



Universidad de
Oviedo



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE GIJÓN

MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

**ÁREA DE ARQUITECTURA Y TECNOLOGÍA DE
COMPUTADORES**

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**Fusión de imágenes lineales y perfiles tridimensionales para la
inspección de objetos en movimiento**

D. LARA RENUNCIO, Enrique

TUTORES:

D. USAMENTIAGA FERNÁNDEZ, Rubén

D. GARCÍA MARTÍNEZ, Daniel Fernando

FECHA: Junio 2021

Índice de contenido

Índice de contenido	3
Índice de figuras	5
Índice de tablas	7
1. Hipótesis de partida y alcance	8
1.1. INTRODUCCIÓN	8
1.2. ALCANCE	9
1.2.1. Contexto industrial	9
1.2.2. Cámaras lineales	10
1.3. ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO	12
2. Objetivos	14
3. Estado del arte	16
4. Metodología de trabajo	31
4.1. PATRÓN DE CALIBRACIÓN	31
4.2. MATRIZ DE HOMOGRAFÍA	34
4.3. ADQUISICIÓN DE IMÁGENES	35
4.4. EXTRACCIÓN DE PUNTOS DE LA IMAGEN LINEAL	38
4.4.1. Detalle del procedimiento	40
4.5. DETERMINACIÓN DE PUNTOS	43
4.5.1. Detalle del procedimiento	45
4.6. CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA LINEAL	49
4.6.1. Propiedades de la matriz de rotación	52
4.6.2. Cálculo de la matriz de la cámara lineal	53
4.6.3. Calibración utilizando varias imágenes	63
5. Experimentación	65
5.1. CALIBRACIÓN DE UNA CÁMARA LINEAL CON VARIAS IMÁGENES	65
5.1.1. Procesamiento de imágenes lineales	66
5.1.2. Determinación de los puntos físicos	69
5.1.3. Calibración de la cámara	72
5.2. CALIBRACIÓN DE CÁMARA MATRICIAL	76
5.3. HOMOGRAFÍA A PARTIR DE IMÁGENES MATRICIALES	86
5.4. CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA LINEAL CON UNA SOLA IMAGEN	94
5.4.1. Combinación de imágenes y matrices de homografía	97
5.5. CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA LINEAL CON VARIAS IMÁGENES	102
6. Conclusiones y trabajo futuro	106
6.1. CONCLUSIONES	106
6.2. TRABAJO FUTURO	106
7. Planificación	108

8. Presupuesto	114
8.1. RECURSOS HUMANOS	114
8.2. RECURSOS PARA EL DESARROLLO	114
8.3. RECURSOS PARA EL DESPLIEGUE	114
8.4. VIAJES	115
8.5. RESUMEN DEL PRESUPUESTO	115
Bibliografía	116

Índice de figuras

1.1. Colocación de la cámara lineal y el objeto	11
3.1. Patrón observado por la cámara lineal para la calibración en [4] ©1993, IEE	17
3.2. Vista general del plano de visión [4] ©1993, IEE	17
3.3. Patrón de calibración utilizado en [2] ©2010, IEE	18
3.4. Línea capturada por la cámara lineal [2] ©2010, IEE	19
3.5. Patrón de calibración utilizado por [22] ©2014 Published by Elsevier Ltd.	21
3.6. Obtención de la imagen lineal en [22] ©2014 Published by Elsevier Ltd. .	22
3.7. Obtención de la imagen lineal en sobre uno de los planos [22] ©2014 Pu- blished by Elsevier Ltd.	23
3.8. Patrón utilizado en [23] ©2018 Elsevier Ltd. All rights reserved.	24
3.9. Ejemplos de líneas capturadas sobre anillos con dos códigos [23] ©2018 Elsevier Ltd. All rights reserved.	25
3.10. Ejemplos de líneas capturadas en anillos de cuatro códigos [23] ©2018 Elsevier Ltd. All rights reserved.	26
3.11. Patrón de calibración utilizado por [3] ©2018, The Authors. Published by Elsevier Ltd.	27
3.12. Disposición de las líneas en cada plano del patrón utilizado en [3] ©2018, The Authors. Published by Elsevier Ltd.	28
3.13. Experimentación con la inclinación de la cámara en [3] ©2018, The Authors. Published by Elsevier Ltd.	29
4.1. Una de las dos caras iguales del patrón de calibración	32
4.2. Aspecto global del patrón de calibración utilizado	33
4.3. Aspecto global del patrón de calibración plano utilizado	34
4.4. Imagen a partir de la cual se puede obtener la matriz de homografía entre planos del patrón	35
5.1. Captura del patrón de calibración en el plano inferior por la cámara lineal	65
5.2. Captura del patrón de calibración en el plano superior por la cámara lineal	66
5.3. Imagen con el valor de gris promedio	68
5.4. Detalle de la detección de puntos	69
5.5. Aplicación del cross-ratio sobre el patrón	72
5.6. Representación de los puntos utilizados en la calibración y la cámara . . .	74
5.7. Progresión del error cometido en la optimización con 1 coeficiente según el número de iteración	75
5.8. Patrón de calibración utilizado con la cámara matricial	77
5.9. Colocación para la obtención de imágenes matriciales	77
5.10. Imágenes 1 a 15 utilizadas para la calibración de la cámara matricial . . .	79
5.11. Imágenes 16 a 30 utilizadas para la calibración de la cámara matricial . .	80
5.12. Imágenes 31 a 33 utilizadas para la calibración de la cámara matricial . .	81
5.13. Interfaz de usuario de la herramienta para calibración de cámaras de MATLAB una vez realizada la calibración	81
5.14. Detalle de la detección de puntos y cálculo de la reproyección sobre la Imagen 8	82

5.15. Errores de reproyección de cada imagen utilizada en la calibración	83
5.16. Gráfico de posiciones centrado en la cámara	84
5.17. Gráfico de posiciones centrado en el patrón	85
5.18. Ejemplos de imágenes de ambos planos utilizados en la obtención de homografía	87
5.19. Ejemplos de imágenes completa para obtención de homografía	88
5.20. Ejemplos de imágenes utilizados en la calibración sin desplazar el patrón	89
5.21. Ejemplos de puntos transformado por la matriz homografía	93
5.22. Imagen lineal capturada del patrón de calibración con dos planos	95
5.23. Conjunto de imágenes lineales utilizadas para la calibración de la cámara lineal	98
5.24. Precisión promedia para cada una de las matrices de homografía	100
5.25. Precisión promedia para cada una de las imágenes capturadas del patrón	101
5.26. Progreso del error según el número de iteración de la calibración con optimización no lineal de seis coeficientes	103
5.27. Distancia de un plano ajustado a partir de los puntos de la homografía	105
7.1. Página 1 de la planificación del proyecto	109
7.2. Página 2 de la planificación del proyecto	110
7.3. Página 3 de la planificación del proyecto	111
7.4. Página 4 de la planificación del proyecto	112
7.5. Página 5 de la planificación del proyecto	113

Índice de tablas

5.1. Comparación entre optimizaciones aplicadas a la calibración según el número de coeficientes	75
5.2. Resultados de la calibración de cámara lineal utilizando las imágenes del patrón con dos planos	97
5.3. Valores estadísticos de las 78 calibraciones	99
5.4. Precisión promedia para cada una de las matrices de homografía	99
5.5. Precisión promedia para cada una de las imágenes capturadas del patrón .	100
5.6. Parámetros intrínsecos obtenidos en la calibración de cada una de las imágenes por separado	102
5.7. Comparativa de errores al inicio y final de la optimización	104
8.1. Presupuesto para los recursos humanos	114
8.2. Presupuesto para los recursos de desarrollo	115
8.3. Resumen del presupuesto para el proyecto	115

1. Hipótesis de partida y alcance

1.1.- INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la visión por computador es una de las técnicas más utilizadas en el campo de la informática, y agrupa los métodos necesarios para la adquisición, procesamiento, análisis y comprensión por parte de un ordenador de imágenes del mundo real para obtener de ellas información numérica que pueda ser tratada y utilizada por un computador, típicamente para la toma de decisiones. Existe una gran variedad de técnicas para el análisis de imágenes, pero todos los problemas que se pretendan resolver utilizando estas técnicas requieren, por lo menos, de un dispositivo que se encargue de la captura de la imagen (o las imágenes) que van a ser objeto de tratamiento posteriormente. Por todo ello, la cámara resulta una parte fundamental común a todos los problemas de visión por computador.

Desde el punto de vista de un aficionado a la fotografía o de cualquier persona que algún instante de su vida quisiera capturar un recuerdo con la cámara de su teléfono, lo habitual es que utilicen una cámara matricial. Este tipo de cámaras incluye aquellas cámaras que están construidas con un sensor matricial para la captura de colores a partir del cual se compondrá la imagen formando una secuencia de píxeles dispuestos en filas y columnas. Sin embargo, éste no es el único tipo de cámaras que existe ya que en el mercado también se pueden encontrar otras cámaras cuyo sensor encargado de la captura de los colores tiene solamente una única dimensión, por lo tanto, la imagen capturada por una de estas cámaras será una única fila de píxeles. Una salvedad que presentan las cámaras de tipo lineal es que, para la correcta representación de un objeto tridimensional, es necesario un movimiento relativo entre ambos, es decir, que la cámara lineal se mueva sobre el objeto a inspeccionar o que exista un desplazamiento del objeto para una posición fija de la cámara.

Existen varios trabajos [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] que ponen en evidencia que el uso de cámaras lineales es cada vez más frecuente en diferentes aplicaciones industriales. Este incremento en el número de artículos publicados sobre cámaras lineales está principalmente ocasionado porque en algunas aplicaciones que utilizan técnicas de visión por computador, como los procesos de medición, se está dejando atrás la utilización de cámaras matriciales para comenzar con el uso de cámaras lineales.

El principal motivo por el que este tipo de cámaras se están abriendo paso en el mercado, superando incluso a las cámaras matriciales en determinados usos, no es otro que la eficiencia y precisión que proporcionan al usuario. Las imágenes obtenidas utilizando las

cámaras lineales suelen ser más precisas por las características propias de la cámara, y en ocasiones su tratamiento, al ser imágenes con una única fila de píxeles, puede realizarse de manera más rápida y sencilla en comparación con las imágenes obtenidas a partir de cámaras matriciales.

Todo procedimiento de visión por computador requiere de precisión en los diferentes procesos realizados para que los datos que se obtengan de las imágenes sean lo más precisos posible. Una parte habitual que se realiza en los procesos de visión por computador, y que afecta directamente a la cámara, es la calibración de la misma. Este procedimiento permite conocer los parámetros propios de la cámara, así como valorar el efecto de la distorsión que la lente pudiera introducir en la imagen capturada. Para llevar a cabo el proceso de calibración en una cámara, se realiza una serie de pasos que proporcionarán un ajuste para los diferentes parámetros de la misma. El primero de ellos consiste en definir un modelo matemático para representar la cámara, que será ajustado a partir de la captura de varias imágenes sobre una serie de puntos conocidos, habitualmente dispuestos en un patrón de calibración. De este conjunto de observaciones se puede extraer una serie de relaciones entre las coordenadas que ocupa un punto en el mundo real y su correspondencia con la representación sobre la imagen, que estará indicada por la posición del píxel dónde se representa el punto capturado.

El proceso de calibración de la cámara lineal es, por tanto, el primer paso a tratar en la fusión de imágenes con perfiles tridimensionales ya que se debe realizar previamente a la realización de imágenes para que el dispositivo de captura esté calibrado. Una vez completado el proceso de calibración adecuadamente, simplemente habrá que realizar la combinación entre las diferentes imágenes capturadas y los valores obtenidos de los detectores de perfiles tridimensionales, para obtener como resultado de dicha fusión imágenes con las que se puedan trabajar a través del estándar RGBD [10, 11, 12] para fotografías que, además de tratar los canales RGB (rojo, verde y azul) habituales de las imágenes en color, incluye información sobre la profundidad (canal D) del píxel correspondiente.

1.2.- ALCANCE

1.2.1.- Contexto industrial

La investigación llevada a cabo en este trabajo ha sido desarrollado con el objetivo de que en el futuro se puedan incluir los avances presentados en un contexto industrial, concretamente para la inspección de carriles, a través de imágenes lineales capturadas

en movimiento. El conjunto de tareas realizadas en este documento permite obtener los parámetros de calibración de una cámara lineal, los cuales, serán utilizados posteriormente en un proceso complejo de inspección de raíles y, por medio de algunas técnicas de visión por computador, extraer la localización de diferentes imperfecciones en éstos.

Aunque el fin último del proyecto sea la observación de los carriles de tren, para la calibración de la cámara no se utilizarán ya que no proporcionan un conjunto de puntos conocidos suficientes para llevar a cabo este proceso. En su lugar, se utilizan diferentes tipos de plantilla con representaciones de patrones perfectamente conocidos que, por medio de los tratamientos que recoge este documento, permite obtener observaciones sobre un conjunto de puntos descritos matemáticamente.

Si bien, el trabajo desarrollado no es exclusivo de éste problema ya que será un buen comienzo para todos aquellos procesos de visión por computador que, utilizando una cámara lineal, pretendan relacionar la posición de un píxel en la imagen con su correspondencia en el mundo real sobre un objeto sometido a inspección.

1.2.2.- Cámaras lineales

La característica principal que define una cámara lineal es, como su propio nombre indica, que el sensor encargado de capturar la imagen únicamente tiene una dimensión y, por ello, para la adquisición de una imagen completa de un objeto tridimensional, la cámara debe presentar un movimiento relativo respecto al objeto a representar. Existen tres formas diferentes de conseguir este movimiento relativo entre las partes implicadas:

- que la cámara sea la parte que se desplace sobre un objeto que ocupa una posición fija,
- que el objeto a representar tenga un desplazamiento frente a la cámara que estará fija en una posición,
- que tanto la cámara como el objeto a capturar se encuentren en movimiento, no siendo estos desplazamientos iguales entre ellos.

Habitualmente, la forma más sencilla de conseguir el movimiento relativo entre ambas partes es mediante la opción de mantener la cámara en una posición fija y que sea el objeto a inspeccionar el que presente un desplazamiento. Para este trabajo, dado que también es la manera que mejor se adapta a la infraestructura existente tanto en el laboratorio como en

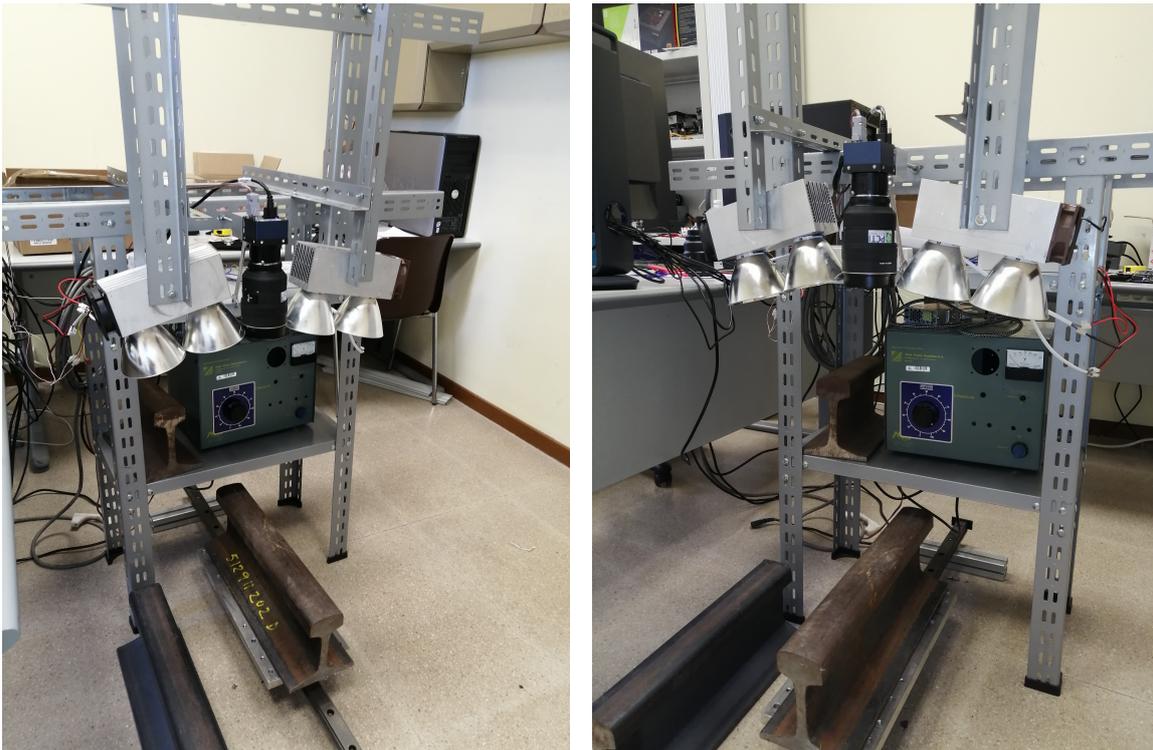


Figura 1.1: Colocación de la cámara lineal y el objeto

el lugar último de implantación dónde se realizará la observación de los carriles, la cámara se encontrará fija en una estructura siendo el objeto el que se desplazará para obtener un movimiento relativo. La disposición de la cámara lineal en el laboratorio se puede observar en la Figura 1.1.

Además de la descripción del movimiento, también se consideran como parámetros de la propia cámara la distancia focal (f) de la cámara lineal, un conjunto de factores de escala propios de la cámara, y la posición central de proyección de la imagen. El conjunto de todos ellos es conocido como **parámetros intrínsecos de la cámara** ya que son los encargados de determinar la proyección realizada por la cámara a partir de las coordenadas tridimensionales en el sistema de coordenadas de la cámara sobre una imagen.

Al igual que ocurre con las cámaras matriciales, la calibración de una cámara lineal es el proceso que permite determinar los parámetros, tanto los intrínsecos como los extrínsecos, de la cámara, con la particularidad que en el caso de las cámaras lineales estos parámetros serán válidos para la primera imagen lineal.

Anteriormente se ha mencionado el dispositivo de carga acoplada o CCD, que son las siglas en inglés de *charge-coupled device*. Este dispositivo es un circuito integrado que contiene un número determinado de condensadores acoplados y a su vez constituyen

uno de los elementos principales de las cámaras, tanto fotográficas como las cámaras de vídeo digitales. En cualquier tipo de cámara, el CCD es el sensor, con diminutas células fotoeléctricas, encargado de registrar la imagen a partir de la luz que atraviesa el obturador.

1.3.- ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

El presente documento está dividido en varios capítulos independientes, con el horizonte común de completar el proceso de calibración de una cámara lineal como paso inicial de la fusión de imágenes con perfiles tridimensionales. El Capítulo 1 se emplea como introducción general al trabajo realizado, exponiendo alguno de los aspectos más relevantes del mismo.

En el Capítulo 2 se recogen los objetivos abordados en el presente trabajo, así como una explicación detallada lo que se aspira a alcanzar con cada uno de ellos. El Capítulo 3 documenta el proceso de investigación y cotejo de artículos científicos de referencia dedicados a la calibración de cámaras, especialmente lineales, haciendo un resumen de los aspectos más destacables de algunos de ellos.

El Capítulo 4 se centra en la explicación de la metodología empleada para el desarrollo de este trabajo, describiendo la forma de proceder posteriormente en la experimentación y comentando las bases de los diferentes métodos desarrollados.

En el Capítulo 5 se aborda el problema planteado en este trabajo, llevando a cabo el proceso de calibración de una cámara lineal según las pautas indicadas en el capítulo sobre la metodología y exponiendo una muestra de los resultados alcanzados. Este capítulo está dividido a su vez en apartados, que se corresponden con los diferentes pasos seguidos en la realización del proyecto en orden cronológico.

El Capítulo 6 contiene una breve conclusión sobre el trabajo realizado y se reflexiona sobre los posibles pasos a realizar en el futuro en el marco de este trabajo. A continuación, el Capítulo 7 muestra la planificación temporal del trabajo, que sirve como punto de partida para el cálculo del coste del proyecto que se recoge en el Capítulo 8 sobre el presupuesto.

Finalmente, se incluye un capítulo dedicado a la bibliografía que recoge una relación de las referencias bibliográficas empleadas principalmente durante el estudio del estado del arte, pero también en otras secciones de este trabajo.

A lo largo del documento, especialmente en el Capítulo 3 sobre el estado del arte,

se emplean varias imágenes obtenidas de los trabajos publicados por diferentes autores. Todas las imágenes utilizadas de trabajos anteriores se encuentran debidamente indicada la procedencia de la misma. El uso de las mismas en este documento está autorizado por el propietario de los derechos de cada una de ellas para este trabajo, obtenido a través del servicio RightsLink®. Las imágenes propiedad de IEEE se pueden utilizar en tesis y disertaciones sin cursar una solicitud expresa.

Cabe destacar que en la plataforma destinada al depósito de la documentación de los trabajos de fin de estudios de la Universidad de Oviedo se ha incluido como documentación adicional de este trabajo un fichero comprimido con el código desarrollado en el transcurso del mismo. Incluyendo un documento de texto en el que se explica el contenido de los *scripts* adjuntados.

2. Objetivos

En los problemas de visión por computador, la calibración de las cámaras tiene como objetivo principal el ajuste de todos los parámetros involucrados, de forma que a partir de imágenes tomadas con la cámara se puedan realizar mediciones de gran precisión. El proceso de calibración se realiza, por tanto, para asegurar un funcionamiento lo más óptimo posible de una cámara lineal que será empleada para realizar cualquier tipo de medición sobre las imágenes. Además, es posible obtener una referencia de la distorsión de la lente, y el hecho de tenerla en cuenta proporcionará unos resultados mucho más precisos y que permitirán modelar la cámara a utilizar de la forma más ajustada posible.

Un correcto ajuste de estos parámetros hará que la calidad de la aplicación del proceso de visión por computador sea llevado a cabo con una mayor precisión, especialmente en aquellos procesos en los que la tarea principal sea la medición sobre una imagen. Los parámetros que definen una cámara son clasificados en intrínsecos y extrínsecos, tal y como se introdujo en la Sección 1.2.2. De forma breve esta clasificación consiste en:

- **Parámetros intrínsecos:** son aquellos que tienen relación directa con la propia cámara. El ejemplo más claro de este tipo de parámetros es la distancia focal.
- **Parámetros extrínsecos:** en este grupo se incluyen las componentes de la matriz de traslación-rotación empleada en la situación a cubrir, es decir, en la posición relativa entre la cámara y las ubicación del objeto observado en el mundo. Esta matriz, como su nombre indica, está formada por las componentes del vector de traslación y los ángulos de rotación entre la referencia de calibración y el sistema de la cámara.

Al igual que ocurre en el caso de las cámaras matriciales, la calibración de cámaras de una cámara lineal es el proceso llevado a cabo para determinar el conjunto de estos parámetros de la cámara, tanto intrínsecos como extrínsecos. La particularidad en la calibración de una cámara lineal es que se suele simplificar este proceso para la primera de las imágenes lineales capturadas, en el caso de que exista un movimiento entre la cámara y el objeto utilizado para la calibración a la hora de realizar las capturas.

En la literatura sobre calibración de cámaras lineales hay varios autores coinciden en indicar que es posible realizar una diferenciación de algunos métodos de calibración propuestos para las cámaras lineales. Estos métodos de calibración se pueden clasificar en métodos de calibración estática o métodos de calibración por escaneo.

- Los métodos de **calibración estática** son aquellos en los que no se necesita un movimiento relativo entre la cámara y el objeto utilizado para la calibración.
- Los métodos de **calibración por escaneo** agrupa aquellos métodos de calibración que se llevan a cabo a partir de imágenes compuestas mediante un desplazamiento relativo entre la cámara y el objeto a representar.

Este trabajo se centrará en realizar la calibración de la cámara lineal utilizando para ello un método de calibración estática. La calibración será completa y por lo tanto se obtendrán unos valores que definirán los parámetros extrínsecos e intrínsecos de la cámara lineal.

Una vez completada la calibración, se podrán relacionar coordenadas de la imagen con coordenadas del mundo que, en combinación con los datos de perfiles tridimensionales obtenidos con detectores, permitirán obtener imágenes que además de trabajar con los canales RGB para los colores, tengan uno adicional (D) para la profundidad de la imagen en el píxel determinado.

3. Estado del arte

Esta sección refleja el estudio de algunos de los trabajos publicados anteriormente por algunos autores y que guardan relación con el problema a resolver en este documento: la calibración de cámaras lineales. Por lo tanto, en esta parte de la memoria se comentarán los métodos utilizados en diferentes artículos o publicaciones que aportan valor a este trabajo y de los que se tomen las ideas fundamentales para, posteriormente, proponer un método de calibración.

En [4] uno de los primeros trabajos que habla sobre la importancia de la calibración de cámaras. Los autores asumen que el proceso de calibración de cámaras ha recibido mucha atención en el pasado, y se han propuesto varias técnicas robustas [13, 14, 15]. En él se da una gran importancia a la calibración de cámaras lineales, proponiendo para ello un sencillo método de calibración que emplea un patrón formado por cuatro líneas coplanares, cuya apariencia se puede observar en la Figura 3.1. De esas líneas, tres son paralelas entre sí, mientras que la cuarta forma un ángulo respecto a las anteriores. Este ángulo puede ser conocido *a priori* de la realización de la plantilla de calibración, sin embargo, también sería posible realizar una medición del ángulo que forman esas líneas una vez desarrollada la plantilla de calibración.

Este artículo, además de explicar justificadamente el número de parámetros necesarios para definir el modelo de cámara, propone un método de calibración para determinar los ocho parámetros de una cámara lineal. El modelo de la cámara permite representar la posición de la cámara lineal respecto al patrón de calibración utilizado, en cada una de las fotografías realizadas del mismo. En el artículo también se da una visión general de la visión de una cámara lineal, es decir, del plano de visión que presenta una cámara lineal, según la Figura 3.2.

El método propuesto en el artículo trabaja en dos pasos, y para obtener una correcta calibración se debe desplazar el patrón de calibración distancias conocidas en diferentes direcciones. Los resultados de la calibración dependerán de la precisión con la que se realicen esos movimientos.

El método de calibración se considera estático ya que para la calibración de la cámara se utiliza una imagen obtenida sin desplazamiento entre el patrón y la cámara. El método, para obtener el punto de intersección entre el plano de visión y la línea del patrón no paralela a las otras (el punto D en la Figura 3.1), se basa en la invariancia del *cross-ratio* entre cuatro puntos colineales [16, 17]. Este concepto se utiliza en la mayoría de los métodos

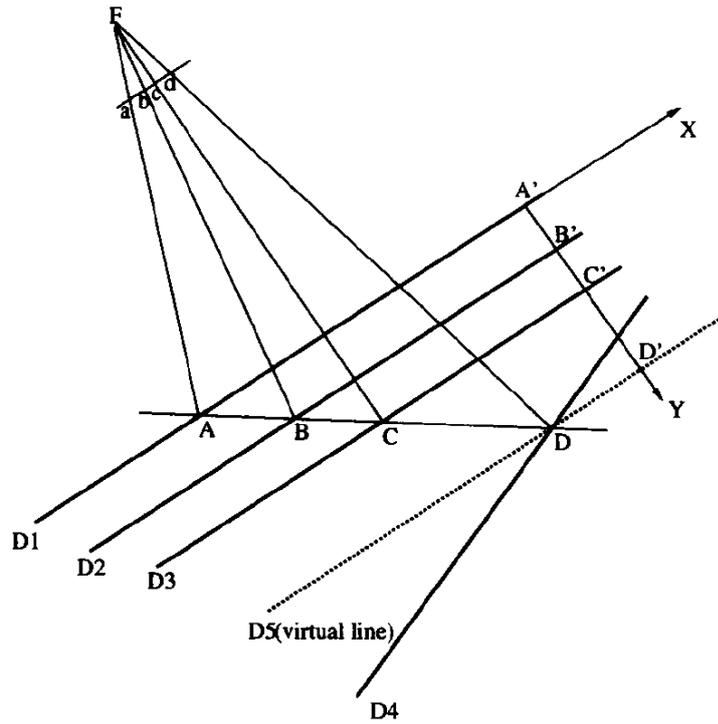


Figura 3.1: Patrón observado por la cámara lineal para la calibración en [4] ©1993, IEE

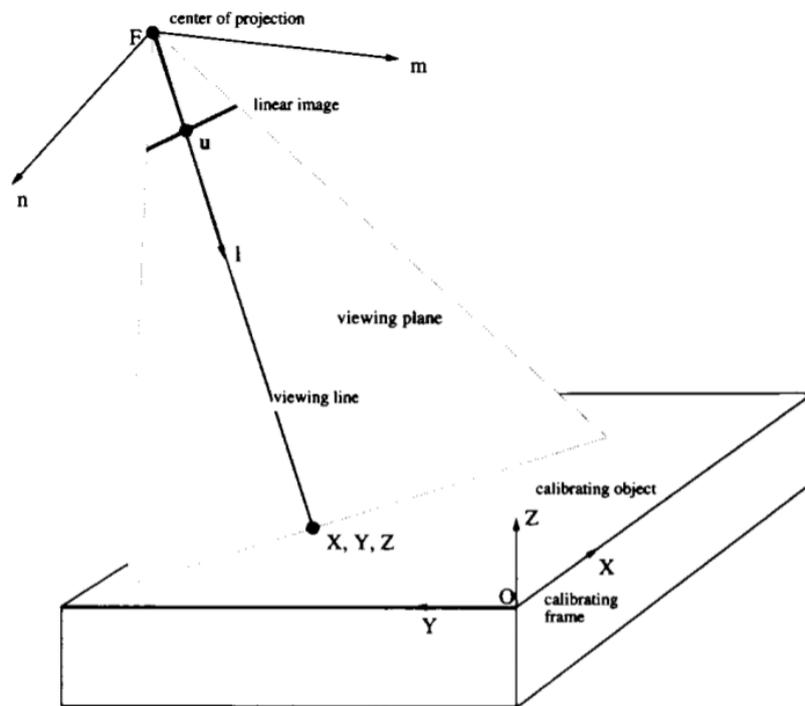


Figura 3.2: Vista general del plano de visión [4] ©1993, IEE

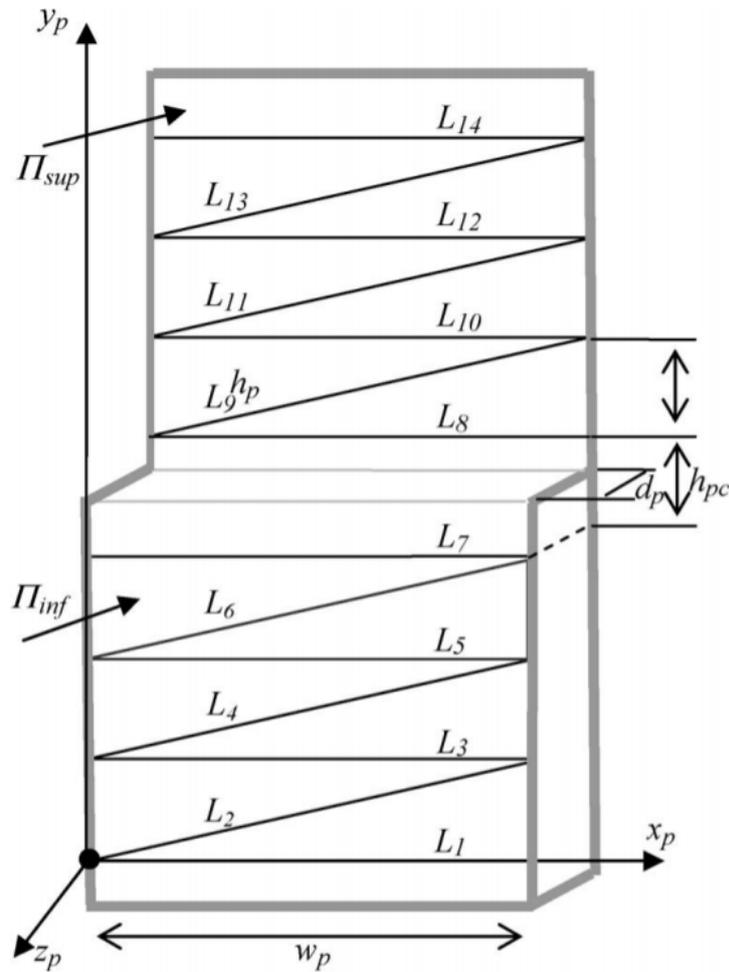


Figura 3.3: Patrón de calibración utilizado en [2] ©2010, IEE

de calibración propuestos en los diferentes artículos, y permite obtener las coordenadas, inicialmente desconocidas o incompletas, de un punto a partir de las expresiones de otros puntos conocidos y la representación de esos puntos en una imagen.

Un trabajo posterior que continúa la presentación de métodos para la calibración de las cámaras lineales es [2], en el que se presenta un método nuevo en el que la plantilla de calibración está formada por dos planos paralelos conteniendo cada uno de ellos una serie de líneas cuyas descripciones geométricas son conocidas. Los autores mencionan la tendencia creciente a utilizar cámaras lineales en diferentes aplicaciones tales como la industria de la automoción, construcción y restauración de edificios, bioingeniería o en sistemas de monitorización y detección de carriles de carreteras [18, 19, 20, 21]. La apariencia del patrón se puede ver en la Figura 3.3.

En el método propuesto no se utiliza el concepto de *cross-ratio* para la obtención de las

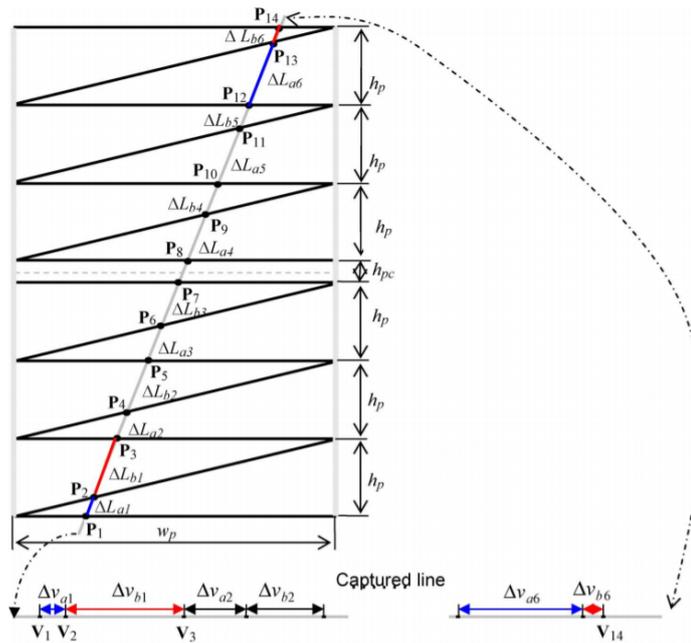


Figura 3.4: Línea capturada por la cámara lineal [2] ©2010, IEE

coordenadas de los puntos, sino que utiliza propiedades matemáticas y las relaciones existentes entre las líneas. Sin embargo, el método sigue siendo estático ya que en la imagen obtenida para la calibración no se necesita un desplazamiento y solamente será relevante la posición relativa entre el patrón de calibración y la cámara para determinar los puntos vistos. La principal novedad que introduce [2] es la utilización de un patrón de calibración con dos planos, lo cual elimina la necesidad de tomar las imágenes de un patrón en, al menos, dos planos o ubicaciones diferentes, por lo tanto, se simplifica el proceso de obtención de la imagen que se empleará para la calibración. Desde el punto de vista de la cámara, la obtención de la imagen lineal se realiza según la esquematización de la Figura 3.4.

En la Figura 3.4 se puede observar, de forma simplificada, como se obtiene una imagen lineal con sus correspondientes correspondencias con el conjunto de líneas que forman el patrón de calibración. En la parte inferior de la figura se representan alguno de los diferentes puntos que serán capturados por la cámara.

Partiendo de la imagen capturada por la cámara lineal, se pueden calcular las coordenadas de los puntos del patrón capturados en dicha instantánea, que será el primero de los pasos para obtener los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara con un procedimiento para la calibración basado en el método de mínimos cuadrados.

El artículo [1] hace un repaso de los diferentes estudios que presentan métodos de cali-

bración tanto para cámaras matriciales como lineales, además de reconocer que el proceso de calibración tiene una gran importancia en tareas de visión por computador o fotogrametría. Uno de los aspectos más destacados de este artículo es el comentario sobre los métodos de calibración estática para cámaras lineales indicando que en este caso no se pueden utilizar los mismos patrones que los empleados para la calibración de cámaras matriciales, ya que empleando uno de esos métodos estáticos de calibración para una cámara lineal no se podrá determinar la proyección de un determinado punto en el sistema de coordenadas de la cámara.

Para evitar ese tipo de patrones, en los métodos de calibración de cámaras lineales estáticos normalmente se utilizan plantillas de calibración consistentes en un conjunto de líneas. En este caso, la base de la calibración serán los puntos en la línea de intersección entre el plano de visión de la cámara y las líneas del patrón utilizado. Las coordenadas de dichos puntos podrán ser obtenidas en base a la definición geométrica del patrón y, en la mayoría de los casos, utilizando el principio de invariancia del *cross-ratio*.

No obstante, el método propuesto en este artículo presenta algunas limitaciones.

- Resulta necesario conocer la posición que ocupa el patrón de calibración en el espacio.
- Para completar el proceso de calibración, el patrón tiene que ser desplazado para tomar varias fotografías del mismo.

Este método ha sido estudiado por autores más actuales que, con el paso del tiempo, han ido proponiendo soluciones a los diferentes problemas que presentaba, como por ejemplo en [3].

De forma resumida, el método propuesto en el artículo [1] es una calibración de tipo estática que utiliza una plantilla con cinco líneas verticales, cuatro líneas diagonales y varios puntos de referencia que serán utilizados durante el proceso de calibración de la cámara lineal. Los puntos de referencia son detectados por una cámara matricial que, mediante diferentes capturas sincronizadas con las de la cámara lineal, permitirá conocer la posición que ocupa el patrón y, por tanto, los desplazamientos realizados en las diferentes capturas de la cámara lineal. El uso de una cámara matricial adicional permite dar solución a las limitaciones comentadas anteriormente con el inconveniente de estar utilizando ahora una cámara más.



Figura 3.5: Patrón de calibración utilizado por [22] ©2014 Published by Elsevier Ltd.

Otro artículo que se basa en la invariancia del *cross-ratio* es [22]. Este artículo presenta algunos conceptos nuevos respecto al patrón utilizado por la calibración por dos motivos principales.

- El patrón está formado por dos planos diferentes dispuestos de forma no paralela, formando un ángulo de 90 grados entre cada una de las caras visibles del mismo.
- En lugar de utilizar líneas, el efecto de diente de sierra se obtiene con regiones sólidas.

El patrón utilizado en la propuesta de este método de calibración se puede ver la Figura 3.5. En dicha figura se pueden observar los dos aspectos comentados anteriormente.

Una de las ventajas de situar el origen del sistema de coordenadas justamente en la intersección de planos es que en uno de los planos que compone el patrón tiene los puntos situados sobre el plano $Z = 0$ y en el otro plano sobre $Y = 0$, por lo que la obtención de las

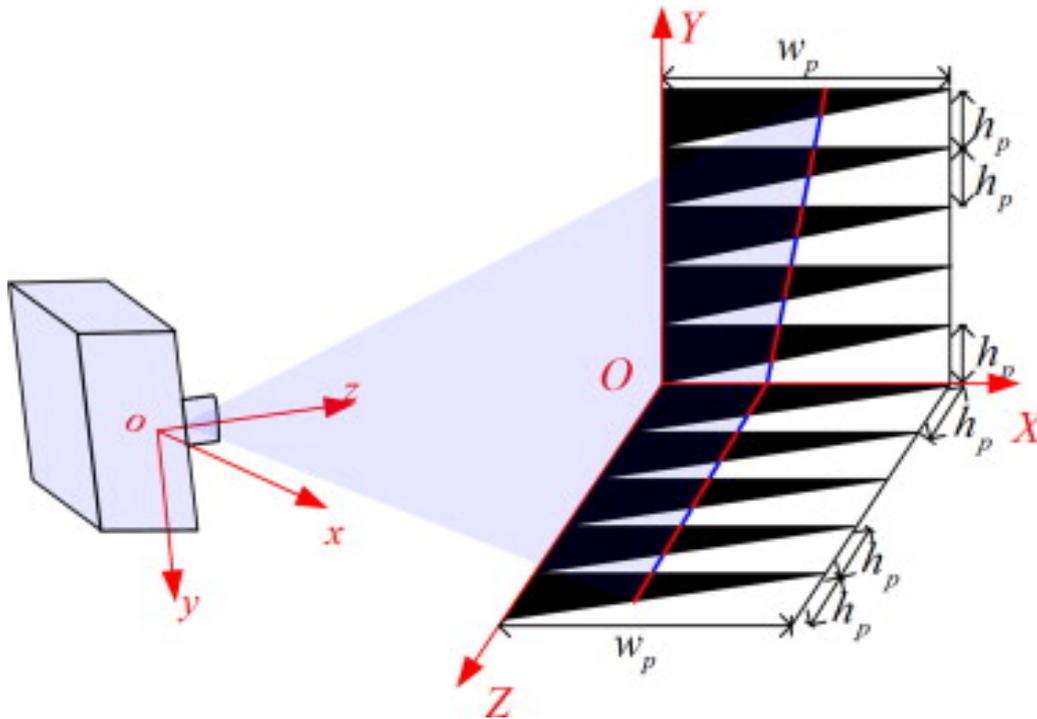


Figura 3.6: Obtención de la imagen lineal en [22] ©2014 Published by Elsevier Ltd.

coordenadas no resulta mucho más complicado en comparación con trabajos anteriores. Como se ve en la Figura 3.5, cada uno de los ángulos negros tiene un alto de 6 centímetros y un ancho de 24 cm.

En el procedimiento de calibración, la obtención de la imagen se realizará de forma estática, por lo que no resulta necesario mover la cámara respecto al patrón de calibración durante la captura. Otro beneficio, común a aquellos procedimientos que utilizan patrones de calibración con más de un plano, es que la calibración se puede realizar capturando una única imagen y, dado que el patrón se puede transportar, permite realizar la calibración en el lugar más oportuno de una manera sencilla. La Figura 3.6 representa de forma esquemática la captura de una imagen utilizando el patrón explicado anteriormente.

La imagen lineal, con más detalle, se compone de la línea de visión sobre el patrón de calibración del plano de visión de la cámara, y se puede comprobar en la Figura 3.7.

Una artículo bastante diferente respecto a los anteriores es [23]. El artículo además incluye una tabla resumiendo varios métodos de calibración, de todo tipo, utilizados hasta la fecha [24, 25, 26, 27, 28] La novedad no está tanto en los métodos utilizados, ya que también utiliza un patrón de dos planos, y se basa en el *cross-ratio* para la obtención de las coordenadas de los puntos capturados en la imagen, sino que la diferencia radica en la forma del patrón.

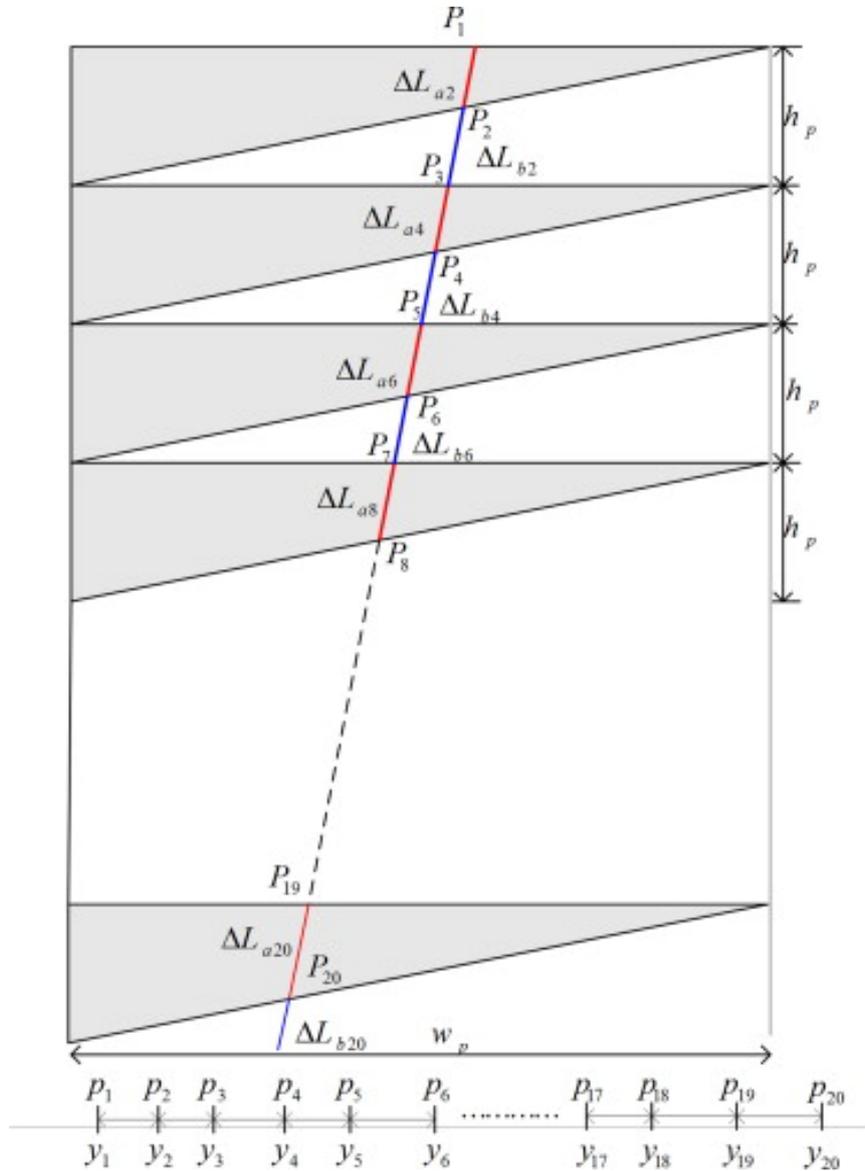


Figura 3.7: Obtención de la imagen lineal en sobre uno de los planos [22] ©2014 Published by Elsevier Ltd.

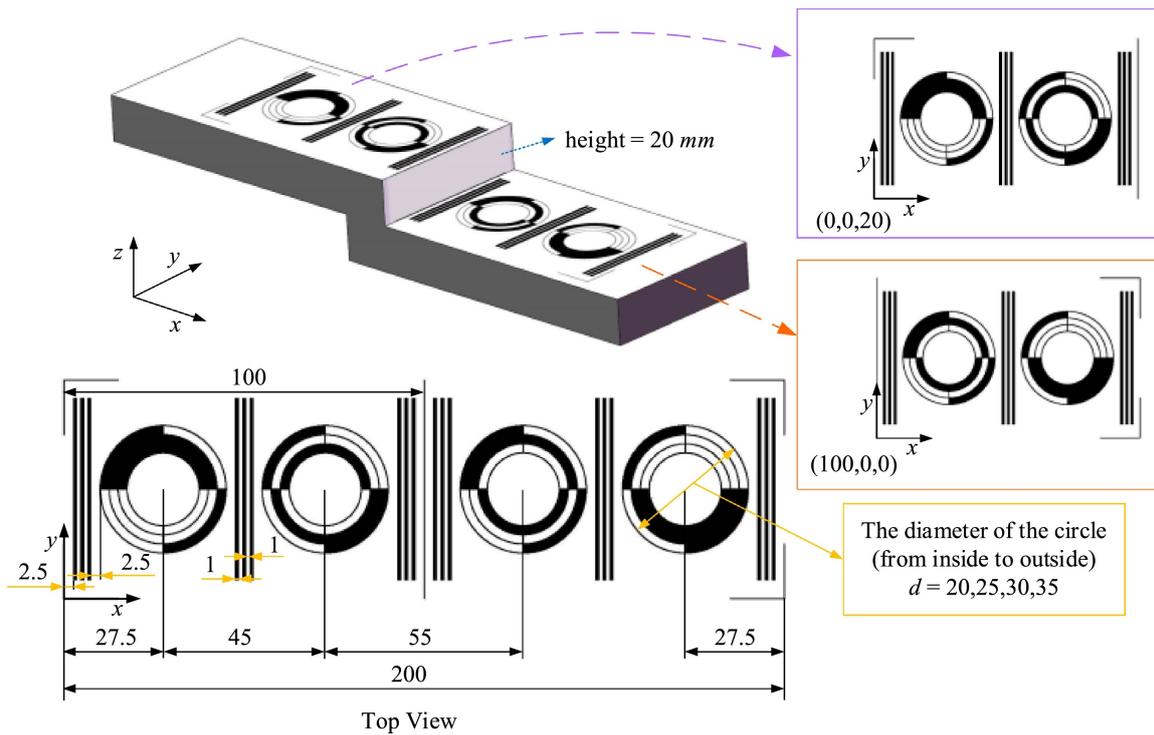


Figura 3.8: Patrón utilizado en [23] ©2018 Elsevier Ltd. All rights reserved.

La Figura 3.8 muestra en detalle el patrón de calibración utilizado en el artículo. Como se puede observar, está compuesto por cuatro círculos de tres anillos cada uno con diferentes secuencias de colores (códigos) dependiendo del cuarto de sector que ocupa. Las distancias entre los centros de los círculos son conocidas, al igual que los diámetros de cada uno de los anillos y la diferencia de altura entre ambos planos. Para facilitar la detección de los círculos en la imagen, se utilizan a cada lado de los círculos tres líneas verticales como separadores.

En la Figura 3.9 se muestran diferentes casos de líneas capturadas por la cámara lineal sobre un patrón en el que cada anillo está dividido en dos, es decir, cada uno de ellos tiene un código diferente para la mitad izquierda y la derecha. Sin embargo, tal y como muestra la Figura 3.9, es posible confundir hasta cuatro líneas de visión diferentes que originan una misma representación en la imagen. Por ello, el patrón utilizado tiene los anillos divididos en cuatro sectores, permitiendo de esta forma que las cuatro líneas diferentes visualizadas anteriormente tengan una representación sobre la imagen diferente. El mismo ejemplo que en el caso anterior, pero con los anillos divididos en cuatro partes se puede observar sobre la Figura 3.10.

Este procedimiento para la calibración de cámara lineal es de tipo estático, al igual que los anteriores, ya que no se requiere movimientos entre la cámara y el patrón para

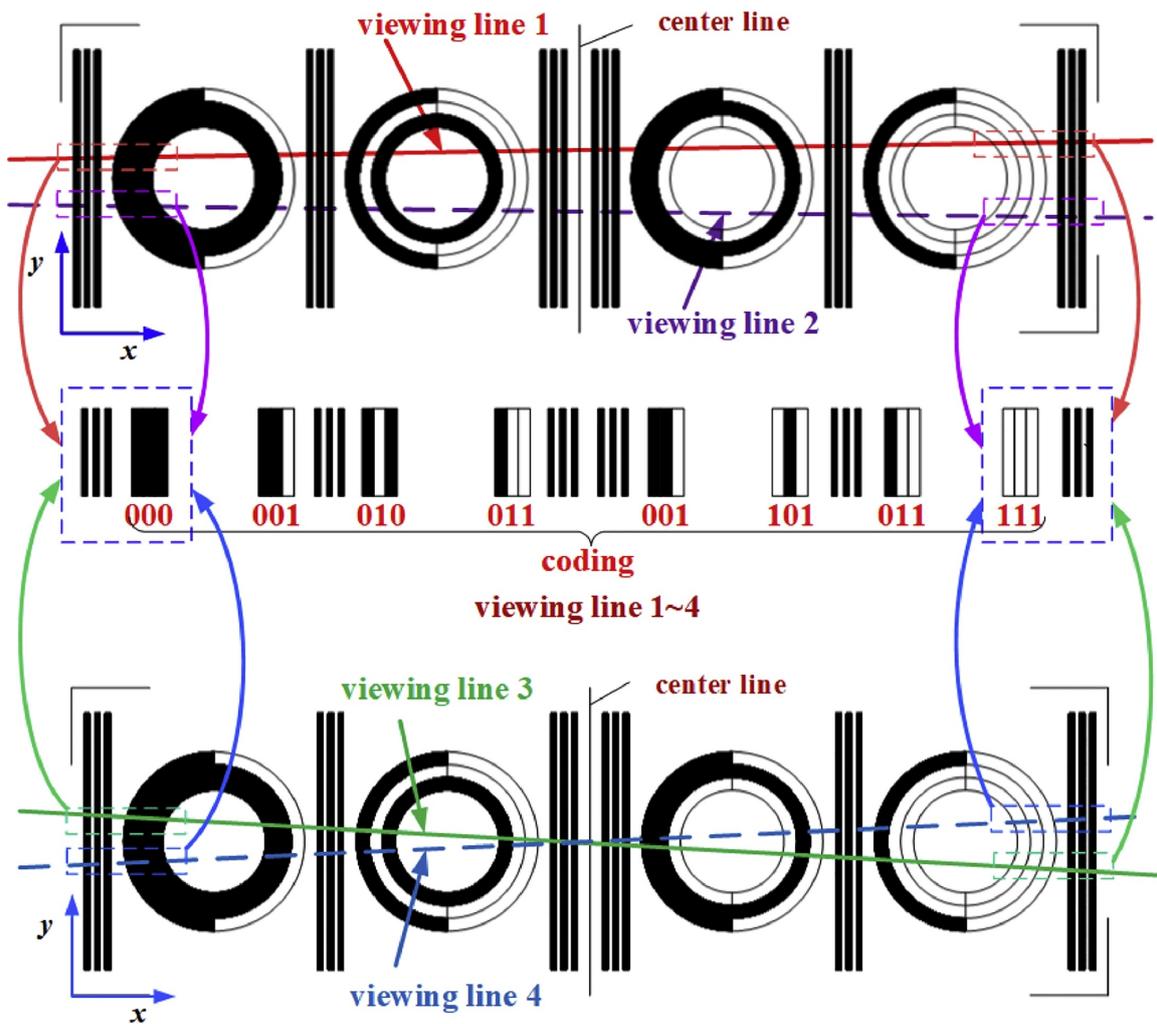


Figura 3.9: Ejemplos de líneas capturadas sobre anillos con dos códigos [23] ©2018 Elsevier Ltd. All rights reserved.

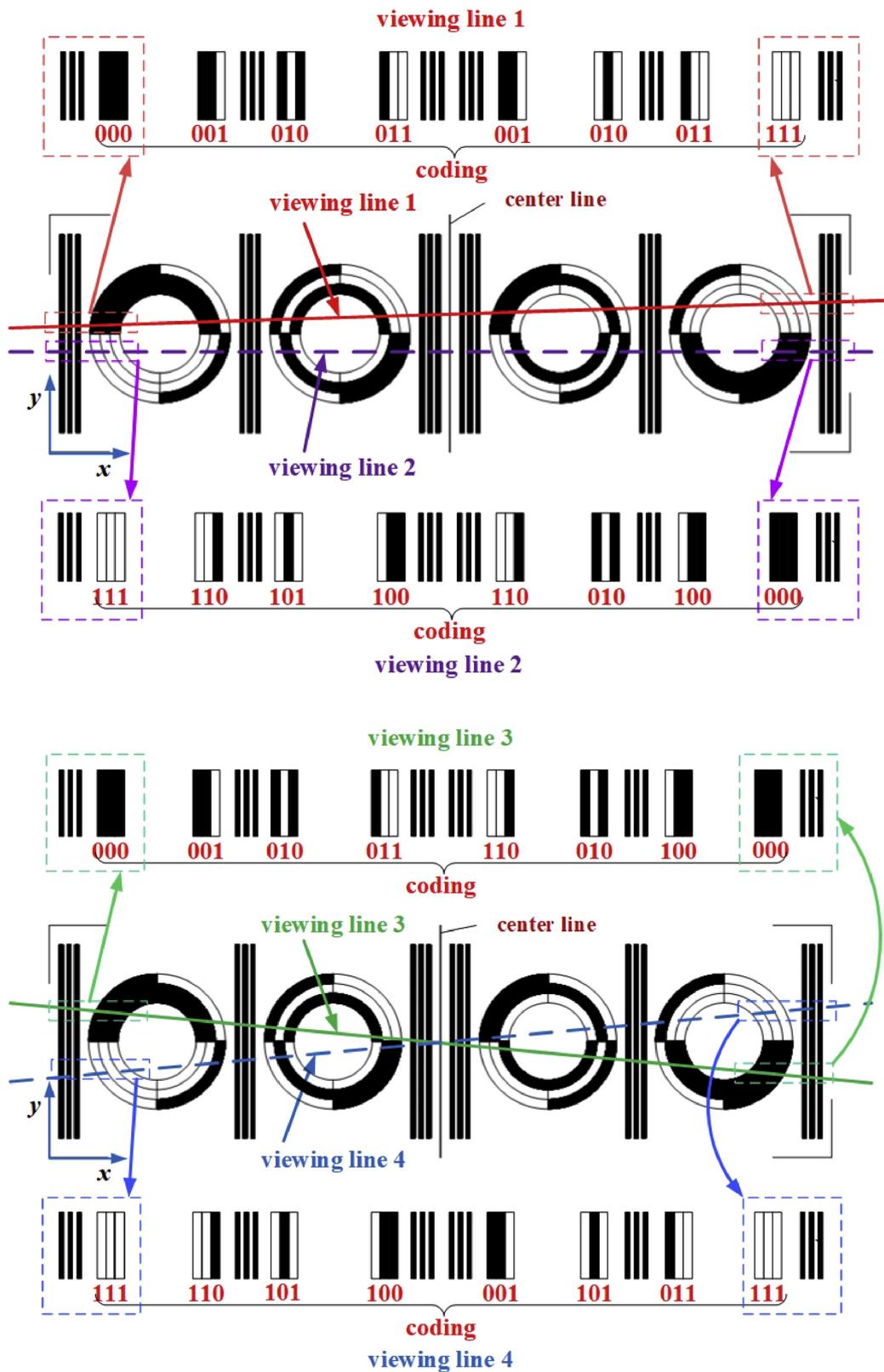


Figura 3.10: Ejemplos de líneas capturadas en anillos de cuatro códigos [23] ©2018 Elsevier Ltd. All rights reserved.

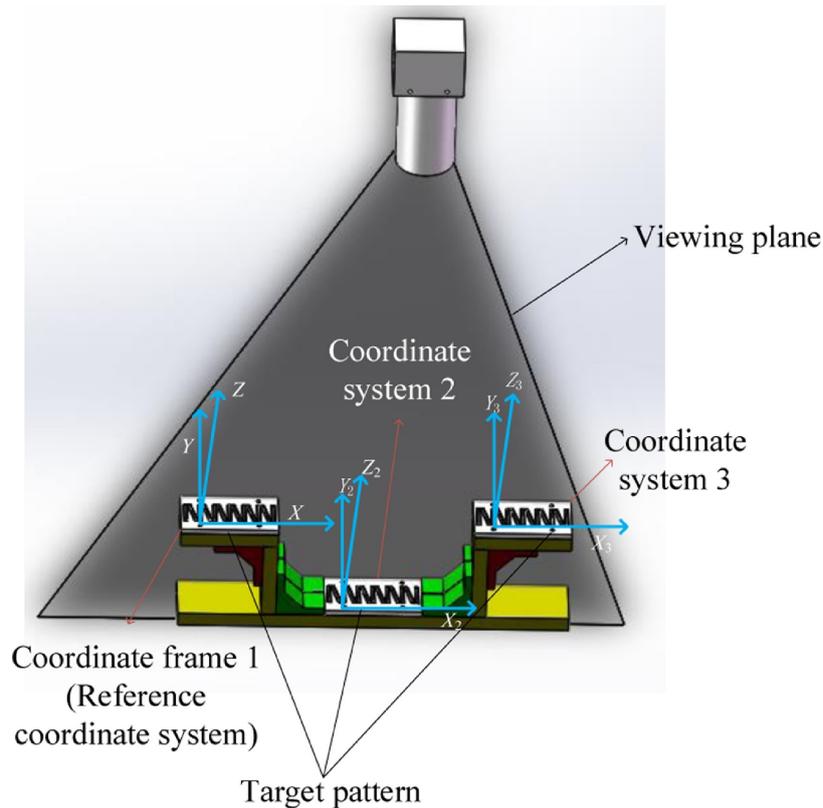


Figura 3.11: Patrón de calibración utilizado por [3] ©2018, The Authors. Published by Elsevier Ltd.

completar la calibración. Así mismo, al constar de dos planos diferentes, con un única imagen del patrón sería suficiente para abordar la calibración de la cámara.

Uno de los métodos más recientes en la calibración de cámaras lineales está propuesto en [3]. El artículo realiza además un repaso de los diferentes métodos de calibración empleados para las cámaras lineales [29, 30], poniendo especial énfasis en la importancia del proceso de calibración en la utilización de cámaras lineales para la realización de mediciones sobre la propia imagen. Además enumera alguno de los motivos por los que, en la actualidad, las cámaras lineales están siendo utilizadas en cada vez más aplicaciones en las que antiguamente se empleaban cámaras matriciales, siendo la principal ventaja de las cámaras lineales que permiten la medición de precisión en superficies tridimensionales de objetos que se encuentran en movimiento, incluso a alta velocidad.

El método propuesto aspira a resolver los errores causados por la distorsión de la cámara. Para ello emplea un patrón de calibración ligeramente diferente a los empleados anteriormente. En el método propuesto en el artículo, el patrón se compone por tres planos diferentes (ver Figura 3.11).

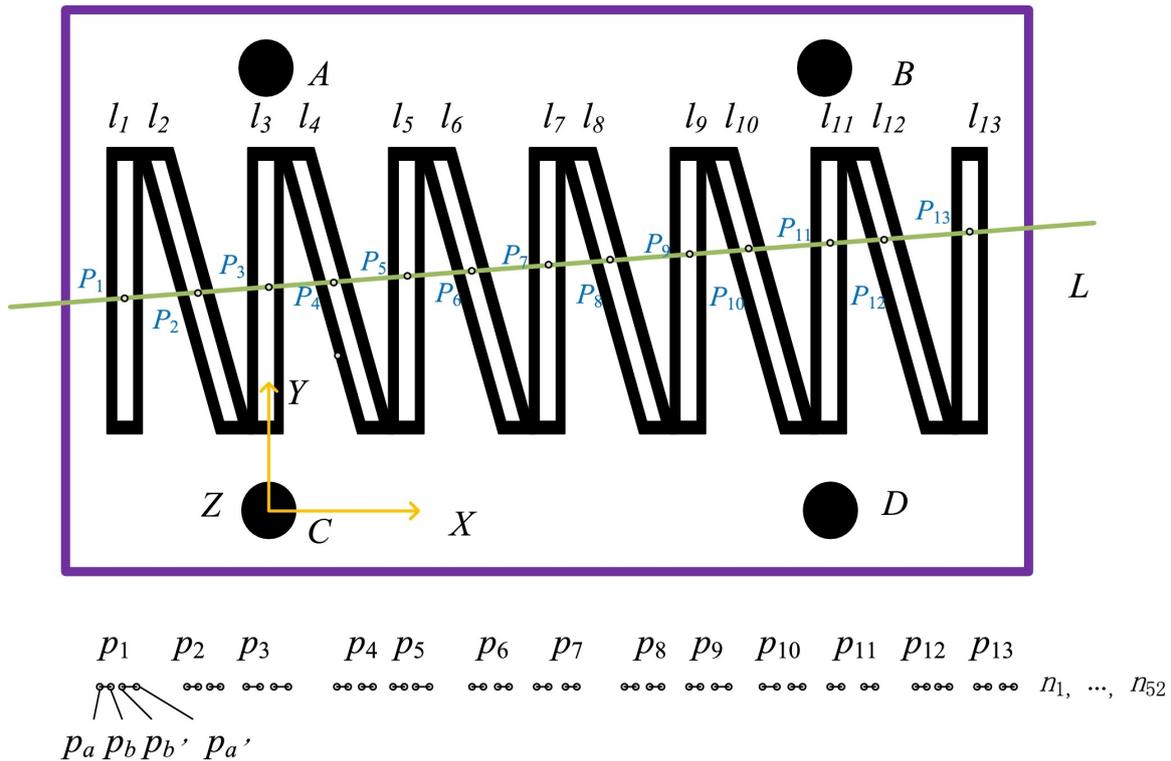


Figura 3.12: Disposición de las líneas en cada plano del patrón utilizado en [3] ©2018, The Authors. Published by Elsevier Ltd.

La principal novedad que se presenta en el artículo es la no utilización de líneas sólidas para la obtención de los puntos de la imagen. En lugar de emplear líneas simples verticales y diagonales, se utiliza un diseño similar en el que la representación de cada una de las líneas se hace mediante líneas blancas de 2 milímetros de ancho con bordes negros de un ancho de 1 mm. El patrón utilizado en cada uno de los tres planos anteriores se puede observar en la Figura 3.12.

En el artículo también varía ligeramente la obtención de los puntos ya que, en vez de utilizar el píxel central de la franja negra que correspondería con un píxel, se realiza el promedio entre aquellos píxeles que supongan el inicio y el final de cada una de las líneas negras capturadas por la cámara. Una vez obtenidos los puntos intermedios de las líneas negras se tomará el centro entre cada par para establecer el punto de intersección entre el plano de visión y la línea blanca del patrón. Para la obtención de las coordenadas de los puntos también se utiliza el concepto del *cross-ratio*.

El artículo adicionalmente realiza una comparación entre este modo de obtener los puntos de coordenadas de imagen y la obtención tradicional en la que se emplea el centro de la línea negra y resuelve que el método propuesto en [3] puede llegar a ser hasta cinco veces más preciso cuando existe una inclinación entre la cámara y el patrón. En la experimen-

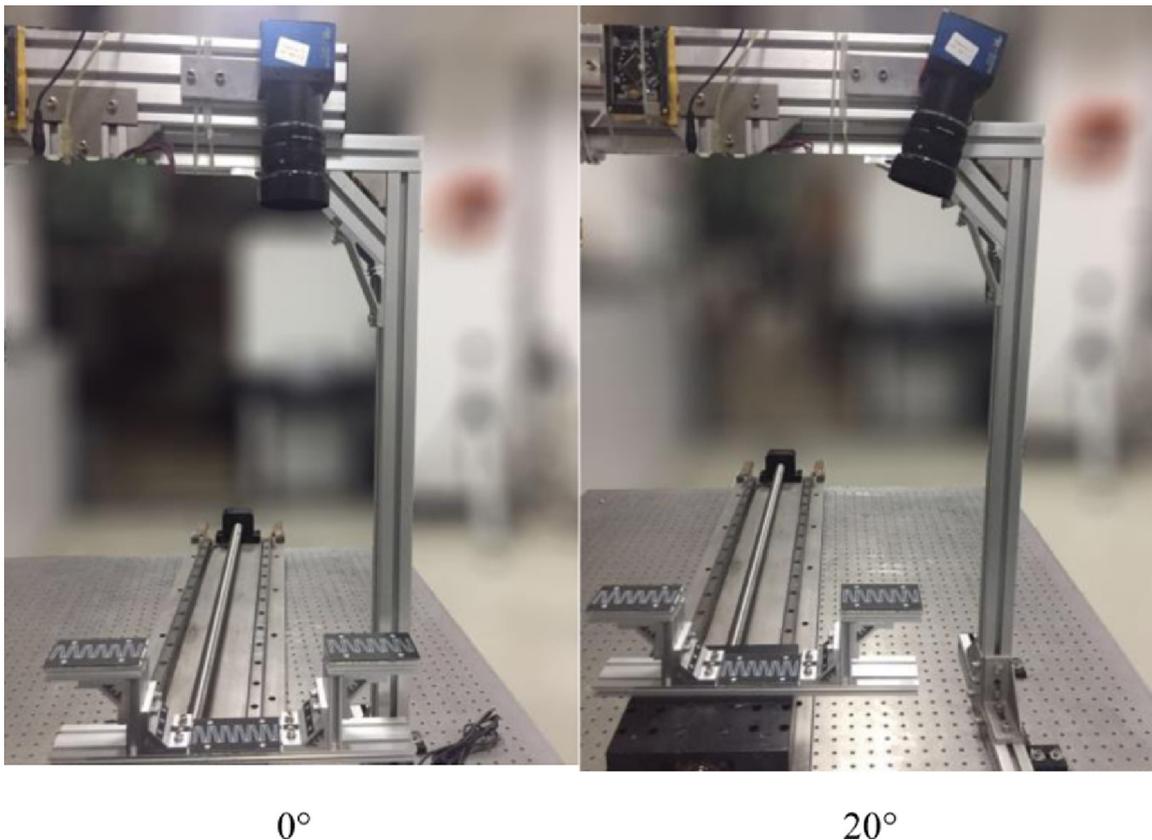


Figura 3.13: Experimentación con la inclinación de la cámara en [3] ©2018, The Authors. Published by Elsevier Ltd.

tación se compararon los resultados entre la posición perpendicular entre la cámara y los patrones de calibración (0°) y una ligera inclinación de 20 grados entre la cámara y los patrones según se muestra en la Figura 3.13.

Hasta el momento, todos los métodos comentados han sido de calibración estática, aunque también existen los métodos de calibración por escaneo. Estos métodos consisten en un movimiento constante del patrón de calibración que permite la obtención de una imagen tradicional, con 2 dimensiones, por la cámara lineal, siendo a partir de esa imagen de la que se pueden determinar directamente la correspondencia entre la plantilla utilizada y los diferentes puntos de la imagen. Se destaca como dificultad de este método que el desplazamiento de la cámara debería ser constante para evitar ruidos en las imágenes capturadas.

[24] es uno de los artículos de la literatura que presenta un método de calibración por escaneo. Uno de las bases del procedimiento propuesto es que en las cámaras lineales, al tener el sensor en una única dirección, es difícil reconocer un espacio de puntos capturados de forma estática.

Para poder dar solución a ese problema, el método propuesto utiliza una cámara lineal colocada sobre un raíl. El movimiento descrito por la cámara sobre el raíl es un movimiento rectilíneo uniforme, y gracias a ello se puede obtener una imagen matricial del patrón a partir de una cámara lineal. Por lo tanto, es posible extraer una relación entre los puntos detectados en la imagen y sus correspondencias sobre los puntos del patrón.

Para definir este modelo dinámico de imagen se utilizan dos ecuaciones proyectivas. El modelo de imágenes está determinado por seis parámetros extrínsecos, cinco intrínsecos y otros tres que definen el movimiento. Este conjunto de catorce parámetros se puede estimar de forma aproximada a partir de la transformación lineal directa (DLT) habiendo simplificado previamente el modelo de cámara y aplicando una optimización no lineal de mínimos cuadrados.

4. Metodología de trabajo

Esta sección se utilizará para proponer un método de calibración de cámara lineal, así como todos aquellos procedimientos que se consideren necesarios para alcanzar el objetivo final. Tras haber realizado la revisión de la literatura referente a la calibración de este tipo de cámaras, se pueden tomar las directrices que se recogerán a continuación para completar el procedimiento.

4.1.- PATRÓN DE CALIBRACIÓN

En la mayoría de los casos anteriores se utilizan patrones de calibración con más de un plano. La ventaja de estos patrones de calibración bidimensionales frente a los patrones planos es que, con una sola captura del mismo, es posible llevar a cabo la calibración de la cámara lineal. Si el patrón utilizado fuera plano, sería necesario realizar dos capturas con la plantilla en dos planos diferentes para completar la calibración. Además, el desplazamiento entre todas las diferentes posiciones debe ser conocido, afectando la precisión en la descripción del movimiento también en los resultados de la calibración.

El patrón utilizado está compuesto por dos planos iguales, que por medio de una estructura metálica se ha ensamblado formando un ángulo recto. En cada una de las caras, se encuentra un plano como el representado por la Figura 4.1. La apariencia global del patrón de calibración utilizado se puede ver en la Figura 4.2.

Tal y como muestra la Figura 4.1, cada una de las caras de ese patrón de calibración se compone de dos partes diferentes. En la zona superior se encuentra una secuencia de 41 líneas con forma de sierra, de forma similar a lo visto en [1, 2]. Una de las mayores diferencias respecto a los métodos propuestos en los artículos anteriores es el número de líneas utilizados en el patrón, ya que las 41 líneas del patrón propuesto contrasta con las 10 líneas del patrón propuesto por [1]. En el patrón propuesto cada una de las líneas verticales tiene una altura de 5 centímetros y la separación entre cada línea vertical es de 1 centímetro.

También es un patrón similar al empleado en [22] por la presencia de dos planos que forman un ángulo recto, y la forma del patrón utilizada con la salvedad de que el artículo proponía regiones sólidas en lugar de líneas. Otra diferencia es que el método propuesto en el artículo utilizada la parte interior del ángulo formado por ambos planos, y en el caso propuesto se utiliza la parte exterior. Además, el sistema de coordenadas no es común para todo el patrón, por lo que se ha de establecer una relación entre cada uno de los sistemas

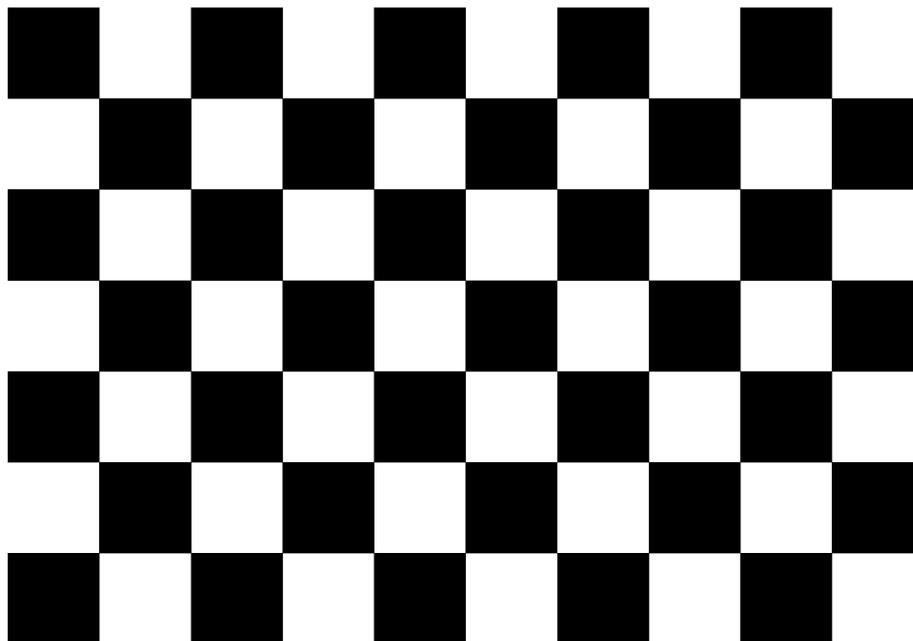
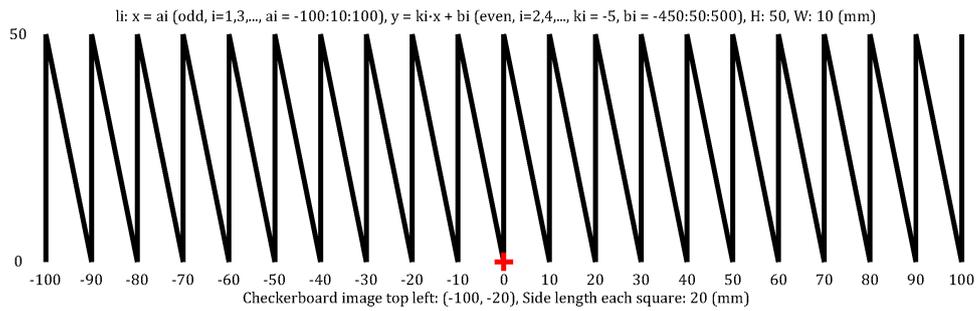


Figura 4.1: Una de las dos caras iguales del patrón de calibración

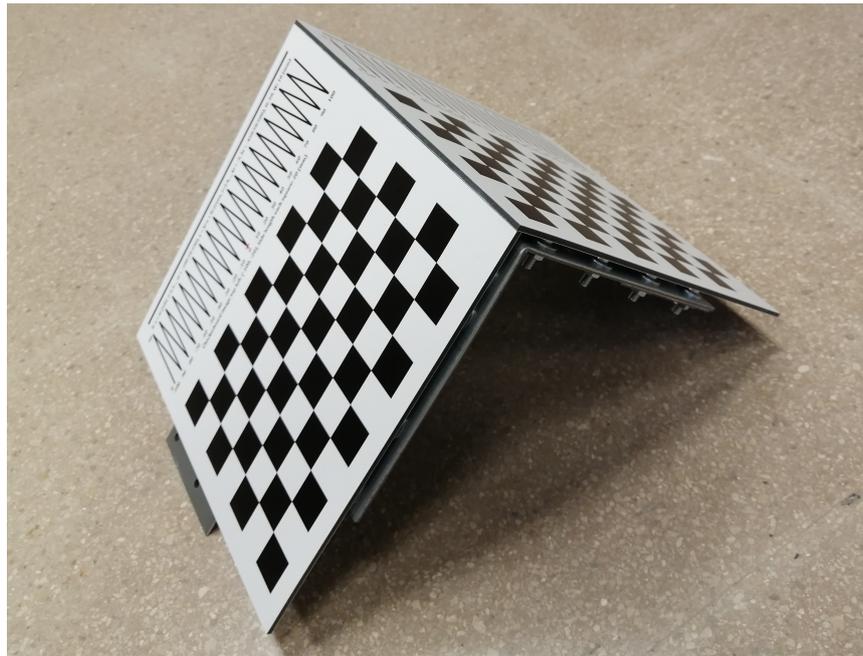


Figura 4.2: Aspecto global del patrón de calibración utilizado

de coordenadas de los patrones de calibración en ambos planos.

En la Figura 4.2 se muestra el ensamblaje de ambos planos en forma de ángulo recto y que la orientación de ambos planos es la misma. La continuidad espacial entre las líneas en forma de sierra en ambos planos permitirán que, con una única captura, se obtengan las posiciones sobre la imagen de los puntos pertenecientes a dos planos diferentes.

Adicionalmente, y con el objetivo de comparar la calibración obtenida utilizando el patrón descrito anteriormente, se utilizará un patrón lineal que se ubicará en dos posiciones diferentes. Trabajando con cámaras de tipo lineal y un método de calibración estático, no se puede emplear un patrón como el del tablero de ajedrez que se utiliza habitualmente en la calibración de cámaras matriciales. El patrón desarrollado para la calibración de la cámara lineal sigue las recomendación de los diferentes artículos leídos en el estudio del estado del arte, es decir, se compone de una secuencia de líneas verticales y diagonales intercaladas con forma de los dientes de una sierra.

El patrón plano de calibración para la cámara lineal se muestra en la Figura 4.3. Este patrón esta formado por un total de 99 líneas, de las cuales 49 son líneas diagonales y las 50 restantes verticales, con la misma altura y separación que en el patrón anterior, es decir, 5 centímetros de alto y una separación entre líneas verticales consecutivas de 1 centímetro.

En la parte superior del patrón mostrado en la Figura 4.3 se puede leer la expresión

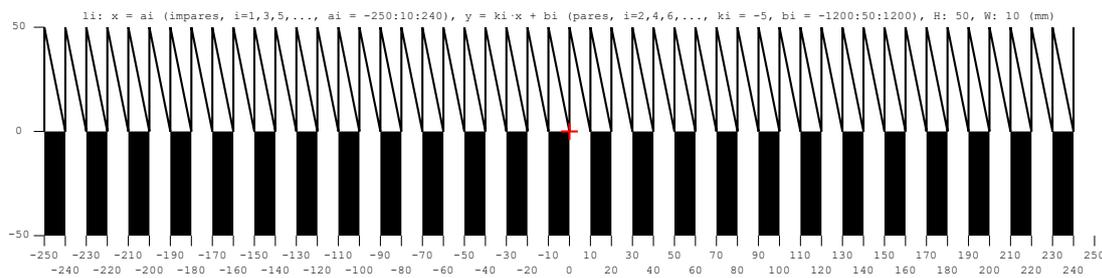


Figura 4.3: Aspecto global del patrón de calibración plano utilizado

de cada una de las líneas que resultará útil a la hora de expresar matemáticamente dichas líneas y aplicar el concepto del cross-ratio. En la parte inferior de esas líneas hay una secuencia de franjas blancas y negras de 1 centímetro de ancho que se pueden utilizar para enfocar la cámara según la distancia a la que se ubique el patrón en cada caso.

4.2.- MATRIZ DE HOMOGRAFÍA

Las Figuras 4.1 y 4.2 muestran que, además de las líneas en forma de sierra, cada uno de los planos del patrón tiene una región con una matriz de 7x10 cuadrados blancos y negros, similar a un tablero de ajedrez. Esta parte del patrón se utilizará para establecer las relaciones entre los sistemas de coordenadas de cada uno de los patrones, y no cometer los posibles errores de alineación que se hubieran cometido al realizar la estructura que fija a 90 grados el patrón.

MATLAB proporciona una interfaz gráfica para realizar de forma sencilla la calibración de una cámara matricial a partir de una serie de imágenes. Como se comentó para las cámaras lineales, el proceso de calibración es aquel que extrae los parámetros (tanto intrínsecos como extrínsecos) que permiten definir el modelo de la cámara en cada captura. Prestando especial atención a las componentes extrínsecas, se puede obtener la posición del patrón de calibración en cada una de las imágenes, y teniendo en cuenta un par de capturas, se podrían relacionar las coordenadas de uno de los sistemas de referencia con los de la otra imagen.

Esta transformación es posible ya que los parámetros extrínsecos de la cámara vienen determinados por la matriz de rotación y los vectores de traslación entre el sistema de coordenadas de la cámara y el patrón detectado sobre la imagen. La transformación inversa permite convertir las coordenadas en la dirección opuesta. La combinación de una transfor-

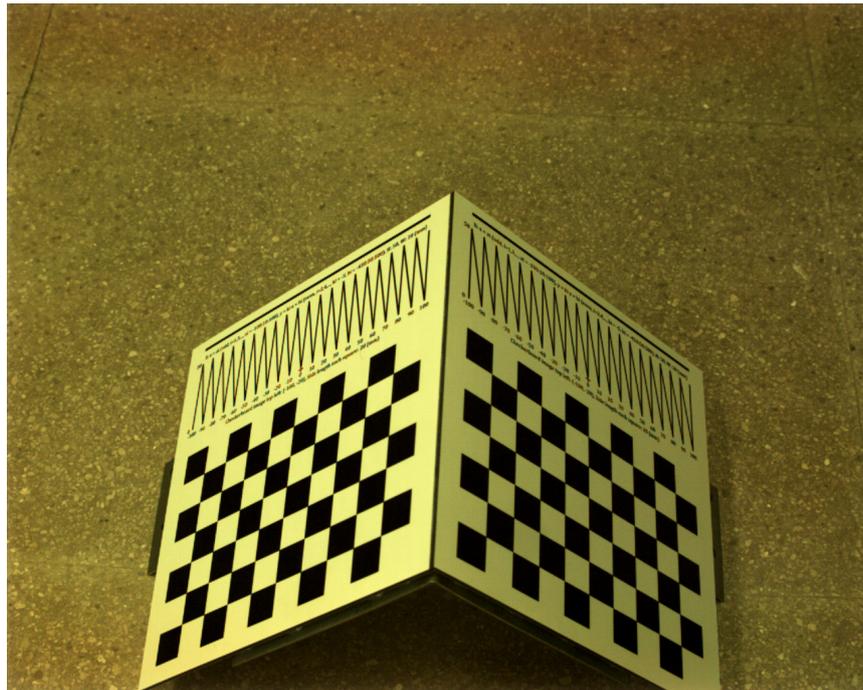


Figura 4.4: Imagen a partir de la cual se puede obtener la matriz de homografía entre planos del patrón

mación con una imagen y la contraria en otra, permite relacionar los puntos de la primera imagen con los de la segunda. Por lo tanto, si con la misma orientación del patrón se capturan separadamente ambas caras del patrón en imágenes diferentes, sería posible obtener la relación entre los puntos de ambos planos, y por lo tanto, la transformación que necesaria para convertir los puntos de un plano en puntos expresados en el sistema de referencia del otro plano.

Para obtener la matriz que relaciona las coordenadas entre ambos sistemas de coordenadas (homografía) se utilizará una imagen en la que se puedan identificar los cuadrados negros y blancos de ambos planos simultáneamente. Una imagen de ejemplo puede ser la mostrada en la Figura 4.4.

4.3.- ADQUISICIÓN DE IMÁGENES

Una de las partes fundamentales de este trabajo consiste en la captura de imágenes. Aunque el objetivo del trabajo está orientado a la calibración de una cámara lineal, para completar el apartado anterior, por el que se obtiene una matriz de homografía que relaciona los sistemas de coordenadas de ambos planos, se utilizará una cámara matricial.

La cámara matricial utilizada durante la experimentación es la Mikrotron EoSens GE MC1365 [31]. Esta cámara utiliza un sensor de 1 pulgada de tipo CMOS que permite tomar imágenes en color con una resolución de 1-1.9 megapíxeles con una velocidad máxima de 80 *frames* por segundo (fps) a través de la interfaz GigE Vision por la que se comunica con el software de captura.

GigE Vision [32] es un estándar de interfaz para cámaras industriales de alto rendimiento introducido en el año 2006. Proporciona un entorno para la transmisión de vídeo a alta velocidad y datos de control a través de redes Ethernet. Este estándar fue iniciada por un grupo de 12 empresas, y desde entonces el comité ha crecido hasta incluir más de 50 miembros. Algunos de los miembros fundadores son Teledyne DALSA o Pleora Technologies.

El desarrollo del estándar y su administración continua es supervisado por *Automated Imaging Association* (AIA). GigE Vision está basado en el estándar de Protocolo de Internet, y uno de sus objetivos es la unificación de los protocolos actuales para cámaras industriales. GigE Vision no es un protocolo abierto y, como tal, se requiere una licencia especial para desarrollar controladores de cámara GigE.

Para capturar las imágenes se ha utilizado, en un equipo con sistema operativo Windows 10, el software de eBUS Player [33], en su versión 4.1.6.3809 desarrollado por Pleora Technologies Inc. Durante la captura de las imágenes, además de los parámetros de red apropiados para que el software detecte la cámara, se ha configurado la resolución de las imágenes para que sea la máxima permitida por el programa y la cámara, por lo que cada una de las imágenes obtenidas tienen una resolución de 1280x1024 píxeles. También se ha trabajado con la máxima apertura posible del diafragma en la cámara y ajustando el tiempo de exposición a un valor lo suficientemente alto como para poder capturar las imágenes con luz ambiental, sin necesidad de una fuente externa de iluminación.

Una función a destacar del programa es que permite tomar imágenes de manera manual, es decir, indicando en que instante tomar la imagen, pero también es posible realizar la captura de forma continuada, configurando el intervalo entre imágenes el programa puede capturar una secuencia de imágenes. Dada la naturaleza de las imágenes a capturar, esta segunda opción es la más interesante ya que permite obtener varias capturas sin interactuar con el programa ya que se necesitan realizar varias capturas del patrón en diferentes posiciones y orientaciones.

Para el resto del trabajo, y siempre que se refiera a una cámara lineal, la especificación

de la cámara utilizada para la captura de imágenes es Teledyne Dalsa con número de modelo LA-GC-04K05B [34]. alguna de sus principales características es la resolución de 4096x2 píxeles en color, con un tamaño de píxel de 7.04 μm . Otras de las características de la cámara pueden ser su temperatura de funcionamiento entre 0 y 65 °C, la profundidad de color de 8 bits, que tiene un peso de 280 gramos y unas dimensiones de 62x62x47 milímetros de ancho, alto y largo respectivamente.

La interfaz, al igual que la de la cámara matricial, es de tipo GigE Vision, que permite una velocidad máxima de captura, en modo TurboDrive, de 45 kHz, es decir, 45000 imágenes capturadas por segundo. En el caso de la cámara lineal, para la captura de imágenes desde ordenador se utiliza el software CamExpert [35], en su versión 8.41.00.1955 desarrollado por Teledyne DALSA Inc. Este software permite configurar una gran cantidad de parámetros, siendo uno de los más influyentes a la hora de la experimentación el *timeout*, es decir, el tiempo de espera para recibir los datos de una imagen completa.

Dado que el método propuesto se enmarca como una calibración estática, al no requerir una alta precisión debido al movimiento, la velocidad de captura puede ser baja. En este aspecto, la velocidad de captura se ha configurado al mínimo que permite la cámara, es decir, 100 hercios (imágenes por segundo). Esta velocidad, pese a ser la mínima permitida por el software para esta cámara, requiere de una fuente de iluminación ya que entre la luz natural y la del laboratorio no resulta suficiente para diferenciar las líneas en la imagen.

Para conseguir una iluminación correcta en el campo de visión de la cámara se ha incluido una fuente de luz LED a cada lado de la cámara. Cada una de esas fuentes constan de dos dispositivos LED de gran luminosidad, alimentados con corriente continua para evitar la intermitencia típica de estos dispositivos al utilizar corriente alterna, la cual interferiría en la captura y se podría visualizar en la imagen capturada. Al trabajar con una frecuencia de captura de imágenes tan baja junto con una buena iluminación, es posible reducir el tamaño de diafragma a emplear por la cámara, provocando así un ligero aumento en la profundidad de campo. El concepto de profundidad de campo en la fotografía se refiere a la distancia por delante y por detrás del punto enfocado que aparece con nitidez en una foto, es decir, cuanto mayor sea la profundidad de campo, mejor será la precisión de las líneas sobre la imagen.

Pese a trabajar con un método de calibración estático, en la captura de la cámara se obtendrá más de una línea para realizar el promedio de todas ellas y eliminar los posibles ruidos presentes en cada una de las líneas. Durante la experimentación se han trabajado con imágenes compuestas por un total de 100 o 200 líneas, dependiendo del momento o la

aparición de la captura, sin embargo, este valor no influye porque todas las líneas serán finalmente tratadas como una única línea.

Por lo tanto, teniendo en cuenta la velocidad de captura y el número de líneas que tendrá la imagen, se debe configurar un valor de *timeout* que permita la obtención de la imagen completa. Para evitar complicaciones producidas por este valor, se recomienda no ajustar en exceso el valor al tiempo mínimo necesario, pudiendo fijar un tiempo relativamente amplio que asegure que la imagen sea leída completamente.

Otras de las funciones importantes que permite el software de CamExpert es la calibración del sensor. Respecto a los sensores CCD se producen habitualmente dos tipos de anomalías [36]:

- *Fixed Pattern Noise (FPN)*
- *Photo Response Non Uniformity (PRNU)*

En ausencia de luz, incluso con el objetivo tapado, la imagen obtenida debe ser completamente negra. Esta calibración se hace en el momento de fabricación de los sensores y no suele ser necesario modificarla con el tiempo. Sin embargo, al iluminar una superficie con una luz uniforme, la imagen obtenida debe ser lo más homogénea posible. Las diferencias entre el valor esperado y el obtenido es lo que se conoce como PRNU, y se debe calibrar para cada configuración de iluminación ya que permite reducir los puntos calientes de la imagen, y es de vital importancia ya que siempre se suele procurar que la iluminación sea lo más homogénea posible en la imagen del objeto a inspeccionar.

4.4.- EXTRACCIÓN DE PUNTOS DE LA IMAGEN LINEAL

En el método de calibración propuesto, al utilizar un patrón con líneas, es necesario establecer una forma de obtener la posición que ocupan las líneas en la imagen. Al tratar numéricamente una imagen lineal, se podría obtener la posición de la línea en el punto que más alto es el valor del color negro, sin embargo, este método proporcionará una precisión de píxel, y al no tener en cuenta los píxeles del entorno, se podrían detectar la posición de la línea en una posición bastante diferente a aquella en la que realmente se debería ubicar.

Para tal fin se desarrolla una función en MATLAB basada en la lectura de una imagen lineal capturada previamente y que tendrá como objetivo extraer de la misma las coordena-

das, referidas al sistema de coordenadas de la imagen (posiciones de los píxeles), en las que se encuentran los puntos de intersección con el patrón de calibración utilizado. Aunque en el artículo [3] se propone la detección de líneas como el píxel promedio entre la posición de inicio y final de la línea en la imagen, en el método se tratará de identificar un único punto para cada línea.

De modo general, tras un procesamiento previo necesario que incluye el promedio de todas las líneas que componen la imagen, el método realiza dos iteraciones. En la primera de ella localiza los valores máximos de la imagen, que se corresponderían con los píxeles más negros de la imagen, típicamente existirá un máximo para cada línea capturada en la imagen. En el caso ideal de que el punto de intersección solo estuviera en un píxel de la imagen, con este paso sería suficiente, pero al ocupar varios píxeles cada una de las líneas esto no ocurre así, y por tanto se aplica un segundo procesamiento en el que, partiendo de los puntos anteriormente obtenidos se calcula el centro de masas entre esos puntos y los de su entorno. De forma resumida, este es el modo seguido para obtener la posición central del punto en la imagen con una precisión de subpíxel, es decir, con una precisión mayor que la de los propios píxeles.

Como entradas de la función se han definido los siguientes argumentos:

- `img_file` que hace referencia a la ruta del archivo que contiene la imagen lineal que se va a procesar
- `pixel_inicio` es la posición de la imagen, expresada en píxeles, a partir de la cual se espera encontrar los puntos que pertenecen al patrón
- `pixel_final` es la posición de la imagen en la que se termina la representación del patrón
- `bounds_pixel` es el entorno, en número de píxeles sobre el valor máximo localizado en la primera iteración, que se tendrá en cuenta para calcular el centro de masas

Como se puede extraer a partir de los argumentos de la función, es necesario especificar los píxeles entre los cuales se espera encontrar el patrón. Esto se debe a que a veces la imagen puede haber fotografiado el patrón y más elementos (típicamente el fondo) que podrían interferir en la aplicación del algoritmo. Este método de trabajo es habitual en los problemas de visión por computador y otras especialidades del procesamiento de datos y se conoce como declaración de una región de interés (ROI por sus siglas inglés). A

pesar de que esta declaración se podría realizar de manera automática, por no aportar una gran ayuda al programa, los valores de la región de interés han de obtenerse de forma manual, típicamente mediante prueba y error como paso previo a la aplicación de todo el procesamiento de la imagen explicado de esta función.

El parámetro `bounds_pixel` se utilizará para la obtención de la posición de los puntos con precisión de subpíxel. Para ello se aplicará el centro de masas a los puntos del entorno de una serie de máximos que se han sido obtenidos durante la primera iteración del método.

Tras el procesamiento completo, la función retornará los siguientes valores:

- `gray_img` que será una lista con el promedio de cada píxel en la imagen original
- `gray_values_invert` son los valores de cada uno de los píxeles de la imagen promedio e invertidos
- `positions` contiene la posición, con una precisión de subpíxel, de los puntos en la imagen en los que se localiza la línea del patrón

Los valores `gray_img` pueden ser representados como imagen y en ella están los valores promedio de cada uno de los 4096 píxeles que forman la imagen original. El único procesamiento necesario para obtener dichos valores consiste en convertir la imagen original en color, en una imagen de grises y promediar cada uno de los píxeles de las diferentes líneas que la componen.

Los valores `gray_values_invert` son, de la misma forma que en el caso anterior, el promedio de la imagen original en cada píxel, solo que en este *array* los valores se encuentran invertidos. La inversión se justifica en que el color blanco de imagen se representa con valores altos (hasta 255) mientras que el negro tiene valores bajos (cerca de 0) y la función `findpeaks` del módulo de señales de MATLAB está implementada para buscar máximos. Por tanto, la inversión de los valores se realiza para que la función localice los puntos negros de la imagen que, en este caso, se corresponderán con los valores máximos de la señal que se pase a la función.

4.4.1.- Detalle del procedimiento

Tras la introducción anterior en términos generales, a continuación se explican algunos detalles de la implementación realizada, comenzando por la definición de la cabecera de la función que fija las entradas que recibe el método y las salidas que produce.

```
1 function [gray_img, gray_values_invert, positions] =  
    readLineScan_funcion(img_file, pixel_inicio, pixel_final,  
        bounds_pixel)
```

Como primera instrucción del método se carga la imagen especificada en los argumentos de entrada.

```
4     originalImage = imread(img_file);
```

Para seguidamente convertir la imagen original en color, en el sistema tridimensional RGB, a una imagen en escala de grises.

```
7     grayImage = rgb2gray(originalImage);
```

Para obtener la imagen gris promedio, una vez obtenida la imagen en escala de grises se aplica el promedio a cada píxel y se escalan los valores iniciales entre 0 y 255 para que estén en el rango [0, 1], de forma que pueda ser representada como imagen a continuación.

```
10    gray_img = im2uint8(mean(grayImage)./255);
```

Se calculan los valores grises promedio de la imagen y se invierten. El cálculo de esos valores se hace, para el píxel i -ésimo: $g_i = 255 - \bar{I}_i$. De esta forma, la localización de puntos negros sobre la imagen se podrá realizar buscando los máximos sobre estos valores.

```
14    gray_values_invert = ones(1, length(originalImage)) .* 255 -  
        mean(grayImage);
```

A continuación se buscan los máximos, que se corresponderán con los puntos más negros de la imagen. Para ello se utiliza la función `findpeaks` de MATLAB. Esta función recibe los valores de la imagen promedio e invertida obtenidos anteriormente, y será sobre esos valores de los que se seleccione el rango de píxeles en los que se espera encontrar el patrón. La región de interés tendrá como límites los valores `pixel_inicio` y `pixel_final`, que han sido introducidos por el usuario manualmente como entradas del método.

Además, en la llamada a la función se fija una configuración adicional para las propiedades `MinPeakHeight` y `MinPeakDistance` de la función `findpeaks`. Tras varias experimentaciones de prueba con diferentes imágenes, los valores introducidos en la propiedad `MinPeakHeight` selecciona solo los máximos cuyo valor esté por encima de 200. De esta forma se evita la detección de máximos en las zonas blancas del patrón que se puedan corresponder con ruido de la imagen o defectos en la iluminación.

El parámetro `MinPeakDistance` fija la distancia mínima entre puntos y se ha establecido su valor en 10 píxeles. Con ello se consigue que, en caso de existir varios máximos próximos entre el método realice otra iteración para quedarse únicamente con el mayor de esos valores, evitando que se detecten más de un máximo en cada punto negro de la imagen.

```
17 [pks,locs] = findpeaks(gray_values_invert(pixel_inicio:  
pixel_final),'MinPeakHeight',200,'MinPeakDistance',10);
```

Como el método no recibe la imagen completa, sino que solamente toma la región de interés, es necesario mapear los valores obtenidos con la posición real de los píxeles sobre la imagen. Este desplazamiento se corresponde con el píxel inicial (`pixel_inicio`) menos 1 por el indexado de MATLAB. A partir de entonces, el vector `pixel_positions` contendrá los píxeles de la imagen sobre los que se ha localizado un valor máximo local.

```
21 pixel_positions = locs+pixel_inicio-1;
```

A partir de este momento, se realiza la segunda iteración del método, el cual nos permite obtener con una mayor precisión la posición del punto negro en la imagen. Como punto de partida se utilizan los máximos obtenidos anteriormente y para cada uno de ellos se aplica el concepto de media ponderada con los píxeles de su entorno. El número de píxeles a cada lado del máximo que se utilizarán se corresponde con la entrada del método `pixel_bounds`, y para toda la experimentación se ha utilizado el valor 5.

El primer paso será la declaración de un vector, inicialmente con ceros, en el que se guardarán las posiciones obtenidas en esta nueva iteración y que serán las que el método retornará al usuario.

```
29 positions = zeros(1,length(pixel_values));
```

Se aplicará el cálculo de centro de masas, basado en la media ponderada, a cada uno de los máximos obtenidos anteriormente. Para ello se iterará por cada una de las posiciones del vector con las posiciones de los puntos máximos obtenidos a través de la función `findpeaks`.

```
33 for i=1:length(pixel_positions)
```

En cada iteración se toma la posición del píxel con el valor máximo local que se había obtenido anteriormente.

```
35 x_position = pixel_positions(i);
```

Se toman los píxeles de la imagen en un entorno respecto a la posición del máximo que se indica con el valor de `bounds_pixel`.

```
38 x = x_position - bounds_pixel : x_position + bounds_pixel;
```

Se toman los valores de la imagen invertida que se corresponden con las posiciones obtenidas anteriormente. Estos valores se utilizan como pesos en el cálculo de la media ponderada. Cuanto mayor sea el valor (más negro sea el píxel), mayor será la aportación de esa posición al promedio.

```
41 y = gray_values_invert(x);
```

El valor en el que se localiza el píxel se corresponde con el promedio de X ponderado según el valor de los pesos. El número total de puntos será N , que tendrá valor $N = 2 \cdot bounds_pixel + 1$. El valor de posición del punto en la imagen con precisión de subpíxel está determinado por la expresión: $p_i = \sum_{j=1}^N x_j \cdot \frac{y_j}{\sum y}$

```
42 positions(i) = sum(x .* (y ./ sum(y)));
```

4.5.- DETERMINACIÓN DE PUNTOS

Una vez se ha obtenido la posición en imagen de los puntos de intersección entre el patrón de calibración y el plano de visión de la cámara, para completar el proceso de calibración, es necesario conocer las coordenadas de esos mismo puntos sobre el mundo físico, es decir, en el sistema de referencia del patrón. Tal y como se propone en varios artículos de la literatura sobre calibración de cámaras lineales como [4, 37, 23, 3], para obtener estos valores se aplica el concepto de invariancia del *cross-ratio* para cuatro puntos colineales. De forma muy resumida, este principio afirma que en el caso de puntos colineales, la proporción entre las distancias entre ellos se mantienen invariantes independientemente de la representación que se haga de ellos.

De igual manera que para el procesamiento de la imagen lineal, se ha desarrollado una función de MATLAB que, utilizando la definición del patrón utilizado en la calibración y las posiciones de los puntos de imagen obtenidos anteriormente permitirá conocer las coordenadas físicas de dichos puntos. Esta función aplica la propiedad de invariancia del *cross-ratio* entre puntos para el problema concreto de calibración de una cámara lineal.

Esta parte del procedimiento se caracteriza por tener la imagen lineal de un patrón de calibración compuesto de varias líneas definidas geométricamente por lo que se puede

expresar mediante una expresión matemática cada una de las líneas que lo compone. El método de calibración se basa en que el *cross-ratio* de cuatro puntos colineales se mantiene constante independientemente de la proyección utilizada y, por lo tanto, la proporción entre los cuatro puntos localizados en la imagen será la misma que en las coordenadas físicas del patrón, tanto para la componente horizontal como la vertical, e incluso para la proyección en dos dimensiones. La función recibe como argumentos de entrada la definición del patrón y la imagen capturada del mismo.

La definición del patrón sigue la notación $x = a_i$ para las líneas verticales y la expresión $y = k_i x + b_i$ para las líneas diagonales, si bien se podrían haber convertido todas ellas a la expresión de la forma general de las rectas $Ax + By + C = 0$ para que todas las líneas se tratasen de la misma forma. Sin embargo, al utilizar las primeras expresiones, los argumentos de entrada que definen el patrón son los siguientes:

- a_i es un vector con las componentes de cada una de las líneas verticales expresadas de la forma $x = a_i$
- b_i es un vector con la coordenada de cruce al eje vertical de cada una de las líneas diagonales según la forma $y = k_i x + b_i$
- k_i es un valor constante ya que todas las líneas diagonales tienen la misma inclinación y se corresponde con la pendiente de las líneas diagonales

El método también recibe la imagen obtenida del patrón ya procesada, es decir, las coordenadas de imagen (posición del píxel) de la intersección del plano de visión de la cámara lineal con las diferentes líneas del patrón de calibración. Dedicando el argumento `line_scan` para el vector de posiciones de los píxeles de la representación en imagen del patrón. En el trabajo realizador se tendrán representaciones completas del patrón, es decir, donde se hayan fotografiado tantas líneas como las presentes en el patrón.

En el caso de que el número de líneas del patrón no coincida con el número de puntos en la imagen fotografiada, habría que detenerse para ver que subconjunto de líneas se han fotografiado y poder adaptar las variables de entrada a_i y b_i para coincidir con el número de líneas capturadas en la imagen lineal.

El método, una vez completada su ejecución, devolverá dos listas:

- X como vector con los valores de la componente X de los puntos de intersección entre el plano de visión de la cámara y el patrón expresadas en el sistema de coordenadas

del patrón. Los valores de esta componente en las líneas verticales son conocidos de antemano, y para hallar los valores de las líneas diagonales se aplicará la invarianza de *cross-ratio* para cuatro puntos coplanares.

- Y es un vector con los valores de la componente Y de los puntos de intersección entre el plano de visión de la cámara y el patrón expresado en el sistema de coordenadas del patrón. Para obtener estos valores, primero se ha de obtener la componente X de todas las líneas. Seguidamente, como las líneas diagonales están expresadas en función de $y = k_i x + b_i$ y son conocidos todos los valores implicados, se puede obtener la componente Y de los puntos de intersección con las líneas diagonales. Una vez obtenidas las coordenadas de los puntos de intersección con las líneas diagonales se hará un ajuste lineal que modelará la línea de intersección entre el plano de visión y el patrón de calibración. Conociendo la expresión de la línea de intersección y la componente X de las líneas verticales, también se podrá obtener la componente Y de estos puntos, con lo que el procedimiento estará completo.

4.5.1.- Detalle del procedimiento

En primer lugar, se define la función con la estructura de entradas y salidas que se comento anteriormente.

```
1 function [X, Y] = applyCrossRatio(ai, bi, ki, line_scan)
```

En primer lugar, para poder hacer una de las comprobaciones más básicas que permite este tipo de problema, se obtiene el número de líneas que conforma el patrón a partir de la suma de componentes a_i y b_i .

```
5 PATTERN_LINES_NUM = length(ai) + length(bi);
```

Y a continuación se realiza dicha comprobación que consiste en que el tamaño de `line_scan` debe coincidir con el número total de líneas del patrón definido. En caso de que el número de líneas no coincida se mostrará un mensaje de error que abortará la ejecución del programa.

```
9 if (length(line_scan) ~= PATTERN_LINES_NUM)  
10     error('All lines of the pattern must be photographed');  
11 end
```

Se inicializan los vectores X e Y en los que se almacenarán los valores a retornar por la función con el tamaño acorde al número de líneas del patrón. La inicialización se establece

con ceros por lo que la presencia de ceros en la salida puede ser un indicador de que la función no estuviera funcionando correctamente.

```
18 X = zeros([1 PATTERN_LINES_NUM]);  
19 Y = zeros([1 PATTERN_LINES_NUM]);
```

También se inicializan las matrices A y B que serán utilizadas para obtener la expresión de la intersección entre el plano de visión de la cámara y las líneas diagonales del patrón.

```
24 A = ones([ length(bi) 2]);  
25 MatB = zeros([ length(bi) 1]);
```

Tras la inicialización de todas las variables para evitar la pérdida de rendimiento al ir variando el tamaño de las variables en tiempo de ejecución, se inicia el procedimiento como tal con la obtención de la componente X de las líneas verticales. Las líneas verticales se corresponden con las líneas de índices impares, por ello el bucle recorrerá los índices impares de la salida. La componente X de las líneas verticales se corresponde con el valor de a_i para cada una de las líneas, pero al trabajar con diferentes tamaños de vectores, es necesario realizar correctamente el mapeo entre los índices de la salida ($index$) y los de la entrada (i_i) según la expresión: $i_i = \frac{index+1}{2}$.

```
39 for index = 1:2:PATTERN_LINES_NUM  
40     X(index) = ai((index+1)/2);  
41 end
```

Una vez conocida la componente X de todas las líneas verticales, se aplicará la invariancia del cross-ratio para obtener la componente X de las líneas diagonales basándose también en la imagen lineal que recibe el método como entrada. En este caso el índice $index$ recorrerá los valores de salida para las líneas diagonales, que según la definición del patrón son las que tienen un índice par.

```
49 for index = 2:2:PATTERN_LINES_NUM
```

Para que el cálculo del cross-ratio tenga una mejor precisión, en la literatura sobre el método se recomienda que se haga utilizando puntos cercanos al que se pretende calcular para evitar así los efectos de la distorsión. Los índices a utilizar serán los de las líneas verticales que están a cada lado de la línea diagonal en cuestión y el de la siguiente línea vertical. En este punto se puede comprobar que para aplicar el cross-ratio se necesita un patrón que tenga por lo menos tres líneas verticales.

```
59     l = index-1; m=index+1; n=index+3;
```

En caso de que sea la última de las líneas diagonales del patrón, el índice n se encontrará fuera del rango. Una aproximación sencilla sería utilizar el módulo con el número del líneas del patrón lo cual utilizaría el valor de una línea que pudiese estar bastante alejada del punto a obtener. En estos casos entonces se cogerá la línea vertical anterior a la ya utilizada.

```
66     if n > PATTERN_LINES_NUM
67         n=index-3;
68     end
```

Una vez seleccionados los índices de tres puntos ya conocidos en el entorno del punto desconocido en este momento, se calcula la proporción cross-ratio de esos cuatro puntos que, al ser colineales, se mantendrá constante independientemente de la proyección utilizada. En este caso la proyección conocida será la imagen que se pasará al método auxiliar como primera entrada, así como *index* que es el índice de línea oblicua cuya componente es todavía desconocida, y los índices l , m y n que pertenecen a tres líneas verticales que nos permitirán hallar la componente que falta.

```
79     lambda = crossRatio(line_scan, index, l, m, n);
```

La función auxiliar `crossRatio` se emplea únicamente para calcular de una manera metódica el valor del cross-ratio. Esta función recibe una proyección conocida de una serie de puntos que, en este caso, serán las coordenadas de los puntos de imagen obtenidos en el apartado anterior. Además recibe una serie de índices que permiten calcular el valor del cross-ratio de la proyección conocida. El índice *index* en este caso es desconocido para la proyección en coordenadas del mundo, pero se conoce su posición en la imagen.

La función retornará la proporción entre cuatro de las distancias formadas entre los puntos, permitiendo la aplicación del concepto para obtener la proyección desconocida para el índice *index* a partir de las proyecciones de los puntos con índices l , m y n . El valor retornado es la proporción existente entre cuatro segmentos y es constante para cuatro puntos colineales independientemente de la proyección utilizada.

La expresión de *lambda* es $\lambda = \frac{\overline{DN} \cdot \overline{LM}}{\overline{LN} \cdot \overline{DM}}$ dónde de forma general \overline{AB} es la distancia en la proyección conocida entre el punto A y B . El contenido completo de esta función es el siguiente:

```
1 function lambda = crossRatio(X, d, l, m, n)
2
3     % Obtención de los puntos a partir de la proyección conocida
4     % y de acuerdo con los índices especificados
5     D = [X(d)]; L = [X(l)]; M = [X(m)]; N = [X(n)];
6
```

```

7      % Cálculo de distancias entre los puntos obtenidos anteriormente
8      d_n_d = norm(N - D); % distancia entre D y N
9      d_m_l = norm(M - L); % distancia entre L y M
10     d_n_l = norm(N - L); % distancia entre L y N
11     d_m_d = norm(M - D); % distancia entre D y M
12
13     % Valor del Cross-Ratio
14     lambda = double((d_n_d .* d_m_l) ./ (d_n_l .* d_m_d));
15 end

```

Código 4.1: Cálculo del cross-ratio

Según lo expuesto en el estado del arte, para obtener el valor de la componente X basándose en la invariancia del cross-ratio y las componentes seleccionadas anteriormente, el valor de la componente X desconocida inicialmente se obtiene a partir de la expresión:

$$X_{index} = \frac{\lambda X_m (X_l - X_n) - X_n (X_l - X_m)}{\lambda (X_l - X_n) - (X_l - X_m)}$$

```

86     X(index) = (lambda*X(m)*(X(l)-X(n))-X(n)*(X(l)-X(m))) / ...
87     (lambda * (X(l)-X(n))-(X(l)-X(m)));

```

Al mismo tiempo que se van obteniendo la componente X de las líneas diagonales se puede obtener la componente Y de esas líneas ya que cumplen con la expresión $y_{index} = k_i x_{index} + b_{i_i}$. En este caso también hay que prestar atención al mapeo entre los índices de salida ($index$) y el de entrada (i_i): $i_i = \frac{index}{2}$.

```

94     Y(index) = ki * X(index) + bi(index/2);

```

Además los valores de la componente X e Y de las líneas diagonales se introducen en las matrices A y B , que se utilizarán más adelante para la obtención de la línea de intersección.

```

99     A(index / 2) = X(index);
100    MatB(index / 2) = Y(index);

```

Una vez obtenidas las componentes X e Y de la intersección con todas las líneas diagonales, se puede establecer una línea de intersección entre el plano de visión y el patrón de calibración, que se define por la expresión $Y = KX + B$. Aplicando el cálculo matricial, los coeficientes se pueden estimar por el método de mínimos cuadrados de modo que $[KB]' = (A'A)^{-1}A'MatB$ donde A es una matriz con la coordenada X de las líneas diagonales y una segunda columna de unos, y la matriz $MatB$ son las coordenadas Y de las

líneas diagonales.

```
110 Mat_K_B = (((A' * A)^-1) * A' * MatB)';  
111 K = Mat_K_B(1);  
112 B = Mat_K_B(2);
```

Una vez resuelto el sistema anterior, se conocerá la línea de visión sobre el patrón de calibración, y por la tanto se podrá obtener la coordenada Y de los puntos de intersección con las líneas verticales aplicando los valores anteriores en la expresión $Y_{index} = KX_{index} + B$

```
118 for index = 1:2:PATTERN_LINES_NUM  
119     Y(index) = K * X(index) + B;  
120 end
```

4.6.- CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA LINEAL

Una vez obtenidas las coordenadas de los puntos de imagen y del mundo, aunque se hayan utilizado vías diferentes pero con relación entre métodos, se está en condiciones de llevar a cabo el proceso de calibración. Al igual que en los casos anteriores, es muy importante tener claras las entradas que requiere el método, y cuales son las salidas que se esperan. Con el objetivo de llevar a cabo la calibración de la cámara lineal, también se han desarrollado diferentes funciones que intervienen en el proceso, pero con ligeros matices.

Lo fundamental del proceso de calibración es obtener los parámetros de la cámara, es decir, ser capaces de modelar matemáticamente las transformaciones entre las coordenadas del mundo y la imagen que realiza la cámara. En el caso de una cámara lineal, los parámetros intrínsecos contienen información sobre la distancia focal (f_y) y el centro de proyección sobre la imagen (c_y). Estos valores, están referidos a la dimensión y de la imagen ya que, al ser ésta lineal, no hay referencias en el otro eje, y es la principal diferencia con el proceso de calibración de una cámara matricial.

De la misma forma que en la calibración de una cámara matricial, el proceso sobre una cámara lineal también debe retornar los parámetros extrínsecos que están formados por la matriz de rotaciones y el vector de traslación. La notación a utilizar será r_i para la fila i -ésima de la matriz de rotaciones y t_i para el valor de traslación en cada uno de los ejes. En la calibración de la cámara matricial, cada imagen tenía unos valores diferentes de parámetros extrínsecos, pero en el caso de la cámara lineal no es posible capturar en varios planos un patrón de calibración plano con una sola imagen. Por lo tanto, se tratarán las dos imágenes como si solamente se hubiera realizado una, pero es una aproximación

que puede introducir algo de ruido al método ya que si entre imágenes el desplazamiento es impreciso, el ajuste se realizará con menos calidad.

Una cámara lineal está modelada como una proyección central en la que un punto tridimensional denotado por $M = [X, T, Z]^T$ se proyecta sobre un punto 2D en el sistema de coordenadas de la imagen $m = [u, v]^T$ siguiendo la Ecuación 4.1, donde s es un factor arbitrario de escala, P es la matriz que define la proyección de la cámara, y M' y m' son las coordenadas homogéneas de los puntos M y m respectivamente.

$$s m' = P M' \quad (4.1)$$

Una cámara lineal es un caso especial de cámara que consta de un único *array* de píxeles. Por tanto, un punto tridimensional se proyecta sobre el punto de imagen $[0, v]^T$, que se puede describir por la Ecuación 4.2, donde Rt es la matriz de rotación y traslación que relaciona los sistemas de coordenadas de la cámara y del mundo, y A es la matriz con los parámetros intrínsecos de la cámara que describen los parámetros internos de la cámara. La composición de A y Rt produce la matriz P .

$$s \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \mathcal{A} Rt \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \mathcal{P} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

La matriz de los parámetros intrínsecos de la cámara (A) combina una proyección perspectiva y una transformación afín bidimensional expresada en la Ecuación 4.3 donde f_y es la distancia focal en el eje v de la imagen expresada en píxeles y c_y es el punto principal de la proyección que habitualmente será el centro del *array* de píxeles. El modelo asume que el sensor lineal está colocado exactamente sobre el punto principal.

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_y & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

La transformación de coordenadas del mundo a las coordenadas de la cámara se realiza mediante una transformación rígida que tiene en cuenta tres rotaciones (α, β, γ) y tres

traslaciones (t_1, t_2, t_3) . Estos parámetros son referidos a veces como parámetros extrínsecos. La transformación se puede expresar por medio de la Ecuación 4.4, dónde r_{ij} son los coeficientes de la matriz de rotación utilizando los ángulos α, β y γ .

$$Rt = TR = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_1 \\ 0 & 1 & 0 & t_2 \\ 0 & 0 & 1 & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

La matriz de proyección de la cámara (P) es la composición de A y Rt cuyo resultado se indica en la Ecuación 4.5.

$$P = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ c_y r_{31} + f_y r_{21} & c_y r_{32} + f_y r_{22} & c_y r_{33} + f_y r_{23} & c_y t_3 + f_y t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Consecuentemente el modelo de la cámara, sin considerar la distorsión de la lente, puede ser representado por las Ecuaciones 4.6 y 4.7. Por lo tanto, el modelo de la cámara lineal se puede describir por ocho parámetros de los que dos son parámetros intrínsecos (f_y, c_y) y seis parámetros extrínsecos ($\alpha, \beta, \gamma, t_1, t_2, t_3$).

$$0 = X r_{11} + Y r_{12} + Z r_{13} + t_1 \quad (4.6)$$

$$v = c_y + f_y \frac{X r_{21} + Y r_{22} + Z r_{23} + t_2}{X r_{31} + Y r_{32} + Z r_{33} + t_3} \quad (4.7)$$

La precisión del modelo lineal puede mejorar si se considera la distorsión de la lente, lo cual puede permitir proyecciones no lineales de una escena en la imagen. La forma más común de modelar la distorsión es con un modelo polinomial [38], aunque también existen otros modelos como el de división [39]. En las cámaras matriciales se consideran ocho coeficientes, seis para el modelo de distorsión radial y dos para el modelo de distorsión tangencial. En las cámaras lineales la aproximación más común utiliza únicamente tres parámetros para la distorsión radial, que es la que afecta a los rayos de luz cercanos al borde

de la lente. Los coeficientes de distorsión radial son parte de los parámetros intrínsecos de la cámara y por lo tanto no dependen de la escena capturada.

La distorsión radial es modelada por medio de la Ecuación 4.8, donde v' denota el punto de la imagen distorsionado, $r = v - c_y$ es el radio de la distorsión y k_1 , k_2 y k_3 son los coeficientes de la distorsión radial.

$$v' = v(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \quad (4.8)$$

4.6.1.- Propiedades de la matriz de rotación

Una matriz de rotación (R) es una matriz ortogonal que satisface $RR^T = I$, donde I es la matriz identidad [40]. Por tanto $R^T = R^{-1}$. Una rotación es una transformación lineal que conserva los ángulos y longitudes, por tanto, $\det(R) = \pm 1$. Los vectores fila y columna de R son ortogonales y de norma unitaria [41].

En el espacio tridimensional de los números reales (\mathbb{R}^3) una matriz de rotación se puede representar por sus vectores de rotación según la Ecuación 4.9.

$$R = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Dados los coeficientes de la matriz de rotación, r_{ij} , y un orden de rotación sobre los ejes, se pueden calcular los ángulos de Euler α , β y γ [42].

Dado que las filas y las columnas de la matriz son ortogonales, los vectores fila satisface la Ecuación 4.10. Esta ecuación representa las seis restricciones indicadas en la Ecuación 4.11. Por lo tanto, una matriz de rotación en \mathbb{R}^3 tiene nueve coeficientes pero solamente tres grados de libertad (α , β y γ).

$$r_i r_j^T = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (4.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{13}^2 = 1 \\ r_{21}^2 + r_{22}^2 + r_{23}^2 = 1 \\ r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2 = 1 \\ r_{11}r_{21} + r_{12}r_{22} + r_{13}r_{23} = 0 \\ r_{11}r_{31} + r_{12}r_{32} + r_{13}r_{33} = 0 \\ r_{21}r_{31} + r_{22}r_{32} + r_{23}r_{33} = 0 \end{array} \right. \quad (4.11)$$

La ortonormalidad de la matriz de rotación también se puede utilizar para expresar las rotaciones según la Ecuación 4.12, por ejemplo, el producto vectorial de dos vectores de rotación dados es igual que el tercero.

$$\left\{ \begin{array}{l} r_2 \times r_3 = r_1 \\ r_1 \times r_3 = r_2 \\ r_1 \times r_2 = r_3 \end{array} \right. \quad (4.12)$$

Los coeficientes de la matriz de rotación (r_{ij}) representan las operaciones trigonométricas con los ángulos α , β y γ . Estos coeficientes cumplen las relaciones de la Ecuación 4.11 teniendo en cuenta el orden de rotación.

4.6.2.- Cálculo de la matriz de la cámara lineal

El procedimiento para calcular la matriz de proyección de la cámara requiere un conjunto de puntos M_i en coordenadas del mundo y un conjunto de sus puntos m_i correspondientes en la imagen. Los puntos M_i se restringe a estar contenido en un plano de visión. El objetivo es obtener la transformación de proyección P que mapea los puntos M_i a m_i .

El desarrollo de la Ecuación 4.2 produce otras dos, la Ecuación 4.6 y 4.7. La Ecuación 4.6 representa el plano de visión. Las variables de esa ecuación representa la primera fila de P , descrita en la Ecuación 4.5. La segunda de esas ecuaciones representan la proyección central en la cámara. Las variables de esa ecuación son las filas segunda y tercera de P . Estas ecuaciones tienen diferentes variables desconocidas, que pueden ser resultados independientemente.

4.6.2.1.- Cálculo del plano de visión

El cálculo del plano de visión se puede ver como el ajuste a un plano de un conjunto de puntos. Algunos algoritmos asumen aspectos sobre la orientación. Estos métodos pueden fallar cuando el plano está cerca de ser paralelo a un eje específico como $Z = 0$. En este trabajo se utiliza un método basado en la descomposición de valores singulares que minimizan la distancia ortogonal sin realizar suposiciones con la orientación.

El plano de visión está definido por la Ecuación 4.13. Para el cálculo de los coeficientes del plano son necesarios al menos tres puntos no colineales, no obstante, para evitar la influencia del ruido se pueden requerir más puntos para calcular los coeficientes del plano.

$$X r_{11} + Y r_{12} + Z r_{13} + 1 t_1 = 0 \quad (4.13)$$

Dados n puntos sobre el plano, los coeficientes de dicho plano se pueden obtener por medio de la solución del sistema de ecuaciones homogéneas de la Ecuación 4.14, donde A_J y J se pueden expresar según las Ecuaciones 4.15 y 4.16. La solución más obvia del conjunto de ecuaciones es $J = 0$, pero esta solución no resulta interesante. En todo caso, si J es una solución del conjunto de ecuaciones, entonces ρJ también es una solución para cualquier valor de ρ . Por tanto se establece una restricción en $\|J\| = 1$. Después se puede estimar una solución de mínimos cuadrados.

$$A_J J = 0 \quad (4.14)$$

$$A_J = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_n & Y_n & Z_n & 1 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

$$J = \begin{pmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ r_{13} \\ t_1 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

La matriz A_J se puede descomponer por medio de los valores propios según la Ecuación

4.17.

$$A_J = USV^T \quad (4.17)$$

La solución del sistema de ecuaciones es la última columna de V , el cual es el vector propio de A_J^T . La solución J' se resuelve en función de un factor de escala con valor desconocido. Considerando la restricción establecida para r_1 en la Ecuación 4.11, los coeficientes del plano se pueden calcular siguiendo la Ecuación 4.18.

$$\begin{pmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ r_{13} \\ t_1 \end{pmatrix} = \frac{\pm 1}{\sqrt{(J'_1)^2 + (J'_2)^2 + (J'_3)^2}} \begin{pmatrix} J'_1 \\ J'_2 \\ J'_3 \\ J'_4 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

4.6.2.2.- Cálculo de la proyección

Una posible solución para la estimación de la proyección presentadas en las últimas dos filas de P consiste en extraer X de la Ecuación 4.6 y sustituirla en la Ecuación 4.7. Este es el procedimiento propuesto en [4] y continuado en trabajos más recientes como [24, 43, 37]. Este método es inestable numéricamente dependiendo de la orientación de la cámara. Extrayendo y sustituyendo X cuando el plano de visión es cercano a $X = 0$ fallará. Cuando el plano es cercanamente paralelo a $X = 0$ el método es muy sensitivo a los cambios o errores en la entrada. Por tanto esta no es una solución completamente general.

El enfoque robusto es elegir el camino con el mejor acondicionamiento: extraer la variable con el coeficiente más grande en el plano de visualización. Solo cuando $|r_{11}| > \max(|r_{12}|, |r_{13}|)$ se debe utilizar X . Cuando $|r_{21}| > \max(|r_{11}|, |r_{13}|)$, Y es utilizada; y en el caso de $|r_{13}| > \max(|r_{11}|, |r_{12}|)$, se utiliza Z . El procedimiento para cada variable es similar, pero el resultado de las ecuaciones es diferente. El resultado es un problema que se puede resolver analíticamente muy robustamente sin requerir una optimización.

Cuando $r_{11} > \max(r_{12}, r_{13})$, X se extrae de la Ecuación 4.6 obteniendo la Ecuación 4.19.

$$X = -\frac{t_1 + Y r_{12} + Z r_{13}}{r_{11}} \quad (4.19)$$

Sustituyendo el valor de X en la Ecuación 4.7 se consigue la Ecuación 4.20, donde el numerador N se puede representar según la Ecuación 4.21 y el denominador D según la 4.22.

$$v = \frac{N}{D} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} N = & (r_{11}r_{22} - r_{12}r_{21}) Y f_y + (r_{11}r_{32} - r_{12}r_{31}) Y c_y \\ & + (r_{11}r_{23} - r_{13}r_{21}) Z f_y + (r_{11}r_{33} - r_{13}r_{31}) Z c_y \\ & + (r_{11}t_2 - r_{21}t_1) f_y + (r_{11}t_3 - r_{31}t_1) c_y \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$D = (r_{11}r_{32} - r_{12}r_{31}) Y + (r_{11}r_{33} - r_{13}r_{31}) Z + r_{11}t_3 - r_{31}t_1 \quad (4.22)$$

Considerando las relaciones entre los coeficientes de la matriz de rotaciones de las Ecuaciones 4.11, 4.21 y 4.22 se pueden simplificar en las Ecuaciones 4.23 y 4.24.

$$\begin{aligned} N = & (f_y r_{33} - c_y r_{23}) Y + (c_y r_{22} - f_y r_{32}) Z \\ & + c_y (r_{11}t_3 - r_{31}t_1) + f_y (r_{11}t_2 - r_{21}t_1) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$D = -Y r_{23} + Z r_{22} + r_{11}t_3 - r_{31}t_1 \quad (4.24)$$

Renombrando las variables según la Ecuación 4.25 resulta la Ecuación 4.26, la cuál

representa una proyección. Esta ecuación se puede expresar según la Ecuación 4.27.

$$\begin{cases} K_1 = f_y r_{33} - c_y r_{23} \\ K_2 = c_y r_{22} - f_y r_{32} \\ K_3 = c_y (r_{11} t_3 - r_{31} t_1) + f_y (r_{11} t_2 - r_{21} t_1) \\ K_4 = -r_{23} \\ K_5 = r_{22} \\ K_6 = r_{11} t_3 - r_{31} t_1 \end{cases} \quad (4.25)$$

$$v = \frac{K_1 Y + K_2 Z + K_3}{K_4 Y + K_5 Z + K_6} \quad (4.26)$$

$$Y K_1 + Z K_2 + 1 K_3 - v Y K_4 - v Z K_5 - v K_6 = 0 \quad (4.27)$$

Dados n puntos, los coeficientes de $K = [K_1, \dots, K_6]^T$ se pueden obtener por medio de un sistema de ecuaciones homogéneo según la Ecuación 4.28, donde A_K se puede expresar de acuerdo a la Ecuación 4.29. Se requiere un mínimo de seis puntos para resolver el sistema de ecuaciones con seis incógnitas.

$$A_K K = 0 \quad (4.28)$$

$$A_K = \begin{pmatrix} Y_1 & Z_1 & 1 & -v Y_1 & -v Z_1 & -v \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_n & Z_n & 1 & -v Y_n & -v Z_n & -v \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

La matriz A_K se puede descomponer utilizando una descomposición de valores singulares como anteriormente. La solución al sistema de ecuaciones es el vector propio de A_K que se corresponde con el valor más pequeño de valores propios. Esto proporciona una solución proporcional a un factor de escala $K' = \lambda K$, con el valor de λ desconocido. Por tanto esta solución proporciona los valores de $\lambda \cdot r_{23} = -K'_4$ y $\lambda \cdot r_{22} = K'_5$ considerando las variables de la Ecuación 4.25.

Dado que r_1 y r_2 son perpendiculares, el producto escalar de esos vectores es nulo,

como se indica en la Ecuación 4.11. Por tanto, La Ecuación 4.30 se puede obtener multiplicando a ambos lados por λ . Resolviendo la ecuación para λr_{21} generan la Ecuación 4.31. Esta división es segura siempre que r_1 sea un vector unitario y $|r_{11}| > \max(|r_{12}|, |r_{13}|)$, por ejemplo, $|r_{11}| > 0$.

$$0 = \lambda r_{11} r_{21} + \lambda r_{12} r_{22} + \lambda r_{13} r_{23} \quad (4.30)$$

$$\lambda r_{21} = -\frac{r_{12} \lambda r_{22} + r_{13} \lambda r_{23}}{r_{11}} \quad (4.31)$$

El valor de λ se puede obtener finalmente de la Ecuación 4.32 utilizando la restricción sobre la longitud unitaria del vector de rotación. Dado que r_2 es un vector de rotación, la longitud es 1 como se indica en la Ecuación 4.11. Esto se puede expresar también en la Ecuación 4.32. Por lo tanto la Ecuación 4.33 se puede obtener multiplicando a ambos lados por λ . Esto proporciona la solución para λ .

$$1 = \pm \sqrt{(r_{21})^2 + (r_{22})^2 + (r_{23})^2} \quad (4.32)$$

$$\lambda = \pm \sqrt{(\lambda r_{21})^2 + (\lambda r_{22})^2 + (\lambda r_{23})^2} \quad (4.33)$$

Utilizando los valores calculados de λ el valor de r_2 se puede obtener por medio de la Ecuación 4.34.

$$\begin{pmatrix} r_{21} \\ r_{22} \\ r_{23} \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} \lambda r_{21} \\ \lambda r_{22} \\ \lambda r_{23} \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

La propiedad de ortonormalidad de la matriz de rotación descrita en la Ecuación 4.12

se puede utilizar para calcular r_3 por medio de la Ecuación 4.35.

$$\begin{pmatrix} r_{31} \\ r_{32} \\ r_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ r_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} r_{21} \\ r_{22} \\ r_{23} \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

Los coeficientes de K se pueden obtener de la Ecuación 4.36. Finalmente, el resto de variables requeridas para calcular los coeficientes de la matriz de proyección de la cámara P se pueden calcular por la Ecuación 4.37.

$$K = \frac{1}{\lambda} K', \quad (4.36)$$

$$\begin{cases} f_y = \frac{K_1 r_{22} + K_2 r_{23}}{r_{22} r_{33} - r_{23} r_{32}} \\ c_y = \frac{K_1 r_{32} + K_2 r_{33}}{r_{22} r_{33} - r_{23} r_{32}} \\ t_2 = -\frac{K_1 K_6 r_{32} + K_2 K_6 r_{33} - K_3 r_{22} r_{33} + K_3 r_{23} r_{32} - K_1 r_{21} r_{22} t_1 - K_2 r_{21} r_{23} t_1}{r_{11} (K_1 r_{22} + K_2 r_{23})} \\ t_3 = \frac{K_6 + r_{31} t_1}{r_{11}} \end{cases} \quad (4.37)$$

Cuando $|r_{12}| > \max(|r_{11}|, |r_{13}|)$ el procedimiento es similar pero todo él empieza extrayendo Y de la Ecuación (4.6), resultando la Ecuación 4.38.

$$Y = -\frac{t_1 + X r_{11} + Z r_{13}}{r_{12}} \quad (4.38)$$

Sustituyendo Y en la Ecuación 4.7 y renombrando las variables según lo expuesto en la Ecuación 4.39, la solución en este caso es obtenida de la descomposición de valores

singulares de la Ecuación 4.40.

$$\begin{cases} K_1 = c_y r_{23} - f_y r_{33} \\ K_2 = f_y r_{31} - c_y r_{21} \\ K_3 = c_y (r_{12} t_3 - r_{32} t_1) + f_y (r_{12} t_2 - r_{22} t_1) \\ K_4 = r_{23} \\ K_5 = -r_{21} \\ K_6 = r_{12} t_3 - r_{32} t_1 \end{cases} \quad (4.39)$$

$$A_K = \begin{pmatrix} X_1 & Z_1 & 1 & -v X_1 & -v Z_1 & -v \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ X_n & Z_n & 1 & -v X_n & -v Z_n & -v \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

Utilizando un método similar, las incógnitas requiere que la proyección se obtengan de las Ecuaciones 4.41 y 4.42, garantizando que el valor $|r_{12}|$ sea siempre > 0 .

$$\lambda r_{22} = -\frac{r_{11} \lambda r_{21} + r_{13} \lambda r_{23}}{r_{12}} \quad (4.41)$$

$$\begin{cases} f_y = -\frac{K_1 r_{21} + K_2 r_{23}}{r_{21} r_{33} - r_{23} r_{31}} \\ c_y = -\frac{K_1 r_{31} + K_2 r_{33}}{r_{21} r_{33} - r_{23} r_{31}} \\ t_2 = -\frac{K_1 K_6 r_{31} + K_2 K_6 r_{33} + K_3 r_{21} r_{33} - K_3 r_{23} r_{31} - K_1 r_{21} r_{22} t_1 - K_2 r_{22} r_{23} t_1}{r_{12} (K_1 r_{21} + K_2 r_{23})} \\ t_3 = \frac{K_6 + r_{32} t_1}{r_{12}} \end{cases} \quad (4.42)$$

Cuando $|r_{13}| > \max(|r_{11}|, |r_{12}|)$, se extrae Z de la Ecuación 4.6 pudiéndose expresar según la Ecuación 4.43.

$$Z = -\frac{t_1 + X r_{11} + Y r_{12}}{r_{13}} \quad (4.43)$$

Siguiendo un procedimiento similar, Z se sustituyen en la Ecuación 4.7 y las variables se renombran de acuerdo a la Ecuación 4.44. La solución, ahora, se obtendrá de la

descomposición de valores singulares de la Ecuación 4.45.

$$\begin{cases} K_1 = f_y r_{32} - c_y r_{22} \\ K_2 = c_y r_{21} - f_y r_{31} \\ K_3 = c_y (r_{13} t_3 - r_{33} t_1) + f_y (r_{13} t_2 - r_{23} t_1) \\ K_4 = -r_{22} \\ K_5 = r_{21} \\ K_6 = r_{13} t_3 - r_{33} t_1 \end{cases} \quad (4.44)$$

$$A_K = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 & 1 & -v X_1 & -v Y_1 & -v \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ X_n & Y_n & 1 & -v X_n & -v Y_n & -v \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

Las incógnitas necesarias para completar la proyección se obtienen de las Ecuaciones 4.46 y 4.47, garantizando un valor de $|r_{13}|$ siempre > 0 .

$$\lambda r_{23} = -\frac{r_{12} \lambda r_{22} + r_{13} \lambda r_{23}}{r_{13}} \quad (4.46)$$

$$\begin{cases} f_y = \frac{K_1 r_{21} + K_2 r_{22}}{r_{21} r_{32} - r_{22} r_{31}} \\ c_y = \frac{K_1 r_{31} + K_2 r_{32}}{r_{21} r_{32} - r_{22} r_{31}} \\ t_2 = -\frac{K_1 K_6 r_{31} + K_2 K_6 r_{32} - K_3 r_{21} r_{32} + K_3 r_{22} r_{31} - K_1 r_{21} r_{23} t_1 - K_2 r_{22} r_{23} t_1}{r_{13} (K_1 r_{21} + K_2 r_{22})} \\ t_3 = \frac{K_6 + r_{33} t_1}{r_{13}} \end{cases} \quad (4.47)$$

4.6.2.3.- Optimización no lineal

La estimación lineal de la matriz de proyección se puede utilizar como un punto de comienzo robusto para una optimización no lineal como paso final de la calibración. Este paso mejora en gran medida la precisión de la calibración por medio de la estimación de distorsiones no lineales. El objetivo consiste en encontrar los parámetros intrínsecos y extrínsecos que minimizan la Ecuación 4.48, donde M'_i representa las coordenadas homogéneas del punto del mundo M_i , m'_i es su correspondencia en la imagen, n es el número de puntos y \mathcal{P}' es una función que proyecta los puntos del mundo en la imagen conside-

rando la distorsión de la lente.

$$\min_{f_y, c_y, \alpha, \beta, \gamma, t_1, t_2, t_3, k_1, k_2, k_3} \sum_{i=1}^n [m'_i - \mathcal{P}'(M')]^2 \quad (4.48)$$

4.6.2.4.- Estimación robusta

El método propuesto proporciona una solución óptima cuando se consideran un ruido definido por una distribución gaussiana. En cualquier caso, el método fallaría si en los datos se incluyen *outliers*. Para solución este inconveniente, se puede utilizar una variación de RANSAC [44], un método simple extremadamente robusto para el ajuste de datos con ruido.

El método puede proponer una solución incluso cuando los datos están corruptos con un gran número de *outliers*. La aproximación propuesta consiste en dividir todo el conjunto de puntos en subconjuntos de correspondencias de seis puntos, el mínimo número de puntos que se requiere para estimar la solución lineal. Esos subconjuntos son obtenidos a partir de todas las posibles permutas de los puntos cogidos de seis en seis sin repetición. Las soluciones no válidas son eliminadas.

Para cada uno de los subconjuntos válidos, se calcula una estimación de la calibración y la distancia de reproyección media para todos los puntos. El conjunto que minimice esa distancia media es el candidato para la solución. Esta solución luego se vuelve a estimar para todos los puntos contenidos en un umbral (*inliers*). El proceso se repite hasta que el número de puntos en ese umbral converge, proporcionando una solución robusta a la que no le afectan los *outliers*. El método únicamente necesita ser aplicado cuando se sabe que hay *outliers* en el conjunto de datos, aunque también resulta segura su aplicación si no los hubiese, obteniendo el mismo resultado que con la aproximación lineal a costa de un incremento del coste computacional. En los casos en que fuera necesario, el procedimiento se puede optimizar para reducir ese coste.

4.6.2.5.- Descomposición de la matriz de cámara

El procedimiento previo se puede utilizar para estimar la matriz de la cámara \mathcal{P} dada por un conjunto de puntos tridimensionales en la escena y su correspondencia en coordenadas de las imágenes. Para probar dichos propósitos, con una matriz de cámara dada, \mathcal{P} , se puede descomponer para obtener los parámetros intrínsecos y extrínsecos. En general, la

descomposición de la matriz se puede realizar con el método de la factorización QR [45]. En todo caso, de acuerdo a la Ecuación 4.5, los parámetros se pueden estimar a partir de la Ecuación 4.49, dónde \mathcal{P}_{ij} son los coeficientes de la matriz de la cámara. Se garantiza que todas las operaciones proporcionen resultados válidos.

$$\left\{ \begin{array}{l} [r_{11}, r_{12}, r_{13}] = [\mathcal{P}_{11}, \mathcal{P}_{12}, \mathcal{P}_{13}] \\ [r_{31}, r_{32}, r_{33}] = [\mathcal{P}_{31}, \mathcal{P}_{32}, \mathcal{P}_{33}] \\ [r_{21}, r_{22}, r_{23}] = [r_{11}, r_{12}, r_{13}] \times [r_{31}, r_{32}, r_{33}] \\ t_1 = \mathcal{P}_{14} \\ t_3 = \mathcal{P}_{34} \\ c_y = [\mathcal{P}_{21}, \mathcal{P}_{22}, \mathcal{P}_{23}] \cdot [\mathcal{P}_{31}, \mathcal{P}_{32}, \mathcal{P}_{33}] \\ f_y = \|[\mathcal{P}_{21}, \mathcal{P}_{22}, \mathcal{P}_{23}] \times [\mathcal{P}_{31}, \mathcal{P}_{32}, \mathcal{P}_{33}] \| \\ t_2 = (\mathcal{P}_{24} - c_y t_3) / f_y \end{array} \right. \quad (4.49)$$

La posición de la cámara en las coordenadas del mundo, O^C , se puede calcular por medio de la Ecuación 4.50, que representa la transformación del origen de la cámara, $[0,0,0,1]$ en coordenadas homogéneas, desde el sistema de coordenadas de la cámara al sistema de coordenadas del mundo.

$$O_C = (Rt)^{-1} [0,0,0,1]^T \quad (4.50)$$

Dadas las coordenadas homogéneas de un punto en la imagen, m'_i , el conjunto de puntos en espacio que mapean dicho punto constituyen un haz de puntos en el espacio que pasan por el centro de la cámara, lo que se conoce como proyección de puntos a rayos. Este rayo se puede definir como O^C y $\mathcal{P}^+ m'_i$, dónde \mathcal{P}^+ es la pseudoinversa de \mathcal{P} que se puede calcular por medio de la Ecuación 4.51.

$$\mathcal{P}^+ = \mathcal{P}^T (\mathcal{P} \mathcal{P}^T)^{-1} \quad (4.51)$$

4.6.3.- Calibración utilizando varias imágenes

Una vez completada la calibración de la cámara lineal utilizando una imagen del patrón propuesto anteriormente con dos planos, es relativamente sencillo replicar el procedimien-

to capturando nuevas imágenes lineales del patrón. Además de la calibración con una única imagen de los puntos ubicados en dos planos diferentes, dado que los parámetros intrínsecos dependen directamente de la cámara, en este trabajo se propone también la calibración de la cámara lineal con varias imágenes.

En esta ocasión será necesario disponer de varias imágenes del patrón y las correspondencias de los puntos, por lo tanto, conocidas las coordenadas de imagen y las coordenadas físicas de los puntos. Como primer paso en este procedimiento de calibración se realizará la calibración para cada imagen de forma independiente, obteniendo los parámetros intrínsecos y extrínsecos para cada una de ellas.

A continuación se realiza una optimización que asuma que los parámetros intrínsecos, al tratarse de la misma cámara en todas las imágenes, son comunes para todas ellas y utilizando también los parámetros extrínsecos de cada una de las imágenes lineales obtenidos anteriormente.

La optimización dará como resultado una calibración de la cámara que, pudiendo resultar peor que la calibración de alguna de las imágenes, e incluso peor que el promedio de las calibraciones realizadas de forma independiente, será mucho más robusta.

5. Experimentación

En este capítulo, como su título indica, se habla acerca de la experimentación llevada a cabo en el marco del trabajo. Para completar la experimentación, se utilizan las técnicas y procedimientos comentados en el Capítulo 4, sobre Metodología.

Con la intención de hacer más sencilla la comprensión de este capítulo y darle un cierto orden, este capítulo se divide en diferentes secciones que, aunque tratan aspectos bastante diferentes entre ellas, en su conjunto han contribuido para la realización del trabajo propuesto en esta memoria.

5.1.- CALIBRACIÓN DE UNA CÁMARA LINEAL CON VARIAS IMÁGENES

De acuerdo a las especificaciones de los aspectos más básicos relativos a la cámara lineal y el software de captura comentado en la Sección 4.3, se inicia la experimentación del trabajo con la captura de dos imágenes lineales del patrón plano para la calibración de una cámara lineal (ver Figura 4.3) colocando éste en dos alturas diferentes y conocidas.

Una vez realizado el ajuste de la fuente de iluminación se posiciona el patrón de forma que sea visible totalmente por la cámara. Una vez colocado, con la parte del patrón que contiene las barras, se enfoca la cámara de forma que la transición entre los píxeles blancos y negros sea de la forma más abrupta posible. Tras haber ajustado el enfoque, se desplaza la plantilla de forma que en el plano de visión de la cámara esté ahora el conjunto de líneas que componen el patrón de calibración.

Según lo comentado en la Sección 4.1, este patrón consta de 99 líneas. Una comprobación previa a realizar consiste en asegurarse que se está capturando el patrón de forma completa, es decir, todas las líneas del mismo. Para ello, se puede contar el número de líneas capturadas y que éste coincida con el número de líneas del patrón o bien tapar parcialmente la primera y la última línea del patrón teniendo que ser detectado por la cámara. La Figura 5.1 representa la primera imagen obtenida.



Figura 5.1: Captura del patrón de calibración en el plano inferior por la cámara lineal



Figura 5.2: Captura del patrón de calibración en el plano superior por la cámara lineal

Como ya se ha visto durante el análisis del estado del arte (Capítulo 3), al igual que todos los métodos de calibración de cámaras estudiados, el propuesto también requiere que los puntos que intervienen en el proceso pertenezcan a dos planos diferentes. Con tal fin, y partiendo de la posición que tiene el patrón actualmente, se eleva el patrón una distancia conocida (75 milímetros) y se repite la captura. En esta nueva ubicación del patrón respecto a la cámara, es necesario asegurarse de que la ésta continua capturando todas las líneas del patrón para poder generalizar el proceso. En sí que no se hayan capturado todas las líneas no es un problema, pero habría que detenerse para indicar que línea se ha capturado y cual no. La imagen capturada en esta nueva posición se puede visualizar en la Figura 5.2.

En ambas imágenes se puede apreciar que el ajuste de la iluminación no es el óptimo ya que la parte derecha de la imagen está ligeramente más oscurecida que la izquierda. Sin embargo, mientras exista un contraste suficiente entre las líneas negras y el fondo blanco, que permita que los puntos de imagen de la intersección con las líneas del patrón se identifiquen correctamente, la imagen se podrá utilizar.

5.1.1.- Procesamiento de imágenes lineales

Esta subsección incluye el procesamiento a aplicar a la imagen para obtener las coordenadas de los puntos de forma numérica. Es importante aclarar que este proceso se ha de aplicar a cada una de las imágenes lineales capturadas por separado y, como principal diferencia con el procesamiento que se corresponde con la calibración, éstas se van utilizando de una en una.

Por lo tanto, el siguiente paso a dar consiste en localizar los puntos de la imagen que se corresponden con las líneas del patrón. Este procesamiento se realizará sobre una única imagen de cada vez y en el ejemplo siguiente se utilizará la imagen capturada en el plano superior (ver Figura 5.2).

Lo primero de todo, como se explico en la Sección 4.4, es necesario cargar la imagen a utilizar. En este punto también se podría hacer la representación de la misma, pero ésta ya se puede ver en la Figura 5.2.

```
11 img_path = '../ImágenesLineales/pat_top';  
12 img = imread(strcat(img_path, '.tif'));
```

Esta imagen lineal está compuesta por 200 capturas lineales, de 4096 píxeles cada una de ellas, sobre el patrón de calibración. Una vez capturada esta imagen hay que decidir dos argumentos fundamentales que recibirá la función para su procesamiento y obtener de la misma las posiciones de las líneas negras. En otras palabras, es necesario especificar la posición en píxeles entre las que se espera que se encuentre el patrón para que, tal y como se ha documentado en la propia función, no interfieran regiones negras ajenas al patrón en la detección.

En la imagen de la Figura 5.2 se puede comprobar que en la parte izquierda de la imagen, que se corresponde con las posiciones de píxeles más bajas, no existe ninguna región negra que pueda interferir en la detección de las líneas, por lo tanto, se podrá considerar que el inicio de la región de interés del patrón de calibración sobre la imagen está en el primer píxel de la misma.

```
33 pixel_init = 1;
```

Sin embargo, en la parte derecha de la Figura 5.2 se pueden apreciar dos aspectos:

- La iluminación del patrón no es constante en toda la imagen y el extremo derecho se representa más oscuro. En sí este defecto solo constituiría un problema si se superasen los valores de negro de las propias líneas y por tanto no se percibiesen éstas de forma adecuada, lo cual no ocurre en este caso.
- En el entorno del píxel 4000, y de ahí en adelante, se aprecia una gran franja negra. Esto es debido a que la imagen captó más allá del final de la plantilla en la que se ubicaba el patrón y por tanto esa zona de la imagen representa el fondo, que al no tener una buena iluminación se ve como negro. Para que esta región no se tenga en cuenta en la detección de puntos negros en la imagen, se utilizará como última posición para localizar el patrón el píxel 4000.

```
41 pixel_end = 4000;
```

Esa posición ha sido obtenida manualmente, para lo cual se ha representado la imagen y se han ido trazando sobre ella diferentes líneas, hasta observar que con una línea en la posición de píxel 4000 se podía hacer la división entre la superficie del patrón y el resto. Si bien no requiere de una precisión muy alta, hay que asegurarse que las líneas del patrón estén contenidas en la región de interés que delimitan ambos valores.

Otra de las entradas que recibe el método es el número de píxeles que se tomarán a cada lado de los máximos locales detectados para el cálculo del centro de masas. Este

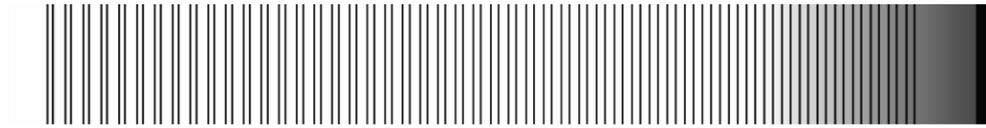


Figura 5.3: Imagen con el valor de gris promedio

valor se puede modificar según la precisión con la que se quiera trabajar, y en esta parte de la experimentación se ha tomado en base a que cada una de las líneas negras ocupa una región de ocho píxeles aproximadamente, y sería conveniente utilizar un valor que asegure que se tengan en consideración también los puntos blancos a cada lado de las líneas negras. Por ello se utiliza un valor de 5:

```
55 pixel_bounds = 5;
```

Una vez fijados los valores para las entradas del método, se realiza la llamada al mismo y, siguiendo la descripción detallada de la sección anterior, obtendremos los resultados esperados por el método.

```
60 [img_gray, img_gray_inv, positions] = readLineScan( strcat(img_path,
    '.tif'), pixel_init, pixel_end, pixel_bounds);
```

El valor retornado en `img_gray` contiene los valores grises promedio de las 200 líneas de la imagen original. Si representamos esos valores (ver Figura 5.3) no apreciaremos a simple vista diferencias con la imagen original, sin embargo, en esta ocasión cada una de las 4096 columnas de píxeles tienen el mismo valor.

Otro valor retornado por la función está en `img_gray_inv` que contiene la inversión de dichos valores. Estos valores están contenidos en el intervalo $[0, 255]$ y, tal y como se explicó en la descripción del método, son los valores utilizados por la función `findpeaks` de MATLAB para localizar las líneas inicialmente, sobre los que esta función buscará los máximos.

Otro de los valores retornados son las posiciones de las líneas en la imagen con precisión de subpíxel. Estos valores han sido obtenidos a través del cálculo de centro de masas, y se encuentra en el *array* denominado `positions`.

En la Figura 5.4 se representa la imagen gris promedio y sobre ella, con una línea roja, los valores de grises invertidos de la imagen (del *array* `img_gray_inv`). Además, con líneas verticales amarillas, se representan las posiciones que retorna el método, con

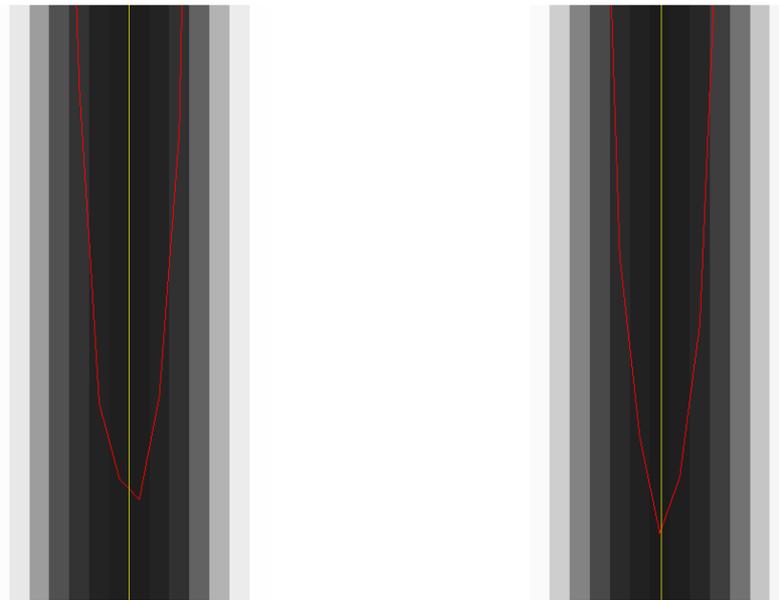


Figura 5.4: Detalle de la detección de puntos

precisión de subpíxel, en las que se encuentran las diferentes líneas del patrón sobre la imagen capturada.

```

114 figure;
115 imshow(repelem(img_gray, 2500, 1))
116 hold on
117
118 axis([1050 1090 200 230])
119 plot(img_gray_inv, '-r')
120 % Representación de líneas verticales en los píxeles de los máximos
121 for i=1:length(positions)
122     xline(positions(i), 'y');
123 end

```

5.1.2.- Determinación de los puntos físicos

Para la aplicación del concepto del *cross-ratio* se necesita definir el patrón de calibración utilizado, así como haber obtenido la imagen lineal del patrón y haber calculado la posición de los píxeles de intersección con el patrón. Esto último se ha hecho ya en el paso anterior. En la experimentación llevada a cabo, como se detalló en la Sección 4.1, el patrón utilizado consta de 99 líneas, de las cuales 50 son verticales y las otras 49 diagonales, por lo que si se toma una imagen lineal que contenga la primera y la última línea, se determinarán 99 puntos de intersección. El sistema de coordenadas utilizado para expresar los

puntos utiliza como unidad el milímetro.

Las líneas verticales del patrón están distribuidas uniformemente entre los valores -250 y 240 , por lo que la expresión de cada una de las líneas verticales se corresponde con $x = a_i$, dónde los valores de a_i son:

$$14 \quad a_i = -250 : 10 : 240 ;$$

Todas las líneas verticales del patrón tienen una dimensión de altura, en el eje Y , igual a 50 :

$$18 \quad h = 50 ;$$

Entre cada par de líneas verticales, se encuentra una línea diagonal descendente. Al ser equidistantes todas las líneas verticales y tener la misma altura cada una de ellas, la inclinación de dichas líneas es igual para todas ellas. Según la teoría de geometría de rectas, la inclinación de esas líneas, también conocida como pendiente, se corresponde con la expresión $k_i = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, y por lo tanto puede ser obtenida a partir de la diferencia de altura, $\Delta y = -50$, y la separación horizontal entre líneas, $\Delta x = 10$, siendo el valor de la pendiente una constante para todas las líneas:

$$29 \quad k_i = -5 ;$$

Para terminar de definir el patrón faltaría determinar la expresión de líneas diagonales. La forma más sencilla de expresar este tipo de líneas es a través de la expresión $y = k_i x + b_i$, dónde k_i se refiere a la pendiente de las líneas y b_i a la intersección con el eje vertical. Aunque los valores de b_i se pueden obtener directamente del patrón ya que tienen valores conocidos, para dar generalidad a este ejemplo, se obtendrán de una manera sencilla. En primer lugar, vamos a obtener la componente b_1 correspondiente a la primera línea diagonal. La primera línea diagonal sabemos que pasa por el punto $(-240, 0)$, y que la pendiente de la línea es -5 . Por lo tanto $0 = -5 \cdot -240 + b_1$. Despejando en la expresión, se obtiene que $b_1 = -1200$.

Repitiendo el procedimiento, pero esta vez para la línea diagonal número 49, se sabe que pasa por el punto $(240, 0)$, y del mismo modo la pendiente de esa línea es -5 . La línea cumple con la expresión $0 = -5 \cdot 240 + b_{49}$, por lo que el valor de b_{49} será 1200 .

Aunque la función `linspace` de MATLAB pudiera servirnos en este caso para generar los valores de b_i , iremos un paso más allá para definir mejor ese vector. Si pretendemos obtener 49 valores diferentes entre los márgenes de b_1 y b_{49} , se realizarán 48 divisiones entre el inicio y el fin, siendo la separación entre cada división la siguiente:

```
57 sep = (1200 - (-1200)) / 48
```

Por lo tanto los valores de b_i se pueden expresar como:

```
61 bi = -1200:sep:1200;
```

Para una mejor comprensión se puede hacer la representación del patrón. Según lo explicado anteriormente se pueden representar directamente los segmentos de líneas verticales y a continuación la unión de extremos, por medio de las líneas diagonales, obtenidas a partir de la expresión $y = k_i x + b_i$. La representación se puede observar en la Figura 5.5

```
66 % Representación del patrón en una imagen
67 figure
68 hold on
69
70 % Representación de las líneas verticales
71 for i = 1:length(ai)
72     plot([ai(i) ai(i)], [0 h], 'k')
73 end
74 %%
75 % La representación de las líneas se hará uniendo los extremos
    obtenidos a partir
76 % de la expresión $y = k_i x + b_i$.
77
78 % Representación de las líneas diagonales
79 for i = 1:length(ai)-1
80     plot([ai(i) ai(i+1)], [ki*ai(i)+bi(i) ki*ai(i+1)+bi(i)], 'k')
81 end
```

La obtención de la posición de los píxeles es un proceso que se ha realizado anteriormente, por lo tanto, a la hora de aplicar el *cross-ratio* únicamente habrá que leer los valores de esos puntos, que han sido guardados previamente en un fichero. El patrón utilizado consta de 99 líneas, por lo tanto, el número de valores leídos debe ser de 99 para cada una de las imágenes, que se corresponden con la representación sobre la imagen de las líneas del patrón. Este vector contiene únicamente la posición de dichos puntos con una precisión de subpíxel.

```
95 positions = readmatrix('positions.csv')
```

Una vez definido claramente el patrón y obtenidas las posiciones en la imagen de los puntos de corte, se puede aplicar el concepto del *cross-ratio*. Este método se basa en que la proporción entre los segmentos de cuatro puntos es independiente de la proyección utilizada, por lo tanto, este valor será constante para un conjunto de puntos tanto en sus coor-

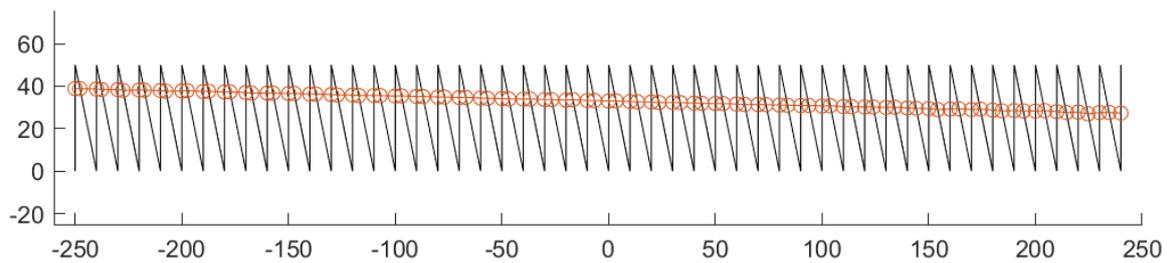


Figura 5.5: Aplicación del cross-ratio sobre el patrón

denadas del mundo, como en la proyección horizontal de los mismos y en la proyección vertical, es decir, las coordenadas x e y del mundo, y también con la representación de los puntos en la imagen. En este caso, las proporciones de segmentos entre los cuatro puntos sobre la imagen es conocida de antemano, y será la base para establecer las coordenadas desconocidas de los puntos del patrón.

En este caso, la aplicación del método se corresponde con la función que se ha explicado en la Sección 4.5. La función recibe como argumentos los coeficientes a_i de las líneas verticales del patrón, la inclinación k_i de las líneas diagonales y los puntos de corte b_i de éstas con el eje vertical, además de las posiciones (positions) de los píxeles donde se encuentran en la imagen la intersección con las líneas del patrón.

```
116 [X, Y] = applyCrossRatio(ai, bi, ki, positions);
```

Los puntos obtenidos de la función, se pueden representar sobre el patrón, y visualizar el resultado en la Figura 5.5.

```
120 plot(X, Y, '-o')
```

5.1.3.- Calibración de la cámara

Una vez creado un *script* de MATLAB para la ejecución completa del proceso de calibración según el procedimiento y las ecuaciones descritas en la Sección 4.6, se pueden introducir los valores obtenidos anteriormente de puntos del mundo y sus correspondencias en imagen, de forma que se lleve a cabo el proceso de calibración.

Ejecutando el procedimiento de calibración con los puntos obtenidos por medio de los *scripts* anteriores, se obtienen los valores de la matriz que modelará la cámara. Esta matriz, una vez realizada su descomposición, permite obtener los valores de f_y , c_y , r_1 , r_2 , r_3 , t_1 , t_2 y t_3 , los parámetros de la cámara.

Uno de los valores que se pueden comprobar de forma casi directa es la distancia focal.

El objetivo con el que se realizaron las capturas es móvil, aunque existe otro tipo de objetivos muy extendidos en los problemas de visión por computador en que la distancia focal no se puede ajustar. En el caso de la imagen obtenida, el valor de distancia focal se había situado manualmente en la indicación del objetivo de 35 milímetros.

El valor retornado por la función está expresado en píxeles, por lo tanto es necesario revisar las especificaciones de la cámara [34] para convertir la distancia focal a milímetros. En el modelo de la cámara utilizado la medida de cada píxel es $7,04\mu\text{m}$, la distancia focal en píxeles obtenidas por el método es de $5,0440 \cdot 10^3$. Una vez realizado el producto de ambos valores se obtiene la distancia focal en milímetros: 35,509597 mm. En comparación con el valor de la indicación, el valor obtenido se encuentra muy próximo ya que al realizar el ajuste de forma manual es muy probable haber cometido algún pequeño error.

Otro de los valores que se puede comparar de una forma relativamente sencilla es la distancia t_3 , la cual se corresponde con el desplazamiento en el eje Z entre los sistemas de coordenadas del patrón y de la cámara que, según la documentación del trabajo, es perpendicular al sensor de la misma. El valor retornado por el método está, en este caso, en la unidad en las que se introducen las coordenadas en el método de calibración, es decir, en milímetros. La distancia obtenida es de 685,0884 milímetros.

Si se coloca el patrón en el plano que se fija como $Z = 0$ en coordenadas globales, la distancia entre el patrón y el sensor de la cámara es, de forma muy aproximada, de 70 centímetros, lo cual verifica que, a grandes rasgos, el comportamiento de la función de calibración es el esperado. La diferencia entre el valor de t_3 y la medida que se puede realizar viene determinada por varios aspectos tales como la no perpendicularidad del origen del sistema de coordenadas respecto a la posición del patrón o la dificultad para ubicar la posición que ocupa el sensor en el interior del dispositivo de la cámara.

En la Figura 5.6 se representa el conjunto de puntos utilizados para la calibración de la cámara, el plano de visión de la cámara en el cual están contenidos dichos puntos, y el origen del sistema de coordenadas de la cámara, ubicados en la posición de ésta. Se puede observar que el patrón no es perfectamente paralelo al eje Z del sistema de coordenadas del mundo, debido a la falta de precisión en la captura ya que la modificación de altura entre ambas capturas se realiza de forma manual e introduce un cierto ruido en el procedimiento.

El resto de valores obtenidos del método no tienen una representación tan clara sobre los pasos llevados a cabo en la experimentación, por ello, no se proporciona una explicación más detallada de los mismos.

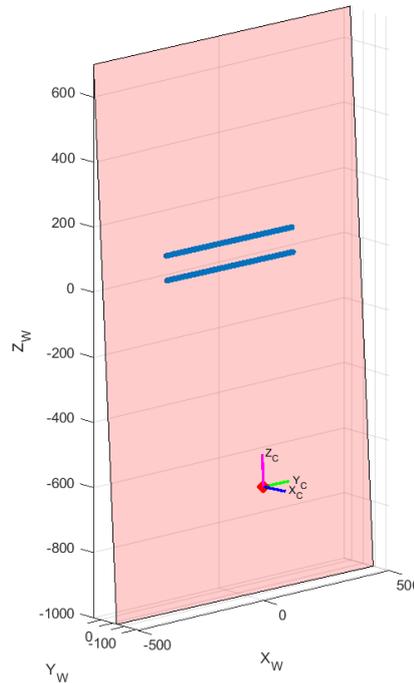


Figura 5.6: Representación de los puntos utilizados en la calibración y la cámara

Una vez obtenidos todos los valores, tanto intrínsecos como extrínsecos, se dispone de una matriz que define la proyección que la cámara hace de los puntos del mundo sobre la imagen. Para valorar la precisión de la calibración se comparará las posiciones de los puntos en la imagen, obtenidos anteriormente y que son entradas de la calibración, con la proyección de los puntos sobre la imagen que se realiza con dicha matriz. La métrica más utilizada para comparar métodos de calibración es el *RMSE* (raíz del error cuadrático medio) que sigue la Ecuación 5.1.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (m'_i - \mathcal{P}M'_i)^2}{n}} \quad (5.1)$$

En la experimentación llevada a cabo, el valor de *RMSE* obtenido es de 0,7936. Este valor está expresado en el sistema de coordenadas de la imagen, es decir, en píxeles. Por lo tanto, el error aproximado que se comete en cada punto entre la proyección por medio de la matriz y la captura obtenida de la cámara es inferior a un píxel. Este valor es obtenido de manera lineal, es decir, sin utilizar optimizaciones no lineales, y los valores obtenidos serán utilizados posteriormente como punto de inicio de optimizaciones no lineales.

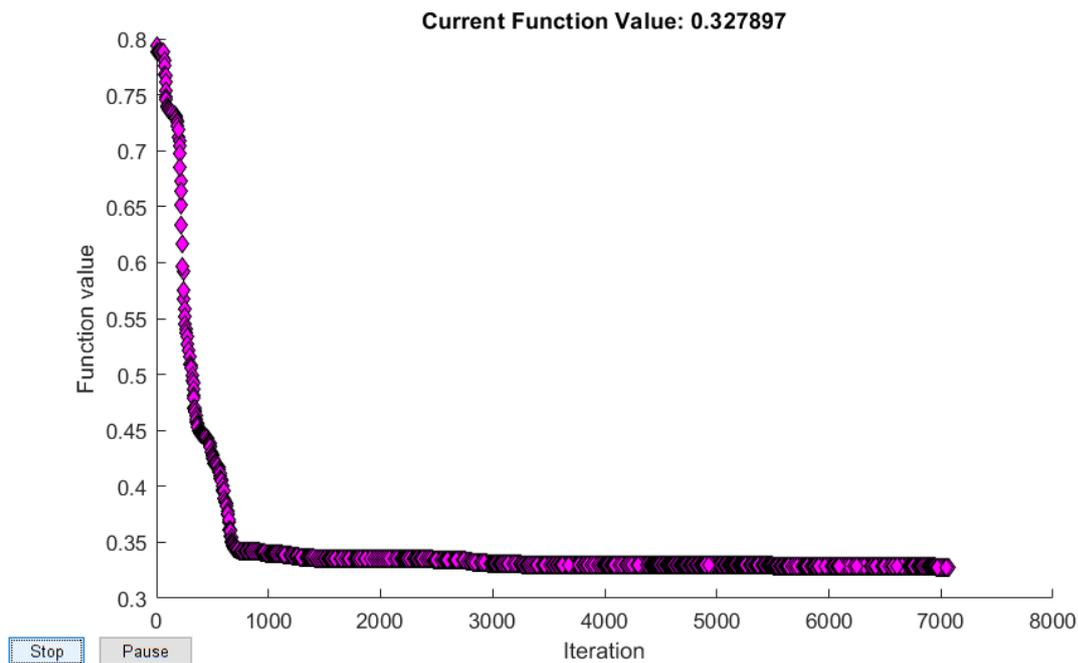


Figura 5.7: Progresión del error cometido en la optimización con 1 coeficiente según el número de iteración

Coeficientes	0	1	3	6
<i>RMSE</i>	0,7936	0,3279	0,2966	0,2660

Tabla 5.1: Comparación entre optimizaciones aplicadas a la calibración según el número de coeficientes

Las optimizaciones no lineales se realizan con varios coeficientes: 1, 3 y 6. Según el número de coeficientes y la precisión de los valores iniciales puede ser que la optimización tome un tiempo excesivamente elevado, por lo tanto, se limita el número de iteraciones del método a 10000. El proceso, al ser iterativo, va realizando los ajustes de los parámetros de forma continua buscando una mejora en la precisión de la calibración. A medida que aumenta el número de iteraciones, la métrica de error disminuye indicando que los valores obtenidos son mejores según avanza el método. Esta progresión se puede observar en la Figura 5.7.

Tras aplicar las optimizaciones no lineales con los diferentes número de coeficientes, se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 5.1, que también incluye los resultado de la calibración realizada sin optimización no lineal.

En todos los casos los resultados se alcanzan al alcanzar el número máximo de iteraciones fijado para el método. Sin embargo, al aumentar el número de iteraciones las mejoras que se obtienen, en el caso de que las haya, son tan ligeras que, junto al alto coste compu-

tacional de dicha optimización, hacen que no merezcan la pena tenerlas en consideración.

Por tanto, el mejor resultado obtenido para el conjunto de datos del que se dispone, cuya forma de obtención ha sido descrita detalladamente en las secciones anteriores, se consigue por medio de la optimización no lineal con seis parámetros, obteniendo una calibración de la cámara lineal con una precisión de 0,2660 píxeles de valor de *RMSE*.

5.2.- CALIBRACIÓN DE CÁMARA MATRICIAL

Antes de continuar con el método propuesto para la calibración de la cámara lineal, es necesario obtener una matriz de homografía, según las pautas de la Sección 4.2, que relacione de forma matricial la posición de puntos de un plano al sistema de coordenadas del otro plano.

Antes de obtener la matriz de homografía, es necesaria realizar la calibración de una cámara matricial, y dado que posteriormente se han de identificar ambos planos del patrón de calibración ensamblado a 90 grados, para la calibración de la cámara matricial se utiliza la parte con la secuencia de cuadrados blancos y negros de uno de los planos del patrón. Para evitar ruido en la detección de los puntos, y por tanto que la identificación del patrón matricial sea lo más precisa posible, se utilizan unas hojas de papel con el fin de tapar, fundamentalmente, el patrón del otro plano y los conjuntos de líneas encima de la plantilla de calibración. La apariencia del patrón, con esas hojas se puede ver en la Figura 5.8.

Este procedimiento tan rudimentario se podría sustituir por la edición digital de la imagen, removiendo de la misma los puntos que pudieran interferir en la detección del patrón. Pese a que la edición de imágenes proporcionaría un aspecto mejorado a la experimentación, los resultados obtenidos no variarían y la sencillez que proporciona el folio ha hecho que sea la forma elegida para eliminar de la imagen los posibles puntos que pudieran interferir con la detección del patrón.

El patrón está compuesto por un conjunto de 7 por 10 cuadrados blancos y negros, similar a un tablero de ajedrez, con los lados de cada uno de ellos de 20 milímetros. Este patrón se colocó en el suelo del laboratorio, y manteniendo la cámara en una posición fija, se realizaron varias capturas desplazando el patrón alrededor de la misma. El montaje de durante la captura de imágenes matriciales se representa en la Figura 5.9. En la figura no se incluye el papel tapando el patrón de la derecha.

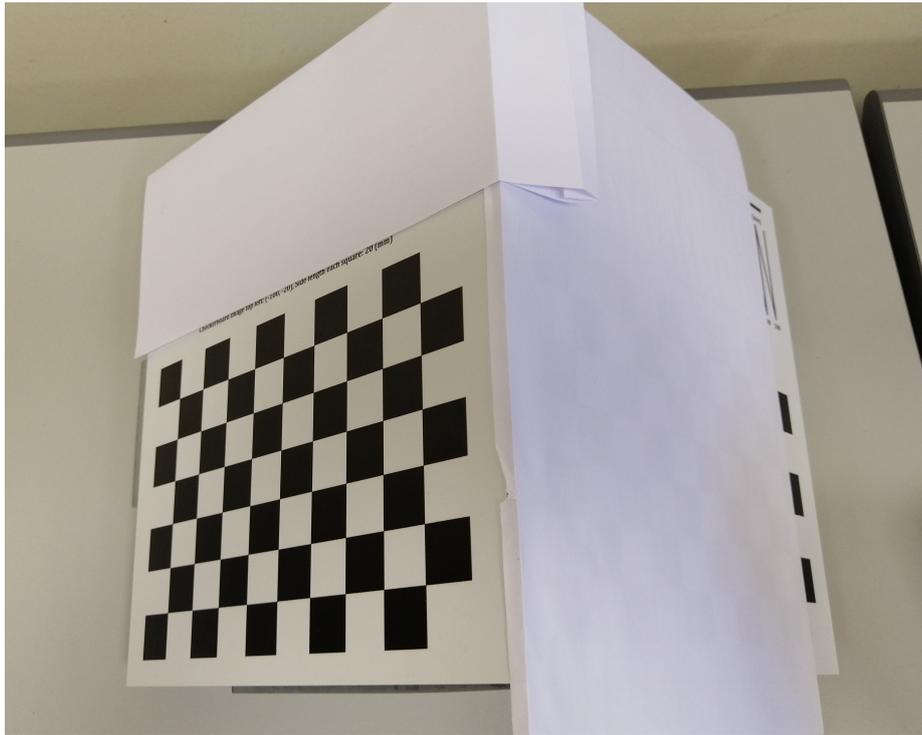


Figura 5.8: Patrón de calibración utilizado con la cámara matricial



Figura 5.9: Colocación para la obtención de imágenes matriciales

En todas las imágenes capturadas, el ajuste de la cámara es constante, es decir, que la apertura, distancia focal y enfoque de la cámara no se han modificado entre fotografías. Este hecho permitirá utilizar el conjunto de imágenes para la calibración de la cámara ya que si se hubieran realizado modificaciones en alguno de estos parámetros, habría que considerar diferentes modelos de cámara y la calibración no proporcionaría un resultado válido.

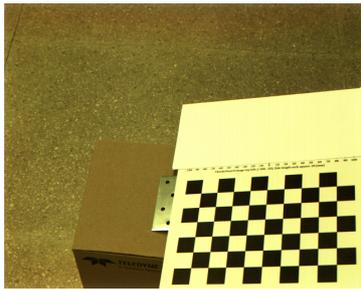
En las Figuras 5.10, 5.11 y 5.12 se muestran las 33 imágenes que componen el conjunto de calibración para esta primera experimentación con la cámara matricial.

Uno de los motivos para utilizar una cámara matricial sin que suponga un gran incremento en la dificultad del trabajo es la gran cantidad de métodos de calibración ya existentes para este tipo de cámaras. En el caso de MATLAB, a través del módulo *Image Processing and Computer Vision* (procesamiento de imagen y visión por computador) está disponible una herramienta gráfica para facilitar la calibración de una cámara. Esta herramienta se llama *Camera calibrator* y la interfaz de usuario resulta muy sencilla de utilizar.

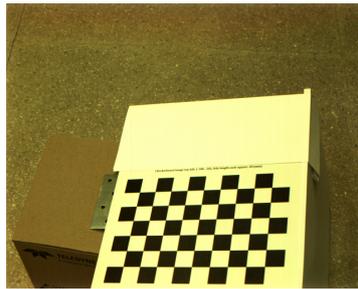
En primer lugar se ha de cargar el conjunto de imágenes, que se puede realizar desde ficheros de imágenes o utilizando una cámara conectada al ordenador, aunque en todas las experimentaciones las imágenes se cargan desde archivos. No es necesario todos los archivos a la vez, por ejemplo si se encontraran en carpetas diferentes, pero al cargar la primera imagen del conjunto aparecerá un diálogo en el que se debe introducir la medida de los cuadrados del patrón de calibración, en este caso 20 milímetros. Esa medida se supone constante para todas las imágenes, por lo tanto, se debe utilizar en todas ellas el mismo patrón o en su defecto, patrones que aseguren que las dimensiones de los cuadrados son iguales.

Cada vez que se introducen las imágenes en la herramienta de calibración, el propio software realiza las llamadas a las funciones correspondientes que detectan las intersecciones de los cuadrados y obtienen la posición que ocupan en la imagen. Además de la posición en la imagen de los puntos de intersección, sobre la imagen se representa el origen del sistema de coordenadas del patrón y la dirección de los ejes X e Y . Al tratarse de un patrón plano, se supone que dichos puntos se ubican sobre el eje Z .

A la hora de cargar las imágenes es posible que el programa rechace aquellas en las que no sea posible identificar adecuadamente el patrón de calibración. Habitualmente esto puede ocurrir si las dimensiones del patrón no coincide con las imágenes cargadas ante-



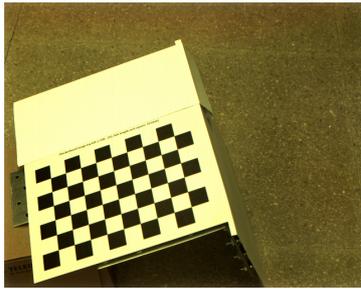
(a) Imagen 1



(b) Imagen 2



(c) Imagen 3



(d) Imagen 4



(e) Imagen 5



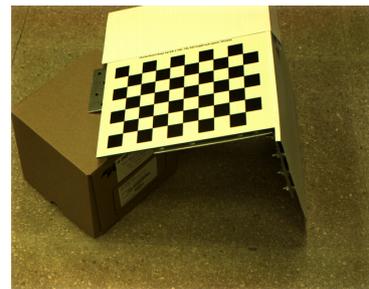
(f) Imagen 6



(g) Imagen 7



(h) Imagen 8



(i) Imagen 9



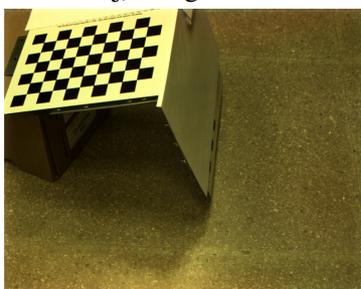
(j) Imagen 10



(k) Imagen 11



(l) Imagen 12



(m) Imagen 13

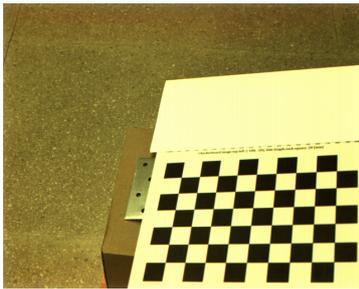


(n) Imagen 14



(ñ) Imagen 15

Figura 5.10: Imágenes 1 a 15 utilizadas para la calibración de la cámara matricial



(a) Imagen 16



(b) Imagen 17



(c) Imagen 18



(d) Imagen 19



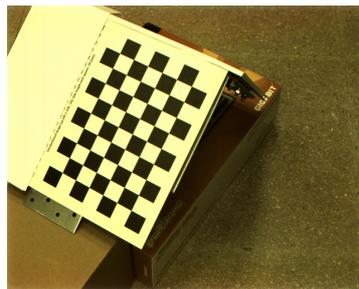
(e) Imagen 20



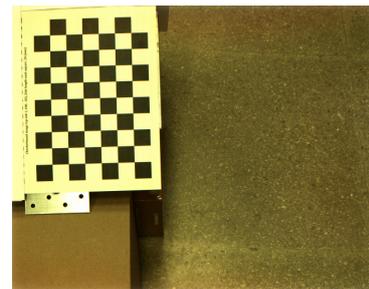
(f) Imagen 21



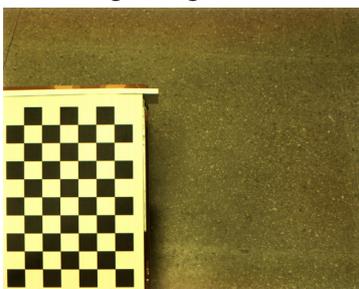
(g) Imagen 22



(h) Imagen 23



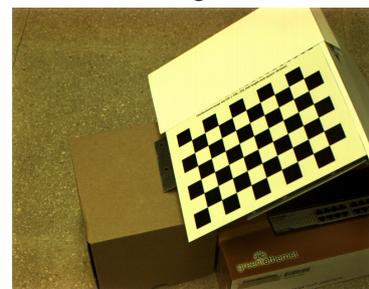
(i) Imagen 24



(j) Imagen 25



(k) Imagen 26



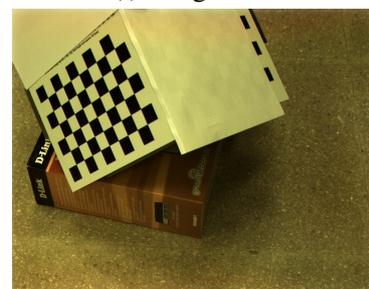
(l) Imagen 27



(m) Imagen 28



(n) Imagen 29



(ñ) Imagen 30

Figura 5.11: Imágenes 16 a 30 utilizadas para la calibración de la cámara matricial

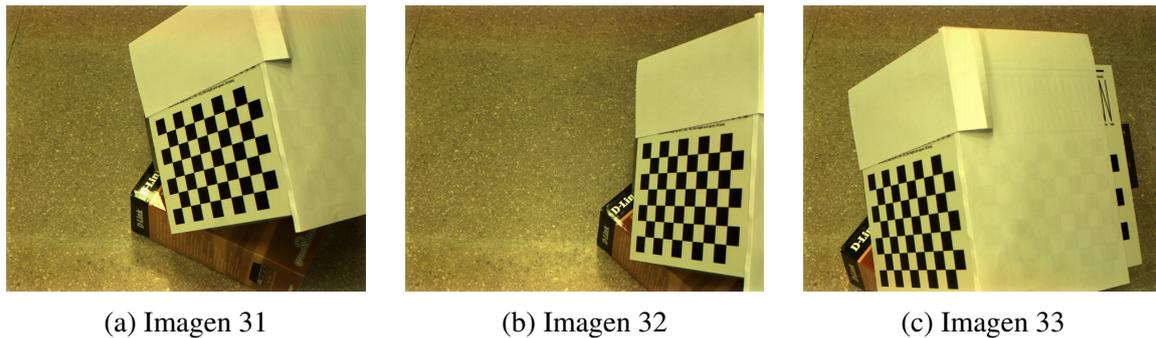


Figura 5.12: Imágenes 31 a 33 utilizadas para la calibración de la cámara matricial

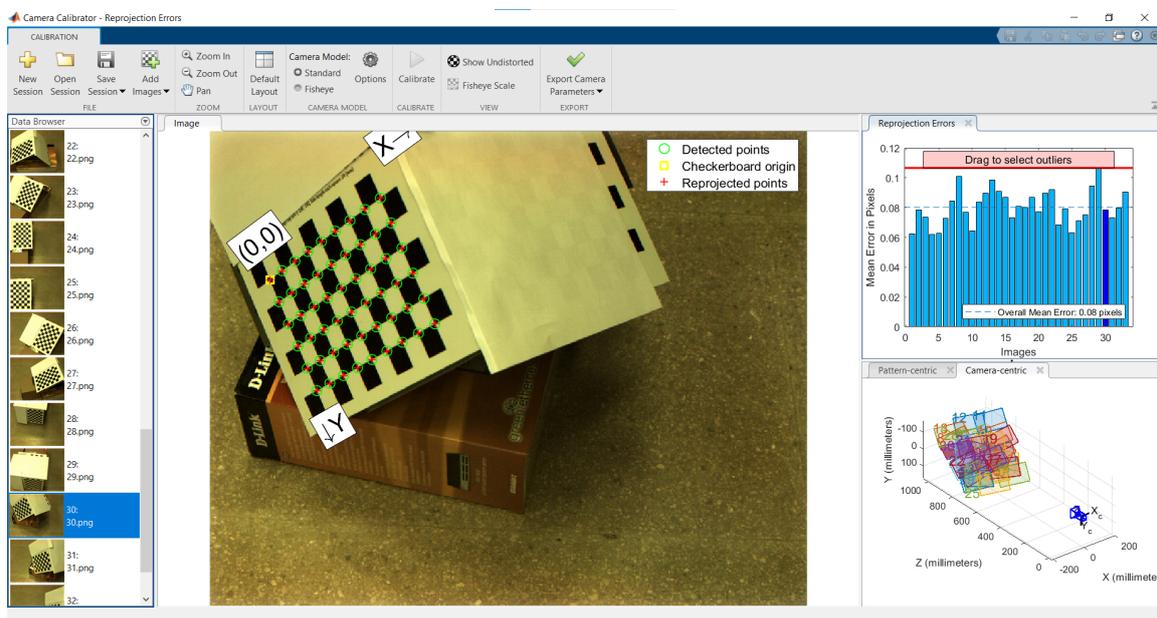


Figura 5.13: Interfaz de usuario de la herramienta para calibración de cámaras de MATLAB una vez realizada la calibración

riormente, si el patrón se visualiza muy pequeño sobre la imagen o si la iluminación o el enfoque no permiten diferenciar de forma clara el patrón. También puede ocurrir que existan más marcas que se detecten incorrectamente como puntos del patrón, por ello es conveniente que el proceso se supervise al menos una vez para asegurar un funcionamiento correcto.

Una vez cargadas todas las imágenes, el proceso de calibración se puede realizar pulsando sobre la tecla de calibración. Se inicia entonces el proceso de calibración, y una vez concluido, la interfaz muestra alguna información adicional.

En la Figura 5.13 se puede observar que en la parte derecha se incluyen dos gráficas, y sobre la imagen de la parte central se muestran los puntos detectados (círculos verdes), el

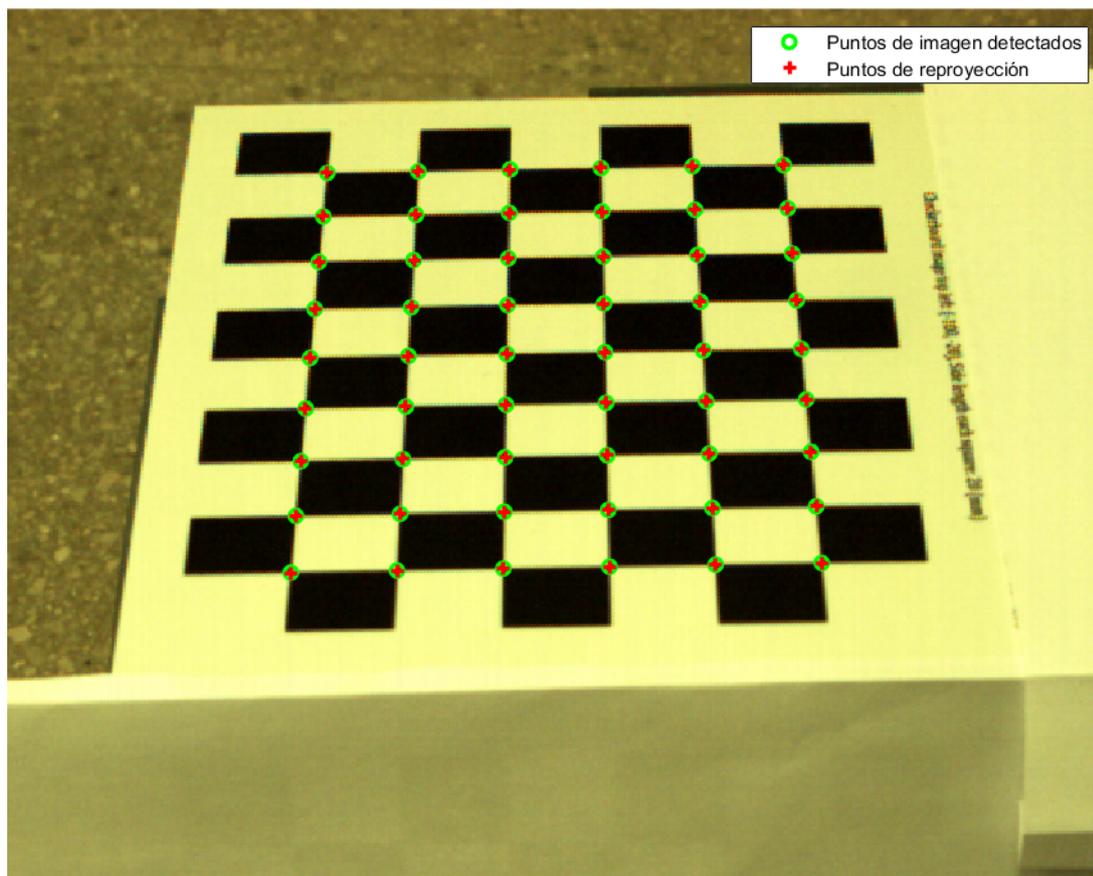


Figura 5.14: Detalle de la detección de puntos y cálculo de la reproyección sobre la Imagen 8

origen del patrón de calibración formado de cuadrados (recuadro amarillo) y los puntos reproyectados (asteriscos rojos). El proceso de calibración pretende modelar la cámara como un sistema de ecuaciones, y por lo tanto una vez calibrada, se pueden aplicar los valores obtenidos para simular el comportamiento de la cámara. Los puntos reproyectados son la proyección que se hace de las coordenadas físicas que tiene el patrón sobre la imagen. Una vista más detallada sobre la detección de puntos y su reproyección sobre la imagen 8 del conjunto se representa en la Figura 5.14. En condiciones ideales la reproyección de los puntos debería coincidir con los puntos de la imagen, pero por efectos de la distorsión y ajustes realizados, esto no suele ocurrir.

En la parte derecha de la ventana aparecen dos gráficas. En la parte superior se muestra una gráfico de barras. Éste se puede observar con mayor detalle en la Figura 5.15, en la que para cada una de las imágenes utilizadas en la calibración (representado en el eje horizontal) se muestra el error cometido en la reproyección. La métrica del error se obtiene a partir de la diferencia entre la posición de los puntos de imagen originales y los obtenidos tras la reproyección, por lo tanto, cuanto mayor sea la similitud entre puntos, menor será

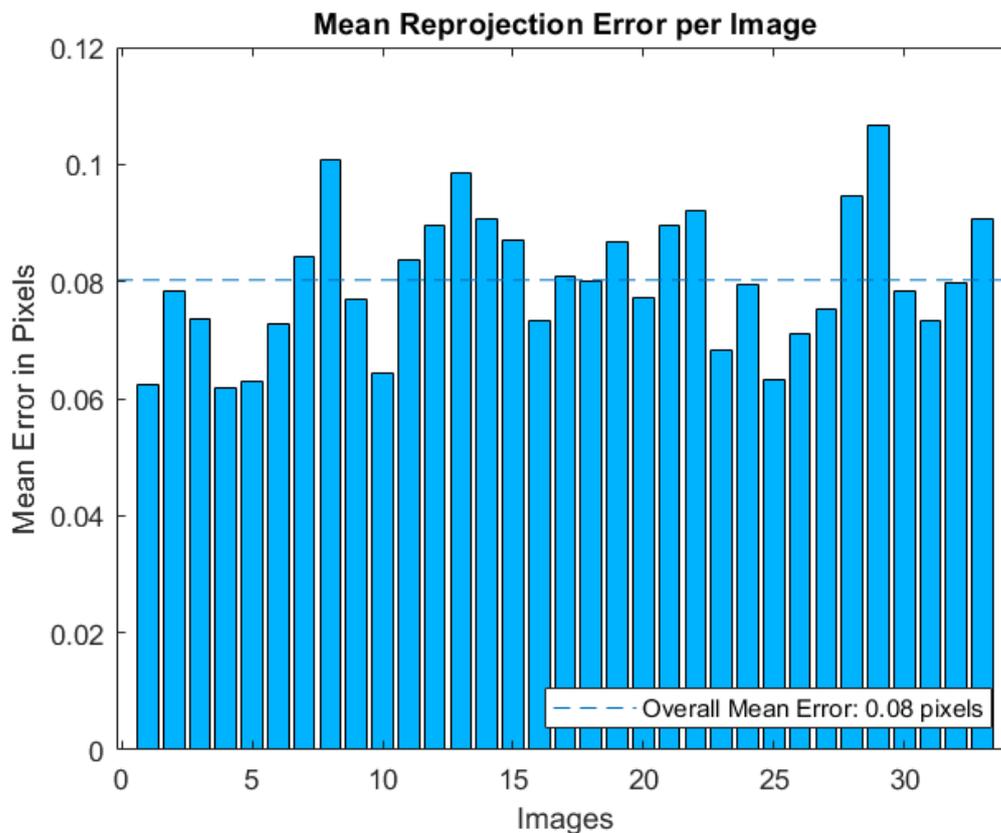


Figura 5.15: Errores de reproyección de cada imagen utilizada en la calibración

el error, lo cual indicará que el ajuste de parámetros de la cámara ha obtenido un resultado mejor que en otro caso. Sobre esa gráfica, en la herramienta de calibración, se muestra también una línea roja horizontal, la cual se puede desplazar verticalmente para eliminar del proceso de calibración aquellas imágenes que introduzcan en el procedimiento un mayor error. En principio un conjunto de 10 imágenes sería suficiente para realizar la calibración de la cámara matricial correctamente, por tanto, se puede ajustar ese valor límite y eliminar alguna de las imágenes que introducen grandes errores a la calibración.

Justo por debajo de esa gráfica, en la herramienta de calibración, se muestra un gráfico que representa la posición del sistema de coordenadas de la cámara respecto al sistema del patrón de calibración para cada una de las imágenes que componen el conjunto de calibración. Esta representación tiene dos formas de visualizarse, centrada sobre la cámara (Figura 5.16), o centrada en el patrón (Figura 5.17).

Estas representaciones se hacen a partir de los parámetros extrínsecos calculador para cada una de las imágenes. Estos parámetros extrínsecos, como se ha comentado durante el estudio del estado del arte, hacen referencia a la posición que ocupa el patrón de calibración

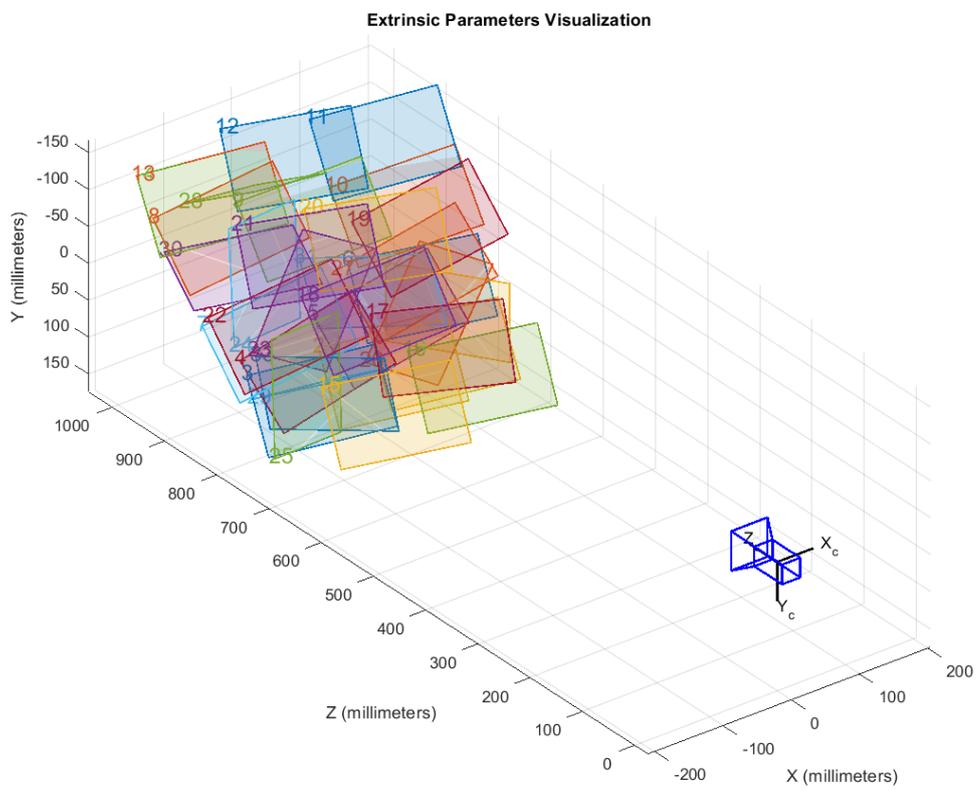


Figura 5.16: Gráfico de posiciones centrado en la cámara

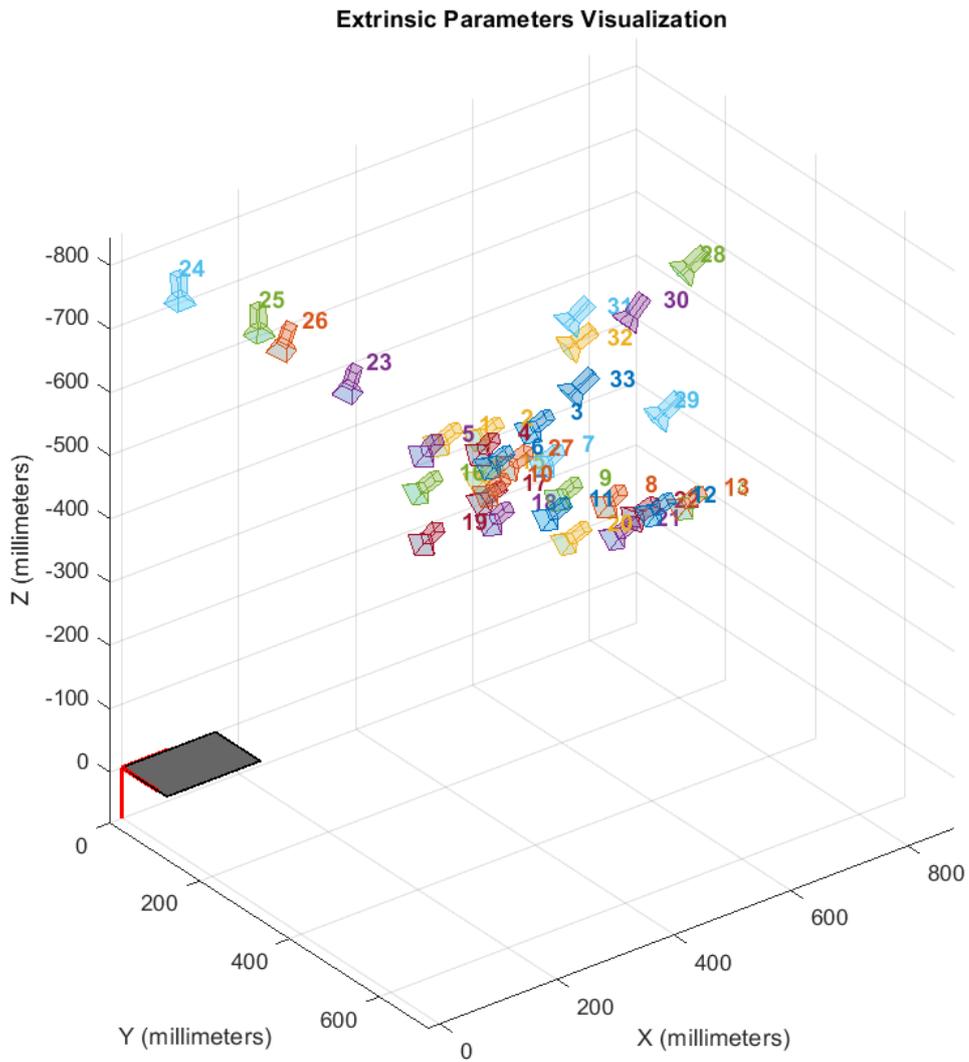


Figura 5.17: Gráfico de posiciones centrado en el patrón

respecto al sistema de coordenadas de la cámara, y se caracterizan por ser una matriz de transformación rígida combinando una matriz de rotaciones y un vector de traslaciones.

En el caso de la representación centrada en la cámara (Figura 5.16), se representan las diferentes colocaciones del patrón respecto a una posición única de la cámara. La representación centrada en el patrón (Figura 5.17) mantiene en una posición fija el patrón de calibración utilizado y representa las diferentes posiciones de la cámara en torno a él. Como se comentó algunas líneas atrás, en este proceso de experimentación, la representación que más se ajusta a lo realizado es la centrada en la cámara ya que ésta se mantuvo inmóvil y fue el patrón el que adoptó diferentes posiciones en cada una de las capturas realizadas.

En la calibración de la cámara matricial, utilizando el conjunto completo de 33 imágenes, el error promedio cometido es de 0,08 píxeles. Si se eliminan las 23 imágenes con mayor error de reproyección, dejando un conjunto de calibración de únicamente 10 imágenes, el resultado de la calibración mejora ligeramente hasta un valor de error de 0,07 píxeles. En ambos casos el error es muy inferior a la medida del píxel, y al eliminar las 23 imágenes con mayor error, la calibración no mejora excesivamente.

Una de las utilidades más habituales de haber completado el proceso de calibración de una cámara es posibilidad de eliminar el efecto de la distorsión de la lente en las imágenes. También cabe destacar que la función de MATLAB que, utilizando los parámetros de la cámara, convierte coordenadas del mundo real en coordenadas de la imagen no tiene en cuenta la distorsión a no ser que se indique lo contrario mediante la opción 'ApplyDistortion' de entrada al método con valor verdadero. Al no tener en cuenta la distorsión por defecto, si se realiza manualmente la comparación de errores entre el punto de la imagen y el reproyectado, el valor será mucho más grande que el de la herramienta de calibración ya que la herramienta si tiene en cuenta la distorsión. En cambio, si la reproyección se realiza indicando esta opción el valor de error que puede ser calculado es el mismo que el proporcionado por la herramienta.

5.3.- HOMOGRAFÍA A PARTIR DE IMÁGENES MATRICIALES

Una vez realizada la calibración de la cámara matricial, se puede obtener la matriz de homografía que relacione los dos planos del patrón propuesto en la Sección 4.1. Para la obtención de la matriz de homografía se siguen los pasos indicados en la Sección 4.2.

Para poder obtener la matriz de homografía, y por tanto la relación entre ambos planos

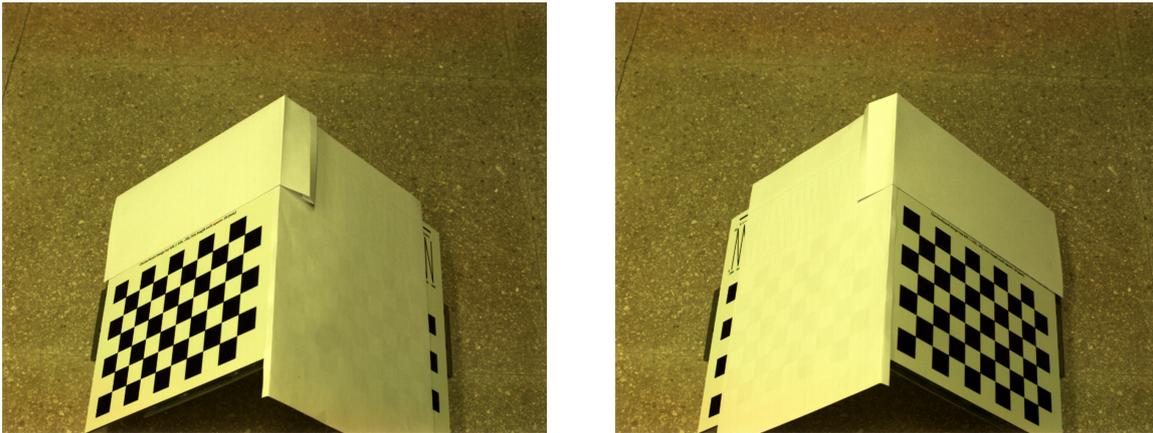


Figura 5.18: Ejemplos de imágenes de ambos planos utilizados en la obtención de homografía

del patrón, es necesario tomar, con la misma configuración de la cámara que en el caso de las imágenes utilizadas para la calibración, una secuencia de imágenes en las que se puede diferenciar completamente el patrón de calibración formado por los cuadrados por el software de MATLAB en los dos planos que forman el patrón. Para ello, se continúa capturando con el montaje representado en la Figura 5.9, y se realizan las fotografías del patrón de calibración. En esta ocasión, una vez fotografiado el plano de la izquierda de manera idéntica a como se hizo en la sección anterior, se cambiará el folio para que en esta ocasión tape la otra mitad del patrón. El cambio de folio ha de realizarse prestando especial atención para no desplazar la cámara ni el patrón de calibración.

De esta forma se habrán capturado dos imágenes diferentes, una por cada una de las partes del patrón, en las que la posición de éste sea la misma y, por lo tanto, se puede establecer la relación entre los puntos de ambos planos. Un par de ejemplos de estas imágenes capturadas se muestran en la Figura 5.18. Si se realiza la misma captura pero sin papel por medio, la fotografía obtenida es la mostrada en la Figura 5.19. En ella se observan claramente los dos planos del patrón de calibración formando un ángulo de 90 grados.

El resto de las imágenes utilizadas para obtener las diferentes matrices de homografía se encuentran representadas en la Figura 5.20.

Un aspecto negativo de MATLAB es que, una vez realizada la calibración, la detección de puntos sobre la imagen no se optimiza, es decir, los puntos detectados en esas imágenes habitualmente presentan un error bastante elevado. El motivo por el cual se obtienen unos resultados peores respecto al esperado tras la calibración es que, con las imágenes incluidas en el conjunto de calibración, el procedimiento realiza una optimización común que minimiza el error en todas esas imágenes.

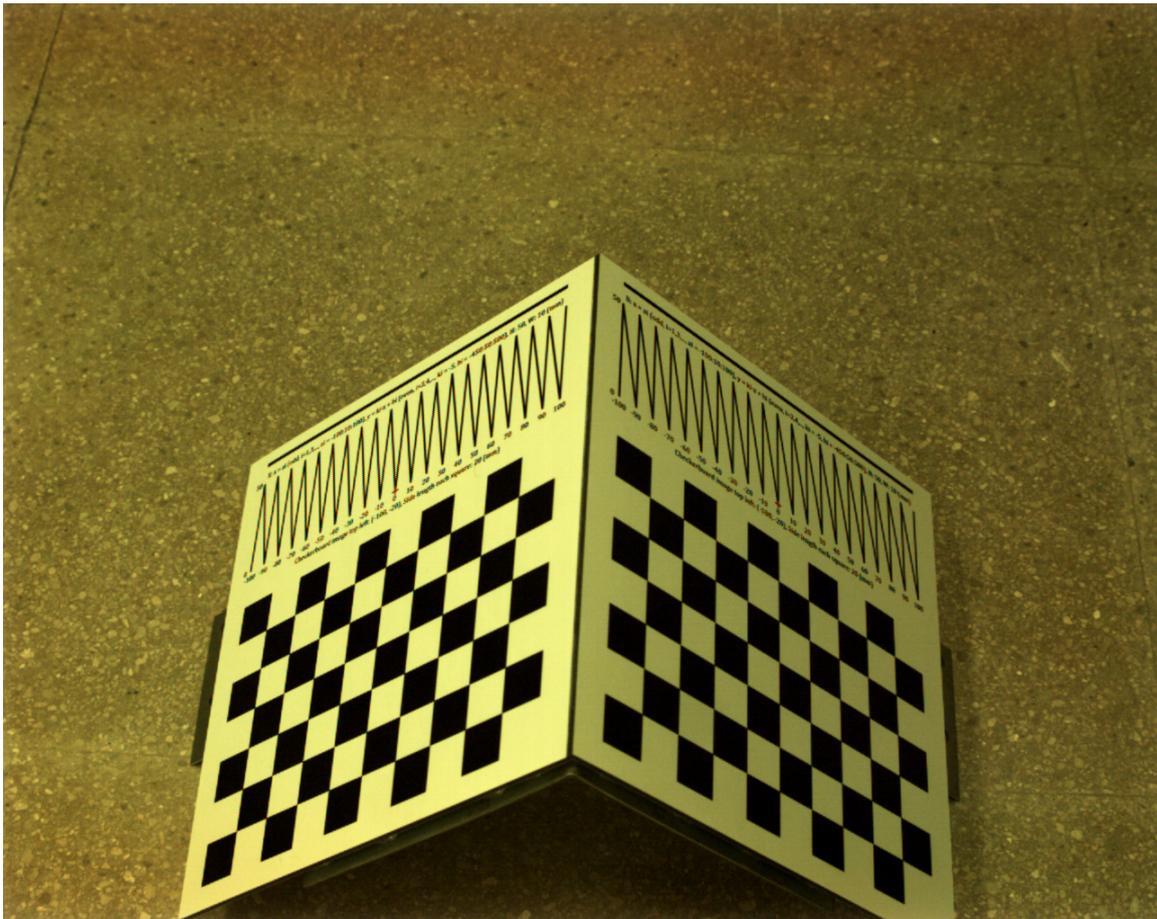


Figura 5.19: Ejemplos de imágenes completa para obtención de homografía

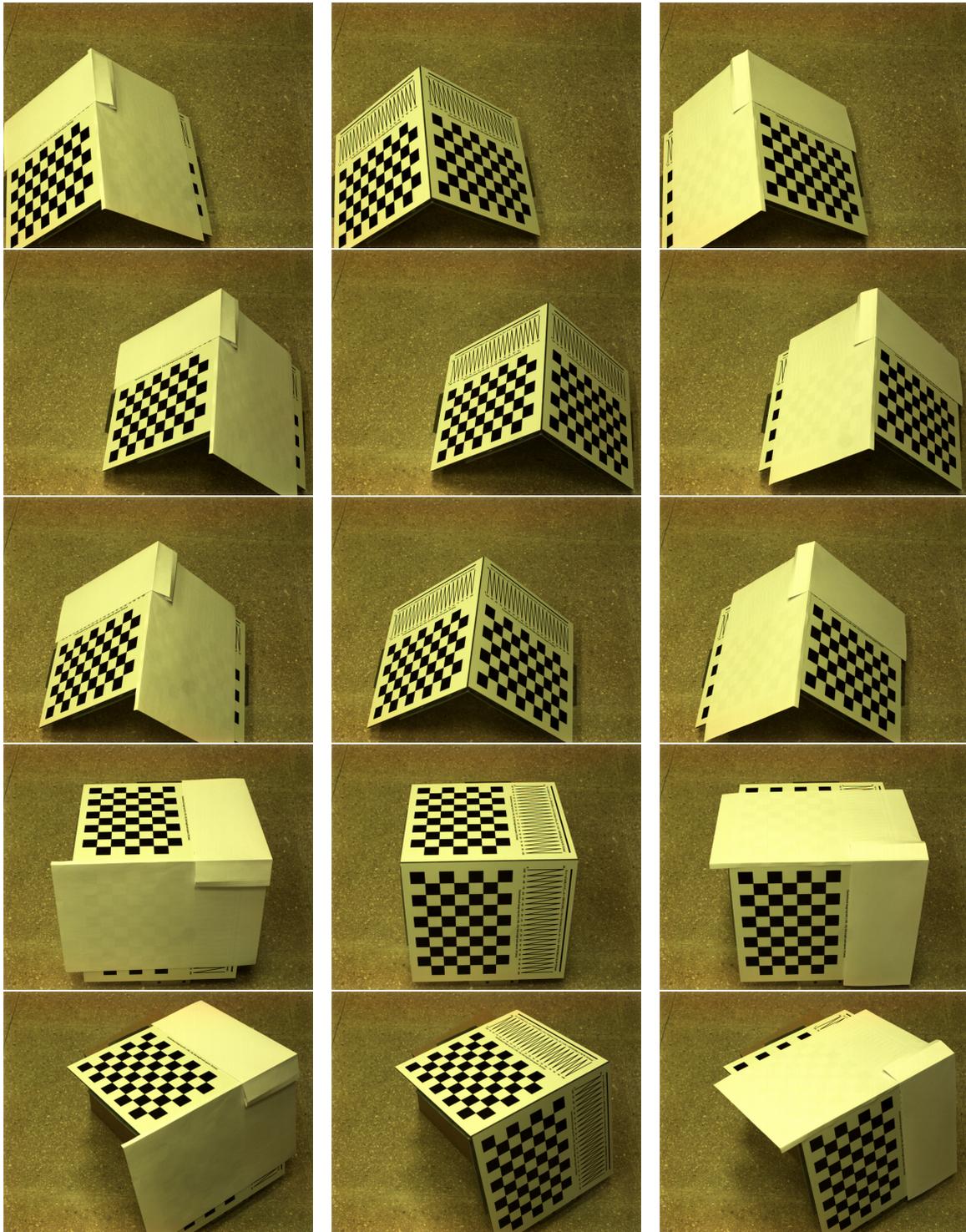


Figura 5.20: Ejemplos de imágenes utilizados en la calibración sin desplazar el patrón

Sin embargo, a la hora de detectar puntos en imágenes nuevas, los parámetros de la cámara no se modifican y el resultado se adapta a ellos, con lo que en la mayoría de los casos, los puntos son detectados con unos valores de error muy altos. Para evitar este comportamiento, se pueden incluir las imágenes de ambos planos del patrón (ver Figura 5.18) directamente en la calibración de la cámara matricial. De esta forma, mientras se realiza la calibración por un lado, la detección de puntos y establecimiento de parámetros de la cámara sufre una optimización que reduce considerablemente el error cometido, en especial sobre las nuevas imágenes a procesar. Por ello, en este trabajo, se opta por incluir directamente en el proceso de calibración el par de imágenes que se correspondan con los planos de la izquierda y derecha en la misma ubicación del patrón que serán posteriormente utilizadas para calcular la matriz de homografía. Además, para obtener varias matrices que relacionen ambos planos, se dispone de un conjunto de seis pares de fotografías, según lo mostrado en la Figura 5.18, que permitirán obtener seis relaciones independientes entre ambos planos y que, según la teoría, deberían proporcionar resultados muy similares entre ellas dado que el patrón que forma el ángulo de 90 grados es el mismo en todas las fotografías.

Una vez realizada la calibración incluyendo el par de imágenes que se utilizará para la obtención de la matriz de homografía, se puede extraer de las estructuras de datos retornadas por la función de calibración de MATLAB los parámetros extrínsecos para cada una de esas imágenes. Por tanto, es posible conocer los coeficientes de la matriz de rotación y vectores de traslación de cada una de las imágenes comentadas anteriormente. Estos valores sirven para realizar la transformación de las coordenadas del mundo al sistema de referencia de la cámara. Posteriormente la cámara, modelada por los parámetros intrínsecos (distancia focal y punto central de la transformación), es capaz de realizar la transformación de las coordenadas al sistema de la imagen, es decir, dar la posición en píxeles que ocupara cada uno de los puntos tridimensionales en el sistema de coordenadas de la imagen.

La transformación entre sistemas de coordenadas de un punto se puede hacer por medio de la Ecuación 5.2.

$$[xyz] = [XYZ]R + t \quad (5.2)$$

Donde x, y, z son las coordenadas en un sistema nuevo, en este caso el de la cámara; X, Y, Z las coordenadas originales, es decir, las coordenadas del punto en el sistema de coordenadas globales; R la matriz de rotación y t el vector de traslación. Para obtener la

matriz de transformación, se combinarán los valores de acuerdo a la Ecuación 5.3.

$$H = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

La matriz de la Ecuación 5.3 permite realizar la transformación de un punto expresado por el sistema de coordenadas del mundo, que coincide con el sistema de coordenadas del patrón de calibración, al sistema de coordenadas de la cámara, cuyo origen está en la posición del sensor del dispositivo. Sin embargo, resulta de gran interés obtener también la transformación contraria, es decir, de los puntos en el sistema de la cámara al sistema de coordenadas de uno de los planos. La matriz que permite convertir los puntos en el sistema de coordenadas de la cámara al sistema de coordenadas del mundo es la inversa de la matriz que realiza la transformación del sistema del mundo a la cámara.

En esta experimentación, con el fin de unificar criterios, se decide obtener en todos los casos la transformación de los puntos expresados en el sistema de la cámara a los puntos en el sistema de coordenadas del plano de la izquierda (según la alineación del texto del patrón). Por tanto, calculando la matriz inversa de la obtenida anteriormente a través de la Ecuación 5.3 para el plano de la izquierda, se pueden transformar los puntos en el sistema de coordenadas de la cámara a puntos expresados en el sistema de coordenadas del plano de la izquierda.

Finalmente, para relacionar los puntos de un plano al sistema de coordenadas del otro plano, se realizará una composición de transformaciones:

1. Los puntos expresados en el sistema de coordenadas del plano de la derecha se transforman al sistema de coordenadas de la cámara.
2. Los puntos de la derecha, expresados en el sistema de coordenadas de la cámara, se transforman nuevamente al sistema de coordenadas del plano de la izquierda.

Esta secuencia de transformaciones se consigue multiplicando las matrices obtenidas en los pasos anteriores, según la Ecuación 5.4, donde H_X^Y es la matriz de transformación del sistema de coordenadas X al Y . Pudiendo tomar los valores de WD en el caso del sistema de

coordenadas del plano de la derecha, WI para el plano de la izquierda o Cam en el sistema de coordenadas de la cámara.

$$H_{WD}^{WI} = H_{WD}^{Cam} \cdot H_{Cam}^{WI} \quad (5.4)$$

A la hora de realizar el producto de matrices en MATLAB, hay que prestar atención al hecho de que MATLAB realiza el producto de matrices de derecha a izquierda, por lo tanto, para realizar esta operación correctamente se deberá escribir la siguiente instrucción:

```
H_WD_WI = H_CAM_WI * H_WD_CAM ;
```

Código 5.1: Composición de transformaciones

Dónde H_{CAM_WI} es la matriz de transformación del sistema de coordenadas de la cámara al plano de la izquierda, es decir, la inversa de H_{WI_CAM} ; H_{WD_CAM} la transformación del sistema de coordenadas del plano de la derecha al sistema de coordenadas de la cámara y H_{WD_WI} es la transformación directa de los puntos en el sistema de coordenadas de la derecha al de la izquierda.

Para facilitar el cálculo de la matriz de transformación entre sistemas de coordenadas, también llamada matriz de homografía, se desarrolla una secuencia de comandos de MATLAB que recibe como entradas ficheros de MATLAB con los parámetros obtenidos previamente en la calibración de la cámara matricial, y tras generar las matrices correspondientes, escribe un nuevo fichero con la matriz de homografía que permite transformar los puntos del sistema de coordenadas de la derecha al sistema de coordenadas de la izquierda según el par de imágenes utilizados.

La obtención de la matriz de homografía se fundamenta en el proceso de calibración de la cámara matricial, basada en los puntos obtenidos de los conjuntos de cuadrados negros y blancos. Estos cuadros tienen un sistema de coordenadas con el origen en la esquina más próxima al centro del cuadrado superior izquierdo que no coincide con el sistema de coordenadas del patrón formados por líneas que se utilizará para la calibración de la cámara lineal. El desplazamiento entre estos sistemas de coordenadas de los diferentes patrones hay que tomarlos en consideración a la hora de realizar las transformaciones, ya que las matrices de homografía están calculadas para los sistemas de coordenadas de los patrones de calibración de la cámara matricial.

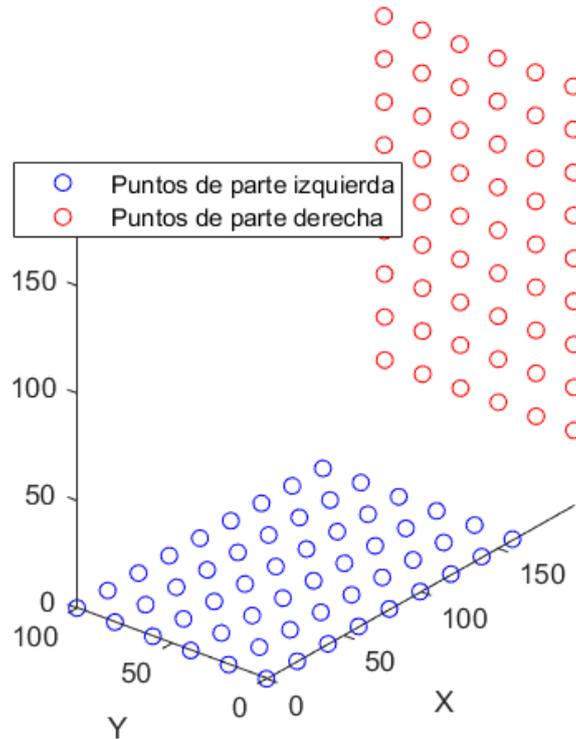


Figura 5.21: Ejemplos de puntos transformado por la matriz homografía

La obtención de la matriz de homografía se ha realizado con seis pares de imágenes diferentes, obteniendo de ellas por tanto seis matrices de homografía que, aunque se hayan obtenido utilizando pares de imágenes diferentes, el procedimiento seguido ha sido idéntico en todas ellas por lo que se puede esperar que, una vez utilizadas para la transformación de puntos tengan unos valores muy similares, o bien la transformación que realiza de los puntos sea bastante similar entre todas ellas.

Una vez obtenida la matriz de calibración es posible realizar la transformación de los puntos que conforman el patrón de calibración de un plano en el sistema de coordenadas del otro plano, y por lo tanto, representar ambos puntos en el mismo sistema de coordenadas.

La Figura 5.21 muestra un sencillo ejemplo de la utilidad de la matriz de homografía. En este caso, los puntos azules representan los puntos del patrón en el plano izquierdo, que como se puede comprobar están sobre el plano $Z = 0$. En el otro plano, los puntos del patrón son los mismos ya que el patrón es idéntico en ambos planos, pero el sistema de coordenadas se corresponde. Por medio de la matriz de homografía y con ayuda del sistema de coordenadas de la cámara que es común a ambos planos, se pueden transformar los puntos del sistema de coordenadas de un plano al otro. Por ello, una vez hecho el

producto se obtiene la posición de los puntos del planos de la derecha en el sistema de coordenadas de la izquierda, por tanto se pueden representar los puntos de ambos planos, tal y como muestra la Figura 5.21.

5.4.- CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA LINEAL CON UNA SOLA IMAGEN

Una vez obtenida la matriz de homografía, se puede realizar la transformación de los puntos expresados en un sistema de coordenadas a otro. Este procedimiento también se podría haber aplicado en la calibración anterior si a la hora de realizar los desplazamientos hubiera existido una cámara matricial que pudiera medir dichos movimientos de forma precisa. En este punto del trabajo hay que obtener una imagen lineal del patrón compuesto por dos planos que forman un ángulo recto, obteniendo en cada una de las fotografías las líneas en disposición de sierra de ambos planos simultáneamente. Realmente solo es necesaria una imagen para realizar la calibración, pero dado que capturar diferentes imágenes solamente supone el movimiento del patrón en frente de la cámara (de forma similar a la obtención de las imágenes con la cámara matricial) se opta por tener un conjunto de varias imágenes para la calibración.

La nueva disposición del patrón facilita la iluminación del mismo ya que el patrón plano que se utilizó para la experimentación anterior se producía un reflejo de la luz sobre el sensor de la cámara, causando un ruido notable en la imagen capturada, y este patrón, al no estar colocado perpendicular al sensor, no es necesario inclinarlo para desviar los rayos de luz. Otro aspecto a tener en cuenta es que la longitud del patrón es menor que la del patrón del caso anterior, por lo tanto, se puede ubicar más cerca de la cámara con el fin de que ocupe la mayor parte de la imagen posible.

A la hora de obtener las imágenes, se ha ajustado manualmente la distancia focal a 50 milímetros y se ha buscado el mejor enfoque para las líneas de la zona central de cada plano. Teóricamente, con la profundidad de campo de la configuración de la cámara con una apertura del diafragma de 22 y la distancia focal mencionada sería suficiente para que el patrón completo se vea de forma adecuada. Con esta configuración de la cámara se han tomado ocho imágenes, de las cuales, cinco se han obtenido a una distancia aproximada de 75 centímetros de la cámara, y las otras tres a una distancia 40 milímetros más próxima. Además se han tomado otras cinco instantáneas, a la misma distancia que estas últimas, pero volviendo a ajustar el enfoque a la zona central del patrón. Para facilitar la detección de los puntos, se ha colocado una hoja de papel como prolongación del patrón para evitar



Figura 5.22: Imagen lineal capturada del patrón de calibración con dos planos

que el fondo, al estar más alejado y tener sombras, puede interferir en la detección de los puntos.

En la Figura 5.22 se puede observar el aspecto de una de las imágenes capturadas con este procedimiento. En total han sido capturadas trece imágenes en diferentes posiciones y con diferentes enfoques de acuerdo a lo comentado anteriormente.

En la Figura 5.22 se pueden apreciar dos conjuntos de 41 líneas que se corresponden con las 41 líneas de cada uno de los planos del patrón que presentan 21 líneas verticales y las 20 restantes diagonales. Entre ambos conjuntos de puntos, que se corresponden con los patrones de ambos planos, existe una línea algo más gruesa que se corresponde con el vértice del patrón, es decir, el punto de ensamblaje de ambos planos. Una vez obtenidas las imágenes, se pueden extraer de ellas la posición de los puntos de intersección con las líneas del patrón en coordenadas de imagen con precisión de subpíxel, aprovechando todos los aspectos comentados en la Sección 4.5.

En esta ocasión la detección de puntos sobre la imagen es algo más compleja porque se debe hacer una diferenciación para cada uno de los planos, tratando los puntos de cada plano por separado, prestando suficiente atención en el procedimiento para excluir el punto de la imagen que se corresponde con el vértice. El número de puntos a utilizar a la hora del cálculo del centro de masas es, en esta ocasión, 4 píxeles a cada lado del máximo inicialmente obtenido. Respecto al apartado de experimentación con el patrón plano se reduce el número ya que en esta ocasión, al estar inclinados los planos que contienen las líneas del patrón, éstas se representan en la imagen más delgadas.

En la imagen, los puntos de la izquierda se corresponden con el plano de la izquierda, y los de la derecha con el plano derecho del patrón. Una ventaja de haber colocado un folio a continuación del patrón en ambos lados, no existe ningún punto oscuro entre el origen de la imagen y el inicio del patrón izquierdo o entre el final del patrón de la parte derecha y el final de la imagen. Este sencillo detalle permite utilizar como píxel de inicio y fin para la detección de los puntos el 1 y 4096, que se corresponde con las dimensiones originales de la imagen.

Una vez obtenidos los puntos de ambos planos, y siguiendo con el método de actuación seguido durante todo el trabajo, se guardan en un fichero de forma que los valores sean

fácilmente recuperables sin necesidad de volver a realizar el procesamiento de la imagen. En este caso se escribirán hasta seis ficheros diferentes para cada una de las imágenes, siendo tres de ellos para cada uno de los planos del patrón indicando con la terminación I al patrón izquierdo, y con D al derecho. De esos tres ficheros en cada caso se incluye un fichero con las coordenadas de imagen de los 41 puntos detectados para cada patrón, otro fichero para la componente X de esos puntos sobre el sistema de coordenadas del patrón en cada uno de los patrones, y el otro fichero para la componente Y de los puntos. El detalle para la obtención de estos puntos no se explica en esta parte de la sección ya que son obtenidos de la misma manera que en secciones anteriores de esta memoria.

Una vez obtenidos los puntos, al igual que en el experimento anterior se puede proceder con la calibración de la cámara. Pero en este caso es necesario un paso previo muy importante, que consiste en obtener las referencias de todos los puntos sobre el mismo sistema de coordenadas. Para ello se empleará cualquiera de las matrices de homografía obtenidas anteriormente, de forma que los puntos que pertenecen al plano de la izquierda se representen sobre su sistema de coordenadas, y que los puntos pertenecientes al plano de la derecha estén también expresados en el sistema de coordenadas del patrón de calibración en el plano de la derecha la izquierda. Por tanto, antes de proceder con la calibración hay que realizar estas transformaciones.

Tal y como se comentó anteriormente, es posible realizar la transformación de los puntos del plano de la derecha al sistema de coordenadas de la izquierda a través de la matriz de homografía. Sin embargo, no es posible realizar esa transformación de forma directa ya que el sistema de coordenadas con el que se obtuvo la matriz de homografía es diferente al utilizado para obtener los puntos de interés. Por lo tanto, una vez se han leído desde los ficheros correspondientes, a los puntos de ambos planos hay que convertirlos al sistema de referencia utilizado para la matriz de homografía, que tiene el origen en la esquina inferior derecha del cuadro superior izquierdo del patrón similar al tablero de ajedrez.

El desplazamiento entre el origen de ese sistema de coordenadas y el origen del patrón con líneas en forma de sierra es idéntico para ambos planos y dicho desplazamiento se representa por medio del vector $(80, 40)$. Este hecho hace que los puntos físicos del plano de la izquierda obtenidos de las imágenes anteriores que se introducen en la calibración de la cámara matricial no estén centrados sobre la línea $X = 0$ y que los valores de Y puedan exceder a la altura de dichas líneas.

Una vez realizado el ajuste entre los diferentes sistemas de coordenadas del plano de la derecha, los puntos se pueden expresar en coordenadas del patrón de la izquierda a través

Coeficientes	0	1	3	6
RMSE	0,4326	0,3900	0,3853	0,3554

Tabla 5.2: Resultados de la calibración de cámara lineal utilizando las imágenes del patrón con dos planos

de la multiplicación de los puntos en coordenadas homogéneas por la matriz obtenida de la Ecuación 5.4.

Una vez obtenidos todos los puntos en el sistema de coordenadas del patrón de la izquierda, se constituye el conjunto de puntos M que, de la misma forma que en la calibración de cámara lineal realizada anteriormente, incluye los puntos físicos que se representan sobre la imagen. Los puntos de imagen (m) son, directamente, los obtenidos anteriormente sobre cualquiera de las imágenes con apariencia similar a la de la Figura 5.22.

Estos conjuntos de puntos son introducidos en el método desarrollado para la calibración de la cámara lineal, del que se obtienen los valores para las componentes intrínsecas (distancia focal y punto principal) y extrínsecas. En caso de realizar tareas de medición sobre la imagen lineal, resultarán de gran interés los valores proporcionado por la combinación de dichos parámetros ya que permiten convertir las coordenadas de la imagen a coordenadas del mundo y viceversa.

Utilizando la primera imagen (ver Figura 5.22) del conjunto de imágenes con la matriz de homografía perteneciente al primer par de imágenes disponibles, se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 5.2. Al igual que en el experimento anterior, la calibración se realiza inicialmente sin considerar la optimización no lineal para posteriormente emplear una optimización no lineal con uno, tres y seis coeficientes. Estos resultados pueden ser comparados con los de la calibración de la cámara lineal realizada anteriormente (ver Tabla 5.1) en la que el desplazamiento del patrón no se había medido con precisión.

Aunque en la parte de optimización no lineal los resultados son similares, e incluso peores que en la experimentación anterior, se puede apreciar una gran mejor en la precisión de reproyección para la calibración realizada sin optimización no lineal. En todos los casos la precisión se encuentra en valores inferiores al píxel.

5.4.1.- Combinación de imágenes y matrices de homografía

Explicado el proceso de calibración para una de las imágenes lineales con una de las matrices de homografía disponible, se repite la calibración de la cámara. En esta ocasión se realizará la calibración para todas las combinaciones entre imágenes lineales del patrón

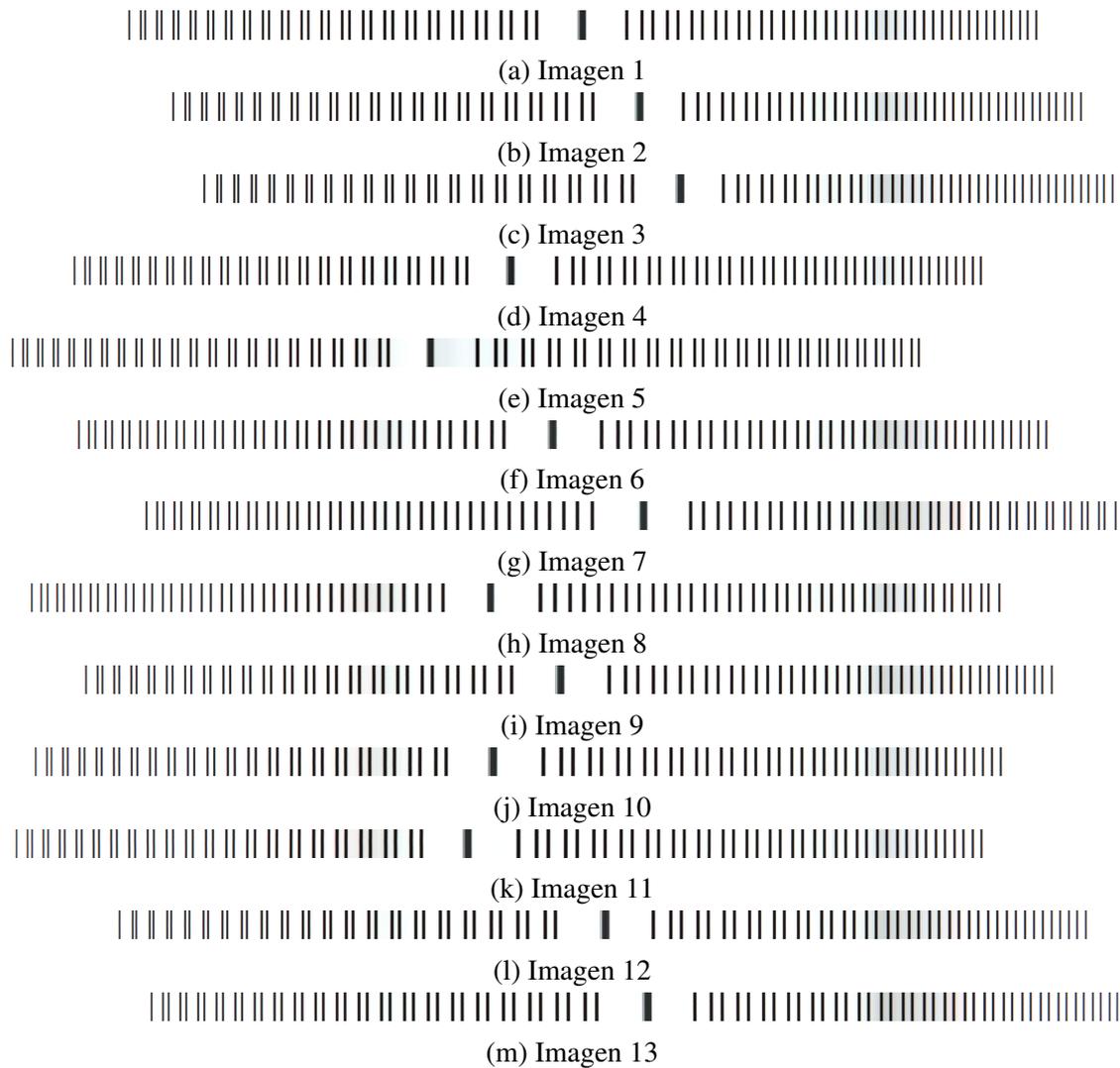


Figura 5.23: Conjunto de imágenes lineales utilizadas para la calibración de la cámara lineal

de calibración de dos planos disponibles y las seis matrices de homografía diferentes existentes. Como se comentó anteriormente, el número de imágenes capturadas del patrón formado por dos planos en ángulo recto es de trece, y se pueden observar en la Figura 5.23. Así mismo, existen seis matrices de homografía diferentes. Por tanto esta parte del trabajo consiste en realizar la calibración de todas las combinaciones posibles, dando lugar a un total de 78 calibraciones diferentes.

Tras realizar las experimentaciones correspondientes, la Tabla 5.3 recoge el valor mínimo, promedio y máximo de todas las calibraciones realizadas para cada una de las posibilidades de optimización no lineal. En ella se puede observar que la calibración con mayor precisión obtiene un *RMSE* en la reproyección de 0,2161. Dicha calibración se correspon-

Coeficientes	0	1	3	6
RMSE Mínimo	0,309177	0,29116	0,228142	0,21607
RMSE Promedio	0,426263115	0,387555103	0,355518346	0,327632782
RMSE Máximo	0,523343	0,458981	0,448119	0,455233

Tabla 5.3: Valores estadísticos de las 78 calibraciones

Matriz	0	1	3	6
1	0,42082	0,38609	0,34985	0,33567
2	0,42699	0,38790	0,36224	0,33257
3	0,43438	0,38808	0,34818	0,33405
4	0,41050	0,38234	0,36181	0,31466
5	0,44867	0,39700	0,36436	0,32967
6	0,41623	0,38392	0,34666	0,31917

Tabla 5.4: Precisión promedia para cada una de las matrices de homografía

de con la imagen lineal número 5 (ver Figura 5.23e) y la segunda matriz de homografía disponible.

Otros análisis posibles sobre las combinaciones de calibraciones consiste en agrupar las calibraciones según la matriz de homografía utilizada. En la Tabla 5.4 se recoge el promedio de los resultados obtenidos para las seis matrices de homografía disponibles. Dichos resultados también se pueden representar de forma gráfica en la Figura 5.24.

Tanto en la tabla como en la gráfica se puede observar que utilizando las seis matrices de homografía disponibles, el promedio de la precisión para las trece imágenes obtenidas sobre el patrón disminuye al aumentar el número de coeficientes utilizados en la optimización no lineal. Además, los mejores resultados se obtienen a partir de una calibración sin optimización mejor. También se puede concluir que no existen grandes diferencias entre los valores obtenidos a partir de matrices de homografía diferentes, por lo que la matriz de homografía utilizada no tiene una relevancia manifiesta sobre los resultados de la calibración de la cámara lineal.

Hasta este punto se han agrupado las diferentes experimentaciones según la matriz utilizada, a continuación se realizará la agrupación según la imagen lineal capturada utilizada de entre las trece posibles. Los valores promedios de la precisión, expresados a través del *RMSE* están presentados de forma tabular en la Tabla 5.5 y gráficamente en la Figura 5.25.

En estos casos si que aprecian diferencias algo más grandes entre diferentes imágenes, aunque también se mantiene la tendencia de que al aumentar el número de coeficientes

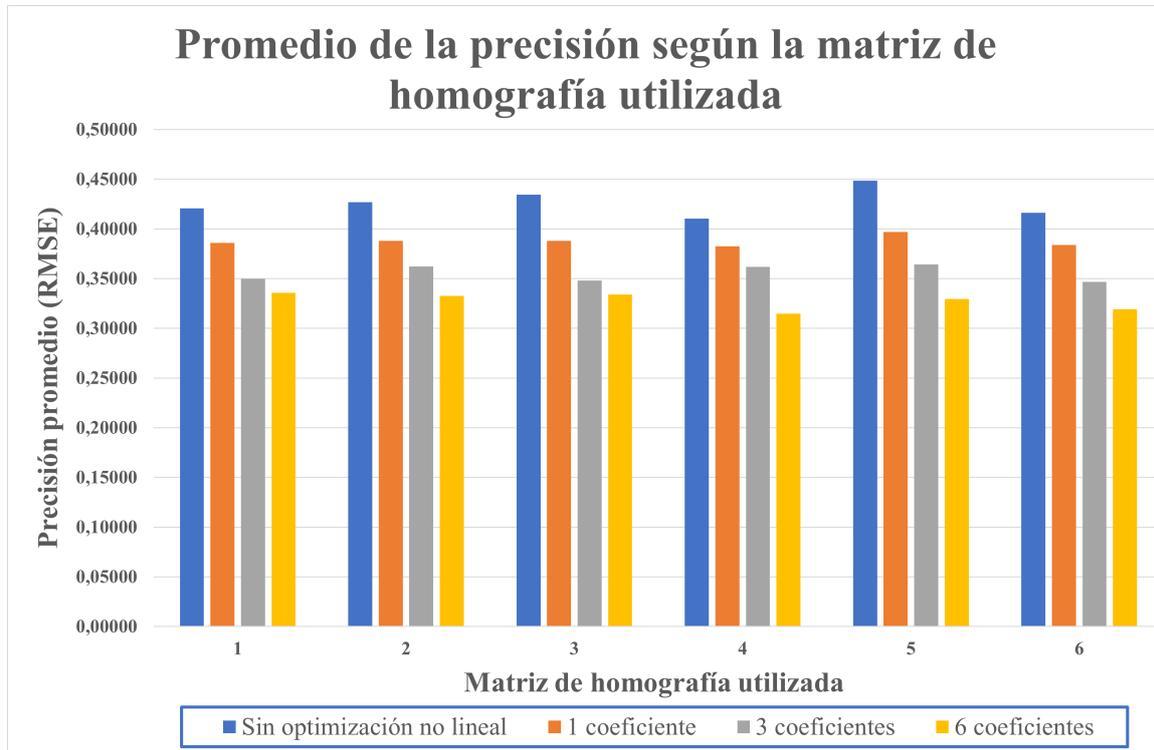


Figura 5.24: Precisión promedia para cada una de las matrices de homografía

Imagen	0	1	3	6
1	0,43549	0,38783	0,38002	0,36333
2	0,46779	0,42353	0,37710	0,34471
3	0,47592	0,41908	0,37365	0,33963
4	0,36558	0,33013	0,30199	0,29080
5	0,32221	0,29427	0,27088	0,22889
6	0,38975	0,36592	0,34673	0,32831
7	0,49351	0,45113	0,40973	0,37407
8	0,38867	0,35917	0,30553	0,25929
9	0,44179	0,40108	0,40160	0,37214
10	0,39115	0,36390	0,31178	0,30784
11	0,41915	0,36681	0,33150	0,28987
12	0,49636	0,44014	0,43443	0,41279
13	0,45406	0,43522	0,37682	0,34754

Tabla 5.5: Precisión promedia para cada una de las imágenes capturadas del patrón

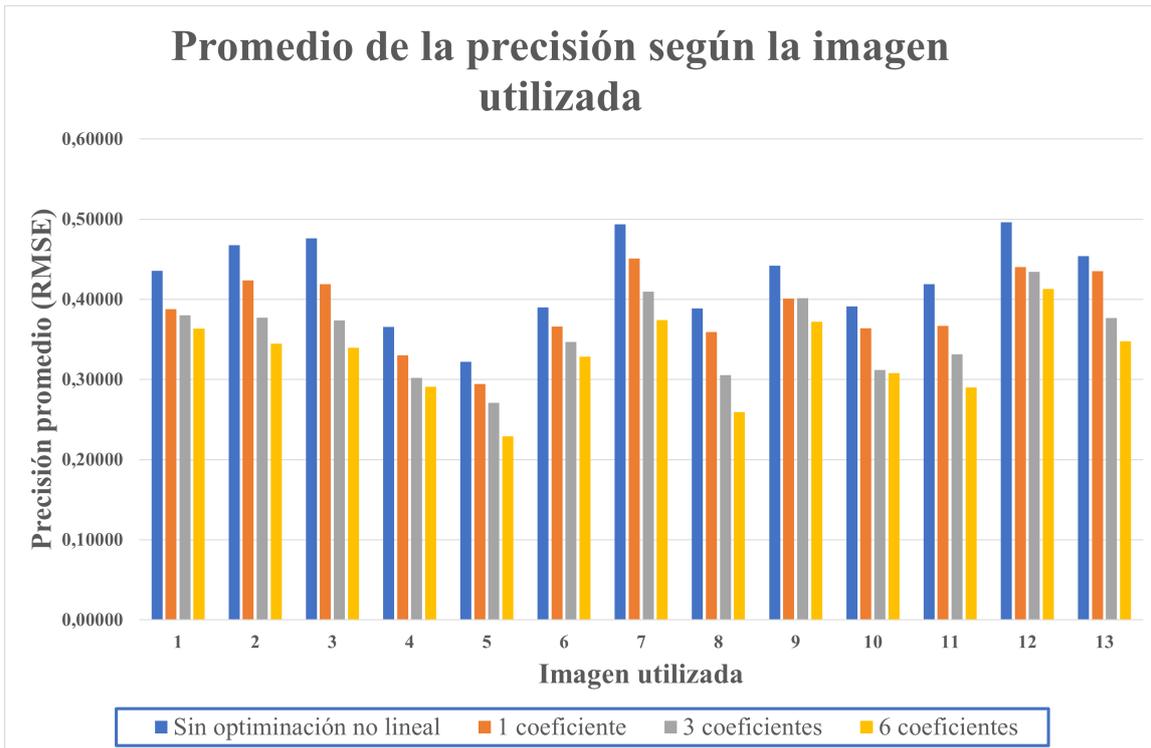


Figura 5.25: Precisión promedia para cada una de las imágenes capturadas del patrón

también mejora la precisión del ajuste. Esa mejora parece estar, en menor medida que en el caso anterior, también determinada por la precisión de la calibración sin optimización lineal ya que, cuanto mejor resulta la calibración sin optimización mejores son los resultados alcanzados. Sin embargo, las imágenes 1, 2 y 3 es un ejemplo de que no ocurre así siempre, ya que siendo el ajuste peor el de la imagen 3 para el caso de calibración sin optimización, al aplicar seis coeficientes de optimización no lineal el resultado, en comparación con las otras dos imágenes es el mejor.

Otro análisis interesante a realizar de la agrupación por el número de imagen es que el valor mínimo para las cuatro columnas se alcanza en la fila correspondiente a la imagen 5. Esto quiere decir que la imagen cinco consta de una precisión mayor independientemente de la matriz utilizada para la homografía, posiblemente por ser en la que más enfocadas se encuentren las líneas o bien por que el método de detección de los puntos alcanza unos resultados mejores que en otros casos. El valor promedio mínimo de todas las calibraciones de la imagen 5 se corresponde con la utilización de 6 coeficientes para la optimización no lineal, con un valor de 0,22889.

Imagen	f_y (píxel)	c_y	f_y (mm)	$RMSE$
1	-6966,58	2047,74	-49,04	0,4326
2	-6969,37	2019,16	-49,06	0,4659
3	-6981,81	1994,03	-49,15	0,4729
4	-6953,20	2088,56	-48,95	0,3610
5	-6964,29	2159,24	-49,03	0,3099
6	-6953,24	2052,79	-48,95	0,3845
7	-6972,66	2006,32	-49,09	0,4901
8	-6960,30	2119,65	-49,00	0,3792
9	-6926,53	2053,71	-48,76	0,4382
10	-6932,29	2112,91	-48,80	0,3815
11	-6939,08	2145,91	-48,85	0,4096
12	-6936,28	2030,63	-48,83	0,4934
13	-6941,00	1999,73	-48,86	0,4519

Tabla 5.6: Parámetros intrínsecos obtenidos en la calibración de cada una de las imágenes por separado

5.5.- CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA LINEAL CON VARIAS IMÁGENES

Tal y como se comentó al final del Capítulo 4 sobre la metodología seguida en este trabajo, como última experimentación se plantea la calibración de la cámara lineal utilizando un conjunto de varias imágenes. En este caso, se utilizan las trece imágenes lineales mostradas en la Figura 5.23.

El primer paso para completar esta experimentación consiste en realizar la calibración de forma independiente para cada una de las imágenes. La Tabla 5.6 muestra un resumen de los parámetros intrínsecos obtenidos de la calibración de cada una de las imágenes.

En la tabla resumen se muestra, para cada una de las imágenes disponibles, los parámetros intrínsecos de la cámara en la calibración correspondiente. Los parámetros intrínsecos son, básicamente, la distancia focal (f_y) y el punto central de proyección (c_y). En ambos casos el subíndice se utiliza por similitud con la cámara matricial que en su caso tendría dos valores de distancia focal según las dos dimensiones de la imagen.

El método de calibración retorna la distancia focal en píxeles, la cual puede ser transformada a una unidad métrica a partir de las especificaciones de la cámara, comentadas en la Sección 4.3 sobre la adquisición de imágenes.

En todos los casos, la distancia focal está en torno a los 49 milímetros, que es similar

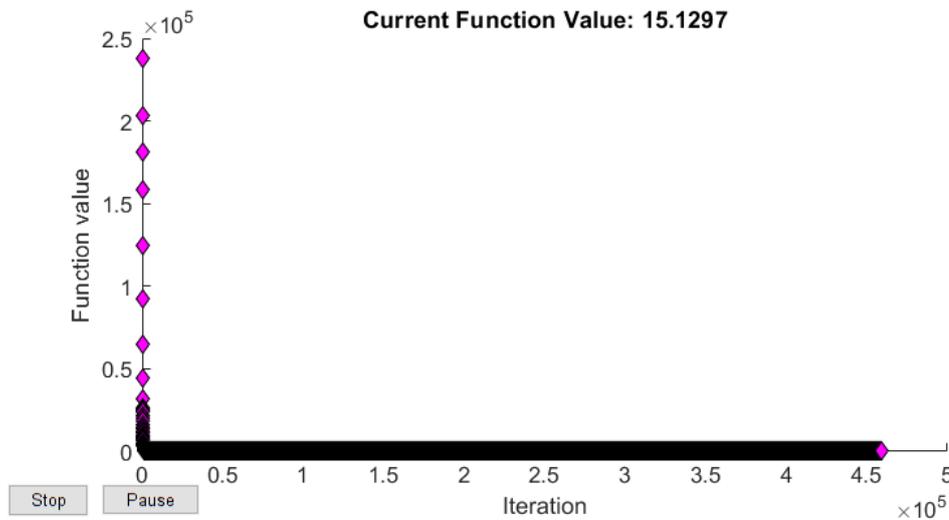


Figura 5.26: Progreso del error según el número de iteración de la calibración con optimización no lineal de seis coeficientes

al valor fijado en el objetivo para la captura de las imágenes. Cabe destacar que los valores tienen todos signo negativo, lo cual se debe al sentido de los ejes en los sistemas de coordenadas.

Otro de los parámetros intrínsecos de la cámara es el punto central de la proyección que se corresponde con el centro de la imagen para cada una de las calibraciones. En este caso, la posición se expresa en píxeles y para las 13 imágenes tiene valores relativamente dispersos, entre 1994 y 2145.

A su vez, tras realizar la calibración para cada una de las imágenes lineales anteriores se obtienen los parámetros extrínsecos para cada una de ellas. Los parámetros extrínsecos, al igual que en el caso de la cámara matricial, se utilizan para ubicar el sistema de coordenadas del patrón en función del sistema de la cámara.

Aunque los parámetros intrínsecos de la cámara sean los mismos para todas las imágenes, cada una de ellas tiene unos parámetros extrínsecos diferentes, por ello, la optimización a realizar debe tener en consideración un par de variables para los parámetros intrínsecos de la cámara y para cada una de las imágenes utilizadas las variables necesarias para el conjunto de parámetros extrínsecos de todas ellas.

La optimización con un número tan grande de variables, es un proceso costoso, y la ejecución completa toma un largo periodo de tiempo. De la misma forma que en la calibración de la cámara lineal se pueden incluir coeficientes adicionales para la optimización no lineal. En este caso la calibración se realiza con seis coeficientes.

Imagen	<i>RMSE</i> inicio	<i>RMSE</i> final
1	16.4490	0.3896
2	43.9232	0.4532
3	67.7891	0.4344
4	24.3663	0.3426
5	93.6268	0.4207
6	11.3506	0.3666
7	56.5715	0.4718
8	54.9984	0.4027
9	10.3748	0.4403
10	49.4187	0.4018
11	82.1509	0.4830
12	33.3514	0.4801
13	64.1478	0.4691

Tabla 5.7: Comparativa de errores al inicio y final de la optimización

Tras un millón de iteraciones, cuando se alcanza el valor máximo fijado, se obtiene un error expresado a través del *RMSE* de 0,4274. La progresión del valor de error cometido a lo largo de las diferentes iteraciones se puede ver en la Figura 5.26. En la figura se muestra un valor de 15,129677 dado que, para que el método convergiera era necesario emplear una métrica diferente al *RMSE* medido en píxeles utilizada hasta el momento. El valor inicial, antes de comenzar el proceso de optimización, era de 47,2175, y se obtiene con la simple concatenación de los parámetros extrínsecos anteriores y el promedio de los intrínsecos que constituyen el punto de partida de la optimización. A partir de ahí, se inicia la optimización obteniendo al final del número fijado de iteraciones una mejora considerable en la precisión de la calibración.

En comparación con los valores mostrados en la Tabla 5.6, la calibración utilizando varias imágenes obtiene un resultado similar al promedio de los errores de las calibraciones por separado.

Tras realizar la calibración con el conjunto de imágenes se obtienen los siguientes parámetros intrínsecos de la cámara: distancia focal (f_y) de $-6930,17$ píxeles o $-48,79$ milímetros, y una posición central de la proyección (c_y) en el píxel 2066,56. Dichos valores son muy similares también al promedio de las calibraciones anteriores reflejadas en la Tabla 5.6.

Como se comentó anteriormente en la explicación recogida en el Capítulo 4 sobre la metodología, esta calibración es mucho más robusta que las anteriores pese a tener peores resultados en algunos casos. El resultado obtenido de 0,4274 de *RMSE* no es bueno en el

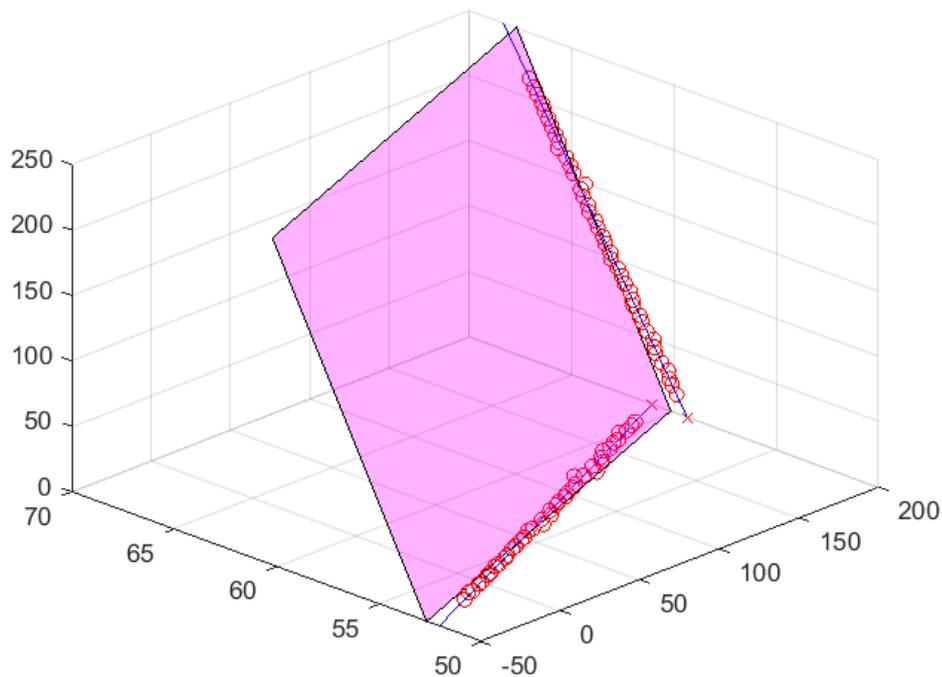


Figura 5.27: Distancia de un plano ajustado a partir de los puntos de la homografía

conjunto de técnicas de calibración propuestos en diferente literatura.

Sin embargo, el análisis detallado de los puntos permite extraer algunas sencillas conclusiones que limitan la precisión de la calibración realizada. En la Figura 5.27 se observa que los diferentes puntos obtenidos con la matriz de homografía no se pueden ajustar a un plano, y por lo tanto, será imposible encontrar un plano que se ajuste a dichos puntos con más calidad que la de los propios puntos.

En la figura se puede observar que las líneas que ajustan a ambos conjuntos de puntos no convergen en un punto, y por lo tanto, esas líneas no pertenecen al mismo plano por lo que no existe ningún plano que contenga a ambas líneas. Por ello será imposible obtener una calibración con un error de 0.

Estos errores también se pueden cuantificar numéricamente, siendo la distancia entre líneas de 1,7523 milímetros, la distancia media de los puntos al plano 0,3331 milímetros y la máxima de 0,9221 mm. La raíz del error cuadrático medio (*RMSE*) entre los puntos y el plano es de 0,4075 milímetros. Todos estos valores constituyen el límite de precisión del método y justifica que el valor obtenido tras un proceso de optimización de la calibración tan costoso al utilizar un conjunto de 13 imágenes no sea muy preciso.

6. Conclusiones y trabajo futuro

6.1.- CONCLUSIONES

Este trabajo muestra la forma de realizar una calibración de cámara lineal cuyo resultado obtiene una precisión muy similar a la recogida en la literatura propia del tema. Como aspectos a destacar está la utilización de un patrón de calibración formado por dos planos diferentes, y no paralelos, para la calibración de la cámara lineal.

Además se emplea una cámara matricial para obtener una matriz de homografía que define la relación entre ambos planos del patrón. El uso de la cámara matricial se puede reservar al laboratorio para la definición del patrón de calibración ya que una vez obtenida la matriz de homografía, no sería necesaria. También es cierto que la calibración de la cámara lineal se puede realizar en el laboratorio previamente a la instalación en su ubicación final, pero al obtener una matriz de homografía en el laboratorio, se puede llevar a la ubicación final el patrón de calibración para realizar *in situ* la calibración de la cámara lineal.

A pesar de que la precisión de calibración del primer experimento, con los movimientos realizados manualmente, era igualmente buena, es preferible la intervención de la cámara matricial para la definición del patrón, aunque también podría ser posible que el desplazamiento del patrón se realizara de forma lo más precisa posible.

6.2.- TRABAJO FUTURO

En la misma línea de trabajo que la recogida en esta memoria, se podría realizar la sustitución del objetivo móvil utilizado en la cámara por uno de distancia fija. En los problemas de visión por computador se suele recurrir a los objetivos con una distancia focal fija ya que en todos los casos el valor proporcionado por el fabricante será más preciso que el realizado manualmente durante el ajuste.

Otra posible vía de trabajo a realizar en el marco del trabajo realizado consistiría en la sustitución de la cámara matricial utilizada por otra con una resolución mayor. En el mercado actual existen varios modelos capaces de obtener imágenes con una resolución de 4096x2160 píxeles. Este cambio permitiría obtener una matriz de homografía quizás más precisa, aunque como ya se comentó, no parece un factor limitante la matriz de homografía ya que con las seis disponibles en la experimentación los resultados obtenidos eran muy

similares.

Otro aspecto a tener en cuenta con posibles trabajos es que el *cross-ratio* es un método que utiliza unos puntos distorsionados para el cálculo de las componentes. Al existir esa distorsión, la aplicación del *cross-ratio* que pretende emular una proyección lineal, no resulta completamente correcta. Aunque el efecto de la distorsión es pequeño, y más al utilizar una cámara lineal porque solo se da en una dirección. Habría que repetir todo el procedimiento utilizando las imágenes sin distorsión para obtener los puntos a través del *cross-ratio*, y comparando los resultados para determinar cual es la verdadera influencia de la distorsión.

Otro trabajo de futuro podría centrarse en el proceso para obtener la matriz de homografía que relaciona ambos planos del patrón utilizando el software de HALCON. MVTEC HALCON es un software estándar para problemas de visión artificial. Además de proporcionar un entorno de desarrollo integrado (HDevelop) que es utilizado en todo el mundo. Algunas de las ventajas de HALCON es que permite ahorrar costes, mejorar el tiempo de comercialización y su arquitectura flexible facilita el desarrollo rápido de cualquier tipo de aplicación de visión artificial. Probablemente la función desarrollada por HALCON para determinar la homografía proporcione también una precisión mayor que la alcanzada con MATLAB durante los desarrollos realizados en este trabajo.

HALCON dispone de una gran cantidad de funciones implementadas que podrían haber sido utilizadas en este trabajo, pero por la falta de control sobre los procedimientos, se optó por trabajar con MATLAB. HALCON dispone de una documentación [46] muy completa para comprender la visión por computador y las transformaciones entre sistemas de coordenadas, por ejemplo, por medio de homografías.

7. Planificación

La planificación temporal del proyecto se detalla en este capítulo como un diagrama Gantt, obtenido a partir de la herramienta Microsoft Project [47]. El diagrama se puede consultar en las Figuras 7.1,7.2,7.3,7.4 y 7.5. La orientación de las figuras se ha decidido para que exista continuidad en la versión digital del documento. Todas las tareas especificadas tienen una planificación muy holgada en el tiempo para preveer posibles complicaciones y evitar que el proyecto se retrase continuamente.

Al inicio del proyecto, la mayor parte del tiempo se dedicó al estudio del estado del arte, para poder afrontar el problema con el conocimiento aportado por otros autores sobre la materia.

La documentación del proyecto se ha ido desarrollando desde el inicio del proyecto. Si bien, no desde el principio se ha desarrollado este documento, si que se iban documentando los diferentes métodos desarrollados y las experimentaciones realizadas de forma que, en la parte final del proyecto, no suponga un gran esfuerzo la redacción de este documento. La tarea de revisión se ha centrado en la memoria, y durante el desarrollo del proceso se incluyen varias tareas para la consolidación de la experimentación en la que, básicamente se repetía el proceso de calibración en otras condiciones para asegurar el buen funcionamiento del procedimiento.

La dedicación horaria a lo largo del proyecto ha sido variable, con días en los que se dedicaban una gran cantidad de horas, y otros días que habitualmente coinciden con las tareas de obtención de imágenes la dedicación era mucho menor. Con todo ello, se estima una dedicación aproximada de 5 horas diarias que, con la duración aproximada del proyecto, hacen un total aproximado de 700 horas de trabajo dedicadas al proyecto en cuestión.

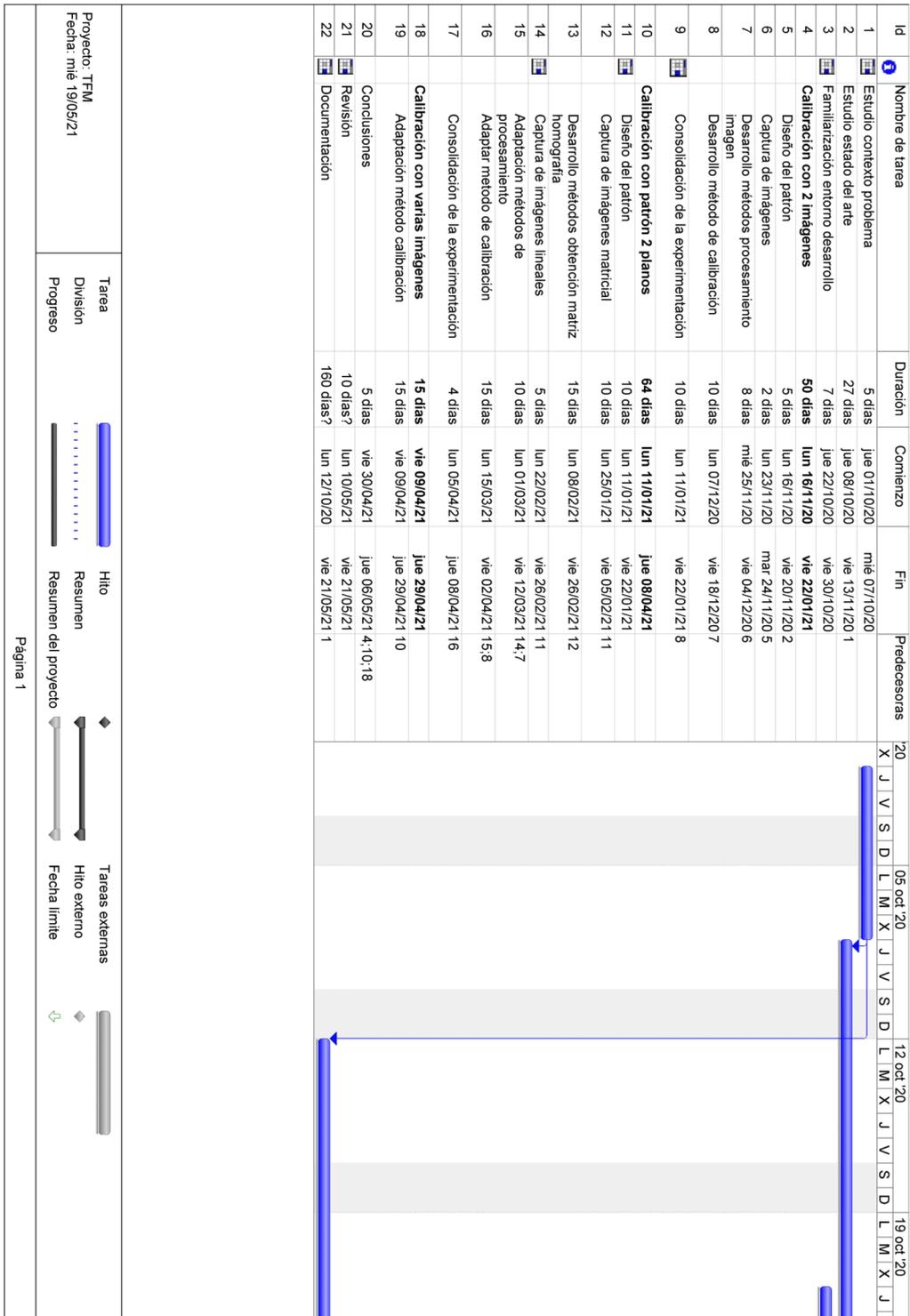


Figura 7.1: Página 1 de la planificación del proyecto

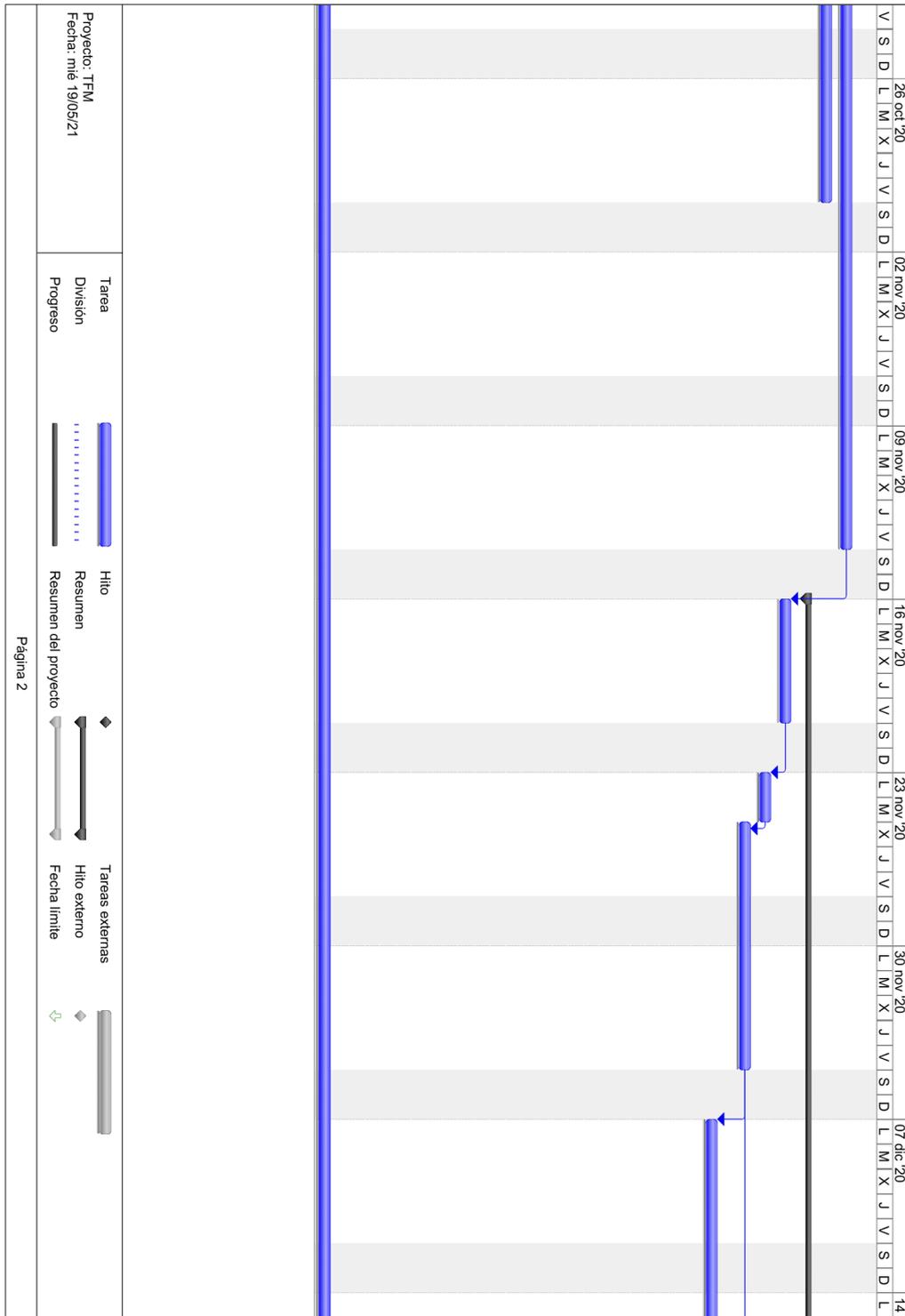


Figura 7.2: Página 2 de la planificación del proyecto

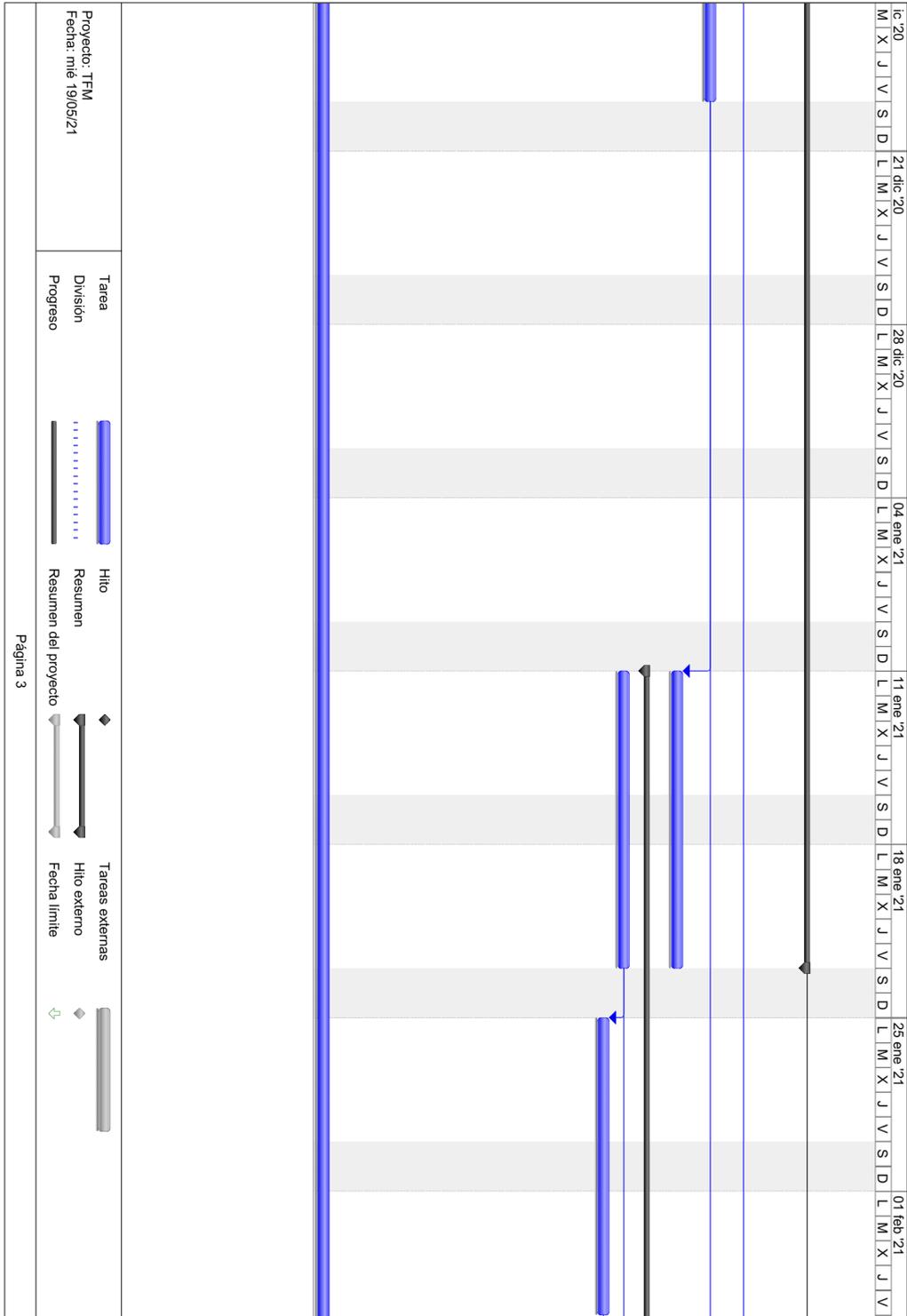


Figura 7.3: Página 3 de la planificación del proyecto

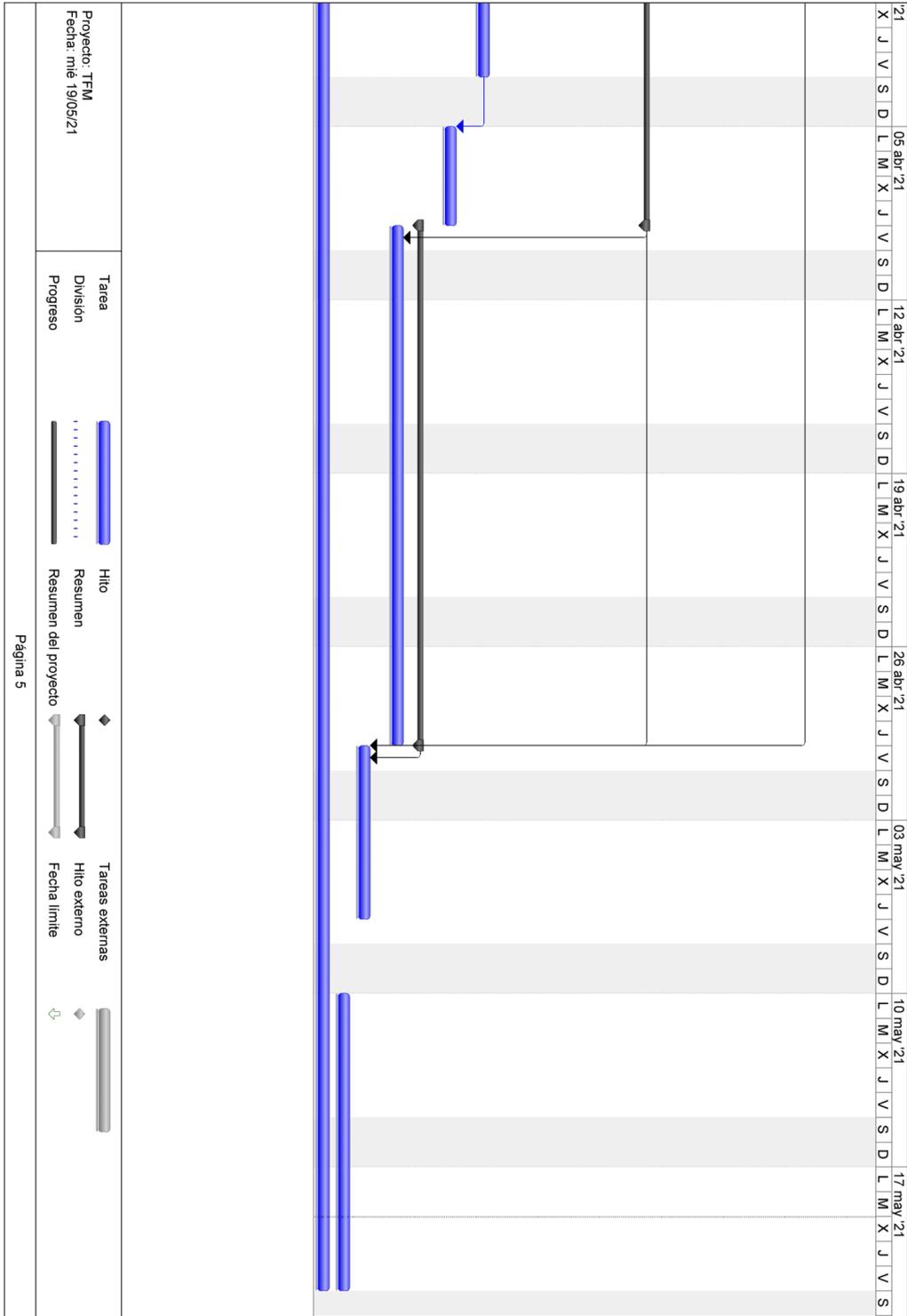


Figura 7.5: Página 5 de la planificación del proyecto

8. Presupuesto

En este capítulo de la memoria se resumen los gastos asociados al proyecto de investigación llevado a cabo.

8.1.- RECURSOS HUMANOS

La Tabla 8.1 muestra la parte del presupuesto relacionada con los recursos humanos. El equipo de trabajo ha estado formado únicamente por un ingeniero técnico informático, y la dedicación horaria está basada en la planificación comentada en el Capítulo 7.

El coste del trabajador, teniendo en cuenta los periodos de vacaciones, impuestos y gastos en los que suele incurrir una empresa (seguridad social, entre otros), se estima en un 30 % superior a su salario.

Personal	Horas	Salario Bruto / Hora	Coste Unitario	Coste
Ing. Técnico Informático	700	12,00 €	15,60 €	10.920,00 €
Total				10.920,00 €

Tabla 8.1: Presupuesto para los recursos humanos

8.2.- RECURSOS PARA EL DESARROLLO

En la Tabla 8.2 se detalla la parte del presupuesto relacionada con los recursos utilizados para llevar a cabo el desarrollo del proyecto comentado en la memoria.

Para el cálculo de la amortización se ha supuesto una vida útil aproximada de 4 años a todo el equipamiento, como es habitual en este tipo de productos. Considerando además que la duración del proyecto se sitúa en un espacio temporal de un año aproximadamente, se amortizará el 25 % del total de cada producto participante en el proyecto.

8.3.- RECURSOS PARA EL DESPLIEGUE

En el proyecto abordado no se aborda el despliegue, pero en caso de realizarse, la solución propuesta se integrará en un sistema existente ya amortizado o con un presupuesto separado de este proyecto.

Descripción	Unidades	Precio unitario	Amortización	Importe total
PC de desarrollo	1	1.800,00 €	25 %	450,00 €
PC de captura	1	2.100,00 €	25 %	525,00 €
Licencia Windows 10	2	200,00 €	25 %	100,00 €
Licencia MATLAB	1	1.200,00 €	25 %	300,00 €
Licencia HALCON	1	8.000,00 €	25 %	2.000,00 €
Cámara lineal	1	1.600,00 €	25 %	400,00 €
Cámara matricial	1	900,00 €	25 %	225,00 €
Patrón de calibración plano	1	90,00 €	25 %	22,50 €
Patrón de calibración dos planos	1	300,00 €	25 %	75,00 €
Total				4.097,50 €

Tabla 8.2: Presupuesto para los recursos de desarrollo

Categoría	Importe
Recursos humanos	10.920,00 €
Recursos desarrollo	4.097,50 €
Recursos despliegue	0,00 €
Viajes	0,00 €
Total	15.017,50 €
Beneficio Industrial (15 %)	2.650,15 €
Total + B.I.	17.667,65 €
IVA (21 %)	3.710,21 €
Total + B.I. + IVA	21.377,86 €

Tabla 8.3: Resumen del presupuesto para el proyecto

8.4.- VIAJES

Para la realización del trabajo no ha sido necesario desplazarse.

8.5.- RESUMEN DEL PRESUPUESTO

En la Tabla 8.3 se muestra el resumen total del presupuesto del proyecto. Para el cálculo del mismo se considera un beneficio industrial del 15 % y el impuesto sobre el valor añadido (IVA) vigente actualmente del 21 %.

El precio total del proyecto es de veintiún mil trescientos setenta y siete euros con ochenta y seis céntimos (21.377,86 €), con impuestos incluidos.

Bibliografía

- [1] Bo Sun y col. «Calibration of line-scan cameras for precision measurement». En: *Appl. Opt.* 55.25 (sep. de 2016), págs. 6836-6843. DOI: 10.1364/AO.55.006836. URL: <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-55-25-6836>.
- [2] C. A. Luna y col. «Calibration of Line-Scan Cameras». En: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 59.8 (ago. de 2010), págs. 2185-2190. ISSN: 1557-9662. DOI: 10.1109/TIM.2009.2031344.
- [3] Ruiying Liao y col. «Flexible calibration method for line-scan cameras using a stereo target with hollow stripes». En: *Optics and Lasers in Engineering* 113 (2019), págs. 6-13. ISSN: 0143-8166. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2018.09.014>. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143816618308984>.
- [4] R. Horaud, R. Mohr y B. Lorecki. «On single-scanline camera calibration». En: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 9.1 (feb. de 1993), págs. 71-75. ISSN: 2374-958X. DOI: 10.1109/70.210796.
- [5] Jamil Draréni, Sébastien Roy y Peter Sturm. «Plane-based calibration for linear cameras». En: *International Journal of Computer Vision* 91.2 (2011), págs. 146-156.
- [6] Régent Guay, Réjean Gagnon y Hubert Morin. «A new automatic and interactive tree ring measurement system based on a line scan camera». En: *The Forestry Chronicle* 68.1 (1992), págs. 138-141. DOI: 10.5558/tfc68138-1. eprint: <https://doi.org/10.5558/tfc68138-1>. URL: <https://doi.org/10.5558/tfc68138-1>.
- [7] Ernst Bodenstorfer y col. «High-speed line-scan camera with digital time delay integration». En: *Real-Time Image Processing 2007*. Ed. por Nasser Kehtarnavaz y Matthias F. Carlsohn. Vol. 6496. International Society for Optics y Photonics. SPIE, 2007, págs. 165-174. DOI: 10.1117/12.704516. URL: <https://doi.org/10.1117/12.704516>.
- [8] Y.-S. Li, T.Y. Young y J.A. Magerl. «Subpixel edge detection and estimation with a microprocessor-controlled line scan camera». En: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 35.1 (feb. de 1988), págs. 105-112. ISSN: 1557-9948. DOI: 10.1109/41.3072.

- [9] Se-Na Lee y col. «Visual measurement of pile penetration and rebound movement using a high-speed line-scan camera». En: *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.02CH37292)*. Vol. 4. 2002, 4307-4312 vol.4. DOI: 10.1109/ROBOT.2002.1014436.
- [10] Michael Firman. «RGBD Datasets: Past, Present and Future». En: *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) Workshops*. Jun. de 2016.
- [11] Houwen Peng y col. «RGBD Salient Object Detection: A Benchmark and Algorithms». En: *Computer Vision – ECCV 2014*. Ed. por David Fleet y col. Cham: Springer International Publishing, 2014, págs. 92-109. ISBN: 978-3-319-10578-9.
- [12] Liangqiong Qu y col. «RGBD Salient Object Detection via Deep Fusion». En: *IEEE Transactions on Image Processing* 26.5 (mayo de 2017), págs. 2274-2285. ISSN: 1941-0042. DOI: 10.1109/TIP.2017.2682981.
- [13] W.I. Grosky y L.A. Tamburino. «A unified approach to the linear camera calibration problem». En: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12.7 (1990), págs. 663-671. DOI: 10.1109/34.56209.
- [14] O. D. Faugueras y G. Toscani. «The Calibration Problem for Stereoscopic Vision». En: *Sensor Devices and Systems for Robotics*. Ed. por Alícia Casals. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1989, págs. 195-213. ISBN: 978-3-642-74567-6.
- [15] R.K. Lenz y R.Y. Tsai. «Techniques for calibration of the scale factor and image center for high accuracy 3-D machine vision metrology». En: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10.5 (1988), págs. 713-720. DOI: 10.1109/34.6781.
- [16] Guangjun Zhang, Junji He y Xianming Yang. «Calibrating camera radial distortion with cross-ratio invariability». En: *Optics & Laser Technology* 35.6 (2003), págs. 457-461. ISSN: 0030-3992. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0030-3992\(03\)00053-7](https://doi.org/10.1016/S0030-3992(03)00053-7). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030399203000537>.
- [17] A. Branca, E. Stella y A. Distanti. «Feature matching constrained by cross ratio invariance». En: *Pattern Recognition* 33.3 (2000), págs. 465-481. ISSN: 0031-3203. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0031-3203\(99\)00084-9](https://doi.org/10.1016/S0031-3203(99)00084-9). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031320399000849>.

- [18] K. Hirahara y K. Ikeuchi. «Detection of street-parking vehicles using line scan camera and scanning laser range sensor». En: *IEEE IV2003 Intelligent Vehicles Symposium. Proceedings (Cat. No.03TH8683)*. 2003, págs. 656-661. DOI: 10.1109/IVS.2003.1212990.
- [19] K. Hirahara y K. Ikeuchi. «Extraction of vehicle image from panoramic street-image». En: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium, 2004*. 2004, págs. 756-761. DOI: 10.1109/IVS.2004.1336479.
- [20] C.A. Luna y col. «Method to measure the rotation angles in vibrating systems». En: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 55.1 (2006), págs. 232-239. DOI: 10.1109/TIM.2005.860868.
- [21] K. Kataoka y col. «3D building facade model reconstruction using parallel images acquired by line scan cameras». En: *IEEE International Conference on Image Processing 2005*. Vol. 1. 2005, págs. I-1009. DOI: 10.1109/ICIP.2005.1529924.
- [22] Dongdong Li y col. «Cross-ratio invariant based line scan camera geometric calibration with static linear data». En: *Optics and Lasers in Engineering* 62 (2014), págs. 119-125.
- [23] Kechen Song y col. «Flexible line-scan camera calibration method using a coded eight trigrams pattern». En: *Optics and Lasers in Engineering* 110 (2018), págs. 296-307. ISSN: 0143-8166. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2018.06.014>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014381661830438X>.
- [24] Bingwei Hui y col. «Line-scan camera calibration in close-range photogrammetry». En: *Optical Engineering* 51.5 (2012), págs. 1-13. DOI: 10.1117/1.0E.51.5.053602. URL: <https://doi.org/10.1117/1.0E.51.5.053602>.
- [25] Erik Lilienblum, Ayoub Al-Hamadi y Bernd Michaelis. «A Coded 3d Calibration Method for Line-Scan Cameras». En: *Pattern Recognition*. Ed. por Joachim Weickert, Matthias Hein y Bernt Schiele. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013, págs. 81-90. ISBN: 978-3-642-40602-7.
- [26] Erik Lilienblum, Sebastian Handrich y Ayoub Al-Hamadi. «Low cost calibration of stereo line scan camera systems». En: *2017 Fifteenth IAPR International Conference on Machine Vision Applications (MVA)*. IEEE. 2017, págs. 322-325.
- [27] Hui Zhang, Kwan-ye K. Wong y Guoqiang Zhang. «Camera Calibration from Images of Spheres». En: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 29.3 (2007), págs. 499-502. DOI: 10.1109/TPAMI.2007.45.

- [28] Juyang Weng, Paul Cohen, Marc Herniou y col. «Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation». En: *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 14.10 (1992), págs. 965-980.
- [29] Trendafil Ilchev y col. «A Stereo Line Sensor System to High Speed Capturing of Surfaces in Color and 3D Shape.» En: *GRAPP/IVAPP*. 2012, págs. 809-812.
- [30] Pengchang Zhang y col. «A line scan camera based stereo method for high resolution 3D image reconstruction». En: *Measuring, Modeling, and Reproducing Material Appearance*. Vol. 9018. International Society for Optics y Photonics. 2014, pág. 901807.
- [31] *Página de Mikrotron sobre la cámara matricial*. <https://mikrotron.de/en/products/machine-vision-cameras/gigabit-ethernet-camera>. Accedido el 22-05-2021.
- [32] *Página Wiki sobre GigE Vision*. https://en.wikipedia.org/wiki/GigE_Vision. Accedido el 22-05-2021.
- [33] *Página del software eBus player*. <https://www.pleora.com/products/ebus-software/ebus-player/>. Accedido el 22-05-2021.
- [34] *Página de Teledyne Dalsa sobre la cámara lineal*. <https://www.teledynedalsa.com/en/products/imaging/cameras/linea/>. Accedido el 22-05-2021.
- [35] *Página de software de Teledyne Dalsa*. <https://www.teledynedalsa.com/en/products/imaging/vision-software/sapera-software-suite/>. Accedido el 22-05-2021.
- [36] *Página sobre prestaciones de cámaras lineales*. <https://www.infaimon.com/enciclopedia-de-la-vision/prestaciones-avanzadas-de-las-camaras-lineales/>. Accedido el 22-05-2021.
- [37] Dongdong Li y col. «Cross-ratio invariant based line scan camera geometric calibration with static linear data». En: *Optics and Lasers in Engineering* 62 (2014), págs. 119-125.
- [38] Zhengyou Zhang. «A flexible new technique for camera calibration». En: *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 22.11 (2000), págs. 1330-1334.
- [39] Andrew Fitzgibbon. «Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition». En: *Simultaneous linear estimation of multiple view geometry and lens distortion*. Vol. 1. Feb. de 2001, págs. I-125. ISBN: 0-7695-1272-0. DOI: 10.1109/CVPR.2001.990465.
- [40] Diana Gruber. «The mathematics of the 3D rotation matrix». En: *Xtreme Game Developers Conference*. 2000, págs. 1-14.

- [41] Ken Shoemake. «Animating rotation with quaternion curves». En: *Proceedings of the 12th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. 1985, págs. 245-254.
- [42] Arend L Schwab y Jaap P Meijaard. «How to draw Euler angles and utilize Euler parameters». En: *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. Vol. 42568. Citeseer. 2006, págs. 259-265.
- [43] Dong Dong Li, Gongjian Wen y Shaohua Qiu. «Cross-ratio-based line scan camera calibration using a planar pattern». En: *Optical Engineering* 55.1 (2016), pág. 014104.
- [44] Philip HS Torr y Andrew Zisserman. «MLESAC: A new robust estimator with application to estimating image geometry». En: *Computer vision and image understanding* 78.1 (2000), págs. 138-156.
- [45] David S Watkins. *Fundamentals of matrix computations*. Vol. 64. John Wiley & Sons, 2004.
- [46] *Página de documentación de HALCON*. <https://www.mvtec.com/products/halcon/documentation>. Accedido el 22-05-2021.
- [47] *Página de documentación de Microsoft Project*. <https://www.microsoft.com/es-es/microsoft-365/project/project-management-software>. Accedido el 22-05-2021.