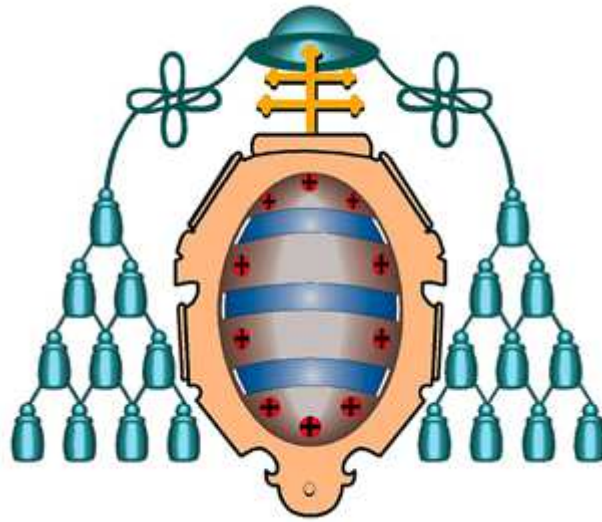


Universidad de Oviedo



Departamento de Estadística, Investigación Operativa y Didáctica de las
Matemáticas

PROGRAMA DE DOCTORADO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
(Interuniversitario)

TESIS DOCTORAL

Las evaluaciones internacionales en la enseñanza de las matemáticas

Autora:

Sara Álvarez Morán

Directores:

Norberto Octavio Corral Blanco

Elena Prieto Rodríguez

2019



RESUMEN DEL CONTENIDO DE TESIS DOCTORAL

1.- Título de la Tesis	
Español/Otro Idioma: Las evaluaciones internacionales en la enseñanza de las matemáticas	Inglés: Relationship between Mathematical teaching and international assessments
2.- Autor	
Nombre: Sara Álvarez Morán	DNI/Pasaporte/NIE:
Programa de Doctorado en Matemáticas y Estadística (Interuniversitario)	
Órgano responsable: Centro Internacional de Postgrado de Oviedo	

RESUMEN (en español)

El objetivo de esta investigación es indagar cómo el estudio internacional PISA trata la Oportunidad para Aprender (OTL) y su relación con el rendimiento del alumnado ya que el tema de la equidad suscita una gran atención y PISA considera la Oportunidad para Aprender (OTL) como un factor clave para reducir la desventaja de algunos estudiantes.

En el capítulo 1 se muestran el contexto y los objetivos de la Tesis. También se analiza la evolución de la definición de competencia matemática en las diferentes ediciones de PISA; se ejemplifica el tipo de pruebas de rendimiento, los procesos y capacidades matemáticas necesarias para resolver tales pruebas y los niveles de rendimiento que PISA asocia con la competencia matemática.

En el capítulo 2 se estudia la evolución del concepto de OTL desde su introducción por John Carroll (1963) hasta la actualidad en que, mayoritariamente, se establecen cuatro dimensiones: *cobertura de contenido*, *exposición de contenido*, *énfasis de contenido* y *calidad de la enseñanza*. En este contexto, PISA señaló la OTL, en el año 2000, al mismo nivel de relevancia que el estatus económico y cultural, pero no la analizó como tal hasta el 2012.

En PISA en 2012 se establecen tres dimensiones de la OTL: 1) la oportunidad para aprender contenido, 2) la oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza y, 3) la oportunidad para aprender: calidad de la enseñanza.

PISA evaluó la primera dimensión mediante tres vías. La primera de ellas



denominada *familiaridad con conceptos matemáticos*, OTL_C , mediante un indicador, FAMCON, basado en una pregunta cuya escala de respuesta es inadecuada por mezclar familiaridad y autoevaluación. Además, se constataron los problemas de FAMCON por el uso de la Teoría de Respuesta al Ítem (IRT) en estos cuestionarios, la no medición de algo específico de Matemáticas y resultados incoherentes al relacionar OTL_C y el rendimiento en Matemáticas.

Para evitar los problemas mencionados se utilizó la segunda vía de medición de la oportunidad para aprender contenido mediante el cálculo del indicador EXTASMATH basado en la exposición de los estudiantes a tareas y exámenes de matemáticas (OTL_{LE}). También se comprobó la estrecha relación entre los ítems de la OTL_C y los empleados en EXTASMATH, su ausencia de relación o casi nula con el rendimiento en matemáticas y que se mantienen los problemas detectados con OTL_C .

La última parte de capítulo 2 se dedicó a conocer si la enseñanza de las matemáticas estaba más orientada hacia la matemática pura o a la matemática aplicada (tercera vía de medición de la oportunidad para aprender contenido, *la experiencia con tareas matemáticas*, OTL_T). El análisis de los ítems reveló que, en realidad, PISA evaluó la experiencia en matemática pura estándar y la matemática aplicada sencilla que no permiten alcanzar los objetivos propuestos por PISA. Este error metodológico se refleja, por ejemplo, en que la autoeficacia de un estudiante en matemáticas es independiente de su experiencia en tales tareas o que la asociación de la Matemática Pura o Aplicada con el rendimiento en Matemáticas, es idéntico al de Ciencias y Lectura.

En resumen, a lo largo del capítulo 2 se muestra que ninguna de las formas de medición de la *oportunidad para aprender contenido* (OTL_C , OTL_{LE} y OTL_T) que plantea PISA es adecuada.

El capítulo 3 se dedica a conocer como trata PISA la *oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza*, comparando la *enseñanza dirigida por el docente* (TDTEACH) con la *basada en la investigación* (IBTEACH). En el cuestionario de contexto se detectó que TDTEACH estaba asociada a una asignatura específica, mientras que IBTEACH se refería a las ciencias en general, lo cual es un error metodológico serio. Otros resultados destacados son que la correlación positiva entre TDTEACH e IBTEACH no es



compatible con el hecho de que ambas sean casi contrapuestas y que ambas no parecen medir nada específico de la enseñanza de Ciencias.

En el capítulo 4 se presentan las conclusiones, que de forma sintetizada son:

1. PISA debería revisar completamente todo el planteamiento para medir la Oportunidad de Aprender contenido y recabar datos de los docentes.
2. La oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza presenta problemas serios en la validez de las mediciones.
3. El tratamiento de la OTL en sus diversas modalidades hace que las propuestas derivadas de los análisis PISA deban de tomarse con extrema cautela, o incluso ignorarse.

RESUMEN (en Inglés)

The objective of this research is to investigate how the international PISA study addresses Opportunity To Learn (OTL) and its relationship with student performance. Due to one of the topics that attracts most attention is the treatment that is given to equity and Opportunity To Learn (OTL) which is signaled by PISA as a possible mitigating factor to the starting disadvantaged conditions of some students.

Chapter 1 of this thesis contextualizes the research and specifies its objectives. We also present the evolution of the definition of *mathematical competence* and its meaning throughout the different editions of PISA. Some examples of tests type for this evaluation and the mathematical processes and capabilities necessary to solve such tests and, finally we show the levels of performance considered by PISA for mathematical competence.

Chapter 2 of this study takes a tour through the history of OTL from its first conceptualization by John Carroll (1963) till present time; when its four dimensions are established and defined as: *content coverage, content exposure, content emphasis and teaching quality*. It is important to note in this context that on its first edition in 2000, PISA heralds OTL as a relevant variable, at the same level as the Economic, Social and Cultural Status but did not analyze it until 2012 edition.

PISA 2012 considers three dimensions of OTL: 1) Opportunity to Learn: content,



2) Opportunity To Learn: teaching practices and, 3) Opportunity To Learn: teaching quality.

PISA evaluated the first one of these dimensions in three ways. The first one named *familiarity with mathematical concepts*, OTL_C, by creating the FAMCON index based on a question of the student questionnaire whose response categories mixed frequency and self-evaluation. In addition, we analyzed the problems arising from the application of Item Response Theory (IRT) on this type of questionnaires, showing that this construct does not measure characteristics specific to mathematics, and the incoherent results produces when analyzing the relationship between OTL_C and mathematics achievement.

Due to the problems encountered with the measurement of OTL_C, we proposed to use the second way of evaluating opportunity to learn content by means of an alternative index, EXTASMATH, based on *exposure to types of mathematical tasks in lessons and in tests* (OTL_{LE}). We also show the close relationship between the items used to create OTL_C and those used to create EXTASMATH, no relationship or close to zero with mathematics achievement and it replicates the issues we found with OTL_C.

Last section of chapter 2 is devoted to studying if the teaching of mathematics is more oriented towards pure or applied mathematics (third way of evaluating opportunity to learn content, *experience with mathematics tasks*, OTL_T). The analysis of items uses to measure each type of mathematics showed that PISA, in fact, evaluated students' experience with standard level of mathematics and very simple applied mathematics, and thus the items are not adequate to analyze the objective set by PISA. This methodological error is showed when, for example, the self-efficacy of students relating to a certain task, are not related with their ability to perform the task or that the correlation between time spent in class in mathematics and Mathematics achievement is the same as the correlation with Science and Reading.

In summary, throughout chapter 2, we thus show that none of the ways proposed by PISA to measure opportunity to learn content (OTL_C, OTL_{LE} and OTL_T) is acceptable.

Chapter 3 investigates how PISA treats *Opportunity To Learn: teaching practices*, comparing two teaching styles, Teacher-directed instruction (TDTEACH) and



Enquiry-based instruction (IBTEACH). We studied the statements of the student questionnaire and detected that to build TDTEACH, the students had to answer on a specific science topic, while for IBTEACH they answered about science lessons in general. This reveals concerning methodological issues. The positive correlation between TDTEACH and IBTEACH is another result difficult to explain since both methodologies are almost opposite and the association between TDTEACH and IBTEACH with achievement in Mathematics, Science and Reading are very similar, which would imply that they don't represent any specific to science teaching.

In chapter 4, we present the final conclusions, which can be summarized as follows:

1. PISA should review the ways in which it conceptualizes Opportunity to Learn content, as well as the questions for its measurement in the student questionnaire. They should also collect data from teachers.
2. Opportunity to Learn: teaching practices is also problematic since it presents serious validity of measurement issues.
3. We can highlight that the flaws identified in this study in both the conceptualization of OTL (in its various modalities) and the instruments used for its measurement, call for a deep scrutiny of any conclusions derived from PISA analyses and any results yielded from PISA's analysis of OTL should be treated with extreme caution.

Introducción.....	5
1. Origen y justificación de la investigación	6
1.1 Estructura de la Tesis.....	8
Capítulo 1	9
Contexto y objetivos de la Investigación	9
1. PISA (Programme for International Student Assessment).....	9
1.1 Origen y evolución.....	9
1. 2 La relevancia de PISA.....	11
2. La competencia matemática en PISA	15
3. Los cuestionarios de contexto en PISA.....	28
Capítulo 2	33
Oportunidad para aprender contenido: estudio crítico del análisis de PISA 2012.....	33
1. La oportunidad para aprender	33
1.1 Historia de la OTL	34
1.2 Influencia de la OTL	41
1.3 La medición de la OTL.....	42
2. La oportunidad para aprender en PISA	50
2.1 Comparación entre las interpretaciones de OTL en PISA 2012.....	65
3. Las medidas PISA de la OTL: contenido en matemáticas	70
3.1 Oportunidad para aprender contenido: Familiaridad con conceptos matemáticos (OTL _c)....	70
3.1.1 La medición de la OTL _c en el cuestionario de contexto de los estudiantes.....	71
3.1.2 Muestra, variables e índices para medir la Familiaridad con conceptos matemáticos (OTL _c).....	74
3.1.3 Metodología de análisis de la OTL _c que PISA utiliza.....	76
3.1.3.1 Índice de familiaridad con conceptos matemáticos: FAMCON.....	76
3.1.3.2 Problemas de FAMCON	77
3.1.3.3 Índice FAMCONC como corrección al índice FAMCON	81
3.1.3.4 Problemas con FAMCONC	81
Corrección intra-países.....	82
Corrección entre-países.....	85
3.1.4 Propuesta alternativa de medición de la OTL _c con el cuestionario PISA 2012	90
3.1.5 Relación de la OTL _{LE} con el rendimiento en matemáticas.....	91
3.1.5.1 Relación directa EXTASMATH con el rendimiento	92
3.1.5.2 Relación de EXTASMATH con el ESCS.....	93

3.1.5.3 Relación entre OTL, ESCS y rendimiento en matemáticas	98
3.1.6 El cuestionario de contexto para medir para medir la OTL _{LE}	101
3.1.7 Resultados sobre las mediciones que hace PISA de OTL _C y OTL _{LE}	103
3.1.8 Estudio de caso sobre el instrumento de medición de la OTL _C	105
3.1.8.1 Resultados del estudio de caso de la OTL _C	109
3.2 Oportunidad para aprender contenido: Experiencia en tareas matemáticas (OTL _T)	111
3.2.1 Matemáticas Puras y Matemáticas Aplicadas	111
3.2.2 El tratamiento de las Matemáticas Puras y las Matemáticas Aplicadas en PISA	114
3.2.3 Ejercicios y problemas PISA identificados como Matemática Pura y como Matemática Aplicada	116
3.2.4 Primer objetivo de análisis de la OTL _T	125
3.2.4.1 Instrumentos y Método de trabajo utilizados	126
3.2.4.2 Resultados generales	131
3.2.4.3 Resultados sobre la experiencia en tareas matemáticas, OTL _T , con la muestra de España	136
3.3 Conclusiones sobre Oportunidad para aprender contenido	137
Capítulo 3	139
Oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza	139
1. Introducción	139
2. Las prácticas de enseñanza en PISA	142
3. Tipologías de enseñanza	157
3.1 Enseñanza basada en la investigación y enseñanza dirigida por el docente	158
3.1.1 Enseñanza basada en la investigación	158
3.1.2 Enseñanza dirigida por el docente	161
4. Metodología docente y rendimiento en pisa	162
4.1 Influencia de la enseñanza dirigida por el docente en España	163
4.2 Método de trabajo	164
4.3 Muestra utilizada para el análisis de la metodología docente	166
4.4 Instrumentos y procedimientos	167
4.5 Resultados	168
4.5.1 Análisis conjunto	168
4.5.2 Análisis entre-centros	172
4.6 Conclusiones sobre TDTEACH	174
4.7 Problemas detectados en la medición que PISA hace de los estilos docentes	175

4.7.1 Estudio de caso.....	176
4.7.1.1 Conclusiones del estudio de caso.....	183
4.7.2 La correlación entre TDTEACH e IBTEACH.....	184
4.7.3 La relación de la enseñanza dirigida por el docente con ciencias, matemáticas y lectura	184
4.7.4 La relación de la enseñanza basada en la investigación con ciencias, matemáticas y lectura.....	192
4.8 Resultados sobre la enseñanza dirigida por el docente (TDTEACH) y la enseñanza basada en la investigación (IBETEACH).....	195
Capítulo 4	197
Conclusiones y discusión	197
1. La oportunidad para aprender contenido.....	201
1.1 Familiaridad con conceptos matemáticos.....	202
1.2 Experiencia con tareas matemáticas, OTL _T	205
2. La oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza.....	208
3. Comentarios finales.....	212
4. Líneas futuras de investigación	213
Referencias bibliográficas y documentales	215
Índice de abreviaturas	233
Índice de Tablas	235
Índice de Figuras	239
ANEXO 1. Ejemplificación de los procesos matemáticos en la unidad FRECUENCIA CARDIACA	241
ANEXO 2. Preguntas liberada PISA de la competencia matemática	245
CONCENTRACIÓN DE UN FÁRMACO.	245
HELADERÍA.....	246
EL MEJOR COCHE.....	247
ESTATURA.....	248
REPRODUCTORES DEFECTUOSOS.....	249
ANEXO 3. Ejemplos de ítems de los distintos niveles de Matemáticas en PISA	251
ANEXO 4. Código utilizado con la librería TAM de R para aplicar el modelo de crédito parcial y replicar el índice FAMCON de PISA	257
ANEXO 5. Parámetros de los elementos para la Familiaridad con conceptos matemáticos	259
ANEXO 6. Correlación intra - países de FAMCON1NA, FAMCON y FAMCONC	261
ANEXO 7. Abreviaturas de los diferentes países según el <i>Codebook</i> de PISA 2012, utilizadas en la Figura 8.....	265

ANEXO 8. Cuestionario del estudiante.....	267
ANEXO 9. Cuestionario del docente.....	269
ANEXO 10. Correlación de TDTEACH con Ciencias, Lectura y Matemáticas en PISA 2015	271
ANEXO 11. Correlación de TCHBEHTD con Ciencias, Lectura y Matemáticas en PISA 2012.....	275
ANEXO 12. Correlación de IBTEACH con Ciencias, Lectura y Matemáticas en PISA 2015	279
ANEXO 13. Comparación de correlaciones con el rendimiento entre TDTEACH e IBTEACH en PISA 2015.....	283
ANEXO 14. Aproximación de la correlación de IBTEACH06 con Matemáticas, Lectura y Ciencias en PISA 2006.....	287
ANEXO 15. Correlaciones, por países, entre TDTEACH e IBTEACH. PISA 2015	289

Introducción

La década posterior al final de la Segunda Guerra Mundial fue un período de notable desarrollo de la educación primaria y secundaria en la mayoría de países del mundo para atender a un aumento en la tasa de natalidad y a la necesidad de una mayor cualificación de los trabajadores (Connell, 1980). Es también coincidente con un momento de creciente interés por los estudios de base sociológica (Merton, 1968).

En el año 1955 un grupo de educadores e investigadores de diferentes países comienzan a reunirse para identificar cómo la investigación educativa puede contribuir a la mejora de la educación a nivel mundial y surge la idea de comparar los resultados de los diferentes sistemas educativos utilizando pruebas estandarizadas.

El primer encuentro formal del grupo, posteriormente denominado International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), tuvo lugar en Inglaterra en 1958 y decidieron llevar a cabo una prueba piloto en 1960 (Wolf, 2004), en que se analizó si era viable el hacer estudios trasnacionales del rendimiento de los estudiantes.

En el primer estudio en el año 1964 participaron 12 países en el denominado First International Mathematics Study (FIMS) que se aplicó a estudiantes de 13 y de 17-18 años (Suter et al., 2019). Expertos en educación, psicólogos y estadísticos contribuyeron a formular las pruebas, desarrollar los procedimientos de aplicación y el muestreo, así como a realizar el análisis de resultados. En 1966 la IEA se incorporó legalmente a la reglamentación belga y varios países se fueron incorporando a la organización a la vez que ésta se fue convirtiendo en una referencia de las evaluaciones educativas internacionales (Ben-Simon y Cohen, 2004).

El objetivo inicial de la IEA era conocer cómo se llevaba a cabo el proceso educativo de los jóvenes en un mundo cambiante; sin embargo, el enfoque del estudio fue criticado desde diferentes ámbitos:

- La psicología experimental, desde donde se indicaba que un buen conocimiento de la educación sólo se podría construir a partir de pequeños estudios experimentales.
- La sociología, que consideró la educación como una base ideológica.

- La educación comparada (Getzels, Lipham y Campbell, 1968), quienes reconocieron las tradiciones educativas y culturales de los diferentes países.
- La economía, que vio con preocupación el aumento de costes educativos y el poder atender a la demanda de mano de obra cada vez más cualificada.

Pese a las críticas, el grupo de académicos integrantes de la IEA mantuvo su empeño en proporcionar evidencia empírica tanto de la planificación como de la evaluación de la educación en los países desarrollados. Entre 1964 y 1990, promovidas por la IEA, se llevaron a cabo unas 15 evaluaciones internacionales sobre varias áreas de conocimiento; sin embargo, los numerosos cambios en la forma de evaluar y en las áreas de evaluación, así como el reducido número de países participantes, hacen difícil establecer conclusiones significativas sobre tales estudios. Por otra parte, a pesar de los esfuerzos por mejorar la calidad metodológica, esta fue cuestionada a menudo (Porter y Gamoran, 2003). Actualmente más de 60 países son integrantes de la red de la IEA y son aproximadamente 100 los países que participan en los estudios de la organización.

A lo largo de las tres décadas iniciales de los estudios de la IEA no hubo demasiado interés por parte de las personas responsables de las políticas educativas en los resultados de tales evaluaciones, aun siendo financiadas por los gobiernos de los diferentes países participantes. Comenzó a considerarse su posible rendimiento a medida que se acercaba el final del siglo XX y entre los posibles factores que podrían explicar el cambio de actitud estarían: el progreso tecnológico, especialmente en lo referido a la informática; el desarrollo de las comunicaciones, que lleva a una mayor globalización; la facilidad de los viajes aéreos y la competición de los mercados internacionales, así como el que organizaciones intergubernamentales como United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (UNESCO), Organisation for Economic Cooperation and Development (OECD) o el World Bank (Banco Mundial) se dieron cuenta de la importancia de la promoción de la educación como propuesta al desarrollo económico a través del capital humano (Keys, 1997; Robitaille y Robeck, 1996).

1. Origen y justificación de la investigación

El interés de la investigadora por las evaluaciones internacionales de educación viene determinado, en gran medida, por su inquietud personal y trayectoria profesional tanto como

profesora de matemáticas, como por el desempeño de funciones de coordinación de los Estudios de Evaluación y Calidad en el Principado de Asturias durante más de un lustro.

Al tener la responsabilidad de la coordinación en el diseño de las Evaluaciones de Diagnóstico de la Comunidad (2005-2009) las pruebas de evaluación internacionales han sido un referente tanto para el diseño de las preguntas de las pruebas cognitivas como para el modelo de cuestionario de contexto que se acompañó. Entre ellas es necesario citar: TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), PISA, PIRLS (Progress in International Reading Literacy Study) o European Survey on Language Competences (ESLC). Las preguntas para medir el rendimiento de los estudiantes de Asturias en las Evaluaciones de Diagnóstico, desde su inicio en forma experimental en el 2005 y su consolidación en el 2008, fueron elaboradas por grupos de trabajo siguiendo, en gran medida, el modelo de evaluación de competencias utilizado por PISA.

Un aspecto particularmente importante es el de la *Oportunidad para aprender* entendida como la posibilidad real de combinar la calidad y la equidad educativa, promocionando altos niveles de logro en todo el alumnado, independientemente de su condición socioeconómica y cultural. En este sentido, considera que para conseguir unos servicios educativos equitativos se han de identificar los factores de aprendizaje en el aula que muestren sus fortalezas y debilidades para poder optimizar el sistema de educación.

El focalizar la investigación en cómo trata PISA la *oportunidad para aprender* (Opportunity To Learn, OTL) se debe a que este constructo ya fue considerado de interés en la primera aplicación de la evaluación PISA, en el 2000, y al mismo nivel que el estatus socioeconómico y cultural (OECD, 2002, pág. 33). En ese momento, los cuestionarios de contexto no plantearon preguntas para analizar la OTL pues los representantes de los países participantes (Board of Participating Countries, BPC) no lo consideraron una prioridad de análisis (OECD, 2002, pág. 36). No es hasta el inicio del segundo ciclo de PISA, en el año 2009, cuando la OTL se menciona explícitamente como uno de los elementos a nivel de centro y de estilos de enseñanza que forma parte del marco de los cuestionario de contexto (OECD, 2012, pág. 50) y sobre el que se quiere profundizar para conocer en qué medida son agentes de equidad o prolongan las desigualdades. A partir de la edición del 2009 son muchas las referencias, recomendaciones y conclusiones de PISA sobre la oportunidad para aprender. No

cabe duda de que la desigualdad de oportunidades está en la base de las diferencias de rendimiento, tal y como indican todos los análisis que abordan su relación con el estatus socioeconómico y cultural del alumnado. Ante la relevancia de la evaluación PISA para las políticas educativas, con este estudio se pretende indagar en qué medida han de tenerse en cuenta sus recomendaciones al respecto.

1.1 Estructura de la Tesis

En el primer capítulo se muestra el tipo de pruebas cognitivas que PISA aplica para conocer el rendimiento de los estudiantes en la competencia matemática y los niveles de rendimiento, en términos de saber hacer, que establece a partir de tales pruebas.

El segundo capítulo se dedica a estudiar cómo mide PISA la *Oportunidad para aprender contenido*, y los resultados que proporciona. En la investigación se presentan las contradicciones e incoherencias encontradas tanto cuando se analizan los constructos como cuando se replican los análisis de PISA y se tienen en cuenta diferentes factores que influyen en el rendimiento de los estudiantes.

En el tercero de los capítulos se analiza cómo mide PISA la *Oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza* y se muestran los resultados y conclusiones que planteamos sobre tal medición, que llevan a que se tomen con cautela los resultados que PISA presenta.

En el último de los capítulos se presentan las conclusiones y discusión de esta investigación, varios modelos y propuestas que eviten los sesgos en los resultados que PISA presenta, se contrastan los resultados obtenidos con los de otros estudios y se plantean posibles líneas de trabajo para darle continuidad.

Capítulo 1

Contexto y objetivos de la Investigación

1. PISA (Programme for International Student Assessment)

1.1 Origen y evolución

Si bien no formó parte de los primeros estudios internacionales (de hecho fue lanzado en 1997 por la OECD), probablemente en la actualidad es el Programa PISA (Programme for International Student Assessment) la evaluación internacional más influyente en debates y políticas educativas (Baird et al., 2011; Wiseman, 2010). Los gobiernos de los países de la organización presentaron PISA como un compromiso para evaluar los resultados de los sistemas educativos en términos del rendimiento de los estudiantes, dentro de un marco internacional común, representando un esfuerzo colaborativo en base a intereses compartidos para impulsar políticas educativas. Desde los diferentes países se aportaron expertos para compartir toda la experiencia metodológica y técnica de la evaluación comparativa internacional. A través de la participación de los grupos de expertos, se pretende garantizar que los instrumentos de evaluación de PISA sean válidos internacionalmente y tengan en cuenta los contextos curriculares de los países miembros de la OECD, poniendo el énfasis en la autenticidad y validez educativa (OECD, 1999).

PISA se inicia en el año 2000, con la participación de 32 países, 28 de los cuales eran miembros de la OECD, y en aquel momento se estableció por los evaluadores que *su principal objetivo era el de indagar sobre el grado de formación o preparación de los alumnos de quince años de edad en tres grandes áreas de conocimiento y competencia: lectura, matemáticas y ciencias. No intentando averiguar el grado de aprovechamiento escolar en esas materias, tal como están definidas en los currículos de los distintos países, sino que buscaba evaluar hasta qué punto los jóvenes pueden usar las habilidades y conocimientos adquiridos para enfrentarse a los retos de la vida adulta* (INECSE, 2004a).

La evaluación PISA es cíclica: las pruebas se realizan cada tres años, si bien cada una de las ediciones se centra en una de las tres competencias evaluadas, siendo denominada competencia principal. En el año 2000 se inició el primer ciclo con Lectura y se cerró en el 2006

con Ciencias. Actualmente se han completado dos ciclos de evaluación y se ha realizado por tercera vez la evaluación de Lectura como competencia principal en el año 2018.

Ya desde la primera edición, además de las pruebas de rendimiento se les pasó a los estudiantes y a las direcciones de los centros participantes los denominados *cuestionarios de contexto*. Estos cuestionarios son considerados por los responsables del diseño de la evaluación, herramientas centrales de trabajo, ya que permiten hacer un análisis de los resultados de rendimiento en función de una serie de características, tanto de los estudiantes como de los centros educativos (OECD, 1999).

Se planteó en OECD (1999) el que esta evaluación proporcionase varios tipos de resultados o productos:

- Un conjunto de indicadores básicos que brindaran a los responsables de las políticas educativas un perfil básico de los conocimientos, habilidades y competencias de los estudiantes de su país al finalizar la escolarización obligatoria.
- Un conjunto de indicadores contextuales que proporcionase información sobre cómo estas habilidades se relacionan con importantes variables sociales, económicas y educativas, es decir, indicadores contextuales que relacionen resultados con las características del estudiante y de la escuela.
- Indicadores sobre tendencias que surjan de la naturaleza continua y cíclica de la recopilación de datos y que muestren los cambios a lo largo del tiempo en los niveles o distribuciones de los resultados de rendimiento de los educandos o bien en las relaciones entre las variables de contexto escolares de los estudiantes con tal rendimiento.
- Una base de conocimientos que permita un análisis de políticas educativas con mejor información.

Son muchas las modificaciones que PISA ha introducido a lo largo de las diferentes ediciones, tanto en las competencias objeto de evaluación como en la definición de nuevos índices o la modificación de otros existentes que pudieran estar relacionados con el rendimiento de los estudiantes. Entre ellas se deben señalar las siguientes:

En 2003 se introduce la medida de los conocimientos y destrezas en Resolución de Problemas.

En el 2006 se aplica un cuestionario de contexto, opcional, para las familias considerando los factores extraescolares de particular interés para el aprendizaje de las Ciencias (dominio principal de evaluación en esa edición).

En el 2009, cuando se inicia el segundo ciclo de PISA, siendo la Lectura nuevamente la competencia principal de evaluación, se cambian, en número y contenido, los niveles de rendimiento de lectura y se introducen nuevos cuestionarios de contexto, entre ellos uno para conocer cómo se lee en las escuelas.

En el 2012, acompañando a la evaluación de las tres competencias principales, se vuelve a medir el rendimiento en la Resolución de Problemas, analizado en el 2003, y se introduce la evaluación de la competencia Financiera. En el cuestionario de contexto, PISA incrementó notablemente el número de preguntas y decidió distribuirlas en tres modelos, de forma que los estudiantes sólo responden a dos terceras partes de las preguntas totales.

En el 2015, hay un importante cambio en la forma de administrar las pruebas PISA, pues se pasa de la forma tradicional de lápiz y papel a su aplicación generalizada mediante ordenador. Además de Ciencias, Matemáticas y Lectura se vuelve a evaluar la competencia Financiera y se introduce la evaluación de la Resolución Colaborativa de Problemas. En este año se introduce el cuestionario de contexto al profesorado, cuya cumplimentación se realizó sólo en algunos de los países participantes.

En el 2018, se introduce la evaluación de la denominada Competencia Global, que PISA entiende como un objetivo de aprendizaje multidimensional y permanente que ha de ser desarrollada en los alumnos del siglo XXI que viven en un mundo interconectado, diverso y en constante cambio (OECD, 2019).

1. 2 La relevancia de PISA

Tras la primera evaluación del año 2000, ya en algunos países como Alemania, a la luz de sus pobres resultados, se provocó un intenso debate sobre la educación pública que tuvo como resultado una serie de medidas de reforma significativas en las políticas educativas, incluyendo la generación de estándares o criterios nacionales y el establecimiento de un

mayor apoyo a los estudiantes desfavorecidos, especialmente aquellos con antecedentes de inmigración (Ertl, 2006).

Una reacción similar fue la que se produjo en Dinamarca, preguntándose cómo un sistema de educación tan sólido como el danés podía tener unos resultados tan mediocres y cuestionándose cómo la equidad podía continuar siendo en este país un problema a pesar de las importantes inversiones en programas de bienestar social (Egelund, 2008). Dinamarca no introdujo cambios en sus políticas educativas hasta que se llevó a cabo una revisión internacional de los resultados (OECD, 2004a) y en ese momento estableció reformas incluyendo el aumento de evaluaciones y la propuesta de estrategias de trabajo con los estudiantes socioeconómicamente desaventajados y los inmigrantes (Egelund, 2008).

En Japón también se observó el "efecto PISA" en las políticas educativas: si bien sus resultados fueron buenos en la edición del 2000, bajaron en el 2003 y esto llevó a un intenso debate público sobre la reforma educativa, llegándose a que el Ministerio de Educación revirtiese una polémica política curricular de baja presión y a la promulgación de cambios en las prácticas de evaluación nacional (Takayama, 2008).

En un estudio comparado sobre la forma en que PISA 2000 influyó en las decisiones políticas de Finlandia, Alemania y el Reino Unido, realizado por Grek (2009), señaló tres diferentes respuestas:

- "*Sorpresa*", caso como el de Finlandia y sus altos resultados.
- "*Choque*" como Alemania, donde ya hemos comentado que llevó a efecto importantes reformas educativas.
- "*Promoción*" como el Reino Unido, donde no hubo prácticamente atención por parte de los medios de comunicación ni posteriores reformas educativas; sólo el gobierno promocionó los resultados como signo de buen funcionamiento del sistema educativo.

La conclusión del estudio es que PISA puede ser usada a nivel nacional como un recurso de gobierno, ya que permite a los actores de políticas justificar y legitimar las reformas propuestas basándose en la evidencia de datos comparables a nivel internacional.

Tal sería el ejemplo en nuestro país ya que en la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006 de 3 de mayo, de Educación, figura en el preámbulo: "*el Informe PISA 2009 arroja unos resultados para España que ponen de relieve el nivel insuficiente obtenido en comprensión lectora, competencia matemática y competencia científica, muy alejado del promedio de los países de la OCDE*"; en el mismo Preámbulo, un poco más adelante aparece: "*Las evaluaciones externas de fin de etapa constituyen una de las principales novedades de la LOMCE con respecto al marco anterior y una de las medidas llamadas a mejorar de manera más directa la calidad del sistema educativo. Veinte países de la OCDE realizan a sus alumnos y alumnas pruebas de esta naturaleza y las evidencias indican que su implantación tiene un impacto de al menos dieciséis puntos de mejora de acuerdo con los criterios de PISA*" (Ley Orgánica 8, 2013).

Otro estudio comparado trató de investigar la capacidad de PISA para impulsar una amplia convergencia de la política educativa en Suiza, Alemania, Nueva Zelanda, el Reino Unido y EE.UU. (Martens, Nagel, Windzio y Weymann, 2010). Sobre la base de entrevistas a expertos y documentos de política, la investigación destacó las variadas respuestas nacionales al lanzamiento de la primera ronda de PISA, arrojando resultados sobre el inicio de reformas significativas de la política educativa, como en Suiza o Alemania, ante la obtención de resultados por debajo de lo esperado (Bieber, 2010; Niemann, 2010). Por el contrario, el Reino Unido, Nueva Zelanda y los Estados Unidos no mostraron un cambio en las agendas de educación nacionales en respuesta a PISA. Knodel y Walkenhorst (2010) argumentan que la falta de respuesta política del Reino Unido a sus moderados resultados en PISA se debió a las importantes reformas educativas promulgadas en Inglaterra en los años anteriores a la publicación de los resultados de PISA. Para Nueva Zelanda, Dobbins (2010) concluyó que el alto rendimiento en PISA parecía reforzar las políticas existentes y, por lo tanto, no hubo ningún impulso para un cambio sustancial. Finalmente, Martens et al. (2010) argumentan que, en el caso de los Estados Unidos, una evaluación interna sustancial previa ya había concienciado a la población de sus pobres logros educativos, por lo que estos resultados externos no supusieron ningún "*choque*".

En el año 2008, Hopkins, Pennock, Ritzen, Ahtaridou y Zimmer llevaron a cabo una evaluación externa encargada por la OECD para explorar la relevancia, la eficacia y la

sostenibilidad de PISA, así como para determinar los impactos inesperados en los países participantes. La investigación consistió en analizar 548 respuestas cualitativas sobre las preguntas planteadas a expertos en educación de los diferentes países participantes. El estudio se hizo en base a los resultados de PISA 2000, 2003 y los primeros resultados de PISA 2006. Los autores concluyeron que el impacto de PISA fue mayor a nivel nacional que a nivel de los gobiernos locales o escolares. También indicaron que los países valoraban cada vez más las habilidades evaluadas en PISA y que se consideraba un instrumento para conocer no sólo el rendimiento de los países, sino también su equidad. En tal estudio también se observó que se habían emprendido una serie de reformas políticas e iniciativas a la luz de los resultados de PISA, pero que a menudo tales iniciativas políticas en educación mostraban un bajo nivel de coherencia con la política en general.

Si hablamos a nivel de la Unión Europea (UE), el *marco estratégico para la cooperación europea en el ámbito de la educación y la formación* (ET 2020) es un foro que permite a los Estados miembros el cooperar en el desarrollo de mejores prácticas. La inquietud suscitada por el estudio PISA respecto al bajo rendimiento escolar llevó a que, en el año 2009, el ET 2020 estableciese el cumplimiento de diferentes valores de referencia en toda Europa para el año 2020. Entre éstos se encuentra la reducción a menos del 15% del porcentaje de jóvenes de 15 años con bajo rendimiento en Lectura, Matemáticas y Ciencias según la Evaluación PISA (Council of the European Union, 2009, ANEXO I, pág. 119/7).

La influencia de las evaluaciones PISA como base de reformas educativas sigue en auge. Así, tras los resultados publicados en el Informe de PISA 2015 sobre la supuesta asociación positiva entre la *enseñanza dirigida por el docente* y el rendimiento de los estudiantes, algunos responsables de políticas educativas de determinados países como el Reino Unido (Gibb, 2017) se plantean si es necesario reforzar la enseñanza dirigida por el docente, con un currículo rico en conocimientos, puesto que parece ser más eficaz que los enfoques basados en la investigación.

Estos pocos ejemplos de la influencia mundial de esta evaluación en el planteamiento de cambios de políticas educativas justifican sobradamente el gran interés por conocer si las preguntas de los cuestionarios de contexto de PISA son realmente fiables como instrumentos para la medición de factores contextuales, si la elaboración de índices puede llevar a tener

efectos no deseados o si las metodologías de análisis justifican adecuadamente las conclusiones que PISA utiliza para proponer modificaciones a gran escala de los planteamientos educativos de los diferentes estados participantes.

2. La competencia matemática en PISA

Los países de la Unión Europea siempre han considerado la competencia matemática como una de las competencias clave para el desarrollo personal, la ciudadanía activa, la inclusión social y la empleabilidad en la sociedad del conocimiento del siglo XXI, de ahí que se hayan planteado la elaboración de un informe (Eurydice, 2012) para revisar las políticas nacionales orientadas a reformar el currículo de matemáticas, a fomentar métodos pedagógicos y de evaluación innovadores, y a la mejora de la formación inicial y permanente del profesorado. En él se hace un llamamiento en favor del diseño de políticas globales para la enseñanza de las matemáticas, basadas en un seguimiento continuado y en los resultados de las investigaciones. Asimismo, el informe aboga por políticas integrales de apoyo al profesorado, por un interés renovado en las diversas aplicaciones del conocimiento matemático y de las habilidades para la resolución de problemas, y por la puesta en marcha de estrategias para reducir el bajo rendimiento de forma significativa.

En tal informe (Eurydice, 2012) se concluye que los diferentes países europeos han revisado el currículo de matemáticas en la última década; además, en la inmensa mayoría, se han introducido modificaciones a gran escala desde el año 2007; también analiza la forma en que los diferentes países abordan el problema del bajo rendimiento y las fórmulas que utilizan para aumentar la motivación del alumnado hacia el aprendizaje de las matemáticas. Se basa en una extensa revisión bibliográfica sobre la enseñanza de esta asignatura y en los principales resultados de las evaluaciones internacionales PISA y TIMSS. El estudio se llevó a cabo en 31 países (todos los Estados miembros de la UE, más Islandia, Liechtenstein, Noruega y Turquía) tomándose como curso de referencia el 2010/11. Una de las razones fundamentales para renovar el currículo ha sido la incorporación de un nuevo modelo educativo basado en los resultados de aprendizaje, definidos en sentido amplio como los conocimientos y destrezas necesarias para preparar a una persona para la vida activa, a nivel social y laboral, y para alcanzar un nivel adecuado de bienestar personal (Psifidou, 2009).

Así pues, es de interés conocer cómo aborda PISA la evaluación de las matemáticas. A lo largo de las diferentes ediciones de esta evaluación, cuando se presentan los marcos teóricos, se hace una definición de las áreas objeto de evaluación. Si bien las competencias que se evalúan han sido objeto de considerable evolución a lo largo de las ediciones de PISA, tal y como se presenta en los marcos teóricos (Fernández-Cano, 2016) es posiblemente la competencia matemática la que adopta una definición prácticamente invariable a lo largo de las siete pruebas realizadas hasta el momento; aunque hay que mencionar que para referirse a la misma PISA utiliza diferentes nombres, tales como alfabetización, área, competencia, etc. Se presentan a continuación las definiciones de la competencia matemática a lo largo de las diferentes evaluaciones de PISA.

En la edición del año 2000 se denominó *alfabetización, competencia o formación matemática* dándole la siguiente acepción (OECD, 1999, pág. 41):

"La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, hacer juicios matemáticos bien fundados y participar en las matemáticas (reconocer el papel que juegan), de manera que satisfagan las necesidades de la vida actual y futura de ese individuo como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo".

Tras tal definición, PISA aporta una serie de aclaraciones:

- El término *alfabetización* o *competencia* ha sido elegido para enfatizar que el conocimiento matemático y las habilidades definidas dentro del plan de estudios tradicional de matemáticas de la escuela no constituyen el enfoque principal de PISA; el énfasis está en el uso funcional del conocimiento matemático, pudiéndolo aplicar en diferentes contextos y en una variedad de formas que requieren reflexión y visión. Tal uso es viable si se posee una gran cantidad de conocimientos y habilidades fundamentales, como se enseña a menudo en las escuelas, tanto de tipo lingüístico como de terminología matemática, de hechos y procedimientos, así como habilidades para realizar ciertas operaciones y llevar a cabo ciertos métodos.
- Al término *mundo* se le da el significado de entorno natural, social y cultural en el que vive el individuo. Como Freudenthal (1983) declaró: *"Nuestros conceptos*

matemáticos, estructuras e ideas se han inventado como herramientas para organizar los fenómenos del mundo físico, social y mental”.

- El término *participar en las matemáticas* significa no sólo involucrarse en actos físicos o sociales en sentido estricto ya que también incluye el comunicarse, tomar posiciones hacia, en relación con, evaluar e incluso apreciar las matemáticas; por lo tanto, los elementos estéticos y recreativos están incluidos en la definición de matemáticas, trascendiendo el uso funcional de las mismas.
- La frase de la *vida actual y futura* de un individuo incluye su vida privada, su vida laboral y vida social con compañeros y familiares, así como su vida como ciudadano de una comunidad.

En la edición de 2003 se mantiene la definición de la competencia matemática (INECSE, 2004b, pág. 21):

"La competencia matemática es la aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzar razonamientos bien fundados y utilizar y participar en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo".

En la evaluación del año 2006 se insiste y matiza el significado de la competencia matemática (OCDE, 2006a, págs. 74-75):

"Competencia matemática es una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos".

"El área de la competencia matemática definido por PISA hace referencia a la capacidad de los alumnos para analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversas situaciones. En lugar de limitarse al tipo de situaciones y problemas que suelen encontrarse en las aulas, la evaluación PISA se centra en los problemas del mundo real. En un entorno real, los ciudadanos han de hacer frente a una serie de situaciones al ir de compras, viajar, cocinar, ocuparse de su economía doméstica, valorar cuestiones políticas, etc., en las que el empleo de un

razonamiento cuantitativo o espacial, u otras capacidades matemáticas, contribuirá a aclarar, formular o resolver los problemas que se les planteen. Estos usos de las matemáticas se basan en las habilidades que se han aprendido y practicado mediante el tipo de problemas que suelen presentarse en los libros de texto y en las aulas. Sin embargo, exigen de la capacidad de aplicar esas habilidades a unos contextos menos estructurados, que carecen de instrucciones precisas y en los que el alumno debe decidir cuál será el conocimiento más adecuado al caso y cuál será la forma más útil de aplicarlo".

"[...] La competencia matemática de PISA se centra en la capacidad de los alumnos de 15 años (una edad en la que muchos de ellos están a punto de completar el ciclo de formación obligatoria en matemáticas) para dotar de sentido estas cuestiones y llevar a cabo las tareas que requieren, recurriendo a sus conocimientos y su comprensión de las matemáticas"

En la edición del 2006 se vuelve a insistir, tal y como se hizo en el 2000, en el significado de haber elegido las palabras "*competencia*", "*mundo*", "*utilizar y relacionarse con*" y "*la vida de los individuos*".

En la edición del 2009 se mantiene esta última definición y se sigue insistiendo en el porqué de la denominación de *competencia* o *alfabetización* matemática.

Así, se ha constatado que, desde la primera evaluación de PISA en el año 2000 hasta la del año 2009 incluida, se mantiene la misma definición de la *competencia* o *alfabetización* matemática. Se llega así a la edición del 2012, en que la competencia principal de evaluación es la matemática y la definición en este año se amplía y concreta en OECD (2013a, pág. 25):

"La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos matemáticos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y pueden hacer juicios y tomar decisiones bien fundamentados que corresponden a los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos".

Además, PISA presenta un modelo del significado de competencia matemática que aparece reflejado en la Figura 1:

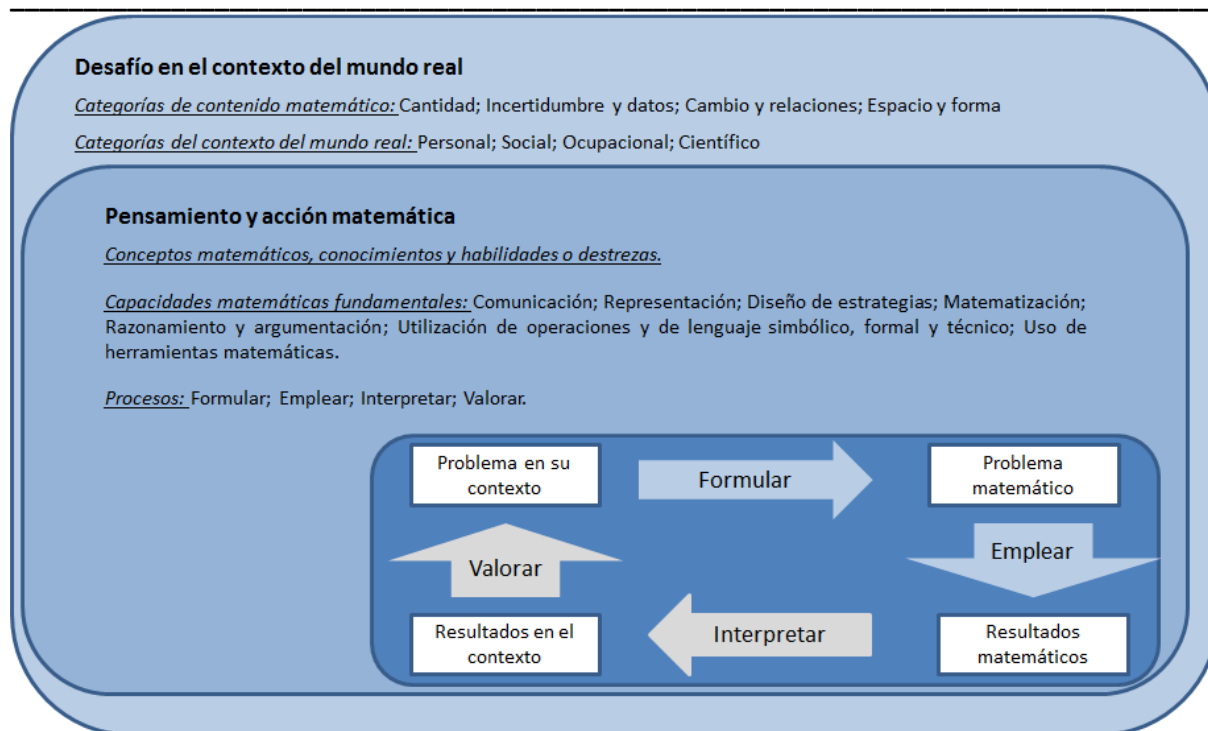


Figura 1. Modelo de competencia matemática en la práctica

Fuente: Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012 Matemáticas, Lectura y Ciencias (MECD, 2013, pág. 11)

Se puede ver que el modelo que representa esta competencia gira en torno a tres aspectos: los **contenidos**, los **procesos** y los **contextos**. Los contenidos matemáticos sobre los que versan las preguntas cognitivas de PISA, están asignados a cuatro categorías: *cambio y relaciones, espacio y forma, cantidad, e incertidumbre y datos*¹. Hay que señalar que éstas no son las categorías de contenido usuales de las Matemáticas en muchos de los países participantes en la evaluación. Es el caso de España, donde los bloques de contenido en la Educación Secundaria Obligatoria reciben la denominación de: *Números y álgebra, Geometría, Funciones y Estadística y probabilidad*; y en Bachillerato la denominación es básicamente la misma, ya que cambia únicamente el bloque de *Funciones*, que pasa a denominarse de *Análisis* (Real Decreto 1105/2014).

Se ha constatado que PISA ha definido la competencia matemática a lo largo de las diferentes ediciones partiendo de un núcleo central, elaborado para la primera aplicación de la prueba en el año 2000, que ha ido completando y matizando hasta llegar al planteamiento

¹ En marcos anteriores a PISA 2012 la categoría ahora llamada *incertidumbre y datos* se denominaba únicamente *incertidumbre*. Esta modificación del nombre no parece un cambio fundamental de la categoría.

del modelo en el año 2012, siendo las *capacidades matemáticas* incluidas dentro de los *procesos* las que han sufrido una mayor transformación.

Los *procesos* de formular, emplear, interpretar y evaluar o valorar, que están representados en la Figura 1, llevan asociadas unas capacidades matemáticas fundamentales. Diversos autores (Niss y Jensen, 2002; Niss, 2003; Niss y Højgaard, 2011) identificaron ocho *capacidades* que denominaron “*competencias*”, que PISA consideró como fundamentales en el comportamiento matemático y que utilizó antes de su edición del año 2012 (OECD, 2003). El marco de PISA 2012 emplea una formulación modificada de este conjunto de capacidades y reduce su número de ocho a siete basándose en la investigación del Grupo de Expertos en Matemáticas (Mathematics Expert Group, MEG²) sobre el funcionamiento de las competencias a través de las preguntas administradas con anterioridad en PISA (MECD, 2013). Tales capacidades se concretaron, a partir de PISA 2012 en:

- Comunicación.
- Matematización.
- Representación.
- Razonamiento y argumentación.
- Diseño de estrategias para resolver problemas.
- Utilización de operaciones y de lenguaje simbólico, formal y técnico.
- Utilización de herramientas matemáticas.

Una ejemplificación de cómo interpretar estos procesos en un estímulo, que en la evaluación del 2012 se presentó en el cuestionario de contexto de los estudiantes para conocer con qué frecuencia se encontraban ese tipo de problemas, puede verse en el ANEXO 1.

La competencia matemática se desarrolla en el **contexto** de un desafío o problema que se presenta en el mundo real. Tales desafíos se caracterizan de dos formas: bien cuando se identifican las áreas de la vida en las que surge el problema (personal, social, ocupacional o científico) o bien cuando se tiene en cuenta la naturaleza del fenómeno matemático que subyace al desafío, identificándose en PISA por clases amplias de fenómenos para cuyo análisis

² Organismo designado por los contratantes principales de PISA con la aprobación de la Junta de Gobierno de PISA (PISA Governing Board – PGB).

se han creado las matemáticas (cantidad, incertidumbre y datos, cambio y relaciones, y espacio y forma), entendidas como categorías de contenido (MECD, 2013a).

La definición de competencia matemática cumple los requisitos de lo que en la investigación educativa se denomina *problema matemático aplicado* en contraposición a los *problemas puramente matemáticos*.

La definición en PISA 2015 de competencia matemáticas es prácticamente idéntica (OECD, 2016a, pág. 74) a la de la edición de 2012:

"La competencia matemática es la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan".

Asimismo, en el marco teórico de PISA 2015 se muestra una gráfica de la denominada *competencia matemática en práctica* que se corresponde con la Figura 1.

Para finalizar, en la última de las ediciones de PISA hasta el momento, la del 2018, se mantiene la definición literal de la *competencia matemática* (OECD, 2017a), es decir, a lo largo de las diferentes ediciones de PISA se ha mantenido con pequeñas modificaciones.

La UE (Unión Europea) considera la competencia matemática en la misma línea que PISA y su mejora forma parte de los objetivos que el Parlamento Europeo persigue y que recoge en el Marco de Referencia Europeo para las competencias clave (European Parliament, 2006). La definición en este caso se concreta en:

"La competencia matemática es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Basándose en un buen dominio del cálculo, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos. La competencia matemática entraña —en distintos grados— la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas)".

Es notoria la íntima relación que se establece entre la prueba PISA, promovida por la OECD, y las recomendaciones del Parlamento Europeo a sus países miembros para la implementación de políticas educativas.

Una vez que se ha presentado el significado que PISA le da a la competencia matemática es de interés conocer el tipo de prueba cognitiva que plantea a los estudiantes para medirla. En el ANEXO 2 se presentan cinco unidades de evaluación, seleccionadas de INEE (2013), con sus respectivas preguntas, según la secuenciación de contenidos usual en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) en España. En la Tabla 1 se muestra su correspondencia con las categorías de contenido matemático de PISA.

Unidad de evaluación	Contenidos según ESO	Categorías de contenido PISA
<i>Concentración de un fármaco</i>	Números y álgebra	Cantidad/Cambio y relaciones
<i>Heladería</i>	Geometría	Espacio y forma
<i>El mejor coche</i>	Funciones (incluye gráficas)	Cambio y relaciones
<i>Estatura</i>	Estadística y probabilidad (estadística descriptiva)	Incertidumbre y datos
<i>Reproductores defectuosos</i>	Estadística y probabilidad (combinatoria y probabilidad)	Incertidumbre y datos

Tabla 1. Ejemplificaciones de unidades de evaluación de PISA recogidas en ANEXO 2

Fuente: Elaboración propia

Tras las pruebas de rendimiento PISA obtiene estimaciones de la competencia matemática global de los alumnos seleccionados en cada país participante y define una serie de niveles de competencia. Igualmente, se elaboran descripciones del grado de competencia matemática típica de los alumnos en cada nivel. En la Tabla 2 se facilitan las descripciones de los seis niveles de competencia presentados para la escala general de matemáticas de PISA en 2003, 2006 y 2009, que constituyeron la base de la escala de matemáticas de PISA 2012 (MECD, 2013, págs. 29-30).

Nivel	Descripciones resumidas de los seis niveles de competencia matemática
--------------	--

(2003 – 2009)

6 *En el nivel 6* los alumnos saben formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en investigaciones y modelos de situaciones de problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información y representaciones y traducirlas entre ellas de manera flexible. Los estudiantes de este nivel poseen un pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Estos alumnos pueden aplicar su entendimiento y comprensión, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales y desarrollar nuevos enfoques y estrategias para abordar situaciones nuevas. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden formular y comunicar con exactitud sus acciones y reflexiones relativas a sus descubrimientos, interpretaciones, argumentos y su adecuación a las situaciones originales.

5 *En el nivel 5*, los alumnos saben desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando los condicionantes y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos relativos a estos modelos. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden trabajar estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, así como representaciones adecuadamente relacionadas, caracterizaciones simbólicas y formales, e intuiciones relativas a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.

4 *En el nivel 4*, los alumnos pueden trabajar con eficacia con modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden conllevar condicionantes o exigir la formulación de supuestos. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluidas las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real. Los alumnos de este nivel saben utilizar habilidades bien desarrolladas y razonar con flexibilidad y con cierta perspicacia en estos contextos. Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, argumentos y acciones.

3 *En el nivel 3*, los alumnos saben ejecutar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas sencillos. Los alumnos de este nivel saben interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. Son también capaces de elaborar breves escritos exponiendo sus interpretaciones, resultados y razonamientos.

2 *En el nivel 2*, los alumnos saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que solo requieren una inferencia directa. Saben extraer información pertinente de una sola fuente y hacer uso de un único modelo representacional. Los alumnos de este nivel pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones

elementales. Son capaces de efectuar razonamientos directos e interpretaciones literales de los resultados.

1 *En el nivel 1*, los alumnos saben responder a preguntas relacionadas con contextos que les son conocidos, en los que está presente toda la información pertinente y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo unas instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

Tabla 2. Descripción de la escala de competencia matemática (2003-2009)

Fuente: Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012 Matemáticas, Lectura y Ciencias (MECD, 2013, págs. 29-30)

La descripción de los niveles de rendimiento se mantiene para la evaluación PISA 2015 (MECD 2016, págs. 90-91) siendo los límites inferiores de puntuación del 1 al 6: 258, 420, 482, 545, 607 y 669 respectivamente, sobre una puntuación normalizada de media 500 puntos y desviación típica 100 (OECD, 2016c).

El grado de dificultad de las preguntas cognitivas se corresponde con los niveles de rendimiento. Para ilustrar la relación entre las cuestiones cognitivas de PISA y los diferentes niveles, en el ANEXO 3 se muestran algunos ejemplos, seleccionados de INECSE (2005), señalando el bloque de contenidos PISA en que se sitúan las preguntas y la solución correcta que correspondería a la máxima puntuación que obtienen los estudiantes. Además, se indica la unidad de evaluación o estímulo de cada nivel.

Nivel 1. Estímulo: El tipo de cambio.

Nivel 2. Estímulo: El tipo de cambio.

Nivel 3. Estímulo: Estanterías.

Nivel 4. Estímulo: Caramelos de colores.

Nivel 5. Estímulo: Chatear.

Nivel 6. Estímulo: Robos³.

Hay que insistir en la importancia de esta escala pues uno de los Objetivos de la Unión Europea (UE) para 2020 en educación y formación es reducir al 15% el porcentaje de jóvenes

³ Esta pregunta forma parte de una de las ejemplificaciones que se les proporcionan a los estudiantes en el cuestionario de contexto de 2012 para conocer con qué frecuencia realizaban determinado tipo de tareas en el aula y que se utilizará en la medición de *la oportunidad de aprender* en PISA 2012. Es el primer ejemplo que figura en la Tabla 13.

de 15 años que no alcanzan el nivel 2 en la evaluación PISA de la OECD para Lectura, Matemáticas y Ciencias. En el último de los informes publicados de seguimiento de los objetivos europeos 2020 se señala que los porcentajes son 19,7%; 22,2% y 20,6% respectivamente (European Union, 2018). Se constata que es en matemáticas donde el logro del objetivo está más lejano.

Además de la escala general de matemáticas, hay tres escalas adicionales descriptivas de la competencia que están basadas en los procesos matemáticos (OECD, 2014, págs. 298-299, que en este caso PISA denomina: *formulación matemática de las situaciones; empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos; e interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos.*

Hay otras cuatro escalas desglosadas según las categorías de contenido matemático de PISA que se pueden encontrar en OECD (2014, págs. 300-301) y que se utilizarán en el Capítulo 2.

En la Figura 1, donde se presenta el modelo de competencia matemática utilizado en PISA 2012, se observa que los procesos y las capacidades matemáticas fundamentales están asociados y su relación, en términos descriptivos, son los que se muestran en la Tabla 3 (MECD, 2013, págs. 17-18).

CAPACIDADES MATEMÁTICAS	PROCESOS MATEMÁTICOS		
	<i>Formulación matemática de las situaciones</i>	<i>Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos; e interpretación</i>	<i>Valoración de los resultados matemáticos</i>
Comunicación	Leer, descodificar e interpretar enunciados, preguntas, tareas, objetos, imágenes o animaciones (en la evaluación electrónica) para crear un modelo mental de la situación	Articular una solución, mostrar el trabajo asociado a la obtención de la misma y/o resumir y presentar los resultados matemáticos intermedios	Elaborar y presentar explicaciones y argumentos en el contexto del problema

Matematización	Identificar las variables y estructuras matemáticas subyacentes al problema del mundo real y formular supuestos de modo que puedan utilizarse	Utilizar la comprensión del contexto para guiar o acelerar el proceso de resolución matemático, p. ej., trabajando a un nivel de precisión apropiado al contexto	Comprender el alcance y los límites de una solución matemática que son el resultado del modelo matemático empleado
Representación	Crear una representación matemática de información del mundo real	Interpretar, relacionar y utilizar distintas representaciones cuando se interactúa con un problema	Interpretar los resultados matemáticos en distintos formatos con relación a una situación o uso; comparar o valorar dos o más representaciones con relación a una situación
Razonamiento y argumentación	Explicar, defender o facilitar una justificación de la representación identificada o elaborada de una situación del mundo real	Explicar, defender o facilitar una justificación de los procesos y procedimientos utilizados para determinar un resultado o solución matemática. Relacionar datos para llegar a una solución matemática, hacer generalizaciones o elaborar un argumento de varios pasos	Reflexionar sobre la soluciones matemáticas y elaborar explicaciones y argumentos que apoyen, refuten o proporcionen una solución matemática a un problema contextualizado
Diseño de estrategias para resolver problemas	Seleccionar o diseñar un plan o estrategia para reformular matemáticamente problemas contextualizados	Activar mecanismos de control eficaces y sostenidos en un procedimiento con múltiples pasos conducente a una solución, conclusión o	Diseñar e implementar una estrategia para interpretar, valorar y validar una solución matemática a un problema contextualizado

		generalización matemática	
Utilización de operaciones y un Lenguaje simbólico, formal y técnico	Utilizar variables, símbolos, diagramas y modelos estándar apropiados para representar un problema del mundo real empleando un lenguaje simbólico/formal	Comprender y utilizar constructos formales basándose en definiciones, reglas y sistemas formales, así como mediante el empleo de algoritmos	Comprender la relación entre el contexto del problema y la representación de la solución matemática. Utilizar esta comprensión para favorecer la interpretación de la solución en su contexto y valorar la viabilidad y posibles limitaciones de la misma
		Conocer y ser capaz de utilizar adecuadamente distintas herramientas que puedan favorecer la implementación de procesos y procedimientos para determinar soluciones matemáticas	Utilizar herramientas matemáticas para determinar la razonabilidad de una solución matemática y los límites y restricciones de la misma, dado el contexto del problema
Utilización de herramientas matemáticas	Utilizar herramientas matemáticas para reconocer estructuras matemáticas o describir relaciones matemáticas		

Tabla 3. Relación entre los procesos matemáticos y las capacidades matemáticas fundamentales

Fuente: Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012 Matemáticas, Lectura y Ciencias (MECD, 2013, págs. 17-18)

Esta misma descripción de relaciones es la que se utilizó en la evaluación de matemáticas en PISA 2015 (OECD, 2013b) y muestra que la *competencia matemática* se pone de manifiesto dentro de un contexto de resolución de problemas de la vida real o *problemas aplicados* y queda patente su analogía con el modelado matemático en siete pasos de Blum y Leiss (2007) que se refleja en la Figura 16.

Una vez conocido el significado, en términos cualitativos, de la medición del rendimiento de la *alfabetización* o *competencia matemática*, esta investigación va a centrarse, principalmente, en las conclusiones que PISA establece sobre la relación de determinados

índices y factores con el rendimiento de los estudiantes en esta competencia. Previamente hay que hacer una especial referencia a los cuestionarios de contexto que utiliza PISA.

3. Los cuestionarios de contexto en PISA

Desde la primera edición de PISA, para recopilar información contextual, se les pidió a los estudiantes y a los directores de sus escuelas que respondiesen a los denominados cuestionarios de contexto. El objetivo era el de compendiar datos que podrían ser utilizados en la construcción de indicadores de tipo social, cultural, económico y educativo que se cree que influyen, o están asociados con el rendimiento de los estudiantes. El cuestionario del profesor se incluyó por primera vez en la edición del 2015, con carácter opcional.

Ya desde los inicios de PISA se indica que tales cuestionarios son herramientas centrales para permitir el análisis de resultados en términos de las características de los estudiantes y las escuelas y que, junto con la información obtenida a través de otros instrumentos y programas de la OCDE, permitirán alcanzar los siguientes objetivos (OECD, 1999, pág. 15):

- Comparar las diferencias en los resultados de los estudiantes según las variaciones en los sistemas educativos y el contexto de enseñanza.
- Comparar las diferencias en los resultados de los estudiantes con las diferencias en el contenido curricular y pedagógico.
- Considerar las relaciones entre el desempeño de los estudiantes y factores escolares como el tamaño y recursos, así como las diferencias entre países en estas relaciones.
- Examinar las diferencias entre países en la medida en que las escuelas moderan o aumentan los efectos de los factores estudiantiles a nivel individual en el rendimiento.
- Considerar las diferencias en los sistemas educativos y el contexto nacional que están relacionados con las diferencias en el rendimiento de los estudiantes entre países.

Desde esa primera edición de PISA, los cuestionarios de contexto y los destinatarios de los mismos han cambiado considerablemente. Así, en la edición del 2012, PISA señala que es hora de reconsiderar el marco general que guía el desarrollo de los cuestionarios de contexto y la forma en que se utiliza la información que aportan para analizar y proporcionar datos.

Entre 2000 y 2009, los cuestionarios de los estudiantes, por ejemplo, han recopilado datos sobre más de 70 indicadores (escalas de los datos agregados del cuestionario), que cubren los recursos y actividades familiares, el ambiente de aprendizaje en la escuela y en el aula, y las creencias y motivaciones del alumnado. Sin embargo, ninguna de esas escalas ha sido administrada en todas las ediciones y la mayoría de ellas (más de 55 indicadores) se han utilizado solo una vez. Así, cada edición PISA ha sido, en parte, diseñada como un estudio sobre contextos de aprendizaje centrados en la competencia principal de evaluación, dando la impresión de que el contenido del cuestionario se ha determinado, en gran medida, por prioridades del momento en lugar de por políticas a largo plazo u objetivos de investigación. Sin lugar a dudas, este principio de diseño fue útil en tanto en cuanto que los cuestionarios aún estuvieran en desarrollo y nuevos dominios de evaluación siguieran surgiendo (OECD, 2013a, pág. 168).

En el mismo informe de la OECD (2013a) se incide en que el diseño y el marco analítico de los cuestionarios continuarán adaptándose a los cambios en la sociedad y la educación, como por ejemplo, la creciente importancia de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) una herramienta de aprendizaje y de dominio de las habilidades interdisciplinarias, o la creciente necesidad de combinar múltiples entornos para el aprendizaje de los estudiantes (escuelas, programas extraescolares, e-learning, o incluso la educación en el hogar). PISA requiere de una arquitectura coherente para futuros cuestionarios de contexto que equilibren la estabilidad con la innovación y dominios específicos con temas generales (OECD, 2013a, pág. 168). Así en OCDE (2013a, pág. 189 y ss.) se estableció una estructura de conjunto que configuró el contenido básico del cuestionario de contexto que debe mantenerse comparable entre los ciclos para permitir un seguimiento continuado de los sistemas educativos. En la edición de PISA 2015, con la introducción de la evaluación en formato digital, se consolida y elabora con más detalle el marco establecido en el 2012, presentándolo como el que será utilizado al menos hasta el 2024 en que se cierra ciclo (OECD, 2016d).

En consonancia con los objetivos de PISA, a partir de los cuestionarios de contexto esta evaluación internacional pretende ofrecer tres tipos de resultados relevantes para las políticas educativas (OECD, 2013a, pág. 169):

-
- i. Indicadores que miden el funcionamiento, la productividad y equidad de los sistemas educativos.
 - ii. Conocimiento de los factores que determinan la efectividad educativa.
 - iii. Una base de datos comparativa, confiable y sostenible que permite a los investigadores de todo el mundo indagar aspectos tanto básicos como orientados a las políticas educativas.

Los cuestionarios que se aplicaron en el 2012, edición en la que se centra una parte importante de esta investigación, son los siguientes:

El *cuestionario del centro*: se administra a las personas que ostentan la dirección de los centros escolares y pregunta sobre la estructura y organización de la escuela; los estudiantes y docentes; los recursos del colegio; la enseñanza, currículo y evaluación que se llevan a cabo en el centro; el clima escolar; las políticas y prácticas de la escuela; educación financiera que se enseña.

El *cuestionario del estudiante*: aborda las características del alumno y su historia educativa; contexto familiar y recursos del hogar; el aprendizaje y experiencia en matemáticas; experiencia con diferentes tipos de problemas de matemáticas en el centro; clima escolar del colegio y del aula y experiencias de resolución de problemas.

Se administran dos cuestionarios opcionales al alumnado: un *cuestionario sobre la trayectoria escolar* que cubre la historia académica de los estudiantes, sus aspiraciones profesionales y preguntas sobre el aprendizaje de idiomas; y un cuestionario sobre el *acceso de los estudiantes a las tecnologías de la información y la comunicación* (TIC) y el uso y actitudes que tienen hacia ellas.

Un tercer *cuestionario* opcional para *familias* versa sobre: antecedentes familiares; el coste de los servicios educativos; actitudes de los padres hacia la escuela de sus hijos; su participación en el centro escolar; elección del colegio; apoyo de los padres para el aprendizaje en casa; las matemáticas en la futura carrera y acceso al mercado laboral de sus hijos; expectativas académicas y profesionales en matemáticas; historial académico de los hijos; intereses profesionales de los niños; y antecedentes de inmigración de la familia. (OECD, 2013a, pág. 209).

Al haber aumentado considerablemente el número de preguntas del cuestionario de contexto de los estudiantes, en el 2012 se aplicó siguiendo una distribución matricial similar a la que se hace para las preguntas cognitivas que se les plantean para medir el rendimiento de las diferentes competencias, en tres modelos: A, B y C.

En la edición del 2015 se añadió a los anteriores un cuestionario opcional para los profesores: Uno general dirigido a los docentes del centro donde se aplica PISA y otro específico para el profesorado de ciencias.

En el estudio que aquí se presenta se analizan con detalle algunas de las preguntas de los cuestionarios de contexto que se utilizan para construir determinados índices, así como la metodología de análisis de los datos que sigue PISA, mostrando como muchas de las conclusiones que presenta en sus múltiples informes no están suficientemente justificadas.

Capítulo 2

Oportunidad para aprender contenido: estudio crítico del análisis de PISA 2012

1. La oportunidad para aprender

Breakspear (2012) indica que los resultados de PISA se utilizan a menudo para informar sobre las políticas nacionales en educación y comprender cómo los factores de aprendizaje en el aula conforman medidas de *oportunidad para aprender* (OTL) que pueden afectar el rendimiento de los estudiantes y, posiblemente, proporcionar información importante para que cada país participante desarrolle y enfoque reformas de políticas educativas. Por lo tanto, la investigación de las medidas OTL y cómo se relacionan con el desempeño del estudiante también puede aumentar la utilidad de los resultados de PISA para propósitos de desarrollo de políticas educativas (Wihardini, 2016).

Schmidt, Zoido y Cogan (2014) plantean que la escuela desempeña un papel muy importante en la configuración del aprendizaje de los estudiantes, y de ahí que una evaluación de lo que en ella sucede pueda ayudar a explicar las brechas en su rendimiento, especialmente en matemáticas, pues la variabilidad de resultados en esta área puede estar asociada no sólo con la habilidad innata de los estudiantes, sino que también puede verse afectada por tener acceso a *oportunidades de aprendizaje positivas* tales como un buen plan de estudios, profesorado de calidad y un buen ambiente de aprendizaje y apoyo, proporcionado por la escuela (Flores, 2007).

En una escuela efectiva, los estándares de currículo prescritos se traducen en una enseñanza adecuada para los estudiantes, al tiempo que se proporcionan los recursos humanos y económicos necesarios. Sin embargo, debido a muchos factores, el plan de estudios previsto puede no implementarse completamente en el aula. Además de depender de los recursos escolares, la implementación del currículo también está influida por la capacidad del docente para interpretar, enseñar y evaluar los estándares prescritos, si bien incluso en la misma aula con el mismo profesor cada estudiante puede beneficiarse en grado diferente de las actividades que éste les propone (Schmidt y Maier, 2009; Connor et al., 2009).

Por lo tanto, es importante conocer la experiencia de *aprendizaje en el aula* de los estudiantes, así como las opiniones de los docentes o la dirección de la escuela sobre los aspectos de dicha oportunidad que se proporcionan a nivel de aula y cuáles a nivel de centro.

Ahora bien, antes de centrarnos en lo que PISA presenta como *oportunidad para aprender* es importante hacer una revisión de lo que la investigación educativa plantea como OTL.

1.1 Historia de la OTL

El concepto de OTL se consideró uno de los muchos factores externos que pueden explicar la variabilidad del rendimiento de los estudiantes. Fue introducido por John Carroll con la intención inicial de averiguar si los estudiantes tenían tiempo suficiente para comprender los conceptos y recibían instrucciones adecuadas para aprender; se centraba básicamente en la medida de la exposición a los contenidos en el horario escolar, entendida como tiempo de aprendizaje (Carroll, 1963; Abedi et al., 2006); específicamente definió la OTL como "*La cantidad de tiempo permitido para el aprendizaje, por ejemplo, por un horario escolar o programa*" (Carroll, 1989, pág. 26). Carroll (1963) introdujo una medida temprana del aprendizaje en función de las características de los estudiantes y aseguraba que su grado de aprendizaje dependía de cinco factores:

- *Aptitud*: La cantidad de tiempo que un individuo necesita para aprender una determinada tarea teniendo unas condiciones de enseñanza óptimas.
- *Habilidad*: La capacidad del estudiante para entender las enseñanzas o instrucción.
- *Perseverancia*: La cantidad de tiempo que un individuo está dispuesto a participar activamente en el aprendizaje.
- *Oportunidad para aprender*: El tiempo permitido para aprender.
- *Calidad de la enseñanza*: El grado en que se presenta la enseñanza, sin tener en cuenta el tiempo adicional que se precisaría dependiendo de la aptitud del aprendiz.

De estos cinco factores, los tres primeros son características de los estudiantes y los dos últimos son externos al educando, bajo el control directo del docente, pero potencialmente influenciados por otros aspectos del sistema educativo.

Después, otros investigadores, teniendo en cuenta los factores anteriores, han desarrollado índices de tiempo de aprendizaje más sensibles a la enseñanza para analizar las contribuciones de la OTL al rendimiento estudiantil. Así, en el modelo que presentó Borg (1980, págs. 34-35) se expresó el **grado de aprendizaje de un estudiante** como una **función del cociente** del *tiempo dedicado al aprendizaje* y el *tiempo necesario para aprender*, siendo el *tiempo dedicado al aprendizaje* el producto de "oportunidad de aprender" y "perseverancia" y considerando el *tiempo necesario para aprender* el producto de la "aptitud", la "calidad de enseñanza" y la "capacidad de entender la instrucción"; así pues, la *oportunidad para aprender* es una de las cinco variables que contribuyen al grado de aprendizaje de un estudiante, tal y como se puede ver en la expresión esquemática del modelo de Borg:

$$\begin{aligned} \text{Grado de aprendizaje de un estudiante} &= f\left(\frac{\text{Tiempo dedicado al aprendizaje}}{\text{Tiempo necesario para aprender}}\right) \\ &= f\left(\frac{\text{OTL} \times \text{Perseverancia}}{\text{Aptitud} \times \text{Calidad de enseñanza} \times \text{Capacidad para aprender la instrucción}}\right) \end{aligned}$$

Sin embargo, algunos estudiosos del tema plantearon su desacuerdo con esta definición de la OTL. Así, Barr y Dreeben (1983) argumentan que el modelo de Carroll analiza sólo factores sobre el aprendizaje individual, al describirlo como una función de factores que influyen en el estudiante, olvidando el aprendizaje escolar, pues no hace referencia a cómo se producen tales factores en los entornos sociales del aprendiz que se concretan en la escuela y el aula.

Otros investigadores también han definido la OTL en relación con el contenido cubierto durante la instrucción. El objetivo de tal enfoque es conocer hasta qué punto el contenido de la instrucción se superpuso con el contenido de las evaluaciones (superposición de contenidos). En el trabajo de Husén (1967) con la IEA, en el Primer Estudio Internacional de Matemáticas (FIMS), se ejemplifica esta línea de investigación, donde los docentes informaron sobre la cobertura en su aula de los constructos evaluados en la prueba.

En el FIMS la OTL se definió como la "*oportunidad para que el estudiante estudie un tema en particular o aprenda cómo resolver un tipo particular de problema presentado por la prueba*" (Husén, 1967, págs. 162-163, citado en Burstein, 1993). Husén señala que la OTL es

uno de los factores que podría influir en el rendimiento de las evaluaciones, asegurando que "si los estudiantes no tienen la oportunidad de aprender, podrían en algunos casos aplicar conocimientos para dar una solución en determinados temas, pero la probabilidad de dar una respuesta correcta podría reducirse" (Husén, 1967, págs. 162-163, citado en Burstein, 1993). Se consideró en este caso que la OTL era uno de los factores que habría de medirse para conocer el entorno de aprendizaje del alumnado (Cogan y Schmidt, 2015).

Desde el año 1964 en que se aplicó el FIMS, la OTL ha sido considerada una variable relevante de la política educativa para interpretar el desempeño o rendimiento de los estudiantes en la **comparación de estudios internacionales** posteriores.

La IEA, junto con algunos estudios internacionales, también analizó la OTL bajo dos aspectos del currículo: el *previsto* y el *implementado* (un tercero sería el currículo *alcanzado*, que es lo que los estudiantes aprendieron; el aprendizaje en sí mismo, en lugar de una OTL). Para cada uno de los dos aspectos, se puede medir la OTL como la cantidad de tiempo que se pretende dedicar (currículo *previsto*), o el empleado en realidad (currículo *implementado*). Según Floden (2002) a nivel nacional, por ejemplo, se podría ver si un tema fue incluido o no, y para ver el énfasis que se le da, se puede observar el número de preguntas que en la evaluación se le dedican al tema, o buscando otras medidas de su importancia. Para el currículo implementado, el énfasis en un tema podría ser medido por la cantidad de tiempo que se le dedica (probablemente la medida más común), contando el número de páginas de libros de texto dedicadas el tema, preguntando al profesorado sobre la importancia que se le ha dado al tema, y así sucesivamente.

Si bien la idea de tiempo dedicado a la tarea parece bastante sencilla, los elementos subyacentes son complejos y difíciles de medir. Berliner (1990) trató de explicar la naturaleza multifacética del tiempo de enseñanza mediante la identificación de diferentes elementos, entre los que se incluyen:

- *Tiempo asignado* (programado): los tiempos de instrucciones generales y por asignatura establecidos por el estado.
- *Tiempo dedicado* o comprometido: tiempo en el que los estudiantes prestan atención a los materiales con objetivos educativos.

- *Tiempo en la tarea*: un subconjunto del tiempo dedicado, esta medida se centra en la dedicación del estudiante a una tarea de aprendizaje específica, en lugar de la dedicación general que puede no estar relacionada con la tarea.
- *Tiempo de aprendizaje académico*: una medida más compleja sobre el éxito en el uso del tiempo (la "productividad") dedicado a tareas para el aprendizaje.
- *Tiempo de transición y tiempo de espera*: dos medidas del tiempo asignado a la instrucción que no es utilizado como tal.
- *Aptitud y perseverancia*: medidas de la capacidad del estudiante y la voluntad de dedicarse o comprometerse en la tarea académica. También se pueden medir como parte del tiempo de enseñanza o instrucción de conceptos.
- *Ritmo*: una medida que combina la enseñanza de contenidos y el tiempo, y la compensación entre amplitud y profundidad de tales contenidos.

Berliner et al. (1978, 1990) refinaron la concepción de OTL para obtener una mayor relación con el rendimiento, añadiendo información sobre la implicación de los estudiantes en las tareas de enseñanza y sobre el contenido y dificultad de los ejercicios que se les proponían en los instrumentos de medición. Su idea era que el rendimiento de los estudiantes se podía predecir de una forma más precisa sustituyendo el "tiempo asignado" por el "tiempo comprometido o dedicado", entendido como el tiempo que los estudiantes están prestando atención.

Argumentaron que para que la OTL influyese realmente el estudiante no solo debe participar, sino que debe hacerlo en alguna tarea que sea relevante para el contenido que se debe aprender. Finalmente, el grupo de investigadores estudió qué nivel de dificultad de las tareas estaba más relacionado con el aprendizaje de los estudiantes, preguntando si era más productivo el que trabajasen en ejercicios que pudiesen completar con tasa de éxito alta, moderada o baja. En este tema no obtuvieron ninguna conclusión, si bien determinaron que la versión de la OTL más ligada al aprendizaje de los estudiantes es la que denominaron "*Tiempo de aprendizaje académico*" (Academic Learning Time, ALT), definida como "*la cantidad de tiempo que un estudiante dedica a una tarea académica (relacionada con el aprendizaje previsto) que puede realizar con gran éxito*" (Fisher et al., 1980, pág. 8).

Benavot y Amadio (2004) analizaron los tiempos de exposición de los estudiantes a la OTL, entendida como horas anuales previstas oficialmente que deberían estar en la escuela y la estructuración curricular de éstas por asignatura, y afirman que el rendimiento del alumnado aumenta cuando se le proporciona una OTL mayor, especialmente cuando se maximiza el *tiempo comprometido de aprendizaje*.

Ahora bien, medir los aspectos de OTL señalados implica una enorme recopilación de datos y de fuentes diversas. Así, por ejemplo, para *tiempo asignado* habría que contar con datos proporcionados por los docentes; el *tiempo comprometido* requiere de estimaciones sobre la proporción de tiempo que los estudiantes están prestando atención y también se precisa de juicios acerca de la relevancia de lo que capta la atención de los estudiantes (proporcionando los datos tanto los docentes como los estudiantes); y la *medición de la ATL* requiere nuevamente de estimaciones, por parte de los actores implicados en el proceso, sobre el grado en que los estudiantes completan las tareas con éxito.

El pensamiento que subyace a la OTL parte de una premisa simple: el aprendizaje es, hasta cierto punto, una función del tiempo y el esfuerzo, es decir, sin dedicar el tiempo adecuado a una tarea, no es posible aprender (Gillies y Quijada, 2008).

Así pues, la idea inicial de OTL, refiriéndose básicamente al tiempo de aprendizaje, fue revisada posteriormente por parte de diferentes investigadores educativos y la preocupación por el contenido que se impartía en las aulas llevó a que responsables políticos, como en los casos de las reformas educativas de Estados Unidos (No Child Left Behind – NCLB, 2001) y Australia (Melbourne Declaration, 2008), planteasen la definición de planes de estudio mediante el establecimiento de un conjunto riguroso de los denominados estándares de contenido académico, que representan el currículo que debería impartirse en las escuelas. A partir de las reformas, el interés de los expertos se centró en dos aspectos: en primer lugar conocer en qué medida había correspondencia entre el currículo desarrollado por los maestros y el plan de estudios previsto por el estado; en segundo lugar evaluar el conocimiento del currículo que tienen los estudiantes. Con relación al primero, para medir el alineamiento entre ambos currículos, Porter (2002) desarrolló las Encuestas de Currículo Aprobado (Surveys of Enacted Curriculum – SEC). Para el segundo, se plantearon pruebas de

rendimiento a gran escala que corresponden con los estándares de contenido establecidos en los planes de estudio (Rowan, Camburn y Correnti, 2004; Klenowski y Wyatt-Smith, 2012).

La relación entre el contenido previsto a desarrollar en las aulas y el que es objeto de evaluación es un punto clave en cuanto a la evolución de la OTL, ya que la OTL aún conceptualmente el uso por parte de los docentes de una variedad de enfoques pedagógicos que les permitan asignar los tiempo de enseñanza y cobertura de contenido adecuados a los estándares recogidos en los planes de estudios (Elliott y Bartlett, 2016).

En la legislación de los Objetivos 2000, que los EE.UU. habían establecido antes de NCLB, ya se buscaba responsabilizar a las escuelas y los sistemas escolares de los resultados de los alumnos a través de estándares OTL voluntarios que establecían criterios para asegurar los “*recursos, prácticas y condiciones*” necesarios para que el aprendizaje de los estudiantes fuese posible (Ysseldyke, Thurlow y Shin, 1995). Tales estándares OTL señalaron las siguientes áreas que deberían ser objeto de análisis:

- Planes de estudio o currículo y materiales.
- Capacidad docente.
- Desarrollo profesional continuado.
- Alineación del currículo con las prácticas de enseñanza y con evaluaciones sobre estándares de contenido.
- Seguridad y protección en el ambiente de aprendizaje.
- Políticas, currículos y prácticas no discriminatorias.
- Financiación escolar.
- Otros factores que aseguren a los estudiantes la clara oportunidad de lograr conocimientos y habilidades.

Gillies y Quijada (2008) aceptan estos estándares OTL e indican que, si bien son apropiados y relevantes, no captan los factores clave adaptados a los países en desarrollo y plantean para tales países una OTL básica centrada en una serie de medidas de importante impacto previas a que los elementos anteriores se vuelvan relevantes. Proponen un índice de ocho factores, que constituyen los elementos centrales de una *oportunidad para aprender fundamental* y que se concretan en:

- Una escuela abierta y situada cerca del estudiante.

- Un mínimo de horas de instrucción.
- Ausencia de absentismo o retraso del profesorado.
- El no absentismo o retraso de los estudiantes.
- Tamaño apropiado del aula y ratio profesor – estudiantes.
- Los materiales de aprendizaje disponibles para todo el alumnado y que se usen regularmente.
- Tiempo dedicado a las tareas.
- La comprensión lectora.

En el año 2006 Wihardini señaló que el concepto OTL había recuperado su popularidad con la promulgación de la NCLB (2001) y que son muchos los estudios a nivel nacional e internacional que intentaron enfatizar, redefinir y medir OTL como un factor importante para explicar la variabilidad del rendimiento académico de los estudiantes (Stevens, 1993; Stevens y Grymes, 1993; Guiton y Oakes, 1995; MacDonnell, 1995; Porter, 1995; Herman y Klein, 1996; Wang, 1998; Floden, 2002; Flores, 2007; Schmidt y Maier, 2009; Schimdt et al., 2015). Además, indicó que en tales estudios, al igual que ya habían señalado Stevens y Grymes (1993), se reconocen cuatro factores potenciales principales relacionados con la OTL, que explicarían las diferencias en el rendimiento de los estudiantes:

1. *Cobertura de contenido*, que indica en qué medida se cubrieron adecuadamente los contenidos del currículo básico mediante las actividades de aprendizaje propuestas y las pruebas realizadas, para un curso o grado determinado y una materia en concreto.
2. *Exposición al contenido*, que indica hasta qué punto se proporciona el tiempo asignado y la profundidad de la enseñanza (tiempo en la tarea) para que los estudiantes aprendan y cubran adecuadamente los contenidos del plan de estudios.
3. *El énfasis del contenido*, que indica hasta qué punto la selección de temas o contenidos cubre el plan de estudios establecido.
4. *Calidad de la enseñanza*, que indica en qué medida las estrategias de enseñanza en el aula se aplican para satisfacer las necesidades educativas de todos los estudiantes.

Las investigaciones tienden a centrarse sólo en una o dos de las tres primeras categorías de la OTL, mientras que la calidad de la enseñanza se considera a menudo una entidad separada. Independientemente de la aproximación que los diferentes investigadores estén considerando, la OTL se entiende como un conjunto de entradas y procesos que se producen en el contexto escolar para lograr que los estudiantes consigan los resultados previstos y, consistentemente, han caracterizado el *tiempo de enseñanza* y el *contenido* como elementos centrales de la OTL, junto con algunos indicadores de *calidad de la enseñanza*.

1.2 Influencia de la OTL

Ya hace más de dos décadas, McDonnell (1995) y Guiton y Oakes (1995) señalaban que la OTL juega un papel importante en educación. Otros investigadores, en especial aquellos que trabajan con grandes bases de datos, se han centrado en las *escuelas* o los *planes de estudio* (por ejemplo de matemáticas) como unidad de análisis; así, con esta aproximación a la OTL se han analizado como predictores del rendimiento de los estudiantes indicadores como los cursos realizados, tipos de programas seguidos (de recuperación, para profundizar) o el uso de las tecnologías (Muthén et al., 1995). Otros estudiosos del tema, como Porter (2002) o Kurz (2011), se han centrado en sus estudios en una OTL referida al *aula* y por tanto ponen especial atención en las acciones del profesorado.

Floden (2002) señala que la aportación de la OTL en los trabajos comparativos internacionales puede entenderse bajo dos puntos de vista:

- Como explicación de las diferencias de rendimiento tanto dentro como entre países.
- Como una variable transnacional de interés por sí misma.

Para entender el primer punto de vista, se puede suponer un país con bajo rendimiento en álgebra y con pocas oportunidades para que los estudiantes aprendiesen contenido de esta subárea de las matemáticas; la explicación de la baja puntuación es que los estudiantes no sabían el contenido porque nunca se les había enseñado. El segundo caso iría referido al interés de los responsables de la formulación de políticas educativas; así, por ejemplo, podrían estar interesados en ver que en algunos países se han incluido contenidos de álgebra para todos los estudiantes en un nivel intermedio mientras que en el suyo propio dicho contenido

se consideró apropiado sólo para los estudiantes de una determinada rama académica o un nivel superior.

Schmidt y sus colegas, a lo largo de diversos trabajos (2009, 2014, 2015) han conceptualizado la OTL en términos de *cobertura de contenido*. Se centraron en el aspecto de la *exposición al contenido* de OTL porque es "*el más importante en términos de aprendizaje del contenido*" (Schmidt y Maier, 2009) y lo asociaron a la alfabetización matemática del estudiante según lo evaluado en PISA 2012. Al realizar las comparaciones internacionales de OTL Schmidt et al. (2014) encontraron que las diferencias de *exposición al contenido* en las escuelas dentro de un país tenían una relación estadísticamente significativa y fuerte con el rendimiento de los estudiantes.

1.3 La medición de la OTL

Desde el inicio de los estudios sobre la OTL, tanto los responsables de desarrollar políticas docentes y pedagógicas como quienes se dedican a la investigación educativa parecen estar de acuerdo en que los indicadores OTL deben describir los recursos, las condiciones de la escuela, el currículo y la instrucción a la que los estudiantes tienen acceso (Burstein, 1993; Guiton y Oakes, 1995; Wiley y Yoon, 1995).

Antes de presentar con más detalle la medición que se hizo de la OTL en estudios internacionales hay que indicar que hay experiencias de medición, a nivel local o estatal realmente relevantes, como la realizada en California en 1993 sobre la *oportunidad para aprender matemáticas*. El estudio se realizó conjuntamente por el Departamento de Educación, el de Evaluación del Aprendizaje y la Universidad de California (Herman et al., 1995) y participaron 37 aulas, 27 docentes, más de 800 estudiantes de octavo grado (equivalente a 2º de Educación Secundaria en España) y 14 centros educativos. Para conocer la OTL indagaron sobre el *contenido curricular*, las *prácticas educativas* de los docentes y la *relación de las clases y las pruebas externas* propuestas por el Departamento de Evaluación del Aprendizaje, preguntando al profesorado y al alumnado; además, en el caso de las prácticas educativas se revisaron los materiales utilizados en el aula por cada uno de los enseñantes. Por último, proporcionaron información, sólo los profesores, sobre otros dos aspectos de medición de la OTL: el tiempo que utilizaron para *preparar al alumnado para la*

prueba externa y la calidad de los recursos para enseñar, mediante los cuales pretendían conocer su formación inicial y continua y el uso de materiales manipulativos en el aula.

Con la ejemplificación anterior se pone de manifiesto que, para hacer una aproximación a la medición de la OTL en un número reducido tanto de centros educativos como de aulas, estudiantes y docentes, se precisó de la colaboración de varias entidades para la recopilación y triangulación de la información: a través de entrevistas, encuestas, materiales y recursos utilizados en el aula, así como el análisis de la correlación entre las respuestas del profesorado y el alumnado a las mismas preguntas.

La medición de la OTL en evaluaciones internacionales tiene sus propias características al tener que intentar solventar tres aspectos clave (McDonnell, 1995; Porter, 1995; Guiton y Oakes, 1995; Herman, Klein y Abedi, 2000; Floden, 2002):

1. No tener definidos unos estándares comunes.
2. La complejidad y coste de reunir la información necesaria.
3. La dependencia entre la definición de la OTL y la forma de medirla.

Teniendo en cuenta la importancia de conseguir centros escolares promotores de la equidad, son muchos los estudios que intentaron determinar qué elementos de la OTL tienen más influencia en el rendimiento (Stevens y Grymes, 1993; Floden, 2002; Schmidt y Maier, 2009; Kurz, 2011). Veamos ahora cómo se abordó en algunas evaluaciones a gran escala.

El FIMS (First International Mathematics Study), que planteó por primera vez conocer qué relación podría haber entre los aspectos de la OTL y el rendimiento, centró la medición de la OTL en conocer si los estudiantes habían tenido la oportunidad de estudiar determinados conceptos o aprender cómo resolver los tipos de problemas que se plantearon en el test cognitivo del FIMS. Al ser la unidad de evaluación la clase (todo el alumnado de un aula participaba en el estudio si era muestreada) decidieron preguntar a los docentes si los alumnos habían visto el tema que trataron con cada ítem de la prueba de matemáticas. En el estudio se planteó la hipótesis de que, cuantos más temas hubiesen cubierto los examinados, mayor sería el nivel de OTL de los estudiantes en el aspecto del contenido; eso implicaría que tuviesen una mayor capacidad para dar respuestas correctas a las preguntas planteadas; sin embargo, **solo se encontró una correlación modesta entre la OTL y el rendimiento de los estudiantes** en FIMS. Algunos investigadores señalaron que una relación tan baja podría

deberse a que en la redacción que se le dio a la pregunta a los docentes se les pedía que indicasen la proporción (más del 75%, entre 25 y 75% o menos del 25%) del alumnado de la clase que había tenido la oportunidad de aprender un determinado tipo de problema (Floden, 2002; Schmidt y Maier, 2009) y quizás hubo algún tipo de ambigüedad cuando los profesores interpretaban "este tipo de problema". En consecuencia, se llega a la conclusión de que la OTL tenía un uso limitado en la planificación curricular (Husén, 1967).

Además, FIMS no permitía conocer en qué momento de su escolaridad los estudiantes abordaron un determinado tipo de problema, lo que reducía la información sobre el currículo de matemáticas de los países participantes. Se trata de una cuestión importante para averiguar si el contenido necesario para su resolución había sido estudiado recientemente, hacía más tiempo o no se había estudiado.

En SIMS (Second International Mathematics Study) la única pregunta que se hacía a los docentes en el FIMS fue reemplazada por dos cuestiones. En la primera, se les preguntó si los conceptos matemáticos relacionadas con el ítem de la prueba ya se habían trabajado en ese curso, estaban siendo enseñados o se verían más adelante; es decir, estaba en el ámbito de la OTL. En la segunda pregunta se les pedía el porcentaje de estudiantes de su clase que podría resolver el ítem correctamente.

En SIMS se presentó el modelo curricular de tres niveles (Floden, 2002; Schmidt y Maier, 2009): el currículo *diseñado* o planeado, el *implementado* y el *logrado* (respectivamente, estándares establecidos a nivel general, lo que el docente enseña en el aula y lo que realmente han aprendido los estudiantes). Si bien SIMS mejora la medición de la OTL al hacerla específica del currículo *implementado*, introduce otras ambigüedades referidas a la interpretación que los docentes dan a las preguntas planteadas.

En los resultados de *SIMS no se encontraron grandes efectos de la OTL en el rendimiento*, si bien se hallaron diferencias considerables en la OTL dentro de algunos países y entre países (Schmidt y Maier, 2009). Según Floden (2002) es a partir de este estudio cuando la OTL se comenzó a considerar una variable importante para el diseño de políticas educativas, al explicar las diferencias de rendimiento dentro y entre países.

En vista de que la medición de la OTL en FIMS y en SIMS no resultó adecuada, para el momento de diseñar el tercer estudio internacional de la IEA, TIMSS (Trends in International

Mathematics and Science Study), llevado a cabo por primera vez en 1995, Schmidt et al. (1995, 1997) refinaron la medición de la OTL. TIMSS incluyó preguntas para medir la OTL en cada uno de los niveles del modelo curricular establecido en SIMS: *currículo* diseñado o *previsto*, *implementado* y *logrado* o alcanzado (Schmidt y Maier, 2009).

En TIMSS para medir la OTL del currículo *diseñado* se pidió a las oficinas nacionales responsables del currículo de los diferentes países participantes que clasificaran los contenidos específicos por niveles. Para evaluar la OTL a nivel de currículo *implementado*, se solicitó al personal docente que señalase el tiempo de instrucción para cada contenido específico y, para el currículo *logrado* se ilustró relacionando cada ítem de las preguntas cognitivas con un contenido determinado y asignándole una puntuación parcial de tal contenido.

Además, TIMSS introdujo un nivel adicional en el modelo del currículo, *el potencialmente implementado*, donde los libros de texto llegaron a ser una medida de la OTL, ya que los contenidos que presentan, a menudo, se convierten en los que han de ser enseñados en las clases y podrían explicar la variabilidad en el rendimiento de los estudiantes (Tornroos, 2005; Schmidt y Maier, 2009).

Incluso en TIMSS se preguntó a los profesores si pensaban que "los estudiantes podrían encontrar con alguna probabilidad el tema o contenido fuera del ámbito escolar de ese año". Se pretendía clarificar qué ocurría con aquellos ítems en que los estudiantes tuvieron buen rendimiento a pesar de la pérdida de oportunidad para aprenderlos en la escuela, considerándolos como no apropiados como indicadores del éxito escolar, aunque sí podrían ser válidos si la intención de la evaluación fuese concebir el rendimiento del sistema educativo como un todo.

Desde la primera vez que se realizó TIMSS, que se aplica cada cuatro años, las *oportunidades educativas* que se proporcionan al alumnado están asociadas a los tres niveles del currículo.

Además, en el marco de evaluación de TIMSS 2011 (MECD, 2012, pág. 86) se señala que, a nivel de centro, la importancia relativa y la cantidad de tiempo especificado para las Matemáticas, las Ciencias y otras asignaturas, a través de los distintos niveles, puede afectar en gran medida a las *oportunidades de aprender*, y que prácticas tales como el *streaming* o

*tracking*⁴ pueden exponer a los alumnos a un currículo diferente, lo que llevaría a diferencias en la OTL. También en TIMSS 2011 se indica como uno de los factores de la OTL la asistencia, tanto del alumnado como del profesorado (MECD, 2012, págs. 88-89), y que en el caso del profesorado es un problema cada vez mayor (Abadzi, 2007; Clotfelter, Ladd y Vigdor, 2007; Miller, Murnane y Willett, 2007). Las calculadoras, internet o programas de Software también son señalados como recursos que pueden ampliar las *oportunidades de aprender* (MECD, 2012, pág. 96).

Para el estudio de la OTL en las tres dimensiones del currículo, TIMSS continúa recogiendo la información a través de los cuestionarios y de la denominada *Encyclopedia*: en primer lugar, el *cuestionario del currículo*, que está diseñado para recoger información básica sobre la organización de los currículos de cada área, para cada país, también incluye preguntas sobre las políticas de retención y abandono, el análisis del sistema nacional o local, así como, los objetivos y normas para la enseñanza de Matemáticas y Ciencias. Es cumplimentado por una persona responsable del currículo en el país de evaluación.

En segundo lugar, se utilizan los cuestionarios de contexto de profesorado, de estudiantes y de centro. En el *cuestionario de contexto del profesorado* se recoge información sobre las características de las clases de prueba en el estudio de TIMSS, el tiempo de formación, los materiales y actividades para la enseñanza de Matemáticas y el fomento del interés de los estudiantes en las asignaturas, el uso de ordenadores, prácticas de evaluación y deberes (MECD, 2012, pág. 113). Tales preguntas son similares en los niveles 4º y 8º, donde se realiza esta evaluación en la mayoría de los países (también en algunos casos se llevó a cabo en el nivel 12), pero adaptadas a los contenidos de Matemáticas y Ciencias que se imparten en esos momentos de la escolaridad. En el cuestionario de *contexto de los estudiantes* se les pregunta sobre aspectos del hogar y su vida escolar, el entorno familiar, el clima escolar para el aprendizaje y su autopercepción y actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas y la ciencia. En el *cuestionario de centro* se pide información a las direcciones sobre las características demográficas de los estudiantes, la disponibilidad de recursos, los tipos de programas y los entornos de aprendizaje en sus escuelas.

⁴ Supone separar a los estudiantes según su capacidad intelectual o académica.

Por último, está la denominada TIMSS *Encyclopedia*, donde se presenta un compendio completo de cómo se enseñan las Matemáticas y las Ciencias en los países participantes. Cada país que está implicado en la evaluación comparativa TIMSS, además de completar el cuestionario de currículo, prepara un capítulo que resume los aspectos clave de la educación en las áreas de estudio. En conjunto, los datos del cuestionario del plan de estudios y la información de los capítulos presentan un retrato conciso pero rico de la educación matemática y científica a nivel mundial, y hacen de la *Encyclopedia* un recurso indispensable para las políticas y la investigación en educación comparada. El enfoque de medición de la OTL por parte de TIMSS implica el que la información se proporcione por todos los actores educativos de cada país, de ahí que los resultados que se obtienen puedan proporcionar ideas sobre estrategias educativas eficaces para el desarrollo y la mejora del rendimiento en el alumnado.

Otros estudios sobre la medición de la OTL realizados sobre una amplia base de datos son los llevados a cabo por Muthén et al. (1995) y Lee (2004), usando los datos de la NAEP 1992 de matemáticas (National Assessment of Educational Progress en EE.UU). Ambos estudios se realizaron a partir de las respuestas del profesorado a determinadas preguntas. En el caso de Muthén et al. (1995) se le preguntó sobre el énfasis de contenido de matemáticas en los niveles 4º, 8º y 12º y se correlacionó con el rendimiento de los estudiantes en Matemáticas una vez que se tuvieron en cuenta algunas variables de la escuela y de antecedentes del alumnado.

Lee (2004), también sobre sobre la base de datos NAEP 1992, centró su investigación en aspectos de la enseñanza de la OTL, analizando la relación entre los recursos y prácticas pedagógicas y su relación con el rendimiento de la escuela. En este caso para medir la OTL se les preguntó a los profesores de matemáticas en qué medida se centraban en el razonamiento, análisis y comunicación de ideas de matemáticas, con qué frecuencia sus estudiantes trabajaban en pequeños grupos, escribían informes, realizaban proyectos, escribían el proceso de resolución de un problema, hablaban de matemáticas con sus compañeros, resolvían problemas de la vida real y también se les preguntaba sobre la frecuencia de la evaluación usando resoluciones escritas, portfolios, proyectos, etc. (Lee, 2004, pág. 179). Tales preguntas sirvieron de referencia para inferir estrategias de enseñanza y aprendizaje que promueven destrezas cognitivas de orden superior.

Se puede ver que estos estudios se centran en uno o dos aspectos de la OTL del currículo (cobertura de contenido, exposición o énfasis), mientras que sólo unos pocos han evaluado ambos aspectos, el curricular y el de instrucción; en tales casos la forma de medir la OTL fue diferente. Es el caso del SII (Study of Instructional Improvement) llevado a cabo en la Universidad del Estado de Michigan en los inicios del cambio de siglo, que se centró en la cobertura de contenido y en la enseñanza de las matemáticas (Rowan, Harrison, Hayes, 2004; Rowan y Correnti, 2009). Utilizaron una muestra de centros de Primaria, de alta pobreza, donde se habían difundido más ampliamente los programas de tres reformas educativas en Estados Unidos y 509 docentes de 3º y 4º grado, de 53 escuelas cumplieron 19.999 registros de enseñanza. Los profesores tenían que informar en diferentes momentos, durante uno o dos años, sobre los 8 estudiantes que habían seleccionado en cada una de sus clases, de los contenidos e instrucciones que se le daban a cada uno de ellos. En los registros de enseñanza se recopiló información sobre la importancia de los temas en determinados días de aprendizaje y qué instrucciones se les dieron a los estudiantes para trabajar esos temas (Rowan, Harrison, Hayes, 2004). Este estudio, que usó datos de observaciones longitudinales, afirmó que el uso de registros de enseñanza es más efectivo que emplear encuestas anuales, pues los resultados podían explicar mejor la variabilidad en la cobertura de contenido y las prácticas de enseñanza a lo largo del tiempo.

Wang (1998) intentó medir los cuatro aspectos de la OTL tal y como los definieron Stevens y Grymes (1993) y para ello investigó las prácticas de enseñanza y aprendizaje en una muestra de 623 estudiantes de 8º grado de cinco escuelas públicas de California, en 21 clases de ciencias donde impartían docencia 6 profesores de esta materia y analizó cómo estas prácticas se asociaban con el rendimiento de los estudiantes en determinados test; para ello los profesores respondieron a cuestiones sobre el porcentaje de estudiantes que podrían dar respuestas correctas en los test en función de los periodos de clase dedicados a los temas objeto de la evaluación (*OTL de exposición de contenido*). Para el *énfasis en el contenido*, se evaluaron los materiales de enseñanza teniendo en cuenta las páginas dedicadas a determinados conceptos y temas de ciencias. Por último se hicieron varias medidas para operativizar el *factor de calidad*, tales como la preparación del profesorado, la integración de los conceptos, la adecuación de los materiales de enseñanza y materiales y recursos disponibles, incluidos los libros de texto. Aunque no se midieron las prácticas de enseñanza,

esta variable y la exposición de contenido resultaron ser las más predictivas de las puntuaciones de los test de los estudiantes, una vez controladas otras variables.

Kurz (2011) propuso una nueva medición de la OTL evaluando el tiempo dedicado para enseñar y cubrir contenidos. Basándose en los datos de 46 clases de enseñanza media del estado de Arizona, usando un registro electrónico en línea sobre las clases en 20 días elegidos al azar, Kurz et al. (2014) definieron la OTL como el grado en el que las tres dimensiones del currículo (tiempo, contenido y calidad) se relacionan durante la enseñanza y elaboran cinco indicadores para conocer el desarrollo del plan de estudios: 1) Tiempo dedicado al contenido, 2) cobertura de contenidos, 3) procesos cognitivos, 4) prácticas de enseñanza y 5) formatos de agrupamientos. Para ello los profesores tenían que responder a determinadas cuestiones (tiempo previsto y realmente realizado para los contenidos prescritos en los estándares; diferentes niveles cognitivos según la Taxonomía de Bloom; estrategias de aprendizaje; agrupamientos individuales, de pequeño grupo o clase completa; etc.). Inicialmente Kurz et al. (2014) se centraron en analizar la OTL en educación especial pero sus indicadores ya habían incorporado los de estudios de OTL previos (Kurz, 2011), es decir, pueden ser aplicados a la educación en general. Si bien el instrumento de medida fue validado, las puntuaciones de las diferentes medidas OTL señaladas mostraron correlaciones moderadas con el rendimiento y correlaciones prácticamente inexistentes con el índice de alineación curricular que utilizaron.

De una u otra forma, la conceptualización dominante de OTL es que es un constructo que involucra tres aspectos de la acción educativa de los docentes en el aula: *tiempo* de enseñanza, *contenidos* que se han impartido y *calidad* de la instrucción. Son múltiples las razones para medir o evaluar la OTL que se le proporciona al alumnado. En primer lugar, porque aquello que no se evalúa, se devalúa. Además, porque es de interés conocer cómo se proporciona cuando los estudiantes presentan algún tipo de desventaja por dificultades específicas de aprendizaje, por condiciones personales o sociales, de historia escolar o por discapacidad. Finalmente para proporcionar a los docentes indicadores sobre su enseñanza aunque, hasta donde hemos podido indagar, no sea una exigencia de las administraciones educativas locales, regionales o estatales.

Se ha podido constatar que la OTL es difícil de medir, lo que hizo que en muchos momentos recibiese poca atención a nivel escolar o por parte de quienes están interesados

en una enseñanza y aprendizaje efectivos. Sin embargo, con el avance de los medios de comunicación y tecnológicos, en algunos países se desarrollaron herramientas para avanzar en la medición de la OTL, entre las que cabría destacar las del Plan de Estudios Promulgado (*Surveys of Enacted Curriculum, SEC*; Porter, 2002), el Estudio de Mejora Educativa (*Study of Instructional Improvement, SII*; Rowan et al., 2004) y el más reciente Mi Sistema de Orientación de Oportunidades de Aprendizaje educativo (*My Instructional Learning Opportunity Guidance System, MyiLOGS*; Kurz y Elliott, 2012).

Son muy diferentes las formas de definir la OTL y las formas de medirla, ahora bien, en las diferentes evaluaciones y estudios se ha encontrado que muchos de los aspectos de la OTL, si no todos, tienen relación moderada o baja con el rendimiento académico de los estudiantes (Muthén et al., 1995; Gamoran, Porter, Smithson y White, 1997; Wang, 1998; Lee, 2004; Tornroos, 2005; Albano y Rodriguez, 2013; Allen et al., 2013; Mo, Singh y Chang, 2013; Schmidt, Zoido y Cogan, 2014).

En el resto de esta investigación se va a analizar en detalle cómo la evaluación internacional PISA, probablemente la más mediática e influyente a nivel de políticas educativas, define la OTL y realiza su medición, intentando conocer con qué teorías de las presentadas por la investigación educativa coincide, la relevancia de los resultados que encuentra y bajo cuál de los puntos de vista que Floden (2002) señala la entiende.

2. La oportunidad para aprender en PISA

Una de las preocupaciones centrales de PISA es la equidad o justicia en el acceso a la educación y la oportunidad para aprender (OECD, 2009b, pág. 168). Es en la edición del 2009, año en que la competencia principal de evaluación era la lectora, donde encontramos por primera vez una definición específica por parte de PISA sobre la OTL, señalándola como la "*frecuencia de las diferentes actividades de lectura*" (OECD, 2009b, pág. 161) y para medirla consideró indagar sobre el contenido de las actividades de lectura, tanto en la casa como en la escuela.

En OECD (2012, pág. 50) PISA presenta la OTL como una **variable de proceso** tanto a nivel de escuela como de enseñanza; además se dice que un importante objetivo en el momento de diseñar los cuestionarios de contexto fue identificar posibles áreas de investigación relevantes para las políticas educativas, eligiendo, entre las muchas posibles,

aquellas que capitalizasen las fortalezas del diseño de PISA (OECD 2012, pág.49). Para la toma de decisión sobre las áreas de investigación, el Consejo Directivo de PISA (PGB) contó con el asesoramiento del denominado Grupo de Expertos del Cuestionario (QEG), constituido por expertos de diversos países y variados antecedentes en el campo de la investigación (OECD 2012, pág.48). Para comprender un poco mejor la forma en que pareció interpretarse la OTL en ese momento se muestra a continuación un esquema del Marco de Cuestionarios para PISA 2009, donde se contextualiza la OTL tanto a nivel de escuela como de aspectos de enseñanza, junto con otros elementos, que serán considerados por PISA en ediciones posteriores como OTL:

Nivel	Antecedentes	Procesos intervinientes	Resultados
Sistema Educativo como un todo			
Nivel de escuela	Implicación familiar	Énfasis curricular en lectura (OTL)	
		Aspectos de un entorno de apoyo para la enseñanza/aprendizaje	
Aspectos de enseñanza	Tamaño de la clase	Oportunidad de aprender en competencia lectora	Similares a: Alfabetización lectora, compromiso con la lectura y la meta-cognición, diferencias de resultados para estudiantes de diferentes orígenes
	Características del profesor	Condiciones de apoyo de la enseñanza/aprendizaje con respecto a: <ul style="list-style-type: none"> • tareas de alfabetización lectora • compromiso lector • meta-cognición 	
Nivel de estudiante			

Tabla 4. Situación de la variable OTL en el Marco de los Cuestionarios de PISA 2009

Fuente: Elaboración propia a partir de OECD (2012, pág.50)

En ninguno de los seis informes publicados por la OECD sobre la evaluación PISA 2009 se hace mención sobre la oportunidad para aprender, aunque en OECD (2010, pág. 113) se señala la "*lectura para la escuela*" como una de las variables que forman parte del "compromiso con actividades lectoras" que está basada en las respuestas a 17 ítems incluidos en la última página de los cuestionarios cognitivos. En estos se les pregunta a los estudiantes con qué frecuencia han leído o realizado tareas, en el último mes, sobre diferentes tipos de texto para la escuela (bien en clase o como tareas escolares para casa) con cuatro opciones de respuesta: *varias veces, dos o tres veces, una vez, ninguna*.

Ocho de los ítems preguntan sobre los diferentes tipos de textos que los estudiantes usaron en sus clases (sin hacer referencia a que sean específicas de alguna materia), tal y como se refleja en la tabla siguiente:

Durante el último mes, ¿con qué frecuencia has leído los siguientes tipos de textos <u>para la escuela</u> (en las clases o como tareas para casa)?
a) Textos informativos sobre escritores o libros
b) Poesía
c) Textos que incluyen diagramas o mapas
d) Ficción (por ejemplo, novelas o historias cortas)
e) Reportajes de periódicos y artículos de revistas
f) Instrucciones o manuales explicando cómo hacer alguna cosa (por ejemplo, cómo funciona una máquina)
g) Textos que incluyen tablas o gráficos
h) Materiales publicitarios (por ejemplo, anuncios en revistas, carteles)

Tabla 5. Frecuencia con que leen los estudiantes diferentes tipos de textos. PISA 2009

Fuente: Recuperado de https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA09_RFS_questionnaire.pdf.

Los nueve ítems restantes preguntan sobre la frecuencia con que se les pidió realizar diferentes tipos de tareas cuando leían las distintas tipologías de textos. Se presentan en la tabla siguiente junto con la pregunta planteada a los mismos:

Durante el último mes, ¿con qué frecuencia has realizado el siguiente tipo de tareas para la escuela (en las clases o como tareas para casa)?

a) Encontrar información en un gráfico, diagrama o tabla

b) Explicar la causa de sucesos en un texto

c) Explicar cómo se comportan los personajes de un texto

d) Aprender sobre la vida de un escritor

e) Explicar el propósito de un texto

f) Memorizar un texto (por ejemplo, un poema o parte de una obra)

g) Aprender sobre la situación de un texto en la historia de la literatura

h) Describir cómo está organizada la información en una tabla o gráfico

i) Explicar la conexión entre diferentes partes de un texto (por ejemplo, entre una parte escrita y un mapa)

Tabla 6. Frecuencia con que los estudiantes realizan diferentes tipos de tareas. PISA 2009

Fuente: Recuperado de

https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA09_RFS_questionnaire.pdf.

A partir de los diferentes ítems, PISA creó cuatro índices: sobre interpretación de textos literarios (RFSINTRP), sobre el uso de textos conteniendo materiales no continuos (RFSNCONT), sobre actividades de lectura en cursos de literatura tradicional (RFSTRRLIT) y sobre el uso de textos funcionales (RFSFUMAT).

Puesto que tales ítems se ajustan a la definición de PISA para la OTL en lectura, es cuando menos chocante la forma de recabar la información, presentándolos al final de los cuestionarios de rendimiento y no en los de contexto cuando la OTL fue situada en el Marco de los Cuestionarios de contexto.

Lafontaine et al. (2015), usando los datos de PISA 2009, investigaron sobre dos aspectos⁵: por un lado, en qué medida los estudiantes están expuestos a OTL para mejorar sus habilidades de lectura dependiendo de la escuela en que están matriculados y, por otro, los

⁵ En la misma línea de investigación están Scherff y Piazza (2008), quienes definieron la OTL como *las percepciones de acceso y exposición al contenido de lectura y escritura, así como a las tareas y materiales del plan de estudios*, si bien su trabajo manejó datos proporcionados por centros públicos del estado de Florida.

vínculos entre OTL en lectura y los logros a nivel escolar. Usando un modelo de análisis de Teoría de Respuesta al Ítem (IRT) y utilizando 11 de los 17 ítems recogidos en las Tablas 5 y 6, encontraron una correlación alta de dos de las dimensiones de la OTL con el rendimiento en lectura, especialmente en sistemas educativos diferenciados⁶, mostrando una desigual exposición a la OTL en lectura dependiendo de las escuelas, es decir hay una correlación alta entre la OTL en lectura y el rendimiento a nivel de escuela.

Además, los resultados del análisis de regresión multinivel, que hicieron los mencionados autores, mostraron que una proporción sustancial de la varianza entre escuelas del rendimiento en la competencia lectora podía explicarse por la OTL en lectura y por el estatus socioeconómico y cultural (ESCS) de la escuela. La proporción de la varianza entre escuelas explicada conjuntamente por la OTL y el ESCS es mayor en los sistemas educativos diferenciados que en los comprensivos.

El tratamiento de la OTL en la edición de PISA 2012 ocupó muchas páginas tanto en el Marco teórico, en el Informe Técnico, como diferentes informes, aunque *no está claro en absoluto qué acepción de oportunidad para aprender es la que se pretende medir*.

Si partimos del Marco Teórico (OECD 2013a, págs. 186-187) encontramos la OTL como la *"cobertura de categorías de contenido y tipos de problemas"*, y así, parece que PISA considerase la OTL tal y como la entienden Schmidt y Maier (2009), quienes se basan en un argumento simple: "Lo que los estudiantes aprenden en la escuela está relacionado con lo que se enseña" (p. 541), y se centran en el sentido más restrictivo de la OTL " la exposición a los contenidos de los estudiantes" (pág. 542).

Ahora bien, en el mismo informe (OECD 2013a, pág. 175) se presenta una tabla bastante similar al Marco de Cuestionarios para PISA 2009 denominada Taxonomía bidimensional de resultados educativos y factores predictivos, en que la OTL figura como una variable de proceso a nivel de aula, tal y como se ve en la estructura esquemática siguiente:

Nivel	Antecedentes (entrada)	Procesos intervinientes	Resultados
-------	------------------------	-------------------------	------------

⁶ Se habla de sistemas educativos *diferenciados*, frente a los *integrales* o *comprensivos*, para referirse a aquellos en que la educación básica puede cursarse por diferentes itinerarios, mientras que en los integrales hay uno único.

Estudiantes			
Aulas	Tamaño de la clase, contexto socioeconómico y composición étnica. Formación y experiencia docente.	Calidad de la instrucción: estructura, apoyo, Reto. Oportunidad de aprender: currículo implementado, tareas asignadas, actividades relacionadas con las matemáticas, tiempo lectivo o de instrucción, agrupamientos, evaluación y realimentación	Variables agregadas del alumnado
Escuelas			
Países (sistema)			

Tabla 7. Taxonomía bidimensional de resultados educativos y factores predictivos de PISA 2012

Fuente: Elaboración propia a partir de OECD (2013a, pág.175)

PISA 2012 señala como objetivo el identificar los perfiles OTL (2013a, pág. 187) y a la vista de la Tabla 7, la descripción de Oportunidad para aprender va más allá de la definición "cobertura de categorías de contenido y tipos de problemas". Parece que PISA quiere recoger los cuatro tipos de variables OTL más prevalentes en la Investigación (Stevens 1993, pp. 233-234): 1) *Cobertura de contenido*, 2) *Exposición al contenido*, 3) *El énfasis del contenido*, y 4) *Calidad de la enseñanza*.

De hecho, en OECD (2013a, pág. 187), se dice que no es suficiente preguntar sobre la cobertura del contenido para describir procesos de enseñanza y aprendizaje que son propios de la alfabetización o competencia matemática, por las siguientes razones:

- La alfabetización definida por PISA es una medida de rendimiento, que depende de habilidades y procesos matemáticos fundamentales y, por lo tanto, es menos dependiente de los elementos de contenidos específicos que se han enseñado en la escuela.

-
- La calidad de enseñanza de las matemáticas no está determinada por el contenido, sino por la claridad y la estructura, el apoyo a los estudiantes y el desafío cognitivo.

En PISA 2009 la OTL se consideró una *variable de proceso* que influía tanto a *nivel de escuela* como de *aspectos de enseñanza* y la OTL para matemáticas de 2012 se consideró también una *variable de proceso*, pero a *nivel de aula*. Ambas acepciones parecen bastante cercanas pero no se pueden asimilar pues en las Tablas 5 y 6 (preguntas del 2009) se observa que se pregunta a los estudiantes sobre la frecuencia de los tipos de tareas de lectura que realizan en el aula y como *tareas para casa*, mientras que en las Tablas del 10 al 15 vemos que en el año 2012 se les pide la frecuencia de los tipos de problemas de matemáticas que realizan en el aula y en las *pruebas de evaluación*. Hay un elemento común en las preguntas: tareas en el aula, pero en el 2009 el segundo elemento es el trabajo escolar en casa y, sin embargo, en el 2012 son los exámenes o pruebas de evaluación.

En OECD (2013a, pág. 168) se indica que los cuestionarios se diseñaron para añadir otras variables tales como actitudes y estrategias matemáticas, indicadores de calidad de la enseñanza. Se incluye la posibilidad de que los estudiantes fuesen expuestos a los tipos de problemas utilizados en PISA en la evaluación de rendimiento (es decir, *oportunidad para aprender*), así como variables de contexto a nivel de escuela y de sistema. En el mencionado Marco Teórico de PISA 2012, un poco más adelante (pág. 179) se plantea que la OTL está fuertemente influenciada por los currículos y la selección de materiales didácticos. Sin embargo, las descripciones formales de los procesos educativos en las escuelas son, a menudo, engañosos porque la implementación de los mismos difiere mucho entre ellas (Fullan y Stiegelbauer, 1991; Fullan, 1992). En consecuencia, *los cuestionarios PISA intentan obtener información sobre los procesos educativos directamente de los participantes, y especialmente de las direcciones de las escuelas* (OECD 2013a, pág. 179).

En el informe OECD (2013a, pág. 187) se indica que PISA 2012 tiene como objetivo identificar los perfiles en las oportunidades de aprendizaje a nivel de país (y probablemente de escuela) y que para ello a los estudiantes se les mostrarán tareas matemáticas cuidadosamente elaboradas, algunas de las cuales representan habilidades matemáticas y categorías de contenido, y otras se refieren a tareas más tradicionales que requieren

procedimientos demostrativos. Después se les pide que juzguen si y con qué frecuencia han visto tareas similares en sus lecciones de matemáticas y en exámenes que hayan hecho. Así, es posible medir la OTL (agrupada a nivel de países, y posiblemente a nivel de escuela también) de una forma que permita la diferenciación entre tipos de problemas y de contenidos. También a los estudiantes se les pide que estimen su familiaridad con ciertos conceptos matemáticos y PISA indica que esta medida podría ser usada como un *indicador aproximado de la OTL* (OECD 2013a, pág. 187).

En el primer volumen que PISA presenta como informe de resultados de la edición de 2012 (OECD, 2013c) se hace un amplio tratamiento de la OTL, en este caso centrándose en matemáticas, que es la competencia principal de evaluación. En OECD (2013c, pág. 147) se dedica un capítulo a examinar si y cómo la exposición al contenido de matemáticas, conocida como "*oportunidad para aprender*", está asociada con el rendimiento de los estudiantes. En el cuestionario de contexto de los estudiantes aparecen seis preguntas múltiples, diseñadas para medir la OTL y que se muestran a continuación:

PREGUNTA 1 (Denominada **ST61** en el cuestionario de los estudiantes)

¿Con qué frecuencia te has encontrado con los siguientes tipos de tareas de matemáticas durante tu tiempo en la escuela?

a) Calcular a partir de un horario de trenes cuánto tiempo se necesita para ir de una ciudad a otra.

b) Calcular cuánto aumenta el precio de un ordenador al sumarle los impuestos.

c) Calcular cuántos metros cuadrados de baldosas necesitarás para embaldosar un suelo.

d) Entender tablas científicas que aparezcan en un artículo.

e) Resolver una ecuación como la siguiente: $6x^2 + 5 = 29$

f) Calcular la distancia real entre dos lugares en un mapa con una escala de 1:10 000

g) Resolver una ecuación como la siguiente: $2(x+3) = (x + 3) (x - 3)$

h) Calcular el consumo de energía por semana de un aparato electrónico.

i) Resolver una ecuación como la siguiente: $3x+5=17$

Tabla 8. Pregunta 1 para cubrir aspectos de OTL

Fuente: PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I), (OECD 2013c, pág. 170)

Para esta primera pregunta los estudiantes tenían cuatro opciones de respuesta: "Frecuentemente", "Algunas veces", "Raramente" y "Nunca".

PREGUNTA 2 (Denominada **ST62** en el cuestionario de los estudiantes)

En relación con los conceptos matemáticos, ¿en qué medida estás familiarizado con los términos siguientes?

- a) Función exponencial

- b) Divisor

- c) Función de segundo grado

- d) Número genuino

- e) Ecuación lineal

- f) Vectores

- g) Número complejo

- h) Número racional

- i) Radicales

- j) Escala subjuntiva

- k) Polígono

- l) Fracción declarativa

- m) Figuras isométricas

- n) Coseno

- o) Media aritmética

- p) Probabilidad

Tabla 9: Pregunta 2 para cubrir aspectos de OTL

Fuente: Página del INEE (<https://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/pisa-2012.html>)

Las opciones de respuesta para esta segunda pregunta eran cinco: "No lo he visto nunca", "Lo he visto una o dos veces", "Lo he visto varias veces", "Lo he visto a menudo" y "Lo conozco bien, entiendo el concepto".

Las cuatro preguntas siguientes versan sobre la experiencia de los estudiantes con diferentes tipos de problemas de matemáticas en la escuela. Incluyen algunas descripciones de problemas de matemáticas que **los estudiantes han de leer pero que no han de resolver**.

PREGUNTA 3 (Denominada **ST73** en el cuestionario de los estudiantes)

En el recuadro hay una serie de problemas. Cada uno requiere que entiendas un problema escrito y que realices los cálculos adecuados. Normalmente el problema trata de situaciones prácticas, pero los números, las personas y los lugares mencionados han sido inventados. Se te da toda la información necesaria. Aquí hay dos ejemplos:

1) Ana es dos años mayor que Isabel, e Isabel tiene cuatro veces la edad de Dani. Cuando Isabel tiene 30, ¿cuántos años tiene Dani?

2) El señor Herrero ha comprado una televisión y una cama. La televisión costaba 625 €, pero ha conseguido un descuento del 10%. La cama costaba 200 €. Por el transporte a casa ha pagado 20€. ¿Cuánto dinero se ha gastado el señor Herrero?

Tabla 10: Pregunta 3 para cubrir aspectos de OTL

Fuente: PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I), (OECD 2013c, pág. 170)

A los estudiantes se les pidió que recordaran con qué frecuencia habían encontrado anteriormente tareas similares en a) sus lecciones de matemáticas y b) en exámenes en la escuela. Las categorías de respuesta a esta pregunta fueron "Con frecuencia", "Algunas veces", "Rara vez" y "Nunca".

PREGUNTA 4 (Denominada **ST74** en el cuestionario de los estudiantes)

Abajo hay ejemplos de otra serie de destrezas matemáticas.

1) Resuelve $2x + 3 = 7$

2) Halla el volumen de una caja cuyos lados miden 3 m, 4 m y 5 m.

Tabla 11: Pregunta 4 para cubrir aspectos de OTL

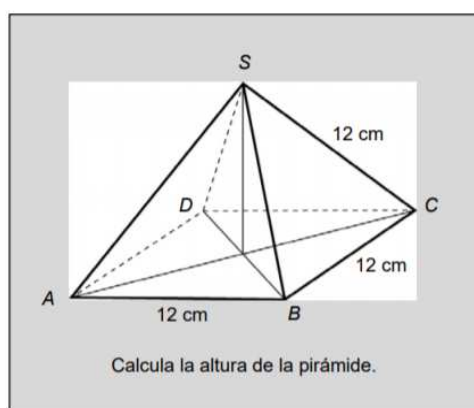
Fuente: PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I), (OECD 2013c, pág. 170)

Al igual que en la pregunta 3, a los estudiantes se les pidió que recordaran con qué frecuencia habían encontrado anteriormente tareas similares en a) sus lecciones de matemáticas y b) en exámenes en la escuela. Las categorías de respuesta también coinciden con las de la pregunta anterior: "Con frecuencia", "Algunas veces", "Rara vez" y "Nunca".

PREGUNTA 5 (Denominada **ST75** en el cuestionario de los estudiantes)

En el siguiente tipo de problema, tienes que utilizar conocimientos matemáticos y sacar conclusiones. No ofrece ninguna aplicación práctica. Aquí hay dos ejemplos.

1) Aquí necesitas utilizar teoremas geométricos:



2) Aquí tienes que saber qué es un número primo:

Si n es un número cualquiera: ¿puede ser $(n+1)^2$ primo?

Tabla 12: Pregunta 5 para cubrir aspectos de OTL

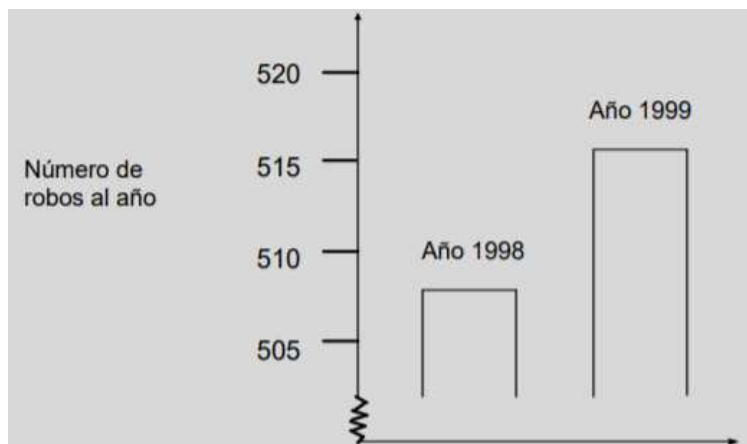
Fuente: PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I), (OECD 2013c, pág. 170)

Nuevamente se pregunta a los estudiantes con qué frecuencia encuentran este tipo de problemas tanto en clase como en exámenes y las opciones de respuesta son las mismas que en las dos preguntas anteriores.

PREGUNTA 6 (Denominada **ST76** en el cuestionario de los estudiantes)

En este tipo de problema, tienes que aplicar los conocimientos matemáticos adecuados para encontrar una respuesta útil a un problema que surge en la vida o el trabajo cotidiano. Los datos y la situación que se presentan corresponden a situaciones reales. Aquí hay dos ejemplos.

1) Un periodista de TV dice “Este gráfico muestra que hay un enorme aumento del número de robos entre 1998 y 1999”⁷.



¿Consideras la afirmación del periodista una interpretación aceptable del gráfico? Justifica tu respuesta con una explicación.

2) Durante años, la relación entre el ritmo cardíaco máximo recomendado para una persona y su edad se expresó mediante la siguiente fórmula⁸:

$$\text{Ritmo cardíaco máximo recomendado} = 220 - \text{edad}$$

Recientes investigaciones han mostrado que había que modificar esta fórmula ligeramente. La nueva fórmula es como sigue:

$$\text{Ritmo cardíaco máximo recomendado} = 208 - (0,7 \times \text{edad})$$

¿A partir de qué edad aumenta el ritmo cardíaco máximo recomendado como consecuencia de la introducción de la nueva fórmula? Justifica tu respuesta.

Tabla 13: Pregunta 6 para cubrir aspectos de OTL

Fuente: PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I), (OECD 2013c, pág. 170)

De nuevo se les pide a los estudiantes que señalen la frecuencia con que encuentran este tipo de problemas en clase de matemáticas y en exámenes, y las opciones de respuesta son las mismas que en los tres casos anteriores.

El tipo de tarea que PISA asigna a cada una de las cuatro últimas preguntas, OECD (2013c) es la siguiente:

⁷ Este problema está ejemplificado en el ANEXO 3 como un ejercicio de nivel 6 de dificultad. Se exponen en detalle los pasos que han de seguirse para su resolución.

⁸ Este problema se ha utilizado para ejemplificar los procesos matemáticos que se precisan para la resolución de un problema (ANEXO 1).

Pregunta 3: Tareas matemáticas que implican *matemáticas formales* pero situadas en un problema de texto como los que se encuentran de manera habitual en los libros de texto.

Pregunta 4: Tareas incluyendo *contenido matemático formal*.

Pregunta 5: Tareas que requieren usar las *matemáticas en su propio contexto*.

Pregunta 6: Tareas que requieren usar matemáticas en un *contexto aplicado al mundo real*.

Teniendo en cuenta la clasificación anterior, PISA crea tres índices para medir la OTL, según recoge en OECD (2013c, págs. 172-173):

1. Índice de exposición a **matemáticas formales**. Se construyó a partir de los ítems de la pregunta 2 y de la pregunta 4, como promedio de tres escalas: dos de ellas (familiaridad con álgebra y familiaridad con geometría) construidas a partir de la pregunta dos, y la tercera escala a partir de la pregunta cuatro (frecuencia con que los estudiantes se encontraban con problemas de matemáticas formales).
2. Índice de exposición a **matemáticas aplicadas**: Se construyó como la media de las tareas matemáticas implicando tanto las matemáticas en su contexto (pregunta 5) como las matemáticas aplicadas en un contexto real (preguntas 6).
3. Índice de exposición a **problemas de texto**: El índice se construyó a partir de la pregunta 3.

Se observa que para esta medición de la OTL no se utiliza la pregunta 1, sobre la que en OECD (2013a, pág. 187) se decía que podría ser usada como un **indicador aproximado de la OTL**.

Hay que señalar que la construcción del índice de exposición a matemáticas aplicadas se hace sobre dos preguntas en cuya definición aparece la palabra "contexto": las matemáticas en su propio **contexto** (pregunta 5, que en OECD, 2013c, se denominan matemáticas *formales*) y **contextos** del mundo real (pregunta 6), si bien la naturaleza de los problemas que se ejemplifican es bien diferente.

En el Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014) y sobre la base de datos de PISA 2012 se plantea la OTL bajo un punto de vista diferente. Se comienza indicando que una de las innovaciones de PISA 2012 es la medición extendida de la OTL y aquí también la considera una

variable de proceso a nivel de aula, junto con las prácticas y la calidad de la enseñanza. Sin embargo, en la Taxonomía de resultados educativos y factores predictivos modifica su definición, tal y como se puede apreciar en la tabla siguiente, donde se comparan ambas acepciones de OTL:

Nivel	Antecedentes (entrada)	Procesos intervinientes	Resultados
Aulas (OECD 2013c)	<p>Tamaño de la clase, contexto socioeconómico y composición étnica.</p> <p>Formación y experiencia docente.</p>	<p>Calidad de la instrucción: estructura, apoyo, reto.</p> <p>Oportunidad de aprender: currículo implementado, tareas asignadas, actividades relacionadas con las matemáticas, tiempo lectivo o de instrucción, agrupamientos, evaluación y realimentación</p>	Variables agregadas del alumnado
Aulas (OECD 2014)	<p>Tamaño de la clase, contexto socioeconómico y composición étnica.</p> <p>Formación y experiencia docente</p>	<p>Oportunidad para aprender contenido: Experiencia con varios tipos de tareas matemáticas. Familiaridad con los conceptos.</p> <p>Oportunidad para aprender prácticas de enseñanza: Enseñanza dirigida por el docente. Orientación al alumnado. Evaluación formativa y retroalimentación.</p> <p>Oportunidad para aprender calidad de enseñanza: Gestión de aula/clima disciplinario. Apoyo docente. Activación cognitiva.</p> <p>Tiempo de enseñanza, prácticas de agrupamiento.</p>	

Tabla 14: Taxonomía de resultados educativos y factores predictivos. PISA 2012

Fuente: Elaboración propia a partir de OECD (2013c, pág. 170) y de Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014, pág. 49)

Las variables que se consideran de entrada a nivel de aula son las mismas, pero en el Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014) no se hace mención alguna sobre variables de resultado y también son diferentes las variables sobre las que versa la OTL. Además algunos de los elementos de la OTL recogidos en OECD (2013c) pasan a calificarse Prácticas de

Enseñanza en OECD (2014), con lo que se retoma una de las dimensiones de la OTL considerada en PISA 2009 (Tabla 5).

También en el Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014, pág. 50) se dice que la OTL es una de las variables de tendencia *específicas* (se incluyen cada 9 años) y que se trata de una variable de proceso, junto con prácticas docentes, calidad de la enseñanza y apoyo tanto a nivel de escuela como de sistema.

Con la redefinición de la OTL, las dimensiones de análisis de la misma se presentan en OECD (2014, págs. 56 y 57), concretándose en:

Oportunidad para aprender contenido, entendida como la experiencia de los estudiantes en contenido matemático y calculada mediante tres vías:

– Experiencia con tareas matemáticas, medida a través de la pregunta 1 expuesta en la Tabla 8, denominada ST61 en las bases de datos de PISA. Se pregunta a los estudiantes con qué frecuencia se encuentran con varios tipos de tareas de matemáticas; en el capítulo siguiente veremos cómo algunos ítems se denominarán por PISA de matemática *pura* y otros de *aplicada*.

– Familiaridad con conceptos matemáticos, donde se les pregunta a los estudiantes sobre su familiaridad con 13 conceptos matemáticos. Se midió a través de la pregunta 2, recogida en la Tabla 9, que figura como ST62 en la base de datos internacional de PISA 2012. En esta pregunta también se incluyeron tres ítems sobre conceptos no existentes, que denominaremos “cebos” (*foils*), que se utilizaron para conocer la tendencia de respuesta del alumnado.

– Exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones. En este caso se utilizaron las preguntas 3, 4, 5 y 6 expresadas en las Tablas 10, 11, 12 y 13 respectivamente y que en la base de datos de PISA se denominan ST73, ST74, ST75 y ST76. En el cuestionario se preguntó, por separado, sobre la frecuencia de este tipo de tareas en las clases y en los exámenes. PISA etiquetó estas preguntas de la siguiente manera:

ST73, OTL - Problema algebraico de texto

ST74, OTL - Tarea de procedimiento

ST75, OTL - Razonamiento matemático puro

ST76, OTL - Razonamiento matemático aplicado

Oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza. Para hacer operativa esta componente de la OTL sobre las prácticas de enseñanza, PISA 2012 adecuó las preguntas de la evaluación de la OECD Teaching and Learning International Survey (TALIS). Al ser TALIS una evaluación basada en preguntas a docentes, PISA las adaptó para su uso con los estudiantes y añadió algunas prácticas específicas de matemáticas, usando los 13 ítems reales de ST79 para tal medición. Se analizarán en detalle en el Capítulo 3 de este estudio.

Oportunidad para aprender: calidad de la enseñanza. En la investigación educativa actual se sugiere que se han de tener en cuenta como dimensiones básicas de calidad de enseñanza la organización y gestión del aula, el apoyo emocional y social del profesor y la activación cognitiva. Para la medida de esta OTL de calidad de enseñanza se estudiaron tres dimensiones utilizando ítems de varias preguntas (ST77, ST80, ST81, ST82, ST83, ST84 y ST85): *Clima de disciplina, apoyo del profesor y activación cognitiva.*

2.1 Comparación entre las interpretaciones de OTL en PISA 2012

En los informes de PISA no hemos encontrado una explicación de porqué se considera una interpretación diferente de la OTL, en un espacio de tiempo tan corto y trabajando con la misma base de datos, las respuestas de los estudiantes en la edición del año 2012. Centrándonos en la primera de las dimensiones de la OTL, *oportunidad de aprender contenido*, que denominaremos OTL a partir de este momento, se presenta en la siguiente tabla la comparación de la diferente interpretación que hace PISA en PISA 2012 Assessment and Analytical Framework (OECD, 2013c) y en el Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014):

OECD (2013c)	OECD (2014)
Índice de <u>exposición</u> a matemáticas formales : Se construyó con ST62 y ST74	<u>Experiencia</u> con tareas de matemáticas puras Se construye con algunos ítems de la pregunta ST61: ST61Q05, ST61Q07 y ST61Q09
	Familiaridad con conceptos matemáticos Se construyó con la pregunta ST62

<p>Índice de <u>exposición</u> a matemáticas aplicadas: Se construyó con ST75 y ST76.</p>	<p><u>Experiencia</u> con tareas de matemáticas aplicadas Se construyó con algunos ítems de ST61: ST61Q01, ST61Q02, ST61Q03, ST61Q04, ST61Q06, ST61Q08.</p>
<p>Índice de <u>exposición</u> a problemas de texto: Se construyó con ST73.</p>	<p><u>Experiencia</u> (pág. 424) / <u>Exposición</u> (pág.57) a tipos de tareas matemáticas en lecciones y exámenes Se analiza a partir de las preguntas ST73, ST74, ST75 y ST76</p>

Tabla 15: Comparación de las interpretaciones de OTL en PISA 2012

Fuente: Elaboración propia

Especialmente llamativa es la diferente construcción entre la "**exposición**" a matemáticas aplicadas y "**experiencia**" con tareas de matemáticas aplicadas. Nos encontramos ante uno de los cambios injustificados que realiza PISA, pues parece indicar que exposición y experiencia en matemáticas tienen significados claramente diferentes ya que las preguntas usadas en ambos índices son muy distintas. Sin embargo, en uno de los recientes informes en que se analiza la exposición a matemáticas puras y aplicadas (OECD, 2016b), donde se maneja la interpretación OTL del Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014), se utilizan las palabras *exposición* y *experiencia* como sinónimas.

Asimismo, en OECD (2013c) se menciona exposición a matemáticas **formales** frente a experiencia en matemática **pura**, a la que se hace referencia en el Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014). A priori, no hay nada en los informes que avale el que matemática pura y matemática formal se utilicen como sinónimos, pero tampoco hay nada que señale lo contrario.

El cambio más llamativo se refiere a que en el Informe Técnico (*Technical Report*, OECD, 2014) no figuran los constructos asociados a la OTL que se analizaron en el primer volumen de informes (OECD, 2013c) donde el análisis de la OTL tiene como referencia el Marco de la Evaluación de PISA 2012 (*Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science*, OECD 2013a). Lo que muestra la falta de coherencia con que PISA aborda la OTL.

Otras variaciones son las referidas a la descripción de las preguntas ST73, ST74, ST75 y ST76 (Tablas 10 - 13). Se recogen en la tabla siguiente:

Problemas	OECD (2013c)	OECD (2014)
Pregunta 3 ST73	Tareas matemáticas que implican matemáticas formales pero situadas en un problema de texto como los que se encuentran de manera habitual en los libros de texto.	Problemas algebraicos de texto
Pregunta 4 ST74	Tareas que incluyen contenido matemático formal	Tareas de Procedimientos
Pregunta 5 ST75	Tareas que requieren usar matemáticas en su propio contexto	Razonamiento matemático puro
Pregunta 6 ST76	Tareas que involucran el usar matemáticas en un contexto aplicado al mundo real	Razonamiento matemático aplicado

Tabla 16: Las dos denominaciones de tareas matemáticas en PISA 2012

Fuente: Elaboración propia

Otra cuestión de calado hace referencia a la forma en que PISA recaba la información para construir la OTL, a partir de la información proporcionada por los estudiantes en sus cuestionarios de contexto, y así lo presenta en diferentes informes:

- La OTL se hace operativa principalmente a partir de los juicios de los estudiantes (OECD 2013a, pág. 187).
- Hay principalmente dos enfoques para medir la OTL. El primero, probado en los primeros estudios, tales como FIMS (First International Mathematics Study), mide la exposición de los estudiantes a los contenidos en el aula a través de una encuesta al profesorado. El segundo, utilizado en PISA 2012, presenta a los estudiantes problemas de ejemplo, preguntándoles si han visto algo similar durante sus clases en la escuela. Ambos enfoques tienen ventajas y desventajas. Los informes de los docentes son, generalmente, descripciones más precisas del currículum impartido. *"La información que proporcionan los estudiantes puede aportar medidas más fiables del tiempo en están realmente involucrados en aprender un concepto, bajo el supuesto de que los estudiantes pueden establecer objetivamente la similitud entre lo que hacen en clase y los problemas que se les presentan en el cuestionario"* (OECD 2016b, pág.47).

No sólo FIMS mide la OTL preguntando al profesorado, como indica PISA; ya se ha visto que otras evaluaciones internacionales bien conocidas, por ejemplo SIMS o TIMSS, también lo hicieron. En el caso de TIMSS 2011 se les pidió a los docentes que respondiesen sobre 19 contenidos incluidos en la evaluación cognitiva de matemáticas en tres categorías: 1) si se habían enseñado principalmente antes de ese año, 2) principalmente en ese año, 3) no se habían enseñado o justo se acababan de introducir (Hansen y Strietholt, 2018).

Este hecho es bien conocido porque Gamoran et al. (1997) concluyeron que la medida de OTL que correlaciona más fuertemente con el rendimiento de los estudiantes es un índice que combina información proporcionada por los profesores sobre la proporción de tiempo de clase dedicado a contenidos con información de hasta qué punto la enseñanza implica habilidades de resolución de problemas de los estudiantes.

Por último, al revisar qué ocurre con la OTL en PISA 2015, con tal denominación ya no aparece como objeto de análisis prioritario, y la única referencia específica a la OTL se hace en OECD (2017b, pág. 108) donde se expone que, cuando la Lectura y las Matemáticas fueron el principal dominio de la evaluación (PISA 2009 y 2012, respectivamente), se utilizaron diferentes medidas para representar las mismas construcciones generales; entre éstas se indica:

- **El desafío cognitivo** en las aulas ha sido representado por la estimulación de los profesores a la participación en la lectura (2009), Oportunidades para aprender (OTL): tipos de preguntas y experiencia con tareas de matemáticas aplicadas (2012) y la enseñanza y aprendizaje basados en preguntas - "inquiry-based"- (2006, 2015).

También en esta publicación (pág. 115), se señala que se va a evaluar el tiempo de aprendizaje y la pérdida de tiempo de aprendizaje. Esta medición parece estar en total consonancia con la concepción de la OTL por parte de Berliner et al. (1978, 1990) y los análisis los plantean a partir de los datos proporcionados en los cuestionarios de contexto de los estudiantes y de las direcciones, estableciendo una compleja interrelación entre ellos, tal y como se muestra en la Tabla siguiente:

		Cuestionario del estudiante	Cuestionario de la Escuela	
Uso	Estudiante	+ Enseñanza y estudio adicional (uso del tiempo) - Absentismo escolar		Tiempo dedicado o comprometido (Engaged Time, ET) = RT – Ausencias de los estudiantes, absentismo escolar, tiempo de desconexión mental
	Clase	- Clima de disciplina y pérdida en clases de ciencias		Tiempo realizado o consciente de aprendizaje (Realised learning time, RT) = PT – Pérdidas debidas a la gestión de aula, tiempo de evaluación, tiempo de espera, etc.
Proporcionado	Escuela	+ Cantidad de tiempo de aprendizaje en la escuela + Número y tipos de clases de ciencias	Pérdida a nivel de escuela	Tiempo proporcionado de aprendizaje (Provided learning time, PT) = AT (Total de horas, Amount of time) – Pérdidas debidas al clima, días festivos, ausencias de los profesores, etc.

Tabla 17: Evaluación de tiempo de aprendizaje y pérdida de tiempo de aprendizaje en PISA 2015

Fuente: Elaboración a partir de OECD (2017b, pág.115)

En el informe técnico de PISA 2015 (OECD, 2017c) la única mención que se hace de la OTL (pág. 61) es para señalarla como uno de los elementos, junto con el currículo, sobre los que puede proporcionar información el Cuestionario de Contexto del Profesorado, que fue introducido, de manera optativa, en esa edición. Así, parece que PISA ya estaría en la línea de hacer mediciones de la OTL a partir de la información proporcionada por el profesorado y siguiendo a Gamoran et al. (1997).

Sobre la evaluación de PISA 2018 aún no se dispone de información sobre si se hace algún tipo de tratamiento de la OTL.

En esta investigación se examina, principalmente, el tratamiento que PISA hace tanto de **la oportunidad para aprender contenido** como de **la oportunidad para aprender prácticas de enseñanza**, analizando los siguientes elementos:

- El enunciado de los ítems de los cuestionarios de contexto.
- Los procedimientos seguidos para calcular los constructos asociados a la OTL
- La validez de las conclusiones que presentan en los diferentes informes.

3. Las medidas PISA de la OTL: contenido en matemáticas

En este epígrafe se van a estudiar en detalle las tres vías de medir la **Oportunidad para aprender contenido** que planteó PISA en el Informe Técnico del 2012 (OECD, 2014, pág. 57). Para distinguir cada una de las formas de medir la oportunidad para aprender, en esta investigación, se denominará OTL_C a la *Familiaridad con conceptos matemáticos* (construida a partir de ST62), que es el primer aspecto de la Oportunidad para aprender contenido que aquí se analizará en detalle. Similarmente, se denominará OTL_T a la *Experiencia en tareas matemáticas* (creada con la pregunta ST61) y OTL_{LE} a la *Exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones* (a partir de las preguntas ST73 – ST76).

3.1 Oportunidad para aprender contenido: Familiaridad con conceptos matemáticos (OTL_C)

El primer aspecto a destacar es que PISA señala que los estudiantes pueden dar medidas más confiables al poder establecer objetivamente la similitud entre lo que ven en clase y lo que se les presenta en los cuestionarios (OECD, 2016b). No se encuentra ninguna evidencia de que esta hipótesis haya sido verificada por PISA en la población estudiada, a pesar de que es una condición muy fuerte suponer que la percepción de los estudiantes sobre los contenidos que se les explican en clase y la frecuencia con la que se hacen ejercicios o tareas de matemáticas no guarda ninguna relación con su rendimiento, el gusto por la materia, etc. Se va a tratar de evaluar si esta forma de medición de la OTL es adecuada.

Lo que la intuición apunta es que la relación entre la OTL, entendida simplemente como “cobertura de contenido” o como “exposición a y familiaridad con matemáticas”, y el rendimiento en matemáticas ha de ser positiva. Una parte de los estudios así lo confirman (Schmidt et al., 2001; Rowan, Correnti y Miller, 2002; Dumay y Dupriez, 2007; Schmidt et al., 2011; Schmidt, Zoido y Cogan, 2014; Schmidt et al., 2015). Sin embargo, en otros, caso de

Luyten (2017), se encontró que el efecto de la OTL en el rendimiento en matemáticas es cercano a cero (0,03) (citado en Hansen y Strietholt, 2018). Como ya se mencionó, en FIMS, SIMS y TIMSS tampoco se encontraron evidencias claras de esta asociación.

Esta parte del trabajo se inició examinando la relación que existe entre la oportunidad para aprender contenido, en la vía que PISA denomina *familiaridad con conceptos matemáticos*, OTL_c, con el estatus socioeconómico (ESCS) y el rendimiento en matemáticas. Para ello, se utilizó la base de datos de la aplicación principal de PISA 2012 (Main Survey) y se analizaron los siguientes elementos:

- Las preguntas e ítems del cuestionario de contexto diseñados para medir la OTL_c por parte de PISA.
- La adecuación del uso de la Teoría de Respuesta al Ítem (IRT) para calcular las puntuaciones de la OTL_c de los estudiantes.
- La justificación, por parte de PISA, de las conclusiones referidas a la relación de la OTL_c con ESCS y el rendimiento en matemáticas.
- Una medida de la OTL_c, basada en la definición de Husen (1967), y construída a partir de las preguntas ST73, ST74, ST75 y ST76 del cuestionario de contexto de los estudiantes.
- La representatividad de las percepciones de los estudiantes para medir su exposición a los conceptos matemáticos.

3.1.1 La medición de la OTL_c en el cuestionario de contexto de los estudiantes

La primera cuestión a tener en cuenta es qué pretende medir PISA con el aspecto OTL que en el Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014) nombra como ***familiaridad⁹ con conceptos matemáticos (OTL_c)***.

La noción que maneja PISA parece asociada a la idea de tratar de conocer la “frecuencia” o “exposición” que los estudiantes tienen a determinados conceptos matemáticos. En OECD (2016b) se recoge:

⁹ El uso del término *familiaridad*, en el contexto de la OTL puede llevar a confusión, porque puede emplearse con matices de significado muy diferentes. Por ejemplo, a un estudiante le puede resultar familiar el término coseno aunque no lo sepa utilizar o puede estar familiarizado con el empleo de esta función.

- “La oportunidad de aprender se refiere al contenido que se enseña en el aula y el tiempo que un estudiante pasa aprendiendo este contenido. No todos los estudiantes, ni siquiera los de la misma escuela, tienen la misma oportunidad de aprender” (pág. 13).
- Para medir la oportunidad para aprender “PISA 2012 presenta a los estudiantes ejemplos de problemas preguntándoles si han visto algo similar durante sus clases en la escuela” (pág. 47).

Ya se ha visto que PISA modificó la forma de entender la OTL en pleno proceso de elaboración de informes sobre PISA 2012 y así se constata en la comparación de OECD (2013a, 2013c) con OECD (2014, 2016b). Tales cambios se ponen de manifiesto en la siguiente Figura, donde se puede ver que las mismas preguntas se utilizaron para crear índices de medición de diferentes aspectos de la OTL dependiendo del informe PISA que se maneje.

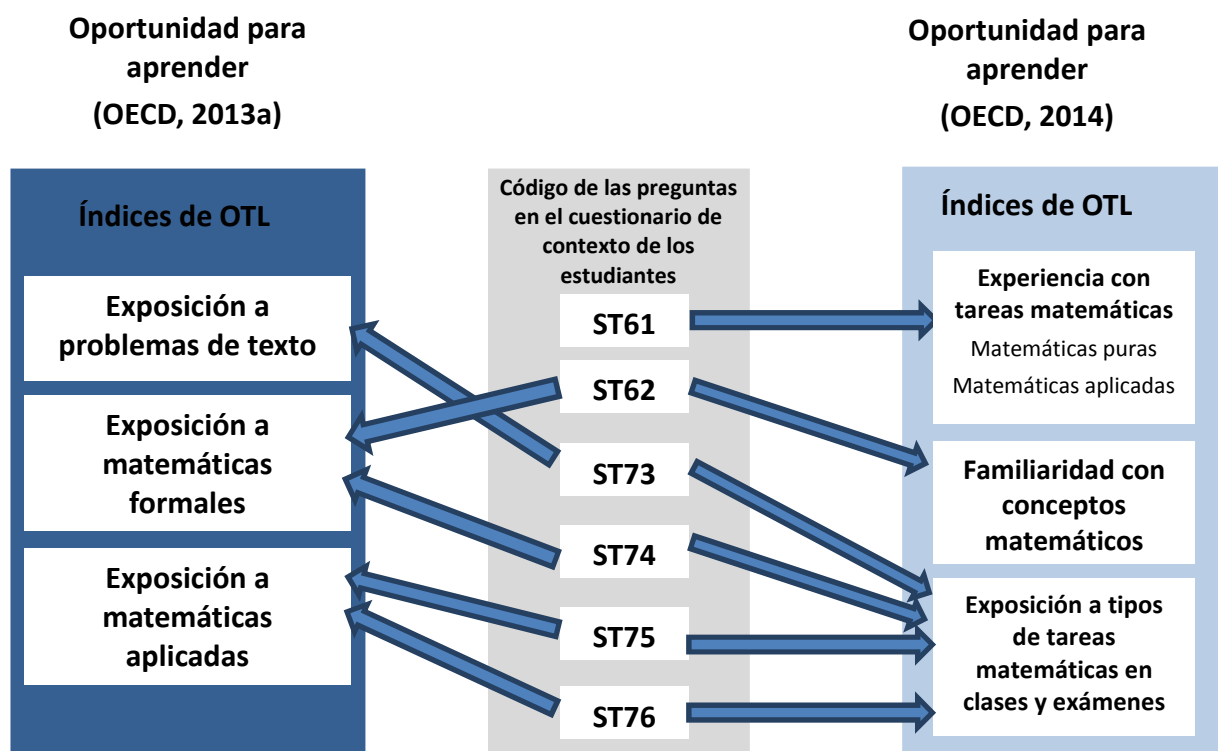


Figura 2. Diferentes construcciones de la OTL por parte de PISA 2012

Fuente: Elaboración propia

En consecuencia, el primer aspecto que se abordó en este trabajo fue aclarar qué entiende PISA por OTLc y analizar los bloques de ítems del cuestionario de contexto que utilizó para determinar este constructo.

Una de las preguntas clave en la medición de la OTL, en cualquiera de las acepciones que le da PISA, es la denominada ST62 (Tabla 9). Con esta pregunta PISA crea, utilizando la más reciente definición de *oportunidad para aprender* (OECD, 2014), el índice de *familiaridad con conceptos matemáticos* (OTL_c) y sobre el que se centra esta parte de la investigación.

La escala de respuesta a la ST62, sobre la familiaridad con determinados conceptos, tiene cinco opciones:

- (1) No lo he visto nunca
- (2) Lo he visto una o dos veces
- (3) Lo he visto varias veces
- (4) Lo he visto a menudo
- (5) Lo conozco bien, entiendo el concepto

Resulta evidente que las cuatro primeras opciones parecen referirse a la frecuencia de exposición a determinados conceptos matemáticos mientras que la última implica una autoevaluación sobre el grado de la comprensión del conocimiento adquirido (Hansen y Strietholt,2018). Esto significa que en las opciones de respuesta se están mezclando dos escalas de medición, relativas a las dos posibles interpretaciones de la pregunta:

- Escala 1. Corresponde a las cuatro primeras opciones de respuesta, y debería finalizar con una quinta opción “lo he visto muy frecuentemente”.
- Escala 2. Se refiere a la siguiente escala de respuesta: desde “no lo conozco en absoluto” (1)... hasta “lo conozco bien y entiendo el concepto” (5).

La primera mide la frecuencia de exposición a esos conceptos y está plenamente incluida en la noción de OTL, mientras que la segunda corresponde a autoevaluación y no debería formar parte, en ningún caso, de la OTL.

El empleo de esta escala "mixta" resulta incomprensible porque en el pre-test o pilotaje (Field Trial) de PISA 2012 se consideró una escala de respuesta con seis categorías que van desde (1) “nunca lo oí” hasta (6) “muy familiarizado con el concepto”, todas ellas entendidas como frecuencias, tal y como señalan Kyllonen y Bertling (2014, pág. 283).

Por último, se debe señalar otra debilidad importante de la escala utilizada en la aplicación de PISA 2012, ya que resulta muy difícil comparar las percepciones respecto al

grado de comprensión de un concepto matemático cuando, como reconoce PISA, los estudiantes pueden pertenecer a itinerarios educativos distintos, a cursos diferentes o estar en el mismo curso pero recibir distintos contenidos o a diferente nivel (*“vertical or horizontal stratification”*, OECD, 2016b). Así una valoración “lo conozco bien, entiendo el concepto” referida por ejemplo a ecuaciones puede tener un significado completamente distinto si el estudiante está en un programa académico o en uno de tipo profesional.

En consecuencia, PISA también evalúa, en este aspecto de la OTL, cuánto "entienden" los estudiantes los conceptos matemáticos, es decir, incluye una autoevaluación de la comprensión. Esta interpretación se aleja radicalmente de la definición habitual de la OTL y pone en cuestión la validez de todas las conclusiones que se basen en ella.

3.1.2 Muestra, variables e índices para medir la Familiaridad con conceptos matemáticos (OTL_C)

Esta parte del estudio usa los datos de todos los países participantes en la edición de PISA 2012 recogidos en la base de datos PISA 2012 INT, con una muestra total de 480 174 individuos que son representativos del colectivo de estudiantes de 15 años de los 64¹⁰ países participantes. Las preguntas, variables e índices que se utilizan en este informe son las que se reseñan:

ST61: Pregunta del cuestionario de contexto de los estudiantes sobre la frecuencia con que encuentran determinado tipo de tareas de matemáticas durante su tiempo escolar.

ST62: Pregunta del cuestionario de contexto de los estudiantes sobre la familiaridad con conceptos matemáticos.

ST73, ST74, ST75, ST76: Preguntas del cuestionario de contexto de los estudiantes sobre la experiencia con diferentes tipos de problemas en la escuela.

SC15Q01, SC15Q02, SC15Q03: Preguntas del cuestionario del contexto de centro, en las que se pregunta a la dirección del mismo sobre la separación de los estudiantes por su nivel de habilidad en matemáticas.

¹⁰ Se entiende por país cada modalidad de la variable CNT en la base de datos PISA 2012 INT, lo que supone por ejemplo que haya 2 modalidades rusas y 4 chinas. No se considera Noruega por no tener ninguna respuesta en ST62.

CURSO: es el curso en que se encuentra un estudiante. Resulta de recodificar la variable GRADE de PISA en las categorías -2 = 2º ESO, -1= 3º ESO y 0 = 4º ESO.

ESCS: Índice creado por PISA para medir el estatus sociocultural.

ESCS_SCH: Índice creado a partir de las indicaciones de PISA para medir el estatus sociocultural de los centros.

ISCEDD: Índice creado por PISA para representar el nivel educativo (ISCED) denominado “*designation*”¹¹. Nos quedamos sólo con la modalidad A.

ISCEDO: Índice creado por PISA para representar el ISCED denominado “*orientation*”. Nos quedamos sólo con la opción general¹².

FAMCON: Se trata del índice creado por PISA para medir la familiaridad con conceptos matemáticos creado a partir de la pregunta ST62 del cuestionario de los estudiantes.

FAMCONC: Índice creado por PISA como corrección al índice FAMCON.

FAMCON1NA. Índice creado siguiendo los pasos señalados en el Informe Técnico (OECD, 2014, pág. 424) después de transformar la escala original (1, 2, 3, 4, 5) a los nuevos valores (0, 0.25, 0.5, 0.75, 1). Cuando un estudiante ha respondido al menos a la mitad (ocho) de los 16 ítems de ST62, los valores perdidos (“*missing*”) se sustituyen por la media de su escuela y curso.

FAMCON_aprox: Transformación logística de FAMCON1NA, creada para esta investigación.

MATH: Rendimiento en la competencia matemática, calculado por PISA.

READ: Rendimiento en la competencia lectora, calculado por PISA.

SCIE: Rendimiento en la competencia científica, calculado por PISA.

EXTASMATH (*Exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones*): Índice calculado siguiendo el criterio del Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014,

¹¹ Se trata de un Programa de Estudios de tipo general y la modalidad A es la que permite el acceso al siguiente nivel del Programa de Estudios.

¹² Podría ser también pre-vocacional o vocacional.

pág. 424), a partir de las preguntas del cuestionario del estudiante ST73, ST74, ST75 y ST76. Se trata de una media simple de las puntuaciones.

3.1.3 Metodología de análisis de la OTL_c que PISA utiliza

Para medir la *familiaridad con conceptos matemáticos*, el cuestionario de estudiantes de la Encuesta Principal ("*Main survey*") de PISA 2012 utiliza la pregunta ST62 que consta de 16 ítems, trece de los cuales preguntan sobre conceptos matemáticos reales, mientras que los tres restantes son cebos ("*foils*"). Estos tres ítems se usan para detectar la inconsistencia en las respuestas de los estudiantes.

3.1.3.1 Índice de familiaridad con conceptos matemáticos: FAMCON

El primer índice de familiaridad que calcula PISA se denomina FAMCON y se basa solamente en las trece respuestas de ST62 relativas a conceptos existentes. En diferentes partes del Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014) se insiste en su cálculo como media aritmética:

“Un índice fue una media simple de las puntuaciones de familiaridad de los estudiantes con los trece conceptos reales en la escala de 5 puntos (FAMCON)” (págs. 53 y 367).

“La puntuación total se calculó como una proporción entre la suma de todas las preguntas y la puntuación máxima de las respuestas válidas (las preguntas con valores perdidos no contribuyeron a la puntuación máxima)” (pág.424).

También Kyllonen y Bertling (2014, pág. 283) en su análisis sobre los datos del pre-test o pilotaje de PISA 2012 (*Field Trial*) indican que calcularon como medias simples los índices para estimar la familiaridad.

Sin embargo, la tabla 16.24 (OECD 2014, pág. 329) en la que se muestran las estimaciones de los parámetros del modelo de crédito parcial parece indicar que, en realidad, PISA utilizó la IRT (Item Response Theory) con los ítems de la pregunta ST62 para calcular la Familiaridad con los conceptos matemáticos. En este mismo sentido se observa que a lo largo del Informe Técnico aparecen afirmaciones como las siguientes (OECD, 2014):

“El modelo de crédito parcial (Masters, 1982) se usó para los ítems con categorías de puntuación múltiple” (pág. 148).

“Los elementos categóricos de los cuestionarios de contexto de PISA 2012 se escalaron utilizando el modelo IRT” (pág. 314).

Nota: En el ANEXO 4 se encuentra el código utilizado con la librería TAM (Robitzsch et al., 2019) de R (R Core team, 2019) para aplicar el modelo de crédito parcial (Masters, 1982) y replicar el índice FAMCON de PISA.

Dado que en el pre – test o pilotaje Kyllonen and Bertling (2014) utilizaron las medias muestrales, y PISA empleó el modelo de crédito parcial, parece interesante analizar las posibles ventajas e inconvenientes de cada procedimiento. Para ello se ha construido el siguiente modelo, basado en FAMCON1NA (media simple de las respuestas):

$$\text{FAMCON}_{\text{aprox}} = -\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \cdot \log\left(\frac{1}{0,003 + 0,995 \cdot \text{FAMCON1NA}} - 1\right)$$

La expresión de FAMCON_aprox es sencilla¹³ y explica el 99,8% de la variabilidad de FAMCON cuando los estudiantes no tienen valores perdidos en las respuestas a los ítems de ST62 (son el 89,7% del 64,0% que responde a alguno). Al emplear todos los sujetos la asociación sigue siendo muy buena, aunque la variabilidad explicada se reduce al 98,9%.

3.1.3.2 Problemas de FAMCON

La transformación logística aplicada a FAMCON1NA permite analizar con facilidad cómo se construye FAMCON y señalar dos efectos claramente diferenciados:

- a) En los estudiantes que tienen valores centrales la transformación apenas tiene efecto.
- b) En los estudiantes con valores extremos la transformación modifica drásticamente las puntuaciones.

En la Figura 3 se aprecian ambos puntos con facilidad.

¹³ Los valores algo extraños 0,003 y 0,995 se introducen para estabilidad numérica

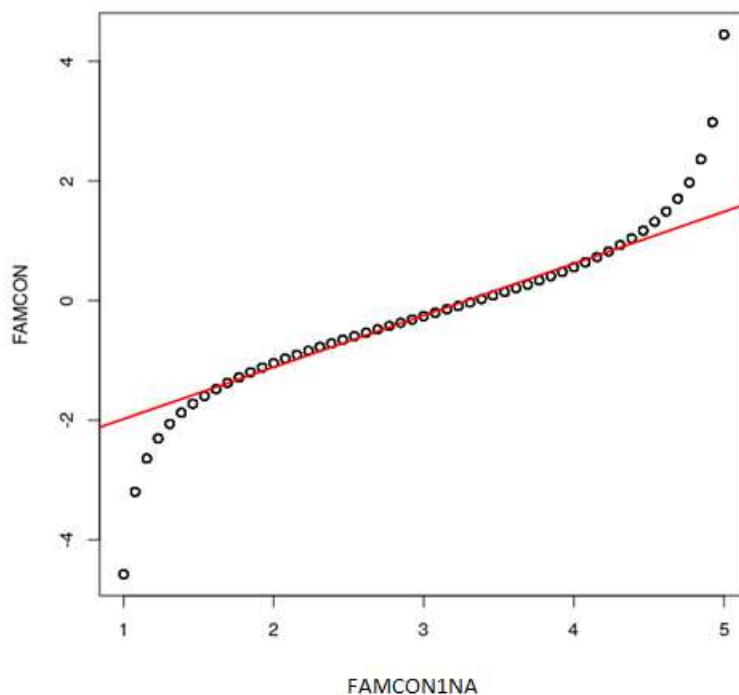


Figura 3. Recta de regresión entre FAMCON1NA y FAMCON ajustada al 90% de los datos centrales

Fuente: Elaboración propia

El uso del IRT (*Item Response Theory*) en el caso a) tiene como único efecto el aumento innecesario de la complejidad de los cálculos ya que la transformación es prácticamente lineal. En la situación b) los valores que se obtienen resultan muy discutibles tal y como se pone de manifiesto con el siguiente ejemplo. Consideremos tres estudiantes reales A, B y C, cuyas identificaciones StIDStd en la base de datos son respectivamente: USA 00080, FINLAND 00844 y UK 05880. La familiaridad con las matemáticas de los tres es muy alta, aunque ligeramente diferente; por ejemplo, A responde a los trece ítems en la categoría 5 “Lo conozco bien, entiendo el concepto”; B contesta doce veces en la categoría máxima (5) y una vez en la categoría 4, “lo he visto a menudo”; y finalmente, C contesta doce veces 5 y deja en blanco uno de los conceptos.

Parece claro que la familiaridad de los tres estudiantes con los conceptos matemáticos es muy similar, aunque un poco mayor para el A y muy difícil de distinguir entre B y C. Sin embargo, pueden verse en la siguiente tabla (son los tres primeros casos) las grandes diferencias en la asignación de valores con FAMCON. Se indica también el ítem de ST62 con respuesta diferente.

Respuestas	FAMCON (tipificada en PISA)	FAMCON1NA (tipificada)
13 veces 5 StIDStd USA 00080	4,4441	2,004
12 veces 5 y 1 vez 4 (ST62Q17) StIDStd FINLAND 00844	2,981	1,915
12 veces 5 y 1 en blanco (ST62Q15) StIDStd UK 05880	4,3388	1,792
13 veces 1 StIDStd JAPON 00274	- 4,5723	- 2,607
12 veces 1 y 1 vez 2 (ST62Q10) StIDStd GERMANY 03756	- 3,1991	- 2,519
12 veces 1 y 1 en blanco (ST62Q03) StIDStd AUSTRALIA 10699	- 4,4190	- 2,468

Tabla 18: Valores asignados, según respuestas a ST62, por FAMCON1NA y FAMCON

Fuente: Elaboración propia

En consecuencia, el empleo del IRT produce una diferencia desproporcionada entre A y B (téngase en cuenta que FAMCON está tipificada, luego su desviación típica es 1). Tampoco parece muy lógico que la penalización por bajar una categoría en la respuesta (B) sea mucho más grave que dejarla sin responder (C). Para los valores muy bajos en FAMCON se produce el mismo tipo de efecto, como puede verse en la Tabla 18 (los tres últimos casos) donde se recogen las tipologías de respuestas y el código de los estudiantes en las bases de datos PISA 2012 INT.

Otra cuestión a señalar es que FAMCON tiene valores distintos según el concepto que no haya sido respondido. En la Tabla siguiente se presentan ejemplos, tanto para puntuaciones altas como bajas, donde se indican el código del ítem que se ha dejado en blanco (las codificaciones de los ítems de ST62 figuran en el ANEXO 5) y las diferentes puntuaciones asignadas. Como se puede apreciar los cambios en los valores asignados no tienen ninguna relevancia.

Respuestas	FAMCON (tipificada en PISA)
12 veces 5 y 1 vez en blanco en ST62Q08 StIDStd ALBANIA 01848	4,1891
12 veces 5 y 1 en blanco en ST62Q01 StIDStd ALBANIA 04368	4,1682
12 veces 1 y 1 en blanco en ST62Q03 StIDStd AUSTRALIA 10699	-4,4190
12 veces 1 y 1 en blanco en ST62Q01 StIDStd AUSTRALIA 12684	-4,5098

Tabla 19: Diferencias de valores en FAMCON según el concepto de ST62 al que no se le haya dado respuesta

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, la relación global de FAMCON1NA con MATH, variable que representa el rendimiento en matemáticas, es más lineal que la relación entre FAMCON y MATH, como puede observarse en la Figura 4, donde el coeficiente R^2 está calculado sobre las medianas del rendimiento en Matemáticas (MATH).

$R^2=0,981$

$R^2=0,562$

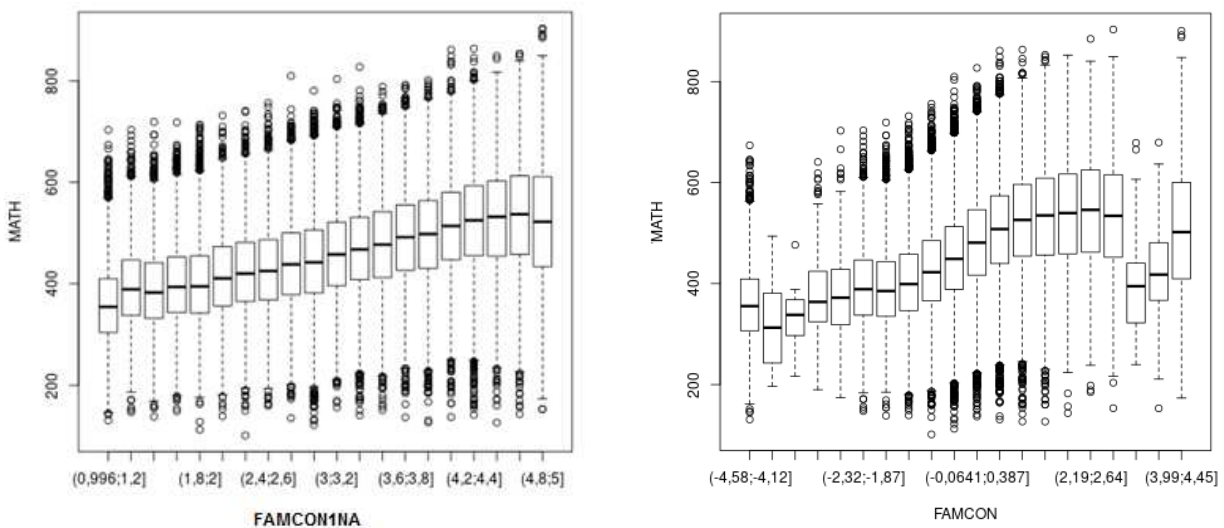


Figura 4. Relación de FAMCON1NA con MATH y relación de FAMCON con MATH, globalmente

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta que una buena parte de la metodología estadística que utiliza PISA se basa en modelos lineales, resulta más adecuado utilizar FAMCON1NA que FAMCON como medida del constructo de *familiaridad con conceptos matemáticos*, OTLc.

Todo lo anterior nos lleva a preguntarnos qué sentido tiene usar IRT para calcular FAMCON, si los resultados obtenidos con FAMCON1NA son bastante mejores.

3.1.3.3 Índice FAMCONC como corrección al índice FAMCON

Una de las grandes preocupaciones de PISA es realizar las comparaciones entre países en condiciones homogéneas. Para tener en cuenta el estilo de respuesta del estudiante, la pregunta ST62 incluye tres cebos, es decir, falsos conceptos. En el Informe Técnico de PISA 2012 (OECD 2014, pág. 367) se indica que “En el pilotaje (*Field Trial*) y en los primeros análisis de la aplicación principal (*Main Survey*) de PISA 2012 Bertling y Roberts (2011) mostraron una mayor comparabilidad intercultural (entre países) al encontrar una mayor correlación con el rendimiento en matemáticas del índice ajustado que sin ajustar. También, la familiaridad con los conceptos cebo correlaciona fuertemente y de forma negativa con el rendimiento”.

En consecuencia, PISA ajustó el índice FAMCON, supuestamente, definiendo FAMCONC (*Adjusted Topic Familiarity*) como la diferencia entre las puntuaciones a familiaridad con conceptos reales (*Topic Familiarity*) y familiaridad con cebos (*Foil Familiarity*) (OECD, 2014, pág. 53; Figura 3.5, pág. 329).

Esta variable es trascendente en PISA porque es la que utilizó para ver la importancia de la que denominamos OTLc en el contexto escolar (OECD, 2016b). Se presentan a continuación las conclusiones obtenidas sobre este nuevo índice.

3.1.3.4 Problemas con FAMCONC

En este apartado se va a comprobar si las conclusiones obtenidas por Kyllonen y Bertling (2014, pág. 283) sobre el pilotaje de PISA 2012 (*Field Trial*) se mantienen en la aplicación principal de PISA 2012 (*Main Survey*), en el sentido de que el indicador de familiaridad corregido por los “cebos” tiene una mayor relación con el rendimiento de los estudiantes.

Corrección intra-países

Al analizar la relación intra-países con los datos de PISA 2012 Field Trial, Kyllonen y Bertling. (2014, pág. 283) encontraron que la correlación de FAMCON con el rendimiento en matemáticas era $r=0,45$ y la de FAMCONC $r=0,44$. Los autores concluyen: “Las correlaciones, intra-países, entre la familiaridad con conceptos matemáticos y el rendimiento son esencialmente los mismos usando FAMCON y FAMCONC”.

Al replicar estos análisis con los datos de PISA 2012 Main Survey se obtienen unos resultados similares, aunque las correlaciones son algo más bajas, pues la correlación entre FAMCON y el rendimiento matemático es de $0,404$ y con FAMCONC es de $0,374$. Por otro lado, la correlación con FAMCON1NA (índice sin transformación logística) es de $0,459$ (un poco más alta que con los otros dos índices).

En un análisis detallado, por países, que se presenta en el ANEXO 6, donde se muestra la correlación de FAMCON y FAMCONC con MATH, se observa que:

- En 23 países la correlación con el rendimiento en matemáticas de FAMCONC es mayor que la de FAMCON.
- En 35 países la correlación con el rendimiento en matemáticas de FAMCONC es menor que la de FAMCON.
- En 9 países la correlación con el rendimiento, de ambos índices, es casi igual.

De manera visual podemos constatar en la gráfica que la correlación de FAMCON y FAMCONC con el rendimiento (MATH) es similar. Los puntos rojos representan los países de la OECD, los negros los países que NO son de la OECD y la línea verde representa la bisectriz del primer y tercer cuadrante (igualdad de correlaciones):

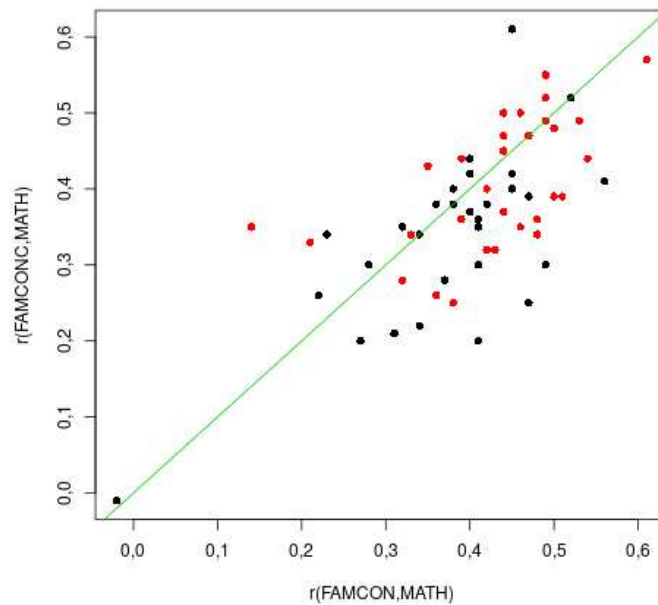


Figura 5. Correlaciones intra-países de FAMCON y FAMCONC con MATH

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, si se analizan los resultados conjuntos de FAMCON1NA, FAMCON y FAMCONC se encuentra que: En 55 de los 64 países, $r(\text{FAMCON1NA}, \text{MATH})$ es mayor que $r(\text{FAMCON}, \text{MATH})$ y $r(\text{FAMCONC}, \text{MATH})$.

Así pues, en cuanto a la relación con el rendimiento sigue siendo mejor FAMCON1NA, que se ha calculado como una simple media de las puntuaciones. De manera gráfica se muestra en las Figuras 6 y 7, donde nuevamente los puntos rojos representan países de la OECD, los negros países NO OECD y la línea verde es la bisectriz del primer y tercer cuadrante.

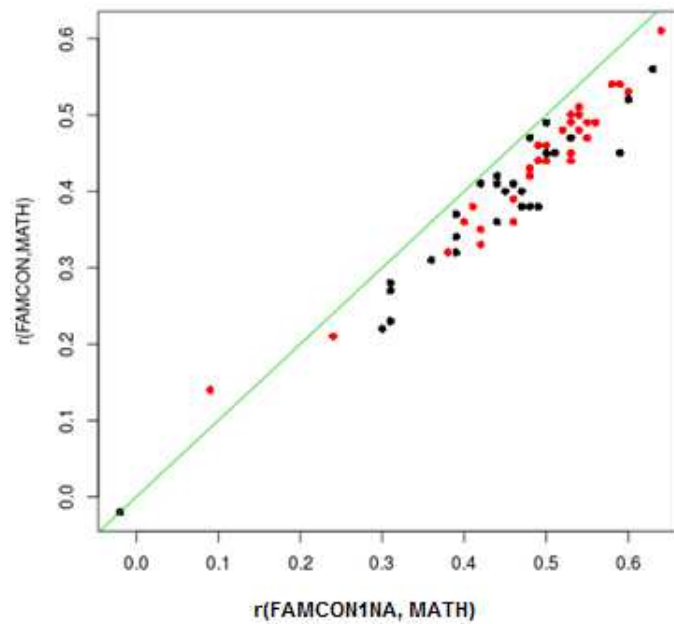


Figura 6. Correlaciones intra-países de FAMCON1NA y FAMCON con MATH

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 6 se hacen las correlaciones de FAMCON1NA y FAMCOM con el rendimiento en matemáticas; claramente, el mejor comportamiento es el de FAMCON1NA.

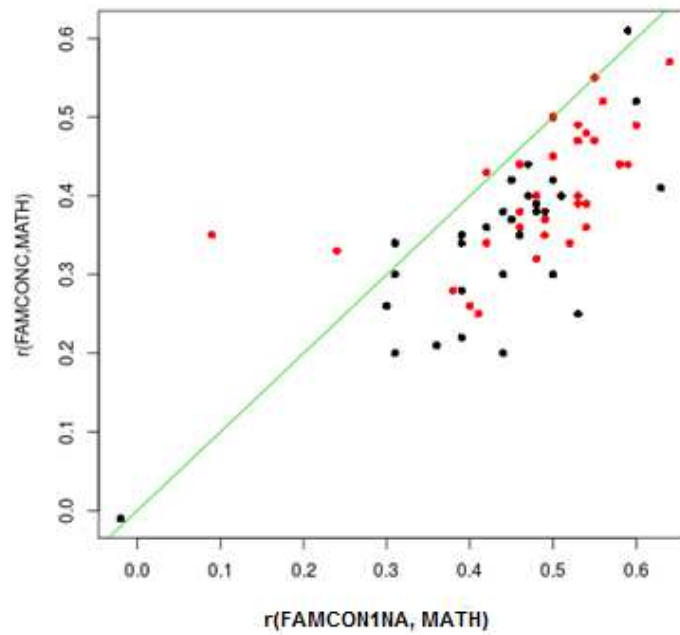


Figura 7. Correlaciones intra-países de FAMCON1NA y FAMCONC con MATH

Fuente: Elaboración propia

Si se comparan las correlaciones de FAMCON1NA y las del índice corregido, FAMCONC, la situación se sigue manteniendo, como puede verse en la Figura 7.

En definitiva, la construcción directa del índice de familiaridad con conceptos matemáticos es mejor, en el sentido de tener una mayor correlación con el rendimiento en matemáticas, que cuando se hace a través de una transformación logística, incluso aunque se corrija tal transformación. Por tanto a nivel intra-países el uso del índice corregido de *familiaridad con los conceptos matemáticos* (FAMCONC) no está justificada.

Corrección entre-países

La asociación entre el rendimiento y la *familiaridad con conceptos matemáticos* cuando se estudia a nivel entre-países parece avalar el empleo de FAMCONC, ya que las correlaciones de Pearson valen 0,163 para FAMCON1NA; 0,151 para FAMCON y asciende a 0,702 para FAMCONC. Estos resultados concuerdan, en líneas generales, con los obtenidos por Kyllonen y Bertling (2014, pág. 283) en el pilotaje (*Field Trial*) donde $r(\text{MATH}, \text{FAMCON})=0,17$ y $r(\text{MATH}, \text{FAMCONC})=0,58$.

Por otra parte, la correlación de los tres índices objeto de estudio, FAMCONC, FAMCON y FAMCON1NA con las otras dos competencias principales objeto de evaluación: Lectura y Ciencias (Tabla 20) son bastante similares por lo tanto estas medidas no parecen representar algo específico de los conceptos matemáticos. Se volverá sobre este resultado en el epígrafe 3.1.7.

Correlación entre-países			
	FAMCON1NA	FAMCON	FAMCONC
MATH	0,16	0,15	0,70
READ	0,11	0,09	0,68
SCIE	0,12	0,10	0,67

Tabla 20: Correlación entre-países de FAMCONC, FAMCON y FAMCON1NA con MATH, READ y SCIE

Fuente: Elaboración propia

Un análisis más detallado de los resultados asociados a FAMCONC ofrece muchas dudas sobre la validez real de las mismas, a la vez que refuerza la necesidad de realizar análisis estadísticos muy rigurosos y de extremar las precauciones a la hora de hacer comparaciones entre países.

Al utilizar el criterio de PISA de tomar como referencia lo que ocurre con los países de la OECD¹⁴, se aprecia un notable descenso en esa correlación ya que $r(\text{MATH}, \text{FAMCONC}|\text{OECD})$ pasa a ser de 0,327, es decir, menos de la mitad. Ocurre lo mismo con el resto de competencias evaluadas. En el caso de FAMCON1NA y FAMCON la correlación con el rendimiento es prácticamente idéntica y cercana a 0.

Correlación entre - países OECD			
	FAMCON1NA	FAMCON	FAMCONC
MATH	-0,01	-0,01	0,33
READ	0,03	0,03	0,32
SCIE	0,03	0,02	0,29

Tabla 21: Correlación entre-países OECD de FAMCONC, FAMCON y FAMCON1NA con MATH, READ y SCIE

Fuente: Elaboración propia

Además, ese valor se explica exclusivamente por el comportamiento de cuatro países, los asiáticos Japón y Corea (puntuaciones altas) y los hispano-americanos Chile y México (puntuaciones bajas), cuyas características sociales y culturales son bastante diferenciadas del resto. Al repetir el análisis con los otros 29 miembros de la OECD, es decir, los países europeos o de ascendencia anglosajona, la correlación cambia drásticamente y pasa a ser $-0,228$.

FAMCONC				
Rendimiento	GLOBAL n = 64	OECD n = 33	OECD sin ESTE- ASIA n = 31	OECD sin ESTE-ASIA y LATINOAMERICA n = 29
MATH	0,70	0,33	0,03	-0,23
READ	0,68	0,32	0,05	-0,22
SCIE	0,67	0,29	0,08	-0,14

Tabla 22: Correlación entre-países de FAMCONC con el rendimiento, global y por países OECD

Fuente: Elaboración propia

Si se admitiese el índice FAMCONC, nos llevaría a una conclusión verdaderamente sorprendente: **“en los países miembros de la OCDE europeos o anglosajones, una menor**

¹⁴ 33 países, sin Noruega.

familiaridad con los conceptos matemáticos se asocia con un mayor rendimiento en Matemáticas”.

En los países que no son de la OECD la correlación mejora claramente entre FAMCONC y el rendimiento en las tres competencias objeto de evaluación por parte de PISA. Sin embargo, dada la heterogeneidad de dichos países, estos resultados deben considerarse con más cautela aún.

Correlación entre - países NO OECD			
	FAMCON1NA	FAMCON	FAMCONC
MATH	0,52	0,50	0,87
READ	0,48	0,46	0,87
SCIE	0,48	0,46	0,87

Tabla 23: Correlación entre-países NO OECD de FAMCONC, FAMCON y FAMCON1NA con MATH, READ y SCIE

Fuente: Elaboración propia

Por último, otro aspecto que hay que señalar es que la correlación de FAMCONC, FAMCON y FAMCON1NA con el rendimiento en matemáticas, es prácticamente idéntica a la que presentan, en todas las situaciones descritas, con lectura (READ) y con ciencias (SCIE) (Tablas 20, 21, 22 y 23), por tanto, estos índices no parecen representar nada específico acerca de la **oportunidad para aprender conceptos matemáticos (OTLc)**.

Si se presenta visualmente el comportamiento de FAMCONC con el rendimiento en matemáticas (MATH) pueden apreciarse tres bloques de países diferenciados geográficamente: Asia, Europa y Sudamérica, tal parece que FAMCONC está midiendo algo de tipo cultural.

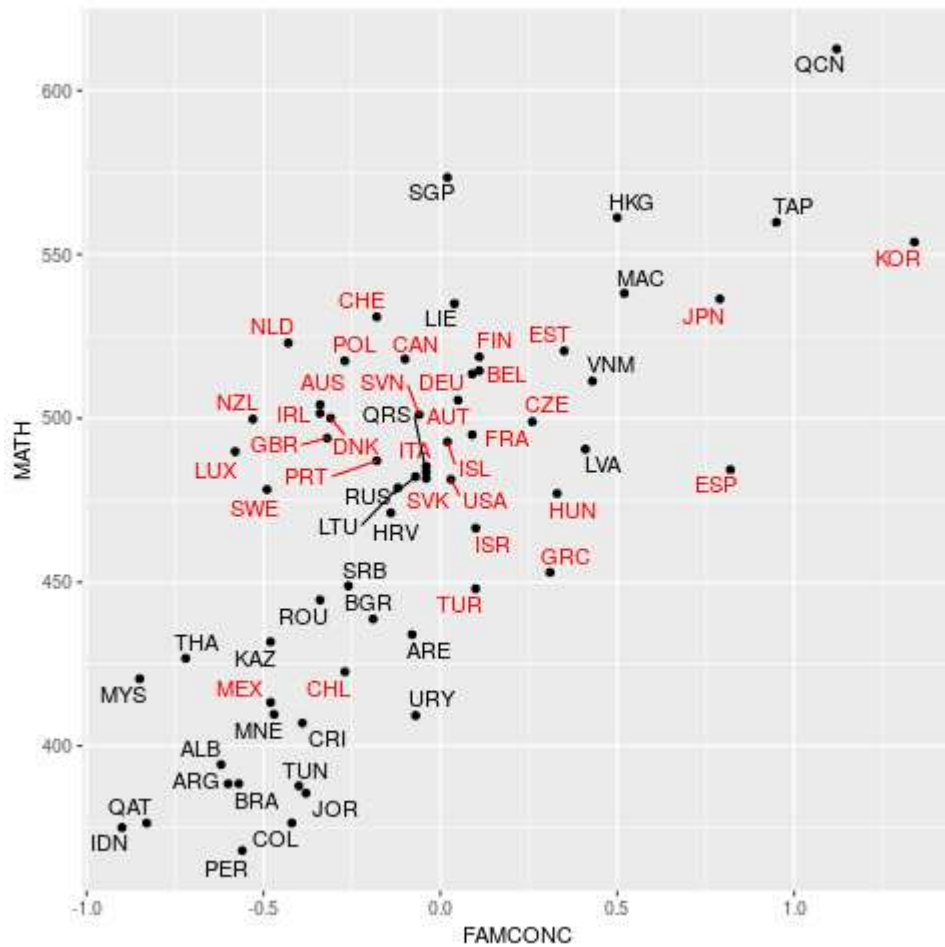


Figura 8. Relación de FAMCONC con MATH (entre-países)¹⁵

Fuente: Elaboración propia

Otra forma de constatar que el índice FAMCONC tiene un comportamiento, cuando menos sorprendente es compararlo con el de MATH, teniendo en cuenta la pertenencia de los países a la OECD.

El rendimiento en matemáticas (MATH) tiene un valor promedio más alto y menor dispersión dentro de la OECD que fuera de ella¹⁶.

¹⁵ Las abreviaturas de los países son las aparecen en el Codebook de PISA 2012 y se presenta la correspondencia con los diferentes países en el ANEXO 7

¹⁶ Los datos atípicamente bajos en el grupo OECD son México (413) y Chile (422).

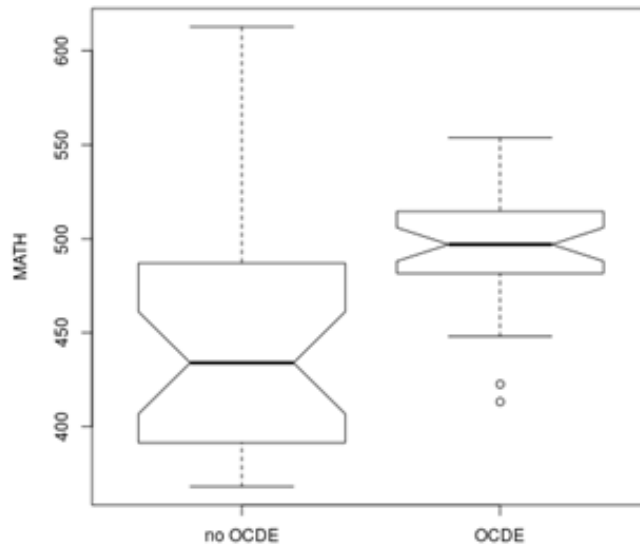


Figura 9. Comportamiento de MATH en países OECD y NO OECD

Fuente: Elaboración propia

Sin embargo, el promedio de FAMCONC en los países miembros de la OECD no tiene diferencias significativas con respecto a los países que no pertenecen, como puede apreciarse en la Figura 10¹⁷, es decir, los cambios en el rendimiento entre países no se explican por las diferencias en la OTLc y hace muy difícil entender los resultados de la Tabla 22.

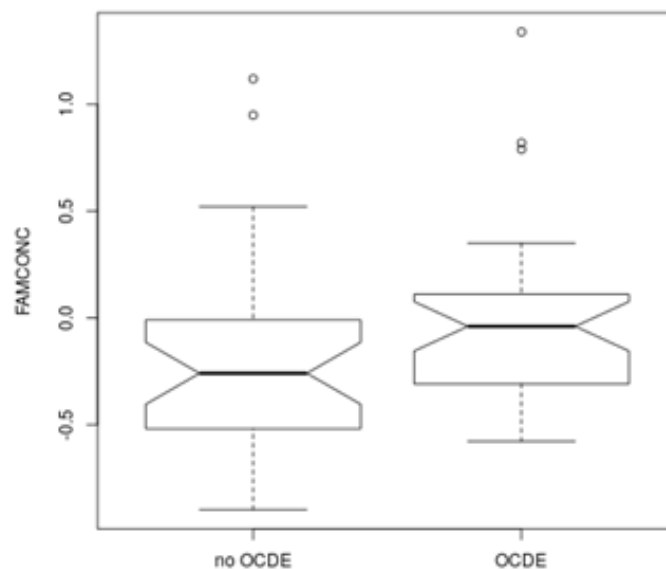


Figura 10. Comportamiento de FAMCONC en países OECD y en NO OECD

Fuente: Elaboración propia

¹⁷ Hay 5 países con valores atípicamente altos en FAMCONC: en OECD, Japón (0,79), España (0,82) y Corea (1,34) y, en países no OECD, China-Taipei (0,95) y Shangai-China (1,12).

3.1.4 Propuesta alternativa de medición de la OTL_c con el cuestionario PISA 2012

Los problemas en la medición de la *familiaridad con conceptos matemáticos* invalidarían, por si solos, las conclusiones obtenidas por PISA, dado que no se conoce qué parte de la medida de la OTL_c se puede deber a la autoevaluación que hacen los estudiantes sobre su comprensión de los conceptos.

Una alternativa para eliminar el efecto de la autoevaluación fue planteada por Hansen y Strietholt (2018), quienes además señalaron una sobreestimación por parte de PISA de la influencia de la OTL¹⁸. La corrección propuesta tampoco tiene en cuenta otros inconvenientes como que el grado de comprensión de los estudiantes no es comparable si están en cursos diferentes. En todo caso, tal y como los propios autores señalan, sus resultados han de tomarse con cautela, por ejemplo, cuando observan un menor efecto de la OTL en el rendimiento en matemáticas, tanto de manera directa como indirecta, a través del ESCS: *“Además, debido a los problemas de validez con la OTL en el estudio de PISA, la interpretación de los efectos indirectos debe de tomarse con cautela”*.

Por lo tanto, parece más adecuado utilizar, para medir la OTL asociada a conceptos matemáticos, los bloques de preguntas ST73, ST74, ST75 y ST76 del cuestionario de contexto (ver Tablas 10, 11, 12 y 13), en los que se pidió a los estudiantes que informasen sobre su experiencia en la escuela con determinados tipos de problemas en las clases de matemáticas y en los exámenes que han hecho en el centro. Las opciones de respuesta son: (1) con frecuencia, (2) algunas veces, (3) rara vez y, (4) nunca. Es evidente que estos cuatro bloques se refieren únicamente a la frecuencia de exposición a esas tareas y no incluyen ningún tipo de autoevaluación.

En los informes de PISA OECD (2014) y OECD (2016b), se señala que estos bloques de preguntas permiten medir la **oportunidad para aprender contenido** a través de la *Exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones*. Resulta obvio que los conceptos matemáticos que aparecen en la ST62 son, en realidad, los mismos que los estudiantes deben

¹⁸ Estos autores utilizan en su estudio el análisis de la OTL en el aspecto, denominado por PISA, **índice de exposición a matemáticas formales** (OECD, 2013c), que también utiliza para su construcción la ST62, de ahí que planteen una corrección para tratar de evitar el efecto de la autoevaluación de los estudiantes.

manejar para resolver tales problemas en clase y en exámenes, como vamos a constatar a continuación.

ST73: Divisores, ecuaciones y números racionales. Relación con ST62Q02, ST62Q06 y ST62Q09¹⁹.

ST74: Ecuaciones y figuras congruentes. Relación con ST62Q06 y ST62Q15.

ST75: Función cuadrática, vectores, números racionales y complejos, radicales y polígono y coseno. Relación con ST62Q03, ST62Q07, ST62Q08, ST62Q09, ST62Q10, ST62Q12 y ST62Q16.

ST76: Ecuaciones, números racionales, media aritmética y probabilidad. Relación con ST62Q06, ST62Q09, ST62Q17, ST62Q19.

Por lo tanto, una mayor exposición a estas tareas en las clases y los exámenes equivaldría a una mayor frecuencia en el uso de los conceptos matemáticos que figuran en ST62.

La mayor ventaja que tiene emplear el bloque de preguntas ST73-ST76 es evitar, por un lado, la necesidad de hacer correcciones por la contaminación debida por la autoevaluación y, por otro lado, adaptarse a una de las definiciones de referencia de la OTL, planteada por Husén (1967) en su informe sobre el FIMS: “[...] los estudiantes tienen la oportunidad de estudiar un contenido específico o de aprender cómo resolver un tipo particular de problema presentado en el test o prueba cognitiva”. Además, este planteamiento responde a una de las vías de medición de la *oportunidad para aprender contenido* planteada en el Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014).

3.1.5 Relación de la OTL_{LE} con el rendimiento en matemáticas

Siguiendo las pautas que se presentan en el Informe Técnico de PISA (OECD 2014, pág. 424) se construye un índice llamado EXTASMATH, que pretende medir la *exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones*, según la denominación de PISA, la que en esta investigación se ha abreviado por OTL_{LE}.

¹⁹ El código de cada uno de los ítems de la pregunta ST62 figura en el ANEXO 5.

También se construyó utilizando el IRT y se ha comprobado que los resultados son idénticos, de ahí que se haya optado por utilizar el índice más sencillo, que evita el problema de las puntuaciones extremas.

3.1.5.1 Relación directa EXTASMATH con el rendimiento

El primer resultado que se encontró es que la correlación de EXTASMATH con el rendimiento en Matemáticas a nivel intra-países es negativa y cercana a cero; además este patrón se mantiene para el rendimiento en Lectura y en Ciencias; es más, aun siendo las tres correlaciones de la misma magnitud, es más cercana a cero en el caso de Matemáticas.

Si el análisis se restringe a los países de la OECD por una parte y a los NO OECD por otra, se mantiene la misma pauta para las tres competencias, si bien las correlaciones son más cercanas a 0 en los países NO OECD, tal y como puede verse en la Tabla 24.

Correlaciones de EXTASMATH con el rendimiento							
Rendimiento	Intra - países			Entre - países			
	GLOBAL n = 64	OECD n = 33	No OECD n = 31	GLOBAL n= 64	OECD n= 33	OECD sin ESTE- ASIA y LATINOAMERICA n = 29	No OECD n = 31
MATH	-0,084	-0,109	-0,057	0,285	0,090	-0,427	0,487
READ	-0,103	-0,122	-0,082	0,263	0,149	-0,333	0,495
SCIE	-0,090	-0,112	-0,067	0,255	0,118	-0,314	0,479

Tabla 24: Correlaciones con el rendimiento del índice creado para medir la OTL_{LE}

Fuente: Elaboración propia

Cuando el análisis se hace entre-países la correlación global para las tres competencias evaluadas está entre 0,26 y 0,29 tal y como se refleja en la Tabla 24. Se observa que la correlación es positiva al considerar todos los países conjuntamente pero, cuando se analizan las relaciones de la OTL_{TE} con el rendimiento en 24 de los países de la OECD, prácticamente se anula, siendo de 0,09.

Si de la OECD se excluyen los dos países del Este Asiático y los dos de Latinoamérica, es decir, se restringe el análisis a los 29 países de la OECD europeos o de cultura anglosajona, esta relación es de $-0,427$, resultado totalmente incoherente.

También entre-países las correlaciones con las competencias de Lectura y Ciencias, en todas las situaciones descritas, mantienen el mismo modelo que los resultados que se presentan con Matemáticas y son prácticamente idénticas en los tres casos.

A la vista de estos resultados se podría concluir para los 21 países de la OECD señalados que **una mayor exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones lleva a un peor rendimiento en Matemáticas, Lectura y Ciencias.**

En los países no OECD las correlaciones entre-países de EXTASMATH con el rendimiento son positivas en las tres competencias y prácticamente de $0,5$.

En resumen, esta medida, la OTL_{LE} , apenas tiene correlación con el rendimiento a nivel intra-país; es positiva entre-países a nivel global, pero tiene un comportamiento sorprendente al restringir los cálculos a 21 de los países de la OECD, en los que resulta que a mayor OTL_{LE} menor rendimiento en Matemáticas, Lectura y Ciencias. Además, aunque la OTL se mide utilizando unas preguntas basadas en modelos de problemas que se realizan en clase y en los exámenes, la correlación con el rendimiento en Matemáticas es prácticamente igual, cuando no menor, que la que hay con Lectura o Ciencias, lo que podría indicar que hay factores de tipo personal de los estudiantes que se relacionan con la oportunidad para aprender, como podrían ser el entorno sociocultural, el rendimiento, etc. En el epígrafe siguiente se va a profundizar un poco más en alguna de estas posibles relaciones.

3.1.5.2 Relación de EXTASMATH con el ESCS

Desde hace décadas, una de las cuestiones de discusión en la investigación educativa es la de conocer si y en qué medida los centros escolares influyen en el rendimiento de los estudiantes una vez que se ha tenido en cuenta el estatus familiar (Coleman et al., 1966; Gamoran y Long, 2007) para, a partir de ahí, poder implementar políticas a nivel de sistema o de centro que permitan compensar las desigualdades de partida de los estudiantes.

En un primer análisis se estudia la correlación intra-países del ESCS y la OTL_{LE} (medida con el índice EXTASMATH). Los resultados se muestran en la Figura 11 y son bastante sorprendentes pues tal correlación, aunque pequeña, es negativa salvo en seis países.

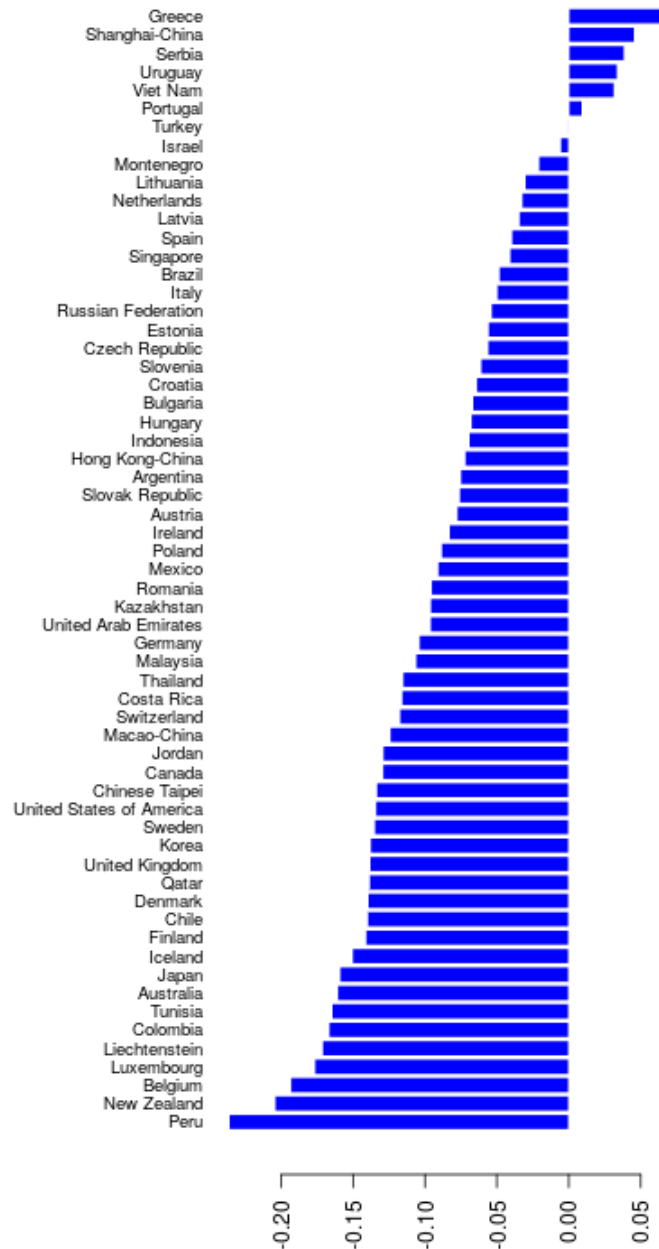


Figura 11. Correlación intra-países del ESCS con EXTASMATH

Fuente: Elaboración propia

No tiene sentido que a mayor ESCS le corresponda una OTL_{LE} menor y se muestran una vez más los problemas que tiene el planteamiento de PISA para medir la Oportunidad de aprender. Una posible causa de estos resultados podría ser evaluarla teniendo en cuenta sólo las opiniones de los estudiantes.

Al estudiar la asociación entre el ESCS y la OTL_C en el informe OECD (2016b, pág. 13) se señala: “En los países de la OECD, alrededor del 54% de las diferencias del impacto del estatus socioeconómico de los estudiantes y las escuelas (ESCS) en la familiaridad de los estudiantes con las matemáticas (OTL_C) se explica por las diferencias, a nivel de sistema, en la edad en que se separan los estudiantes en programas vocacionales o académicos”.

Tal porcentaje se refiere al coeficiente de determinación de una regresión cuya variable dependiente son los coeficientes de determinación, en cada país, de la regresión de FAMCONC sobre ESCS y ESCS_sch (Figura 2.15 en OECD, 2016b, pág. 97) y cuya variable independiente es la edad en que cada país separa a los estudiantes en itinerarios educativos diferentes. En la Figura se muestra una representación de los mismos datos en la que se aprecia que los países se agrupan en tres tramos: el primero influido por aquellos que separan a los 10 años con R^2 en torno a 0,17 (Alemania y Austria); el segundo, desde los 11 años a los 14 años con R^2 de 0,12 y el último, en los 15 y 16 años con R^2 de 0,07. Si la edad de separación fuese la causante real, sería difícil de entender que no tuviera ningún tipo de efecto en ese periodo central de 4 años.

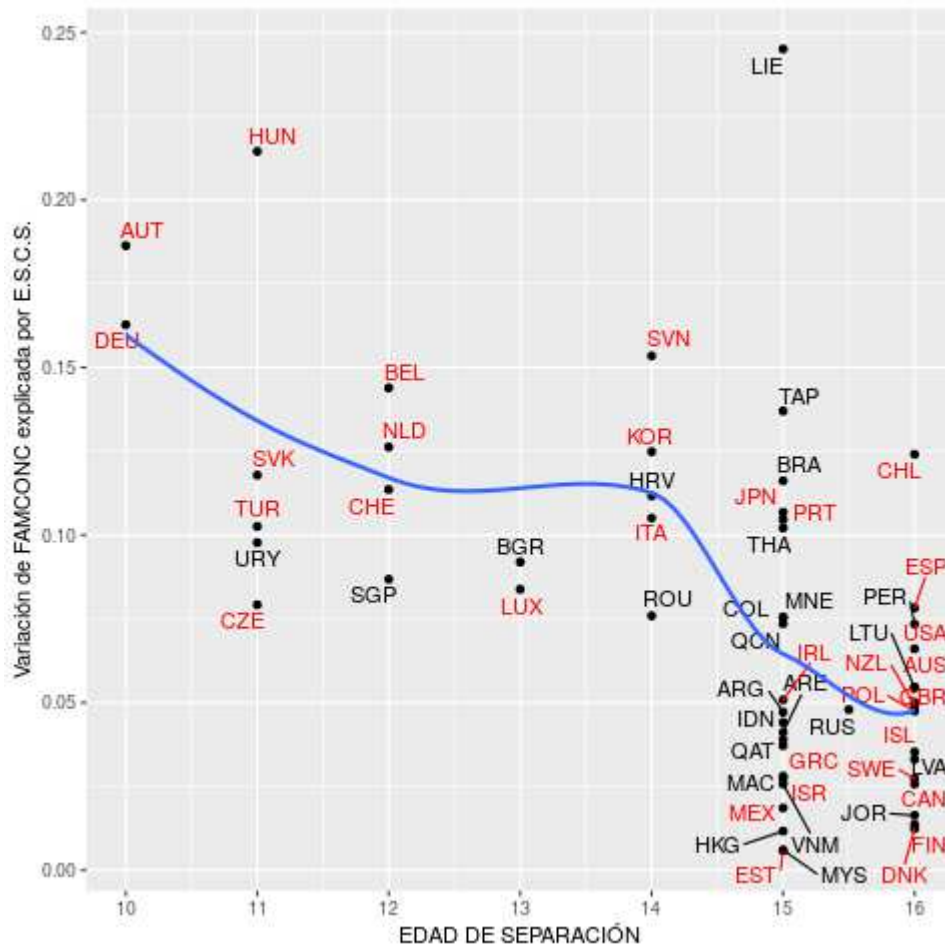


Figura 12. Relación entre la edad de separación y variación de FAMCONC explicada por ESCS

Fuente: Elaboración propia

En este análisis PISA sólo tuvo en cuenta la edad de separación en itinerarios, olvidando otros aspectos fundamentales como la separación, por el rendimiento, de los estudiantes en grupos diferentes o dentro de la misma clase. Por tanto, no se ha considerado el efecto de estos dos tipos de separación, denominados *streaming* y *grouping* respectivamente.

En resumen, en la OECD el ESCS explica en promedio un 8,5% de FAMCONC (parte derecha de la Figura 14²⁰ que replica la Figura 2.2 de OECD, 2016b, pág. 76).

²⁰ Francia está excluida del conjunto de países OECD para realizar el cálculo, ya que está ausente en la correspondiente tabla de PISA

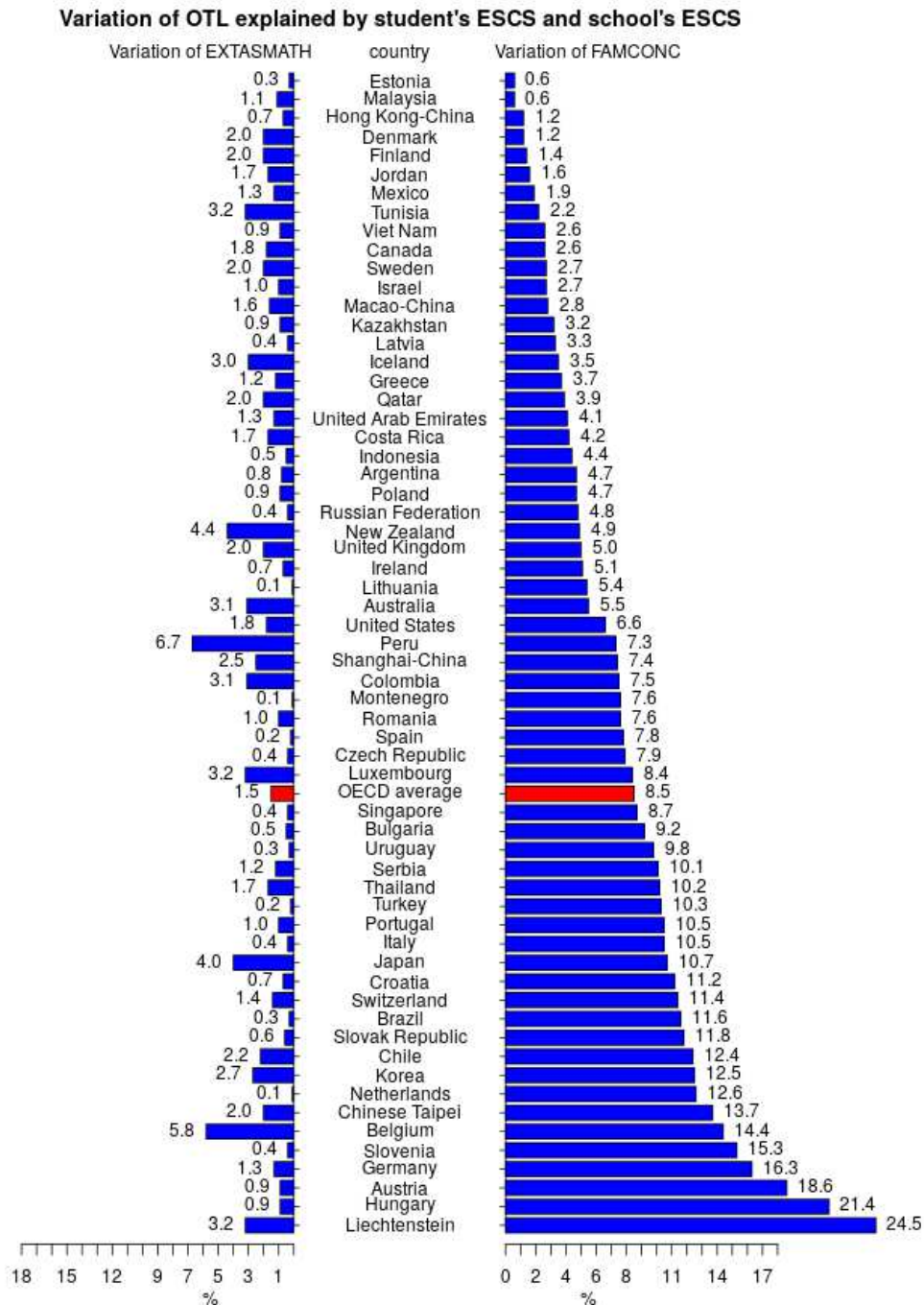


Figura 13. Comparación de la variación de EXTASMATH y FAMCONC (diferentes mediciones de OTL) explicada por el ESCS del estudiante y el ESCS de la escuela, medidas en la misma escala

Fuente: Elaboración propia

En estos análisis, sobre los mismos países y siguiendo los mismos criterios, con la medida OTL_{LE} que se está utilizando (EXTASMATH en vez de FAMCONC), el promedio de la influencia del ESCS sobre la OTL_{LE} es del 1,5% (Figura 13, en la parte izquierda).

Utilizando la representación análoga a la de la Figura 12, se muestra la nube de puntos donde se aprecia, no sólo el cambio de escala vertical (como ya se veía en la Figura 13), sino también el cambio de tendencia en la relación de las variables. En este caso, la edad de la primera separación de itinerarios (*tracking*) explica sólo el 5,8% de la influencia del ESCS sobre EXTASMATH.

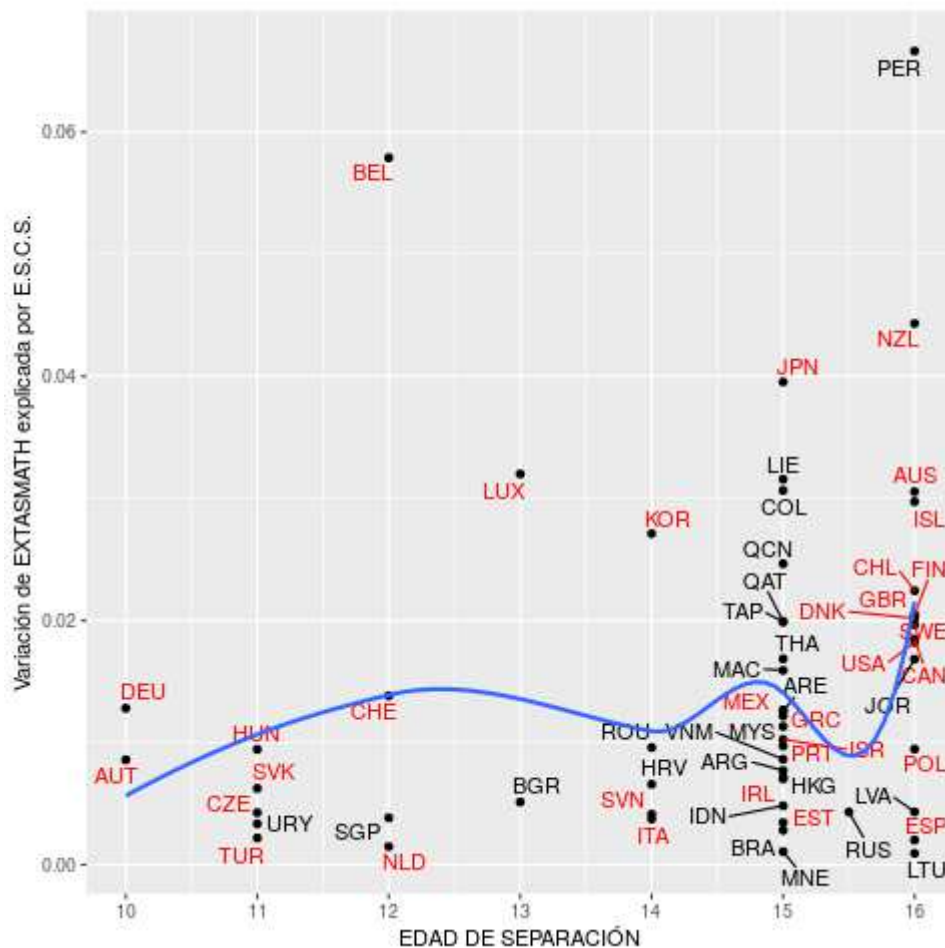


Figura 14. Relación entre la edad de separación y variación de EXTASMATH explicada por ESCS

Fuente: Elaboración propia

La afirmación de PISA sobre que la edad de separación influye en la igualdad en el acceso a las matemáticas precisa, a la luz de los resultados obtenidos, de un estudio más profundo y detallado.

3.1.5.3 Relación entre OTL, ESCS y rendimiento en matemáticas

Si bien, consistentemente, en los diferentes estudios internacionales (FIMSS, TIMSS, PISA...) se constata una relación positiva entre el estatus familiar y el rendimiento, los factores

relativos a la escuela (OTL) tienen una relación más débil y en ocasiones totalmente insignificante.

El entender cómo se relacionan el rendimiento de los estudiantes, el estatus socioeconómico y la oportunidad para aprender podría ayudar a conocer si las escuelas perpetúan las desigualdades sociales. Schmidt et al. (2015) señalaron que la relación entre el estatus socioeconómico familiar y el rendimiento de los estudiantes está parcialmente mediatizada por las diferencias en la oportunidad para aprender que proporcionan las escuelas. Sus análisis se basaron en el modelo que Schmidt et al. (2011) plantearon en que el *ESCS* influye tanto en la OTL como en el *rendimiento de los estudiantes* y a su vez la OTL influye en el *rendimiento de los estudiantes* (Figura 15 excepto flecha roja).

La primera cuestión que hay que señalar es que este modelo teórico de Schmidt no se ajusta a la realidad pues hay una interrelación mutua entre la OTL y el rendimiento de los estudiantes. Tal interrelación es un hecho contrastado pues en la edición de PISA 2012 en el cuestionario de contexto de las direcciones, en una de las preguntas, la SC15, se les planteaba en qué medida en el centro se hacía algún tipo de separación horizontal o vertical de los estudiantes en función de su rendimiento en matemáticas. Tenían tres opciones de respuesta: 1) en todas las clases, 2) en algunas clases y 3) en ninguna clase. La formulación de tal pregunta, así como la codificación para cada uno de los ítems, se presenta en la Tabla 25.

En algunos casos, los centros organizan la enseñanza de manera diferente para los alumnos con diferente aptitud o interés en las Matemáticas. ¿Cuáles de las siguientes opciones describen lo que se hace en su centro con los alumnos de 4^º de ESO en las clases de Matemáticas?	
SC15 Q01	a) En las clases de Matemáticas se estudian contenidos similares, aunque con diferentes niveles de dificultad.
SC15 Q01	b) En clases diferentes se estudian contenidos diferentes o un conjunto distinto de temas de Matemáticas que tienen diferentes niveles de dificultad.
SC15 Q01	c) Se agrupa a los estudiantes según su aptitud dentro de sus propias clases de Matemáticas.

SC15 Q01	d) En las clases de Matemáticas, los profesores utilizan una pedagogía adecuada para grupos de alumnos con aptitudes heterogéneas (es decir, no se les agrupa por su aptitud).
----------	--

Tabla 25: Pregunta SC15 del cuestionario de contexto de centro. PISA 2012

Fuente: Cuestionario de centro en español

<https://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:293e402d-6020-4101-a726-7a874c2af54c/pisa-2012-cuestionario-del-centro.pdf>

A partir de sus respuestas se concluye que más de un 50% de los centros separan a los estudiantes en función a su rendimiento (OECD, 2016b), que reciben contenidos o niveles de dificultad distintos y, por lo tanto, la oportunidad para aprender del alumnado es distinta y depende de su rendimiento.

Otro claro argumento que demuestra que el rendimiento influye en la OTL, y por tanto que la relación entre ambos es bidireccional, se refleja en el informe de la red Eurydice²¹ (2011, pág. 47) donde se señala que son muchos los países europeos que proponen cambios de itinerario o de centro como alternativas a la repetición de curso por lo tanto las oportunidades para aprender dependen de su rendimiento.

Se presenta en la Figura 12 cómo resultaría el modelo completo que representa la relación entre el ESCS, la OTL y el rendimiento.

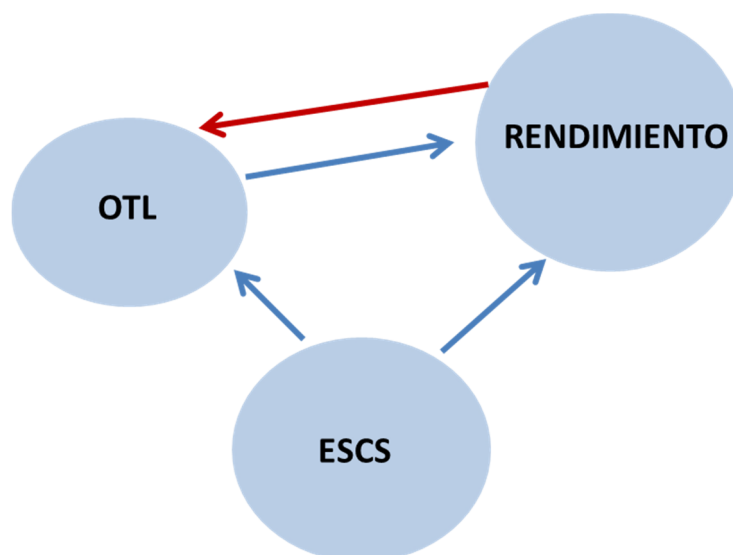


Figura 15. Modelo completo de la relación entre el ESCS, la OTL y el rendimiento de los estudiantes

²¹ La Red Eurydice la componen 37 unidades nacionales con base en los 33 países participantes en el programa de Aprendizaje a lo largo de la vida de la UE (Estados Miembros de la UE, países de la AELC, Croacia y Turquía). Eurydice tiene como objetivos el analizar y ofrecer información sobre los sistemas y políticas educativas europeas.

Fuente: Modificado a partir del modelo de Schmidt et al. (2011)

Tal y como ahora se presenta el modelo completo, y dado que el ESCS está relacionado con el rendimiento, se deduce, en la doble relación planteada, que la OTL y el ESCS están asociados en alguna medida, tanto de manera directa como indirecta, vía el rendimiento.

Bajo este punto de vista el análisis de la relación entre estos tres factores escolares, como ya se adelantó en la sección 1.3, llevaría a tener en cuenta múltiples factores difícilmente cuantificables para una evaluación de las características de PISA.

3.1.6 El cuestionario de contexto para medir para medir la OTL_{LE}

Al obtener conclusiones sin sentido en el comportamiento de la exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones (OTL_{LE}), cabe plantearse si la información que ha recogido PISA en el cuestionario de los estudiantes es adecuada para este propósito. Para ello se compara la variabilidad en la OTL_{LE} de los centros sin separación de los estudiantes, por su rendimiento matemático, con la de aquellos que la tienen.

Si estuviese bien medida la OTL mediante la OTL_{LE} la esperanza de la variabilidad en los centros con separación debería ser estrictamente mayor que en aquellos que no la tienen. El modelo teórico que se utilizó para este análisis considera los siguientes elementos:

Sea X la variable

X = exposición a los tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones

Ahora se plantea un modelo para la variable:

$$X_{ijk} = \mu_k + \alpha_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

donde

i = estudiante; j = grupo dentro del centro ; k = centro

ε_{ijk} = error del modelo

α_{jk} = exposición a las matemáticas en el grupo j del centro k

Se puede suponer sin pérdida de generalidad que la esperanza $E(\alpha_{jk}|k) = 0$, de donde:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X|k) &= E[X_{ijk} - \mu_k]^2 = E[\alpha_{jk} + \varepsilon_{ijk}]^2 = E[\alpha_{jk}^2] + E[\varepsilon_{ijk}] = \\ &= \text{Var}(\alpha_{jk}) + \sigma^2 \end{aligned}$$

La situación que se tiene según los centros hagan separación o no de los estudiantes es la siguiente:

Centros sin agrupamiento de estudiantes: en este caso todos los estudiantes reciben los mismos contenidos y al mismo nivel y por tanto $\text{Var}(\alpha_{jk}) = 0$, de ahí que $E_k[\text{Var}(X|k)] = \sigma^2$

Centros con agrupamiento de estudiantes: en tal caso los estudiantes reciben distintos contenidos o con diferente grado de dificultad, ya que están agrupados por su habilidad en matemáticas.

En este caso la expresión para la esperanza sería:

$$E_k[\text{Var}(X|k)] = E_k[\text{Var}(\alpha_{jk})] + \sigma^2 > \sigma^2$$

De aquí se concluye que la esperanza de la varianza de la OTL en los centros en que no hay separación ha de ser menor que en los centros en los que la hay.

Para comprobar si se verifica el modelo planteado, se han considerado únicamente los estudiantes del curso modal, GRADE = 0, y que eligen las opciones de estudios mayoritarias, ISCEDD²² = A e ISCEDO = "General", con lo que nos quedamos con un total de 239.011 estudiantes muy homogéneos en cuanto al curso y nivel de estudios.

Se entiende que no se separa a los estudiantes si las direcciones han respondido "en ninguna clase" en su cuestionario de contexto en los ítems SC15Q01, SC15Q02 y SC15Q03 (Tabla 25), lo que representa un total de 38.089 estudiantes. Hay 3317 individuos en escuelas que si separan con las condiciones establecidas.

Al estimar la varianza intra-escuelas se obtiene un valor de 0,213 en los casos en que no hay separación y de 0,225 cuando si separan, es decir, la magnitud de la variabilidad de la OTL es igual en ambos grupos. En consecuencia, no existen diferencias significativas en contra de lo que supone el modelo formulado.

En la Figura 14 se puede ver la similitud de la variabilidad de la OTL intra-país en los dos tipos de centros, donde la recta representa la bisectriz del primer cuadrante.

²² Son categorizaciones dentro de ISCED (en inglés), en castellano CINE, se refiere a la Clasificación Internacional Normalizada de la Educación de la UNESCO que sirve de referencia para *organizar los programas educativos* y las *cualificaciones* correspondientes por niveles y ámbitos de educación.

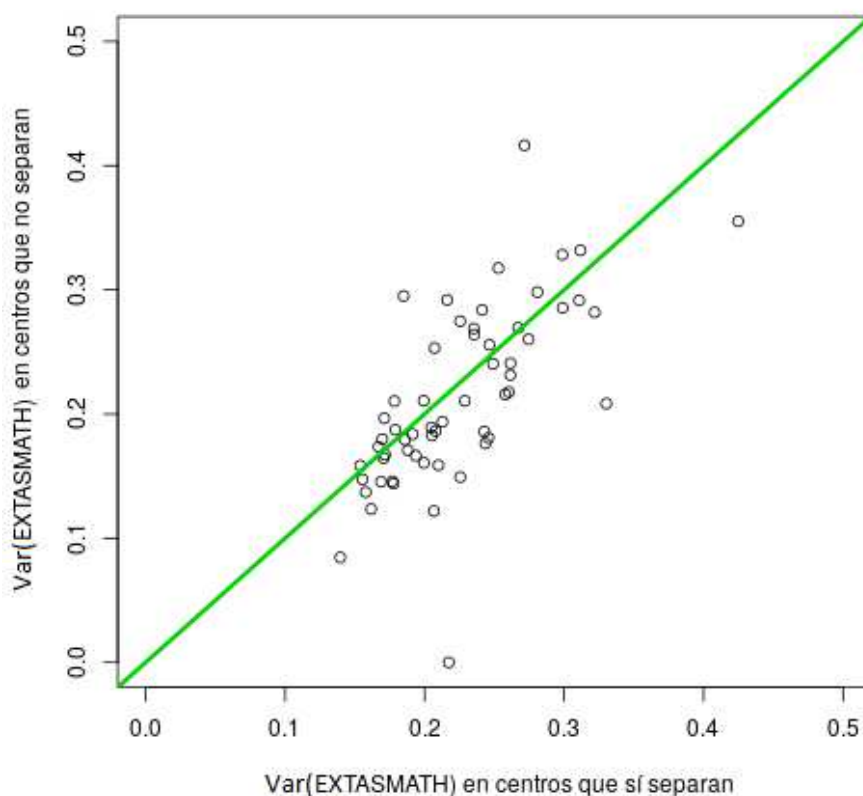


Figura 16. Comparación de la variable EXTASMATH²³, por países, en centros con y sin separación.

Fuente: Elaboración propia

La conclusión que se deriva de este análisis es que la medición de la **exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones** (OTL_{LE}) que propone PISA a partir del cuestionario de contexto de los estudiantes no es adecuada.

3.1.7 Resultados sobre las mediciones que hace PISA de OTL_C y OTL_{LE}

A partir de lo expuesto en este epígrafe 3.1 se constata que:

1. No está bien medida la *oportunidad de aprender contenido*, en su dimensión de *familiaridad con conceptos matemáticos* (OTL_C), utilizando la pregunta del cuestionario de los estudiantes ST62, por mezclar en las opciones de respuesta frecuencia de exposición a los contenidos y autoevaluación de los estudiantes. Esto lleva a poner en cuestión cualquier análisis posterior y las conclusiones derivadas.

²³ El punto llamativo, donde tiene una varianza mucho mayor en los centros que separan, corresponde a Nueva Zelanda. El punto atípico para los centros que no separan representa una escuela con sólo dos alumnos encuestados y sólo uno de los datos es válido, de ahí que la varianza sea 0.

2. Los métodos de construcción de los índices de OTL, por parte de PISA, complican innecesariamente los cálculos. Por ejemplo, el uso del IRT para obtener FAMCON da lugar a problemas con las puntuaciones extremas, que se evitan con el empleo de una media sencilla.

3. La corrección que hace PISA al índice FAMCOM, mediante el índice FAMCONC, proporciona un supuesto beneficio a la relación de la OTL con el rendimiento a nivel entrepaíses. Sin embargo, tal mejora da lugar a resultados inconsistentes cuando se hace un análisis más detallado del índice; por ejemplo en los países europeos o anglosajones de la OECD la correlación entre FAMCONC y MATH pasa a ser negativa.

4. Cuando se analiza la *Exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones* (OTL_{LE}), medida por el índice EXTASMATH, que no contiene auto-evaluación, la correlación con el rendimiento en Matemáticas intra-países es negativa y casi nula; sucede lo mismo con la correlación en Lectura y Ciencias. Esto significa que no existe relación de esta OTL_{LE} con ningún aspecto del rendimiento.

5. La correlación del índice construido (EXTASMATH) con el rendimiento, a nivel entrepaíses, de forma global sale positiva pero, si se restringe a los países de la OECD europeos o de origen anglosajón, tal relación pasa a ser negativa y con un valor de $-0,4$, lo que indicaría que a mayor oportunidad para aprender menos rendimiento en matemáticas.

6. Las correlaciones de EXTASMATH, al igual que ocurría con FAMCONC, con el rendimiento en Matemáticas son prácticamente idénticas, cuando no menores, que con Lectura y Ciencias, las otras dos competencias principales de evaluación de PISA. Esto significa que no mide nada específico de PISA.

7. Cuando se trata de ver la influencia del estatus socioeconómico y cultural sobre la OTL_{LE} (índice EXTASMATH) explicada por la edad de la primera separación (*tracking*) se observa que tal contribución es prácticamente inexistente, explicando el 5,8% del 1,5%.

8. La medición de la OTL_{LE} por parte de PISA no es la adecuada. Al calcular la media de la varianza de EXTASMATH en los centros en que hay separación de estudiantes por rendimiento en matemáticas, se encuentra que es la misma que en aquellos en que no hay separación, en contra del resultado que correspondería al modelo teórico planteado.

Para indagar un poco más sobre como respondieron los estudiantes y la adecuación de los contenidos que se les presentaron en la pregunta ST62 se hizo el estudio de caso que se expone en el epígrafe siguiente.

3.1.8 Estudio de caso sobre el instrumento de medición de la OTL_c

Se va a plantear un estudio de caso para indagar en detalle sobre el instrumento de medida que PISA utiliza para la OTL_c, la pregunta ST62, para conocer la idoneidad de los conceptos matemáticos presentados a los estudiantes y para averiguar cómo influye el aspecto de la autoevaluación. Para ello se pasó un cuestionario con la pregunta ST62 a los estudiantes de 4º ESO, curso modal de PISA, de un centro educativo asturiano.

En el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, en su Artículo 14, sobre la Organización de cuarto curso de Educación Secundaria Obligatoria, se recoge que éste puede cursarse por dos opciones:

- a) Opción de enseñanzas académicas para la iniciación al Bachillerato.
- b) Opción de enseñanzas aplicadas para la iniciación a la Formación Profesional.

Así, en general, el alumnado que cursa las Matemáticas Aplicadas continuará con estudios profesionales y el resto con estudios académicos.

La muestra la constituyeron un total de 89 estudiantes, 46 mujeres y 44 hombres. Nueve de ellos estaban cursando las Matemáticas Aplicadas y el resto las Matemáticas Académicas, además dentro de esta segunda modalidad había 52 personas que estudian las matemáticas dentro del programa bilingüe (reciben más del 75% de los contenidos de matemáticas en inglés).

La encuesta se pasó al finalizar el tercer trimestre del curso 2018-2019, formulando de manera literal la misma pregunta ST62 de la evaluación de PISA 2012²⁴, incluido el formato (ver Tabla 9). Una vez que lo cumplimentaron se les hizo una entrevista grupal para que respondiesen a dos cuestiones:

1. Si habían tenido dificultad en la comprensión de la pregunta.
2. Si habían encontrado adecuadas las opciones de respuesta.

Antes de presentar los resultados del índice OTL_c, construido con estos datos, se muestran las valoraciones que hicieron a partir de las dos preguntas señaladas para la entrevista grupal.

²⁴ Se recuperó del cuestionario del alumnado de la página del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) <http://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/pisa-2012.html>

Los resultados a la primera pregunta de la entrevista grupal sobre si habían tenido dificultad en la comprensión de la pregunta son los siguientes:

- Prácticamente el 100% señalaron que al leer el enunciado de la pregunta lo que se les pedía les pareció algo fácil de hacer; sin embargo, más de las tres cuartas partes dijeron que no sabían si se refería a los conceptos vistos en ese año escolar o se incluían también los años anteriores.
- No habían escuchado algunos conceptos presentados en ningún momento de su escolarización. Entre los conceptos que les habían resultado desconocidos aparecieron, en primer lugar, los tres “cebos”: *el número genuino* (95%), *la escala subjuntiva* (98%) y *la fracción declarativa* (98%).
- Hubo un número importante de estudiantes (42%) que señalaron como desconocido el concepto de *figuras isométricas*. En este caso se debe a la denominación que reciben en el currículo de España, donde se habla de *transformaciones o movimientos en el plano: traslaciones, giros y simetrías* o bien de *transformaciones geométricas*.
- Todo el alumnado de matemáticas aplicadas dijo no conocer el concepto de *coseno*, pues no está en el currículo de esta modalidad.

El resultado a la segunda pregunta de la entrevista grupal sobre si habían encontrado adecuadas las opciones de respuesta se concreta en:

- En muchos casos los estudiantes tenían dudas a la hora de elegir la respuesta; por ejemplo, no tenían claro la elección entre las opciones 3) “lo he visto varias veces” y 4) “lo he visto a menudo” frente a la 5) “lo conozco bien, entiendo el concepto”, puesto que no son incompatibles. Un número reducido de estudiantes eligieron sólo entre las cuatro primeras opciones para evitar la última de ellas.

A continuación, se construyó el índice F1NA para estos datos, siguiendo el procedimiento indicado en el epígrafe 3.1.2 para la construcción de FAMCON1NA, y se calculó el rendimiento en matemáticas como la nota final en la asignatura.

En la siguiente tabla se recoge la correlación, el p-valor, el número de casos, la nota media y la desviación típica de la nota de matemáticas, así como la nota media y la desviación

típica del índice F1NA, tanto globalmente como separados por la modalidad de matemáticas que cursaban.

Modalidad	Nota de Matemáticas		Familiaridad - F1NA		N	Correlación de Pearson	
	Media	Desv. Típica	Media	Desv. Típica		r	p-valor
Global	5,93	1,92	3,67	0,62	89	0,46	0,00
Aplicadas	5,56	1,74	3,12	0,44	9	0,43	0,25
Académicas	5,98	1,95	3,73	0,61	80	0,46	0,00

Tabla 26: Correlaciones de F1NA con la nota en matemáticas

Fuente: Elaboración propia

En este caso las correlaciones son bastante similares y prácticamente coincidentes con la correlación que presenta el índice FAMCON1NA con el rendimiento en matemáticas en PISA 2012 de los estudiantes ($r=0,46$), además, en el caso de las matemáticas académicas tal correlación es significativa.

Si ahora se desglosan los análisis teniendo en cuenta que el alumnado de matemáticas académicas curse el programa bilingüe o no, los resultados son:

Modalidad	Nota de Matemáticas		Familiaridad		N	Correlación de Pearson	
	Media	Desv. Típica	Media	Desv. Típica		r	p-valor
Aplicadas	5,56	1,74	3,12	0,44	9	0,43	0,25
Académicas NO bilingüe	4,54	1,40	3,30	0,56	28	0,28	0,15
Académicas bilingüe	6,75	1,76	3,97	0,50	52	0,23	0,10

Tabla 27: Correlaciones de F1NA con la nota en matemáticas, según programa lingüístico

Fuente: Elaboración propia

Las correlaciones de las matemáticas académicas con la OTLc, según cursen el programa bilingüe o no, bajan su valor a la mitad. Los estudiantes de los grupos bilingües tienen mejores rendimientos que el resto, y al distinguir entre grupos bilingües y no bilingües,

se hace más homogéneo el autoconcepto dentro de cada colectivo y por tanto la reducción de la correlación concuerda con la presencia de autoconcepto en la medida de la OTLC.

Esta consideración en bilingüe y no bilingüe se debe a que las matemáticas académicas en el centro educativo donde se realizó la encuesta se cursan en Castellano o en Inglés. Hay tres grupos de matemáticas académicas bilingües, dos académicas no bilingües y una de matemáticas aplicadas.

Gráficamente la situación que se presenta en cuanto a la relación entre F1NA (*familiaridad con conceptos matemáticos*, OTLC) y la calificación en la asignatura de matemáticas se muestra en la siguiente Figura:

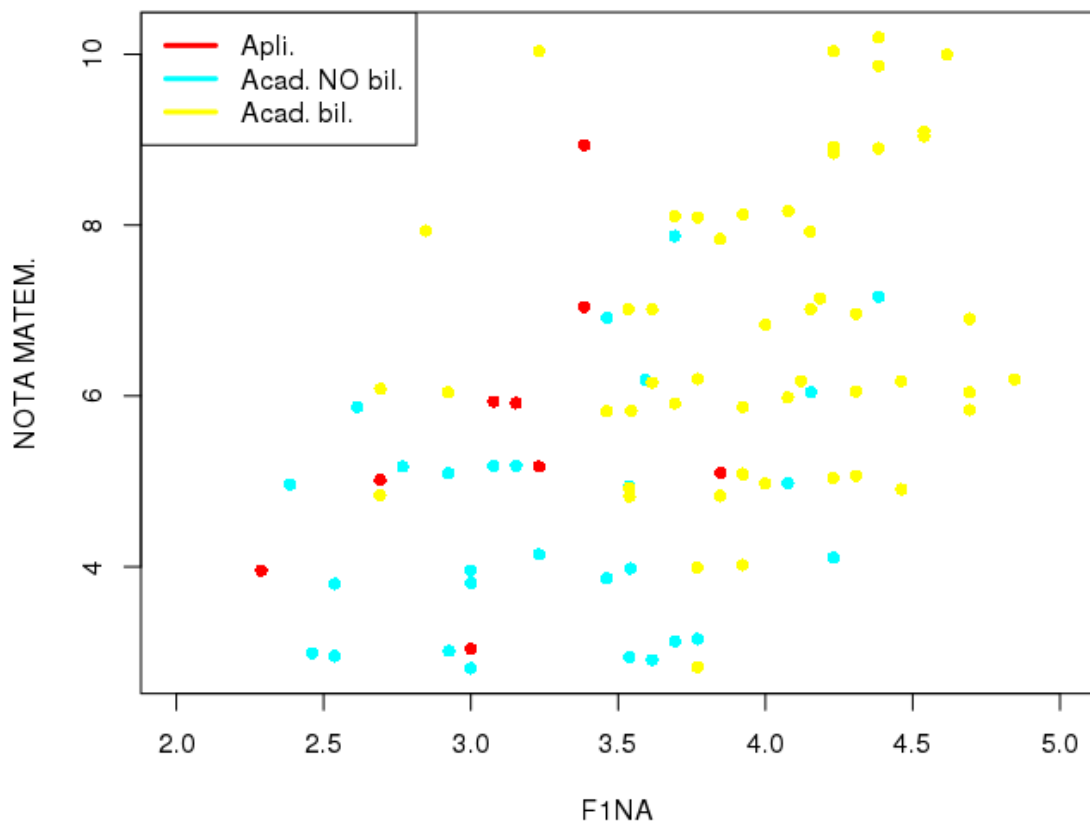


Figura 17. Relación de la *familiaridad con conceptos matemáticos*, F1NA, y la nota en matemáticas

Fuente: Elaboración propia

Por último, se va a estudiar la variabilidad intra-aula, pues en este caso los estudiantes reciben los mismos contenidos, impartidos por un único docente, con lo cual tienen la misma oportunidad para aprender. Los estudiantes estaban en seis aulas diferentes. En la Tabla

siguiente se muestran los resultados indicando el número de estudiantes, el docente y la modalidad lingüística:

	Global	Aula 1 N=9	Aula 2 N=13	Aula 3 N=15	Aula 4 N=17	Aula 5 N=19	Aula 6 N=16
Media F1NA	3,67	3,12	3,06	3,51	4,01	3,91	3,99
Desv. Típica	0,62	0,44	0,53	0,51	0,45	0,66	0,32
Docente	A, B, C, D	A No Bil.	A No Bil.	B No Bil.	C Bil.	D Bil.	D Bil.

Tabla 28: Varianza de F1NA global y por aula

Fuente: Elaboración propia

Los valores mínimo y máximo de variabilidad se encuentran con el mismo profesor y grupos bilingües, es decir, en unas condiciones de homogeneidad máxima en cuanto al nivel académico de los estudiantes y a la metodología empleada.

Otra cuestión que se analizó es ver cómo para determinados contenidos el que los estudiantes respondan con un 5 (la autoevaluación) implica que son respuestas no directamente comparables.

Por ejemplo, considérese el concepto *ecuaciones lineales*, que señala con un 5) el 33% del alumnado que cursa matemáticas aplicadas y con un 51% quienes cursan académicas. Mientras que en las matemáticas aplicadas el contenido que recoge el currículum es *Resolución de ecuaciones y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas*, en las matemáticas académicas, los contenidos curriculares son: *Ecuaciones de grado superior a dos*, que implica que ya vieron los contenidos de las ecuaciones lineales en cursos anteriores.

Es evidente que las respuestas de dos estudiantes que cursen diferente modalidad de matemáticas, sobre su conocimiento del concepto de *ecuación lineal*, no son directamente comparables.

3.1.8.1 Resultados del estudio de caso de la OTL_C

Al llevar a cabo esta aplicación de la pregunta ST62 a un grupo de estudiantes, cuya referencia es el grupo aula y no el centro como ocurre en PISA, se han detectado algunas

cuestiones que también se habrían de considerar respecto a los conceptos que se les presentan a los estudiantes. Se han corroborado algunos de los problemas detectados cuando se analizó en detalle la medición que hace PISA para la OTLc y se ha confirmado la correlación de la OTLc con matemáticas.

En cuanto a los conceptos matemáticos que se les presentan:

- Detectaron los conceptos “cebo” sin ninguna dificultad pero, en otros casos en que dicen no conocerlos (figuras isométricas), la respuesta viene condicionada por la traducción que se hace en las pruebas PISA, sin tener en cuenta la denominación que el concepto tenga en el currículo del país.
- Cuando cursan modalidades escolares diferentes hay conceptos que pueden no conocer, pues en determinada opción no se imparten (caso del *coseno*), lo que claramente implica que los itinerarios elegidos condicionan la OTLc que tenga el alumnado.
- En modalidades diferentes, aun conociendo el concepto, el tratamiento que se hace del mismo es completamente diferente. Es el caso de las ecuaciones lineales.

Cuando se trata del planteamiento de la pregunta o de la escala de valoración:

- Cuando se les pedía a los estudiantes la frecuencia con que habían visto determinados conceptos no estaba claro si se refería al año escolar o tenían que tener en cuenta cursos anteriores.
- Detectaron que se estaban usando dos escalas diferentes en las opciones de respuesta, la frecuencia y la autoevaluación y, al tener que elegir sólo una, tuvieron dificultades para decidir.

En el análisis de correlaciones con el rendimiento de las diferentes asignaturas:

- Se confirma la correlación, a nivel global, de la OTLc con matemáticas que se había encontrado con los datos de PISA 2012, aunque hay que matizar dos cuestiones: la primera es que la correlación del estudio de caso con matemáticas aplicadas está calculada para un número muy reducido (sólo 9); en segundo lugar, para matemáticas académicas, aunque se confirma el valor de PISA y la correlación sale estadísticamente significativa, cuando el análisis se

circunscribe a los estudiantes que cursan o no el programa bilingüe, la correlación se reduce a la mitad y deja de ser significativamente distinta de 0.

- Cuando se analiza la variabilidad por aula, donde imparte clase un único docente y donde todo el alumnado recibe los mismos contenidos, se constata que es muy alta, incluso en algún caso bastante superior a la media global.

Finalizado el estudio de caso, en el epígrafe siguiente se pasa a indagar cómo hace PISA la medición del tercero de los aspectos de la *oportunidad para aprender contenido*, el que aquí se ha denominado OTL_T.

3.2 Oportunidad para aprender contenido: Experiencia en tareas matemáticas (OTL_T)

Ya se ha visto que PISA señala como uno de los aspectos de la OTL de contenido la *Experiencia en tareas matemáticas*, que aquí abreviaremos por OTL_T. En el Informe Técnico de PISA (OECD, 2014, pág. 57) se indica que se ha construido a partir de una de las preguntas del cuestionario de contexto de los estudiantes, la ST61, donde los estudiantes tienen que responder con qué frecuencia encuentran determinados tipos de ejercicios de matemáticas en clase. A partir de la misma lista de nueve ejemplificaciones de ejercicios (Tabla 8) PISA creó dos subescalas, referidas a:

- a) Experiencia con ejercicios de matemáticas puras (EXPUREM: ST61Q05, ST61Q07, ST61Q09).
- b) Experiencia con ejercicios de matemáticas aplicadas (EXAPPLM: ST61Q01, ST61Q02, ST61Q03, ST61Q04, ST61Q06, ST61Q08).

Los objetivos de PISA al medir la OTL_T era conocer si la enseñanza de las matemáticas estaba más orientada hacia la matemática *aplicada* o hacia la *pura*, y cómo era su relación con los resultados que el alumnado obtiene en la competencia matemática.

Antes de estudiar en detalle los análisis y conclusiones de PISA respecto a la OTL_T en su dimensión de experiencia en matemática *pura* o *aplicada* es conveniente revisar lo que la investigación educativa recoge a este respecto.

3.2.1 Matemáticas Puras y Matemáticas Aplicadas

Desde hace décadas diversos investigadores (Steiner, 1976; Pollak, 1979; Blum, 1985, 1989, 1991 y 2002; Borasi et al., 1999) se han encargado de diferenciar la matemática pura y

la matemática aplicada desde una perspectiva de resolución de problemas, pues ambos aspectos están intrínsecamente ligados a este procedimiento.

Según Blum y Niss (1991) se entiende por problema “una situación que conlleva ciertas preguntas abiertas que desafían intelectualmente a alguien que no tiene la posesión inmediata de suficientes métodos, procedimientos, algoritmos directos, etc. para responder a las preguntas”. Señalan además que esta noción de problema está relacionada con la persona involucrada, así lo que para una persona puede ser un problema para otra podría tratarse de un simple ejercicio.

Estos autores distinguen dos tipos de problemas matemáticos, el aplicado y el puramente matemático:

- “Es característico de un *problema matemático aplicado* que la situación y las preguntas que lo definen pertenezcan a algún segmento del mundo real²⁵ y permitan que algunos conceptos matemáticos, métodos y resultados lleguen a estar involucrados” (pág. 38).
- En contraste, en un *problema puramente matemático*, “la situación definitoria está enteramente incrustada en algún universo matemático. Esto no impide que los problemas puros surjan de los problemas aplicados pero, tan pronto como son sacados del contexto extra-matemático que los generó, ya no son aplicados.” (pág. 39).

Los elementos esenciales de contenido y estructura son comunes a las dos categorías, pero también hay diferencias significativas en particular en cuanto a los objetivos, propósitos, y papel que juegan en los currículos de matemáticas (Blum y Niss, 1991, pág. 39).

Ponte y Canavarro (1994) también señalan que los problemas pueden estar en el contexto de la realidad (problema matemático aplicado) o formulados en términos puramente matemáticos, e inciden en que el alumnado cuando tiene que resolver problemas apenas focaliza su atención en las propiedades de los mismos, alejándose por tanto del mundo real.

²⁵ Por mundo real entienden el "resto del mundo" fuera de las matemáticas, es decir, las asignaturas o disciplinas escolares o universitarias diferentes de las matemáticas, o la vida cotidiana y el mundo que nos rodea.

Por eso, en ocasiones, un problema matemático aplicado puede ser entendido en un contexto casi tan abstracto como el contexto de las matemáticas puras.

La denominación de problema matemático aplicado, según la literatura al respecto, es la *resolución de tareas de matemáticas basadas en el contexto* y requiere una interacción entre el mundo real y las matemáticas (Schwarzkopf, 2007), que a menudo se describe como un proceso de modelado (Maass, 2010) o matematización (OCDE, 2003). El proceso de modelado comienza con un problema del mundo real y finaliza con una solución en el mundo real (Maass, 2010) y se considera que se lleva a cabo en siete pasos (Blum y Leiss, 2007), cuyo modelo se presenta en la siguiente Figura.

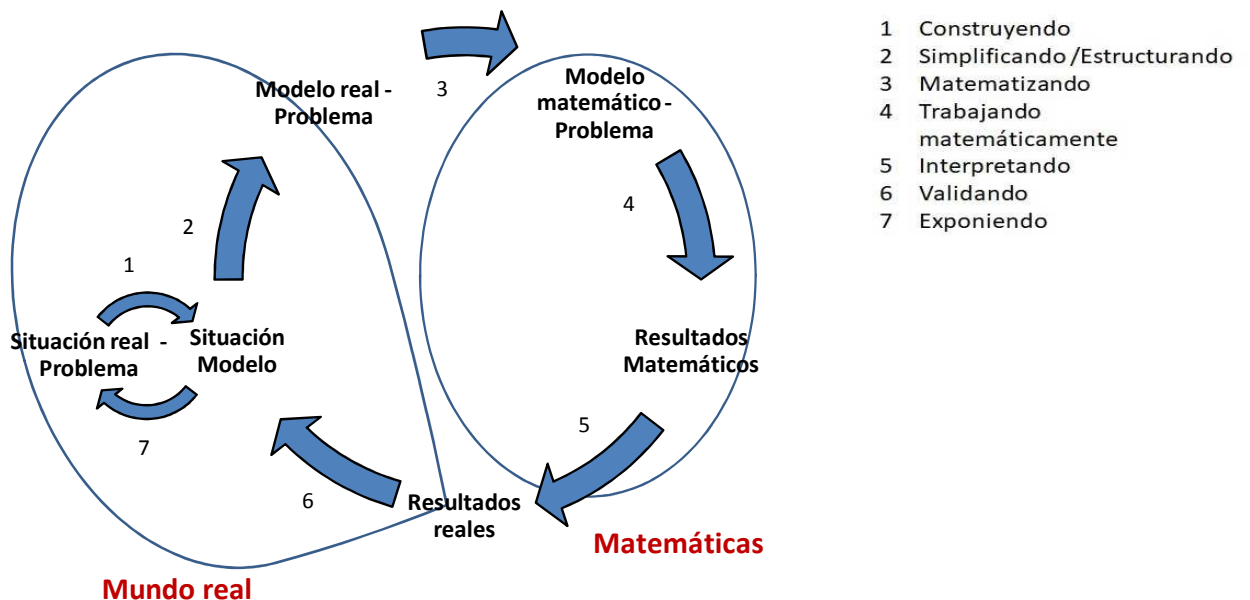


Figura 18. Esquema de Blum y Leiss (2007)

Fuente: Elaboración propia

Se puede ver que el modelo de competencia matemática en la práctica que PISA define (OECD, 2013) y que se recoge en la Figura 1 es una simplificación en cuatro pasos del modelo de Blum y Leiss (2007):

1. Problema en contexto. Se correspondería con el paso 1.
2. Problema matemático. Asociado a los pasos 2 y 3.
3. Resultados matemáticos. Relacionados con los pasos 4 y 5.
4. Resultados en contexto. Conectados con los pasos 6 y 7.

Por otra parte hay que indicar que los trabajos mencionados ponen de manifiesto la dificultad, en ocasiones, para diferenciar ambos aspectos, pero de manera general podemos entender que el desarrollo de las matemáticas hacia una aplicación o transferencia a otras áreas o disciplinas está relacionado con las matemáticas *aplicadas* y, por otro lado, el desarrollo de las matemáticas para avanzar en éstas, lo identificamos como matemáticas *puras*.

3.2.2 El tratamiento de las Matemáticas Puras y las Matemáticas Aplicadas en PISA

En la definición de competencia matemática o alfabetización matemática que PISA utiliza en la evaluación del 2012 (OECD, 2013a, pág. 25) se incluyen tanto los problemas matemáticos aplicados como los puros, y se remarca la importancia en la capacidad de los individuos para “formular, emplear e interpretar las matemáticas en diferentes contextos”.

"La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos matemáticos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y pueden hacer juicios y tomar decisiones bien fundamentados que corresponden a los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos".

El estudiante tiene que formular un problema del mundo real en el contexto de un universo matemático y emplear en su resolución las herramientas matemáticas que haya adquirido (conceptos, capacidades, estrategias, etc.). Finalmente, al interpretar el resultado y dar una respuesta al problema inicial se produce un cambio entre lo que PISA define como pasar de “resultados matemáticos” a “resultados en contexto”. Esto sigue en la línea de lo que Blum y Niss (1991) afirman ante los problemas puros que surgen de problemas aplicados.

En la Figura 17 se presenta un resumen del planteamiento anteriormente señalado a partir del marco teórico de la Competencia Matemática en PISA y se refleja con claridad la complejidad del tratamiento de los conceptos involucrados y, por consiguiente, la dificultad para catalogar las diferentes tareas que PISA establece en sus pruebas.

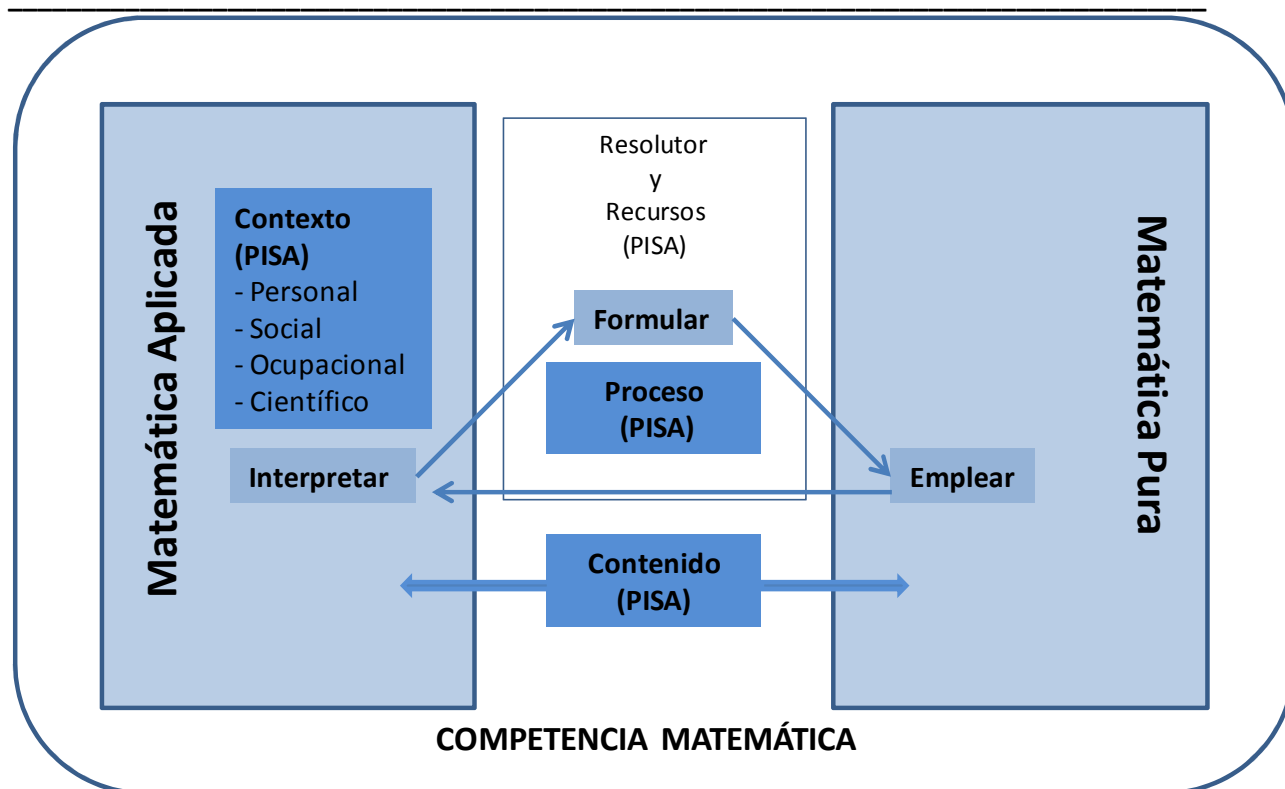


Figura 19. Esquema relaciones Contexto-Proceso con Matemática pura y aplicada

Fuente: Elaboración propia

Una prueba directa de los cambios drásticos que ha tenido PISA en la OTL_T se obtiene al comparar los ítems que utilizó para medir la exposición a la matemática aplicada. Así en el 2013 este indicador se construyó utilizando razonamiento matemático puro (ST75) y razonamiento matemático aplicado (ST76), mientras que en el 2014 utilizó ítems como por ejemplo: "Calcular a partir de un horario de trenes cuánto tiempo se necesita para ir de una ciudad a otra" o "Calcular la distancia real entre dos lugares en un mapa con una escala de 1:10 000" (Tabla 8). Lo más sorprendente es la utilización de un problema de razonamiento matemático puro para construir un índice de matemática aplicada: "Si n es un número cualquiera: ¿puede ser $(n+1)^2$ primo?" (Tabla 12).

El interés en profundizar en el análisis de la OTL_T para verificar las conclusiones de PISA se basa en que muchas de ellas parecen ir en contra de lo que la lógica indica, como las referidas a que la relación de las matemáticas formales o de las matemáticas puras con el rendimiento es mucho mayor que la relación de las matemáticas aplicadas, con las que hay asociación baja, no la hay o es negativa, o las que señalan que las matemáticas aplicadas se imparten más en aquellos grupos de alumnado de bajo rendimiento.

3.2.3 Ejercicios y problemas PISA identificados como Matemática Pura y como Matemática Aplicada

Un aspecto importante del cuestionario de contexto del estudiante es que se habla de *ejercicios/tareas (tasks)* en determinadas preguntas y de *problemas matemáticos (problems)* en otras. La diferencia es relevante porque PISA evalúa la experiencia en matemática *aplicada* y en matemática *pura* utilizando solamente lo que califica como *tareas* o *ejercicios (tasks)* y por lo tanto las conclusiones de PISA en este tema se basan sólo en una parte del trabajo que realizan los estudiantes en sus clases.

Se presenta a continuación la denominación que da PISA a las preguntas que se utilizan en esta parte del estudio, así como el enunciado, en la versión inglesa y castellana que planteó en el cuestionario de contexto de los estudiantes.

En ST37. Inglés: [...] following mathematics **tasks**? Castellano: [...] siguientes **tareas** de Matemáticas?²⁶

En ST61. Inglés: [...] following types of mathematics **tasks** [...]. Castellano: [...] los siguientes tipos de **ejercicios** de Matemáticas [...].

En ST73. Inglés: In the box is a series of **problems**. Castellano: En el recuadro hay una serie de **problemas**.

En ST74. Inglés: [...] with these types of **problems** [...]. Castellano: [...] estos tipos de **problemas** [...].

En ST75. Inglés: [...] experience with these types of **problems** at school. Castellano: [...] experiencia en clase con estos tipos de **problemas**.

En ST76. Inglés: In this type of **problem** [...]. Castellano: En este tipo de problema [...].

Se constata una notable confusión sobre lo que PISA etiqueta como *ejercicio* o *tarea* y *problema*. Así, por ejemplo:

- El primer **problema** matemático que denomina de *procedimiento*:

Resuelve $2x + 3 = 7$, coincide con el **ejercicio** de matemáticas puras: Resolver una ecuación como la siguiente: $3x+5=17$

²⁶ Esta pregunta también se utilizará en esta parte de la investigación

- El segundo de los **problemas** de *procedimiento*:

Halla el volumen de una caja cuyos lados miden 3 m, 4 m y 5 m, tiene la misma naturaleza que el **ejercicio** de matemáticas *aplicadas*: Calcular cuántos metros cuadrados de baldosas necesitarás para embaldosar un suelo.

En la investigación matemática se indica que los procesos cognitivos que se precisan para resolver tareas y ejercicios son diferentes. Así Cockcroft (1982) señalaba que si un docente se refiere a las “*tareas*” de matemáticas de un libro de texto como un “*problema*” que los estudiantes deberían resolver entonces podría no estar dándose cuenta que practicar con este tipo de tareas no es resolver problemas matemáticos, lo que es un tema central en muchos de los currículos escolares.

Henderson y Pigry (1953, pág. 230) señalaron tres condiciones que deberían verificarse para que una situación fuese un problema para una persona en particular:

1. El individuo tiene un objetivo claramente definido y es consciente que desea su logro.
2. Si se encuentra con un obstáculo para lograr el objetivo, la forma habitual de responder o comportarse no son suficientes para eliminar el obstáculo.
3. Tiene que existir una toma de decisiones. La persona se da cuenta del problema, lo define más o menos claramente, identifica posibles hipótesis o soluciones y prueba su viabilidad.

Estas condiciones situadas en una clase, bajo el punto de vista de un estudiante, implicarían, para el punto primero, que el docente presentase una tarea matemática en que se sepa claramente que se pide, e incluso se podrían considerar aquellas en que plantease algún tipo de investigación o tarea abierta en que el alumnado establezca sus propios objetivos y analice lo que quiere. Para el punto segundo el estudiante no podrá dar directamente una solución; Lester (1980, pág. 30) y Reys et al. (2004, pág. 115) señalaron que para resolver o superar la dificultad debe de utilizarse algún pensamiento de nivel superior²⁷ o hacer algún esfuerzo creativo; además Schoenfeld (1985, pág. 74) insistió en que la dificultad habría de ser de tipo intelectual y no computacional. El tercer apartado implica que el

²⁷ Se contraponen a los procesos cognitivos *básicos* (sensación, percepción y memoria) y en este caso se refieren a pensamiento, lenguaje, aprendizaje, motivación, etc.

estudiante esté interesado en dar una solución al problema (Lester, 1980, pág. 30); así, si un estudiante indiferente o apático rechaza resolver la tarea propuesta por el docente (es decir, no se cumplen la primera y tercera condición) esa tarea no supone ningún tipo de problema para ese estudiante.

Yeo (2017) proporcionó una caracterización de los diversos tipos de tareas matemáticas para ayudar tanto al profesorado a elegir situaciones de trabajo adecuadas para sus estudiantes como a los investigadores para delimitar su área de investigación con mayor claridad, así la primera diferenciación en que trabajó este autor fue entre **ejercicio** y **problema**, señalando el *ejercicio* como una práctica rutinaria de habilidades procedimentales que los estudiantes han aprendido anteriormente en clase y saben de manera inmediata que hacer para resolverlo, mientras que en el *problema* se precisa para llegar a la solución, de algunas estrategias de resolución y no solo una aplicación directa de un procedimiento, así cuando a un estudiante se le pide que resuelva una tarea de matemáticas puede ser simplemente un ejercicio, además Schoenfeld (1985, pág. 74) abunda en esta idea indicando que ser un “*problema*” no es una propiedad inherente a una *tarea* matemática.

Los autores mencionados coinciden en señalar que en los libros de texto se presentan tareas de tipo ejercicios, aunque en muchas ocasiones se planteen en un contexto que simula ser real, lo que no los convierte en problemas.

PISA utiliza los términos ejercicio y problema como si fueran sinónimos, lo cual constituye un error conceptual dadas las diferencias que la investigación educativa señala entre ambos conceptos.

Antes de seguir avanzando en el análisis de la matemática *pura* y *aplicada* y su relación con el rendimiento se ha de subrayar que en OECD (2016b) se plantean las comparaciones entre la matemática *pura* y la matemática *aplicada simple*, siendo en ese informe cuando por primera vez se añade el calificativo de *simple* a la matemática *aplicada*, cuando tal adjetivo no estaba en la definición original de la variable. Son múltiples las referencias a matemática aplicada simple en OECD (2016b):

- Una mayor exposición a tareas y conceptos de matemáticas (como ecuaciones lineales y cuadráticas) tiene una fuerte relación con un mayor rendimiento en PISA, incluso después de tener en cuenta el hecho de que los estudiantes con

mejor rendimiento puedan asistir a escuelas que ofrecen más instrucción de matemáticas. En contraste, la exposición a **problemas simples** de matemáticas *aplicadas* (como trabajar con un horario de tren cuánto tiempo llevaría llegar de un lugar a otro) tiene una relación más débil con el rendimiento de los alumnos (pág. 14).

- El índice de matemáticas aplicadas en PISA se construye sobre las respuestas sobre su exposición a **tareas** contextualizadas relativamente **simples** que requieren habilidades numéricas básicas (pág. 53).
- La exposición de los estudiantes a tareas y conceptos de matemáticas *puras* tiene una fuerte relación con el rendimiento en PISA; y la asociación es más fuerte para tareas de reto en PISA. En contraste, la exposición a **problemas matemáticos aplicados simples** tiene una asociación débil con el rendimiento del alumnado (pág. 124).
- La práctica de los estudiantes con **tareas** de matemática *aplicada* relativamente **simples**, como las medidas por el índice de exposición a matemáticas parece tener un efecto diferente sobre la ansiedad con las matemáticas que la exposición a contenidos más abstractos, una vez que se ha tenido en cuenta el rendimiento de los estudiantes (pág. 180).

Para situar exactamente el nivel PISA en qué se encuentran los ejercicios que se les muestran a los estudiantes para construir los índices de exposición a matemática pura y aplicada hay que remitirse a la Tabla 2, donde se señalan los niveles de Competencia Matemática. Además, PISA ha hecho explícitos los niveles de rendimiento según las *capacidades matemáticas*, expuestas en la Tabla 3, y según los *contenidos*: Cambio y relaciones, espacio y forma, cantidad e incertidumbre y datos (OECD, 2014, págs. 298 - 301).

En esta investigación, a partir de las descripciones globales y específicas establecidas en OECD (2014), se han situado, por niveles, los ejercicios de matemática *pura* y *aplicada* que se les presentaron a los estudiantes en el cuestionario de contexto. En la siguiente Tabla se muestra la definición correspondiente, elegida de entre las que se presentan en OECD (2014).

Ejercicios de matemáticas **aplicadas**

<p>1) Calcular a partir de un horario de trenes cuánto tiempo se necesita para ir de una ciudad a otra.</p>	<p>Nivel 1 de la subescala <i>Interpretar, aplicar y evaluar resultados matemáticos</i>: Pueden interpretar los datos dados para responder preguntas sobre ideas relacionales cuantitativas simples en un contexto familiar, por ejemplo, comparando tiempos de viaje promedio para dos métodos de transporte, o pueden hacer interpretaciones simples de los datos en un cronograma para identificar horarios o eventos (OECD, 2014, pág. 299).</p> <p>Nivel 1 del contenido <i>Incertidumbre y datos</i>: Los estudiantes, generalmente, pueden identificar y leer la información presentada en una pequeña tabla o en un gráfico simple y bien etiquetado para localizar y extraer valores de datos específicos (OECD, 2014, pág. 301).</p>
<p>2) Calcular cuánto aumenta el precio de un ordenador al sumarle los impuestos.</p>	<p>Nivel 3 de la subescala <i>Formular situaciones matemáticamente</i>: Identificar la información necesaria para realizar algunos cálculos pertinentes, incluyendo el uso de modelos de razonamiento de proporcionalidad simple, donde los datos y la información relevante están accesibles de forma inmediata (OECD, 2014, pág. 299).</p> <p>Nivel 3 del contenido <i>Cantidad</i>: Los estudiantes generalmente usan procesos básicos de resolución de problemas, incluyendo el diseño de una estrategia simple para comprender y trabajar con las restricciones dadas en contextos familiares (OECD, 2014, pág. 301).</p>
<p>3) Calcular cuántos metros cuadrados de baldosas necesitarás para embaldosar un suelo.</p>	<p>Nivel 2 de la subescala <i>Emplear razonamiento, conceptos, hechos y procedimientos matemáticos</i>: Son capaces de aplicar pequeños pasos de razonamiento para hacer uso directo de la información dada para resolver un problema, por ejemplo para analizar un patrón espacial simple (OECD, 2014, pág. 299).</p> <p>Nivel 2 del contenido <i>Espacio y forma</i>: Los estudiantes, generalmente, son capaces de resolver problemas que implican una representación geométrica familiar, comprender y extraer conclusiones en relación con las restricciones y propiedades geométricas básicas claramente presentadas (OECD, 2014, pág. 300).</p>
<p>4) Entender tablas científicas que aparezcan en un artículo de periódico.</p>	<p>Nivel 2 de la subescala <i>Formular situaciones matemáticamente</i>: En general, pueden usar los datos presentados en texto o en una tabla para formular un cálculo requerido (OECD, 2014, pág. 298).</p>

	<p>Nivel 2 del contenido <i>Cambio y relaciones</i>: Los estudiantes, generalmente, pueden localizar información relevante sobre una relación a partir de los datos proporcionados en una tabla o gráfico y hacer comparaciones directas, por ejemplo, para relacionar gráficos con procesos de cambio específicos (OECD, 2014, pág. 300).</p>
5) Calcular la distancia real entre dos lugares en un mapa con una escala de 1:10.000.	<p>Nivel 2 de la subescala <i>Emplear razonamiento, conceptos, hechos y procedimientos matemáticos</i>: Son capaces de aplicar pequeños pasos de razonamiento para hacer uso directo de la información dada para resolver un problema, por ejemplo para implementar un modelo de cálculo simple (OECD, 2014, pág. 299).</p> <p>Nivel 2 del contenido <i>Cambio y relaciones</i>: Los estudiantes pueden razonar sobre el significado básico de relaciones simples expresadas en forma numérica vinculando la representación de una relación (fórmula simple) y sustituyendo correctamente los números para dar una respuesta adecuada (OECD, 2014, pág. 300).</p>
6) Calcular el consumo de energía por semana de un aparato electrónico.	<p>Nivel 2 de la subescala <i>Emplear razonamiento, conceptos, hechos y procedimientos matemáticos</i>: Son capaces de aplicar pequeños pasos de razonamiento para hacer uso directo de la información dada para resolver un problema, por ejemplo para implementar un modelo de cálculo simple (OECD, 2014, pág. 299).</p> <p>Nivel 2 del contenido <i>Cantidad</i>: Los estudiantes pueden interpretar un modelo cuantitativo simple y aplicarlo usando cálculos aritméticos básicos (OECD, 2014, pág. 301).</p>
Ejercicios de matemáticas puras	
7) Resolver una ecuación como la siguiente: $6x^2 + 5 = 29$	<p>Nivel 5 de la subescala <i>Emplear razonamiento, conceptos, hechos y procedimientos matemáticos</i>: En general, trabajan sistemáticamente y pueden mantener la precisión en su razonamiento mediante un pequeño número de pasos y procesos. Ellos generalmente son capaces de trabajar de manera competente con expresiones y fórmulas (OECD, 2014, pág. 298).</p> <p>Nivel 5 del contenido <i>Cambio y relaciones</i>: En este nivel, los estudiantes resuelven problemas mediante el</p>

	uso de modelos algebraicos y otros modelos matemáticos formales (OECD, 2014, pág. 300).
8) Resolver una ecuación como la siguiente: $2(x+3) = (x+3)(x-3)$	<p>Nivel 5 de la subescala <i>Emplear razonamiento, conceptos, hechos y procedimientos matemáticos</i>: En general, trabajan sistemáticamente y pueden mantener la precisión en su razonamiento mediante un pequeño número de pasos y procesos. Ellos generalmente son capaces de trabajar de manera competente con expresiones y fórmulas (OECD, 2014, pág. 298).</p> <p>Nivel 5 del contenido <i>Cambio y relaciones</i>: En este nivel, los estudiantes resuelven problemas mediante el uso de modelos algebraicos y otros modelos matemáticos formales (OECD, 2014, pág. 300).</p>
9) Resolver una ecuación como la siguiente: $3x+5=17$.	<p>Nivel 4 de la subescala <i>Emplear razonamiento, conceptos, hechos y procedimientos matemáticos</i>: Muestran cierta capacidad para usar formulaciones algebraicas, seguir una estrategia sencilla y describirla (OECD, 2014, pág. 299).</p> <p>Nivel 4 del contenido <i>Cambio y relaciones</i>: Los estudiantes del nivel 4, generalmente, pueden entender y trabajar con múltiples representaciones, incluidos los modelos algebraicos de situaciones de la vida real (OECD, 2014, pág. 300).</p>

Tabla 29: Descripción de los niveles de competencia para matemáticas aplicadas y puras

Fuente: Elaboración propia

A la vista de la tabla se constata que se está comparando el rendimiento de los estudiantes que hacen ejercicios de matemáticas aplicadas básicamente de los niveles 1 y 2 con el de quienes hacen ejercicios de matemáticas puras de niveles 4 y 5.

Así, PISA no mide la orientación hacia la matemática *pura* o *aplicada*, sino hacia la matemática "estándar" o la "fácil". De hecho, parece estar comparando alumnado con dificultades con alumnado ordinario y obtiene que quienes hacen ejercicios del nivel de su curso obtienen mejores resultados que los que hacen muchos ejercicios de nivel sencillo.

La propia PISA es consciente de este problema cuando señala en OECD (2016b, pág. 141): "Las tareas de matemáticas que usa PISA para medir la exposición a las matemáticas

aplicadas son relativamente fáciles para los estudiantes de 15 años (por ejemplo, Calcular a partir de un horario de trenes cuánto tiempo tomaría llegar de un lugar a otro), y los estudiantes de bajo rendimiento es más probable que hayan sido expuestos a este tipo de problemas que los estudiantes de mayor rendimiento”.

Por otra parte los ejercicios de matemáticas *puras* que se utilizan sólo se centran en uno de los ámbitos de contenidos objeto de evaluación en PISA: *cambio y relaciones*.

Una vez señalados los problemas que se presentan en la pregunta ST61 para la medición de la experiencia en tareas matemáticas, hay que indicar que también se tendrá en cuenta en este apartado el índice denominado en PISA **autoeficacia en matemáticas** (*Maths Self – Efficacy*) y que se construye a partir de la pregunta ST37 del cuestionario de los estudiantes y les plantea en qué medida se sienten seguros al realizar determinadas tareas, que se muestran en la siguiente Tabla:

¿En qué medida te sientes seguro de ti mismo al hacer las siguientes tareas de Matemáticas?
1) Deducir a partir de un horario de trenes cuánto tiempo se necesita para ir de una ciudad a otra.
2) Calcular cuánto bajará de precio de una televisión si se hace un descuento del 30%.
3) Calcular cuántos metros cuadrados de baldosas necesitarás para embaldosar un suelo.
4) Comprender gráficos que aparecen en los periódicos.
5) Resolver una ecuación como la siguiente: $3x+5= 17$.
6) Calcular la distancia real entre dos lugares en un mapa con una escala de 1:10.000.
7) Resolver una ecuación como la siguiente: $2(x+3) = (x + 3) (x - 3)$
8) Calcular el consumo de gasolina de un coche.

Tabla 30: Pregunta ST37 del cuestionario de los estudiantes de PISA 2012

Fuente: Cuestionario del alumnado A. Página del Instituto Nacional de Evaluación Educativa

Las opciones de respuesta de los estudiantes son: "muy seguro", "seguro", "no muy seguro" y "nada seguro".

Se decide trabajar también con este índice por dos razones:

- La primera es que las tareas de matemáticas que se ejemplifican en la pregunta ST37 son prácticamente idénticas a los ejercicios que se les plantean en la ST61, aunque no tiene en cuenta si los ejercicios son de matemática pura o de matemática aplicada.
- La segunda se debe a que la autoeficacia es considerada por PISA uno de los 10 índices que forman parte de las *actitudes hacia las matemáticas*, aspecto que en PISA 2012 recibió una atención considerable al tratarse del dominio principal de evaluación, además autores como Mullis et al. (2012) mantienen que se recomienda el desarrollo de actitudes positivas hacia las matemáticas como uno de los objetivos del currículo, para ayudar a los estudiantes a que se sientan seguros de sí mismos y automotivados.

La percepción de los estudiantes de sus habilidades en matemáticas condiciona su actitud hacia las mismas (Bandura, 1977); así la importancia de las actitudes, creencias y sentimientos sobre las matemáticas va más allá del contexto inmediato de aprendizaje, y las diferentes elecciones educativas que los estudiantes hacen podría depender de la confianza que muestran en resolver tareas de matemáticas (Hackett y Betz, 1995), entendiéndose por tarea tanto los ejercicios como los problemas anteriormente mencionados.

Se muestra a continuación el marco analítico que se utiliza en OECD (2016b) donde se relacionan los diferentes elementos de la oportunidad para aprender, así como la relación entre las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento:

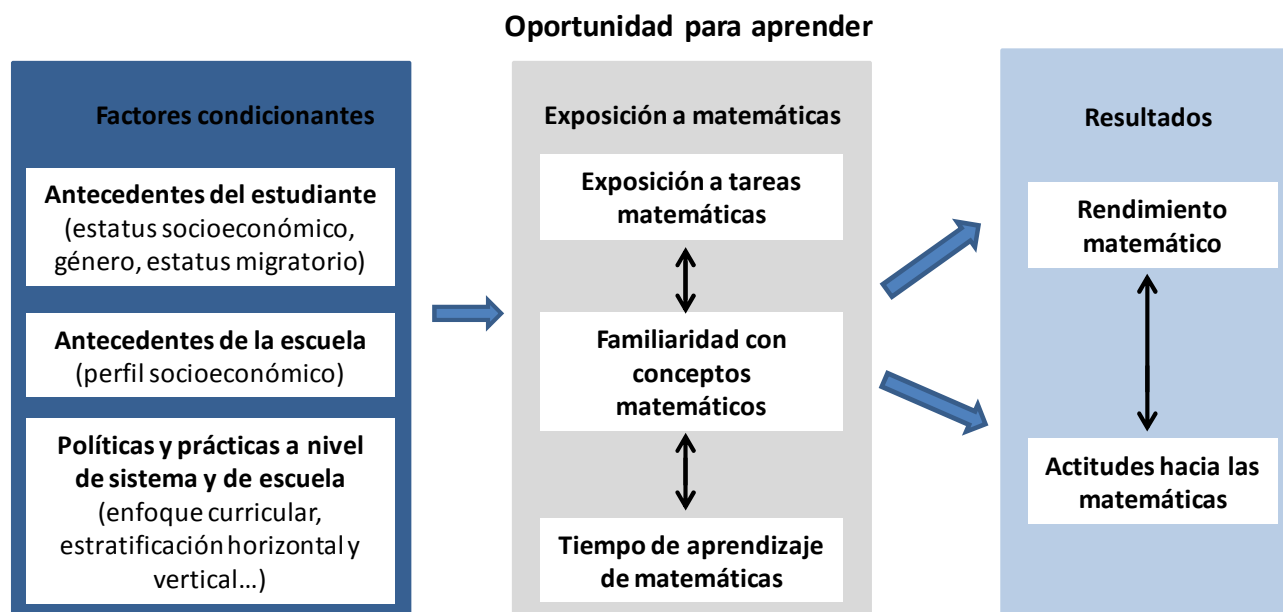


Figura 20. Marco analítico del Informe OECD (2016b)

Fuente: OECD (2016b, pág. 38)

Una vez más PISA modifica su concepción de la OTL, en este caso respecto a OECD (2014), al incluir en su modelo teórico un nuevo constructo, el tiempo de aprendizaje de las matemáticas.

La autoeficacia se define en PISA como (MECD, 2015, pág. 1): *La creencia que tiene un alumno de que, a través de sus acciones, puede producir los efectos deseados. Esta creencia alimenta su motivación para actuar o perseverar ante las dificultades. En 2012, PISA analizó la autoeficacia reseñada por los propios estudiantes, es decir, la convicción que tienen de que pueden resolver satisfactoriamente problemas de matemáticas cuando se encuentran con ellos.*

A la luz de los estudios teóricos, la relación del índice de autoeficacia debería tener asociación positiva con el rendimiento de los estudiantes en matemáticas.

3.2.4 Primer objetivo de análisis de la OTL_T

El primer objetivo de análisis de la oportunidad para aprender contenido en su aspecto de *experiencia en tareas matemáticas* consistió en:

Constatar si tiene relación la experiencia percibida por los estudiantes en matemática pura y en matemática aplicada con los resultados que obtienen en la prueba de la competencia matemática. En caso afirmativo comprobar si esa

asociación es específica para el Rendimiento en Matemáticas o se cumple también para Ciencias y Lectura.

El análisis, en este caso, se basó en los datos de España en PISA 2012 CBA (aplicación de la prueba por ordenador), con una muestra total de 10175 individuos que son representativos del colectivo de estudiantes de 15 años en España. Las variables e índices que se utilizaron en esta parte de la investigación son las que se reseñan:

- **CURSO.** es el curso en que se encuentra un estudiante. Resulta de recodificar la variable GRADE en las categorías -2 = 2º ESO, -1 = 3º ESO y 0 = 4º ESO
- **ESCS.** Se trata del índice creado por PISA para medir el índice sociocultural.
- **EXPUREM.** Se trata del índice creado por PISA para medir la experiencia en matemáticas puras a partir de los ítems e), g) e i) de la Tabla 8.
- **EXAPPLM.** Se trata del índice creado por PISA para medir la experiencia en matemáticas aplicadas usando los ítems de la Tabla 8 no utilizados para EXPUREM.
- **MATHEFF.** Es el índice creado para la autoeficacia con las preguntas de la Tabla 30. En este caso la gradación de las respuestas se presentaba en orden inverso.
- **PVMATH:** Rendimiento en la competencia matemática.
- **PVREAD:** Rendimiento en la competencia lectora.
- **PVSCIE:** Rendimiento en la competencia científica.

El rendimiento del estudiante es entendido como la capacidad del individuo para dar respuesta a las preguntas PISA en Matemáticas, Lectura y Ciencias (OECD, 2014).

3.2.4.1 Instrumentos y Método de trabajo utilizados

Se ha utilizado el entorno estadístico R (R Core Team, 2019) para manejar la base de datos de PISA 2012 CBA tanto para estudiantes como para centros que la OECD presenta con las denominaciones de *Student questionnaire data file* y *School questionnaire data file*.

Para medir la exposición a la resolución de ejercicios de Matemática Pura y Matemática Aplicada PISA utilizó los índices EXPUREM y EXAPPLM, respectivamente. Ambos

se basaron en los ítems correspondientes de la pregunta ST61. Los resultados que cabría esperar si las variables reflejasen lo que se pretende medir son:

1. Dado el tipo de ejercicios que PISA plantea como matemática pura y como matemática aplicada, la exposición muy frecuente a uno de ellos debería estar asociada con poca frecuencia en el otro y viceversa. En consecuencia, $r(\text{EXPUREM}, \text{EXAPPLM}) < 0$ (La correlación entre la matemática pura y aplicada habría de ser negativa o en todo caso 0).
2. La correlación de EXPUREM y EXAPPLM con PVMATH debe ser positiva desde el punto de vista de lo que se entiende por matemática pura y aplicada.
3. Si las percepciones de los estudiantes con EXPUREM y EXAPPLM miden una característica específica de matemáticas, entonces su relación con PVMATH debe ser mucho mayor que con PVREAD y PVSCIE.

En un análisis previo sobre la correlación entre los dos índices mencionados se constató que resulta ser **positiva** entre ambos y en el caso de España esta correlación es aún mayor que la media.

	ESPAÑA	GLOBAL
$r(\text{EXPUREM}, \text{EXAPPLM})$	0,32	0,22

Tabla 31. Correlación entre EXPUREM y EXAPPLM

Fuente: Elaboración propia

PISA detecta que este resultado no es el esperado y aporta la siguiente explicación: *"Solo existe una débil correlación entre la exposición de los estudiantes a las matemáticas aplicadas y a las matemáticas puras a nivel del sistema, lo que sugiere que los dos métodos de enseñanza rara vez se complementan"* (OECD, 2016b, pág. 36). No está claro que entienda PISA por una relación débil, ni porque considera que rara vez se complementan, aunque lo que resulta evidente es que el calificativo de "simples" aparece y desaparece según las circunstancias.

PISA también es consciente de las implicaciones que tiene esa correlación positiva y en el mismo informe muestra su perplejidad cuando señala (OECD, 2016b, pág. 81): *"[...] pasar*

menos tiempo resolviendo ecuaciones y participar en menos tareas de matemáticas aplicadas relativamente simples. ¿Qué hacen y aprenden estos estudiantes durante las muchas horas que pasan en clase de matemáticas? [...]"

En cuanto a la correlación entre EXPUREM y EXAPPLM con el rendimiento en matemáticas se obtuvieron los siguientes resultados:

	ESPAÑA	GLOBAL
r (EXPUREM, PVMATH)	0,23	0,32
r (EXAPPLM, PVMATH)	- 0,04	0,07

Tabla 32. Correlación entre la matemática Pura y Aplicada y el rendimiento en matemáticas

Fuente: Elaboración propia

La correlación de las matemáticas aplicadas con el rendimiento es mucho menor que con las matemáticas puras, llegando incluso a ser negativa en el caso de España.

Se analizó también la correlación de los índices referidos a experiencia en matemática aplicada (EXAPPLM), matemática pura (EXPUREM), la autoeficacia (MATHEFF) y el estatus socioeconómico (ESCS) con el rendimiento de los estudiantes en la competencia matemática (PVMATH).

	EXAPPLM	EXPUREM	MATHEFF	PVMATH	ESCS
EXAPPLM	1,00	0,38	0,18	-0,04	0,03
EXPUREM	0,38	1,00	0,23	0,23	0,14
MATHEFF	0,18	0,23	1,00	0,51	0,27
PVMATH	-0,04	0,23	0,51	1,00	0,40
ESCS	0,03	0,14	0,27	0,40	1,00

Tabla 33. Correlación entre los índices objeto de análisis en la OTL_T

Fuente: Elaboración propia

La asociación entre la auto-eficacia que perciben los estudiantes y su rendimiento ($r=0,51$) es bastante alta, como era de esperar, pero resulta llamativa la escasa relación entre

la experiencia en matemática pura y especialmente en matemática aplicada con el rendimiento ($r=0,23$ y $r=-0,04$, respectivamente). La reducción de las dos últimas correlaciones comparadas con la primera, resulta muy llamativo teniendo en cuenta que tanto EXAPPLM como EXPUREM se construyen con una parte de los ítems de la auto-eficacia.

Una de las explicaciones que PISA propone en OECD (2016b, pág. 141) para tratar de entender estos resultados inesperados es la siguiente: *“La asociación entre la exposición a las matemáticas aplicadas y el rendimiento en matemáticas es más débil que entre la matemática pura y el rendimiento en matemáticas (o incluso negativo). Esto puede deberse a la causalidad inversa. Las tareas de matemáticas que usa PISA para medir la exposición a las matemáticas aplicadas son relativamente fáciles para los estudiantes de 15 años, y es más probable que los estudiantes de bajo rendimiento hayan estado expuestos a este tipo de problemas que aquellos que tienen un mayor rendimiento”*.

Esta última explicación es un reconocimiento explícito por parte de la propia PISA de lo inadecuado que resultó su planteamiento para evaluar si la enseñanza de las matemáticas estaba más orientada hacia la matemática pura o hacia la matemática aplicada. Se constata un claro defecto de diseño donde se corrobora lo ya comentado sobre la comparación entre matemáticas fáciles y estándar.

En el informe PISA *"Equations and Inequalities, Making Mathematics accessible to all"* (OECD, 2016b) se señala que uno de los factores que podrían influir en el rendimiento de matemáticas es la forma en que se agrupan los estudiantes según su habilidad en matemáticas (Págs. 14 y 73). Tal información se obtiene de las respuestas de las direcciones al Cuestionario de Centro (ver Tabla 25) a cuatro preguntas, que se concretan en:

1. En las clases de Matemáticas se estudian contenidos similares, aunque con diferentes niveles de dificultad.
2. En clases diferentes se estudian contenidos diferentes o un conjunto distinto de temas de Matemáticas que tienen diferentes niveles de dificultad.
3. Se agrupa a los estudiantes según su aptitud dentro de sus propias clases de Matemáticas.

4. En las clases de Matemáticas, los profesores utilizan una pedagogía adecuada para grupos de alumnos con aptitudes heterogéneas (es decir, no se les agrupa por su aptitud).

Las dos primeras preguntas se refieren a la asignación de los estudiantes a las diferentes clases en los centros educativos basándose en la habilidad que tienen en matemáticas (*streaming* según PISA). Las dos últimas preguntas se refieren a la metodología de trabajo que utilizan los docentes dentro de las clases de matemáticas (*withing - class grouping* en PISA).

La tabla de frecuencias resultante sobre las respuestas de las direcciones es la siguiente:

Pregunta	En todas las clases	En algunas clases	En ninguna clase
1	112	175	69
2	44	140	166
3	29	66	257
4	199	111	44

Tabla 34. Agrupamientos homogéneos o heterogéneos según respuesta de las direcciones en España. PISA 2012

Fuente: Elaboración propia

Al analizar la frecuencia de las respuestas de las direcciones se observan inconsistencias en las mismas, así por ejemplo, las respuestas a la pregunta 1, “en todas las clases”, deberían ser casi iguales a las de la 2, en “ninguna clase”, o las de la pregunta 3, “en ninguna clase”, deberían ser las mismas que las de la 4, “en todas las clases”, y no lo son. La fiabilidad de las respuestas queda en entredicho cuando, por ejemplo, el 32% de los centros respondió de forma contradictoria a las preguntas 3 y 4, al indicar simultáneamente que se hacía y no se hacía separación dentro del aula.

Fijándonos únicamente en las respuestas a las dos preguntas que parecen reflejar más claramente la situación se puede decir que en un 53% de los centros hay agrupación por contenidos y habilidad (calculado de la pregunta 2), y en un 56% de los centros no hay ningún tipo de agrupación (calculado de la pregunta 4).

Para evitar estas inconsistencias, en la edición de PISA 2015, los cuatro ítems fueron sustituidos por dos sobre los que se planteaba la siguiente pregunta: “*En algunos casos, los centros organizan la enseñanza de modo diferente para los alumnos con diferentes capacidades ¿Qué política al respecto sigue el centro para los alumnos de 4º de ESO?*”. Las preguntas y las opciones de respuesta eran:

Alternativas de respuesta:	En todas las asignaturas	En algunas asignaturas	Nunca
1) Se agrupa a los alumnos según sus capacidades en clases diferentes			
2) Se agrupa a los alumnos según sus capacidades dentro de la misma clase			

Tabla 35: Ítems sobre la agrupación de los alumnos de 4º de ESO en PISA 2015

Fuente: Cuestionario de centro 2012. Página del INEE

3.2.4.2 Resultados generales

Para analizar con más detalle las asociaciones entre las variables y controlar el efecto de alguna de ellas que pueden inducir a una relación espuria se plantea una regresión lineal múltiple en que se analiza la relación de la matemática pura y aplicada con el rendimiento, además se consideran aspectos de los estudiantes referidos al ESCS, al sexo, si la escuela es privada o pública y al curso en que se encuentran²⁸.

R ² = 0,43	Intercep to	ESCS	EXAPPLM	EXPUREM	Ser chico	C_Priva	- 1 AÑO	C_ MOD
Coefic.	381,37	16,09	-3,89	12,47	21,86	14,59	40,82	115,53
P_Valor	<2e-16	<2e-16	3,51e-5	<2e-16	<2e-16	<2e-16	<2e-16	<2e-16

Tabla 36. Resultados del análisis multinivel para el Rendimiento en Matemáticas (PVMATH)

Fuente: Elaboración propia

Una vez que se tienen en cuenta los factores ya mencionados se observa que la experiencia en matemática *aplicada* afecta negativamente al rendimiento en matemáticas y en el caso de las matemáticas *puras* su coeficiente es superior a 12 puntos. Esto sólo parece tener sentido si los estudiantes con menor habilidad en matemáticas tuvieran una mayor exposición a la matemática aplicada, mientras que la enseñanza de la matemática pura

²⁸ El nivel de significación de los contrastes individuales es 0,001 para obtener una significación global de 0,05.

estuviera dirigida a quienes tengan mayores destrezas. Obviamente esto no tiene nada que ver con lo que se entiende en la investigación educativa con matemática pura y matemática aplicada.

En los centros en los que se separa a los estudiantes por su rendimiento en matemáticas, no se conoce la importancia que puede tener la diferencia en los contenidos tratados o en el nivel de las explicaciones. Por ello los siguientes análisis se realizaron considerando solamente la muestra de estudiantes que no sufrió ningún tipo de agrupamiento.

Para tratar de conocer mejor lo que representan los índices EXAPPLM y EXPUREM se analiza la dependencia del índice MATHEFF con la *experiencia en matemática Pura y Aplicada* cuando no se producen agrupamientos del alumnado.

R²= 0,43	Intercepto	ESCS	EXAPPLM	EXPUREM	Ser chico	- 1 AÑO	C_MOD	C_Priva
Coefficiente	-1,08	0,08	0,16	-0,04	0,67	0,40	0,89	0,34
P-Valor	<2e-16	0,16	0,0001	0,4365	6,36e-15	0,0015	2,10e-10	0,0009

Tabla 37. MATHEF en función de la experiencia en matemática pura y aplicada en clases sin agrupamientos

Fuente: Elaboración propia

Se observa que MATHEF no depende de la experiencia en matemática *pura* y apenas hay dependencia en el caso de matemática *aplicada*, es decir, la autoeficacia que tiene un estudiante en resolver una tarea de matemáticas no está relacionada con la experiencia que tiene en tareas matemáticas, OTL_T. Este resultado es todavía más inesperado si se tiene en cuenta que los índices EXAPPLM y EXPUREM están contruidos, con los ítems de ST61 (Tabla 8) que son casi idénticos a los empleados para elaborar MATHEF (ST37, Tabla 30).

Resulta sorprendente este resultado ya que, aparentemente, **la autoeficacia** que tiene un estudiante en resolver una tarea de matemáticas no está relacionada con la **experiencia** que tiene en tareas matemáticas, OTL_T.

Más sorprendente si cabe, si tenemos en cuenta que técnicamente los índices EXAPPLM y EXPUREM están contruidos, cada uno de ellos, con parte de los ítems de MATHEF, si bien para la matemática *pura* y *aplicada* la pregunta era: ¿Con qué frecuencia te has encontrado con los siguientes tipos de tareas de matemáticas durante tu tiempo en la

escuela?, mientras que para la eficacia en matemáticas la pregunta planteada era: ¿En qué medida te sientes seguro de ti mismo al hacer las siguientes tareas de Matemáticas?, pero las tareas ejemplificadas son las mismas. Ante tal situación es bastante incomprensible tal falta de dependencia entre los índices.

En el siguiente paso se pretende conocer si los índices EXAPPLM y EXAPUREM miden realmente alguna característica específica de matemáticas, para ello vamos a ver su relación con el rendimiento en la Competencia lectora (PVREAD) y en la Competencia científica (PVSCIE) con las que a priori no habría de tener relación alguna.

	PVMATH		PVREAD		PVSCIE	
	ESP.	GLOBAL	ESP.	GLOBAL	ESP.	GLOBAL
EXPUREM	0.23	0.31	0.30	0.34	0.27	0.31
EXAPPLM	- 0.03	0.08	- 0.05	0.06	0.01	0.08

Tabla 38. Relación de la matemática pura y aplicada con matemáticas, lectura y ciencias cuando no hay agrupamiento por capacidad

Fuente: Elaboración propia

De los valores que se presentan en la Tabla 38 parece deducirse que no se está midiendo ninguna característica específica de matemáticas.

Un problema latente en el análisis de la OTL_T es que la matemática *aplicada* sencilla se explique, sobre todo, a los estudiantes con dificultades en matemáticas, mientras que la *pura* se utilice con los demás. Para evitar ese posible sesgo se repitieron los modelos de regresión (Tabla 36) para explicar el rendimiento en Matemáticas, Ciencias y Lectura considerando las variables independientes ESCS, EXAPPLAM, EXPUREM, Varón, Privado, 3º ESO y 4º ESO, pero seleccionando únicamente los centros en los que no hay separación, es decir, aquellos en los que todos los estudiantes reciben los mismos contenidos y al mismo nivel de dificultad. Los resultados se presentan en la Tabla siguiente:

	PVMATH		PVREAD		PVSCIE	
	Coefic	P_Valor	Coefici	P_Valor	Coefici	P_Valor
Cte	350,7	2e-16	409,0	2e-16	409,4	2e-16
ESCS	9,4	0,0052	10,2	0,0005	15,3	3,2e-6
EXAPPLM	1,9	0,5304	-6,4	0,0142	0,2	0,9501
EXPUREM	12,9	0.0003	28,2	2e-16	19,7	2,3e-8
Varón	26,5	8.9e-07	-20,9	5,7e-6	15,1	0,0035
Privado	32,0	1,1e-6	19,3	0,0004	28,6	6,5e-6
3º ESO	50,1	2e-9	41,0	9,6e-9	23,3	0,0035
4º ESO	139,3	2e-16	96,8	2e-16	86,6	2e-16
R²	0,54		0,51		0,45	

Tabla 39. Comparación entre los resultados del análisis multinivel sobre PVMATH, PVREAD y PVSCIE cuando los estudiantes no están agrupados

Fuente: Elaboración propia

Se puede ver que EXPUREM tiene una relación más alta con Lectura y Ciencias que con Matemáticas, de ahí que se pueda afirmar que no mide nada específico de estas áreas sino que es algo relativo al rendimiento general del alumnado.

Teniendo en cuenta lo que comenta PISA en sus informes, parece claro que es consciente de que los resultados que obtuvo con la exposición a matemática pura y aplicada son muy difíciles de explicar de manera coherente. Así, por ejemplo, En OECD (2016b, pág. 141) cuando indica: *“La exposición a las matemáticas puras está más estrechamente relacionada con el rendimiento en PISA que la exposición a las matemáticas aplicadas. Los resultados sugieren que el uso de ejemplos de la vida real no es suficiente para transformar los problemas rutinarios en problemas de reto que desarrollan la competencia matemática. Los estudiantes – y los de bajo rendimiento en particular - también podrían tener problemas para transferir lo que aprenden en un contexto específico a otros contextos. Al interpretar estos resultados es importante tener en cuenta que es mucho más fácil medir la exposición a las matemáticas puras que medir la exposición a las matemáticas aplicadas y contextualizadas,*

dado que los problemas de matemáticas aplicadas son, por naturaleza, más ambiguos y diversos”.

Todas estas explicaciones resultan obvias o se basan en lugares comunes como por ejemplo: "los estudiantes de bajo rendimiento tienen más dificultades para transferir lo que aprenden de un contexto específico a otros contextos", "el uso de ejemplos de la vida real no es suficiente para transformar los problemas rutinarios en problemas de reto". Otra explicación que parecen sugerir los resultados y que PISA no se plantea en ningún caso se refiere a un mal diseño de los cuestionarios de contexto.

Hay que añadir a los problemas mencionados otro hecho que podría ayudar a entender estos resultados y se refiere al alto grado de respuestas que se pueden considerar "no coherentes" en la percepción de los estudiantes a la experiencia que tienen en tareas Matemáticas. Así, por ejemplo, al analizar conjuntamente dos tareas que se les presentan a los estudiantes en el cuestionario de contexto de la misma naturaleza con las mismas preguntas y las mismas opciones de respuesta (Tabla 39) se obtiene que el 67% de los estudiantes respondían en categorías diferentes.

Pregunta	Ejemplificación del cuestionario de contexto del estudiante	Opciones de respuesta
¿Con qué frecuencia te has encontrado anteriormente tareas similares?	El señor Herrero ha comprado una televisión y una cama. La televisión costaba 625 €, pero ha conseguido un descuento del 10%. La cama costaba 200 €. Por el transporte a casa ha pagado 20€. ¿Cuánto dinero se gastado el señor Herrero? (Segundo problema algebraico de texto, en Tabla 10)	Con frecuencia Algunas veces Rara vez Nunca

¿Con qué frecuencia te has encontrado con los siguientes tipos de tareas de matemáticas durante tu tiempo en la escuela?	Calcular cuánto aumenta el precio de un ordenador al sumarle los impuestos (Segunda tarea de la Tabla 8)	Frecuentemente Algunas veces Raramente Nunca
--	---	---

Tabla 40. Ejemplificación de tareas matemáticas de la misma naturaleza

Fuente: Elaboración propia

3.2.4.3 Resultados sobre la experiencia en tareas matemáticas, OTL_T, con la muestra de España

A partir de los análisis que se han ido presentando las conclusiones que se pueden extraer de los mismos son las siguientes:

- No hay asociación entre la experiencia de los estudiantes en matemática aplicada y su rendimiento en matemáticas, cuestión que no parece razonable según los modelos teóricos presentados.
- La asociación sigue siendo nula cuando el estudio se restringe a los estudiantes sobre los que no se hace ningún tipo de agrupamiento.
- No hay asociación entre la experiencia en matemática *pura y aplicada* con la autoeficacia en la resolución de tareas matemáticas, cuando todo el alumnado recibe la misma enseñanza, lo cual resulta completamente inesperado.
- La asociación de la experiencia en matemática *pura y aplicada* con el rendimiento en Lectura y en Ciencias tienen el mismo patrón de comportamiento, y prácticamente valores idénticos, que para el rendimiento en matemáticas. Este resultado parece indicar que la experiencia en matemática pura o aplicada no reflejan una característica específica de la enseñanza de las matemáticas sino algo relativo al rendimiento general del estudiante.

El resultado general es que los índices EXAPPLM y EXPUREM utilizados para medir la OTL_T, uno de los aspectos de la oportunidad para aprender contenidos, no reflejan adecuadamente la *experiencia en tareas matemáticas* y que las recomendaciones que

aparecen en el informe OECD (2016b); sobre la exposición a la matemática pura y aplicada deben ser tomadas con mucha cautela, al menos, en lo referente a los estudiantes españoles.

3.3 Conclusiones sobre Oportunidad para aprender contenido

En este epígrafe 3 se ha revisado el análisis que PISA 2012 hace de la oportunidad para aprender contenido en las tres formas en que lo mide: 1) Familiaridad con conceptos matemáticos, OTL_c, 2) Exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones, OTL_{LE} y, 3) Experiencia en tareas matemáticas, OTL_T.

Ninguna de las tres es adecuada para poder considerar fiables las conclusiones que PISA presenta sobre la relación entre la OTL y el rendimiento de los estudiantes en matemáticas. Si se pretenden implementar estrategias a nivel de sistema o de escuela basadas en la influencia de la *oportunidad para aprender contenido* que PISA señala, hay que ser conscientes de que los resultados derivados de tales análisis carecen de una fundamentación sólida.

La familiaridad con conceptos matemáticos (OTL_c) está construida a partir de una pregunta que tiene una escala de respuesta mal formulada, lo que implica que todas las deducciones derivadas no deberían de tenerse en consideración. Para evitar este sesgo, en esta investigación se plantea otra de las formas de medir la *oportunidad para aprender contenido*, utilizando la OTL_{LE} (también establecida por PISA), encontrándose que las correlaciones con el rendimiento, a nivel intra-país y cuando entre-países nos restringimos a la OECD, son negativas, lo que es absurdo, pues implicaría que una mayor exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones llevaría a un rendimiento menor del alumnado. Se puede concluir que el cuestionario está mal diseñado y que PISA debería de replantear la forma de medición de la OTL.

Por otra parte, al analizar la experiencia en tareas matemáticas, OTL_T, se observa que la correlación con el rendimiento sale positiva únicamente con la matemática *pura* y no con la *aplicada*. Además, en todas las mediciones, la correlación con Lectura y Ciencias es prácticamente idéntica, cuando no mayor, que con Matemáticas, luego no está midiendo nada específico de esta competencia.

Un ejemplo de la cautela con que deben de tomarse las conclusiones de PISA es la explicación a la mayor relación del rendimiento con la familiaridad de conceptos matemáticos

que con la exposición a matemática pura. En OECD (2016b, pág. 50) se indica que “Los índices de exposición a las matemáticas puras (EXPUREM), una parte de la OTL_T y la familiaridad con las matemáticas (OTL_C) muestran una clara progresión a medida que los estudiantes avanzan a través del sistema escolar. La progresión es más fuerte para la OTL_C porque los 13 conceptos matemáticos incluidos en su medida cubren una amplia gama de materiales en diferentes niveles de dificultad, mientras que el índice de exposición a las matemáticas puras se basa en un conjunto de conceptos algebraicos (ecuación lineal y cuadrática) de dificultad media para alumnos de 15 años”.

La explicación obvia sería que la medición mediante FAMCONC está contaminada por la presencia de la autoevaluación en la escala de respuesta. Además, en esta comparación se confirma que la matemática *pura* hace referencia a una parte muy pequeña del contenido de matemáticas sobre el que versa la evaluación PISA (*cambio y relaciones*) y nada dice de la matemática aplicada. Otro aspecto relevante es que PISA decidió construir el índice para evaluar la OTL_T considerando sólo ecuaciones para medir la exposición a la matemática pura y ejercicios sencillos para la matemática aplicada, lo cual hace imposible lograr el objetivo inicial planteado por PISA: "Conocer si la enseñanza de las matemáticas estaba más orientada hacia la matemática aplicada o hacia la pura, y cómo era su relación con los resultados que el alumnado obtiene en la competencia matemática".

Para hacer un buen análisis de la medición de la **oportunidad de aprender contenido**, PISA debería de tener criterios claros para la definición de la OTL y no modificar tanto la definición como los componentes de la oportunidad para aprender en mitad del estudio y sin explicar los motivos. Tal es el caso del cambio drástico en la medición de la matemática formal/pura desde OECD (2013c) a OECD (2014), el empleo de forma muy distinta de las preguntas ST61, ST73, etc., en el plazo de un año o menos y la utilización indistinta de ejercicios o problemas para la medición de la OTL sin tener en cuenta su distinta naturaleza.

Además, PISA debería plantearse comprobar si la percepción de los estudiantes está condicionada por otros factores y complementar esa información del alumnado con la proporcionada por el profesorado.

Capítulo 3

Oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza

1. Introducción

Entre los cuatro factores relativos a la *oportunidad para aprender* (Stevens y Grymes, 1993) que explican diferencias en el rendimiento de los estudiantes, se incluye la *calidad de la enseñanza* para indicar en qué medida las estrategias de enseñanza en el aula se aplican para satisfacer las necesidades educativas de todos los estudiantes. En muchos de los estudios la calidad de la enseñanza se consideró una entidad totalmente diferenciada del resto de aspectos OTL. Sin embargo, el papel del profesorado ha sido enfatizado en diferentes investigaciones como uno de los determinantes fundamentales del rendimiento de los estudiantes y, por tanto, en proporcionar una enseñanza de calidad.

La enseñanza no puede separarse del aprendizaje, ya que “enseñar es ayudar a otras personas a aprender” (Abbatt y McMahon, 1993) y nuestra comprensión del significado de enseñar se basa en nuestra experiencia pasada, desde nuestros inicios escolares cuando el maestro o maestra nos dijo qué hacer y qué aprender.

Prozesky (2000) plantea cuatro elementos inherentes al que se podría señalar como oficio de enseñar:

- *La decisión de qué deben aprender los estudiantes.* Normalmente hay unos currículos o estándares oficiales de contenidos que señalan lo que “deben saber” pero es el docente quien determina, según el alumnado de sus aulas, la intensidad con que se trabajan, el orden con que se imparten, etc.
- *La ayuda que ha de proporcionar el docente a sus estudiantes.* La primera preocupación del profesorado debe ser que los estudiantes aprendan lo mejor posible, de ahí que las sesiones de enseñanza deban planificarse cuidadosamente, teniendo en cuenta los diferentes estilos de aprendizaje, los antecedentes del alumnado, etc.
- *La constatación de que los estudiantes hayan aprendido, pues el profesor tiene que evaluarlos.* La evaluación ayuda a docentes y alumnado a conocer el

progreso estudiantil para detectar aquellas debilidades que hayan de ser subsanadas. La evaluación debe planificarse cuidadosamente para que respalde el aprendizaje que se quiere conseguir, pues los estudiantes aprenden lo que creen que necesitan para aprobar y omiten el resto.

- *La gestión del bienestar de sus alumnos.* Los estudiantes estresados o infelices no aprenden bien, de ahí que los buenos docentes se aseguren de que haya un buen ambiente general. También les brindan oportunidades de asesoramiento y cultivan relaciones de confianza con ellos.

Durante los últimos 100 años, la psicología aplicada a la educación ha estado interesada en desarrollar la *ciencia del aprendizaje*, cuyo reto es entender cómo asimilan los conocimientos las personas. Asimismo, uno de los desafíos tanto de la psicología como de la educación es el desarrollo de una *ciencia de la enseñanza* dirigida a la comprensión de cómo presentar los materiales en las aulas de forma que ayuden a un mejor aprendizaje. En general, la relación entre la ciencia de la enseñanza y la del aprendizaje es recíproca (Mayer, 2008).

Si bien a mediados del pasado siglo XX la psicología cognitiva había reemplazado al conductismo, los psicólogos después de abandonar los estudios sobre el pensamiento humano complejo durante bastantes años volvieron a tener interés, en las décadas de los 70 y los 80, en investigar cuáles eran las formas de enseñar más adecuadas, teniendo en cuenta los procesos cognitivos de las personas, y cómo resolver problemas complejos, entendiendo que el dar soluciones a las situaciones que se presentan forma parte de las actividades humanas cotidianas (Newell y Simon, 1972; Hayes-Roth y Hayes-Roth, 1979; Larkin, McDermott, Simon, y Simon, 1980; Hayes, 1981).

Actualmente somos más conscientes de cómo las prácticas de enseñanza ayudan a moldear las experiencias de aprendizaje del alumnado aumentando su motivación y rendimiento. Además, cuando el profesorado trabaja en equipo tiende a trabajar mejor con los estudiantes, de ahí que se promuevan políticas que alienten a los docentes a compartir sus conocimientos y experiencias, más allá de un mero intercambio de información (Vieluf et al., 2012).

Algunas variables personales o familiares de los estudiantes que afectan al aprendizaje, tales como el estatus socioeconómico y cultural, son factores difícilmente modificables a corto

plazo mientras que resulta más sencillo activar políticas educativas que afecten a las prácticas de enseñanza, como por ejemplo transformar las escuelas en *comunidades de aprendizaje*²⁹ (Wenger, 1999). Los docentes y la enseñanza se han convertido en focos de atención de políticas nacionales y locales y las reformas educativas a nivel mundial tienen como objetivo aumentar la equidad en los centros escolares y promover una enseñanza de calidad. Así, es importante entender qué está sucediendo en las escuelas y aulas de los diferentes sistemas educativos (Vieluf et al., 2012).

El estudio TALIS (Teaching and Learning International Survey), promovido por la OECD que se inició en el año 2008 y del que se han realizado dos ediciones más, en el 2013 y en el 2018, tiene como objetivo principal el contribuir a la elaboración de indicadores internacionales que ayuden a los países a desarrollar su política educativa en relación con el profesorado y el proceso de enseñanza y aprendizaje. Para ello utiliza la experiencia de docentes y líderes educativos en temas relacionados con la situación profesional, las opiniones sobre sus centros educativos y las condiciones de trabajo³⁰.

Al ser tanto TALIS como PISA estudios promovidos por la OECD, se conectaron las bases de PISA 2012 con las de TALIS 2013, en el que se denominó estudio PISA-TALIS, para intentar comprender cómo las características de enseñanza y aprendizaje del profesorado se ven afectadas por las características, actitudes, motivaciones y comportamientos del alumnado y para analizar qué aspectos de la práctica docente (estrategias de enseñanza, formación de profesorado, ratio profesor/alumno, etc.) tienen una mayor influencia en el rendimiento del alumnado. De esa forma se abren muchas líneas nuevas de investigación que hasta el momento no eran posibles y que pueden proporcionar resultados reveladores para la política educativa y para la mejora de la educación (Méndez, 2015).

Chetty, Friedman y Rockoff (2012) encuentran, utilizando datos de Estados Unidos, que los test estandarizados de medición del conocimiento acumulado “tipo PISA” son útiles para

²⁹ Se entiende por *comunidad de aprendizaje* el modelo educativo que implica a todas las personas que de forma directa o indirecta influyen en el aprendizaje y el desarrollo de las y los estudiantes, incluyendo a profesorado, familiares, amigos y amigas, vecinos y vecinas del barrio, miembros de asociaciones y organizaciones vecinales y locales, personas voluntarias, etc. Está en consonancia con las teorías científicas a nivel internacional que destacan dos factores claves para el aprendizaje en la actual sociedad: las interacciones y la participación de la comunidad.

³⁰ La definición y propósito de TALIS se ha recuperado de la página del INEE (Instituto Nacional de Evaluación Educativa) en <http://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/talis.html>

captar el valor añadido de un “buen” profesor, esto es, aquel que incrementa de forma notable el conocimiento acumulado por sus estudiantes³¹.

Bietenbeck (2014) analiza el efecto diferencial que las prácticas docentes tienen en tres modalidades de habilidades cognitivas: el conocimiento formal acumulado, la capacidad para resolver problemas rutinarios y la capacidad de razonamiento. Los resultados señalan que las prácticas docentes tradicionales son efectivas a la hora de mejorar las dos primeras categorías mientras que no tienen efecto en la tercera. Por su parte, la utilización de prácticas como el trabajo en grupo incrementa de forma notable la capacidad de razonamiento de los estudiantes pero no tiene efectos significativos en las dos primeras modalidades de habilidades cognitivas³².

Otro estudio sobre la forma de impartir docencia del profesorado que se ha de mencionar es el de Lavy (2011) basado en estudiantes de educación primaria y secundaria de Israel. Las conclusiones del trabajo indican que las prácticas docentes más centradas en el profesor, como la lección magistral, incrementan el rendimiento en test estandarizados de los estudiantes de origen socioeconómico más humilde, mientras que las estrategias más centradas en el estudiante tienen efectos positivos para estudiantes de otros grupos sociales³³.

El análisis de la *oportunidad de aprender* que proporciona el profesorado con sus prácticas educativas está siendo objeto de análisis, en especial relacionándolo con estudios ILSA. Al ser PISA una de las ILSA educativas de referencia vamos a ver en detalle cómo considera este aspecto OTL.

2. Las prácticas de enseñanza en PISA

En la primera edición de la evaluación PISA no estaba entre sus objetivos el analizar prácticas de enseñanza de manera específica: de hecho, en INECSE (2004a, pág. 10) se recoge, refiriéndose al estudio: *Su enfoque está más dirigido a proporcionar datos para la conducción global del sistema educativo y menos a iluminar los procesos de enseñanza-aprendizaje que*

³¹ Ver <http://blog.intef.es/inee/2015/07/15/practicas-docentes-y-rendimiento-estudiantil-evidencia-a-partir-de-pisa-2012-y-talis-2013/>

³² El comentario al estudio de Bietenbeck (2014) está referenciado en el blog del INEE.

³³ Ver <http://blog.intef.es/inee/2015/07/15/practicas-docentes-y-rendimiento-estudiantil-evidencia-a-partir-de-pisa-2012-y-talis-2013/>

tienen lugar en el seno del aula. Sin embargo, ya desde esta primera evaluación, las prácticas docentes se conciben relacionadas con una enseñanza planificada de la lectura (competencia principal de evaluación) y se deja patente que se trata de proporcionar propuestas pedagógicas que incidan en la mejora de resultados: La mejora de la calidad de la enseñanza requiere, generalmente, una actualización de métodos didácticos de enseñanza y evaluación acordes con las investigaciones de la psicología y de las didácticas específicas [...]. Se recoge en INECSE (2004a, págs. 36-37) que estas propuestas deben ser realistas y relacionadas estrechamente con las prácticas más habituales del profesorado; y en la pág. 39 del mismo informe se dice: El programa también muestra una visión general de cómo determinadas características de las escuelas, tales como la organización de la enseñanza y la disponibilidad y administración de los recursos, están relacionadas con el éxito.

En PISA 2000 el único aspecto que se trabajó relacionado con la metodología es el índice denominado *apoyo del profesor (teacher support, TEACHSUP)* que se construye a partir de las respuestas de los estudiantes a seis preguntas en que se les pide que digan con qué frecuencia sucede esto en sus lecciones o pruebas de Lengua (OECD, 2002 pág. 226):

1. El profesor muestra interés en el aprendizaje de cada estudiante.
2. El profesor da a los estudiantes la oportunidad de expresar sus opiniones.
3. El profesor ayuda al alumnado con su trabajo.
4. El profesor continúa enseñando hasta que los estudiantes lo entienden.
5. El profesor ayuda mucho al alumnado.
6. El profesor ayuda a los estudiantes con su aprendizaje.

La escala de respuesta consta de cuatro categorías: 1) nunca, 2) en algunas lecciones, 3) la mayoría de las lecciones y 4) en cada lección.

En el año 2003 se avanzó en la idea de analizar los procesos de aprendizaje y se incluyó un epígrafe en OECD (2004b, págs. 213-216) sobre las *percepciones de los estudiantes sobre la ayuda individual recibida de sus profesores*. En INECSE (2004b, pág. 21) se indica el tipo de información que se recopila en los cuestionarios de contexto sobre los procesos de aprendizaje: [...] *las preferencias por diferentes tipos de situaciones de aprendizaje, los estilos de aprendizaje y las destrezas sociales necesarias para el aprendizaje en grupo. Las características de la enseñanza y del aprendizaje en el ámbito de las matemáticas, entre ellas*

la motivación de los estudiantes, su grado de participación y confianza en relación a las matemáticas, el impacto de las estrategias de aprendizaje sobre su rendimiento. Profundizando en este aspecto, en OECD (2004b, pág. 26) se indica que *se exponen claramente en los diferentes países, por un lado, el vínculo entre los métodos y enfoques de enseñanza y aprendizaje y por otro las prioridades y énfasis del contenido de currículo.*

En la edición del 2003 también se llevó a cabo una *aproximación* a los procesos de enseñanza y en OECD (2004b, pág. 204) se indica que se examinaron factores escolares en base a tres líneas de investigación. La primera de ellas hacía referencia a los *estudios sobre enseñanza e instrucción efectivas, que tienden a centrarse en las estrategias de enseñanza y gestión del aula, tales como la **oportunidad para aprender**, el tiempo en la tarea, la evaluación del desempeño a nivel del aula y la **aproximación** a diferentes prácticas de enseñanza.* Es en este momento cuando se comienza a relacionar la oportunidad para aprender con las estrategias metodológicas docentes.

Para conocer el interés de los docentes en el progreso de su alumnado, se les plantearon a los estudiantes cinco ítems sobre la frecuencia con que ocurren determinadas cosas en sus lecciones de matemáticas y a partir de ellos PISA creó el índice TEACHSUP:

1. El profesor muestra interés en el aprendizaje de cada estudiante.
2. El profesor proporciona ayuda extra cuando los estudiantes la necesitan.
3. El profesor ayuda a los estudiantes con su aprendizaje.
4. El profesor continúa enseñando hasta que los estudiantes lo entienden.
5. El profesor da a los estudiantes la oportunidad de expresar sus opiniones

Las cuatro opciones de respuesta son: 1) en cada lección, 2) en la mayoría de las lecciones, 3) en algunas lecciones y 4) nunca o casi nunca.

El PISA Governing Board (PGB) solicitó que la evaluación internacional de 2003 señalase aspectos importantes del aprendizaje y enseñanza en matemáticas, incluyendo su impacto en el rendimiento (OECD, 2005, pág. 34); aunque se consideró adecuado realizar un informe temático sobre las *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*, en la realidad nunca se elaboró.

Como el diseño de PISA no incluye análisis a nivel de aula se dio prioridad a las dimensiones que podrían, razonablemente, ser consideradas como dominantes en el contexto de enseñanza-aprendizaje (OECD, 2005, pág. 38): 1) las estrategias de aprendizaje, 2) preferencias de estilo de aprendizaje y, 3) clima de aula, que incluye el *apoyo del profesor*. Además, en OECD (2004b) se señala que la información recogida sobre esos tres factores no incluye la de los profesores y está hecha únicamente bajo la perspectiva de estudiantes y directores; esta observación es llamativa porque en posteriores ediciones PISA mide la OTL sólo a partir de las respuestas del alumnado.

Por otra parte, en el mismo informe se afirma que las *actuales oportunidades para aprender* podrían *subestimar la relación entre ambos, rendimiento y OTL, porque los resultados de aprendizaje a los 15 años también están influenciados por las experiencias acumuladas durante los años escolares anteriores* (OECD, 2004b, págs. 205 y 264). Entre esas prácticas de enseñanza previas se encuentran los itinerarios educativos que en algunos sistemas educativos tienden a separar, de manera precoz, al alumnado en programas con diferente currículo (*streaming or tracking*) y que la política educativa puede ayudar a reducir la segregación socioeconómica.

En las dos primeras ediciones de la evaluación PISA los aspectos relacionados con la enseñanza son de carácter general, aunque en el 2000 versaban sobre las clases de Lengua, más asociada a la competencia lectora, mientras que en el 2003 se referían a las clases de Matemáticas. En todo caso, se observa que los ítems son prácticamente idénticos y podrían referirse a cualquier materia.

En la edición de PISA 2006, donde la competencia principal de evaluación es Ciencias, ya se establecen estrategias de enseñanza más específicas. De hecho, en OECD (2006b, pág. 56) se dice que [...] *se debería examinar y relacionar el currículo y la metodología de enseñanza utilizada y que mientras en algunos países, la pregunta importante podría ser cómo enseñar el actual currículo mejor, en otros la cuestión podría ser no sólo cómo enseñar, también qué enseñar*.

En PISA 2006 no se hace mención de la Oportunidad para aprender en ninguna de sus acepciones, pero se presenta una matriz conceptual que ha guiado el desarrollo de los

cuestionarios de contexto y donde se muestran ejemplos de variables que se recolectaron o estuvieron disponibles para cada celda.

Nivel	Antecedentes	Procesos	Resultados
Sistema Educativo como un todo	Contexto macro-económico y demográfico	Políticas y organización en educación	Resultados a nivel de sistema educativo
Instituciones educativas (escuelas)	Características de las instituciones educativas o escuelas	Políticas y prácticas de la institución Por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> • <i>Apoyo en la enseñanza</i> incluyendo tanto materiales como recursos humanos • Políticas y prácticas, incluyendo la evaluación y las políticas de admisión • <i>Actividades para promover el aprendizaje</i> de los estudiantes 	Resultados de aprendizaje a nivel de escuela
Marco de enseñanza	Características del marco de enseñanza	Ambiente de aprendizaje Por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> • Agrupación por habilidades • <i>Estilos de enseñanza</i> • Tiempo de aprendizaje 	Resultados de aprendizaje a nivel del marco de enseñanza
Participantes individuales en educación y aprendizaje (estudiantes)	Antecedentes individuales	Procesos de aprendizaje individuales	Resultados individuales

Tabla 41: Matriz conceptual de los cuestionarios de contexto de PISA 2006

Fuente: Elaborado a partir de OECD (2009, pág. 54)

<https://www.oecd.org/pisa/data/42025182.pdf>

Se puede ver en esta matriz conceptual de los cuestionarios de contexto de PISA 2006 que, mientras que en PISA 2000 y 2003 se analizaba el *apoyo a la enseñanza a nivel de centro*, en esta edición los **estilos de enseñanza** se consideran una de las variables que forman parte

de los procesos del ambiente de aprendizaje. Al alumnado no se le preguntó en su cuestionario de contexto, en el 2006, nada referido al apoyo que el profesor le proporcionaba en la clase (índice denominado en el 2000 y el 2003 TEACHSUP).

Para la medición de la forma de enseñar, en el cuestionario de los estudiantes se planteaba la pregunta denominada ST34 donde figuraban 17 ítems que sirvieron para analizar los diferentes aspectos de la enseñanza de las ciencias, dominio principal de evaluación en el 2006. Se muestran en la tabla siguiente tanto los ítems como su codificación en la base de datos de PISA y la denominación del índice del que formaron parte.

Código ítem / Índice	Al aprender temas de ciencias en la escuela, ¿con qué frecuencia ocurren las siguientes actividades?
ST34Q01 (SCINTAT)	a) A los estudiantes se les da la oportunidad de explicar sus ideas
ST34Q02 (SHANDS)	b) Los alumnos pasan tiempo en el laboratorio realizando experimentos prácticos
ST34Q03 (SHANDS)	c) Se les pide a los estudiantes que diseñen cómo una pregunta de ciencia podría ser investigada en el laboratorio
	d) A los estudiantes se les pide que apliquen conceptos escolares de ciencias a problemas cotidianos
ST34Q05 (SCINTAT)	e) Las lecciones involucran las opiniones de los estudiantes sobre los temas
ST34Q06 (SHANDS)	f) Se pide a los estudiantes que saquen conclusiones de un experimento que han realizado
ST34Q07 (SCAPPLY)	g) El profesor explica cómo un mismo principio científico puede aplicarse a diferentes fenómenos (por ejemplo, movimiento de objetos, sustancias con propiedades similares)
ST34Q08 (SCINVEST)	h) A los alumnos se les permite diseñar sus propios experimentos
ST34Q09 (SCINTAT)	i) Hay un debate o discusión en clase sobre investigaciones
	j) Los experimentos son realizados por el profesor como demostraciones

ST34Q11 (SCINVEST)	k) Los estudiantes tienen la oportunidad de elegir sus propias investigaciones
ST34Q12 (SCAPPLY)	l) El profesor usa la ciencia en la escuela para ayudar a los estudiantes a entender el mundo fuera de la escuela
ST34Q13 (SCINTAT)	m) Los estudiantes tienen debates sobre temas o cuestiones científicas
ST34Q14 (SHANDS)	n) Los estudiantes hacen experimentos siguiendo las instrucciones del profesor
ST34Q15 (SCAPPLY)	o) El profesor explica claramente la relevancia de los conceptos científicos para la vida de las personas
ST34Q16 (SCINVEST)	p) Se les pide a los estudiantes que hagan una investigación para conocer sus ideas sobre ciertos conceptos
ST34Q17 (SCAPPLY)	q) El profesor usa ejemplos de aplicaciones tecnológicas para demostrar cómo la ciencia en la escuela es relevante para la sociedad

Tabla 42: Ítems para medir el estilo de enseñanza de las ciencias en PISA 2006

Fuente: Traducción del cuestionario de contexto de los estudiantes
https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA06_Student_questionnaire.pdf

Para cada uno de los ítems había 4 categorías de respuesta: 1) en todas las lecciones, 2) en la mayoría de las lecciones, 3) en algunas lecciones y 4) nunca o casi nunca.

Estos ítems se agruparon en cuatro índices:

- Enseñanza de las ciencias: *interacción* (SCINTACT), en este caso se utilizaron los ítems denominados ST34Q01, ST34Q05, ST34Q09 Y ST34Q13.
- Enseñanza de las ciencias: *actividades prácticas* (SHANDS), con los ítems ST34Q02, ST34Q03, ST34Q06 Y ST34Q14.
- Enseñanza de las ciencias: *investigaciones de los estudiantes* (SCINVEST), con los ítems ST34Q08, ST34Q11 y ST34Q16.
- Enseñanza de las ciencias: *centrándose (ajustándose) en modelos o aplicaciones* (SCAPPLY) con los ítems ST34Q07, ST34Q12, ST34Q15 Y ST34Q17.

Se puede ver que los ítems "A los estudiantes se les pide que apliquen conceptos escolares de ciencias a problemas cotidianos" y "los experimentos son realizados por el profesor como demostraciones" no se utilizaron en la construcción de los diferentes índices

sobre la enseñanza de las ciencias, desconociéndose la razón por la que PISA decidió no usarlos.

En la edición de PISA 2009, se puede ver en la Tabla 4 (pág. 52) de esta investigación que los aspectos docentes se recogen como variables de proceso tanto a **nivel de escuela**, denominándolos “Aspectos de un entorno de apoyo para la enseñanza/ aprendizaje” como a **nivel de aspectos de enseñanza** designándolas como “Condiciones de apoyo de la enseñanza/aprendizaje con respecto a tareas de alfabetización lectora, de compromiso lector y de metacognición”.

Para la medición de estos aspectos se utilizan dos índices. El primero de ellos, llamado *Estimulación de los profesores al compromiso lector* (STIMREAD), es nuevo en PISA 2009 y proporciona información sobre cómo los profesores estimulan a los estudiantes a comprometerse con la lectura y a desarrollar destrezas lectoras (OECD, 2012, pág. 297). Se creó a partir de la pregunta denominada ST37, que constaba de 7 ítems. Se recogen en la Tabla siguiente junto con su codificación en las bases de datos de PISA.

Código ítem	En tus clases de lengua, ¿con qué frecuencia ocurre lo siguiente?
ST37Q01	El profesor pide a los alumnos que expliquen el significado de un texto
ST37Q02	El profesor hace preguntas que retan a los estudiantes a tener una mejor comprensión de un texto
ST37Q03	El profesor da suficiente tiempo a los estudiantes para que piensen en sus respuestas
ST37Q04	El profesor recomienda un libro o autor para leer
ST37Q05	El profesor anima a los estudiantes a expresar sus opiniones sobre un texto
ST37Q06	El profesor ayuda a los alumnos a relacionar las historias que leen con sus vidas.
ST37Q07	El profesor les muestra a los estudiantes cómo la información en los textos se basa en lo que ya saben

Tabla 43: Ítems para medir la *Estimulación de los profesores a la lectura y estrategias de enseñanza* (STIMREAD) en PISA 2009

Fuente: Cuestionario de contexto del estudiante en PISA 2009

https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA09_Student_questionnaire.pdf

Las categorías de respuesta a los ítems son cuatro: 1) nunca o casi nunca, 2) en algunas lecciones, 3) en la mayoría de las lecciones y 4) en todas las lecciones.

También 2009 PISA calculó el índice llamado “*Uso de los docentes de estrategias de estructuración y construcción*” (STRSTRAT), que proporcionó información sobre cómo los profesores usan estrategias de estructuración y construcción en las tareas de lectura de las lecciones de Lengua (OECD, 2012, pág. 298). Se basa en los 9 ítems de la pregunta ST38 del cuestionario de contexto del estudiante.

Código ítem	En tus clases de lengua, ¿con qué frecuencia ocurre lo siguiente?
ST38Q01	El profesor explica de antemano qué se espera de los estudiantes
ST38Q02	El profesor comprueba que los estudiantes se estén concentrando mientras trabajan en las tareas de lectura
ST38Q03	El profesor analiza el trabajo de los alumnos, después de que hayan terminado las tareas de lectura
ST38Q04	El profesor les dice, por adelantado, a los estudiantes cómo se va a evaluar su trabajo
ST38Q05	El profesor pregunta si cada alumno ha entendido cómo completar la tarea de lectura
ST38Q06	El profesor corrige el trabajo de los alumnos
ST38Q07	El profesor les da a los estudiantes la oportunidad de hacer preguntas sobre la tarea de lectura
ST38Q08	El profesor plantea preguntas que motivan a los alumnos a participar activamente.
ST38Q09	El profesor les dice a los alumnos cómo desarrollaron la tarea de lectura inmediatamente después de finalizarla

Tabla 44: Ítems para medir el *Uso de estrategias de estructuración y construcción* (STRSTRAT) en PISA 2009

Fuente: Cuestionario de contexto del estudiante en PISA 2009

https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA09_Student_questionnaire.pdf

En este caso tenían las mismas cuatro opciones posibles para la respuesta que en la pregunta anterior: 1) nunca o casi nunca, 2) en algunas lecciones, 3) en la mayoría de las lecciones y 4) en todas las lecciones.

Es en la edición de PISA 2012 donde claramente se explicita la *oportunidad para aprender*, a nivel de aula (Tabla 14) y, además de la **oportunidad para aprender contenido**, se establece la **oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza**, cuyos ámbitos de medición corresponden a: 1) enseñanza dirigida por el docente, 2) orientación al alumnado, y, 3) evaluación formativa y retroalimentación; también dentro de la OTL se considera la **calidad de enseñanza** que incluye las variables referidas a: 1) gestión de aula/clima disciplinario, 2) apoyo docente, y 3) activación cognitiva (OECD, 2014).

PISA, en 2012 recupera el índice TEACHSUP, de las ediciones del año 2000 y 2003, incluyéndolo en la **calidad de enseñanza**, si bien no se va a analizar en más detalle en este momento pues se refiere a un aspecto de la oportunidad para aprender que no corresponde a este capítulo de la investigación.

Algunos ítems de TALIS (Teaching and Learning International Survey) se usaron como base para elaborar una nueva pregunta (ST79) del cuestionario de contexto de PISA 2012, que permitiera medir la Oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza (OECD, 2014, pág. 57). A continuación, se muestran los ítems y el nombre del índice del que formaron parte.

Código ítem / Índice	¿Con qué frecuencia ocurre lo siguiente en tus clases de Matemáticas?
ST79Q01 (TCHBEHTD)	a) El profesor establece objetivos claros para nuestro aprendizaje
ST79Q02 (TCHBEHTD)	b) El profesor nos pide a mí o a mis compañeros que presentemos nuestras reflexiones o razonamiento con cierta extensión
ST79Q03 (TCHBEHSO)	c) El profesor les da tareas distintas a los alumnos que tienen dificultades para aprender y a los que pueden avanzar más rápido
ST79Q04 (TCHBEHSO)	d) El profesor manda trabajos que requieren al menos una semana para terminarlos
ST79Q05 (TCHBEHFA)	e) El profesor me dice si voy bien o mal en Matemáticas

ST79Q06 (TCHBEHTD)	f) El profesor nos pregunta para comprobar si hemos entendido lo que ha explicado
ST79Q07 (TCHBEHSO)	g) El profesor nos hace trabajar en grupos pequeños para que encontremos entre todos soluciones a un problema o una tarea
ST79Q08 (TCHBEHTD)	h) Al principio de cada clase, el profesor hace un pequeño resumen de la clase anterior
ST79Q10 (TCHBEHSO)	i) El profesor nos pide que ayudemos a planificar temas o actividades de clase
ST79Q11 (TCHBEHFA)	j) El profesor me comenta lo que ha observado acerca de mis puntos fuertes y débiles en Matemáticas
ST79Q12 (TCHBEHFA)	k) El profesor nos dice lo que espera de nosotros cuando vamos a hacer un examen, un control o una tarea
ST79Q015 (TCHBEHTD)	l) El profesor nos dice lo que tenemos que estudiar
ST79Q17 (TCHBEHFA)	m) El profesor me dice qué necesito hacer para ser mejor en Matemáticas.

Tabla 45: Ítems para medir la *Oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza* en PISA 2012

Fuente: Cuestionario de contexto del estudiante en PISA 2012

<https://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:ea7ff855-4a02-4cc8-880d-170f3e38e465/pisa-2012-cuestionario-del-alumno-b.pdf>

Las opciones de respuesta tenían cuatro categorías: 1) en todas las clases, 2) en la mayoría de las clases, 3) en algunas clases y 4) nunca o casi nunca.

A partir de esta pregunta PISA creó tres índices o escalas (OECD, 2014, pág. 57):

- Comportamiento del docente, *instrucción o enseñanza dirigida por el docente* (TCHBEHTD).
- Comportamiento del docente, *orientación al estudiante* (TCHBEHSO).
- Comportamiento del docente, *evaluación formativa* (TCHBEHFA).

Una parte de las comparaciones y análisis de este capítulo, ponen el foco en el estilo metodológico de trabajo en el aula denominado *enseñanza dirigida por el docente* (TCHBEHTD) y que figura por primera vez en 2012.

En la edición de 2015, PISA consideró las prácticas de enseñanza como una de las áreas de mayor interés por su relevancia política, aunque al mismo tiempo admite que requiere de un mayor trabajo de desarrollo (OECD, 2016d, pág. 118). Las metodologías docentes que se tuvieron en cuenta fueron las siguientes:

- **Enseñanza Dirigida por el docente:** El objetivo de este tipo de enseñanza de las ciencias es impartir lecciones o temas claros, informativos y bien estructurados que normalmente incluyen explicaciones del profesor, debates en clase y preguntas del alumnado. Incluso si estas estrategias llevan a que los estudiantes sean pasivos en clase, la dirección del profesor es esencial para que adquieran conocimiento científico (Driver, 1995).
- **Enseñanza basada en la Investigación:** En la educación científica la enseñanza basada en la investigación se refiere a la forma de involucrar al alumnado en la experimentación y propuesta de actividades, también estimulándole y animándole para desarrollar un conocimiento conceptual de ideas científicas. Se espera que los estudiantes con buenos resultados en ciencias entiendan, expliquen y debatan ideas científicas, diseñen y lleven a cabo experimentos y comuniquen sus hallazgos a la vez que conectan sus ideas científicas y la investigación con problemas de la vida real (Miner, Levy y Century, 2010).
- **Estrategias de Retroalimentación percibida:** La retroalimentación en educación se refiere a la información que los estudiantes reciben de sus compañeros o iguales, familias y profesores, una vez que han realizado una tarea o examen, con el propósito de modificar o reforzar sus formas de hacer. Tal retroalimentación puede adoptar diferentes formas: elogio o felicitación, sorprender con algo, dar un visto bueno o castigar, o dar alguna explicación sobre la tarea o examen. La importancia de dar información y valoración positiva (evaluación formativa) es esencial para la mejora de los resultados del estudiante (Hattie y Timperley, 2007).
- **Enseñanza Adaptativa:** Este tipo de enseñanza se refiere a la flexibilidad del docente con sus lecciones, adaptando sus clases a los estudiantes, teniendo en cuenta al alumnado que tienen dificultades con un tema. El adaptar las clases de ciencias a los estudiantes con diferentes conocimientos, habilidades y

necesidades es un objetivo clave para una buena enseñanza del conocimiento científico a todo tipo de alumnado (Hofstein y Lunetta, 2004).

Para medir la enseñanza basada en la investigación (IBTEACH) PISA utiliza la pregunta ST98, compuesta por 9 ítems, elegidos de entre los 17 utilizados en el 2006, si bien 6 de ellos son literales y tres sufren algunas modificaciones. En este caso se habla del estudio de temas de ciencias en clase, pero la pregunta *no se refiere a ninguna asignatura en concreto*.

Código ítem	Cuando estudias temas de ciencias en clase, ¿con qué frecuencia ocurren los siguientes hechos?
ST098Q01TA	A los alumnos se les da la oportunidad de exponer sus ideas
ST098Q02TA	Los alumnos pasan tiempo en el laboratorio realizando experimentos prácticos
ST098Q03NA	Se les pide a los alumnos que debatan sobre cuestiones científicas
ST098Q05TA	Se les pide a los alumnos que saquen conclusiones del experimento que han realizado
ST098Q06TA	El profesor explica cómo un mismo principio científico puede aplicarse a varios fenómenos diferentes (p. ej., movimiento de los objetos, sustancias con propiedades similares)
ST098Q07TA	A los alumnos se les permite diseñar sus propios experimentos
ST098Q08NA	Hay debates en clase sobre investigaciones
ST098Q09TA	El profesor explica con claridad la importancia de los conceptos científicos en la vida de las personas
ST098Q10NA	Se pide a los alumnos que hagan una investigación para comprobar ciertos conceptos

Tabla 46: Ítems para medir la enseñanza basada en la investigación (IBTEACH) en PISA 2015

Fuente: Cuestionario de contexto del alumno. General.

<https://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:592097df-f1c5-4848-8288-c6344775141d/cuestionario-alumnogeneral.pdf>

Las categorías de respuesta son cuatro: 1) en todas las clases, 2) en la mayoría de las clases, 3) en algunas clases y, 4) nunca o casi nunca. Con este índice PISA pretende cuantificar *hasta qué punto se aplica una metodología basada en la investigación*.

Para medir la enseñanza dirigida por el docente (TDTEACH) PISA 2015 utiliza la pregunta ST103, compuesta de cuatro ítems. Antes de responder a la pregunta los estudiantes deben señalar sobre que **asignatura** de las ciencias van a responder. Con este índice PISA trata de medir con qué intensidad los profesores de ciencias dirigen el aprendizaje de su alumnado.

Código ítem	¿Con qué frecuencia ocurren estas cosas en tus clases de esta asignatura de ciencias?
ST103Q01NA	El profesor explica conceptos científicos
ST103Q03NA	Se lleva a cabo un debate entre toda la clase y el profesor
ST103Q08NA	El profesor explica nuestras preguntas
ST103Q11NA	El profesor demuestra un concepto

Tabla 47. Ítems para medir la *enseñanza dirigida por el docente (TDTEACH)* en PISA 2015

Fuente: Cuestionario de contexto del alumno. General.

<https://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:592097df-f1c5-4848-8288-c6344775141d/cuestionario-alumnogeneral.pdf>

Las opciones de respuesta en este caso fueron: 1) nunca o casi nunca, 2) en algunas clases, 3) en muchas clases y 4) en todas o en casi todas las clases.

La perspectiva del alumnado en la enseñanza de las ciencias se complementa con el *Cuestionario del profesorado*, en aquellos países que participan en esta opción. Se pidió al profesorado de ciencias que describiese sus prácticas de enseñanza y aprendizaje dirigidas por el maestro en las clases de ciencias, y un conjunto seleccionado de actividades basadas en la investigación. Ambas perspectivas podrían combinarse y compararse a nivel escolar (OECD, 2017b, pág. 114).

Además, se incluyeron dentro de las dimensiones generales de **calidad de la enseñanza** aspectos relativos al clima de disciplina en la clase, apoyo del docente, retroalimentación (*feedback*) y adaptabilidad (OECD, 2017b, pág. 113). En ediciones anteriores a PISA 2015 ya se había medido el clima de aula y el apoyo del docente (TEACHSUP), ya comentado en este epígrafe. Los índices que crea en esta edición, el PERFEED para medir la retroalimentación y el ADAINST para conocer cómo los profesores adaptan las clases a las necesidades y conocimientos de todos los estudiantes del aula, tienen sus antecedentes en

los creados en el 2012, TCHBEHFA (Comportamiento del docente, *evaluación formativa*) y TCHBEHSO (Comportamiento del docente, *orientación al estudiante*).

El índice de retroalimentación (PERFEED) fue construido a partir de la pregunta ST104 que consta de cinco ítems. Los estudiantes tienen que **elegir la asignatura** del ámbito de las ciencias sobre la que van a responder. Se constata que los cinco ítems son una reformulación y desglose de uno de los cuatro con los que se construía el índice TCHBEHFA del 2012, tal y como puede apreciarse en la tabla siguiente.

PISA 2015		PISA 2012
Código ítem en PISA 2015	¿Con qué frecuencia ocurren estas cosas en tus clases de esta asignatura de Ciencias?	¿Con qué frecuencia ocurre lo siguiente en tus clases de Matemáticas?
ST104Q01NA	El profesor me informa de mi rendimiento en esta asignatura	El profesor me dice si voy bien o mal en matemáticas
ST104Q02NA	El profesor me informa de mis puntos fuertes en esta asignatura de ciencias	El profesor me comenta lo que ha observado acerca de mis puntos fuertes y débiles en Matemáticas
ST104Q03NA	El profesor me dice en qué áreas aún puedo mejorar	
ST104Q04NA	El profesor me dice cómo puedo mejorar mi rendimiento	El profesor me dice qué necesito hacer para ser mejor en matemáticas
ST104Q05NA	El profesor me aconseja acerca de cómo lograr mis objetivos de aprendizaje	El profesor nos dice lo que espera de nosotros cuando vamos a hacer un examen, un control o una tarea.

Tabla 48: Ítems para medir la *retroalimentación percibida (PERFEED)* en PISA 2015 y su comparación con los de TCHBEHFA de PISA 2012

Fuente: Cuestionario de contexto del alumno. General.

<https://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:592097df-f1c5-4848-8288-c6344775141d/cuestionario-alumnogeneral.pdf>

La escala de respuesta a ST104 se concreta en: 1) nunca o casi nunca, 2) en algunas clases, 3) en muchas clases y, 4) en todas o en casi todas las clases.

Para crear el índice ADAINST PISA 2015 utilizó los tres ítems de la pregunta ST107, y para darles respuesta los estudiantes tenían que **elegir la asignatura** del ámbito de las ciencias sobre la que iban a responder.

Código ítem	¿Con qué frecuencia ocurren estas cosas en tus clases de esta asignatura de ciencias?
ST107Q01NA	El profesor adapta la lección a las necesidades y conocimientos de la clase
ST107Q02NA	El profesor ayuda individualmente a los alumnos cuando tienen dificultades para comprender un tema o ejercicio
ST107Q03NA	El profesor modifica la estructura de la clase cuando el tema resulta difícil de entender para la mayoría de los alumnos

Tabla 49: Ítems para medir la adaptación de la enseñanza (ADAINST) en PISA 2015

Fuente: Cuestionario de contexto del alumno. General.

<https://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:592097df-f1c5-4848-8288-c6344775141d/cuestionario-alumnogeneral.pdf>

Las opciones de respuesta de ST107 se concretaron en: 1) nunca o casi nunca, 2) en algunas clases, 3) en muchas clases y 4) en todas o en casi todas las clases.

Sólo el primero de los ítems de esta pregunta tiene relación con el que se presentaba en el 2012 "el profesor les da tareas distintas a los alumnos que tienen dificultades para aprender y a los que pueden avanzar más rápido", para construir el índice TCHBEHSO, con lo que se podría decir que el índice ADAINST se crea en la edición del 2015.

Los informes referidos a PISA 2018 aún no se han publicado, pero según OECD (2016d) el marco establecido en tal publicación es el referente para las posteriores ediciones de PISA y cabría suponer que se mantuviesen las variables e índices establecidos en el 2015 para el 2018.

En el epígrafe siguiente se hace un estudio comparativo de la relación de los estilos de enseñanza con el rendimiento del alumnado.

3. Tipologías de enseñanza

En el volumen II del informe PISA 2015 (OECD, 2016e) se afirma que la forma en que la ciencia es enseñada en las escuelas puede producir grandes diferencias entre los resultados de los estudiantes y su interés en la ciencia. En la aproximación que se hace en OECD (2016a)

a la competencia científica se señala que el principal objetivo, cuando se enseña ciencia, es promover la capacidad del alumnado para explicar fenómenos científicamente, entender la investigación científica e interpretar las evidencias científicas.

Por ello a través del estudio PISA se pretende conocer en qué medida las escuelas están alcanzando este objetivo, así como describir los métodos de enseñanza de la ciencia y su relación con los resultados obtenidos por los estudiantes.

Cuando se evaluaron las Ciencias, por primera vez, como competencia principal (OECD, 2007) se señalaba que incluso si no hay una única mejor forma de enseñar a los estudiantes, éstos necesitan profesores que se planteen retos y sean innovadores para **combinar prácticas educativas** que permitan dar respuesta a toda la tipología de aprendices.

El análisis de la relación entre las prácticas de enseñanza y los resultados del alumnado en PISA no es un tema que se plantee por primera vez en OECD (2016a); así Le Donné, Fraser y Bousquet (2016) llevaron a cabo un estudio específico sobre estrategias para la calidad de la enseñanza a partir del análisis conjunto de las bases de datos TALIS - PISA. Las bases de datos de PISA 2012 fueron las elegidas al ser las matemáticas la competencia principal objeto de evaluación de ese año y las de TALIS fueron las del estudio realizado en el 2013.

En esta parte de la investigación se van a analizar aspectos referidos al primero y segundo de los estilos de enseñanza al tratarse de dos alternativas reales de estilos docentes, mientras que las otras dos se refieren a estrategias metodológicas de calidad que se pueden aplicar por igual en ambos.

3.1 Enseñanza basada en la investigación y enseñanza dirigida por el docente

Hay una extensa literatura y diversidad de opiniones sobre la eficacia de la *enseñanza basada en la investigación* y la *dirigida por el docente*, indicando sus posibles ventajas e inconvenientes.

3.1.1 Enseñanza basada en la investigación

Eric Mazur, físico de Harvard y creador de la metodología *Peer Instruction*³⁴, propugna por un enfoque de enseñanza basado en el trabajo grupal y centrado en el alumno, ve la

34

enseñanza en el mundo occidental demasiado centrada en los métodos tradicionales y trató de que así lo reconociese el consorcio australiano de PISA, responsable del estudio. Suya es la afirmación de que si se enseña de manera pasada de moda con el docente como fuente del conocimiento, entonces el nivel más alto que se fija para los estudiantes es el del profesor mientras que si se enseña de manera interactiva a los estudiante a través del cuestionamiento, de la ayuda mutua y por medio de una investigación, realmente pueden lograr mucho y, es posible, que los aprendices excedan al maestro.

Hay autores como Woolnough (1991) o Hofstein y Lunetta (2004) que señalan la gran importancia de la *enseñanza basada en la investigación* para estudiar el mundo natural, proponer ideas y explicar y justificar afirmaciones basadas en la evidencia del trabajo científico en las ciencias físicas, si bien advierten sobre el trabajo de laboratorio, asociado a este tipo de enseñanza, indicando que sólo puede mejorar el aprendizaje si está cuidadosamente diseñado y bien estructurado, y si los estudiantes manipulan ideas y no sólo objetos.

Ahora bien, hay docentes que aun creyendo que deberían utilizar más la enseñanza basada en la investigación llevada a cabo en los laboratorios no la proponen en mayor medida debido a la falta de tiempo y materiales, presiones para completar contenidos en vista a tests estandarizados, clases muy numerosas, problemas de seguridad, limitaciones pedagógicas, problemas de gestión de aula en un espacio tan específico y, las creencias del profesorado sobre las habilidades de los estudiantes y la naturaleza del trabajo de laboratorio (Gallet, 1998; Backus, 2005; Cheung, 2007).

En el trabajo de Kirschner, Sweller y Clark (2006) se indica que la enseñanza basada en la investigación utiliza estrategias metodológicamente populares e intuitivamente atractivas, a pesar de lo cual resulta menos eficaz que los enfoques educativos que ponen un fuerte énfasis en la orientación del proceso de aprendizaje del estudiante.

La metodología *Peer Instruction* consiste en plantear preguntas conceptuales en clase a los estudiantes y pedirles que contesten prediciendo lo que debe ocurrir en una situación hipotética, al aplicarle los principios de la disciplina. Tienen que discutir entre compañeros que hayan escogido diferentes opciones de respuesta, para a continuación volver a responder a la pregunta planteada previamente argumentando aquellos casos en que se haya modificado la opción de respuesta. Una vez se cierra la discusión sobre esa cuestión, el docente plantea la siguiente.

El conocimiento basado en la investigación parece que no sólo mejora las actitudes hacia la ciencia y el pensamiento crítico (Hattie, 2009), sino también el rendimiento (Blanchard et al., 2010).

Turpen y Finkelstein (2010), asumen que para que los estudiantes sepan dominar el uso de sus conocimientos de ciencia e historia, se les debe permitir comportarse como científicos e historiadores en las clases. Se anima al profesorado a preparar clases centradas en los intereses del alumnado, permitiéndole debatir y discutir ideas, llevar a cabo sus propios experimentos científicos y analizar fuentes históricas y, en no incidir en la enseñanza centrada en el docente.

Ermeling (2010) trató de hacer un seguimiento de los efectos de la enseñanza en el aula, y desarrolló un estudio en el que participaron un grupo de docentes de ciencias durante 14 meses donde el reto era fomentar en los estudiantes el conocimiento conceptual de los fenómenos científicos utilizando lo que podríamos denominar enseñanza basada en la investigación. Al no obtener conclusiones claras señaló que se ha de profundizar en la relación que podrían tener los resultados de los estudiantes y las prácticas que se llevan a cabo en el aula y que sería útil que las prácticas exitosas pudiesen conducir a utilizar procesos similares en las clases para mejorar la enseñanza.

La instrucción que hace hincapié en el pensamiento activo del alumnado y saca conclusiones a partir de datos parece ser particularmente beneficiosa para el desarrollo del alumnado (Minner, Levy y Century, 2010); así Furtak et al. (2012) demostraron que las prácticas de la enseñanza basadas en la investigación tienen un efecto positivo en el aprendizaje del alumnado, en particular su compromiso en las dimensiones cognitivas de la investigación³⁵ y en las actividades de indagación dirigidas por el docente y Osborne (2012) concluye que la argumentación científica como un objetivo central de la educación científica necesita situaciones en el aula con suficientes oportunidades para la interacción social.

En la publicación *National Science Education Standards* (National Research Council, 1996) se describe el aprendizaje científico por investigación como un conjunto de actividades

35

Utiliza las tres dimensiones identificadas por Duschl (2008): estructuras conceptuales y procesos cognitivos; marcos epistémicos e; interacciones sociales.

que implican observaciones, consulta de fuentes de información, hacerse preguntas, diseñar experimentos, llevarlos a la práctica, interpretar los datos, proponer respuestas y explicaciones y hacer predicciones, así como el comunicar los resultados.

A partir de diferentes estudios (Schroeder et al. (2007); Furtak et al. (2012) o Minner, Levy y Century. (2010) donde se analizan diversos aspectos de la denominada enseñanza por investigación o descubrimiento parece razonable concluir que el efecto de este tipo de enseñanza no es peor, y quizás en algunos aspectos mejor, que la enseñanza convencional de la ciencia, entendida ésta como una experiencia donde el docente dirige la enseñanza paso a paso.

3.1.2 Enseñanza dirigida por el docente

Driver (1995) señaló que es esencial la dirección del docente para la adquisición del conocimiento científico, aun cuando esto lleve a que los estudiantes no sean actores activos de sus aprendizajes.

También Hirsch (2001), defiende una enseñanza centrada en el docente y pone de manifiesto la importancia de asegurar que todo el alumnado aprenda el cuerpo de conocimientos académicos que necesita para ser culturalmente alfabetizado, es decir que puedan aplicarlo en situaciones diversas y, que si bien el currículo es posiblemente el componente más importante, el enfoque tradicional de la enseñanza es parte integrante del éxito de los estudiantes.

Klahr y Nigam (2004) en su estudio encontraron no sólo que muchos más estudiantes aprendieron de *la enseñanza dirigida por el docente* que de *la basada en la investigación*, sino también que cuando se les pidió que hicieran juicios científicos más amplios y ricos, el alumnado que aprendió de *la enseñanza dirigida por el docente* desempeñaron tan bien como quienes descubrieron el método por investigación. Estos resultados desafían las predicciones derivadas de la supuesta superioridad de los enfoques por descubrimiento al enseñar los procedimientos básicos para las primeras investigaciones científicas.

Kirschner, Sweller y Clark (2006) propugnan la evidencia de la superioridad de la enseñanza dirigida por el docente explicándola en el contexto del diseño cognitivo de las personas, en las diferencias entre quienes tienen los conocimientos y los explican y quienes los aprenden y en la forma de adquirir los aprendizajes. Indican que aunque los enfoques de

enseñanza mínimamente guiados son muy populares e intuitivamente atractivos, ignoran las estructuras cognitivas, uniéndolo al hecho de que los estudios empíricos del último medio siglo que indican, consistentemente, que la enseñanza basada en la investigación es menos efectiva que la enseñanza dirigida por el docente con un fuerte énfasis en la orientación del proceso de aprendizaje del estudiante.

4. Metodología docente y rendimiento en pisa

Los diferentes estilos docentes no han aparecido conjuntamente hasta la edición de PISA 2015, de ahí la imposibilidad de analizar simultáneamente la relación entre el rendimiento y las estrategias de enseñanza. PISA 2015 destaca que la *enseñanza dirigida por el docente* (TDTEACH) es una de las variables que mayor relación tiene con los resultados en las pruebas de Ciencias, obteniendo mejores resultados en ciencias en todos los países salvo Indonesia, Korea y Perú, se indica, además, que en los países de la OECD este tipo de enseñanza, se utiliza más frecuentemente en escuelas socialmente aventajadas (OECD, 2016e, pág. 65).

El empleo de *la enseñanza basada en la investigación* (IBTEACH) está asociado negativamente con los resultados en ciencias en 56 de los países participantes en el estudio. También se afirma, que en 26 de ellos, el alumnado socialmente desaventajado es expuesto más frecuentemente a esta metodología de enseñanza y que en muchos sistemas educativos se aplica más en las zonas rurales que urbanas (OECD, 2016e, pág. 71).

Ahora se va a examinar la muestra PISA que representa a España para tratar de determinar en qué medida los resultados pueden estar condicionados por otros factores, teniendo en cuenta que en nuestro país, por ejemplo, no hay asociación entre la metodología IBTEACH y las afirmaciones mencionadas (OECD, 2016e, Figura II.2.19, pág. 72).

En el informe OECD (2016e) se señala que *la enseñanza o estrategias dirigidas por los docentes* se utiliza con mayor frecuencia que otros tipos de prácticas de instrucción por los profesores de ciencias. También en el citado informe se dice que esta estrategia se puede emplear con mayor frecuencia porque lleva menos tiempo (eficiencia) y es más fácil de implementar (conveniencia) y que es esencial un cierto grado de transmisión de conocimientos a los estudiantes, particularmente cuando se trata de conocimiento científico. Si un docente necesita cubrir un plan de estudios largo, puede ser difícil usar, con frecuencia,

otros enfoques de enseñanza. De hecho, de entre los cuatro ítems (Tabla 47) que se presentan para la *enseñanza dirigida por el docente*, la que se refiere a si se lleva a cabo un debate entre toda la clase y el profesor es la menos utilizada, según los estudiantes, probablemente porque ocupa más tiempo en el aula.

Tras los resultados publicados sobre PISA de 2015 referidos a la asociación positiva entre la enseñanza dirigida por el docente y el rendimiento de los estudiantes algunos medios de comunicación y responsables de políticas educativas de determinados países como el Reino Unido (Gibb, 2017) se planteen si es necesario reforzar la enseñanza dirigida por el docente, con un currículo rico en conocimientos, puesto que parece ser más eficaz que los enfoques basados en la investigación. Una vez más se pone de manifiesto la importancia de las conclusiones derivadas de PISA en la toma de decisiones sobre políticas educativas en los diferentes países.

Son también múltiples las voces críticas hacia los resultados de PISA, incidiendo en si realmente se mide lo que se pretende medir (Hanberger, 2014), (Jiang y McComas, 2015) y que las inferencias causales que se derivan de tales informes deberían interpretarse con múltiples reservas (Fernández-Cano, 2016).

4.1 Influencia de la enseñanza dirigida por el docente en España

El primer objetivo de esta parte de la investigación es evaluar la posible influencia de la *enseñanza dirigida por el docente* en las pruebas PISA de Ciencias, teniendo en cuenta los factores que pueden estar condicionando tal asociación. Para ello el análisis se estructuró en dos partes, en cada una de las cuales se comprobó si los resultados concordaban con lo que cabría esperar si realmente esa metodología docente tuviera una influencia positiva en el rendimiento de Ciencias.

De acuerdo con los resultados de PISA, el objetivo de este trabajo es contrastar la siguiente hipótesis de trabajo:

Hipótesis : Los estudiantes que reciban una docencia en ciencias más dirigida por los profesores tienen mejores resultados en las pruebas de rendimiento.

4.2 Método de trabajo

El punto de partida para analizar la posible influencia de los estilos de enseñanza en el rendimiento *son los ítems del cuestionario de contexto del estudiante* sobre la metodología del docente, que en el caso de TDTEACH. estaban referidos a una asignatura concreta, elegida libremente por el estudiante entre las que cursaba ese año.

La distribución de las asignaturas elegidas por el 79% de estudiantes que cursaba alguna asignatura de ciencia aparece en la siguiente tabla:

Física	Química	Biología	La Tierra y Espacio	Ciencias Aplicadas y Tecnología	Ciencia General o integrada	Sin determinar
324	165	1916	1	184	421	1855
6,7%	3,4%	39,4%	0,0%	3,8%	8,7%	38,1%

Tabla 50: Asignaturas, número de personas y porcentaje de respuesta a los ítems de TDTEACH

Fuente: Elaboración propia

La elección de las asignaturas de ciencias por los estudiantes tiene algunos aspectos sorprendentes:

- En España no tiene sentido distinguir entre Física y Química puesto que ambas materias se imparten bajo la denominación de Física y Química.
- El número de estudiantes que eligieron Ciencia General o Integrada fue de 421, aunque no existe como tal en el currículo español de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), cuando se hizo la aplicación de la prueba PISA 2015 (Tabla 51).

	1º ESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO
Ciencias de la Naturaleza	Obligatoria	Obligatoria	Obligatoria ³⁶	
Tecnología		Obligatoria	Obligatoria	
Física y Química				Optativa
Biología y Geología				Optativa

Tabla 51: Asignaturas de Ciencias en el Currículo de España de la ESO en 2015

Fuente: Elaboración propia

En el marco de evaluación de la competencia científica (OECD, 2016a) se establecieron tres bloques diferentes para las ciencias: sistemas físicos, sistemas vivos y, por último, sistemas terrestres y espaciales. Analizado el contenido de cada uno de ellos y comparándolo con los currículos de las asignaturas de ciencias en España, establecidos mediante el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, resultan de interés los referidos a los sistemas físicos y a los sistemas vivos pues son los que tienen una relación directa con el currículo estatal, tal y como se refleja a continuación.

Los *Sistemas Físicos* engloban contenido de Física y Química impartidos mayoritariamente en el curso de 4º ESO tal y como se muestra a continuación:

- Estructura de la materia. En 3º ESO.
- Propiedades de la materia. En 3º y en 4º ESO.
- Los cambios químicos de la materia. En 4º ESO.
- El movimiento y las fuerzas. En 4º ESO.
- Energía y su transformación. En 4º ESO.
- Las interacciones entre la energía y la materia. En 4º ESO.

Los *Sistemas Vivos* también están asociados a contenidos impartidos en 4º ESO mayoritariamente:

- Las células. 4º ESO.
- El concepto de un organismo. 4º ESO.
- Los seres humanos. 3º ESO.
- Poblaciones. 4º ESO.
- Ecosistemas. 4º ESO.
- Biosfera. 4º ESO.

Teniendo en cuenta los anteriores comentarios se estudió la relación del TDTEACH con el rendimiento en Sistemas Físicos considerando únicamente los 489 estudiantes que eligieron las opciones de Física o de Química. Análogamente la asociación entre TDTEACH con el rendimiento en Sistemas Vivos se consideró exclusivamente en la opción de Biología.

4.3 Muestra utilizada para el análisis de la metodología docente

El estudio se basa en los datos de España en PISA 2015, seleccionados de la base internacional de PISA, con una muestra total de 6756 individuos que son representativos del colectivo de estudiantes de 15 años en España, es decir, los resultados no están desagregados por comunidades autónomas. Las características del muestreo se pueden consultar en el Informe Técnico de PISA 2015 (OECD, 2017c)

Las variables e índices que se van a utilizar en esta parte de la investigación para contrastar las hipótesis propuestas son las que aparecen a continuación, en primer lugar figuran las que ya están en la base de datos de PISA.

CURSO. Es el curso en que se encuentra un estudiante, en las categorías -2 = 2º ESO, -1 = 3º ESO y 0 = 4º ESO

ESCS (*The PISA index of economic, social and cultural status*). Se trata del índice creado por PISA para cuantificar la situación económica y sociocultural.

IBTEACH (*Enquiry-based science teaching and learning practices*). Es el índice referido a la enseñanza por investigación.

TDTEACH (*Teacher-directed science instruction*). PISA lo señala como el índice referido a la enseñanza dirigida por el docente.

PVSCIE, PVMATH y PVREAD. Se refieren, respectivamente, a los resultados asociados a los valores plausibles (*Plausible values*) en Ciencias, Matemáticas y Lectura: PV1SCIE hasta PV10SCIE, PV1MATH hasta PV10MATH y PV1READ hasta PV10READ.

PVSSPH. Se refiere a los resultados asociados a los valores plausibles en la subescala de Sistemas Físicos PV1SSPH hasta PV10SSPH (*Plausible values on Science subscale – Physical System*). Se estudiará esta variable únicamente en los estudiantes que eligieron responder a los ítems que definen TDTEACH en las materias de Física o de Química.

PVSSLI se refiere a los resultados asociados a los valores plausibles en la subescala de Sistemas Vivos PV1SSLI hasta PV10SSLI (*Plausible values on Science subscale – Living System*). Se estudiará esta variable únicamente en los estudiantes que eligieron responder a los ítems que definen TDTEACH en la materia de Biología.

Además de los anteriores índices en el estudio se definieron las siguientes variables:

PVRG (Rendimiento General). Se refiere a los valores plausibles promedio de los de Matemáticas y Lectura. Estas puntuaciones serían independientes de la metodología utilizada en Ciencias y pueden ser una buena estimación del rendimiento general de un estudiante.

r(TDTEACH, PVSCIE). Las puntuaciones de esta variable miden la correlación de Pearson entre TDTEACH y PVSCIE dentro de cada centro.

r(TDTEACH, PVRG). Las puntuaciones de esta variable miden la correlación de Pearson entre TDTEACH y PVRG dentro de cada centro.

4.4 Instrumentos y procedimientos

Se ha utilizado el entorno estadístico R (R Core Team, 2019) para manejar la base de datos de estudiantes de PISA 2015, que la OECD (2017c) presenta con la denominación de *Student questionnaire data file*.

La estimación de las medias, errores típicos, correlación de Pearson, etc., se hizo mediante implementaciones desarrolladas en el lenguaje R, siguiendo los métodos descritos en el manual de análisis de datos para usuarios de SPSS del programa PISA. Están disponibles en <http://carleos.epv.uniovi.es/pisa>

Para los intervalos de confianza se ha considerado el coeficiente de confianza 0,99 y un nivel de significación 0,01 (en lugar de los más habituales 0,95 y 0,05) para reducir el efecto que tiene sobre el error el hecho de realizar múltiples intervalos de confianza y contrastes de hipótesis.

En los modelos de regresión planteados para predecir el rendimiento en Ciencias, se analizaron diferentes alternativas, tanto en lo relativo a las variables independientes a utilizar como a la complejidad de los mismos. En todos los casos se decidió utilizar el modelo más sencillo siempre y cuando el valor del coeficiente de determinación R^2 fuera muy parecido y se obtuvieran las mismas conclusiones.

4.5 Resultados

El análisis estadístico se organizó en dos niveles diferentes y cada uno de ellos hace referencia a la hipótesis formulada:

Nivel 1. *Análisis conjunto*. Se trató de contrastar si efectivamente los estudiantes que perciben una docencia en ciencias más dirigida por el docente obtienen mejores resultados, cuando se tiene en cuenta la influencia de otros factores de los estudiantes.

Nivel 2. *Análisis entre-centros*. Se pretendió conocer si centros en que se utilice más la enseñanza dirigida por el docente obtienen resultados son mejores, eliminando la influencia del ESCS.

4.5.1 Análisis conjunto

Los primeros análisis están dirigidos a estimar las correlaciones de Pearson entre TDTEACH y las puntuaciones en la *competencia científica global* (PVSCIE), en los *Sistemas Físicos* (PVSSPH) y en los *Sistemas Vivos* (PVSSLI), así como con el nivel socioeconómico y cultural. Los resultados aparecen en la Tabla 52.

TDTEACH	PVSCIE (n=4708)	PVSSPH (n=489)	PVSSLI (n=1916)	ESCS (n=4696)
Correlación de Pearson	0,143	0,148	0,109	0,074
Error estándar	0,021	0,055	0,032	0,016
Intervalo Confianza (coef.= 0.99)	0,091; 0,205	0,006; 0,289	0,028; 0,191	0,033; 0,115

Tabla 52: Correlación de Pearson entre TDTEACH, SCIE, SSPH, SSLI y ESCS.

Fuente: Elaboración propia

Las tres correlaciones resultan positivas, lo cual indica que al aumentar TDTEACH se produce un incremento en el rendimiento de Ciencias. Sin embargo, la asociación, por sí sola, no permite asegurar que TDTEACH sea la responsable de esa mejora porque ese efecto puede ser inducido por otros factores, como ya se menciona en OECD (2016c) al indicar que el Índice Económico Social y Cultural (ESCS) también se asocia positivamente con TDTEACH.

Otro resultado interesante es la diferencia en la percepción de TDTEACH que presentan los estudiantes al considerar el curso en que se encuentran. Tal y como se aprecia en la Tabla siguiente, la media de TDTEACH va ascendiendo claramente al aumentar el curso de la ESO.

TDTEACH	Curso		
	2º ESO	3º ESO	4º ESO
Media	-0,197	-0,020	0,159
Error estándar	0,061	0,035	0,024
Intervalo Confianza (coef.= 0.99)	-0,354; -0,076	-0,109; 0,069	0,098; 0,221

Tabla 53: Correlación de Pearson entre TDTEACH y el curso del estudiante

Fuente: Elaboración propia

No hay una razón clara para que TDTEACH se aplique con más intensidad a medida que pasan los cursos de la ESO. En todo caso, estas relaciones indican que podría existir una cierta tendencia para aplicar, con mayor intensidad, esta metodología a los estudiantes con mejor rendimiento. Esto significaría un sesgo muy importante a la hora de evaluar la influencia real del tipo de enseñanza.

En consecuencia es necesario hacer un análisis, eliminando el sesgo detectado, para determinar si la *enseñanza dirigida por el docente* es la que realmente produce esa mejora en las pruebas de Ciencias. Para ello se plantea un modelo³⁷ lineal que explique la puntuación de un estudiante en Ciencias (PVSCIE) en función de su rendimiento general (PVRG) y del grado de aplicación del TDTEACH.

$$PVSCIE = \beta_0 + \beta_1 \cdot PVRG + \beta_2 \cdot TDTEACH + error$$

Ahora bien, para que este modelo sea realmente válido, es necesario verificar si dentro de los centros existe la tendencia a utilizar una metodología similar en Ciencias, Matemáticas y Lectura porque entonces los valores del Rendimiento General (PVRG) también dependerían

³⁷ En este modelo no aparece el ESCS, porque está recogido indirectamente en el PVRG.

de TDTEACH. En el caso de que existiera tal tendencia se deberían de cumplir los siguientes resultados:

- La variabilidad intra-centros de TDTEACH debería ser pequeña respecto a la variabilidad total.
- Las correlaciones intra-centros de TDTEACH con el rendimiento deberían ser casi cero o al menos mucho menores que si se calculan globalmente.

Por lo tanto se va a intentar comprobar si los resultados de los análisis concuerdan con las conclusiones previstas.

En primer lugar se utiliza un análisis de la varianza para cuantificar la importancia de la variabilidad intra-centros de TDTEACH, obteniéndose que representa en realidad el 89,4% del total. Esta aportación es mucho mayor de lo esperado, si hubiese coordinación en la metodología de enseñanza, dentro de los centros.

También se analizan la correlaciones entre TDTEACH con las pruebas de ciencias de PISA y no se aprecian diferencias entre lo obtenido en ambas situaciones, como puede verse en la Tabla siguiente:

TDTEACH	Intra-centros		Intervalo	Global
	Estimación r	Error típico		
PVSCIE	0,136	0,02	0,092; 0,179	0,143 (0,02)
PVSSPH	0,12	0,06	-0,030; 0,270	0,148 (0,06)
PVSSLI	0,081	0,02	0,020; 0,141	0,109 (0,03)

Tabla 54: Correlación de Pearson, intra-centros, con los resultados generales y con los contenidos específicos de Sistemas Físicos y Sistemas Vivos

Fuente: Elaboración propia

La conclusión que se deriva de estos análisis es que no existe ninguna evidencia para suponer que, dentro de los centros, exista una tendencia a utilizar metodologías similares en Matemáticas, Lectura y Ciencias.

Bajo la premisa anterior es evidente que si el TDTEACH influye realmente en la puntuación de Ciencias eso significaría que a igualdad de Rendimiento General (PVRG) los estudiantes con la docencia más dirigida por el docente tendrían mejores puntuaciones y por lo tanto el coeficiente β_2 debería ser positivo. El modelo anterior se va a aplicar también a las puntuaciones de categorías PVSSPH (Física y Química) y PVSSLI (Biología y Geología) ya que así se puede contrastar de manera directa, en qué medida el grado de empleo del TDTEACH se relaciona con el rendimiento en esos contenidos específicos.

Los resultados de los modelos planteados aparecen en las tres tablas siguientes:

PVSCIE en función de TDTEACH y PVRG (RENDIMIENTO GENERAL)

	Intercepto	TDTEACH	PVRG	R ²
Coefficientes	-4,690	1,312	1,018	0,8613
Error típico	7,252	1,172	0,015	
Pvalor	0,518	0,263	0,000	

Tabla 55: Modelo lineal aplicado a los resultados generales en Ciencias

Fuente: Elaboración propia

PVSSPH en función de TDTEACH y PVRG (RENDIMIENTO GENERAL)

	Intercepto	TDTEACH	PVRG	R ²
Coefficientes	36,30	6,459	0,938	0,674
Error típico	28,46	4,096	0,054	
Pvalor	0,202	0,113	0,000	

Tabla 56: Modelo lineal aplicado a los resultados en los contenidos sobre Sistemas Físicos

Fuente: Elaboración propia

PVSSLI en función de TDTEACH y PVRG (RENDIMIENTO GENERAL)

	Intercepto	TDTEACH	RG	R ²
--	------------	---------	----	----------------

Coefficientes	22,22	1,352	0,969	0,684
Error típico	13,33	2,014	0,026	
Pvalor	0,096	0,502	0,000	

Tabla 57: Modelo lineal aplicado a los resultados en los contenidos de Sistemas Vivos

Fuente: Elaboración propia

El coeficiente de TDTEACH no es significativamente diferente de cero en ninguno de los tres modelos analizados, lo cual indica que al eliminar la influencia del Rendimiento General del estudiante la intensidad con que el profesor dirige las clases no influye en las puntuaciones de las pruebas de Ciencias.

Este resultado parece concluyente a la hora de *descartar que la enseñanza dirigida por el docente sea un factor relevante en la mejora del rendimiento* en Ciencias y, por tanto, rechazar la hipótesis formulada.

4.5.2 Análisis entre-centros

En este apartado cada centro se caracteriza por sus puntuaciones medias en las variables consideradas, con objeto de comprobar si se mantienen las relaciones anteriores y contrastar si la *enseñanza dirigida por el docente* influye positivamente en el rendimiento de Ciencias. Al no considerar el PVRG no es necesario tener en cuenta si dentro del mismo centro se tiende a compartir el estilo docente.

Por otra parte TDTEACH tiene una correlación de 0,21 con el ESCS y por lo tanto la asociación positiva de TDTEACH con PVSCIE podría estar inducida por la diferencia en el estatus socioeconómico y social. Por ello se evaluó la influencia de TDTEACH sobre el rendimiento teniendo en cuenta el nivel ESCS (ya no se incluye el PVRG individual), mediante el siguiente modelo lineal:

$$PVSCIE = \beta_0 + \beta_1 \cdot ESCS + \beta_2 \cdot TDTEACH + error$$

Los resultados del análisis, que aparecen en la Tabla 60, indican claramente que una vez que se elimina el efecto del estatus familiar la docencia dirigida por el docente no aporta una mejora significativa a las puntuaciones en ciencias y así se confirma el rechazo de la hipótesis.

	Intercepto	TDTEACH	ESCS	R²
Estimación del coeficiente	522,2	1,97	36,72	0,503
Error típico	2,2	7,05	2,65	
Pvalor	0,000	0,780	0,000	

Tabla 58. Modelo lineal aplicado a los resultados generales en Ciencias

Fuente: Elaboración propia

Las conclusiones obtenidas en este apartado coinciden plenamente con las obtenidas en el apartado anterior. Tanto cuando comparamos resultados dentro de los centros, como cuando comparamos diferentes centros entre sí, parece claro que o bien no hay ninguna relación entre cómo se enseña la ciencia y los resultados del alumnado, o bien PISA no ha conseguido capturar apropiadamente con el cuestionario las diferencias entre ambos estilos de enseñanza.

Para tratar de averiguar si el problema radica en una medida deficiente de las metodologías docentes como pasaba con la familiaridad con los conceptos matemáticos (FAMCON) se calculó la asociación de TDTEACH e IBTEACH entre-centros obteniéndose una correlación de Pearson de 0,59. Este resultado resulta realmente sorprendente, pues, según la apreciación de los estudiantes, *cuanto más grande es el empleo de la enseñanza basada en la investigación tanto mayor es el uso de la enseñanza dirigida por los docentes.*

TDTEACH	IBTEACH Entre-centros
Correlación de Pearson	0,59
Error típico	0,04
Intervalo (coef.= 0,99)	0,48; 0,71

Tabla 59: Correlación de Pearson, entre-centros, de TDTEACH con el estilo docente por investigación (IBTEACH)

Fuente: Elaboración propia

Al repetir este análisis, dentro de los centros la correlación de Pearson de TDTEACH con IBTEACH, reduce su valor a 3,068, aunque sigue siendo claramente positiva como se aprecia en la siguiente Tabla:

TDTEACH	IBTEACH Intra-centros
Correlación de Pearson	0,368
Error típico	0,017
Intervalo (coef.= 0,99)	0,324; 0,412

Tabla 60: Correlación de Pearson, intra-centros, de TDTEACH con el estilo docente por investigación (IBTEACH)

Fuente: Elaboración propia

La asociación positiva entre TDTEACH e IBTEACH resulta sorprendente porque al producirse **dentro del centro** ambas metodologías deberían de tener una correlación negativa, puesto que una aplicación muy fuerte de una de ellas implica necesariamente que la otra se utilice con menor intensidad. Este resultado coincide con lo que aparece en el informe OECD (2016e) y tal y como allí se indica estas metodologías no son mutuamente excluyentes, pero es obvio que deberían tener una relación negativa.

Este resultado parece avalar la hipótesis de que los estudiantes no perciben con claridad el tipo de metodología con que se imparten las clases y arroja serias dudas sobre si TDTEACH e IBTEACH evalúan realmente lo que se pretendía medir.

4.6 Conclusiones sobre TDTEACH

A partir de los análisis que se han ido presentando a lo largo de este epígrafe las conclusiones que se pueden extraer son las siguientes:

- La variabilidad intra-centro de TDTEACH representa casi el 90% de la variabilidad total.
- Las correlaciones intra-centros de las pruebas de rendimiento de PISA con TDTEACH son idénticas a las calculadas globalmente.

-
- Dentro de los centros, el empleo de la metodología de enseñanza de Ciencias dirigida por el profesor no se asocia con la de Matemáticas o Lectura.
 - La variable construida como promedio de las puntuaciones en Matemáticas y Lectura (PVRG) no depende de la metodología de enseñanza de Ciencias.
 - En el modelo de regresión de PVSCIE sobre PVRG y TDTEACH la aportación de la variable enseñanza dirigida por el docente deja de ser significativa.
 - Al caracterizar los centros mediante las medias de las variables de interés, el TDTEACH no aporta nada relevante en la explicación del rendimiento.
 - La relación positiva de TDTEACH e IBTEACH que ya aparece reflejada en OECD (2016e, pág. 63) y comprobada en estos análisis, es incompatible con que ambos índices reflejaran lo que realmente se pretendía medir con ellos.

Así las conclusiones obtenidas para el caso español no responden a la afirmación que se hace en PISA 2015 Results (Volume II). Policies and Practices for Successful Schools (OECD, 2017e) donde se dice que en todos los sistemas educativos, salvo tres (ninguno de éstos es el de España), el uso de la enseñanza dirigida por el docente se asocia con mayores puntuaciones en ciencias.

Cabe suponer que la situación que se presenta en España podría repetirse en el resto de países, así pues, se debería de continuar investigando si este escenario es replicable en el resto de economías participantes en la evaluación internacional y tratar de avanzar en conocer si lo que se pretende medir en PISA referido a las metodologías de trabajo en los centros es lo que realmente se mide. Más bien parece que la percepción que los estudiantes tienen de la enseñanza dirigida por el docente depende de los resultados que obtienen y no al revés.

4.7 Problemas detectados en la medición que PISA hace de los estilos docentes

Son múltiples los problemas en la medición de TDTEACH e IBTEACH que han sido detectados tanto en su correlación con el rendimiento del alumnado como en la gran variabilidad estimada intra-centros. Por ello se analizó con detalle el comportamiento de estos índices según cuatro puntos de vista: estudio de caso, la correlación entre las dos metodologías, la de cada una de ellas con las tres competencias evaluadas en PISA y el cambio

de los ítems usados para evaluar TDTEACH en 2012 con respecto a 2015 y las consecuencias de esta modificación.

4.7.1 Estudio de caso

Antes de pasar a señalar las conclusiones generales obtenidas en el análisis sobre la *enseñanza dirigida por el docente* en el caso de España, es de interés indagar un poco más en las razones que podrían llevar a encontrar una variabilidad intra-centros, percibida por los estudiantes, muy superior a la esperada. También se quiere conocer si los estudiantes responderían mejor (en el sentido de una menor variabilidad en las respuestas) si las preguntas se planteasen en términos temporales y no de frecuencia. Para ello se utilizó el método de estudio de caso, poniendo el foco en las preguntas sobre las que se construyen los índices TDTEACH e IBTEACH.

Se pasó una encuesta, con las condiciones de un estudio PISA, al alumnado de quince años de un centro educativo asturiano que cursaba asignaturas científicas y a los docentes que impartían clase en los grupos con estudiantes seleccionados. El cuestionario que se pasó estaba formado por las preguntas que se utilizaron en PISA 2015 para medir TDTEACH e IBTEACH; además se incluyó otra pregunta, diseñada específicamente para esta encuesta, en que se pedía a los estudiantes que respondiesen sobre el tiempo que el docente dedica en cada periodo lectivo a los cuatro aspectos de TDTEACH y a tres de las estrategias consideradas, por PISA, de IBTEACH, pretendiendo valorar si al alumnado le resulta más o menos complicado responder sobre la frecuencia o sobre los tiempos de determinadas acciones educativas que se llevan a cabo en el aula.

En el ANEXO 8 se presenta la encuesta que se aplicó a los estudiantes y en el ANEXO 9 la que respondieron los docentes.

Aplicando los cuestionarios a una muestra con los requisitos requeridos se obtuvieron 71 respuestas de estudiantes y 4 de docentes.

La distribución de los estudiantes, así como las asignaturas sobre las que respondieron y el nivel educativo en que se encontraban, se presenta en la Tabla siguiente:

	Física y Química	Biología y Geología	Tecnología	TOTAL
--	------------------	---------------------	------------	-------

3º ESO	-	2	7	9
4º ESO	40 (en dos grupos)	22 (en dos grupos)	-	62
TOTAL	40	24	7	71

Tabla 61. Alumnado participante en el estudio de caso

Fuente: Elaboración propia

Sólo 9 de los 71 alumnos habían repetido en algún momento de su escolaridad; es decir, el 87% de las respuestas correspondió a estudiantes del curso modal.

Había un único docente para los dos grupos de Física y Química de 4º ESO, y también un único profesor para los dos grupos de Biología y Geología de 4º ESO, de ahí que las respuestas del profesorado sean únicamente cuatro.

En este caso una vez que se hubieron cumplimentado todas las encuestas se llevó a cabo una entrevista individual con cada una de las cuatro personas docentes; además, previamente se les había dejado comparar sus respuestas con las de los estudiantes de su grupo (todas fueron anónimas). El objetivo era determinar las siguientes cuestiones:

1. Conocer si los estudiantes o ellos mismos tuvieron dificultades para responder el cuestionario.
2. Saber si el alumnado conocía que en la pregunta 4 debía responder de manera genérica al trabajo en temas de ciencias y no a una asignatura concreta.
3. Determinar si las respuestas del alumnado diferían notablemente de las suyas.
4. Establecer si su estilo de enseñanza se ajustaba más a TDTEACH o a IBTEACH en base a los tiempos que dedicaban en la clase a los diferentes métodos de trabajo.

Respecto a la primera cuestión, los cuatro docentes señalaron que tanto el alumnado como ellos mismos se sorprendieron de que las preguntas 3 y 4 del cuestionario tuvieran las opciones de respuesta dispuestas en sentido contrario.

También indicaron que resultó complicado responder a la última de las preguntas sobre los tiempos dedicados a realizar determinadas acciones, tanto a los estudiantes como a ellos mismos, pues algunas actividades no se realizan diariamente y ante las dudas del

alumnado de cómo dar la respuesta le orientaron a que la valoración fuese semanal y que luego hiciesen la media para un periodo lectivo; añadieron que fue la forma que utilizaron para responder ellos mismos, sobre todo a las cuestiones de *realizar experimentos en el laboratorio, pedir conclusiones de los experimentos, debatir sobre algún tema y el explicar la importancia de la ciencia en la sociedad*. Tres de estas estrategias metodológicas son consideradas por PISA propias de la *enseñanza basada en la investigación* y una de ellas de la *enseñanza dirigida por el docente*.

Respecto al segundo de los supuestos señalaron que todo el alumnado respondió a las preguntas 3 y 4 basándose en la asignatura concreta que habían elegido previamente.

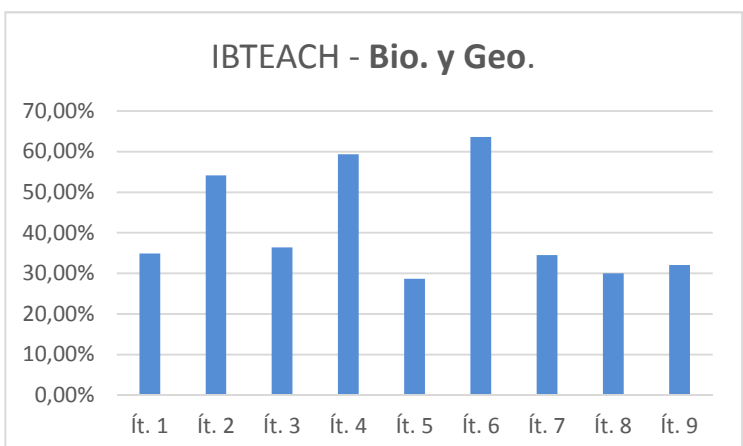
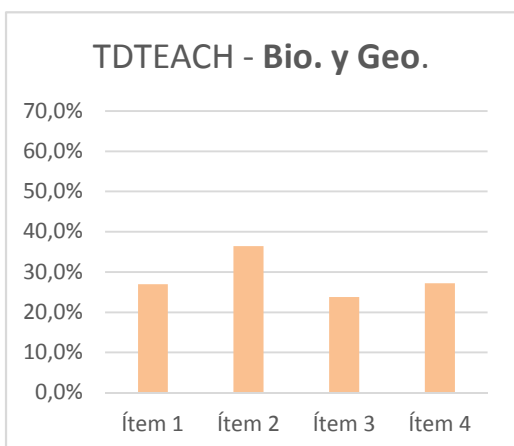
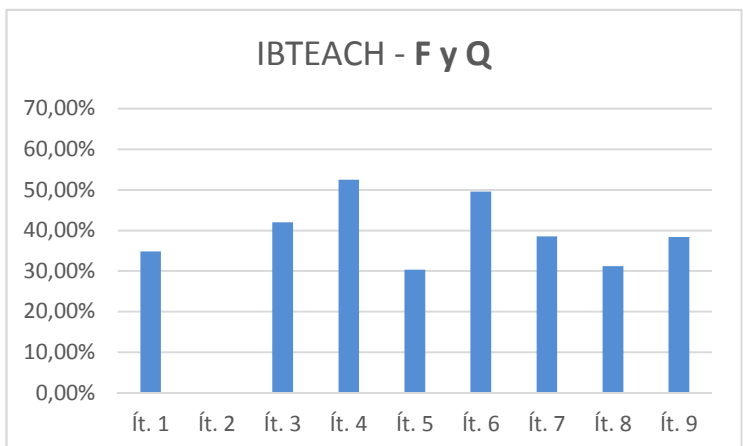
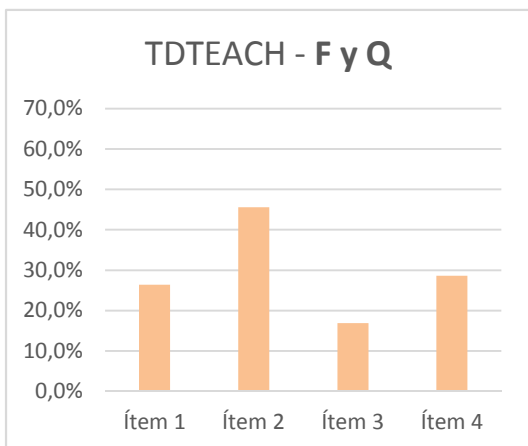
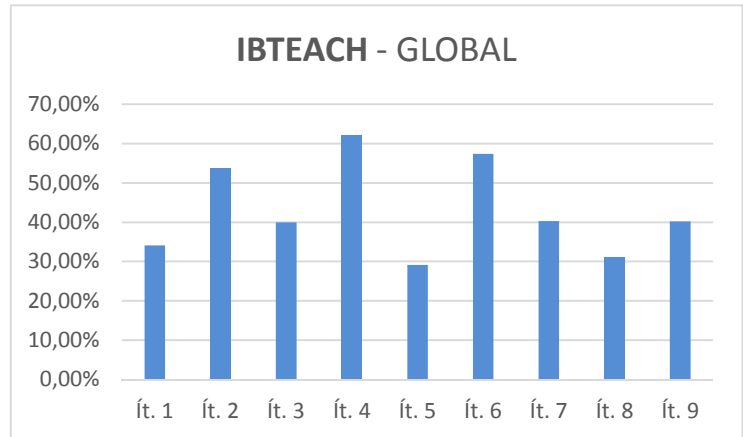
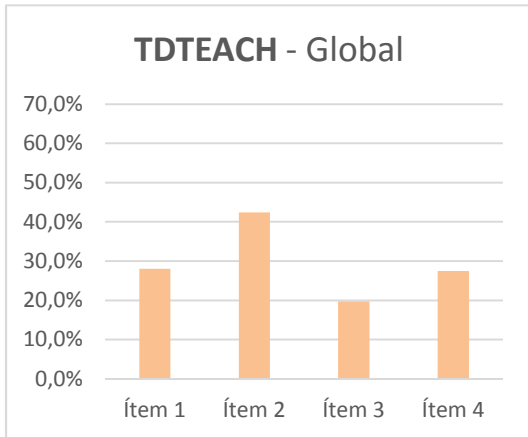
Al preguntarles si tenían la impresión de que las respuestas de sus estudiantes diferían de las suyas, los 4 docentes afirmaron que sí, aunque esta valoración es bastante subjetiva pues no se les proporcionaron análisis detallados de respuestas por ítem y sólo habían ojeado las opciones elegidas por el alumnado.

Por último, de los cuatro docentes, dos estuvieron de acuerdo en que su enseñanza respondía más a la dirigida por el docente, mientras que en los otros dos casos señalaron que combinan ambos estilos de enseñanza y con prácticamente la misma intensidad, sin lograr decantarse por ninguno de ellos.

Para medir la variación en la respuesta de los estudiantes se va a utilizar una medida sencilla, el coeficiente de variación, puesto que los valores de las medias son adecuados para utilizar este tipo de medida y su ventaja es que permite una expresión porcentual de la variación fácilmente entendible. A cada opción de respuesta se le ha asignado un valor numérico y, en el caso de los ítems del IBTEACH se ha codificado en orden inverso de respuesta.

Se presentan primero los datos globales, y luego se desglosa en el análisis conjunto de los dos grupos de Física y Química (tienen el mismo docente), el análisis global de Biología y Geología de 4º ESO (impartía clase el mismo profesor) y el grupo de Tecnología de 3º ESO (también un solo docente) donde se llevó a cabo el estudio. Se excluyeron de este análisis los dos estudiantes de Biología y Geología de 3º ESO, pues estaban en dos grupos distintos y por tanto se trata de únicos alumnos en su agrupamiento.

En primer lugar, se presentan gráficamente las variaciones en las respuestas a cada uno de los ítems sobre los que se construyen los índices TDTEACH e IBTEACH, tanto cuando se hace el análisis global de las respuestas como cuando se analizan sobre la asignatura específica elegida por los estudiantes.



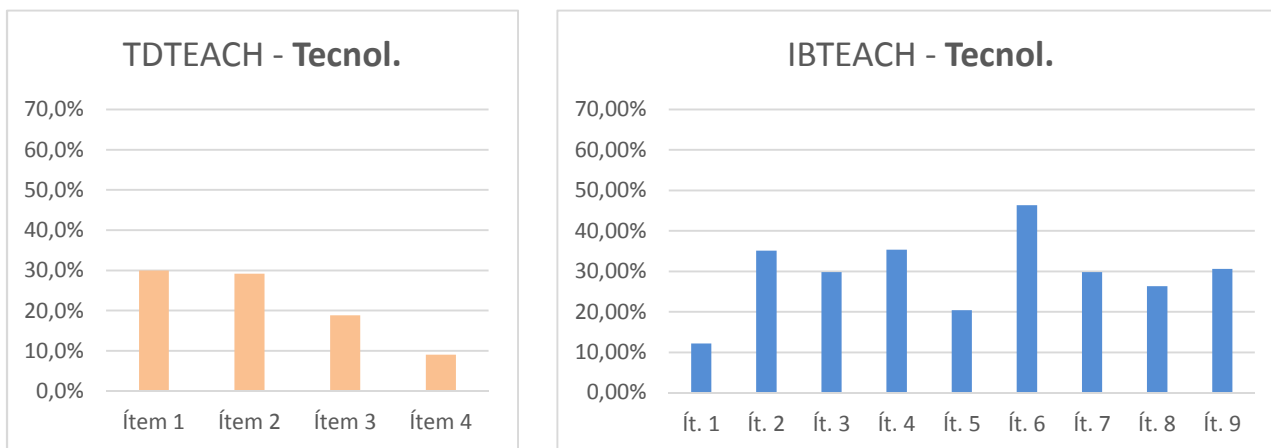


Figura 21. Coeficiente de variación en las respuestas de la encuesta en ítems TDTEACH e IBTEACH. Análisis global y por asignatura

Fuente: Elaboración propia

Cuando se hace el análisis global se observa que en los ítems que se utilizan para medir el TDTEACH el mayor porcentaje de variación en las respuestas corresponde a “*se lleva a cabo un debate entre toda la clase y el profesor (ítem 2)*”. En el caso del IBTEACH corresponden los mayores porcentajes de variación a “*se les pide a los alumnos que saquen conclusiones del experimento que han realizado (ítem 4)*”, “*a los alumnos se les permite diseñar sus propios experimentos (ítem 6)*” y “*los alumnos pasan tiempo en el laboratorio realizando experimentos prácticos (ítem 2)*”.

Es sorprendente que haya porcentajes tan altos de variabilidad en la percepción que tienen los estudiantes de determinadas actividades que se realizan en las aulas.

Si se compara con lo que ocurre en cada una de las asignaturas, teniendo en cuenta que cada materia, en esta encuesta, está asociada a un único docente, vemos que en el caso de *Física y Química de 4º ESO* es un poco más alto el coeficiente de variación en las respuestas al ítem 2 de TDTEACH “*se lleva a cabo un debate entre toda la clase y el profesor*” y en el caso del IBTEACH desaparece la variabilidad en uno de los ítems que a nivel global la tenía muy alta, “*realizar con nosotros experimentos prácticos de laboratorio*”, que en esta asignatura es una tarea específica.

Cuando el alumnado responde sobre la asignatura de *Biología y Geología de 4º ESO* se mantienen los mismos patrones, y prácticamente con los mismos valores, del coeficiente de variación a los ítems de las preguntas de la encuesta sobre TDTEACH e IBTEACH.

Por último, en el análisis del coeficiente de variación en las respuestas sobre la asignatura de *Tecnología de 3º ESO*, se observa que en esta materia no se siguen los patrones globales, pero la muestra, en este caso, es sólo de 7 alumnos y hay que mirar con cautela los resultados.

Para tener una visión completa de la situación se considera la desviación típica³⁸ de TDTEACH e IBTEACH, tanto para los resultados a nivel global como por asignatura. Se presentan en la Tabla siguiente:

Desviación típica media	Global	Física y Química	Biología y Geología	Tecnología
TDTEACH	0,82	0,79	0,82	0,65
IBTEACH	0,83	0,67	0,83	0,77

Tabla 62. Desviación típica de TDTEACH e IBTEACH en el estudio de caso

Fuente: Elaboración propia

La variabilidad real en las diferentes asignaturas, tanto para TDTEACH como para IBTEACH, debería ser cero pues las imparten los mismos docentes. Se observa, sin embargo que es parecida a la global de forma que se puede concluir que las percepciones de los estudiantes son poco fiables para medir el tipo de metodología que utilizan los docentes.

Además, con esta encuesta se trataba de conocer si al alumnado le podría resultar más fácil responder sobre el tiempo dedicado a determinadas tareas en la clase en lugar de la frecuencia de las mismas. Ya en la entrevista con los docentes se mostraron las dificultades de responder sobre el tiempo dedicado en una hora de clase a las acciones educativas debido a que hay algunas que no se realizan en todas las sesiones lectivas. Se constató también que la variabilidad en las respuestas del alumnado es diferente, según respondan en términos de frecuencia (en los ítems de TDTEACH e IBTEACH) o de tiempo dedicado, tal y como puede observarse en la Figura siguiente:

³⁸ Se ha calculado como la media de las desviaciones típicas de los ítems sobre los que se elaboran los índices TDTEACH e IBTEACH

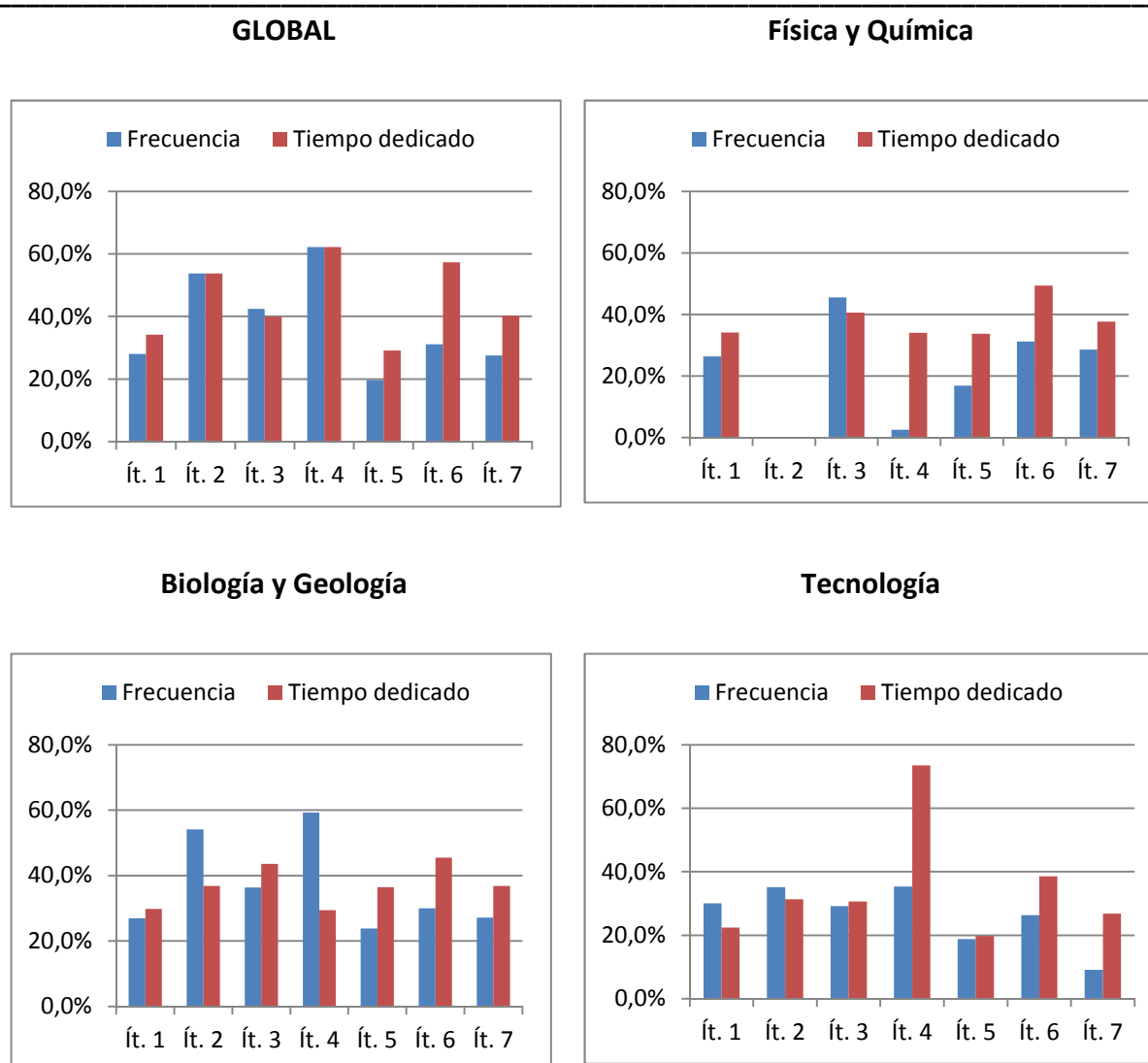


Figura 22. Coeficiente de variación cuando responden en términos de Frecuencia o de Tiempo dedicado

Fuente: Elaboración propia

Se puede ver que cuando se analizan las respuestas globalmente, las mayores diferencias en la variabilidad están en los ítems 6, "*explicar la importancia de la ciencia en la sociedad*", y 7, "*demostrar conceptos*".

Curiosamente cuando se analiza la variabilidad en las respuestas por asignatura, en los tres casos: **Física y Química**, **Biología y Geología** y **Tecnología** las mayores diferencias se producen en el ítem 4 (en el análisis general era lo mismo responder sobre frecuencia o tiempo dedicado), "*pedirnos conclusiones sobre los experimentos que hicimos*"; y, sin embargo, en los ítems 6 y 7 la variabilidad de las respuestas es menor que en el caso global.

Ante esta situación cabe concluir que las preguntas que se les formulan a los estudiantes para la medición del TDTEACH y del IBTEACH no son adecuadas, pues la variabilidad de las respuestas de los estudiantes cambia, en muchas de ellas, aumentando cuando se formulan en términos temporales. También se observa un comportamiento extraño del ítem 4.

4.7.1.1 Conclusiones del estudio de caso

Este estudio de caso se planteó para indagar acerca de la objetividad de los estudiantes en su percepción del tipo de metodología que se emplea en algunas asignaturas. La diferencia con respecto a PISA es que, en esta encuesta, el alumnado también respondió a los ítems de IBTEACH para una asignatura concreta.

Aun con tal factor añadido que podría hacer menor la diferencia entre las respuestas, se encuentra una variación global alta, especialmente en algunos ítems. Podría suponerse que esto sucede porque el estudio en el centro se hace sobre diferentes asignaturas científicas que se imparten por docentes distintos, así que se restringe el análisis a nivel de aula y de docente.

Ahora bien, cuando se hizo el análisis por asignatura, es decir un único docente impartíendola, el porcentaje de variación que debería ser muy pequeño en todos los ítems que se utilizaron para construir tanto el TDTEACH como el IBTEACH resulta que se mantiene muy alto y sigue las pautas de variación de la situación general del centro. También se analizó la desviación típica media de los cuatro profesores en el centro y resultó ser de 0,75.

Cuando se hizo el análisis de la desviación típica intra-centros con los datos de PISA 2015, se encontró para TDTEACH un valor de 0,905 (el primer cuartil está en 0,818 y el tercero en 0,999). Cuando el análisis se hizo para IBTEACH, el valor de la desviación típica intra-centros de PISA es de 0,861 (estando el primer cuartil en 0,747 y el tercero en 0,984).

Los valores de la variabilidad de TDTEACH e IBTEACH en PISA son cercanos a los encontrados en el estudio de caso (0,82 y 0,83 respectivamente). Además se constata que la variabilidad media de los cuatro profesores del centro toma un valor próximo a los de PISA. Así, se llega a la conclusión de que la percepción de los estudiantes no es objetiva.

Tampoco se mejora la variabilidad de las respuestas cuando se sustituye una pregunta en términos frecuentistas por otra en términos temporales.

Quizás la percepción que tienen los estudiantes de los estilos docentes de su profesorado esté condicionada por otro tipo de características de tipo personal como el gusto por la asignatura, su relación con el profesor, el rendimiento, etc., pues en otro caso la variación entre las respuestas del alumnado de la misma clase sobre el tipo de estrategias metodológicas que se realizan debería ser muy pequeña.

La alta variabilidad intra-centro en las respuestas del alumnado que participó en PISA ya no resulta tan sorprendente si se compara con el estudio de caso en que aun con el mismo docente se obtienen altos porcentajes de variabilidad en las respuestas.

El procedimiento que utiliza PISA para conocer la metodología empleada en la docencia no es adecuado, no estando claro si hay un problema con los ítems que se utilizan para medir TDTEACH e IBTEACH o si las incoherencias en los resultados se deben a la percepción de los estudiantes.

4.7.2 La correlación entre TDTEACH e IBTEACH

En OECD (2016e) para justificar la correlación positiva entre los índices que representan la *enseñanza dirigida por el docente* y la *basada por la investigación* se señala que no son mutuamente excluyentes. Es claro que es muy difícil que dos metodologías docentes sean incompatibles, pero por su naturaleza deberían tener una correlación negativa o como mucho nula, pues si una de ella se utiliza con mayor intensidad la otra, necesariamente, ha de aplicarse con menor intensidad.

En los análisis realizado en este trabajo, tal correlación es positiva en todos los países, tal y como se muestra en el ANEXO 15, lo que parece indicar que la percepción de los estudiantes del tipo de metodología con que se les imparten las clases depende de otros factores, lo que lleva a cuestionarse si TDTEACH e IBTEACH miden realmente lo que se pretendía.

4.7.3 La relación de la enseñanza dirigida por el docente con ciencias, matemáticas y lectura

En OECD (2016e) se señala que hay una correlación positiva entre TDTEACH y el rendimiento en ciencias en un 95% de países participantes (en 67 de ellos) y resulta

interesante conocer si ese nivel de asociación se mantiene para las otras variables de rendimiento, es decir, las competencias de Matemáticas y Lectura. Se analiza en primer lugar qué ocurre con la muestra de España, y se encuentra que las correlaciones resultan prácticamente idénticas al caso de Ciencias.

	Ciencias	Lectura	Matemáticas
TDTEACH	0,14	0,12	0,15

Tabla 63: Correlación, en España, de la enseñanza dirigida por el docente (TDTEACH) con Ciencias, Lectura y Matemáticas en PISA 2015

Fuente: Elaboración propia

En la siguiente Figura se puede apreciar que los intervalos de confianza para Ciencias, Lectura y Matemáticas están solapados y que no hay diferencias significativas en los valores de las correlaciones.

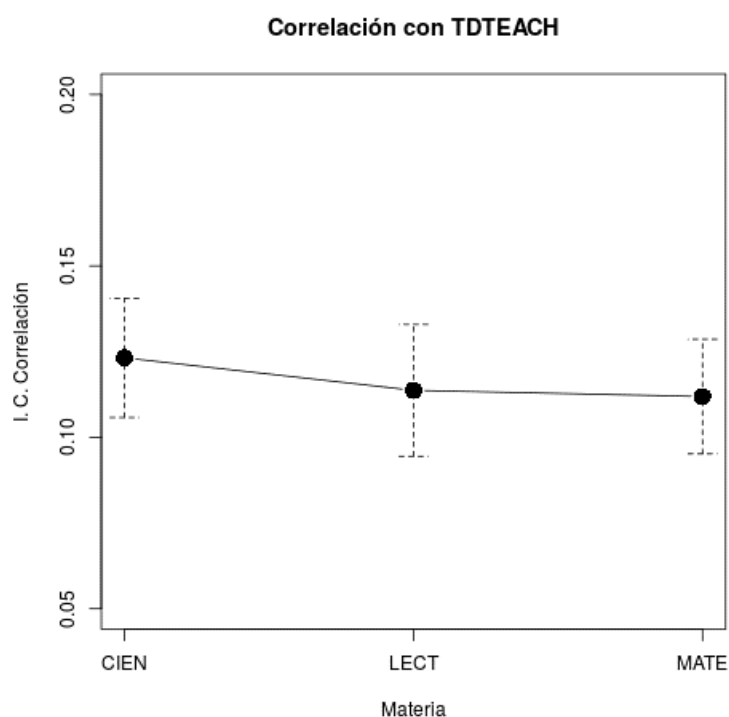


Figura 23. Intervalos de confianza para la correlación de TDTEACH con ciencias, lectura y matemáticas

Fuente: Elaboración propia

En el resto de países participantes en el estudio PISA la correlación de TDTEACH con Ciencias, Lectura y Matemáticas tiene el mismo patrón que en el caso de España, es decir son

prácticamente idénticas. Los resultados (la media y el error típico) se presentan en el ANEXO 10.

Resulta llamativo que, construyendo el índice TDTEACH sobre ítems que preguntaban sobre el comportamiento del docente en una asignatura de ciencias específica, su asociación con el rendimiento en Ciencias sea la misma que con Lectura y Matemáticas, lo que lleva a preguntarse si se está midiendo adecuadamente la metodología de enseñanza en Ciencias.

Teniendo en cuenta las modificaciones que ha hecho PISA en la forma de entender las metodologías docentes y el cambio en la forma de medirla se va a estudiar si las correlaciones por países han variado desde PISA 2012, en que también se había analizado el denominado *comportamiento del docente, enseñanza dirigida por el profesorado* mediante el índice complejo TCHBEHTD.

Es en el 2012 cuando PISA, por primera vez, analiza el estilo de enseñanza dirigida por el docente y si bien no estudió la correlación con el rendimiento en matemáticas (competencia principal de esa edición), sí que presenta algunas conclusiones referidas a esta metodología docente. Así en OECD (2013d, pág. 114) se dice que en promedio, en los países de la OCDE, los estudiantes que informaron que su profesor utiliza estrategias de activación cognitiva y la *enseñanza dirigida por el docente* mostraron niveles particularmente altos de perseverancia y apertura a la resolución de problemas, es más probable que elijan las matemáticas, sobre otras materias, como un campo de estudio y las ven más necesarias para sus carreras que los estudiantes que también tienen buen rendimiento pero cuyos profesores no usan esas estrategias.

Si se analizan los ítems para construir los índices referidos a la *enseñanza dirigida por el docente*, TCHBEHTD en el 2012 y TDTEACH en el 2015, se puede ver que son de carácter general y aplicables casi a cualquier área (Tabla 64). Es sorprendente que la correlación de los índices con Ciencias, Lectura y Matemáticas sea prácticamente idéntica, situación que ya ocurría también en el 2012 con TCHBEHTD, como puede observarse en el ANEXO 11.

TCHBEHTD (2012)	TDTEACH (2015)
<ul style="list-style-type: none"> – El profesor establece objetivos claros para nuestro aprendizaje. – El profesor nos pide a mí o a mis compañeros que presentemos nuestras reflexiones o razonamiento con cierta extensión. – El profesor nos pregunta para comprobar si hemos entendido lo que ha explicado. – Al principio de cada clase, el profesor hace un pequeño resumen de la clase anterior. – El profesor nos dice lo que tenemos que estudiar. 	<ul style="list-style-type: none"> – El profesor explica conceptos científicos. – Se lleva a cabo un debate entre toda la clase y el profesor. – El profesor explica nuestras preguntas. – El profesor demuestra un concepto.

Tabla 64: Comparación de los ítems para construir TCHBEHTD en 2012 y TDTEACH en 2015

Fuente: Elaboración propia

Al comparar el planteamiento y los análisis realizados por PISA en 2012 y 2015, cabe destacar los siguientes aspectos:

- El cambio en el enunciado de los ítems. Sin ninguna justificación PISA utiliza ítems diferentes para construir los índices de *enseñanza dirigida por el docente* en el 2012 y el 2015.
- En PISA 2012 no se calculó ni mencionó la correlación de la *enseñanza dirigida por el docente* y el rendimiento en *matemáticas*, mientras que en el 2015 se muestran los resultados sobre la *enseñanza dirigida por el docente* y su relación, en este caso, con el rendimiento en *ciencias* (OECD, 2016e).
- En la práctica totalidad de los países los índices contruidos, TCHBEHTD y TDTEACH, tienen la misma correlación con las tres competencias evaluadas: Matemáticas, Lectura y Ciencias (ver ANEXOS 10 Y 11), de ahí que pueda afirmarse que con tales índices no se está midiendo nada específico de la competencia sobre la que se plantean las preguntas a los estudiantes.

En la Tablas 65, 66 y 67 se hacen las comparaciones de las correlaciones intra-país de la docencia dirigida por el docente en las tres competencias evaluadas por PISA, Matemáticas, Lectura y Ciencias, en las ediciones del 2012 y del 2015.

Al analizar los índices TCHBEHTD y TDTEACH y sus correlaciones con el rendimiento se observan dos hechos llamativos:

1. Dentro de cada país las pautas de correlación son las mismas para las tres competencias.
2. En el 70% de los países cambiaron de negativas a positivas (Tabla 65) y en el 30% se mantienen los signos, en general, aunque con diferencias importantes (Tablas 66 y 67).

Dado que la correlación con el rendimiento no se asocia a ninguna competencia concreta, la primera pregunta que se plantea es *¿cómo es posible que con tres años de diferencia la correlación entre la enseñanza dirigida por el docente y el rendimiento cambie de signo en un 70% de los países analizados?*

País	TCHBEHTD			TDTEACH		
	PISA 2012 (-)			PISA 2015 (+)		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Emiratos Árabes Unidos	-0,04	-0,04	-0,04	0,15	0,16	0,15
Argentina	-0,16	-0,13	-0,15	0,18	0,18	0,18
Austria	-0,08	-0,13	-0,08	0,11	0,11	0,12
Bélgica	-0,08	-0,06	-0,08	0,05	0,03	0,06
Bulgaria	-0,04	-0,01	-0,05	0,06	0,08	0,08
Brasil	-0,18	-0,19	-0,17	0,14	0,12	0,15
Suiza	-0,16	-0,19	-0,17	0,09	0,14	0,12
Chile	-0,14	-0,15	-0,14	0,13	0,09	0,12
Colombia	-0,11	-0,13	-0,10	0,21	0,23	0,22
Costa Rica	-0,16	-0,17	-0,16	0,11	0,08	0,12
República Checa	-0,08	-0,10	-0,10	0,08	0,08	0,09

	TCHBEHTD			TDTEACH		
País	PISA 2012 (-)			PISA 2015 (+)		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Alemania	-0,06	-0,06	-0,05	0,15	0,13	0,15
Dinamarca	-0,07	-0,12	-0,07	0,08	0,04	0,08
España	-0,06	-0,05	-0,04	0,15	0,12	0,14
Estonia	-0,08	-0,15	-0,08	0,06	0,01	0,05
Francia	-0,15	-0,17	-0,13	0,10	0,11	0,12
Grecia	-0,02	-0,05	-0,06	0,19	0,18	0,18
Croacia	-0,09	-0,14	-0,11	0,09	0,12	0,12
Hungría	-0,02	-0,02	-0,01	0,07	0,09	0,10
Irlanda	-0,06	-0,06	-0,06	0,06	0,07	0,09
Islandia	-0,02	-0,04	-0,04	0,08	0,13	0,12
Israel	-0,07	-0,07	-0,04	0,11	0,10	0,13
Italia	-0,08	-0,10	-0,08	0,15	0,12	0,17
Lituania	-0,08	-0,08	-0,06	0,07	0,03	0,05
Luxemburgo	-0,09	-0,10	-0,08	0,14	0,13	0,14
Letonia	-0,08	-0,08	-0,09	0,09	0,07	0,08
México	-0,08	-0,12	-0,09	0,12	0,10	0,12
Nueva Zelanda	-0,03	-0,03	-0,03	0,09	0,08	0,03
Polonia	-0,01	-0,06	-0,03	0,13	0,16	0,15
Portugal	-0,07	-0,09	-0,10	0,07	0,09	0,12
Rumanía	-0,13	-0,13	-0,15	0,18	0,15	0,17
Federación Rusa	-0,11	-0,14	-0,12	0,13	0,08	0,11
República Eslovaca	-0,16	-0,20	-0,16	0,02	0,02	0,03

	TCHBEHTD			TDTEACH		
País	PISA 2012 (-)			PISA 2015 (+)		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Suecia	-0,04	-0,06	-0,05	0,08	0,09	0,10
Tailandia	-0,04	-0,02	-0,01	0,05	0,05	0,06
Túnez	-0,15	-0,13	-0,12	0,04	0,10	0,09
Turquía	-0,02	-0,02	-0,01	0,08	0,08	0,09
Uruguay	-0,20	-0,19	-0,18	0,14	0,11	0,15

Tabla 65: Países en los que cambia el signo de la correlación entre la *enseñanza dirigida por el docente* y el rendimiento entre PISA 2012 y PISA 2015

Fuente: Elaboración propia

	TCHBEHTD			TDTEACH		
País	PISA 2012 (+)			PISA 2015 (+)		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Australia	0,11	0,06	0,09	0,14	0,13	0,16
Canadá	0,04	0,03	0,03	0,14	0,11	0,14
Reino Unido	0,01	0,00	0,01	0,10	0,11	0,11
Indonesia	0,09	0,10	0,10	0,01	0,03	0,10
Jordán	0,05	0,05	0,04	0,19	0,26	0,23
Japón	0,07	0,07	0,07	0,09	0,08	0,10
Macao – China	0,00	0,02	0,08	0,08	0,09	0,10
Holanda	0,04	0,03	0,06	0,16	0,12	0,16
Noruega	0,01	0,00	0,00	0,07	0,06	0,08
Qatar	0,01	0,01	0,00	0,17	0,20	0,19
Singapur	0,01	0,02	0,01	0,14	0,14	0,15
Estados Unidos	0,01	0,03	0,02	0,13	0,15	0,13

	TCHBEHTD			TDTEACH		
País	PISA 2012 (+)			PISA 2015 (+)		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Vietnam	0,07	0,07	0,08	0,13	0,11	0,12

Tabla 66: Países en los el signo de la correlación entre la enseñanza dirigida por el docente y el rendimiento es positivo en las ediciones de PISA 2012 y PISA 2015

Fuente: Elaboración propia

	TCHBEHTD			TDTEACH		
País	PISA 2012			PISA 2015		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Finlandia	0,04	-0,03	0,02	0,14	0,20	0,20
Hong Kong	0,02	-0,03	0,02	0,13	0,15	0,14
Corea	0,06	0,09	0,05	0,02	0,01	-0,01
China Taipei	-0,01	0,00	0,00	0,11	0,12	0,12

Tabla 67: Países en los el signo de la correlación entre la enseñanza dirigida por el docente y el rendimiento no sigue exactamente el mismo patrón en PISA 2012 y en PISA 2015

Fuente: Elaboración propia

A la vista de los resultados que se presentan en las tres tablas anteriores se refuerzan las evidencias en contra de varios aspectos muy importantes:

- Los valores de TCHBEHTD y TDTEACH miden realmente la enseñanza dirigida por el docente.
- Son válidas las conclusiones que obtiene PISA al relacionar esta metodología docente y el rendimiento en matemáticas.

En el epígrafe siguiente se va a presentar un análisis detallado del otro método docente que se presenta en PISA 2015: *la enseñanza basada en la investigación*.

4.7.4 La relación de la enseñanza basada en la investigación con ciencias, matemáticas y lectura

En OECD (2016e, pág. 71) se señala que en 27 de los países participantes en PISA 2015 los estudiantes que están en escuelas socialmente desaventajadas son expuestos más frecuentemente a la enseñanza basada en la investigación (IBTEACH) que quienes asisten a centros socialmente favorecidos, mientras que lo contrario se produce en 10 países. A continuación se muestra que la correlación de IBTEACH con el rendimiento es negativa en la práctica totalidad de los países participantes.

Una vez más, se ve que esta correlación, mayoritariamente negativa con Ciencias, sigue el mismo patrón y prácticamente con los mismos resultados para Lectura y Matemáticas, tal y como se muestra en el ANEXO 12 (figuran la media y el error típico). Sólo hay tres países en que la correlación de IBTEACH con las tres competencias es positiva: Alemania, Singapur y B-S-J-G³⁹ (China). Así, mientras que la correlación con el rendimiento de TDTEACH es positiva en la práctica totalidad de los estados que participan en PISA, ocurre lo contrario con IBTEACH. Los resultados conjuntos de ambos índices, por países, se presentan en el ANEXO 13.

En PISA 2006 fue la primera vez que se planteó medir la oportunidad para aprender asociada a las prácticas de enseñanza y PISA, a partir de los ítems de esa pregunta ST79 (Tabla 42), creó cuatro índices, ninguno de ellos coincidente con el denominado IBTEACH en 2015. Sin embargo, 9 de los ítems de ambas ediciones son comunes y se utilizaron en esta investigación para crear un índice, que se denominó IBTEACH06 y permitió hacer una estimación de la correlación con el rendimiento en Matemáticas, Lectura y Ciencias.

Una vez más se comprobó que la estimación de la correlación de IBTEACH06 con las tres áreas evaluadas es prácticamente idéntica y se compararon estos resultados con los del 2015. La comparativa de las correlaciones para los 53 países que participaron en ambas ediciones se muestra en la siguiente Tabla.

País	IBTEACH06 2006			IBTEACH 2015		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Argentina	-0,11	-0,13	-0,13	-0,01	-0,02	0,01
Australia	0,09	0,11	0,09	-0,02	-0,05	-0,02

³⁹ Beijing-Shanghai-Jiangsu-Guangdong (China)

País	IBTEACH06 2006			IBTEACH 2015		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Austria	-0,10	-0,11	-0,11	-0,01	-0,07	-0,01
Bélgica	-0,05	-0,09	-0,06	-0,03	-0,06	-0,05
Bulgaria	-0,22	-0,23	-0,24	-0,25	-0,24	-0,22
Brasil	-0,09	-0,09	-0,12	-0,12	-0,14	-0,11
Canadá	-0,03	-0,06	-0,04	-0,11	-0,15	-0,09
Suiza	0,01	-0,01	0,01	-0,10	-0,09	-0,09
Chile	-0,15	-0,19	-0,14	-0,18	-0,17	-0,17
Colombia	-0,05	-0,03	-0,04	-0,08	-0,13	-0,07
República Checa	-0,12	-0,09	-0,12	-0,07	-0,09	-0,07
Alemania	-0,08	-0,08	-0,06	0,03	0,01	0,03
Dinamarca	0,03	-0,02	-0,01	0,03	-0,03	0,02
España	-0,08	-0,10	-0,10	-0,06	-0,09	-0,04
Estonia	-0,19	-0,22	-0,17	-0,18	-0,20	-0,16
Finlandia	0,04	0,08	0,04	-0,01	-0,05	-0,02
Francia	0,00	-0,04	-0,01	0,01	-0,04	0,02
Reino Unido	0,00	-0,03	0,00	-0,04	-0,06	-0,05
Grecia	-0,22	-0,22	-0,21	-0,21	-0,23	-0,17
Hong Kong-China	0,08	0,04	0,08	-0,05	-0,05	-0,01
Croacia	-0,09	-0,11	-0,10	-0,07	-0,09	-0,09
Hungría	-0,09	-0,14	-0,11	-0,06	-0,04	-0,07
Indonesia	-0,10	-0,12	-0,12	-0,07	-0,07	-0,06
Irlanda	-0,04	-0,05	-0,08	-0,03	-0,05	-0,04
Islandia	0,01	0,01	0,01	-0,03	-0,04	-0,06

País	IBTEACH06 2006			IBTEACH 2015		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Israel	-0,05	-0,07	-0,07	-0,12	-0,16	-0,13
Italia	-0,21	-0,23	-0,17	-0,12	-0,21	-0,10
Jordania	-0,11	-0,09	-0,13	-0,10	-0,08	-0,09
Japón	-0,04	-0,06	-0,02	-0,01	-0,02	0,02
Corea	-0,05	-0,06	-0,06	-0,11	-0,10	-0,07
Lituania	-0,14	-0,17	-0,16	-0,09	-0,12	-0,09
Luxemburgo	-0,14	-0,12	-0,11	-0,06	-0,08	-0,03
Letonia	-0,14	-0,13	-0,15	-0,11	-0,15	-0,08
Macao-China	0,02	0,04	0,06	-0,03	-0,04	0,00
México	-0,06	-0,08	-0,09	-0,11	-0,13	-0,12
Montenegro	-0,26	-0,26	-0,26	-0,21	-0,26	-0,25
Holanda	-0,10	-0,12	-0,12	-0,03	-0,06	-0,01
Noruega	-0,06	-0,08	-0,09	-0,08	-0,11	-0,09
Nueva Zelanda	0,04	0,03	0,04	-0,15	-0,18	-0,13
Polonia	-0,14	-0,14	-0,15	-0,17	-0,21	-0,15
Portugal	-0,10	-0,11	-0,10	-0,07	-0,10	-0,08
Qatar	-0,14	-0,16	-0,12	-0,17	-0,20	-0,18
Rumanía	-0,14	-0,17	-0,16	-0,07	-0,10	-0,08
Federación Rusa	-0,11	-0,10	-0,09	-0,14	-0,17	-0,08
República Eslovaca	-0,14	-0,14	-0,13	-0,13	-0,16	-0,09
Eslovenia	-0,11	-0,16	-0,11	-0,6	-0,07	-0,04
Suecia	0,00	0,01	-0,01	-0,05	-0,08	-0,06
Taipei China	-0,04	-0,07	-0,02	0,00	-0,01	0,02

País	IBTEACH06 2006			IBTEACH 2015		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Tailandia	0,02	-0,01	0,00	-0,03	-0,06	-0,01
Túnez	-0,13	-0,15	-0,10	-0,16	-0,14	-0,14
Turquía	-0,08	-0,08	-0,10	-0,15	-0,15	-0,16
Uruguay	-0,11	-0,10	-0,13	-0,14	-0,15	-0,12
Estados Unidos	-0,08	NA	-0,08	-0,11	-0,14	-0,09

Tabla 68: Comparación entre la correlación entre la enseñanza basada en la investigación y el rendimiento en el 2006 y el 2015

Fuente: Elaboración propia

En este caso, son 6 los países que no siguen la misma pauta en ambas ediciones (se han sombreado los valores en la Tabla 68), es decir que en uno de los años es positiva la correlación y en el otro es negativa; en los restantes casos las correlaciones mantienen el signo negativo y prácticamente el valor. En el análisis de esta tendencia los resultados son estables.

4.8 Resultados sobre la enseñanza dirigida por el docente (TDTEACH) y la enseñanza basada en la investigación (IBETEACH)

Los análisis del trabajo muestran que:

- No se ha medido bien TDTEACH en 2015, entendiendo el índice como la *metodología dirigida por el docente en Ciencias*, pues para su creación se utilizan cuatro ítems que, salvo uno: "*el profesor explica conceptos científicos*", podrían referirse a cualquier materia; y como se ha mostrado no representa nada específico de las ciencias.
- Las conclusiones que obtiene PISA sobre la relación de TDTEACH con el rendimiento son fácilmente rebatibles si se hacen análisis un poco más detallados.
- El cuestionario de contexto de los estudiantes de 2015 tiene un defecto grave de diseño, porque a TDTEACH la evalúa sobre una asignatura concreta y a IBTEACH sobre la rama de las Ciencias. ¿Qué se mide si Física y Química es TDTEACH y Biología y Geología IBTEACH o viceversa?

- Los conocimientos de Ciencias que muestran los estudiantes en las pruebas de rendimiento no se sabe con qué metodología los adquirieron porque IBTEACH se evalúa sin especificar la materia científica sobre la que se está respondiendo.
- Las percepciones de los estudiantes sobre la metodología utilizada en las clases tienen un componente muy elevado de subjetividad tal y como ha podido corroborarse en el estudio de caso.
- Las explicaciones que da PISA sobre la asociación positiva entre TDTEACH e IBTEACH son absolutamente insuficientes y carecen de base experimental.
- Las asociaciones de TDTEACH e IBTEACH con el rendimiento de Ciencias, Lectura y Matemáticas no presentan ninguna diferencia y por lo tanto no miden nada específico sobre la enseñanza del área considerada.
- Los resultados de 2012 y 2015 sobre la *enseñanza dirigida por el docente* son contradictorios ya que cambia el signo de la correlación con el rendimiento.

De todo lo analizado *no se puede concluir que uno de los estilos docentes sea mejor que el otro para influir en un mejor rendimiento de los estudiantes.*

Capítulo 4

Conclusiones y discusión

En este capítulo se recogen las principales conclusiones del trabajo, se comparan los resultados alcanzados con otros estudios y por último se señalan futuras líneas de trabajo.

Este estudio tomó como base de análisis el tratamiento que PISA hace de la *oportunidad para aprender*, un aspecto que está íntimamente relacionado con la equidad y la forma en que los sistemas educativos pueden mitigar la desventaja con que parten algunos estudiantes, debido a sus condiciones sociales, culturales, etc.

Los objetivos más importantes del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) consisten en proporcionar indicadores de la eficacia, la equidad y la eficiencia de los sistemas educativos, establecer puntos de referencia para la comparación internacional, y seguir las tendencias en el tiempo. Además, PISA construye una base de datos sostenible que trata de permitir a los investigadores de todo el mundo estudiar cuestiones básicas y orientadas a las políticas en materia de educación, incluida su relación con la sociedad y la economía (OECD, 2016d, pág. 117).

Siempre que aparecen los primeros resultados de una edición de PISA⁴⁰ se produce un revuelo mediático por las puntuaciones que cada país obtiene en las pruebas cognitivas que dan lugar a los rankings. Así, por ejemplo, cuando en el 2001 se hicieron públicos los resultados del primer estudio PISA, destacaba Finlandia por encima del resto de países encontrándose en los primeros puestos en Matemáticas, Lectura y Ciencias. Desde entonces, el modelo educativo a imitar parecía el de este país, con la eliminación de exámenes y deberes, la educación centrada en el alumno, una formación exigente de profesores, autonomía de los centro, etc., que parecían las claves del éxito. El descenso de sus resultados (por ejemplo en Matemáticas pasó de 544 puntos en 2003 a 519 en 2009) plantea la siguiente pregunta: *¿es entonces PISA el referente para decidir que el sistema educativo de un determinado país es el que debe imitarse?*

⁴⁰ En menos de medio año aparecerán los referidos a PISA 2018

En PISA 2006, aún Finlandia encabezaba la lista, seguida por Hong Kong-China, Canadá, Taipei-China, Estonia, Japón y Nueva Zelanda. Se puede constatar que los sistemas educativos que figuraban en puestos de cabeza se basan en principios y valores educativos muy diferentes, de ahí que no se deban olvidar los factores culturales que influyen en el rendimiento y se deje de considerar que se ha de “copiar” un sistema educativo en su conjunto para tener un alto rendimiento del alumnado en PISA.

En la edición del 2012 pasan a ocupar los primeros puestos las tres economías chinas, además de Singapur, Corea y Japón, y continuaron en cabeza en el 2015 Singapur y Japón. Ante las grandes diferencias educativas de países que obtienen buenos resultados en PISA surge el interés por parte de investigadores y responsables políticos por conocer en detalle los factores que influyen en el rendimiento y qué acciones tomar para mejorar el sistema educativo. Así, en las diferentes ediciones de PISA los constructos referidos a los resultados no cognitivos (por ejemplo, la motivación del alumnado para aprender), las condiciones individuales (por ejemplo, antecedentes culturales, étnicos y socioeconómicos del alumnado), y las características estructurales y de procesos del contexto institucional (por ejemplo, prácticas de enseñanza y oportunidades de aprendizaje en las aulas, las políticas de liderazgo y del centro escolar para el desarrollo profesional y la diferenciación vertical y horizontal del sistema escolar) se convierten en objeto de estudio.

Para hacer estos análisis los cuestionarios de contexto son los instrumentos de medición, a los que PISA concede tanta importancia como a las pruebas cognitivas, para tratar de conocer qué factores son los que más influyen en el rendimiento del alumnado. También los datos de los cuestionarios de PISA se han utilizado para varios tipos de análisis e informes, por ejemplo, para la construcción de indicadores de la educación (“Education at a Glance” – Panorama de la Educación–) y en trabajos de investigación pues en éstos se ha demostrado que los factores no cognitivos son los más importantes para el desarrollo del individuo, así como para el éxito en la vida y el bienestar (Heckman, Stixrud y Urzúa, 2006; Almlund, Duckworth, Heckman y Kauth, 2011), tal y como se indica en OECD (2016d, págs. 119-120).

El primer objetivo de esta investigación fue conocer qué se entiende por *oportunidad para aprender* (OTL) y cómo este factor está asociado con el rendimiento de los estudiantes. Desde su inicial definición por parte de Carroll (1963) son muchas las aproximaciones que se llevaron a cabo desde la investigación educativa, especialmente ligadas a las ILSA, tanto de carácter internacional como nacional, estableciéndose análisis para conocer qué factores OTL

son referentes a nivel de aula, de escuela y de los sistemas educativos, pues son los que establecen y desarrollan los currículos o planes de estudio.

En todas las definiciones de OTL, el tiempo de enseñanza y el contenido se han considerado elementos centrales de la misma y de hecho ya en fases iniciales del estudio de la *oportunidad para aprender* algunos autores, como Wiley y Harnischfeger (1974), encontraron una fuerte relación entre la cantidad de horas programadas y el rendimiento de los estudiantes que, sorprendentemente, no se mantiene en PISA.

La forma de medir la OTL se convirtió en un problema central, pues la definición dada por parte de diferentes autores pronto se vio que era difícilmente computable. Son muchos los estudios, tanto internacionales como a nivel de país o de estados, que intentaron hacer mediciones adecuadas de la *oportunidad para aprender*.

En algunas de las mediciones planteadas se mostró una débil relación con el rendimiento de los estudiantes, en contra de la idea intuitiva de que la OTL ha de estar fuertemente relacionada con el rendimiento, de ahí que muchos autores considerasen que la falta de relación podría deberse a una medición incorrecta. Es el caso de Berliner (1978, 1980) cuya gran preocupación es añadir instrumentos de medición que permitan obtener una mayor relación entre la OTL y el rendimiento.

FIMS (*First International Mathematics Study*) es la primera evaluación internacional que analizó la OTL y centró el análisis de la *oportunidad para aprender* en determinados contenidos y resolver diferentes tipologías de problemas que se presentaron en esa prueba cognitiva, encontrando una modesta relación con el rendimiento en matemáticas. En SIMS (*Second International Mathematics Study*) se trató de mejorar los instrumentos para medir la OTL pero tampoco se encontraron grandes efectos de la OTL en el rendimiento, aunque sí diferencias dentro y entre países. En TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) se refina la medición, que esta evaluación mantiene hasta el momento actual, y se incluyen preguntas OTL para conocer su impacto en los tres niveles del currículo: el diseñado o previsto, el implementado y el logrado o alcanzado. En este caso los investigadores también encuentran que la relación con el rendimiento, aunque positiva, es bastante pequeña (Luyten, 2017).

En otros estudios, la OTL se analiza bajo una perspectiva diferente centrándose en cómo enseñan los docentes y cómo aprenden los estudiantes; por ejemplo, los realizados usando la base de la NAEP 1992 (*National Assessment of Educational Progress in U.S.*), infieren

estrategias de enseñanza y aprendizaje que promueven destrezas cognitivas de orden superior (Muthén et al. 1995; Lee, 2004).

Los análisis más habituales se realizan sobre dos dimensiones de la OTL: las *prácticas de enseñanza* y la *exposición de contenido*. Wang (1998) concluye que son los aspectos de la *oportunidad para aprender* que mejor predicen el rendimiento en matemáticas.

También la medición de la OTL varía en cuanto a los instrumentos de medida que se usan. Así, en el SII (*Study of Instructional Improvement*), Rowan, Harrison y Hayes (2004) concluyen que el uso de registros de enseñanza, en análisis longitudinales, es más efectivo que emplear encuestas anuales porque en este caso se podía explicar mejor la variabilidad en la cobertura de contenido y prácticas educativas. Para este tipo de estudios, ya se llevaron a cabo experiencias donde los registros se cumplimentaron electrónicamente y el instrumento de medición, pero las diferentes dimensiones de la OTL mostraron correlaciones muy moderadas con el rendimiento (Kurz et al. 2014).

La evaluación PISA hace mención expresa de la OTL en el marco de los cuestionarios de contexto en su edición del año 2009, denominándola *oportunidad para aprender destrezas lectoras* (en ese año la competencia principal de evaluación fue la lectura) y midiéndola a partir de la frecuencia de lectura de determinados tipos de textos y de tareas sobre los mismos. La primera cuestión extraña es que PISA presenta los ítems para la medición de la OTL en el cuestionario cognitivo cuando, como se ha dicho, lo plantea en el modelo teórico de los cuestionarios de contexto de los estudiantes. Son Lafontaine et al. (2015) quienes hacen un estudio detallado sobre los datos PISA 2009 y llegan a la conclusión de que hay una correlación alta entre la OTL y el rendimiento en lectura, a nivel de escuela, siendo explicada una proporción sustancial de la varianza entre escuelas por la OTL y el ESCS.

En la edición de PISA 2012 se plantea una definición de la *oportunidad para aprender* en el Marco teórico (OECD, 2013a) que se modifica, sin ninguna explicación, en el Informe Técnico (OECD, 2014). Así, las mismas preguntas se utilizan para crear índices de medición distintos según la definición que se use y que nada tienen que ver entre ellos. Por ejemplo, en el Marco Teórico (OECD, 2013a) se indica que la pregunta ST61 podría servir para crear un *indicador aproximado* de la OTL, mientras que en el Informe Técnico (OECD, 2014) es la que se utiliza para construir los índices de matemática *pura* y de matemática *aplicada* para medir la dimensión: experiencia con tareas matemáticas (OTL_T).

En cualquiera de las dos definiciones, de 2012, PISA parece querer aglutinar algunas de las teorías resultantes de los diferentes estudios educativos sobre la OTL, si bien fue en el Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014) donde se especificaron los dos aspectos de la oportunidad de aprender que serán objeto de estudio: **OTL – aprender contenido y OTL – prácticas de enseñanza.**

Por otra parte, PISA insiste en señalar que su aproximación a la OTL se modificó respecto a otros estudios internacionales, alegando que precisan caracterizar los entornos de aprendizaje o que la evaluación de PISA es sobre competencias y no sobre contenidos curriculares establecidos en los planes de estudio de los diferentes países. Además, contrariamente a otras evaluaciones internacionales opta por hacer la medición de la OTL a partir, exclusivamente, de las respuestas de los estudiantes, y lo justifica considerando que pueden aportar medidas más fiables del tiempo en que están realmente involucrados en aprender un concepto (OECD, 2016b). Sin embargo, PISA no menciona ningún estudio empírico que avale la opción de preguntar sólo a los estudiantes, aunque parece muy razonable tener en cuenta la información de los docentes.

En este trabajo, se analizó, en primer lugar, la evolución que ha tenido PISA de la concepción de la oportunidad para aprender y posteriormente se centró en el estudio de las dimensiones definidas en el Informe Técnico de PISA 2012 (OECD, 2014): **Aprender contenido y prácticas de enseñanza.** El objetivo principal fue conocer en qué medida las conclusiones de PISA estaban bien fundamentadas y podían ser útiles para una mejora de las estrategias metodológicas y consecución de un rendimiento mayor de los estudiantes.

Se comenzó por la dimensión **oportunidad para aprender contenido**, y se indagó en las tres vías de medición que PISA propone:

- Familiaridad con conceptos matemáticos, denotada por OTL_C.
- Exposición a tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones, denotada por OTL_{LE}.
- Experiencia en tareas matemáticas, designada por OTL_T.

1. La oportunidad para aprender contenido

La OTL_C se ajusta bien a la definición de Carroll (1963) ya que considera la oportunidad para aprender en su acepción más simple: las posibilidades que los estudiantes tienen de

aprender conceptos matemáticos. Parece lógico que si pudiesen acceder a más contenidos de matemáticas sus rendimientos serían mejores.

1.1 Familiaridad con conceptos matemáticos

Al analizar la pregunta que se utiliza para medir la OTLc, ST62, las conclusiones de esta investigación son claras al señalar que resulta completamente inadecuada ya que en las opciones de respuesta se mezclan dos escalas completamente diferentes, la frecuencia de exposición y la autoevaluación. PISA no explicó la razón para mezclar ambas escalas ni el significado concreto que tiene lo que se mide, pero en cualquier caso es un fallo metodológico grave tanto por la conceptualización de la propia oportunidad para aprender como por el instrumento de medida utilizado. La consecuencia fundamental de este error es anular la validez de las conclusiones que obtiene PISA sobre la familiaridad con los contenidos matemáticos.

A continuación se investigó la forma en que PISA midió la OTLc mediante un índice que denominó FAMCON (OECD 2014) utilizando el IRT. Para ello, en este estudio, se construyó la variable FAMCON1NA (ver pág. 77) y se constató la práctica identidad de FAMCON con el índice FAMCOMaprox, definido por la expresión:

$$\text{FAMCON}_{\text{aprox}} = -\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \cdot \log\left(\frac{1}{0,003 + 0,995 \cdot \text{FAMCON1NA}} - 1\right)$$

Entre los inconvenientes que tiene la medida usada por PISA se pueden citar:

- FAMCON tiene una correlación menor que FAMCON1NA con el rendimiento en matemáticas.
- Puede asociar puntuaciones muy diferentes a estudiantes con exposiciones muy similares a los conceptos matemáticos.

PISA calculó un nuevo índice, FAMCONC, como transformación del índice FAMCON, para tener en cuenta el estilo de respuesta de los estudiantes y mejorar la comparabilidad entre países. El índice modificado mantiene la correlación con el rendimiento que tenía FAMCON a nivel intra-países y, a nivel global, casi duplica la correlación entre-países.

En un análisis más detallado se observa que FAMCONC tiene una correlación alta con el rendimiento en los países que no son de la OECD. Sin embargo, en los países de la OECD la correlación se reduce a la mitad y, si se centra en los países OECD europeos o de ascendencia

anglosajona (excluyendo Chile, México, Corea y Japón), la correlación pasa a ser negativa. La presencia de una correlación negativa en ese bloque de países de la OECD, casi el 90% de los miembros participantes, plantea dudas más que razonables sobre la utilidad de la corrección y de los métodos empleados para validarla. De hecho, el comportamiento global de FAMCONC en relación con el rendimiento en matemáticas parece estar diferenciado por bloques de países: Europa, Asia y Sudamérica; lo que induce a plantearse que tal corrección, en caso de hacerse, no debe seguir el mismo criterio para todos los países.

Un aspecto realmente sorprendente es el hecho de que todos los índices construidos sobre la oportunidad de aprender contenido, OTLc, FAMCON1NA, FAMCON y FAMCONC, presentan prácticamente los mismos valores de correlación con el rendimiento en Matemáticas, Lectura y Ciencias. Esta similitud da a entender que, en realidad, *no se está midiendo nada específico de matemáticas*.

Algunos autores como Hansen y Strietholt (2018) tratan de evitar el efecto de la autoevaluación en la pregunta ST62 mediante una corrección aunque, como ellos mismos señalan, los resultados que obtienen han de tomarse con cautela. Otro inconveniente importante de este trabajo es el error de su modelo teórico (Schmidt et al. 2011) al considerar la relación unidireccional entre el rendimiento y la OTL.

Para evitar los problemas mencionados en Hansen y Strietholt (2018), se planteó utilizar la idea de OTL propuesta por Husén (1953) para medir la “Exposición a conceptos matemáticos” a través de la resolución de tareas o exámenes en clase. Para ello se siguieron las pautas indicadas en el Informe Técnico (OECD, 2014, pág. 424), que establecían el utilizar las preguntas ST73, ST74, ST75, ST76, del cuestionario de contexto de 2012, como la base para construir un índice que mide la oportunidad de aprender contenido en el aspecto de exposición a tipos de tareas de matemáticas en lecciones y evaluaciones, que aquí se denota por OTL_{LE}; la gran ventaja de estas preguntas es que sus opciones de respuesta se refieren únicamente a la frecuencia de resolución de tareas matemáticas. Sin embargo, se comprobó que el nuevo índice denominado EXTASMATH tampoco era una buena medida de la OTL de contenido por las siguientes razones:

- Los estudiantes debían leer los ejemplos propuestos pero no tenían que resolverlos, de ahí que indicar la frecuencia con la que se enfrentan a ese tipo de tareas no sea muy fiable.

- Las correlaciones intra-países de EXTASMATH con la autoeficacia en Matemáticas son negativas y prácticamente nulas, es decir, lo eficientes que se perciben los estudiantes en matemáticas no se relaciona con la exposición a tareas de matemáticas.
- La correlación entre-países de la OCDE, excluidos Corea, Japón, México y Chile, de EXTASMATH con la autoeficacia en Matemáticas vale $-0,427$. Este resultado sugiere que cuantas más tareas de matemáticas resuelven los estudiantes de esos países menos eficientes se perciben en matemáticas.
- Las correlaciones de EXTASMATH con el rendimiento en Matemáticas, Lectura y en Ciencias son prácticamente idénticas, tanto si se calculan intra-países como entre-países. Esto indica que no se está midiendo nada específico de Matemáticas, sino más bien algo relacionado con el rendimiento general de los estudiantes.
- La correlación de EXTASMATH, con ESCS sale negativa en todos los países menos seis, lo que significaría que a mayor ESCS le correspondería menor OTL_{LE}.
- La varianza intra-centros de EXTASMATH es independiente de si el centro separa o no a los estudiantes por su nivel en matemáticas, lo cual es contrario a lo que significa esa división.

Para indagar un poco más sobre la pregunta ST62 que se utiliza para medir la OTLc se hizo un análisis de la misma mediante la metodología de estudio de caso. Se aplicó literalmente, según aparecía en el cuestionario de los estudiantes de PISA 2012, a todo el alumnado de quince años de un centro educativo asturiano.

En el estudio de caso se detectaron algunos aspectos interesantes:

- Todos los estudiantes de la muestra detectaron los pseudoconceptos.
- Algunos conceptos reales pueden no figurar en el currículo de matemáticas, o ser entendidos de manera diferente, dependiendo del itinerario que cursen los estudiantes.
- Se confirmaron los problemas a la hora de elegir entre las opciones de respuesta “lo he visto varias veces” o “lo he visto a menudo” con “lo conozco bien, entiendo el concepto”.

- Los estudiantes no sabían si tenían que contestar refiriéndose a ese año escolar o tener también en cuenta los anteriores.
- Por último, en el análisis de las correlaciones de la OTLc construida con estos datos y las notas de matemáticas, si bien se confirma la correlación de PISA cuando el cálculo se hace a nivel global, en el estudio intra-aulas se constató que la variabilidad máxima y mínima se da con el mismo profesor en dos grupos bilingües, es decir, en condiciones de homogeneidad académica y metodológica. Se podría concluir que la variabilidad se debe en su mayor parte a la percepción de los estudiantes.

También se constató la parcialidad de determinados análisis que realiza PISA. Así, por ejemplo en la afirmación presentada en OECD (2016b, pág. 13): “Alrededor de un 54% de las diferencias del impacto del ESCS en la oportunidad para aprender, en los países de la OECD, se explica por la edad de separación de los estudiantes en itinerarios educativos”, sólo tiene en cuenta la edad de separación en itinerarios sin considerar el efecto de las selecciones tipo *streaming* y *grouping*. Al representar tales datos gráficamente (Figura 12) se aprecia que hay un periodo de cuatro años en que no se observa ningún tipo de efecto, lo que resultaría sorprendente si la edad de separación fuese la causante real de las diferencias del impacto del ESCS en FAMCONC.

Replicando los análisis con el índice OTL_{LE}, EXTASMATH, en lugar del índice FAMCONC, se llega a que la edad de la primera separación en itinerarios explica sólo el 5,8% de la influencia del ESCS sobre EXTASMATH.

Ante los resultados obtenidos, la afirmación de PISA sobre que la edad de separación influye en la igualdad de acceso a las matemáticas precisa de un análisis más detallado y profundo.

1.2 Experiencia con tareas matemáticas, OTL_T.

Para medir la OTL_T PISA utiliza la pregunta ST61, que en OECD (2013a, pág. 187a) se decía que podría servir como base para ser un **indicador aproximado de la oportunidad para aprender** y en OECD (2016b) se considera central para intentar conocer qué relación tiene la enseñanza de la matemática *pura* o *aplicada* con el rendimiento.

En primer lugar se revisó lo que la investigación educativa entiende por matemática pura o aplicada, llegándose a la conclusión de que esta diferenciación sólo tiene sentido en un

contexto de resolución de problemas. El modelo de Blum y Leiss (2007) identifica claramente las características de ambos tipos de matemáticas e indica que la resolución de problemas de matemática aplicada implicaría también un buen manejo de la matemática pura y un desarrollo cognitivo alto para valorar las soluciones del problema en el mundo real. Además este modelo es totalmente asimilable al que PISA utiliza para la definición de la *competencia matemática*, que incide en la resolución de problemas en un contexto real.

En esta investigación el estudio de la OTL_T se hace a partir de la muestra de España y se indaga sobre todas aquellas conclusiones que en OECD (2016b) resultan chocantes en relación a lo que los modelos teóricos muestran e investigaciones educativas previas habían señalado.

En el informe OECD (2016b) donde PISA presenta *la relación entre el rendimiento y las matemáticas puras y aplicadas, estas últimas las considera sinónimo de matemáticas “fáciles” y se muestran como el tipo de matemáticas que se enseñan a los estudiantes de más bajo rendimiento*. Además, es en este informe donde se emplea por primera vez el calificativo de *simples* para representar los ítems de medición de la matemática aplicada que representan ejercicios *fáciles*. En esta investigación se hace un análisis de su dificultad, según descripción de los niveles de rendimiento de las subescalas de *capacidades matemáticas* y de *contenidos*; resulta que hay un ítem de nivel 1, cuatro de nivel 2 y sólo uno de nivel 3, en ambas subescalas, frente a los tres ítems de matemáticas puras, de los cuales uno es de nivel 4 y dos son de nivel 5. *No tiene sentido utilizar ítems de dificultad tan dispar para comparar la matemática pura y la aplicada.*

La correlación entre los índices de la matemática pura (EXPUREM) y matemática aplicada (EXAPPLM) resultó positiva globalmente (en España es de 0,32) y debería ser negativa ya que una mayor exposición a matemática pura debería implicar dar menos matemática aplicada y viceversa. PISA es consciente de esta incoherencia como se refleja en el comentario que aparece en OECD (2016b, pág. 81) cuando se pregunta “¿qué hacen y aprenden los estudiantes desaventajados en las horas de las clases de matemáticas?”

Las correlaciones de EXPUREM y EXAPPLM con el rendimiento en matemáticas es prácticamente idénticas a las que tienen con Ciencias y Lectura, lo que plantea el problema de si ambos indicadores están midiendo una característica específica de Matemáticas. Para analizar con mayor profundidad esta cuestión, se compararon unos modelos de regresión sobre las tres competencias, usando las mismas variables independientes pero sólo sobre

centros que no hacen ningún tipo separación (*streaming, tracking o grouping*). Los tres modelos obtenidos comparten la misma estructura y confirman que la exposición a matemática pura o matemática aplicada no parece medir elementos concretos de matemáticas.

Por otra parte la correlación de la autoeficacia con el rendimiento vale 0,50, mientras que con la experiencia en resolver ejercicios de matemáticas puras o de matemáticas aplicadas la correlación es prácticamente nula; resulta muy difícil entender que la experiencia en hacer ejercicios de matemáticas esté bien medida y no se asocie con la percepción de los estudiantes de poder resolverlos correctamente. Así pues, es evidente que, al menos en el caso de España, las conclusiones del informe OECD (2016b) deben ser tomadas con cautela.

Otro aspecto relevante que se estudió es la confusión en la categorización de tareas o ejercicios y problemas, que en la investigación educativa de matemáticas son muy diferentes. De hecho, la relación entre la experiencia en matemática pura o aplicada con el rendimiento del alumnado la hace a partir de tareas o ejercicios, olvidándose de una parte importante del trabajo en las clases de matemáticas, los problemas, que son fundamentales en las pruebas cognitivas de PISA.

Lo que los diferentes análisis mostraron es que:

- Las matemáticas aplicadas simples son más frecuentes en los estudiantes con dificultades y las matemáticas estándar en los que no presentan esos problemas.
- EXPRUREM y EXAPPLM parecen medir una característica general del rendimiento.
- El planteamiento de PISA sobre Matemática Pura y Aplicada no sirve para comparar el rendimiento en matemáticas según el grado de exposición a Pura o Aplicada.
- La confusión entre tareas o ejercicios y problemas.

Ante las inconsistencias encontradas en esta investigación se sugiere que desde la OECD deberían ser más prudentes a la hora de hacer propuestas de trabajo en el aula pues, por ejemplo, utilizando los resultados que PISA obtiene sobre la matemática pura y aplicada se hacen sugerencias en una parte de la publicación "*Diez preguntas para los profesores de matemáticas... y cómo PISA puede ayudar a responderlas*" (OECD, 2016f).

2. La oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza

Se dedica el capítulo tres al estudio de las *prácticas de enseñanza* como uno de los aspectos de la *oportunidad para aprender*. En muchos de los estudios de referencia la forma en que se enseña y cómo da lugar al aprendizaje de los estudiantes se considera un *factor de calidad* de los sistemas educativos y, en general, este aspecto es objeto de análisis independientemente de los contenidos que se den o el énfasis que en ellos se ponga.

En los últimos años la investigación educativa (Vieluf et al., 2012) incide en que las prácticas de enseñanza ayudan a mejorar el rendimiento de los estudiantes, moldeando sus experiencias de aprendizaje y su motivación, siendo además variables modificables en contraste con las de carácter personal del alumnado como el estatus socioeconómico y cultural.

En las primeras ediciones de PISA, 2000 y 2003, se pretendía conocer la calidad de los sistemas educativos, entre cuyos componentes se incluyó el apoyo docente estableciendo además una relación directa con la forma de gestionar las clases, pero no se buscó la asociación con estrategias concretas de enseñanza en el aula.

En PISA 2006 se planteó en el marco conceptual de los cuestionarios de contexto el averiguar los *estilos de enseñanza* de las ciencias (competencia principal de evaluación) y para ello se diseñó una pregunta a partir de cuyos ítems se crearon índices referidos a la *interacción*, las *actividades prácticas*, la *investigación de los estudiantes* y el *centrarse en modelos o aplicaciones*.

PISA 2009 nuevamente indagó sobre el apoyo del docente y actividades de aprendizaje que se llevaban a cabo en clase de Lengua (la lectura era la competencia principal de evaluación), englobando tales acciones dentro de las *estrategias de enseñanza*.

PISA 2012 establece dos ámbitos de oportunidad para aprender que recogen la forma en que se produce la enseñanza y el aprendizaje en los centros escolares y sobre los que estuvo indagando en las ediciones previas: **oportunidad para aprender-prácticas de enseñanza** y **oportunidad para aprender-calidad de la enseñanza**. En ese momento los *estilos docentes* se asociaron a la primera y el *apoyo del profesorado* a la segunda. Además, en esa edición se creó un índice para medir la *enseñanza dirigida por el docente*.

En el 2015, PISA estudia, por primera vez, cuatro metodologías de enseñanza: la *basada en la investigación*, con antecedentes en el 2006, la *enseñanza dirigida por el docente*,

que había introducido en el 2012, estrategias de *retroalimentación* percibida, y la *enseñanza adaptativa*. Las dos últimas metodologías de enseñanza PISA las considera dentro de la *oportunidad para aprender: calidad de la enseñanza* y no se corresponden con estilos docentes propiamente dichos, de ahí que no se analicen en detalle en esta investigación.

Las conclusiones que PISA presenta en OECD (2016e) referidas a las correlaciones entre los estilos docentes y el rendimiento del alumnado en Ciencias señalan que es positiva en el caso de la enseñanza dirigida por el docente (TDTEACH) y negativa en la enseñanza basada en la investigación (IBTEACH). Sin embargo, en la investigación educativa previa no está claro cuál de los dos estilos docentes está asociado con un mayor rendimiento estudiantil, dado que algunos autores defienden que es la enseñanza dirigida por el docente, mientras que otros se decantan por la basada en la investigación. Por ello, uno de los objetivos del presente estudio fue comprobar si el resultado de PISA sobre TDTEACH era válido para España.

En primer lugar, se analizan las preguntas del cuestionario de contexto asociadas a las dos metodologías y se comprobó que el índice TDTEACH se crea a partir de cuatro ítems referidos a la frecuencia con que se realizan en clase determinadas actividades, en una asignatura científica concreta elegida previamente por el alumno. En el caso de IBTEACH han de responder a la frecuencia con que se realizan nueve tareas, en las clases de Ciencias en general.

La diferencia de planteamiento sobre la medición del uso de ambas metodologías carece de justificación e impide medir adecuadamente IBTEACH, ya que se evalúa conjuntamente sobre asignaturas cuyos docentes pueden emplear métodos muy distintos.

Además, las materias que se le presentaron al alumnado para medir TDTEACH no estaban ajustadas a los planes de estudios del país. En España, por ejemplo, Física y Química eran opciones diferentes aunque se imparten conjuntamente en la asignatura de Física y Química; análogamente, la asignatura Biología y Geología del currículo aparecía en el cuestionario del estudiante como Biología, la Tierra y el Espacio, Ciencia general o Integrada, etc. Esta falta de adecuación llevó a que en nuestro país hubiese casi dos quintas partes de las respuestas de los estudiantes sin determinar la materia sobre la que están respondiendo.

Revisando el marco de la competencia científica de PISA 2015 (OECD, 2016a) se constató que hay dos bloques de contenidos sobre los que versó la evaluación de la competencia de Ciencias, *los sistemas físicos* y *los sistemas vivos*, más relacionados con los contenidos curriculares de las materias que se imparten en España, así que se decidió hacer

la correlación no sólo con el rendimiento global, sino también con esas dos partes de los contenidos.

Las correlaciones de TDTEACH con PVSCIE, PVSSPH, PVSSLI resultaron positivas, lo cual indica que al aumentar TDTEACH se produce un incremento en el rendimiento de Ciencias. Sin embargo, TDTEACH tiene una correlación positiva con el ESCS y además se incrementa su uso al avanzar de curso. Estos resultados indican que podría existir una cierta tendencia para aplicar con mayor intensidad la *enseñanza dirigida por el docente* a los estudiantes con mejor rendimiento y cuestiona la asociación entre TDTEACH y el rendimiento en Ciencias.

Por ello se plantearon dos alternativas de análisis, dirigidas a eliminar este posible sesgo y verificar si la enseñanza dirigida por el docente está realmente asociada con un mayor rendimiento en Ciencias. En la primera alternativa se empleó un modelo lineal para explicar la puntuación de un estudiante en Ciencias (PVSCIE) en función de su rendimiento general (PVRG) y del grado de aplicación del TDTEACH. En la segunda se trabajó entre-centros y se evaluó la influencia de TDTEACH sobre el rendimiento teniendo en cuenta el nivel de ESCS. Los resultados de ambos análisis son perfectamente concordantes e indican claramente que la enseñanza dirigida por el docente no aporta una mejora significativa a las puntuaciones en ciencias, cuando se tienen en cuenta otros factores que eliminan los sesgos detectados.

Para tratar de averiguar si los dos constructos medidos, TDTEACH e IBTEACH, reflejaban realmente el empleo de ambas metodologías, se calculó la asociación de TDTEACH e IBTEACH, tanto intra-centros como entre-centros, y se obtuvieron unas correlaciones de Pearson de 0,37 y 0,59 respectivamente, incompatibles con la aplicación real de dos metodologías de naturaleza casi contrapuesta.

Las correlaciones de TDTEACH con Matemáticas Ciencias y Lectura son positivas y prácticamente idénticas dentro cada uno de los países participantes en PISA; en el caso de IBTEACH las correlaciones con las tres competencias evaluadas pasan a ser negativas, en general, pero mantienen valores muy parecidos dentro de cada país. Por tanto se podría hablar directamente de correlación de los estilos docentes con el rendimiento en las pruebas PISA.

Con el mismo objetivo se pasó una encuesta, en las condiciones de un estudio PISA, al alumnado que cursaba asignaturas científicas de un centro educativo asturiano y a los docentes que impartían clase en los grupos correspondientes.

Las desviaciones típicas globales de TDTEACH e IBTEACH son 0,82, y 0,83, que resultan prácticamente iguales a las que se obtiene cuando se calculan para los estudiantes de un mismo grupo y profesor. Sin embargo, cada docente emplea una metodología idéntica para todos los estudiantes de un mismo grupo y por lo tanto la variabilidad real intra-grupo es nula. Además, se constató que el plantear las preguntas en términos de “Tiempo dedicado a realizar determinadas tareas” no mejoró la objetividad de las respuestas.

Por otra parte, aunque la muestra empleada en estos análisis es pequeña, las desviaciones típicas intra-centros de PISA en TDTEACH e IBTEACH son 0,91 y 0,86 respectivamente, que resultan muy parecidas a las que se obtuvieron en el estudio de caso, con valores de 0,75 en ambas variables.

Este conjunto de resultados parece avalar que la percepción de los estudiantes está condicionada por factores que impiden una valoración objetiva del método de enseñanza empleado en el aula y por lo tanto hace sospechar que las conclusiones que ofrece PISA sobre TDTEACH e IBTEACH no son válidas al menos para España.

PISA 2012 analizó *la enseñanza dirigida por el docente* mediante el índice TCHBEHTD, referido a Matemáticas. Se comprobó que tal índice no mide nada específico de esta área pues las correlaciones, país a país, con el rendimiento son idénticas para las tres competencias. También se analizó si, en los distintos países, la correlación de la enseñanza dirigida por el docente con el rendimiento era estable entre los años 2012 y 2015 y se encontró que en un 70% de los países cambia de ser negativa a positiva. *Es muy llamativo que la metodología docente que PISA indica como dirigida por el docente pase en tres años de tener correlación negativa a positiva de forma generalizada.*

PISA ha medido de forma diferente el constructo *enseñanza dirigida por el docente*, sin explicación de los motivos del cambio del cuestionario, obteniéndose resultados contradictorios.

Los ítems utilizados para construir IBTEACH en el 2015 ya formaban parte de una pregunta del cuestionario de contexto de los estudiantes en el año 2006 para medir el *comportamiento del docente*. En esta investigación se aproximó la construcción del índice IBTEACH con los datos del año 2006 y se creó el denominado IBTEACH06. La correlación de este índice con las tres competencias evaluadas es la misma, siendo en este caso negativas o prácticamente nulas. En el caso de la enseñanza basada en la investigación las correlaciones se mantienen estables entre el 2006 y el 2015 en la práctica totalidad de los países.

3. Comentarios finales.

El planteamiento de PISA para medir la oportunidad para aprender contenido no es el adecuado al tratarse de una evaluación no centrada en los currículos y planes de estudios de los países participantes, sino en competencias.

Analizar la oportunidad de aprender contenido en la vía de exposición a **tipos de tareas matemáticas en lecciones y evaluaciones** llevó a resultados absurdos. Una de las causas que contribuyen a esta situación puede ser que a los estudiantes se les pregunta sobre la frecuencia con que se encuentran determinados tipos de problemas, sin tener que resolverlos. En algunos casos son fácilmente identificables (calcular la solución de una ecuación o el volumen de un sólido) pero sólo con la lectura del enunciado resulta mucho más difícil en los problemas de matemática aplicada que precisen para su resolución del esquema de Blum y Leiss. Un seguimiento longitudinal de la evolución del conocimiento de los estudiantes en la resolución de problemas podría resultar muy predictivo de las puntuaciones, tal y como Wang (1998) concluyó, aunque esto no parece viable en una evaluación de las características de PISA.

El estudio de la oportunidad de aprender contenido mediante la **experiencia con tareas matemáticas** fue planteado por PISA empleando ejercicios fáciles de matemática aplicada y una sola tipología de contenidos de matemática pura (ecuaciones de primer y segundo grado). Tal planteamiento carece de interés porque al estudiar la relación de Pura y Aplicada con el rendimiento en Matemáticas, en realidad, se están comparando a los estudiantes con dificultades en esa materia (ejercicios fáciles) con los que siguen el currículo estándar (ecuaciones).

PISA debería revisar las tres alternativas que plantea de medir la OTL: aprender contenido, prácticas de enseñanza y calidad de la enseñanza. Además PISA debería detectar los problemas que se señalan en este trabajo referidos al enunciado de los cuestionarios y al análisis de los datos antes de publicar los informes. También debería recabar datos de los docentes ya que seguir manteniendo (OECD, 2016e, pág. 63) la hipótesis de que la información proporcionada por los estudiantes es, a menudo, más fiable que la de los docentes no parece estar avalado por ningún trabajo científico riguroso; además, tener en cuenta la opinión de los docentes sobre estos temas parece más que razonable.

La **oportunidad para aprender: prácticas de enseñanza** fue medida con los índices que PISA elaboró en los años 2006, 2012 y 2015. Tras analizar sus correlaciones con el rendimiento en las tres áreas de evaluación se constata que no miden nada específico de la materia sobre la que se evalúa la metodología. Los defectos de diseño en las preguntas del cuestionario de contexto del alumnado son evidentes y llevan a una medida deficiente del constructo que se pretende estudiar. Además, la asociación positiva de TDTEACH con el rendimiento desaparece cuando se tienen en cuenta otras variables y muestra que PISA debería plantear una investigación más rigurosa antes de presentar sus conclusiones.

4. Líneas futuras de investigación

Analizar los resultados de la enseñanza dirigida por el docente y basada en la investigación, a partir de los cuestionarios a los docentes de PISA 2015, con el objetivo de mejorar las prácticas docentes y aumentar el rendimiento de los estudiantes.

Estudiar el cálculo de los valores plausible y comprobar si se verifican las hipótesis utilizadas para calcular la distribución a posteriori.

También se investigará sobre la que PISA denomina **oportunidad para aprender: calidad de la enseñanza** y se intentará conocer si es posible obtener resultados útiles para propuestas de políticas educativas que incidan en la mejora de la equidad en los centros escolares.

Referencias bibliográficas y documentales

- Abadzi, H. (2007). *Absenteeism and beyond: Instructional time loss and consequences*. World Bank Policy Research. Working Paper Number 4376. Washington. DOI: <https://doi.org/10.1596/1813-9450-4376>
- Abbatt F, McMahon R. (1993). *Teaching health care workers*, second edition. Ed. Macmillan, Londres, Reino Unido.
- Abedi J., M. Courtney, S. Leon, J. Kao and T. Azzam (2006). *English Language Learners and Math Achievement: A Study of Opportunity to Learn and Language Accommodation* (CSE Report 702, 2006), University of California, Center for the Study of Evaluation/National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing, Los Angeles, California.
- Albano, A. D., Rodriguez, M. C. (2013). Examining differential math performance by gender and opportunity to learn. *Educational and Psychological Measurement*, 75(3), 836-856. DOI: [10.1177/0013164413487375](https://doi.org/10.1177/0013164413487375)
- Allen, J., Gregory, A., Mikami, A., Lun, J., Hamre, B., Pianta, R. (2013). Observations of effective teacher-student interactions in secondary school classrooms: Predicting student achievement with the Classroom Assessment Scoring System–Secondary. *School Psychology Review*, 42(1), 76–98.
- Almlund, M. et al. (2011). Personality psychology and economics, *IZA Discussion Papers 5500*, Institute for the Study of Labour (IZA), Bonn. Recuperado de <http://ftp.iza.org/dp5500.pdf>
- Backus, L. (2005). A year without procedures: removing procedures from chemistry labs creates opportunities for student inquiry. *The Science Teacher*, Vol. 72/7, pp. 54–58.
- Baird, J.A., Isaacs, T., Johnson, S., Stobart, G., Yu, G., Sprague, T., et al. (2011). *Policy effects of PISA*. Oxford University Centre for Educational Assessment. Oxford.
- Bandura, A. (1977), Social Learning Theory. *General Learning Press*, New York, NY.
- Barr, A., Gillard, J., Firth, V., Scrymgour, M., Welford, R., Lomax-Smith, J., Constable, E. (2008). Melbourne declaration on educational goals for young Australians. Ministerial Council on Education, Employment, Training and Youth Affairs, Australia. Recuperado de <https://eric.ed.gov/?id=ED534449>
- Barr, R., Dreeben, R. (1983). *How schools work*. University of Chicago Press. Chicago.
- Benavot, A., Amadio M. (2004). *A Global Study of Intended Instructional Time and Official School Curricula, 1980-2000*. Background paper commissioned by the International Bureau of Education for the UNESCO-EFA Global Monitoring Report (2005). Recuperado de <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000146625>
- Ben-Simon, A., Cohen, Y. (2004). *International Assessments: Merits and Pitfalls*. Paper presented at the 30th Annual Conference of the International Association for Educational Assessment (IEA), Philadelphia. Recuperado de <https://www.nite.org.il/files/reports/e318.pdf>

-
- Berliner, D. C. (1990). What's all the fuss about instructional time? In Ben-Peretz, M. and R. Bromme (Eds.), *The nature of time in school* (pp. 3-35). New York: Teachers College Press.
 - Berliner, D. C., Fisher, C. W., Filby, N., Marliave, R. (1978). *Executive summary of Beginning Teacher Evaluation Study*. San Francisco: Far West Regional Laboratory for Educational Research and Development.
 - Bertling, J., R. Roberts (2011). *Student questionnaire (Opportunity to learn): Field Trial analyses*. Paper presented at the QEG Meeting, Melbourne (QEG (1109)1b), Australia, 26-28 September 2011.
 - Bieber, T. (2010). Playing the Multilevel Game in Education – The PISA Study and the Bologna Process triggering Swiss Harmonization. In Education Policy. In Martens, K. and A. Nagel, M. Windzio, A. Weymann, (Eds.), *Transformation of Education Policy*. Palgrave. Basingstoke, Reino Unido.
 - Bietenbeck, J. (2014). Teaching Practices and Cognitive Skills. *Labour Economics*, vol. 30, issue C, 143–153.
 - Blanchard, M.R. et al. (2010). Is inquiry possible in light of accountability? A quantitative comparison of the relative effectiveness of guided inquiry and verification laboratory instruction, *Science Education*, Vol. 94/4, pp. 577–616.
 - Blum, W. (1985). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion. *Mathematische Semesterberichte* 32, 195–232.
 - Blum, W. Niss, M. (1989). Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects in Blum, W. and M. Niss, I. Huntley, (Eds.), *Modelling and Applications and Applied Problem Solving Applications*. Ellis Horwood, 1–21. Chichester, Reino Unido.
 - Blum, W. (1991). Applications and Modelling in Mathematics Teaching - A Review of Arguments and Instructional Aspects in Niss, M. and W. Blum, I. Huntley, (Eds.), *Teaching of Mathematical Modelling and Applications*. Ellis Horwood, 10–29. Chichester, Reino Unido.
 - Blum, W. Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - State, trends and issues in mathematics instruction. En *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37–68. Recuperado de <https://kobra.uni-kassel.de/bitstream/handle/123456789/2009061728266/BlumApplied1991.pdf?sequence=1>
 - Blum, W. et al. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education - Discussion document. *Educational Studies in Mathematics* 51, 149–171. Recuperado de <https://doi.org/10.1023/A:1022435827400>
 - Blum, W. Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example “Filling up”. In Haines et al. (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 222–231). Horwood Publishing. Chichester, Reino Unido.

-
- Borasi, R., Fonzi, J., Smith, C., Rose, B. (1999). Beginning the Process of Rethinking Mathematics Instruction: a Professional Development Program. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 2, (1), 49–78.
 - Borg, W. R. (1980). Time and school learning. In Denham, C. and A. Lieberman (Eds.), *Time to learn* (pp. 33–72). Washington, DC: National Institute of Education.
 - Breakspear, S. (2012). The policy impact of PISA: An exploration of the normative effects of international benchmarking in school system Performance. *OECD Education Working Papers*, No. 71. OECD Publishing. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/5k9fdqffr28-en>
 - Burstein, L. (1993). Prologue: Studying learning, growth, and instruction cross-nationally: Lessons learned about why and why not engage in cross-national studies. In L. Burstein (Ed.), *The IEA Study of Mathematics III: student growth and classroom processes*. New York: Pergamon Press.
 - Carroll, J.B. (1963). A model of school learning. *Teachers College Record*, 64(8), pp. 723–733.
 - Carroll, J. B. (1989). The Carroll model: A 25-year retrospective and prospective view. *Educational Researcher*, 18(1), 26–31.
 - Chetty, R., Friedman, J.N., Rockoff, J. (2012). Measuring the Impact of Teachers I: Evaluating Bias in Teacher Value-Added Estimates. *American Economic Review* 104 (9), pp. 2593-2632.
 - Cheung, D. (2007). Facilitating chemistry teachers to implement inquiry-based laboratory work. *International Journal of Science and Mathematics Education*, National Taiwan Normal University Vol. 6/1, pp. 107–130. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10763-007-9102-y>
 - Cleveland, W.S. (1979). Robust Locally Weighted Regression and Smoothing Scatterplots. *Journal of the American Statistical Association* 74 (368): 829-836. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/414e/5d1f5a75e2327d99b5bbb93f2e4e241c5acc.pdf>
 - Clotfelter, C. T., Ladd, H. F., Vigdor, J. L. (2006). *Teacher-student matching and the assessment of teacher effectiveness*. NBER Working Paper No. 11936. Cambridge. Recuperado de: <https://www.nber.org/papers/w11936.pdf>
 - Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts: Report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in schools under the chairmanship of Dr W H Cockcroft*. London: Her Majesty's Stationery Office (or HMSO).
 - Cogan, L. S., Schmidt, W. (2015). The concept of opportunity to learn (OTL) in international comparisons of education. En Stacey K. y Turner R. (Eds.), *Assessing Mathematical Literacy*. Springer International Publishing. Suiza.
 - Coleman, J. S., Campbell, E. Q., Hobson, C. F., McPartland, A. M., Mood, A. M., Weinfield, F. D., York, R. L. (1966). *Equality of educational opportunity*. U.S. Government Printing Office. Washington, EE.UU.
 - Connell, W. F. (1980). *A History of Education in the Twentieth Century World*. Teachers College Press. Nueva York, EE.UU.

-
- Connor, C. M., Morrison, F. J., Fishman, B. J., Ponitz, C. C., Glasney, S., Underwood, P. S., et al. (2009). The ISI classroom observation system: Examining the literacy instruction provided to individual students. *Educational Researcher*, 38(2), 85–99.
 - Council of European Union (2009). *Council conclusions of 12 May 2009 on a strategic framework for European cooperation in education and training ('ET 2020')*. Official Journal of the European Union. 28.5.2009. Recuperado de [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=CELEX:52009XG0528\(01\)&from=ES](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=CELEX:52009XG0528(01)&from=ES)
 - Creemers, B.P.M., Kyriakides, L. (2008). *The Dynamics of Educational Effectiveness: A Contribution to Policy, Practice and Theory in Contemporary Schools*. Routledge, Reino Unido.
 - Dobbins, M. (2010). Education Policy in New Zealand – Successfully Navigating the International Market for Education. En Martens, K. y A. Nagel, M. Windzio, A. Weymann, (Eds.), *Transformation of Education Policy*. Palgrave. Basingstoke. Reino Unido.
 - Driver, R. (1995). Constructivist approaches to science teaching. En Steffe, L. P. y J. Gale (Eds.), *Constructivism in education* (385–400). Lawrence Erlbaum. Hillsdale, NJ.
 - Dumay, X., Dupriez, V. (2007). Accounting for class effect using the TIMSS 2003 eighth-grade database: Net effect of group composition, net effect of class process, and joint effect. *School Effectiveness and School Improvement*. Vol. 18/4, pp. 383-408. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/09243450601146371>
 - Duschl, R. A. (2008). Science education in three-part harmony: Balancing conceptual, epistemic, and social learning goals. *Review of Research in Education*, 32, 268–291. DOI: [10.3102/0091732X07309371](https://doi.org/10.3102/0091732X07309371)
 - Egelund, N. (2008). The value of international comparative studies of achievement - a Danish perspective. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice*, 15(3), 245–251.
 - Elliott, S.N.; Bartlett, B.J. (2016). *Opportunity to Learn*. DOI: [10.1093/oxfordhb/9780199935291.013.70](https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199935291.013.70)
 - Ermeling, B.A. (2010). Tracing the effects of teacher inquiry on classroom practice. *Teaching and Teacher Education*, vol., 26(3), 377–388. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tate.2009.02.019>
 - Ertl, H. (2006). Educational standards and the changing discourse on education: the reception and consequences of the PISA study in Germany. *Oxford Review of Education*, 32(5), 619–634.
 - European Parliament (2006). *Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning*. Official Journal of the European Union 30/12/2006. Recuperado de <https://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:en:PDF>
 - European Union (2018). *Education and Training. Monitor 2018*. DOI: [10.2766/28521_NC-AJ-18-001-EN-N](https://doi.org/10.2766/28521_NC-AJ-18-001-EN-N).
 - Eurydice (2012). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Centro Nacional de Innovación e

-
- Investigación Educativa (CNIIE). Recuperado de https://sede.educacion.gob.es/publiventa/descarga.action?f_codigo_agc=15530_19
- Falk, B. (2002). Standards-based reforms: Problems and possibilities. *Phi Delta Kappan*, 83(8), 612.
 - Fernández - Cano, Antonio (2016). A Methodological Critique of the PISA Evaluations. *RELIEVE* 22(1), art. M15. Recuperado de https://www.uv.es/RELIEVE/v22n1/RELIEVEv22n1_M15eng.pdf
 - Fisher, C. W., Berliner, D. C., Filby, N. N., Marliave, R., Cahn, L. S., Dishaw, M. M. (1980). Teaching behaviors, academic learning time, and student achievement: An overview. En Denham, C. y A. Lieberman (Eds.), *Time to learn* (pp. 7-32). Department of Health, Education, and Welfare, National Institute of Education. Washington, DC: U.S.
 - Floden, R. E. (2002). The measurement of opportunity to learn. En Porter, A. y A. Gamoran (Eds.), *Methodological Advances in Cross-National Surveys of Educational Achievement*. National Academy Press. Washington D.C. Recuperado de <https://www.nap.edu/catalog/10322/methodological-advances-in-cross-national-surveys-of-educational-achievement>
 - Flores, A. (2007). Examining Disparities in Mathematics Education: Achievement Gap or Opportunity Gap?" *The High School Journal*. vol 91 nº1, 2007, pp 29–42. Project MUSE. DOI:10.1353/hsj.2007.0022
 - Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Reidel, Dordrecht.
 - Fullan M., S. Stiegelbauer (1991). *The New Meaning of Educational Change*, 2nd ed., Teachers College Press, New York.
 - Fullan, M. (1992). *Successful School Improvement: The Implementation Perspective and Beyond*. ERIC Number: ED377593. Open University Press, Bristol, Reino Unido.
 - Furtak, E.M., Seidel, T., Iverson, H. y Bridggs, D. (2012). Recent experimental studies of inquiry-based teaching: A meta-analysis and review. *Review of Educational Research*, vol., 82(3), 300–329.
 - Gallet, C. (1998). Problem-solving teaching in the chemistry laboratory: Leaving the cooks... *Journal of Chemical Education*, Vol. 75/1, p. 72. DOI: <http://dx.doi.org/10.1021/ed075p72>
 - Gamoran, A., Long, D. A. (2007). Equality of educational opportunity: a 40 year retrospective. En Teese, R. y S. Lamb, M. Duru-Bellat, Helme S. (Eds.), *International studies in educational inequality, theory and policy* (pp. 23–46). Springer. Dordrecht, Países Bajos.
 - Getzels, J., Lipham, J., Campbell, R. (1968). *Educational Administration as a Social Process*. Harper and Row. New York.
 - Gibb, N. (2017). *The evidence in favour of teacher-led instruction*. Editorial: Teaching and school leadership. GOV.UK. Recuperado de <https://www.gov.uk/government/speeches/nick-gibb-the-evidence-in-favour-of-teacher-led-instruction>

-
- Gamoran, A., Porter, A.C., Smithson, J., White, P.A. (1997). Upgrading high school mathematics instruction: Improving learning opportunities for low-achieving, low-income youth. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, Vol. 19/4, pp. 325–38. DOI: <http://dx.doi.org/doi:10.3102/01623737019004325>.
 - Gillies, J., Quijada, J.J. (2008). *Opportunity to learn: A high impact strategy for improving educational outcomes in developing countries*. Working Paper, Washington, EE.UU. Recuperado de <https://eric.ed.gov/?id=ED505686>
 - Glaser, R. (1991). The maturing of the relationship between the science of learning and cognition and educational practice. *Learning and Instruction*, 1, 129–144.
 - Goldin, G.A. (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. En L.D. English (ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2nd ed.), pp. 176–201. Routledge, New York, NY.
 - Grek, S. (2009). Governing by numbers: the PISA effect in Europe. *Journal of Education Policy*, 24(1), 23–37.
 - Guiton, G., Oakes, J. (1995). *Opportunity to learn and conceptions of educational equality*. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17(3), 323–336. DOI: <https://doi.org/10.3102/01623737017003323>
 - Hackett, G., Betz, N.E. (1995). Self-efficacy and career choice and development, en J.E. Maddux (ed.), *Self-Efficacy, Adaptation, and Adjustment*, pp. 249–280. Springer. EE.UU.
 - Hanberger, A. (2014). What PISA Intends to and Can Possibly Achieve: A Critical Programme Theory Analysis. *European Educational Research Journal*, vol., nº13 (2), 167–180. DOI: <http://dx.doi.org/10.2304/eeerj.2014.13.2.167>
 - Hansen, K.Y; Strietholt, R. (2018). *Does schooling actually perpetuate educational inequality in mathematics performance? A validity question on the measures of opportunity to learn in PISA*. *ZDM* 50 (4): 643–658. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0935-3>
 - Hattie, J.A.C., Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, Vol. 77/1, pp. 81-112. DOI: [10.3102/00346543029848](https://doi.org/10.3102/00346543029848)
 - Hattie, J.A.C. (2009). Visible learning: A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement. *International Review of Education*, vol., nº 57, 219–211. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11159-011-9198-8>
 - Hayes, J. R. (1981). *The complete problem solver*. Philadelphia, PA: Franklin Press Institute.
 - Hayes-Roth, B., Hayes-Roth, F. (1979). A cognitive model of planning. *Cognitive Science*, 3, 275–310.
 - Heckman J.J., Stixrud, J., Urzua S. (2006). The effects of cognitive and no cognitive abilities on labor market outcomes and social behaviour. *Journal of Labor Economics*, Vol 24/3, p. 411–482. Recuperado de <https://www.nber.org/papers/w12006>
 - Henderson, K. B., Pingry, R. E. (1953). Problem solving in mathematics. In H. F. Fehr (Ed.), *The learning of mathematics: Its theory and practice* (pp. 228–270). Washington, DC: National Council of Teachers of Mathematics.

-
- Herman, J. L., Klein, D. C. D. (1996). Assessing equity in alternative assessment: An illustration of opportunity-to-learn issues. *Journal of Educational Research*, 89, 246-256.
 - Herman, J. L., Klein, D. C. D., Heath, T. M., Wakai, S. T. (1995). *A first look: Are claims for alternative assessment holding up?* (CSE Tech. Rep. No. 391). University of California, National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing. Los Angeles, EE.UU.
 - Herman, J. L., Klein, D. C. D., Abedi, J. (2000). Assessing students' opportunity to learn: Teacher and student perspectives. *Educational Measurement Issues and Practice*, 19(4), 16–24.
 - Hirsch, E.D. (2001). *Why Core Knowledge Promotes Social Justice*. Core Knowledge Foundation. Recuperado de <https://www.coreknowledge.org/wp-content/uploads/2017/01/EDH-why-core-knowledge-promotes-social-justice.pdf>
 - Hodson, D. (1993). Re-thinking old ways: Towards a more critical approach to practical work in school science. *Studies in Science Education*, Vol. 22, pp. 85–142. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/03057269308560022>
 - Hofstein, A., Lunetta, V.A. (2004). The laboratory in science education: Foundations for the twenty-first century. *Sciences Education*, 88(1), 28-54. DOI: [10.1002/sce.10106](https://doi.org/10.1002/sce.10106)
 - Hopkins, D; Pennock, D; Ritzen, J; Ahtaridou, E; Zimmer, K. (2008). *External Evaluation of the Policy Impact of PISA*. OECD doc. EDU/PISA/GB(2008)35/REV1. OECD. Paris, Francia. Recuperado de [http://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=EDU/PISA/GB\(2008\)35/REV1&docLanguage=En](http://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=EDU/PISA/GB(2008)35/REV1&docLanguage=En)
 - Husén, T. (1967). *International study of achievement in mathematics: A comparison of twelve countries*, Vol. 2, Ed. Wiley. Nueva York, EE.UU.
 - INECSE – Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (2004a). *Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto PISA 2000*. Madrid. Recuperado de <http://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:61577946-59a8-4afa-9d55-07a5a0e07b9b/aproxupisa2000.pdf>
 - INECSE – Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (2004b). *Marcos teóricos de PISA 2003: la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y resolución de problemas*. OCDE — Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/39732603.pdf>
 - INECSE – Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (2005). *PISA 2003. Pruebas de matemáticas y de solución de problemas*. Madrid. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/dctm/ievaluacion/internacional/pisa2003liberados.pdf?documentId=0901e72b801106c6>
 - INEE – Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2013). *Estímulos PISA de Matemáticas liberados. Aplicación como recurso didáctico en la ESO*. Madrid. Recuperado de <http://educalab.es/documents/10180/414804/RE1.pdf/b838f33b-ca10-44a9-a03d-7803ba34ba70>
 - Jiang, F., McComas, W, F. (2015). The Effects of Inquiry Teaching on Student Science Achievement and Attitudes: Evidence from Propensity Score Analysis of PISA Data.

International Journal of Science Education, vol., nº 37(3), 554–576. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/09500693.2014.1000426>

- Keys, W. (1997). What do international comparisons really tell us? *International Electronic Journal for Leadership in Learning*. 1 (4).
- Kirschner, P. A., Sweller, J., Clark, R.E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry–Based Teaching. *Educational Psychologist*, vol., nº 41(2), 75–86. Recuperado de [www.cogtech.usc.edu/publications/kirschner Sweller Clark.pdf](http://www.cogtech.usc.edu/publications/kirschner_Sweller_Clark.pdf)
- Klahr, D., Nigam, M. (2004). The equivalence of learning paths in early science instruction: Effects of direct instruction and discovery learning. *Psychological science*, 15(10), 661–667.
- Klenowski, V., Wyatt-Smith, C. (2012). The impact of high stakes testing: The Australian story. *Assessment in education: Principles, policy and practice*, 19(1), 65–79.
- Knodel, P; Walkenhorst, H. (2010). What's England got to do with it? British Underestimation of International Initiatives in Education Policy. In Martens, K. and A. Nagel, M. Windzio, A. Weymann, (Eds.), *Transformation of Education Policy*. Basingstoke: Palgrave.
- Kobarg, M. et al. (2011). *An International Comparison of Science Teaching and Learning: Further Results from PISA 2006*, Waxmann, Münster.
- Kreiner, S., Christensen, K. B. (2014). Analyses of model fit and robustness. A new look at the PISA scaling model underlying ranking of countries according to reading literacy. *Psychometrika*, 79(2), 210–231. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11336-013-9347-z>
- Kurz, A. (2011). Access to what should be taught and will be testes: Students' opportunity to learn the intended curriculum. En Elliot, S. N. y R.J. Dettler, P.A. Beddow, A. Kurz (Eds.), *The handbook of accessible achievement test for all students: Bridging the gaps between research, practice, and policy*. Ed. Springer. Nueva York, EE.UU.
- Kurz, A., Elliott, S. N. (2012). *MyILOGS: My instructional learning opportunities guidance system*. Tempe, AZ: Arizona State University.
- Kurz, A., Elliott, S. N., Kettler, R. J., Yel.N (2014). Assessing students' opportunity to learn the intended curriculum using an online teacher log: Initial validity evidence. *Educational Assessment*, 19, 159–184. DOI: <https://doi.org/10.1080/10627197.2014.934606>
- Kyllonen, P., P. Lietz and R. Roberts (2010). *Cross-cultural comparative questionnaire issues*. Paper prepared for the PISA 2012 Questionnaire Expert Group (QEG) meeting, Hong Kong, 25–27 February 2010.
- Kyllonen, P. C., Bertling, J. P. (2014). Innovative questionnaire assessment methods to increase cross-country comparability. In Rutkowski, L. and M. von Davier, D. Rutkowski (Eds.), *Handbook of international large-scale assessment: Background, technical issues, and methods of data analysis* (pp. 277–286). CRC Press. Boca Raton, EE.UU.
- Lafontaine, D.; Baye, A.; Vieluf, S.; Monseur, C. (2015). Equity in opportunity-to-learn and achievement in reading: A secondary analysis of PISA 2009 data. *Studies in Educational*

-
- Evaluation* 47 (2015) 1–11. Recuperado de https://orbi.uliege.be/bitstream/2268/190514/1/JSSE_Lafontaine%26al.pdf
- Larkin, J. H., McDermott, J., Simon, D. P., Simon, H. A. (1980). Models of competence in solving physics problems. *Cognitive Science*, 4, 317–345.
 - Lavy, V. (2011). *What Makes an Effective Teacher? Quasi-Experimental Evidence*, NBER Working Paper 16885.
 - Le Donné, N., P. Fraser and G. Bousquet (2016). Teaching Strategies for Instructional Quality: Insights from the TALIS-PISA Link Data, *OECD Education Working Papers*, No. 148, OECD Publishing, Paris. DOI: <https://doi.org/10.1787/5jln1hlsr0lr-en>.
 - Lee, J. K. (2004). Evaluating the effectiveness of instructional resource allocation and use: IRT and HLM analysis of NAEP teacher survey and student assessment data. *Studies in Educational Evaluation*, 30, 175–199.
 - Lester, F. K., Jr. (1980). Problem solving: Is it a problem? En M. M. Lindquist (Ed.), *Selected issues in mathematics education* (pp. 29–45). Ed. McCutchan. Berkeley, EE.UU.
 - Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo de 2006, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 4 de mayo de 2006, núm. 106. Referencia: BOE-A-2006-7899.
 - Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 10 de diciembre de 2013, núm. 295. Referencia: BOE-A-2013-12886.
 - Luyten, H. (2017). Predictive power of OTL measures in TIMSS and PISA. En J. Scheerens (Ed.) *Opportunity to learn, curriculum alignment and test preparation* (pp. 103 – 119). New York: Springer International.
 - Maass, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285–311.
 - McDonnell, L. M. (1995). Opportunity to learn as research concept and a policy instrument. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17(3), 305–322.
 - Martens, K., Nagel, A., Windzio, M., Weymann, A. (Eds) (2010). *Transformation of Education Policy*. Ed. Palgrave. Basingstoke, R.U.
 - Martínez Carazo, P.C. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento y Gestión*, núm. 20, pp. 165–193. ISSN 1657-6276. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/646/64602005.pdf>
 - Marzano, R. (2003). *What Works in Schools: Translating Research into Action*. Association for Supervision and Curriculum Development. Virginia, EE.UU.
 - Masters, G.N. (1982): A rasch model for partial credit scoring. *Psychometrika* 47: 149. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02296272>
 - Mayer, R. (2008). Applying the Science of Learning: Evidence-Based Principles for the Design of Multimedia Instruction. *American Psychologist* 63(8):760–9.
 - MECD (2012). *TIMSS 2011. Marcos de la evaluación*. Catálogo de publicaciones del Ministerio: mecd.gob.es. Recuperado de:

- <http://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:a48d84e3-2cc9-4767-8bd8-7511e4c0aafa/inee-timss-2011--marcos-de-la-evaluacion0.pdf>
- MECD (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012. Matemáticas, Lectura y Ciencias*. Recuperado de <http://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:bd2b663e-df58-4a53-9666-3bcd7d1cf05b/marcopisa2012.pdf>
 - MECD (2016). *PISA 2015. Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Informe español*. Madrid. Recuperado de <http://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:e4224d22-f7ac-41ff-a0cf-876ee5d9114f/pisa2015preliminarok.pdf>
 - MECD (2015). *Pisa in Focus*, 56, Recuperado de <http://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:d3b9c2ba-0088-499b-b7b6-3205e34e6cbf/pisa-in-focus-n56esp.pdf>
 - MECD (2016). *TIMSS 2015. Marcos de la evaluación*. Catálogo de publicaciones del Ministerio: mecd.gob.es. Recuperado de: http://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:50eb17ec-6b2f-406a-9ecb-25d9957c385f/timss2015_web_espanol.pdf
 - Méndez, I. (2015). *Prácticas Docentes y Rendimiento Estudiantil: Evidencia a partir de PISA 2012 y TALIS 2013*. Fundación Santillana, Gobierno de La Rioja e Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
 - Merton, R. K. (1968). *Social Theory and Social Structure*. Free Press. Nueva York. Recuperado de https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4250035/mod_folder/content/0/Textos/Merton%2C%20Social%20Theory%20and%20Social%20Structure.pdf?forcedownload=1
 - Miller, R., Murnane, R. J., Willett, J. B. (2007). *Do teacher absences impact student achievement? Longitudinal evidence from one urban school district*. NBER Working Paper Number No.W13356. Cambridge. Recuperado de: <https://www.nctq.org/nctq/research/1190910822841.pdf>
 - Minner, D.D., Levy, A.J., Century, J. (2010). Inquiry-bases science instruction - what is it and does it matter? Results from a research synthesis years 1984 to 2002. *Journal of Research in Science Teaching*. Vol., nº 47 (4), 474–496. DOI: [10.1002/tea.20347](https://doi.org/10.1002/tea.20347).
 - Mo, Y., Singh, K., Chang, M. (2013). Opportunity to learn and student engagement: a HLM study on eighth grade science achievement. *Educational Research Policy Practice*, 12, 3–19. DOI: [10.1007/s10671-011-9126-5](https://doi.org/10.1007/s10671-011-9126-5)
 - Mullis, I.V. et al. (2012). *TIMSS 2011 Encyclopedia: Education Policy and Curriculum in Mathematics and Science, Volume 1*, AK, International Association for the Evaluation of Educational Achievement, Amsterdam, Países Bajos.
 - Muthén, B., Huag, L., Jo, B., Khoo, S., Goff, G. N., Novak, J. R., Shih, J. C. (1995). Opportunity-to-learn effects on achievement: Analytical aspects. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17(3), 371–403.
 - National Research Council (1996). *National Science Education Standards*. Washington, DC: National Academy Press. Recuperado de <https://www.nap.edu/catalog/4962/national-science-education-standards>

-
- Newell, A., Simon, H. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
 - Niemann, D. (2010). Turn of the tide new horizons in German education policy: Making through IO influence. In Education Policy. En Martens, K. y A. Nagel, M. Windzio, A. Weymann, (Eds.), *Transformation of Education Policy*. Ed. Palgrave. Basingstoke, Reino Unido.
 - Niss, M., Jensen, T. H. (2002). Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark. *Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie*, n.º 18, Ministerio de Educación, Copenhague. Recuperado de <http://static.uvm.dk/Publikationer/2002/kom/hel.pdf>
 - Niss, M. (2003). Mathematical Competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project, en Gagatsis A. and S. Papastavridis (eds.), *3.ª Conferencia Mediterránea sobre la Enseñanza de las Matemáticas, la Sociedad Matemática Helénica y la Sociedad Matemática de Chipre*, Atenas, pp. 115–124. Recuperado de: <http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1112/docs/KOMkompetenser.pdf>
 - Niss, M. y T. Højgaard (eds.) (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Ministerio de Educación, Informe n.º 485, Universidad de Roskilde, Roskilde. https://pure.au.dk/portal/files/41669781/THJ11_MN_KOM_in_english.pdf.
 - OECD (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills: A New Framework for Assessment*. París. Recuperado de <http://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:a40e87d2-cf45-4cce-814f-66bb353a22b9/33693997.pdf>
 - OECD (2002). *PISA 2000 Technical Report*. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/33688233.pdf>
 - OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework – Mathematics, reading, science, and problem solving knowledge and skills*. PISA, OECD Publishing. París.
 - OECD (2004a). *Reviews of National policies for education: Denmark - Lessons from PISA 2000*. OECD. París.
 - OECD (2004b). *Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003*. OECD. París. Recuperado de <http://www.oecd.org/education/school/programmeforinternationalstudentassessment/pisa/34002216.pdf>
 - OECD (2005). *PISA 2003 Technical Report*. Recuperado de: <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2003technicalreport.htm>
 - OCDE (2006a). *PISA 2006. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>
 - OECD (2006b). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy. A framework for PISA 2006*. Recuperado de <https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/9789264026407-en>

-
- OECD (2006c). *Student questionnaire for PISA 2006, Main study*. Programme for International Student Assessment 2006. Recuperado de www.umac.mo/fed/pisa/06_stu/StdQ_MS06_EN.pdf
 - OECD (2007). *PISA 2006 Science Competencies for Tomorrow's World: Volume 1: Analysis*. OECD Publishing, París. Recuperado de http://www.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2006_9789264040014-en
 - OECD (2009a). *PISA 2006. Technical Report*. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/data/42025182.pdf>
 - OECD (2009b). *PISA 2009. Assessment Framework. Key competencies in reading, mathematics and science*. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/44455820.pdf>
 - OECD (2010). *PISA 2009 Results: Learning to Learn – Student Engagement, Strategies and Practices (Volume III)* DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264083943-en>
 - OECD (2012). *PISA 2009 Technical Report*, PISA, OECD Publishing. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264167872-en>
 - OECD (2013a). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>
 - OECD (2013b). *PISA 2015 Draft Mathematics Framework*. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Mathematics%20Framework%20.pdf>
 - OECD (2013c). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)*, PISA, OECD Publishing. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264201118-en>
 - OECD (2013d). *PISA 2012 Results: Ready to Learn – Students' Engagement, Drive and Self-Beliefs (Volume III)*, PISA, OECD Publishing. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264201170-en>
 - OECD (2014). *PISA 2012 Technical Report Programme*. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA-2012-technical-report-final.pdf>
 - OECD (2016a). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*, PISA, OECD Publishing, París. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264255425-en>. Su revisión en OECD (2017b)
 - OECD (2016b). *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All*, PISA, OECD Publishing, París. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264258495-en>.
 - OECD (2016c). *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education*. PISA, OECD Publishing, París. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264266490-en>
 - OECD (2016d). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*, PISA, OECD Publishing, París. Traducción INEE. Recuperado de https://www.educacionyfp.gob.es/inee/dam/jcr:61dd106f-9ec1-4bc6-95ad-177f1848096e/PISA2015_Marcos%20ESP.pdf

-
- OECD (2016e). *PISA 2015 Results (Volume II). Policies and Practices for Successful Schools*. OECD Publishing, París. Recuperado de http://www.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2015-results-volume-ii_9789264267510-en
 - OECD (2016f). *Ten Questions for Mathematics Teachers ... and how PISA can help answer them*, PISA, OECD Publishing, París. D.O.I: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264265387-en>.
 - OECD (2017a). *PISA for Development Assessment and Analytical Framework: Reading, Mathematics and Science*, Preliminary Version, OECD Publishing, París. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-for-development/PISA-D-Assessment-and-Analytical-Framework-Ebook.pdf>
 - OECD (2017b). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving*, revised edition, PISA, OECD Publishing, Paris. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264281820-en>
 - OECD (2017c). *PISA 2015 Technical Report*. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/sitedocument/PISA-2015-technical-report-final.pdf>
 - OECD (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*, PISA, OECD Publishing, Paris. DOI: <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
 - Official Journal of the European Union (2009). Council Conclusions of 12 May 2009 on a strategic framework for European cooperation in education and training (ET 2020) (2009/C 119 de 28.5.2009).
 - Osborne, J. (2012). The role of argument: Learning how to learn in school science, in B.J. Fraser, K. Tobin and C. McRobbie (eds.), *Second International Handbook of Science Education*, Springer International Handbooks of Education, Springer, Dordrecht, Vol. 24, pp. 933–949. DOI: [10.1007/978-1-4020-9041-7_62](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9041-7_62)
 - Pollak, H. (1979). The interaction between mathematics and other school subjects. In UNESCO (ed.), *New Trends in Mathematics Teaching IV*. Paris: UNESCO, 232–248. Recuperado de <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000124827>
 - Polya, G. (1945). *How to solve it?*. Princeton, NJ: Princeton University Press. Recuperado de <https://math.hawaii.edu/home/pdf/putnam/PolyaHowToSolveIt.pdf>
 - Ponte, J. P., Canavarro, A. P. (1994). A Resolução de Problemas nas Concepções e Práticas de Professores. In D. Fernandes, A. Borralho, G. Amaro (Ed.), *Resolução de Problemas: Processos Cognitivos, Concepções de Professores e Desenvolvimento Curricular* (pp. 197–211). Lisboa: IIE. Recuperado de [http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte,%20MQ,%20JMP,%20MB%20Quadrante%2024\(2\)%202015.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte,%20MQ,%20JMP,%20MB%20Quadrante%2024(2)%202015.pdf)
 - Porter, A. C. (1995). The uses and misuses of opportunity-to-learn standards. *Educational Researcher*, 24(1), 21–27.
 - Porter, A. C. (2002). Measuring the content of instruction: Uses in research and practice. *Educational Researcher*, 31 (7), 3–14.
 - Porter, A.C., Gamoran, A. (2003) Progress and challenges for large-scale studies. In Porter, A. C. and A. Gamoran, (Eds.) *Methodological Advantages in cross-National Surveys of*

-
- Educational Achievements*. National Research Council, National Academy Press, Washington, DC.
- Prenzel, Seidel, and Kobarg, (2012). Science teaching and learning: An international comparative perspective. En Fraser, B.J. et al. (Ed.), *Second International Handbook of Science Education*. Springer International Handbooks of Education. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/256654505_Science_Teaching_and_Learning_An_International_Comparative_Perspective
 - Prozesky, D.R. (2000). Teaching and learning. *Community Eye Health* 13(34):30–1.
 - Psifidou, I. (2009). Innovation in school curriculum: the shift to learning outcomes. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1, pp. 2436–2440.
 - Pullin, D. C., Haertel, E.H. (2008). Assessment through the lens of “Opportunity to Learn”. In Moss P.A. and D.C. Pulin, J.P. Gee, E.H. Haertel (Eds.), *Assessment, equity, and opportunity to learn* (pp. 17–41). Cambridge University Press. Nueva York, EE.UU.
 - R Core Team (2019). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Recuperado de <https://www.R-project.org/>
 - Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 5 de enero de 2007, núm. 5. Referencia: BOE-A-2007-238. Recuperado de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2007/BOE-A-2007-238-consolidado.pdf>
 - Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 3 de enero de 2015, núm. 3. Referencia: BOE-A-2015-37. Recuperado de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2015/BOE-A-2015-37-consolidado.pdf>
 - Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., Smith, N. L., Suydam, M. N. (2004). *Helping children learn mathematics* (7th ed.). Ed. Hoboken. Nueva York, EE.UU.
 - Robitaille, D.F., Schmidt, W.H., Raizen, S.A., McKnight, C.C., Britton, E., Nicol, C. (1993). *TIMSS Monograph No. 1: Curriculum Frameworks for Mathematics and Science*. Vancouver, Canada: Pacific Educational Press.
 - Robitaille, D.F., Robeck, E. C. (1996). The character and the context of TIMSS. In Robitaille, D. F. and Garden, (Eds.) *Research questions and study design* (TIMSS Monograph nº2). Vancouver: Pacific Education Press.
 - Robitzsch, A., Kiefer, T., Wu, M. (2019). *TAM: Test analysis modules*. R package version 3.1-45. Recuperado de <https://CRAN.R-project.org/package=TAM>
 - Rowan, B., Correnti, R. (2009). Studying reading instruction with teacher logs: lessons from the study of instructional improvement. *Educational Researcher*, 38, 120. DOI: <https://doi.org/10.3102/0013189X09332375>
 - Rowan, B., Camburn, E., Correnti, R. (2004). Using teacher logs to measure the enacted curriculum: A study of literacy teaching in third-grade classrooms. *Elementary School Journal*, 105(1), 75–101.

-
- Rowan, B., Correnti, R., Miller R. (2002). What large-scale survey research tells us about teacher effects on student achievement: Insights from the prospects study of elementary schools. *The Teachers College Record*, Vol. 104/8, pp. 1525–1567.
 - Rowan, B., Harrison, D. M., Hayes, A. (2004). Using instructional logs to study mathematics curriculum and teaching in the early grades. *Elementary School Journal*, 105(1), 103–127.
 - Scheerens, J., Bosker, R. J. (1997). The foundations of educational effectiveness, *International Review of Education*, Vol. 45/1, p. 113-120. DOI: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1003534107087>
 - Scherff, L., Piazza C.L. (2009). Why now more than ever, we need to talk about opportunity to learn. *Journal of Adolescent and Adult Literacy*, Vol. 52/4, pp. 343–352. Recuperado de <https://www.jstor.org/stable/40058135>
 - Schmidt, W. H. and McKnight, C. C. (1995) Surveying educational opportunity in mathematics and science: an international perspective. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17(3), 337–353.
 - Schmidt, W.H., McKnight, C.C., Valverde, G.A., Houang, R.T., Wiley, D.E. (1997). *Many Visions, Many Aims: A Cross-National Investigation of Curricular Intentions in School Mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
 - Schmidt, W.H., McKnight, C.C., Houang, R.T., Wang, H.C., Wiley, D.E., Cogan, L.S., Wolfe, R.G. (2001). *Why Schools Matter: A Cross-National Comparison of Curriculum and Learning*. Jossey Bass, San Francisco, California.
 - Schmidt, W., Maier, A. (2009). Opportunity to learn. En Sykes G. y B. L. Schneider, D. N. Plank, and T. G. Ford, (Eds.), *Handbook of Education Policy Research* (pp. 541–559). Ed. Routledge. Nueva York, EE.UU.
 - Schmidt, W.H., Cogan, L.S., Houang, R.T., McKnight, C.C. (2011). Content coverage differences across districts/states: A persisting challenge for U.S. education policy. *American Journal of Education*. Vol. 117/3, pp. 399-427. DOI: <http://dx.doi.org/10.1086/659213>
 - Schmidt, W., Zoido, P., and Cogan, L. (2014). Schooling matters: Opportunity to learn in PISA 2012. *OECD Education Working Papers*, 95, OECD Publishing. Paris. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/5k3v0hldmchl-en>
 - Schmidt, W. H., Burroughs, N. A., Zoido, P., Houang, R. T. (2015). The role of schooling in perpetuating educational inequality: An international perspective. *Educational Researcher*, 44(7), 371–386. DOI: <http://dx.doi.org/10.3102/0013189X15603982>
 - Schoeder, C.M., Scott, T.P., Tolson, H., Huang, T. Y., Lee, Y. (2007). A meta-analysis of national research: Effects of teaching strategies on student achievement in science in the United States. *Journal of Research in Science Teaching*. Vol., nº 44, 1436–1460.
 - Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press, Inc. USA.
 - Schoenfeld, A. (2004). The math wars, *Educational Policy*, Vol. 18/1, pp. 253–286.
 - Schwarzkopf, R. (2007). Elementary modeling in mathematics lessons: The interplay between Real-world, knowledge and mathematics structures. In Blum, W. and P. L.

-
- Galbraith, H.-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 209–216). New York: Springer.
- Steiner, H.G. (1976). Zur Methodik des mathematisierenden Unterrichts. En Dörfler, W. y Fischer, R. (eds.), *Anwendungsorientierte Mathematik in der Sekundarstufe II*, Heyn, Klagenfurt, pp. 211–245.
 - Stevens, F. I. (1993). Applying an opportunity-to-learn conceptual framework to the investigation of teaching practices via secondary analyses of multiple-case study summary data. *Journal of Negro Education*, 62(3), 232–248.
 - Stevens, F. I., Grymes, J. (1993). *Opportunity to learn: Issues of equity for poor and minority students*. Report No: NCES-93-232. Washington, DC: National Center for Education Statistics.
 - Schwarzkopf, R. (2007). Elementary modelling in mathematics lessons: The interplay between "Real-world" knowledge and "Mathematics structures". In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 209–216). New York: Springer.
 - Suter, L.E., Smith, E., Denman, B.D. (2019). *The SAGE Handbook of Comparative Studies in Education*. D.O.I: [10.4135/9781526470379](https://doi.org/10.4135/9781526470379)
 - Takayama, K. (2008). The politics of international league tables: PISA in Japan's achievement crisis debate. *Comparative Education*, 44(4), 387–407.
 - Tornroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn, and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31, 315–327.
 - Turpen, C., Finkelstein, N. (2010). The construction of different classroom norms during Peer Instruction: Students perceive differences. *Physical Review Physics Education Research*, vol., nº 6(2). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.6.020123>
 - UNESCO. (2015). *Declaración de Incheon: Educación 2030: Hacia una Educación Inclusiva y Equitativa de Calidad y un Aprendizaje a lo Largo de la Vida para Todos*. Código del documento ED/WEF2015/MD/3. Recuperado de <http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Santiago/pdf/ESP-Marco-de-Accion-E2030-aprobado.pdf>
 - United Nations. (2016). *Sustainable Development Goals. 17 Goals To Transform Our World*. Recuperado de <http://www.un.org/sustainabledevelopment/education/>
 - Vieluf S., et al. (2012). *Teaching Practices and Pedagogical Innovation: Evidence from TALIS*. OECD Publishing. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264123540-en>
 - Wang, J. (1998). Opportunity to learn: The impacts and policy implications. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 20(3), 137–156.
 - Wenger, E. (1999). *Communities of practice: Learning, meaning, and identity*. Cambridge University Press.
 - Wihardini, D. (2016). *An investigation of the relationship of student performance to their opportunity-to-learn in PISA 2012 mathematics: The case of Indonesia*. Recuperado de <https://cloudfront.escholarship.org/dist/prd/content/qt7jg468vz/qt7jg468vz.pdf?t=otcl78>

-
- Wiley, D. E., Harnischfeger, A. (1974). Explosion of a myth: Quantity of schooling and exposure to instruction, major educational vehicles. *Educational Researcher*, 3(4), 7–12.
 - Wiley, D. E., Yoon, B. (1995). Teacher reports on opportunity to learn: Analyses of the 1993 California Learning Assessment System (CLAS). *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17, 355–370.
 - Wiseman, A. W. (2010). The uses of evidence for educational policymaking: global contexts and international trends. *Review of Research in Education*, 34(1), 1–24.
 - Wolf, R. M. (2004). *The contribution of IEA to research and education*. Paper presented at the 1st IEA International Research Conference (IRC-2004), Lefkosia, Cyprus. Recuperado de https://www.iea.nl/sites/default/files/irc/IRC2004_Wolf.pdf
 - Woolnough, B. E. (1991). Setting the scene, in Woolnough, B. E. (ed.), *Practical Science*, Open University Press, Milton Keynes, pp. 3–9.
 - Yeo, J. B. W. (2017). Development of a framework to characterise the openness of mathematical tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 175-191. DOI:[10.1007/s10763-015-9675-9](https://doi.org/10.1007/s10763-015-9675-9)
 - Ysseldyke, J., Thurlow, M., Shin, H. (1995). *Opportunity to Learn Standards* (Policy Directions No. 4). Minneapolis, MN: National Center on Educational Outcomes.

Índice de abreviaturas

AELC: Asociación europea de libre comercio

ALT: Academic Learning Time

BPC: Board of Participating Countries

BTES: Beginning Teacher Evaluation Study

CBA: Computer-based assessment (de las pruebas PISA)

ESCS: PISA index of Economic, Social and Cultural Status

ESLC: European Survey on Language Competences

ESO: Educación Secundaria Obligatoria

FIMS: First International Mathematics Study

IEA: International Association for the Evaluation of Educational Achievement

ILSA: International Large-Scale Assessment

INEE: Instituto Nacional de Evaluación Educativa

INECSE: Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo

IO: International Organisations

IRT: Item Response Theory

ISCED: International Standard Classification of Education. En castellano CINE: Clasificación Internacional Normalizada de la Educación

MEG: Mathematics Expert Group

MECD: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte

MyiLOGS: My Instructional Learning Opportunity Guidance System

NAEP: National Assessment of Educational Progress in U.S

NCLB: No Child Left Behind

OECD: Organisation for Economic Cooperation and Development

OTL: Opportunity To Learn

PIRLS: Progress in International Reading Literacy Study

PISA: Programme for International Student Assessment

PGB: PISA Governing Board

QEG: Questionnaire Expert Group

SEC: Surveys of Enacted Curriculum

SDT: Signal Detection Theory

SII: Study of Instructional Improvement

TALIS: Teaching and Learning International Survey

TAM: Test Analysis Modules

TIC: Tecnologías de la Información y la Comunicación

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study

UNESCO: United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization

Índice de Tablas

Número de tabla y contenido	Página
<i>Tabla 1:</i> Ejemplificaciones de unidades de evaluación de ANEXO 2	22
<i>Tabla 2:</i> Descripción de la escala de competencia matemática (2003-2009)	23-24
<i>Tabla 3:</i> Relación entre los procesos matemáticos y las capacidades matemáticas fundamentales	25-27
<i>Tabla 4:</i> Situación de la variable OTL en el Marco de los Cuestionarios de PISA 2009	51
<i>Tabla 5:</i> Frecuencia con que leen los estudiantes diferentes tipos de textos. PISA 2009	52
<i>Tabla 6:</i> Frecuencia con que los estudiantes realizan diferentes tipos de tareas. PISA 2009	53
<i>Tabla 7:</i> Taxonomía bidimensional de resultados educativos y factores predictivos de PISA 2012	55
<i>Tabla 8:</i> Pregunta 1 para cubrir aspectos de OTL	57
<i>Tabla 9:</i> Pregunta 2 para cubrir aspectos de OTL	58
<i>Tabla 10:</i> Pregunta 3 para cubrir aspectos de OTL	59
<i>Tabla 11:</i> Pregunta 4 para cubrir aspectos de OTL	59-60
<i>Tabla 12:</i> Pregunta 5 para cubrir aspectos de OTL	60
<i>Tabla 13:</i> Pregunta 6 para cubrir aspectos de OTL	61
<i>Tabla 14:</i> Taxonomía de resultados educativos y factores predictivos. PISA 2012	63
<i>Tabla 15:</i> Comparación de las interpretaciones de OTL en PISA 2012	65-66
<i>Tabla 16:</i> Las dos denominaciones de tareas matemáticas en PISA 2012	67
<i>Tabla 17:</i> Evaluación de tiempo de aprendizaje y pérdida de tiempo de aprendizaje en PISA 2015	69

<i>Tabla 18:</i> Valores asignados, según respuestas a ST62, por FAMCON1NA y FAMCON	79
<i>Tabla 19:</i> Diferencias de valores en FAMCON según el concepto de ST62 al que no se le haya dado respuesta	80
<i>Tabla 20:</i> Correlación entre-países de FAMCONC, FAMCON y FAMCON1NA con MATH, READ y SCIE	85
<i>Tabla 21:</i> Correlación entre-países OECD de FAMCONC, FAMCON y FAMCON1NA con MATH, READ y SCIE	86
<i>Tabla 22:</i> Correlación entre-países de FAMCONC, global y por países OECD	86
<i>Tabla 23:</i> Correlación entre-países NO OECD de FAMCONC, FAMCON y FAMCON1NA con MATH, READ y SCIE	87
<i>Tabla 24:</i> Correlaciones con el rendimiento del índice creado para medir la OTL _{LE}	92
<i>Tabla 25:</i> Pregunta SC15 del cuestionario de contexto de centro. PISA 2012	99-100
<i>Tabla 26:</i> Correlaciones de F1NA con la nota en matemáticas	107
<i>Tabla 27:</i> Correlaciones de F1NA con la nota en matemáticas, según programa lingüístico	107
<i>Tabla 28:</i> Varianza de F1NA global y por aula	109
<i>Tabla 29:</i> Descripción de los niveles de competencia para los ejercicios de matemáticas aplicadas y puras	120-122
<i>Tabla 30:</i> Pregunta ST37 del cuestionario de los estudiantes de PISA 2012	123
<i>Tabla 31:</i> Correlación entre EXPUREM y EXAPPLM	127
<i>Tabla 32:</i> Correlación entre la matemática Pura y Aplicada y el rendimiento en matemáticas	128
<i>Tabla 33:</i> Correlación entre los índices objeto de análisis en la OTL _T	128
<i>Tabla 34:</i> Agrupamientos homogéneos o heterogéneos según respuesta de las direcciones en España. PISA 2012	130
<i>Tabla 35:</i> Ítems sobre la agrupación de los alumnos de 4º de ESO en PISA 2015	131

<i>Tabla 36:</i> Resultados del análisis multinivel para el Rendimiento en Matemáticas (PVMATH)	131
<i>Tabla 37:</i> MATHEF en función de la experiencia en matemática pura y aplicada en clases sin agrupamientos	132
<i>Tabla 38:</i> Relación de la matemática pura y aplicada con matemáticas, lectura y ciencias cuando no hay agrupamiento por capacidad	133
<i>Tabla 39:</i> Comparación entre los resultados del análisis multinivel sobre PVMATH, PVREAD y PVSCIE cuando los estudiantes no están agrupados	134
<i>Tabla 40:</i> Ejemplificación de tareas matemáticas de la misma naturaleza	135-136
<i>Tabla 41:</i> Matriz conceptual de los cuestionarios de contexto de PISA 2006	146
<i>Tabla 42:</i> Ítems para medir el estilo de enseñanza de las ciencias en PISA 2006	147-148
<i>Tabla 43:</i> Ítems para medir la estimulación de los profesores a la lectura y estrategias de enseñanza (STIMREAD) en PISA 2009	149
<i>Tabla 44:</i> Ítems para medir el uso de estrategias de estructuración y construcción (STRSTRAT) en PISA 2009	150
<i>Tabla 45:</i> Ítems para medir la Oportunidad para aprender prácticas de enseñanza en PISA 2012	151-152
<i>Tabla 46:</i> ítems para medir la enseñanza basada en la investigación (IBTEACH) en PISA 2015	154
<i>Tabla 47:</i> Ítems para medir la enseñanza dirigida por el docente (TDTEACH) en PISA 2015	155
<i>Tabla 48:</i> Ítems para medir la retroalimentación percibida (PERFEED) en PISA 2015 y su comparación con los de TCHBEHFA de PISA 2012	156
<i>Tabla 49:</i> Ítems para medir la adaptación de la enseñanza (ADAINST) en PISA 2015	157
<i>Tabla 50:</i> Asignaturas, número de personas y porcentaje de respuesta a los ítems de TDTEACH	164
<i>Tabla 51:</i> Asignaturas de Ciencias en el Currículo de España de la ESO en 2015	164
<i>Tabla 52:</i> Correlación de Pearson entre TDTEACH, SCIE, SSPH, SSLI y ESCS	168

<i>Tabla 53:</i> Correlación de Pearson entre TDTEACH y el curso del estudiante	169
<i>Tabla 54:</i> Correlación de Pearson, intra-centros, con los resultados generales y con los contenidos específicos de Sistemas Físicos y Sistemas Vivos	170
<i>Tabla 55:</i> Modelo lineal aplicado a los resultados generales en Ciencias	171
<i>Tabla 56:</i> Modelo lineal aplicado a los resultados en los contenidos sobre los Sistemas Físicos	171
<i>Tabla 57:</i> Modelo lineal aplicado a los resultados en los contenidos de Sistemas Vivos	172
<i>Tabla 58:</i> Modelo lineal aplicado a los resultados generales en Ciencias	173
<i>Tabla 59:</i> Correlación de Pearson, entre-centros, de TDTEACH con IBTEACH, ESCS y PVSCIE	173
<i>Tabla 60:</i> Correlación de Pearson, intra-centros de TDTEACH con el estilo docente por investigación (IBETEACH)	174
<i>Tabla 61:</i> Alumnado participante en el estudio de caso	177
<i>Tabla 62:</i> Desviación típica de TDTEACH e IBTEACH en el estudio de caso	181
<i>Tabla 63:</i> Correlación, en España, de la enseñanza dirigida por el docente (TDTEACH) con Ciencias, Lectura y Matemáticas en PISA 2015	185
<i>Tabla 64:</i> Comparación de los ítems para construir TCHBEHTD en 2012 y TDTEACH en 2015	187
<i>Tabla 65:</i> Países en los que cambia el signo de la correlación entre la enseñanza dirigida por el docente y el rendimiento entre PISA 2012 y PISA 2015	188-190
<i>Tabla 66:</i> Países en los el signo de la correlación entre la enseñanza dirigida por el docente y el rendimiento es positivo en las ediciones de PISA 2012 y PISA 2015	190-191
<i>Tabla 67:</i> Países en los el signo de la correlación entre la enseñanza dirigida por el docente y el rendimiento no sigue exactamente el mismo patrón en PISA 2012 y en PISA 2015	191
<i>Tabla 67:</i> Comparación entre la correlación entre la enseñanza basada en la investigación y el rendimiento en el 2006 y el 2015	192-195

Índice de Figuras

Número de Figura y contenido	Página
<i>Figura 1.</i> Modelo de competencia matemática en la práctica	19
<i>Figura 2.</i> Diferentes construcciones de la OTL por parte de PISA 2012	72
<i>Figura 3.</i> Recta de regresión entre FAMCON1NA y FAMCON ajustada al 90% de los datos centrales	78
<i>Figura 4.</i> Relación de FAMCON1NA con MATH y relación de FAMCON con MATH, globalmente	80
<i>Figura 5.</i> Correlaciones intra-países de FAMCON y FAMCONC con MATH	83
<i>Figura 6.</i> Correlaciones intra-países de FAMCON1NA y FAMCON con MATH	84
<i>Figura 7.</i> Correlaciones intra-países de FAMCON1NA y FAMCONC con MATH	84
<i>Figura 8.</i> Relación de FAMCONC con MATH (entre-países)	88
<i>Figura 9.</i> Comportamiento de MATH en países OECD y no OECD	89
<i>Figura 10.</i> Comportamiento de FANCONC en países OECD y no OECD	89
<i>Figura 11.</i> Correlación intra-países del ESCS con EXTASMATH	94
<i>Figura 12.</i> Relación entre la edad de separación y la variación de FAMCONC explicada por el ESCS	96
<i>Figura 13.</i> Comparación de la variación de EXTASMATH y FAMCONC (diferentes mediciones de OTL) explicada por el ESCS del estudiante y el ESCS de la escuela, medidas en la misma escala	97
<i>Figura 14.</i> Relación entre la edad de separación y la variación de EXTASMATH explicada por el ESCS	98
<i>Figura 15.</i> Modelo completo de la relación entre el ESCS, la OTL y el rendimiento de los estudiantes	100
<i>Figura 16.</i> Comparación de la variable EXTASMATH, por países, en centros con y sin separación	103

<i>Figura 17.</i> Relación de la <i>familiaridad con conceptos matemáticos</i> , F1NA, y la nota en matemáticas	108
<i>Figura 18.</i> Esquema de Blum y Leiss (2007)	113
<i>Figura 19.</i> Esquema relaciones Contexto-Proceso con Matemática pura y aplicada	115
<i>Figura 20.</i> Marco analítico del Informe OECD (2016b)	125
<i>Figura 21.</i> Coeficiente de variación en las respuestas de la encuesta en ítems TDTEACH e IBTEACH. Análisis global y por asignatura	179-180
<i>Figura 22.</i> Coeficiente de variación cuando responden en términos de Frecuencia o de Tiempo dedicado	182
<i>Figura 23.</i> Intervalos de confianza para la correlación de TDTEACH con ciencias, lectura y matemáticas	185

ANEXO 1. Ejemplificación de los procesos matemáticos en la unidad FRECUENCIA CARDÍACA

Por motivos de salud se recomienda que, al realizar un esfuerzo, la práctica de un deporte, por ejemplo, no se exceda de una determinada frecuencia cardíaca.

Durante muchos años, la relación entre la máxima frecuencia cardíaca recomendada y la edad del individuo se describió mediante la siguiente fórmula:

Máxima frecuencia cardíaca recomendada = $220 - \text{edad}$

Las últimas investigaciones, sin embargo, indican que esta fórmula debe ser modificada ligeramente. La nueva fórmula es la siguiente:

Máxima frecuencia cardíaca recomendada = $208 - (0,7 \times \text{edad})$

Las preguntas de esta unidad giran en torno a la diferencia entre las dos fórmulas y el modo en que estas afectan al cálculo de la máxima frecuencia cardíaca recomendada.

Este problema puede solucionarse siguiendo la estrategia que suelen emplear los matemáticos, que en este marco se denominará matemización. La matemización se puede caracterizar atendiendo a cinco aspectos esenciales:

En el primer paso, el proceso matemizador o de matemización se inicia con un problema presente en la realidad.

Como deja claro el ejemplo, en este caso la realidad es la salud y la buena forma física. Una de las reglas básicas a la hora de hacer ejercicio es que se debe realizar con cuidado y sin forzarse, pues un esfuerzo excesivo puede causar problemas de salud. La pregunta nos alerta sobre este tema estableciendo un nexo entre la salud y la frecuencia cardíaca y mediante la mención a la existencia de una «máxima frecuencia cardíaca recomendada».

En el segundo paso, la persona que desea resolver el problema trata de identificar las matemáticas pertinentes al caso y reorganiza el problema según los conceptos matemáticos que han sido identificados.

Está claro que el alumno tiene ante sí dos fórmulas lingüísticas que deben ser comprendidas y que se pide que compare las dos fórmulas y trate de establecer cuál es su significado en términos matemáticos. Las fórmulas establecen una relación entre la máxima frecuencia cardíaca aconsejable y la edad de una persona.

El tercer paso implica una progresiva abstracción de la realidad.

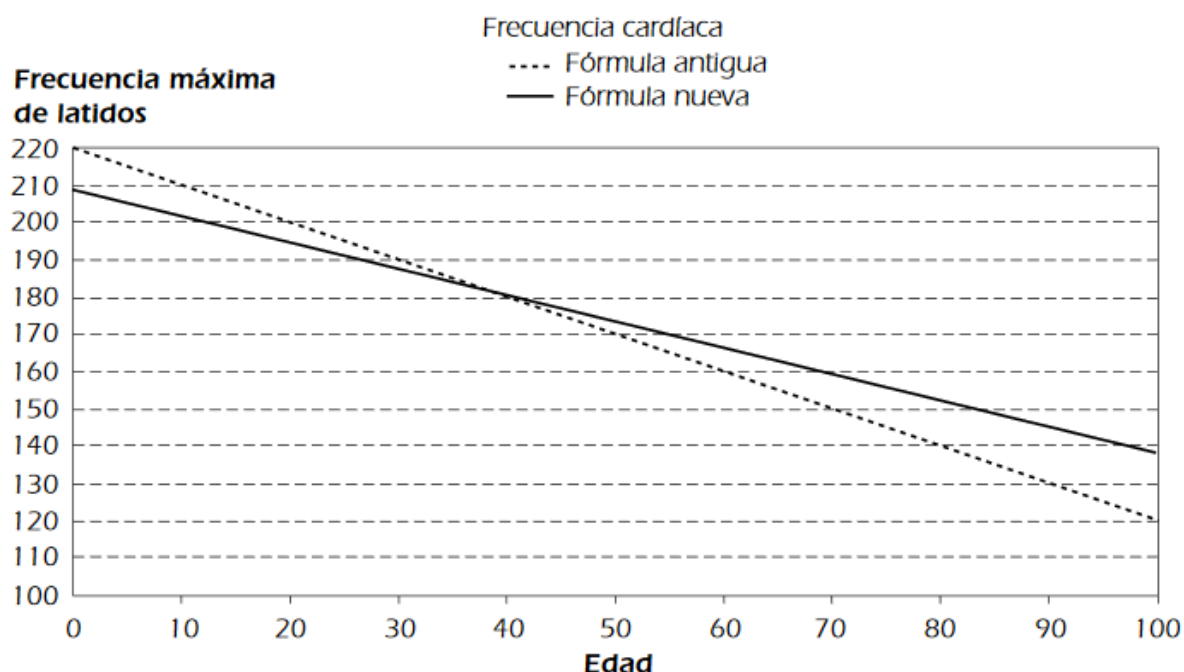
Existen diferentes modos de abstraer la realidad, esto es, de formular el problema en términos estrictamente matemáticos. Uno de ellos consiste en traducir las fórmulas lingüísticas a una expresión algebraica más formalizada, como: $y = 220 - x$ o $y = 208 - 0,7x$. Evidentemente, el alumno no debe olvidar que y representa la máxima frecuencia cardíaca,

expresada en latidos por minuto, y que x representa la edad, expresada en años. Otra forma de acceder a un universo estrictamente matemático consistiría en dibujar directamente los gráficos partiendo de las fórmulas lingüísticas. Al tratarse de fórmulas de primer grado, los gráficos resultantes representarían dos líneas rectas. Como los gráficos tienen pendientes distintas, las dos líneas se intersecarían.

Estos tres pasos nos llevan desde el problema del mundo real al problema matemático.

El cuarto paso consiste en resolver el problema matemático.

Para resolver el problema matemático que se tiene entre manos se han de comparar dos fórmulas o dos gráficos y sacar una conclusión sobre las diferencias que suponen para las personas de una determinada edad. Una buena manera de empezar sería determinar en qué caso las dos fórmulas dan el mismo resultado, o bien en qué caso los dos gráficos se intersecan. Para ello el alumno ha de resolver la siguiente ecuación: $220 - x = 208 - 0,7x$. Esto nos da $x = 40$, mientras que el valor correspondiente de y sería 180. Por tanto, los dos gráficos se intersecan en el punto (40, 180). Ese mismo punto se puede localizar también en el gráfico que figura más abajo. Como la pendiente de la primera fórmula es -1 , y la de la segunda, $-0,7$, el alumno sabe que la pendiente del segundo gráfico es menos pronunciada que la del primero. O que el gráfico de $y = 220 - x$ se sitúa por encima del gráfico de $y = 208 - 0,7x$ para los valores de x inferiores a 40, y por debajo para los valores de x superiores a 40.



El quinto paso supone responder a la pregunta: qué significado adquiere la solución estrictamente matemática al transponerla al mundo real.

El significado no resulta demasiado difícil de hallar si el alumno se da cuenta de que x es la edad de una persona, mientras que y es la máxima frecuencia cardíaca. Si se tienen 40 años, ambas fórmulas dan el mismo resultado: una frecuencia cardíaca máxima de valor 180. La fórmula «antigua» permite una frecuencia cardíaca más alta para los jóvenes: utilizando un ejemplo extremo, si la edad es cero, la fórmula antigua dará un máximo de 220 y la nueva un máximo de 208. En cambio, para la gente mayor, que en este caso son los que tienen más de 40 años, la nueva fórmula permite una frecuencia cardíaca máxima de un valor más alto. Recurriendo una vez más a un ejemplo extremo, para una edad de 100 años el alumno verá que con la fórmula antigua el máximo era 120, mientras que con la nueva es 138. Es importante, sin embargo, tener en cuenta una cuestión: las fórmulas empleadas carecen de precisión matemática y producen la impresión de tener un carácter pseudocientífico. De hecho, estas fórmulas simplemente proporcionan una regla de andar por casa que ha de aplicarse con precaución, una cautela que ha de extremarse aún más en las edades límite. En todo caso, lo que este ejemplo demuestra es que incluso un ejercicio relativamente sencillo, es decir, un ejercicio sometido a las restricciones que impone un estudio internacional a gran escala que ha de realizarse en poco tiempo, permite identificar el ciclo completo de la matematización y la solución de problemas.

Recuperado de OECD (2006, págs. 76 - 77) <https://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>

ANEXO 2. Preguntas liberada PISA de la competencia matemática⁴¹

CONCENTRACIÓN DE UN FÁRMACO.

A una mujer ingresada en un hospital le ponen una inyección de penicilina. Su cuerpo va descomponiendo gradualmente la penicilina de modo que, una hora después de la inyección, sólo el 60% de la penicilina permanece activa.

Esta pauta continúa: al final de cada hora sólo permanece activo el 60% de la penicilina presente al final de la hora anterior.

Supón que a la mujer se le ha administrado una dosis de 300 miligramos de penicilina a las 8 de la mañana.

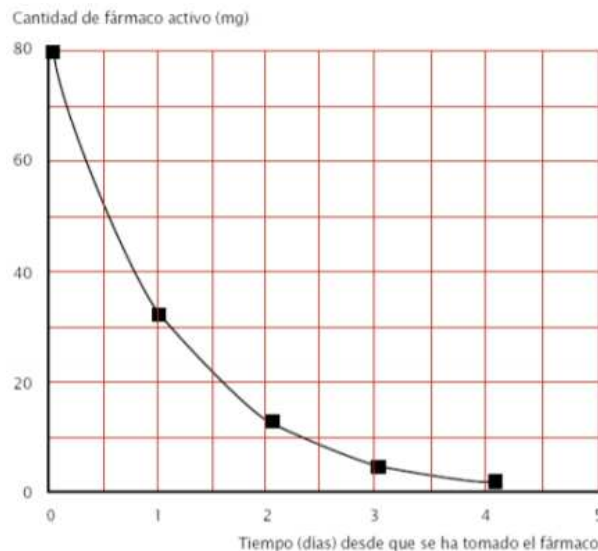
Pregunta 1

Completa esta tabla escribiendo la cantidad de penicilina que permanecerá activa en la sangre de la mujer a intervalos de una hora desde las 08:00 hasta las 11:00 horas.

Hora	08:00	09:00	10:00	11:00
Penicilina (mg)	300			

Pregunta 2

Pedro tiene que tomar 80 mg de un fármaco para controlar su presión sanguínea. El siguiente gráfico muestra la cantidad inicial del fármaco y la cantidad que permanece activa en la sangre de Pedro después de uno, dos, tres y cuatro días.



¿Qué cantidad de fármaco permanece activa al final del primer día?

- A 6 mg
- B 12 mg
- C 26 mg

⁴¹ Ejemplificaciones seleccionadas de INEE (2013)

D 32 mg

Pregunta 3

En el gráfico de la pregunta precedente puede verse que, cada día, permanece activa en la sangre de Pedro aproximadamente la misma proporción de fármaco con relación al día anterior.

Al final de cada día, ¿cuál de las siguientes representa el porcentaje aproximado de fármaco del día anterior que permanece activo?

A 20%.

B 30%.

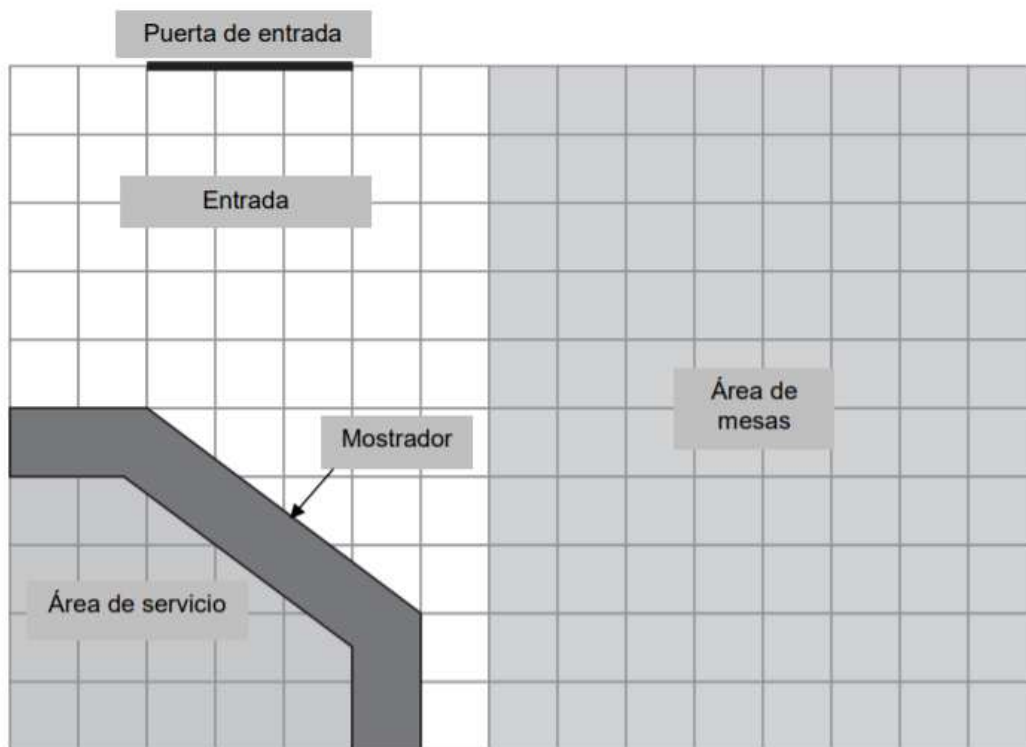
C 40%.

D 80%

HELADERÍA.

Este es el plano de la heladería de María. Está renovando la tienda.

El área de servicio está rodeada por el mostrador.



Nota: Cada cuadrado de la cuadrícula representa 0,5 metros \times 0,5 metros.

Pregunta 1

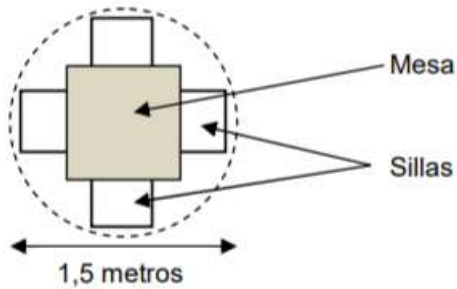
María quiere colocar un nuevo borde a lo largo de la parte externa del mostrador.

¿Cuál es la longitud total del borde que necesita? Escribe tus cálculos.

Pregunta 2

María también va a poner un nuevo revestimiento para suelo en la tienda. ¿Cuál es la superficie (área) total del suelo de la tienda, excluidos el área de servicio y el mostrador? Escribe tus cálculos.

Pregunta 3



María quiere tener en su tienda conjuntos de una mesa y cuatro sillas como el que se muestra más arriba. El círculo representa la superficie de suelo necesaria para cada conjunto.

Para que los clientes tengan suficiente espacio cuando estén sentados, cada conjunto (tal y como representa el círculo) debe estar situado según las siguientes condiciones:

- Cada conjunto debe estar situado, al menos, a 0,5 metros de las paredes.
- Cada conjunto debe estar situado, al menos, a 0,5 metros de los otros conjuntos.

¿Cuál es el número máximo de conjuntos que María puede colocar en la zona de mesas sombreada de su tienda?

Número de conjuntos:

EL MEJOR COCHE.

Una revista de coches utiliza un sistema de puntuaciones para evaluar los nuevos coches y concede el premio de “Coche del Año” al coche con la puntuación total más alta. Se están evaluando cinco coches nuevos. Sus puntuaciones se muestran en la tabla.

Coche	Seguridad (S)	Ahorro de combustible (C)	Diseño exterior (D)	Habitáculo interior (H)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
XK	3	2	3	2

Las puntuaciones se interpretan de la siguiente manera:

3 puntos = Excelente

2 puntos = Bueno

1 punto = Aceptable

Pregunta 1

Para calcular la puntuación total de un coche, la revista utiliza la siguiente regla, que da una suma ponderada de las puntuaciones individuales:

$$\text{Puntuación total} = (3 \times S) + C + D + H$$

Calcula la puntuación total del coche Ca. Escribe tu contestación en el espacio siguiente.
Puntuación total de Ca:

Pregunta 2

El fabricante del coche Ca pensó que la regla para obtener la puntuación total no era justa.

Escribe una regla para calcular la puntuación total de modo que el coche Ca sea el ganador.

Tu regla debe incluir las cuatro variables y debes escribir la regla rellenando con números positivos los cuatro espacios de la fórmula siguiente.

Puntuación total = x S +x C + x D + x H.

ESTATURA.

En una clase hay 25 chicas. La estatura media de las chicas es 130 cm.

Pregunta 1

Explica cómo se calcula la estatura media.

Pregunta 2

Rodea con un círculo Verdadera o Falsa para cada una de las siguientes afirmaciones.

Afirmación	Verdadera o Falsa
Si una de las chicas de la clase mide 132 cm, tiene que haber una chica de 128 cm de estatura.	Verdadera / Falsa
La estatura de la mayoría de las chicas es de 130 cm.	Verdadera / Falsa
Si se ordenan las chicas de la más baja a la más alta, entonces la estatura de la que ocupa la posición central tiene que ser igual a 130 cm.	Verdadera / Falsa
La mitad de las chicas de la clase deben medir menos de 130 cm, y la otra mitad deben medir más de 130 cm.	Verdadera / Falsa

Pregunta 3

Se encontró un error en la estatura de una estudiante. Era de 120 cm en lugar de 145 cm. ¿Cuál es la estatura media correcta de las chicas de la clase?

A 126 cm

B 127 cm

C 128 cm

D 129 cm

E 144 cm

REPRODUCTORES DEFECTUOSOS.

La empresa Electrix fabrica dos tipos de equipos electrónicos: reproductores de vídeo y de audio. Los reproductores se prueban al finalizar la producción diaria y los defectuosos se retiran y se envían a reparar.

La siguiente tabla muestra el número medio de reproductores de cada tipo que se fabrican al día y el porcentaje medio de reproductores defectuosos al día.

Tipo de reproductor	Número medio de reproductores fabricados al día	Porcentaje medio de reproductores defectuosos al día
Reproductores de vídeo	2.000	5%
Reproductores de audio	6.000	3%

Pregunta 1

A continuación figuran tres afirmaciones sobre la producción diaria en la empresa Electrix ¿Son correctas dichas afirmaciones?

Rodea con un círculo «Sí» o «No» según corresponda a cada afirmación. Afirmación	¿Es correcta la afirmación?
Un tercio de los reproductores fabricados diariamente son reproductores de vídeo.	Si / No
En cada lote de 100 reproductores de vídeo fabricados habrá, exactamente, 5 defectuosos.	Si / No
Si de la producción diaria se elige un reproductor de audio al azar para probarlo, la probabilidad de que tenga que ser reparado es de 0,03.	Si / No

Pregunta 2

Una de las personas que realiza las pruebas hace la siguiente afirmación:

«Como media, se envían a reparar más reproductores de vídeo al día que de audio»

Indica si la afirmación de la persona que realiza las pruebas es o no correcta. Justifica matemáticamente tu respuesta.

Pregunta 3

La empresa Tronics también fabrica reproductores de vídeo y de audio. Los reproductores de la empresa Tronics se prueban al finalizar los ciclos de producción diaria y los defectuosos se retiran y se envían a reparar.

Las siguientes tablas comparan el número medio de reproductores de cada tipo que se fabrican al día y el porcentaje medio de reproductores defectuosos al día correspondientes a las dos empresas.

Empresa	Número medio de reproductores de <u>vídeo</u> fabricados al día	Porcentaje medio de reproductores defectuosos al día
Empresa Electrix	2.000	5%
Empresa Tronics	7.000	4%

Empresa	Número medio de reproductores de <u>audio</u> fabricados al día	Porcentaje medio de reproductores defectuosos al día
Empresa Electrix	6.000	3%
Empresa Tronics	1.000	2%

¿Cuál de las dos empresas, Electrix o Tronics, presenta el porcentaje total más bajo de reproductores defectuosos? Escribe tus cálculos utilizando los datos de las tablas anteriores.

ANEXO 3. Ejemplos de ítems de los distintos niveles de Matemáticas en PISA

NIVEL 1.**EL TIPO DE CAMBIO**

Mei-Ling se enteró de que el tipo de cambio entre el dólar de Singapur y el rand sudafricano era de:

$$1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$$

Mei-Ling cambió 3.000 dólares de Singapur en rands sudafricanos con este tipo de cambio.

¿Cuánto dinero recibió Mei-Ling en rands sudafricanos?

Respuesta: (**Bloque de contenidos: Cantidad**)

Máxima puntuación: 12.600 ZAR (No es necesario especificar la unidad monetaria).

NIVEL 2.**EL TIPO DE CAMBIO**

Al volver a Singapur, tres meses después, a Mei-Ling le quedaban 3.900 ZAR. Los cambió en dólares de

Singapur, dándose cuenta de que el tipo de cambio había cambiado a:

$$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$$

¿Cuánto dinero recibió en dólares de Singapur?

Respuesta: (**Bloque de contenidos: Cantidad**)

Máxima puntuación: 975 SGD (No es necesario especificarla unidad monetaria).

NIVEL 3. ESTANTERÍAS

Para construir una estantería un carpintero necesita lo siguiente:

- 4 tablas largas de madera,
- 6 tablas cortas de madera,
- 12 ganchos pequeños,
- 2 ganchos grandes,
- 14 tornillos.



El carpintero tiene en el almacén 26 tablas largas de madera, 33 tablas cortas de madera, 200 ganchos pequeños, 20 ganchos grandes y 510 tornillos.

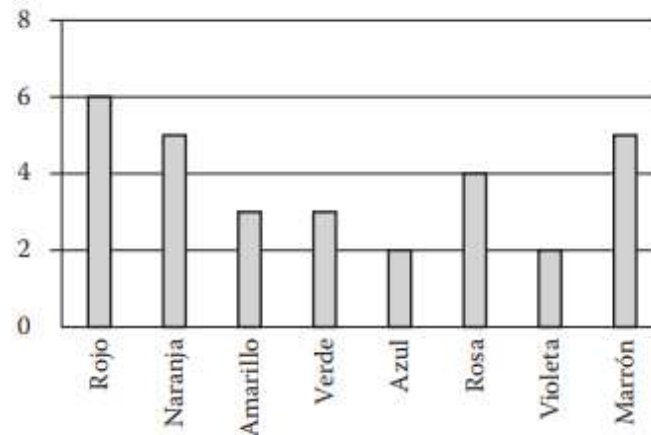
¿Cuántas estanterías completas puede construir este carpintero?

Respuesta:.....estanterías. (**Bloque de contenidos: Cantidad**)

Máxima puntuación: 5 estanterías

NIVEL 4.**CARAMELOS DE COLORES**

La madre de Roberto le deja coger un caramelo de una bolsa. Él no puede ver los caramelos. El número de caramelos de cada color que hay en la bolsa se muestra en el siguiente gráfico.



¿Cuál es la probabilidad de que Roberto coja un caramelo rojo?

- A 10%
- B 20%
- C 25%
- D 50%

(Bloque de contenidos: Incertidumbre y datos)

Máxima puntuación: B 20%.

NIVEL 5.**CHATEAR**

Mark (de Sydney, Australia) y Hans (de Berlín, Alemania) se comunican a menudo a través de Internet mediante el chat. Tienen que conectarse a Internet a la vez para poder "chatear".

Para encontrar una hora apropiada para chatear, Mark buscó un mapa horario mundial y halló lo siguiente:



Mark y Hans no pueden chatear entre las 9:00 de la mañana y las 4:30 de la tarde, de sus respectivas horas locales, porque tienen que ir al colegio. Tampoco pueden desde las 11:00 de la noche hasta las 7:00 de la mañana, de sus respectivas horas locales, porque estarán durmiendo.

¿A qué horas podrían chatear Mark y Hans? Escribe las respectivas horas locales en la tabla.

Lugar	Hora
Sydney	

(Bloque de contenidos:

Berlín

Cambio y relaciones)

Máxima puntuación:

Cualquier hora o intervalo de tiempo

que satisfaga las 9 horas de diferencia y que se

encuentre dentro de uno de estos intervalos:

Sydney: 4:30- 6:00 de la tarde; Berlín: 7:30- 9:00 de la mañana

O BIEN

Sydney: 7:00- 8:00 de la mañana; Berlín: 10:00 -11:00 de la noche

Sydney 17:00, Berlín 8:00.

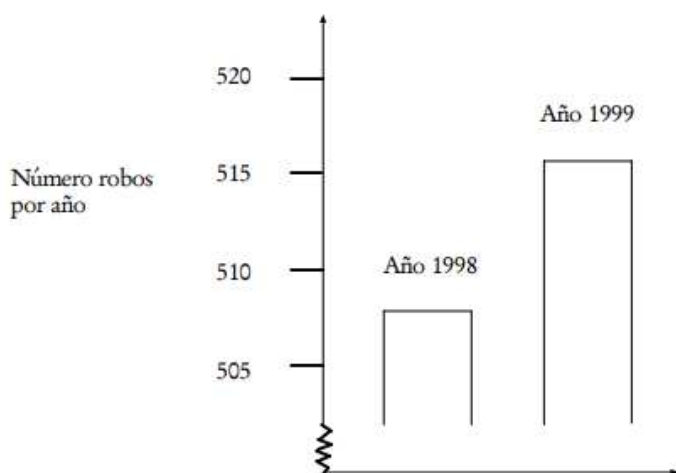
NOTA: Si se responde con un intervalo, el intervalo completo debe satisfacer los requisitos. Si no se especifica por la mañana (AM) o por la tarde (PM), pero las horas se consideraran de otro modo como correctas, debe darse el beneficio de la duda a la respuesta y considerarla como correcta.

NIVEL6.

ROBOS

Un presentador de TV mostró este gráfico y dijo:

"El gráfico muestra que hay un enorme aumento del número de robos comparando 1998 con 1999".



¿Consideras que la afirmación del presentador es una interpretación razonable del gráfico? Da una explicación que fundamente tu respuesta.

(Bloque de contenidos: Incertidumbre y datos)

Máxima puntuación: Serían válidas las posibilidades que se presentan a continuación.

Posibilidad 1. No, no razonable. Se centra en el hecho de que sólo se muestra una pequeña parte del gráfico.

- No razonable. Debería mostrarse el gráfico entero.
- No pienso que sea una interpretación razonable del gráfico porque si se mostrase el gráfico entero se vería que sólo hay un ligero incremento de los robos.
- No, porque ha utilizado la parte alta del gráfico y si se mirase el gráfico completo desde 0 a 520, no habría crecido tanto.
- No, porque el gráfico hace que parezca que ha habido un incremento enorme pero cuando se mira a las cifras se ve que no hay mucho incremento.

Posibilidad 2. No, no razonable. Contiene argumentaciones correctas en términos de proporción o porcentaje de incremento.

- No, no razonable. 10 no es un incremento enorme en comparación con un total de 500.
- No, no razonable. En términos de porcentaje, el incremento es solo de aproximadamente el 2%.
- No. 8 robos más son un 1,5% de incremento. ¡No mucho en mi opinión!
- No, sólo 8 o 9 más para este año. En comparación con 507, no es un número muy grande.

Posibilidad 3. Hacen falta datos de tendencias antes de que se pueda hacer un juicio.

- No se puede decir si el incremento es enorme o no. Si en 1997, el número de robos es el mismo que en 1998, entonces se puede decir que hay un incremento enorme en 1999.

- No hay manera de saber cómo de "enorme" es debido a que, por lo menos, necesitas dos cambios para pensar que uno es enorme y otro pequeño.

Se consideraría de **NIVEL 4** si tiene una **puntuación parcial**:

Posibilidad 4. No, no razonable, aunque la explicación carece de detalle.

- Se centra SÓLO en un incremento dado por el número exacto de robos, pero no lo compara con el total.
- No razonable. Se incrementa aproximadamente en 10 robos. La palabra "enorme" no explica la realidad del aumento del número de robos. El incremento fue solo de aproximadamente 10 y yo no lo llamaría "enorme".
- De 508 a 515 no es un aumento grande.
- No, porque 8 o 9 no es un aumento grande.
- De 507 a 515 hay un aumento, pero no grande.

[Téngase en cuenta que, como la escala del gráfico no es demasiado clara, debe aceptarse entre 5 y 15 como incremento del número exacto de robos.]

Posibilidad 5. No, no razonable, con el método correcto pero con errores computacionales menores.

- Método y conclusión correctos pero el porcentaje calculado es 0,03%.
-

ANEXO 4. Código utilizado con la librería TAM de R para aplicar el modelo de crédito parcial y replicar el índice FAMCON de PISA

Siguiendo los pasos siguientes se pueden replicar los valores de FAMCON a partir de las respuestas a los 13 conceptos reales de ST62.

Sean:

"inti": Tabla que contiene el banco de respuestas de los estudiantes al cuestionario de contexto.

"iST62cn": Vector de índices de las variables asociadas a los 13 conceptos reales; están codificados de 1 a 5.

```
library (TAM)

resp <- inti[iST62cn]-1           #Pasar valores de 0 a 4

all.na <- apply(resp, 1, function(x){all(is.na(x))}) #Find records where all responses are missing.

resp <- resp[!all.na,]          #Delete records with all missing responses

mod1 <- tam(resp)

abiliti <- tam.wle(mod1)

estimac <- abiliti$theta

famcons <- inti[rownames(as.data.frame(abiliti)),"FAMCON"]

plot (estimac, famcons)

cor (estimac, famcons, use="pair")
```


ANEXO 5. Parámetros de los elementos para la Familiaridad con conceptos matemáticos

En la tabla se presenta la denominada pregunta 2 de la Tabla 8, en la que se incluye la codificación de cada uno de los ítems en la base de datos PISA 2012 INT.

Aquí también se incluyen los ítems ST62Q04, ST62Q11 y ST62Q13 que corresponden a conceptos inexistentes, utilizados por PISA para intentar corregir las tendencias de respuesta de los estudiantes en el aspecto de exagerar lo que saben.

En relación con los conceptos matemáticos, ¿en qué medida estás familiarizado con los términos siguientes?

ST62Q01	Función exponencial
ST62Q02	Divisor
ST62Q03	Función cuadrática
ST62Q04	Número genuino
ST62Q06	Ecuación lineal
ST62Q07	Vectores
ST62Q08	Números complejos
ST62Q09	Números racionales
ST62Q10	Radicales
ST62Q11	Escala subjuntiva
ST62Q12	Polígono
ST62Q13	Fracción declarativa
ST62Q15	Figura congruente
ST62Q16	Coseno
ST62Q17	Media aritmética
ST62Q19	Probabilidad

ANEXO 6. Correlación intra - países de FAMCON1NA, FAMCON y FAMCONC

País	OECD 1=NO 2=SI	r(FAMCON1NA;MATH)	r(FAMCON;MATH)	r(FAMCONC;MATH)
Albania	1	-0,02	-0,02	-0,01
Alemania	2	0,56	0,49	0,52
Argentina	1	0,39	0,34	0,22
Australia	2	0,58	0,54	0,44
Austria	2	0,54	0,50	0,48
Bélgica	2	0,60	0,53	0,49
Brasil	1	0,50	0,45	0,42
Bulgaria	1	0,47	0,38	0,40
Canadá	2	0,48	0,42	0,40
Chile	2	0,53	0,50	0,39
China - Taipéi	1	0,60	0,52	0,52
Colombia	1	0,44	0,42	0,38
Connecticut (USA)	NA	NaN	NaN	NaN
Corea	2	0,64	0,61	0,57
Costa Rica	1	0,44	0,41	0,30
Croacia	1	0,47	0,40	0,44
Dinamarca	2	0,41	0,38	0,25
Emiratos Árabes	1	0,45	0,40	0,42
Eslovenia	2	0,46	0,39	0,44

País	OECD 1=NO 2=SI	r(FAMCON1NA;MATH)	r(FAMCON;MATH)	r(FAMCONC;MATH)
España	2	0,55	0,47	0,47
Estados Unidos de América	2	0,53	0,49	0,49
Estonia	2	0,38	0,32	0,28
Federación Rusa	1	0,31	0,23	0,34
Finlandia	2	0,48	0,43	0,32
Florida (USA)	NA	NaN	NaN	NaN
Francia	2	0,50	0,44	0,50
Grecia	2	0,42	0,33	0,34
Holanda	2	0,59	0,54	0,44
Hong Kong - China	1	0,44	0,41	0,20
Hungría	2	0,55	0,49	0,55
Indonesia	1	0,31	0,28	0,30
Irlanda	2	0,49	0,46	0,35
Islandia	2	0,24	0,21	0,33
Israel	2	0,48	0,42	0,32
Italia	2	0,50	0,44	0,45
Japón	2	0,54	0,48	0,36
Jordania	1	0,39	0,34	0,34
Kazakjstán	1	0,30	0,22	0,26

País	OECD 1=NO 2=SI	r(FAMCON1NA;MATH)	r(FAMCON;MATH)	r(FAMCONC;MATH)
Letonia	1	0,45	0,40	0,37
Liechtenstein	1	0,59	0,45	0,61
Lituania	1	0,46	0,41	0,35
Luxemburgo	2	0,46	0,36	0,38
Macao-China	1	0,53	0,47	0,25
Malaysia	1	0,36	0,31	0,21
Massachusetts (USA)	NA	NaN	NaN	NaN
México	2	0,40	0,36	0,26
Montenegro	1	0,39	0,32	0,35
Noruega	2	NaN	NaN	NaN
Nueva Zelanda	2	0,54	0,51	0,39
Perm (Federación Rusa)	1	0,39	0,32	0,35
Perú	1	0,48	0,47	0,39
Polonia	2	0,46	0,39	0,36
Portugal	2	0,53	0,44	0,47
Qatar	1	0,48	0,38	0,38
Reino Unido	2	0,52	0,48	0,34
República Checa	2	0,49	0,44	0,37
República Eslovaca	2	0,53	0,45	0,40

País	OECD 1=NO 2=SI	r(FAMCON1NA;MATH)	r(FAMCON;MATH)	r(FAMCONC;MATH)
Rumanía	1	0,39	0,37	0,28
Shanghai-China	1	0,49	0,38	0,38
Serbia	1	0,44	0,36	0,38
Singapur	1	0,63	0,56	0,41
Suiza	2	0,50	0,46	0,50
Suecia	2	0,09	0,14	0,35
Tailandia	1	0,42	0,41	0,36
Túnez	1	0,31	0,27	0,20
Turquía	2	0,42	0,35	0,43
Uruguay	1	0,51	0,45	0,40
Vietnam	1	0,50	0,49	0,30
media	52,3% OCDE	0,458	0,404	0,374

1 - Países NO OECD 2 - Países OECD

ANEXO 7. Abreviaturas de los diferentes países según el *Codebook* de PISA 2012, utilizadas en la Figura 8

Abreviatura	País	Abreviatura	País
ALB	Albania	KOR	Corea
ARE	Emiratos Árabes Unidos	LIE	Liechtenstein
ARG	Argentina	LTU	Lituania
AUS	Australia	LUX	Luxemburgo
AUT	Austria	LVA	Letonia
BEL	Bélgica	MAC	China-Macao
BGR	Bulgaria	MEX	México
BRA	Brasil	MNE	Montenegro
CAN	Canadá	MYS	Malasia
CHE	Suiza	NLD	Holanda
CHL	Chile	NOR	Noruega
COL	Colombia	NZL	Nueva Zelanda
CRI	Costa Rica	PER	Perú
CZE	República Checa	POL	Polonia
DEU	Alemania	PRT	Portugal
DNK	Dinamarca	QAT	Katar
ESP	España	QCN	China-Shanghai
FIN	Finlandia	QRS	Perm (Federación Rusa)
FRA	Francia	ROU	Rumanía
GBR	Reino Unido	RUS	Federación Rusa
GRC	Grecia	SGP	Singapur
HKG	China-Hong Kong	SRB	Serbia
HRV	Croacia	SVK	República Eslovaca
HUN	Hungría	SVN	Eslovenia
IDN	Indonesia	SWE	Suecia
IRL	Irlanda	TAP	China-Taipei
ISL	Islandia	THA	Tailandia
ISR	Israel	TUN	Túnez
ITA	Italia	TUR	Turquía
JOR	Jordania	URY	Uruguay
JPN	Japón	USA	Estados Unidos
KAZ	Kazajstán	VNM	Vietnam

ANEXO 8. Cuestionario del estudiante

ESTA ENCUESTA ESTÁ DIRIGIDA AL ALUMNADO QUE HAYA **NACIDO EN EL AÑO 2001.**

Contesta, por favor, meditando bien las respuestas.

1. Estoy cursando: 1º ESO 2º ESO 3º ESO 4º ESO
2. Elige la asignatura o asignaturas en qué estás matriculado (incluyendo si la tienes pendiente del curso anterior):

Biología y Geología

Física y Química

Tecnología

3. Al responder a las siguientes preguntas cífete a la **asignatura** que hayas señalado en la pregunta anterior. En caso de que estés matriculado en más de una, **indica a cuál te refieres**, escribiéndolo a continuación: _____

¿Con qué frecuencia ocurren estas cosas en tus clases de la asignatura de ciencias que acabas de indicar?

Por favor, selecciona una respuesta en cada fila

	Nunca o casi nunca	En algunas clases	En muchas clases	En todas o en casi todas las clases
a. El profesor explica conceptos científicos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b. Se lleva a cabo un debate entre toda la clase y el profesor	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c. El profesor explica nuestras preguntas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d. El profesor demuestra un concepto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Cuando estudias temas de ciencias en clase, ¿con qué frecuencia ocurren los siguientes hechos?

Por favor, selecciona una respuesta en cada fila

	En todas las clases	En la mayoría de las clases	En algunas clases	Nunca o casi nunca
a. A los alumnos se les da la oportunidad de exponer sus ideas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

b.	Los alumnos pasan tiempo en el laboratorio realizando experimentos prácticos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Se les pide a los alumnos que debatan sobre cuestiones científicas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Se les pide a los alumnos que saquen conclusiones del experimento que han realizado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e.	El profesor explica cómo un mismo principio científico puede aplicarse a varios fenómenos diferentes (p. ej., movimiento de los objetos, sustancias con propiedades similares)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f.	A los alumnos se les permite diseñar sus propios experimentos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g.	Hay debates en clase sobre investigaciones	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
h.	El profesor explica con claridad la importancia de los conceptos científicos en la vida de las personas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
i.	Se pide a los alumnos que hagan una investigación para comprobar ciertos conceptos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5. Habitualmente cuánto tiempo dedica tu profesor, en una hora de clase, a los siguientes aspectos:

	0-15 minutos	15-30 minutos	30-45 minutos	45-55 minutos	
a.	Explicar contenido de la asignatura	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Realizar con nosotros experimentos prácticos en el laboratorio	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Debatir con nosotros sobre algún tema	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Pedirnos conclusiones de los experimentos que hicimos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e.	Responder a nuestras preguntas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f.	Explicar la importancia de la ciencia en la sociedad	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g.	Demostrar conceptos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

¡Muchas gracias por tu colaboración y tus cuidadosas respuestas!

ANEXO 9. Cuestionario del docente

ESTA ENCUESTA ESTÁ DIRIGIDA **AL PROFESORADO**

Contesta, por favor, meditando bien las respuestas.

6. Estoy impartiendo clase en : 1º ESO 2º ESO 3º ESO 4º ESO

7. Imparto clase de:

Biología y Geología

Física y Química

Tecnología

8. ¿Con qué frecuencia ocurren estas cosas en tus clases?

Por favor, selecciona una respuesta en cada fila

	Nunca o casi nunca	En algunas clases	En muchas clases	En todas o en casi todas las clases
e. Explico conocimientos científicos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f. Hago un debate entre toda la clase bajo mi coordinación	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g. Explico preguntas que me hacen los estudiantes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
h. Demuestro conceptos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

9. Cuando trabajas temas de ciencias en clase, ¿con qué frecuencia ocurren los siguientes hechos?

Por favor, selecciona una respuesta en cada fila

	En todas las clases	En la mayoría de las clases	En algunas clases	Nunca o casi nunca
j. Les doy la oportunidad a mis alumnos de exponer sus ideas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
k. Los alumnos pasan tiempo en el laboratorio realizando experimentos prácticos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

l.	Les pido a los alumnos que debatan sobre cuestiones científicas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
m.	Les pido a los alumnos que saquen conclusiones del experimento que han realizado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
n.	Explico cómo un mismo principio científico puede aplicarse a varios fenómenos diferentes (p. ej., movimiento de los objetos, sustancias con propiedades similares)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
o.	Permito que los alumnos diseñen sus propios experimentos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
p.	Hay debates en clase sobre investigaciones	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
q.	Explico con claridad la importancia de los conceptos científicos en la vida de las personas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
r.	Pido a los alumnos que hagan una investigación para comprobar ciertos conceptos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10. Habitualmente el tiempo que dedico, en una hora de clase, a los siguientes aspectos es:

	0-15 minutos	15-30 minutos	30-45 minutos	45-55 minutos	
h.	Explicar contenido de la asignatura	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
i.	Realizar con los estudiantes experimentos prácticos en el laboratorio	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
j.	Debatir con el alumnado sobre algún tema	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
k.	Pedir conclusiones de los experimentos que hicieron los estudiantes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
l.	Responder a preguntas del alumnado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
m.	Explicar la importancia de la ciencia en la sociedad	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
n.	Demostrar conceptos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

¡Muchas gracias por tu colaboración y tus respuestas!

ANEXO 10. Correlación de TDTEACH con Ciencias, Lectura y Matemáticas en PISA 2015

Correlación de TDTEACH con el rendimiento en cada competencia			
PAIS	CIEN (me/e.t)	LECT (me/e.t)	MAT (me/e.t)
Albania	NA	NA	NA
Alemania	0,15 (0,02)	0,13 (0,02)	0,15 (0,02)
Argelia	0,09 (0,02)	0,09 (0,02)	0,07 (0,03)
Argentina (Ciudad Autónoma de Buenos Aires)	0,18 (0,04)	0,18 (0,04)	0,18 (0,04)
Australia	0,16 (0,01)	0,13 (0,01)	0,14 (0,02)
Austria	0,12 (0,02)	0,11 (0,02)	0,11 (0,02)
Bélgica	0,06 (0,02)	0,03 (0,02)	0,05 (0,02)
Brasil	0,15 (0,01)	0,12 (0,02)	0,14 (0,03)
B-S-J-G (China)	0,18 (0,02)	0,16 (0,02)	0,16 (0,02)
Bulgaria	0,08 (0,02)	0,08 (0,02)	0,06 (0,02)
Canadá	0,14 (0,01)	0,11 (0,02)	0,14 (0,02)
Chile	0,12 (0,02)	0,09 (0,03)	0,13 (0,02)
China - Taipei	0,12 (0,02)	0,12 (0,02)	0,11 (0,02)
Colombia	0,22 (0,02)	0,23 (0,02)	0,21 (0,02)
Corea	-0,01 (0,02)	0,01 (0,02)	0,02 (0,02)
Costa Rica	0,12 (0,03)	0,08 (0,03)	0,11 (0,03)
Croacia	0,12 (0,02)	0,12 (0,02)	0,09 (0,02)
Dinamarca	0,08 (0,02)	0,04 (0,02)	0,08 (0,03)
Emiratos Árabes Unidos	0,15 (0,01)	0,16 (0,02)	0,15 (0,02)
Eslovenia	NA	NA	NA
España	0,14 (0,02)	0,12 (0,03)	0,15 (0,02)
España (Comunidades)	0,14 (0,01)	0,13 (0,02)	0,14 (0,01)
Estados Unidos	0,13 (0,02)	0,15 (0,02)	0,13 (0,02)
Estonia	0,05 (0,02)	0,01 (0,02)	0,06 (0,02)
Federación Rusa	0,11 (0,02)	0,08 (0,02)	0,13 (0,03)

Correlación de TDTEACH con el rendimiento en cada competencia			
PAIS	CIEN (me/e.t)	LECT (me/e.t)	MAT (me/e.t)
Finlandia	0,20 (0,02)	0,20 (0,02)	0,14 (0,02)
Francia	0,12 (0,02)	0,11 (0,02)	0,10 (0,02)
Georgia	0,13 (0,02)	0,13 (0,02)	0,11 (0,02)
Grecia	0,18 (0,02)	0,18 (0,02)	0,19 (0,02)
Holanda	0,16 (0,02)	0,12 (0,03)	0,16 (0,02)
Hong Kong	0,14 (0,02)	0,15 (0,02)	0,13 (0,02)
Hungría	0,10 (0,02)	0,09 (0,02)	0,07 (0,03)
Indonesia	0,00 (0,02)	0,03 (0,02)	0,01 (0,02)
Irlanda	0,09 (0,02)	0,07 (0,02)	0,06 (0,02)
Islandia	0,12 (0,02)	0,13 (0,02)	0,08 (0,02)
Israel	0,13 (0,02)	0,10 (0,02)	0,11 (0,02)
Italia	0,17 (0,02)	0,12 (0,02)	0,15 (0,02)
Japón	0,10 (0,02)	0,08 (0,02)	0,09 (0,02)
Jordania	0,23 (0,02)	0,26 (0,02)	0,19 (0,02)
Kosovo	0,27 (0,02)	0,29 (0,02)	0,25 (0,03)
Letonia	0,08 (0,02)	0,07 (0,02)	0,09 (0,03)
Líbano	0,19 (0,03)	0,16 (0,03)	0,19 (0,03)
Lituania	0,05 (0,02)	0,03 (0,02)	0,07 (0,02)
Luxemburgo	0,14 (0,02)	0,13 (0,02)	0,14 (0,02)
Macao	0,10 (0,02)	0,09 (0,02)	0,08 (0,02)
Macedonia	0,13 (0,02)	0,13 (0,03)	0,13 (0,02)
Malta	0,15 (0,02)	0,14 (0,02)	0,16 (0,02)
México	0,12 (0,02)	0,10 (0,02)	0,12 (0,03)
Moldavia	0,23 (0,02)	0,21 (0,02)	0,21 (0,02)
Montenegro	0,00 (0,02)	-0,02 (0,02)	-0,03 (0,02)
Noruega	0,08 (0,02)	0,06 (0,02)	0,07 (0,02)
Nueva Zelanda	0,09 (0,02)	0,08 (0,02)	0,09 (0,02)
Perú	0,01 (0,02)	-0,03 (0,03)	-0,01 (0,02)
Polonia	0,15 (0,02)	0,16 (0,02)	0,13 (0,02)

Correlación de TDTEACH con el rendimiento en cada competencia			
PAIS	CIEN (me/e.t)	LECT (me/e.t)	MAT (me/e.t)
Portugal	0,12 (0,02)	0,09 (0,02)	0,07 (0,02)
Puerto Rico (USA)	0,24 (0,05)	0,29 (0,05)	0,22 (0,05)
Qatar	0,19 (0,01)	0,20 (0,01)	0,17 (0,01)
Reino Unido	0,11 (0,02)	0,11 (0,02)	0,10 (0,02)
República Checa	0,09 (0,02)	0,08 (0,02)	0,08 (0,02)
República Dominicana	0,14 (0,03)	0,14 (0,03)	0,11 (0,03)
República Eslovaca	0,03 (0,02)	0,02 (0,02)	0,02 (0,02)
Rumania	0,17 (0,02)	0,15 (0,03)	0,18 (0,02)
Singapur	0,15 (0,02)	0,14 (0,02)	0,14 (0,02)
Suecia	0,10 (0,02)	0,09 (0,02)	0,08 (0,02)
Suiza	0,12 (0,02)	0,14 (0,03)	0,09 (0,03)
Tailandia	0,06 (0,02)	0,05 (0,02)	0,05 (0,03)
Trinidad y Tobago	0,13 (0,02)	0,13 (0,02)	0,10 (0,02)
Túnez	0,09 (0,02)	0,10 (0,02)	0,04 (0,02)
Turquía	0,09 (0,02)	0,08 (0,02)	0,08 (0,02)
Uruguay	0,15 (0,02)	0,11 (0,02)	0,14 (0,03)
USA (Massachusetts)	0,08 (0,03)	0,10 (0,03)	0,09 (0,04)
USA (Carolina del Norte)	0,13 (0,03)	0,15 (0,03)	0,12 (0,03)
Vietnam	0,12 (0,02)	0,11 (0,03)	0,13 (0,03)

ANEXO 11. Correlación de TCHBEHTD con Ciencias, Lectura y Matemáticas en PISA 2012

Correlación de TCHBEHTD con el rendimiento en cada competencia			
PAIS	CIEN (me/e.t)	LECT (me/e.t)	MAT (me/e.t)
Albania	-0,04 (0,02)	-0,01 (0,03)	-0,01 (0,03)
Alemania	-0,05 (0,03)	-0,06 (0,03)	-0,06 (0,02)
Argentina	-0,15 (0,02)	-0,13 (0,02)	-0,16 (0,02)
Australia	0,09 (0,01)	0,06 (0,01)	0,11 (0,01)
Austria	-0,08 (0,02)	-0,13 (0,02)	-0,08 (0,02)
Bélgica	-0,08 (0,02)	-0,06 (0,02)	-0,08 (0,02)
Brasil	-0,17 (0,02)	-0,19 (0,02)	-0,18 (0,02)
Bulgaria	-0,05 (0,03)	-0,01 (0,03)	-0,04 (0,03)
Canadá	0,03 (0,01)	0,03 (0,02)	0,04 (0,01)
Chile	-0,14 (0,02)	-0,15 (0,02)	-0,14 (0,02)
China Taipei	0,00 (0,02)	0,00 (0,02)	-0,01 (0,02)
Colombia	-0,10 (0,02)	-0,13 (0,02)	-0,11 (0,02)
Corea	0,05 (0,02)	0,08 (0,02)	0,06 (0,03)
Costa Rica	-0,16 (0,02)	-0,17 (0,02)	-0,16 (0,03)
Croacia	-0,11 (0,02)	-0,14 (0,02)	-0,09 (0,02)
Dinamarca	-0,07 (0,02)	-0,12 (0,02)	-0,07 (0,02)
Emiratos Árabes Unidos	-0,04 (0,02)	-0,04 (0,02)	-0,04 (0,02)
Eslovenia	-0,02 (0,03)	-0,03 (0,02)	-0,03 (0,02)
España	-0,04 (0,02)	-0,05 (0,02)	-0,06 (0,02)
Estados Unidos de América	0,02 (0,02)	0,03 (0,02)	0,01 (0,02)
Estonia	-0,08 (0,02)	-0,15 (0,02)	-0,08 (0,02)
Federación Rusa	-0,12 (0,02)	-0,14 (0,02)	-0,11 (0,02)
Finlandia	0,02 (0,02)	-0,03 (0,02)	0,04 (0,02)
Francia	-0,13 (0,02)	-0,17 (0,02)	-0,15 (0,02)
Grecia	-0,06 (0,02)	-0,05 (0,03)	-0,02 (0,02)
Holanda	0,06 (0,03)	0,03 (0,03)	0,04 (0,03)

Correlación de TCHBEHTD con el rendimiento en cada competencia			
PAIS	CIEN (me/e.t)	LECT (me/e.t)	MAT (me/e.t)
Hong Kong-China	0,02 (0,03)	-0,03 (0,03)	0,02 (0,03)
Hungría	-0,01 (0,03)	-0,02 (0,03)	-0,02 (0,02)
Indonesia	0,10 (0,03)	0,10 (0,02)	0,09 (0,02)
Irlanda	-0,06 (0,02)	-0,06 (0,03)	-0,05 (0,02)
Islandia	-0,04 (0,02)	-0,04 (0,02)	-0,02 (0,02)
Israel	-0,04 (0,03)	-0,06 (0,03)	-0,07 (0,02)
Italia	-0,08 (0,01)	-0,10 (0,01)	-0,08 (0,01)
Japón	0,07 (0,02)	0,07 (0,02)	0,07 (0,02)
Jordania	0,04 (0,02)	0,05 (0,02)	0,05 (0,02)
Kazajstán	0,06 (0,03)	0,07 (0,03)	0,06 (0,02)
Letonia	-0,09 (0,03)	-0,08 (0,03)	-0,08 (0,03)
Liechtenstein	-0,02 (0,08)	-0,04 (0,08)	-0,01 (0,07)
Lituania	-0,06 (0,02)	-0,08 (0,02)	-0,08 (0,02)
Luxemburgo	-0,08 (0,02)	-0,10 (0,02)	-0,09 (0,02)
Macao-China	0,08 (0,02)	0,02 (0,02)	0,00 (0,02)
Malasia	-0,02 (0,02)	-0,02 (0,02)	-0,08 (0,02)
México	-0,09 (0,01)	-0,12 (0,01)	-0,08 (0,01)
Montenegro	-0,22 (0,02)	-0,21 (0,02)	-0,23 (0,02)
Noruega	0,00 (0,02)	0,00 (0,02)	0,01 (0,02)
Nueva Zelanda	-0,03 (0,02)	-0,03 (0,02)	-0,03 (0,02)
Perm(Federación rusa)	-0,03 (0,04)	-0,03 (0,03)	-0,07 (0,03)
Perú	-0,18 (0,02)	-0,18 (0,02)	-0,17 (0,01)
Polonia	-0,03 (0,02)	-0,06 (0,02)	-0,01 (0,02)
Portugal	-0,10 (0,03)	-0,09 (0,03)	-0,07 (0,03)
Qatar	0,00 (0,01)	0,01 (0,01)	0,01 (0,01)
Reino Unido	0,01 (0,02)	0,00 (0,03)	0,01 (0,02)
República Checa	-0,10 (0,02)	-0,10 (0,03)	-0,08 (0,02)
República Eslovaca	-0,16 (0,02)	-0,20 (0,02)	-0,16 (0,02)
Rumanía	-0,15 (0,02)	-0,13 (0,02)	-0,13 (0,02)

Correlación de TCHBEHTD con el rendimiento en cada competencia			
PAIS	CIEN (me/e.t)	LECT (me/e.t)	MAT (me/e.t)
Shanghai-China	0,01 (0,02)	-0,012 (0,02)	-0,01 (0,02)
Serbia	-0,13 (0,02)	-0,16 (0,02)	-0,14 (0,02)
Singapur	0,01 (0,02)	0,02 (0,02)	0,01 (0,02)
Suecia	-0,05 (0,02)	-0,06 (0,02)	-0,04 (0,02)
Suiza	-0,17 (0,02)	-0,19 (0,02)	-0,16 (0,02)
Tailandia	-0,01 (0,02)	-0,02 (0,02)	-0,04 (0,02)
Túnez	-0,12 (0,02)	-0,13 (0,03)	-0,15 (0,02)
Turquía	-0,01 (0,02)	-0,02 (0,02)	-0,02 (0,02)
Uruguay	-0,18 (0,03)	-0,19 (0,03)	-0,20 (0,03)
Vietnam	0,08 (0,02)	0,07 (0,02)	0,07 (0,02)

ANEXO 12. Correlación de IBTEACH con Ciencias, Lectura y Matemáticas en PISA 2015

Correlación de IBTEACH con el rendimiento en cada competencia			
PAIS	CIEN (me/e.t)	LECT (me/e.t)	MAT (me/e.t)
Albania	NA	NA	NA
Alemania	0,03 (0,02)	0,01 (0,02)	0,03 (0,02)
Argelia	-0,04 (0,02)	-0,05 (0,02)	-0,08 (0,03)
Argentina (Ciudad Autónoma de Buenos Aires)	-0,01 (0,03)	-0,02 (0,04)	0,01(0,04)
Australia	-0,02 (0,01)	-0,05 (0,02)	-0,02 (0,02)
Austria	-0,01 (0,02)	-0,07 (0,02)	-0,01 (0,02)
Bélgica	-0,03 (0,02)	-0,06 (0,02)	-0,05 (0,02)
Brasil	-0,12 (0,01)	-0,14 (0,02)	-0,11 (0,02)
B-S-J-G (China)	0,08 (0,02)	0,07 (0,02)	0,08 (0,02)
Bulgaria	-0,25 (0,02)	-0,24 (0,03)	-0,22 (0,02)
Canadá	-0,11 (0,01)	-0,15 (0,02)	-0,09 (0,02)
Chile	-0,18 (0,02)	-0,17 (0,02)	-0,17 (0,02)
China-Taipei	0,00 (0,02)	-0,01 (0,02)	0,02 (0,02)
Colombia	-0,08 (0,02)	-0,13 (0,02)	-0,07 (0,02)
Corea	-0,11 (0,02)	-0,10 (0,03)	-0,07 (0,03)
Costa Rica	-0,09 (0,02)	-0,13 (0,03)	-0,06 (0,03)
Croacia	-0,07 (0,02)	-0,09 (0,02)	-0,09 (0,02)
Dinamarca	0,03 (0,02)	-0,03 (0,02)	0,02 (0,02)
Emiratos Árabes Unidos	-0,15 (0,02)	-0,15 (0,02)	-0,13 (0,02)
Eslovenia	-0,06 (0,03)	-0,07 (0,03)	-0,04 (0,03)
España	-0,06 (0,02)	-0,09 (0,02)	-0,04 (0,02)
España (Comunidades)	-0,05 (0,01)	-0,07 (0,02)	-0,03 (0,02)
Estados Unidos	-0,11 (0,02)	-0,14 (0,02)	-0,09 (0,02)
Estonia	-0,18 (0,02)	-0,20 (0,02)	-0,16 (0,02)

Correlación de IBTEACH con el rendimiento en cada competencia			
PAIS	CIEN (me/e.t)	LECT (me/e.t)	MAT (me/e.t)
Federación Rusa	-0,14 (0,02)	-0,17 (0,02)	-0,08 (0,02)
Finlandia	-0,01 (0,02)	-0,05 (0,02)	-0,02 (0,02)
Francia	0,01 (0,02)	-0,04 (0,02)	0,02 (0,02)
Georgia	-0,15 (0,02)	-0,20 (0,02)	-0,19 (0,02)
Grecia	-0,21 (0,02)	-0,23 (0,03)	-0,17 (0,03)
Holanda	-0,03 (0,02)	-0,06 (0,02)	-0,01 (0,02)
Hong Kong	-0,05 (0,02)	-0,05 (0,03)	-0,01 (0,02)
Hungría	-0,06 (0,02)	-0,04 (0,03)	-0,07 (0,02)
Indonesia	-0,07 (0,02)	-0,07 (0,03)	-0,06 (0,03)
Irlanda	-0,03 (0,02)	-0,05 (0,02)	-0,04 (0,03)
Islandia	-0,03 (0,02)	-0,04 (0,02)	-0,06 (0,02)
Israel	-0,12 (0,02)	-0,16 (0,02)	-0,13 (0,02)
Italia	-0,12 (0,02)	-0,21 (0,02)	-0,10 (0,02)
Japón	-0,01 (0,02)	-0,02 (0,02)	0,02 (0,03)
Jordania	-0,10 (0,02)	-0,08 (0,02)	-0,09 (0,03)
Kosovo	-0,14 (0,02)	-0,17 (0,03)	-0,13 (0,03)
Líbano	-0,13 (0,03)	-0,16 (0,03)	-0,12 (0,03)
Letonia	-0,11 (0,02)	-0,15 (0,02)	-0,08 (0,03)
Lituania	-0,09 (0,02)	-0,12 (0,02)	-0,09 (0,02)
Luxemburgo	-0,06 (0,02)	-0,08 (0,02)	-0,03 (0,03)
Macao	-0,03 (0,02)	-0,04 (0,03)	0,00 (0,02)
Macedonia	-0,10 (0,02)	-0,12 (0,03)	-0,12 (0,02)
Malta	0,01 (0,02)	-0,01 (0,03)	0,04 (0,02)
México	-0,11 (0,02)	-0,13 (0,03)	-0,12 (0,02)
Moldavia	0,02 (0,02)	-0,04 (0,02)	0,00 (0,02)
Montenegro	-0,21 (0,02)	-0,26 (0,02)	-0,25 (0,02)
Noruega	-0,08 (0,02)	-0,11 (0,03)	-0,09 (0,02)
Nueva Zelanda	-0,15 (0,02)	-0,18 (0,02)	-0,13 (0,03)

Correlación de IBTEACH con el rendimiento en cada competencia			
PAIS	CIEN (me/e.t)	LECT (me/e.t)	MAT (me/e.t)
Perú	-0,17 (0,02)	-0,20 (0,02)	-0,19 (0,03)
Polonia	-0,17 (0,02)	-0,21 (0,02)	-0,15 (0,02)
Portugal	-0,07 (0,02)	-0,10 (0,02)	-0,08 (0,02)
Puerto Rico (USA)	-0,02 (0,04)	-0,02 (0,04)	-0,03 (0,04)
Qatar	-0,17 (0,01)	-0,20 (0,02)	-0,18 (0,01)
Reino Unido	-0,04 (0,02)	-0,06 (0,02)	-0,05 (0,02)
República Checa	-0,07 (0,02)	-0,09 (0,02)	-0,07 (0,02)
República Dominicana	-0,15 (0,03)	-0,17 (0,03)	-0,14 (0,03)
República Eslovaca	-0,13 (0,02)	-0,16 (0,02)	-0,09 (0,02)
Rumania	-0,07 (0,02)	-0,10 (0,02)	-0,08 (0,02)
Singapur	0,06 (0,02)	0,02 (0,02)	0,07 (0,02)
Suecia	-0,05 (0,02)	-0,08 (0,02)	-0,06 (0,02)
Suiza	-0,10 (0,02)	-0,09 (0,02)	-0,09 (0,03)
Tailandia	-0,03 (0,02)	-0,06 (0,02)	-0,01 (0,02)
Trinidad y Tobago	-0,02 (0,02)	-0,05 (0,02)	-0,01 (0,02)
Túnez	-0,16 (0,02)	-0,14 (0,02)	-0,14 (0,03)
Turquía	-0,15 (0,02)	-0,15 (0,03)	-0,16 (0,02)
Uruguay	-0,14 (0,02)	-0,15 (0,02)	-0,12 (0,02)
USA (Massachusetts)	-0,10 (0,03)	-0,11 (0,04)	-0,07 (0,04)
USA (Carolina del Norte)	-0,10 (0,03)	-0,12 (0,03)	-0,09 (0,03)
Vietnam	0,00 (0,03)	-0,03 (0,04)	0,01 (0,03)

ANEXO 13. Comparación de correlaciones con el rendimiento entre TDTEACH e IBTEACH en PISA 2015

País	TDTEACH			IBTEACH		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Alemania	0,150	0,130	0,147	0,026	0,009	0,026
Argelia	0,066	0,095	0,085	-0,049	-0,076	-0,044
Argentina (Ciudad Autónoma de Buenos Aires)	0,176	0,180	0,175	0,009	-0,019	-0,014
Australia	0,138	0,133	0,162	-0,025	-0,052	-0,024
Austria	0,107	0,108	0,124	-0,014	-0,072	-0,014
Bélgica	0,050	0,031	0,061	-0,048	-0,055	-0,033
Brasil	0,141	0,119	0,147	-0,112	-0,144	-0,123
B-S-J-G (China)	0,156	0,161	0,183	0,082	0,071	0,079
Bulgaria	0,064	0,082	0,075	-0,224	-0,242	-0,247
Canadá	0,145	0,109	0,135	-0,089	-0,146	-0,108
Chile	0,126	0,095	0,118	-0,170	-0,169	-0,178
China - Taipei	0,108	0,125	0,119	0,018	-0,015	-0,003
Colombia	0,211	0,226	0,219	-0,071	-0,127	-0,084
Corea	0,023	0,007	-0,007	-0,065	-0,099	-0,114
Costa Rica	0,105	0,082	0,120	-0,062	-0,127	-0,091
Croacia	0,091	0,124	0,119	-0,086	-0,095	-0,069
República Checa	0,082	0,075	0,090	-0,070	-0,092	-0,069
Dinamarca	0,077	0,043	0,085	0,018	-0,034	0,033
República Dominicana	0,114	0,143	0,139	-0,140	-0,174	-0,153
Emiratos Árabes Unidos	0,145	0,158	0,151	-0,131	-0,151	-0,148
Eslovenia	NaN	NaN	NaN	-0,040	-0,070	-0,061
España	0,148	0,123	0,144	-0,043	-0,087	-0,062
España (Comunidades)	0,140	0,133	0,143	-0,028	-0,072	-0,047

País	TDTEACH			IBTEACH		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Estados Unidos	0,126	0,147	0,133	-0,093	-0,135	-0,114
Estonia	0,059	0,013	0,047	-0,165	-0,204	-0,178
Federación Rusa	0,128	0,077	0,109	-0,084	-0,173	-0,143
Finlandia	0,138	0,203	0,200	-0,019	-0,048	-0,011
Francia	0,102	0,106	0,119	0,021	-0,044	0,005
Georgia	0,113	0,131	0,133	-0,193	-0,200	-0,149
Grecia	0,185	0,180	0,183	-0,174	-0,229	-0,209
Holanda	0,159	0,118	0,163	-0,012	-0,064	-0,033
Hong Kong	0,131	0,148	0,145	-0,010	-0,047	-0,046
Hungría	0,073	0,090	0,099	-0,071	-0,043	-0,064
Islandia	0,083	0,130	0,124	-0,056	-0,041	-0,029
Indonesia	0,011	0,033	-0,005	-0,062	-0,068	-0,071
Irlanda	0,058	0,067	0,089	-0,042	-0,052	-0,028
Israel	0,113	0,097	0,135	-0,135	-0,162	-0,122
Italia	0,147	0,123	0,166	-0,103	-0,207	-0,123
Japón	0,094	0,077	0,102	0,018	-0,024	-0,009
Jordania	0,188	0,256	0,228	-0,095	-0,078	-0,103
Kosovo	0,252	0,288	0,268	-0,133	-0,174	-0,136
Lebanon	0,195	0,158	0,190	-0,124	-0,157	-0,132
Letonia	0,087	0,069	0,079	-0,080	-0,147	-0,112
Lituania	0,067	0,026	0,051	-0,088	-0,124	-0,089
Luxemburgo	0,143	0,130	0,142	-0,034	-0,083	-0,062
Macao	0,084	0,087	0,096	0,005	-0,037	-0,027
Macedonia	0,132	0,127	0,135	-0,120	-0,121	-0,100
Malta	0,158	0,140	0,155	0,040	-0,008	0,006
México	0,122	0,104	0,120	-0,121	-0,128	-0,112
Moldavia	0,215	0,212	0,235	0,002	-0,035	0,017
Montenegro	-0,027	-0,017	-0,004	-0,248	-0,263	-0,213
Nueva Zelanda	0,090	0,082	0,090	-0,130	-0,181	-0,145

País	TDTEACH			IBTEACH		
	MAT	LEC	CIEN	MAT	LEC	CIEN
Noruega	0,068	0,061	0,085	-0,087	-0,107	-0,076
Perú	-0,007	-0,032	0,012	-0,189	-0,200	-0,165
Polonia	0,127	0,161	0,147	-0,147	-0,209	-0,174
Portugal	0,069	0,093	0,115	-0,078	-0,097	-0,069
Puerto Rico (USA)	0,224	0,293	0,244	-0,031	-0,024	-0,023
Qatar	0,169	0,199	0,192	-0,175	-0,196	-0,171
Reino Unido	0,100	0,106	0,114	-0,045	-0,060	-0,041
Rumanía	0,182	0,149	0,173	-0,076	-0,100	-0,073
República Eslovaca	0,022	0,017	0,033	-0,091	-0,160	-0,126
Singapur	0,138	0,139	0,155	0,072	0,025	0,063
Suecia	0,082	0,093	0,096	-0,063	-0,077	-0,048
Suiza	0,089	0,141	0,115	-0,093	-0,090	-0,100
Tailandia	0,045	0,052	0,057	-0,010	-0,058	-0,034
Trinidad y Tobago	0,104	0,129	0,127	-0,007	-0,049	-0,015
Túnez	0,043	0,103	0,086	-0,136	-0,141	-0,165
Turquía	0,083	0,082	0,088	-0,158	-0,151	-0,154
Uruguay	0,139	0,106	0,147	-0,124	-0,151	-0,139
USA (Massachusetts)	0,091	0,096	0,085	-0,068	-0,112	-0,102
USA (Carolina del Norte)	0,121	0,153	0,134	-0,090	-0,118	-0,103
Vietnam	0,133	0,110	0,124	0,007	-0,031	-0,002

ANEXO 14. Aproximación de la correlación de IBTEACH06 con Matemáticas, Lectura y Ciencias en PISA 2006

Correlación de IBTEACH06 con el rendimiento en cada competencia			
País	CIEN estima (e.t)	LECT estima (e.t)	MATE estima (e.t)
Alemania	-0,08 (0,02)	-0,08 (0,02)	-0,06 (0,02)
Argentina	-0,11 (0,02)	-0,13 (0,02)	-0,13 (0,02)
Australia	0,09 (0,01)	0,11 (0,01)	0,09 (0,01)
Austria	-0,10 (0,02)	-0,11 (0,02)	-0,11 (0,02)
Azerbaijan	-0,06 (0,03)	-0,11 (0,02)	-0,03 (0,02)
Bélgica	-0,05 (0,02)	-0,09 (0,02)	-0,06 (0,02)
Bulgaria	-0,22 (0,02)	-0,23 (0,02)	-0,24 (0,02)
Brasil	-0,09 (0,02)	-0,09 (0,02)	-0,12 (0,02)
Canadá	-0,03 (0,02)	-0,06 (0,01)	-0,04 (0,02)
Chile	-0,15 (0,02)	-0,19 (0,02)	-0,14 (0,02)
Colombia	-0,05 (0,03)	-0,03 (0,03)	-0,04 (0,03)
Corea	-0,05 (0,03)	-0,06 (0,02)	-0,06 (0,04)
Croacia	-0,09 (0,02)	-0,11 (0,02)	-0,10 (0,02)
Dinamarca	0,03 (0,02)	-0,02 (0,02)	-0,01 (0,02)
Eslovenia	-0,11 (0,02)	-0,16 (0,02)	-0,11 (0,02)
España	-0,08 (0,01)	-0,10 (0,01)	-0,10 (0,01)
Estados Unidos	-0,08 (0,02)	NA	-0,08 (0,02)
Estonia	-0,19 (0,02)	-0,22 (0,03)	-0,17 (0,02)
Federación Rusa	-0,11 (0,02)	-0,10 (0,02)	-0,09 (0,01)
Finlandia	0,04 (0,02)	0,08 (0,02)	0,04 (0,02)
Francia	0,00 (0,02)	-0,04 (0,02)	-0,01 (0,02)
Grecia	-0,22 (0,02)	-0,22 (0,02)	-0,21 (0,02)
Holanda	-0,10 (0,03)	-0,12 (0,03)	-0,12 (0,02)
Hong Kong-China	0,08 (0,02)	0,04 (0,02)	0,08 (0,02)
Hungría	-0,09 (0,03)	-0,14 (0,03)	-0,11 (0,03)
Indonesia	-0,10 (0,03)	-0,12 (0,03)	-0,12 (0,03)
Irlanda	-0,04 (0,02)	-0,05 (0,02)	-0,08 (0,02)
Islandia	0,01 (0,02)	0,01 (0,02)	0,01 (0,02)

Correlación de IBTEACH06 con el rendimiento en cada competencia			
País	CIEN estima (e.t)	LECT estima (e.t)	MATE estima (e.t)
Israel	-0,05 (0,02)	-0,07 (0,02)	-0,07 (0,02)
Italia	-0,21 (0,01)	-0,23 (0,02)	-0,17 (0,02)
Japón	-0,04 (0,03)	-0,06 (0,03)	-0,02(0,03)
Jordania	-0,11 (0,02)	-0,09 (0,02)	-0,13 (0,02)
Kirguistán	-0,22 (0,02)	-0,24 (0,02)	-0,24 (0,02)
Letonia	-0,14 (0,02)	-0,13 (0,02)	-0,15 (0,02)
Liechtenstein	-0,05 (0,07)	-0,10 (0,07)	-0,07 (0,08)
Lituania	-0,14 (0,02)	-0,17 (0,02)	-0,16 (0,02)
Luxemburgo	-0,14 (0,02)	-0,12 (0,02)	-0,11 (0,02)
Macao-China	0,02 (0,02)	0,04 (0,02)	0,06 (0,02)
México	-0,06 (0,01)	-0,08 (0,01)	-0,09 (0,01)
Montenegro	-0,26 (0,02)	-0,26 (0,02)	-0,26 (0,02)
Noruega	-0,06 (0,02)	-0,08 (0,02)	-0,09 (0,02)
Nueva Zelanda	0,04 (0,02)	0,03 (0,02)	0,04 (0,02)
Polonia	-0,14 (0,02)	-0,14 (0,02)	-0,15 (0,02)
Portugal	-0,10 (0,02)	-0,11 (0,02)	-0,10 (0,02)
Qatar	-0,14 (0,01)	-0,16 (0,01)	-0,12 (0,01)
Reino Unido	0,00 (0,02)	-0,03 (0,02)	0,00 (0,02)
República Checa	-0,12 (0,02)	-0,09 (0,02)	-0,12 (0,02)
República Eslovaca	-0,14 (0,03)	-0,14 (0,03)	-0,13 (0,03)
Rumanía	-0,14 (0,02)	-0,17 (0,02)	-0,16 (0,02)
Serbia	-0,27 (0,02)	-0,27 (0,02)	-0,25 (0,02)
Suecia	0,00 (0,03)	0,01 (0,03)	-0,01 (0,03)
Suiza	0,01 (0,02)	-0,01 (0,02)	0,01 (0,02)
Tailandia	0,02 (0,02)	-0,01 (0,02)	0,00 (0,02)
Taipei China	-0,04 (0,02)	-0,07 (0,02)	-0,02 (0,02)
Túnez	-0,13 (0,02)	-0,15 (0,02)	-0,10 (0,02)
Turquía	-0,08 (0,02)	-0,08 (0,02)	-0,10 (0,02)
Uruguay	-0,11 (0,02)	-0,10 (0,02)	-0,13 (0,02)

ANEXO 15. Correlaciones, por países, entre TDTEACH e IBTEACH. PISA 2015

País	Correlación (e.t)	País	Correlación (e.t)
Albania	NA	Japón	0,36 (0,02)
Alemania	0,41 (0,02)	Jordania	0,09 (0,02)
Argelia	0,18 (0,02)	Kosovo	-0,10 (0,02)
Argentina (Ciudad Autónoma de Buenos)	0,34 (0,03)	Líbano	0,09 (0,03)
Australia	0,41 (0,02)	Letonia	0,24 (0,02)
Austria	0,30 (0,02)	Lituania	0,15 (0,02)
Bélgica	0,33 (0,02)	Luxemburgo	0,28 (0,02)
Bulgaria	0,13 (0,02)	Macao	0,34 (0,02)
Brasil	0,20 (0,02)	Malta	0,30 (0,02)
B-S-J-G ⁴² (China)	0,40 (0,02)	Massachusetts (USA)	0,33 (0,03)
Canadá	0,30 (0,02)	México	0,31 (0,02)
Carolina del Norte (USA)	0,30 (0,03)	Moldavia	0,16 (0,02)
Chile	0,32 (0,02)	Montenegro	0,23 (0,02)
Croacia	0,22 (0,02)	Holanda	0,34 (0,02)
Colombia	0,23 (0,02)	Noruega	0,35 (0,02)
Corea	0,42 (0,02)	Nueva Zelanda	0,38 (0,02)
Costa Rica	0,30 (0,02)	Perú	0,43 (0,02)
Dinamarca	0,43 (0,02)	Polonia	0,22 (0,02)
Emiratos Árabes Unidos	0,22 (0,02)	Portugal	0,32 (0,02)
Eslovenia	NA	Puerto Rico (USA)	0,13 (0,05)
España	0,36 (0,02)	Qatar	0,19 (0,01)
España (Comunidades)	0,36 (0,01)	Reino Unido	0,37 (0,02)
Estados Unidos	0,29 (0,02)	República Checa	0,17 (0,02)

⁴² Beijing-Shanghai-Jiangsu-Guangdong (China)

País	Correlación (e.t)	País	Correlación (e.t)
Estonia	0,26 (0,02)	República Dominicana	0,18 (0,02)
Federación Rusa	0,21 (0,02)	República Eslovaca	0,15 (0,02)
Finlandia	0,22 (0,02)	Rumanía	0,08 (0,03)
FYROM ⁴³	0,07 (0,02)	Singapur	0,37 (0,02)
Francia	0,25 (0,02)	Suecia	0,26 (0,02)
Georgia	0,21 (0,02)	Suiza	0,30 (0,02)
Grecia	0,15 (0,02)	Tailandia	0,23 (0,02)
Hong Kong	0,33 (0,02)	Taipei China	0,31 (0,02)
Hungría	0,25 (0,02)	Trinidad y Tobago	0,14 (0,02)
Indonesia	0,29 (0,02)	Túnez	0,25 (0,03)
Irlanda	0,52 (0,02)	Turquía	0,12 (0,02)
Islandia	0,34 (0,03)	Uruguay	0,19 (0,02)
Israel	0,33 (0,02)	Vietnam	0,42 (0,02)
Italia	0,34 (0,02)		

⁴³ Macedonia