

# Modelado dinámico promediado de pequeña señal del convertidor *Single Active Bridge*

J. Sebastián<sup>1</sup>, A. Rodríguez<sup>1</sup>, D. G. Lamar<sup>1</sup>, M. M. Hernando<sup>1</sup>, A. A. Gómez<sup>1</sup>, I. Larrazabal<sup>2</sup>, D. Ortega<sup>2</sup>, F. Vázquez<sup>3</sup> y J. M. Bermejo<sup>2</sup>

- 1) Grupo de Sistemas Electrónicos de Alimentación. Universidad de Oviedo. 33204 Gijón. Email: [sebas@uniovi.es](mailto:sebas@uniovi.es).
- 2) Ingeteam Power Technology S.A. 48170 Zamudio. Vizcaya.
- 3) Ingeteam R&D Europe S.L. 48170 Zamudio. Vizcaya.

**Resumen**— En este artículo se aborda el modelado dinámico promediado de pequeña señal del convertidor denominado *Single Active Bridge* (SAB). Este convertidor posee dos modos de conducción, el denominado Modo Continuo de Conducción (MCC) y el denominado Modo Discontinuo de Conducción (MDC). Es sabido que su comportamiento estático en MDC es idéntico al de un Puente Completo con Control de Fase Desplazada (*Phase-Shifted Controlled Full Bridge converter*) si el valor de la bobina del SAB que se considera es el que tendría en el secundario del transformador. Esta conclusión se puede extrapolar al modelado dinámico promediado de pequeña señal, tal y como se ha hecho en este artículo, obteniéndose un modelo de primer orden. Por el contrario, al no partir de cero el valor de la corriente por la bobina al comienzo del ciclo de conmutación en MCC, las perturbaciones de carga eléctrica inyectada a la salida cuando se perturba el ciclo de trabajo no se actualizan en un ciclo de conmutación, circunstancia que abriría la posibilidad de que el modelo fuera de un orden superior al primero. Sin embargo, un estudio exhaustivo de la evolución de las citadas perturbaciones de carga eléctrica muestra que dichas perturbaciones convergen rápidamente (en unos pocos ciclos de conmutación) hacia su valor final, pudiéndose despreciar el citado retraso. Como consecuencia de ello, el resultado final es que el comportamiento dinámico en MCC también se describe adecuadamente con un modelo de primer orden, pero cuyos parámetros difieren del de MDC, no existiendo continuidad entre ambos modelos. La validez del modelo se ha verificado comparando los valores de los parámetros de los modelos obtenidos teóricamente y medidos en la evolución simulada en PSIM del convertidor.

**Palabras clave**— Modelado dinámico promediado, Modelado dinámico de pequeña señal, Convertidores CC/CC en puente, Convertidor *Single Active Bridge*.

## I. INTRODUCCIÓN

Uno de los convertidores CC/CC que ha suscitado mayor interés en los últimos años es el convertidor denominado Doble Puente Activo, más conocido por su denominación en inglés como *Dual Active Bridge* (DAB) [1]-[4]. Es un convertidor que resulta especialmente atractivo en aplicaciones en las que la energía tiene que fluir bidireccionalmente entre los puertos de entrada y salida. Sin embargo, en aplicaciones en las que uno de los puertos va a actuar siempre como entrada y el otro como salida, cabe la posibilidad de sustituir todo el puente activo de salida por un puente de diodos, simplificando el convertidor y obteniendo así el convertidor denominado en inglés *Single Active Bridge* (SAB), denominación que se puede traducir como convertidor de Simple Puente Activo. El esquema general del convertidor SAB se muestra en la Fig. 1 y un estudio detallado del mismo se puede encontrar en [6].

El modelado dinámico promediado de pequeña señal del

DAB puede encontrarse en varias publicaciones [3]-[4]. Sin embargo, la obtención de un modelo de las mismas características del SAB no se había abordado hasta ahora, siendo precisamente éste el objetivo de este artículo.

Como se puede ver en [6], el SAB es un convertidor con dos modos de conducción, definidos en función de la forma de onda de la corriente circulante por su bobina. Si dicha forma de onda no permanece en cero (sólo cruza por cero), el modo de conducción se define como Modo Continuo de Conducción (MCC) y puede verse en la Fig. 2a. Por el contrario, si la corriente por la bobina permanece en cero durante un par de intervalos del periodo de conmutación (véase la Fig. 2b), el modo de conducción se define como Modo Discontinuo de Conducción (MDC). La corriente  $i_D$  que se inyecta en la red  $R_L C$  de salida es una versión, rectificadora y cambiada de escala por el transformador, de esta corriente, tal y como se ha representado en la Fig. 3 para ambos modos de conducción. De la inspección de esta figura se deduce que la corriente  $i_D$  difiere en una característica importante que cambia en función del modo de conducción: mientras que en MCC la corriente no comienza en cero al comenzar el periodo de conmutación, sí que comienza en cero al comenzar dicho periodo cuando se trabaja en MDC. En otras palabras: la carga eléctrica transferida a la red  $R_L C$  de salida en MDC no va a depender de lo ocurrido en un ciclo de conmutación anterior, ya que el ciclo de conmutación

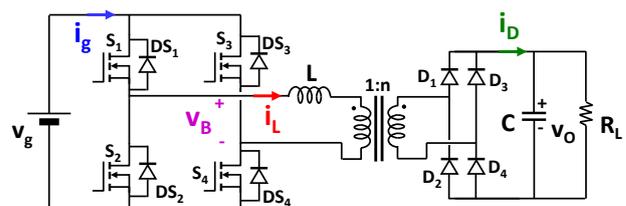


Fig. 1: Convertidor *Single Active Bridge* (SAB)

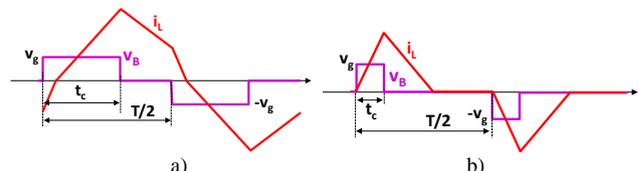


Fig. 2: a) Corriente por bobina en MCC. b) Corriente por bobina en MDC

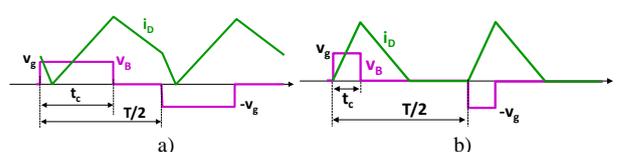


Fig. 3: Corriente inyectada a la red  $R_L C$  de salida: a) MCC. b) MDC

anterior siempre acaba de la misma forma, que es con corriente cero. Esto implica una actualización ciclo a ciclo de la carga eléctrica transferida y, por tanto, el modelo dinámico promediado de pequeña señal del convertidor va a ser esencialmente de primer orden, tal y como ocurre en los convertidores clásicos cuando trabajan en MDC. Sin embargo, la situación es claramente distinta en MCC, ya que la corriente al comienzo del periodo de conmutación no es siempre la misma y, en contraste con el MDC, depende del valor que esta corriente tenía al final del ciclo anterior. Por esta razón, sería esperable un modelo dinámico promediado de pequeña señal distinto, incluso de segundo orden. Como se va a demostrar en este artículo, el modelo sí que es distinto, pero no es esencialmente de segundo orden, sino que es fácilmente aproximable a otro, también de primer orden.

El método para la obtención del modelo dinámico promediado de pequeña señal será el llamado "Método del Circuito Equivalente de la Corriente Inyectada", en inglés *Current Injected Equivalent Circuit Approach*, CIECA, descrito en [7] y [8]. Puesto que el modelo en MDC es más sencillo de obtener, en este artículo se comenzará por su obtención, dejando la obtención del modelo en MCC a una sección posterior.

## II. MODELO DINÁMICO PROMEDIADO DE PEQUEÑA SEÑAL EN MDC

La Fig. 4 muestra la idea básica del modelado siguiendo el CIECA. En el convertidor se identifican tres partes:

- La fuente de tensión de entrada.
- El conjunto de los interruptores, elementos magnéticos y posibles condensadores intermedios (en este caso no existen).
- La red  $R_L C$  de salida.

El método consiste esencialmente en sustituir el comportamiento del convertidor por el de un cuadripolo compuesto por dos fuentes de corriente "no lineales", una en el puerto de entrada del cuadripolo y la otra en el de salida. Estas fuentes de corriente deben comportarse de igual manera que el "valor medio" de las corrientes a las que sustituyen, entendiendo por "valor medio" el promedio de esas corrientes en un ciclo de conmutación. El valor de la fuente de corriente que promedia la corriente de entrada al convertidor se

denomina  $i_{g\_avg}$ , mientras el que promedia la corriente conducida por las parejas de diodos del puente rectificador de salida se denomina  $i_{D\_avg}$ . El modelo así obtenido posee el retraso propio del efecto de muestreo que supone el promediado descrito. Este retraso, que sólo modificará el modelo cuando se quieran observar fenómenos de frecuencias próximas a las de conmutación, se va a ignorar en el modelado realizado, tal y como ocurre en la mayoría de los modelos promediados propuestos [7]-[9].

Teniendo en cuenta cómo es la forma de onda de la corriente  $i_D$ , en [6] se obtuvo la siguiente ecuación:

$$i_{D\_avg} = \frac{1}{LT} \cdot \frac{v_g}{v_o} \left[ v_g - \frac{v_o}{n} \right] t_c^2, \quad (1)$$

donde  $T$  es el periodo de conmutación y  $t_c$  es el intervalo de conducción simultánea de los transistores S1 y S4 o S2 y S3 (es decir, de aplicación de tensión  $+v_g$  o  $-v_g$  al conjunto bobina transformador). Si aplicamos un balance de potencia en un periodo de conmutación y tenemos en cuenta que la energía neta almacenada en la bobina al comienzo y al final de un periodo es nula, obtenemos:

$$i_{g\_avg} = \frac{v_o}{v_g} i_{D\_avg} = \frac{1}{LT} \left[ v_g - \frac{v_o}{n} \right] t_c^2. \quad (2)$$

Como el convertidor se va a controlar a frecuencia constante y mediante variación del ciclo de trabajo  $d$ , resulta más útil expresar los valores anteriores en función de  $d$ :

$$i_{D\_avg} = \frac{T}{L} \cdot \frac{v_g}{v_o} \left[ v_g - \frac{v_o}{n} \right] d^2, \quad (3)$$

$$i_{g\_avg} = \frac{T}{L} \left[ v_g - \frac{v_o}{n} \right] d^2, \quad (4)$$

donde el ciclo de trabajo se calcula como  $d = t_c/T$ . Como muestran las ecuaciones (3) y (4), los valores de las fuentes de corriente se relacionan con las variables eléctricas de interés para el modelado (es decir,  $d$ ,  $v_g$  y  $v_o$ ) a través de multiplicaciones y divisiones, lo que implica que no se trata de dependencias lineales. Este modelo será un modelo promediado no lineal, válido para estudios de pequeña y gran señal.

Sin embargo, para poder utilizar la teoría clásica de control en el diseño del lazo de realimentación, hay que obtener funciones de transferencia entre los valores de las fuentes de corriente y las variables  $d$ ,  $v_g$  y  $v_o$ . Para ello, hay que proceder a la linealización de estas fuentes alrededor de un punto de trabajo, que denominaremos utilizando letras mayúsculas (es decir,  $D$ ,  $V_g$  y  $V_o$ ). Por supuesto, el proceso de linealización restringe la validez del modelo al caso de pequeña señal.

El proceso habitual de linealización de las fuentes de corriente convierte el cuadripolo de la Fig. 4 en el mostrado en la Fig. 5. En esta figura, las magnitudes con acento circunflejo corresponden a las perturbaciones de esas magnitudes, siguiendo la notación propuesta en [9]. El valor de los parámetros de las nuevas fuentes de corriente y de las resistencias aparecen en la Tabla I, expresados o bien en función de los valores de  $T$ ,  $V_g$ ,  $V_o$ ,  $L$ ,  $n$  y  $D$  (opción 1), o de  $f$ ,  $V_o$ ,  $I_o$ ,  $L$ ,  $n$  y  $N$  (opción 2, más práctica para el diseño), siendo  $f$  la frecuencia de conmutación,  $I_o$  el valor de la corriente de salida en régimen permanente y estando  $N$  definida como:

$$N = \frac{V_o}{nV_G}. \quad (5)$$

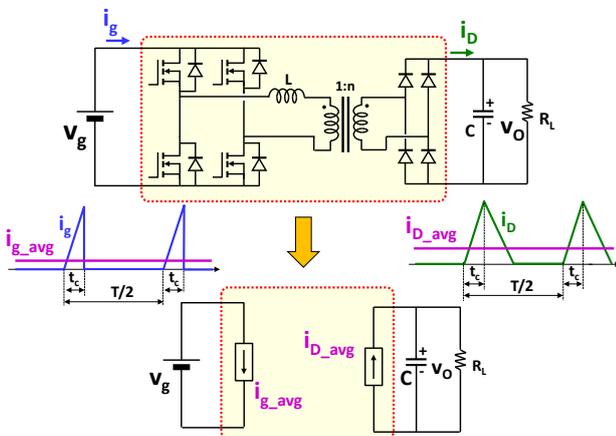


Fig. 4: Proceso de obtención del modelo promediado.

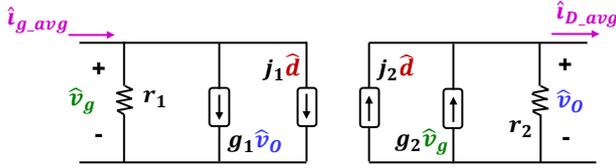


Fig. 5: Circuito canónico de pequeña señal.

Conectando la red  $R_L C$  a la salida del circuito canónico de la Fig. 5, se pueden obtener muy fácilmente las siguientes funciones de transferencia en Transformada de Laplace:

$$G_{od} = \left. \frac{\hat{v}_o}{\hat{d}} \right|_{\hat{v}_g=0} = \frac{j_2 R_{eq}}{1 + R_{eq} C s}, \quad (6)$$

$$G_{og} = \left. \frac{\hat{v}_o}{\hat{v}_g} \right|_{\hat{d}=0} = \frac{g_2 R_{eq}}{1 + R_{eq} C s}, \quad (7)$$

donde  $R_{eq}$  vale:

$$R_{eq} = \frac{R_L r_2}{R_L + r_2} = \frac{V_o(1-N)}{I_o(2-N)}. \quad (8)$$

Los valores de los numeradores de (6) y (7) acaban valiendo:

$$j_2 R_{eq} = \frac{2}{nN(2-N)} \sqrt{\frac{V_o(1-N)^3}{I_o L f}}, \quad (9)$$

$$g_2 R_{eq} = nN. \quad (10)$$

Como se esperaba, las funciones de transferencia  $G_{od}$  y  $G_{og}$  son funciones de primer orden con un polo en el semiplano negativo. Un análisis comparativo con las obtenidas en un convertidor en Puente Completo trabajando en MDC conduciría a que son idénticas a las obtenidas en este caso, con la única salvedad de que la bobina  $L$  debería trasladarse al secundario del transformador, con lo que su valor pasaría a ser  $n^2 L$ . Esto es plenamente coincidente con lo que ocurre con el comportamiento en régimen permanente del SAB y del Puente Completo, que también coinciden si se realiza la citada conversión en el valor de la bobina.

### III. MODELO DINÁMICO PROMEDIADO DE PEQUEÑA SEÑAL EN MCC

Como se ha comentado anteriormente, en el MCC la carga eléctrica transferida desde el puente de diodos a la red  $R_L C$  de salida en un periodo de conmutación no es independiente de lo ocurrido en el intervalo anterior. Esto se debe a que la corriente  $i_D$  de la Fig. 3 no comienza en cero y, por tanto, el

TABLA I: VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL CIRCUITO CANÓNICO PROMEDIADO DE PEQUEÑA SEÑAL EN MDC

Parámetro	$j_1$	$g_1$	$r_1$
Opción 1	$\frac{2TD}{L} \left[ V_G - \frac{V_o}{n} \right]$	$-\frac{TD^2}{nL}$	$\frac{L}{TD^2}$
Opción 2	$2\sqrt{I_o} \sqrt{\frac{V_o(1-N)}{Lf}}$	$-I_o \frac{nN^2}{V_o(1-N)}$	$\frac{V_o(1-N)}{n^2 N^2 I_o}$

Parámetro	$j_2$	$g_2$	$r_2$
Opción 1	$\frac{2TV_g D}{LV_o} \left[ V_G - \frac{V_o}{n} \right]$	$\frac{TD^2}{L} \left[ \frac{2V_G}{V_o} - \frac{1}{n} \right]$	$\frac{LV_o^2}{TD^2 V_g^2}$
Opción 2	$\frac{2\sqrt{I_o}}{nN} \sqrt{\frac{V_o(1-N)}{Lf}}$	$I_o \frac{nN(2-N)}{V_o(1-N)}$	$\frac{V_o(1-N)}{I_o}$

área que esa curva limita (que es la carga transferida) va a depender del valor inicial de esa corriente. Está claro, por tanto, que un cambio en el ciclo de trabajo en un determinado ciclo de conmutación no determina unívocamente el valor final que adquiere la carga transferida en el siguiente ciclo de conmutación. Por el contrario, es lógico pensar que habrá que esperar a un número aún desconocido de ciclos de conmutación para que la carga transferida adquiera su valor de régimen permanente. El estudio de ese número de ciclos es el siguiente paso hacia el modelado en MCC.

#### A. Estudio de la perturbación de carga eléctrica transferida cuando se perturba el ciclo de trabajo

De entre las tres variables eléctricas que pueden sufrir variaciones, es el ciclo de trabajo  $d$  la única que puede sufrir variaciones apreciables en un ciclo de conmutación. Las tensiones  $v_g$  y  $v_o$  no lo pueden hacer, ya que son tensiones sobre condensadores diseñados para tener bajo rizado (en el caso de  $v_g$ , en las figuras se ha omitido el dibujo de los condensadores de "bus" que siempre existen en paralelo con la tensión  $v_g$ ). Por tanto, cuando se produce una variación de  $d$ , las pendientes de las formas de onda de la Fig. 2a y de la Fig. 3a no cambian, pero sí cambian las duraciones de algunos de los intervalos. En la Fig. 6 se ha representado la evolución de la corriente por la bobina durante 2 ciclos de conmutación en tres situaciones posibles:

- Cuando se produce una perturbación en el ciclo de trabajo en el primer semiciclo de conmutación (en rojo, trazo continuo)

- Suponiendo que fuera posible estar en las condiciones de régimen permanente desde el comienzo del primer semiciclo de conmutación (en verde, trazo punteado). Esta evolución es en realidad imposible, ya que implicaría un cambio brusco de la corriente por la bobina al comienzo del primer semiciclo de conmutación.

- Cuando no se ha producido ningún cambio en el valor del ciclo de trabajo (en azul, trazo discontinuo). Esta forma de onda se usa como referencia.

De la observación de la Fig. 6 se deduce que, en el caso particular estudiado, la forma de onda de la corriente final (en rojo) coincide casi completamente con la calificada "de imposible" en tan solo un ciclo de conmutación. Esto implica una adaptación al régimen permanente de carga eléctrica transferida de tan solo un ciclo de conmutación, al menos en el caso estudiado. Obviamente, resulta muy importante realizar un estudio que permita averiguar si esta conclusión es extrapolable a otros casos.

Para realizar este estudio, vamos a referirnos a la Fig. 7, en la que se muestra la evolución de  $i_D$  cuando se incrementa  $d$ . Como se aprecia en ella, las perturbaciones en el valor de  $d$  determinan directamente perturbaciones en  $t_c$  e indirectamente

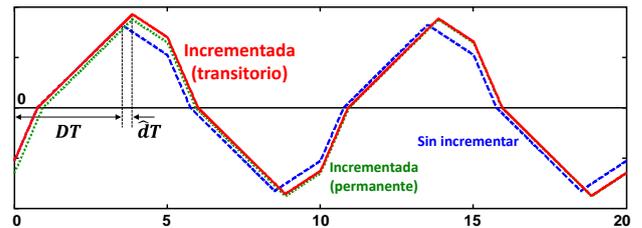


Fig. 6: Efecto de una perturbación del ciclo de trabajo en la corriente  $i_L$ .

en los valores máximos de  $i_D$  (denominados  $i_{D1}$ ), en los valores en los que cambia la pendiente de bajada de  $i_D$  (denominados  $i_{D2}$ ) y en los instantes en los que  $i_D$  llega a cero, denominados como  $t_2$ . El cálculo del valor de las perturbaciones de  $t_2$  en el primer semiciclo de conmutación da como resultado:

$$\widehat{t_{2,1}} = \frac{1}{1+N} \widehat{t_c}. \quad (11)$$

La repetición sistemática de los cálculos en semiciclos sucesivos conduce a:

$$\widehat{t_{2,2}} = \frac{2N}{(1+N)^2} \widehat{t_c}, \quad (12)$$

$$\widehat{t_{2,3}} = \frac{1+3N^2}{(1+N)^3} \widehat{t_c}, \quad (13)$$

$$\widehat{t_{2,4}} = \frac{4N+4N^3}{(1+N)^4} \widehat{t_c}. \quad (14)$$

La generalización de las ecuaciones anteriores resulta ser:

$$\widehat{t_{2,m}} = \frac{1}{2} \frac{(1+N)^m - (N-1)^m}{(1+N)^m} \widehat{t_c}, \quad (15)$$

donde  $m$  es el número de semiciclo en el que se valora la perturbación de  $t_2$ . De igual forma, se pueden ir calculando las perturbaciones de  $i_{D1}$  e  $i_{D2}$ . Los resultados que se van obteniendo para  $i_{D1}$  son los siguientes:

$$\widehat{i_{D1,1}} = \frac{V_g(1-N)}{nL} \widehat{t_c}, \quad (16)$$

$$\widehat{i_{D1,2}} = \frac{V_g(1-N)}{nL} \cdot \frac{N}{(1+N)} \widehat{t_c}, \quad (17)$$

$$\widehat{i_{D1,3}} = \frac{V_g(1-N)}{nL} \cdot \frac{1+N^2}{(1+N)^2} \widehat{t_c}. \quad (18)$$

La generalización de las ecuaciones anteriores da:

$$\widehat{i_{D1,m}} = \frac{V_g(1-N)}{2nL} \cdot \frac{(1+N)^{m-1} + (N-1)^{m-1}}{(1+N)^{m-1}} \widehat{t_c}. \quad (19)$$

En cuanto a las perturbaciones de  $i_{D2}$ , se cumple:

$$\widehat{i_{D2,m}} = \frac{V_g(1+N)}{nL} \cdot \widehat{t_{2,m}}. \quad (20)$$

Una vez conocida la evolución de las perturbaciones de  $t_2$ ,  $i_{D1}$  e  $i_{D2}$  en función de las perturbaciones de  $t_c$ , es posible determinar la evolución de la perturbación que se producen en la carga eléctrica inyectada a la red  $R_L C$  de salida en un semiciclo de conmutación  $m$ . Teniendo en cuenta que  $t_c = d \cdot T$  y tras realizar las pertinentes construcciones geométricas, estas perturbaciones de carga eléctrica se pueden expresar desde la siguiente ecuación:

$$\widehat{q_{D,m}} = \frac{V_g T^2}{4nL} \left[ 1 - 2D - \frac{(N-1)^m}{(1+N)^{m-1}} \right] \widehat{d}. \quad (21)$$

La ecuación (21) evalúa la perturbación de carga eléctrica en el semiciclo  $m$ . El límite de esta perturbación cuando  $m$  tiende a infinito es:

$$\widehat{q_{D,\infty}} = \lim_{m \rightarrow \infty} \widehat{q_{D,m}} = \frac{V_g T^2}{4nL} [1 - 2D] \widehat{d}. \quad (22)$$

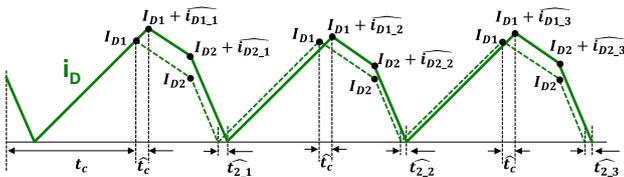


Fig. 7: Efecto de una perturbación del ciclo de trabajo en la corriente  $i_D$ . La forma de onda en trazo discontinuo corresponde a la situación que existiría si no se hubiera producido la perturbación.

El límite mostrado por la ecuación (22) nos fija cómo va a ser la perturbación de carga "a largo plazo". Por otra parte, el promedio de los valores de estas perturbaciones durante  $h$  semiciclos, valdrá:

$$\widehat{q_{D,m,h}} = \frac{1}{h} \left( \sum_{m=1}^{m=h} \widehat{q_{D,m}} \right) = \frac{V_g T^2}{4nL} [1 - 2D - Err(N, h)] \widehat{d} \quad (23)$$

donde:

$$Err(N, h) = \frac{1}{h} \sum_{m=1}^{m=h} \frac{(N-1)^m}{(1+N)^{m-1}}, \quad (24)$$

La comparación de (22) y (23) conduce a la conclusión de que  $Err(N, h)$  determina el grado de aproximación de la carga eléctrica media inyectada en  $h$  semiperiodos a la inyectada en un semiciclo en régimen permanente. Los valores de  $Err(N, h)$  para distintos valores de  $N$  y  $h$  se muestran en la Tabla II. Para los valores habituales de  $D$ , los valores de  $Err(N, h)$  son despreciables frente al término  $1-2D$  en cuanto han transcurrido unos pocos ciclos de conmutación. Por ejemplo, si  $D = 0,35$ , entonces  $1-2D = 0,3$  y los valores de  $N$  compatibles con MCC son los que cumplen  $N < 2D = 0,7$  [6]. En la Tabla II se aprecia que los valores de  $Err(N, h)$  son notablemente menores que 0,3 incluso en tan solo 2 ciclos de conmutación y sus valores van decreciendo según aumenta el número de ciclos de conmutación promediados. La conclusión es, por tanto, que pese a que en MCC las variaciones de ciclo de trabajo no determinan un cambio simultáneo de la carga eléctrica transferida a la red  $R_L C$  de salida, el retraso entre ambas variaciones es muy pequeño, ya que la situación es prácticamente la final en tan sólo unos pocos ciclos de conmutación. Esta es una conclusión importantísima, ya que permite utilizar en MCC el mismo tipo de modelo que en MDC.

En la Fig. 8a se muestra, en trazo verde, el proceso de cambio que experimenta la forma de onda de la corriente  $i_D$  inyectada en la red  $R_L C$  de salida cuando se produce un cambio brusco en el ciclo de trabajo  $d$  y, en trazo morado, el valor de esta misma corriente promediada en un semiciclo de conmutación (que también representa la carga eléctrica transferida por semiciclo de conmutación). En contraste con la Fig. 8a, en la Fig. 8b se muestra la evolución de las mismas variables eléctricas que está suponiendo el modelo propuesto, que asume que las condiciones de régimen permanente se adquieren nada más producirse el cambio del ciclo de trabajo. Como se puede apreciar, ambas evoluciones coinciden en cuanto transcurren unos pocos semiciclos de conmutación.

### B. Obtención del modelo canónico en MCC

Todo el proceso de obtención del modelo dinámico promediado de pequeña señal seguido en el caso del MDC,

TABLA II: VALORES DEL PARÁMETRO  $Err(N, h)$

	h=4 (2 ciclos)	h=6 (3 ciclos)	h=8 (4 ciclos)
N=0,1	0,057	0,05	0,044
N=0,2	0,076	0,06	0,048
N=0,4	0,071	0,05	0,037
N=0,6	0,05	0,033	0,025
N=0,8	0,025	0,017	0,012

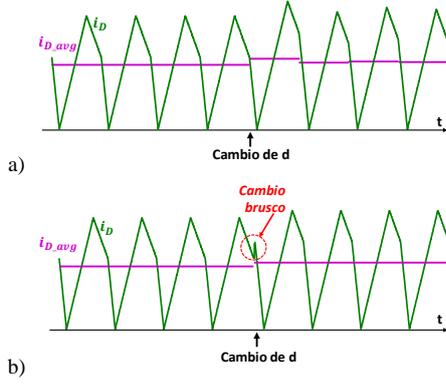


Fig. 8: a) Evolución real de  $i_D$  en MCC ante un cambio en  $d$ . b) Evolución asumida por el modelo usado, resaltando el cambio brusco en la corriente que el modelo asume, pese a ser imposible.

puede extrapolarse ahora al MCC. Las ecuaciones (3) y (4) ahora se convierten en:

$$i_{D\_avg} = \frac{T}{2Ln} \left[ v_g d - v_g d^2 - \frac{v_0^2}{4n^2 v_g} \right], \quad (25)$$

$$i_{g\_avg} = \frac{T}{2Ln} \left[ v_0 d - v_0 d^2 - \frac{v_0^3}{4n^2 v_g^2} \right]. \quad (26)$$

El proceso de linealización conduce al mismo circuito canónico mostrado en la Fig. 5, pero ahora siendo sus parámetros los de la Tabla III. Las funciones de transferencia en este caso también pueden expresarse por (6) y (7), aunque los valores de  $j_2$ ,  $g_2$  y  $r_2$  son ahora distintos (Tabla III). Al cambiar  $r_2$ , también cambia  $R_{eq}$ , aunque sigue siendo el equivalente en paralelo de  $R_L$  y  $r_2$ . El valor del producto  $j_2 R_{eq}$  no coincide ahora con (9), pero en cambio el del producto  $g_2 R_{eq}$  sí que coincide con (10). La Tabla IV muestra una comparación exhaustiva de los valores de todos los parámetros del modelo canónico en la frontera entre modos, pero o bien en MCC o bien en MDC. En otras palabras, el valor de los parámetros depende del modo desde el que se llega a la frontera. Es decir, los parámetros del modelo canónico y, por tanto, las funciones de transferencia del convertidor, cambian bruscamente al cambiar de modo de conducción. En ambos modos son funciones de primer orden, pero con parámetros distintos.

#### IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

La verificación del modelado teórico se ha realizado mediante simulación con PSIM sobre un convertidor con las mismas características que una de las opciones de diseño

TABLA III: VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL CIRCUITO CANÓNICO PROMEDIADO DE PEQUEÑA SEÑAL EN MCC

Parámetro	$j_1$	$g_1$	$r_1$
Opción 1	$\frac{TV_0}{2Ln} [1 - 2D]$	$\frac{T}{2nL} \left[ D(1-D) - \frac{3}{4n^2} \left( \frac{V_0}{V_g} \right)^2 \right]$	$\frac{4n^3 L}{T} \left( \frac{V_g}{V_0} \right)^3$
Opción 2	$\frac{V_0}{2Lf n} \sqrt{1 - N^2 - \frac{8NLn^2 f I_0}{V_0}}$	$I_0 \frac{nN}{V_0} - \frac{N^2}{4Lf n}$	$\frac{4Lf}{N^3}$

Parámetro	$j_2$	$g_2$	$r_2$
Opción 1	$\frac{TV_g}{2nL} [1 - 2D]$	$\frac{T}{2nL} \left[ D(1-D) + \frac{1}{4n^2} \left( \frac{V_0}{V_g} \right)^2 \right]$	$\frac{4n^3 L}{T} \left( \frac{V_g}{V_0} \right)$
Opción 2	$\frac{V_0}{2Lf n^2 N} \sqrt{1 - N^2 - \frac{8NLn^2 f I_0}{V_0}}$	$I_0 \frac{nN}{V_0} + \frac{N^2}{4Lf n}$	$\frac{4Lf n^2}{N}$

TABLA IV: VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL CIRCUITO CANÓNICO A AMBOS LADOS DE LA FRONTERA ENTRE MODOS

Parámetros	$j_1$	$g_1$	$r_1$	$j_2$	$g_2$	$r_2$
Frontera, pero MDC	$\frac{TV_0}{nL} (1 - N)$	$-\frac{TN^2}{4nL}$	$\frac{4L}{TN^2}$	$\frac{TV_0}{n^2 NL} (1 - N)$	$\frac{TN}{4nL} (2 - N)$	$\frac{4n^2 L}{T}$
Frontera, pero MCC	$\frac{TV_0}{2nL} (1 - N)$	$\frac{TN}{4nL} (1 - 2N)$	$\frac{4L}{TN^3}$	$\frac{TV_0}{2n^2 NL} (1 - N)$	$\frac{TN}{4nL}$	$\frac{4n^2 L}{TN}$

presentadas en [6], en particular en la que  $f = 100$  kHz,  $n = 0,55$  y  $L = 78,96$   $\mu$ H. En las simulaciones efectuadas se ha considerado que todos los semiconductores eran interruptores ideales, que la inductancia magnetizante del transformador era 789,6 mH y que no había inductancias de dispersión (de hecho,  $L$  podría ser considerada la inductancia de dispersión del transformador). Con el circuito usado para las simulaciones se han comprobado exhaustivamente los valores de los parámetros del modelo canónico en dos puntos de trabajo, uno en MCC y otro en el MDC, pero en ambos casos en las proximidades del cambio de modo, ya que una de las características más destacadas del modelo obtenido es precisamente el cambio de los parámetros del modelo pese a conservarse el orden. El punto de trabajo elegido es  $V_g = 400$  V y  $V_0 = 44$  V, por lo que aplicando (5) se obtiene  $N = 0,2$ . Tal y como se obtuvo en [6], en la frontera entre modos,  $N = 2D_{crit}$ , por lo que el valor de  $D_{crit} = 0,1$ . Por esta razón, los ciclos de trabajo  $D$  elegidos para la verificación de los modelos propuestos serán ligeramente menores de 0,1 para la verificación del modelo de MDC y ligeramente mayores de 0,1 para la verificación del modelo de MCC. Así, se han considerado los siguientes valores:

$$D_{MDC\_1} = 0,09; D_{MDC\_2} = 0,1; D_{MCC\_1} = 0,105; D_{MCC\_2} = 0,115.$$

Las versiones obtenidas por simulación de los parámetros del modelo canónico se van a renombrar añadiendo el sufijo "sim" a su denominación. Los cálculos se van a realizar sobre un circuito como el de la Fig. 1, pero en el que se ha sustituido la red  $R_L C$  de salida por una fuente de tensión. Para el cálculo de  $j_{1\_sim}$  y de  $j_{2\_sim}$ , tanto la fuente de tensión de entrada como la de salida se mantienen constantes en los valores citados anteriormente. A modo de ejemplo, a continuación se muestra la manera de calcular  $j_{2\_sim}$  en MDC:

$$j_{2\_sim} = \frac{i_{D\_avg\_sim}(D_{MDC\_2}) - i_{D\_avg\_sim}(D_{MDC\_1})}{D_{MDC\_2} - D_{MDC\_1}}, \quad (27)$$

y en MCC sería:

$$j_{2\_sim} = \frac{i_{D\_avg\_sim}(D_{MCC\_2}) - i_{D\_avg\_sim}(D_{MCC\_1})}{D_{MCC\_2} - D_{MCC\_1}}. \quad (28)$$

De forma análoga se calcula  $j_{1\_sim}$  en ambos modos de conducción, usando el valor medio medido en la simulación de  $i_g$  en vez del de  $i_D$ . El cálculo de  $g_{2\_sim}$  y de  $r_{1\_sim}$  se realiza manteniendo constantes los valores del ciclo de trabajo y la tensión de salida y modificando la tensión de entrada de la siguiente forma:

$$V_{g\_1} = 390 \text{ V}; V_{g\_2} = 400 \text{ V}.$$

Como ejemplo, se describe la forma de calcular  $r_{1\_sim}$  en MDC:

$$r_{1\_sim} = \frac{V_{g\_2} - V_{g\_1}}{i_{g\_avg\_sim}(V_{g\_2}) - i_{g\_avg\_sim}(V_{g\_1})}, \quad (29)$$

siendo el ciclo de trabajo  $D_{MDC\_2}$ . En el cálculo de  $r_{1\_sim}$  en MCC el ciclo de trabajo se ha elegido  $D = 0,11$ . El cálculo de  $g_{2\_sim}$  se realiza de forma análoga, usando el valor medio

TABLA V: COMPARACIÓN DE LOS VALORES TEÓRICOS Y SIMULADOS DE LOS DE LOS PARÁMETROS DEL CIRCUITO CANÓNICO

Parámetros en MCC	$j_1$ [A]	$g_1$ [ $\Omega^{-1}$ ]	$r_1$ [ $\Omega$ ]	$j_2$ [A]	$g_2$ [ $\Omega^{-1}$ ]	$r_2$ [ $\Omega$ ]
Teórico	4,05	0,0069	3952,57	36,84	0,0115	47,77
Simulado	4,15	0,0076	5000	37	0,012	50

Parámetros en MDC	$j_1$ [A]	$g_1$ [ $\Omega^{-1}$ ]	$r_1$ [ $\Omega$ ]	$j_2$ [A]	$g_2$ [ $\Omega^{-1}$ ]	$r_2$ [ $\Omega$ ]
Teórico	8,11	-0,0023	789,9	73,69	0,0207	9,55
Simulado	7,4	-0,0021	909,1	66	0,018	10,52

medido en la simulación de  $i_D$  en vez del de  $i_g$ . También de forma análoga es fácil deducir cómo se van a calcular  $g_{1\_sim}$  y de  $r_{2\_sim}$ , en este caso manteniendo constantes en los valores del ciclo de trabajo y la tensión de entrada y modificando la tensión de salida de la siguiente forma:

$$V_{O_1} = 44 \text{ V}; V_{O_2} = 46 \text{ V}.$$

Como ejemplo, la forma de calcular  $r_{2\_sim}$  será:

$$r_{2\_sim} = \frac{V_{O_2} - V_{O_1}}{i_{D\_avg\_sim}(V_{O_2}) - i_{D\_avg\_sim}(V_{O_1})}, \quad (30)$$

usando los ciclos de trabajo  $D_{MDC_2}$  y 0,11 para MDC y MCC, respectivamente. Los resultados obtenidos por simulaciones en las condiciones descritas para cada uno de los parámetros y los valores teóricos previstos por el modelo se comparan en la Tabla V. Como esta tabla muestra, existe muy buena concordancia entre ambos tipos de resultados.

Como la clave del modelado llevado a cabo en MCC es que la carga transferida a la red  $R_L C$  de salida después de una perturbación del ciclo de trabajo alcanza su valor final nada más transcurrir unos pocos ciclos de conmutación, y esta transferencia depende del valor de las perturbaciones que va tomando  $t_2$  (Fig. 7), se ha estudiado la evolución de estas perturbaciones en el estudio realizado y en la simulación con PSIM. En las simulaciones se incrementó el ciclo de trabajo desde el valor 0,3 al valor 0,35. En estas condiciones, las ecuaciones del análisis estático [6] predicen que en la simulación  $t_2$  debe incrementarse desde 0,98  $\mu s$  a 1,23  $\mu s$ , es decir, en 0,25  $\mu s$ . En la Tabla VI se muestran los resultados comparados entre la predicción teórica y la simulación para dos casos de estudio: el que corresponde a un valor de  $R_L$  que implica 44 V en la salida ( $N = 0,2$ ) y el que implica 88 V ( $N = 0,4$ ). En ambos casos se ve cómo las perturbaciones de  $t_2$

Tabla VI: Comparación de los valores teóricos y simulados de las perturbaciones  $\widehat{t_{2,m}}$

$\widehat{t_{2,m}}$ [ $\mu s$ ]	N = 0,2				
	$\widehat{t_{2,1}}$	$\widehat{t_{2,2}}$	$\widehat{t_{2,3}}$	$\widehat{t_{2,4}}$	$\widehat{t_{2,5}}$
Teórico	0,4167	0,1389	0,3241	0,2006	0,2829
Simulado	0,41	0,14	0,346	0,205	0,298

$\widehat{t_{2,m}}$ [ $\mu s$ ]	N = 0,4				
	$\widehat{t_{2,1}}$	$\widehat{t_{2,2}}$	$\widehat{t_{2,3}}$	$\widehat{t_{2,4}}$	$\widehat{t_{2,5}}$
Teórico	0,3571	0,2041	0,2697	0,2416	0,2536
Simulado	0,353	0,183	0,271	0,237	0,25

van oscilando semiciclo a semiciclo de conmutación (se muestran 5 semiciclos) alrededor de los 0,25  $\mu s$ . En el caso de  $N = 0,4$ , se observa que en 2 semiciclos y medio ya se ha alcanzado prácticamente el valor final, mientras que está próximo a alcanzarse en el caso  $N = 0,2$ . En todos los casos, los valores teóricos y simulados son extremadamente próximos.

## V. CONCLUSIONES

En este artículo se ha abordado el modelado dinámico promediado de pequeña señal del convertidor SAB. Los resultados obtenidos se pueden sintetizar en que el modelo es de primer orden, tanto en MDC como en MCC. Ambos modelos se materializan en el cuadripolo mostrado en la Fig. 5, al que hay que conectar la red  $R_L C$  en la salida para obtener las funciones de transferencia entre las perturbaciones del ciclo de trabajo y de la tensión de salida (función de transferencia indispensable para diseñar el lazo de realimentación) y entre los de las tensiones de entrada y salida (audiosusceptibilidad). Sin embargo, los parámetros de los modelos correspondientes a MCC y MDC son claramente diferentes y no coinciden en las cercanías de la frontera entre cambio de modos. Este hecho no ha de sorprender, ya que esto mismo ocurre en los modelos de los convertidores clásicos en idénticas condiciones, no existiendo continuidad entre los modelos dinámicos al cambiar de modo de conducción.

## VI. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Principado de Asturias a través del Proyecto SV-PA-21-AYUD/2021/51931, por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades a través de los proyectos PID2021-127707OB-C21, MCI-20-PID2019-110483RB-I00 y MCIU-19-PCI2019-103490, y por la UE a través del proyecto UE-18-POWER2POWER-826417.

## REFERENCIAS

- [1] R. W. De Doncker, R. W. Divan y M. H. Kheraluwala, "A three-phase soft-switched high power-density dc/dc converter for high-power applications", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 27, n° 1, pp. 63-73, 1991.
- [2] M. H. Kheraluwala, R. W. Gascoigne, D. M. Divan, and E. D. Baumann, "Performance characterization of a high-power dual active bridge dc-to-dc converter", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 28, n° 6, pp. 1294-1301, 1992.
- [3] A. Rodríguez, J. Sebastián, D. G. Lamar, M. M. Hernando y A. Vázquez, "An overall study of a dual active bridge for bidirectional DC/DC conversion", *IEEE Energy Convers. Congr. Expo.*, pp. 1129-1135, 2010.
- [4] A. Rodríguez, A. Vázquez, D. G. Lamar, M. M. Hernando y J. Sebastián, "Different purpose design strategies and techniques to improve the performance of a Dual Active Bridge with phase-shift control", *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 30, n° 2, pp. 790-804, 2015.
- [5] C. Fontana, M. Forato, M. Bertoluzzo y and G. Buja, "Design characteristics of SAB and DAB converters", *Inter. Aegean Conf. on Electrical Machines and Power Electronics*, pp. 661-668, 2015.
- [6] J. Sebastián, A. Rodríguez, D. G. Lamar, M. R. Rogina, I. Ayarzagüena, I. Larrazabal, D. Ortega y J. M. Bermejo, "Estudio estático completo del convertidor Single Active Bridge", *SAEI 2021*, pp. 27-32.
- [7] P.R.K. Chetty, "CIECA: Application to Current Programmed Switching Dc-Dc Converters", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-18, no. 5, septiembre de 1982, pp. 538-544.
- [8] P.R.K. Chetty, "Current Injected Equivalent Circuit Approach to Modeling of Switching DC-DC Converters in Discontinuous Inductor Conduction Mode", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. IE-29, no. 3, agosto de 1982, pp.230-234.
- [9] S. Cuk y R. D. Middlebrook, "A general unified approach to modelling switching DC-to-DC converters in discontinuous conduction mode", *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 36-57, 1977.