107,57	21,91	309,39	10,33	100,45	10,00	19,28	171,64	50,85	60,43
s19	63,46	1315,23	51,12	263592,53	75,05	61,79	49,85	34,55	13,39	55,07	131,06	39,36	238,71	32,04	6,32	238,93	16,56	88,60	0,93	19,84	11,28	42,69	343,98	110,94	53,55
s20	36511,89	1099,62	495,41	70981,33	399,08	378,36	202,28	148,50	109,57	272,71	556,95	543,44	736,66	223,24	14,75	138,44	60,82	146,45	53,34	196,58	22,47	258,79	235,84	104,33	68,11
s21	1987,94	635,45	51,18	51271,00	80,91	49,68	45,78	23,41	14,82	34,32	46,61	102,87	130,71	29,17	5,34	53,52	17,01	81,53	8,45	22,91	5,58	29,11	120,02	27,04	22,43
s22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
s23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
s24	3079,10	51734,18	2853,33	-	10619,50	12929,48	7816,70	2626,56	1712,30	8691,13	5440,38	7910,78	57198,75	1543,21	715,76	3730,00	3880,12	21018,47	1041,48	23120,30	1686,77	719,69	827746,57	4,76	882,01
s25	619,47	7244,92	80,38	459512,55	134,73	183,38	165,01	69,63	76,12	248,17	436,25	517,72	360,89	189,05	28,42	120,01	139,31	232,88	65,70	64,37	10,22	20,49	71,01	24,11	7,07

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	V15	V16	V17	V18	V19	V20	V21	V22	V23	V24	V25
V1	100,13	103,30	101,32	101,16	101,60	102,34	101,91	102,23	103,62	103,67	103,12	102,40	103,51	103,42	103,51	101,96	102,97	103,42	104,72	103,81	103,28	102,93	101,85	102,42	102,41
V2	102,75	100,02	103,11	102,99	102,90	103,11	102,79	101,39	102,61	102,92	103,04	102,63	101,31	102,46	102,98	103,07	102,95	103,01	104,40	103,26	103,18	103,04	102,79	102,76	102,98
V3	101,35	103,05	100,21	102,56	103,19	101,46	103,10	101,87	103,45	103,18	103,40	103,43	103,25	103,13	103,13	101,23	102,37	103,14	104,16	103,56	102,68	102,43	101,43	101,98	102,15
V4	103,12	103,82	103,34	100,00	101,37	102,50	103,00	102,96	103,67	103,73	102,79	102,70	104,12	103,79	103,27	103,09	103,47	103,01	104,12	103,47	101,71	103,35	103,10	103,13	103,02
V5	102,02	103,20	102,29	102,85	100,37	101,48	101,96	101,92	102,73	102,95	101,74	101,66	103,44	102,90	102,58	102,05	102,60	102,01	104,11	103,24	102,62	102,53	102,13	102,13	102,09
V6	102,08	102,07	102,21	101,77	101,75	100,10	102,17	101,97	102,28	101,81	101,75	101,28	102,56	102,07	101,73	102,02	101,83	102,43	103,31	102,65	101,63	101,55	101,65	102,03	101,49
V7	103,18	102,53	102,16	101,50	102,75	102,43	100,41	102,06	102,52	102,40	102,61	101,55	102,95	102,11	102,01	102,29	102,20	101,88	103,02	102,61	102,00	101,92	101,94	102,85	102,12
V8	101,73	101,52	102,17	102,50	101,93	102,02	102,01	100,31	102,07	101,90	101,94	102,02	101,77	101,59	102,03	102,37	101,82	102,22	103,50	102,48	102,19	102,32	102,10	101,66	101,98
V9	102,78	101,83	102,31	102,59	102,71	102,05	102,25	102,06	100,40	101,65	101,58	101,58	102,06	101,68	102,22	102,76	102,42	102,57	104,02	102,31	102,64	102,10	102,07	102,86	102,30
V10	103,04	101,99	102,87	103,08	102,79	102,88	102,71	102,37	101,78	100,18	101,60	102,38	101,69	101,66	101,90	102,59	102,20	101,35	103,47	102,63	101,73	102,27	101,75	101,85	102,10
V11	102,20	101,62	102,52	102,66	103,03	102,97	102,91	102,67	102,46	102,79	100,11	103,10	103,02	103,09	101,37	103,04	101,38	102,36	104,15	102,34	102,27	101,20	102,51	103,20	101,78
V12	103,20	102,47	102,78	102,51	101,71	101,73	101,72	102,07	101,54	102,16	102,14	100,04	102,20	102,76	101,70	102,39	102,49	102,25	102,59	102,76	101,95	101,81	101,35	102,10	102,12
V13	101,72	101,51	102,08	101,60	101,83	102,31	101,93	101,71	101,99	102,32	102,41	102,19	100,21	102,57	101,83	101,74	102,40	101,70	103,16	102,01	102,22	101,70	101,50	102,15	101,88
V14	103,11	102,20	102,83	103,02	102,67	102,87	102,48	102,30	102,44	102,29	102,41	103,01	101,45	100,13	102,18	102,14	101,88	101,35	103,11	101,21	101,83	101,41	101,46	101,82	102,07
V15	101,49	101,48	101,52	101,50	101,67	101,62	101,71	101,64	101,77	101,70	101,75	101,75	101,91	101,97	100,06	101,74	101,81	102,19	103,23	101,98	102,31	101,80	101,64	101,76	102,00
V16	103,18	101,99	102,72	102,94	102,81	102,54	102,62	102,04	102,26	101,93	102,25	102,52	102,10	102,06	101,86	100,01	101,51	101,90	102,86	102,31	101,43	101,80	102,02	101,94	101,89
V17	102,00	101,65	101,88	101,51	102,20	102,12	102,07	101,81	101,94	101,96	102,02	102,14	102,32	101,96	101,76	102,16	100,23	101,48	103,20	102,32	101,91	102,15	101,76	102,45	101,93
V18	103,22	102,26	102,80	102,77	102,76	102,60	102,52	102,34	102,53	102,34	102,52	102,67	102,01	102,56	101,83	102,26	101,87	100,02	102,34	102,23	101,57	101,39	101,75	102,03	101,90
V19	102,59	103,03	103,18	103,73	103,10	103,08	103,07	103,16	102,99	103,06	103,47	102,77	103,30	103,04	102,50	103,60	102,72	102,67	101,12	102,41	102,58	102,68	103,08	103,40	102,81
V20	103,17	101,52	102,71	102,48	102,43	102,46	102,27	102,38	102,52	102,35	102,67	102,58	102,35	102,51	101,48	101,88	101,87	101,48	102,56	100,02	101,51	102,09	101,50	101,94	101,56
V21	103,14	101,93	102,43	102,90	102,39	102,21	102,28	102,22	102,29	102,08	102,23	102,52	102,25	102,25	101,67	102,15	101,99	101,88	102,43	101,72	100,27	101,77	101,83	101,99	101,69
V22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100,00	-	-	-
V23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100,00	-	-
V24	101,65	101,86	102,25	103,01	102,56	102,74	102,58	102,31	102,39	102,57	102,33	102,41	102,93	101,96	101,84	102,13	102,44	102,39	102,56	102,80	102,08	101,42	102,98	100,21	101,53
V25	102,49	102,60	102,18	103,24	102,18	102,40	102,45	102,30	102,63	102,57	102,83	102,83	102,28	102,69	102,02	102,11	102,53	101,93	102,94	101,77	101,51	101,38	101,37	101,66	100,16

Grecia

r (ij)	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10	s11	s12	s13	s14	s15	s16	s17	s18	s19	s20	s21	s22	s23	s24	s25
s1	5,27	500972,26	1,96	22,23	21,88	155,15	219,38	456,90	740,72	716058,32	141189,39	986,68	-	169911,88	169,41	18,44	10033,83	-	-	15235,19	16352,23	160,86	41945,84	622,01	2233,19
s2	666,80	601,66	287,68	-	4970,63	62879,21	2352,79	1,40	33,94	9349,53	4809,01	3120,53	7,56	16,54	153,75	517,63	93152,33	-	-	251511,22	-	-	-	-	-
s3	35,17	3285,68	7,46	48346,31	46445,16	625,12	2278,45	873,33	9975,36	1184416,12	-	7315,21	134509,42	379,61	723,02	6,11	390,49	-	-	6223,64	1672,24	142,62	10491,35	190,62	3559,86
s4	-	-	-	148,86	-	-	-	-	-	-	-	177299,40	-	-	21490,56	-	9988,65	-	-	-	-	-	-	-	-
s5	60,31	998,54	6154,61	19489,88	9,19	3,48	249,62	231,94	310,76	23612,44	8897,47	93,74	16817,40	1345,60	35,81	107,85	2361,21	-	-	5126,70	5542,54	54,57	-	123,59	57108,99
s6	4805,71	57666,61	1624,77	82675,48	2655,00	13,84	2762,72	1190,42	1071,58	15215,64	3757,91	3434,88	8901,86	190788,24	425,16	3094,51	6262,83	137762,28	647,11	16104,90	13807,79	199,16	53917,89	3143,55	548,82
s7	419,53	2302,05	13,19	498,22	156,12	46,15	5,59	27,47	167,92	300,10	752,03	19,76	6140,03	5,22	10,34	27,19	263,95	637,91	47,80	57,89	56,34	140,40	285,24	290,88	102,40
s8	16,18	259,37	57,89	2448,60	93,67	55,83	56,18	7,77	72,36	146,52	551,40	172,57	73,38	5,48	13,91	89,84	23,06	418,19	251,08	169,64	363,26	115,52	308,09	20,83	200,54
s9	172,92	209,19	35,55	4423,23	530,26	528,22	135,72	82,72	4,98	48,05	143,09	102,99	190,44	3,75	161,71	846,02	427,93	-	3623,84	138,91	712,57	7,01	5361,76	461,59	1513,44
s10	69482,56	189,49	6360,24	-	2206,45	432,48	1147,88	155,57	26,96	13,86	238,28	1668,52	203,69	11,60	33,01	983,07	107,36	140,98	-	867,30	89,16	34,55	400,67	30,44	12568,42
s11	287,32	543,02	8240,43	-	34948,15	-	2618,15	1851,52	160,49	11214,97	31,77	19868,69	5466,53	1055,04	9,92	-	25,53	1041,83	-	2030,18	1940,55	21,37	36926,37	349,05	602,37
s12	74608,61	167859,85	218,75	41968,16	3379,61	124,71	147,51	30,17	11,94	484,59	965,70	30,93	4924,85	104,00	189,00	156,28	2302,21	18825,72	167,49	121,95	48,10	149,02	127,76	158,26	153,74
s13	22,01	64,79	33,30	4186,86	90,90	29,10	54,38	13,41	14,02	220,20	296,24	141,76	12,07	82,01	23,03	10,69	71,33	32,29	76,65	154,84	155,11	24,80	79,29	50,71	66,89
s14	448,21	4368,60	8667,11	-	22223,81	51858,22	6630,49	3206,45	11496,92	42739,64	25288,20	15519,50	836,01	213,03	149,65	256,25	1020,84	687,00	456,65	18,13	1210,58	82,00	664,73	413,85	853,72
s15	59,50	619,24	25,64	1629,45	232,43	103,19	79,35	55,93	73,92	326,20	1083,60	279,01	135,12	22,40	25,10	29,60	46,62	297,15	406,90	157,55	366,99	127,89	846,14	168,37	389,14
s16	626488,33	140774,77	6889477,62	-	91999,13	13801646,61	8876,03	7035,83	5241,24	6900469,50	657182,36	475864,89	15066,34	892,62	1567,30	116795,87	219,16	148,87	900,22	9028,60	382,20	238,29	3853,07	1292,54	230,07
s17	122,43	571,19	176,76	9852,92	1456,61	285,47	655,72	312,99	729,19	1601,50	2268,53	1568,82	1819,15	267,94	5,29	61,23	25,76	103,74	123,58	1740,47	507,79	62,48	265,72	825,92	125,41
s18	1277,98	1614,32	113,85	15138,32	485,08	74,19	165,41	117,16	205,32	441,32	1045,22	299,09	418,13	46,28	4,17	20,98	43,02	8,33	21,85	177,51	44,60	17,12	149,48	91,30	81,76
s19	114,23	241,71	15,08	754,99	49,62	28,63	47,21	16,62	23,58	69,30	193,61	103,83	149,06	28,91	5,77	67,10	63,65	178,94	0,76	134,41	34,67	35,25	246,93	162,06	543,37
s20	25236,37	543,96	473,27	23164,88	4245,16	1017,53	2087,67	779,04	2235,54	8121,00	17596,56	6336,68	456,64	153,83	9,44	28,43	71,07	162,97	128,24	246,27	66,62	54,31	90,81	105,31	70,62
s21	748,87	236,33	14,36	396,57	83,46	16,44	49,65	19,20	53,29	184,58	548,55	108,77	846,51	22,65	9,42	38,44	94,57	310,49	15,73	26,98	40,89	24,19	102,07	69,43	304,58
s22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
s23	1346509,32	13739,20	3957,41	73781,50	8298,98	847,00	9828,03	2010,38	10397,65	2998,82	5484,75	6616,20	96165,94	61907,23	5797,58	2693013,53	6078,80	60512,49	281,06	41426,30	275,53	600,79	775,44	107720,81	-
s24	1564,93	-	47480,30	-	-	-	9602,45	170851,97	-	-	-	-	-	37567,72	2278995,88	6837476,42	1579,42	113941,86	537,98	3389,57	3402,75	35,92	7129,86	304,52	-
s25	238289,28	5382,72	12857,37	-	446794,59	1191440,80	239,24	538,44	2709,87	238290,42	8571,47	2624,18	942,20	1588,58	16,28	13,10	24,28	282,95	146,02	842,69	19,16	138,31	149,57	123,53	7,83

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	V15	V16	V17	V18	V19	V20	V21	V22	V23	V24	V25
V1	100,22	102,59	101,36	101,23	101,34	102,10	101,60	102,02	102,01	103,21	102,95	101,88	103,27	102,76	101,95	101,93	102,68	103,12	104,55	103,05	102,80	101,88	102,86	102,08	102,50
V2	102,46	100,01	103,08	103,35	102,64	102,65	102,51	101,18	101,81	102,46	102,36	102,52	101,20	101,96	102,44	102,86	102,36	102,58	103,99	102,81	102,88	102,72	102,47	102,27	102,62
V3	101,37	101,36	100,17	102,38	102,52	101,89	101,96	101,81	102,65	103,36	103,33	102,08	102,74	101,65	102,18	101,18	101,56	102,36	103,96	102,24	101,84	101,39	102,00	101,26	102,13
V4	102,71	102,43	102,94	100,01	102,97	102,80	102,72	102,77	102,69	102,77	102,66	101,16	102,68	102,76	101,40	102,66	101,07	102,38	103,71	102,93	102,68	102,53	102,33	102,77	102,41
V5	101,43	101,31	102,57	102,38	100,11	101,19	101,54	101,71	101,79	102,55	102,00	101,22	102,41	102,44	101,31	101,71	102,25	102,87	103,79	102,56	102,32	101,33	102,65	101,27	102,48
V6	102,10	102,22	102,12	102,43	101,56	100,07	101,72	101,68	101,59	102,10	101,26	101,48	101,81	102,72	101,58	102,17	102,06	102,81	102,48	102,47	102,26	101,19	102,28	101,57	101,24
V7	102,52	102,28	101,63	101,73	101,79	101,67	100,19	101,62	102,22	101,83	101,75	101,27	102,70	101,35	101,52	101,78	102,19	102,17	102,71	101,74	101,50	102,15	101,69	102,08	101,59
V8	101,46	101,39	102,23	102,33	101,64	101,67	101,51	100,15	101,69	101,42	101,47	101,56	101,39	101,26	101,50	102,26	101,31	101,91	103,04	101,95	101,91	101,94	101,55	101,23	101,68
V9	101,95	101,34	101,69	102,39	101,89	102,20	101,59	101,76	100,21	101,31	101,28	101,35	101,59	101,26	102,23	102,58	102,08	102,77	103,79	101,96	102,04	101,26	102,40	102,03	102,31
V10	102,88	101,21	102,93	103,35	102,31	101,95	102,21	101,86	101,35	100,07	101,23	102,04	101,49	101,30	101,48	102,56	101,44	101,35	103,74	102,16	101,23	101,42	101,39	101,16	102,63
V11	101,88	101,26	102,66	102,79	102,66	102,72	102,30	102,33	101,57	102,36	100,03	102,50	102,25	102,36	101,19	102,63	101,16	101,82	103,85	102,33	102,01	101,14	102,43	101,51	101,62
V12	102,79	102,47	102,33	103,08	102,55	101,60	101,59	101,35	101,28	101,84	101,67	100,04	102,49	102,07	102,20	101,96	102,43	102,86	102,73	101,65	101,17	101,98	101,17	101,52	101,35
V13	101,57	101,20	102,09	102,48	101,67	101,53	101,58	101,48	101,41	101,76	101,48	101,62	100,09	102,23	101,78	101,45	101,72	101,31	102,77	102,01	101,74	101,57	101,26	101,50	101,44
V14	101,60	101,66	102,81	102,67	102,77	103,06	102,58	102,58	102,91	102,95	102,26	102,58	101,44	100,01	101,75	101,72	101,89	101,49	102,69	101,02	101,80	101,20	101,39	101,37	101,66
V15	101,52	101,37	101,57	101,97	101,57	101,54	101,37	101,44	101,46	101,41	101,43	101,46	101,29	101,37	100,07	101,48	101,24	101,52	102,93	101,59	101,60	101,68	101,59	101,46	101,62
V16	103,40	102,60	103,25	103,43	103,04	102,84	102,41	102,63	102,42	103,11	102,93	102,90	102,29	101,90	102,22	100,00	101,21	101,15	102,78	102,25	101,25	101,26	101,53	101,42	101,18
V17	101,78	101,40	102,29	102,53	102,32	101,99	102,14	102,14	102,33	102,09	101,78	102,14	102,17	102,24	101,16	101,74	100,05	101,32	102,62	102,44	101,85	101,42	101,28	102,08	101,35
V18	102,80	102,22	102,53	103,13	102,39	101,89	102,07	102,25	102,38	102,10	101,98	101,93	102,08	102,03	101,34	101,61	101,58	100,13	102,56	102,00	101,42	101,38	101,42	101,60	101,48
V19	103,35	102,69	102,93	103,24	102,67	102,79	102,80	102,70	102,75	102,62	102,58	102,76	102,91	103,12	102,56	103,34	102,90	102,89	101,33	103,17	102,50	102,87	102,77	103,11	103,34
V20	102,77	101,32	102,50	102,86	102,59	102,35	102,40	102,34	102,57	102,56	102,48	102,48	101,65	101,99	101,20	101,33	101,37	101,36	102,64	100,01	101,21	101,32	101,10	101,27	101,23
V21	102,64	101,43	101,63	101,60	101,60	101,37	101,57	101,52	101,78	101,72	101,70	101,53	102,32	101,75	101,50	101,85	101,81	101,87	102,42	101,31	100,04	101,45	101,28	101,52	101,85
V22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100,00	-	-	-
V23	103,61	101,77	102,73	102,51	102,30	101,61	102,51	102,16	102,81	101,58	101,40	101,89	103,07	103,12	102,83	103,36	102,25	102,85	102,42	102,66	101,12	101,41	100,00	102,84	103,27
V24	101,44	103,37	102,85	102,56	103,13	103,47	102,10	103,45	103,67	103,56	103,51	103,39	103,79	103,42	103,10	103,39	101,28	102,76	102,37	101,37	101,49	101,01	101,27	100,00	103,16
V25	103,09	102,29	102,92	103,08	102,93	102,69	101,89	102,44	102,81	102,94	102,45	102,41	102,06	102,74	101,52	101,29	101,29	101,68	102,94	102,27	101,20	101,83	101,32	101,47	100,13

Portugal

r (ij)	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10	s11	s12	s13	s14	s15	s16	s17	s18	s19	s20	s21	s22	s23	s24	s25
s1	12,18	-	2,07	140,08	29,53	1003,07	8,78	564,91	121875,81	-	27150,64	25165,22	-	-	-	21,80	-	-	-	-	7000211,01	855,43	5114,91	99,21	44160,72
s2	8181,13	293,49	1151,09	-	-	-	242,26	1,44	69,24	-	-	5442658,30	7,92	10,23	-	640,36	-	-	-	-	11972,40	844916,04	4170,46	1832154,20	115154,39
s3	12,35	-	4,49	-	-	180,46	1563,30	792,79	-	-	-	-	2396392,97	-	119865,80	6,08	-	-	-	-	32832,86	283,58	406,30	47,60	140059,45
s4	-	-	-	1997,98	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
s5	3194,42	794,09	-	-	3,66	3,08	3439,24	109,75	30405,86	21484,24	147,63	44,33	8634403,54	68,86	35,07	74,81	10467,72	-	-	1017008,23	4756,76	683,78	7812,04	82,40	870,99
s6	19293,86	2388,93	986,50	7795,30	2576,47	3,90	1573,14	573,43	949,57	703,07	645,54	265,89	554,15	1061,30	185,40	327,15	529,73	414,08	-	5994,85	437,27	1281,57	5319,61	292,45	277,62
s7	271,56	1170,75	27,37	1330,02	167,75	120,57	3,23	44,55	88,70	337,31	161,66	23,85	244,52	9,13	10,14	507,26	80,44	847,91	71,55	36,85	8,55	1806,83	102,06	67,57	51,14
s8	42,85	314,50	54,16	71901,01	31,78	71,25	54,37	4,37	68,33	34,68	47,00	85,21	71,23	4,69	22,01	72,65	50,11	2361,54	5164,28	863,00	44,76	203,42	580,57	15,91	107,19
s9	201,22	569,50	56,40	8193,44	265,09	179,47	343,65	30,27	4,02	29,65	17,36	45,14	337,87	6,90	23,61	168,71	16228,36	238394680,35	-	260,29	81,23	236,93	1645,97	360,97	578,82
s10	10949,75	50127,22	46050,86	-	-	-	-	20164,91	50,13	4,80	28,35	1187,11	158,93	32,62	25,04	88,20	700,09	52,55	121,17	89209,64	493,26	310,41	444,87	87,30	84,10
s11	49446,76	89458,06	-	-	-	-	-	-	2710,16	35528,02	5,49	8989,31	889336,90	-	25,69	1029,96	96,13	46012,47	-	2462465,65	19982,95	247,66	12543,04	3126,15	2784,12
s12	129935,04	-	-	-	812,57	58,38	179,16	113,03	33,74	39462,83	16,95	11,39	2349,60	33,79	14,53	54,95	11946,49	-	238,38	824,80	891,31	56,56	124,11	304,43	67,79
s13	60,77	183,71	50,83	3269,61	38,32	119,62	18,32	14,37	35,87	171,03	188,65	214,32	2,01	71,30	11,51	19,16	58,82	163,79	79,41	62,97	18,95	24,24	36,10	55,33	28,89
s14	303,85	681,38	374,29	10981,95	782,13	602,52	311,60	153,19	409,92	949,14	1412,71	1377,05	7296,73	2,61	99,14	754,01	97,12	619,04	531,72	28,35	180,71	667,27	736,61	827,53	309,42
s15	58,86	677,15	32,17	8970,78	77,40	61,71	69,92	31,73	48,73	76,48	92,88	110,41	149,83	31,03	13,14	32,36	94,86	359,40	550,50	255,29	64,96	231,95	421,48	62,31	145,33
s16	4324,40	1576,20	383,32	25042,54	728,25	319,07	220,84	199,47	147,19	355,06	1209,38	503,74	1333,53	60,12	15,32	219,96	80,74	47464631,47	71,45	176,49	27,19	67,18	139,13	96,89	278,13
s17	199,55	158,56	60,70	1970,62	138,85	153,74	39,06	26,46	94,41	127,69	335,53	273,05	134,91	83,33	3,91	152,71	7,66	455,64	857,65	89,39	23,79	54,38	140,82	70,58	71,55
s18	776,53	1120,84	206,06	10949,39	343,66	172,07	39,65	111,42	129,55	278,49	641,47	400,85	144,19	39,95	7,54	115,17	20,56	3,70	15,99	43,27	20,13	31,98	51,27	68,20	22,60
s19	128,92	265,28	47,02	4248,84	54,67	82,41	53,31	35,46	40,21	109,57	229,57	152,05	60,42	19,17	10,32	86,91	64,49	139,39	0,71	61,13	15,40	443,04	540,49	214,43	58,80
s20	309,43	600,35	250,71	2015,48	746,04	424,68	237,82	123,54	289,39	279,97	503,54	1390,58	929,29	73,34	8,76	67,48	92,79	264,75	46,04	38,43	23,04	100,12	70,03	99,03	86,70
s21	206,64	795,52	17,22	2012,55	75,38	74,20	29,13	17,88	58,39	57,86	166,80	103,48	45,90	24,53	8,53	45,45	26,89	36,69	10,32	16,04	4,17	40,99	34,90	26,56	14,33
s22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
s23	4817,04	1939,09	216,83	3568,15	390,84	426,37	307,36	126,66	203,60	151,50	257,04	1177,88	2675,60	199,58	87,37	338,68	188,33	132,12	490,06	1684,67	159,72	439,96	965,06	3692,25	644,22
s24	325,84	18361,52	624,12	458645,24	8960,69	3991,21	1466,38	3016,35	3248,97	6093,20	14583,42	10864,26	26311,56	696,07	400,79	1910,44	2521,98	161712078,22	-	1294,17	139,66	3666,71	667,31	23,41	958,11
s25	3007,00	6294,36	673,31	18769,07	958,99	986,70	88,98	664,45	1218,80	1517,75	2817,79	3521,14	672,60	481,18	70,17	50,64	558,29	860,90	6993,27	631,30	5,39	290,57	130,10	308,27	18,51

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	V15	V16	V17	V18	V19	V20	V21	V22	V23	V24	V25
V1	100,17	103,62	101,42	101,20	101,59	102,88	101,55	103,20	103,72	104,04	103,73	102,88	104,30	103,46	103,25	102,01	103,53	104,38	104,85	103,33	103,18	102,74	102,96	102,18	103,46
V2	102,84	100,01	103,40	103,70	102,83	103,45	102,92	101,30	102,29	102,76	102,87	102,93	101,65	102,31	103,10	103,09	102,92	103,85	105,26	103,45	103,27	102,96	103,09	102,58	103,09
V3	101,41	103,38	100,31	102,48	103,03	102,28	102,81	103,10	103,44	103,62	104,09	103,65	104,39	103,75	102,97	101,36	103,07	104,42	104,40	103,47	103,13	101,95	101,99	101,60	103,62
V4	-	-	-	100,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
V5	102,96	101,61	103,53	103,01	100,27	101,54	103,24	101,99	103,07	103,12	101,90	101,49	103,38	102,20	101,73	101,67	103,06	103,15	105,02	103,42	103,28	102,12	102,92	101,66	102,49
V6	103,17	101,55	102,56	101,45	102,54	100,26	102,59	102,22	102,17	101,88	101,91	101,50	102,04	102,93	101,97	101,78	101,85	101,68	104,53	102,89	102,24	101,96	102,46	101,65	101,63
V7	102,79	102,48	102,27	101,83	102,63	102,72	100,34	102,37	102,40	102,82	102,49	101,61	102,89	102,10	101,96	103,04	102,29	102,97	103,60	101,97	101,83	102,97	102,01	102,22	102,09
V8	101,74	101,66	102,34	102,81	101,73	102,33	102,11	100,26	101,99	101,65	101,76	101,80	102,05	101,76	102,02	102,22	101,82	103,07	104,58	102,81	102,20	102,10	102,50	101,48	102,08
V9	102,22	101,72	102,13	102,23	102,34	102,42	102,72	101,79	100,26	101,60	101,55	101,50	102,49	101,80	101,86	102,37	103,09	103,24	104,64	102,42	102,23	101,97	102,71	102,49	102,61
V10	103,32	103,11	103,62	103,65	103,57	103,73	103,51	103,36	101,67	100,21	101,50	102,55	102,04	102,01	101,73	101,77	102,59	101,56	103,11	103,22	102,86	101,93	101,96	101,64	101,65
V11	102,92	102,61	103,17	103,23	103,06	103,24	103,15	102,94	102,56	102,90	100,18	102,68	103,33	103,43	101,41	102,35	101,42	103,18	105,10	103,34	103,13	101,39	102,74	102,58	102,47
V12	103,04	102,92	103,27	103,32	102,51	101,66	102,06	101,99	101,49	102,88	101,36	100,09	103,04	101,98	101,43	101,51	102,92	103,44	103,18	102,57	102,77	101,26	101,34	102,08	101,42
V13	102,32	101,87	102,78	102,48	102,21	102,97	102,15	102,12	102,21	102,75	102,80	102,70	100,51	103,22	102,22	102,05	102,33	102,51	103,81	102,36	102,35	101,75	101,81	102,37	102,03
V14	102,11	101,65	102,76	102,12	102,61	102,74	102,44	102,24	102,36	102,60	102,77	102,59	103,51	100,40	102,30	102,81	101,77	102,19	103,73	101,49	102,43	102,19	102,17	102,65	102,14
V15	101,62	101,60	101,85	102,18	101,73	101,90	101,92	101,65	101,60	101,64	101,74	101,62	102,02	102,09	100,13	101,60	101,74	102,01	103,84	102,20	102,05	101,84	102,01	101,65	101,88
V16	102,99	101,89	102,74	102,50	102,61	102,45	102,29	102,34	101,94	102,15	102,65	102,12	102,93	102,23	101,48	100,02	101,59	103,05	102,88	101,91	101,60	101,27	101,44	101,66	102,12
V17	102,39	101,40	102,40	101,76	102,28	102,58	101,97	101,92	102,16	102,15	102,55	102,30	102,33	102,81	101,40	102,49	100,15	102,47	104,20	102,01	101,94	101,54	101,84	102,01	101,91
V18	103,22	102,51	103,20	102,84	103,04	102,94	102,22	102,83	102,64	102,78	103,12	102,77	102,70	102,80	101,86	102,67	101,72	100,28	102,96	101,97	102,19	101,59	101,69	102,19	101,73
V19	103,49	102,84	103,56	103,41	103,17	103,62	103,40	103,32	103,10	103,36	103,70	103,34	103,32	103,47	103,00	103,58	103,20	103,28	101,44	103,18	103,07	103,75	103,75	103,78	103,16
V20	102,32	101,62	102,71	101,48	102,76	102,78	102,52	102,30	102,42	102,22	102,47	102,69	102,95	102,52	101,42	101,85	101,80	102,02	102,86	100,04	101,70	101,52	101,35	101,85	101,77
V21	102,76	102,47	102,14	102,13	102,41	102,64	102,19	102,06	102,36	102,13	102,62	102,23	102,25	102,68	102,00	102,34	101,88	101,81	102,87	101,64	100,35	101,74	101,62	101,88	101,63
V22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100,00	-	-	-
V23	102,75	101,52	101,99	101,22	101,82	102,13	101,96	101,68	101,65	101,47	101,63	102,05	102,77	102,33	101,77	101,94	101,55	101,40	103,24	102,48	101,89	101,57	100,00	102,64	102,03
V24	101,42	102,01	102,16	102,45	102,73	102,72	102,27	102,60	102,38	102,48	102,88	102,62	103,16	102,38	101,98	102,43	102,19	102,96	104,07	101,90	101,51	102,06	101,36	100,04	101,79
V25	103,51	102,99	103,06	102,68	103,08	103,31	102,25	102,97	103,14	102,98	103,37	103,06	102,97	103,44	102,51	101,87	102,68	102,64	103,96	102,57	101,43	102,21	101,84	102,53	100,09

España

r (ij)	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10	s11	s12	s13	s14	s15	s16	s17	s18	s19	s20	s21	s22	s23	s24	s25
s1	12,89	-	2,21	302,93	125,42	1498,53	48,45	359,15	-	183569,36	-	3111,27	91753,57	90,58	23,09	29,74	5170,03	4960,86	30589,62	10197,93	18354,33	559,68	920,15	902,03	74,06
s2	473,72	202,37	248,56	-	2876,12	-	242,55	3,65	7,85	309,74	-	497,10	3,96	6,37	213,04	1150,45	350,11	242,56	1438,04	1258,29	1118,44	287,61	2876,13	20132,96	144,32
s3	10,20	-	4,33	-	62176,61	199,47	1308,27	530,73	-	-	-	-	-	-	133,94	4,24	748,76	497307,05	55258,23	-	-	255,92	300,05	122,92	204,97
s4	-	-	-	6,53	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
s5	199,80	41758,12	102,98	-	6,60	3,32	428,30	24,17	233,29	409,41	14,49	22,36	-	2880,03	35,84	14,54	240,67	835,14	5567,80	13919,85	149,94	146,53	1265,47	94,27	183,16
s6	762,47	1543,06	459,64	-	14359,54	6,37	583,85	236,09	193,46	365,14	256,18	685,84	1117,32	238,72	194,03	119,14	273,43	122,86	12961,54	3503,28	62,13	172,15	847,22	120,14	52,97
s7	179,84	327,59	19,81	416,30	761,32	308,16	4,49	25,60	65,88	113,31	123,27	10,68	177,01	13,44	49,18	53,70	58,88	139,90	57,96	76,75	5,04	42,68	87,37	114,31	22,20
s8	52,86	165,96	40,78	12309,09	154,41	147,09	51,98	6,60	25,87	57,73	29,45	134,15	54,49	5,36	68,73	40,00	21,63	156,61	808,97	339,40	86,85	193,35	289,60	74,27	75,48
s9	70,86	213,89	49,36	2245,92	442,83	388,31	54,65	24,34	4,05	17,46	8,90	22,33	65,20	6,74	96,64	112,93	130,96	228,13	1839,06	223,07	194,18	174,95	902,82	1321,11	120,60
s10	3476,28	4096,12	1303,61	38239,58	2941,32	20857,07	1037,96	229,85	29,17	9,67	30,73	102,00	110,60	8,14	286,77	104,19	226,23	43,07	1158,64	959,92	95,56	680,82	536,06	143,94	127,89
s11	283,37	4558,28	2535,93	-	-	99403,51	11831,53	1587,32	3266,19	-	8,46	1139,73	17743,80	9377,99	12,24	2333,50	44,96	3030,15	-	364,64	6369,77	123,46	2436,42	4645,21	1343,28
s12	8519,78	5780,49	2158,40	9522,45	8989,17	2743,69	188,05	957,75	5,85	697,68	604,02	47,74	856,37	83,06	204,63	41,74	71,11	174,99	298,10	592,94	20,00	201,60	151,15	299,22	28,64
s13	40,51	93,78	30,36	1917,38	106,52	167,21	28,93	9,47	16,10	68,11	40,10	182,60	5,58	55,98	10,11	47,17	26,88	41,12	91,80	65,25	35,83	23,30	59,03	59,47	39,19
s14	447,46	2072,20	419,56	10895,18	2809,11	7907,04	1062,34	315,67	517,66	2750,72	1369,40	1591,06	377,59	3,41	74,60	142,53	203,52	358,96	190,02	13,41	117,79	202,01	235,93	296,86	113,17
s15	58,74	974,85	40,59	2409,54	262,89	101,65	64,25	52,23	43,03	195,57	94,38	139,27	115,79	19,84	23,77	29,85	46,85	724,89	1085,18	173,12	167,87	225,23	762,66	57,29	111,10
s16	3472,89	18720,05	1477,85	19738,57	16584,86	10583,20	1636,65	308,41	723,63	2645,69	1037,34	4195,89	2625,70	306,82	233,52	1326,78	48,65	1022,27	249,15	1693,72	101,27	279,18	368,28	198,18	171,41
s17	110,26	135,73	20,95	750,80	113,26	104,96	32,48	9,37	18,31	92,90	54,21	101,68	219,85	27,30	9,20	433,30	3,82	280,24	238,16	307,10	75,48	94,23	1093,20	349,92	115,60
s18	324,94	436,26	53,56	1439,90	166,81	223,44	87,05	28,31	83,71	113,18	141,86	403,43	84,24	36,73	16,35	28,77	37,47	7,03	23,94	24,61	7,24	21,23	90,70	57,96	35,56
s19	74,36	817,08	53,57	2417,85	268,03	202,64	103,95	38,08	46,51	150,27	83,55	254,13	88,33	27,92	16,77	41,44	44,36	129,29	5,55	8,58	52,79	79,06	270,71	124,25	88,56
s20	1067,74	771,08	66,06	1903,54	615,07	663,45	293,94	77,32	134,87	265,97	328,21	402,41	201,65	22,43	11,93	30,36	51,13	123,75	71,78	57,51	33,57	171,31	155,84	94,61	58,55
s21	308,89	318,90	21,45	936,93	162,06	92,17	36,44	14,95	19,98	33,64	41,52	131,73	51,88	48,65	7,44	56,92	29,92	20,23	30,41	20,82	13,46	21,33	108,67	32,62	30,77
s22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
s23	775,12	4695,40	349,13	4984,78	1322,46	925,73	525,05	165,05	187,93	882,83	443,24	3027,89	690,72	764,14	167,36	435,49	596,68	723,13	731,36	1255,76	248,82	792,20	493,54	699,80	1083,63
s24	198,83	6174,89	409,67	34995,78	2209,90	-	1166,28	410,03	1999,65	3065,03	736,74	2187,07	1713,64	-	91,14	298,45	872,99	322,21	1337,23	1418,53	130,94	680,63	1463,21	24,18	468,65
s25	634,97	8888,90	326,65	4755,80	1850,37	3970,04	244,47	179,58	666,01	1689,87	329,03	2492,88	1293,81	997,44	117,18	102,96	227,69	440,55	305,16	147,09	16,10	305,22	1290,19	144,21	11,85

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	V15	V16	V17	V18	V19	V20	V21	V22	V23	V24	V25
V1	100,18	103,44	101,42	101,39	101,44	102,54	101,58	102,63	103,56	103,59	103,40	102,66	103,45	102,29	101,52	102,14	103,28	103,32	103,39	103,29	102,94	102,36	102,26	102,50	101,75
V2	102,77	100,02	103,08	103,31	102,71	103,21	102,62	101,40	101,65	102,54	102,77	102,68	101,27	101,94	102,76	103,15	102,80	102,45	103,02	102,93	103,03	102,46	102,62	102,86	102,46
V3	101,42	103,64	100,32	102,70	102,82	101,76	102,68	102,65	103,73	103,77	103,69	103,64	103,72	103,50	102,12	101,35	102,61	103,41	102,95	103,83	102,96	101,81	101,63	101,65	101,99
V4	-	-	-	100,15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
V5	102,18	102,89	102,37	103,42	100,15	101,32	102,55	101,62	102,52	102,41	101,44	101,30	103,22	103,17	101,82	101,44	102,49	102,54	103,19	103,54	102,27	101,89	102,32	101,74	102,20
V6	102,30	101,70	102,54	103,07	102,80	100,16	102,21	102,11	102,04	101,87	101,95	102,02	102,31	102,50	102,09	101,74	102,10	101,54	102,80	102,79	101,56	101,57	101,73	101,46	101,40
V7	102,66	101,97	102,12	101,69	102,61	102,58	100,25	102,09	102,50	102,32	102,63	101,40	102,46	102,19	102,40	102,42	102,38	102,32	101,98	102,33	101,47	101,85	101,73	102,21	101,76
V8	101,82	101,49	102,19	102,72	101,68	101,99	101,82	100,20	101,84	101,71	101,70	102,00	101,71	101,66	102,30	102,01	101,71	102,03	102,72	102,58	102,20	102,16	101,94	101,70	101,94
V9	101,97	101,60	102,30	102,09	102,12	102,42	101,88	101,81	100,29	101,48	101,49	101,46	101,83	101,81	102,48	102,52	102,49	102,27	103,05	102,58	102,56	102,17	102,46	102,89	102,20
V10	103,10	102,43	103,24	102,89	102,58	103,32	102,74	102,41	101,63	100,11	101,51	101,55	101,68	101,57	102,53	101,98	102,35	101,41	102,55	102,56	101,93	102,34	101,90	101,67	101,85
V11	101,94	102,20	102,89	102,89	102,78	102,85	102,79	102,68	102,83	103,11	100,12	102,28	102,88	103,06	101,26	102,82	101,55	102,65	103,46	101,93	103,12	101,36	102,13	102,50	102,48
V12	103,12	102,54	103,17	102,47	102,88	102,94	102,20	102,73	101,37	102,44	102,52	100,05	102,61	102,57	102,54	101,70	101,97	101,94	102,11	102,74	101,42	102,00	101,45	102,11	101,41
V13	101,94	101,49	102,29	102,21	101,75	102,28	101,82	101,66	101,87	102,01	102,05	102,35	100,20	102,70	101,66	102,32	101,98	101,70	101,98	102,19	102,03	101,51	101,50	101,83	101,86
V14	102,33	102,08	102,76	102,35	102,51	103,13	102,72	102,49	102,71	102,88	102,91	102,65	102,10	100,31	102,00	102,14	102,25	102,04	101,87	101,38	101,96	101,80	101,59	101,98	101,78
V15	101,60	101,82	101,91	101,79	101,57	101,56	101,61	101,76	101,72	101,87	101,83	101,70	101,64	101,76	100,08	101,60	101,67	102,35	102,50	102,07	102,13	101,86	102,00	101,35	101,76
V16	102,77	102,44	102,76	102,12	102,60	102,81	102,41	102,04	102,39	102,44	102,34	102,60	102,45	102,41	101,94	100,01	101,39	101,94	101,44	102,40	101,40	101,45	101,22	101,33	101,42
V17	102,35	101,59	102,08	101,80	101,76	102,07	101,84	101,65	101,91	102,11	102,16	102,10	102,43	102,44	101,60	102,89	100,30	102,46	102,35	102,88	102,31	101,99	102,67	102,52	102,30
V18	102,74	101,95	102,41	101,99	101,84	102,32	102,18	101,99	102,46	102,12	102,48	102,59	102,00	102,49	101,83	101,95	102,04	100,17	101,57	101,71	101,41	101,47	101,58	101,79	101,76
V19	101,96	102,07	102,29	102,09	101,89	102,12	102,10	101,95	102,05	102,08	102,09	102,24	101,86	102,21	101,71	102,02	101,98	101,94	100,19	101,34	101,96	101,75	101,88	101,94	101,98
V20	102,64	101,73	102,05	101,68	101,93	102,30	102,23	101,95	102,20	102,01	102,37	102,13	101,90	101,81	101,32	101,55	101,74	101,64	101,49	100,04	101,49	101,78	101,38	101,56	101,53
V21	102,60	101,80	101,99	101,79	101,80	101,91	101,79	101,70	101,84	101,61	101,94	102,11	101,77	102,55	101,48	102,25	101,92	101,42	101,54	101,59	100,14	101,40	101,61	101,53	101,67
V22	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100,00	-	-	-
V23	101,90	101,76	102,02	101,43	101,54	101,74	101,74	101,55	101,64	101,82	101,80	102,24	101,69	102,53	101,57	101,95	102,00	101,63	101,61	102,17	101,56	101,67	100,00	101,60	101,98
V24	101,46	101,84	102,19	102,20	101,77	102,85	102,09	101,90	102,55	102,29	101,93	102,10	102,05	103,15	101,42	101,90	102,17	101,45	101,92	102,18	101,40	101,67	101,56	100,04	101,66
V25	102,46	102,55	102,55	101,91	102,25	102,77	102,02	102,17	102,66	102,53	102,23	102,71	102,50	103,17	102,05	101,87	102,20	102,09	101,94	101,83	101,28	101,93	102,07	101,62	100,09

Anexo 3.3: Diferencias en los **FL** cuando se emplean las matrices inversas de Leontief (**A**), Ghosh (**B**) y Coeficientes importantes.

Rama	Francia							Italia							Grecia							Portugal							España						
	Rasmussen				**D_vdL**			**Rasmussen**				**D_vdL**			**Rasmussen**				**D_vdL**			**Rasmussen**				**D_vdL**			**Rasmussen**				**D_vdL**		
	BL	**A**	**B**	**CI**	**BL**	**A**	**B**	**BL**	**A**	**B**	**CI**	**BL**	**A**	**B**	**BL**	**A**	**B**	**CI**	**BL**	**A**	**B**	**BL**	**A**	**B**	**CI**	**BL**	**A**	**B**	**BL**	**A**	**B**	**CI**	**BL**	**A**	**B**
1								↓	↓	↑	**1**																								
2	↓	↓	↑	**0**	↓	↑	↓	↓	↓	↑	**0**	↓	↑	~↓								↓	↓	↑	**0**				↑	↓	↑	**0**			
3											**2**	↑	↑	↓				**2**	↑	↑	↓	↑	↑	↓	**2**	↑	~↑	↓	↑	↑	↓	**2**	↑	↑	↓
5	↑	↓	↑	**1**	↑	↑	↓				**1**	↑	↑	↓				**1**	↑	↑	↓	~↑	↑	↓	**1**	↑	↑	↓	↑	↓	↑	**1**			
8				**2**	↑	↑	~↓											**2**	↑	↑	↓				**2**	↑	↑	↓							
9				**1**	↑	↑	~↓				**1**	↑	↑	↓				**1**	↓	↑	↓				**1**	↓	~↑	↓							
10	↓	↑	~↓	**1**																															
13	↑	↓	↑	**2**											↓	↓	↑	**1**																	
14																													↑	↑	↓	**5**			
15	↓	↑	↓	**0**	↓	↓	↑	↓	↑	↓	**2**				~↑	↑	↓	**6**	↑	↓	↑	~↑	↑	↓	**4**	↑	↓	↑	↓	↑	↓	**2**			
17																		**0**	↓	↓	~↑	↓	↓	↑	**1**										
18	↑	↓	↑	**1**				↓	↓	↑	**0**				↓	↓	↑	**1**				↓	↓	↑	**1**										
20				**0**	↓	↓	~↑				**0**	↓	↓	~↑	↓	↑	↓	**0**	↓	↓	↑				**0**	↓	↓	↑	↓	↑	↓	**1**			
25								↓	↓	↑	**1**							**1**	↓	↓	↑				**0**	↑	↓	↑							
Total	**6**	**6**	**6**		**6**	**6**	**6**	**5**	**5**	**5**		**5**	**5**	**5**	**4**	**4**	**4**		**8**	**8**	**8**	**6**	**6**	**6**		**7**	**7**	**7**	**6**	**6**	**6**		**1**	**1**	**1**

Donde D_vdL hace referencia a la metodología de Dietzenbacher y van der Linden, por su parte **BL** corresponde al encademaniento hacia atrás de cada propuesta, el sentido de las flechas indica si se esta sobre o bajo el promedio, (~) señala que su valor esta próximo a la unidad, finalmente los coeficientes importantes son los que se contabilizan en columnas y, se obtienen empleando la formulación de Schintke y Stäglin (1988).

CAPÍTULO IV
ANÁLISIS ESTRUCTURAL MULTIDIMENSIONAL

4.1 INTRODUCCIÓN A UNA PROPUESTA DE ANÁLISIS GLOBAL

Este capítulo tiene por finalidad proporcionar una alternativa de análisis que facilite el estudio de la estructura de una economía en un entorno input-output. El objetivo que se persigue es conocer el comportamiento de cada sector de forma global, es decir, caracterizar y clasificar un sector de acuerdo a los valores conjuntos de sus encadenamientos, ya que, si bien los distintos enfoques que permiten realizar dicho análisis (clásicos, descomposición o extracción hipotética)[98] determinan el tipo de influencia que ejerce cada rama en la economía, no siempre evalúan de la misma manera; es decir, aunque presentan ciertas similitudes no existe un patrón de respuestas análogas. Además trabajar con una batería de indicadores dificulta el análisis, sobre todo si el estudio se hace empleando un gran número de metodologías y ramas. Se considera que una alternativa que permite resolver este problema es el empleo de indicadores sintéticos, los cuales pueden ser obtenidos de las Técnicas de Análisis Multivariante.

4.1.1 Análisis de Datos Multivariantes

Para determinar unos indicadores que sinteticen la información de los distintos índices estructurales detallados en capítulos anteriores se van a aplicar técnicas multivariantes de análisis factorial. El objetivo del Análisis de Datos Multivariantes, en adelante ADM, es evaluar las relaciones existentes entre las variables de un mismo grupo y la relación que se puede encontrar entre dos o más grupos de datos que contienen a dichas variables. En este sentido, el ADM es una herramienta estadística que permite analizar un conjunto de magnitudes multivariantes (que no pueden ser estudiadas con metodologías estadísticas uni o bidimensionales).

El objetivo del análisis factorial es simplificar y aclarar las relaciones existentes entre un conjunto de variables observadas; para ello intenta determinar factores comunes a dichas magnitudes. Es decir, se trata de encontrar un conjunto de factores, no directamente observables perdiendo un mínimo de información, que sean fácilmente interpretable y que sean los menos posibles. Por lo tanto, podemos decir que el análisis factorial es una técnica que permite la reducción de datos, examina la interdependencia entre variables y proporciona información relativa a la estructura subyacente de esos

[98] Se excluyen de este análisis los coeficientes importantes, ya que lo que se pretende encontrar es un **BL** y **FL** que resuma el conjunto de indicadores empleados.

datos.

4.1.1.1 Análisis Factorial

El análisis factorial, simplifica las relaciones que pueden darse en un conjunto de variables observables (**p**), por medio de dimensiones o factores comunes (**m**), relación que se encuentra en la matriz de correlaciones. Si el determinante de dicha matriz es pequño indicará que existe una relación entre las **p** variables observables y los **m** factores.

El análisis factorial puede ser exploratorio o confirmatorio. Es exploratorio cuando se conoce a priori en número de factores, el análisis se determina a partir de la aplicación empírica. El análisis factorial será confirmatorio cuando los factores están fijados a priori, efectuándose unos contrastes empíricos para corroborarlos.

La operativa de la técnica consiste en identificar el nexo común entre las variables aparentemente no relacionadas, esto es, se busca un conjunto de factores que no son directamente observables (**m<p**), pero que si explican al conjunto de variables observables perdiendo en dicho proceso un mínimo de información, en este sentido dicha técnica cumple con tres requisitos: el de la *interpretabilidad*, ya que al reducir la información no pierde calidad; el de la *parsimonia*, pues reduce el número de variables observables de **p** a **m** factores, y por último, el de la *interdependencia*, ya que los factores extraídos son ortogonales lo que garantiza que resulten ser independientes entre si.

La formulación del modelo de análisis factorial es la siguiente: sea $\mathbf{X_1}, \mathbf{X_2}, \ldots, \mathbf{X_p}$, variables tipificadas (media 0 y varianza 1); $\mathbf{F_1}, \mathbf{F_2}, \ldots, \mathbf{F_m}$ representan a los factores comunes; $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}, \ldots, \mathbf{e_p}$ son los factores únicos, y $\mathbf{l_{jh}}$ la "carga factorial", esto es, el peso del factor h en la variable j, es decir, señalan los pesos de los distintos factores en la estimación de la comunalidad (parte de la varianza que es explicada por los factores comunes) de cada variable. De acuerdo a lo explicado anteriormente, todas las variables originales vendrán influenciadas por todos los factores comunes que son inobservables. Expresando matricialmente estas relaciones se llega a:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X_1} \\ \mathbf{X_2} \\ \mathbf{X_3} \\ \vdots \\ \mathbf{X_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{l_{11}} & \mathbf{l_{12}} & \mathbf{l_{13}} & \cdots & \mathbf{l_{1p}} \\ \mathbf{l_{21}} & \mathbf{l_{22}} & \mathbf{l_{23}} & \cdots & \mathbf{l_{2p}} \\ \mathbf{l_{31}} & \mathbf{l_{32}} & \mathbf{l_{33}} & \cdots & \mathbf{l_{3p}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{l_{n1}} & \mathbf{l_{n2}} & \mathbf{l_{n3}} & \cdots & \mathbf{l_{np}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F_1} \\ \mathbf{F_2} \\ \mathbf{F_3} \\ \vdots \\ \mathbf{F_m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e_1} \\ \mathbf{e_2} \\ \mathbf{e_3} \\ \vdots \\ \mathbf{e_p} \end{bmatrix} \tag{4.1a}$$

O su equivalente en forma compacta:

$$\mathbf{x= Lf+ e} \tag{4.1b}$$

Asumiendo que la esperanza de cada factor común es nula [E(**f**)=**0**], la matriz de covarianzas de los factores comunes es una matriz identidad [E($\mathbf{ff^t}$)=**I**], es decir, la varianza de cada uno de los factores será 1 y, como los elementos que no están presentes en la diagonal principal son ceros, dichos factores estarán incorrelacionados entre si, lográndose de esta forma que los factores comunes, estén tipificados y no correlacionados. En el caso de los factores únicos, se asume que su esperanza es nula [E(**e**)=**0**], y que su matriz de covarianzas sea una matriz diagonal [E($\mathbf{ee^t}$)=$\mathbf{\Omega}$; $\forall\ \omega_{ij}^2 \in \mathbf{\Omega}$], el hecho que la matriz de covarianzas sea una matriz diagonal, garantiza que las varianzas de los factores únicos puedan ser distintas y, adicionalmente, que los factores estén incorrelacionados entre sí, pues se supone que factores comunes y únicos estén incorrelacionados, es decir, [E($\mathbf{fe^t}$)=0].

En lo relativo a las propiedades del modelo, y dado que las variables son tipificadas, la matriz de varianzas y covarianzas serán igual a la matriz de correlación poblacional, es decir:

$$\mathbf{E(x^t x) = R_p} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \rho_{12} & \rho_{13} & \cdots & \rho_{1p} \\ \rho_{21} & \mathbf{1} & \rho_{23} & \cdots & \rho_{2p} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & \mathbf{1} & \cdots & \rho_{3p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{p1} & \rho_{p2} & \rho_{p3} & \cdots & \mathbf{1} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

A partir de lo anteriormente expuesto, se tiene que:

$$\mathbf{R_p= E(x^t x)} \tag{4.3a}$$

O bien

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1p} \\ \rho_{21} & \mathbf{1} & \cdots & \rho_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{p1} & \rho_{p2} & \cdots & \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_{11} & \mathbf{l}_{12} & \cdots & \mathbf{l}_{1m} \\ \mathbf{l}_{21} & \mathbf{l}_{22} & \cdots & \mathbf{l}_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{l}_{p1} & \mathbf{l}_{p2} & \cdots & \mathbf{l}_{pm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{l}_{11} & \mathbf{l}_{21} & \cdots & \mathbf{l}_{p1} \\ \mathbf{l}_{21} & \mathbf{l}_{22} & \cdots & \mathbf{l}_{p2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{l}_{1m} & \mathbf{l}_{2m} & \cdots & \mathbf{l}_{pm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \omega_2^2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \omega_p^2 \end{bmatrix} \tag{4.3b}$$

De las ecuaciones anteriores, se observa que los coeficientes de correlación entre cada par de variables originales, son función de los coeficientes de los factores comunes, por tanto, la correlación teórica entre las variables $\mathbf{X_h}$ y $\mathbf{X_j}$ se puede expresar como:

$$\rho_{hj} = l_{h1}\, l_{j1} + l_{h2} l_{j2} + \ldots + l_{hm} l_{jm} = \sum_{k=1}^{m} l_{hk} l_{jk} \qquad (4.4)$$

También se observa según las ecuaciones 4.3, que la varianza poblacional de la variable tipificada $\mathbf{X_j}$, será:

$$1 = h_j^2 + \Omega_j^2 \qquad (4.5)$$

Donde $\mathbf{h_j^2}$ representa la suma de los primeros *m* elementos del segundo componente de la ecuación 5.3 ($\mathbf{h_j^2 = l_{j1}^2 + l_{j2}^2 + \ldots + l_{jm}^2}$), es decir, $\mathbf{h_j^2}$ es la parte de la varianza debida a los factores (*comunalidad*), por su parte, $\mathbf{\Omega_j^2}$ es la varianza de los factores únicos (*especificidad*).

Las comunalidades son según Hair *et al* (1999) un punto importante a considerar, ya que se obtienen de la matriz de factores y sirven para representar las variables que no se han incluido en ningún factor. En este sentido, representan la proporción de la varianza con la que contribuye cada variable a la solución final, por lo mismo es importante que tengan niveles aceptables (Hair *et al*, 1999, pp. 101).

Una forma que permite discriminar (aceptar o no) una variable en función de su comunalidad es la que plantean Hair *et al* (1999), quien específica *e.g.* que al menos debe ser explicada la mitad de la varianza de cada variable, por tanto, se deben catalogar como variables carentes de explicación suficiente para el estudio aquéllas que presenten comunalidades inferiores a 0.5 (Hair *et al*, 1999, pp. 101-102).

Con un planteamiento más conservador Pérez (2005) señala que, la comunalidad representa la parte de la variabilidad de cada variable explicada por los factores, por ello, y debido a que antes de la extracción de los factores cada variable tiene una comunalidad igual a uno, interesa que después de ella siga siendo alta (Pérez, 2005, pp. 511).

Según lo explicado y de acuerdo a lo que se desprende de las últimas ecuaciones, el análisis factorial permite identificar a los coeficientes $\mathbf{l_{jh}}$, es decir, a las cargas factoriales (estimadas), las cuales señalan los distintos pesos de los factores en la estimación de la comunalidad de cada variable, posteriormente y en base a la ecuación 4.5 se realiza una estimación residual la cual permite obtener las estimaciones de la especificidad.

El paso siguiente es la extracción de los factores, se comienza con la estimación de los parámetros poblacionales de las ecuaciones 4.3, para ello se reemplaza la matriz de correlación poblacional $\mathbf{R_p}$ por la matriz de correlación muestral **R**, es decir:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{r_{12}} & \cdots & \mathbf{r_{1p}} \\ \mathbf{r_{21}} & \mathbf{1} & \cdots & \mathbf{r_{2p}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{r_{p1}} & \mathbf{r_{p2}} & \cdots & \mathbf{1} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{L}}^{\mathbf{t}}\hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{\Omega}} \tag{4.6}$$

Uno de los supuestos del análiss factorial es que las variables originales estén correlacionados entre si, debido a que compraten factores comunes. Otra forma de establecer las correlaciones entre dichas magnitudes originales consiste en emplear las correlaciones entre factores y variables. A la correlación se le debe asignar una correlación muestral, en la cual los parámetros de los coeficientes **l** son reemplazados por estimaciones (*matriz de correlación reproducida*), de esta forma y dado que se emplean datos tipificados, la carga factorial $\hat{\mathbf{l}}_{\mathbf{jf}}$ será equivalente al coeficiente de correlación muestral entre la variable $\mathbf{X_j}$ y el factor $\mathbf{F_i}$. Por lo tanto, los distintos elementos de la matriz de correlación reproducida, servirán para evaluar la idoneidad de la técnica, ya que cada uno de sus coeficientes medirá la correlación entre dos variables por medio de los respectivos coeficientes de correlación con los factores, siendo cada elemento expresado por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{r_{hj}} = \hat{\mathbf{l}}_{\mathbf{h1}}\hat{\mathbf{l}}_{\mathbf{j1}} + \hat{\mathbf{l}}_{\mathbf{h2}}\hat{\mathbf{l}}_{\mathbf{j2}} + \ldots + \hat{\mathbf{l}}_{\mathbf{hm}}\hat{\mathbf{l}}_{\mathbf{jm}} = \sum_{\mathbf{k=1}}^{\mathbf{m}} \hat{\mathbf{l}}_{\mathbf{hk}}\hat{\mathbf{l}}_{\mathbf{jk}} \tag{4.7}$$

Si la diferencia entre el coeficiente de correlación reproducido y el muestral para cada par de variables es mínima, será indicativo de que la comunalidad de cada variable viene explicada por los factores, luego el análisis factorial será adecuado.

En lo relativo a los supuestos del Análisis Factorial, Hair *et al* (1999, pp. 88) indican que "éstos son más del tipo conceptual que estadístico", agregando que son: linealidad, autocorrelación, normalidad y homoscedasticidad. En lo referente al incumplimiento de los supuestos anteriores, puede traer como consecuencia una menor correlación entre las variables observadas así como una posible, aunque poco frecuente, inconsistencia en los test estadísticos de significatividad sobre los factores. Sin embargo, frecuentemente en la práctica son obviados.

En lo que tiene que ver con la detección de la multicolinealidad, López (López, 2002, pp. 178) destaca que lo importante no es detectar la presencia o ausencia de ella sino su grado, para ello sugiere, como primera medida, emplear los coeficientes de correlación simple o de grado cero. Si son altos se puede aceptar que existe multicolinealidad. Sin embargo, López advierte que si un modelo presenta varias variables explicativas es mejor utilizar los coeficientes de correlación parcial, ya que de emplear los primeros, no se determina adecuadamente el grado de asociación entre cada pareja de variables.

En este sentido, Hair *et al* (1999, pp. 88) sostienen que la técnica es inapropiada si no hay un número sustancial de correlaciones superiores a 0.30. De igual forma, también es inadecuada si las correlaciones parciales son altas, ya que no existen factores subyacentes "verdaderos". Además, según estos autores, la correlación y aplicación idónea también se puede determinar por medio del contraste de esfericidad de Bartlett, el cual indica la probabilidad de que la matriz de correlaciones de las variables involucradas sea una matriz identidad[99].

Por lo que se refiere al resto de supuestos señalados anteriormente Pearson (1901, pp. 563)[100] señala que al tratarse de una técnica con una fuerte base geométrica (elipse), los supuestos de normalidad y homoscedasticidad se pueden relajar, opinión que es compartida por Castro (Castro, 2002, pp. 263), Hair *et al* (1999, pp. 88), y Sánchez (1984, pp.)[101],

En una línea similar a la anterior, quizás más flexible, Pérez (2005) indica que para realizar este tipo de estudio previamente hay que plantearse si las **p** variables originales están correlacionas entre si, con el fin de contrastar la adecuación muestral al modelo de análisis factorial, e indica que si tal correlación no existe tampoco habrá factores comunes, lo cual implica el claro rechazo de esta técnica.

Para identificar adecuadamente si los datos se ajustan al análisis factorial, habitualmente también se analiza la matriz anti-imagen, parra ello se aplica el contraste de esfericidad de Bartlett o estadístico de contraste de la bondad del ajuste (U) y la medida de adecuación muestral global KMO (Kaiser- Meyer y Olkin). En el caso de la matriz anti-imagen, según Hair *et al* (1999, pp. 88) y Pérez (2005, pp. 509) está constituida por los valores negativos de los coeficientes de correlación parcial entre cada par de variables. Si la diagonal principal de dicha matriz se aproxima a uno y el resto de sus elementos son próximos a cero, es indicativo que la técnica se adecúa bien a los objetivos.

En lo relativo al contraste de esfericidad de Bartlett o estadístico de contraste de la bondad del ajuste (U), presenta las siguientes hipótesis:

H_0: Existen m factores comunes

[99] Se debe tener presente que el contraste de esfericidad de Bartlett es sensible al tamaño de la muestra, esto es, mientras más grande la muestra este contraste determina más adecuadamente las correlaciones entre variables.
[100] PEARSON, Karl. On lines and planes of closest fit to a systems of points in space. Philosophical Magazine, 6(2): 559-572, 1901.
[101] SÁNCHEZ Carrión, Juan. Introducción a las técnicas de análisis multivariante aplicadas a las ciencias sociales. Centro de Investigaciones Sociológicas. Madrid, 1984, 331 pp.

H_1: No existen factores comunes

$$\mathbf{U} = \left\{\mathbf{n} - \mathbf{1} - \frac{\mathbf{2p+5}}{\mathbf{6}} - \frac{\mathbf{2m}}{\mathbf{3}}\right\}\{\mathbf{traza}\left((\hat{\mathbf{L}}^t\hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{\Omega}})\mathbf{R}\right) - \mathbf{ln}\left|(\hat{\mathbf{L}}^t\hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{\Omega}})\mathbf{R}\right| - \mathbf{p}\} \tag{4.8}$$

Estadístico que bajo la hipótesis nula sigue una distribución Chi-cuadrado con $\left[\frac{(p-m)^2 - (p-m)}{2}\right]$ grados de libertad.

La medida de adecuación muestral global KMO (Kaiser- Meyer y Olkin), se basa en los coeficientes de correlación observados entre cada par de variables y en sus coeficientes de correlación parcial, siendo suficiente con que esta medida esté sobre 0.5 (Pérez, 2005, pp. 500-501).

$$KMO = \frac{\sum\sum_{h\neq j} r_{jh}^2}{\sum\sum_{h\neq j} r_{jh}^2 + \sum_{h\neq j} a_{jh}^2} \tag{4.9}$$

Adicionalmente, se debe usar según Hair *et al* la medida KMO para cada una de las variables, coeficiente que en este caso se denomina Medida de Adecuación Muestral de la Variable *j-ésima* (MSA_j) (Hair *et al*, 1999, pp. 88-89).

$$MSA_j = \frac{\sum_{h\neq j} r_{jh}^2}{\sum_{h\neq j} r_{jh}^2 + \sum_{h\neq j} a_{jh}^2} \tag{4.10}$$

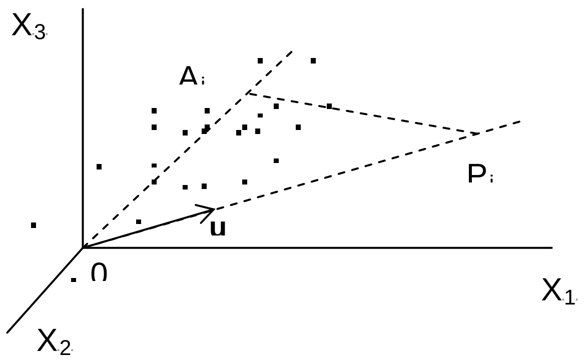
Donde r_{ij} son los coeficientes observados entre las variables originales y a_{ij} corresponde a los de correlación parcial entre las variables originales.

El paso siguiente será la extracción de factores la cual se efectuará a partir de la aplicación del Análisis de Componentes Principales..

Esta técnica tiene por objetivo la evaluación de la interdependencia de las variables, tratando de explicar la mayor parte de la variabilidad total para un conjunto de variables con el menor número de componentes posibles.

Esta técnica toma un conjunto de variables y las transforma en una combinación lineal de ellas, obteniendo un conjunto de factores que resumen la información de las variables iniciales en un número menor de ellas (Pérez, 2005, pp. 499).

Figura 5.1: Representación geométrica del Análisis Factorial.



La metodología que subyace a la técnica Componentes Principales queda patente en la figura 5.1. En ella se aprecia una nube de datos en el espacio $\mathbf{R}^v$ de variables tipificadas, el objetivo es buscar un vector **u** que pase por $\overline{0P_i}$ y que a su vez minimice la distancia $\overline{A_iP_i}$. Es decir, se debe encontrar un eje que esté lo más alejado posible de la proyección de la nube de datos ($\overline{0P_i}$), para que represente la mayor dispersión. A partir de la determinación de dicho vector, al que se le suele llamar "eje factorial" o "eje de inercia", se evalúa si algún dato no presenta variabilidad, o no aporta inercia a la inercia total. En otras palabras, se observa si un dato no contribuye a explicar la inercia total, y en éste caso se omite.

Una vez planteado lo anterior, se procede a determinar el primer componente principal ($\mathbf{Z_1}$), cuya media muestral es 0, y se expresa como una combinación lineal de las **p** variables originales, donde las ponderaciones vienen dadas por $\mathbf{u_{1j}}$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z_{11}} \\ \mathbf{z_{12}} \\ \vdots \\ \mathbf{z_{1n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x_{11}} & \mathbf{x_{21}} & \cdots & \mathbf{x_{p1}} \\ \mathbf{x_{12}} & \mathbf{x_{22}} & \cdots & \mathbf{x_{p2}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{x_{1n}} & \mathbf{x_{2n}} & \cdots & \mathbf{x_{pn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u_{11}} \\ \mathbf{u_{12}} \\ \vdots \\ \mathbf{u_{1p}} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{z_1} = \mathbf{X u_1} \tag{4.11}$$

X es una matriz de datos cuyas dimensiones son el tamaño de la muestra **n** y las **p** variables a estudiar.

La obtención de la primera componente se logra haciendo que la varianza del primer componente principal [$\mathbf{Var(z_1)}$] sea máxima, en función de la restricción que la suma de sus ponderaciones ($\mathbf{u_{1j}}$) al cuadrado sea igual a uno $\left(\sum_{j=1}^{p} u_{1j}^2 = u_1^t u_1 = 1\right)$. De esta manera la variable de los pesos o ponderaciones ($\mathbf{u_{11}}$, $\mathbf{u_{12}}$, ..., $\mathbf{u_{1p}}$) está normalizada. Dado que las variables con las que se trabaja son tipificadas, la varianza del primer componente será:

$$\mathbf{Var(z_1)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{Z_{1i}^2}}{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}\mathbf{z_1^t z_1} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}\mathbf{u_1^t X^t X u_1} = \mathbf{u_1^t}\left[\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}\mathbf{X^t X}\right]\mathbf{u_1} \tag{4.12}$$

Ya que se trabaja con datos que vienen expresados en desviaciones respecto a la media, la matriz $\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}\mathbf{X^t X}\right)$ será equivalente a la matriz de varianzas y covarianzas muestral ($\mathbf{V}$)[102]. La varianza del primer componente se puede expresar como:

$$\mathbf{Var(z_1)} = \mathbf{u_1^t V u_1} \tag{4.13}$$

Al incorporar la restricción anteriormente señalada, se forma un lagragiano que se debe maximizar, esto es:

$$\mathbf{L} = \mathbf{u_1^t V u_1} - \lambda(\mathbf{u_1^t u_1} - \mathbf{1}) \tag{4.14}$$

Aplicando las condiciones necesarias para la existencia de un óptimo, se obtiene:

$$\frac{\partial L}{\partial u_1} = \mathbf{2Vu_1} - \mathbf{2\lambda\lambda_1} = 0 \tag{4.15}$$

Que también se puede escribir como:

$$\mathbf{(V\text{-}\lambda I)u_1 = 0} \tag{4.16}$$

La condición de compatibilidad de este sistema es que su determinante sea nulo, es decir que:

[102] Donde $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{S_1^2} & \mathbf{S_{21}} & \cdots & \mathbf{S_{p1}} \\ \mathbf{S_{12}} & \mathbf{S_2^2} & \cdots & \mathbf{S_{p2}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{S_{1n}} & \mathbf{S_{2n}} & \cdots & \mathbf{S_{pn}^2} \end{bmatrix}$, siendo $\mathbf{S_i^2}$ la varianza muestral y $\mathbf{S_{ij}}$ las covarianzas muestrales.

$$\mathrm{Det}(\mathbf{V}-\lambda\mathbf{I})=0 \qquad (4.17)$$

Donde **I** es una matriz identidad y λ corresponde a los valores propios de **V**, que son monótonos decrecientes.

En la ecuación 4.17 se obtienen **p** raíces características, si se hace uso de la mayor de ellas (λ_1) y a partir de la restricción $\left(\sum_{j=1}^{p} u_{1j}^2 = u_1^t u_1 = 1\right)$, se obtiene su vector característico asociado $\mathbf{u_1}$, es decir, el vector de ponderaciones utilizado para obtener la primera componente principal corresponde al vector característico asociado a la raíz característica mayor de la matriz **V**. La condición suficiente para la existencia del óptimo queda garantizada por la forma que tiene el problema.

La obtención de una componente genérica [$\mathbf{z_h = Xu_h}$], sujeta a las restricciones $\mathbf{u_h^t u_h = 1}$ y $\mathbf{u_h^t u_1 = u_h^t u_2 = \ldots = u_h^t u_{h-1} = 0}$ (condición de no correlación entre los componentes), permitirá obtener el vector de ponderaciones $\mathbf{u_h}$ para el componente $\mathbf{z_h}$ el cual está asociado al vector propio $\lambda_{\mathbf{h}}$.

Para determinar el aporte que realiza cada componente a la varianza total, se determinan sus respectivas varianzas partiendo de las restricciones anteriormente señaladas, observándose que la varianza del componente $\mathbf{z_h}$ es igual a la raíz característica $\lambda_{\mathbf{h}}$ a la cual está asociada.

$$\mathbf{Var(z_h) = u_h^t V u_h} = \boldsymbol{\lambda_h} \qquad (4.18)$$

La varianza total se puede obtener de la diagonal principal de la matriz **V**, ya que la variabilidad total observada en las magnitudes originales puede definirse como la suma de sus varianzas.

$$\text{Traza}(\mathbf{V}) = \sum_{\mathbf{h=1}}^{\mathbf{p}} \boldsymbol{\lambda_h} \qquad (4.19)$$

Denominando proporción de inercia retenida por la componente $\mathbf{z_h}$ a la siguiente expresión:

$$\frac{\lambda_h}{\text{Traza(V)}} = \frac{\lambda_h}{\sum_{h=1}^{p} \lambda_h} \qquad (4.20)$$

Con respecto al último punto, si en vez de trabajar con la matriz **V** se hace con la **R**, manteniendo el supuesto de variables tipificadas, se obtiene que la traza(**R**)= **p**, por lo tanto, la proporción de inercia retenida en la componente $\mathbf{z_h}$ es, $\lambda_h/\mathbf{p}$, ya que con la diagonalización de la matriz de correlaciones **R** se obtiene los vectores propios de **R** y sus valores propios (λ). Puesto que $\mathbf{Ru}=\lambda\mathbf{u}$, donde **u** es el vector propio asociado a λ, ello porque la traza de la matriz **R** es invariante y dado que sus valores propios son λ_i ($\forall$ i=1, ….p), se tiene que:

$$\text{Traza } \mathbf{R} = \text{Inercia} = \text{p} = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i$$

Es decir, el aporte de cada factor a la inercia total es igual a su valor propio, y si tal valor se expresa como porcentaje, representará la inercia explicada por el factor.

Para finalizar, se presenta la covarianza y el coeficiente de correlación entre la variable original $\mathbf{X_j}$ y la componente $\mathbf{z_h}$:

$$\mathbf{Cov(X_j; z_h) = \lambda_h u_{hj}}$$

$$\mathbf{r_{jh}} = \frac{\lambda_h u_{hj}}{\sqrt{\mathbf{Var(X_j)}}\sqrt{\lambda_h}} = \mathbf{u_{hj}}\sqrt{\lambda_h}$$

El coeficiente $\mathbf{r_{jh}}$ forma parte de la matriz de cargas factoriales, la cual muestra la correlación que existe entre las variables originales y los factores. Si una variable tiene una alta carga será muy representativa del factor, por otra parte, si se eleva al cuadrado, representará el porcentaje de la varianza de una variable original que es explicado por un factor.

Una vez establecidos los valores $\mathbf{u_{hj}}$ se debe proceder a determinar las puntuaciones $\mathbf{z_{hi}}$, las cuales resumen el valor de una observación para el conjunto de datos que representa (indicador sintético).

Las puntuaciones representan los valores de los componentes correspondientes a cada observación (Uriel, 1995, pp. 327), los cuales se pueden obtener a partir de:

$$\mathbf{z_{hi} = u_{h1}X_{1i} + u_{h2}X_{2i} + \dots\ u_{hp}X_{pi}} \qquad \text{con h= 1, 2, …, p e i= 1, 2, …, n.}$$

A partir de la expresión anterior, se puede observar que las variables influyen en cierta forma en la puntuación final para cada caso.

Otro aspecto a considerar, es el número de factores que se retengan, ya que cuantos más sean, mayor será la calidad y precisión de la representación que se está planteando. Sin embargo, si son muchos se llega a la contradicción de no resumir prácticamente nada. Algunos de los criterios usuales para ello son:

1. Establecer un número fijo de factores a retener.
2. Observar qué factores tienen valor propio asociado mayores que uno y retenerlos.
3. Fijar un valor propio, y a partir de éste, retener todos los sean superiores a él.
4. Establecer como media comparativa un porcentaje de la inercia total, y partir de este valor retener los factores que expliquen dicha proporción.

Considérese que se retienen **m** factores, la varianza de la variable $\mathbf{x_i}$ contenida en dichos factores será:

$$\mathbf{h_i^2 = u_{i1}^2\lambda_1 + u_{i2}^2\lambda_2 + u_{i3}^2\lambda_{3+} \ldots\ldots + u_{im}^2\lambda_m \leq 1}$$

La ecuación anterior sirve para evaluar la calidad de la representación de $\mathbf{X_i}$ para los primeros **m** factores. Si tal expresión se aproxima a la unidad indicará que $\mathbf{z_i}$ es una buena representación de la estructura subyacente del fenómeno estudiado.

El último punto al que se hará referencia tiene que ver con la interpretación de los factores principales, que por facilidad se suele rotar en forma ortogonal la solución obtenida. Debido a que tras la rotación los nuevos ejes mantienen su estado de incorrelación entre ellos, así como la capacidad conjunta de cada factor para retener la información de las variables. Sin embargo, este ejercicio no está exento de problemas, uno de ellos es el cambio que se produce en la inercia resumida de cada factor, ya que las variables con mayores comunalidades tendrán una mayor influencia en el modelo final, otro problema tiene que ver con la correlación que se da entre las variables y los factores. La solución a estos problemas, pasa por calcular nuevamente la matriz de factores, la cual contiene las correlaciones entre las variables originales y los factores rotados. Para llevar a cabo la rotación las alternativas más comunes son los métodos VARIMAX y el QUARTIMAX. El primero, se basa en la reducción de las columnas presentes en la matriz de factores, maximizándose la suma de varianzas[103], es decir, se maximiza la suma de las varianzas de las cargas requeridas por la matriz de factores, logrando respuestas que están próximas al abanico comprendido entre -1 y 1.

El método QUARTIMAX reduce las filas de una matriz de factores, es decir, hace que una

[103] Cuando se simplifica por filas la matriz de factores, se pretende llegar a obtener la mayor cuantía de factores próximos a cero, esto es, la idea consiste en maximizar la carga de una variable sobre un único factor. Si la simplificación se realiza en columnas, se persigue un objetivo similar al anterior, esto es, reducir el número de cargas altas, ya que cada columna representa los factores y las filas las cargas de las variables para cada uno de los factores.

variable cargue alto sobre un factor (pero lo más bajo posible sobre los otros factores), dado que se centra en la simplificación de las filas.

La utilización de una u otra rotación depende de los objetivos del investigador, mientras que la rotación VARIMAX tiende a ser más robusta que la obtenida por el método QUARTIMAX cuando se analizan diferentes subconjuntos de variables, demostrando además ser más adecuada como aproximación analítica para lograr una rotación ortogonal de factores (Hair *et al*, 1999, pp. 98).

En la determinación de indicadores sintéticos frecuentemente se extrae un único factor, sin embargo, si la varianza explicada no es muy elevada, puede ser interesante considerar las primeras componentes, obteniendo dicho indicador sintético a partir de una media ponderada de las mismas, empleando como ponderador las proporciones de inercias retenidas.

4.2 ANÁLISIS MULTIVARIANTE APLICADO

A continuación se procede a realizar una doble evaluación, en primer lugar se determinará por medio del análisis multivariante cuál es la estructura productiva subyacente de cada país del estudio, en función de las distintas técnicas que miden los encadenamientos

Para lograr lo anterior, primero se determina la estructura de cada una de las economías del estudio, según las distintas metodología que evalúan los encadenamientos (Rasmussen, Chenery y Watanabe, Sonis *et al*, Dietzenbacher y van der Linden, más las propuestas para Hazari y Sonis *et al*), posteriormente, se pasa a condensar dicha información siguiendo la técnica de los componentes principales.

4.2.1 Determinación de la estructura subyacente en cada país

A continuación se obtendrán dos indicadores sintéticos, uno relativo al eslabonamiento hacia delante y otro hacia atrás, que faciliten el análisis de la estructura productiva de cada país del estudio, esto es, teniendo como base un conjunto de encadenamientos medidos según distintas metodologías, se procede a realizar un análisis estructural tomando el conjunto de los procedimientos empleados en capítulos anteriores [Rasmussen (1956), Chenery y Watanabe (1958), Hazari (1970), Cella (1984), Sonis *et al* (1995), Dietzenbacher y van der Linden (1997), y las alternativas presentadas para Hazari y Sonis *et al*]. De esta manera, se espera lograr superar el inconveniente de analizar múltiples procedimientos para cada caso, ya que de acuerdo a los resultados empíricos se observa que entre las distintas propuestas no existe un patrón común en cuanto a las respuestas proporcionadas por cada una, aún cuando sí se observan ciertas coincidencias. La forma de proceder ha sido aplicando, como ya se ha indicado, la técnica de Análisis Factorial, esto es, se han buscado dos indicadores sintéticos, uno para la determinación del **BL** y otro para la del **FL**, separando de esta forma los encadenamientos hacia atrás de los hacia delante, el propósito de ello, es la obtención de una clasificación similar a la empleada anteriormente (claves, impulsoras, base o islas).

En el análisis realizado en este capítulo no se han considerado la propuesta de Cella debido a una decisión de carácter puramente conceptual, ya que dicho enfoque no es comparable directamente con el resto. Sin embargo, también es cierto, que si se hubiese tenido en cuenta los resultados empíricos no habrían empeorado sino por el contrario, en algunos casos se facilita la clasificación (situación similar ocurriría con el planteamiento de Hazari). Por último, señalaremos que los **FL** utilizados están corregidos mediante el empleo de la matriz de Ghosh.

Una vez presentada la técnica que servirá para analizar las distintas estructuras económicas para los países del estudio, se debe proceder a evaluar el cumplimiento de los supuestos, es decir, verificar si los datos de nuestra muestra se adecúan a la técnica señalada, para ello, se ha determinado la matriz de correlaciones, el test de Bartlett y la prueba KMO, derivándose para todos los países analizados resultados satisfactorios (anexos 4.1 a 4.5).

De acuerdo a las matrices de correlaciones se observa que (anexo 4.1 a 4.5), en general, todos los coeficientes sobrepasan el umbral del 30% (valor habitualmente aceptado), por lo tanto, los datos son adecuados a la técnica. Además en todos los casos se observa que el determinante de dicha matriz es de pequeño valor, lo que indica que el grado de correlación entre las variables es muy alto, condición inicial que se debe cumplir para el análisis de componentes principales.

Posteriormente, se procede a realizar el test de esfericidad de Bartlett, el cual contrasta formalmente la existencia de correlación entre variables. Para cada país este test indicó que existe correlación significativa entre las variables (p- valor, nulo).

En lo que tiene que ver con el estadístico KMO, en general, es superior a 0.5 [0.599; 0.587 (Francia, **BL** y **FL**); 0.621 y 0.573 respectivamente para Italia; 0.650 y 0.407 para Grecia; 0.618 y 0.559 para Portugal y finalmente 0.558 y 0.505 para España], por lo que se puede aceptar que el análisis estaría adecuadamente realizado.

Una última prueba a realizar según Hair *et al* (1999, pp. 88) y Pérez (2005, pp. 509) que permite evaluar la idoneidad de la técnica, tiene que ver con la revisión de las matrices de correlaciones anti-imagen. Una vez efectuada esta prueba se observa que, en general, todos los países cumplen con este requisito, razón por la cual se cree hay elementos suficientes para aceptar que la muestra seleccionada se adecúa a la técnica aplicada.

Una vez establecida la idoneidad de la técnica el paso siguiente es la aplicación de la misma con los objetivos señalados. Tanto en el análisis efectuado a partir de los **BL** como de los **FL** de cada país se han retenido dos factores (cuadros 4.1 y 4.2).

Por lo que se refiere al indicador sintético del **BL**, los resultados relativos a la proporción de inercia retenida aparecen recogidos a continuación.

Cuadro 4.1: Proporción de inercia retenida por los factores (indicador sintético del **BL**).

Países	Proporción de inercia retenida, 1º factor	Proporción de inercia retenida, 2º factor	Proporción acumulada de inercia retenida
Francia	55.393	35.532	90.926
Italia	52.487	38.549	91.035
Grecia	57.827	34.634	92.461
Portugal	55.700	33.112	88.812
España	49.238	43.558	92.796

En relación a los indicadores sintéticos que representan al **FL**, estos se muestran en el cuadro siguiente.

Cuadro 4.2: Proporción de inercia retenida por los factores (indicador sintético del **FL**).

Países	Proporción de inercia retenida, 1º factor	Proporción de inercia retenida, 2º factor	Proporción acumulada de inercia retenida
Francia	64.579	30.051	94.630
Italia	65.194	27.007	92.201
Grecia	53.777	37.385	91.163
Portugal	58.829	30.894	89.723
España	58.126	36.505	94.632

Podemos señalar que la primera componente del indicador sintético del **BL** para Francia, explica el 55.393% de la varianza total, siendo la acumulada por los dos ejes igual al 90.926%. En el caso del **FL** dichos valores son 64.579 y 94.630, respectivamente. En el caso de Italia: 91.035 y 92.201%, para el **BL** y **FL**, respectivamente. En Grecia estos valores son 92.461 y 91.163 %, para Portugal 88.812 y 89.723%, y finalmente para España 92.796 y 94.632%. Como se aprecia, en general, los factores retenidos representan adecuadamente a las variables originales, y responden a los límites aceptados en ciencias sociales (alrededor del 60%).

Las comunalidades (cuadro 4.3, que por facilidad se han agrupado en un solo cuadro) son altas, en general, cada una de las variables iniciales están adecuadamente representadas por los factores retenidos, salvo en 5 de los 80 casos su valor sobrepasa el 80%.

Cuadro 4.3: Comunalidades.

	Francia	Italia	Grecia	Portugal	España
BL_R	0.888	0.866	0.831	0.819	0.951
BL_Ch_W	0.933	0.926	0.980	0.931	0.939
BL_wjOT	0.983	0.985	0.991	0.989	0.923
BL_wjOT_vj	0.912	0.892	0.932	0.881	0.943
BL_PL	0.640	0.696	0.728	0.568	0.802
BL_D_VDL	0.993	0.986	0.990	0.983	0.996
BL_Spr_wj	0.941	0.945	0.957	0.946	0.965
BL_Spr	0.983	0.987	0.989	0.987	0.904
FL_R_G	0.977	0.962	0.935	0.936	0.993
FL_Ch_WG	0.969	0.960	0.962	0.944	0.972
FL_wiOT	0.971	0.904	0.955	0.913	0.924
FL_wiOT_vi	0.972	0.919	0.858	0.874	0.889
FL_PL_G	0.947	0.950	0.914	0.913	0.963
FL_D_VDL	0.778	0.818	0.831	0.820	0.993
FL_Spr_wj	0.981	0.962	0.913	0.888	0.900
FL_Spr	0.976	0.900	0.926	0.889	0.936

Por último, se puede analizar la bondad del modelo a partir de la matriz de correlación reproducida. Habitualmente se considera que el modelo es adecuado si las diferencias entre los elementos de la matriz de correlación inicial y la reproducida no exceden del 5%.

Los resultados obtenidos en nuestro análisis se presentan en el cuadro 4.4, en el cual se indica el número de residuos no redundantes con valores absolutos mayores que 0.05 y el porcentaje que representan, por ejemplo, en el caso del **BL** de Francia, existen 5 residuos no redundantes con valores absolutos mayores que 0.05, que representan el 17% del total.

Cuadro 4.4: Diferencias entre las matrices de correlaciones observadas y reproducidas.

	BL [casos]	FL [casos]
Francia	5 (17.0%)	2 (7.00%)
Italia	5 (17.0%)	4 (14.0%)
Grecia	2 (7.00%)	3 (10.0%)
Portugal	6 (21.0%)	8 (28.0%)
España	6 (21.0%)	2 (7.00%)

Como se aprecia del cuadro 4.4, las diferencias que se dan entre ambas matrices tanto para los indicadores sintéticos del **BL** como del **FL** en cada país son muy aceptables, existiendo sólo un caso que se podría considerar ligeramente elevado (indicador sintético del **FL** para Portugal), cuyo valor no es bajo, pero tampoco alto como para cuestionar la bondad del modelo.

Una vez rotada la matriz de componentes mediante el método VARIMAX, se observa para el caso de los **BL**, que la segunda componente se asocia con las propuestas de Rasmussen, Chenery y Watanabe, Sonis *et al* y Dietzenbacher y van der Linden, mientras que la primera lo hace con las modificaciones de la propuesta de Hazari y la de Sonis *et al*. Para el caso del índice **FL** ocurre similar situación, la diferencia está en que se invierten los componentes, esto es, el primer factor guardaría relación con las modificaciones a las propuestas y el segundo con el resto. Asimismo, también se observa que los elementos que se agrupan en el primer eje, presentan para el caso del **BL** y **FL** correlaciones positivas, situación similar ocurriría para el segundo eje.

Finalmente, se procede a rescatar la información sintetizada, para ello se utiliza la matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en los componentes, y dado que se han retenido dos factores, los indicadores son calculados como una medida ponderada por las varianzas explicadas, se ha optado por este criterio, ya que con ello se atiende tanto a las cargas que son mayores como menores (Castro, 2002, pp. 272)[104].

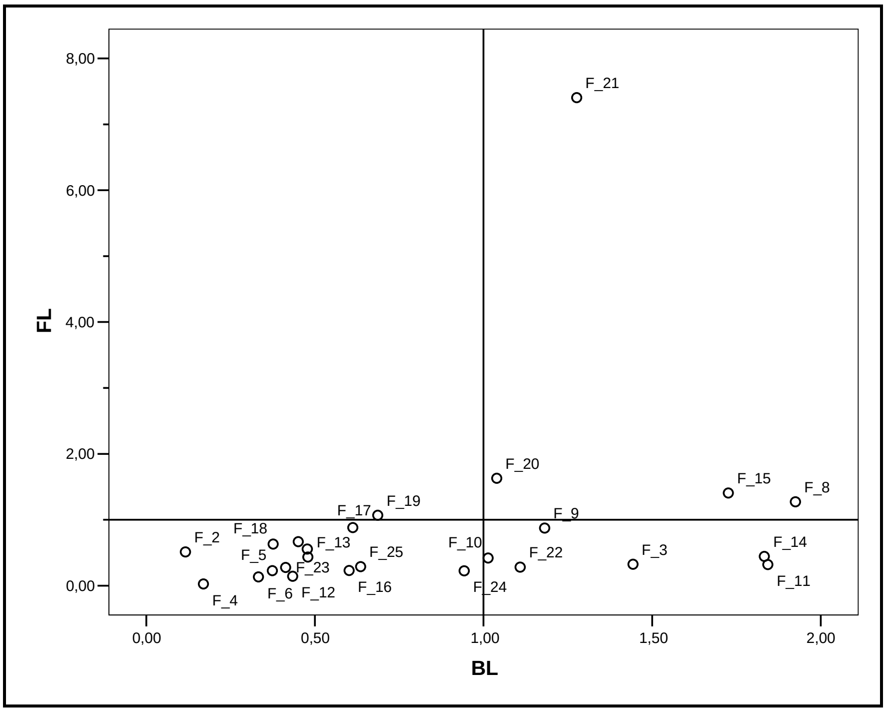
Una vez obtenidos tanto los **BL** como **FL** sintetizados para cada país, se procede a construir un gráfico con los mismos. Para facilitar el análisis se trasladan los ejes iniciales, de forma que a la derecha del nuevo eje vertical se sitúan los **BL** globales con encadenamientos superiores a la media, situación similar se realiza con el **FL**. Sobre el eje horizontal se encuentran aquellas ramas que tengan un **FL** mayor que la media.

Del gráfico 4.1, se observa que en el caso de Francia son claves las ramas 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 15 (comercio), 20 (actividades inmobiliarias) y 21 (investigación y desarrollo). Son sectores impulsores de la economía el 3 (alimentos y bebidas), 9 (elaboración de metales comunes), 10 (electrónica menor), 11 (fabricación de medios de transporte), 14 (construcción) y 22 (administración pública). Rama base es la 19 (intermediación financiera). Finalmente, serían sectores independientes las ramas 1 (agropecuario y pesca), 2 (minas), 4 (tabaco), 5 (textiles), 6 (vestuario y cueros), 7 (madera y papel), 12 (resto de industria manufacturera), 13 (electricidad, gas y agua), 16 (hoteles y restaurantes), 17 (transporte), 18 (correo y telecomunicaciones), 23 (enseñanza), 24 (servicios sociales y de salud) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales). Es preciso señalar que en el gráfico 5.1 existen algunas situaciones límites que se denominarán "casos especiales", ya que su **BL** y/o **FL**, se encuentran próximos a las líneas de referencia situadas en la unidad, es decir, son sectores que requieren de una mayor atención pues pueden cambiar de tipología. En Francia, se podrían considerar como casos especiales las ramas 9; 17 y 24. La primera se aproxima a ser clave, ya que su **FL** está muy próximo a la unidad (**FL**= 0,87) y su

[104] Los **BL** y **FL** originales se obtienen del anexo 2.4.

BL sobre ella. Por su parte, la rama 17 se puede aceptar que es base (**BL** menor que el promedio y **FL** próximo a la unidad) y, que la 24 debido a que tiene un **BL** que casi llega a la unidad, se puede considerar impulsora.

Gráfico 4.1: Clasificación de sectores. El caso de Francia.



En el caso de Italia se ha observado que existe sólo una rama clave: coque, productos químicos y minerales no metálicos (8). Sectores impulsoras serían 3 (alimentos y bebidas), 9 (elaboración de metales comunes), 14 (construcción), 15 (comercio) y 24 (servicios sociales y de salud). Se consideran base las ramas 1 (agropecuario y pesca), 2 (minas), 7 (madera y papel), 13 (electricidad, gas y agua), 17 (transporte), 18 (correo y telecomunicaciones), 19 (intermediación financiera) y 21 (investigación y desarrollo). Finalmente, sectores independientes son el 4 (tabaco), 5 (textiles), 6 (vestuario y cueros), 10 (electrónica menor), 11 (fabricación de medios de transporte), 12 (resto de industria manufacturera), 16 (hoteles y vestuario), 20 (actividades inmobiliarias), 22 (administración pública), 23 (enseñanza) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales).

Situaciones en el límite se presentan en las ramas 9, 15 y 17, los sectores 9 y 15, estarían cerca de poder ser consideradas como claves ya que en ambos casos su **BL** sobrepasa el promedio y su **FL** bordea la unidad (0,8575 y 0,9909 respectivamente), situación similar ocurre con el sector 17 pero a la inversa pues su **BL** es 0.9370, creando una situación importante de proximidad al primer cuadrante, lo cual permitiría aceptar que también es clave.

Gráfico 4.2: Clasificación de sectores. El caso de Italia.

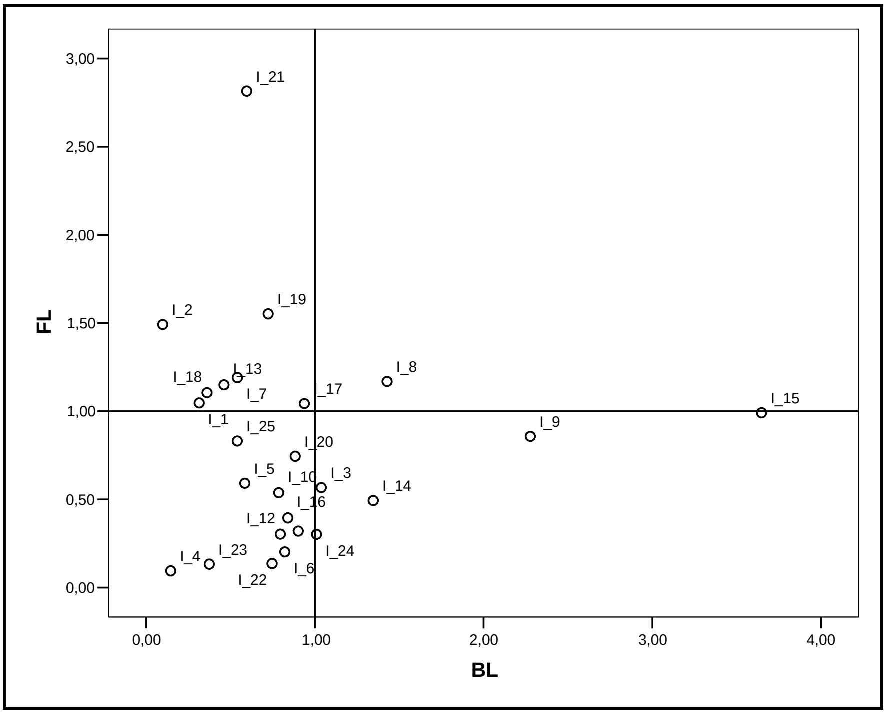
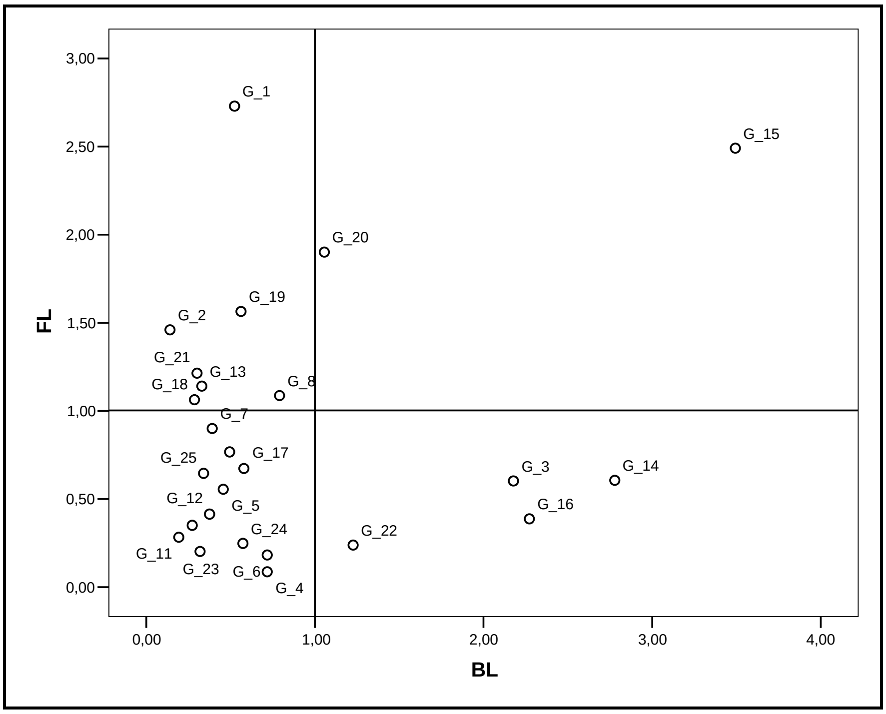
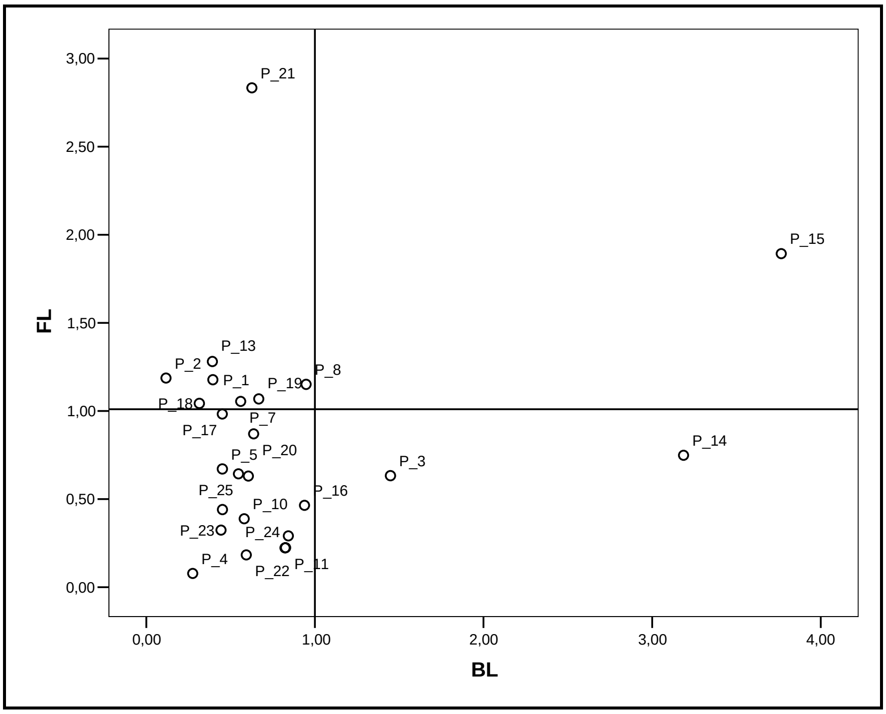


Gráfico 4.3: Clasificación de sectores. El caso de Grecia.



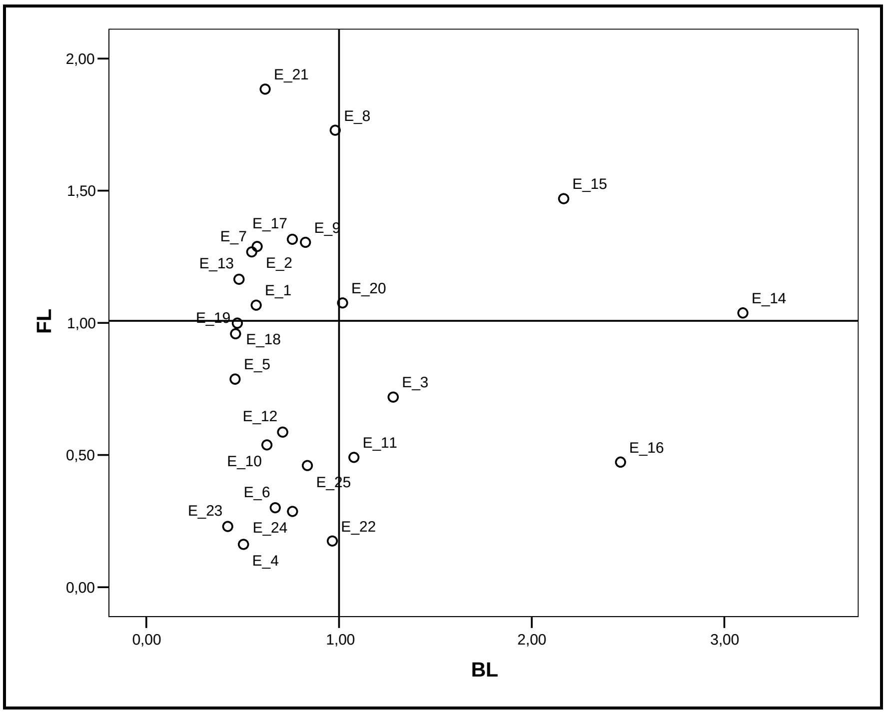
Ramas claves en Grecia son la 15 (comercio) y 20 (actividades inmobiliarias). Impulsoras las 3 (alimentos y bebidas), 14 (construcción), 16 (hoteles y restaurantes) y 22 (administración pública). Las actividades 1 (agropecuario y pesca), 2 (minas), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 13 (electricidad, gas y agua), 18 (correo y telecomunicaciones), 19 (intermediación financiera) y 21 (investigación y desarrollo), son base. Por último, sectores independientes son 4 (tabaco), 5 (textiles), 6 (vestuario y cueros), 7 (madera y papel), 9 (elaboración de metales comunes), 10 (electrónica menor), 11 (fabricación de medios de transporte), 12 (resto de industria manufacturera), 17 (transporte), 23 (enseñanza), 24 (servicios sociales y de salud) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales). En el caso de Grecia la rama 7, presenta una clasificación confusa, ya que su **FL** (0.9001), permitiría aceptar que ella es base y no independiente.

Gráfico 4.4: Clasificación de sectores. El caso de Portugal.



Por su parte, en Portugal sería clave sólo el sector 15 (comercio). Impulsoras de la economía son las ramas 3 (alimentos y bebidas) y 14 (construcción). Las actividades 1 (agropecuario y pesca), 2 (minas), 7 (madera y papel), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 18 (correo y telecomunicaciones), 19 (intermediación financiera) y 21 (investigación y desarrollo), se consideran como base. Por último, sectores independientes son 4 (tabaco), 5 (textiles), 6 (vestuario y cueros), 9 (elaboración de metales comunes), 10 (electrónica menor), 11 (fabricación de medios de transporte), 12 (resto de industria manufacturera), 16 (hoteles y restaurantes), 17 (transporte), 20 (actividades inmobiliarias), 22 (administración pública), 23 (enseñanza), 24 (servicios sociales y de salud) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales). Se aprecian tres situaciones que se puede considerar ambiguas, para las ramas 8, 16 y 17, la rama 8, posee un **BL** próximo a la unidad (0,94726) y un **FL** sobre ella, por lo que esta actividad estaría en el límite para ser considerada como clave. Por su parte, el **BL** de la 16 (0.9380) permitiría clasificarla como rama impulsora de la economía. Finalmente, el sector 17 presenta un **FL** (0.9829) que bajo una pequeña variación podría contribuir a que dicha rama se clasificase como impulsora.

Gráfico 4.5: Clasificación de sectores. El caso de España.



En el caso de España son ramas claves la 14 (construcción), 15 (comercio) y 20 (actividades inmobiliarias). Sectores impulsores de la economía española se considera que son 3 (alimentos y bebidas), 11 (fabricación de medios de transporte) y 16 (hoteles y restaurantes). Ramas base se pueden aceptar que son la 1 (agropecuario y pesca), 2 (minas), 7 (madera y papel), 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos), 9 (elaboración de metales comunes), 13 (electricidad, gas y agua), 17 (transporte) y 21 (investigación y desarrollo). Sectores independientes en España son el 4 (tabaco), 5 (textiles), 6 (vestuario y cueros), 10 (electrónica menor), 12 (resto de industria manufacturera), 18 (correo y telecomunicaciones), 19 (intermediación financiera), 22 (administración pública), 23 (enseñanza), 24 (servicios sociales y de salud) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales). En una situación límite o confusa, se podrían considerar a las ramas 8; 14; 15; 18; 19; 20 y 22, pues presentan valores relativamente próximos a alguna tipología. En el caso de la 8, podría ser considerada clave ya que su **BL** esta próximo a la unidad y su **FL** sobre ella; en lo relativo al sector construcción, si bien es cierto que el procedimiento realizado señala que es clave, en base a lo observado empíricamente y de acuerdo a los distintos resultados parciales, se es de la opinión que es impulsor de la economía, entre otras razones, por lo cercano de su **FL** a la unidad, y a que, este sector tiene una alta demanda final y bajo consumo intermedio, es decir, es una actividad que vende inversión, situación similar ocurriría con el comercio, sin embargo, la diferencia estaría con respecto al caso anterior, en que algunas metodologías tienden a destacar sectores grandes producto de la misma ponderación, y además, al ser esta una rama de difícil análisis, debido a la forma en que la misma se construye, se cree que más bien impulsora de la economía española, las ramas 18 y 19 están *ad portas* de un umbral que les permite ser clasificadas como ramas base y no islas (**FL** sobre el promedio); por su parte, el sector inmobiliario, más que clave, se cree es base, ello porque su **BL** está muy próximo a la unidad, y por que en la práctica corresponde al arriendo de una vivienda propia, no siendo por ello importante para el desarrollo de otras actividades, finalmente la rama 22 podría considerarse próxima a una caracterización como impulsora y no isla (**BL** próximo a uno).

A modo de comparación podemos señalar que estos resultados son similares a los obtenidos por López y Pulido en 1993[105], por Dietzenbacher y van der Linden en 1997[106] o por Ramos y Soza en 2005[107], claro está, que tales similitudes deben ser consideradas con cautela ya que las técnicas, al igual que las clasificaciones utilizadas y el periodo de tiempo considerado, son distintos.

Cuadro 4.5: Similitud entre el enfoque multivariante y las técnicas empleadas (en porcentaje).

Técnica Utilizada	Francia	Italia	Grecia	Portugal	España	Promedio
Rasmussen	40	56	60	56	36	50
Chenery y Watanabe	36	52	64	52	28	46
Pr_Hazari	88	56	80	48	80	70
Sonis *et al*	32	68	68	60	52	56
Pr_Sonis *et al*	92	64	56	68	76	71
Dietzenbacher y van der Linden	32	52	64	52	44	49

Finalmente, y como cierre de este apartado, se ha analizado qué metodología se ajusta más a los resultados obtenidos bajo un enfoque multivariante. En el cuadro 5.5 se recogen en porcentaje las similitudes obtenidas para cada país respecto a la información sintetizada y su promedio. Como se observa, existe una alta semejanza entre las modificaciones sugeridas, esto es, las que se plantean para Sonis *et al* y Hazari, es decir, son las que más se ajustan a la respuesta sintetizada, pues el promedio para la primera es de un 71.2% y para la segunda de un 70.4%. De igual forma se observa que existiría una cierta similitud en el número de respuestas coincidentes, esto es, por ejemplo en Italia, entre las respuestas de Rasmussen, de Sonis *et al* y su modificación, prácticamente las tres presentan el mismo número de resultados análogos, lo mismo ocurriría en Grecia entre Rasmussen, Chenery y Watanabe, Sonis *et al*, su modificación y con Dietzenbacher y van der Linden, esto indica de cierta forma, que estas propuestas en algunos casos son coincidentes. Adicionalmente, se observa que en el caso de

[105] En tal documento se elabora un análisis estructural para España a 56 ramas de actividad, identificando por medio de la cuantificación de encadenamientos directos (Chenery y Watanabe), directos e indirectos (Rasmussen) que ramas son claves y, a traves de la sensibilidad de los coeficientes técnicos que sectores son muy importantes, importantes, insignificantes y no importantes.

[106] En este trabajo se realiza un análisis estructural empleando el método de extracción hipotética a 7 economías (Alemania, Francia, Italia, Holanda, Bélgica, Reino Unido y Dinamarca), las cuales se clasifican en 17 ramas.

[107] Estos autores empleando las propuestas de Rasmussen (1956), Chenery y Watanabe (1958), Sonis *et al* (1995) y la de Dietzenbcher y van der Linden (1997), aplican un análisis factorial a las matrices de Alemania, Francia y España, las cuales se agrupan en 17 ramas.

Grecia, la propuesta de Chenery y Watanabe coincide con Dietzenbacher y van der Linden, es decir, ambas entregaron el mismo número de respuestas respecto al patrón.

Las similitudes anteriores, y en concreto las que se observan para las modificaciones que se plantean, se puede deber a la forma en que se presentan las distintas propuestas, ya que en ambas se pondera y considera la distribución de compras y ventas en forma idéntica. Sin embargo, se observa situaciones como las que ocurren en las ramas 7, 9 y 11 de Italia, donde es sólo una técnica la que se aproxima a la respuesta sintetizada, a saber, Sonis *et al*, Dietzenbacher y van der Linden y, la modificación para Sonis *et al* respectivamente, luego aceptar que el éxito en la similitud de una u otra técnica se deba al diseño de ciertos enfoques, debe ser tomado con cautela.

4.2.2 Análisis global de las economías

Una vez que hemos determinado, desde el punto de vista de los indicadores sintéticos los encadenamientos, la clasificación de los distintos sectores de las economías analizadas, procederemos a complementar dichos resultados con los que se derivan del estudio de los coeficientes importantes (cuadro 5.6). Para llevar a cabo este ejercicio se ha tomado como unidad del $\mathbf{r_{ij}}$ el 10%.

La operatoria a seguir es la siguiente, se observará la tipología y el número de coeficientes importantes que tiene una rama en cuestión, y se asume que si es relevante desde el punto de vista de los encadenamientos tendrá un número mayor de coeficientes importantes en columnas, esto es, se evaluara el parecido en las respuestas obtenidas que señalan que una rama es clave o impulsora de la economía, con el número de coeficientes importantes que presenta. Similitud que se entiende no responde a un origen común, ya que como se señalara, ambas técnicas cuantifican cosas distintas.

De acuerdo al cuadro 5.6 se observa que, en general, existe para las ramas que presentan altos **BL** también un elevado número de coeficientes importantes. Lo anterior permite creer que los resultados obtenidos recientemente guardan cierta correspondencia con los obtenidos en el capitulo 3, lo que permite a su vez corroborar con mayor precisión aquellos resultados.

En lo referente a casos que escapan de la norma recientemente señalada, de los 125 casos sólo se encuentran 4 situaciones algo contradictorias: la rama 15 en Francia, y el sector 20 tanto en Francia, como en Grecia y España. Respecto a la rama 15, resultó ser clave, sin embargo, no presenta coeficientes altamente sensibles. Situación similar se observa con la rama 20 en Francia y Grecia. Por su parte, en España, esta última rama resultó ser clave, pero presenta un solo coeficiente importante, número que resulta ser bajo, si por ejemplo, se compara con los que posee construcción, es decir, se podría esperar un mayor número de ellos.

Cuadro 4.6: Tipos de rama y cantidad de coeficientes importantes por columnas[108],[109].

	Francia		Italia		Grecia		Portugal		España	
	Tipo de rama	Coef. Imp.	Tipo de rama	Coef. Imp.	Tipo de rama	Coef. Imp.	Tipo de rama	Coef. Imp.	Tipo de rama	Coef. Imp.
s1	Isla	1	Base	1	Base	1	Base	0	Base	0
s2	Isla	0	Base	0	Base	0	Base	0	Base	0
s3	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	2
s4	Isla	0	Isla	0	Isla	0	Isla	0	Isla	1
s5	Isla	1	Isla	1	Isla	1	Isla	1	Isla	1
s6	Isla	2	Isla	1	Isla	1	Isla	2	Isla	2
s7	Isla	1	Base	1	Isla *	1	Base	2	Base	1
s8	Clave	2	Clave	3	Base	2	Base *	2	Base *	4
s9	Impulsor*	1	Impulsor*	1	Isla	1	Isla	1	Base	3
s10	Impulsor	1	Isla	1	Isla	0	Isla	1	Isla	1
s11	Impulsor	1	Isla	1	Isla	0	Isla	1	Impulsor	2
s12	Isla	0	Isla	1	Isla	0	Isla	0	Isla	0
s13	Isla	2	Base	2	Base	1	Base	2	Base	2
s14	Impulsor	2	Impulsor	2	Impulsor	3	Impulsor	4	Clave	5
s15	Clave	0	Impulsor*	2	Clave	6	Clave	4	Clave	2
s16	Isla	0	Isla	1	Impulsor	1	Isla *	1	Impulsor	1
s17	Isla *	1	Base *	1	Isla	0	Isla *	1	Base	1
s18	Isla	1	Base	0	Base	1	Base	1	Isla *	1
s19	Base	1	Base	2	Base	1	Base	1	Isla *	1
s20	Clave	0	Isla	0	Clave	0	Isla	0	Clave	1
s21	Clave	3	Base	2	Base	0	Base	3	Base	2
s22	Impulsor	0	Isla	0	Impulsor	1	Isla	0	Isla *	0
s23	Isla	0	Isla	0	Isla	0	Isla	0	Isla	0
s24	Isla *	0	Impulsor	1	Isla	0	Isla	0	Isla	0
s25	Isla	0	Isla	1	Isla	1	Isla	0	Isla	0

[108] Donde: s1=agropecuario y pesca, s2= minas, s3= alimentos y bebidas, s4= tabaco, s5= textiles, s6= vestuario y cuero, s7= madera y papel, s8= coque, productos químicos y minerales no metálicos, s9= elaboración de metales comunes, s10= electrónica menor, s11= fabricación de medios de transporte, s12= resto de industria manufacturera, s13= electricidad, gas y agua, s14= construcción, s15= comercio, s16= hoteles y restaurantes, s17= transporte, s18= correo y telecomunicaciones, s19= intermediación financiera, s20= actividades inmobiliarias, s21= investigación y desarrollo, s22= administración pública, s23= enseñanza, s24= servicios sociales y de salud, s25= otras actividades de servicios comunitarios y de hogares privados.

[109] Donde el asterisco (*), indica que es una rama cuyos valores pueden causar confusión debido a que están en el limite que les permitiría cambiar de tipología.

ANEXOS
REFERIDOS AL CAPÍTULO 4

Anexo 4.1: Francia BL y FL según ACP.

Matriz de correlaciones(a)

		BL_R	BL_Ch_W	BL_wjOT	BL_wjOT_vj	BL_PL	BL_D_VDL	BL_Spr_wj	BL_Spr
Correlación	BL_R	1,000	,978	,146	,103	,561	,912	,179	,165
	BL_Ch_W	,978	1,000	,198	,143	,622	,949	,242	,220
	BL_wjOT	,146	,198	1,000	,953	,140	,188	,956	,967
	BL_wjOT_vj	,103	,143	,953	1,000	,169	,164	,852	,921
	BL_PL	,561	,622	,140	,169	1,000	,833	,241	,290
	BL_D_VDL	,912	,949	,188	,164	,833	1,000	,257	,262
	BL_Spr_wj	,179	,242	,956	,852	,241	,257	1,000	,978
	BL_Spr	,165	,220	,967	,921	,290	,262	,978	1,000
Sig. (Unilateral)	BL_R		,000	,243	,313	,002	,000	,196	,215
	BL_Ch_W	,000		,171	,247	,000	,000	,122	,145
	BL_wjOT	,243	,171		,000	,253	,184	,000	,000
	BL_wjOT_vj	,313	,247	,000		,209	,216	,000	,000
	BL_PL	,002	,000	,253	,209		,000	,123	,080
	BL_D_VDL	,000	,000	,184	,216	,000		,108	,102
	BL_Spr_wj	,196	,122	,000	,000	,123	,108		,000
	BL_Spr	,215	,145	,000	,000	,080	,102	,000	

a Determinante = 7,45E-010

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,599
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	430,868
	gl	28
	Sig.	,000

Matriz de componentes rotados(a)

	Componente	
	1	2
BL_wjOT	,989	,079
BL_Spr	,980	,148
BL_Spr_wj	,959	,149
BL_wjOT_vj	,954	,052
BL_D_VDL	,116	,990
BL_Ch_W	,098	,961
BL_R	,044	,941
BL_PL	,137	,788

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en las componentes

	Componente	
	1	2
BL_R	-,046	,282
BL_Ch_W	-,032	,285
BL_wjOT	,267	-,037
BL_wjOT_vj	,259	-,043
BL_PL	-,011	,230
BL_D_VDL	-,029	,292
BL_Spr_wj	,254	-,014
BL_Spr	,260	-,015

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
Puntuaciones de componentes.

Matriz de correlaciones(a)

		FL_R_G	FL_Ch_WG	FL_wiOT	FL_wiOT_vi	FL_PL_G	FL_D_VDL	FL_Spr_wj	FL_Spr
Correlación	FL_R_G	1,000	,983	,198	,439	,959	,786	,266	,324
	FL_Ch_WG	,983	1,000	,191	,405	,964	,760	,267	,320
	FL_wiOT	,198	,191	1,000	,945	,201	,427	,962	,945
	FL_wiOT_vi	,439	,405	,945	1,000	,410	,616	,942	,953
	FL_PL_G	,959	,964	,201	,410	1,000	,745	,285	,334
	FL_D_VDL	,786	,760	,427	,616	,745	1,000	,461	,504
	FL_Spr_wj	,266	,267	,962	,942	,285	,461	1,000	,996
	FL_Spr	,324	,320	,945	,953	,334	,504	,996	1,000
Sig. (Unilateral)	FL_R_G		,000	,172	,014	,000	,000	,099	,057
	FL_Ch_WG	,000		,180	,022	,000	,000	,098	,059
	FL_wiOT	,172	,180		,000	,168	,017	,000	,000
	FL_wiOT_vi	,014	,022	,000		,021	,001	,000	,000
	FL_PL_G	,000	,000	,168	,021		,000	,083	,051
	FL_D_VDL	,000	,000	,017	,001	,000		,010	,005
	FL_Spr_wj	,099	,098	,000	,000	,083	,010		,000
	FL_Spr	,057	,059	,000	,000	,051	,005	,000	

a Determinante = 1,68E-010

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,587
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	461,428
	gl	28
	Sig.	,000

Matriz de componentes rotados(a)

	Componente	
	1	2
FL_wiOT	,983	,072
FL_Spr_wj	,979	,145
FL_Spr	,967	,203
FL_wiOT_vi	,935	,313
FL_R_G	,128	,980
FL_Ch_WG	,116	,977
FL_PL_G	,130	,964
FL_D_VDL	,386	,793

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en las componentes

	Componente	
	1	2
FL_R_G	-,071	,296
FL_Ch_WG	-,074	,296
FL_wiOT	,280	-,086
FL_wiOT_vi	,239	-,004
FL_PL_G	-,068	,291
FL_D_VDL	,026	,208
FL_Spr_wj	,271	-,062
FL_Spr	,261	-,043

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
Puntuaciones de componentes.

Anexo 4.2: Italia BL y FL según ACP.

Matriz de correlaciones(a)

		BL_R	BL_Ch_W	BL_wjOT	BL_wjOT_vj	BL_PL	BL_D_VDL	BL_Spr_wj	BL_Spr
Correlación	BL_R	1,000	,969	,112	,140	,582	,882	,045	,073
	BL_Ch_W	,969	1,000	,149	,184	,662	,930	,076	,113
	BL_wjOT	,112	,149	1,000	,936	,130	,150	,956	,978
	BL_wjOT_vj	,140	,184	,936	1,000	,235	,223	,835	,903
	BL_PL	,582	,662	,130	,235	1,000	,886	,110	,174
	BL_D_VDL	,882	,930	,150	,223	,886	1,000	,095	,148
	BL_Spr_wj	,045	,076	,956	,835	,110	,095	1,000	,988
	BL_Spr	,073	,113	,978	,903	,174	,148	,988	1,000
Sig. (Unilateral)	BL_R		,000	,298	,252	,001	,000	,416	,365
	BL_Ch_W	,000		,238	,190	,000	,000	,358	,296
	BL_wjOT	,298	,238		,000	,268	,237	,000	,000
	BL_wjOT_vj	,252	,190	,000		,129	,142	,000	,000
	BL_PL	,001	,000	,268	,129		,000	,300	,202
	BL_D_VDL	,000	,000	,237	,142	,000		,326	,241
	BL_Spr_wj	,416	,358	,000	,000	,300	,326		,000
	BL_Spr	,365	,296	,000	,000	,202	,241	,000	

a Determinante = 1,11E-009

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,621
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	422,726
	gl	28
	Sig.	,000

Matriz de componentes rotados(a)

	Componente	
	1	2
BL_Spr	,992	,062
BL_wjOT	,990	,074
BL_Spr_wj	,972	,013
BL_wjOT_vj	,933	,145
BL_D_VDL	,085	,989
BL_Ch_W	,059	,961
BL_R	,020	,930
BL_PL	,111	,827

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en las componentes

	Componente	
	1	2
BL_R	-,033	,272
BL_Ch_W	-,024	,280
BL_wjOT	,263	-,019
BL_wjOT_vj	,245	,004
BL_PL	-,004	,238
BL_D_VDL	-,018	,287
BL_Spr_wj	,261	-,036
BL_Spr	,264	-,023

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
Puntuaciones de componentes.

Matriz de correlaciones(a)

		FL_R_G	FL_Ch_WG	FL_wiOT	FL_wiOT_vi	FL_PL_G	FL_D_VDL	FL_Spr_wj	FL_Spr
Correlación	FL_R_G	1,000	,972	,176	,577	,952	,795	,211	,392
	FL_Ch_WG	,972	1,000	,203	,563	,950	,815	,245	,414
	FL_wiOT	,176	,203	1,000	,747	,205	,379	,972	,769
	FL_wiOT_vi	,577	,563	,747	1,000	,576	,662	,807	,958
	FL_PL_G	,952	,950	,205	,576	1,000	,818	,268	,440
	FL_D_VDL	,795	,815	,379	,662	,818	1,000	,420	,572
	FL_Spr_wj	,211	,245	,972	,807	,268	,420	1,000	,861
	FL_Spr	,392	,414	,769	,958	,440	,572	,861	1,000
Sig. (Unilateral)	FL_R_G		,000	,200	,001	,000	,000	,156	,026
	FL_Ch_WG	,000		,166	,002	,000	,000	,119	,020
	FL_wiOT	,200	,166		,000	,163	,031	,000	,000
	FL_wiOT_vi	,001	,002	,000		,001	,000	,000	,000
	FL_PL_G	,000	,000	,163	,001		,000	,098	,014
	FL_D_VDL	,000	,000	,031	,000	,000		,018	,001
	FL_Spr_wj	,156	,119	,000	,000	,098	,018		,000
	FL_Spr	,026	,020	,000	,000	,014	,001	,000	

a Determinante = 4,15E-008

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,573
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	348,446
	gl	28
	Sig.	,000

Matriz de componentes rotados(a)

	Componente	
	1	2
FL_R_G	,973	,120
FL_Ch_WG	,970	,142
FL_PL_G	,961	,163
FL_D_VDL	,830	,361
FL_Spr_wj	,092	,976
FL_wiOT	,044	,950
FL_Spr	,314	,896
FL_wiOT_vi	,478	,831

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en las componentes

	Componente	
	1	2
FL_R_G	,290	-,090
FL_Ch_WG	,285	-,082
FL_wiOT	-,114	,318
FL_wiOT_vi	,038	,219
FL_PL_G	,280	-,074
FL_D_VDL	,212	,011
FL_Spr_wj	-,103	,320
FL_Spr	-,022	,263

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
Puntuaciones de componentes.

Anexo 4.3: Grecia BL y FL según ACP.

Matriz de correlaciones(a)

		BL_R	BL_Ch_W	BL_wjOT	BL_wjOT_vj	BL_PL	BL_D_VDL	BL_Spr_wj	BL_Spr
Correlación	BL_R	1,000	,940	,103	,042	,512	,854	,136	,139
	BL_Ch_W	,940	1,000	,177	,100	,740	,971	,220	,227
	BL_wjOT	,103	,177	1,000	,966	,364	,254	,970	,984
	BL_wjOT_vj	,042	,100	,966	1,000	,314	,183	,890	,931
	BL_PL	,512	,740	,364	,314	1,000	,874	,394	,427
	BL_D_VDL	,854	,971	,254	,183	,874	1,000	,293	,312
	BL_Spr_wj	,136	,220	,970	,890	,394	,293	1,000	,990
	BL_Spr	,139	,227	,984	,931	,427	,312	,990	1,000
Sig. (Unilateral)	BL_R		,000	,312	,421	,004	,000	,258	,254
	BL_Ch_W	,000		,199	,317	,000	,000	,146	,137
	BL_wjOT	,312	,199		,000	,037	,111	,000	,000
	BL_wjOT_vj	,421	,317	,000		,063	,191	,000	,000
	BL_PL	,004	,000	,037	,063		,000	,026	,017
	BL_D_VDL	,000	,000	,111	,191	,000		,078	,065
	BL_Spr_wj	,258	,146	,000	,000	,026	,078		,000
	BL_Spr	,254	,137	,000	,000	,017	,065	,000	

a Determinante = 2,96E-010

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,650
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	449,785
	gl	28
	Sig.	,000

Matriz de componentes rotados(a)

	Componente	
	1	2
BL_wjOT	,989	,110
BL_Spr	,980	,168
BL_Spr_wj	,966	,155
BL_wjOT_vj	,964	,040
BL_Ch_W	,060	,988
BL_D_VDL	,152	,983
BL_R	-,022	,911
BL_PL	,313	,794

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en las componentes

	Componente	
	1	2
BL_R	-,070	,281
BL_Ch_W	-,053	,298
BL_wjOT	,260	-,036
BL_wjOT_vj	,258	-,055
BL_PL	,029	,221
BL_D_VDL	-,028	,291
BL_Spr_wj	,251	-,020
BL_Spr	,254	-,017

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
Puntuaciones de componentes.

Matriz de correlaciones(a)

		FL_R_G	FL_Ch_WG	FL_wiOT	FL_wiOT_vi	FL_PL_G	FL_D_VDL	FL_Spr_wj	FL_Spr
Correlación	FL_R_G	1,000	,946	-,125	,428	,902	,805	-,039	,222
	FL_Ch_WG	,946	1,000	-,110	,378	,960	,824	,001	,290
	FL_wiOT	-,125	-,110	1,000	,708	-,110	,089	,963	,811
	FL_wiOT_vi	,428	,378	,708	1,000	,320	,555	,675	,891
	FL_PL_G	,902	,960	-,110	,320	1,000	,786	-,004	,259
	FL_D_VDL	,805	,824	,089	,555	,786	1,000	,161	,419
	FL_Spr_wj	-,039	,001	,963	,675	-,004	,161	1,000	,839
	FL_Spr	,222	,290	,811	,891	,259	,419	,839	1,000
Sig. (Unilateral)	FL_R_G		,000	,276	,016	,000	,000	,426	,143
	FL_Ch_WG	,000		,300	,031	,000	,000	,498	,080
	FL_wiOT	,276	,300		,000	,300	,337	,000	,000
	FL_wiOT_vi	,016	,031	,000		,060	,002	,000	,000
	FL_PL_G	,000	,000	,300	,060		,000	,493	,106
	FL_D_VDL	,000	,000	,337	,002	,000		,222	,019
	FL_Spr_wj	,426	,498	,000	,000	,493	,222		,000
	FL_Spr	,143	,080	,000	,000	,106	,019	,000	

a Determinante = 1,86E-007

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,407
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	317,665
	gl	28
	Sig.	,000

Matriz de componentes rotados(a)

	Componente	
	1	2
FL_Ch_WG	,980	,037
FL_R_G	,967	,016
FL_PL_G	,956	,014
FL_D_VDL	,879	,240
FL_wiOT	-,156	,965
FL_Spr_wj	-,061	,954
FL_Spr	,249	,929
FL_wiOT_vi	,396	,838

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en las componentes

	Componente	
	1	2
FL_R_G	,259	-,043
FL_Ch_WG	,262	-,037
FL_wiOT	-,089	,295
FL_wiOT_vi	,066	,230
FL_PL_G	,257	-,043
FL_D_VDL	,225	,028
FL_Spr_wj	-,063	,287
FL_Spr	,022	,264

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
Puntuaciones de componentes.

Anexo 4.4: Portugal BL y FL según ACP.

Matriz de correlaciones(a)

		BL_R	BL_Ch_W	BL_wjOT	BL_wjOT_vj	BL_PL	BL_D_VDL	BL_Spr_wj	BL_Spr
Correlación	BL_R	1,000	,937	,161	,111	,409	,837	,136	,132
	BL_Ch_W	,937	1,000	,253	,186	,564	,938	,219	,225
	BL_wjOT	,161	,253	1,000	,936	,261	,273	,964	,985
	BL_wjOT_vj	,111	,186	,936	1,000	,200	,203	,837	,895
	BL_PL	,409	,564	,261	,200	1,000	,812	,279	,308
	BL_D_VDL	,837	,938	,273	,203	,812	1,000	,259	,275
	BL_Spr_wj	,136	,219	,964	,837	,279	,259	1,000	,991
	BL_Spr	,132	,225	,985	,895	,308	,275	,991	1,000
Sig. (Unilateral)	BL_R		,000	,221	,298	,021	,000	,258	,264
	BL_Ch_W	,000		,111	,187	,002	,000	,147	,140
	BL_wjOT	,221	,111		,000	,104	,093	,000	,000
	BL_wjOT_vj	,298	,187	,000		,169	,165	,000	,000
	BL_PL	,021	,002	,104	,169		,000	,089	,067
	BL_D_VDL	,000	,000	,093	,165	,000		,106	,092
	BL_Spr_wj	,258	,147	,000	,000	,089	,106		,000
	BL_Spr	,264	,140	,000	,000	,067	,092	,000	

a Determinante = 7,41E-010

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,618
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	430,984
	gl	28
	Sig.	,000

Matriz de componentes rotados(a)

	Componente	
	1	2
BL_wjOT	,984	,143
BL_Spr	,984	,138
BL_Spr_wj	,964	,129
BL_wjOT_vj	,935	,079
BL_D_VDL	,141	,982
BL_Ch_W	,100	,960
BL_R	,012	,905
BL_PL	,200	,726

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en las componentes

	Componente	
	1	2
BL_R	-,063	,291
BL_Ch_W	-,043	,303
BL_wjOT	,264	-,026
BL_wjOT_vj	,255	-,043
BL_PL	,003	,220
BL_D_VDL	-,033	,307
BL_Spr_wj	,260	-,029
BL_Spr	,264	-,028

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
Puntuaciones de componentes.

Matriz de correlaciones(a)

		FL_R_G	FL_Ch_WG	FL_wiOT	FL_wiOT_vi	FL_PL_G	FL_D_VDL	FL_Spr_wj	FL_Spr
Correlación	FL_R_G	1,000	,961	,016	,427	,901	,783	,078	,320
	FL_Ch_WG	,961	1,000	,052	,443	,929	,782	,115	,363
	FL_wiOT	,016	,052	1,000	,704	,065	,247	,950	,734
	FL_wiOT_vi	,427	,443	,704	1,000	,463	,659	,671	,947
	FL_PL_G	,901	,929	,065	,463	1,000	,786	,158	,418
	FL_D_VDL	,783	,782	,247	,659	,786	1,000	,278	,540
	FL_Spr_wj	,078	,115	,950	,671	,158	,278	1,000	,771
	FL_Spr	,320	,363	,734	,947	,418	,540	,771	1,000
Sig. (Unilateral)	FL_R_G		,000	,470	,017	,000	,000	,355	,059
	FL_Ch_WG	,000		,402	,013	,000	,000	,292	,037
	FL_wiOT	,470	,402		,000	,378	,117	,000	,000
	FL_wiOT_vi	,017	,013	,000		,010	,000	,000	,000
	FL_PL_G	,000	,000	,378	,010		,000	,226	,019
	FL_D_VDL	,000	,000	,117	,000	,000		,089	,003
	FL_Spr_wj	,355	,292	,000	,000	,226	,089		,000
	FL_Spr	,059	,037	,000	,000	,019	,003	,000	

a Determinante = 1,16E-006

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,559
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	280,111
	gl	28
	Sig.	,000

Matriz de componentes rotados(a)

	Componente	
	1	2
FL_Ch_WG	,969	,077
FL_R_G	,967	,041
FL_PL_G	,948	,119
FL_D_VDL	,845	,325
FL_wiOT	-,058	,954
FL_Spr_wj	,008	,942
FL_Spr	,328	,884
FL_wiOT_vi	,431	,829

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en las componentes

	Componente	
	1	2
FL_R_G	,278	-,078
FL_Ch_WG	,275	-,067
FL_wiOT	-,107	,316
FL_wiOT_vi	,047	,229
FL_PL_G	,265	-,051
FL_D_VDL	,216	,026
FL_Spr_wj	-,087	,306
FL_Spr	,012	,257

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
Puntuaciones de componentes.

Anexo 4.5: España BL y FL según ACP.

Matriz de correlaciones(a)

		BL_R	BL_Ch_W	BL_wjOT	BL_wjOT_vj	BL_PL	BL_D_VDL	BL_Spr_wj	BL_Spr
Correlación	BL_R	1,000	,993	,180	,002	,778	,963	,129	-,005
	BL_Ch_W	,993	1,000	,143	-,044	,760	,954	,077	-,065
	BL_wjOT	,180	,143	1,000	,953	,058	,119	,917	,822
	BL_wjOT_vj	,002	-,044	,953	1,000	-,073	-,054	,894	,873
	BL_PL	,778	,760	,058	-,073	1,000	,915	,167	,116
	BL_D_VDL	,963	,954	,119	-,054	,915	1,000	,135	,026
	BL_Spr_wj	,129	,077	,917	,894	,167	,135	1,000	,962
	BL_Spr	-,005	-,065	,822	,873	,116	,026	,962	1,000
Sig. (Unilateral)	BL_R		,000	,195	,496	,000	,000	,270	,491
	BL_Ch_W	,000		,247	,417	,000	,000	,358	,378
	BL_wjOT	,195	,247		,000	,392	,285	,000	,000
	BL_wjOT_vj	,496	,417	,000		,364	,398	,000	,000
	BL_PL	,000	,000	,392	,364		,000	,213	,291
	BL_D_VDL	,000	,000	,285	,398	,000		,259	,451
	BL_Spr_wj	,270	,358	,000	,000	,213	,259		,000
	BL_Spr	,491	,378	,000	,000	,291	,451	,000	

a Determinante = 1,83E-010

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,558
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	459,624
	gl	28
	Sig.	,000

Matriz de componentes rotados(a)

	Componente	
	1	2
BL_Spr_wj	,977	,103
BL_wjOT_vj	,968	-,074
BL_wjOT	,955	,104
BL_Spr	,951	-,012
BL_D_VDL	,027	,998
BL_R	,048	,974
BL_Ch_W	-,002	,969
BL_PL	,042	,895

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en las componentes

	Componente	
	1	2
BL_R	-,003	,263
BL_Ch_W	-,017	,262
BL_wjOT	,256	,012
BL_wjOT_vj	,263	-,036
BL_PL	-,003	,241
BL_D_VDL	-,009	,269
BL_Spr_wj	,262	,012
BL_Spr	,257	-,019

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
Puntuaciones de componentes.

Matriz de correlaciones(a)

		FL_R_G	FL_Ch_WG	FL_wiOT	FL_wiOT_vi	FL_PL_G	FL_D_VDL	FL_Spr_wj	FL_Spr
Correlación	FL_R_G	1,000	,989	,034	,412	,966	,990	,086	,390
	FL_Ch_WG	,989	1,000	,058	,431	,936	,973	,108	,413
	FL_wiOT	,034	,058	1,000	,797	-,042	,007	,924	,788
	FL_wiOT_vi	,412	,431	,797	1,000	,293	,360	,739	,944
	FL_PL_G	,966	,936	-,042	,293	1,000	,990	,049	,312
	FL_D_VDL	,990	,973	,007	,360	,990	1,000	,081	,364
	FL_Spr_wj	,086	,108	,924	,739	,049	,081	1,000	,849
	FL_Spr	,390	,413	,788	,944	,312	,364	,849	1,000
Sig. (Unilateral)	FL_R_G		,000	,436	,020	,000	,000	,341	,027
	FL_Ch_WG	,000		,391	,016	,000	,000	,303	,020
	FL_wiOT	,436	,391		,000	,420	,486	,000	,000
	FL_wiOT_vi	,020	,016	,000		,078	,039	,000	,000
	FL_PL_G	,000	,000	,420	,078		,000	,408	,065
	FL_D_VDL	,000	,000	,486	,039	,000		,350	,037
	FL_Spr_wj	,341	,303	,000	,000	,408	,350		,000
	FL_Spr	,027	,020	,000	,000	,065	,037	,000	

a Determinante = 3,14E-010

KMO y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,505
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	448,552
	gl	28
	Sig.	,000

Matriz de componentes rotados(a)

	Componente	
	1	2
FL_D_VDL	,992	,092
FL_R_G	,989	,122
FL_PL_G	,981	,039
FL_Ch_WG	,975	,148
FL_wiOT	-,092	,957
FL_Spr_wj	-,025	,949
FL_Spr	,291	,923
FL_wiOT_vi	,301	,894

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a La rotación ha convergido en 3 iteraciones.

Matriz de coeficientes para el cálculo de las puntuaciones en las componentes

	Componente	
	1	2
FL_R_G	,248	-,023
FL_Ch_WG	,243	-,015
FL_wiOT	-,082	,291
FL_wiOT_vi	,024	,249
FL_PL_G	,251	-,048
FL_D_VDL	,251	-,032
FL_Spr_wj	-,064	,285
FL_Spr	,019	,258

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
Puntuaciones de componentes.

CAPÍTULO V
LA AGREGACIÓN EN LAS TABLAS INPUT-OUTPUT

5.1 AGREGACIÓN Y ANÁLISIS ESTRUCTURAL

A continuación serán revisados algunos conceptos relativos a la agregación sectorial. Abordaremos estos conceptos desde dos perspectivas: la primera consiste en una revisión bibliográfica, donde nos focalizaremos en cómo se ven afectadas las conclusiones que puedan emanar de una matriz de coeficientes técnicos que ha sido reducida y, la forma de evitar dichas consecuencias. En segundo lugar, como tema central de este capítulo se evaluará cómo influye la reducción del sistema económico a los diferentes encadenamientos anteriormente estudiados, pero en este caso, abordados desde un ángulo que se considera novedoso, esto es, desde la óptica de las ramas que no son agregadas. Con este esquema, la primera parte sentará los cimientos que permitirán responder posteriormente a la pregunta: ¿se obtendrían resultados significativamente diferentes en los sectores no unidos, o incluso contradictorios al considerar distintos niveles de agregación?, o bien, ¿podría, por ejemplo, una rama pasar de considerarse clave con una agregación a ser independiente con otra?. Sobre la base de la pregunta anterior, se intentará analizar la siguiente hipótesis de trabajo: "a mayor nivel de agregación los distintos encadenamientos de las ramas no agrupadas son afectados en forma sistemática y definida".

5.1.1 Estado de la cuestión

Los efectos que tiene el empleo de diferentes niveles de agregación en el análisis estructural, en un entorno input-output, es un aspecto tratado desde hace décadas en la literatura al uso. Así, nos podemos referir a los trabajos de Leontief (1936, 1941 y 1985) y a las investigaciones de Hatanaca (1952), Theil (1957), Ara (1959), Tilanus y Theil (1965), Ghosh (1968), Morimoto (1970), Dorfman *et al* (1972), Blin y Cohen (1977), Bullard y Sebald (1988), Lauritzen (1989), Szyrmer (1989), Pulido y Fontela (1993) y Muñoz (2000), entre otros.

En lo que se refiere a este aspecto, Leontief en uno de sus primeros trabajos indica que la construcción de lo que denomina *tableau économique* exhaustivo tiene poca aplicación en la práctica, ya que una tabla input-output con elevado número de sectores difilcultará una utilización provechosa de la información contenida en ella, por lo cual, su simplificación es necesaria. Dicha simplificación pasa por su agregación, la cual ha de seguir siempre algún criterio basado, por ejemplo, en el tipo de producto e incluso en las técnicas que se emplean para su elaboración, en este sentido, un grupo de firmas (individuos) formarán una industria (sector) de acuerdo al patrón común establecido (Leontief, 1936, pp. 107).

Leontief[110] también señala que tras llevar a cabo diferentes agregaciones los resultados obtenidos varían en términos generales. Sin embargo, aquellos sectores no vinculados con las ramas que han sido agregadas no se verán afectados, si se verifican algunas de las siguientes condiciones:

a) Si las actividades agrupadas no utilizan inputs provenientes de las ramas no agregadas y, además, las ventas de los sectores agregados, así como sus costes, mantienen su proporción.
b) Si el sector agregado únicamente compra los productos que ofrecen los demás sectores agregados en la misma rama y, simultáneamente, el resto de las industrias pertenecientes a la rama agregada no adquieren inputs a la primera (Leontief, 1958, pp. 144).

El trabajo de Leontief de 1985 (1985, pp. 226 y 227) indica que mientras mayor sea el número de sectores considerado mejor se describirá una determinada economía, dado que más precisas serán las conclusiones obtenidas, sin embargo, tampoco sería sensato realizar una agregación exagerada, es decir, la agregación debe existir, pero no debe ser excesiva. Además, señala que en ciertas circunstancias ideales, los elementos no agregados de la matriz inversa agregada son idénticos a los de la matriz inversa no agregada, es decir, la agregación bajo ciertas condiciones no afectará a los elementos de la matriz inversa.

A modo de resumen, se puede señalar que para Leontief (1936, 1941 y 1985) la agregación es algo fundamentalmente práctico. En su trabajo de 1936 considera este aspecto como algo necesario para el análisis de la información y, posteriormente, indica que distintos tipos de agregación, aún cuando el número de ramas agregadas resultantes se mantengan, conducirán a distintos resultados. Además señala que la agregación debe existir pero no debe ser exagerada, añadiendo que en determinadas condiciones ella no afecta a las relaciones directas e indirectas de una determinada rama.

En otro orden de cosas, en 1952 Michio Hatanaca presenta lo que se puede considerar como el primer artículo que analiza la agregación desde una óptica matemática y sienta, de esta manera, las bases de las condiciones que se deben cumplir para realizar "una agregación aceptable". En concreto, analiza este concepto partiendo del trabajo de Leontief[111] de 1951 y plantea la identificación del sesgo que se obtiene al agregar una matriz y de las condiciones que deben darse para lograr que éste sea

[110] Problemas Especiales. En su: La Estructura de la Economía Americana, 1919-1929. Editorial Barcelona, España, pp. 145-158, 1958.
[111] The Structure of the American Economy, 1919- 1939, New York: Oxford University Press, pp. 202-218, 1951.

nulo. Hatanaca parte de que para considerar que "una agregación sea aceptable" la demanda final agregada ($\mathbf{y}^*$) ha de corresponderse proporcionalmente con el output neto agregado ($\mathbf{x}^*$), independientemente de cuál sea la demanda final (Hatanaca, 1952, pp. 301). Define el "sesgo total por agregación" como la diferencia entre el output original y el agregado o lo que es equivalente, la diferencia que se obtiene entre una demanda final sin modificar y agregada, empleando como medio de agrupación una matriz de agrupación que denomina $\mathbf{C_1}$, esto es:

$$\mathbf{y}^*=\mathbf{C_1 y} \text{ y } \mathbf{x}^*=\mathbf{C_1 x}, \text{ donde } \mathbf{C_1}=\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

Donde el asterisco identifica a una matriz o vector que ha sido agregado. Además, se puede observar que $\mathbf{C_1}$, con dimensión [(n-1)n] si se agrega una rama, facilita el proceso de agregación y permite realizar en forma matricial realizando pequeños cambios. Si sólo se agrupan dos sectores, $\mathbf{C_1}$ tiene el mismo número de columnas que la tabla desagregada, mientras que el número de filas coincidirá con el de sectores agregados, por lo tanto, su número de filas se irá reduciendo a medida que se van agrupando ramas. Simultáneamente se van poniendo unos en los elementos correspondientes de las columnas que se van agregando, esto es, *e.g.* si se tiene una matriz de (5*5), y se desean agrupar las ramas 1 y 2, $\mathbf{C_1}$ tendrá una dimensión (4*5), de igual forma los elementos $\mathbf{c_{1,1}}$ y $\mathbf{c_{1,2}}$ toman el valor 1 al igual que los elementos de la diagonal principal, el resto de los elementos son cero.

Por ejemplo, sea $\mathbf{x}=\begin{bmatrix} \mathbf{X_1} \\ \mathbf{X_2} \\ \mathbf{X_3} \\ \mathbf{X_4} \\ \mathbf{X_5} \end{bmatrix}$ y $\mathbf{C_1}=\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$, luego

$$\mathbf{x}^*=\mathbf{C_1 x}=\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{X_1} \\ \mathbf{X_2} \\ \mathbf{X_3} \\ \mathbf{X_4} \\ \mathbf{X_5} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathbf{X_1}+\mathbf{X_2} \\ \mathbf{X_3} \\ \mathbf{X_4} \\ \mathbf{X_5} \end{bmatrix}$$

Una vez planteado lo anterior, Hatanaca procede a determinar el sesgo que se obtiene una vez llevado a cabo la agrupación, para ello parte del supuesto que la demanda final antes y después de la agregación, son iguales y que para tales circunstancias el modelo se puede escribir como: **(I-A)x=y** y

$\mathbf{(I\text{-}A^*)x^*=y^*}$ respectivamente, tras reemplazar $\mathbf{(I\text{-}A)x}$ en $\mathbf{y}^*$ se llega a $\mathbf{C_1(I\text{-}A)x}$, por su parte $\mathbf{y}^*$ es igual a $\mathbf{(I\text{-}A^*)x^*}$, luego:

$$\mathbf{C_1(I\text{-}A)x=(I\text{-}A^*)C_1x}, \text{ es decir,}$$
$$\mathbf{C_1A=A^*C_1}$$

En otras palabras, el sesgo es nulo si se logra la igualdad anterior, es decir, cuando la rama agregada mantiene la misma estructura que las ramas que contiene, el sesgo se hace nulo, ya que tal agregación no afecta al conjunto (Hatanaca, 1952, pp. 303)[112].

Uno de los primeros trabajos que analiza las consecuencias de la agregación desde un punto de vista teórico, es el elaborado por Theil en 1957. En dicho documento se compara la cuantía y composición del sesgo, definiéndolo como la diferencia entre el output total que se obtiene cuando se predice empleando una TIO agregada siguiendo la ecuación de Leontief y el output que se consigue empleando lo que denomina, "las relaciones macroeconómicas convencionales", las cuales se obtienen a partir de relaciones de regresión. Con ello, Theil analiza la naturaleza y composición del sesgo de predicción en función de la diferencia entre las magnitudes económicas que se obtienen de una TIO agregada y las relaciones que se obtienen de una regresión (Theil, 1957, pp. 111 y 121). Trabaja con las firmas (actividades económicas) y con las industrias que las agrupan. Predice cual será el output total empleando los dos procedimientos descritos anteriormente y valora el sesgo para distintos niveles de agregación. A partir de este procedimiento logra definir el tipo de sesgo de primer y segundo orden (Theil, 1957, pp. 117 y 119) que se obtiene tras efectuar una agregación.

Para comprender matemáticamente lo anterior, se parte de un modelo de Leontief donde no se realiza agregación, es decir, $\mathbf{x=(I\text{-}A)^{-1}y}$. La producción agregada se puede obtener de $\mathbf{x_a^*=(I\text{-}A^*)^{-1}y^*}$, sin embargo, esta producción también se puede expresar como $\mathbf{x^*=Cx}$. El sesgo (**s**) que se origina al agregar una TIO (Hatanaca, 1952, pp. 302), se puede expresar como la diferencia entre la producción que se obtiene de $\mathbf{x_a^*}$, y la producción que se consigue después de la agregación por medio de $\mathbf{x}^*$, es decir,

$$\mathbf{s= x_a^* - x^* = (I\text{-}A^*)^{-1}y^* - Cx}$$

Dado que $\mathbf{y^* = Cy}$, y que $\mathbf{x=(I\text{-}A)^{-1}y}$, se tiene que:

$$\mathbf{s= (I\text{-}A^*)^{-1}\,Cy - C(I\text{-}A)^{-1}y= [\,(I\text{-}A^*)^{-1}\,C - C(I\text{-}A)^{-1}]y}$$

[112] Se advierte que con este proceso de agregación no se consigue una matriz cuadrada, sino de dimensión (n-1)(n), para conseguir una matriz de orden (n-1)(n-1), se debe posmultiplicar la matriz resultante por la matriz $\mathbf{C_1}$ transpuesta, esto es, $\mathbf{A_{(n-1)(n-1)}^*=C_1AC_1^t}$.

Si se desarrollan las inversas por serie de potencias se llega a:

$$\mathbf{s= [(I+ A^{*}+ (A^{*})^{2}+ (A^{*})^{3}+ \ldots)C- C(I+ A+ A^{2}+ A^{3}+ \ldots)]y}$$

Operando convenientemente se determina que:

$$\mathbf{s= [(A^{*}C- CA)+ ((A^{*})^{2}C- CA^{2})+ \ldots)]y}$$

Siguiendo a Theil (1957, pp. 117) se denomina al primer sumando como sesgo de "primer orden" y al segundo como "sesgo de segundo orden" y a todo el conjunto como "sesgo total". Como se puede ver ambos están relacionados con las matrices originales y agregadas, y con la demanda final sin agregar.

La eliminación del sesgo del primer orden se puede efectuar según dos criterios: el primero está relacionado con las matrices originales y agregadas, y el segundo con la demanda final (Morimoto, 1970, pp. 121). En lo referente al primer criterio, según Hatanaca (1952, pp. 302), el sesgo desaparece sea cual sea el nivel de demanda final, si y sólo si, los coeficientes técnicos satisfacen la condición $\mathbf{A^{*}C=CA}$. Este criterio coincide con la denominada condición uno de Theil y Ara (Theil, 1957, pp. 118-119; Ara, 1959, pp. 259-260).

El segundo criterio considera dos condiciones que anulan el sesgo:

1. El sesgo es nulo cuando las demandas finales antes y después de la agregación son proporcionales (Theil, 1957, pp. 120).
2. Si se mantiene la proporcionalidad de los elementos de la demanda final en los sectores agregados, entones el "sesgo de primer orden" será nulo, si y sólo si, $\sum_{j\in J} \mathbf{C_j^{*}(a_{ij}^{*} - a_{ij})\frac{y}{C_j^{*}}}$, con (i, j= 1, 2, ….n). Expresión que puede ser interpretada en cierta manera como una covarianza entre las matrices agregada y original multiplicada por la demanda final sin agregar y la matriz de ponderación $\mathbf{C^{*}}$. Por lo tanto, si las desviaciones de la matriz sin agregar se corresponden con las de la agregada, entonces el sesgo de primer orden es nulo (Theil, 1957, pp. 119).

De igual forma, también se desprende de la ecuación anterior referida al sesgo, la importancia de los coeficientes técnicos de las matrices agregada y original, los cuales desempeñan un papel clave una vez efectuada la agregación, dado que cuanto más parecidas sean las estructuras de inputs de las actividades de una tabla desagregada, menor riesgo existirá de la presencia de sesgo cuando se agrupen. Por lo tanto, una forma de evitar dicho sesgo, ya sea de primer orden o total, será agrupar aquellos sectores que poseen un alto índice de correlación entre sus estructuras de inputs, para lo cual se puede emplear el análisis factorial. Otra posible alternativa es el efectuar un análisis de cluster, a partir de ramas con análoga tecnología (Martínez y Castillo, 1986, pp. 35).

Como se indicó anteriormente, el sesgo también depende de la demanda final. Para obtener un sesgo nulo se pueden efectuar las siguientes modificaciones según Martínez y Castillo (1986, pp. 34):

1. Adecuar las componentes de la demanda final agregada para que se mantenga la proporcionalidad respecto a la tabla que se considera como base, en el caso que se evalúe un periodo en concreto.
2. Hacer que los cambios que se den en la demanda final sólo afecten a los sectores no agregados, de esta forma se producirá un "sesgo de primer orden" nulo.

Finalmente, Theil concluye que, dado que existen múltiples formas en que se pueden agrupar "w" firmas en "M" industrias, las respuestas que se obtienen del output total para distintos niveles de agregación en una TIO llevan a diferentes deducciones (Theil, 1957, pp. 121). En este mismo sentido, Martínez y Castillo (1986, pp. 33 y 34) afirman que en la práctica es poco probable obtener un sesgo nulo, pues se deben cumplir dos circunstancias para que ello ocurra. Primero, que la combinación de la ramas elegidas apunte a obtener un sesgo de agregación nulo, y segundo, que la matriz resultante cumpla con una de las siguientes tres condiciones necesarias, que sea indescomponible[113], totalmente descomponible[114] y cíclica[115].

En este mismo orden de cosas, Olsen sostiene que la agregación "perfecta" es más bien un concepto teórico, y que en la práctica es muy difícil que se obtenga (Olsen, 1993, pp. 255).

A continuación, analizaremos la presencia del sesgo total cuando se agrega una TIO. Se debe tener presente que el sesgo de primer orden puede anular al total y que, en general, el de segundo

[113] Se refiere a todas la matrices en las cuales no se pueden reordenar sus filas y columnas, de tal forma que sus elementos nulos estén sobre o bajo la diagonal principal.

[114] Una matriz será totalmente descomponible, si una vez que se efectúa una reordenación de filas y columnas se obtiene $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A_{22}} \end{bmatrix}$.

[115] Dada una matriz no negativa e indescomponible, será además cíclica cuando existe un cambio entre sus filas y columnas que lleva a $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A_{12}} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A_{23}} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{A_{k-1,k}} \\ \mathbf{A_{k,l}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, donde las submatrices $\mathbf{A_{ij}}$ son cuadradas, con $\mathbf{a_{ii}} \in \mathbf{A_{ij}}$, si ocurre que uno de los $\mathbf{a_{ii}} > 0$, se obtiene una matriz acíclica.

orden no desaparece (Theil, 1957, pp. 119). El sesgo de primer orden guarda relación con la condición de estructura homogénea, la cual se da cuando tras cada agregación, el sector resultante requiere de los mismos inputs por unidad de output que las actividades agregadas, en otras palabras, para que este sea nulo, la estructura productiva tras la agregación deberá permanecer constante, por lo que, el coeficiente técnico resultante de un sector agregado no debe cambiar, aunque lo haga la estructura productiva de los sectores que lo conforman. Con respecto al sesgo de segundo orden, Theil señala que su existencia, en general, hace que el sesgo total nunca sea nulo (Theil, 1957, pp. 119).

En una línea similar a la anterior Ara, en 1959, indica que la agregación de una tabla para que sea adecuada debería satisfacer ciertas condiciones necesarias y suficientes (Ara, 1959, pp. 260 y 262). Define dos situaciones, una inicial en la cuál no existe agregación, $\mathbf{x=(I-A)^{-1}y}$, y un segundo estado en el que se ha llevado a cabo la agregación, esto es, $\mathbf{x^*=(I_m-A^*)^{-1}y^*}$, donde $\mathbf{I_m}$ es nuevamente una matriz unidad pero de un orden menor que $\mathbf{I}$, $\mathbf{A^*}$ la matriz de coeficientes técnicos agregada e $\mathbf{y^*}$ representa al vector de demanda final tras la agregación. Partiendo de la base que existe equilibrio económico, tanto al inicio como al final de la agregación, este autor plantea cambiar arbitrariamente ambas demandas finales, esto es, $\Delta\mathbf{y}$ y $\Delta\mathbf{y^*}$, y a partir de estos cambios evalúa qué ocurre con los impactos que se producen tanto en los output antes como después de la agregación, cuantificando su efecto en las matrices $\mathbf{A}$ y $\mathbf{A^*}$ (Ara, 1959, pp. 258):

$$\Delta\mathbf{x= (I- A)^{-1}}\Delta\mathbf{y}$$
$$\Delta\mathbf{x^*= (I_m- A^*)^{-1}}\Delta\mathbf{y^*}$$

Lo que le permite derivar que:

$$\mathbf{S}\Delta\mathbf{x}= \Delta\mathbf{x^*},$$

donde $\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{e(1)} & \mathbf{0,\ldots,0} & \mathbf{\ldots,0} & \mathbf{\ldots,0} \\ \mathbf{0,\ldots,0} & \mathbf{e(2)} & \mathbf{\ldots,0} & \mathbf{\ldots,0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{0,\ldots,0} & \mathbf{0,\ldots,0} & \ldots & \mathbf{e(m)} \end{pmatrix}$ es una matriz agrupación y $\mathbf{e(i)= (1, 1, \ldots,1)}$ con i=1, 2, …,n, es un vector que forma parte de $\mathbf{S}$ que, como se puede observar es similar a la matriz $\mathbf{C_1}$ presentada anteriormente.

La condición necesaria y suficiente para que la agregación sea aceptable es que se cumpla la igualdad $\mathbf{SA=A^*S}$, ya que la ecuación anterior muestra bajo un contexto ideal cuáles son las condiciones necesarias y suficientes para que ello ocurra, es decir, si para determinadas condiciones ideales se mantiene el mismo output antes y después de la agregación, entonces dicha agregación es aceptable (Ara, 1959, pp. 259).

Sobre la base de los puntos precedentes Ara plantea el siguiente teorema "para que la agregación de ramas sea aceptable, no es necesario pero si suficiente que la suma de los elementos de cada columna de la respectiva matriz **A** sea igual". Indica que se debe cumplir que $\mathbf{SA}=[\mathbf{e(i)A_{ij}}]=[\mathbf{A_{ij}}^{*}\mathbf{e(j)}^{*}]=\mathbf{A}^{*}\mathbf{S}$, con i y j= 1, 2, …, n, para que dicha unión sea correcta. Resumiendo, según el autor para que la agregación sea aceptable, es condición suficiente, que los coeficientes de inputs de los sectores al ser agregados resulten ser iguales, lo cual en la práctica y, de ahí que se sostenga que es un teorema muy idealizado, es muy difícil (Ara, 1959, pp. 260). Además se observa, que la igualdad anterior es similar a la que planteó Hatanaca (Hatanaca, 1952, pp. 303), por tanto, el trabajo de Ara más bien responde a una extensión del de Hatanaca.

Por su parte, Tilanus y Theil (1965) con el propósito de evaluar el error que se comete en las proyecciones de ciertas actividades económicas tras realizar una agregación, aplicaron los conceptos propios de la teoría de la información a las tablas input-output de Holanda construida a 35 sectores correspondientes al periodo 1948-1957. Como resultado de este análisis concluyeron que no existe evidencia de que la estructura de inputs agregada coincide con la previa (Tilanus y Theil, 1965, pp. 847). Por último, Tilanus y Theil analizaron cómo afectaría la desagregación a un grupo de sectores agrupados (Tilanus y Theil, 1965, pp. 849). El ejercicio consistió en unir las 35 ramas en 15, y posteriormente evaluar, por medio de la teoría de la información, la pérdida de la misma cuando se desagrupan (Tilanus y Theil, 1965, pp. 852). Concluyendo que a medida que aumenta el tamaño de la TIO, la información contenida en ella también aumenta, por lo tanto, a mayor agregación, mayor pérdida de la misma. En otro orden de cosas, también señala que a medida que aumenta la inexactitud de la información en el tiempo, el error medio de predicción aumenta, sin embargo, este aumento no permite concluir que exista un factor de proporcionalidad entre la inexactitud de la información y el error de predicción (Tilanus y Theil, 1965, pp. 859).

Ghosh (1968, pp. 45) indica que una vez efectuada la agregación, los coeficientes de la matriz inversa de Leontief se hacen más inestables, ya que varían de acuerdo a la agregación efectuada y a los cambios que pueda ocurrir, por ejemplo, en la demanda final, no siguiendo un comportamiento que se pueda predecir. Dorfman *et al* (1972, pp. 259) realizan un comentario similar, ya que sostienen que después de efectuar una determinada agregación los coeficientes que se obtienen pierden consistencia, dado que, por ejemplo, el nivel de tecnología en las ramas agregadas no se mantiene constante o varían sus relaciones de compra y venta con las ramas no agregadas, o que no se mantienen proporcionales dentro del grupo de agregación. Es decir, que los nuevos coeficientes pasan a depender de la importancia de los sectores que constituyen la industria agregada.

Posteriormente, en 1970, Morimoto presenta un trabajo teórico que apunta en una línea similar a la desarrollada por Ara y Theil, ya que consiste en una revisión y extensión aplicada de los teoremas de Ara (1959). Presenta además una sección donde destaca qué ocurre en la demanda final cuando se lleva a efecto una determinada agregación (Morimoto, 1970, pp. 121-122 y 124). Inicia su trabajo demostrando qué es el "sesgo por agregación", definiéndola como la diferencia que hay entre el output agregado (**Sx**), y el que se obtiene como resultado de la matriz inversa de Leontief, esto es, **sesgo por agregación=**$\mathbf{x^*-Sx}$, donde $\mathbf{x^*=(I-A^*)^{-1}y^*}$, **S** es la matriz de agrupación definida anteriormente (Morimoto, 1970, pp. 120). Posteriormente, presenta dos teoremas referidos al "sesgo de primer orden", pero que a diferencia de los presentados por Theil en 1957, tienen un enfoque netamente aplicado (Morimoto, 1970, pp. 121).

El primer teorema de Morimoto establece que "si la estructura de la demanda final para cada rama es igual a la de su output correspondiente en la matriz original, entonces el sesgo de primer orden desaparece" (Morimoto, 1970, pp. 121). Este teorema permite observar cómo puede afectar el aumento de la demanda final de una determinada industria a la producción de otra (Morimoto, 1970, pp. 122).

El segundo teorema sostiene que "si cambia la demanda final de alguno de los sectores que no han sido agrupados", entonces el sesgo por agregación de primer orden desaparece, independientemente de la agregación del resto de las ramas (Morimoto, 1970, pp. 122). Lo que implica que si el efecto total del cambio de la demanda final de algún(os) sector(es) altera(n) la producción de otra(s) rama(s), entonces el resto de las actividades pueden ser unidas a una rama ya agregada (Morimoto, 1970, pp. 123).

Por otra parte, Blin y Cohen (1977, pp. 82 y 83) creen que la agregación debe ser analizada a partir de la Clasificación Industrial que se emplee y la forma en que se deben estructurar los datos. En concreto, proponen una forma de agregar que recoge las características técnicas de las distintas ramas, considerando para ello una función de clasificación de industrias que se obtiene de la experiencia empírica lograda de emplear la técnica cluster, es decir, realizan una agregación en función de la similitud que existe entre los coeficientes técnicos que forman una rama por medio de la técnica cluster, y posteriormente comparan tales resultados con la agrupación que se obtendría al emplear la Clasificación Industrial y la que se presenta en otros trabajos similares como el de Chenery y Watanabe (1958). Los resultados obtenidos les permiten concluir que en la mayoría de los casos la propuesta de conglomerados se asemeja a cada uno de los sectores agregados que logran obtener Chenery y Watanabe (Blin y Cohen, 1977, pp. 83)[116].

Otros estudios referidos a la agregación desarrollados en la década de los ochenta son los que presentan Bullard y Sebald, Lauritsen y Szyrmer. Bullard y Sebald (1988, pp. 708 y 711) emplean la técnica de Monte Carlo para estudiar el error estocástico en los modelos input-output, y concluyen que el sesgo de predicción obteniendo después de agregar una TIO de 101 sectores en una de 30 es poco importante. En otro sentido, el trabajo de Lauritsen (1989) se refiere a la forma en que la agregación afecta a los coeficientes, señala que al ser estos ahora más altos, la consecuencia de elloes que se obtienen mayores desviaciones en términos absolutos, pero no relativos, respecto a la matriz sin agregar. Concluyendo, por tanto, que el error de predicción aumenta en la medida que la agregación también lo hace. Finalmente, Szyrmer (1989) analiza cómo se ven afectadas las distintas proyecciones obtenidas a partir de la técnica RAS una vez efectuadas sucesivas agregaciones, para ello compara las matrices originales de los años 1963, 1967, 1972 y 1977 con las que se estiman mediante la aplicación de la técnica RAS, posteriormente se cuantifican las diferencias (errores) que surgen a distintos niveles de agregación para cada uno de los años indicados; finalmente concluyen que cuanto menor es el grado de agregación, mayor será el error de predicción.

Posteriormente, Pulido y Fontela señalan que los coeficientes que se obtienen después de agregar un determinado número de ramas son un promedio de los coeficientes de los subsectores que los integran, sin embargo, un promedio aislado puede tener difícil interpretación cuando los datos presentan una alta dispersión, o lo que es lo mismo, cuando las tecnologías de los subsectores integrados son muy diferentes. Es decir, para interpretar un sector agregado es preciso tener presente que las ramas de actividad que lo componen pueden emplear técnicas productivas muy diferentes, por tanto, la interpretación que se dé del coeficiente técnico resultante debe tener en cuenta que dicho coeficiente no cumple con el supuesto de igualdad de tecnologías para la elaboración de ciertos productos (Pulido y Fontela, 1993, pp. 46).

Por otra parte, Muñoz indica que, en la práctica, la organización de las ramas de actividad supone una aceptación de los postulados técnicos (homogeneidad de ramas); además, señala que cuanto más agregadas sean las tablas, más se resiente en ellas la homogeneidad. Sin embargo, también afirma que al integrarse un mayor número de actividades en una rama, los coeficientes podrían ser más estables, aunque también es cierto que las variaciones respecto a la media serían mayores (Muñoz, 2000, pp. 193).

[116] Para ello hacen uso de una TIO de 83 sectores, elaborada para EEUU en 1967, tabla que es agregada finalmente a 29 ramas, y que posteriormente se compara con los resultados que obtienen en un ejercicio similar Chenery y Watanabe en 1958 (Internacional Comparation of the Structure of Production. Econometrica, 26, pp. 487-521). Blin y Cohen, indican que sólo existirían dos clusters diferentes, es decir logran un 93.1% de semejanza respecto al trabajo elaborado por Chenery y Watanabe (Blin y Cohen, 1977, pp. 87 y 88).

Finalmente, para Giovanni Russo, la agrupación de una TIO presenta serios problemas cuando se desean realizar comparaciones internacionales o intertemporales, ya que una TIO agrupada no refleja adecuadamente la parte que consume y produce cada sector. Para demostrar este punto considera dos TIO de Estados Unidos de Norte América confeccionadas para 1972 y 1990 por la OCDE, a partir de ellas estudia la cuantía del sesgo por agregación (Russo, 2001, pp. 2). A partir de este ejercicio empírico concluye que la agrupación de ramas se vería menos afectada si se efectúa después de calcular las respectivas inversas de Leontief, ya que si la TIO es agregada antes aunque sea en una pequeña cuantía, la tendencia que toma el sesgo por agrupación puede tener graves efectos, señalando finalmente que tal riesgo hoy en día se puede evitar, ya que a diferencia de los años 50 donde se comenzó por analizar este problema el invertir una matriz era un serio problema y obstáculo que superar (Russo, 2001, pp. 8).

5.1.2 Las ramas y la unidad de producción

Para analizar cómo afecta la agregación al estudio de una economía en un entorno input-output, es preciso relacionar las unidades de producción y las consecuencias que se generan cuando son agregadas. En este sentido, es importante considerar lo que sostienen Martínez y Castillo “la agregación se basa en una homogeneidad funcional que pierde en si misma elementos de comportamiento diferenciadores, y por tanto explicativos, la mayoría de la veces” (Martínez y Castillo, 1986, pp. 21), es decir, cuando se realiza una agregación se unen distintas funciones de producción y, generalmente, diferentes técnicas de producción.

Determinar qué es una actividad económica y dónde se desarrolla puede ser el punto de partida del estudio de la agregación en relación a la unidad de producción. De esta forma se debe delimitar el espacio, ámbitos administrativos y jurídicos de dicha unidad. La modelización input-output considera los procesos productivos desde una óptica técnico-económica, lo que obliga a que tales unidades tengan en común una determinada tecnología y cumplan con los supuestos propios del modelo, lo que proporciona una base de información una vez realizada la agregación (sectorización). Por ello se debe dar un orden al proceso de agregación, para lo cual hay que distinguir entre lo que son las Unidades de Producción Homogénea (UPH) y las Unidades de Actividad Económica (UAE).

Según Martínez y Castillo (1986, pp. 22) las UPH “se caracterizan por una actividad única, a saber: por sus inputs, un determinado proceso de producción y sus outputs de productos homogéneos, los productos que constituyen los inputs y los outputs se caracterizan a su vez por su naturaleza, su estado de elaboración y la técnica de producción utilizada, con referencia a una clasificación de productos”. Las UAE pueden definirse como “empresas o parte de empresas (incluso separadas en el espacio) que concurren en el ejercicio de una sola y única actividad, caracterizada por la naturaleza de los bienes o servicios producidos, o por la uniformidad del proceso de fabricación; estando definida esta actividad en una clasificación de actividades".

Sin embargo, en la práctica, no se trabaja con este nivel de agregación debido a que se dejarían de cumplir algunos de los supuestos del modelo input-output (homogeneidad y proporcionalidad). Cuando se trabaja en forma empírica, erróneamente se recurre a las empresas en primer lugar en vez del establecimiento, ya que éstas poseen un carácter jurídico e institucional, dejando de lado a los establecimientos que tienen por característica poseer un perfil más tecnológico y que en la práctica son la unidad real de medida. Al proceder de esta manera, sin duda se facilita la implementación del modelo, sin embargo, se puede incurrir en una posible duplicidad de información al tomar a la empresa como un todo, obviando la tecnología de la producción de cada unidad en que se divide la empresa. Por tal razón, en estos modelos el establecimiento es considerado como la unidad real de producción e información estadística, que además tiene la ventaja de asemejarse más a las UAE y relega a una segunda posición a la empresa debido a la posible heterogeneidad de actividades que ésta pueda tener.

5.1.3 La unión de sectores y las tecnologías de producción

Una vez aceptado que la unidad informativa real es el establecimiento, queda por determinar cuáles son los criterios para definir un sector, dichas pautas deben considerar, a la agregación en un sentido global y, a su vez, plantear una clasificación en función de la similitud en el uso de determinadas tecnologías productivas. En este sentido, valga indicar que el número de sectores de una TIO depende de la propia definición de rama, del nivel de agregación y de aspectos prácticos, tales como la información estadística disponible, el coste de obtención de la información y del uso que se les dé a las tablas, es decir, dependerá del número de actividades principales, secundarias y auxiliares que tenga el establecimiento. En toda TIO existirá la posibilidad de agregación de productos, establecimientos o de actividades que sean relativamente diferentes, por lo que habitualmente, se encuentran técnicas productivas que responden más bien a un proceso mixto que puro u homogéneo y, como consecuencia, un output formado por la ponderación de los diferentes bienes y servicios cuyos orígenes no tienen por qué ser comunes.

Una vez establecido cuál será el tamaño de la TIO, se pasa a una segunda etapa, consistente en la agregación de la misma, si el objetivo del planificador fuera trabajar con un menor número de ramas. Dicha agregación se puede realizar en dos sentidos, vertical y horizontal. En el primer caso se obtiene como consecuencia, la integración de una parte de un proceso productivo, es decir, disminuye el número de actividades verticalmente integradas. En el segundo caso, se agrupan en una misma rama o sector procesos paralelos de producción, por lo que se reúnen actividades cuyos productos son de uso y destino similar y cuyo origen dentro del proceso productivo es común.

Con el fin de analizar las consecuencias de la agregación, comenzaremos por referirnos a la realización por separado de ambos tipos.

Asumiendo que existe una TIO constituida por **r** sectores en columnas, si se agregan dos de ellos (el **m-ésimo** y el **n-ésimo**), se formará una nueva rama a la que se denominará **M**; ahora se pueden definir los nuevos coeficientes técnicos de esta rama.

Si son las filas *m* y *n-ésimas* las que se agrupan, el nuevo coeficiente será:

$$\mathbf{A_{Mj}} = \frac{\mathbf{x_{Mj}}}{\mathbf{X_j}} = \frac{\mathbf{x_{mj}} + \mathbf{x_{nj}}}{\mathbf{X_j}} = \mathbf{A_{mj}} + \mathbf{A_{nj}}$$

Es decir, el nuevo sector resultante ha de proporcionar al resto lo que las ramas originales proporcionaban por separado al resto de la economía (Martínez y Castillo, 1986, pp. 29).

Dicha agrupación se lleva a cabo cuando se desea agregar una industria que vende todos sus outputs al resto del sistema, es decir, cuando existe una relación entre los productos de dos industrias que forman a su vez un sector, *e.g.* en la industria del metal tal relación se da entre los inputs que proporcionan las industrias del hierro y acero a la industria del refinado de cobre (Yamada, 1974, pp. 27).

En el caso de la agrupación por columnas, los requerimientos que surgen tras la misma son equivalentes a una media ponderada de las necesidades de sus componentes por la producción de cada uno de los sectores que conforman la nueva rama. Dicha agregación se realiza cuando se desea consolidar industrias que emplean para una misma etapa productiva un tipo de material específico, esto es, cuando se da que los sectores tienen parecidas funciones de producción (Yamada, 1974, pp. 22).

Ahora se procederá a determinar los coeficientes técnicos, pero agregando dicho sector en columnas, es decir, $\mathbf{A_{iM}}$; se tendrá que:

$$\mathbf{A_{iM}} = \frac{\mathbf{x_{iM}}}{\mathbf{X_M}} = \frac{\mathbf{x_{im}} + \mathbf{x_{in}}}{\mathbf{X_m} + \mathbf{X_n}} = \frac{\mathbf{A_{im}X_m} + \mathbf{A_{in}X_n}}{\mathbf{X_m} + \mathbf{X_n}} = \mathbf{A_{im}}\left(\frac{\mathbf{X_m}}{\mathbf{X_m} + \mathbf{X_n}}\right) + \mathbf{A_{in}}\left(\frac{\mathbf{X_n}}{\mathbf{X_m} + \mathbf{X_n}}\right)$$

De la expresión anterior, se desprenden dos situaciones que despiertan interés, una en la que $\mathbf{A_{im}}$ es igual a $\mathbf{A_{in}}$ y otra, en la que $\mathbf{X_m}$ y $\mathbf{X_n}$ se mantengan en proporciones constante. En el primer caso, las variaciones que se produzcan en las ponderaciones no afectarán al nuevo coeficiente y proporciona, según Martínez y Castillo, la primera regla de agregación, que se enuncia de la siguiente manera "se debe tratar de agregar aquellos sectores que requieran inputs lo más parecidos posibles y que tengan similares cantidades de producción", es decir, si se agregan en columnas dos elementos pertenecientes a una matriz cualquiera ($\mathbf{x_{ij}}$ y $\mathbf{x_{ik}}$) y ambos coeficientes técnicos son iguales, las variaciones en las ponderaciones de los sectores no afectarán al nuevo coeficiente. Por otra parte, si las producciones de los sectores agregados se conservan en proporciones fijas, se mantendrá constante la media ponderada, lo que conduce a la segunda regla de la agregación: "se deben agregar aquellos sectores cuya variación sea proporcional o lo que es lo mismo cuyas ponderaciones sean fijas" (Martínez y Castillo, 1986, pp. 30).

5.2 LAS REPERCUSIONES DE LA UNIÓN

A continuación nos referiremos a cómo afecta la agregación a los coeficientes técnicos, para ello se parte de una TIO de orden **(n*n)** expresada en términos físicos (tabla 5.1) y se suman los sectores 1 y 2 (tabla 5.2). En dichas tablas, $\mathbf{x_i}$ representará el output del sector *i-ésimo*, $\mathbf{x_{ij}}$ representará los inputs que el *i-ésimo* sector requiere del *j-ésimo* e $\mathbf{y_i}$ representará la demanda final del *i-ésimo* sector.

Tabla 5.1: TIO inicial en unidades físicas

	Sector 1	Sector 2	Sector 3	Sector …	Sector n	Demanda Final
Sector 1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	…	X_{1n}	y_1
Sector 2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	…	X_{2n}	y_2
Sector 3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	…	X_{3n}	y_3
Sector …	…	…	…	…	…	…
Sector n	X_{n1}	X_{n2}	X_{n3}	…	X_{nn}	y_n
Inputs Primarios	IP_1	IP_2	IP_3	…	IP_n	
Total	x_1	x_2	x_3	…	x_n	

Si se agregan, ahora, los sectores 1 y 2, los coeficientes de la tabla 5.1 se modificaran como sigue.

Tabla 5.2: TIO agregada en unidades físicas

	Sector (1+2)	Sector 3	Sector …	Sector n	Demanda Final
Sector 1 + Sector 2	$X_{11} + X_{12}$ + $X_{21} + X_{22}$	X_{13} + X_{23}	….	X_{1n} + X_{2n}	y_1 + y_2
Sector 3	$X_{31} + X_{32}$	X_{33}	…	X_{3n}	y_3
Sector …	…	…	…	…	…
Sector n	$X_{n1} + X_{n2}$	X_{n3}	…	X_{nn}	y_n
Inputs Primarios	IP_1	IP_2	…	IP_n	
Total	x_1+x_2	x_3	…	x_n	

Si se calculan los coeficientes técnicos de la tabla 5.1, se llega a:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11}} & \cdots & \mathbf{a_{1j}} & \cdots & \mathbf{a_{1n}} \\ \mathbf{a_{21}} & \cdots & \mathbf{a_{2j}} & \cdots & \mathbf{a_{2n}} \\ \mathbf{a_{31}} & \cdots & \mathbf{a_{3j}} & \cdots & \mathbf{a_{3n}} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \mathbf{a_{n1}} & \cdots & \mathbf{a_{nj}} & \cdots & \mathbf{a_{nn}} \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

Donde $\mathbf{a_{11}} = \frac{\mathbf{X_{11}}}{\mathbf{x_1}}, \ldots, \mathbf{a_{ij}} = \frac{\mathbf{X_{ij}}}{\mathbf{x_j}}, \ldots, \mathbf{a_{nn}} = \frac{\mathbf{X_{nn}}}{\mathbf{x_n}}$

Procediendo de igual forma, los coeficientes calculados para la matriz agregada $\mathbf{A_1}^*$, cuya dimensión es [(n-1)(n-1)], serán[117]:

$$\mathbf{A_1^*} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11}^*} & \mathbf{a_{12}^*} & \cdots & \mathbf{a_{1(n-1)}^*} \\ \mathbf{a_{21}^*} & \mathbf{a_{22}^*} & \mathbf{a_{ij}} & \mathbf{a_{2(n-1)}^*} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{a_{(n-1)1}^*} & \mathbf{a_{(n-1)2}^*} & \cdots & \mathbf{a_{(n-1)(n-1)}^*} \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

Donde $\mathbf{a_{11}^*} = \frac{\mathbf{X_{11} + X_{12} + X_{21} + X_{22}}}{\mathbf{x_1 + x_2}}, \ldots, \mathbf{a_{ij}^*} = \frac{\mathbf{X_{(i+1)(j+1)}}}{\mathbf{x_{(j+1)}}}, \ldots, \mathbf{a_{(n-1)(n-1)}^*} = \frac{\mathbf{X_{nn}}}{\mathbf{x_n}}$

Reemplazando los coeficientes técnicos de 5.1 en 5.2, se obtiene:

$$\mathbf{a_{11}^*} = \frac{\mathbf{(a_{11} + a_{21})x_1 + (a_{12} + a_{22})x_2}}{\mathbf{x_1 + x_2}} \tag{5.3a}$$

$\vdots$

[117] Se emplea el subíndice (1), a objeto de diferenciar los coeficientes resultantes de las tablas 4.2 y 4.4.

$$\mathbf{a}^*_{1(n-1)} = \mathbf{a}_{1n} + \mathbf{a}_{2n} \tag{5.3b}$$

$$\mathbf{a}^*_{21} = \frac{\mathbf{a}_{31}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{32}\mathbf{x}_2}{\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2} \tag{5.3c}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{a}^*_{(n-1)(n-1)} = \mathbf{a}_{nn} \tag{5.3d}$$

Es decir, los coeficientes técnicos de la TIO agregada se relacionan con los de la tabla original de la siguiente manera: $\mathbf{a}^*_{11}$ es la media ponderada de **($\mathbf{a}_{11}$+$\mathbf{a}_{21}$)** y **($\mathbf{a}_{12}$+$\mathbf{a}_{22}$)**, donde $\mathbf{x}_1$ y $\mathbf{x}_2$ son sus respectivos ponderadores; $\mathbf{a}^*_{1(n-1)}$ se obtiene de la suma de los coeficientes $\mathbf{a}_{1n}$ y $\mathbf{a}_{2n}$, etc. Finalmente, los coeficientes que no han sido agregados no se ven afectados.

De las ecuaciones (5.3) se puede observar que en algunos casos las variables agregadas dependen de los outputs totales de los sectores que se agrupan, así como de la sumas de los mismos. Para ello se emplea una matriz de agrupación que se denomina **C** (con $\mathbf{c}_{ij}$ ϵ **C**), similar a $\mathbf{C}_1$ a la que ya nos hemos referido. Análogamente $\mathbf{C}^*$, es una matriz de ponderación, cuya dimensión será [n(n-1)] cuando se agrupen dos ramas, sus elementos son además de ceros y unos, ponderaciones, tales que:

$$\mathbf{w}_1 = \frac{\mathbf{x}_1}{\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2} \text{ y } \mathbf{w}_2 = \frac{\mathbf{x}_2}{\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; \mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \mathbf{w}_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; \mathbf{x}^*_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{X}_n \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{y}^*_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{Y}_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_n \end{bmatrix}$$

Si se reemplaza $\mathbf{w}_1$ y $\mathbf{w}_2$ en $\mathbf{A}_1^*$, se llega a:

$$\mathbf{A}^*_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1(\mathbf{a}_{11} + \mathbf{a}_{21}) + \mathbf{w}_2(\mathbf{a}_{12} + \mathbf{a}_{22}) & \mathbf{a}_{13} + \mathbf{a}_{23} & \dots & \mathbf{a}_{1n} + \mathbf{a}_{2n} \\ \mathbf{w}_1\mathbf{a}_{31} + \mathbf{w}_2\mathbf{a}_{32} & \mathbf{a}_{33} & \dots & \mathbf{a}_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{w}_1\mathbf{a}_{n1} + \mathbf{w}_2\mathbf{a}_{n2} & \mathbf{a}_{n3} & \dots & \mathbf{a}_{nn} \end{bmatrix}$$

Lo que se puede escribir como:

$$\mathbf{A}_1^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ w_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \\ 0 & 0 & \dots & & 1 \end{bmatrix}$$

que es igual a

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{CAC}^* \tag{5.4}$$

A partir de lo anteriormente expuesto se puede observar cuál es la relación existente entre las matrices agregada y desagregada y determinar así cuál es la importancia que tienen las unidades de ponderación (ecuación 5.4). Pudiendo ocurrir que alguno de los elementos de $\mathbf{C}^*$ se vea poco afectado, llegando incluso a ser irrelevantes en la medida que existan elementos de **A** que posean menor peso específico respecto al resto de los elementos que forman la TIO desagregada.

El output y demanda final agregados se pueden expresar como:

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{Cx} \text{ y } \mathbf{y}^* = \mathbf{Cy} \tag{5.5}$$

Considerando que $\mathbf{CC}^* = \mathbf{I}$, donde **I** es una matriz unidad, puesto que $\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2 = \mathbf{1}$.

Se tiene que:

$$\mathbf{x} = \mathbf{C}^* \mathbf{x}^* \tag{5.6}$$

Operando en las ecuaciones 5.4 y 5.5, se llega a:

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{Cy} = \mathbf{C(I-A)x} = \mathbf{C(I-A)C}^* \mathbf{x}^* = (\mathbf{CC}^* - \mathbf{CAC}^*)\mathbf{x}^* \tag{5.7}$$

A partir de la expresión anterior se puede concluir que:

$$\mathbf{y}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^*)\mathbf{x}^* \tag{5.8}$$

Es decir, el vector de demanda final después de la agregación es equivalente al vector de output final agregado, premultiplicado por la diferencia entre una matriz identidad y la de inputs después de la agregación.

A partir de lo expuesto en la ecuación 5.8 se procederá a determinar en qué circunstancias no varían los coeficientes de los inputs con la agregación, a objeto de determinar la equivalencia que existe entre dichos coeficientes antes y después de la misma y, simultáneamente observar qué ocurre con aquellos coeficientes que no se agrupan.

En primer lugar, si en la matriz $\mathbf{A}^*$ existen valores que no se ven afectados con la unión de otras ramas, independientemente de los valores que tome $\mathbf{X_{ij}}$, no se producirán efectos que tengan repercusiones sobre $\mathbf{x}$, ya sea antes o después de la agregación. Por otro lado, y a partir de la ecuación (5.4), se puede concluir que debido a que $\mathbf{C}^*$ incluye los elementos $\mathbf{w_1}$ y $\mathbf{w_2}$ y estos a su vez a $\mathbf{x}$, entonces para que $\mathbf{A}^*$ no sufra modificaciones en un instante posterior a la agregación, es decir, mantenga su estructura, se debe dar la siguiente condición necesaria y suficiente, sin considerar los valores de los elementos de $\mathbf{X}$ (Yamada, 1974, pp. 35):

$$\mathbf{CA=A^*C} \tag{5.9}$$

Es decir, para que no existan variaciones, se deberá cumplir que:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11}} & a_{12} & \dots & \mathbf{a_{1j}} & \dots & \mathbf{a_{1n}} \\ \mathbf{a_{21}} & a_{22} & \dots & \mathbf{a_{2j}} & \dots & \mathbf{a_{2n}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{a_{i1}} & a_{i2} & \dots & \mathbf{a_{ij}} & & \mathbf{a_{in}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{a_{n1}} & a_{n2} & \dots & \mathbf{a_{nj}} & \dots & \mathbf{a_{nn}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11}^*} & \mathbf{a_{12}^*} & \dots & \mathbf{a_{1(n-1)}^*} \\ \mathbf{a_{21}^*} & \mathbf{a_{22}^*} & \dots & \mathbf{a_{2(n-1)}^*} \\ \dots & \dots & & \dots \\ \mathbf{a_{(n-1)1}^*} & \mathbf{a_{(n-1)2}^*} & \dots & \mathbf{a_{(n-1)(n-1)}^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

Igualando elemento a elemento entre los productos de matrices, se tiene que:

$$\mathbf{a_{11}} + \mathbf{a_{21}} = \mathbf{a_{12}} + \mathbf{a_{22}} = \mathbf{a_{11}^*} \tag{5.10a}$$

$$\mathbf{a_{1j}} = \mathbf{a_{2j}} = \mathbf{a_{1j}^*} \tag{5.10b}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{a_{1n}} + \mathbf{a_{2n}} = \mathbf{a_{1(n-1)}^*} \tag{5.10c}$$

$$\mathbf{a_{31}} = \mathbf{a_{32}} = \mathbf{a_{21}^*} \tag{5.10d}$$

$$\mathbf{a_{3n}} = \mathbf{a_{2(n-1)}^*} \tag{5.10e}$$

$$\mathbf{a_{n1}} + \mathbf{a_{n2}} = \mathbf{a_{(n-1)1}^*} \tag{5.10f}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{a}_{\mathbf{nn}} = \mathbf{a}^{*}_{\mathbf{(n-1)(n-1)}} \tag{5.10g}$$

Las condiciones anteriores son conocidas como "condiciones de estructura homogénea de inputs", es decir, "cada actividad de un sector agregado (*j*) requiere los mismos inputs del sector (*i*) por unidad de output" (Martínez y Castillo, 1986, pp. 33), lo que no significa que las actividades que se agregan deban tener parecidos coeficientes técnicos. Esto es, la rama *M-ésima* (suma de las ramas *i-ésima* y *j-ésima*) no verá afectados sus coeficientes técnicos si se producen cambios en la estructura de producción de dicha rama, si y sólo si, ocurre que *e.g.* el aumento en el output de rama *i-ésima* es equivalente a los inputs solicitados por el sector *j*-ésimo, es decir, si entre ambos compensan cualquier variación, lo que dará como resultado un sesgo nulo, que como se indicó corresponde a una estructura homogénea de inputs.

Sin embargo, en la práctica habitualmente se trabaja con tablas expresadas en unidades monetarias, por ello, replantearemos el procedimiento anterior para una matriz de estas características, en este caso se considera que la variable $\mathbf{P_i}$, corresponde al precio del input del *i-ésimo* sector.

Tabla 5.3: TIO sin agregar en términos monetarios

	Sector 1	Sector 2	Sector 3	Sector …	Sector n	Demanda Final
Sector 1	P_1X_{11}	P_1X_{12}	P_1X_{13}	…	P_1X_{1n}	$p_1{}^D y_1$
Sector 2	P_2X_{21}	P_2X_{22}	P_2X_{23}	…	P_2X_{2n}	$p_2{}^D y_2$
Sector 3	P_3X_{31}	P_3X_{32}	P_3X_{33}	…	P_3X_{3n}	$p_3{}^D y_3$
Sector …	…	…	…	…	…	…
Sector n	P_nX_{n1}	P_nX_{n2}	P_nX_{n3}	…	P_nX_{nn}	$p_n{}^D y_n$
Inputs Primarios	IP_1	IP_2	IP_3	…	IP_n	
Total	p_1x_1	p_2x_2	p_3x_3	…	p_nx_n	

Agregando a continuación los sectores 1 y 2, se llega a:

Tabla 5.4: TIO agregada en términos monetarios

	Sector (1+2)	Sector 3	Sector …	Sector n	Demanda Final
Sector 1 + Sector 2	P_1X_{11} + P_1X_{12} + P_2X_{21} + P_2X_{22}	P_1X_{13} + P_2X_{23}	…	P_1X_{1n} + P_2X_{2n}	$p_1{}^D y_1$ + $p_2{}^D y_2$
Sector 3	P_3X_{31} + P_3X_{32}	P_3X_{33}	…	P_3X_{3n}	$p_3{}^D y_3$
Sector …	…	…	…	…	…
Sector n	P_nX_{n1} + P_nX_{n2}	P_nX_{n3}	…	P_nX_{nn}	$p_n{}^D y_n$
Inputs Primarios	IP_1	IP_2	…	IP_n	
Total	$p_1x_1+p_2x_2$	p_3x_3	…	p_nx_n	

Si se calculan los coeficientes técnicos de la TIO sin agrupar (tabla 5.3), se obtiene lo siguiente:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & \cdots & \mathbf{a_{1j}} & \cdots\mathbf{a_{1n}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & \cdots & \mathbf{a_{2j}} & \cdots\mathbf{a_{2n}} \\ \mathbf{a_{31}} & \mathbf{a_{32}} & \cdots & \mathbf{a_{3j}} & \cdots\mathbf{a_{3n}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{a_{n1}} & \mathbf{a_{n2}} & \cdots & \mathbf{a_{nj}} & \cdots\mathbf{a_{nn}} \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

Donde $\mathbf{a_{ij}} = \frac{\mathbf{P_i X_{ij}}}{\mathbf{p_j x_j}}$, $\forall$ i, j= 1, 2, …, n.

Por otra parte, los coeficientes calculados de la tabla agregada son:

$$\mathbf{A^*} = \begin{bmatrix} \mathbf{a^*_{11}} & \mathbf{a^*_{12}} & \cdots & \mathbf{a^*_{1(n-1)}} \\ \mathbf{a^*_{21}} & \mathbf{a^*_{22}} & \cdots & \mathbf{a^*_{2(n-1)}} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ \mathbf{a^*_{(n-1)1}} & \mathbf{a^*_{(n-1)2}} & \cdots & \mathbf{a^*_{(n-1)(n-1)}} \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

Donde $\mathbf{a^*_{11}} = \frac{\mathbf{P_1(X_{11}+X_{12})+P_2(X_{21}+X_{22})}}{\mathbf{p_1x_1+p_2x_2}}$, …, $\mathbf{a^*_{ij}} = \frac{\mathbf{P_{(i+1)}X_{(i+1)(j+1)}}}{\mathbf{p_{(j+1)}x_{(j+1)}}}$, …, $\mathbf{a^*_{(n-1)(n-1)}} = \frac{\mathbf{P_nX_{nn}}}{\mathbf{p_nx_n}}$

Reemplazando los coeficientes que se obtienen de la tabla 5.3 en 5.4, se llega a:

$$\begin{aligned} \mathbf{a^*_{11}} &= \frac{\mathbf{a_{11}}}{\mathbf{p_1x_1+p_2x_2}}(\mathbf{p_1x_1}) + \frac{\mathbf{a_{12}}}{\mathbf{p_1x_1+p_2x_2}}(\mathbf{p_2x_2}) + \\ &+ \frac{\mathbf{a_{21}}}{\mathbf{p_1x_1+p_2x_2}}(\mathbf{p_1x_1}) + \frac{\mathbf{a_{22}}}{\mathbf{p_1x_1+p_2x_2}}(\mathbf{p_2x_2}) = \frac{\mathbf{(a_{11}+a_{21})p_1x_1+(a_{12}+a_{22})p_2x_2}}{\mathbf{p_1p_1+p_2x_2}} \end{aligned} \tag{5.13a}$$

$\vdots$

$$\mathbf{a^*_{1(n-1)}} = \frac{\mathbf{a_{1n}p_nx_n + a_{2n}p_nx_n}}{\mathbf{p_nx_n}} = \mathbf{a_{1n}+a_{2n}} \tag{5.13b}$$

$$\mathbf{a^*_{21}} = \frac{\mathbf{P_3X_{31}}}{\mathbf{p_1x_1+p_2x_2}} + \frac{\mathbf{P_3X_{32}}}{\mathbf{p_1x_1+p_2x_2}} = \frac{\mathbf{a_{31}}}{\mathbf{p_1x_1+p_2x_2}}(\mathbf{p_1x_1}) + \frac{\mathbf{a_{32}}}{\mathbf{p_1x_1+p_2x_2}}(\mathbf{p_2x_2}) \tag{5.13c}$$

$\vdots$

$$\mathbf{a^*_{(n-1)(n-1)}} = \frac{\mathbf{a_{nn}p_nx_n}}{\mathbf{p_nx_n}} = \mathbf{a_{nn}} \tag{5.13d}$$

De las ecuaciones (5.13) se puede observar cuál es la relación que existe entre los coeficientes técnicos de la TIO antes y después de la agregación. Así, por ejemplo, $\mathbf{a}^{*}_{11}$ es una media ponderada de $(\mathbf{a}_{11}+\mathbf{a}_{21})$ y $(\mathbf{a}_{12}+\mathbf{a}_{22})$ cuyos ponderadores son $\mathbf{p}_1\mathbf{x}_1$ y $\mathbf{p}_2\mathbf{x}_2$, respectivamente. Análogamente $\mathbf{a}^{*}_{1(n-1)}$ es el resultado de la suma de $\mathbf{a}_{1n}$ y $\mathbf{a}_{2n}$. Por su parte, los elementos que no han sido agregados, no se ven afectados.

Una vez establecida la forma en que la agregación puede afectar a los distintos coeficientes técnicos, esto es, una vez que se ha definido las relaciones que surgen entre los coeficientes agregados y no agregados, el paso siguiente será estudiar la forma en que se pueda anular el error de predicción tras una determinada agregación.

5.3 EFECTO DE LA AGREGACIÓN EN LOS ENCADENAMIENTOS

En este apartado se analizará cómo afecta la agregación a los multiplicadores que se obtienen a partir de las distintas metodologías. Se evaluará por medio de varios ejercicios empíricos, si la unión de ramas afecta a los encadenamientos de las ramas que no han sido unidas, lo que permitirá contrastar la hipótesis que se planteó al inicio de este capítulo: “a mayor nivel de agregación los distintos encadenamientos de las ramas no agregadas son afectados en forma sistemática y definida”.

5.3.1 La reducción del sistema y los elementos de la matriz inversa de Leontief

Como punto de partida se realizarán algunos breves ejercicios empíricos que darán cuenta de los cambios en los distintos coeficientes de la matriz inversa de Leontif de las ramas no agregadas. Esto es, debido a que en la literatura al uso se encuentra información relacionada con cómo afecta la suma de ciertas ramas al error de predicción o a los coeficientes técnicos involucrados en dicho proceso, pero no se discute la forma en que la unión de ciertos sectores afecta a las actividades que no son unidas. Además, se cree interesante realizar dicho ejercicio, ya que permitirá predecir, por un lado, las formas gráficas que se podrán obtener en las ramas que no serán agrupadas, y por otro, se ilustrara sobre el sentido lógico que deben tomar ellas una vez que se dejan de unir ciertos sectores, facilitándose con ello la comprensión del trabajo en cuestión.

Se comenzará por agrupar las tablas originales siguiendo los criterios propuestos por Naciones Unidas, en concreto la Clasificación Internacional Industrial Uniforme[118]. Aunque las tablas originales vienen confeccionadas a 59 ramas, se comienza por emplear una agregación de 55 sectores,

[118] Clasificación Internacional Industrial Uniforme: rev. 3.1 del año 2002 [en línea]. En: Naciones Unidas, febrero de 2006 [fecha de consulta 10 de febrero de 2006. disponible en: < http://unstats.un.org/unsd/cr/registry/regcst.asp?Cl=17&Top=2&Lg=3 >.

debido a que se ha considerado un sector que se denomina supra-agricultura, compuesto por las siguientes actividades: agricultura, ganadería, caza y actividades de servicios conexas, más silvicultura, extracción de madera y actividades de servicios conexas y pesca, acuicultura y actividades de servicios relacionadas con la pesca, ello se hace con el fin de facilitar el trabajo que sigue. Posteriormente, se irá agregando según los niveles 55; 41; 32; 25; 15 y 10, hasta llegar a 4 ramas (supra-agricultura, supra-industria, construcción y supra-servicios)[119]. Una vez realizado este procedimiento se observará qué ocurre con las ramas supra-agricultura y construcción, las cuales no son agregadas, con el fin de que sirvan como parámetros que ayudarán a contrastar la hipótesis inicial.

Vamos a analizar cómo el tamaño de los coeficientes influyen en los resultados de la agregación. Como paso previo a la realización del ejercicio de agregación, se presentará una breve aplicación con el fin de observar qué ocurre con los valores de los coeficientes técnicos y elementos de la matriz inversa de Leontief que no han sido agregados, ya que ello dará una pauta de los resultados a obtener[120].

Tabla 5.5: Matriz de coeficientes técnicos original (**V**)

	v1	v2	v3	v4	v5
V1	0,0556	0,1389	0,0725	0,1944	0,2381
V2	0,0833	0,1215	0,0725	0,1667	0,2143
V3	0,1111	0,0868	0,1630	0,1389	0,2381
V4	0,0556	0,0521	0,2536	0,1389	0,0476
V5	0,1944	0,1910	0,1449	0,0833	0,0238

Tabla 5.6: Matriz de coeficientes técnicos de **Q**

	q1	q2	q3	q4
q1	0,1929	0,1449	0,3611	0,4524
q2	0,1003	0,1630	0,1389	0,2381
q3	0,0540	0,2536	0,1389	0,0476
q4	0,1929	0,1449	0,0833	0,0238

Tabla 5.7: Matriz de coeficientes técnicos de **T**

	t1	t2	t3
t1	0,2976	0,5000	0,6905
t2	0,1136	0,1389	0,0476
t3	0,1786	0,0833	0,0238

Considérese inicialmente la matriz **V** que tiene una dimensión de 5*5, a continuación se agrupan las ramas 1 y 2 (**v1** y **v2**), lo que permitió obtener la matriz **Q**, al repetir el ejercicio en **Q**, qué volverá a ser agregada, dará lugar a la matriz **T**. Como era de esperar los coeficientes técnicos de las

[119] En anexo 5.1 se encuentra el detalle de las agregaciones efectuadas.

[120] Aunque lo que sigue se centra en uno de tantos ejemplos, en los anexos 5.2 a 5.5, se muestran otros ejercicios que conducen a similares conclusiones.

ramas no agregadas (elementos $\mathbf{v}_{44}$, $\mathbf{v}_{45}$, $\mathbf{v}_{54}$ y $\mathbf{v}_{55}$ en **V**, $\mathbf{q}_{33}$, $\mathbf{q}_{34}$, $\mathbf{q}_{43}$ y $\mathbf{q}_{44}$ en **Q** y $\mathbf{t}_{22}$, $\mathbf{t}_{23}$, $\mathbf{t}_{32}$ y $\mathbf{t}_{33}$ en **T**) no han cambiado. ¿Pero qué ocurre con los elementos equivalentes en las respectivas inversas de Leontief (**E**, **F** y **H** respectivamente)?. A partir del ejercicio que sigue se mostrará que dichos elementos cambian sin seguir un patrón establecido (lo que continua se centra en la submatriz que se sitúa en el extremo inferior derecho y que se destaca en color gris).

En las inversas de Leontief agregadas de **Q** y **T** (**F** y **H**, respectivamente) también se observa que la suma de las columnas no añadidas disminuye con la agregación de la matriz ($\mathbf{f}_{.3}$; $\mathbf{f}_{.4}$; $\mathbf{h}_{.2}$ y $\mathbf{h}_{.3}$), es decir, pequeños coeficientes técnicos -lo que se prodría asumir, es debido a una alta desagregación-, y que no se ven afectados por la unión de otras ramas, llevan asociados, al ser agrupados, menores valores en las columnas no agregadas de las inversas.

Tabla 5.8: Matriz **E** inversa de Leontief para **V**

	e1	e2	E3	e4	e5
e1	1,2668	0,3743	0,3710	0,4672	0,5044
e2	0,2820	1,3453	0,3516	0,4263	0,4706
e3	0,3412	0,3434	1,4793	0,4344	0,5406
e4	0,2201	0,2292	0,5033	1,3649	0,2934
e5	0,3770	0,4083	0,4053	0,3575	1,3222
Total	2,4871	2,7005	3,1105	**3,0503**	**3,1312**

Tabla 5.9: Matriz **F** inversa de Leontief para **Q**

	f1	f2	f3	f4
f1	1,6191	0,7173	0,8884	0,9686
f2	0,3421	1,4793	0,4344	0,5405
f3	0,2239	0,5030	1,3647	0,2930
f4	0,3898	0,4043	0,3565	1,3211
Total	2,5749	3,1039	**3,0440**	**3,1232**

Tabla 5.10: Matriz **H** inversa de Leontief para **T**

	h1	h2	h3
h1	2,0150	1,3141	1,4893
h2	0,2876	1,3544	0,2695
h3	0,3931	0,3560	1,3198
Total	2,6958	**3,0245**	**3,0787**

A partir de lo anterior, es lógico esperar que a mayor agregación existan menores multiplicadores por cada rama no agrupada, luego, un índice de encadenamiento que exprese este comportamiento debiera considerarse como una herramienta de análisis más adecuada a los cambios de las respectivas inversas, esto es, la intuición a partir de este ejercicio, señala que a medida que se agrupa una matriz, los multiplicadores resultantes de las ramas no agregadas disminuyen, tal cual ocurre con este ejemplo.

De acuerdo a lo recientemente expresado, el peso relativo y la influencia de una actividad no agregada puede disminuir con la agregación, puesto que los coeficientes en nada afectados comienzan a tener menor importancia respecto a las ramas que se han modificado, debido a que los coeficientes técnicos de estas últimas en términos relativos aumentan. Por lo tanto, a medida que se agregue, sus encadenamientos disminuirán, ya que el incremento de los elementos de la matriz inversa de Leontief afectados por la agregación es menor en términos relativos respecto a los no afectados, lo cual se debe a lo pequeños que son sus equivalentes en la matriz de coeficientes técnicos.

Por otra parte, si se suman las columnas que se han agregado y se comparan con las que resultan de dicho ejercicio, *e.g.* columnas $\mathbf{e}_{.1}$ (2.4871) más $\mathbf{e}_{.2}$ (2.7005) con $\mathbf{f}_{.1}$ (2.5749), o $\mathbf{f}_{.1}$ más $\mathbf{f}_{.2}$ (3.1039) con $\mathbf{h}_{.1}$ (2.6958) se ve que al existir una mayor agregación se pierde poder multiplicativo, esto es, el resultado de un multiplicador agregado es mucho menor que la suma simple de los multiplicadores que lo forman, lo cual se debe al número 1 (uno) presente en la diagonal principal que se pierde tras el agrupamiento.

Tabla: 5.11: Matriz de coeficientes técnicos de **V**, caso 2

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,0556	0,1389	0,0725	0,1944	0,2381
v2	0,0833	0,1215	0,0725	0,1667	0,0238
v3	0,1111	0,0868	0,1630	0,1389	0,2143
v4	0,0556	0,0521	0,2536	0,1389	0,0476
v5	0,1944	0,1910	0,1449	0,0833	0,2381

Tabla 5.12: Matriz inversa de Leontief para **S** [matriz original; (**V**)], caso 2

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,2799	0,3885	0,3851	0,4796	0,5504
e2	0,2053	1,2621	0,2690	0,3535	0,2013
e3	0,3483	0,3511	1,4870	0,4412	0,5656
e4	0,2235	0,2329	0,5070	1,3681	0,3052
e5	0,4688	0,5078	0,5040	0,4446	1,6444
Total	2,5258	2,7424	3,1521	**3,0870**	**3,2670**

Tabla 5.13: Matriz inversa de Leontief para **Q**, caso 2

	f1	f2	f3	f4
f1	1,5617	0,6578	0,8359	0,7741
f2	0,3496	1,4871	0,4412	0,5660
f3	0,2279	0,5072	1,3683	0,3065
f4	0,4868	0,5049	0,4452	1,6497
Total	2,6260	3,1569	**3,0907**	**3,2962**

A continuación se repite el ejercicio anterior variando sólo la quinta columna de la matriz de partida, de forma que no se altere el consumo intermedio ni el output total, esto es, simplemente cambiando el orden de algunos elementos. Se puede ver, que después de estos mínimos cambios, los resultados que se logran tras la agregación son distintos que los anteriores. La causa se debe a la menor importancia que ahora toman los coeficientes técnicos presentes en las filas de las ramas no añadidas, esto es, las relaciones que presentan las ramas no agregadas con las que se agregan, ahora son menores (elementos $\mathbf{v}_{15}$; $\mathbf{v}_{25}$ y $\mathbf{v}_{35}$ de la matriz de coeficientes técnicos de **V** para el caso 2).

Como se puede apreciar se logra un aumento en la suma de la columna $\mathbf{f}_4$ y disminución en $\mathbf{f}_3$, es decir, se presenta un efecto oscilante, y no decreciente como en el caso anterior. Al pasar de la matriz inversa de **S** a la de **Q** (tabla 5.12) se observa que la suma de los multiplicadores de las ramas no compactadas aumentan de, 3.0870 y 3.267 en la cuarta y quinta columna de la matriz inversa de **S**, a 3.0907 y 3.2962 en la columnas 3 y 4 de la matriz inversa de **Q**. Sin embargo, si se repite este ejercicio el resultado varía, esto es, cuando se pasa de la inversa de **Q** a la inversa de la matriz **T**, dichos multiplicadores se reducen a 3.0610 y 3.2138 respectivamente.

Tabla 5.14: Matriz inversa de Leontief para **T**, caso 2

	h1	h2	h3
h1	1,9597	1,2641	1,3038
h2	0,2857	1,3527	0,2631
h3	0,4906	0,4442	1,6469
Total	2,7360	**3,0610**	**3,2138**

De igual forma si se plantean otras modificaciones, se verá que tras la agregación, la suma de las inversas disminuye, esto es, un caso totalmente opuesto al primero (anexo 5.2.3)

Los ejemplos anteriores llevan a concluir que la suma de las columnas no agregadas de la matriz inversa de Leontief, varían de acuerdo al peso relativo y a la distribución que tengan en la economía los coeficientes técnicos que no se ven afectados por la agregación y también de la relación de compra y venta que exista entre las ramas. De acuerdo a este punto, en el primer ejemplo serán los coeficientes ($\mathbf{v}_{44}$; $\mathbf{v}_{45}$; $\mathbf{v}_{54}$ y $\mathbf{v}_{55}$) y ($\mathbf{v}_{14}$; $\mathbf{v}_{15}$; $\mathbf{v}_{24}$ y $\mathbf{v}_{25}$) de la matriz de coeficientes técnicos de la matriz **V**, donde los últimos representan a los elementos de las ramas que no se unirán, pero que tienen relación con los sectores que se agregan. La causa de esta situación, es que tras la agregación las nuevas filas recogen la suma de las ramas que no han sido agregadas, en este caso las relativas a las últimas columnas, afectando con ello a los resultados finales. Se observa que la forma en que la agregación afecta a las nuevas inversas dependerá tanto de los coeficientes técnicos que se encuentren en la parte relativa a la relación que existe entre las ramas que no se agregan con las que se agrupan (elementos $\mathbf{v}_{14}$; $\mathbf{v}_{15}$; $\mathbf{v}_{24}$ y $\mathbf{v}_{25}$).

A continuación se formalizará matemáticamente las modificaciones en los encadenamientos derivados de la agregación. Para ello partiremos de una matriz 5*5 en la que se agregarán, por ejemplo, las ramas 2; 3 y 5, esto es:

$$\mathbf{X}^{**}_{(2,3),5} = \begin{bmatrix} X_{11} & (X_{12}+X_{13})+X_{15} & X_{14} \\ (X_{21}+X_{31})+X_{51} & [(X_{22}+X_{32})+(X_{23}+X_{33})+(X_{52}+X_{53})]+(X_{25}+X_{35})+X_{55} & (X_{24}+X_{34})+X_{54} \\ X_{41} & (X_{42}+X_{43})+X_{45} & X_{44} \end{bmatrix}$$

Como se aprecia en la matriz anterior, aún cuando las ramas 1 y 4 no han sido unidas con otros sectores, también se ven afectadas por la agregación, en concreto el primer y tercer elemento de la segunda fila de la matriz resultante.

Si se calculan los coeficientes técnicos de la matriz anterior se llega a:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{X_{11}}{x_1} & \dfrac{(X_{12}+X_{13})+X_{15}}{x_2+x_3+x_5} & \dfrac{X_{14}}{x_4} \\ \dfrac{(X_{21}+X_{31})+X_{51}}{x_1} & \dfrac{[(X_{22}+X_{32})+(X_{23}+X_{33})+(X_{52}+X_{53})]+(X_{25}+X_{35})+X_{55}}{x_2+x_3+x_5} & \dfrac{(X_{24}+X_{34})+X_{54}}{x_4} \\ \dfrac{X_{41}}{x_1} & \dfrac{(X_{42}+X_{43})+X_{45}}{x_2+x_3+x_5} & \dfrac{X_{44}}{x_4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Si posteriormente se obtiene la inversa de Leontief por serie de potencias, centrándose en las primeras multiplicaciones, ya que los valores de las mismas van aproximándose a cero, a medida que crece la potencia, se tiene que:

$$\mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} (a_{11}a_{11}+a_{12}a_{21}+a_{13}a_{31}) & (a_{11}a_{12}+a_{12}a_{22}+a_{13}a_{32}) & (a_{11}a_{13}+a_{12}a_{23}+a_{13}a_{33}) \\ (a_{21}a_{11}+a_{22}a_{21}+a_{23}a_{31}) & (a_{21}a_{12}+a_{22}a_{22}+a_{23}a_{32}) & (a_{21}a_{13}+a_{22}a_{23}+a_{23}a_{33}) \\ (a_{31}a_{11}+a_{32}a_{21}+a_{33}a_{31}) & (a_{31}a_{12}+a_{32}a_{22}+a_{33}a_{32}) & (a_{31}a_{13}+a_{32}a_{23}+a_{33}a_{33}) \end{bmatrix}$$

Denotando como **K** a la matriz $\mathbf{A}^2$, $\mathbf{A}^3$ se puede expresar como **KA**, es decir:

$$\mathbf{A}^3 = \begin{bmatrix} (k_{11}a_{11}+k_{12}a_{21}+k_{13}a_{31}) & (k_{11}a_{12}+k_{12}a_{22}+k_{13}a_{32}) & (k_{11}a_{13}+k_{12}a_{23}+k_{13}a_{33}) \\ (k_{21}a_{11}+k_{22}a_{21}+k_{23}a_{31}) & (k_{21}a_{12}+k_{22}a_{22}+k_{23}a_{32}) & (k_{21}a_{13}+k_{22}a_{23}+k_{23}a_{33}) \\ (k_{31}a_{11}+k_{32}a_{21}+k_{33}a_{31}) & (k_{31}a_{12}+k_{32}a_{22}+k_{33}a_{32}) & (k_{31}a_{13}+k_{32}a_{23}+k_{33}a_{33}) \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, se puede observar de qué dependerán los elementos de las ramas agregadas y no agregadas de la nueva matriz inversa de Leontief, esto es:

1. Si los coeficientes de la matriz de coeficientes técnicos que no se agregan y que no son afectados con la unión de otras ramas ($\mathbf{a}_{11}$; $\mathbf{a}_{13}$; $\mathbf{a}_{31}$ y $\mathbf{a}_{33}$) son pequeños, los elementos resultantes son función de los parámetros presentes en las ramas afectadas por la agregación ($\mathbf{a}_{12}$; $\mathbf{a}_{21}$; $\mathbf{a}_{23}$ y $\mathbf{a}_{32}$) y del que se encuentra en la diagonal principal de las ramas agregadas ($\mathbf{a}_{22}$), ya que el producto entre los no afectados tiende a ser un número pequeño. Por ejemplo, el primer producto de la matriz $\mathbf{A}^2$, depende de $\mathbf{a}_{12}$ y $\mathbf{a}_{21}$, ya que $\mathbf{a}_{11}\mathbf{a}_{11}$ y $\mathbf{a}_{13}\mathbf{a}_{31}$, se van haciendo tras cada multiplicación de la matriz **A** más próximos a cero. Y en el primero de $\mathbf{A}^3$ ocurre algo similar, ya que toma más importancia el producto entre $\mathbf{a}_{21}$ y $\mathbf{k}_{12}$, donde este último a su vez depende del tamaño de $\mathbf{a}_{12}$; $\mathbf{a}_{22}$ y $\mathbf{a}_{32}$.
2. Si por el contrario, los elementos no agrupados ni afectados por la unión de otras ramas ($\mathbf{a}_{11}$; $\mathbf{a}_{13}$; $\mathbf{a}_{31}$ y $\mathbf{a}_{33}$) son comparativamente mayores que los afectados por la unión de otros sectores ($\mathbf{a}_{12}$; $\mathbf{a}_{21}$; $\mathbf{a}_{23}$ y $\mathbf{a}_{32}$), en los correspondientes elementos de la matriz inversa de Leontief no agregados, tienen más importancia los componentes no sumados pero afectados por la unión de otros sectores (*e.g.* $\mathbf{a}_{21}$ y $\mathbf{a}_{23}$) y de los sectores agregados ($\mathbf{a}_{i2}$).
3. La forma en que finalmente se vea afectado con la agregación el multiplicador de una rama ajena a dicha agrupación depende del peso que tengan, en tal rama, los inputs en nada afectados tras la unión respecto a los afectados, en el ejemplo, para la rama 1 sería $\mathbf{X}_{11}$ y $\mathbf{X}_{41}$ respecto a [$(\mathbf{X}_{21}+\mathbf{X}_{31})+\mathbf{X}_{51}$] y, en la rama 4, $\mathbf{X}_{14}$ con $\mathbf{X}_{44}$ respecto a [$(\mathbf{X}_{24}+\mathbf{X}_{34})+\mathbf{X}_{54}$].
4. En general los elementos de la inversa de Leontief que son el resultado de alguna unión, son función del elemento que se encuentra en la diagonal principal de la matriz **A** (en este ejemplo de $\mathbf{a}_{22}$) y en segundo lugar de los elementos que se ven afectados, pero no agregados, por la unión de tales sectores ($\mathbf{a}_{12}$ y $\mathbf{a}_{32}$).

Un punto interesante de analizar, es el planteamiento de Russo relativo a la agregación (2001, pp. 2 y 8). Dicho autor señala que es mejor agrupar después de obtener la matriz inversa de Leontief, sin embargo, se obtiene una matriz de coeficientes técnicos distinta a la que se consigue agrupando cuando se emplean matrices auxiliares.

Tabla 5.15: Matriz **H*** agrupada a 3 ramas

	h1_1	h2_2	h3_3
h1_1	6,1549	1,3279	1,5157
h2_2	0,9527	1,3649	0,2934
h3_3	1,1905	0,3575	1,3222
Total	8,2981	**3,0503**	**3,1312**

Para mostrar lo anterior, primero se agrupa la matriz **E** (tabla 5.8) en una TIO de 3*3 (tabla 5.15), posteriormente obtendremos su inversa, esto es, la matriz de coeficientes técnicos que resulta de ello, es decir, la matriz de **H*** para cuando se agrupan las ramas 1; 2 y 3, que debiera ser equivalente a la matriz de la tabla 5.7. Si ambos procesos llevan a lo mismo, la matriz resultante (tabla 5.16) debiera ser coincidente con la matriz de coeficientes técnicos que se muestra en la tabla 5.7.

Tabla 5.16: Matriz de Coeficientes técnicos de **T*** luego de agrupar su matriz inversa

	t1_1	t2_2	t3_3
t1_1	0,76736	0,16614	0,22981
t2_2	0,12460	0,1332	0,0495
t3_3	0,17578	0,0848	0,0234

De acuerdo a lo anterior, se observan diferencias entre las matrices **T** y **T*** que en algunos casos llegan hasta el 300% [elementos (1; 2) y (1;3) en tabla 4.16], además, los multiplicadores resultantes, son para las ramas que se unen bastante mayores (de 2.6958 se cambia a 8.2981; tablas 5.10 y 5.15), por otra parte, los elementos que no se ven afectados por la agregación, varían con este proceso, por ello, consideramos que la agrupación se realice por medio de matrices auxiliares, ya que efectuar el ejercicio anterior, conduce a tener funciones de producción distintas.

5.3.2 La agregación y los encadenamientos

Una vez comentado lo anterior, y tras las agregaciones efectuadas para los países del estudio, se procede a realizar un análisis gráfico en el que se determina para cada nivel de agregación tanto los **BL** como **FL**[121] relativos para los sectores supra-agricultura y construcción[122]. Para la obtención de los encadenamientos se emplean distintas metodologías, a saber, las de Rasmussen, Chenery y Watanabe, Hazari, Cella, Sonis *et al*, Dietzenbacher y van der Linden, y las modificaciones que se proponen para Hazari y Sonis *et al*, cuyos resultados se encuentran en los gráficos del anexo[123] 5.5, de los cuales aquí se muestra como ejemplo la situación de Francia. Sobre la base del conjunto de gráficos se puede concluir, con excepción de la metodología de Hazari y nustras propuestas presentadas en esta tesis, que:

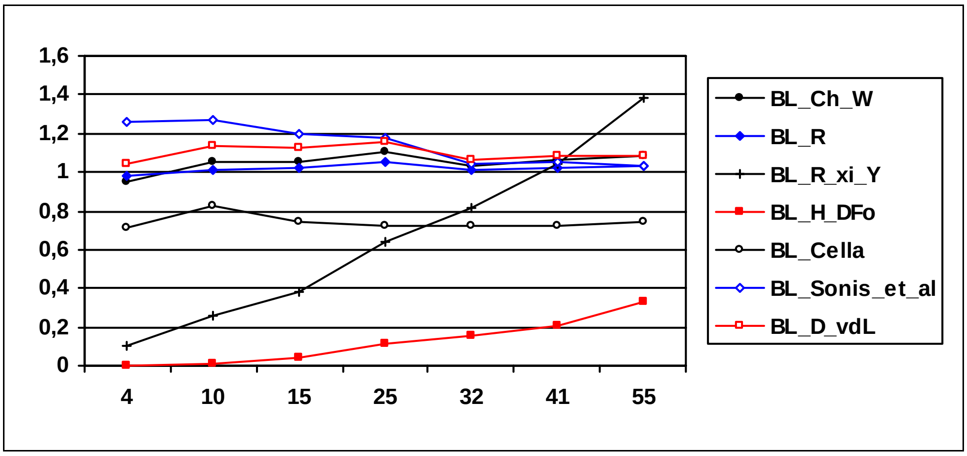
[121] Los eslabonamientos hacia delante estan corregidos por el modelo de oferta de Ghosh.

[122] Los resultados para la rama construcción se presentan en el anexo 5.5.

[123] Para cada país se han confeccionado 8 gráficos, esto es, 4 para cada rama, de los cuales uno corresponde a los BL obtenidos por las técnicas presentadas por diversos autores [Rasmussen, Rasmussen ponderado {R_xi_Y; se destaca que cuando Rasmussen propone su ponderación, él sólo la incluye para el **FL**, no haciendo ningún comentario sobre el **BL** (pp. 129- 130), sin embargo, en este trabajo se pondera el **BL** siguiendo tal criterio y, en línea con otros trabajos como los de Hazari (1970), McGilvray (1977), Schultz (1977) o de Rao y Harmston (1979)}, Chenery y Watanabe, Hazari, Cella Sonis *et al* y Dietzenbacher y van der Linden], uno donde se recogen los BL propuestos (BLp_H_sp= BL para la propuesta de Hazari sin ponderar; BL_wjOT= BL ponderado con wj; BL_wjOT_vj= BL ponderado por wj y corregido por vj; BL_wjDF= BL ponderado por wj pero empleando la demanda final; BL_wjDF_vj= BL ponderado por wj y corregido por vj pero haciendo uso de la demanda final; BL_Spr_sp= BL modificado para Sonis *et al* sin ponderar; BL_Spr_wj= BL para Sonis *et al* ponderado con wj y BL_Spr= que es el BL propuesto para Sonis *et al*, es dcir, ponderado por wj y corregido por vj), y los otros 2 muestran sus respectivos FL, con todo ello se logra en total 40 gráficos.

1. Se observa la existencia de dos grupos, uno referido a las técnicas que no son ponderadas (forma parecida a una curva senoidal) y, otro descendente que muestra las técnicas que han sido ponderadas.
2. En general existe una alta similitud gráfica en los resultados obtenidos por los distintos encadenamientos, siendo mayor dicho parecido en el caso del **BL**.
3. A medida que aumenta la agregación, tanto el **BL** como el **FL** asociado a cada nivel, toman la forma de una curva oscilante, siendo más suave para los **BL**, y quebrada para los **FL**.

Grafico 5.1: Evolución de los **BL** para el sector supra agricultura (Francia)

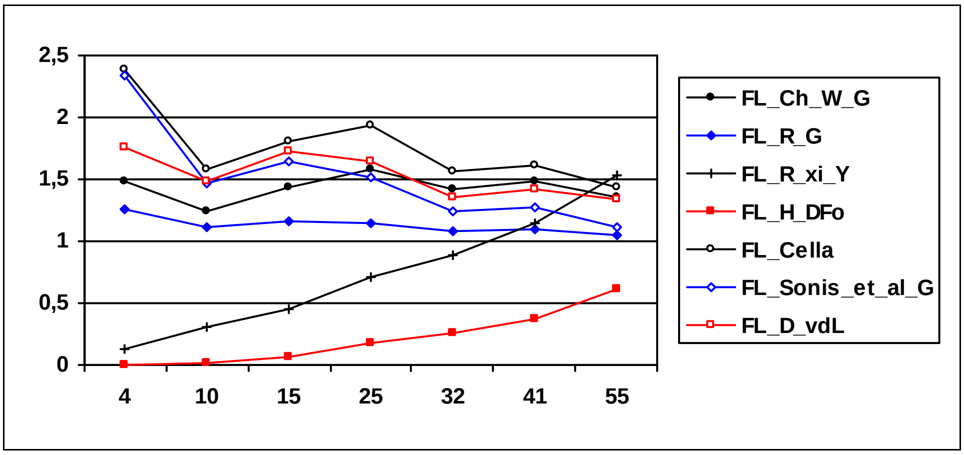


4. Lo anterior permite concluir que los valores que tome *e.g.* el **BL** medido con la técnica de Dietzenbacher y van der Linden, con un nivel de agregación muy bajo (n=4; **BL**= 1.045), puede coincidir con otro alto (n=32; **BL**= 1.058), pero también puede ocurrir que con otro nivel de agregación relativamente bajo (n=10), se puede obtener un **BL** mayor y similar a otra grupación en comparación con un nivel menos agregado (n=25; 1.139 y 1.154 respectivamente). En el caso de Francia se observa que el valor que toma el **BL** con un nivel de agregación de 55 ramas, sería parecido con el que se obtendría en uno situado más o menos entre 15 y 25 ramas, o con una agregación próxima a 41 sectores, lo que ocurriría en la mayoría de las metodologías, sólo se excluirían de esta norma según el respectivo gráfico, las propuestas de Ramussen asumiendo que este se pondera y Hazari.
5. En el caso de los **FL**, si bien tienen una forma similar a los **BL**, se observa que el inicio y término de dichas curvas difieren, mientras que en el caso del **BL**, cuando en el gráfico se parte de cuatro ramas aumenta para luego bajar y posteriormente volver a crecer hasta un punto, en general, mayor que el inicial, si los resultados se proyectan al valor máximo de desagregación utilizado. En el caso del **FL**, se produce un brusco descenso cuando se efectúa una agregación a 10 ramas, para luego mostrar un pequeño aumento y

posteriormente bajar. Nótese que si se sigue la trayectoria del **FL**, esto es, se proyecta a más de 55 ramas éste tiende a bajar.

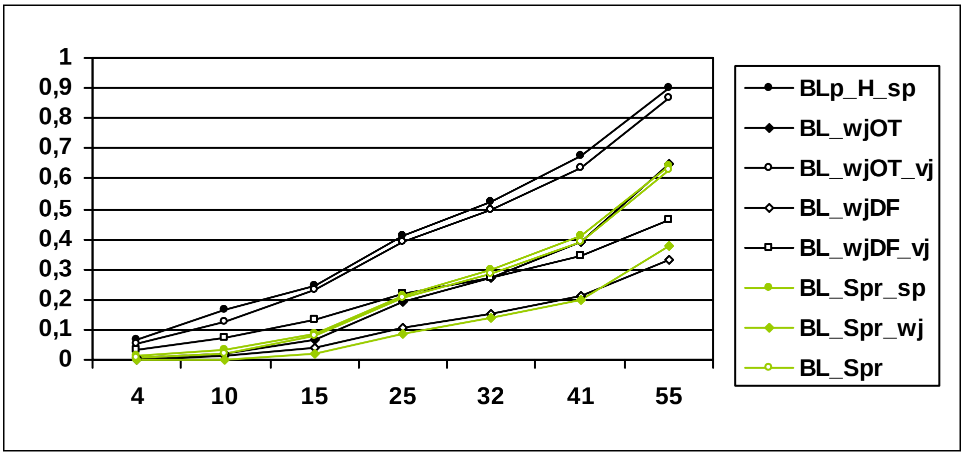
6. Al revisar las propuestas de Rasmussen y Hazari ponderado, se puede apreciar que son más representativos de los cambios que experimenta tanto la inversa de Leontief como la de Ghosh, esto es, indican la importancia que pierde cada rama a medida que se unen otras.

Grafico 5.2: Evolución de los **FL** para el sector supra agricultura (Francia)



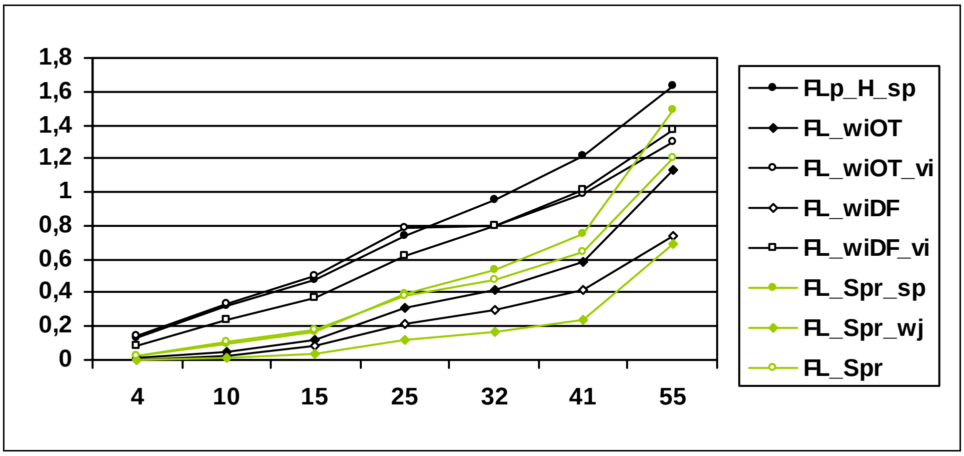
7. Por su parte, la forma descendente que toman los índices de Rasmussen y Hazari, después de sucesivas agregaciones, responde a la ponderación realizada, esto es, cuando no existe agregación, tanto los sectores supra agricultura como construcción (según se observa en anexo), se van haciendo menos importantes respecto a los que se agrupan, es decir, la forma que toman estos índices se debe al cambio relativo que van experimentando las ramas que no se agregan. Por tanto, consideramos que este comportamiento hace que tales propuestas sean más acordes con la lógica del proceso de la agregación (tablas 5.5 a 5.9).

Grafico 5.3: Evolución de los **BL** propuestos para el sector supra agricultura (Francia)



8. Si se consideran ahora los planteamientos propuestos, y se presta atención a la gráfica, se observa algo similar a lo acontecido con los índices de Rasmussen ponderado y Hazari (gráficos 5.3 y 5.4). En este sentido, se cree que la modificación que se plantea para Sonis *et al* se hace más interesante aún, ya que un aspecto que se destacó en el respectivo capítulo, es que la suma de las partes da la totalidad. Concluyendo se puede decir, que se considera que estas últimas propuestas, responden adecuadamente a lo que la lógica indica debe ocurrir con la agregación, esto es, que a medida que ella aumenta, la importancia de las ramas no agregadas debe disminuir.

Grafico 5.4: Evolución de los **FL** propuestos para el sector supra agricultura (Francia)



Por otra parte, hay un aspecto interesante que se ve en este ejercicio, y que guarda relación con la similitud gráfica de las distintas metodologías. Se aprecia que en algunos de los casos las curvas resultantes son casi paralelas para los **BL** y **FL** (*e.g.* Rasmussen con Chenery y Watanabe o con Dietzenbacher y van der Linden), esto lleva a suponer que en estos casos se puede plantear una propuesta en función de la otra cuando se está frente a este tipo de procesos.

En lo referente a la hipótesis que se planteó al comienzo de este apartado "a mayor nivel de agregación los distintos encadenamientos de los sectores no agregados son afectados en forma sistemática y definida", la respuesta para los enfoques de Rasmussen Chenery y Watanabe, Cella, Sonis *et al* y Dietzenbacher y van der Linden es clara para el ejercicio empírico, ya que de los gráficos presentados se observa que es continua y definida. Con respecto a Hazari, se cree que la respuesta es más clara aún y ofrece además una mayor estabilidad y continuidad en los resultados, ya que la curva que surge para los distintos niveles de agregación es ascendente de acuerdo a lo que la intuición señala.

Del posible cambio de tipología que pueda ocurrir en las ramas analizadas, según las distintas metodologías (Rasmussen, Chenery y Watanabe, Cella, Sonis *et al* y Dietzenbacher y van der Linden), se observa que en la medida que la rama tenga un encadenamiento próximo a la unidad, y además presente una estructura oscilante frente a la agregación, dicho sector será más susceptible a presentar cambios en su tipología. Lo anterior se debe a que el rango de variación promedio para los valores de las curvas analizadas respecto a una recta que corta en dos a cada curva según los distintos casos, está entorno a ± 0.2, es decir, si por ejemplo, se asume que una rama tiene un **FL** constante e igual a 1.2 y un **BL** igual a 0.9 con un determinado nivel de agregación, con otro, el **BL** puede ser de aproximadamente 0.7 ó 1.1, esto indica que para una rama que poseía una tipología inicial base, se puede pasar a otra clave.

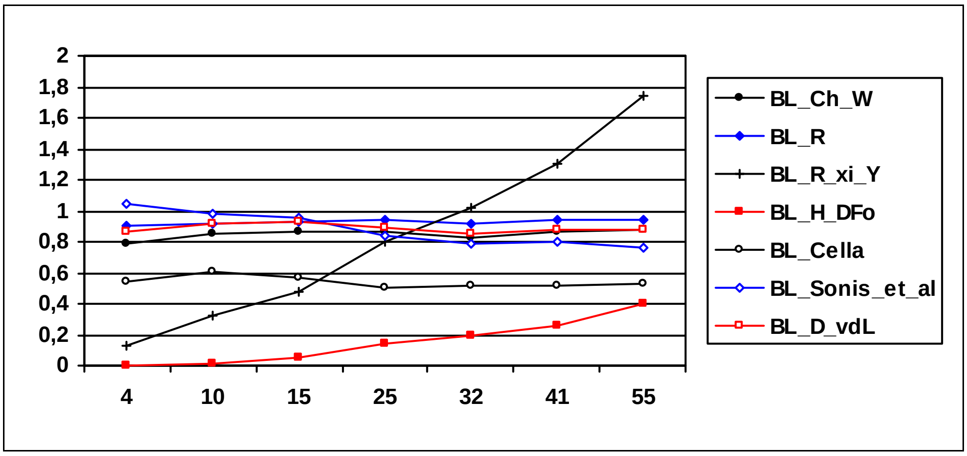
Respecto al cambio de tipología que puede ocurrir a partir de Rasmussen ponderado, Hazari y las modificaciones que se plantean, se observan similares conclusiones que con el resto de las metodologías, esto es, en algunos casos ocurre el cambio de tipología, pues el **BL** o **FL** sobrepasan la unidad, mientras que en otros se mantiene bajo ésta, no presentando por tanto mayores cambios, es decir, tampoco se puede asegurar que no exista un cambio de tipología, ya que en la práctica esta también dependerá de la ponderación efectuada, sin embargo, se cree que la forma que toma la curva tras sucesivas agregaciones, es más intuitiva.

Para finalizar, y con el objeto de poner más énfasis en el por qué de las formas que toman las curvas de las ramas que no han sido agrupadas y que son el resultado del ejercicio de agregación realizado, se presentan a continuación dos gráficos de acuerdo al conjunto de países analizados y los encadenamientos comúnmente utilizados. En dichas representaciones se resume cuáles serían las trayectorias para los **BL** y **FL** a medida que se suman otros sectores, esto es, se presentan dos figuras que resumen en forma de promedio gráfico los distintos encadenamientos.

Como se puede apreciar tanto para el primer como segundo caso (gráficos 5.5 y 5.6), se mantienen las formas señaladas anteriormente, es decir, una curva senoidal más suave para el primero y aguzada para el segundo.

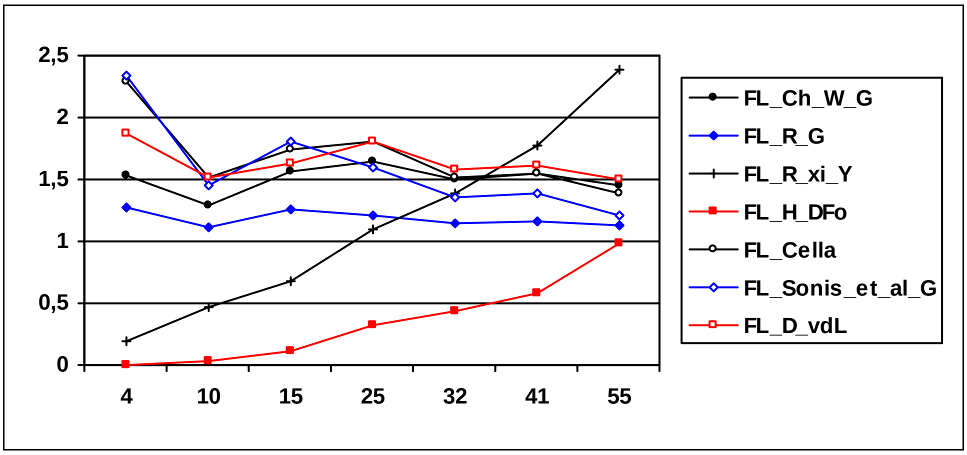
También se observa que en el caso del primer gráfico, sólo la técnica de Sonis *et al* a medida que existe más agregación su **BL** sobrepasa la unidad, cambiando de tipología el sector. Además se puede apreciar que en las distintas curvas existe una forma convexa cuanto más agrupación se realiza, en concreto en el tramo de 4 a 25 ramas, teniendo el resto una forma cóncava muy suave (desde 25 a 55 sectores), es decir, se observan dos etapas en general para los **BL** (a excepción de las propuestas ponderadas), partiendo desde 4 ramas se tiene una primera etapa donde el promedio del **BL** tiene una forma, a medida que se desagrega, convexa (desde 4 a 25 ramas) y una segunda (desde 25 a 55 sectores) donde pasa a ser cóncava muy suave. Por su parte en el caso de los índices ponderados, estos siempre van en disminución debido a la pérdida de participación relativa de cada rama.

Grafico 5.5: Promedio de los **BL** originales para el sector supra agricultura.



En el caso de los **FL** la situación es algo distinta ya que en general se puede observar claramente tres etapas cuando los índices no están ponderados. Partiendo desde 4 ramas, se observa una primera etapa cóncava (desde 4 a 15 sectores), una segunda convexa (desde 10 a 32 ramas) y finalmente una nueva etapa convexa pero más suave que la anterior (desde 32 a 55 actividades económicas). En el caso de los **FL** ponderados, se observa que en ellos ocurre lo mismo que en el caso anterior, es decir, a medida que aumenta el nivel de agregación, las ramas no sumadas van perdiendo importancia relativa.

Grafico 5.6: Promedio de los **FL** originales para el sector supra agricultura.



En lo relativo a la similitud de estas curvas, a modo de resumen general, se puede concluir que, se cree que ella se debe a que se trabaja con países desarrollados, es decir, obedece, en general, a que las matrices empleadas son estructuralmente parecidas. Por tanto, y de acuerdo a esta afinidad las distintas funciones de producción que se van obteniendo según se unen las otras ramas, son, en general, similares. Sobre esta base, se opina que, los efectos de la agregación en el caso de no unir otros sectores, debieran ser relativamente parecidos, ya que, aún cuando cada rama tiene su propia función de producción, se observa que en general los coeficientes técnicos que la forman, tienen parecidos tamaños, por tanto, para el caso de los países examinados y los niveles de agregación utilizados, las respectivas curvas deberán responder de similar manera.

ANEXOS
REFERIDOS AL CAPÍTULO 5

Anexo 5.1: Clasificación Internacional Industrial Uniforme, revisión 3.1 del 2002, para distintos niveles de agregación.

Sector según CIIU- Rev 3.1 del año 1989	CIIU-(99)	CIIU-(55)*	CIIU-(41)*	CIIU-(32)*	CIIU-(25)*	CIIU-(15)*	CIIU-(10)*	CIIU-(4)*
SUPRA- AGRICULTURA		1- 5	1-5	1-5	1-5	1-5	1-5	1-5
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	A							
Agricultura, ganadería, caza y actividades de servicios conexas	1							
Silvicultura, extracción de madera y actividades de servicios conexas	2							
Pesca	B							
Pesca, acuicultura y actividades de servicios relacionadas con la pesca	5							
SUPRA- INDUSTRIAS								10-41
Explotación de minas y canteras	C		10- 14	10-14	10-14	10-14	10-14	
Extracción de carbón y lignito; extracción de turba	10	10						
Extracción de petróleo crudo y gas natural; actividades de servicios relacionadas con la extracción de petróleo y gas, excepto las actividades de prospección	11	11						
Extracción de minerales de uranio y torio	12	12- 13						
Extracción de minerales metalíferos	13							
Explotación de otras minas y canteras	14	14						
Industrias manufactureras	D					15- 22	15-37	
Elaboración de productos alimenticios y bebidas	15	15	15	15	15			
Elaboración de productos de tabaco	16	16	16	16	16			
Fabricación de productos textiles	17	17	17	17	17			
Fabricación de prendas de vestir; adobo y teñido de pieles	18	18	18- 19	18- 19	18- 19			
Curtido y adobo de cueros; fabricación de maletas, bolsos de mano, artículos de talabartería y guarnicionería, y calzado	19	19						
Producción de madera y fabricación de productos de madera y corcho, excepto muebles; fabricación de artículos de paja y de materiales trenzables	20	20	20	20	20-22			
Fabricación de papel y de productos de papel	21	21	21- 22	21- 22				
Actividades de edición e impresión y de reproducción de grabaciones	22	22						
Fabricación de coque, productos de la refinación del petróleo y combustible nuclear	23	23	23	23	23- 26	23- 26		
Fabricación de sustancias y productos químicos	24	24	24- 25	24-25				
Fabricación de productos de caucho y plástico	25	25						
Fabricación de otros productos minerales no metálicos	26	26	26	26				
Fabricación de metales comunes	27	27	27	27- 29	27-29	27- 29		
Fabricación de productos elaborados de metal, excepto maquinaria y equipo	28	28	28- 29					
Fabricación de maquinaria y equipo n.c.p.	29	29						
Fabricación de maquinaria de oficina, contabilidad e informática	30	30	30	30-33	30- 33	30- 37		
Fabricación de maquinaria y aparatos eléctricos n.c.p.	31	31	31					
Fabricación de equipo y aparatos de radio, televisión y comunicaciones	32	32	32					
Fabricación de instrumentos médicos, ópticos y	33	33	33					

Sector según CIIU- Rev 3.1 del año 1989	CIIU-(99)	CIIU-(55)*	CIIU-(41)*	CIIU-(32)*	CIIU-(25)*	CIIU-(15)*	CIIU-(10)*	CIIU-(4)*
de precisión y fabricación de relojes								
Fabricación de vehículos automotores, remolques y semirremolques	34	34	34	34	34- 35			
Fabricación de otros tipos de equipo de transporte	35	35	35	35				
Fabricación de muebles; industrias manufactureras n.c.p.	36	36- 37	36- 37	36- 37	36- 37			
Reciclado	37							
Suministro de electricidad, gas y agua	E				40- 41	40- 41	40-41	
Suministro de electricidad, gas, vapor y agua caliente	40	40	40	40				
Captación, depuración y distribución de agua	41	41	41	41				
SUPRA- CONSTRUCCIÓN								45
Construcción	F						45	
Construcción	45	45	45	45	45	45		
SUPRA- SERVICIOS								50- 99
Comercio al por mayor y al por menor; reparación de vehículos automotores, motocicletas, y efectos personales y enseres domésticos	G					50- 55	50-55	
Venta, mantenimiento y reparación de vehículos automotores y motocicletas; venta al por menor de combustible para automotores	50	50	50- 52	50- 52	50- 52			
Comercio al por mayor y en comisión, excepto el comercio de vehículos automotores y motocicletas	51	51						
Comercio al por menor, excepto el comercio de vehículos automotores y motocicletas; reparación de efectos personales y enseres domésticos	52	52						
Hoteles y restaurantes	H							
Hoteles y restaurantes	55	55	55	55	55			
Transporte, almacenamiento y comunicaciones	I					60- 64	60-64	
Transporte por vía terrestre; transporte por tuberías	60	60	60- 63	60-63	60-63			
Transporte por vía acuática	61	61						
Transporte por vía aérea	62	62						
Actividades de transporte complementarias y auxiliares; actividades de agencias de viajes	63	63						
Correo y telecomunicaciones	64	64	64	64	64			
Intermediación financiera	J				65- 67	65- 67	65- 67	
Intermediación financiera, excepto la financiación de planes de seguros y de pensiones	65	65	65	65				
Financiación de planes de seguros y de pensiones, excepto los planes de seguridad social de afiliación obligatoria	66	66	66	66				
Actividades auxiliares de la intermediación financiera	67	67	67	67				
Actividades inmobiliarias, empresariales y de alquiler	K					70- 74	70-74	
Actividades inmobiliarias	70	70	70	70- 71	70- 71			
Alquiler de maquinaria y equipo sin operarios y de efectos personales y enseres domésticos	71	71	71					
Informática y actividades conexas	72	72	72- 74	72- 74	72- 74			
Investigación y desarrollo	73	73						
Otras actividades empresariales	74	74						
Administración pública y defensa; planes de seguridad social de afiliación obligatoria	L						75-99	
Administración pública y defensa; planes de seguridad social de afiliación obligatoria	75	75	75	75	75	75		
Enseñanza	M					80-85		

Sector según CIIU- Rev 3.1 del año 1989	CIIU-(99)	CIIU-(55)*	CIIU-(41)*	CIIU-(32)*	CIIU-(25)*	CIIU-(15)*	CIIU-(10)*	CIIU-(4)*
Enseñanza	80	80	80	80	80			
Servicios sociales y de salud	N							
Servicios sociales y de salud	85	85	85	85	85			
Otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales	O			90- 99	90- 99	90-99		
Eliminación de desperdicios y aguas residuales, saneamiento y actividades similares	90	90	90					
Actividades de asociaciones n.c.p.	91	91	91					
Actividades de esparcimiento y actividades culturales y deportivas	92	92	92					
Otras actividades de servicios	93	93	93					
Actividades de hogares privados como empleadores y actividades no diferenciadas de hogares privados como productores	P							
Actividades de hogares privados como empleadores de personal doméstico	95	95- 99	95- 99					
Actividades no diferenciadas de hogares privados como productores de bienes para uso propio	96							
Actividades no diferenciadas de hogares privados como productores de servicios para uso propio	97							
Organizaciones y órganos extraterritoriales	Q							
Organizaciones y órganos extraterritoriales	99							

Fuente: Naciones Unidas, 2006.

Anexo 5.2.1: Ejemplo de agregación para matrices anteriores reordenadas (efecto acumulativo).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	20	40	20	70	100
s2	30	35	20	60	90
s3	40	25	45	50	100
s4	20	15	70	50	20
s5	70	55	40	30	10
	360	**288**	**276**	**360**	**420**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,0556	0,1389	0,0725	0,1944	0,2381
v2	0,0833	0,1215	0,0725	0,1667	0,2143
v3	0,1111	0,0868	0,1630	0,1389	0,2381
v4	0,0556	0,0521	0,2536	0,1389	0,0476
v5	0,1944	0,1910	0,1449	0,0833	0,0238

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1.2668	0.3743	0.3710	0.4672	0.5044
e2	0.2820	1.3453	0.3516	0.4263	0.4706
e3	0.3412	0.3434	1.4793	0.4344	0.5406
e4	0.2201	0.2292	0.5033	1.3649	0.2934
e5	0.3770	0.4083	0.4053	0.3575	1.3222
	2.4871	2.7005	3.1105	**3.0503**	**3.1312**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,1929	0,1449	0,3611	0,4524
c2	0,1003	0,1630	0,1389	0,2381
c3	0,0540	0,2536	0,1389	0,0476
c4	0,1929	0,1449	0,0833	0,0238

	f1	f2	f3	f4
f1	1.6191	0.7173	0.8884	0.9686
f2	0.3421	1.4793	0.4344	0.5405
f3	0.2239	0.5030	1.3647	0.2930
f4	0.3898	0.4043	0.3565	1.3211
	2.5749	3.1039	**3.0440**	**3.1232**

	t1	t2	t3
t1	0,2976	0,5000	0.6905
t2	0,1136	0,1389	0,0476
t3	0,1786	0,0833	0,0238

	h1	h2	h3
h1	2.0150	1.3141	1.4893
h2	0.2876	1.3544	0.2695
h3	0.3931	0.3560	1.3198
	2.6958	**3.0245**	**3.0787**

Anexo 5.2.2: Ejemplo sobre el efecto de la agregación en las matrices originales (efecto oscilante).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	20	40	20	70	100
s2	30	35	20	60	10
s3	40	25	45	50	90
s4	20	15	70	50	20
s5	70	55	40	30	100
	360	**288**	**276**	**360**	**420**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,0556	0,1389	0,0725	0,1944	0,2381
v2	0,0833	0,1215	0,0725	0,1667	0,0238
v3	0,1111	0,0868	0,1630	0,1389	0,2143
v4	0,0556	0,0521	0,2536	0,1389	0,0476
v5	0,1944	0,1910	0,1449	0,0833	0,2381

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,2799	0,3885	0,3851	0,4796	0,5504
e2	0,2053	1,2621	0,2690	0,3535	0,2013
e3	0,3483	0,3511	1,4870	0,4412	0,5656
e4	0,2235	0,2329	0,5070	1,3681	0,3052
e5	0,4688	0,5078	0,5040	0,4446	1,6444
	2,5258	2,7424	3,1521	**3,0870**	**3,2670**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,1929	0,1449	0,3611	0,2619
c2	0,1003	0,1630	0,1389	0,2143
c3	0,0540	0,2536	0,1389	0,0476
c4	0,1929	0,1449	0,0833	0,2381

	f1	f2	f3	f4
f1	1,5617	0,6578	0,8359	0,7741
f2	0,3496	1,4871	0,4412	0,5660
f3	0,2279	0,5072	1,3683	0,3065
f4	0,4868	0,5049	0,4452	1,6497
	2,6260	3,1569	**3,0907**	**3,2962**

	t1	t2	t3
t1	0,2976	0,5000	0,4762
t2	0,1136	0,1389	0,0476
t3	0,1786	0,0833	0,2381

	h1	h2	h3
h1	1,9597	1,2641	1,3038
h2	0,2857	1,3527	0,2631
h3	0,4906	0,4442	1,6469
	2,7360	**3,0610**	**3,2138**

Anexo 5.2.3: Ejemplo sobre el efecto de la agregación en las matrices originales (efecto disminución).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	20	40	20	70	100
s2	30	35	20	60	20
s3	40	25	45	50	10
s4	20	15	70	50	90
s5	70	55	40	30	100
	360	**288**	**276**	**360**	**420**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0.0556	0.1389	0.0725	0.1944	0.2381
v2	0.0833	0.1215	0.0725	0.1667	0.0476
v3	0.1111	0.0868	0.1630	0.1389	0.0238
v4	0.0556	0.0521	0.2536	0.1389	0.2143
v5	0.1944	0.1910	0.1449	0.0833	0.2381

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,2873	0,3965	0,3930	0,4866	0,5762
e2	0,2228	1,2811	0,2879	0,3701	0,2628
e3	0,2549	0,2499	1,3865	0,3525	0,2377
e4	0,2871	0,3018	0,5753	1,4285	0,5283
e5	0,4642	0,5028	0,4991	0,4402	1,6284
	2,5163	2,7320	3,1418	**3,0779**	**3,2334**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,1929	0,1449	0,3611	0,2857
c2	0,1003	0,1630	0,1389	0,0238
c3	0,0540	0,2536	0,1389	0,2143
c4	0,1929	0,1449	0,0833	0,2381

	f1	f2	f3	f4
f1	1,5864	0,6834	0,8585	0,8577
f2	0,2526	1,3864	0,3525	0,2372
f3	0,2938	0,5756	1,4286	0,5300
f4	0,4818	0,4997	0,4407	1,6327
	2,6146	3,1450	**3,0802**	**3,2576**

	t1	t2	t3
t1	0,2976	0,5000	0,3095
t2	0,1136	0,1389	0,2143
t3	0,1786	0,0833	0,2381

	h1	h2	h3
h1	1,9033	1,2130	1,1144
h2	0,3723	1,4311	0,5537
h3	0,4868	0,4408	1,6342
	2,7624	**3,0848**	**3,3023**

Anexo 5.3.1: Ejemplo de agregación para matrices anteriores reordenadas (efecto acumulativo).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	55	21	63	50	45
s2	63	17	39	37	10
s3	31	5	42	34	75
s4	78	30	12	8	31
s5	4	80	14	28	89
	300	**250**	**210**	**269**	**258**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,1833	0,0840	0,3000	0,1859	0,1744
v2	0,2100	0,0680	0,1857	0,1375	0,0388
v3	0,1033	0,0200	0,2000	0,1264	0,2907
v4	0,2600	0,1200	0,0571	0,0297	0,1202
v5	0,0133	0,3200	0,0667	0,1041	0,3450

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,7180	0,6069	0,9159	0,6437	1,0179
e2	0,6007	1,4102	0,6367	0,4635	0,6110
e3	0,5097	0,4874	1,6725	0,4916	0,9970
e4	0,6241	0,4679	0,4943	1,3519	0,6612
e5	0,4795	0,8252	0,5784	0,5044	2,0523
	3,9320	3,7977	4,2978	**3,4549**	**5,3394**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,2836	0,4857	0,3234	0,2132
c2	0,0655	0,2000	0,1264	0,2907
c3	0,1964	0,0571	0,0297	0,1202
c4	0,1527	0,0667	0,1041	0,3450

	f1	f2	f3	f4
f1	2,1743	1,5306	1,0945	1,5876
f2	0,4991	1,6709	0,4906	0,9939
f3	0,5493	0,4829	1,3453	0,6399
f4	0,6450	0,6037	0,5189	2,0996
	3,8677	4,2880	**3,4493**	**5,3210**

	t1	t2	t3
t1	0,4421	0,4498	0,5039
t2	0,1579	0,0297	0,1202
t3	0,1289	0,1041	0,3450

	h1	h2	h3
h1	2,7967	1,5580	2,4371
h2	0,5338	1,3487	0,6580
h3	0,6354	0,5210	2,1109
	3,9658	**3,4277**	**5,2060**

Anexo 5.3.2: Ejemplo sobre el efecto de la agregación en las matrices originales (efecto oscilante).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	55	21	63	50	75
s2	63	17	39	37	31
s3	31	5	42	34	45
s4	78	30	12	8	10
s5	4	80	14	28	89
	300	**250**	**210**	**269**	**258**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,1833	0,0840	0,3000	0,1859	0,2907
v2	0,2100	0,0680	0,1857	0,1375	0,1202
v3	0,1033	0,0200	0,2000	0,1264	0,1744
v4	0,2600	0,1200	0,0571	0,0297	0,0388
v5	0,0133	0,3200	0,0667	0,1041	0,3450

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,7619	0,6825	0,9689	0,6899	1,2059
e2	0,6362	1,4712	0,6794	0,5008	0,7627
e3	0,4438	0,3739	1,5929	0,4222	0,7147
e4	0,5964	0,4203	0,4609	1,3228	0,5428
e5	0,4866	0,8375	0,5870	0,5118	2,0828
	3,9248	3,7854	4,2892	**3,4474**	**5,3089**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,2836	0,4857	0,3234	0,4109
c2	0,0655	0,2000	0,1264	0,1744
c3	0,1964	0,0571	0,0297	0,0388
c4	0,1527	0,0667	0,1041	0,3450

	f1	f2	f3	f4
f1	2,2808	1,6303	1,1802	1,9345
f2	0,4103	1,5878	0,4192	0,7049
f3	0,5119	0,4479	1,3152	0,5182
f4	0,6549	0,6129	0,5268	2,1318
	3,8580	4,2789	**3,4415**	**5,2894**

	t1	t2	t3
t1	0,4421	0,4498	0,5853
t2	0,1579	0,0297	0,0388
t3	0,1289	0,1041	0,3450

	h1	h2	h3
h1	2,8613	1,6110	2,6519
h2	0,4913	1,3138	0,5167
h3	0,6413	0,5259	2,1308
	3,9939	**3,4508**	**5,2994**

Anexo 5.3.3: Ejemplo sobre el efecto de la agregación en las matrices originales (efecto disminución).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	55	21	63	50	75
s2	63	17	39	37	89
s3	31	5	42	34	10
s4	78	30	12	8	45
s5	4	80	14	28	31
	300	**250**	**210**	**269**	**258**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,1833	0,0840	0,3000	0,1859	0,2907
v2	0,2100	0,0680	0,1857	0,1375	0,3450
v3	0,1033	0,0200	0,2000	0,1264	0,0388
v4	0,2600	0,1200	0,0571	0,0297	0,1744
v5	0,0133	0,3200	0,0667	0,1041	0,1202

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,7032	0,5815	0,8981	0,6282	0,9548
e2	0,6871	1,5589	0,7409	0,5543	0,9807
e3	0,3550	0,2211	1,4858	0,3288	0,3346
e4	0,6301	0,4783	0,5016	1,3582	0,6871
e5	0,3772	0,6491	0,4550	0,3967	1,6144
	3,7526	3,4890	4,0814	**3,2663**	**4,5716**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,2836	0,4857	0,3234	0,6357
c2	0,0655	0,2000	0,1264	0,0388
c3	0,1964	0,0571	0,0297	0,1744
c4	0,1527	0,0667	0,1041	0,1202

	f1	f2	f3	f4
f1	2,2890	1,6380	1,1868	1,9612
f2	0,3007	1,4853	0,3311	0,3483
f3	0,5686	0,5010	1,3608	0,7026
f4	0,4874	0,4561	0,3921	1,5865
	3,6457	4,0803	**3,2708**	**4,5986**

	t1	t2	t3
t1	0,4421	0,4498	0,6744
t2	0,1579	0,0297	0,1744
t3	0,1289	0,1041	0,1202

	h1	h2	h3
h1	2,8032	1,5633	2,4586
h2	0,5415	1,3551	0,6837
h3	0,4749	0,3894	1,5778
	3,8196	**3,3078**	**4,7201**

Anexo 5.4.1: Ejemplo de agregación para matrices anteriores reordenadas (efecto acumulativo).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	215	438	365	102	219
s2	185	98	67	156	254
s3	505	203	561	127	97
s4	369	67	121	178	127
s5	80	142	325	207	298
	1698	**1051**	**1856**	**1254**	**1396**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,1266	0,4167	0,1967	0,0813	0,1569
v2	0,1090	0,0932	0,0361	0,1244	0,1819
v3	0,2974	0,1931	0,3023	0,1013	0,0695
v4	0,2173	0,0637	0,0652	0,1419	0,0910
v5	0,0471	0,1351	0,1751	0,1651	0,2135

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,7278	1,1091	0,7809	0,5581	0,7347
e2	0,4354	1,4842	0,3642	0,3972	0,5083
e3	0,9967	1,0280	1,9959	0,6106	0,6836
e4	0,6015	0,5396	0,4451	1,4399	0,4507
e5	0,5264	0,6635	0,6471	0,5398	1,6495
	4,2878	4,8245	4,2332	**3,5457**	**4,0267**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,3405	0,2328	0,2057	0,3388
c2	0,2575	0,3023	0,1013	0,0695
c3	0,1586	0,0652	0,1419	0,0910
c4	0,0808	0,1751	0,1651	0,2135

	f1	f2	f3	f4
f1	2,3537	1,1809	0,9398	1,2269
f2	1,0106	1,9985	0,6095	0,6824
f3	0,5741	0,4399	1,4421	0,4530
f4	0,5871	0,6585	0,5348	1,6444
	4,5255	4,2779	**3,5262**	**4,0067**

	t1	t2	t3
t1	0,5726	0,3070	0,4083
t2	0,1210	0,1419	0,0910
t3	0,1188	0,1651	0,2135

	h1	h2	h3
h1	3,3042	1,5467	1,8942
h2	0,5305	1,4403	0,4420
h3	0,6103	0,5359	1,6502
	4,4450	**3,5228**	**3,9864**

Anexo 5.4.2: Ejemplo sobre el efecto de la agregación en las matrices originales (efecto oscilante).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	215	438	365	102	97
s2	185	98	67	156	127
s3	505	203	561	127	219
s4	369	67	121	178	254
s5	80	142	325	207	298
	1698	**1051**	**1856**	**1254**	**1396**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,1266	0,4167	0,1967	0,0813	0,0695
v2	0,1090	0,0932	0,0361	0,1244	0,0910
v3	0,2974	0,1931	0,3023	0,1013	0,1569
v4	0,2173	0,0637	0,0652	0,1419	0,1819
v5	0,0471	0,1351	0,1751	0,1651	0,2135

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,6579	1,0210	0,6950	0,4864	0,5157
e2	0,3801	1,4145	0,2962	0,3405	0,3351
e3	1,0227	1,0607	2,0278	0,6372	0,7649
e4	0,6374	0,5849	0,4892	1,4767	0,5631
e5	0,5261	0,6630	0,6466	0,5394	1,6483
	4,2241	4,7442	4,1549	**3,4803**	**3,8271**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,3405	0,2328	0,2057	0,1605
c2	0,2575	0,3023	0,1013	0,1569
c3	0,1586	0,0652	0,1419	0,1819
c4	0,0808	0,1751	0,1651	0,2135

	f1	f2	f3	f4
f1	2,2178	1,0285	0,8160	0,8463
f2	1,0399	2,0314	0,6362	0,7645
f3	0,6136	0,4843	1,4782	0,5637
f4	0,5880	0,6595	0,5356	1,6468
	4,4593	4,2037	**3,4660**	**3,8213**

	t1	t2	t3
t1	0,5726	0,3070	0,3173
t2	0,1210	0,1419	0,1819
t3	0,1188	0,1651	0,2135

	h1	h2	h3
h1	3,2072	1,4616	1,6321
h2	0,5807	1,4843	0,5776
h3	0,6062	0,5322	1,6391
	4,3941	**3,4781**	**3,8488**

Anexo 5.4.3: Ejemplo sobre el efecto de la agregación en las matrices originales (efecto disminución).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	215	438	365	102	127
s2	185	98	67	156	97
s3	505	203	561	127	219
s4	369	67	121	178	298
s5	80	142	325	207	254
	1698	**1051**	**1856**	**1254**	**1396**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,1266	0,4167	0,1967	0,0813	0,0910
v2	0,1090	0,0932	0,0361	0,1244	0,0695
v3	0,2974	0,1931	0,3023	0,1013	0,1569
v4	0,2173	0,0637	0,0652	0,1419	0,2135
v5	0,0471	0,1351	0,1751	0,1651	0,1819

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,6643	1,0292	0,7029	0,4931	0,5360
e2	0,3690	1,4004	0,2825	0,3291	0,3000
e3	1,0202	1,0577	2,0248	0,6347	0,7572
e4	0,6525	0,6040	0,5079	1,4923	0,6107
e5	0,5068	0,6388	0,6230	0,5197	1,5881
	4,2129	4,7301	4,1411	**3,4688**	**3,7920**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,3405	0,2328	0,2057	0,1605
c2	0,2575	0,3023	0,1013	0,1569
c3	0,1586	0,0652	0,1419	0,2135
c4	0,0808	0,1751	0,1651	0,1819

	f1	f2	f3	f4
f1	2,2172	1,0279	0,8155	0,8448
f2	1,0376	2,0288	0,6341	0,7580
f3	0,6300	0,5027	1,4931	0,6096
f4	0,5681	0,6372	0,5175	1,5911
	4,4529	4,1965	**3,4602**	**3,8035**

	t1	t2	t3
t1	0,5726	0,3070	0,3173
t2	0,1210	0,1419	0,2135
t3	0,1188	0,1651	0,1819

	h1	h2	h3
h1	3,2041	1,4588	1,6236
h2	0,5974	1,4990	0,6229
h3	0,5858	0,5143	1,5839
	4,3873	**3,4721**	**3,8303**

Anexo 5.5.1: Ejemplo de agregación para matrices anteriores reordenadas (efecto acumulativo).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	1569	3089	2001	1897	2571
s2	2356	1791	3700	1785	2894
s3	4891	5423	5341	2242	2489
s4	2054	3452	1247	1987	1654
s5	5023	3015	2856	2567	5672
	17869	**17998**	**27691**	**13658**	**20532**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,0878	0,1716	0,0723	0,1389	0,1252
v2	0,1318	0,0995	0,1336	0,1307	0,1410
v3	0,2737	0,3013	0,1929	0,1642	0,1212
v4	0,1149	0,1918	0,0450	0,1455	0,0806
v5	0,2811	0,1675	0,1031	0,1879	0,2763

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,4877	0,5860	0,3194	0,4985	0,4805
e2	0,5818	1,5712	0,4101	0,5312	0,5345
e3	0,9641	1,0343	1,6338	0,7892	0,7297
e4	0,4732	0,5696	0,2703	1,4747	0,4022
e5	0,9728	0,8866	0,5220	0,8120	1,9005
	4,4795	4,6476	3,1557	**4,1056**	**4,0474**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,2455	0,2059	0,2696	0,2662
c2	0,2876	0,1929	0,1642	0,1212
c3	0,1535	0,0450	0,1455	0,0806
c4	0,2241	0,1031	0,1879	0,2763

	f1	f2	f3	f4
f1	2,1119	0,7255	1,0283	1,0126
f2	0,9980	1,6305	0,7882	0,7279
f3	0,5198	0,2658	1,4732	0,3997
f4	0,9311	0,5260	0,8133	1,9028
	4,5607	3,1479	**4,1030**	**4,0429**

	t1	t2	t3
t1	0,4745	0,4337	0,3874
t2	0,1062	0,1455	0,0806
t3	0,1714	0,1879	0,2763

	h1	h2	h3
h1	2,8298	1,8139	1,7166
h2	0,4255	1,4723	0,3916
h3	0,7807	0,8119	1,8899
	4,0360	**4,0982**	**3,9982**

Anexo 5.5.2: Ejemplo sobre el efecto de la agregación en las matrices originales (efecto oscilante).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	1569	3089	2001	1897	1654
s2	2356	1791	3700	1785	2489
s3	4891	5423	5341	2242	2571
s4	2054	3452	1247	1987	2894
s5	5023	3015	2856	2567	5672
	17869	**17998**	**27691**	**13658**	**20532**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,0878	0,1716	0,0723	0,1389	0,0806
v2	0,1318	0,0995	0,1336	0,1307	0,1212
v3	0,2737	0,3013	0,1929	0,1642	0,1252
v4	0,1149	0,1918	0,0450	0,1455	0,1410
v5	0,2811	0,1675	0,1031	0,1879	0,2763

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,4428	0,5451	0,2953	0,4610	0,3928
e2	0,5594	1,5508	0,3981	0,5125	0,4907
e3	0,9551	1,0261	1,6290	0,7818	0,7123
e4	0,5289	0,6203	0,3002	1,5211	0,5109
e5	0,9633	0,8780	0,5169	0,8041	1,8820
	4,4495	4,6202	3,1396	**4,0805**	**3,9887**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,2455	0,2059	0,2696	0,2018
c2	0,2876	0,1929	0,1642	0,1252
c3	0,1535	0,0450	0,1455	0,1410
c4	0,2241	0,1031	0,1879	0,2763

	f1	f2	f3	f4
f1	2,0463	0,6885	0,9711	0,8788
f2	0,9886	1,6252	0,7800	0,7087
f3	0,5720	0,2953	1,5188	0,5064
f4	0,9231	0,5215	0,8063	1,8863
	4,5300	3,1305	**4,0762**	**3,9801**

	t1	t2	t3
t1	0,4745	0,4337	0,3270
t2	0,1062	0,1455	0,1410
t3	0,1714	0,1879	0,2763

	h1	h2	h3
h1	2,7819	1,7640	1,6004
h2	0,4749	1,5238	0,5113
h3	0,7821	0,8135	1,8935
	4,0389	**4,1013**	**4,0053**

Anexo 5.5.3: Ejemplo sobre el efecto de la agregación en las matrices originales (efecto disminución).

	s1	s2	s3	s4	s5
s1	1569	3089	2001	1897	2489
s2	2356	1791	3700	1785	1654
s3	4891	5423	5341	2242	2571
s4	2054	3452	1247	1987	2894
s5	5023	3015	2856	2567	5672
	17869	**17998**	**27691**	**13658**	**20532**

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0,0878	0,1716	0,0723	0,1389	0,1212
v2	0,1318	0,0995	0,1336	0,1307	0,0806
v3	0,2737	0,3013	0,1929	0,1642	0,1252
v4	0,1149	0,1918	0,0450	0,1455	0,1410
v5	0,2811	0,1675	0,1031	0,1879	0,2763

	e1	e2	e3	e4	e5
e1	1,4781	0,5772	0,3143	0,4904	0,4617
e2	0,5204	1,5153	0,3772	0,4800	0,4146
e3	0,9523	1,0236	1,6275	0,7795	0,7068
e4	0,5253	0,6170	0,2983	1,5181	0,5039
e5	0,9667	0,8810	0,5187	0,8069	1,8886
	4,4428	4,6141	3,1360	**4,0749**	**3,9756**

	c1	c2	c3	c4
c1	0,2455	0,2059	0,2696	0,2018
c2	0,2876	0,1929	0,1642	0,1252
c3	0,1535	0,0450	0,1455	0,1410
c4	0,2241	0,1031	0,1879	0,2763

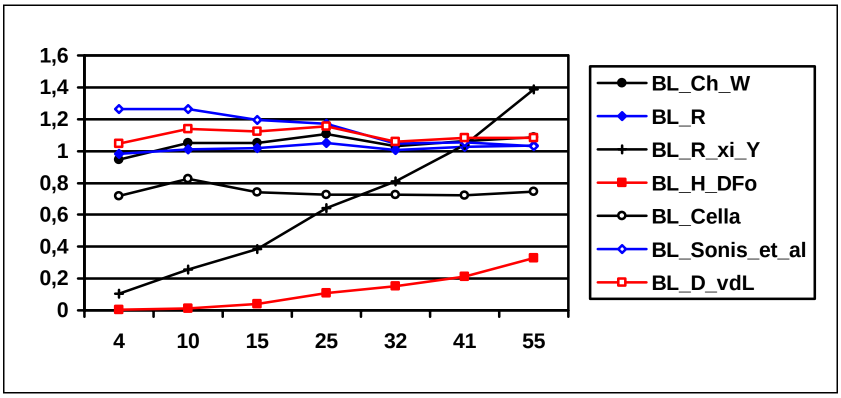
	f1	f2	f3	f4
f1	2,0463	0,6885	0,9711	0,8788
f2	0,9886	1,6252	0,7800	0,7087
f3	0,5720	0,2953	1,5188	0,5064
f4	0,9231	0,5215	0,8063	1,8863
	4,5300	3,1305	**4,0762**	**3,9801**

	t1	t2	t3
t1	0,4745	0,4337	0,3270
t2	0,1062	0,1455	0,1410
t3	0,1714	0,1879	0,2763

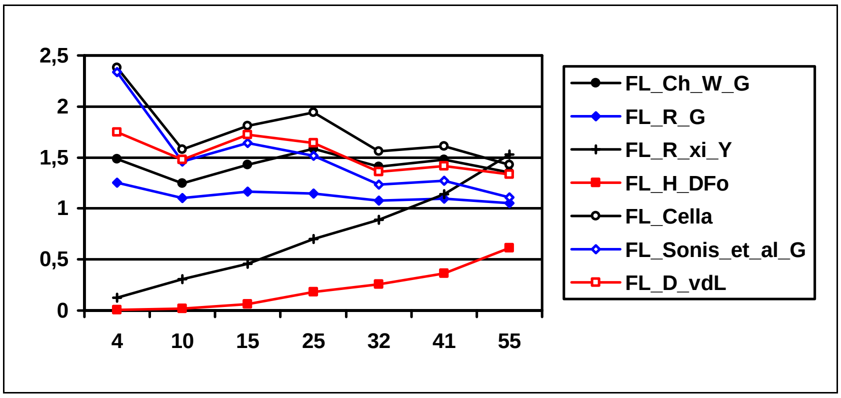
	h1	h2	h3
h1	2,7819	1,7640	1,6004
h2	0,4749	1,5238	0,5113
h3	0,7821	0,8135	1,8935
	4,0389	**4,1013**	**4,0053**

Anexo 5.5: Gráficos según distintos niveles de agregación y país.

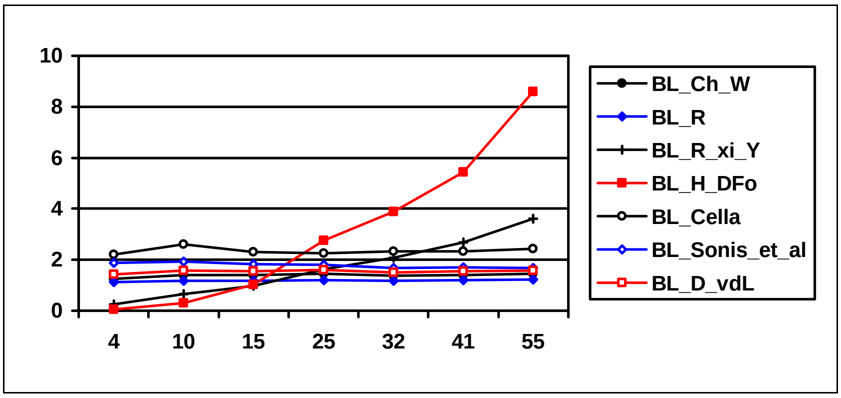
Francia: BL supra agricultura



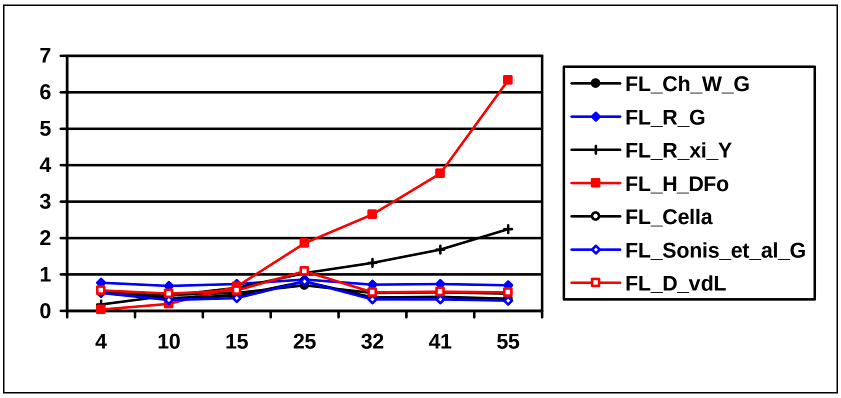
Francia: FL supra agricultura



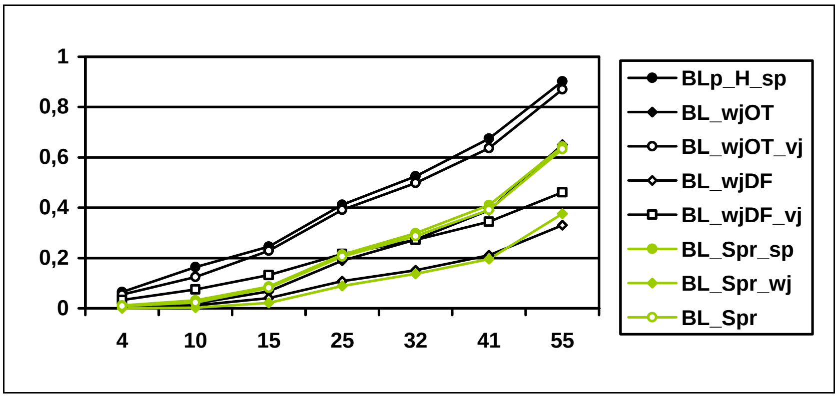
Francia: BL construcción



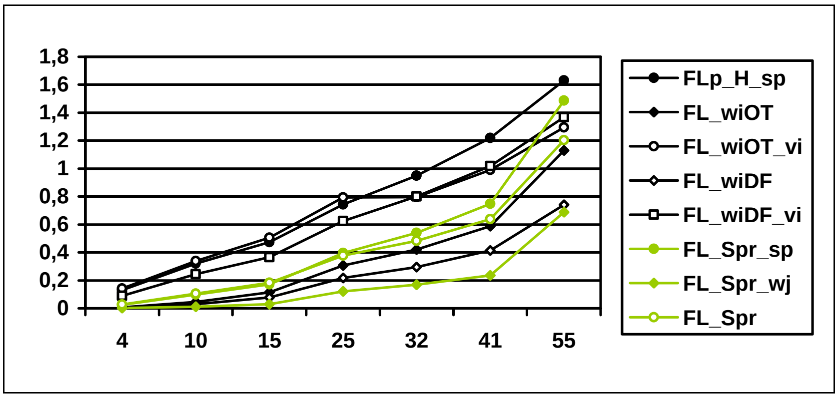
Francia: FL construcción



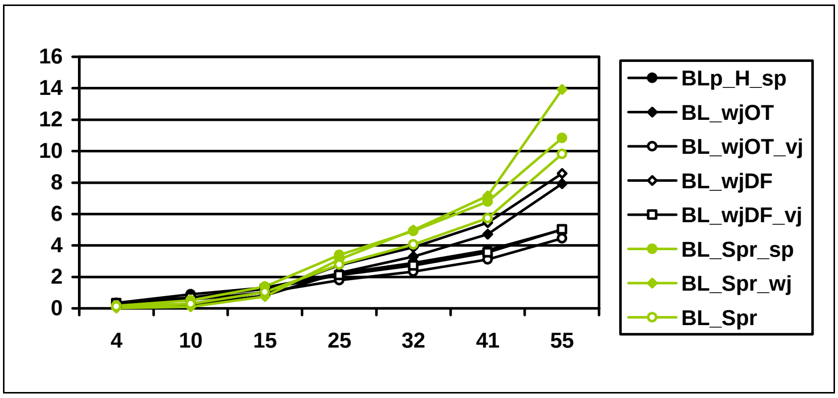
Francia: BL propuestos agricultura



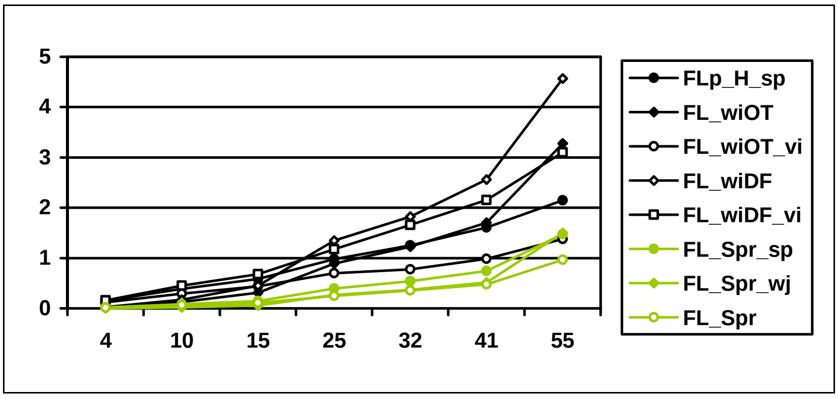
Francia: FL propuestas agricultura



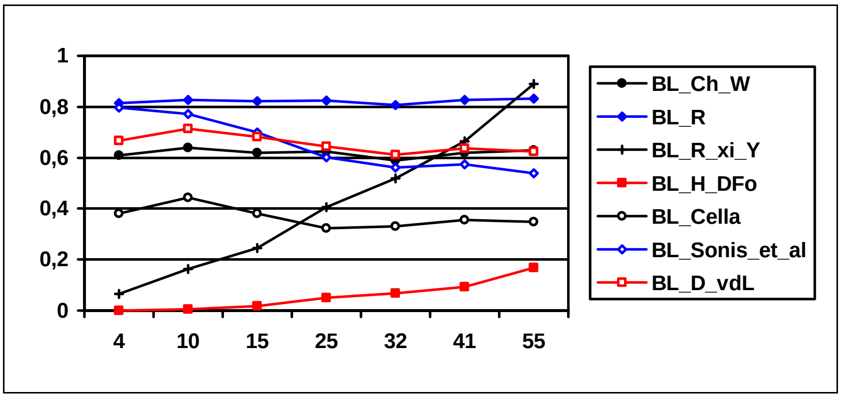
Francia: BL propuestos construcción



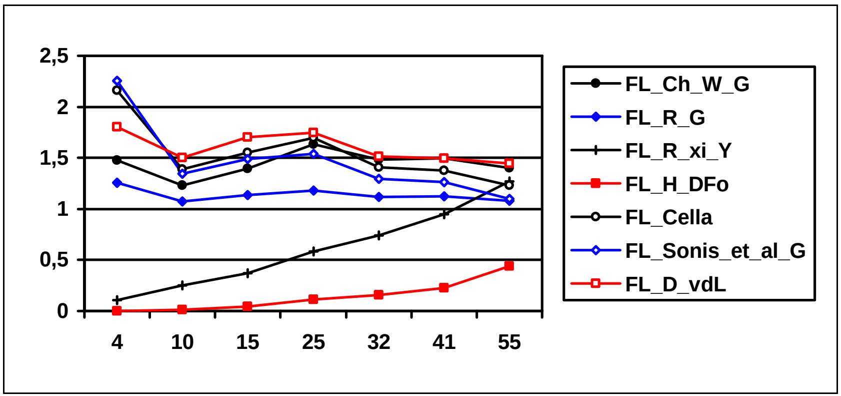
Francia: FL propuestos construcción



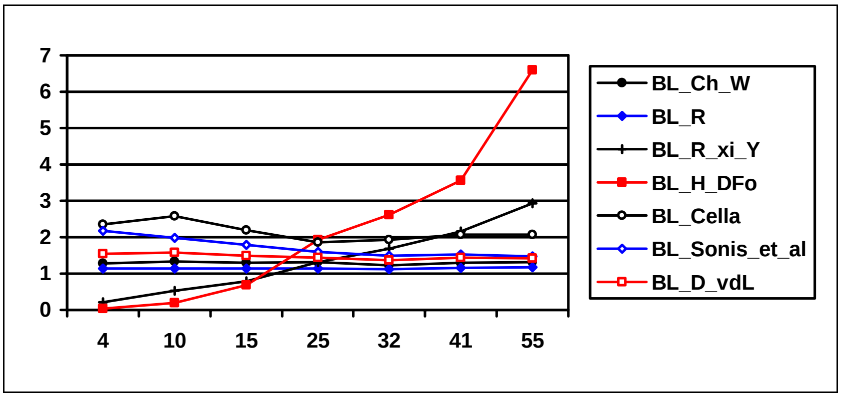
Italia: BL supra agricultura



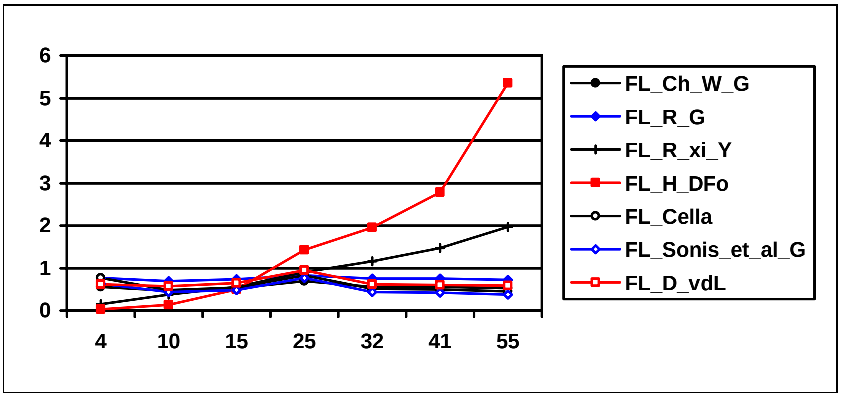
Italia: FL supra agricultura



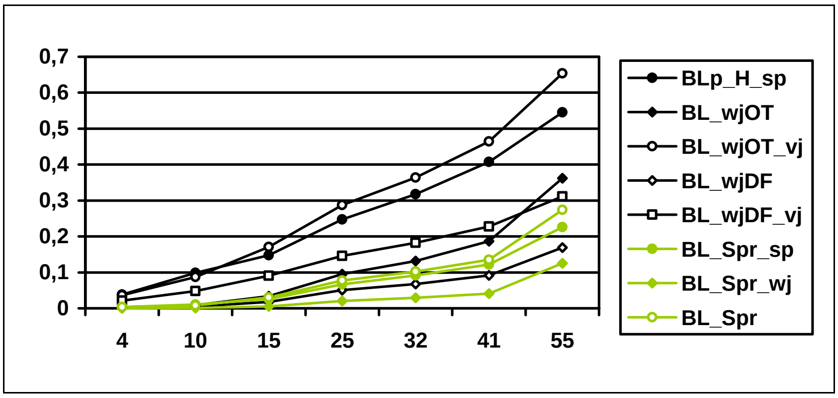
Italia: BL construcción



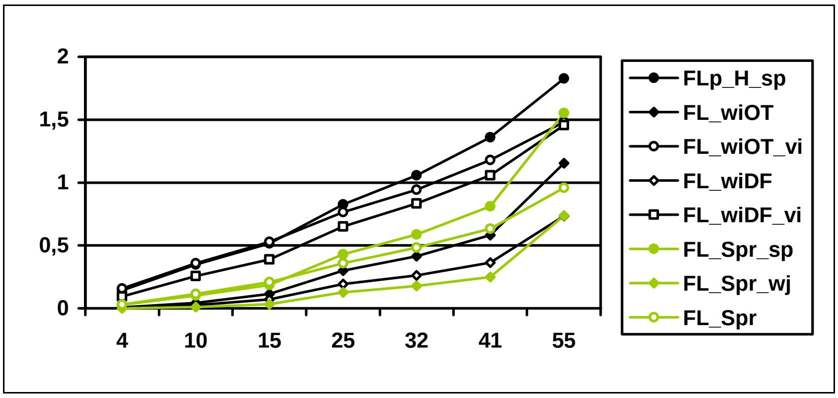
Italia: FL construcción



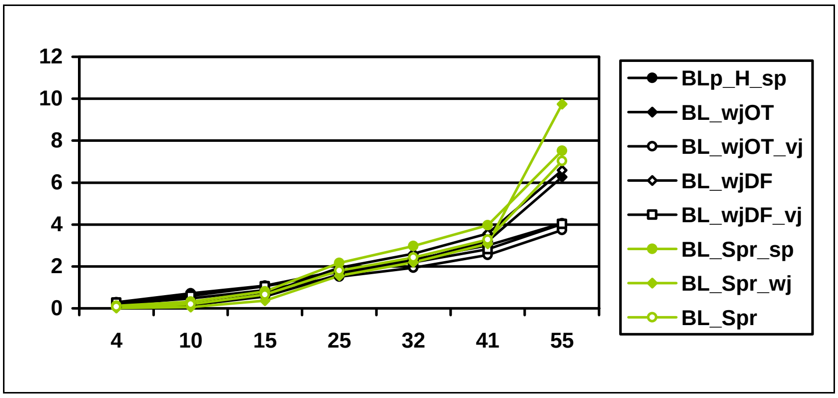
Italia: BL propuesto supra agricultura



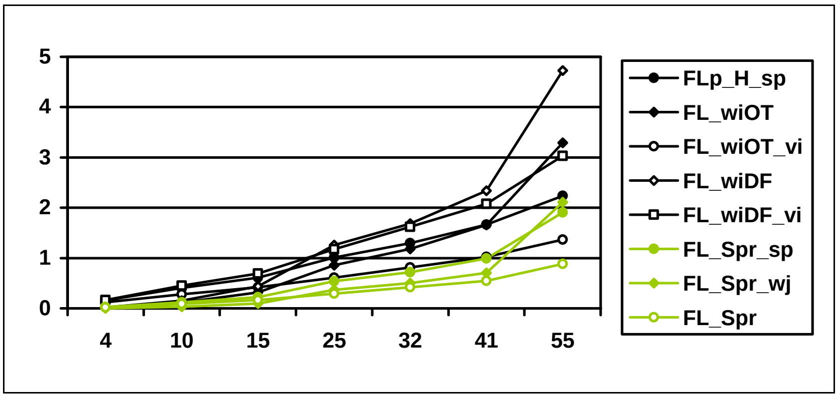
Italia: FL propuestos supra agricultura



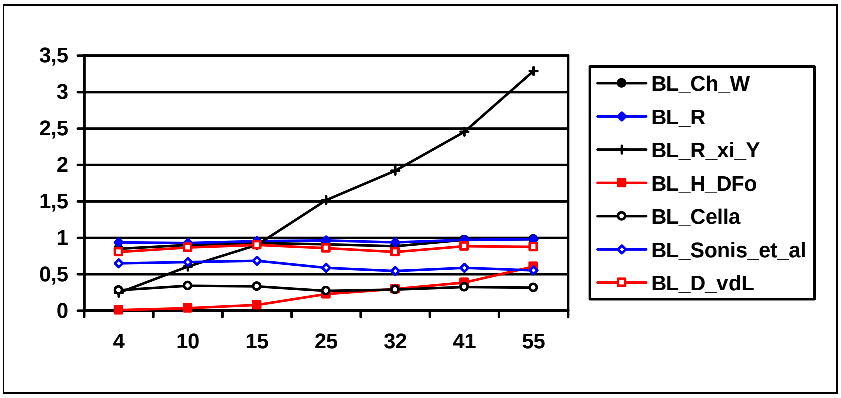
Italia: BL propuesto construcción



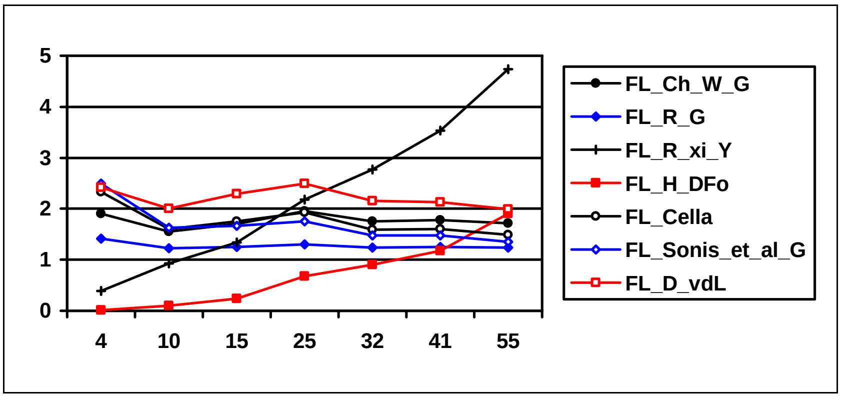
Italia: FL propuesto construcción



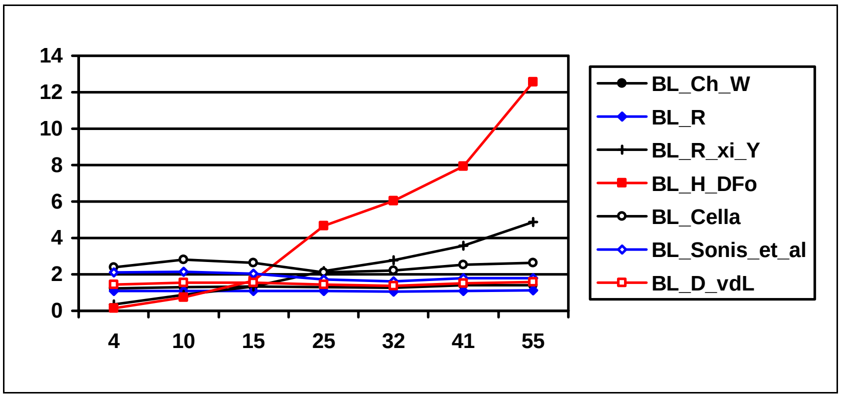
Grecia: BL supra agricultura



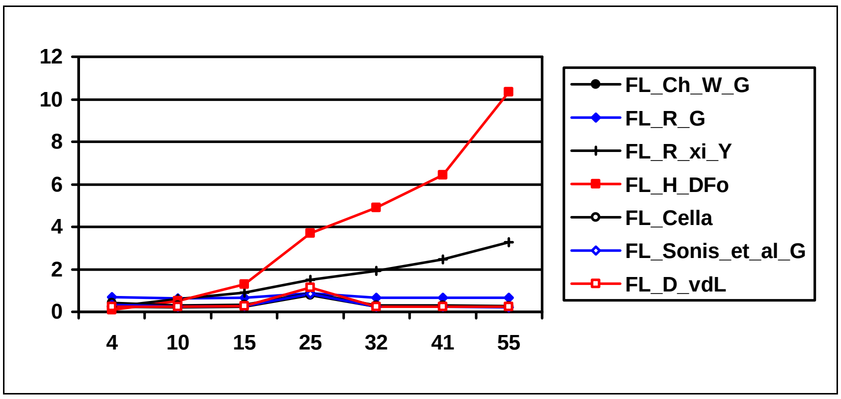
Grecia: FL supra agricultura



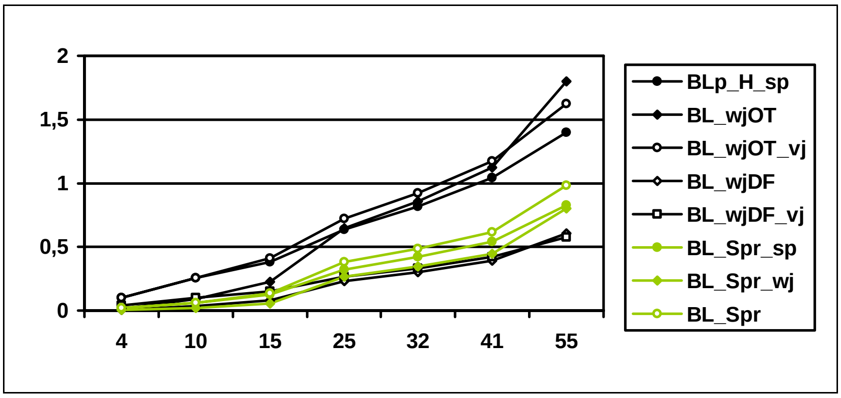
Grecia: BL construcción



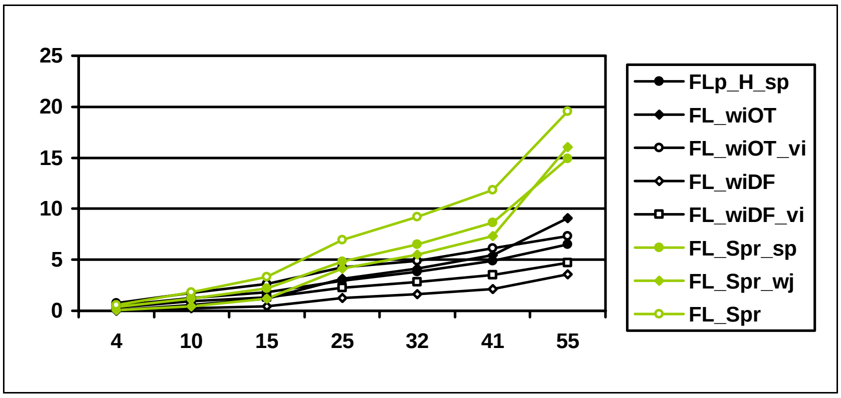
Grecia: FL construcción



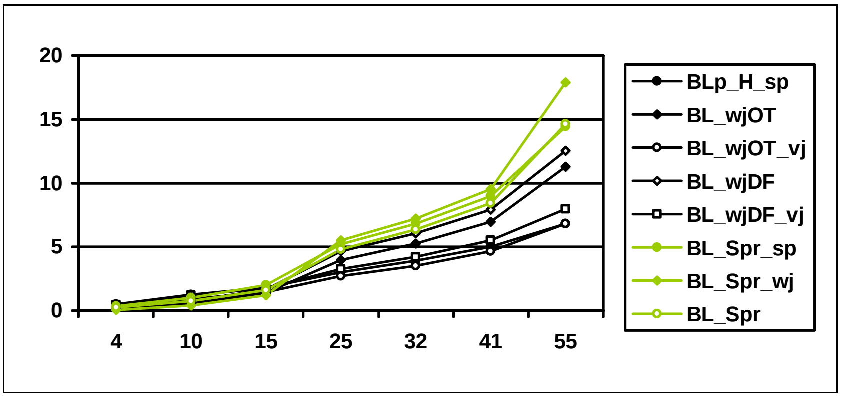
Grecia: BL propuestos supra agricultura



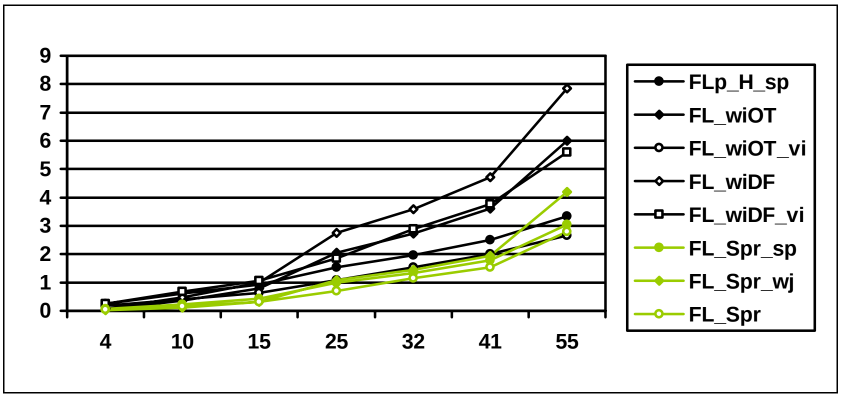
Grecia: FL propuestos supra agricultura



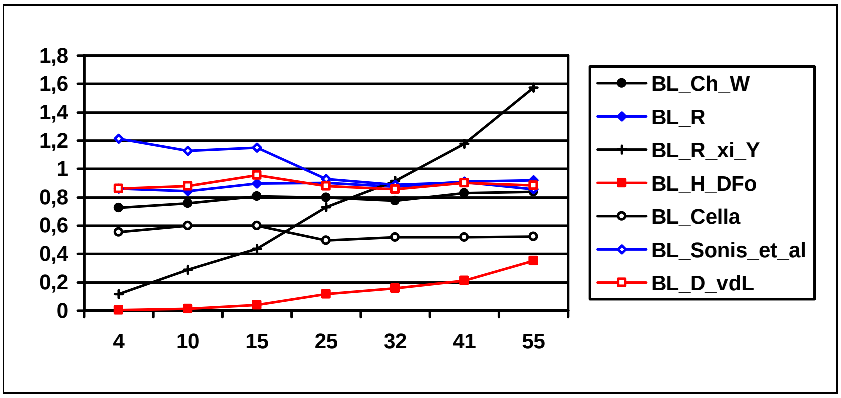
Grecia: BL propuestos construcción



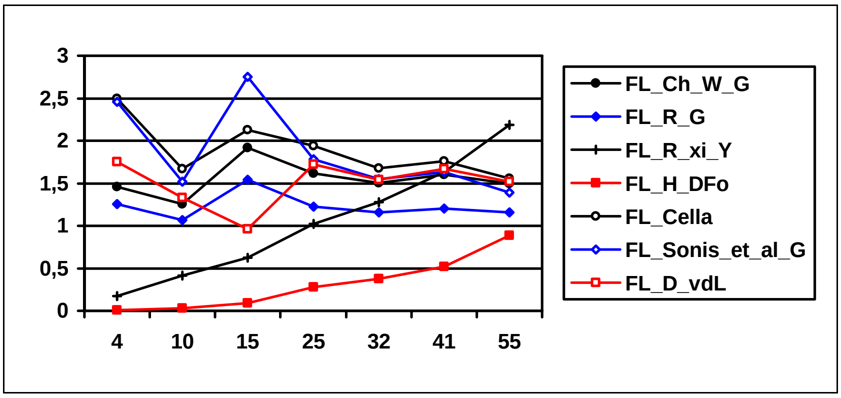
Grecia: FL propuestos construcción



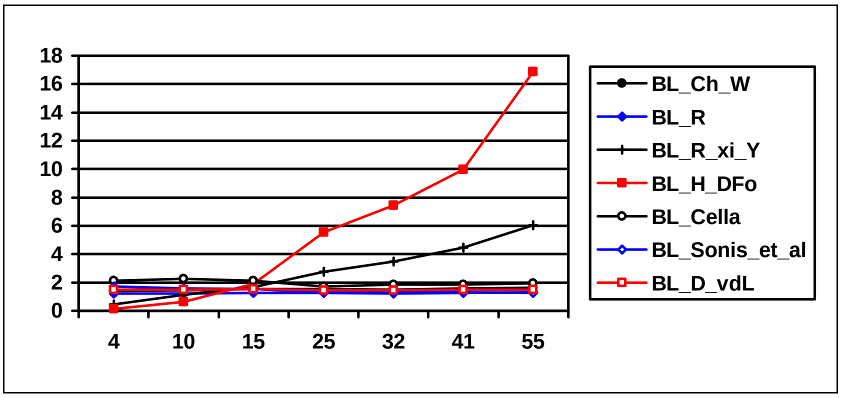
Portugal: BL supra agricultura



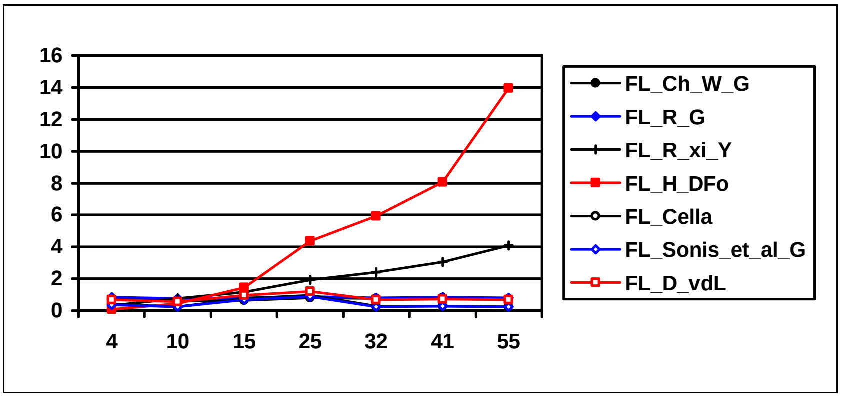
Portugal: FL supra agricultura



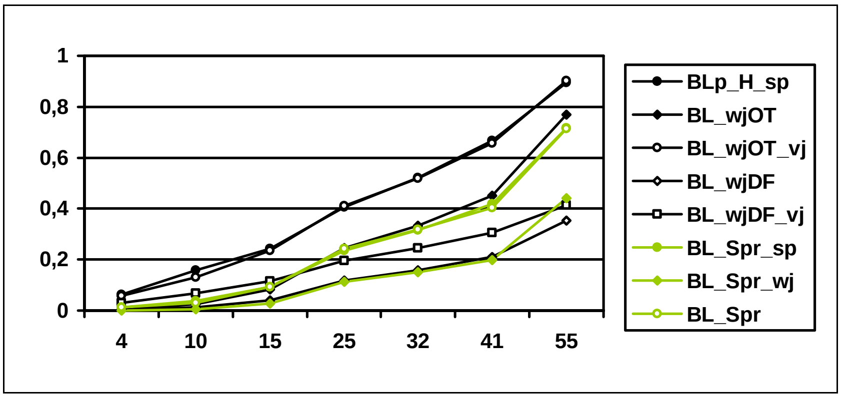
Portugal: BL construcción



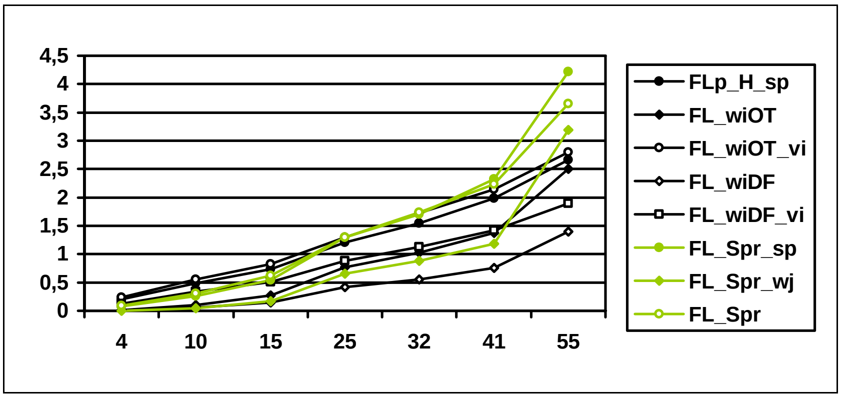
Portugal: FL construcción



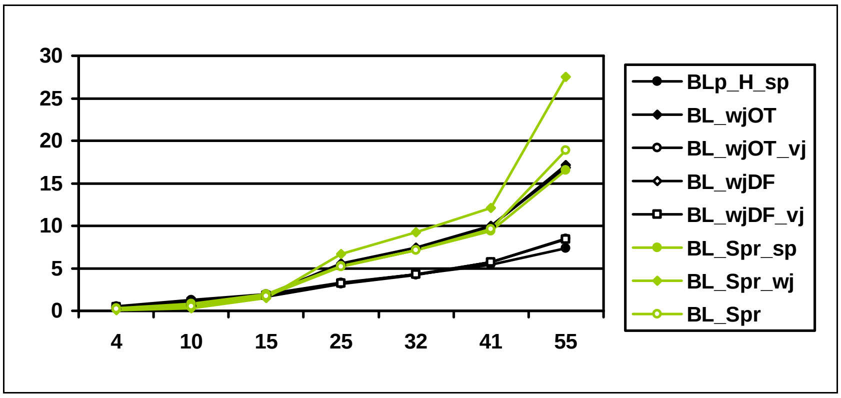
Portugal: BL propuestos supra agricultura



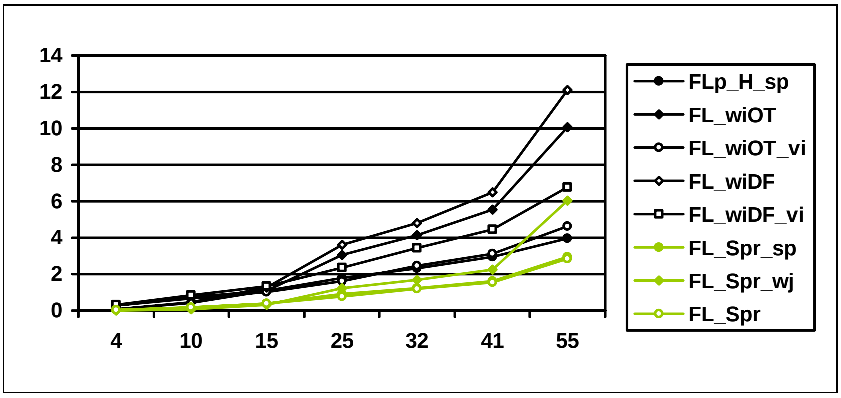
Portugal: FL propuestos supra agricultura



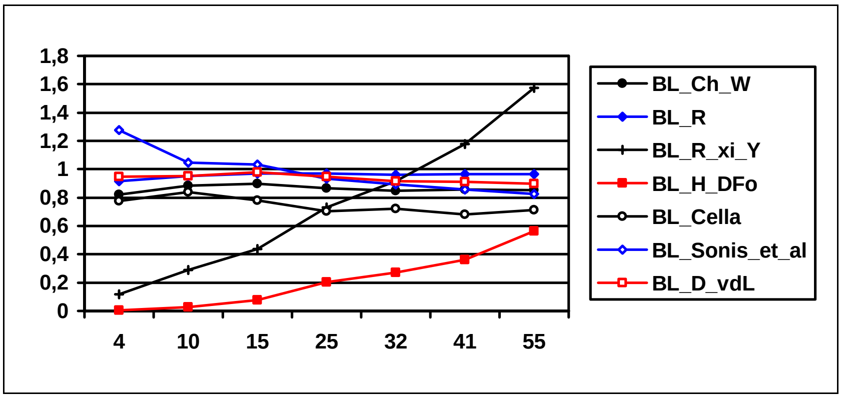
Portugal: BL propuestos construcción



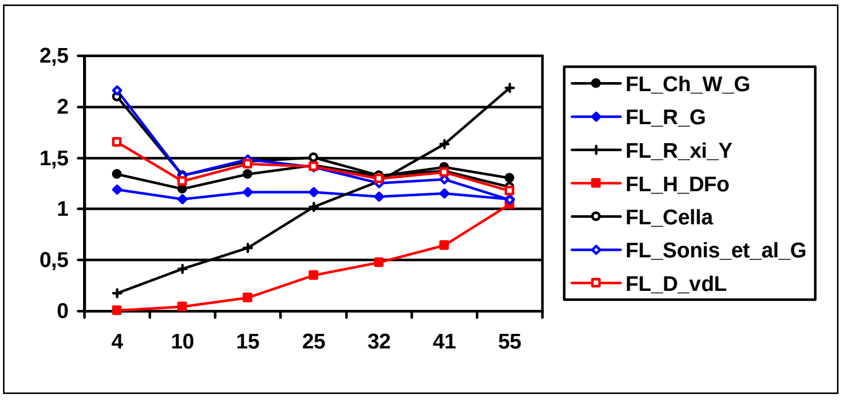
Portugal: FL propuestos construcción



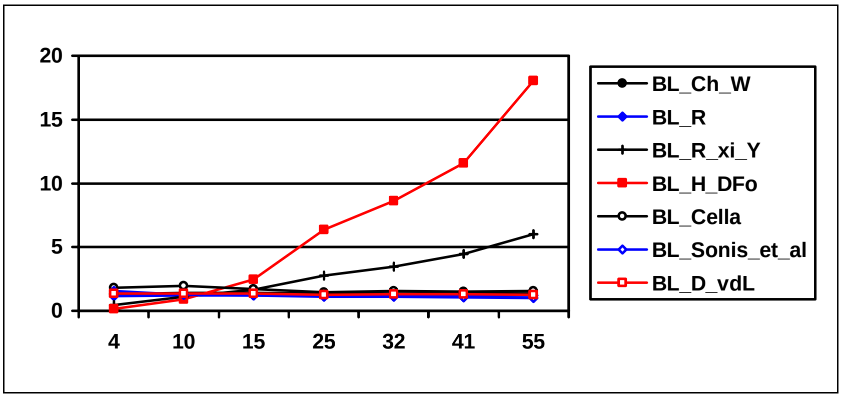
España: BL supra agricultura



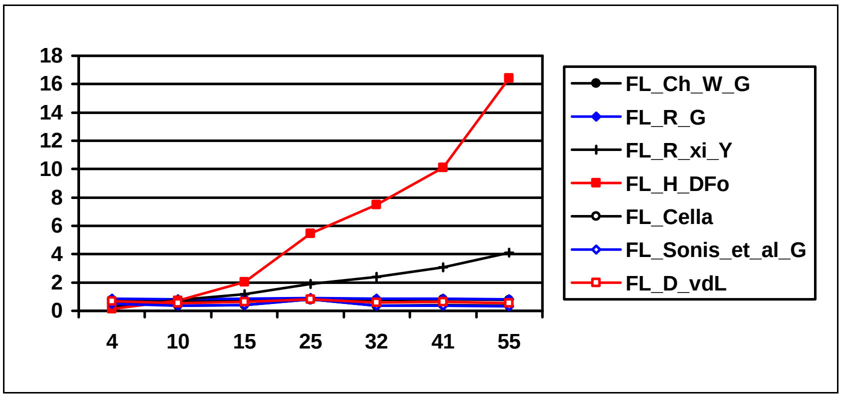
España: FL supra agricultura



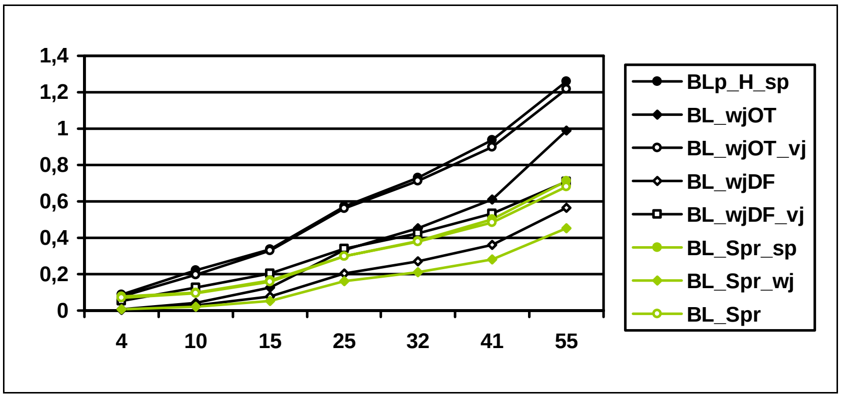
España: BL construcción



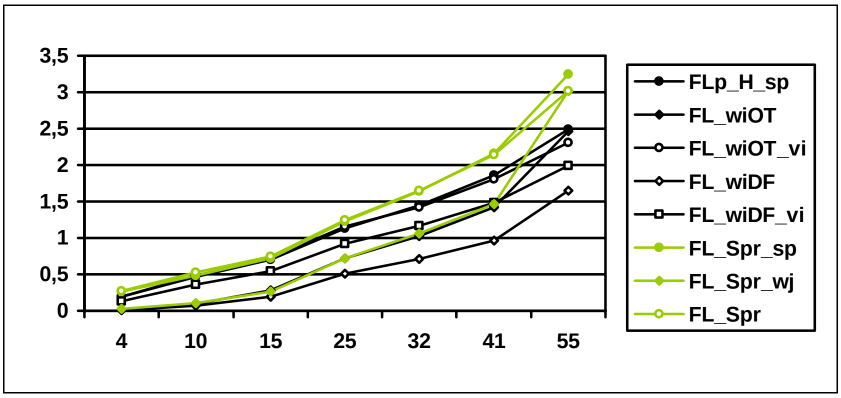
España: FL construcción



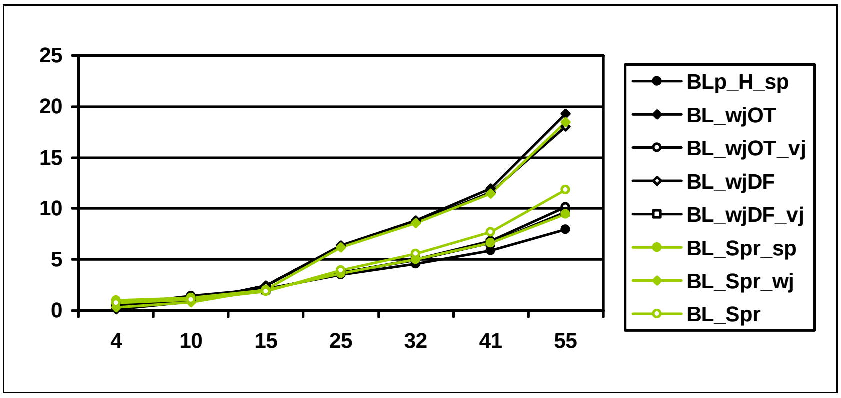
España: BL propuestos supra agricultura



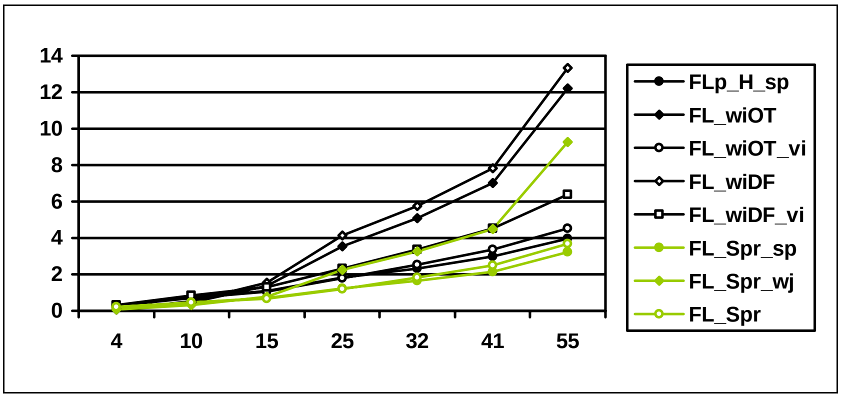
España: FL propuestos supra agricultura



España: BL propuestos construcción



España: FL propuestos construcción



PRINCIPALES CONCLUSIONES Y CAMPOS ABIERTOS

A continuación se presentan las principales conclusiones que se pueden obtener de este trabajo, mostradas según el orden en que fueron tratadas.

Se realizó un análisis bibliográfico y empírico de las distintas propuestas que permiten llevar a cabo un análisis estructural input-output basado en encadenamientos, desde la propuesta de Rasmussen en 1956 hasta los planteamientos de Cai y Leung en 2005. De la citada revisión se pueden destacar los siguientes puntos:

- Se ha replanteado la forma de tipificar sectores propuestas por Rasmussen y Hirschman, la cual tiene la ventaja de clarificar y simplificar la clasificación tradicional, ya que considera simultáneamente el multiplicador de una rama y su distribición en la economía.
- Se ha presentado una alternativa a la metodología de Hazari (1970), desde un punto de vista de la oferta y se ha presentado una nueva ponderación considerándose la dispersión de las ventas y compras ponderadas.
- En lo relativo a la propuesta de Guido Cella (1984) y, en concreto a las definiciones que se derivan de ella (Clements, 1990; Duarte *et al*, 2002 y Cai y Leung, 2004), se ha presentado una nueva interpretación de la misma, la cual se puede considerar como una alternativa a las anteriores.
- Tras revisar el enfoque de Sonis *et al* (1995) y sin perder de vista la idea intuitiva del mismo, como se considera ocurre con la modificación de Andreosso-O`Callaghan y Yue (2000, pp. 6-10), se ha presentado una alternativa que responde, por un lado, a un doble enfoque de demanda y oferta y, que considera adecuadamente la concentración de compras y ventas.
- Respecto a los enfoques que se basan en el principio de la extracción hipotética, se realiza una observación generalizada, pues se es de la idea que no cumplen con el principio "la suma de las partes da el total", según se demostró existirían efectos que sobrevaloran y subvaloran la economía una vez que se suman las partes extraídas con las que permanecen, situación que no se daría en los enfoques clásicos ni de descomposición.
- Se ha analizado para los países del sur de Europa su estructura económica, empleando 9 metodologías, lo que ha permitido no sólo identificar aquellas ramas claves para estos países, sino que también ha servido para examinar sus similitudes y diferencias estructurales.

- Se ha concluido para el análisis realizado que, aún cuando se han empleado 9 técnicas, los resultados obtenidos no son concluyentes, y son tratados por tanto, como respuestas preliminares, ya que ninguna de las distintas formulaciones destaca respecto a las otras, en un sentido de identificación certera de la tipología para la totalidad de ramas.
- Sobre la base de los resultados obtenidos, se observa que en algunos casos existe un alto parecido (*e.g.* entre Rasmussen con Chenery y Watanabe y con Dietzenbacher y van der Linden).
- También se aprecia que los resultados obtenidos de las modificaciones presentadas para las técnicas de Hazari y Sonis *et al* se parecen, en general, a los conseguidos según diferentes metodologías, en especial con la de Rasmussen ponderada. Resultando además, coincidentes en algunos casos con las propuestas de Rasmussen con y sin ponderación y a la de Dietzenbacher y van der Linden.
- En lo referente a las similitudes de clasificación entre los enfoques de Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden, se observan cierta mejoras en las diferentes clasificaciones con las propuestas, sin embargo, se considera que ningún enfoque proporciona respuestas totalmente exactas.
- En otro orden de cosas, se realizó la evaluación de los encadenamientos hacia atrás (**FL**) empleando tanto la matriz inversa de Leontief como la de Ghosh, para las propuestas de Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden. Para el caso de Rasmussen de los 5 países evaluados a 25 ramas y clasificada su estructura productiva, habría 27 diferencias, siendo la situación similar ocurrida para la otra formulación. De estas discrepancias, para el caso de Rasmussen en 12 de ellas, la clasificación en base a la matriz **A** tendería a mejorar las conclusiones de acuerdo a la observación empírica, si se acepta como rama clave aquella que tiene un alto **BL** (definición original de las mismas que da Rasmussen, pp. 135, 1956). Considerando lo similar de las aplicaciones, para este caso, no se puede asegura nada respecto al uso de una u otra matriz. En lo relativo a la misma comparación pero, para el caso de la metodología presentada por Dietzenbacher y van der Linden, se aprecia en primer lugar que las mencionadas diferencias son las mismas para cada país, esto es, 4 ramas se repiten en 4 países [3 (alimentos y bebidas) en Italia, Grecia, Portugal y España)]; por su parte los sectores 5 (textiles); 9 (elaboración de metales comunes) y 20 (actividades inmobiliarias) se encuentran en Francia, Italia, Grecia y Portugal], y los sectores 8 (coque, productos químicos y minerales no metálicos) y 15 (comercio) en 3 de ellos (Francia, Grecia y Portugal), en segundo lugar, y en contra de lo que la intuición *a priori* puede señalar, el empleo de la matriz **A** mejora ligeramente las conclusiones, esto es, en 16 de los 27 casos, sin embargo, se considera que la evidencia empírica no es lo suficientemente contundente como para tomar una postura definitiva que permita afirmar por el momento algo, ya que para ello se cree habría que comparar estos resultados con los

de otras técnicas, que conducen a similares conclusiones pero tienen distinta base metodológica.

En lo relativo a la sensibilidad de los coeficientes, a partir de una revisión bibliografía de los principales trabajos que han abordado esta temática, así como del estudio empírico realizado, se puede concluir lo siguiente:

- A pesar de la gran variedad de procedimientos la mayoría tienen mucho en común como, por ejemplo, evaluar los distintos cambios que se formulan a partir de la propuesta o formulaciones similares a la que presentan Sherman y Morrison en 1950.
- Existen planteamientos que llevan en algunos casos a similares resultados cuando cambia un solo coeficiente, por ejemplo, Sherman y Morrison (1950) con Evans (1954), West (1982) y Hewings *et al* (1989). Por tal razón y, en base a la formulación que se plantea tras realizar un cambio, se sugiere emplear las propuestas de Evans o West, cuando sea sólo uno el coeficiente que se altere, básicamente por el planteamiento que permite obtener una adecuada formulación, y no por la facilidad con que se aplica la ecuación, ni tampoco por lo que ella calcula.
- Respecto a las técnicas que permiten más de un cambio, una vez efectuada una revisión bibliográfica y el estudio aplicado, se puede concluir que la propuesta de Sekulic (1968) es similar a la de Sebald (1974), por su parte, la de Sebald lo sería con la de West (1984); la de Jílek (1971) proporcionaría parecidos resultados que Siebe (1996). La técnica de Schintke y Stäglin (1988), en determinadas ocasiones, coincidiría con la de Songlin y Gould (1991).
- De igual forma y tras hacer una clasificación de las técnicas según lo que determina cada una (*e.g.* las que calculan $\mathbf{r}_{ij}$), se observó que efectivamente las propuestas de Jílek (1971) y la de Schintke y Stäglin (1988) proporcionan resultados aproximadamente iguales, la diferencia estaría en la magnitud y el orden de importancia de los respectivos coeficientes.
- En el caso de las técnicas de Evans (1954) y West (1982), se obtuvieron idénticos resultados, a pesar de ello, se propone utilizar el planteamiento de West, por ser más intuitivo y de fácil aplicación, no así su formulación, la cual está restringida a filas o columnas.
- También se ha concluido que la propuesta de Schintke y Stäglin es preferible a la de West, debido a que es una aplicación directa de la formulación de Sherman y Morrison, lo que permite evaluar adecuadamente aquellos coeficientes que toman valores pequeños o grandes. Además proporciona la elasticidad del coeficiente técnico respecto a la producción y no tiende a resaltar a los coeficientes técnicos que se encuentran en la

diagonal principal. Por otra parte, la formulación de West, no es directamente comparable con otras, ya que sólo evalúa qué coeficientes son más importantes por filas o columnas.

- Además de los puntos anteriores, hay un detalle que llama la atención en el planteamiento de West (1982) y otros enfoques similares, como el de Evans (1954) o Hewings *et al* (1989), y que tiene que ver con el hecho de que un coeficiente técnico inicialmente sea cero. Si esto ocurre, el resultado posterior a una alteración debe ser un elemento nulo y, no proporcionar una cierta magnitud (multiplicador). En este sentido, no se está de acuerdo con el efecto sinérgico que menciona West (1982, pp. 370), ya que *ex hipótesis* antes de la presencia de un multiplicador debe existir una actividad, por ello no se sugiere emplear esta propuesta cuando se trabaje con una TIO en la cual existen coeficientes técnicos nulos o próximos a cero.
- En lo referente a la ponderación que propone Lahr (1993, pp. 285), una vez aplicada a las propuestas de Schintke y Stäglin y West y, evaluar las consecuencias en la muestra utilizada, se observó que los resultados no cambiaron lo suficiente como para afirmar que la misma era necesaria, sin embargo, se es de la opinión que en otras economías menos desarrolladas puede beneficiar el análisis.
- De los resultados obtenidos de llevar a cabo la aplicación de estas técnicas en las TIO de los países considerados, se observó que en general existe una alta similitud al menos para los 5 primeros coeficientes más sensibles, tanto en orden como en magnitud para Francia, Italia, Grecia y Portugal, para el caso de España, en general, estos difieren en el orden.
- Tras realizar un cruce de información proveniente de los encadenamientos con los de los CMI, se observó que en general se produce un complemento en ambos enfoques, y ayudan a clasificar a aquellas ramas donde no existe consenso respecto a su tipología.
- En lo que tiene que ver con la detección de CMI y la matriz de distribución, se ha comprobado que efectivamente existe una alta coincidencia entre los CMI obtenidos a partir de la matriz **A** y los coeficientes de distribución de mayor tamaño, en este sentido, se ha confirmado lo que sostiene Robles y Sanjuán (pp. 22, 2005), "si $\mathbf{b}_{ij}$ es grande –o $\mathbf{r}_{ij}$ pequeño- el correspondiente $\mathbf{a}_{ij}$ es importante", ello claro está, cuando se elimina del análisis la diagonal principal de la matriz **A** y **B**.
- Cuando se comparó la tipología de cada rama empleando las formulaciones de Rasmussen y Dietzenbacher y van der Linden a partir de las matrices **A** y **B** respectivamente con el número de CMI presentes en las columnas de cada rama, de las 27 diferencias que se obtienen para cada caso, el enfoque clásico coincidió en un 55.55% con la matriz **A**. Debido a lo pequeño de este valor, se sugiere que para esta formulación se utilice para el **BL** la matriz **A** y para el **FL** la **B**, básicamente por su interpretación económica. En el caso de las diferencias entre estas matrices para la propuesta de Dietzenbacher y van der

Linden, se aprecia que la clasificación a partir de la matriz **A** es coincidente con la de la sensibilidad de los coeficientes en un 88.88% de estos (en 24 de las 27 diferencias), es decir, utilizando solamente la matriz **A**, existiría para la muestra utilizada una coincidencia de criterio entre los encadenamientos y la sensibilidad de los coeficientes del 97.6%, similitud que se entien se debe al uso comun de la matriz **A**.

En lo relativo a la estructura de cada país, han sido obtenidas utilizando indicadores sintéticos, los cuales han extraído la información de las técnicas clásicas (Rasmussen y Chenery y Watanave), de descomposición (Sonis *et al*) y los de extracción hipotética (Dietzenbacher y van der Linden), y de las modificaciones planteadas a Hazari y Sonis *et al*, de tal ejercicio, se ha podido establecer lo siguiente:

- Las diferentes tipologías de las ramas del estudio, además, han servido para identificar las similitudes estructurales entre estos países. Por ejemplo, se observa que las ramas 4 (tabaco); 5 (textiles); 6 (vestuario y cuero); 10 (electrónica menor); 12 (resto de industria manufacturera); 14 (construcción); 23 (enseñanza) y 25 (otras actividades de servicios comunitarios, sociales y personales) tienen, en general, la misma tipología para el conjunto de países analizados.
- El uso de indicadores sintéticos también ha servido para observar la similitud que existe entre aquellas ramas que presentan, en general, elevados **BL** (ramas claves e impulsoras de la economía) y número de CMI. Por tanto, se cree que estos procedimientos concluyen algo parecido, pues de los 125 casos sólo habrían existido 4 situaciones algo contradictorias (2 en Francia y 1 tanto en Grecia como en España), los que representan un escaso 3.2%.

Tras analizar los efectos de la agregación en las TIO y multiplicadores, luego de reunir distintos consensos y experiencias empíricas, se observó que:

- La agregación en general siempre esta presente, tal como la define Leontief (1936, 1941 y 1985) es fundamentalmente práctica, necesaria para el análisis pero de sumo cuidado, pues distintos tipos de agrupación llevan a diferentes resultados.
- A partir de los ejercicios de agrupación, se puede concluir que la agregación puede generar distintas formas gráficas en los multiplicadores de las ramas no agregadas, pasa a depender de los pesos relativos de tres factores: el de las filas y columnas agrupadas, el de las filas de las ramas no sumadas pero si vinculadas con las que se unen y, finalmente, el de los coeficientes en nada afectados con la agregación.
- Respecto a la hipótesis planteada "a mayor nivel de agregación los distintos encadenamientos de las ramas no unidas son afectados en forma sistemática y definida",

en el caso de la muestra utilizada (Francia, Italia, Grecia, Portugal y España), se puede afirmar que ello se da para las ramas que no se agregaron (supra agricultura y, construcción).

- La gráfica de los **BL** y **FL** en relación al nivel de agregación es cíclica, para la metodología de Rasmussen (sin ponderar), Chenery y Watanabe, Cella, Sonis *et al* y Dietzenbacher y van der Linden. La diferencia estaría en el punto de inicio, mientras el **BL** lo hace en forma ascendente a medida que se desagrega, el **FL** lo hace descendentemente.
- En el caso del planteamiento de Rasmussen ponderado, Hazari y la alternativa para él y el de Sonis *et al*, estas siempre fueron descendente. Curva que responde a lo esperado, según ejercicios previos, que señalan que a pesar de que existen distintas formas gráficas tras la agregación, lo más lógico es que sea ascendente. Sin embargo, se advierte que para la muestra utilizada, se observa que mientras más se agrega las ramas se hacen independientes, lo anterior se debe al peso relativo que va tomando la rama, el cual se ve influenciado por la ponderación que se realice, pues según lo observado cuando no existe agregación el peso relativo de cada sector es relativamente homogéneo, luego a medida que se agrega, es lógico esperar que la importancia de aquellas ramas sumadas aumente.
- Los resultados obtenidos, a partir de la aplicación de los enfoques existentes y los propuestos, sirvió para comprobar que las ramas pueden variar sus tipologías, lo cual dependerá de cuan cerca estén del promedio y de la importancia que tenga antes de agregar otros sectores, así como de la ponderación efectuada.
- En general todos los **BL** (Rasmussen (sin ponderar), Chenery y Watanabe, Cella, Sonis et al y Dietzenbacher y van der Linden), toman la misma forma gráfica, lo que demuestra que existe una cierta similitud en las respuestas obtenidas.
- Por su parte, sus respectivos **FL**, aún cuando tienen en general la misma curvatura, en algunos casos es más extendida y baja y, en otras, a la inversa.
- De acuerdo al paralelismo anterior, se hace interesante el obtener, por ejemplo, los encadenamientos hacia atrás (**BL**) de Rasmussen en función de los de Chenery y Watanabe, Sonis *et al* o Dietzenbacher y van der Linden, sin embargo, para el caso de los multiplicadores hacia delante (**FL**), aún cuando existe tal relación, resulta menos precisa.

Concluyendo, este documento ha servido para presentar una forma de análisis que facilita la comprensión de una estructura económica, basándose en tres aspectos, el de los encadenamientos y el de la sensibilidad de los coeficientes técnicos, primero sintetizando la información proveniente de formulas que cuantifican los efectos de una rama sobre el resto del sistema productivo y, posteriormente este último resultado, se complementan con la importancia de un coeficientes técnico.

En lo relativo a los posibles campos abiertos que se pueden encontrar a partir de esta tesis guardan relación con dos puntos, el primero vinculado a la determinación de encadenamientos hacia delante utilizando tanto la matriz **A** como **B**, pero ampliando la muestra y el número de metodologías. En esta línea, una de ellas podría ser el enfoque presentado por Guido Cella en 1984, ya que se `podría considerar más general que, por ejemplo, el presentado por Dietzenbacher y van der Linden.

Un segundo aspecto, que se considera posible de indagar, tiene que ver con la similitud en las respuestas obtenidas a partir de los enfoques que determinan encadenamientos y los que identifican ramas importantes en funsión del número de coeficientes relevantes que posea. Lo anterior, se plantea ya que las propias definiciones que se pueden encontrar de estas técnicas se prestan para tal análisis, *e.g.* en Pérez y Pulido (1993, pp. 176) se señala cuando se refieren a lo que representan los coeficientes importantes por columnas que "indican la importancia del método de producción de este sector para la demanda de output de otros sectores. Se refieren al desarrollo tecnológico del proceso de producción de los sectores", mientras que Rasmussen cuando explica cuál es la interpretación del índice de Poder de Dispersión (**BL**), señala "este índice describe la extensión relativa sobre la que un aumento de la demanda final de los productos de la industria *j* se dispersa a través del sistema de industrias, …., el índice expresa la extensión de la expansión causada en el sistema de industrias en general por una expansión en la industria *j*" (1956, pp. 129).

En línea con lo anterior, para el primer caso, se entiende que Pérez y Pulido se refieren a la importancia que tienen las etapas del proceso productivo de un sector para la demanda de otros, luego, si una rama presenta en términos relativos muchos coeficientes importantes por columnas, será trascendental para el desarrollo de otras actividades, es decir, será una rama influyente para el conjunto de sectores en términos de lo que significa o aporta para la producción de otras ramas, mientras que el segundo caso, se refiere en palabras de Rasmussen, al aumento de la producción que necesita una industria elegida al azar para hacer frente al aumento de una unidad de la demanda final de los productos de otra rama (1956, pp. 128), es decir, el **BL** tiene que ver con el impacto que produce el aumento de la demanda final de la *j-ésima* rama sobre el sistema de industrias.

De acuerdo a lo planteado, en ambos casos se hace referencia a la importancia que tiene una industria, el primero tiene que ver con la forma en que afecta su proceso productivo y, el segundo, con el impacto de su demanda final sobre el resto, o lo que es lo mismo, el primero tiene que ver con "cómo afecta la oferta de otras ramas a la producción de un sector, y el segundo, a la inversa, esto es, el efecto que tiene su demanda en la oferta del resto", en definitiva, ambas situaciones apuntan en una misma dirección.

Por su parte, cuando Pérez y Pulido se refieren a lo que representan los coeficientes por filas señalan que "indican en términos generales, la importancia de los productos de esta industria para el desarrollo tecnológico de otras. Se refiere a innovaciones en la producción y mejoras" (Pérez y Pulido, 1993, pp. 176), y Rasmussen refiriéndose al índice de Sensibilidad de Dispersión (**FL**) señala "estimación del incremento de la producción de la industria *i* por unidad de incremento de la demanda final para los productos de una industria elegida al azar" (Rasmussen, 1956, pp. 129), es decir, nuevamente se observa que existe una relación, pero en este caso, se refiere a la importancia que tiene la producción de la industria *i* para el resto del sistema y, por otra parte, el **FL** se refiere a la cuantía en que debe incrementar la producción la industria *i*, cuando se incrementa en una unidad la demanda del sistema económico (o industria elegida al azar).

De acuerdo a lo planteado, quizas vez un primer paso sea revisar si existe una relación entre la sensibilidad de los coeficientes y los encadenamientos, para ello se propone identificar la existencia de una posible dependencia entre ambos. Una primera aproximación a ello sea quizas, comenzando, por ejemplo, con los mismos planteamientos clásicos que dan origen a las formulaciones que determinan cuán sensibles son los coeficientes técnicos.

Recordando que el enfoque tradicional considera que $\mathbf{\Delta x= L(y^{*}-y)+ (L^{*}-L)y}$, donde el primer sumando recoge un efecto multiplicador sobre la producción, debido a una alteración en **y** ($\mathbf{\Delta y}$), a través de la matriz de multiplicadores de Leontief y el segundo sumando [$\mathbf{(L^{*}-L)y}$] guarda relación con la sensibilidad de los coeficientes, esto es, representa el cambio que se produce en la producción ($\mathbf{\Delta x}$) cuando la matriz inversa de Leontief ($\mathbf{\Delta L}$) se altera.

Una vez recordado lo anterior, se puede seguir el planteamiento de Evans (1953, pp. 463) y observar si es posible encontrar un posible vínculo entre estas técnicas, esto es, si se pueden obtener los encadenamientos directos a partir del enfoque tradicional de la sensibilidad o viceversa.

$$\mathbf{L^{*}- L= [I- (I-A)^{-1}E]^{-1}(I-A)^{-1}- (I-A)^{-1}}$$
$$\mathbf{\Delta L- [I- LE]^{-1}L= -[I+ A(I-A)^{-1}}$$
$$\mathbf{A= \{[I- LE]^{-1}L- \Delta L- I\}(I- A)}$$

Donde $\mathbf{L^{*}= (I- A^{*})^{-1}= [I- (I- A)^{-1}E]^{-1}(I- A)^{-1}}$; $\mathbf{L= (I- A)^{-1}}$; $\mathbf{\Delta L= L^{*}- L}$ y $\mathbf{A^{*}}$ corresponde a una matriz que ha sido modificada, siendo **E** la modificación.

Como se ve, si la ecuación anterior se premultiplica por un vector fila unitario, se obtendrán los encadenamientos directos hacia delante (**BL**), y si se posmultiplica por un vector columna unitario, se obtendrán los encadenamientos directos hacia atrás (**FL**), por lo tanto, una fracción de los encadenamiento directos son explicados en parte por la sensibilidad de los coeficientes técnicos, luego se podría indagar si es valida esta relación que se observa entre ellos, o si es simplemente espúrea.

Por último, hay otro aspecto que se considera interesante de indagar, el tendría que ver con el efecto que tiene la agregación en la determinación de coeficientes más importantes, es decir, evaluar las posibles consecuencias que tiene un determinado nivel de sectorización con estos coeficientes y sus respectivas elasticidades.

BIBLIOGRAFÍA

ANDREOSSO-O`CALLAGHAN, Bernadette and YUE, Guoqiang. Intersectoral Linkages and Key Sectors in China 1987-1997. Asian Economic Journal, 18(2):165-183, 2004.

_____. Intersectoral Linkages and Key Sectors in China 1987-1997: An application of input-output linkage analysis. In: International input- output association, XIII International Conference on Input-Output Techniques, University of Macerata, Italy, August 21-25, 2000.

ANTILLE, Gabrielle. Input-Output Tables and Scarcity of Data. Economic Systems Research, 2(2):147-156, 1990.

ARA, Kenjiro. The Aggregation in Input-Output Analysis. Econometrica, 27(2):257-262, 1959.

AROCHE, Fidel. Desisntegración en la Estructuta Productiva Mexicana y el Empleo. Los Coeficientes Importantes y su Importancia en la Integración. En: I Jornadas de Análisis Input-Output, Universidad de Oviedo, España, 22-23 de Septiembre, 2005.

_____. Structural Transformations and Important Coefficients in the North American Economies. Economic Systems Research, 14(3):257-273, 2002.

_____. Important Coefficients and Structural Change: A multi-layer approach. Economic Systems Research, 8(3):235-247, 1996.

AUGUSTINOVICS, María. Methods of International and Intertemporal Comparison of Structure. In: CARTER Anne and Andrew BRÓDY, eds. Contributions to input-output analysis. Amsterdam, New York, Oxford, North-Holland Publishing Company, 1970. pp. 249-269.

AZNAR, Antonio, y TRÍVEZ, Francisco. Modelo Input-Output. En su: Métodos de predicción en economía. Barcelona, España, Editorial Ariel Economía, 1993. pp 60-88.

BEYERS, Williams. Empirical Identification of Key Sectors: Some further evidence. Environment and Planning A, 8: 231-236, 1976.

BUOCHAIN, Rafael [en línea]. The Total Linkage for Mexico in 1993. In: International Conference, Input-Output and General Equilibrium Data: Modeling and Policy Analysis, International Input-Output Association, Brussels, Belgium, September 2-4, 2004. [fecha consulta 23 de marzo de 2005]. Disponible en: <www.ecomod.net/conference/iioa2004/iioa2004_papaers/534.pdf>.

BOUCHER, Michel. Some Further Results on the Linkage Hypothesis. Quarterly Journal of Economics, 90(2):313-318, 1976.

BLIN, Jean-Marie and COHEN Claude. Technological Similarity and Aggregation in Input-Output Systems : Acluster-analytic approach. The Review of Economic Studies, 59(1):82-91, 1977.

BULLARD, Clark and SEBALD Anthony. Monte Carlo Sensitivity Analysis of Input-Output Models. The Review of Economic Studies, 70(4):708-712, 1988.

_____. Effects of Parametric Uncertainty and Technological Change on Input-Output Models. The Review of Economic and Statistics, 59(1):75-81, 1977.

CAI, Junning and LEUNG Pingsun. An Alternative Interpretation of the ''Pure'' Linkage Measures. The Annals of Regional Science, 39(1):39-54, 2005.

_____. Linkage Measures: a revisit and a suggested alternative. Economic Systems Research, 16(1):65-85, 2004.

CAÑADA, Agustín y TOLEDO, Isabel. Leontief y España: Una reflexion sobre las tablas input-output y su relevancia para la economía y los economistas españoles. Historia y Pensamiento Económico, 789:51-75, 2001.

CASSETTI, Mario. A New Method for the Identification of Patterns in Input-Output Matrices. Economic Systems Research, 7(4):363-382, 1995.

CASTRO, Marcos. Indicadores de Desarrollo Sostenible Urbano. Una aplicación para Andalucia. Tesis (Doctorado en Economía). Málaga, España, Universidad de Málaga, Departamento de Economía Aplicada, Estadística y Econometría, 2002, 540 pp.

CELLA, Guido. The Input-Output Measurement of Interindustry Linkages: A reply. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 48(4): 379-384, 1986.

_____. The Input-Output Measurement of Interindustry Linkages. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 46(1): 73-84, 1984.

CHENERY, Hollis and WATANABE, Tsunehiko. An International Comparison of the Structure of Production. Econométrica, 26(4): 487-521, 1958.

CLEMENTS, Benedic. On the Descomposition and Normalization of Interindustry Linkages. Economics Letters, 33(4): 337-340, 1990.

CLEMENTS, Benedic and José ROSSI. Interindustry Linkages and Economic Development: The case of Brazil reconsidered. The Developing Economies, 29(2): 166-187, 1991.

DAVIS, H. Craig and SALKIN E. Lawrence. Alternative Approaches to the Estimation of Economy Impacts Resulting from Supply Constraints. Annals of Regional Science, 18: 25-34, 1984.

DEBREU, Gerard and HERSTEIN, I.N. Nonnegative Square Matrices. Econometrica, 21(4):597-607, 1953.

De CAEVEL, Jean, DEGUELDRE, Jean and PAELINCK, Jean. Analyse Quantitative de Certains Phénomènes du Développement Régional Polarisé, Essai de Simulation Statique D'itinéraires de Propagation. *Collection de l'Institut de Science Economique de l'Université de Liège*, Paris et Genève, 1965.

DIAMOND, Jack. Key Sectors In Some Underdeveloped Countries: A comment. Kyklos, 29(4):762-764, 1976.

_____. The Analysis of Structural Constraints in Developing Economies: A case study. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 36(2): 95-108, 1974.

DIETZENBACHER, Erik. In Vindication of the Ghosh Model: A reinterpretation as a price model. Journal of Regional Science, 37(4): 629-651, 1997.

_____. The Measurement of Interindustry Linkage: Key sectors in the Netherlands. Economic Modelling, 9: 419-437, 1992.

DIETZENBACHER, Eric and HOEN, Alex. Double Deflactation and Aggregation. Environment and Planning A, 31(9):1695-1704, 1999.

DIETZENBACHER, Erik and LINDEN, Jan van der. Sectoral and Spatial Linkages in the EC Production Structure. Journal of Regional Science, 37(2): 235-257, 1997.

DIETZENBACHER, Erik, LINDEN, Jan van der and Albert STEENGE. The Regional Extraction Method: EC input-output comparisons. Economics Systems Research, 5: 185-206, 1993.

DORFMAN, Robert, SAMUELSON, Paul y SOLOW, Robert. El Sistema Estático de Leontief. En su: Programación lineal y análisis económico. Segunda Edición, España, Editorial Aguilar, S. A., 1972. pp. 259.

DUARTE, Rosa, SÁNCHEZ-CHÓLIZ, Julio y BIELSA Jorge. Water Use in the Spanish Economy: An input-output approach. Ecological Economics, 43(1): 71-85, 2002.

DWYER, Paul and WAUGH, Frederick. On Errors in Matrix Inversion. Journal of the American Statistical Association, 48(262):289-319, 1953.

EVANS, Duane. The Effect of Structural Matrix Errors on Interindustry Relations Estimates. Econometrica, 22(4):461-480, 1954.

FISHER, Walter. Optimal Aggregation in Multi-Equation Prediction Models. Econometrica, 30(4):744-769, 1962.

_____. Criteria for Aggregation in Input-Output Analysis. The Review of Economics and Statistic, 40(3):250-260, 1958a.

_____. On Grouping for Maximum Homogeneity. Journal of the American Statistical Association, 53(284):789-798, 1958b.

FONTELA, Emilio y PULIDO, Antonio. Tendencias de la Investigación en el Análisis Input-Output. Revista Asturiana de Economía, 33:9-29, 2005.

FORSELL, Osmo. Growth and Changes in the Structure of the Finnish Economy in the 1960s and 1970s. In: M. CIASCHINI (Ed), Input-Output Analysis, Chapman and Hall, New York, 1988, pp. 287-302.

FUENTES, Noé y SATRÉ, Myrna. Evaluación de la Congruencia entre Economía y Gobierno en Torno al Desarrollo Regional de Baja California Sur, México. Revista Problemas del Desarrollo, 32(126):149-171, 2001.

GARCÍA, Ana Salome, AROCHE, Fidel y RAMOS, Carmen. Determinación de Coeficientes Importantes por Niveles Tecnológicos: Una aproximación desde el modelo de Miyazawa. En: I Jornadas de Análisis Input-Output, Universidad de Oviedo, España, 22-23 de Septiembre, 2005.

GHOSH, Ambica. A Note on Leontief Models with Non-Homogeneous Production Functions. En su: Planning programming and Input-output models: Selected papers on Indian planning. Monographs, University of Cambridge Department of Applied Economics at the University press, New York, 1968. p 45.

GHOSH, Santadas and ROY, Joyashree. Qualitative Input-Output Analysis of the Indian Economic Structure. Economic Systems Research, 10(3):263-272, 1998.

GIARRATANI, Frank. Application of an Interindustry Supply Model to Energy Issues. Enviroment and Planning A, 8:447-454, 1976.

GILLEN, William and GUCCIONE, Antonio. Cassetti`s New Method for the Identification of Patterns in Input-output Matrices: An alternative formulation. Economic Systems Research, 8(3):299-303, 1996.

GOLAN, Amos, JUDGE, George and ROBINSON, Sherman. Recovering Information from Incomplete or Partial Multisectoral Economic Data. The Review of Economics and Statistics, (76): 541-549, 1994.

GOOWIN, R.M. The Multiplier as Matrix. The Economic Journal, 59(236): 537-555, 1949.

GRAHAM, Treloar. Extracting Embodied Energy Paths from Input-Output Tables: towards an input-output-based hybrid energy analysis method. Economic Systems Research, 9(4):375-392, 1997.

GRUVER, Gene. On the Plausibility of the Supply-Driven Input-Output Model: A theoretical basis for input-coefficent change. Journal of Regional Science, 29:441-450, 1989.

GUCCIONE, Antonio. The Input-Output Measurement of Interindustry Linkage: A comment. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 48(4):373-377, 1986.

HAIR, Joseph, ANDERSON Rolph, TATHAM Ronald y William BLACK. Análisis Multivariante. Quinta edición, Madrid, Ed. Prentice Hall, 1999, 31-140 pp.

HATANACA, Michio. Note on Consolidation Within a Leontief System. Econometrica, 20(2):301-303, 1952.

HAZARI, Bharat. Empirical Identification of Key Sectors in the Indian Economy. The Review of Economics and Statistics, 52(3):301-305, 1970.

HEWINGS, Geoffrey. The Empirical Identification of Key Sector in a Economy: A regional perspective. The Developing Economies. 20(2): 173-195, 1982.

HEWINGS, Geoffrey, FONSECA, Manuel and SONIS, Michael. Key Sectors and Structural Change in the Brazilian Economy: A comparison of alternative approaches and their policy implications. Journal of Policy Modeling, 11(1):67-90, 1989.

HIRSCHMAN, Albert. The Strategy of Economic Development. New Haven, Connecticut, USA, Yale University Press, 1958.

HURWICZ, Leonid. Input-Output Analysis and Economic Structure. The American Economic Review, 45(4):626-636, 1955.

IGELMO, Ángel. Análisis de Datos Multivariantes [en línea]. 15 de abril de 2006 [fecha de consulta 15 de abril de 2005]. Disponible en: <http://dmi.uib.es/~dmiram0/anadadesbio/ADbio0304/apuntesadades.pdf>.

JALILI, Ali Reza. Comparison of Two Methods of Identifying Input-Ouput Coefficients for Exogenous Estimation. Economic Systems Research, 12(1):113-129, 2000.

JÍLEK, Jaroslov. The Selection of Most Important Input Coefficients. Economic Bulletin for Europe, 23(1):86-105, 1971.

JONES, Leroy. The Measurement of Hirschmanian Linkages. Quarterly Journal of Economics, 90(2): 323-333, 1976.

KLEIN, Lawrence. On The Interpretation of Professor Leontief`s. Review of Economic Studies, 20:131-136, 1953.

LAHR, Michael. A Review of the Literature Supporting the Hybrid Approach to Constructing Regional Input-Output Models. Economic Systems Research, 5(3):277-294, 1993.

LAUMAS, Prem. Key Sectors in Some Underdeveloped Countries: A Reply. Kyklos, 29(4):767-769, 1976a.

_____. The Weighting Problem in Testing the Linkage Hypothesis. Quaterly Journal of Economics, 90(2):308-312, 1976b.

_____. Key Sectors in Some Underdeveloped Countries. Kyklos, 28(1):62-79, 1975.

LAURITZEN, Finn Carsten. An Investigation of Danish Input-Output Tables 1966-1985. En: Ninth Intrernational Conference on Input-Outpu Techniques (9º, september, 1989, Keszthely, Hungry). Trabajos. 1989.

LEONTIEF, Wassily. Análisis Input-Output (1965). En su: Análisis Económico Input- Output. Segunda edición, España, Editorial Orbis, S. A., 1985. pp 226-227.

_____. The Structure of American Economy, 1919-1939. New York, Oxford University Press, 1951.

_____. Exports, Imports, Domestics Output and Employment. Quarterly Journal of Economics, 58(2):290-313, 1946.

_____. Output, Employment, Consumption and Investment. Quarterly Journal of Economics, 60(2):171-193, 1944.

_____. The Structure of American Economy, 1919-1929: An Empirical Application of Equilibrium Analysis. Harvard University Press, 1941.

_____. Quantitative Input and Output Relations in the Economic Systems of the United States. The Review of Economic Statistics, 18(3): 105-125, 1936.

LEUNG, Pingsun and Sam POOLEY. Regional Economic Impacts of Reductions in Fisheries Production: A supply-driven approach. Marine Resource Economics, 16(4), 251-262, 2001.

LINDEN, Jan van der and OOSTERHAVEN, Jan. European Community Intercountry Input-Output Relations: Construction method and main results for 1965-85. Economic Systems Research, 7(3):249-270, 1995.

LÓPEZ Navarro, Manuel. Análisis Cuantitativo de las Influencias Económicas en la Dinámica Demográfica Española. Tesis (Doctorado en Economía). España, Universidad Nacional de Educación a Distancia, Departamento de Economía Aplicada y Cuantitativa, 2002, 272 pp.

LÓPEZ, Ana María, y PULIDO, Antonio. Análisis de las Interrelaciones Sectoriales en España. Economía Industrial, 290: 167-178, 1993.

_____. Análisis de Interdependencia Productiva Sectorial. Instituto L. R. Klein, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónomas de Madrid, España, 1992.

LOS, Bart [en linea]. Identification of Strategic Industries: a dynamic perspective. En: European Regional Science Association Congress (41, 2001, Zagreb, ERSA número 01p112 [fecha consulta 28 de febrero de 2005]). Disponible en: <http://ideas.repec.org/s/wiw/wiwrsa3.html>.

OOSTERHAVEN, Jan. On The Plausibility Of The Supply-Driven Input-Output Model. Journal of Regional Science, 28(2):203-217, 1988.

OLSEN, Asger. Agregation in Input-Output Models: Prices and quantities. Economic Systems Research, 5(3): 253-256, 1993.

MARTÍNEZ, José y CASTILLO, Fernando. Problemas que Plantea la Agregación en una Tabla Input-Output. En su: Aspectos Metodológicos en la Elaboración de Tablas Input-Output. Monografías Técnicas, Instituto Vasco de Estadística, 1986, pp. 21-37.

MELLER, Patricio and MARFÁN, Manuel. Small and Large Industry: Employment generation, linkages and key sectors. Economic Development and Cultural Change, 29(2):263-274, 1981.

MILANA, Carlo. Direct and Indirect Requirements for Gross Output in Input-Output Analysis. Metroeconomica, 37(3):283-292, 1985.15:82-88, 1985.

MILLER, Ronald. Interregional Feedback Effects in Input-Output Models: Some preliminary results. Papers of the Regional Science Association, 17:105-125, 1966.

MILLER, Ronald and LAHR, Michael. A Taxonomy of Extractions. In: Regional Science Perspectives in Economic Analizys (Ed) M.L. Lahr and R.M. Miller (North-Holland), March 2001, pp. 407-441.

_____. A Taxonomy of Extractions. In: International input- output association, XIII International Conference on Input-Output Techniques, University of Macerata, Italy, August 21-25, 2000.

MORIMOTO, Yoshinori. A Note on Weighted Aggregation in Input-Output Analysis. International Economic Review, 12(1):138-143, 1971.

_____. On Aggregation Problems in Input-Output Analysis. The Review of Economic Studies, 37(1):119-126, 1970.

MORILLAS, Antonio. El Modelo de Leontief. En su: La Teoría de Grafos en el Análisis Input-Output: La estructura productiva andaluza. Editorial Universidad de Malaga, 1983.

MUÑOZ, Cándido. Las Tablas Input-Output del SEC-95. En su: Cuantas de la Nación. Segunda edición, España, Editorial Civitas, S. L., 2000. p 193.

NEUDECKER, H. Aggregation in Input-Output Analysis: An Extension of Fisher`s Method. Econometrica, 38(6):921-926, 1970.

OLSEN, Asger. Aggregation in Input-Output Models: Prieces and Quantities. Economic Systems Research, 5(3):253-276, 1993.

OSTBLOM; Goran. Change in Technical Structure of the Swedish Economy. En: Ninth Intrernational Conference on Input-Outpu Techniques (9º, september, 1989, Keszthely, Hungry). Trabajos. 1989.

OOSTERHAVEN, Jan. Leontief Versus Ghoshian Price and Quantity Models. Souther Economic Journal, 62(3): 750-759, 1996.

_____. On the Palusibility of the Supply-Driven Input-Output Model. Journal of Regional Science, 28(2): 203-217, 1988.

_____. Interregional Input-Output Analysis and Duch Regional Policy Problems. University of Groningen, The Netherlands, Aldershot-Hampshire, Gower Publishing, 1981.

PANGGABEAN, Martin. Regional Growth: Economically important sectors. Institute of Southeast Asian Studies, Singapore, ISEAS Working Paper, Visiting Researchers Series, 1: pp.1-24, 2004.

PAPADAS, Christos and DAHL, Dale. Supply Driven Input-Output Multipliers. Journal of Agricultural Economics, 50(2): 269-285, 1999.

PÉREZ, César. Reducción de la Dimensión con Variables Cuantitativas: Componentes principales y análisis factorial. En su: Métodos Estadísticos Avanzados con SPSS. España. Thomson TM, 2005, pp. 489-532.

PERROUX, Francis. Note Sur la Notion de Pôle de Croissance. Economie Appliquée, 7(1-2):307-320, 1955.

PULIDO, Antonio, y FONTELA, Emilio. Análisis Input-Output. Modelos Datos y Aplicaciones. España. Editorial Pirámide, 1993.

RAO, Vaman and Floyd HARMSTON. Identification of Key Sectors in a Region of a Developed Economy. Annals of Regional Science, 13(3): 78-90, 1979.

RAMOS, Carmen, FERNÁNDEZ, Esteban y ÁLVAREZ, Rubén. El Problema de la Agregación Sectorial en el Marco Input-Output. En: XXIX Reunión de Estudios Regionales, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria, Santander, 2003.

RASMUSSEN, Paul Noregaard. Studies in Inter-Sectoral Relations. Amterdam, North- Holland P. C. 1956.

RIEDEL, James. A Balanced-Growth Version of the Linkage Hypotesis: A comment. Quarterly Journal of Economics, 90(2):319-322, 1976.

ROBLES, Luís y SANJUÁN, Jesús. Análisis Comparativo de las Tablas Input-Output en el Tiempo. Estadística Española, 47(158):143-177, 2005a.

_____. Key Sectors: Big Coefficients and Important Coefficients in Spain. In: I Jornadas de Análisis Input-Output, Universidad de Oviedo, España, 22-23 de Septiembre, 2005b.

ROSE, Adam and ALLISON, Tim. On the Plausibility of the Supply-Driven Input-Output Model: Empirical evidence on join stability. Journal of Regional Science, 29:451-458, 1989.

ROSE, Adam and CHEN, Chia-Yon. The Absolute and Relative Join Stability of Input-Output Production and Allocation Coefficients. In: Advances in input-output analysis: Technology, planning and development. New York, Oxford University Press, 1991, pp. 25-38.

RUSSO, Giovanni. Input-Output Analysis and Aggregation Bias: An empirical assessment [en línea]: Dipartimento di Scienze Economiche e Statische, Università degli Studi di Trieste. 2001 [fecha consulta: 5 de enero de 2006]. Disponible en: <http://www.units.it/~nirdses/dises/Dises%20Home.htm>.

SADEI. Cuentas Regionales de Asturias 1985. Oviedo, España. Ed. Servicios de Publicaciones del Principado de Asturias. 1988. pp 19- 37, vol 2.

SÁNCHEZ-CHÓLIZ, Julio and DUARTE, Rosa. Production Chains Linkages Indicators. Economic Systems Research, 15(4):481-494, 2003.

SCHINTKE, Joachim. Fehlersimulationen Mit Input-Ouput-Tabellen des Statitischen Bundesamtes. Vierteljahrshefte zur Wirtschaftsforschung, 3:314-330, 1984.

SCHINTKE, Joachim and STÄGLIN Reiner. Important Input Coefficients in Market Transaction Tables and Production Flow Tables. In: CIASCHINI, M. (Ed), Input-Output Analysis, Chapman and Hall, Nueva York, pp. 43-60, 1988.

SCHNABL, Hermann. The Evolution of Production Structures, Analyzed by a Multi-Layer Procedure. Economic Systems Research, 6(19):51-69, 1994.

SCHULTZ, Siegfried. Approaches to Identifying Key Sectors Empirically by Means of Input-Output Analysis. Journal of Development Studies, 14(1):77-96, 1977.

SEBALD, Anthony. An Analysis of the Sensitivity of Large Scale Input-Output Models to Parametric Uncertainties. Center for Advanced Computation, document no. 122, University of Illinois al Urbana, 1974.

SEKULIC, Mijo. Applications for Input-Output Models to the Structural Analysis of the Yugoslav Economy. In: Fourth International Conference on Input-Output Techniques, Geneva, Italy, 1968.

SHERMAN, Jack and MORRISON, Winifred. Adjustment of and Inverse Matrix Correspondinding to a Change in One Element of a Given Matrix. The Annals of Mathematical Statistics, 21(1):124-127, 1950.

SIEBE, Thomas. Important Intermediate Transactions and Multi-sectoral Modelling. Economic Systems Research, 8(2):183-194, 1996.

SONIS, Michael and HEWINGS, Geoffrey. Hierarchies of Regional Sub-Structure and Their Multipliers Within Input-Output Systems: Miyazawa Revisited. Hitotsubashi Jounal of Economics, 34:33-44, 1993.

_____. Coefficient Change in Input-Output Models: Theory and Applications. Economic Systems Research, 4(2):143-159, 1992.

SONIS, Michael, GUILHOTO, Joaquim, HEWINGS, Geoffrey and MARTINS, Eduardo. Linkages, Key Sectors, and Structural Change: Some New Perspectives. The Developing Economics,33(3): 233-270, 1995.

SONIS, Michael, HEWINGS, Geoffrey and HADDAD, Eduardo. A Typology of Propagation of Changes on the Structure of a Multiregional Economic System: the case of the Europan Union, 1975-1985. The Annals of Regional Science, 30_391-408, 1996.

SONGLING, Xu and GOULD, Peter. The Grad Field of Input-Output Models and the Nature of Coefficients. Economic Systems Research, 3(4):367-379, 1991.

SOZA, Sergio. Análisis Estructural y su Comparación con los Métodos Clásicos de Análisis: Una aplicación empírica. En: Tarancón, M. A. y C. Ramos, Coordinadores. Estructura Input-Output y Dinámica Económica. Editorial ECU, España, 2004, pp 37- 54.

SOZA, Sergio y Carmen RAMOS. Replanteamiento del Análisis Estructural a Partir del Análisis Factorial. Una aplicación a economías europeas. Estudios de Economía Aplicada, 23(2): 263-284, 2005. Disponible desde Internet: < http://www.revista-eea.net >.

_____. Una Doble Perspectiva en el Análisis de la Estructura Económica Regional. Métodos clásicos y de extracción. En: Seminario Estadística y Desarrollo Local en un mundo globalizado. Universidad Austral de Chile, Valdivia, 2003.

STRASSERT, Günter. Zur Bestimmung Strategischer Sektoren Mit Hilfe von Input-Output Modellen. Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, vol. 182(3): 211-215, 1968.

SZYRMER, Janusz. Trade-Off Between Error and Information in the RAS Procedure. En: MILLER, POLENSKE y ROSE. Frontiers of input-output analysis. Oxford Univerity Press. 1989. pp 258- 278.

TARANCÓN, Miguel Ángel. Técnicas de Análisis Económico Input-Output. Alicante, Editorial Club Universitario, 2003, 269p.

TARANCÓN, Miguel Ángel y VÁZQUEZ, Antonio. Análisis de Sensibilidad y Programación Matemática. En: Tarancón, M. A. y C. Ramos, Coordinadores. Estructura Input-Output y Dinámica Económica. Editorial ECU, España, 2004, pp 51-80.

THEIL, Henrry. Economic and Information. Amterdam, Nord-Holland, 1967, 488p.

_____. Linear Aggregation in Input-Output Analysis. Econometrica, 25(1):111-122, 1957.

THEIL, Henri and URIBE, Pedro. The Information Approach to the Aggregation of Input-Output Tables. The Review of Economics and Statistics, 4984):451-462, 1967.

TILANUS, Christian Bernhard. Input-Output Experiments. Rotterdam University Press, 1966.

TILANUS, Christian Bernhard and THEIL, Henri. The Information approach to the evaluation of input-output forecast. Econometrica, 32 (4): 847-862, 1965.

URIEL, Ezequiel. Análisis de Datos. Series Temporales y Análisis Multivariante. Editorial AC. Madrid, 1995, 433 pp.

WAUGH, Frederick. Inversion of the Leontief Matriz by Power Series. Econometrica, 18(2):142-154, 1950.

WEST, Guy. Sensitivity and Key sector Analysis in Input-output Models. Australian Economic Papers, 21:365-378, 1982.

YAMADA, Isamu. Aggregation Problems. En su: Theory and application of interindustry analysis. Japan, Economic Research Series (4), The Institute of Economic Research, Hitotsubashi University, 1974 (1961), pp. 16-48.

YOTOPOULOS, Pan and NUGENT, Jeffrey. In Defense of a Test of the Linkage Hypothesis. Quarterly Journal of Economics, 90(2):334-344, 1976.

_____. A Balance-Growth Version of the Linkage Hypothesis: A test. Quarterly Journal of Economics, 87(2):157-171, 1973.