

UNIVERSIDAD DE OVIEDO
Departamento de Física

**RUIDO AERODINÁMICO TONAL
RADIADO POR UN VENTILADOR
AXIAL EN CAMPO LEJANO:
MECANISMOS DE GENERACIÓN
Y PROPAGACIÓN DEL MISMO**

**Tesis presentada por:
KATIA MARÍA ARGÜELLES DÍAZ**

NOVIEMBRE 2004



Universidad
de Oviedo

Reservados todos los derechos
© El autor

Edita: Universidad de Oviedo
Biblioteca Universitaria, 2007
Colección Tesis Doctoral-TDR nº 20

ISBN: 978-84-690-9134-0
D.L.: AS.04573-2007





A la memoria de mi abuelo Luis.

*Incluso en estos tiempos
de aprender a vivir sin esperarte,
todos los días tengo recaídas
y aunque quiera olvidar no se me olvida
que no puedo olvidarte.*

Joaquín Sabina.

Índice

ÍNDICE	I
AGRADECIMIENTOS	VII
RESUMEN	IX
LISTA DE FIGURAS	XI
LISTA DE TABLAS	XXIII
LISTA DE SÍMBOLOS	XXV
CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1. Introducción	1
1.2. Turbomáquinas axiales	6
1.2.1. Generalidades	6
1.2.2. Flujo alrededor de perfiles aerodinámicos	10
1.2.3. Análisis bidimensional del flujo en cascadas	12
1.2.4. Flujos tridimensionales en turbomáquinas axiales.....	17



1.3. Estado del arte de la Aeroacústica	23
1.4. Investigación en la Universidad de Oviedo.....	28
1.5. Objetivo de la tesis y metodología empleada.....	30
CAPÍTULO 2: TEORÍA AEROACÚSTICA CLÁSICA	33
2.1. Introducción	33
2.2. Ecuaciones de gobierno de la Mecánica de Fluidos	35
2.3. Las ecuaciones de la Aeroacústica lineal	44
2.3.1. La ecuación de ondas homogénea	44
2.3.2. Separación del campo acústico y el campo vortical	48
2.3.3. Ecuación de ondas inhomogénea	49
2.3.4. Soluciones fundamentales de la ecuación de ondas homogénea	50
2.4. La técnica de las funciones de Green	55
2.4.1. Solución general de la ecuación de ondas mediante funciones de Green ...	55
2.4.2. Función de Green del campo libre	59
2.5. Aplicación a fuentes acústicas	59
2.5.1. Monopolos	60
2.5.2. Dipolos	61
2.5.3. Cuadrupolos	64
2.5.4. Radiación por fuentes en movimiento	66
2.5.5. Intensidad acústica, potencia, directividad y amplificación convectiva	70
2.5.6. Descripción del sonido	75
2.6. Analogía aeroacústica de Lighthill	76
2.6.1. Ecuación de Lighthill	78
2.6.2. Discusión de la analogía de Lighthill	81
2.6.3. Resolución de la ecuación de Lighthill	82
2.6.4. Ley de la octava potencia de Lighthill	86
2.6.5. Sonido y pseudo-sonido	87
2.7. Analogía aeroacústica de Powell y Howe	88
2.7.1. Analogía aeroacústica de Powell	89
2.7.2. Analogía aeroacústica de Howe	91
CAPÍTULO 3: GENERACIÓN DE RUIDO EN TURBOMÁQUINAS	97
3.1. Introducción	97



3.2. Analogía aeroacústica de Ffowcs Williams y Hawkings	101
3.2.1. Nociones sobre teoría de funciones generalizadas	102
3.2.2. Ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings	105
3.2.3. Solución integral de la ecuación de FFWH	111
3.2.4. Fuente acústicamente compacta	118
3.2.5. Teoría de Curle y método de Kirchhoff	123
3.3. Ruido de turbomáquinas en el dominio de la frecuencia	125
3.3.1. Radiación de ruido por un dipolo puntual en movimiento rotacional	126
3.3.2. Radiación acústica en el campo libre de ventiladores de flujo axial	132
3.3.3. Ruido de interacción en la estela	139
3.3.3.1. Ruido de interacción estator-rotor	140
3.3.3.2. Ruido de interacción rotor-estator	141
3.3.4. Ruido en banda ancha	143
3.3.4.1. Ruido de interacción con la turbulencia	143
3.3.4.2. Efecto del borde trasero de los álabes del rotor	146
3.3.5. Ventiladores de flujo axial entubados	148
3.3.6. Control de las fuentes de ruido	150
CAPÍTULO 4: CARACTERIZACIÓN NUMÉRICA DEL RUIDO	153
4.1. Introducción	153
4.2. Caracterización numérica de las fuentes acústicas	156
4.2.1. Generación de la geometría y del mallado	158
4.2.2. Resolución numérica de las ecuaciones de gobierno de los fluidos	167
4.2.3. Modelos de turbulencia	181
4.3. Caracterización numérica de la región de propagación	187
CAPÍTULO 5: CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DEL RUIDO	193
5.1. Introducción	193
5.2. Descripción del banco de ensayos	194
5.3. Caracterización del funcionamiento del ventilador	198
5.4. Caracterización del campo de flujo desarrollado	200
5.4.1. Medidas estacionarias de velocidad y de presión	200
5.4.2. Medidas no estacionarias de velocidad	207
5.4.3. Medidas no estacionarias de presión	217



5.5. Caracterización aeroacústica del ventilador	221
CAPÍTULO 6: ANÁLISIS DE RESULTADOS	231
6.1. Introducción	231
6.2. Caracterización del funcionamiento del ventilador	232
6.3. Caracterización del flujo del ventilador	245
6.3.1. Resultados promediados	245
6.3.1.1. Campo de velocidades promedio	246
6.3.1.2. Campo de vorticidad promedio	258
6.3.2. Resultados instantáneos	260
6.3.2.1. Campo instantáneo de velocidad	262
6.3.2.2. Campo de vorticidad instantáneo	281
6.3.2.3. Campo de presiones instantáneo	284
6.3.2.4. Fuerzas sobre álabes y directrices	288
6.3.3. Comparación entre modelos de turbulencia (RSM vs. LES)	292
6.4. Caracterización aeroacústica del ventilador	295
6.4.1. Niveles SPL en campo lejano	297
6.4.2. Contribución estacionaria del ruido propagado al campo lejano	313
6.4.3. Comparación entre modelos de turbulencia (RSM vs. LES)	319
CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	321
7.1. Introducción	321
7.2. Conclusiones	321
7.3. Trabajos futuros	326
APÉNDICE I: MÉTODO DE LOS VOLÚMENES FINITOS	329
I.1. Introducción	329
I.2. Discretización estacionaria	330
I.2.1. Esquema de diferenciación central	333
I.2.2. Esquema de diferenciación aguas arriba	333
I.3. Esquemas de acoplamiento presión-velocidad	338
I.3.1. Algoritmo SIMPLE	340
I.3.2. Algoritmo SIMPLEC	343
I.3.3. Algoritmo PISO	343



I.4. Discretización temporal	345
I.4.1. Algoritmo SIMPLE no estacionario	347
I.4.2. Algoritmo PISO no estacionario	348
I.4.3. Cálculos de estado estacionario mediante una aproximación pseudo no estacionaria	348
I.5. Condiciones de contorno	349
I.6. Solución de las ecuaciones discretas	350
I.6.1. Métodos iterativos de Jacobi y Gauss-Seidel	351
I.6.2. Algoritmo de la matriz tridiagonal (TDMA)	352
I.6.3. Método multigrad	354
I.7. Consistencia, convergencia y estabilidad	365
APÉNDICE II: MODELOS DE TURBULENCIA	367
II.1. Introducción	367
II.2. Promedio temporal y de masa de las ecuaciones de Navier-Stokes	368
II.2.1. Flujo incompresible: ecuaciones de Reynolds	369
II.2.2. Flujo compresible: ecuaciones de Favre	371
II.3. Modelo de turbulencia $k-\varepsilon$	374
II.4. Modelo RSM	376
II.5. Modelo LES	379
II.6. Tratamiento de flujos turbulentos en las proximidades de paredes	383
APÉNDICE III: RESULTADOS DE LA CARACTERIZACIÓN DEL VENTILADOR AXIAL	389
III.1. Introducción	389
III.2. Caracterización del flujo	390
III.2.1. Resultados de anemometría térmica	390
III.2.2. Resultados numéricos	396
III.2.3. Resultados de la sonda de presión	417
III.2.4. Resultados de los transductores de presión	419
III.3. Caracterización aeroacústica	421
APÉNDICE IV: ALGORITMO NUMÉRICO	451
IV.1. Introducción	451



IV.2. Programa Coordenadas.c	452
IV.3. Programa Armonicos.c	454
IV.4. Programa Ruido.c	458
APÉNDICE V: COPIA DE PUBLICACIONES	465
BIBLIOGRAFÍA	491



Agradecimientos

En primer lugar quiero expresar mi agradecimiento al director de esta tesis, Carlos Santolaria Morros. De él partió la idea original y en todo momento ha prestado su ayuda y ha aportado valiosas sugerencias para llevarla a cabo. Deseo también hacer una mención especial a Eduardo Blanco Marigorta, cuya ayuda y conocimientos han sido fundamentales para llevar a cabo la realización de la parte experimental de la tesis, y a Jesús Manuel Fernández Oro, compañero de estos avatares.

Asimismo, quiero expresar mi agradecimiento a mis compañeros del Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Oviedo: Julián Martínez de la Calle, Rafael Ballesteros Tajadura, Jorge Luis Parrondo Gayo, Sandra Velarde Suárez, José González Pérez, Juan Pablo Hurtado Cruz, Marcos González Fernández, Raúl Tuero Pidal y Pablo Fernández Coto. Todos ellos me han apoyado y animado a lo largo de la realización de este trabajo.

Deseo también hacer mención de Julio Manuel Fernández Díaz y María Ángeles Rodríguez Braña, del Departamento de Física de la Universidad de Oviedo, puesto que con ellos empecé la andadura para la obtención del grado de doctora.

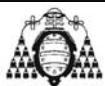
No puedo tampoco olvidar a mis amigos de siempre a los que últimamente he tenido un poco descuidados: Miguel y Javier – que ya son doctores – Germán y Luis – que pronto lo serán – y Venus. Todos ellos me han brindado siempre su amistad desinteresada.

Mi más profundo agradecimiento a mis padres, Luis y Carmen, por haberme inculcado el interés por el conocimiento y haber puesto siempre a mi alcance los medios para lograrlo, por su apoyo continuo en este y otros aspectos de la vida, y por estar orgullosos de mí en todo momento. A mi abuela Luisa, cuyos ochenta años de experiencia son un ejemplo a seguir, a mi hermana Inés, por su cariño, y, a modo póstumo, a mis abuelos Luis, Antonio y Dolores. Para terminar, deseo darle las gracias a Jose, mi novio, por su paciencia infinita a lo largo de los últimos meses, por haberme apoyado siempre, por haber estado a mi lado animándome cuando se acumulaba el trabajo, por haberme impulsado siempre a continuar y, en resumidas cuentas, por todo.

Si alguien se siente omitido, lo siento, no ha sido conscientemente. A todos los mencionados, gracias.

KATIA
Gobezanes, Noviembre de 2004



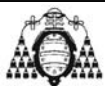


Resumen

Hoy en día las turbomáquinas están presentes en multitud de aplicaciones industriales y sociales, por lo que existe una continua demanda para mejorar sus prestaciones mediante diseños más eficaces. Además, es esencial que los nuevos diseños se encaminen también a reducir las emisiones sonoras de las turbomáquinas, ya que tienen un fuerte impacto sobre la sociedad. Así, el ruido, considerado hasta hace poco como un subproducto inherente a las turbomáquinas, tiene que pasar a convertirse en un objetivo esencial e indispensable de las etapas de diseño de los nuevos prototipos. La mayor parte del ruido generado por turbomáquinas es de naturaleza aeroacústica, por lo que sólo mediante un conocimiento exhaustivo de los fenómenos fluidodinámicos que tienen lugar en el interior de las mismas se estará en disposición de detectar los mecanismos básicos de generación de ruido y de realizar las actuaciones pertinentes con vistas a reducir las consecuentes emisiones sonoras. Además, el conocimiento de la naturaleza del flujo en el interior de las turbomáquinas permitirá también mejorar las prestaciones y el rendimiento de las mismas. Es por ello que en esta tesis se lleva a cabo un estudio de uno de los mecanismos responsables de la mayor parte de la generación de ruido aeroacústico en turbomáquinas: la interacción estator-rotor.

Se desarrollará entonces en la tesis una metodología numérica basada en una aproximación híbrida: desacoplamiento de los mecanismos de generación de ruido y de la propagación del mismo. Este desacoplamiento permitirá que los fenómenos aerodinámicos sean abordados mediante técnicas CFD tradicionales, mientras que los fenómenos de propagación aeroacústicos se abordarán mediante un algoritmo basado en la resolución integral – en el dominio de la frecuencia y del tiempo – de la ecuación de ondas aeroacústica con los correspondientes términos fuente. La metodología numérica se aplicará al caso particular de un ventilador axial de una única etapa con un estator de trece directrices situado aguas arriba de un rotor de nueve álabes, para distintas configuraciones de funcionamiento del mismo: dos gaps axiales entre estator y rotor, y tres caudales de funcionamiento diferentes. Los modelos numéricos serán validados con resultados experimentales obtenidos a partir de una campaña de ensayos llevada a cabo con el ventilador mediante técnicas de anemometría térmica, transductores piezoeléctricos y micrófonos capacitivos. Se dispondrá entonces de una herramienta que permitirá predecir y reducir, en la etapa de diseño, los niveles de ruido generados por una turbomáquina.





Lista de Figuras

Figura 1.1: Contribuciones al ruido en un turborreactor (Envia, 2002).....	2
Figura 1.2: Espectro típico de ruido de un ventilador	3
Figura 1.3: Fuentes de generación de ruido en ventiladores	4
Figura 1.4: Configuración típica de rodets de flujo radial, mixto y axial	7
Figura 1.5: Ventilador comercial de partida y esquema del ventilador axial considerado en esta tesis.....	8
Figura 1.6: Efecto de las directrices sobre el flujo a la entrada y salida del rotor	9
Figura 1.7: Curva característica típica de un ventilador axial.....	10
Figura 1.8: Desarrollo de la capa límite	10
Figura 1.9: Flujo alrededor de un perfil aerodinámico.....	11
Figura 1.10: Capa límite alrededor de un perfil aerodinámico	12
Figura 1.11: Simplificación bidimensional de una corona de álabes.....	13
Figura 1.12: Nomenclatura de la cascada de álabes.....	13
Figura 1.13: Volumen de control y triángulos de velocidades en la cascada 2D.....	14
Figura 1.14: Descomposición de las fuerzas en sustentación y arrastre	15
Figura 1.15: Triángulos de velocidad de una etapa axial estator-rotor	16
Figura 1.16: Volumen de control para el equilibrio radial.....	18
Figura 1.17: Flujos secundarios (Neumann, 2000)	20
Figura 2.1: Modelos de flujo incompresible y compresible	34
Figura 2.2: Movimiento de un pistón en un tubo lleno de un fluido	35
Figura 2.3: Volumen de control infinitesimal fijo en coordenadas cartesianas	38
Figura 2.4: Propagación de un pulso de ondas unidimensionales	51
Figura 2.5: Coordenadas esféricas	52



Figura 2.6: Ondas esféricas y campo acústico próximo y lejano	54
Figura 2.7: Modo de oscilación de una esfera de gas correspondiente al monopolo.....	60
Figura 2.8: Modo de vibración de una esfera de gas correspondiente al dipolo	62
Figura 2.9: Modo de oscilación de una esfera de gas correspondiente al cuadrupolo	64
Figura 2.10: Patrón de directividad de un dipolo compacto	72
Figura 2.11: Patrón de directividad de un cuadrupolo longitudinal	73
Figura 2.12: Patrón de directividad de un cuadrupolo lateral	73
Figura 2.13: Sistema de coordenadas para las fuentes móviles	74
Figura 2.14: Tasa de amplificación convectiva en función del número de Mach	75
Figura 2.15: Separación del campo de flujo real	77
Figura 2.16: Dimensiones para el ruido de chorro	86
Figura 3.1: Espectro típico de ruido de un rotor de un ventilador	98
Figura 3.2: Problema aeroacústica considerado por FFWH	101
Figura 3.3: Descripción de la función de superficie de control	106
Figura 3.4: Sistemas de coordenadas fijo y en movimiento	112
Figura 3.5: Superficie de control y normal para el desarrollo de Curle	122
Figura 3.6: Sistema de coordenadas empleado en los cálculos para el dipolo	126
Figura 3.7: Descomposición de la fuerza de carga en sus componentes	128
Figura 3.8: Sistema de referencia fijo en el estator	142
Figura 3.9: Variación del término $f_{\alpha}(\omega)$ con el parámetro α	145
Figura 3.10: Sistemas de referencia para el training edge noise	146
Figura 3.11: Patrón de directividad característico del training edge noise en el plano $\alpha = \pi/2$	147
Figura 3.12: Diseño de un rotor con álabes radiales y curvados	151
Figura 4.1: Dominio computacional bidimensional	160
Figura 4.2: Detalles del mallado del dominio computacional bidimensional	161
Figura 4.3: Variación con el número de celdas de la presión y el caudal proporcionados por la turbomáquina	162
Figura 4.4: Variación con el número de celdas de la presión media y sus fluctuaciones en un punto del dominio computacional	162
Figura 4.5: Variación del caudal con el $y+$ correspondiente a un álabe	163
Figura 4.6: Distribución del $y+$ en torno a un álabe.....	164
Figura 4.7: Geometría del estator (en azul) y del rotor (en rojo)	165
Figura 4.8: Representación de la geometría del dominio computacional	165
Figura 4.9: Detalles del mallado del dominio computacional.....	166
Figura 4.10: Vistas ampliadas del mallado en álabes y directrices	166
Figura 4.11: Detalles del mallado de los álabes refinados	167
Figura 4.12: Esquema de las iteraciones de los solvers segregado y acoplado	168
Figura 4.13: Representación de la transición de flujo laminar a turbulento	182
Figura 4.14: Visualizaciones de chorros turbulentos	183
Figura 5.1: Ventilador comercial de partida	194
Figura 5.2: Perfiles NACA 65 de los álabes del rotor	195
Figura 5.3: Esquema de la parte aerodinámica del ventilador	196
Figura 5.4: Esquema del sistema de anillos que regulan el gap axial	196
Figura 5.5: Esquema de las rendijas practicadas en la carcasa del ventilador	197
Figura 5.6: Esquema del banco de ensayos entubado	198
Figura 5.7: Detalles de la turbomáquina axial	198
Figura 5.8: Detalles de la sonda de cinco orificios	201
Figura 5.9: Detalles del soporte de la sonda	201



Figura 5.10: Cadena de medida y sonda adquiriendo una medida aguas abajo del rotor	202
Figura 5.11: Esquema de los orificios de la sonda de presión y ángulos del flujo	203
Figura 5.12: Diagramas de calibración de la sonda de cinco orificios.....	205
Figura 5.13: Incertidumbre de las medidas de velocidad con la sonda de presión	205
Figura 5.14: Posiciones de medida.....	206
Figura 5.15: Resultados de una medida con la sonda de cinco orificios aguas abajo del rotor, para gap inferior y caudal nominal.....	207
Figura 5.16: Sondas de hilo caliente y anemómetro CTA	208
Figura 5.17: Ley de King para una sonda triple.....	210
Figura 5.18: Incertidumbre de las medidas de velocidad realizadas con hilo caliente	211
Figura 5.19: Coeficientes de calibración angular de una sonda triple	212
Figura 5.20: Banco de calibraciones de la sonda de hilo caliente.....	213
Figura 5.21: Banco de fabricación y reparación de los hilos	214
Figura 5.22: Anemómetro y osciloscopio empleados para acondicionar los hilos	215
Figura 5.23: Sonda montada en el banco de ensayos.....	215
Figura 5.24: Cadena de medida completa para la anemometría térmica	216
Figura 5.25: Velocidad axial adimensional entre haces.....	216
Figura 5.26: Transductor piezoeléctrico y amplificador convectivo.....	217
Figura 5.27: Curva típica de respuesta en frecuencia de un transductor piezoeléctrico	218
Figura 5.28: Esquema simplificado de un amplificador de carga.....	219
Figura 5.29: Orificios practicados en la carcasa para las medidas de presión	220
Figura 5.30: Promedio de las fluctuaciones de presión adimensionales sobre la carcasa, para caudal nominal y gap axial inferior	221
Figura 5.31: Micrófono y analizador de señales de Brüel & Kjaer.....	222
Figura 5.32: Esquema de un micrófono capacitivo.....	222
Figura 5.33: Curva de respuesta en frecuencia	223
Figura 5.34: Frecuencia de corte alta	224
Figura 5.35: Especificaciones técnicas del micrófono capacitivo.....	225
Figura 5.36: El ventilador durante los ensayos acústicos	226
Figura 5.37: Posiciones de medida acústicas	226
Figura 5.38: SPL en el plano R5 para gap inferior y caudal nominal	227
Figura 5.39: Error sistemático del micrófono capacitivo.....	228
Figura 5.40: Resultados correspondientes al error de precisión asociado con el propio fenómeno	229
Figura 6.1: Curva característica obtenida a partir del modelo numérico 2D	233
Figura 6.2: Curva característica experimental y numérica (modelo 3D)	234
Figura 6.3: Distribución radial promedio del incremento de presión total en el rotor, dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos 3D y experimentales DHW	235
Figura 6.4: Distribución radial promedio del grado de reacción, dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales de funcionamiento (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos 3D y experimentales DHW	236
Figura 6.5: Rendimiento hidráulico de la etapa del rotor, Qn	234
Figura 6.6: Posiciones radiales y circunferenciales de un sector completo de directriz.....	238



Figura 6.7: Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Qd: resultados experimentales de la sonda de presión (FHP)	240
Figura 6.8: Componente circunferencial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Qd: resultados experimentales de la sonda de presión (FHP)	241
Figura 6.9: Ángulo azimutal promedio en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Qd: resultados experimentales de la sonda de presión (FHP)	242
Figura 6.10: Presión estática media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal de funcionamiento Qd: resultados experimentales de la sonda de presión (FHP)	243
Figura 6.11: FFT de la presión estática promediada en la carcasa sobre el rotor, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y para tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados experimentales de los transductores piezoeléctricos	244
Figura 6.12: Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados experimentales de hilo caliente (DHW)	248
Figura 6.13: Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos del modelo tridimensional	249
Figura 6.14: Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos, perímetro completo	250
Figura 6.15: Componente circunferencial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados experimentales de hilo caliente (DHW)	253
Figura 6.16: Componente circunferencial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos del modelo tridimensional	254
Figura 6.17: Ángulo azimutal promedio en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos del modelo tridimensional	256
Figura 6.18: Magnitud de la vorticidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos del modelo tridimensional	259
Figura 6.19: Ejemplo de mapa tridimensional para la componente axial de la velocidad instantánea	260
Figura 6.20: Posiciones espaciales correspondientes a los mapas tridimensionales radiales y angulares, respectivamente	261
Figura 6.21: Mapa radial de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados DHW, posición circunferencial 8°	263
Figura 6.22: Mapa radial de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos, posición circunferencial 8°	264
Figura 6.23: Fotogramas de la componente axial de la velocidad instantánea en el plano entre haces para gap inferior (G) y caudal nominal (Qn): resultados DHW	265



Figura 6.24: Mapa angular de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados DHW, posición radial 9.....	267
Figura 6.25: Mapa angular de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9	268
Figura 6.26: Mapa radial de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados DHW, posición circunferencial 8°	270
Figura 6.27: Mapa radial de componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición circunferencial 8°	271
Figura 6.28: Fotogramas de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en el plano entre haces para gap inferior (G) y caudal nominal (Q_n): resultados numéricos	272
Figura 6.29: Mapa angular de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados DHW, posición radial 9	274
Figura 6.30: Mapa angular de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9	275
Figura 6.31: Mapa radial de la componente radial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición circunferencial 8°	277
Figura 6.32: Fotogramas de la componente radial de la velocidad instantánea en el plano entre haces para gap superior (1.25G) y caudal nominal (Q_n): resultados numéricos	278
Figura 6.33: Mapa angular de la componente radial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9	280
Figura 6.34: Mapa radial de la magnitud de la vorticidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9	282
Figura 6.35: Mapa angular de la magnitud de la vorticidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9	283
Figura 6.36: Fluctuaciones de presión estática sobre la carcasa del rotor: dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$)	285
Figura 6.37: Fluctuaciones de presión estática sobre la carcasa del rotor: dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$)	286
Figura 6.38: Fuerza total, componentes axial y tangencial sobre el álabe	287
Figura 6.39: Fuerza total sobre el álabe y distribución radial promedio de la misma	288
Figura 6.40: Espectros de la fuerza y sus componentes axial y tangencial sobre el álabe	289
Figura 6.41: Fuerza total, componentes axial y tangencial sobre la directriz	290



Figura 6.42: Fuerza total sobre la directriz y distribución radial promedio de la misma.....	291
Figura 6.43: Espectros de la fuerza total, axial y tangencial sobre la directriz	291
Figura 6.44: Mapas angulares de la componente axial de la velocidad instantánea, entre haces (D) y tras el rotor (R), caudal nominal Q_n , dos gaps (G y 1.25G): resultados numéricos con modelos de turbulencia RSM y LES	293
Figura 6.45: Mapas angulares de la componente circunferencial de la velocidad instantánea, entre haces (D) y tras el rotor (R), caudal nominal Q_n , dos gaps (G y 1.25G): resultados numéricos con modelos de turbulencia RSM y LES	294
Figura 6.46: Posiciones ensayadas y simuladas numéricamente	295
Figura 6.47: Resultados numéricos y experimentales del ruido en el plano R5, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	298
Figura 6.48: Resultados numéricos del ruido en el plano R5, dominio de la frecuencia y temporal para el gap inferior (G) y caudal nominal Q_n , frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	299
Figura 6.49: Resultados numéricos del ruido en el plano R5, dominio de la frecuencia y temporal para el gap superior (1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	300
Figura 6.50: Espectros de ruido para varias posiciones angulares en el plano R5, gap inferior (G) y caudal nominal (Q_n): resultados en el dominio temporal y experimentales.....	303
Figura 6.51: Espectros de ruido para varias posiciones angulares en el plano R5, gap superior (1.25G) y caudal nominal (Q_n): resultados en el dominio temporal y experimentales	304
Figura 6.52: Comparación de resultados numéricos y experimentales en los planos R5, R7 y R9, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	307
Figura 6.53: Distribución circunferencial y radial del SPL entre los planos R5, R7 y R9, resultados en el dominio de la frecuencia y temporal para el gap inferior (G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	308
Figura 6.54: Distribución circunferencial y radial del SPL entre los planos R5, R7 y R9, resultados en el dominio de la frecuencia y temporal para el gap superior (1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	309
Figura 6.55: Distribución circunferencial y radial del SPL en los planos R5, R7 y R9, resultados experimentales para los dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	310
Figura 6.56: Comparación entre gaps de los resultados numéricos y experimentales del ruido en el plano R5, para caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	311
Figura 6.57: Nivel SPL total en los planos frontales FD (antes del estator) y FR (tras el rotor), para dos gaps (G y 1.25G) y para caudal nominal Q_n : dominio de la frecuencia, dominio temporal y resultados experimentales	312
Figura 6.58: Resultados numéricos y experimentales de la contribución total (dos gaps axiales) y de la contribución estacionaria del ruido en el plano R5, caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	314



Figura 6.59: Resultados numéricos del modelo temporal para la contribución estacionaria del ruido en el plano R5, caudal nominal de funcionamiento Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	315
Figura 6.60: Espectros de ruido correspondientes a la contribución estacionaria del SPL para varias posiciones angulares en el plano R5: resultados del modelo temporal, caudal nominal Q_n	316
Figura 6.61: Comparación de resultados numéricos y experimentales en los planos R5, R7 y R9 para la contribución estacionaria del ruido, caudal nominal Q_n	317
Figura 6.62: Distribución circunferencial y radial de la contribución estacionaria del SPL en los planos R5, R7 y R9, caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	318
Figura 6.63: Comparación entre RSM y LES en el plano R5, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	320
Figura I.1: Representación unidimensional del método de los volúmenes finitos centrado en las celdas y centrado en los nodos	330
Figura I.2: Nomenclatura del esquema de discretización	332
Figura I.3: Variación de la variable escalar en función de x.....	337
Figura I.4: Nomenclatura del mallado escalonado	339
Figura I.5: Volumen de control en el contorno	349
Figura I.6: Representación esquemática de los ciclos multigrid V y W	357
Figura I.7: Ciclo multigrid Flexible	359
Figura I.8: Aglomeración de los nodos para formar celdas del mallado basto	363
Figura I.9: Representación esquemática de los conceptos de convergencia, consistencia y estabilidad	366
Figura III.1: Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados experimentales de hilo caliente (DHW).....	390
Figura III.2: Componente circunferencial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados experimentales de hilo caliente (DHW).....	391
Figura III.3: Mapa radial de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados DHW, posición circunferencial 8°	392
Figura III.4: Mapa angular de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados DHW, posición radial 9.....	393
Figura III.5: Mapa radial de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados DHW, posición circunferencial 8°	394
Figura III.6: Mapa angular de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados DHW, posición radial 9.....	395
Figura III.7: Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos del modelo tridimensional	396



Figura III.8: Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, perímetro completo.....	397
Figura III.9: Componente circunferencial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos del modelo tridimensional	398
Figura III.10: Componente circunferencial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, perímetro completo.....	399
Figura III.11: Ángulo azimutal promedio en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos del modelo tridimensional	400
Figura III.12: Ángulo azimutal promedio en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, perímetro completo	401
Figura III.13: Magnitud de la vorticidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos del modelo tridimensional	402
Figura III.14: Magnitud de la vorticidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, perímetro completo	403
Figura III.15: Mapa radial de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición circunferencial 8°	404
Figura III.16: Mapa angular de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9	405
Figura III.17: Mapa radial de componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición circunferencial 8°	406
Figura III.18: Mapa angular de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9	407
Figura III.19: Mapa radial de la componente radial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición circunferencial 8°	408
Figura III.20: Mapa angular de la componente radial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9	409
Figura III.21: Mapa radial de la magnitud de la vorticidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9	410
Figura III.22: Mapa angular de la magnitud de la vorticidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9	411
Figura III.23: Mapas angulares de la componente axial de la velocidad instantánea, entre haces (D) y tras el rotor (R), caudal nominal Q_n , dos gaps (G y 1.25G): resultados numéricos con modelos de turbulencia RSM y LES	412



Figura III.24: Mapas angulares de la componente circunferencial de la velocidad instantánea, entre haces (D) y tras el rotor (R), caudal nominal Q_n , dos gaps (G y 1.25G): resultados numéricos con modelos de turbulencia RSM y LES	413
Figura III.25: Fuerza total, componentes axial y tangencial sobre el álabe, para tres secciones (base, media y punta), caudal nominal Q_n y dos gaps (G y 1.25G).....	414
Figura III.26: Fuerza total, componentes axial y tangencial sobre la directriz, para tres secciones (base, media y punta), caudal nominal Q_n y dos gaps (G y 1.25G).....	414
Figura III.27: Espectros de la fuerza y sus componentes axial y tangencial sobre el álabe, caudal nominal Q_n y dos gaps (G y 1.25G)	415
Figura III.28: Fuerza total sobre el álabe y distribución radial promedio de la misma, caudal nominal Q_n y dos gaps axiales (G y 1.25G).....	415
Figura III.29: Espectros de la fuerza total, axial y tangencial sobre la directriz, caudal nominal Q_n y dos gaps (G y 1.25G)	416
Figura III.30: Fuerza total sobre la directriz y distribución radial promedio de la misma, caudal nominal Q_n y dos gaps axiales (G y 1.25G).....	416
Figura III.31: Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Q_d : resultados experimentales de la sonda de presión (FHP)	417
Figura III.32: Componente circunferencial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Q_d : resultados experimentales de la sonda de presión (FHP)	417
Figura III.33: Ángulo azimutal promedio en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Q_d : resultados experimentales de la sonda de presión (FHP)	418
Figura III.34: Presión estática media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal de funcionamiento Q_d : resultados experimentales de la sonda de presión (FHP)	418
Figura III.35: Fluctuaciones de presión estática sobre la carcasa del rotor: dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$).....	419
Figura III.36: Fluctuaciones de presión estática sobre la carcasa del rotor: dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$).....	420
Figura III.37: Resultados numéricos y experimentales del ruido en el plano R5, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.....	421
Figura III.38: Resultados numéricos y experimentales del ruido en el plano R7, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.....	422
Figura III.39: Resultados numéricos y experimentales del ruido en el plano R9, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.....	423
Figura III.40: Resultados numéricos del ruido en el plano R5, dominio de la frecuencia y temporal para el gap inferior (G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.....	424
Figura III.41: Resultados numéricos del ruido en el plano R5, dominio de la frecuencia y temporal para el gap superior (1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	425
Figura III.42: Resultados numéricos del ruido en el plano R7, dominio de la frecuencia y temporal para el gap inferior (G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.....	426



Figura III.43: Resultados numéricos del ruido en el plano R7, dominio de la frecuencia y temporal para el gap superior (1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	427
Figura III.44: Resultados numéricos del ruido en el plano R9, dominio de la frecuencia y temporal para el gap inferior (G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.....	428
Figura III.45: Resultados numéricos del ruido en el plano R9, dominio de la frecuencia y temporal para el gap superior (1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	429
Figura III.46: Espectros de ruido para varias posiciones angulares en el plano R5, gap inferior (G) y caudal nominal (Qn): resultados en el dominio temporal y experimentales.....	430
Figura III.47: Espectros de ruido para varias posiciones angulares en el plano R5, gap superior (1.25G) y caudal nominal (Qn): resultados en el dominio temporal y experimentales.....	431
Figura III.48: Espectros de ruido para varias posiciones angulares en el plano R7, gap inferior (G) y caudal nominal (Qn): resultados en el dominio temporal y experimentales.....	432
Figura III.49: Espectros de ruido para varias posiciones angulares en el plano R7, gap superior (1.25G) y caudal nominal (Qn): resultados en el dominio temporal y experimentales.....	433
Figura III.50: Espectros de ruido para varias posiciones angulares en el plano R9, gap inferior (G) y caudal nominal (Qn): resultados en el dominio temporal y experimentales.....	434
Figura III.51: Espectros de ruido para varias posiciones angulares en el plano R9, gap superior (1.25G) y caudal nominal (Qn): resultados en el dominio temporal y experimentales.....	435
Figura III.52: Comparación de resultados numéricos y experimentales en los planos R5, R7 y R9, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	436
Figura III.53: Distribución circunferencial y radial del SPL entre los planos R5, R7 y R9, resultados en el dominio de la frecuencia y temporal para el gap inferior (G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	437
Figura III.54: Distribución circunferencial y radial del SPL entre los planos R5, R7 y R9, resultados en el dominio de la frecuencia y temporal para el gap superior (1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	438
Figura III.55: Distribución circunferencial y radial del SPL entre los planos R5, R7 y R9, resultados experimentales para los dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	439
Figura III.56: Comparación de resultados numéricos y experimentales del ruido en el plano R5, para caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	439
Figura III.57: Comparación de resultados numéricos y experimentales del ruido en el plano R7, para caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	440
Figura III.58: Comparación de resultados numéricos y experimentales del ruido en el plano R9, para caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	440



Figura III.59: Nivel SPL total en los planos frontales FD (antes del estator) y FR (tras el rotor), para dos gaps (G y 1.25G) y para caudal nominal Qn: dominio de la frecuencia, dominio temporal y resultados experimentales.....	441
Figura III.60: Resultados numéricos y experimentales de la contribución total (dos gaps axiales) y de la contribución estacionaria del ruido en el plano R5, caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total....	442
Figura III.61: Resultados numéricos y experimentales de la contribución total (dos gaps axiales) y de la contribución estacionaria del ruido en el plano R7, caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total....	442
Figura III.62: Resultados numéricos y experimentales de la contribución total (dos gaps axiales) y de la contribución estacionaria del ruido en el plano R9, caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total....	443
Figura III.63: Resultados numéricos del modelo temporal para la contribución estacionaria del ruido en el plano R5, caudal nominal de funcionamiento Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	443
Figura III.64: Resultados numéricos del modelo temporal para la contribución estacionaria del ruido en el plano R7, caudal nominal de funcionamiento Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	444
Figura III.65: Resultados numéricos del modelo temporal para la contribución estacionaria del ruido en el plano R9, caudal nominal de funcionamiento Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	444
Figura III.66: Espectros de ruido correspondientes a la contribución estacionaria del SPL para varias posiciones angulares en el plano R5: resultados del modelo temporal, caudal nominal Qn.....	445
Figura III.67: Espectros de ruido correspondientes a la contribución estacionaria del SPL para varias posiciones angulares en el plano R7: resultados del modelo temporal, caudal nominal Qn.....	445
Figura III.68: Espectros de ruido correspondientes a la contribución estacionaria del SPL para varias posiciones angulares en el plano R7: resultados del modelo temporal, caudal nominal Qn.....	446
Figura III.69: Comparación de resultados numéricos y experimentales en los planos R5, R7 y R9 para la contribución estacionaria del ruido, caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	446
Figura III.70: Distribución circunferencial y radial de la contribución estacionaria del SPL en los planos R5, R7 y R9, caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.....	447
Figura III.71: Comparación entre RSM y LES en el plano R5, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	448
Figura III.72: Comparación entre RSM y LES en el plano R7, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	449
Figura III.73: Comparación entre RSM y LES en el plano R9, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total	450





Lista de Tablas

Tabla 1.I: Principales líneas de trabajo sobre turbomáquinas.....	29
Tabla 2.I: Factores de directividad para fuentes multipolares	72
Tabla 4.I: Factores de sub-relajación empleados	172
Tabla 4.II: Parámetros del modelo acústico.....	189
Tabla 5.I: Características geométricas de la etapa estator-rotor	195
Tabla II.I: Constantes del modelo k- ϵ	375
Tabla II.II: Constantes del modelo RSM	379





Lista de Símbolos

Notación:

A	área
$A_{m\mu}$	amplitudes modales
B	entalpía total del flujo, número de álabes
c	cuerda del álabe, velocidad del sonido isentrópica
c_0	velocidad del sonido
c_p	calor específico a presión constante
C_1	coeficiente de calibración angular de hilo caliente
C_2	coeficiente de calibración angular de hilo caliente
C_3	coeficiente de calibración angular de hilo caliente
C_c	capacitancia del cable
C_D	coeficiente de arrastre, coeficiente de derrame
C_{ij}	transporte convectivo
C_L	coeficiente de sustentación
C_P	coeficiente de la sonda de presión
C_r	rango del capacitor
C_S	coeficiente de la sonda de presión



C_t	capacitancia del transductor
C_T	coeficiente de la sonda de presión
C_v	coeficiente de calibración angular de hilo caliente
C_Y	coeficiente de la sonda de presión
C_μ	constante del modelo k- ϵ
∂	derivada parcial
\bar{d}	derivada generalizada
d	ángulo de desviación, derivada, diámetro
D	arrastre, diámetro, derivada material, término difusivo
$D_{L,ij}$	difusión molecular
$D_{T,ij}$	difusión turbulenta
e	energía interna específica, error
e_{ij}	tasa de deformación del fluido
ϵ_{ij}	disipación de tensiones
E	energía total, tensión del hilo de anemometría térmica
E_a	energía acústica
f	fuerza por unidad de longitud, superficie sólida, frecuencia, función
f_c	frecuencia de corte
F	fuerza, término fuente dipolar, intensidad del dipolo, término convectivo
F_w	armónicos de carga
g	gravedad, factor de directividad, función, ecuación en tiempo retardado
G	función de Green, producción de energía cinética turbulenta
G_0	función de Green del campo libre
h	entalpía específica, tamaño del mallado fino, función
H	entalpía, función de Heaviside, tamaño del mallado basto
He	número de Helmholtz
ΔH	salto hidráulico
i	ángulo de incidencia
I	intensidad acústica
J	función Bessel, flujo másico
k	energía cinética turbulenta, número de ondas
k_{sgs}	energía cinética a escala de sub-mallado
l	fuerza local, escala de longitud



L	sustentación, dimensión de longitud característica
L_s	longitud de mezcla
m	orden de armónicos de la frecuencia de paso de álabe, masa
M	número de Mach
M_p	número de Mach del patrón de radiación
M_t	número de Mach turbulento
n	coordenada normal, normal
N	velocidad de giro
N_s	velocidad específica
p	presión, presión acústica
p_0	presión estática
p_{din}	presión dinámica
p_s	presión estática
p'_L	presión acústica correspondiente al ruido de carga
p'_T	presión acústica correspondiente al ruido de espesor
P	operador de prolongación
P_C	presión en el orificio central de la sonda de presión
P_D	presión en el orificio derecho de la sonda de presión
P_D	presión en el orificio inferior de la sonda de presión
Pe	número de Peclet
P_{ij}	producción de tensiones
P_L	presión en el orificio izquierdo de la sonda de presión
Pot	potencia
Pr	número de Prandtl
P_{rad}	potencia acústica radiada
P_U	presión en el orificio superior de la sonda de presión
Δp_{total}	incremento de presión total
Δp_0	pérdida de presión total
q	flujo de calor, término fuente monopolar, carga
Q	caudal, término fuente cuadrupolar, coeficiente de la sonda de presión
Q_d	caudal de diseño
Q_n	caudal nominal
\dot{Q}	tasa de transferencia de calor



r	coordenada radial, vector de posición, residuo, radio
R	operador de restricción, coordenada esférica, vector de posición
R_0	radio
R_H	radio de cubo
R_T	radio de punta
\Re	función de auto-correlación
Re	número de Reynolds
s	paso del álabe, entropía
S	término fuente, superficie, superficie de control, espectro de ruido
Sr	número de Strouhal
t	tiempo, tiempo del observador, t de Student
t_{ij}	intensidad del cuadrupolo
T	temperatura, período
T_{ij}	tensor de tensiones de Lighthill
U	velocidad del álabe
v	velocidad
V	número de directrices, velocidad absoluta del flujo, volumen de control
V_0	voltaje
V_{ax}	componente axial de la velocidad
V_{circ}	componente circunferencial de la velocidad
V_{rad}	componente radial de la velocidad
w	orden de armónicos de carga
W	velocidad relativa del flujo
\overline{W}	velocidad relativa media
\dot{W}	tasa de trabajo
x	coordenada cartesiana, coordenadas del observador
y	coordenada cartesiana, coordenadas de la fuente, espesor
Y	vector de Kirchhoff
Y_M	efectos de compresibilidad
z	coordenada axial, coordenada cartesiana
Z	impedancia acústica
\square	operador de D'Alambert
∞	infinito



[] evaluación en tiempo retardado, funcional

Símbolos griegos:

α	ángulo de la corriente
β	ángulo del flujo relativo, coeficiente de expansión térmica
β'	ángulo geométrico del álabe
$\bar{\beta}$	ángulo del flujo medio
γ	ángulo de inclinación
Γ	coeficiente de difusión
δ	espesor de la capa límite, delta de Dirac
δ_{ij}	delta de Kronecker
Δ	laplaciana, incremento, intervalo
∇	divergencia de un vector, gradiente de un escalar
ε	eficiencia aerodinámica, tasa de disipación de energía cinética turbulenta
ζ	coeficiente de pérdida de presión total
Σ	superficie de emisión
η	sistema de coordenadas, escala de longitud de Kolmogorov, rendimiento
η_h	rendimiento hidráulico
θ	ángulo de curvatura, coordenada tangencial, coordenada esférica
κ	conductividad térmica, constante de Von Karman
λ	ángulo de ataque, viscosidad, longitud de onda
λ_ω	escala de longitud de los vórtices
L	escala integral de la turbulencia
μ	viscosidad dinámica
μ_i	intensidad del dipolo
μ_t	viscosidad turbulenta
ζ	ángulo de calado
π	Pi
ρ	densidad
σ	solidez, superficie
σ_{ij}	tensor de tensiones



τ	tiempo de la fuente
τ_{ij}	tensor de tensiones viscosas
τ_{ij}^R	tensiones de Reynolds
ν	viscosidad cinemática
φ	escalar, coordenada esférica
φ_s	coordenada esférica de la fuente
ϕ	escalar, potencial acústico, función, coordenada esférica
Φ	función de disipación
χ	grado de reacción
ω	frecuencia, vorticidad
Ω	velocidad de giro
Ω_p	velocidad de fase
Θ	ángulo formado por el vector de radiación y el número de Mach

Subíndices y superíndices:

r	componente radial, dirección de radiación
θ	componente tangencial
z	componente axial
'	fluctuación de una cantidad
i, j, k	índices de la notación de Einstein
$1, 2, 3$	componentes de una magnitud
e	tiempo de emisión
ac	acústica
vor	vortical
ref	referencia
ret	tiempo retardado
n	componente normal
t	dirección tangencial
φ	dirección tangencial
f	caras
P	centro de la cara
old	anterior
*	corrección



w	pared
ef	efectiva
h	mallado fino
H	mallado basto
$-$	promedio temporal
$-$	cantidad vectorial
\sim	promedio de masa
$''$	fluctuación de una propiedad
\int	integral
\sum	sumatorio
0	cantidad media del flujo
1	entrada
2	salida

Acrónimos:

<i>AMG</i>	multigrid algebraico
<i>BNC</i>	British Naval Connection
<i>BPF</i>	frecuencia de paso de álabe
<i>CAA</i>	Computational Aeroacoustics
<i>CFD</i>	Computational Fluid Dynamics
<i>CTA</i>	Anemómetro de temperatura constante
<i>D</i>	plano entre haces
<i>dB</i>	decibelios
<i>DES</i>	Detached Eddy Simulation
<i>DHW</i>	Dual Hot Wire
<i>DNS</i>	Direct Numerical Simulation
<i>FAS</i>	Full Aproximation Storage
<i>FFT</i>	Fast Fourier Transform
<i>FHP</i>	Five Hole Probe
<i>G</i>	gap
<i>IL</i>	Nivel de Intensidad Sonora
<i>LDA</i>	Laser-Doppler Anemometry



<i>LES</i>	Large Eddy Simulation
<i>MRF</i>	Múltiple Reference Frame
<i>NASA</i>	Nacional Aeronautics and Space Administration
<i>PISO</i>	Pressure Implicit with Splitting of Operators
<i>QUICK</i>	Quadratic Upwind Differencing Scheme
<i>R</i>	plano tras el rotor
<i>RANS</i>	Reynolds Averaged Navier-Stokes
<i>RNG</i>	Renormalization Group
<i>RSM</i>	Reynolds Stress Model
<i>SC</i>	superficie de control
<i>SGS</i>	Subgrid Scales
<i>SIMPLE</i>	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
<i>SIMPLEC</i>	SIMPLE-Consistent
<i>SPL</i>	Nivel de Presión Sonora
<i>SPW</i>	Nivel de Potencia Sonora
<i>VC</i>	Volumen de control



Capítulo 1

Introducción

1.1. INTRODUCCIÓN.

La *Acústica* es la ciencia que se ocupa del estudio del sonido, entendido éste como una alteración física de un medio que se propaga en forma de onda. La *Aeroacústica* es una rama o disciplina de la Acústica que se ocupa del estudio del sonido producido por la acción directa de un campo de flujo, pudiendo entonces considerarse la Aeroacústica como parte de la Mecánica de Fluidos. Dos características básicas diferencian a la Aeroacústica de la Acústica. En primer lugar, el propio flujo puede ser una fuente sonora, y en segundo lugar, la presencia del flujo puede alterar la propagación del sonido.

El aumento del tráfico aéreo que ha tenido lugar en los últimos tiempos, junto con el hecho de que muchos aeropuertos se encuentran situados en las inmediaciones de núcleos urbanos, han puesto de relieve la importante necesidad de reducir las emisiones sonoras producidas por los aviones, sobre todo en las operaciones de despegue y aterrizaje. Además, ya han aparecido legislaciones gubernamentales que regulan los máximos niveles de ruido que pueden alcanzarse en los aeropuertos, de forma que sólo mediante una reducción de las emisiones sonoras podrá seguir produciéndose un



aumento continuado del volumen de vuelos comerciales y de pasajeros. Todo esto ha llevado a que se estén realizando grandes inversiones a nivel mundial, tanto estatales como por parte de los fabricantes de aviones y las compañías aéreas, con vistas a reducir las indeseadas y molestas emisiones de ruido producidas por los aviones.

Los aviones modernos emiten aproximadamente unos 20 dB menos de ruido que los primeros aviones usados en aviación civil hace ya unas cuatro décadas. No obstante, esta disminución de las emisiones sonoras aún no es suficiente para eliminar las molestias nocivas que genera el tráfico aéreo sobre la población urbana que habita en las inmediaciones de los aeropuertos. Por este motivo, varias instituciones gubernamentales – tanto en Europa como en Estados Unidos – han puesto de manifiesto la necesidad de reducir el nivel de ruido emitido por los aviones en, al menos, otros 20 dB más. Para lograr este objetivo será necesario rediseñar ciertos componentes de los aviones, como son los motores, los ventiladores de los turborreactores, los flaps, los trenes de aterrizaje, etc. Los nuevos diseños deben fijarse como objetivo primordial la reducción del ruido y no considerar a éste último como un subproducto indeseable e inevitable de los diseños.

Tradicionalmente, el ruido producido por los aviones se ha dividido en varios tópicos: ruido producido por el sistema de propulsión, ruido producido por interacción de componentes del avión con el aire y ruido en el interior del avión. Por supuesto, existen interacciones entre los tres mecanismos de generación de ruido, pero se asume que pueden tratarse por separado sin pérdida de precisión importante. Con el desarrollo de los modernos motores de los turborreactores empleados en aviación, el ventilador ha pasado a ser una de las principales fuentes de generación de ruido en los aviones, tanto comerciales como militares. De hecho, los estudios sobre los mecanismos de generación de ruido por los motores de los aviones (véase (Owens, 1979)), han puesto de manifiesto que en las operaciones de despegue y aterrizaje el ruido generado por el ventilador domina sobre el ruido generado por el motor, tal y como puede verse en los resultados mostrados en la *Figura 1.1*. Por tanto, cualquier medida de reducción de ruido en los aviones modernos debe pasar por la reducción del ruido del ventilador.

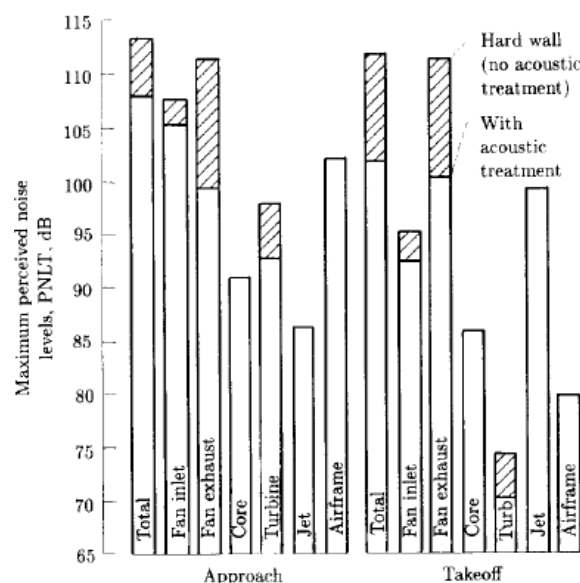


Figura 1.1. Contribuciones al ruido en un turborreactor (Envia, 2002).



Los trabajos sobre reducción de ruido en ventiladores se desarrollan principalmente en torno a dos líneas diferentes: el control de las fuentes de ruido y el control de la propagación del ruido. Entre los métodos empleados para controlar las fuentes de ruido pueden citarse los siguientes: una cuidadosa selección del número de álabes del rotor y de directrices del estator, con vistas a alcanzar las frecuencias de corte en los tonos producidos por la interacción estator-rotor o rotor-estator; optimización del espaciamiento o gap axial entre estator y rotor; mejora del diseño de toberas con vistas a minimizar las distorsiones del flujo incidente sobre el ventilador y minimización de los campos potenciales de presiones producidos por los soportes del motor. Por otra parte, entre los métodos empleados para controlar la propagación del ruido cabe destacar el uso de conductos a la entrada y a la salida del ventilador para absorber parte del ruido radiado por las distintas fuentes. Todos los métodos anteriores han resultado ser efectivos en cuanto a reducción de las emisiones sonoras se refiere, pero se encuentran aún limitados en su aplicación y requieren de una investigación más cuidadosa. Además, para incluir dichos métodos en la etapa de diseño de los componentes del sistema de propulsión de los aviones, es necesario contar con la ayuda de herramientas de simulación numérica capaces de reproducir con la máxima fiabilidad posible los mecanismos de generación y propagación del ruido por el medio fluido (aire en este caso). Puesto que dichos efectos están incluidos en las ecuaciones de Navier-Stokes uno se siente tentado a decir que las técnicas de la Mecánica de Fluidos Computacional (CFD) son capaces de proporcionar todas las respuestas. Desafortunadamente los recursos computacionales necesarios para llevar a cabo simulaciones precisas de problemas aeroacústicos reales son prohibitivos hoy en día. Por otra parte, dado el elevado grado de complejidad de dichos problemas, no se dispone de soluciones analíticas exactas de los mismos, por lo que es necesario desarrollar metodologías alternativas (híbridas entre resultados analíticos y numéricos) que sean capaces de dar respuestas satisfactorias a problemas de ruido reales.

Una de las fuentes de ruido más importantes en los modernos turborreactores es la interacción entre las estelas desprendidas por un elemento fijo del ventilador (estator) y un elemento móvil del mismo (rotor). Dicho mecanismo se conoce como generación de ruido por interacción estator-rotor. Una comprensión adecuada de los mecanismos involucrados en este proceso y la necesidad de desarrollar técnicas capaces de predecir el ruido resultante del mismo, son esenciales para reducir los niveles sonoros emitidos por los aviones en los aeropuertos. Es por ello que el objetivo de esta tesis es el estudio de la **generación y propagación de ruido por interacción estator-rotor en un ventilador axial**.

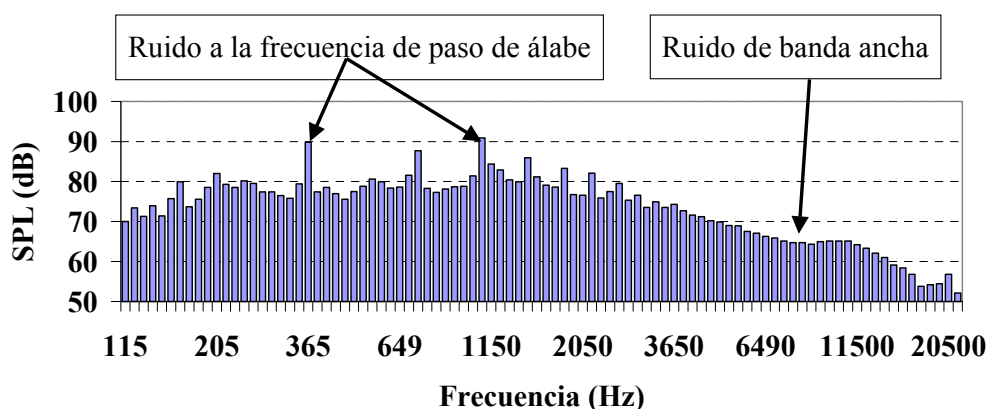


Figura 1.2. Espectro típico de ruido de un ventilador.



El espectro de ruido típico de un ventilador axial, tal y como el que se muestra en la *Figura 1.2*, contiene una parte de banda ancha y una parte de frecuencia discreta a la frecuencia de paso de álabe (número de álabes por la frecuencia de giro) y armónicos. El ruido a frecuencia discreta incluye el ruido generado por las componentes deterministas del flujo, mientras que el ruido en banda ancha incluye el ruido generado por las componentes estocásticas de dicho flujo. El nivel de presión sonora (SPL) generado a la frecuencia de paso de álabe, se denomina tono. En la *Figura 1.3* se muestra un cuadro resumen de las principales fuentes de generación de ruido en ventiladores tomado de (Neise, 1992).

Específicamente el objetivo de esta tesis se centra en el estudio y comprensión de los mecanismos de generación y propagación al campo lejano del ruido tonal o a frecuencia discreta, por la interacción estator-rotor en un ventilador axial. Para ello, se va a desarrollar una metodología numérica basada en una aproximación híbrida consistente en desacoplar el problema de las fuentes de generación de ruido del problema de propagación de dicho ruido. Esto equivale a abordar por separado la caracterización aerodinámica – que se realiza mediante técnicas CFD tradicionales – y la caracterización acústica del ventilador – que se realiza mediante la implementación de un código basado en la resolución analítica de las ecuaciones aeroacústicas, tanto en el dominio temporal como en el de la frecuencia. Los modelos numéricos se aplican al caso particular del ventilador axial para varias configuraciones de funcionamiento del mismo, en particular, dos gaps axiales entre haces y tres caudales de funcionamiento diferentes. Además, los resultados numéricos son contrastados con resultados experimentales en vista a establecer la validez de los modelos numéricos. Para ello se ha llevado a cabo una caracterización aerodinámica experimental del ventilador con anemometría térmica, con una sonda de presión y con transductores piezoeléctricos, y una caracterización acústica experimental mediante un micrófono capacitivo.

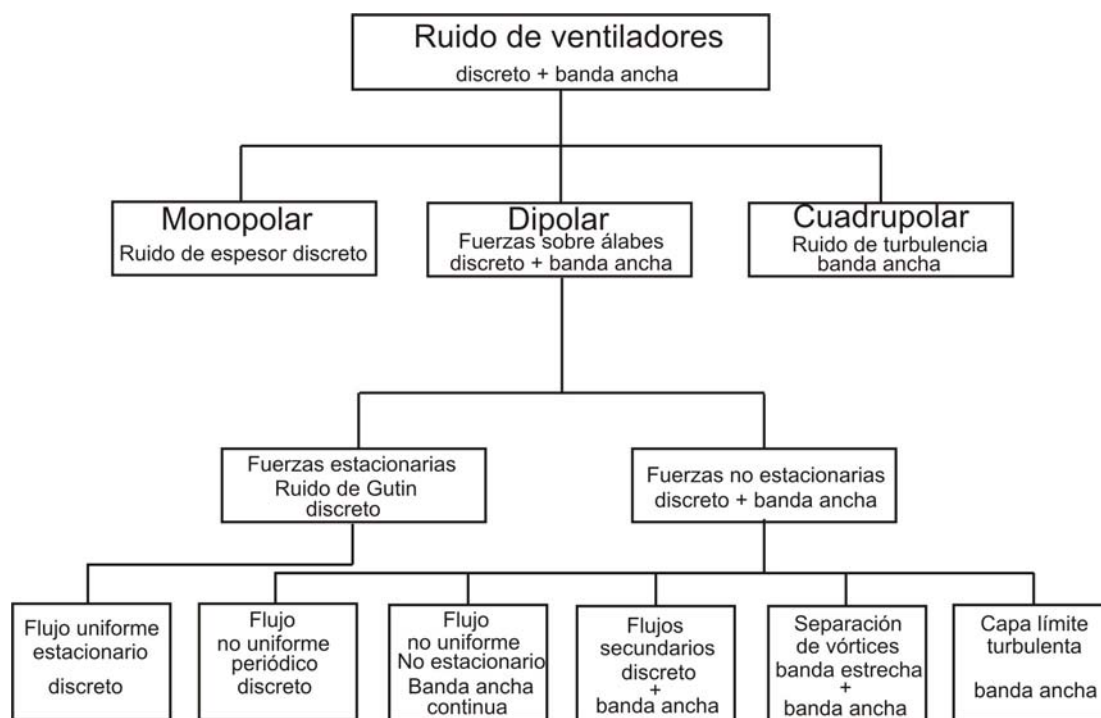


Figura 1.3. Fuentes de generación de ruido en ventiladores.



Este capítulo introductorio tiene un primer apartado dedicado a realizar una breve descripción de las principales características de funcionamiento de las turbomáquinas axiales y de los principales fenómenos del flujo que se desarrolla en ellas. A continuación se revisa el estado del arte de la Aeroacústica y de la investigación sobre el ruido tonal generado por ventiladores axiales. También contiene una revisión de las principales líneas de investigación sobre turbomáquinas que se desarrollan en el Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Oviedo. Finalmente se expone la organización de los diferentes capítulos de la tesis. No se acomete en este primer capítulo el desarrollo de la teoría Aeroacústica ni de los fenómenos de generación de ruido en turbomáquinas, puesto que serán tratados en detalle en capítulos posteriores.

Para concluir con esta introducción, señalar que el problema de la generación y propagación de ruido por ventiladores no se limita a los modernos turborreactores de la industria aeronáutica, sino que abarca también un amplio rango de aplicaciones, pues a pesar de la gran variedad de máquinas existentes en el mercado, los mecanismos físicos que las gobiernan son los mismos, de modo que el ruido aeroacústico que generan presenta las mismas propiedades básicas y puede estudiarse mediante los mismos métodos. Así, se encuentran aplicaciones en los dispositivos de aire acondicionado usados en automóviles y oficinas donde los usuarios demandan cada vez mejores prestaciones y las mínimas molestias. El desarrollo de equipos informáticos con procesadores cada vez más rápidos y potentes hace imprescindible acompañarlos de sistemas de ventilación que permitan una refrigeración adecuada, quedando patente la necesidad de reducir las molestias sonoras que generan. Las turbomáquinas axiales son empleadas en un gran número de aplicaciones industriales, donde la proximidad de los operarios a las mismas hace necesario controlar el nivel de ruido que emiten. Señalar también que la contribución a la reducción de las emisiones acústicas de cualquier tipo contribuye sin ninguna duda a disminuir la contaminación medioambiental y, por tanto, a mejorar la calidad de vida en el planeta. A este respecto, en los últimos años han comenzado a legislarse los niveles máximos de ruido permitidos en relación a las distintas actividades humanas, por los efectos nocivos que tienen sobre la salud de las personas¹.

1.2. TURBOMÁQUINAS AXIALES.

1.2.1. Generalidades.

Las turbomáquinas son una clase de *máquinas de fluidos*, entendiendo como tal el conjunto de dispositivos mecánicos que permite un intercambio de trabajo mecánico entre el exterior y el fluido que atraviesa la máquina – denominado fluido de trabajo – existiendo comunicación continua entre la entrada y la salida de fluido. A groso modo las máquinas de fluidos pueden clasificarse en *máquinas hidráulicas* y *máquinas térmicas*. Si las velocidades del flujo que intercambia energía con la máquina resultan al menos comparables con la velocidad del sonido en el fluido de trabajo, tendrán lugar variaciones de densidad resultando compresible el flujo. Lo anterior hace que generalmente la energía térmica involucrada en el proceso sea comparable con la energía de presión. Se habla entonces de una *máquina térmica* o de flujo compresible. Por el contrario, si el fluido que intercambia energía no varía sensiblemente de densidad en su paso a través de la máquina, se habla de una *máquina hidráulica*, aunque no sea

¹ Concretamente, en España ha aparecido la llamada “Ley del Ruido” que regula las emisiones acústicas permitidas en distintos ámbitos sociales e industriales (BOE nº 276, Ley 37/2003 de 17 de Noviembre).



agua el fluido de trabajo. En dicho caso el flujo dentro de la máquina resulta aproximadamente incompresible (bombas, ventiladores, etc.). A su vez, las máquinas hidráulicas pueden clasificarse en *turbomáquinas* o *máquinas volumétricas* (de desplazamiento positivo). En las máquinas volumétricas se produce un intercambio de trabajo por variación del volumen de masas separadas de fluido (por ejemplo un pistón), mientras que en una turbomáquina el intercambio de trabajo mecánico con el exterior se logra mediante un eje al que va adosada una pieza con la forma adecuada denominada *rotor*, hecho que hace que estas máquinas tengan una simetría de revolución o periodicidad azimutal. El intercambio de potencia con un eje exige que éste gire y que transmita un par, siendo muy frecuente también la existencia de un *estator* o pieza no giratoria cuya misión es deflectar la corriente². En esta tesis nos ocupamos del estudio de una clase de turbomáquina, por lo que en los desarrollos posteriores no se hace referencia a máquinas volumétricas.

Revisando la historia de la humanidad, las primeras aplicaciones de las turbomáquinas pueden encontrarse en la antigua Persia y en China, donde se emplearon molinos de viento. Durante siglos, las norias, los molinos de agua y los de viento, han estado presentes en Europa, hasta que surgió la máquina de vapor y la revolución industrial consecuyente. Tras la aparición de la máquina de vapor surgieron en poco tiempo las primeras aplicaciones industriales de la turbina de vapor, como consecuencia de las bajas sollicitaciones térmicas y de potencia que requería. La aparición de la turbina de gas tuvo que esperar hasta el desarrollo de compresores con un rendimiento suficiente como para permitir obtener un remanente de potencia útil en la turbina asociada. En la actualidad, las turbomáquinas están presentes en un gran número de aplicaciones industriales y comerciales, fabricándose con diseños y tamaños muy diferentes. No obstante, la investigación en el campo de las turbomáquinas es un frente aún abierto para los investigadores, pues la sociedad demanda continuas innovaciones (por ejemplo la necesidad de reducir las emisiones sonoras de las turbomáquinas está haciendo que se revisen muchos diseños).

Se conocen dos tipos principales de turbomáquinas, las que absorben potencia para incrementar la presión o altura hidráulica del fluido (soplantes, bombas, etc.) y las que producen potencia expansionando el fluido hasta una presión o altura hidráulica más baja (turbinas). En el primer caso se habla de *turbomáquinas generadoras*, mientras que en el segundo se habla de *turbomáquinas motoras*. Atendiendo a criterios geométricos, las turbomáquinas pueden clasificarse en *turbomáquinas axiales*, *radiales* (o centrífugas) y *mixtas* (de flujo semiaxial). Si la trayectoria del flujo que atraviesa la máquina es total o principalmente paralela al eje de giro, el mecanismo resultante se conoce como turbomáquina axial. En cambio, cuando la trayectoria del flujo está total o principalmente en un plano perpendicular al eje de giro, el mecanismo se conoce como turbomáquina radial. Cuando a la salida del rotor ambas componentes de la velocidad, axial y radial, tienen un valor importante, el mecanismo se denomina turbomáquina de flujo mixto. Mientras que las turbomáquinas axiales producen una variación pequeña de presión por escalón y se emplean para manejar grandes cantidades de fluido, las turbomáquinas radiales permiten una mayor variación de la presión a costa de limitar en mayor grado el volumen de fluido que pueden trasegar. En la *Figura 1.4* se muestra un esquema de una turbomáquina de flujo axial, radial y mixto.

² El efecto de las turbomáquinas se suele potenciar disponiendo varias de ellas en serie. Cada unidad, compuesta típicamente por un estator y un rotor, se conoce como *escalón*, si bien a veces hay dos estatores. Cada estator o rotor constituye una *etapa*.



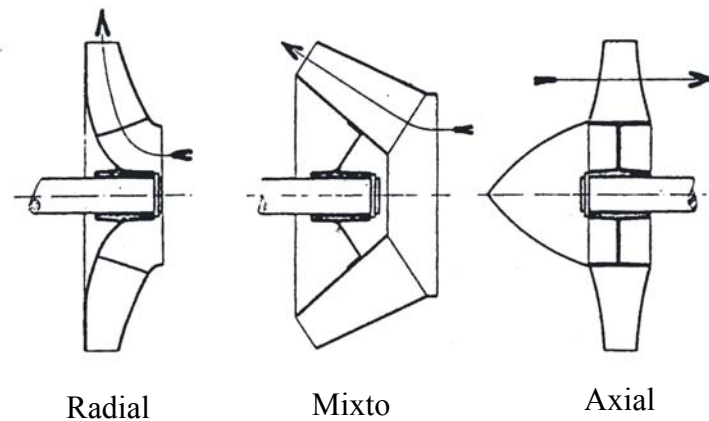


Figura 1.4. Configuración típica de rodets de flujo radial, mixto y axial.

Cuando el flujo a través de la turbomáquina ocupa toda su capacidad o toda su periferia se dice que actúa a *plena admisión* mientras que cuando el flujo solo ocupa una fracción del perímetro disponible, se dice que la turbomáquina es o actúa a *admisión parcial*. Además, hay turbomáquinas que procesan una región definida de fluido por estar confinado el flujo en un conducto muy próximo al rotor; por ello se denominan *turbomáquinas cerradas*. Las *turbomáquinas abiertas* no están confinadas y trabajan en el seno de un fluido (hélices). En general las turbomáquinas actúan mejor si son cerradas, pero la *carcasa* necesaria para ello (llamada también *carena*) resulta un inconveniente más que una ventaja en ciertas aplicaciones (aeroturbinas, rotores de helicóptero, etc.). Por lo general las turbomáquinas cerradas – tanto si son generadoras como motoras – tienen una configuración que consiste en una *tobera* que acelera el fluido, seguida de la turbomáquina propiamente dicha. Esto se debe a que al ser necesaria una velocidad de punta del álabe elevada es necesario asimismo una velocidad de paso del fluido elevada. Por otro lado, la energía remanente en el flujo a la salida de la turbomáquina generalmente se considera una pérdida. Por ello, en dicha salida se suele instalar un *difusor*, es decir, un aumento de área para remansar la corriente.

El uso de turbomáquinas en la industria está muy repartido, siendo las aplicaciones industriales más habituales el bombeo (casi exclusivamente con turbomáquinas axiales y centrífugas), turbinas hidráulicas (utilizadas en saltos hidráulicos existiendo incluso modelos reversibles capaces de actuar en modo turbina y en modo bomba), compresión de gases (a partir de los centenares de kW los compresores empleados son centrífugos y axiales), ventilación (para presiones de impulsión bajas se emplean ventiladores axiales, mientras que para mayores presiones de impulsión se emplean ventiladores centrífugos) y aplicaciones aeroespaciales (propulsión aérea, propulsión espacial, transporte aéreo, etc.).

Tanto las *bombas* como los *ventiladores* son turbomáquinas generadoras. Mientras que una bomba trabaja con líquidos y por tanto el flujo puede suponerse incompresible, los ventiladores trabajan con gases³. No obstante, el flujo resulta ser aproximadamente incompresible por imprimir a la corriente un aumento de presión muy

³ Los *compresores* se emplean generalmente para incrementar apreciablemente la presión de un gas, aproximadamente por encima del 20%, por lo que el flujo resulta claramente compresible. Se denomina *turbina* a las máquinas motoras, tanto si el flujo es compresible como incompresible, agregándose el calificativo de hidráulicas si funcionan con agua o con algún otro líquido.



pequeño, generalmente inferior al 10% de la presión de entrada. De hecho, los ventiladores se emplean a menudo con el único objetivo de imprimir velocidad al fluido para desplazarlo de lugar (ventilación). La turbomáquina que es objeto de estudio en esta tesis es un **ventilador de flujo axial** (ver *Figura 1.5*) con una única etapa, diseñado con propósitos agrícolas en la propia Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Oviedo, y actualmente es comercializado por una empresa española. Consta de una serie de elementos (ver *Figura 1.5*) que son: *oído de aspiración* (conducto de entrada de sección circular por el que el aire entra en la máquina), *núcleo* (pieza semiesférica con un diámetro igual al cubo del ventilador que se instala con el propósito de permitir una transición del flujo desde la sección circular del oído de aspiración hasta la sección de paso correspondiente a la envergadura del ventilador), *estator* (pieza no giratoria compuesta por trece directrices guía y situada aguas arriba del rotor, cuya misión es deflectar la corriente garantizando que se le induce la prerrotación necesaria a la entrada del rotor), *rotor* (pieza giratoria compuesta por nueve álabes en la cual tiene lugar el intercambio de trabajo mecánico con el exterior), *motor eléctrico* (transmite la energía necesaria al eje de accionamiento del ventilador) y *carcasa* (envolvente cilíndrica externa del ventilador que lo soporta).

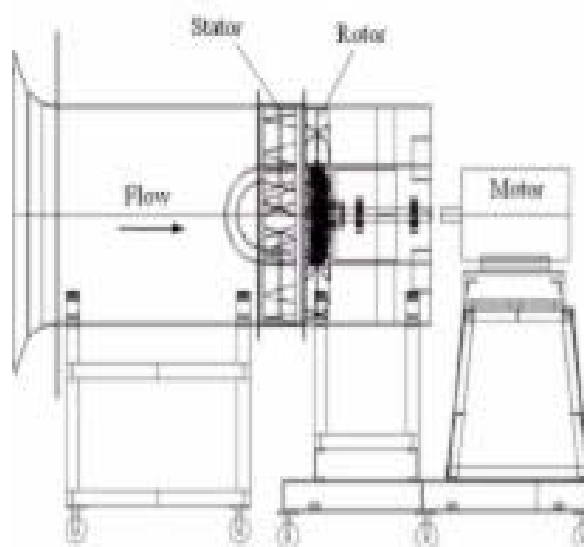
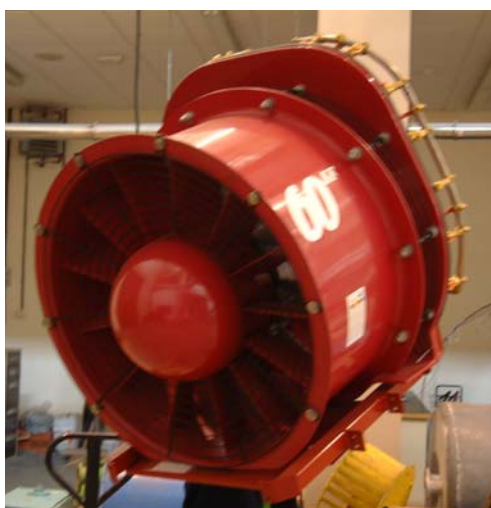


Figura 1.5. Ventilador comercial de partida y esquema del ventilador axial considerado en esta tesis.

A pesar de que no existe convenio alguno universalmente aceptado, los ventiladores pueden clasificarse en cuatro grupos: ventiladores de baja presión (hasta unos 200 mm.c.a., denominados *ventiladores* propiamente dichos), ventiladores de media presión (entre 200 y 800 mm.c.a., denominados *soplantes*), ventiladores de alta presión (entre 800 y 2500 mm.c.a., denominados *turbosoplantes*) y ventiladores de muy alta presión (mayor a 2500 mm.c.a., denominados *turbocompresores*). No obstante, a pesar de la anterior clasificación, a lo largo de esta tesis nos referiremos al ventilador axial considerado indistintamente como ventilador, turbomáquina o soplante. Existen tres tipos básicos de ventiladores axiales: helicoidales, tubulares y tubulares con directrices. Los *ventiladores helicoidales* se emplean para mover aire con poca pérdida de carga y su aplicación más común es la ventilación general. Se construyen con dos tipos de álabes: álabes de disco para ventiladores sin ningún conducto y álabes estrechos para ventiladores que deben ofrecer resistencias bajas. Sus prestaciones están muy influenciadas por la resistencia al flujo del aire y un pequeño incremento de la presión

provoca una reducción de caudal importante. Los *ventiladores tubulares* disponen de un rotor de álabes estrechos de sección constante o con perfil aerodinámico, montado en una carcasa cilíndrica. Generalmente no disponen de ningún mecanismo para enderezar el flujo de aire, y pueden mover aire venciendo resistencias moderadas. Los *ventiladores tubulares con directrices* tienen un rotor de álabes con perfil aerodinámico montado en una carcasa cilíndrica que normalmente dispone de aletas enderezadoras del flujo de aire en el lado de impulsión del rotor. En comparación con los otros tipos de ventiladores axiales, estos últimos tienen un rendimiento superior y pueden desarrollar mayores presiones. Las directrices tienen la misión de hacer desaparecer la rotación existente o adquirida por el fluido en la instalación, a la entrada del rodete o tras su paso por el mismo. Las directrices pueden colocarse a la entrada o a la salida del rodete, incluso las hay móviles, aunque en esta tesis se considera el caso en que las directrices se encuentran aguas arriba del rotor (configuración estator-rotor). Las directrices requieren de un diseño cuidadoso, ya que aunque mejoran las características del flujo del aire haciendo que el ventilador trabaje en mejores condiciones, producen una pérdida de presión adicional que puede condicionar el resto de la instalación. Además, pueden ser contraproducentes ante cambios importantes del caudal de diseño. En la *Figura 1.6* se muestra el efecto de las directrices sobre las líneas de corriente a la entrada y a la salida de un rotor axial.

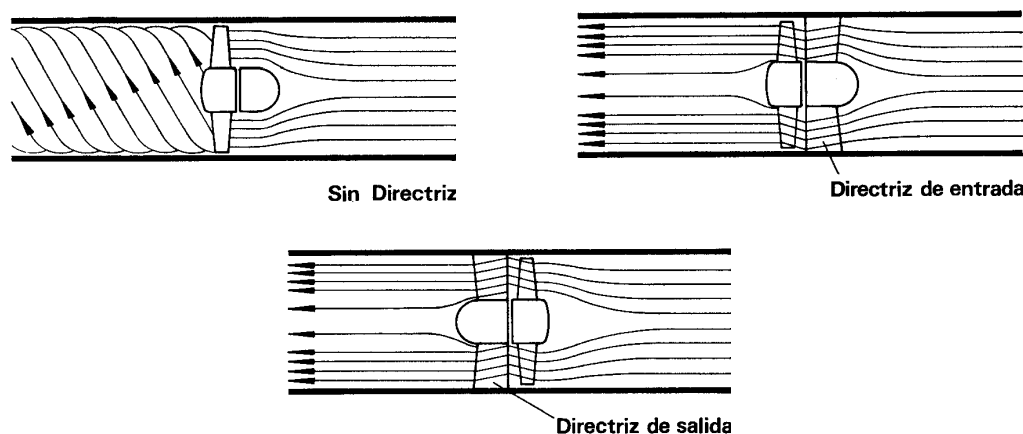


Figura 1.6. Efecto de las directrices sobre el flujo a la entrada y salida del rotor.

En relación a las prestaciones que son capaces de ofrecer, las turbomáquinas quedan definidas mediante su *curva característica*, que relaciona, en el caso de los ventiladores, la presión total suministrada por el ventilador con el caudal de fluido circulante. En las curvas características suele incluirse también el rendimiento de la máquina y la potencia hidráulica que suministra, de forma que la intersección del punto de máximo rendimiento con la curva de presión total permite determinar el *punto de funcionamiento óptimo o de diseño* de la turbomáquina. Además, las curvas características son variables con la velocidad de accionamiento de la turbomáquina, por lo que en ocasiones suelen representarse en función de varias velocidades de giro. En la *Figura 1.7* se muestran dos ejemplos de curvas características de un ventilador axial. Para determinar qué tipo de turbomáquina es más adecuado para un servicio particular, suele emplearse un parámetro adimensional denominado *velocidad específica* N_s , que se relaciona con la velocidad de giro N , el caudal circulante Q y el salto ΔH ($N_s = (N\sqrt{Q}) / (g\Delta H)^{3/4}$).



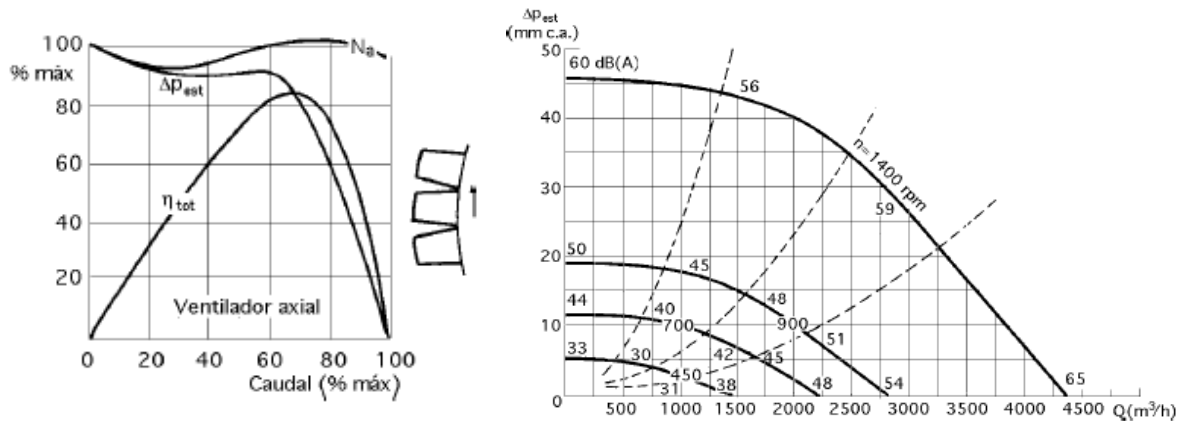


Figura 1.7. Curva característica típica de un ventilador axial.

1.2.2. Flujo alrededor de perfiles aerodinámicos.

Antes de adentrarse en el estudio del funcionamiento de las turbomáquinas y de las características del flujo que se desarrolla en ellas – tanto desde el punto de vista bidimensional como tridimensional – se realiza en esta sección una breve revisión de los principales fenómenos fluidodinámicos que tienen lugar en torno a perfiles aerodinámicos (álabes o directrices), por ser éstos los principales elementos constitutivos de las etapas de las turbomáquinas. Para un estudio más exhaustivo de la teoría de alas puede consultarse (Abbot, 1958) o (Katz, 1991).

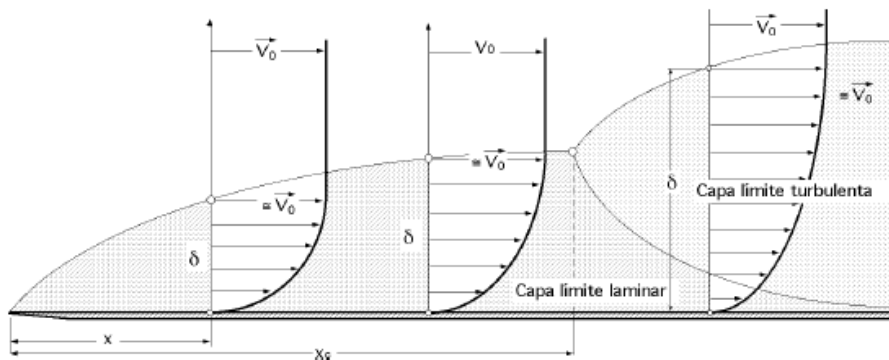


Figura 1.8. Desarrollo de la capa límite.

Cuando se estudia el movimiento de un fluido alrededor de un perfil aerodinámico es imprescindible tener en cuenta los efectos viscosos. En 1904 Prandtl propuso que el estudio del movimiento de un fluido de pequeña viscosidad alrededor de un cuerpo sólido se podría asimilar al movimiento de un fluido perfecto, salvo en una capa muy próxima al contorno, de espesor δ , en la que se concentran los fenómenos de fricción y que denominó *capa límite*. En el exterior de la capa límite las tensiones tangenciales son despreciables, predominando las fuerzas de inercia sobre las viscosas. En cambio, en el interior de la capa límite la proximidad del contorno hace que el gradiente de velocidades sea muy grande y por tanto, también la tensión tangencial. En dicha situación las fuerzas de fricción son del mismo orden de magnitud que las de inercia. El desarrollo de la capa límite a lo largo de un contorno sólido se muestra en la Figura 1.8.



Cuando un perfil aerodinámico se enfrenta a una corriente uniforme, el flujo tiende a seguir suavemente la forma del perfil, generándose un flujo bidimensional alrededor del álabo que en principio será laminar. Para un perfil simétrico y con ángulo de incidencia nulo, no puede aparecer sustentación, pero como consecuencia de la viscosidad del fluido sí que aparecerá resistencia en dirección contraria al movimiento del perfil. Dicha resistencia se manifiesta como un defecto de cantidad de movimiento que ocupa una pequeña extensión del fluido denominada *estela* que se va difundiendo lentamente en la corriente principal (ver *Figura 1.9*). Cuando el perfil aerodinámico tiene ángulo de incidencia no nulo, el flujo aguas abajo tiende por inercia a seguir la dirección marcada por la corriente en el infinito, que es distinta a la dirección de la corriente incidente. Como consecuencia de lo anterior, el flujo procedente del intradós se ve obligado a rodear el borde de salida del álabo encontrándose con el fluido procedente del extradós. El encuentro entre ambas corrientes origina la formación de un punto de estancamiento o velocidad nula sobre el extradós del perfil (ver *Figura 1.9*). En dicho momento el fluido procedente del intradós no dispone de la cantidad de movimiento suficiente para vencer la contrapresión del punto de remanso, por lo que retrocede formando un vórtice. Por su parte, el fluido procedente del extradós dispone de mayor cantidad de movimiento, por lo que empuja el vórtice aguas abajo hasta que se desprende en el borde de salida del álabo. Aguas abajo del álabo dicho vórtice desprendido se difunde en la corriente por efecto de la viscosidad. No obstante, debido a la aparición del vórtice, el flujo procedente del extradós se mueve más deprisa que el procedente del intradós, y en consecuencia la presión ejercida sobre el extradós es menor que la ejercida sobre el intradós, lo que da lugar a la aparición de sustentación en la dirección perpendicular a la corriente.

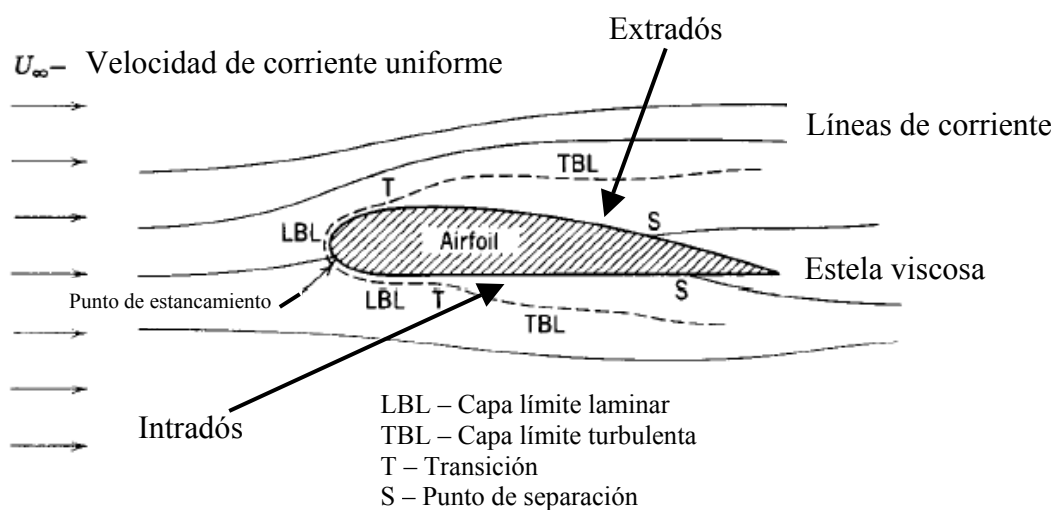


Figura 1.9. Flujo alrededor de un perfil aerodinámico.

A lo largo de toda la superficie del perfil se desarrolla una capa límite en la que la velocidad decrece del valor de la corriente exterior uniforme al valor nulo sobre el álabo. La capa límite cerca del punto de estancamiento es una capa límite laminar, que experimenta una transición a capa límite turbulenta aguas abajo de la corriente. Puesto que la viscosidad cada vez quita más cantidad de movimiento a la corriente en las inmediaciones del perfil, la capa límite se va engrosando aguas abajo. A este engrosamiento contribuye también el efecto del gradiente de presión. Cuando el gradiente de presiones se mantiene nulo a lo largo del perfil, la capa límite se desarrolla



a lo largo del mismo independientemente de su longitud. Pero si el gradiente de presiones es adverso, como ocurre en el extradós, la presión aumenta en el sentido de la corriente y el espesor de la capa límite crece rápidamente. Por tanto, el engrosamiento de la capa límite se produce antes en el extradós que en el intradós. Si el ángulo de incidencia del perfil es muy grande, el gradiente de presiones adverso que se genera en la pared es tan elevado que, junto con el esfuerzo cortante en la pared, hacen que disminuya la cantidad de movimiento dentro de la capa límite y, si ambos actúan a lo largo de una distancia suficiente, el fluido de la capa límite se irá frenando hasta alcanzar el reposo. En ese instante, la línea de corriente que coincide con el perfil se aleja de la superficie a partir del punto de separación (ver *Figura 1.10*), conociéndose este fenómeno como *desprendimiento* de la capa límite, que origina una caída de la sustentación (*entrada en pérdida*, stall). No obstante, sigue existiendo sustentación por la deflexión de la corriente ejercida por el intradós y la parte del extradós más próxima al borde de ataque.

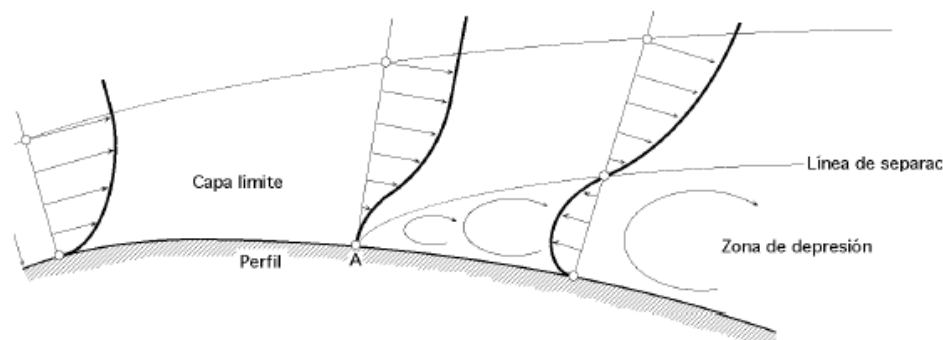


Figura 1.10. Capa límite alrededor de un perfil aerodinámico.

En hileras de álabes de turbomáquinas, ocurre un proceso similar al descrito en los párrafos previos, con la ventaja adicional de que se dispone de proximidad entre los álabes, lo cual puede permitir incidencias mayores por el efecto de guiado del intradós sobre el extradós del vecino. La presencia de los perfiles vecinos altera la distribución de presiones sobre la superficie y, de hecho, si están muy juntos el flujo es más parecido al que hay en un conducto que alrededor de un perfil. La principal diferencia entre la corriente alrededor de un perfil aislado y alrededor de una hilera periódica de álabes es que éstos últimos pueden imprimir a la corriente una desviación de dirección finita en su conjunto conocida como *deflexión* (Neumann, 2000). Otra diferencia entre hileras de álabes y perfiles aislados es que en los primeros es posible que la presión aguas arriba y aguas abajo sea distinta, mientras que con perfiles aislados es la misma.

1.2.3. Análisis bidimensional del flujo en cascadas.

Se introduce en esta sección una breve reseña de las ecuaciones básicas que permiten estudiar el flujo en coronas de álabes a través de una simplificación consistente en considerar el flujo en una cascada bidimensional aislada de otras⁴. Puesto que el funcionamiento de las turbomáquinas axiales depende de la variación de la cantidad de movimiento producida individualmente por coronas de álabes, siendo el flujo normal a través de ellas predominantemente axial, es habitual abandonar la

⁴ Una discusión detallada del análisis bidimensional de cascadas de álabes puede consultarse por ejemplo en (Neumann, 2000).



configuración radial y asimilar el flujo a bidimensional en una superficie $r = \text{cte}$ (ver *Figura 1.11*). En máquinas axiales con una relación base-punta elevada, las velocidades radiales son despreciables, por lo que el flujo en cascada es una aproximación razonable del flujo en la máquina. Con relaciones base-punta más bajas, los álabes de la turbomáquina presentarán una cierta torsión a lo largo de la envergadura y aparecerán variaciones radiales de la velocidad. Aún así, los datos obtenidos a partir de estudios de cascadas bidimensionales pueden ser válidos cuando se combinan con las teorías del equilibrio radial que veremos en la siguiente sección. La teoría que se desarrolla a continuación asume homogeneidad de la corriente antes y después de la hilera de álabes, con la consecuente ausencia de cortadura en las fronteras permeables. Obviamente, en la realidad la homogeneidad no se cumple, pero la teoría sigue siendo lo suficientemente precisa tomando valores medios, tanto para el análisis de turbomáquinas como para su diseño. De hecho, esta teoría ha sido empleada durante décadas para diseñar y perfeccionar turbomáquinas por tratarse de una metodología eficaz y rápida, aunque en la actualidad el desarrollo de los códigos CFD está permitiendo realizar diseños más exactos como consecuencia de una simulación más realista.

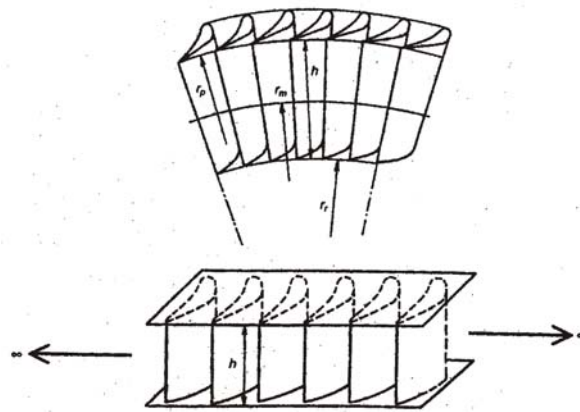


Figura 1.11. Simplificación bidimensional de una corona de álabes (Neumann, 2000).

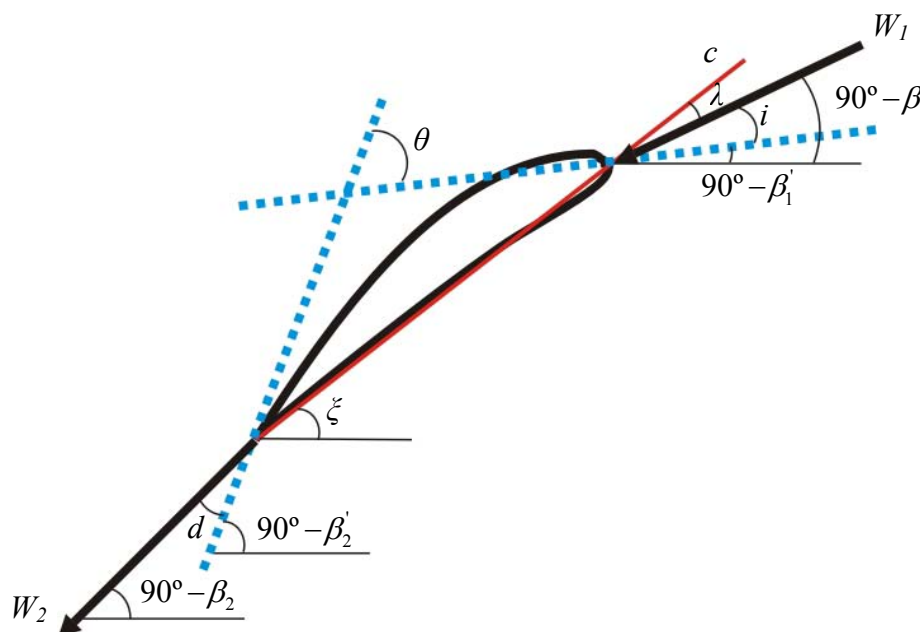


Figura 1.12. Nomenclatura de la cascada de álabes.



En las cascadas de álabes suelen establecerse o definirse una serie de parámetros geométricos (nomenclatura de las cascadas) que se relacionan con el funcionamiento de las coronas. Los más importantes son: la *cuerda* del álabé (c), el *paso* del álabé (s), la *solidez* ($\sigma = s/c$) o cociente entre el paso y la cuerda del álabé, el *ángulo de calado* (ζ) o ángulo que forman la prolongación de la cuerda y la perpendicular al plano frontal de la cascada, el *ángulo de curvatura* (θ) que es el cambio en dirección de la línea de curvatura entre los bordes de ataque y de estela ($\theta = \beta_1' - \beta_2'$), el *ángulo de ataque* (λ) o ángulo que forman la cuerda y la dirección del flujo relativo, los *ángulos geométricos del álabé* a la entrada y a la salida ($90^\circ - \beta_1'$ y $90^\circ - \beta_2'$), los *ángulos del flujo relativo* a la entrada y a la salida ($90^\circ - \beta_1$ y $90^\circ - \beta_2$), el *ángulo de incidencia* (i) o diferencia entre el ángulo geométrico del álabé a la entrada y el ángulo del flujo relativo a la entrada, y el *ángulo de desviación* (d) o diferencia entre el ángulo geométrico del álabé a la salida y el ángulo del flujo relativo a la salida. En la *Figura 1.12* se representan esquemáticamente los anteriores parámetros.

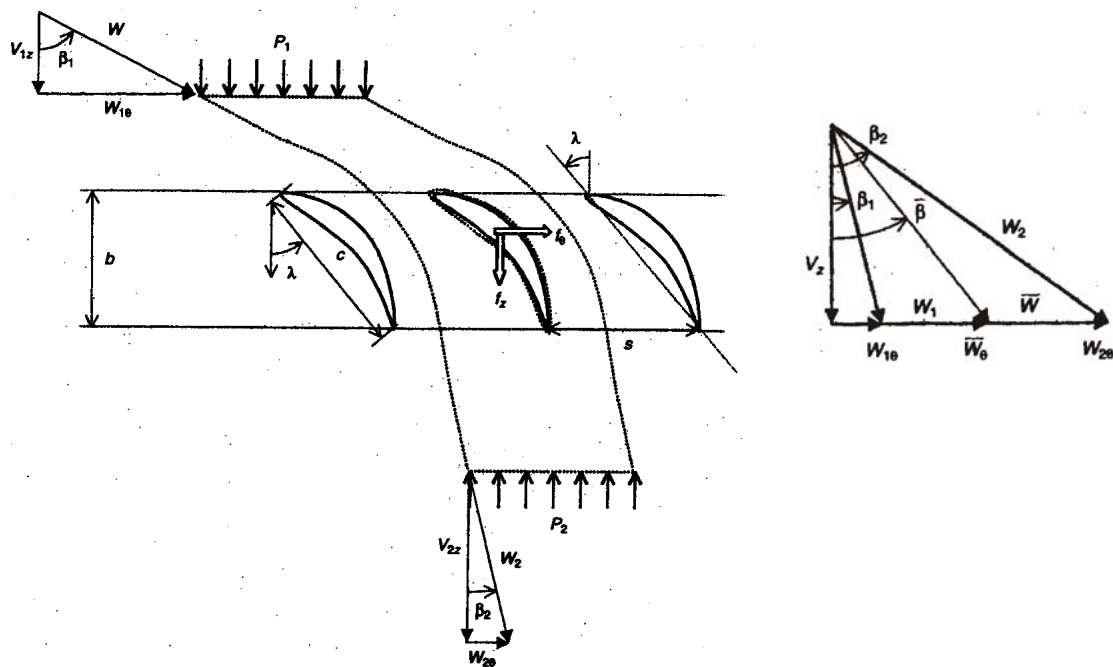


Figura 1.13. Volumen de control y triángulos de velocidades en la cascada 2D.

En ejes estacionarios o ligados al rotor aparece un movimiento en el cilindro (θ, z) con los álabes estacionarios. Para determinar las fuerzas que actúan en las direcciones axial y tangencial sobre la cascada, se considera el volumen de control mostrado en la *Figura 1.13* bordeado por dos superficies $z = \text{cte}$ permeables al flujo y por dos superficies fluidas estacionarias e idénticas separadas una distancia s (el paso del álabé) (Dixon, 1981). En la superficie 1 se tiene el vector velocidad relativa \vec{W}_1 formando un ángulo β_1 con la corriente axial y una presión p_1 , mientras que en la superficie 2 se tiene el vector velocidad relativa \vec{W}_2 formando un ángulo β_2 con la corriente axial y una presión p_2 . La fuerza resultante del álabé sobre el flujo se descompone en una componente axial F_z y una componente tangencial F_θ . Debido a la periodicidad del flujo las resultantes sobre las superficies laterales se cancelan entre sí



(por tener igual forma e igual distribución de presiones y esfuerzos cortantes). Bajo la hipótesis de flujo incompresible y de que la velocidad en la dirección axial no cambia ($V_{1z} = V_{2z} = V_z$), la continuidad y la conservación del momento⁵ proporcionan dichas fuerzas por unidad de longitud del álabe:

$$\begin{aligned} f_z &= (p_2 - p_1)s \\ f_\theta &= \rho V_z s (W_{2\theta} - W_{1\theta}) = \rho V_z^2 s (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Un fluido real que atraviese la cascada experimentará una *pérdida de presión total* como consecuencia de la fricción superficial y efectos afines. Dicha pérdida de presión total puede calcularse en función de las fuerzas en la dirección axial y tangencial considerando el volumen de control de la *Figura 1.13* y definiendo un ángulo del flujo medio, $\bar{\beta}$, entre la entrada y la salida:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p_0}{\rho} &= \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) = \frac{1}{\rho s}(-f_z + f_\theta \tan \bar{\beta}) \\ \tan \bar{\beta} &= \frac{1}{2}(\tan \beta_1 + \tan \beta_2) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Por lo general la pérdida de presión total se presenta adimensionalizada mediante la definición de un *coeficiente de pérdida de presión total*, dado por:

$$\zeta = \Delta p_0 / \left(\frac{1}{2} \rho V_z^2\right) \quad (1.3)$$

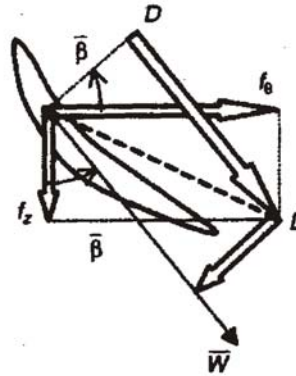


Figura 1.14. Descomposición de las fuerzas en sustentación y arrastre.

Otra manera de tener en cuenta las fuerzas en cascadas de álabes es descomponerlas en otras dos direcciones ortogonales entre sí: una perpendicular a la dirección media de la corriente (*sustentación L*) y otra paralela a dicha dirección media (*arrastre D*). Observando la *Figura 1.14* se deduce que:

$$\begin{aligned} L &= -(f_z \sin \bar{\beta} - f_\theta \cos \bar{\beta}) = \rho s V_z^2 (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \sec \bar{\beta} - s \Delta p_0 \sin \bar{\beta} \\ D &= -(f_z \cos \bar{\beta} + f_\theta \sin \bar{\beta}) = s \Delta p_0 \cos \bar{\beta} \end{aligned} \quad (1.4)$$

⁵ Las leyes de conservación de la Mecánica de Fluidos se exponen en el *Capítulo 2* en relación con las ecuaciones de la Teoría Aeroacústica Clásica, por lo que no se entra en detalles sobre ellas aquí.



donde se ha hecho uso de la expresión (1.3). Los *coeficientes de sustentación y arrastre* se definen adimensionalizando las expresiones (1.4) con la presión dinámica media y la cuerda:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho \bar{W}^2 c} = \frac{1}{\sigma} \left[2 \cos \bar{\beta} (\tan \beta_2 - \tan \beta_1) + \zeta \cos^2 \bar{\beta} \sin \bar{\beta} \right] \quad (1.5)$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho \bar{W}^2 c} = \frac{\zeta}{\sigma} \cos^3 \bar{\beta}$$

donde \bar{W} es la velocidad media definida como $\bar{W} = V_z / \cos \bar{\beta}$. Por lo general, dentro del rango de funcionamiento normal de una cascada los valores de C_D son mucho menores que los de C_L , y como además es poco probable que $\bar{\beta}$ exceda de 60° , la *eficiencia aerodinámica*, definida como la relación entre los coeficientes de sustentación y de arrastre, puede aproximarse por:

$$\varepsilon = \frac{C_L}{C_D} \approx \frac{2(\tan \beta_2 - \tan \beta_1)}{\zeta \cos^2 \bar{\beta}} \quad (1.6)$$

Los valores de la eficiencia aerodinámica que se obtienen en la práctica no suelen estar por encima de 60, aunque en perfiles aislados se puede llegar a un valor de 90.

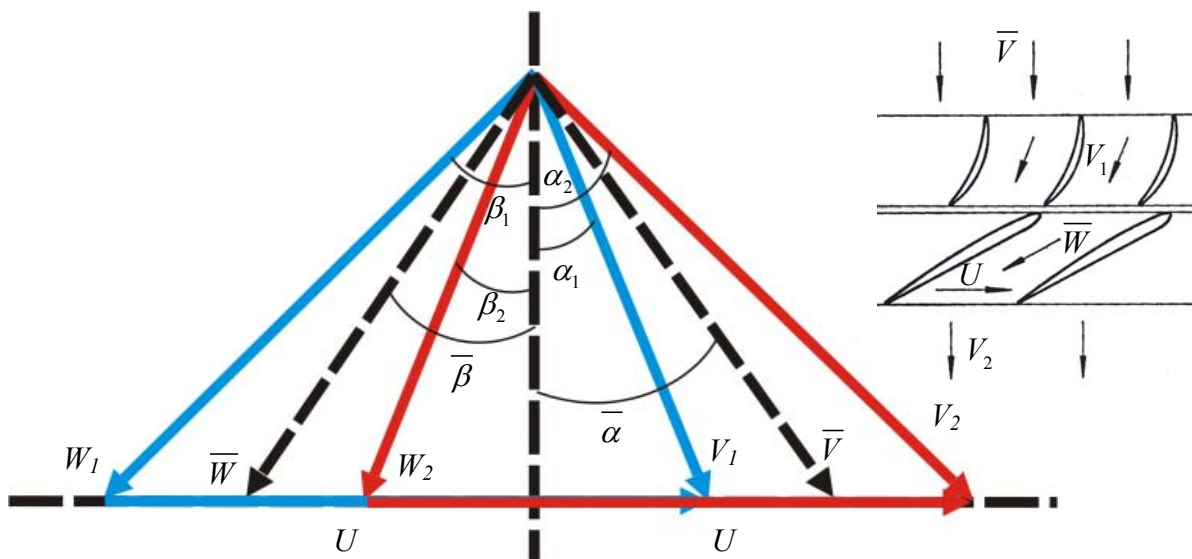


Figura 1.15. Triángulos de velocidad de una etapa axial estator-rotor.

Consideremos ahora una cascada de una etapa de una turbomáquina axial compuesta por un estator situado aguas arriba de un rotor. Los triángulos de velocidades correspondientes a esta configuración se muestran en la *Figura 1.15*. Un escalonamiento normal de una turbomáquina axial es aquel en el que las velocidades absolutas y direcciones del flujo a la salida del escalonamiento son las mismas que a la entrada. El flujo de la etapa a la entrada tiene la velocidad V_1 y dirección α_1 , de forma que restándole vectorialmente la velocidad del álabe U se obtiene la velocidad relativa de entrada W_1 con ángulo β_1 . En cuanto al rotor, el flujo es girado hacia la dirección β_2



en la salida con una velocidad relativa W_2 , de forma que sumando vectorialmente la velocidad del álabe U a la velocidad W_2 se obtiene la velocidad absoluta a la salida del rotor V_2 con ángulo α_2 . Se define el *grado de reacción teórico*, para el caso de flujo incompresible, como el cociente entre el incremento de presión estática en el rotor y el incremento de presión total en el escalón o etapa:

$$\chi = \frac{\Delta p_{\text{est,R}}}{\Delta p_{\text{total}}} = 1 - \frac{\Delta p_{\text{din,R}}}{\Delta p_{\text{total}}} = 1 - \frac{\frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)}{\rho U (V_{1\theta} - V_{2\theta})} = \frac{W_{1\theta} + W_{2\theta}}{2U} \quad (1.7)$$

donde el incremento de presión total (sin considerar pérdidas por fricción) en el escalón viene dado por la *ecuación de Euler de las turbomáquinas*:

$$\Delta p_{\text{total}} = \rho U (V_{1\theta} - V_{2\theta}) \quad (1.8)$$

El grado de reacción es un parámetro que tiene una influencia importante en el rendimiento del escalonamiento. Los escalones que tienen un grado de reacción del 50% son muy utilizados, ya que el gradiente de presión adverso se reparte por igual a través de las coronas de rotor y estator, minimizando la tendencia de las capas límite del álabe a separarse de las superficies sólidas, evitando de este modo grandes pérdidas de presión de remanso. Finalmente, el *rendimiento hidráulico* de la etapa puede calcularse como el cociente entre la pérdida de presión total en el escalón y el incremento de presión teórico que resulta si no se consideran pérdidas por fricción (ecuación (1.8)):

$$\eta_h = \frac{\Delta p_{\text{total}}}{\Delta p_{\text{teórico}}} \quad (1.9)$$

1.2.4. Flujos tridimensionales en turbomáquinas axiales.

En esta sección se realiza una descripción general de varios fenómenos tridimensionales del flujo que se desarrolla en una turbomáquina, los cuales aportan una mayor aproximación al comportamiento del flujo real. El flujo a través de una turbomáquina es complejo, no estacionario y esencialmente tridimensional. En la sección anterior se llevó a cabo una aproximación al estudio bidimensional de cascadas de álabes axiales en superficies $r = \text{cte}$. Como se apuntó entonces, para turbomáquinas con una relación base-punta elevada la aproximación bidimensional es acertada y suficientemente precisa. En cambio, cuando la relación base-punta es baja aparecen aceleraciones radiales apreciables que requieren de un análisis tridimensional. Existen diversos motivos por los que el movimiento de la corriente se aparta de las superficies $r = \text{cte}$. Cabe destacar entre ellos la *existencia de cuerpos sólidos aguas arriba* de la máquina (por ejemplo un oído de aspiración) que inducen aceleraciones radiales que pueden afectar al flujo en los primeros escalones de la turbomáquina, el efecto del *huelgo de punta radial* entre los álabes y la corona portadora exterior y la *variación radial de la curvatura y el espesor de los álabes*. Los *efectos viscosos* del flujo también inducen la aparición de fenómenos tridimensionales, ya que el flujo adherido a un rotor tiene tendencia a centrifugarse, desplazándose radialmente mucho más que el fluido alejado de la superficie. Además, a medida que la corriente avanza a través de las etapas de la turbomáquina, la capa límite en base y punta aumenta de grosor rápidamente provocando un bloqueo del flujo que da lugar a una aceleración axial en la zona central



del flujo. Si la capa límite crece de forma distinta en base y punta puede inducirse un desplazamiento radial. Aparecen también *esfuerzos radiales* sobre los álabes, ya que al girar la corriente se genera una fuerza centrípeta que induce un gradiente radial de presiones hacia el exterior. Si la máquina es de flujo incompresible este gradiente no da lugar a movimientos radiales pero sí a gradientes radiales de velocidad axial. Cuando se carece de simetría axial en el flujo incidente se pueden generar flujos tridimensionales muy complejos. El *desprendimiento rotativo* es una de las causas de la falta de simetría axial en el que una región parcial de una corona de álabes entra en pérdida constituyendo una célula viajera que gira a una velocidad menor que la del rotor. Finalmente, las *interacciones no estacionarias entre etapas* también dan lugar a la aparición de mecanismos tridimensionales cuando los álabes de etapas contiguas están muy próximos entre sí.

Existen varias aproximaciones al estudio tridimensional de flujos en turbomáquinas, entre los que destacan la *teoría de Wu*, el *método de las líneas de corriente*, la *teoría del disco actuador* y la *teoría del equilibrio radial*. Se presenta aquí un desarrollo de la teoría del equilibrio radial por tratarse de uno de los métodos de análisis más extendidos en el diseño de turbomáquinas, y por tratarse también del método de análisis empleado en el diseño del ventilador axial que se estudia en esta tesis. Para ampliar información sobre los otros métodos de análisis consúltese (Neumann, 2000) o (Wallis, 1993). El método del equilibrio radial se basa en primer lugar en el supuesto de que cualquier flujo radial que pueda existir se acaba dentro de la corona de álabes, permaneciendo en equilibrio radial el flujo fuera de la corona, y en segundo lugar, en el supuesto de que el flujo es simétrico respecto del eje (la influencia de los álabes discretos no se transmite al fluido) (Dixon, 1981). Consideremos el elemento de fluido de masa dm mostrado en la *Figura 1.16*, de profundidad $dz=1$ y cuyas caras laterales (que pasan por el eje) forman un ángulo $d\theta$ que gira alrededor del mismo con velocidad tangencial V_θ para un radio r .

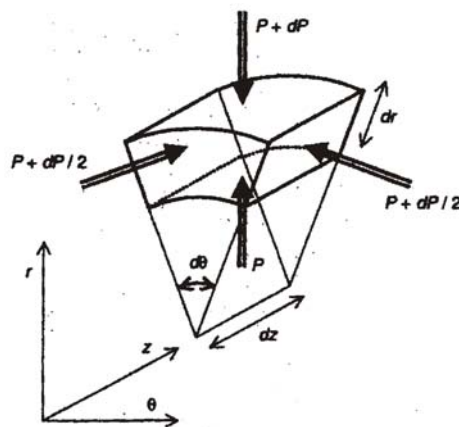


Figura 1.16. Volumen de control para el equilibrio radial.

El elemento está en equilibrio radial, de forma que las fuerzas de presión equilibran a las fuerzas centrífugas, es decir:

$$(p + dp)(r + dr)d\theta - prd\theta - \left(p + \frac{1}{2}dp\right)drd\theta = \rho r d\theta dr \Rightarrow \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{V_\theta^2}{r} \quad (1.10)$$



donde los términos diferenciales de segundo orden se han despreciado. Si el flujo que se desarrolla en la turbomáquina es incompresible, se cumple que $p_0 = p + \frac{1}{2}(V_z^2 + V_\theta^2)$, de forma que diferenciando respecto al radio la anterior expresión se llega a que: $(1/\rho)(dp_0/dr) = (1/\rho)(dp/dr) + V_z(dV_z/dr) + V_\theta(dV_\theta/dr)$. Si se introduce esta última ecuación en (1.10) se obtiene:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp_0}{dr} = V_z \frac{dV_z}{dr} + \frac{V_\theta}{r} \frac{d}{dr}(rV_\theta) \quad (1.11)$$

Para una turbomáquina en la que se suministra igual trabajo para cualquier radio y las pérdidas de presión total a través de una corona son uniformes con el radio, la ecuación (1.11) se reduce a:

$$V_z \frac{dV_z}{dr} + \frac{V_\theta}{r} \frac{d}{dr}(rV_\theta) = 0 \quad (1.12)$$

Si en la expresión anterior se impone que el producto del radio por la velocidad tangencial sea una constante ($rV_\theta = \text{cte}$), se obtiene el llamado *flujo de vórtice libre*. Para un flujo que satisfaga esta condición, por sustitución directa en (1.12) se obtiene que la velocidad axial es constante. Con el diseño de vórtice libre se garantiza que en todos los radios de la envergadura del álabe se intercambie la misma tasa de energía, y que la velocidad tangencial varíe inversamente con el radio de la turbomáquina, lo que se consigue diseñando el álabe con una cierta torsión a lo largo de la envergadura (mayor en el cubo que en la punta). La condición de vórtice libre se ha empleado para diseñar el ventilador axial considerado en esta tesis. Por el contrario, cuando se impone la condición $V_\theta = kr$ se obtiene el diseño denominado de *vórtice forzado*. De esta forma se consigue un perfil de álabe en el que la velocidad tangencial varía directamente con el radio de la turbomáquina, alcanzándose elevadas velocidades en la punta de los álabes que dan lugar a una mayor generación de vorticidad. Este tipo de diseño es mucho menos habitual que el de vórtice libre.

Ningún estudio sobre el movimiento tridimensional en turbomáquinas axiales sería completo sin dar al menos una breve descripción de los *flujos secundarios*. Una definición general de flujos secundarios es que son aquellos flujos perpendiculares a la corriente principal (Neumann, 2000). Los flujos secundarios se generan principalmente en las capas límite y en los intersticios, por lo que su estudio no es fácil, ni siquiera mediante técnicas CFD ya que se requiere emplear modelos de turbulencia. Cuando se desarrolla un flujo secundario se produce una desviación considerable de la corriente sobre lo esperado y aparecen estructuras vorticales. Existen dos formas de explicar la generación y el desarrollo de este tipo de movimientos. Una consiste en explicar el movimiento basándose en un equilibrio de fuerzas sobre las partículas fluidas, y la otra se basa en la vorticidad que se genera en las capas límite y se dispersa y destruye por la propia viscosidad. Ambas visiones son perfectamente equivalentes. A continuación se describen brevemente los principales flujos secundarios que se desarrollan en una turbomáquina. Para más información consúltese (Dixon, 1981) o (Neumann, 2000).

En el interior de la corona de álabes no se cumple la ecuación del equilibrio radial (1.12), pero los dos términos de dicha ecuación suelen ser términos dominantes, salvo



que ocurra la superposición de otro flujo secundario. Dicha ecuación resulta del equilibrio entre la fuerza centrífuga y la de presión. En la capa límite, hacia la superficie del álabe la fuerza de presión no cambiará, mientras que la fuerza centrífuga variará considerablemente, produciéndose entonces un desequilibrio en las partículas de fluido (ver *Figura 1.17.1*) que engendrará una aceleración radial hacia la base en estatores y hacia la punta en rotores. Este mecanismo es lo que se conoce como *flujo radial secundario*.

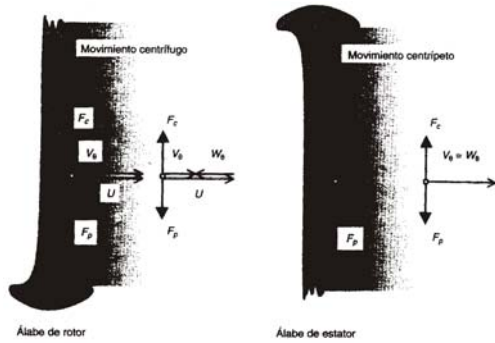


Fig. 1.17.1. Flujo radial secundario.



Fig. 1.17.2. Vórtice del conducto.

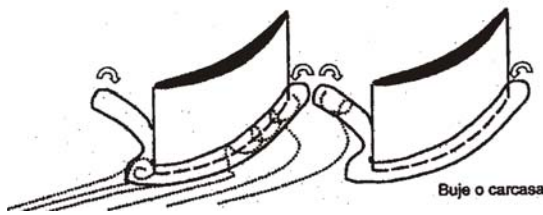


Fig. 1.17.3. Vórtice de herradura.

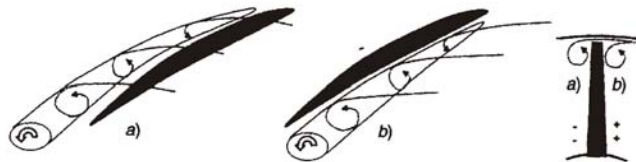


Fig. 1.17.4. a) Vórtice de punta y b) Vórtice de barrido.

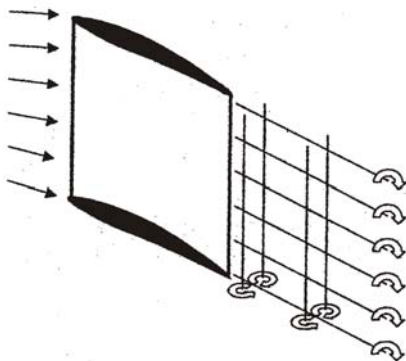


Fig. 1.17.5. Vórtices transversales y longitudinales.

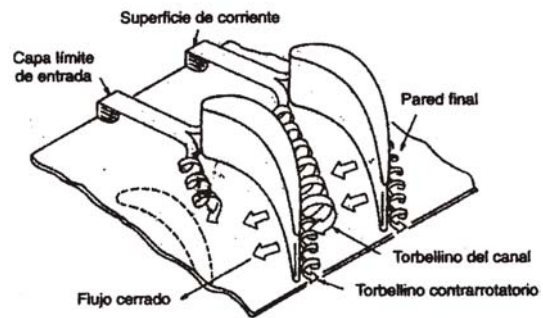


Fig. 1.17.6. Esquema de algunos flujos secundarios tras una etapa de un compresor.

Figura 1.17. Flujos secundarios (Neumann, 2000).

La diferencia de presión entre las caras del álabe da lugar a un desplazamiento de las capas límite de base y punta desde la cara de presión de un álabe a la cara de succión del siguiente, y como consecuencia, el flujo en las inmediaciones se deflecta en exceso con respecto a la corriente principal. En la capa límite la fuerza de presión casi no cambia, mientras que la fuerza centrífuga disminuye apreciablemente hasta anularse en las superficies sólidas. Se genera entonces un desequilibrio que da lugar a una aceleración hacia las zonas de baja presión, curvando la trayectoria hacia la cara de succión en un movimiento cruzado. Dicho movimiento puede llegar a ser lo



suficientemente intenso como para deflectar la corriente cruzada dando lugar a la formación de un vórtice llamado *vórtice del conducto* (passage vortex) (ver *Figura 1.17.2*). Se obtiene así un sistema de vórtices contrarrotantes en las esquinas de las caras de succión del álabe en base y punta, pudiendo llegar incluso a formarse una zona de desprendimiento. Este tipo de flujo secundario se conoce como *sobredeflexión*.

Cuando una capa límite se aproxima a un obstáculo romo, la parte exterior de ella – con más cantidad de movimiento – lo rodea, mientras que la parte interna no podrá vencer la sobrepresión que exige el rodeo y se detiene. Se produce entonces un desprendimiento de la capa límite. El fluido detenido dará lugar a la formación de un punto de remanso aguas arriba y se convertirá en un obstáculo adicional para la corriente. Como consecuencia del arrastre viscoso de la corriente exterior, el obstáculo de fluido gira formando un vórtice anclado que se denomina *vórtice de herradura* (horse shoe vortex) (ver *Figura 1.17.3*). El sentido de giro de este vórtice es contrario al del vórtice del conducto y no es infrecuente que sea absorbido por él.

Un efecto de las capas límite anulares es el aumento del ángulo de incidencia del álabe del rotor cerca de las superficies de base y punta, como consecuencia de la disminución de cantidad de movimiento axial. Puesto que el ángulo de la corriente viene dado por $\tan \alpha = U/V_z$, aumentará cerca de la base y la punta como consecuencia de la disminución de V_z . En la base el aumento del ángulo de incidencia no es muy importante por el efecto favorable del movimiento radial que succiona la capa límite, pero cerca de la punta es un problema por el efecto negativo de la acumulación de la capa límite. Es por ello que se suele aumentar el calado del perfil cerca de la punta. En la cara de presión en la punta de los álabes se origina un *vórtice de barrido* (scrapping vortex) (ver *Figura 1.17.4.b*). Este flujo secundario se conoce como *flujo inclinado*.

Los flujos por el huelgo de punta entre álabe y carcasa influyen mucho en las prestaciones de las turbomáquinas. El fluido pasa de la cara de presión a la cara de succión disipando energía de presión y generando una pérdida sustancial, por lo que en los diseños de ventiladores tiende a minimizarse el huelgo de punta. Además, el chorro del fluido emergente por la cara de succión tiende a formar un *vórtice de punta* (tip vortex) (ver *Figura 1.17.4.a*), contrarrotante con el del conducto, que puede llegar a perturbar el funcionamiento de la punta de los álabes. A este flujo secundario se le denomina *flujo de intersticio*.

Finalmente se producen flujos secundarios como consecuencia del *desprendimiento de vórtices*. Puede tratarse tanto de vórtices transversales como longitudinales, siendo ambos consecuencia de la generación de vórtices en las capas límite de las caras de succión y presión de los álabes, y del desprendimiento de los mismos en el borde de salida (ver *Figura 1.17.5*)

Hasta ahora, se ha venido poniendo de manifiesto a lo largo de los párrafos anteriores la complejidad del flujo que se desarrolla en las turbomáquinas debido al carácter tridimensional del mismo. Pero no se puede olvidar que además dicho flujo es intrínsecamente no estacionario, apareciendo fenómenos de interacción entre las etapas de la turbomáquina que son de gran relevancia. Precisamente como consecuencia de la naturaleza tridimensional no estacionaria del flujo que se desarrolla en las turbomáquinas, la simulación de configuraciones reales representa una de las tareas que más costes computacionales y recursos demanda en CFD. Los fenómenos no



estacionarios que se desarrollan en turbomáquinas pueden clasificarse de un modo general en dos grupos: inestabilidades globales del flujo (cavitación, oscilación en masa, aceleración relativa, desprendimiento rotativo) e inestabilidades locales (desprendimiento de las capas límite en los álabes, aparición de burbujas aisladas de cavitación). Ambos tipos de inestabilidades limitan el rango de aplicación de las turbomáquinas y generan vibraciones y ruido. Las no estacionalidades del flujo pueden ser causadas por tres motivos principalmente: interacción potencial como consecuencia del campo de presiones que se desarrolla a lo largo de cada álabe, fenómenos viscosos como consecuencia del desarrollo de capas límite e interacción por choque.

Dentro de los mecanismos no estacionarios unos de los más importantes son los fenómenos de interacción no estacionarios que se generan como consecuencia de las interacciones fluidodinámicas que presenta el flujo por la existencia de distintas partes de la turbomáquina en movimiento relativo entre sí, que dan lugar a condiciones que se alejan de la estacionalidad. De hecho, a lo largo de esta tesis nos centraremos en el estudio de un fenómeno no estacionario que surge a partir de la interacción entre un estator situado aguas arriba de un rotor como consecuencia del movimiento relativo que se genera entre ellos. La presencia del estator fijo da lugar a la aparición de un flujo no uniforme o perturbado que incide sobre el rotor en movimiento, apareciendo estelas que modifican las distribuciones de velocidad y de presión y que generan ruido tonal a la frecuencia de paso de álabe. Entre los fenómenos de interacción no estacionarios destacan la interacción estela-rotor, la interacción potencial estator-rotor, el desprendimiento de vórtices, el desprendimiento rotativo, el transporte y la difusión de estelas y la recuperación de las estelas.

La *interacción estela-rotor* tiene lugar cuando existe un estator aguas arriba del rotor. Las directrices del estator generan entonces estelas que llegan al rotor provocando condiciones del flujo no uniformes a la entrada, puesto que la velocidad es variable en el seno de las estelas, y dando lugar a la aparición de falta de estacionariedad. Además, la respuesta forzada del rotor puede inducir una disminución del rendimiento de la turbomáquina. Evidentemente este tipo de interacción depende de la distancia axial entre haces (gap) y de la separación existente entre los álabes de una misma etapa (paso). Cuando el campo de presiones existente en la parte fija de la turbomáquina se ve afectado por la interacción con los álabes de la parte móvil, se producen fluctuaciones de dicho campo de presiones que modifican el flujo aguas arriba. Este tipo de interacción se conoce como *interacción potencial estator-rotor*. El *desprendimiento de vórtices* tiene lugar cuando se produce la separación de la capa límite en la superficie de los álabes. Dicha separación origina la formación de estructuras vorticales caracterizadas por una elevada falta de estacionariedad. El adelanto de la separación del flujo a secciones anteriores al borde de salida de los álabes puede dar lugar a una desviación de la corriente principal que cambia el ángulo de incidencia del flujo. El giro de la corriente da lugar a que se produzcan separaciones consecutivas en los distintos álabes conocidas como *desprendimiento rotativo*. La *difusión de las estelas* del rotor por disipación viscosa resulta también en un fenómeno no estacionario que da lugar a pérdidas energéticas (mixing loss) que contribuyen a las pérdidas globales de la turbomáquina. La difusión de las estelas depende mucho de la capa límite que se desarrolla en torno al borde de salida de los álabes, de su curvatura y de los gradientes de presión, por lo que su predicción no es sencilla. De hecho, las estelas en gradientes de presión favorables se difunden antes, mientras que en gradientes de presión adversos pueden llegar a crecer en lugar de difundirse. Otro fenómeno no estacionario es debido



al *transporte de las estelas*. Las estelas generadas por la etapa situada aguas arriba (estator) tienen una velocidad relativa más baja que la de la corriente. Por triángulos de velocidad es posible mostrar que cuando dichas estelas pasan a través de los canales de la etapa situada aguas abajo (rotor) desarrollan una velocidad de deriva hacia la cara de presión de los álabes del rotor, de forma que las estelas del estator son troceadas por los álabes del rotor (*chopped*) generándose estelas de menor tamaño que nuevamente serán difundidas en el flujo. Cuando una estela es troceada por una fila de álabes del rotor, se defleca y dilata al pasar por un canal entre álabes, teniendo lugar una disminución del déficit de velocidad de la estela que se conoce como *recuperación de la estela*. Dicho fenómeno resulta en la generación de nuevos mecanismos no estacionarios. Por lo general el fenómeno de recuperación de las estelas disminuye las pérdidas que tienen lugar en una turbomáquina (Zante, 1998).

Para concluir esta sección señalar que cuando se habla de fluctuaciones de las variables fluidodinámicas en una turbomáquina, generalmente se hace referencia a la fluctuación provocada por la interacción dinámica entre coronas de álabes fijos y móviles (*interacción estator-rotor*). En el estudio de la interacción entre el flujo que sale o llega al rotor y los álabes fijos del estator – situados aguas arriba o aguas abajo – la posición relativa de las dos series de álabes es muy importante. El parámetro geométrico que condiciona en mayor grado las fluctuaciones de las variables fluidodinámicas en turbomáquinas es el gap axial entre las etapas de estator y rotor. La interacción tendrá lugar entre el flujo relativo entre los canales de los álabes en rotación y las directrices fijas. Cuando se dispone de una única etapa, las directrices pueden estar situadas tanto aguas arriba como aguas abajo del rotor. Si se sitúan aguas arriba la falta de uniformidad en el flujo procedente de las mismas se percibe como una falta de estacionariedad del flujo a la entrada del rotor, y la capacidad de perturbación es mucho más elevada que cuando las directrices se sitúan aguas abajo. El efecto más importante de la interacción entre haces fijos y móviles es la generación de esfuerzos no estacionarios sobre los álabes, que generarán vibraciones y ruido.

1.3. ESTADO DEL ARTE DE LA AEROACÚSTICA.

El ruido ha sido un subproducto indeseable de los vehículos aeroespaciales desde la aparición del primero de ellos hasta hoy en día. Originalmente la generación de ruido por los aviones no acaparó mucho interés puesto que la mayoría de los esfuerzos se concentraban en mejorar las prestaciones de funcionamiento de los mismos. Cuando la tecnología aeroespacial estuvo madura comenzaron a dedicarse más esfuerzos a la reducción del sonido generado aerodinámicamente. Así, en 1952 Lighthill publicó la analogía aeroacústica (Lighthill, 1952) para el estudio del ruido de chorro, reagrupando las ecuaciones de Navier-Stokes en la forma de una ecuación de ondas lineal para un medio en reposo con un término fuente cuadrupolar. No obstante, pronto la industria aeronáutica se percató de que eran necesarias herramientas mucho más sensibles, con la capacidad suficiente para predecir cómo cambios relativamente pequeños en el campo de flujo podrían afectar al sonido radiado. Las primeras innovaciones se dirigieron a introducir el efecto de interacción con el flujo medio, apareciendo así, entre otras, las aproximaciones de Phillips (Phillips, 1960) y Lilley (Lilley, 1974), quienes derivaron ecuaciones de ondas para medios inhomogéneos en movimiento. Incluso hoy en día estas ideas son revisadas y extendidas en diferentes direcciones, y así, en 1999 Goldstein (Goldstein, 1999) ha derivado la analogía aeroacústica generalizada, extensión del trabajo de Lilley. Todas estas teorías se dirigen al estudio del ruido de



chorro generado por la mezcla del flujo a la salida de los turborreactores de los aviones, fenómeno que constituye aún un frente abierto para la Aeroacústica.

El ruido de propulsión es el principal contribuyente al campo sonoro total radiado por un avión, y cada componente del motor – tal como el ventilador, la turbina y el compresor – pueden producir niveles de ruido significativos tanto a frecuencia discreta como en banda ancha. No obstante, aunque inicialmente el ruido de chorro y el ruido del pistón del motor de los propulsores de los aviones eran los principales mecanismos de generación de ruido, con la introducción de los modernos turborreactores aeronáuticos las fuentes de ruido más prominentes están asociadas con el ventilador, sobre todo en las operaciones de despegue y aterrizaje que son las que mayor repercusión tienen sobre las poblaciones urbanas en las inmediaciones de los aeropuertos, y por tanto, existe aún una creciente demanda para mejorar la comprensión de los mecanismos fundamentales asociados con las fuentes de ruido en los ventiladores. Antes de la aparición de la analogía aeroacústica de Lighthill, ya se habían llevado a cabo estudios sobre la generación de ruido por rotores de ventiladores y propulsores. Así, en la década de los treinta apareció el trabajo de Gutin (Gutin, 1948), quien obtuvo el primer resultado teórico para el cálculo del nivel de los armónicos de ruido de un propulsor como consecuencia de las cargas estacionarias ejercidas sobre los álabes (mecanismo conocido ahora como ruido de Gutin), utilizando un resultado obtenido por Lamb (Lamb, 1934) para el campo acústico generado por una fuerza concentrada estacionaria. Simultáneamente y de manera independiente, Deming (Deming, 1938) y Ernsthausen (Ernsthausen, 1937) trabajaron en el problema de la generación de ruido de espesor, derivando fórmulas para la predicción del ruido de espesor siguiendo el procedimiento analítico de Gutin. No obstante, la contribución del ruido de espesor fue ignorada durante muchos años por los investigadores en el campo de la Aeroacústica frente a la contribución del ruido de carga, a pesar de que Deming había presentado resultados numéricos contrastados con datos experimentales que ponían de relieve la importancia del ruido de espesor cuando la velocidad de punta de los álabes era elevada. En 1954, Garrick (Garrick, 1954) extendió los resultados de Gutin estudiando el campo acústico generado por una fuerza concentrada en movimiento rectilíneo uniforme con el observador situado en un sistema de referencia fijo en la fuente. En el sistema de referencia móvil sobre el propulsor, se llevaba a cabo el análisis de Gutin y se obtenía así el espectro de presión acústica. Ya en la década de los sesenta, el hecho de que las fluctuaciones de presión sobre la superficie de los álabes eran responsables del ruido a frecuencia discreta y en banda ancha generado por los rotores de los ventiladores, estaba bien establecido y aceptado por la comunidad internacional. No obstante, las teorías aeroacústicas desarrolladas hasta el momento no eran aplicables como consecuencia de que no tenían en cuenta las fuerzas de carga no estacionarias sobre los álabes. Fue en 1965 cuando Lawson (Lawson, 1965) desarrolló una teoría sobre predicción de ruido por una fuerza concentrada de carga no estacionaria actuando sobre los álabes del rotor y la aplicó al estudio de la generación de ruido por el rotor de un helicóptero, llegando incluso a desarrollar un código computacional que predecía las emisiones acústicas tanto en el dominio temporal como en el de la frecuencia (Lawson, 1969). No obstante, las fórmulas de Lawson se aplicaban únicamente al estudio de dipolos compactos en movimiento rotacional, prediciendo únicamente el ruido de carga.

A principios de la década de los setenta, la mayoría de los métodos de predicción de ruido por rotores se desarrollaban en el dominio de la frecuencia, puesto que los



métodos en el dominio temporal por lo general requerían el uso de ordenadores muy potentes. Se obtuvieron así soluciones para algunos problemas significativos mediante el análisis en el dominio de la frecuencia. Pero en 1969, Ffowcs Williams y Hawkings (Ffowcs Williams, 1969) publicaron una generalización de la teoría de Lighthill para incluir los efectos de fuentes en movimiento que tuvo una repercusión espectacular en la predicción del ruido de rotores y ventiladores desde entonces hasta hoy en día, pudiendo afirmarse sin reparos que es la teoría de mayor éxito para la predicción del ruido radiado por álabes rotatorios. A partir de la publicación de los resultados de Ffowcs Williams y Hawkings, algunos investigadores comenzaron a trabajar en el desarrollo de los métodos en el dominio temporal, no sólo porque comenzaban a aparecer ordenadores más potentes, sino porque también aparecieron nuevas herramientas, como la Mecánica de Fluidos Computacional (CFD), nuevos instrumentos de medida y, sobre todo, nuevas herramientas analíticas. El avance desde la década de los cincuenta en la resolución de ecuaciones en derivadas parciales, particularmente el uso de la teoría de distribuciones o funciones generalizadas, hicieron posible obtener soluciones de la ecuación de ondas con fuentes sobre una superficie en movimiento en formas adecuadas para la predicción del ruido. Ffowcs Williams y Hawkings emplearon dicha teoría para obtener su famosa ecuación. La potencialidad de la teoría es tal que la mayoría de los resultados conocidos hasta entonces, las fórmulas de Lowson (Lowson, 1965) y Curle (Curle, 1955), pueden derivarse fácilmente con ella. Otras cuestiones, como la importancia de las ondas de choque en la generación de ruido, pueden encontrar respuesta con dicha teoría. Goldstein (Goldstein, 1976) ha empleado la teoría de funciones generalizadas para derivar algunos resultados importantes de la Aeroacústica. La principal razón del éxito de la teoría de Ffowcs Williams y Hawkings (FFWH) se encuentra en que, por lo general, las fuentes acústicas son deterministas y se encuentran distribuidas a lo largo de la superficie de los álabes. El carácter determinista de las fuentes hace posible emplear técnicas CFD avanzadas para obtener los datos de partida necesarios para el cálculo del ruido generado por turbomáquinas rotatorias. Hawkings & Lowson (Hawkings, 1974) y Farassat ((Farassat, 1975), (Farassat, 1981)), fueron de los primeros investigadores en aplicar la ecuación de FFWH al problema de la generación de ruido por rotores, obteniendo soluciones de la ecuación de FFWH mediante diversas formulaciones. El ruido de espesor fue propuesto como la fuente para el fenómeno de generación de ruido como consecuencia de la existencia de altas velocidades de punta de los álabes (ruido impulsivo), llegándose a la conclusión de que sólo podría ser despreciado cuando el espesor de los álabes fuese poco importante. Más tarde, Schmitz & Yu (Schmitz, 1977) y Hanson & Fink (Hanson, 1979) descubrieron que dicha conclusión sólo era parcialmente correcta, ya que el ruido producido por la fuente de tipo cuadrupolar tenía que ser añadido al ruido de espesor para tener en cuenta correctamente los cálculos del ruido impulsivo. La mayor parte de los trabajos de predicción de ruido en esta época se centraban en la determinación del ruido a frecuencia discreta. Incluso con el adelanto en la capacidad de cálculo de los ordenadores que estaba teniendo lugar por entonces, los ordenadores aún no disponían de la potencia suficiente, lo que limitaba el desarrollo de códigos aeroacústicos. No obstante, en esa época comenzaron a aparecer algunos trabajos en este sentido: Yu (Schmitz, 1977) y Caradonna (Caradonna, 1978), quienes demostraron la importancia del término fuente cuadrupolar en la ecuación de FFWH.

En la década de los ochenta el mayor énfasis en los desarrollos teóricos, junto con los modelos a escala y los test de vuelo, llevaron a una comprensión y clasificación completa de las fuentes de ruido en rotores, que sin embargo no se tradujo inmediatamente en el desarrollo de códigos de predicción. En la década de los noventa



se realizaron muchos progresos en la modelización del ruido generado aerodinámicamente por rotores. No obstante, a pesar de que la teoría es válida y aplicable para un amplio rango de configuraciones, la mayoría de los esfuerzos y de los avances se han centrado en los rotores principales de helicópteros. La ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings es la base de todos estos desarrollos. Los términos fuente monopolar y dipolar tienen en cuenta, respectivamente, el ruido de espesor y el ruido de carga. El ruido por interacción de los álabes con vórtices y el ruido de banda ancha son también tipos importantes del ruido de carga que están atrayendo la atención de muchos investigadores. Se han desarrollado formulaciones del término cuadrupolar tanto supersónicas como subsónicas para la predicción del ruido impulsivo a altas velocidades. En un esfuerzo por eliminar la contribución del término cuadrupolar, la teoría de FFWH se ha extendido para ser utilizada en superficies permeables que rodean todas las fuentes físicas de ruido. Recientemente se han llevado a cabo algunos avances en la predicción del ruido generado por rotores de helicópteros, principalmente en torno a la predicción del ruido impulsivo, interacción álabes-vórtice y el ruido en banda ancha. Destacan así los trabajos sobre el ruido impulsivo llevados a cabo por Farassat (Farassat, 1988) quien obtuvo la solución de la ecuación de ondas con el término fuente cuadrupolar, Brentner (Brentner, 1997) quien llevó a cabo la integración de dicho término fuente con el algoritmo de esfera colapsante, Farassat (Farassat, 1998) que desarrolló la formulación en el caso supersónico, Ianniello ((Ianniello, 1999), (Ianniello, 2001)) que desarrolló códigos para la predicción del ruido cuadrupolar que integraban la ecuación de FFWH en un dominio rotante supersónico, etc. En cuanto a la interacción álabes-vórtice destacan los trabajos de Schmitz (Schmitz, 1991), Lowson (Lowson, 1992) y Yu (Yu, 2000) donde se discuten los principales mecanismos de generación de este tipo de ruido. En la predicción del ruido en banda ancha destacan las contribuciones de Amiet (Amiet, 1975), Brooks (Brooks, 1997) y Casper (Casper, 2002) quien demostró que el ruido en banda ancha puede predecirse empleando la formulación en el dominio temporal.

Sin embargo, los avances alcanzados en el tratamiento y la predicción de la generación de ruido por ventiladores han sido mucho menores, siendo necesaria aún una importante mejora de la comprensión de temas fundamentales asociados con los mecanismos fuente de ruido. El interés gubernamental en la reducción del ruido de los aviones ha hecho que tanto en Estados Unidos como en Europa hayan aparecido varias campañas de investigación orientadas a la consecución de este objetivo. Cabe así por ejemplo destacar el programa Advanced Subsonic Technology Noise Reduction de la NASA, orientado a reducir el ruido generado por la interacción de componentes del avión con el flujo de aire y el ruido generado por el ventilador del turborreactor; y el programa RESOUND (Reduction of Engine Source Noise through Understanding and Novel Design) en Europa, una parte importante del cual se ha dedicado a la investigación del ruido generado por turbomáquinas aplicando códigos CFD en la etapa de diseño de los nuevos prototipos. El flujo en turbomáquinas, y en particular en máquinas axiales, es muy complejo. Se caracterizan por aspectos tridimensionales, viscosos, no estacionarios y fuertemente dependientes de las condiciones de operación. Los principales mecanismos de generación de ruido aerodinámico en ventiladores son: flujo incidente turbulento, auto-ruido (capas límite laminares o turbulentas, separación de la capa límite, etc.) (Glegg, 1998), trailing edge noise (Amiet, 1976), flujos secundarios en los bordes de los álabes (Fukano, 1986) y ruido debido a la interacción estator-rotor (Morfey, 1970). Las cargas aerodinámicas soportadas por los álabes son no estacionarias y generan un sistema de fuentes que dan lugar a ondas acústicas que se



propagan en el medio fluido que las rodea hasta el observador. Varios estudios han mostrado que una parte importante del ruido generado por el ventilador está unido a estas fuentes (Chiu, 1989). El tono de ruido, que es atribuible en su mayor parte a la interacción y respuesta de las estelas desprendidas por las directrices estacionarias del estator con el rotor en movimiento, es una de las componentes del ruido de estos ventiladores; a la frecuencia de paso de álabe y sus armónicos más altos, el ruido tonal se propaga tanto aguas arriba como aguas abajo del ventilador y se radia al campo lejano. En la actualidad la mayoría de los métodos de predicción identifican las fuentes acústicas dominantes asociadas con las estelas de las directrices del estator o los bordes traseros de los álabes del rotor. Aunque existen ya muchos métodos para analizar el ruido generado por la interacción estator-rotor, la mayoría se basan en medidas experimentales y técnicas de semejanza. No obstante, los ordenadores actuales permiten realizar análisis tridimensionales completos de configuraciones estator-rotor a partir de principios básicos sin necesidad de acudir a técnicas heurísticas. El campo de la Aeroacústica Computacional (CAA) ha emergido durante los últimos quince años y promete mejoras en la capacidad de predecir, comprender y reducir el ruido generado por interacción con un flujo. Aunque la CAA tiene semejanzas con el CFD, la naturaleza, las características y los objetivos de la Aeroacústica son diferentes de los encontrados en Aerodinámica. Sólo mediante la Simulación Numérica Directa (DNS) se pueden resolver conjuntamente los problemas aeroacústicos y aerodinámicos. Este es el método más avanzado, pero se encuentra limitado a casos muy particulares con geometría muy simples, por lo que tiene aún poca aplicación en la vida real. Para aplicaciones de ingeniería con geometrías complejas, en su nivel más básico el CFD genera soluciones basadas en las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS) donde todos los efectos de la turbulencia son modelizados y sólo las cantidades medias del flujo son calculadas, por lo que su uso en CAA es limitado. LES (Large Eddy Simulation) es un compromiso entre las simulaciones RANS y DNS, donde sólo las escalas más pequeñas de la turbulencia son modelizadas, por lo que su potencialidad permite a la analogía aeroacústica enlazar los cálculos CFD con los cálculos CAA y realizar análisis aeroacústicos no estacionarios para la investigación de la generación de ruido en situaciones reales, como por ejemplo el ruido generado por ventiladores axiales. Recientemente han comenzado a aparecer trabajos que exploran los nuevos horizontes abiertos por el esquema LES, donde destacan entre otros los trabajos de Jeon & Lee (Jeon, 2000) que combinan una analogía acústica en el dominio temporal con el dominio de la frecuencia, (Roger, 2000) que emplea un método desarrollado por Amiet para predecir el ruido generado por dispositivos de alta sustentación y (Roger, 2002) donde se hace una predicción del ruido radiado por las cargas sobre el álabe de un ventilador subsónico. De hecho, la presente tesis se enmarca dentro de este campo de trabajo, intentando desarrollar un código numérico que aproveche las capacidades del modelo LES para predecir la generación y propagación de ruido por un ventilador axial.

En los últimos tiempos también han aparecido trabajos orientados a la predicción y reducción del ruido generado por ventiladores axiales con aplicación en otros campos de la industria distintos de la Aeronáutica. Por ejemplo, en la industria del automóvil con vistas a proporcionar un ambiente silencioso en el interior de los vehículos se ha comenzado a investigar la generación de ruido por el ventilador del radiador y se están desarrollando técnicas de control activo para atenuarlo (Gerard, 2003). Asimismo, el problema de la predicción del ruido generado por los ventiladores empleados en la refrigeración de ordenadores está acaparando cada vez más interés de la comunidad internacional como consecuencia del continuo desarrollo de las CPU's. A pesar del



conocimiento acumulado a partir del trabajo de muchos pioneros, tales como Gutin y Ffowcs Williams por mencionar algunos, la tarea de diseñar ventiladores silenciosos continua siendo difícil para esta industria a pesar de que en el pasado se ha acumulado mucha experiencia en el estudio de pequeños ventiladores axiales (Fitzgerald, 1984), haciéndose indispensable un estudio detallado de la distribución de los mecanismos fuente que facilitaría la comprensión de la generación de ruido por estos dispositivos. Algunos trabajos recientes en esta línea son los de (Huang, 2003) y (Wong, 2003). Otros investigadores en el campo del ruido generado por ventiladores han enfocado sus estudios al control activo de las fuentes de ruido, bien sea generando campos de sonido en desfase con el campo acústico (Burdisso, 1995), (Smith, 1996) y (Enghard, 2000), o bien sea controlando el campo de flujo para compensar las estelas desprendidas por las directrices del estator con vistas a reducir la interacción no estacionaria de las mismas con los álabes del rotor situado aguas abajo (Polacsek, 1999), (Schulz, 2003).

Estudios recientes (Hanson, 2002) han mostrado también que las ondas acústicas se atenúan sensiblemente cuando se propagan a través de un ventilador entubado, lo que ha abierto un nuevo frente de investigación que versa sobre el ruido radiado por estos ventiladores. Los modelos teóricos desarrollados para el estudio de la propagación de los modos acústicos de interacción estator-rotor en ventiladores entubados han existido desde hace muchos años, desde que el problema fue revisado por primera vez por Tyler & Sofrin (Tyler, 1962). Desde entonces la industria estadounidense ha desarrollado algunos códigos de ordenador para modelizar y analizar la propagación de dichos modos. Ventres (Ventres, 1982) ha enlazado la teoría de cascadas planas bidimensionales para aerodinámica no estacionaria con los modos acústicos tridimensionales en conductos anulares. Posteriormente, Topol (Topol, 1990) combinó este método con un modelo de estela que fue originalmente desarrollado por Majjigi (Majjigi, 1984). Este modelo empírico de estela fue subsecuentemente mejorado por Philbrick (Philbrick, 1993) para tener en cuenta tipos de cargas sobre el rotor más realistas, y fue combinado con otros códigos de radiación acústica para predecir el ruido tonal radiado al campo lejano (Topol, 1993). Hanson (Hanson, 1994) mantiene que la teoría de la interacción estator-rotor debe tener en cuenta los efectos de transmisión/reflexión por el rotor. Desarrolló una teoría analítica, basada en un método de cascada sobre una placa plana linealizada no estacionaria establecido por Smith (Smith, 1973), que incluye el acoplamiento no estacionario entre el rotor y el estator, así como las frecuencias de dispersión y los efectos de giro. Parret (Parret, 1986) y Roy (Roy, 1993) emplearon una técnica híbrida que combina elementos finitos en el campo próximo con elementos de envolventes de ondas en el campo lejano. La formulación axisimétrica se realiza en términos de un potencial de velocidad acústica. Spence (Spence, 1997) emplea una técnica híbrida que enlaza el análisis de Parret con una fórmula integral de Kirchhoff desarrollada por Farassat (Farassat, 1988) en orden a preservar la información de fase en el campo lejano con requisitos mínimos de almacenamiento. Destaca también el trabajo de Roger (Roger, 2003) donde se realiza una predicción del ruido radiado en flujos potenciales confinados usando una discretización de la función de Green.

1.4. INVESTIGACIÓN EN LA UNIVERSIDAD DE OVIEDO.

Tradicionalmente en el Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Oviedo se viene desarrollando una extensa investigación en el campo de las turbomáquinas cuyas principales líneas de trabajo se resumen en la *Tabla 1.1*. Para ello, desde los



comienzos de la misma en 1984 se ha ido creando una infraestructura material adecuada tanto en lo que a dotación de laboratorios se refiere como a equipos para cálculo numérico, se han desarrollado metodologías de estudio tanto experimentales como numéricas, y se han realizado numerosas colaboraciones con empresas. Todo ello ha desembocado en la elaboración de diversas tesis doctorales sobre el funcionamiento aerodinámico y acústico de turbomáquinas. Cabe así por ejemplo destacar el trabajo de (Blanco, 1992) y (Ballesteros, 1992) sobre ventiladores axiales, donde se desarrolló la metodología para el estudio experimental de turbomáquinas mediante anemometría térmica, y el trabajo de (Velarde, 1997) donde se realizó una investigación sobre el comportamiento acústico de ventiladores centrífugos.

A raíz de esta línea de investigación han surgido también otras muchas publicaciones y colaboraciones con empresas. En la página web del área: www.uniovi.es/Areas/Mecanica.Fluidos puede consultarse un resumen de las mismas, así como también una descripción de los equipos experimentales y numéricos de los que se dispone actualmente. Entre dichas publicaciones, tres se han realizado a partir de estudios sobre el ventilador axial que es objeto de estudio en esta tesis ((Fernández, 2002a), (Fernández, 2002b), (Fernández, 2003)), y que establecieron el punto de partida para el trabajo que se acomete aquí. Con la elaboración de esta tesis se pretende dar un paso más en la línea de investigación sobre turbomáquinas, extendiendo las metodologías numéricas para abarcar el mecanismo de interacción estator-rotor de un modo realista (geometrías tridimensionales y simulaciones no estacionarias) e incluyendo el punto de vista de la generación y propagación de ruido aeroacústico.

Diseño y análisis de turbomáquinas	Generación de ruido en turbomáquinas	Monitorización de condiciones y mantenimiento predictivo
<ul style="list-style-type: none"> ● Diseño y caracterización experimental de ventiladores axiales, centrífugos y de chorro ● Caracterización experimental de bombas centrífugas en modo directo e inverso ● Desarrollo de instrumentación para la medida no estacionaria de presión y velocidad ● Modelización numérica del flujo a través de turbomáquinas axiales y centrífugas con álabes fijos y móviles ● Estudio experimental y numérico de fenómenos dinámicos de interacción rodete-voluta en turbomáquinas centrífugas ● Estudio experimental y numérico de la interacción entre coronas de álabes fijos y móviles en ventiladores axiales y centrífugos ● Modelización de fenómenos no estacionarios en instalaciones con turbomáquinas ● Medida y modelización de esfuerzos sobre los álabes de turbomáquinas 	<ul style="list-style-type: none"> ● Caracterización numérica y experimental de los mecanismos de generación de ruido en ventiladores ● Ensayos normalizados para la determinación de la potencia acústica de ventiladores ● Diseño aeroacústico de ventiladores axiales y centrífugos ● Modelización y predicción de la transmisión de ruido en conductos de ventilación 	<ul style="list-style-type: none"> ● Estudio y reducción de vibraciones de origen fluidodinámico ● Medida y análisis de señales en máquinas e instalaciones de fluidos ● Técnicas de diagnóstico de daños incipientes en máquinas e instalaciones de fluidos ● Desarrollo e implantación de sistemas de mantenimiento predictivo por monitorización de condiciones

Tabla 1.1. Principales líneas de trabajo sobre turbomáquinas.



1.5. OBJETIVO DE LA TESIS Y METODOLOGÍA EMPLEADA.

El objetivo específico que se persigue con la elaboración de esta tesis es el desarrollo de una metodología numérica que permita acometer el estudio de la generación y propagación al campo lejano de ruido aeroacústico tonal como resultado del mecanismo de interacción estator-rotor en un ventilador axial. El estudio numérico se completará con un estudio experimental de la turbomáquina que permitirá validar la precisión del modelo numérico y obtener patrones de comportamiento de otros fenómenos que las simulaciones no pueden reproducir. La metodología, numérica y experimental, se aplicará al estudio de la soplante axial variando la configuración de funcionamiento de la misma, en particular, cambiando la distancia axial entre los haces (gap) y cambiando el caudal de funcionamiento, lo que permitirá llevar a cabo comparaciones entre los resultados aerodinámicos y aeroacústicos obtenidos para las diferentes configuraciones establecidas en la soplante. Para lograr el objetivo perseguido con la elaboración de la tesis se ha seguido la metodología que se describe a continuación:

- *Capítulo 2:* revisión teórica de las ecuaciones que gobiernan la Teoría Aeroacústica Clásica con vistas a establecer el marco global de trabajo en el que se desarrolla esta tesis.
- *Capítulo 3:* revisión teórica de los principales mecanismos de generación de ruido en turbomáquinas y de los métodos de análisis disponibles para su estudio, tanto en el dominio temporal como en el de la frecuencia.
- *Capítulo 4:* desarrollo de los modelos numéricos. En primer lugar se desarrolla en este capítulo la metodología numérica que permitirá caracterizar aerodinámicamente la interacción estator-rotor y establecer los consecuentes mecanismos de generación de ruido o fuentes aeroacústicas, describiéndose las geometrías y discretizaciones espaciales y temporales – tanto bidimensionales como tridimensionales – y los modelos numéricos que se han empleado. A continuación se describe la metodología numérica desarrollada para caracterizar la propagación del ruido generado por la turbomáquina al campo lejano, tanto en el dominio temporal como en el de la frecuencia.
- *Capítulo 5:* descripción del banco de ensayos y de la metodología e instrumentación empleada para la obtención de resultados experimentales en la turbomáquina, referentes tanto al comportamiento global del funcionamiento de la misma (curvas características) como al comportamiento aerodinámico (resultados promediados e instantáneos de campos de velocidad y de presión) y aeroacústico (distribución espacial de los niveles SPL en el campo lejano).
- *Capítulo 6:* análisis y comparación de resultados numéricos y experimentales obtenidos mediante la aplicación de las metodologías desarrolladas en el *Capítulo 4* y en el *Capítulo 5* a las distintas configuraciones de funcionamiento de la soplante. Se validarán así los modelos numéricos y se obtendrán resultados relevantes sobre los principales fenómenos – aerodinámicos y aeroacústicos – asociados a la interacción estator-rotor. Para ello se analizan curvas características, distribuciones del incremento de presión total y del grado de reacción en el rotor, campos promediados e instantáneos de velocidad, presión y vorticidad, esfuerzos sobre los



álabes y directrices, y distribución espacial del SPL en el campo lejano. Se dispondrá entonces de una metodología que, aplicada en la fase de diseño de las turbomáquinas, permitirá predecir los niveles de ruido generados por las mismas y realizar las actuaciones pertinentes con vistas a eliminar las emisiones más molestas.

- *Capítulo 7*: conclusiones más relevantes obtenidas con la realización de la tesis y exposición de las futuras líneas de trabajo a seguir.





Capítulo 2

Teoría Aeroacústica Clásica

2.1. INTRODUCCIÓN.

La **Acústica** puede definirse como la ciencia que se ocupa del estudio del **sonido**, entendiendo como tal las alteraciones físicas que se producen en un medio y que se propagan en forma de ondas. Aunque en un principio la Acústica se limitaba al estudio de los sonidos correspondientes a las frecuencias audibles por el ser humano, con posterioridad ha sido extendida para abarcar los rangos de frecuencias más bajos y más altos: infrasonidos y ultrasonidos. Además, hoy en día es habitual considerar las vibraciones estructurales como parte de la Acústica.

Nos limitamos aquí al estudio del sonido producido por flujos de fluidos o en presencia de fluidos, tal como el aire o el agua, que es la rama de la Acústica conocida como **Aeroacústica**. La Aeroacústica se diferencia de la Acústica principalmente por dos motivos. En primer lugar el flujo mismo puede ser una fuente de sonido, y en segundo lugar la presencia del flujo puede alterar las características de propagación del sonido. En este sentido la Aeroacústica se concibe como parte de la Mecánica de Fluidos. Es por ello que en la primera parte de este capítulo se realiza una revisión de las ecuaciones de gobierno básicas de la Mecánica de Fluidos, puesto que a partir de ellas es posible derivar las ecuaciones de gobierno de la Aeroacústica.



El sonido se considera entonces como una perturbación de presión en un medio fluido que se propaga como una onda. Una onda involucra un equilibrio entre una fuerza restauradora y la inercia del sistema. Aunque la mayoría de las ondas involucran fuerzas restauradoras externas, en el caso del sonido la fuerza restauradora que equilibra la inercia del sistema es proporcionada por la propia compresibilidad del fluido. Puesto que las propiedades de compresibilidad del fluido son las mismas en todas las direcciones, la propagación del sonido es **isentrópica**. De hecho, la compresibilidad del fluido juega un papel fundamental en la propagación de perturbaciones acústicas. Si el fluido fuera incompresible las perturbaciones producidas en el fluido deberían propagarse en él instantáneamente. Por el contrario, si el fluido es compresible y por tanto tiene inercia, se necesita un tiempo finito para que las perturbaciones se transmitan a lo largo de todo el fluido.

El tiempo necesario para que se transmitan las perturbaciones, conocido como **tiempo retardado**, es un concepto fundamental en Aeroacústica (Carley, 2001). La razón de la existencia de un retardo temporal, puede explicarse observando la *Figura 2.1*. Si el fluido se considera como un conjunto de esferas, un fluido incompresible estaría representado por esferas en contacto entre sí. Si se aplica una fuerza en un extremo de la línea de esferas todas ellas se mueven juntas inmediatamente, ya que como el volumen V (en este caso, número de esferas por unidad de longitud) es constante, una perturbación debe propagarse instantáneamente. Por el contrario, un fluido compresible estaría representado por esferas separadas, de modo que una perturbación en un fluido compresible se propaga con cierto retraso. Puesto que el fluido es compresible puede presentar variaciones en la densidad, y una perturbación en un punto no es seguida inmediatamente por otra.

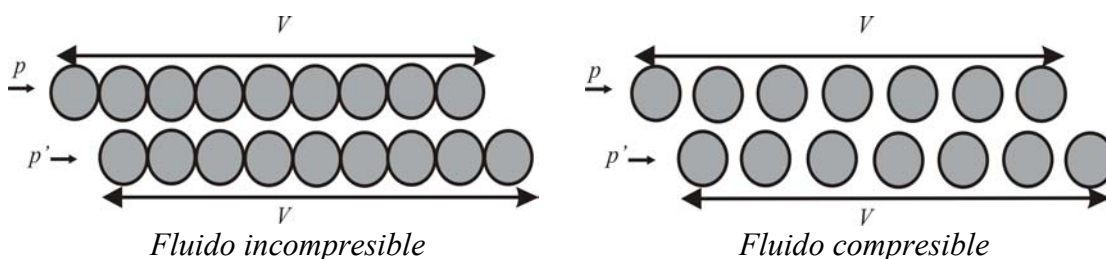


Figura 2.1. Modelos de flujo incompresible y compresible.

La naturaleza física del proceso de propagación de ondas acústicas puede ilustrarse mediante el movimiento de un pistón situado en uno de los extremos de un tubo de sección constante que contiene un fluido, como el que se representa en la *Figura 2.2*, donde se asume que la velocidad del pistón es constante (Parrondo, 2003). A condición de que el fluido sea compresible, la lámina de partículas del fluido en contacto con el pistón se verá obligada a efectuar su mismo movimiento, con lo que se reducirá la distancia respecto a la segunda lámina de partículas del fluido. Se produce entonces una compresión del medio, y por tanto, un incremento de presión, y esa segunda lámina se verá empujada sobre la siguiente lámina de partículas, y así sucesivamente. De este modo, la perturbación se propaga a lo largo del tubo con una velocidad que se denomina **velocidad del sonido**¹. El borde de ataque de la perturbación, con un incremento de presión respecto de la presión atmosférica, se

¹ En aire, a una temperatura de 20 °C, la velocidad del sonido es de unos 340 m/s. En agua, es de unos 1500 m/s, aunque este valor varía con la temperatura del agua y su salinidad.



mueve a la velocidad del sonido, de modo que cuando se transmite aguas abajo en el tubo, cada vez una mayor parte del fluido adquiere la velocidad del pistón. Si el pistón se detiene repentinamente, la lámina de partículas en contacto con la superficie del pistón también se detiene, pero la compresión continúa propagándose a la velocidad del sonido. Se pone así de manifiesto la diferencia entre la velocidad del sonido (velocidad a la que se propaga la compresión), y la velocidad que adquiere el fluido (velocidad del pistón) cuando la compresión pasa a través del mismo. Ésta última velocidad, se conoce como *velocidad de la partícula*, consecuencia del paso de una onda acústica².

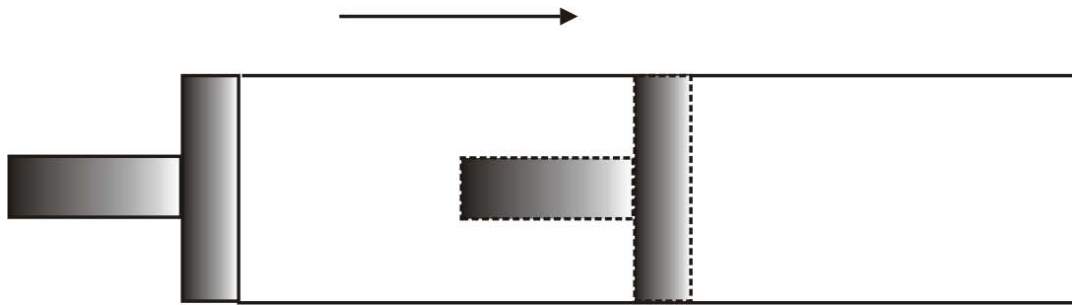


Figura 2.2. Movimiento de un pistón en un tubo lleno de un fluido.

Las variaciones de presión que generan las ondas acústicas pueden producirse de diversas maneras, como por ejemplo, por la vibración de una superficie o por una corriente de aire fluctuante. El sonido se emitirá dondequiera que exista un movimiento relativo entre dos fluidos, o entre un fluido y una superficie.

El actual capítulo se estructura en tres grandes bloques. En una primera parte se realiza una breve descripción en forma diferencial de las ecuaciones básicas de gobierno de la Mecánica de Fluidos, puesto que son la base a partir de la cual es posible inferir las ecuaciones de gobierno de la Aeroacústica. Se aborda entonces en la segunda parte del capítulo la derivación de las ecuaciones de gobierno de la Aeroacústica Clásica, así como la técnica de las funciones de Green que permite la resolución de dichas ecuaciones, y su aplicación a tres tipos de fuentes acústicas básicas: monopolos, dipolos y cuadrupolos, tanto en reposo como en movimiento. Finalmente, en la última parte del capítulo se desarrolla la analogía aeroacústica de Lighthill.

2.2. ECUACIONES DE GOBIERNO DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS.

La Mecánica de Fluidos se ocupa del estudio de los fluidos, en reposo o en movimiento, así como de sus interacciones con el entorno que los rodea. Desde el punto de vista de la Mecánica de Fluidos la materia sólo puede presentarse en dos estados: sólido y fluido. La distinción técnica entre ambos estados radica en el comportamiento de ambos ante un esfuerzo tangencial o cortante. Un sólido puede soportar un esfuerzo cortante con una deformación estática, mientras que por el contrario, cualquier deformación aplicada a un fluido provocará el movimiento y la deformación continuos del mismo (Batchelor, 1980). En el estudio de la Mecánica de Fluidos se asume que los fluidos se distribuyen de manera continuada por toda la región de interés, es decir, el fluido se considera como un medio continuo. Al considerar los fluidos como un medio continuo se asume que es posible definir una “partícula de fluido” cuyo tamaño sea

² Por lo general, la magnitud de la velocidad de la partícula es mucho menor que la magnitud de la velocidad del sonido.



grande comparado con las escalas moleculares, pero pequeño comparado con otras escalas relevantes de longitud en el problema. El comportamiento del fluido puede describirse entonces en términos de propiedades macroscópicas (velocidad, presión, temperatura, etc.) y de sus derivadas espaciales y temporales, puesto que todas las propiedades del fluido son funciones de la posición y del tiempo (Landau, 1959).

El análisis de cualquier problema de Mecánica de Fluidos comienza necesariamente con el enunciado de las leyes fundamentales que gobiernan el movimiento de los fluidos, además de las ecuaciones constitutivas del fluido y de las condiciones de contorno apropiadas impuestas por la geometría y el entorno (Vázquez, 1998). Las **leyes fundamentales** son representaciones matemáticas de las leyes de conservación físicas, a saber:

- a) La masa del fluido se conserva.
- b) La tasa de cambio del momento o cantidad de movimiento en un fluido es igual a la resultante de las fuerzas que actúan sobre el mismo (Segunda Ley de Newton).
- c) Los cambios de energía que experimenta el fluido equivalen a la cantidad de calor suministrada al fluido más el trabajo realizado por las fuerzas externas sobre el mismo (Primera Ley de la Termodinámica).

Las **ecuaciones constitutivas** son inherentes a cada fluido analizado, y son función de las hipótesis restrictivas con las que se analiza el comportamiento de los fluidos reales. Las ecuaciones constitutivas se pueden agrupar en dos campos: propiedades mecánicas y propiedades térmicas. El comportamiento mecánico de un fluido se determina por la relación entre las tensiones a las que está sometido y las velocidades de deformación que se producen bajo la acción de dichas tensiones. Si se considera un elemento aislado de volumen de fluido se pueden observar dos tipos de fuerzas actuando sobre el mismo: las fuerzas de superficie y las fuerzas de volumen o másicas. Las fuerzas másicas son debidas a campos externos (gravitatorios, magnéticos, eléctricos) actuando sobre toda la masa del elemento de volumen. Las fuerzas de superficie son debidas a los esfuerzos sobre las fronteras del elemento de volumen considerado, y dichas fuerzas por unidad de área de contacto se denominan *tensiones*. El tensor de tensiones o esfuerzos, $\vec{\sigma} = \sigma_{ij}$, es la suma de la presión termodinámica o estática, p , y del tensor de los esfuerzos viscosos, $\vec{\tau} = \tau_{ij}$:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad \text{ó} \quad \vec{\sigma} = -p\vec{I} + \vec{\tau} \quad (2.1)$$

siendo $\vec{I} = \delta_{ij}$ el tensor unitario y δ_{ij} la delta de Kronecker. En un fluido no viscoso las únicas tensiones existentes son las debidas a la presión termodinámica (siempre perpendiculares a las superficies de contacto), mientras que en un fluido viscoso además de las tensiones normales debidas a la presión, las interacciones debidas a la viscosidad dan lugar a tensiones tangenciales a las superficies de contacto y también a tensiones normales a las mismas. El comportamiento térmico queda determinado por las ecuaciones de estado y por la relación entre el flujo de calor y el gradiente térmico. Las ecuaciones de estado relacionan entre sí las cuatro variables termodinámicas que aparecen en las leyes fundamentales previas, y que son: presión, densidad, energía y temperatura. Por ejemplo, puede emplearse la ecuación constitutiva para la energía



interna por unidad de masa o energía interna específica, $e = e(\rho, s)$, que junto a la ley fundamental de la Termodinámica para un proceso reversible, $Tds = de + pd(\rho^{-1})$, proporciona:

$$p = \rho^2 \left(\frac{\partial e}{\partial \rho} \right)_s ; \quad T = \left(\frac{\partial e}{\partial s} \right)_\rho \quad (2.2)$$

siendo s la entropía del flujo y T la temperatura absoluta. En la mayoría de los casos se especifica una ecuación de estado, $p = p(\rho, s)$, en lugar de la ecuación constitutiva, $e = e(\rho, s)$. En forma diferencial la ecuación de estado se convierte en:

$$dp = c^2 d\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho ds \quad (2.3)$$

donde se hace uso de la definición de la **velocidad del sonido isentrópica** c :

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad (2.4)$$

Cuando la misma ecuación de estado, $c = c(\rho, s)$, es válida para todo el flujo se dice que el fluido es *homogéneo*. Cuando la densidad sólo depende de la presión se dice que el fluido es *barotrópico*. Cuando el fluido es homogéneo y la entropía uniforme ($ds = 0$) se dice que el flujo es *homoentrópico*. La relación entre el flujo de calor y el gradiente térmico viene determinada por el tipo de transmisión de calor que tenga lugar: conducción, convección o radiación. Normalmente se desprecian los efectos de la convección y de la radiación, y se considera solamente la conducción de calor a través de las caras del elemento de fluido. El flujo de calor por conducción sigue entonces la **ley de Fourier** de la transferencia de calor:

$$\vec{q} = -\kappa \nabla T \quad \text{ó} \quad q_i = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.5)$$

donde κ es la conductividad térmica y T es la temperatura.

Cuando un fluido está delimitado por una superficie sólida, las interacciones moleculares en la zona de contacto entre ambos hacen que la superficie sólida esté en equilibrio térmico y mecánico con el fluido. Todo fluido en contacto con una superficie sólida obedecerá por tanto las siguientes condiciones:

$$\vec{v}_{\text{fluido}} = \vec{v}_{\text{pared}} \quad \text{y} \quad T_{\text{fluido}} = T_{\text{pared}} \quad (2.6)$$

que se denominan, respectivamente, *condición de no deslizamiento* y *continuidad de temperaturas*. Las condiciones (2.6) son **condiciones de contorno** en el análisis de flujos delimitados por superficies sólidas.



Se dispone de dos técnicas básicas, además de la técnica experimental o análisis dimensional, para abordar un problema de Mecánica de Fluidos: el análisis diferencial y el análisis integral. En cualquiera de los dos tipos de análisis las leyes fundamentales, junto con las ecuaciones constitutivas y las condiciones de contorno, se expresan en términos matemáticos. En este apartado se desarrollan las leyes de conservación básicas de la Mecánica de Fluidos mediante el análisis diferencial, puesto que será el que utilizaremos en desarrollos posteriores. La formulación integral de las leyes de conservación de la Mecánica de Fluidos puede consultarse por ejemplo en (Potter, 2002), (White, 2004), (Fox, 1995), (Streeter, 1987) o (Brun, 1979). El análisis diferencial se aplica a sistemas, entendido un sistema como una cantidad de masa de fluido fija e identificable, cuyas fronteras lo separan del entorno del fluido, pudiendo éstas ser fijas o móviles pero en ningún caso se produce transferencia de masa a través de ellas. Mediante la aplicación de un análisis diferencial a un sistema se obtiene un conjunto de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, cuya resolución permite conocer el campo de velocidades y el campo de fuerzas del fluido. En la *Figura 2.3* se representa un volumen de control diferencial fijo.

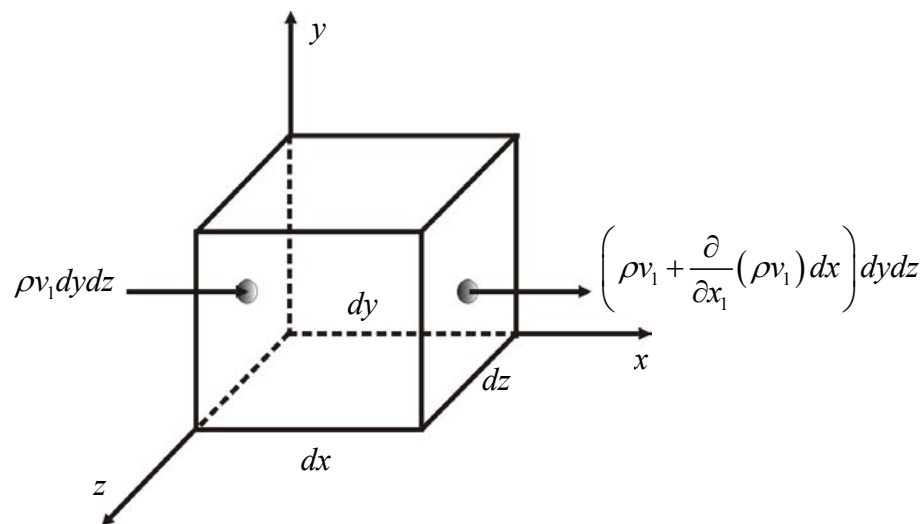


Figura 2.3. Volumen de control infinitesimal fijo en coordenadas cartesianas.

La conservación de la masa aplicada a un elemento de volumen infinitesimal conduce a la ecuación diferencial de continuidad que relaciona los campos de velocidad y de densidad (**ley de conservación de la masa en forma diferencial**³):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = S \quad \text{ó} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S \quad (2.7)$$

donde ρ es la densidad del fluido, S es el término fuente de masa y $\vec{v} = v_i$ es el vector velocidad del flujo en la posición $\vec{x} = x_i$ en el instante t . Es frecuente referirse a la ecuación (2.7) como **ecuación de continuidad**, ya que en la ecuación de conservación de la masa únicamente se requiere la continuidad de la densidad y las componentes de la velocidad. En el caso general no relativista la masa se conserva, y el término fuente de

³ Se presentan aquí las leyes de conservación diferenciales, tanto en notación de Gibbs como en notación tensorial cartesiana (notación de Einstein), entendiéndose en este último caso que un sufijo que aparece repetido dos veces en un término dado, implica la suma sobre los valores 1,2,3 del mismo.



masa es cero, $S = 0$. No obstante, el término fuente de masa puede emplearse como una representación de un proceso complejo que no se desee describir en detalle, como por ejemplo, la acción de una esfera pulsante o la inyección de calor en el fluido.

La segunda ley de Newton aplicada al elemento infinitesimal proporciona una ecuación diferencial vectorial que relaciona los campos de velocidad, de densidad y de presión, e introduce la viscosidad en el flujo del fluido (**ley de conservación del momento** o de la cantidad de movimiento):

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i \quad \text{ó} \quad \frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \nabla \cdot \vec{\sigma} + \vec{F} \quad (2.8)$$

donde $\vec{F} = F_i$ es una densidad de fuerzas externas y $\vec{\sigma} = \sigma_{ij}$ es el tensor de tensiones del fluido, que como ya hemos visto se relaciona con la presión estática y el tensor de tensiones viscosas (ecuación (2.1)). En algunas situaciones es posible representar el efecto de un objeto, por ejemplo un propulsor, mediante una densidad de fuerzas actuando sobre el fluido como una fuente de momento. Teniendo en cuenta la definición del tensor de tensiones, $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$, la ecuación (2.8) adopta la siguiente forma, más habitual:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + F_i \quad (2.9)$$

Finalmente, la primera ley de la Termodinámica aplicada al elemento infinitesimal proporciona la ecuación diferencial de la energía, que relaciona los campos de velocidad, de densidad y de presión, e introduce el calor específico y la conductividad (**ley de conservación de la energía total**). En el caso general no relativista en el que la masa se conserva ($S = 0$), dicha ley viene dada por:

$$\frac{DE}{Dt} = \dot{Q} - \dot{W} \quad (2.10)$$

siendo $E = e + v^2/2$ la energía total del fluido, suma de la energía interna por unidad de masa, e , y de la energía cinética. En la ecuación (2.10) \dot{Q} representa la tasa de transferencia de calor en un elemento de fluido infinitesimal:

$$\dot{Q} = -\nabla \bar{q} \quad \text{ó} \quad \dot{Q} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.11)$$

Para evaluar el término anterior se desprecian los efectos de la radiación y la convección, y únicamente se considera la conducción de calor a través de las caras del elemento de fluido. El flujo de calor por conducción sigue entonces la ley de Fourier de transferencia de calor (ecuación (2.5)).

El término \dot{W} de la ecuación (2.10) representa la tasa de trabajo realizado por los esfuerzos viscosos sobre un elemento de fluido infinitesimal, y se define como:



$$\dot{W} = -\nabla \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{v}) \quad \text{ó} \quad \dot{W} = -\frac{\partial(\sigma_{ij}v_j)}{\partial x_i} \quad (2.12)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (2.10), (2.11) y (2.12), la ley de conservación de la energía total se escribe como:

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho E v_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} - \frac{\partial(p v_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(\tau_{ij} v_j)}{\partial x_i} + S_E \quad (2.13)$$

o bien, en notación de Gibbs:

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \vec{v}) = -\nabla \cdot \vec{q} - \nabla \cdot (p \vec{v}) + \nabla \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) + S_E \quad (2.14)$$

donde S_E es el término fuente de energía. La ley de conservación de la energía interna específica, e , se obtiene a partir de la ley de conservación de la energía total, E , sustituyendo el valor $E = e + v^2/2$ en la ecuación (2.13) o (2.14) y sustrayéndole la ecuación de la energía mecánica⁴:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e v_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} - p \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + S_E \quad (2.15)$$

que en notación de Gibbs se convierte en:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e \vec{v}) = -\nabla \cdot \vec{q} - p \cdot (\nabla \cdot \vec{v}) + \vec{\tau} \cdot (\nabla \cdot \vec{v}) + S_E \quad (2.16)$$

Si se hace uso de la ley fundamental de la Termodinámica para un proceso reversible, $Tds = de + pd(\rho^{-1})$, y de la ecuación para la energía mecánica, se obtiene la ecuación para la entropía s :

$$\rho T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + v_i \frac{\partial s}{\partial x_i} \right) = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \quad (2.17)$$

o lo que es lo mismo:

$$\rho T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla s \right) = -\nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) - \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \vec{\tau}) \quad (2.18)$$

donde s es la entropía específica o entropía por unidad de masa. Cuando la conducción del calor $\nabla \cdot \vec{q}$, y la disipación viscosa $\nabla \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) - \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \vec{\tau})$, pueden despreciarse, se dice que el flujo es *isentrópico*, lo que significa que la entropía de una partícula de fluido permanece constante:

⁴ Obtenida al realizar el producto escalar de la ley de conservación del momento con \vec{v} .



$$\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla s = 0 \quad (2.19)$$

Excepto para regiones próximas a paredes, la aproximación (2.19) es muy razonable para la mayoría de las aplicaciones consideradas. Si inicialmente la entropía tiene un valor constante s_0 a través del fluido, conservará dicho valor y el flujo que se desarrolle tendrá una entropía uniforme y constante $s = s_0$.

Para que la ley de conservación del momento (ecuación (2.8)) sea de aplicación, es necesario relacionar las tensiones viscosas con el campo de velocidades. En la mayoría de las situaciones idealizadas se asume que las tensiones viscosas son despreciables, de modo que el tensor de tensiones, $\vec{\sigma} = \sigma_{ij}$, se reduce a la presión estática, obteniéndose entonces la **ecuación de Euler**:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.20)$$

Cuando no se pueden despreciar las tensiones viscosas es necesario introducir un modelo adecuado para las mismas. Aunque en la naturaleza la mayoría de los fluidos no son newtonianos, el caso de fluido newtoniano es el más sencillo de los flujos viscosos. Además, en muchos de los fenómenos de interés en ingeniería se trata con aire o agua, fluidos éstos cuyo comportamiento es newtoniano. Asumiendo que el fluido es isentrópico, en un fluido newtoniano las tensiones viscosas son proporcionales a la tasa de cambio de la deformación más que a la deformación misma, como ocurre en los sólidos. La forma tridimensional de la “Ley de Newton” de la viscosidad para un fluido compresible involucra dos constantes de proporcionalidad:

- a) La **viscosidad dinámica**, μ , que relaciona las tensiones viscosas con las deformaciones lineales.
- b) Una **segunda viscosidad**, λ , que relaciona las tensiones viscosas con las deformaciones volumétricas.

El tensor de tensiones viscosas, $\vec{\tau} = \tau_{ij}$, con nueve componentes de las cuales seis son independientes, viene dado por:

$$\tau_{ij} = \lambda \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.21)$$

No se sabe mucho sobre la segunda viscosidad, λ , puesto que en la práctica su efecto es pequeño. Para los gases se obtiene una buena aproximación tomando $\lambda = -2\mu/3$. Los líquidos son incompresibles, así que la conservación de la masa establece que $\nabla \vec{v} = 0$, y las tensiones viscosas no dependen de la segunda viscosidad λ .

Cuando un fluido satisface la relación $\lambda = -2\mu/3$, se dice que es un fluido stokesiano, esto es, que satisface la hipótesis de Stokes de que el fluido se encuentra en equilibrio termodinámico local. Empleando esta aproximación las tensiones viscosas se convierten en:



$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3}\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.22)$$

Cuando se introduce el modelo (2.22) para las tensiones viscosas en las ecuaciones de gobierno de los fluidos se obtienen las **ecuaciones de Navier-Stokes**, las cuales se reducen a las ecuaciones de Euler cuando se considera un fluido no viscoso. La forma diferencial de la **ley de conservación de la masa** se escribe entonces como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.23)$$

para la **ley de conservación del momento** se tiene:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{1}{3}\mu \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i \partial x_j} + F_i \quad (2.24)$$

y finalmente, la **ley de conservación de la energía interna** queda como:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e v_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} - p \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \Phi + S_E \quad (2.25)$$

donde Φ es la función de disipación definida por:

$$\Phi = \tau_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} = \lambda \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right)^2 + \mu \left[\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right] \quad (2.26)$$

La presencia de la viscosidad y de la conducción del calor en las ecuaciones de Navier-Stokes transforma las leyes de conservación del momento y de la energía en ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden. Por tanto, respecto a las variables \vec{v} y E , las ecuaciones son parabólicas en el espacio y en el tiempo, y son elípticas en el espacio para los casos de estado estacionario. Suele decirse que son ecuaciones parabólico-elípticas. Por otra parte, la ecuación de continuidad es hiperbólica en el espacio y en el tiempo, puesto que continúa siendo una ecuación en derivadas parciales de primer orden. El sistema de ecuaciones de Navier-Stokes es por tanto un sistema híbrido, que requiere un gran número de condiciones de contorno, de las cuales se detallan a continuación las más habituales (Hirsch, 1990). En las paredes se impone la condición de no deslizamiento y la continuidad de temperaturas (ecuaciones (2.6)). En el caso de las temperaturas también es posible que el flujo de calor esté determinado por las condiciones físicas, es decir, si q_w es el flujo de calor en la pared, se tiene:

$$-\kappa \frac{\partial T}{\partial n} = q_w \quad (2.27)$$

La segunda variable termodinámica en la pared sólida puede obtenerse mediante extrapolación de su valor en el interior del dominio, o bien aplicando la ecuación de la



presión normal a la pared. En un contorno sólido con condición de no deslizamiento, la ecuación de momento proyectada en la dirección normal se reduce a:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = (\nabla \tau_{ij})_n \quad (2.28)$$

donde n indica la dirección normal. Para capas de cizalladura estrechas, a números de Reynolds elevados, esta condición puede sustituirse por la aproximación de capa límite, que puede emplearse como una alternativa aceptable para la condición de contorno de la presión:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (2.29)$$

Se sabe que en un contorno a través del cual penetra el flujo en el dominio de estudio hay que imponer cinco condiciones de contorno, mientras que en un contorno a través del cual el flujo sale del dominio hay que imponer cuatro condiciones de contorno (evidentemente para flujos tridimensionales viscosos). En los contornos a través de los cuales entra el flujo es necesario especificar los valores de los campos de velocidad y termodinámico. En los contornos a través de los cuales sale el flujo no es posible dar valores específicos a los campos de velocidad y termodinámico puesto que el flujo depende mucho de la evolución que siga dentro del dominio considerado. En tales situaciones es más apropiado establecer condiciones sobre las derivadas en la dirección normal al contorno de la velocidad y la temperatura, por ejemplo, si las condiciones geométricas lo permiten:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial n} = 0 \quad \text{y} \quad \kappa \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (2.30)$$

Las ecuaciones de Navier-Stokes pueden representarse mediante una única ecuación en forma conservativa diferencial introduciendo una variable general escalar ϕ (Versteeg, 1995):

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla(\rho\phi\vec{v}) = \nabla(\Gamma_\phi\nabla\phi) + S_\phi \quad (2.31)$$

siendo Γ_ϕ el coeficiente de difusión. A la ecuación (2.31) se le denomina **ecuación de transporte general de la propiedad ϕ** , puesto que en ella aparecen diferentes procesos de transporte a través de sus términos, que son respectivamente: el término transitorio, el término convectivo, el término de difusión y el término fuente. La ecuación (2.31) puede integrarse sobre un volumen de control tridimensional para obtener la forma conservativa integral siguiente:

$$\int_{VC} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{VC} \nabla(\rho\phi\vec{v}) dV = \int_{VC} \nabla(\Gamma_\phi\nabla\phi) dV + \int_{VC} S_\phi dV \quad (2.32)$$

Las integrales de volumen en el término convectivo y en el término difusivo pueden describirse haciendo uso del teorema de la divergencia de Gauss definido como:



$$\int_{VC} \nabla \vec{a} \cdot dV = \int_A \vec{a} \cdot d\vec{A} \quad (2.33)$$

donde $d\vec{A}$ es el elemento de superficie diferencial. De este modo la ecuación (2.32) se convierte en:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\rho\phi) dV + \int_A \rho\phi\vec{v} \cdot d\vec{A} = \int_A \Gamma_\phi \nabla\phi \cdot d\vec{A} + \int_{VC} S_\phi dV \quad (2.34)$$

En problemas en régimen permanente o estacionario la forma integral de la ecuación de transporte es:

$$\int_A \rho\phi\vec{v} \cdot d\vec{A} = \int_A \Gamma_\phi \nabla\phi \cdot d\vec{A} + \int_{VC} S_\phi dV \quad (2.35)$$

mientras que en problemas en régimen transitorio o no estacionario es necesario integrar también con respecto al tiempo t , sobre un intervalo temporal Δt :

$$\int_{\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{VC} (\rho\phi) dV \right) dt + \int_{\Delta t} \int_A \rho\phi\vec{v} \cdot d\vec{A} dt = \int_{\Delta t} \int_A \Gamma_\phi \nabla\phi \cdot d\vec{A} dt + \int_{\Delta t} \int_{VC} S_\phi dV dt \quad (2.36)$$

La ecuación (2.31) constituye un método práctico de representación de las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales se obtienen sustituyendo los valores apropiados de la variable ϕ . Para obtener la ley de conservación de la masa se toma como variable escalar $\phi = 1$. La ley de conservación del momento se obtiene en componentes, tomando como variables escalares las componentes de la velocidad $\phi = v_1, v_2, v_3$. Finalmente, la ley de conservación de la energía se obtiene tomando como variable escalar $\phi = e$. Como se pondrá de manifiesto en el *Capítulo 4*, la ecuación (2.31) es el punto de partida para los **métodos de volúmenes finitos** empleados en la Mecánica de Fluidos Computacional (CFD).

2.3. LAS ECUACIONES DE LA AEROACÚSTICA LINEAL.

La Aeroacústica puede considerarse como el estudio de los campos de presión no estacionarios asociados con el flujo de un fluido. Por tanto, un modelo que permita el análisis de las propiedades aeroacústicas de un campo de flujo, debe estar sustentado en las ecuaciones de gobierno de la Mecánica de Fluidos.

En el apartado previo se puso de manifiesto que las ecuaciones que gobiernan el movimiento de los fluidos no son lineales, por lo que en la mayoría de los casos no se dispone de una solución general exacta de las mismas. La **Teoría Aeroacústica Clásica**, considerada como una rama de la Mecánica de Fluidos, es una aproximación de primer orden en la que los efectos no lineales son despreciados, puesto que en general el sonido es una pequeña perturbación del estado estacionario de un flujo y los efectos no lineales son perturbaciones de segundo orden (Lighthill, 1990).

2.3.1. La ecuación de ondas homogénea.



Dado que la presión acústica se asocia con un campo de presiones fluctuante, y dichas fluctuaciones constituyen un pequeño porcentaje del campo medio de presiones, es habitual derivar una versión linealizada de las ecuaciones de gobierno del movimiento de los fluidos que aíslen las pequeñas cantidades fluctuantes.

Desde un punto de vista físico o matemático la Aeroacústica puede considerarse como el estudio de soluciones de la ecuación de ondas para un fluido. La ecuación de ondas lineal es la ecuación que gobierna la propagación de pequeñas perturbaciones (lineales) en un fluido compresible, y puede aplicarse a una gran variedad de sistemas con ecuaciones de gobierno muy diferentes. Aquí se aplica a fluidos newtonianos gobernados por las ecuaciones de Navier-Stokes.

La linealización de un flujo general que transporta pequeñas perturbaciones de amplitud puede realizarse sobre cualquier flujo base promediado en el tiempo mediante la introducción de la siguiente separación de variables⁵ (Hirschberg, 2004):

$$\begin{aligned}
 v_i &= v_{i0} + \varepsilon v'_i \\
 p &= p_0 + \varepsilon p' \\
 \rho &= \rho_0 + \varepsilon \rho' \\
 s &= s_0 + \varepsilon s' \\
 T &= T_0 + \varepsilon T' \\
 \tau_{ij} &= \tau_{ij}^0 + \varepsilon \tau'_{ij} \\
 \Phi &= \Phi_0 + \varepsilon \Phi'
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

donde ε indica una cantidad muy pequeña, el índice cero indica variables del flujo base medio independiente del tiempo que debe ser una solución consistente del conjunto completo de ecuaciones, y las cantidades con tilde son perturbaciones no estacionarias con valores promedio cero, tales que:

$$p'/p_0 \ll 1 \quad \rho'/\rho_0 \ll 1 \quad \text{etc.}$$

Las ecuaciones del flujo base en ausencia de fuentes, para la masa, el momento y la entropía, son respectivamente⁶:

$$\frac{\partial(\rho_0 v_{i0})}{\partial x_i} = 0 \tag{2.38}$$

$$\frac{\partial(\rho_0 v_{i0} v_{j0})}{\partial x_j} = -\frac{\partial p_0}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}^0}{\partial x_j} \tag{2.39}$$

$$\rho_0 v_{i0} \frac{\partial s_0}{\partial x_i} = \frac{\kappa}{T_0} \frac{\partial^2 T_0}{\partial x_i^2} + \frac{\Phi_0}{T_0} \tag{2.40}$$

⁵ El símbolo Φ denota la función de disipación, definida en el apartado previo.

⁶ Nótese que el flujo base corresponde a un valor medio promediado en el tiempo, por lo que en las correspondientes ecuaciones se eliminan las derivadas temporales.



Las ecuaciones especiales para el campo de perturbaciones se obtienen como la diferencia entre las ecuaciones para el campo total y para el flujo base, despreciando todos los términos no lineales (de orden ε^2 o superior). Para la masa, el momento y la entropía, dichas ecuaciones son respectivamente:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_0 v'_i + \rho' v_{i0}) = 0 \quad (2.41)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_i}{\partial t} + (\rho_0 v'_j + \rho' v_{j0}) \frac{\partial v_{i0}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 v_{j0} v'_i) = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau'_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.42)$$

$$\rho_0 \frac{\partial s'}{\partial t} + (\rho_0 v'_i + \rho' v_{i0}) \frac{\partial s_0}{\partial x_i} + \rho_0 v_{i0} \frac{\partial s'}{\partial x_i} = \frac{\kappa}{T_0} \frac{\partial^2 T'}{\partial x_i^2} - \frac{\kappa T'}{T_0^2} \frac{\partial^2 T_0}{\partial x_i^2} + \frac{\Phi'}{T_0} - \frac{T' \Phi_0}{T_0^2} \quad (2.43)$$

Las ecuaciones previas son válidas cuando los términos de orden ε^2 o superiores que se han despreciado mantienen un valor pequeño, es decir, que los flujos con perturbaciones muy grandes, o los flujos en los que los gradientes de las perturbaciones son grandes, no pueden tratarse mediante el modelo de la Aeroacústica lineal. Para una descripción de los efectos no lineales que tienen lugar en la propagación de ondas acústicas en un fluido, consúltese (Lighthill, 1990).

Por lo general, los valores de la viscosidad y la conductividad térmica son muy pequeños, por lo que en la práctica es habitual despreciar sus efectos en la propagación de perturbaciones acústicas. Las ecuaciones (2.41), (2.42) y (2.43) se reducen entonces a las **ecuaciones de Euler lineales** para la parte fluctuante del campo:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_0 v'_i + \rho' v_{i0}) = 0 \quad (2.44)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'_i}{\partial t} + (\rho_0 v'_j + \rho' v_{j0}) \frac{\partial v_{i0}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 v_{j0} v'_i) = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} \quad (2.45)$$

$$\rho_0 \frac{\partial s'}{\partial t} + (\rho_0 v'_i + \rho' v_{i0}) \frac{\partial s_0}{\partial x_i} + \rho_0 v_{i0} \frac{\partial s'}{\partial x_i} = 0 \quad (2.46)$$

Las ecuaciones de Euler lineales se toman como punto de partida para construir una gran variedad de problemas aeroacústicos, y son la base de una gran parte de los códigos de Aeroacústica Computacional existentes hoy en día (Djambazov, 1997).

Las expresiones (2.44), (2.45) y (2.46) tienen mayor aplicación cuando el flujo base es un flujo uniforme, pues en dicho caso todas las derivadas de las variables del flujo base se anulan:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v'_i}{\partial x_i} + v_{i0} \frac{\partial \rho'}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow \frac{D \rho'}{Dt} + \rho_0 \frac{\partial v'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.47)$$



$$\rho_0 \frac{\partial v'_i}{\partial t} + \rho_0 v_{j0} \frac{\partial v'_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial p'}{\partial x_i} \Rightarrow \rho_0 \frac{Dv'_i}{Dt} = - \frac{\partial p'}{\partial x_i} \quad (2.48)$$

$$\rho_0 \frac{\partial s'}{\partial t} + \rho_0 v_{i0} \frac{\partial s'}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow \rho_0 \frac{Ds'}{Dt} = 0 \quad (2.49)$$

A partir de las ecuaciones (2.47) y (2.48) es posible obtener una ecuación de ondas tomando la derivada material⁷ de la ecuación (2.47) y restándole la divergencia de la ecuación (2.48):

$$\frac{D^2 \rho'}{Dt^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = 0 \quad (2.50)$$

Esta ecuación es prácticamente una ecuación de ondas, excepto por el hecho de que en ella aparecen las fluctuaciones de densidad y de presión, y sería mucho más conveniente tratar con una sola de las variables. Para eliminar las fluctuaciones de densidad es necesario establecer una relación entre ellas y las fluctuaciones de presión, que dependerá de las propiedades termodinámicas del fluido. Puesto que estamos utilizando una teoría lineal es posible linealizar la relación entre la presión y la densidad:

$$p = p_0 + \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right|_{\rho=\rho_0} (\rho - \rho_0)^2 + \dots$$

$$p' = p - p_0 \approx \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_0} (\rho - \rho_0) = c_0^2 \rho' \quad (2.51)$$

$$c_0^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_0}$$

donde la constante c_0 se escribe al cuadrado puesto que siempre toma un valor positivo. Sustituyendo (2.51) en la ecuación (2.50) se obtiene la **ecuación de ondas para la presión acústica**:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 p'}{Dt^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = 0 \quad (2.52)$$

La ecuación de ondas (2.52) se denomina ecuación de ondas para problemas de convección, puesto que involucra fuentes estacionarias emitiendo en un medio que se mueve uniformemente⁸, tal y como ocurre en la mayoría de los problemas aeroacústicos. Ejemplos de problemas de convección son el estudio del ruido generado por un rotor de helicóptero en vuelo hacia delante con micrófonos colocados sobre otro avión volando a la misma velocidad, y los tonos aeolianos emitidos por alambres sujetos a la acción del viento. En ambos ejemplos, la fuente emisora y el observador

⁷ La derivada material se define como: $D/Dt = \partial/\partial t + v_{i0} (\partial/\partial x_i)$.

⁸ El sonido se analiza siempre respecto al observador.



están fijos uno respecto del otro, y es el medio el que se mueve respecto al observador (Roger, 1996). La ecuación de ondas por convección pone de manifiesto que para un flujo medio uniforme sin conducción del calor y sin viscosidad, el único mecanismo de generación de sonido viene descrito por las condiciones iniciales y de contorno. El campo de presiones se determina a partir de la solución de la ecuación (2.52) teniendo en cuenta las condiciones apropiadas, mientras que el campo de velocidades fluctuantes se obtiene a partir de la ecuación de momento linealizada (ecuación (2.48)).

La teoría aeroacústica lineal clásica resulta de un procedimiento como el descrito en las líneas precedentes, en el que como flujo base se toma el estado estacionario de un fluido uniforme en reposo. En este caso $v_{i0} = 0$, y la ecuación de ondas se reduce a⁹:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = 0 \quad (2.53)$$

La ecuación (2.53) es la ecuación fundamental de la teoría aeroacústica lineal. Por tratarse de una ecuación lineal, la suma de dos soluciones de esta ecuación también es una solución de la misma. La ecuación (2.53) describe las propiedades de un campo de sonido en el espacio y en el tiempo, y su evolución.

2.3.2. Separación del campo acústico y el campo vortical.

El teorema de Helmholtz del cálculo vectorial establece que cualquier campo vectorial puede descomponerse en dos partes, una con divergencia nula y otra con rotacional nulo. Si se aplica este resultado al campo vectorial de velocidades fluctuantes que aparece en las ecuaciones del apartado previo, dicho campo se separa en dos partes, una solenoidal, que denominaremos **acústica**, con rotacional cero (\vec{v}_{ac}), y otra irrotacional, que denominaremos **vortical**, con divergencia nula (\vec{v}_{vor}) (Grace, 2004):

$$\vec{v}' = \vec{v}_{ac} + \vec{v}_{vor} \quad (2.54)$$

de modo que cada una de las partes del campo de velocidades debe satisfacer las condiciones siguientes:

$$\nabla \cdot \vec{v}_{vor} = 0 \quad (2.55)$$

$$\nabla \times \vec{v}_{ac} = 0 \quad (2.56)$$

Cuando se introduce esta separación del campo acústico y del campo vortical en las ecuaciones de Euler linealizadas para un flujo medio uniforme (ecuaciones (2.47), (2.48) y (2.49)) se encuentran las siguientes relaciones:

$$\frac{D\rho'}{Dt} + \rho_0 \nabla \cdot \vec{v}_{ac} = 0 \quad (2.57)$$

⁹ Las fluctuaciones de velocidad tienen que ser pequeñas en comparación con la velocidad del sonido, c_0 .



$$\rho_0 \frac{D\vec{v}_{ac}}{Dt} + \frac{\partial p'}{\partial x_i} = -\rho_0 \frac{D\vec{v}_{vor}}{Dt} \quad (2.58)$$

$$\frac{Ds'}{Dt} = 0 \quad (2.59)$$

La ecuación de momento (2.58) pone de manifiesto el hecho de que un campo puramente solenoidal y un campo puramente irrotacional deben ser iguales, y esta condición se cumple únicamente si los dos campos son idénticamente nulos. Por tanto, la parte irrotacional o vortical del campo de velocidades fluctuantes aparece únicamente por convección con el flujo medio, y no se acopla con el campo de presiones fluctuantes:

$$\frac{D\vec{v}_{vor}}{Dt} = 0 \quad (2.60)$$

La parte solenoidal o parte acústica del campo de velocidades fluctuantes se relaciona de modo directo con las fluctuaciones de presión. Las dos componentes del campo de velocidades, acústica y vortical, estarán por tanto desacopladas mientras no haya presentes superficies sólidas. En los contornos, ambas componentes se acoplan mediante condiciones de contorno en las paredes, donde la componente normal de la velocidad total debe ser cero, es decir, $\vec{v}_{ac} \cdot \vec{n} + \vec{v}_{vor} \cdot \vec{n} = 0$, siendo \vec{n} el vector unitario normal a la pared. De lo anterior se deduce que la propagación de ondas acústicas en un flujo medio uniforme corresponde a un flujo irrotacional fluctuante, de modo que si el potencial acústico se designa por ϕ debe cumplirse que:

$$p' = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.61)$$

La descomposición del campo de velocidades fluctuantes en una parte acústica y otra parte vortical proporciona una segunda aproximación para calcular directamente el sonido producido por cuerpos en flujos no estacionarios. Dicha aproximación consiste en resolver independientemente el campo vortical a partir de las condiciones de contorno del problema y utilizarlo posteriormente como condición de contorno para calcular el campo de presiones, a partir del cual es inmediato obtener la velocidad acústica.

2.3.3. Ecuación de ondas inhomogénea.

La ecuación de ondas (2.52) es una ecuación homogénea que describe la propagación del sonido en todo el espacio excepto en la región fuente. Una ecuación de ondas válida para todo el espacio se obtiene cuando las fuentes acústicas se especifican como fuentes propiamente dichas en las ecuaciones lineales de masa, momento y energía, dando lugar a una ecuación de ondas inhomogénea.

Denotando por $\rho_0 q$ el término fuente de masa, el término fuente de momento como $\rho_0 F_i$, y el término fuente de entropía como $\rho_0 H$, las ecuaciones de Euler lineales para un flujo base uniforme (ecuaciones (2.47), (2.48) y (2.49)) se escriben como:



$$\frac{D\rho'}{Dt} + \rho_0 \frac{\partial v'_i}{\partial x_i} = \rho_0 q \quad (2.62)$$

$$\rho_0 \frac{Dv'_i}{Dt} = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \rho_0 F_i \quad (2.63)$$

$$\rho_0 \frac{Ds'}{Dt} = \rho_0 H \Rightarrow \frac{Dp'}{Dt} - c_0^2 \frac{D\rho'}{Dt} = \rho_0 H \quad (2.64)$$

Tomando la derivada material de la ecuación (2.62) y restándole la divergencia de la ecuación (2.63) se llega a la expresión:

$$\frac{D^2 \rho'}{Dt^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \rho_0 \frac{Dq}{Dt} - \rho_0 \frac{\partial F_i}{\partial x_i} \quad (2.65)$$

Finalmente, empleando la ecuación (2.64) para relacionar las fluctuaciones de presión con las fluctuaciones de densidad, se obtiene la **ecuación de ondas inhomogénea**:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 p'}{Dt^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \rho_0 \frac{Dq}{Dt} - \rho_0 \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \rho_0 \frac{DH}{Dt} \quad (2.66)$$

La ecuación de ondas (2.66) se simplifica considerablemente cuando se considera un flujo base en reposo, es decir, con velocidad media nula. La correspondiente ecuación de ondas inhomogénea para esta situación viene dada por:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \rho_0 \frac{\partial q}{\partial t} - \rho_0 \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \rho_0 \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.67)$$

En las ecuaciones (2.66) y (2.67) las variables q , F_i y H , son funciones conocidas del espacio y del tiempo, con el mismo orden de magnitud que las variables acústicas. El término fuente en la ecuación de continuidad representa una adición de fluido y tiene dimensiones de densidad por unidad de tiempo. El término fuente en la ecuación de momento corresponde a una fuerza aplicada por unidad de volumen (por ejemplo una fuerza gravitatoria) (Roger, 1996). No nos extendemos aquí sobre el significado de los términos fuente que aparecen en la ecuación de ondas inhomogénea, puesto que serán objeto de estudio en las siguientes secciones.

2.3.4. Soluciones fundamentales de la ecuación de ondas homogénea.

Dos de las soluciones más simples de la ecuación de ondas, obtenida a partir de las ecuaciones de Euler linealizadas para un flujo base en reposo (ecuación (2.53)), son las soluciones de D'Alambert para ondas en una y tres dimensiones (Nelson, 1992), que analizamos a continuación.

Consideremos primero ondas en una dimensión, como por ejemplo las que se producen en una tubería. Si se toma x como la coordenada a lo largo de la tubería, las



propiedades de la onda serán independientes de las coordenadas y y z , y la ecuación de ondas se convierte en:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0 \quad (2.68)$$

cuya solución general adopta la forma:

$$p' = f(x - c_0 t) + g(x + c_0 t) \quad (2.69)$$

donde las funciones f y g vienen determinadas por las condiciones de contorno y las condiciones iniciales del problema particular considerado, pero por lo demás son funciones completamente arbitrarias. La parte f indica que la onda viaja hacia la derecha (dirección x positiva), mientras que la parte g indica que la onda viaja hacia la izquierda (dirección x negativa).

La velocidad se obtiene a partir de la presión mediante la ecuación de momento linealizada (ecuación (2.48)) para un flujo base en reposo:

$$v' = \frac{1}{\rho_0 c_0} (f(x - c_0 t) - g(x + c_0 t)) \quad (2.70)$$

Las ecuaciones (2.69) y (2.70) indican que la onda se propaga desplazándose en la dirección x , positiva o negativa, a una velocidad c_0 sin atenuación. La *Figura 2.4* ilustra un ejemplo de propagación de un pulso de ondas unidimensionales.

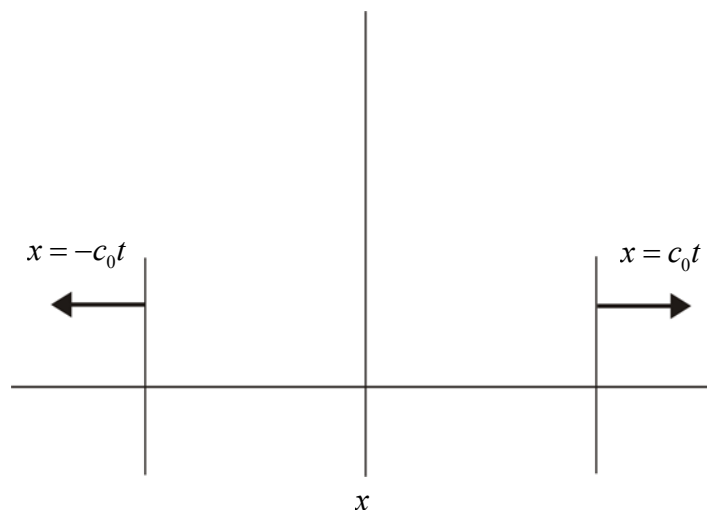


Figura 2.4. Propagación de un pulso de ondas unidimensionales.

El pulso comienza en $x = 0$ en el instante $t = 0$, de modo que $x \pm c_0 t = 0$. En un instante posterior la onda se habrá movido hacia la izquierda hasta el punto $x = -c_0 t$, cumpliendo de nuevo que $x + c_0 t = 0$ y hacia la derecha hasta el punto $x = c_0 t$, cumpliendo que $x - c_0 t = 0$. En ambos casos el valor de p' será el mismo que en el



instante $t = 0$. Como esperábamos, la onda viaja hacia la izquierda o hacia la derecha con velocidad c_0 .¹⁰

Las ondas que se propagan de este modo se denominan **ondas planas**, puesto que sus propiedades son constantes sobre planos con valor de la coordenada x constante. El modelo de ondas planas sólo es estrictamente exacto cuando se considera la propagación del sonido a lo largo de un conducto cilíndrico a frecuencias muy bajas, o cuando se estudia la propagación de ondas planas en el campo libre.

La generalización de la solución del modelo de ondas planas a cualquier dirección de propagación en el campo libre se obtiene mediante las expresiones:

$$\begin{aligned} p' &= f(\vec{n} \cdot \vec{x} - c_0 t) \\ v' &= \frac{\vec{n}}{\rho_0 c_0} f(\vec{n} \cdot \vec{x} - c_0 t) \end{aligned} \quad (2.71)$$

donde la dirección de propagación viene indicada por el vector unitario \vec{n} . En el caso del campo libre, a diferencia del caso puramente unidimensional en el que las ondas viajaban a izquierda y derecha, es posible tomar cualquier suma sobre las direcciones \vec{n} .

En tres dimensiones también es posible obtener una solución de la ecuación de ondas (2.53) para ondas con simetría esférica, es decir, que sólo dependen de la distancia radial r a la fuente emisora. Trabajando con coordenadas esféricas se obtiene una solución tridimensional similar a la unidimensional. En la *Figura 2.5*, se muestra la disposición de un sistema de coordenadas esféricas y su relación con las coordenadas cartesianas.

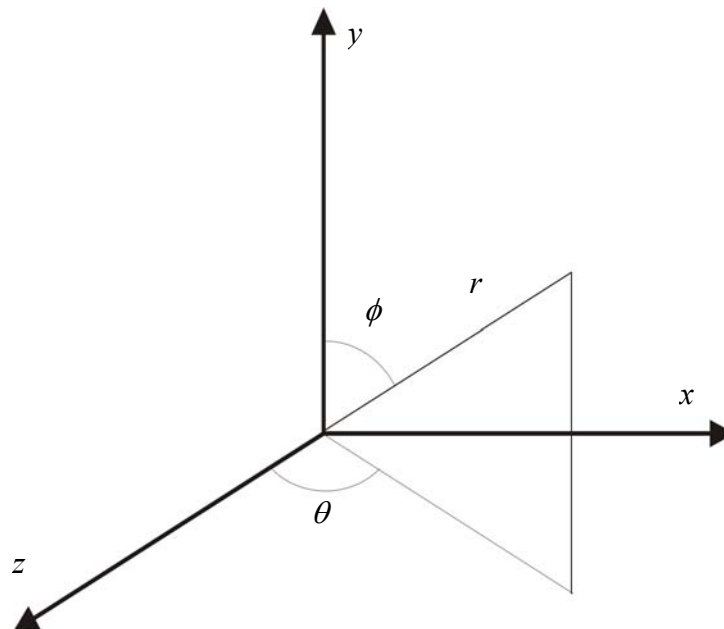


Figura 2.5. Coordenadas esféricas: $x = r \sin \phi \cos \theta$, $y = r \sin \phi \sin \theta$, $z = r \cos \phi$.

¹⁰ Este es el motivo por el que a c_0 se le denomina velocidad del sonido.



En el sistema de coordenadas esféricas el operador laplaciano se define como:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (2.72)$$

La notación se simplifica considerablemente cuando se considera la propagación del sonido en el espacio libre en un medio uniforme. En esta situación, por simetría p' es independiente de ϕ y θ , por lo que:

$$\nabla^2 p' = \frac{\partial^2 p'}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p'}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rp') \quad (2.73)$$

y la ecuación de ondas se escribe como:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (rp') - \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rp') = 0 \quad (2.74)$$

que es idéntica a la ecuación (2.68), de modo que la solución de la ecuación (2.74) será análoga a la solución (2.69):

$$rp' = f(r - c_0 t) + g(r + c_0 t) \Rightarrow p' = \frac{1}{r} f(r - c_0 t) + \frac{1}{r} g(r + c_0 t) \quad (2.75)$$

La función f representa ahora una onda alejándose de la fuente emisora, y la función g representa una onda acercándose a la fuente. La función g aparece en la solución de la ecuación de ondas al aplicar un análisis riguroso, pero por razones de *causalidad*¹¹, no tiene ningún significado físico, por lo que la solución (2.75) se reduce finalmente a:

$$p' = \frac{1}{r} f(r - c_0 t) \quad (2.76)$$

A diferencia del caso unidimensional, en el tridimensional las ondas se propagan atenuándose, como indica el factor $1/r$ en la expresión (2.76). Los frentes de onda, definidos como las superficies de igual información acústica, son esferas centradas en el origen de coordenadas que coincidiría con la localización de la fuente emisora.

La velocidad radial en el caso tridimensional se obtiene a partir de la presión por integración de la ecuación de momento linealizada (ecuación (2.48)) escrita en coordenadas esféricas:

$$v'_r = \frac{1}{\rho_0 c_0} \left(\frac{1}{r} f(r - c_0 t) - \frac{1}{r^2} F(r - c_0 t) \right) \quad (2.77)$$

¹¹La condición de causalidad, formulada para el tiempo, establece que las cosas no pueden suceder antes de que sean causadas. La condición de causalidad para el tiempo también puede ser formulada como una condición de contorno para la posición: una onda causal, se anulará fuera de una esfera cuyo radio crece linealmente en el tiempo con velocidad c_0 (Hirschberg, 2004).



donde $F(z) = \int f(z) dz$.

Es frecuente considerar ondas armónicas en el tiempo. Para una frecuencia ω se puede definir el número de ondas como $k = \omega / c_0$ y la longitud de onda acústica como $\lambda = 2\pi / k$. Para las ondas armónicas¹² la presión y la velocidad acústica vienen dadas por:

$$p' = -\frac{i\omega\rho_0}{c_0} e^{i(\omega t - kr)} \quad (2.78)$$

$$v'_r = \frac{p'}{\rho_0 c_0} \left(1 - \frac{i\lambda}{2\pi r} \right) \quad (2.79)$$

La cantidad compleja $Z = p' / v'_r$ se denomina **impedancia acústica** con respecto a las ondas acústicas salientes, y tiene el valor:

$$Z = \rho_0 c_0 \left(1 - \frac{i\lambda}{2\pi r} \right)^{-1} \quad (2.80)$$

Cuando el observador se sitúa en puntos alejados de la fuente emisora, la impedancia acústica Z tiende a la **impedancia característica** del fluido, definida como $\rho_0 c_0$, y por tanto, en el caso de ondas planas la impedancia acústica coincide exactamente con la impedancia característica.

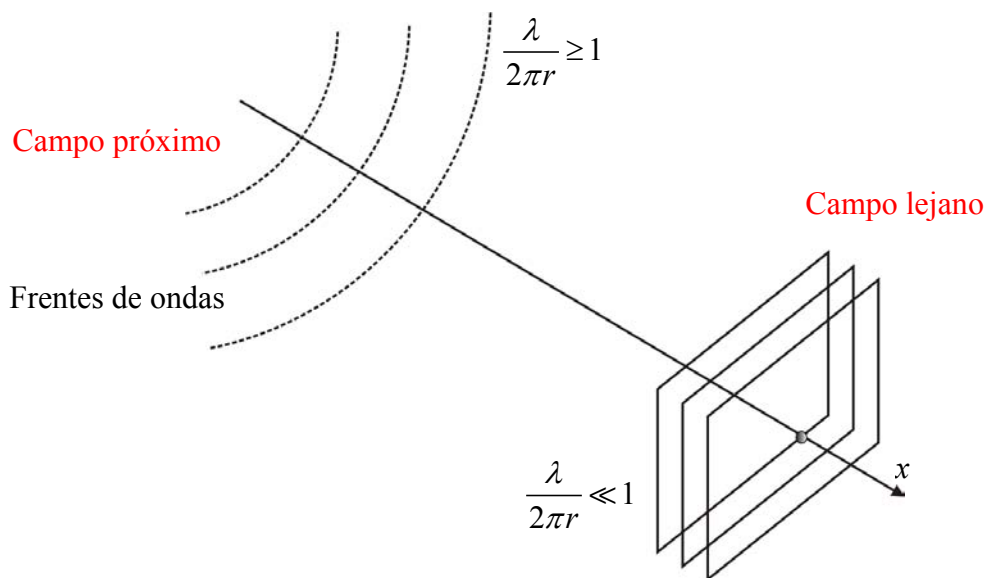


Figura 2.6. Ondas esféricas y campo acústico próximo y lejano.

¹²En el caso de ondas armónicas, no se puede aplicar directamente la condición de causalidad para la posición, pero es posible emplear una condición de contorno para r ligeramente modificada, que se conoce como condición de radiación de Sommerfeld: $\lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\frac{\partial p'}{\partial t} + c_0 \frac{\partial p'}{\partial r} \right) = 0$ (Hirschberg, 2004).



Cuando $\lambda/2\pi r \ll 1$ se dice que el observador está en el **campo acústico lejano**; las fluctuaciones de presión y velocidad están en fase. Por el contrario, cuando $\lambda/2\pi r \gg 1$ se dice que el observador está en el **campo acústico próximo**; la presión y la velocidad oscilan en cuadratura. La *Figura 2.6* ilustra los campos acústicos próximo y lejano.

La parte de las fluctuaciones de velocidad que está en cuadratura con la presión decrece más rápido que el inverso de la distancia y no contribuye a la acústica en campo lejano. Más aún, esta parte no permite que la energía acústica se propague. No obstante domina claramente en el campo próximo. En otras palabras, representa la parte del movimiento impuesta por la fuente que se concentra en la vecindad de la misma y no se propaga.

2.4. LA TÉCNICA DE LAS FUNCIONES DE GREEN.

En la obtención de las ecuaciones de la teoría aeroacústica lineal desarrolladas en el apartado previo se desprecian los efectos de la viscosidad y de la conducción del calor. En un fluido las fuerzas rotacionales son generadas por las fuerzas viscosas, y el teorema de Kelvin establece que en ausencia de fuerzas rotacionales el fluido permanece irrotacional. Por tanto, la vorticidad responsable de la generación del sonido debe conocerse a priori, es decir, la teoría aeroacústica lineal no puede aplicarse directamente para la determinación del sonido a menos que se conozca la vorticidad.

De este modo, para predecir el sonido radiado al campo lejano pueden emplearse varias opciones. Una de ellas consiste en resolver el conjunto completo de ecuaciones de Navier-Stokes en un dominio lo suficientemente extenso como para abarcar el campo lejano, tarea ésta muy costosa desde el punto de vista computacional, y que actualmente se limita a geometrías muy sencillas y a menudo bidimensionales. Otra posible opción consiste en resolver las ecuaciones de Navier-Stokes en un dominio más pequeño que coincida con el campo próximo y acoplar su solución con un método integral que permita predecir el sonido en el campo lejano (Djambazov, 1995). Esta segunda opción es mucho más asequible a los recursos computacionales disponibles hoy en día, por lo que se emplea frecuentemente, y de hecho, es la metodología empleada en este trabajo. Por este motivo se describe en este apartado la técnica de las funciones de Green, puesto que es la herramienta básica que permite escribir la ecuación de ondas en forma integral.

2.4.1. Solución general de la ecuación de ondas mediante funciones de Green.

La teoría aeroacústica lineal formula el problema de la generación de ruido en términos de una ecuación de ondas inhomogénea para las fluctuaciones de presión acústica, cuya solución puede obtenerse mediante la técnica de las funciones de Green si las fuentes de la ecuación de ondas son conocidas a priori. Puesto que la ecuación de ondas describe todos los procesos en los cuales un potencial se propaga con velocidad finita, se desarrolla aquí la técnica de las funciones de Green para un campo escalar cualquiera $\varphi(\vec{y}, \tau)$, acústico o no, y en el siguiente apartado se aplica la técnica al caso particular del campo acústico.

A partir de la ecuación de ondas inhomogénea con las fuentes conocidas a priori, es posible construir una ecuación integral que combine el efecto de las fuentes, la



propagación y las condiciones de contorno e iniciales del problema en una fórmula simple, empleando la definición de la función de Green. La función de Green, $G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau)$, es una función generalizada, solución de la ecuación de ondas para una fuente puntual impulsiva (Hirschberg, 2004):

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial x_i^2} = \delta(\bar{x} - \bar{y}) \delta(t - \tau) \quad (2.81)$$

La fuente puntual se localiza en la posición \bar{y} en el instante τ , y la función de Green, G , se mide en la posición de observación \bar{x} en el instante t . La definición de la función de Green se completa cuando se especifican las correspondientes condiciones de contorno sobre la superficie σ , con normal hacia fuera \vec{n} , que encierra el volumen V en el que se localizan la posición de observación y la posición de la fuente puntual:

$$\vec{n} \cdot \nabla G + bG = 0 \quad (2.82)$$

Por lo general, se asume una *condición de causalidad* temporal para la función de Green, es decir, que en instantes previos al tiempo de emisión de la fuente puntual impulsiva no existe otro campo en el dominio que el producido por dicha fuente puntual:

$$G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau) = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial}{\partial t} G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau) = 0 \quad \text{para } t < \tau \quad (2.83)$$

Cuando las condiciones de contorno que definen la función de Green coinciden con las condiciones de contorno del problema físico considerado, la función de Green se denomina *función de Green ajustada* (Hirschberg, 2004). En dicha situación, la ecuación integral es una convolución de la fuente $S(\bar{y}, \tau)$ con la respuesta de tipo puntual impulsivo $G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau)$, de modo que si la fuente es conocida (y no depende del campo a resolver) la ecuación integral es la solución del problema.

Es importante hacer hincapié en dos de las propiedades más importantes que satisfacen las funciones de Green, puesto que se utilizan para aplicar la técnica a la resolución de la ecuación de ondas. La primera de ellas se conoce como *relación de reciprocidad*, y expresa que:

$$G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau) = G(\bar{y}, -\tau; \bar{x}, -t) \quad (2.84)$$

La relación de reciprocidad se obtiene considerando la definición de dos funciones de Green, dadas por $G_1 = G(\bar{x}, t; \bar{y}_1, \tau_1)$ y $G_2 = G(\bar{x}, -t; \bar{y}_2, -\tau_2)$, que deben satisfacer las ecuaciones:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 G_1}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 G_1}{\partial x_i^2} = \delta(\bar{x} - \bar{y}_1) \delta(t - \tau_1) \quad (2.85)$$

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 G_2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 G_2}{\partial x_i^2} = \delta(\bar{x} - \bar{y}_2) \delta(t - \tau_2) \quad (2.86)$$



Multiplicando la ecuación (2.85) por G_2 , restándole la ecuación (2.86) multiplicada por G_1 , y tomando las integrales de volumen y de tiempo (entre $t = -\infty$ y un instante t' mayor que τ_1 y τ_2), se obtiene:

$$\int_{-\infty}^{t'} \iiint_V \left[\frac{1}{c_0^2} \left(G_2 \frac{\partial^2 G_1}{\partial t^2} - G_1 \frac{\partial^2 G_2}{\partial t^2} \right) - \left(G_2 \frac{\partial^2 G_1}{\partial x_i^2} - G_1 \frac{\partial^2 G_2}{\partial x_i^2} \right) \right] d\bar{x} dt = \quad (2.87)$$

$$= G(\bar{y}_1, -\tau_1; \bar{y}_2, -\tau_2) - G(\bar{y}_2, \tau_2; \bar{y}_1, \tau_1)$$

El lado izquierdo de la ecuación (2.87) toma valor cero, como puede demostrarse integrándolo por partes y haciendo uso del teorema de Green¹³:

$$\left[\frac{1}{c_0^2} \iiint_V \left(G_2 \frac{\partial G_1}{\partial t} - G_1 \frac{\partial G_2}{\partial t} \right) d\bar{x} \right]_{-\infty}^{t'} - \int_{-\infty}^{t'} \iint_{\sigma} \left(G_2 \frac{\partial G_1}{\partial x_i} - G_1 \frac{\partial G_2}{\partial x_i} \right) n_i d\sigma dt = 0 \quad (2.88)$$

donde \bar{n} es el vector unitario normal a la superficie σ que encierra el volumen V . La primera integral en (2.88) es nula puesto que para $t = -\infty$ tanto G_1 como G_2 son nulas por la condición de causalidad, y en $t = t'$ puesto que $-t' < \tau_2$ debe cumplirse, también por causalidad, que $G_2 = 0$ y $\partial G_2 / \partial t = 0$. La segunda integral se anula puesto que G_1 y G_2 satisfacen las mismas condiciones de contorno en la superficie σ . Finalmente, si se hacen los cambios de variables: $\bar{y}_1 \rightarrow \bar{y}$, $\tau_1 \rightarrow \tau$ y $\bar{y}_2 \rightarrow \bar{x}$, $\tau_2 \rightarrow t$, se obtiene la relación de reciprocidad (2.84).

La segunda propiedad que satisfacen las funciones de Green, es que la función de Green $G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau)$ solución de la ecuación (2.81), también es solución de la ecuación:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 G}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial y_i^2} = \delta(\bar{x} - \bar{y}) \delta(t - \tau) \quad (2.89)$$

Esta propiedad se demuestra teniendo en cuenta que, como consecuencia de la simetría de la función $\delta(t - \tau)$, la función de Green $G(\bar{x}, -t; \bar{y}, -\tau)$ también satisface la ecuación (2.81):

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} G(\bar{x}, -t; \bar{y}, -\tau) - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} G(\bar{x}, -t; \bar{y}, -\tau) = \delta(\bar{x} - \bar{y}) \delta(t - \tau) \quad (2.90)$$

Si se aplica la relación de reciprocidad (2.84) en la ecuación (2.90) y se hace el cambio de notación $\bar{x} \rightarrow \bar{y}$ y $t \rightarrow \tau$, se obtiene la ecuación (2.89).

La técnica de las funciones de Green se aplica para obtener la solución de una ecuación de ondas inhomogénea cuyo término fuente se conoce a priori por resolución

¹³ Teorema de Green: $\int_V (F \nabla^2 H - H \nabla^2 F) dV = \int_S \left(F \frac{\partial H}{\partial n} - H \frac{\partial F}{\partial n} \right) dS$.



de las ecuaciones de Navier-Stokes en el campo próximo. La ecuación de ondas inhomogénea para un escalar cualquiera es:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y_i^2} = S(\bar{y}, \tau) \quad (2.91)$$

donde el sistema de coordenadas (\bar{x}, t) que aparece habitualmente en la ecuación de ondas, se ha reemplazado por el sistema de coordenadas (\bar{y}, τ) para facilitar la obtención de la solución de dicha ecuación.

Multiplicando la ecuación (2.91) por $G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau)$, restándole (2.89) multiplicada por $\varphi(\bar{y}, \tau)$, y haciendo una integración de \bar{y} sobre V y de τ entre t_0 y $t = \infty$, se obtiene (Crighton, 1992):

$$\begin{aligned} \varphi(\bar{x}, t) &= \int_{t_0}^{\infty} \iiint_V S(\bar{y}, \tau) G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau) d\bar{y} d\tau - \\ &- \frac{1}{c_0^2} \int_{t_0}^{\infty} \iiint_V \left[\varphi(\bar{y}, \tau) \frac{\partial^2 G}{\partial \tau^2} - G \frac{\partial^2 \varphi(\bar{y}, \tau)}{\partial \tau^2} \right] d\bar{y} d\tau + \\ &+ \int_{t_0}^{\infty} \iiint_V \left[\varphi(\bar{y}, \tau) \frac{\partial^2 G}{\partial y_i^2} - G \frac{\partial^2 \varphi(\bar{y}, \tau)}{\partial y_i^2} \right] d\bar{y} d\tau \end{aligned} \quad (2.92)$$

Si en la ecuación (2.92) se integra por partes con respecto al tiempo la segunda integral y se aplica el teorema de Green a la tercera integral, se obtiene:

$$\begin{aligned} \varphi(\bar{x}, t) &= \int_{t_0}^{\infty} \iiint_V S(\bar{y}, \tau) G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau) d\bar{y} d\tau - \\ &- \int_{t_0}^{\infty} \iint_{\sigma} \left[\varphi(\bar{y}, \tau) \frac{\partial G}{\partial y_i} - G \frac{\partial \varphi(\bar{y}, \tau)}{\partial y_i} \right] n_i d\sigma d\tau - \\ &- \frac{1}{c_0^2} \left[\iiint_V \left[\varphi(\bar{y}, \tau) \frac{\partial G}{\partial \tau} - G \frac{\partial \varphi(\bar{y}, \tau)}{\partial \tau} \right] d\bar{y} \right]_{t_0}^{\infty} \end{aligned} \quad (2.93)$$

Cuando se hace uso de la función de Green ajustada la segunda integral en la ecuación (2.93) se anula, puesto que las condiciones de contorno del problema coinciden con las condiciones de contorno de la función de Green. La tercera integral en la ecuación (2.93) representa el efecto de las condiciones iniciales en $\tau = t_0$. Para una función de Green ajustada si se toma $t_0 = -\infty$ la integral se anula como consecuencia de la relación de causalidad. Finalmente, la solución de la ecuación de ondas es:

$$\varphi(\bar{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \iiint_V S(\bar{y}, \tau) G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau) d\bar{y} d\tau \quad (2.94)$$

Si en lugar de la función de Green ajustada se emplea otra función de Green



diferente, el resultado (2.93) es implícito y se convierte en una ecuación integral. A pesar de que la función de Green ajustada sólo se conoce en pocas situaciones, generalmente con geometrías muy simples, el método integral es de gran utilidad puesto que permite dividir el problema en dos partes, uno puramente lineal consistente en la obtención de la función de Green, y un segundo problema consistente en la resolución de la ecuación integral.

2.4.2. Función de Green del campo libre.

La ecuación de ondas para una fuente puntual impulsiva (ecuación (2.81)), tiene una solución básica causal en el campo libre, conocida como **función de Green del campo libre** $G_0(\vec{x}, t; \vec{y}, \tau)$ (Grace, 2004):

$$G_0(\vec{x}, t; \vec{y}, \tau) = \frac{1}{4\pi r} \delta(\tau - t + r/c_0) \quad (2.95)$$

donde r es el módulo del vector de posición $r = |\vec{r}| = |\vec{x} - \vec{y}|$.

Introduciendo la función de Green del campo libre en la solución de la ecuación de ondas (2.94) para un espacio no acotado (sin contornos sólidos), y teniendo en cuenta la reducción directa de las integrales que involucran funciones delta de Dirac, se obtiene la **fórmula de potenciales retardados** (Roger, 1996):

$$\varphi(\vec{x}, t) = \int_V \frac{S(\vec{y}, t - r/c_0)}{4\pi r} d\vec{y} = \int_V \frac{[S]}{4\pi r} d\vec{y} \quad (2.96)$$

en la que $t - r/c_0$ es el tiempo retardado o tiempo de emisión de la fuente situada en el punto \vec{y} , correspondiente a la contribución en \vec{x} en el instante t . Como convenio de notación se utilizan los corchetes para indicar que una cantidad debe ser evaluada en el tiempo retardado. Nótese que aunque la integral se realiza sobre todo el espacio el integrando sólo es distinto de cero en la extensión finita de la región fuente.

2.5. APLICACIÓN A FUENTES ACÚSTICAS.

Para ilustrar la aplicación de la técnica de las funciones de Green a la resolución de problemas aeroacústicos gobernados por la ecuación de ondas, consideraremos la presencia de fuentes de inyección de materia y de un campo de fuerzas externas en el medio fluido. Considerar estas fuentes equivale a suponer la existencia de términos fuente de masa y momento en las ecuaciones de Euler linealizadas (ecuaciones (2.44), (2.45) y (2.46)) para un flujo base en reposo, a partir de las cuales, como se ha descrito en apartados previos, puede obtenerse la ecuación de ondas inhomogénea siguiente:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \rho_0 \frac{\partial q}{\partial t} - \rho_0 \frac{\partial F_i}{\partial x_i} \quad (2.97)$$

donde $q(\vec{x}, t)$ representa el término fuente de masa y $F_i(\vec{x}, t)$ un campo de fuerzas externas aplicado, como por ejemplo un campo gravitatorio.



Como veremos a lo largo de esta sección, el primer término del lado derecho de la ecuación (2.97) corresponde a un monopolo, mientras que el segundo corresponde a un dipolo. Estudiaremos cada uno de estos términos de radiación multipolar por separado, tanto para fuentes estacionarias, como para fuentes en movimiento.

Finalmente, para completar el estudio de las fuentes de radiación multipolar consideraremos también el cuadrupolo, a pesar de que no aparezca explícitamente en la ecuación (2.97). El estudio de este término se retomará en el próximo apartado cuando se trate la analogía acústica de Lighthill.

2.5.1. Monopolos.

A menudo, los mecanismos complejos de generación del sonido o fuentes de sonido, pueden construirse a partir del estudio de unas pocas soluciones fundamentales de la ecuación de ondas inhomogénea. La más simple de las soluciones fundamentales es la *fente monopolar*, sin directividad natural, es decir, radiando sonido por igual en todas las direcciones (Lighthill, 1990).

El monopolo corresponde a una inyección de masa no estacionaria en el fluido, que puede representarse físicamente como un modo de oscilación de una esfera de gas, correspondiente a una dilatación y contracción isentrópicas de la misma, como se describe en la *Figura 2.7*. A priori, no es posible la existencia de un movimiento recíproco local, de modo que los monopolos son una fuente muy eficiente de radiación de sonido.

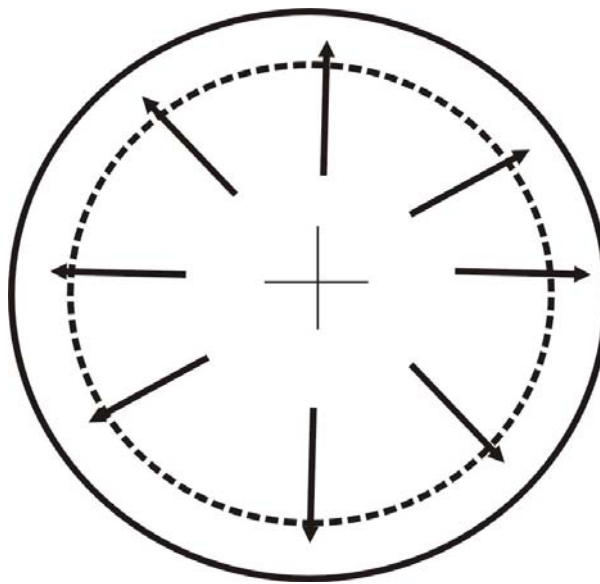


Figura 2.7. Modo de oscilación de una esfera de gas correspondiente al monopolo.

La ecuación de ondas forzada por una distribución fuente monopolar, $\rho_0 \partial q / \partial t$, puede resolverse aplicando la técnica de las funciones de Green y la función de Green del campo libre. La presión acústica vendrá dada entonces por (Grace, 2004):

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{r} \frac{\partial q(\vec{y}, t - r/c_0)}{\partial t} d\vec{y} \quad (2.98)$$



donde $r = |\vec{r}| = |\vec{x} - \vec{y}|$ es el vector de posición entre la fuente y el observador, y $t - r/c_0$ es el tiempo retardado o tiempo de emisión.

En la ecuación (2.98) se observa que es la tasa de cambio del flujo de masa, más que el flujo de masa mismo, lo que afecta a la producción de sonido. Éste es el motivo por el que a la derivada temporal del flujo de masa se le denomina *intensidad de la fuente monopolar*.

Con frecuencia, es en el campo acústico lejano donde interesa estudiar el sonido radiado por una fuente acústica. En el campo lejano el observador se sitúa en una posición alejada de la fuente ($|\vec{x}| \gg |\vec{y}|$), y el vector de posición puede aproximarse por $r \approx |\vec{x}|$. En esta situación, es posible realizar un desarrollo en serie de Taylor de los términos $|\vec{x} - \vec{y}|$ y $1/|\vec{x} - \vec{y}|$:

$$|\vec{x} - \vec{y}| \approx |\vec{x}| - \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}|} + \dots \quad (2.99)$$

$$\frac{1}{|\vec{x} - \vec{y}|} \approx \frac{1}{|\vec{x}|} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}|^3} + \dots \quad (2.100)$$

Con estas aproximaciones, la presión acústica dada por la ecuación (2.98) se reduce en el campo lejano a (Grace, 2004):

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0}{4\pi|\vec{x}|} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial q}{\partial t} \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{c_0|\vec{x}|} \right) d\vec{y} \quad (2.101)$$

En la expresión anterior se retiene la contribución del tiempo retardado $(\vec{x} \cdot \vec{y})/(c_0|\vec{x}|)$, puesto que así se asegura que cualquier interferencia entre las ondas generadas en diferentes posiciones de la región fuente se describe de manera correcta en la aproximación de campo lejano.

Si se considera una fuente concentrada en el origen de coordenadas, es decir, una fuente puntual, la distribución monopolar vendrá dada por: $q(\vec{x}, t) = q(t)\delta(\vec{x})$, y el vector de posición coincidirá con la posición del observador ($r = |\vec{x}|$), de modo que la presión acústica producida por esta fuente y dada por la ecuación (2.98), es:

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0}{4\pi r} \frac{\partial q(t - r/c_0)}{\partial t} \quad (2.102)$$

2.5.2. Dipolos.

La siguiente fuente en orden de complejidad a la fuente monopolar corresponde a la *fente dipolar*. Cuando no se produce una inyección no estacionaria de materia en el



medio fluido, sino que se aplica un campo de fuerzas externas fluctuantes, en la ecuación de ondas aparece un término fuente dipolar, $-\rho_0 \partial F_i / \partial x_i$, que será el responsable de la generación del sonido resultante.

Físicamente el dipolo corresponde a un modo de vibración de una esfera de gas sin deformación, como se describe en la *Figura 2.8*. Cuando la esfera de gas se mueve hacia un lado, cierta cantidad del gas pasa alrededor de ella para compensar la falta de masa en el lado opuesto y viceversa. Como en este caso, a diferencia del monopolo es posible un movimiento recíproco local de las partículas del gas, la eficiencia de la radiación acústica del dipolo es menor que la del monopolo (Roger, 1996).

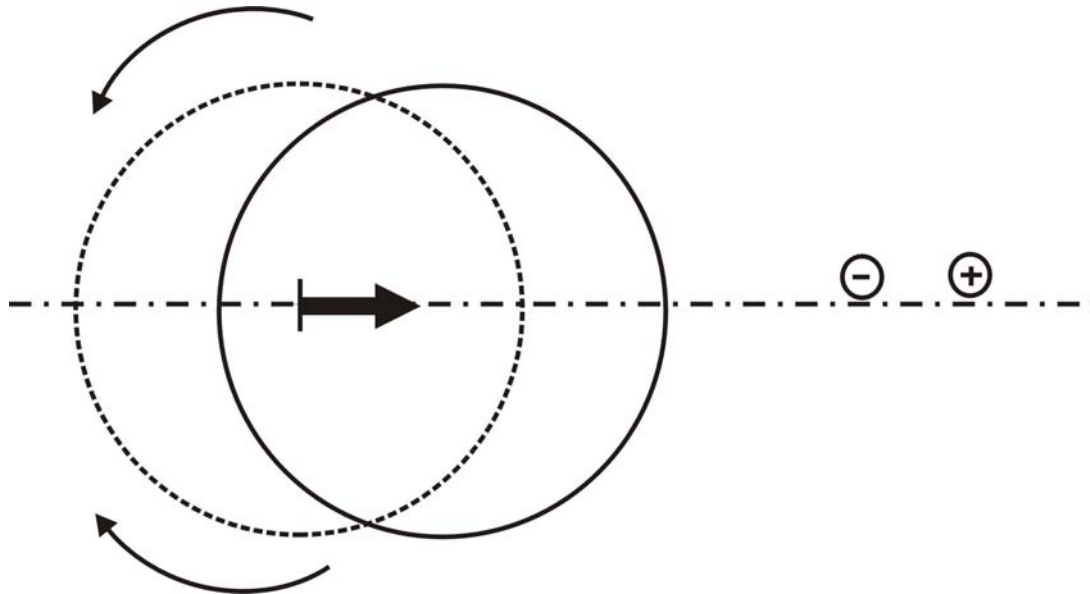


Figura 2.8. Modo de vibración de una esfera de gas correspondiente al dipolo.

Para resolver la ecuación de ondas forzada por una distribución fuente dipolar, se le aplica la técnica de las funciones de Green y la función de Green del campo libre, de modo que la presión acústica generada por esta fuente y percibida por el observador, es:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{\partial F_i(\vec{y}, \tau)}{\partial y_i} \frac{\delta(\tau - t + r/c_0)}{r} d\vec{y} d\tau \quad (2.103)$$

donde $r = |\vec{x} - \vec{y}|$. Integrando por partes respecto al volumen la ecuación anterior, y teniendo en cuenta la propiedad $\partial(g(\vec{x} - \vec{y}))/\partial y_i = -\partial(g(\vec{x} - \vec{y}))/\partial x_i$, se obtiene:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F_i(\vec{y}, t - r/c_0)}{r} d\vec{y} \quad (2.104)$$

En el campo lejano, donde se cumple la condición $|\vec{x}| \gg |\vec{y}|$ y por tanto el vector de posición coincide aproximadamente con la posición del observador, pueden aplicarse los desarrollos de Taylor (2.99) y (2.100), de modo que la presión acústica dada por (2.104) se reduce a:



$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|\vec{x}|} F_i \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{c_0 |\vec{x}|} \right) d\vec{y} \quad (2.105)$$

Puede obtenerse una forma alternativa de esta ecuación transformando la divergencia de la integral en una derivada temporal. En primer lugar, si se realiza la derivación espacial de (2.105) aparece un término del orden de $|\vec{x}|^{-2}$ que puede despreciarse en el campo lejano, por lo que la ecuación se convierte en (Grace, 2004):

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0}{4\pi |\vec{x}|} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-\infty}^{\infty} F_i \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{c_0 |\vec{x}|} \right) d\vec{y} \quad (2.106)$$

En segundo lugar, la derivada espacial en el campo lejano puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_i}{\partial x_i} \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{c_0 |\vec{x}|} \right) &= \frac{\partial F_i}{\partial t} \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{c_0 |\vec{x}|} \right) \\ \left(-\frac{x_i}{c_0 |\vec{x}|} + \frac{y_i}{c_0 |\vec{x}|} + \frac{(\vec{x} \cdot \vec{y}) x_i}{c_0 |\vec{x}|^3} \right) &\approx -\frac{x_i}{c_0 |\vec{x}|} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial t} \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{c_0 |\vec{x}|} \right). \end{aligned} \quad (2.107)$$

Finalmente, la presión acústica en el campo lejano producida por una fuente dipolar se obtiene sustituyendo (2.107) en (2.106):

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0 x_i}{4\pi c_0 |\vec{x}|} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} F_i \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{c_0 |\vec{x}|} \right) d\vec{y} \quad (2.108)$$

Para una fuente dipolar puntual situada en el origen de coordenadas, la distribución fuente viene dada por $F_i(\vec{x}, t) = F_i(t) \delta(\vec{x})$, de modo que la presión acústica se reduce a (Carley, 2001):

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{F_i(t - |\vec{x}|/c_0)}{|\vec{x}|} \right) \quad (2.109)$$

Otra forma de obtener el resultado anterior consiste en considerar el dipolo como una combinación de dos monopolos iguales y de intensidades opuestas, situados en posiciones cercanas (Lighthill, 1990). Consideremos una fuente monopolar de intensidad $-\dot{q}$ (se emplea la notación $\dot{q} = \partial q / \partial t$), situada en la posición y_i , y otra fuente monopolar de intensidad \dot{q} , situada en la posición $y_i + l_i$. La solución a este sistema de dos fuentes monopulares se obtiene de manera inmediata aplicando el resultado (2.102):

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0}{4\pi} \left[\frac{\dot{q}(t - (r + \Delta r)/c_0)}{r + \Delta r} - \frac{\dot{q}(t - r/c_0)}{r} \right] \quad (2.110)$$



donde $r = |\vec{x} - \vec{y}|$ y $r + \Delta r = |\vec{y} + \vec{l} - \vec{x}|$. Cuando se cumple que $l = |\vec{l}|$ es muy pequeño, la solución (2.110) representa el gradiente de \dot{q} . Siendo ϕ el ángulo entre l y $|\vec{x} - \vec{y}|$, y denotando mediante corchetes la evaluación de una función en el tiempo retardado, se tiene:

$$p'(\vec{x}, t) \approx \frac{\rho_0}{4\pi} l_i \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\frac{\dot{q}(t-r/c_0)}{r} \right) = -\frac{\rho_0}{4\pi} l_i \frac{\partial r}{\partial y_i} \left(\frac{\dot{q}(t-r/c_0)}{r^2} + \frac{\dot{q}(t-r/c_0)}{c_0 r} \right) = \tag{2.111}$$

$$= -\frac{\rho_0 l \cos \phi}{4\pi} \left[\frac{\dot{q}}{r^2} + \frac{\dot{q}}{c_0 r} \right]$$

Se denomina *intensidad del dipolo* al producto $l_i \dot{q}$. El segundo término en la ecuación (2.111) domina en el campo lejano, mientras que el primero domina en el campo próximo. El dipolo posee un marcado carácter direccional, como se deduce a partir de la presencia del término $\cos \phi$ en (2.111).

2.5.3. Cuadruolos.

Cuando se aborde el estudio de la analogía acústica de Lighthill en el apartado siguiente, se encontrará una ecuación de ondas en la que aparece un término fuente de orden cuadrupolar, motivo por el que se incluye aquí la discusión del cuadrupolo, a pesar de que no aparezca explícitamente en la ecuación de ondas inhomogénea (2.97).

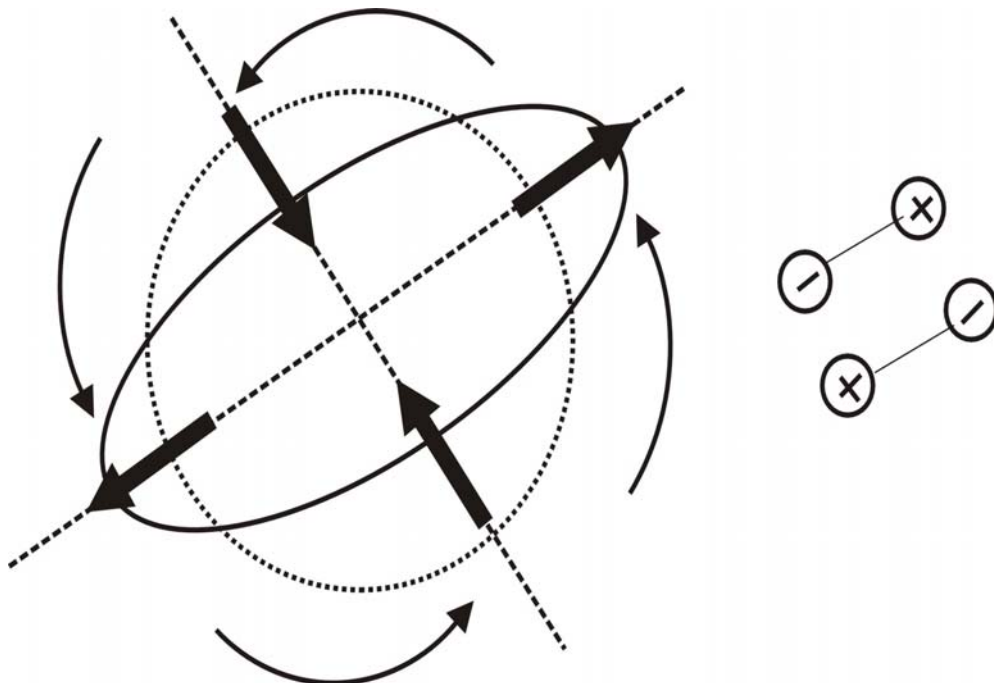


Figura 2.9. Modo de oscilación de una esfera de gas correspondiente al cuadrupolo.

Consideremos un término fuente cuadrupolar con una distribución dada por $\partial^2 Q_{ij} / \partial x_i \partial x_j$. Físicamente el cuadrupolo corresponde a un modo de oscilación de una

esfera de gas que oscila sin deformarse y sin un cambio neto de volumen, como se describe en la *Figura 2.9*. Cuando el gas es empujado en una dirección por la esfera se crea espacio por la contracción de la misma en una dirección perpendicular, de modo que se facilita el movimiento recíproco del gas, con lo que la eficiencia acústica del cuadrupolo es incluso menor que la del dipolo. Podría afirmarse entonces que la eficiencia de la radiación acústica decrece con el orden multipolar (Roger, 1996).

Aplicando la técnica de las funciones de Green y la función de Green del campo libre a la distribución fuente cuadrupolar, es posible obtener la presión acústica percibida por un observador (Grace, 2004):

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 Q_{ij}(\vec{y}, \tau)}{\partial y_i \partial y_j} \frac{\delta(\tau - t + r/c_0)}{r} d\vec{y} d\tau \quad (2.112)$$

donde $r = |\vec{x} - \vec{y}|$. De modo análogo al procedimiento seguido con el dipolo, la expresión anterior puede integrarse por partes dos veces con respecto al volumen, y haciendo uso de la identidad $\partial^2(g(\vec{x} - \vec{y})) / \partial y_i \partial y_j = \partial^2(g(\vec{x} - \vec{y})) / \partial x_i \partial x_j$, la presión acústica viene dada por:

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^{\infty} Q_{ij}(\vec{y}, t - r/c_0) \frac{1}{r} d\vec{y} \quad (2.113)$$

En el campo lejano ($|\vec{x}| \gg |\vec{y}|$; $r \approx |\vec{x}|$), es posible de nuevo aplicar los desarrollos de Taylor (2.99) y (2.100). Por otra parte, cuando se derivó la presión acústica producida por una fuente de tipo dipolar se obtuvo el cambio de variable:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \rightarrow -\frac{1}{c_0} \frac{x_i}{|\vec{x}|} \frac{\partial}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \rightarrow \frac{1}{c_0^2} \frac{x_i x_j}{|\vec{x}|^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (2.114)$$

que aplicado en la ecuación (2.113) proporciona la presión acústica producida en el campo lejano por una fuente cuadrupolar:

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{x_i x_j}{|\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} Q_{ij} \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x}|}{c_0} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{c_0 |\vec{x}|} \right) \frac{1}{r} d\vec{y} \quad (2.115)$$

Alternativamente un cuadrupolo puede considerarse como la combinación de dos dipolos iguales y de intensidades opuestas, situados en posiciones cercanas (Lighthill, 1990). Consideremos un dipolo de intensidad $-\mu_i = l_i \dot{q}$ situado en y_i y un segundo dipolo de intensidad μ_i situado en $y_i + l_i$. La *intensidad del cuadrupolo* puede denotarse por $t_{ij} = h_j \mu_i = l_i h_j \dot{q}$, de modo que cuando l y h tienden a cero, la fluctuación de presión inducida por estas fuentes viene dada por:

$$p'(\vec{x}, t) \approx \frac{1}{4\pi} l_i h_j \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\frac{\dot{q}(t - r/c_0)}{r} \right) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\frac{t_{ij}(t - r/c_0)}{r} \right) \quad (2.116)$$



2.5.4. Radiación por fuentes en movimiento.

Aunque siempre es posible una descripción del sonido en términos de fuentes estacionarias – incluso cuando las fuentes están en movimiento – es conveniente desarrollar una representación que tenga en cuenta la diferencia entre el mecanismo intrínseco de la fuente y el debido a su movimiento. Con vistas a obtener una fórmula que tenga en cuenta la distinción entre los dos mecanismos mencionados, aplicaremos la técnica de las funciones de Green en condiciones de campo libre a distribuciones fuentes en las que se especifique claramente el movimiento de las mismas.

Comencemos considerando una fuente puntual monopolar en movimiento subsónico¹⁴, a lo largo de una trayectoria $\vec{x} = \vec{x}_0(t)$, en un medio acústico uniforme y en reposo. La distribución fuente viene dada por $q(\vec{x}, t) = q(t)\delta(\vec{x} - \vec{x}_0(t))$ y la correspondiente ecuación de ondas asociada es (Crighton, 1992):

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} [q(t)\delta(\vec{x} - \vec{x}_0(t))] \quad (2.117)$$

La forma de la ecuación de ondas (2.117) difiere de la forma estándar considerada para estas ecuaciones en el desarrollo de la técnica de las funciones de Green para obtener la fórmula de potenciales retardados. No obstante, es posible realizar un cambio de variable entre la presión acústica y el potencial acústico ϕ ($p' = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}$) en la ecuación de ondas, de modo que se recupera la forma estándar de dicha ecuación escrita para el potencial ϕ :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i^2} = -q(t)\delta(\vec{x} - \vec{x}_0(t)) \quad (2.118)$$

A la ecuación de ondas (2.118) ya es posible aplicarle directamente la fórmula de potenciales retardados¹⁵ (2.96):

$$4\pi\phi(\vec{x}, t) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q(\tau)}{r(\tau)} \delta(\tau - t + r(\tau)/c_0) d\tau \quad (2.119)$$

donde $r(\tau) = |\vec{x} - \vec{y}_0(\tau)|$. Una identidad integral de la función delta de Dirac establece que (Hirschberg, 2004):

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(g(\tau)) d\tau = \sum_i \frac{f(\tau_i)}{|g'(\tau_i)|} \quad \text{siendo } g(\tau_i) = 0 \quad (2.120)$$

¹⁴Número de Mach menor que la unidad.

¹⁵La derivada de la ecuación en tiempo retardado, correspondiente al tiempo de emisión τ_e , viene dada

$$\text{por: } \frac{\partial g(\tau_e)}{\partial \tau_e} = 1 + \frac{1}{c_0} \frac{\partial r_e}{\partial \tau_e} = 1 - \frac{\vec{r}_e}{r_e} \frac{\partial \vec{y}_0(\tau_e)}{\partial \tau_e} = 1 - c_0 \vec{M}_e \frac{\vec{r}_e}{r_e} = 1 - c_0 M_{re} = 1 - c_0 M_e \cos \theta_e.$$



Si se aplica la identidad (2.120) a la ecuación (2.119), y se particulariza para un determinado tiempo de emisión, $\tau_i = \tau_e$, el potencial acústico vendrá dado por:

$$4\pi\phi(\vec{x}, t) = -\frac{q_e}{r_e(1 - M_e \cos \theta_e)} \quad (2.121)$$

donde el subíndice e indica evaluación de las variables en el tiempo retardado o de emisión τ_e , solución de la ecuación en tiempo retardado:

$$g(\tau_e) = 0 \Rightarrow \tau_e - t + \frac{r(\tau_e)}{c_0} = 0 \quad (2.122)$$

En la ecuación (2.121) aparece la definición de número de Mach de la fuente evaluado en tiempo retardado o de emisión, $\vec{M}(\tau_e) = \frac{1}{c_0} \frac{\partial \vec{v}_e(\tau_e)}{\partial \tau_e}$. El ángulo θ_e es el ángulo entre el vector velocidad de la fuente y la posición del observador, visto desde la fuente. Los valores absolutos se suprimen puesto que el movimiento es subsónico y por tanto se cumple siempre que $M_e < 1$.

La presión acústica correspondiente se obtiene derivando respecto al tiempo el potencial acústico dado por (2.121) (Hirschberg, 2004):

$$4\pi p'(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0 \dot{q}_e}{r_e(1 - M_e \cos \theta_e)^2} + \rho_0 q_e \frac{\vec{r}_e \vec{M}_e + c_0 M_e (\cos \theta_e - M_e)}{r_e^2 (1 - M_e \cos \theta_e)^3} \quad (2.123)$$

donde el punto sobre una variable indica diferenciación temporal¹⁶.

En la ecuación (2.123) la parte del orden de r_e^{-1} domina en el campo lejano, mientras que la parte del orden de r_e^{-2} domina en el campo próximo y puede despreciarse cuando lo que interesa es el sonido radiado en posiciones alejadas de la fuente puntual. La presión acústica en el campo lejano producida por una fuente puntual monopolar en movimiento, vendrá dada en dicha situación por:

$$4\pi p'(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0 \dot{q}_e}{r_e(1 - M_e \cos \theta_e)^2} \quad (2.124)$$

¹⁶ Se ha hecho uso de las siguientes derivadas, obtenidas mediante la aplicación de la regla de la cadena a la ecuación (2.122):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_e}{\partial t} &= \frac{1}{1 - M_e \cos \theta_e} \\ \frac{\partial r_e}{\partial t} &= -\frac{c_0 M_e \cos \theta_e}{1 - M_e \cos \theta_e} \\ \frac{\partial}{\partial t} (r_e M_e \cos \theta_e) &= \frac{\vec{r}_e \vec{M}_e - c_0 M_e^2}{1 - M_e \cos \theta_e} \end{aligned}$$



Si se comparan las ecuaciones (2.102) para una fuente puntual monopolar estacionaria y (2.124) para una fuente puntual monopolar en movimiento, se observa que en este último caso aparece un factor extra en el denominador, $(1 - M_e \cos \theta_e)$, denominado **factor Doppler**. Dicho factor es responsable de ciertas modificaciones en la amplitud y directividad del campo sonoro radiado, en el sentido de que la radiación se incrementa en la dirección del movimiento y decrece en la dirección opuesta¹⁷ (Roger, 1996). De cualquier modo, el decrecimiento siempre es menos importante que el incremento, por lo que globalmente el movimiento produce una amplificación en la potencia total radiada (amplificación convectiva), como se verá en la siguiente sección.

Consideremos ahora una fuente dipolar puntual en movimiento a lo largo de una trayectoria $\vec{x} = \vec{x}_0(t)$, en un medio acústico uniforme y en reposo. En esta situación la distribución fuente viene dada por $F_i(\vec{x}, t) = F_i(t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_0(t))$, y la correspondiente ecuación de ondas es (Grace, 2004):

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i} \left[F_i(t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_0(t)) \right] \quad (2.125)$$

La solución de esta ecuación la proporciona la fórmula de potenciales retardados, de modo que las fluctuaciones de presión son:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial y_i} \left(F_i(\tau) \delta(\vec{y} - \vec{y}_0(\tau)) \right) \frac{\delta(\tau - t + r/c_0)}{r} d\vec{y} d\tau \quad (2.126)$$

Al igual que ocurría en el caso del dipolo estacionario, la expresión anterior puede integrarse por partes respecto al volumen, y haciendo uso de la identidad $\partial(g(\vec{x} - \vec{y}))/\partial y_i = -\partial(g(\vec{x} - \vec{y}))/\partial x_i$, la presión acústica viene dada por:

$$\begin{aligned} p'(\vec{x}, t) &= -\frac{\rho_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_i(\tau) \delta(\vec{y} - \vec{y}_0(\tau)) \frac{\delta(\tau - t + r/c_0)}{r} d\vec{y} d\tau = \\ &= -\frac{\rho_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-\infty}^{\infty} F_i(\tau) \frac{\delta(\tau - t + r/c_0)}{r} d\tau \end{aligned} \quad (2.127)$$

donde $r = |\vec{x} - \vec{y}_0(\tau)|$. Aplicando ahora la identidad (2.120) de la función delta de Dirac, y particularizando para un determinado tiempo de emisión o retardado τ_e , se obtiene:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{F_{ie}}{r_e (1 - M_e \cos \theta_e)} \right) \quad (2.128)$$

donde nuevamente el subíndice e indica evaluación de las variables en el tiempo τ_e , y donde se suprimen los valores absolutos por considerarse movimiento subsónico.

¹⁷ El nombre de factor Doppler se debe a la aparición de un desplazamiento en las frecuencias de las fuentes armónicas en movimiento.



Desarrollando la derivada espacial las fluctuaciones de presión vienen dadas por la expresión¹⁸:

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\vec{r}_e \cdot \vec{F}_e - c_0 \vec{M}_e \cdot \vec{F}_e}{c_0 r_e^2 (1 - M_e \cos \theta_e)^2} + (\vec{r}_e \cdot \vec{F}_e) \frac{\vec{r}_e \cdot \vec{M}_e + c_0 (1 - M_e^2)}{c_0 r_e^3 (1 - M_e \cos \theta_e)^3} \quad (2.129)$$

En la expresión (2.129) la parte del orden de r_e^{-1} domina en el campo lejano, mientras que la parte del orden de r_e^{-2} domina en el campo próximo y puede despreciarse cuando lo que interesa es el estudio de la radiación de sonido en posiciones alejadas de la región fuente.

Como se observa en (2.129) nuevamente aparece el factor Doppler en el denominador de las fluctuaciones de presión, indicando la existencia de una amplificación convectiva (Roger, 1996).

Por último, consideremos una distribución fuente correspondiente a un cuadrupolo en movimiento subsónico en un medio acústico uniforme y en reposo. Puesto que el procedimiento de estudio es idéntico al seguido con el monopolo y el dipolo, nos limitamos a exponer el resultado. De este modo, para un cuadrupolo de ejes $(\vec{e}_{j_1}, \vec{e}_{j_2})$, las fluctuaciones de presión acústica en el campo lejano son (Roger, 1996):

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0}{4\pi c_0^2} \frac{Q''_{j_1 j_2, e}(\vec{r}_e \cdot \vec{e}_{j_1})(\vec{r}_e \cdot \vec{e}_{j_2})}{r_e^2 (1 - M_e \cos \theta_e)^3} \quad (2.130)$$

En la expresión (2.130) aparece de nuevo el factor Doppler en el denominador, pero a diferencia del caso del monopolo y el dipolo, está elevado al cubo, lo cual indica que la amplificación convectiva es más fuerte en el caso de los cuadrupolos¹⁹.

Como consecuencia del desarrollo anterior, puede deducirse además que el movimiento induce cierta directividad adicional en los patrones de las fuentes, tema sobre el que no nos extendemos aquí puesto que será objeto de estudio en la siguiente sección. Nótese también que hemos considerado una situación idealizada en la que las fuentes de masa y momento (monopolos y dipolos) están desacopladas, mientras que en una situación real estarían probablemente acopladas, puesto que generalmente una fuente de masa también produce un cambio de momento.

¹⁸ Se hace uso de las siguientes derivadas, obtenidas mediante aplicación de la regla de la cadena a la ecuación (2.122):

$$\frac{\partial r_e}{\partial x_i} = -c_0 \tau_e = \frac{\vec{r}_e}{r_e (1 - M_e \cos \theta_e)}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (r_e M_e \cos \theta_e) = \vec{M}_e - \frac{\vec{r}_e}{r_e (1 - M_e \cos \theta_e)} \left(\frac{\vec{r}_e \cdot \vec{M}_e}{c_0} - M_e^2 \right)$$

¹⁹ Este efecto es muy importante a velocidades elevadas, y es determinante en el estudio del ruido de chorro.



2.5.5. Intensidad acústica, potencia, directividad y amplificación convectiva.

Cuando se deriva la ecuación de ondas se eliminan las variables velocidad y densidad, y se elige la presión como variable independiente. Hay dos motivos que nos inducen a hacer esta elección. En primer lugar la presión es un escalar, y es más fácil trabajar con ella que con la velocidad. En la práctica, dado que podríamos usar un potencial de velocidad, esto no es un inconveniente grave. En segundo lugar y más importante, la presión es lo que oímos y medimos.

No obstante existen casos en los que necesitaremos usar otras variables. La teoría fundamental del ruido generado aerodinámicamente se basa en realidad en las fluctuaciones de densidad (las cuales se convierten en fluctuaciones de presión usando una relación lineal). Una relación de mayor importancia es la que existe entre la presión y la velocidad, puesto que a menudo la velocidad acústica es empleada como condición de contorno en los cálculos que involucran cuerpos sólidos. La ecuación de momento de Euler linealizada proporciona dicha relación:

$$\frac{\partial v'_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \quad (2.131)$$

o en otras palabras, la velocidad acústica es proporcional al gradiente de presión. En el caso de las soluciones fundamentales de la ecuación de ondas, soluciones de D'Alambert, la relación entre presión acústica y velocidad dada por la ecuación (2.131) en el campo lejano, adopta la forma (Lighthill, 1990):

$$p'(\vec{x}, t) = \rho_0 c_0 n_i \cdot v'_i(\vec{x}, t) \quad (2.132)$$

donde $\vec{n} = n_i$ es el vector unitario en la dirección de radiación. Como veremos en esta sección, la anterior relación entre presión y velocidad acústica es fundamental en el estudio del sonido radiado al campo lejano. En términos de la solución de la ecuación de ondas para el potencial de velocidad, $\phi = f(t - r/c_0)$, la presión y la velocidad se relacionan vía:

$$p' = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.133)$$

$$\vec{v}' = \nabla \phi \quad (2.134)$$

Consideremos las ecuaciones de Euler linealizadas para la masa (ecuación (2.47)) y el momento (ecuación (2.48)), para un flujo base uniforme en reposo. Multiplicando la ecuación de la masa por $\rho' c_0^2$, la ecuación de momento por v'_i , y sumando las ecuaciones resultantes, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_0 v'^2 + \frac{1}{2} \frac{c_0^2}{\rho_0} \rho'^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (p' v'_i) = 0 \quad (2.135)$$

donde el primer sumando del lado izquierdo representa la energía cinética por unidad



de volumen, el segundo representa la energía potencial por unidad de volumen, y el tercero representa la intensidad acústica instantánea \vec{I} , cantidad vectorial definida como la tasa de transporte de energía a través de la unidad de área:

$$\vec{I}(\vec{x}, t) = p'(\vec{x}, t) \vec{v}'(\vec{x}, t) \quad (2.136)$$

La intensidad acústica instantánea representa un flujo de potencia a través de una superficie, de modo que la energía acústica transmitida a través de una superficie S en un período de tiempo T viene dada por:

$$E_a = \int_0^T \iint_S \vec{I}(\vec{x}, t) \cdot d\vec{S} dt \quad (2.137)$$

donde $d\vec{S}$ es el vector elemental de superficie perpendicular a la superficie S . Sustituyendo la ecuación (2.132) en la ecuación (2.136), se obtiene la siguiente expresión para la intensidad acústica:

$$\vec{I}(\vec{x}) = \frac{\overline{p'^2}(\vec{x})}{\rho_0 c_0} \vec{n}(\vec{x}) \quad (2.138)$$

La potencia acústica promediada en el tiempo se define como la energía promedio que pasa a través de la superficie S (Hirschberg, 2004):

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{T} E_a = \frac{1}{T} \int_0^T \iint_S \frac{p'^2(\vec{x}, t)}{\rho_0 c_0} \vec{n}(\vec{x}) \cdot d\vec{S} dt = \iint_S \frac{\overline{p'^2}(\vec{x})}{\rho_0 c_0} d\vec{S}_n \quad (2.139)$$

donde S representa la superficie que rodea a la fuente. Puesto que la ecuación (2.139) se obtiene a partir de la ecuación (2.132), la superficie S debe situarse en el campo lejano de la fuente. El elemento $d\vec{S}_n$ representa un elemento diferencial de S en la dirección de propagación de la onda \vec{n} . Para una superficie esférica S rodeando a la región fuente, la potencia acústica promediada viene dada por:

$$P_{\text{rad}} = \iint_S \frac{\overline{p'^2}(\vec{x})}{\rho_0 c_0} r^2 \sin \phi d\phi d\theta \quad (2.140)$$

donde se ha empleado el sistema de coordenadas esféricas de la *Figura 2.5*.

Para las fuentes de radiación monopolar, dipolar y cuadrupolar, la intensidad acústica en el campo lejano puede escribirse en la forma general (Nelson, 1992):

$$I = I_{\text{max}} g(\theta, \phi) \quad (2.141)$$

donde el factor de directividad $g(\theta, \phi)$ es independiente de la distancia a la fuente y toma los valores $g(\theta, \phi) = 1$ para radiación monopolar y $g(\theta_m, \phi_m) = 1$ para radiación



multipolar a los ángulos θ_m y ϕ_m de intensidad máxima I_{\max} . Con frecuencia, cuando se estudia la radiación multipolar interesa calcular el promedio espacial de los valores de la intensidad acústica o de la presión sonora cuadrática media. Estas expresiones se relacionan teniendo en cuenta las ecuaciones (2.138) y (2.140):

$$\overline{p'^2} = \bar{I} \rho_0 c_0 \tag{2.142}$$

y la potencia acústica se relaciona con la intensidad acústica promedio mediante la expresión:

$$P_{\text{rad}} = 4\pi r^2 \bar{I} \tag{2.143}$$

En la *Tabla 2.I* se resumen los factores de directividad para las intensidades acústicas de las fuentes básicas en campo lejano.

Fuente	\bar{I} / I_{\max}	$I(\theta, \phi) / I_{\max} = g(\theta, \phi)$
Monopolo	1.0	1.0
Dipolo compacto	1/3	$\cos^2 \phi$
Cuadrupolo lateral	4/15	$\sin^2 2\phi \sin^2 \theta$
Cuadrupolo longitudinal	1/5	$\cos^4 \phi$

Tabla 2.I. Factores de directividad para fuentes multipolares.

En la *Figura 2.10*, *Figura 2.11* y *Figura 2.12*, se representan los patrones de directividad de las fuentes multipolares indicados en la *Tabla 2.I*.

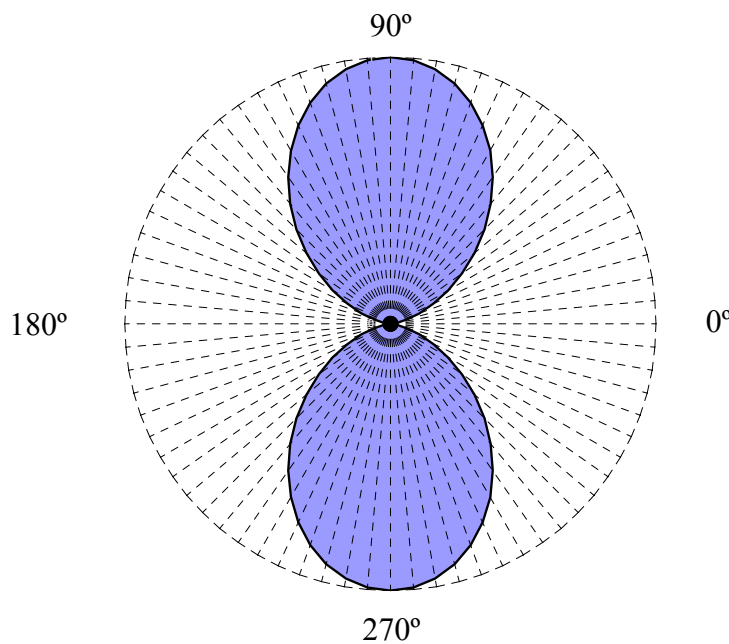


Figura 2.10. Patrón de directividad de un dipolo compacto.



Como se observa en la *Figura 2.10*, la radiación más fuerte para una fuente dipolar se produce a lo largo de la dirección $\phi=0$, mientras que en la dirección $\phi=\pi/2$ no hay radiación. Lo mismo ocurre en el caso del cuadrupolo longitudinal, como puede observarse en la *Figura 2.11*.

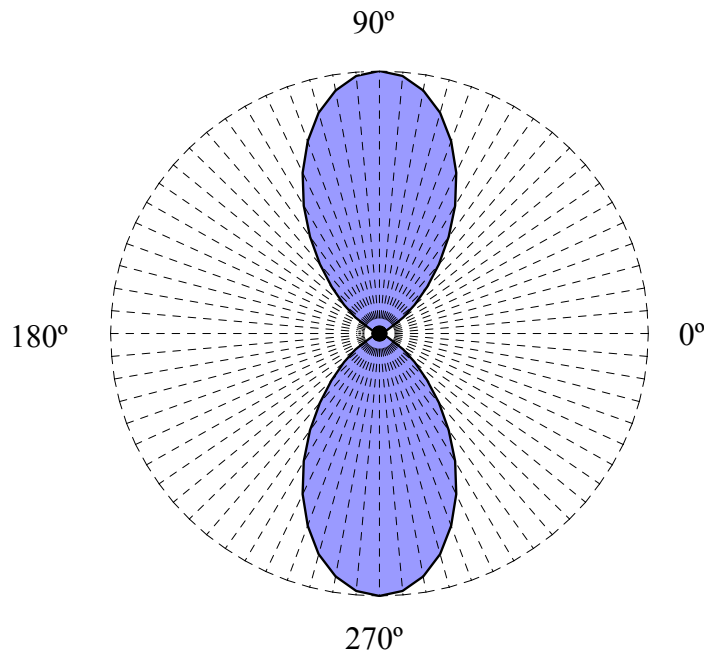


Figura 2.11. Patrón de directividad de un cuadrupolo longitudinal.

Para un cuadrupolo lateral, como se observa en la *Figura 2.12*, la máxima radiación ocurre a los ángulos $\phi=\pi/3$, mientras que en las direcciones $\phi=0$ y $\phi=\pi/2$ no hay radiación.

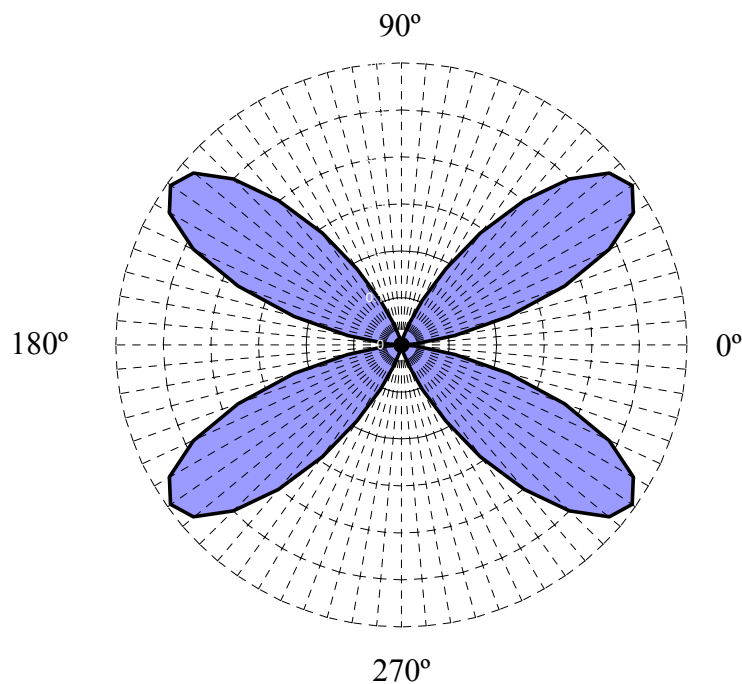


Figura 2.12. Patrón de directividad de un cuadrupolo lateral.

En el caso de fuentes de radiación multipolar en movimiento, es posible considerar un tiempo de variación característico de las coordenadas muy grande comparado con la frecuencia característica de la fuente, siempre y cuando el observador se encuentre en el campo lejano. Puede definirse entonces una intensidad específica de las fuentes, para un monopolo, un dipolo de ejes paralelos al movimiento y un dipolo de ejes perpendiculares al movimiento, respectivamente, como (Roger, 1996):

$$I_m(t) = \left(\frac{4\pi}{\rho_0} \right)^2 \frac{\overline{p'^2}}{\dot{q}^2} = \frac{1}{r_e^2 (1 - M_e \cos \theta_e)^4} \quad (2.144)$$

$$I_{d1}(t) = \left(\frac{4\pi c_0}{\rho_0} \right)^2 \frac{\overline{p'^2}}{\dot{F}^2} = \frac{\cos^2 \theta_e}{r_e^2 (1 - M_e \cos \theta_e)^4} \quad (2.145)$$

$$I_{d2}(t) = \left(\frac{4\pi c_0}{\rho_0} \right)^2 \frac{\overline{p'^2}}{\dot{F}^2} = \frac{\sin^2 \theta_e \cos^2 \phi}{r_e^2 (1 - M_e \cos \theta_e)^4} \quad (2.146)$$

Los ángulos empleados en estas expresiones son los que se muestran en la *Figura 2.13*.

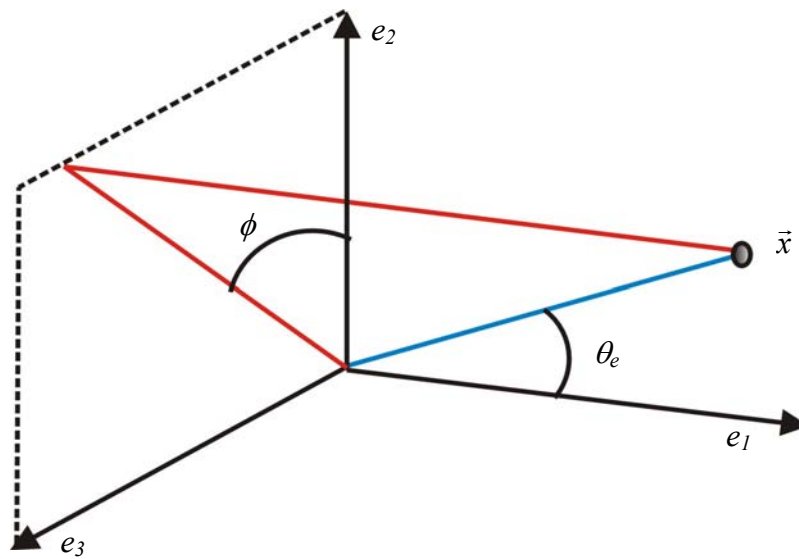


Figura 2.13. Sistema de coordenadas para las fuentes móviles.

Integrando la intensidad específica respecto a ambos ángulos sobre una esfera de radio constante, se obtiene el análogo de la potencia total radiada. Si dicha potencia se divide por la potencia total correspondiente a número de Mach cero, se obtiene la tasa de amplificación convectiva como función de M_e , que para un monopolo, un dipolo de ejes paralelos al movimiento y un dipolo de ejes perpendiculares al movimiento, es respectivamente:

$$\frac{1 + M_e^2 / 3}{(1 - M_e^2)^3} \quad (2.147)$$



$$\frac{1+3M_e^2}{(1-M_e^2)^3} \tag{2.148}$$

$$\frac{1}{(1-M_e^2)^2} \tag{2.149}$$

En la *Figura 2.14* se muestra la representación gráfica de la tasa de amplificación convectiva para las fuentes previas. Se observan bastantes diferencias entre las distintas fuentes, de modo que la amplificación convectiva dependerá en gran medida del tipo de fuente considerada. El dipolo paralelo es el más afectado por el movimiento puesto que su dirección de máxima radiación coincide con la dirección de máxima amplificación convectiva. En cambio, el dipolo perpendicular está mucho menos afectado por el movimiento puesto que su dirección de radiación máxima coincide con la dirección en que la amplificación convectiva tiene un mínimo. Como conclusión, puede decirse que para números de Mach mayores que 0.5, que son los de interés en aeronáutica, la amplificación convectiva de las fuentes no puede ser ignorada.

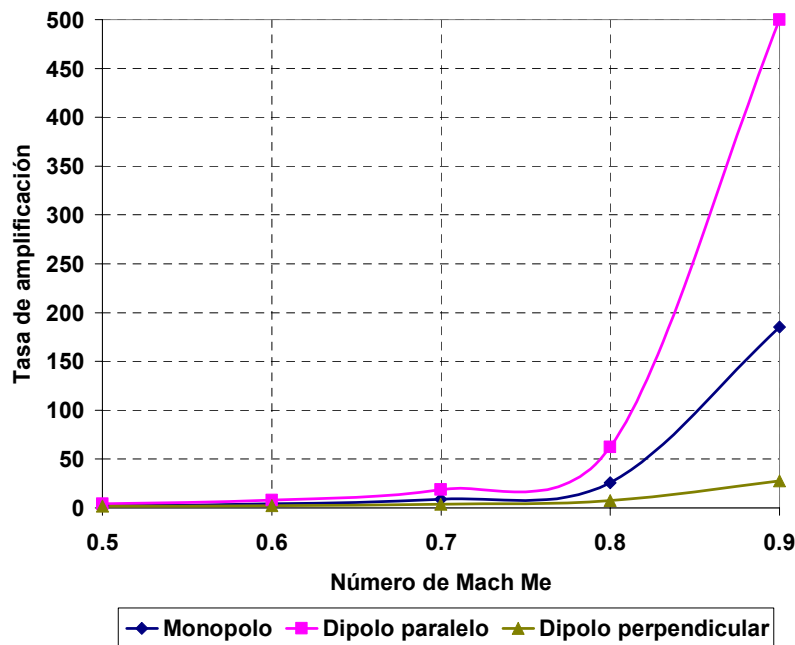


Figura 2.14. Tasa de amplificación convectiva en función del número de Mach.

2.5.6. Descripción del sonido.

La principal propiedad medida del sonido es la presión p' en un punto. Puesto que el sonido es un fenómeno dinámico la presión acústica es una cantidad variable en el tiempo. Convencionalmente el sonido medido se expresa en función del promedio temporal del cuadrado de la presión acústica o presión cuadrática media (rms):

$$\overline{p'^2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} p'^2(t) dt \tag{2.150}$$



con promedio temporal cero $\overline{p'} = 0$. La anterior es una medida útil del sonido pero tiene el inconveniente de que las presiones acústicas de interés varían en un rango de valores muy amplio. Para tratar con números manejables se introduce una escala logarítmica en la cual el nivel de presión sonora se define como:

$$SPL = 10 \log \frac{\overline{p'^2}}{p_{\text{ref}}^2} \quad (2.151)$$

donde la presión de referencia tiene un valor de 20 μPa . Las unidades del SPL son dB.

La transmisión del sonido se estudia generalmente sobre la base de la potencia, por lo que se define también un nivel de potencia sonora como sigue:

$$SPW = 10 \log \left(\frac{P}{P_{\text{ref}}} \right) \quad (2.152)$$

donde la potencia sonora de referencia tiene un valor de 10^{-12} W. Finalmente, el nivel de intensidad sonora se define como:

$$IL = 10 \log \left(\frac{I}{I_{\text{ref}}} \right) \quad (2.153)$$

donde la intensidad de referencia tiene un valor de 10^{-12} W/m².

2.6. ANALOGÍA AEROACÚSTICA DE Lighthill.

En los apartados previos se abordó el estudio de los problemas de generación de ruido por fuentes aeroacústicas mediante una teoría clásica basada en la aplicación de un proceso de linealización a un flujo base uniforme y en reposo, gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes, de modo que se despreciaban todos los términos no lineales. No obstante, las ecuaciones de gobierno de la Mecánica de Fluidos son ecuaciones fundamentalmente no lineales, y cuando se aborda el estudio del ruido generado por un flujo subsónico en régimen turbulento con un número de Reynolds elevado, los términos inerciales no lineales de la ecuación del movimiento cobran mucha mayor relevancia que los términos viscosos.

Para describir correctamente los flujos anteriores es necesario aplicar el proceso de linealización a las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos para un flujo base arbitrario, apareciendo entonces dos complicaciones importantes. Por una parte, la ecuación que se obtiene tras aplicar un proceso de linealización a un flujo base arbitrario es mucho más complicada que la ecuación de ondas lineal obtenida mediante la Teoría Aeroacústica Clásica, y las herramientas matemáticas empleadas para resolverla, en particular, la técnica de las funciones de Green, no son aplicables en dicha situación. Por otra parte, la nueva ecuación, no lineal, tendrá diversos tipos de soluciones ondulatorias, además de las correspondientes al campo acústico, lo que conlleva al problema de desacoplar dichas soluciones para obtener la parte puramente acústica. En consecuencia, para poder aplicar una técnica analítica, similar a la de la Teoría Aeroacústica Clásica, a un



problema de predicción de ruido real, será necesario realizar una serie de hipótesis o aproximaciones²⁰ (Grace, 2004).

Pueden emplearse varias estrategias para abordar el problema. Una de ellas, consiste en considerar las ondas acústicas como parte del campo de flujo completo, de modo que se resuelve el sistema completo de ecuaciones de la Mecánica de Fluidos. El sonido sería la parte del campo que domina a distancias alejadas de la región de flujo. Esta aproximación – base de la Aeroacústica Computacional (CAA) – aunque muy atractiva a primera vista, está limitada hoy en día a geometrías muy simples casi siempre bidimensionales, puesto que la descripción de las ondas acústicas requiere de una elevada exactitud espacial como consecuencia de que las fluctuaciones son muy débiles, y de una elevada resolución temporal especialmente a las frecuencias más altas, que generalmente son las de interés (Djambazov, 1998a). No obstante, el hecho de que el sonido es en cierto sentido una pequeña perturbación del flujo puede emplearse para obtener soluciones aproximadas, y para este propósito, se han desarrollado las analogías aeroacústicas, entre las cuales, la de uso más extendido es la **analogía aeroacústica de Lighthill**, quien la formuló en 1952 (Lighthill, 1952) y (Lighthill, 1954).

Una analogía aeroacústica consiste en una reformulación de las ecuaciones de gobierno de la Mecánica de Fluidos que permite separar los mecanismos de generación de sonido de los mecanismos de propagación del mismo. La parte del flujo en la que se genera el sonido se denomina *región fuente*, mientras que la parte del flujo en la que se propaga el sonido y donde se coloca el punto de observación del mismo se denomina *región de propagación* o *flujo de referencia*. La *Figura 2.15* ilustra la separación del flujo en estas dos regiones. La diferencia entre el campo de flujo real y una extrapolación del flujo de referencia a la región fuente define la *fuentes de sonido*.

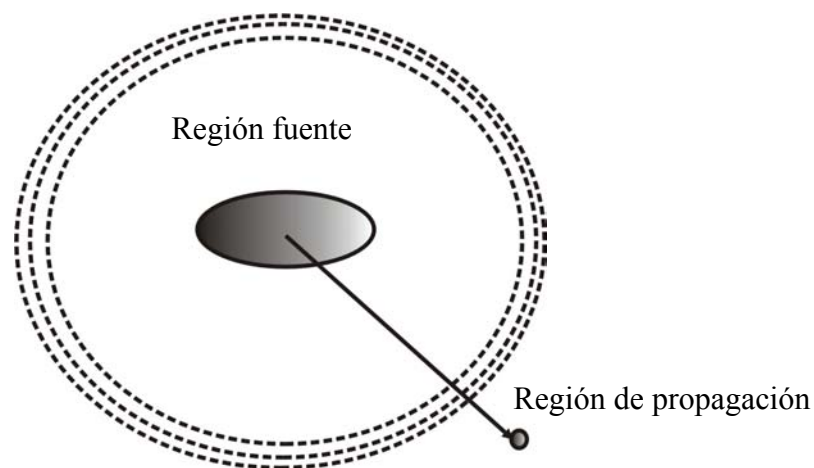


Figura 2.15. Separación del campo de flujo real.

Por tanto, la analogía aeroacústica considera fuentes acústicas clásicas equivalentes radiando como si todo el medio fluido estuviera en reposo. La distinción

²⁰De hecho, un gas puede presentar tres modos diferentes de oscilación: por una parte el modo vortical y el modo de entropía, y por otra parte, el modo acústico. Los tres modos estarán desacoplados cuando las oscilaciones sean pequeñas y el flujo base sea el medio uniforme en reposo o en movimiento uniforme. En el momento en que el flujo base presente inhomogeneidades los tres modos se acoplan y es muy difícil separarlos.

entre la región fuente y la región de propagación requiere un profundo conocimiento del flujo en el que se desarrolla el problema, cuestión que puede ser hartamente complicada en muchas ocasiones. Como ventaja adicional, las analogías aeroacústicas permiten emplear ecuaciones integrales (técnica de las funciones de Green) como solución formal, de modo que los errores aleatorios tienden a suavizarse. En este apartado se describe la formulación teórica de la analogía aeroacústica de Lighthill, mientras que en el apartado posterior se describe una forma alternativa de la misma conocida como **analogía de Powell y Howe**, desarrollada para el estudio de la teoría de los vórtices de sonido.

El objetivo fundamental de la analogía aeroacústica de Lighthill es estimar el sonido producido por un campo de flujo fluctuante, empleando para ello una metodología consistente en la separación del problema en dos partes, una primera parte dirigida a la caracterización del campo de flujo fluctuante a partir de principios de la Mecánica de Fluidos que no guarden relación con la propagación de perturbaciones acústicas en el medio, y una segunda parte dirigida a la estimación del sonido generado por dicho campo de flujo. Como consecuencia de la separación del problema aeroacústico en dos partes, la analogía no puede aplicarse a todos aquellos fenómenos en los que el sonido producido pueda a su vez tener una influencia significativa sobre el campo de flujo fluctuante que lo genera. No obstante, dado que las perturbaciones acústicas son de magnitud bastante inferior a las perturbaciones del movimiento que las provoca, dicha influencia reversa sólo será importante cuando en las proximidades de la región de flujo existan dispositivos amplificadores del sonido. En otras palabras, la analogía se concibe para aplicarse a problemas aeroacústicos que se desarrollen en el campo libre, es decir, en flujos no acotados (sin contornos sólidos), de modo que no se contemplan los fenómenos de reflexión, difracción, absorción o dispersión que provocan dichos contornos, y el sonido se considera generado únicamente por la turbulencia del campo libre. La analogía aeroacústica permite entonces obtener una ecuación de ondas conocida como **ecuación de Lighthill**, que se deriva a continuación.

2.6.1. Ecuación de Lighthill.

Para derivar la ecuación de Lighthill siguiendo la metodología indicada en los párrafos anteriores se considera un campo de flujo fluctuante limitado a una cierta región pequeña de un volumen de fluido, de forma que el resto del fluido permanezca en reposo. De este modo es posible comparar las ecuaciones de gobierno de las fluctuaciones de densidad²¹ en el flujo real con las correspondientes a un campo acústico uniforme en reposo que coincidirá con dicho flujo real fuera de la región fuente (Roger, 1996). La diferencia entre ambos conjuntos de ecuaciones puede considerarse como el efecto de un campo de fuerzas externas fluctuantes actuando sobre el medio acústico uniforme en reposo. Si el campo de fuerzas externas fluctuantes se determina a priori a partir del estudio del campo de flujo real mediante procedimientos fluidodinámicos, y dicho campo actúa sobre el medio acústico uniforme en reposo, el sonido radiado estará gobernado por las leyes ordinarias de la Aeroacústica.

Existen dos razones fundamentales que llevaron a Lighthill en su formulación original a adoptar esta metodología. En primer lugar, puesto que no se considera la

²¹En su formulación original, Lighthill escogió derivar la ecuación de ondas para las fluctuaciones de densidad en lugar de las fluctuaciones de presión. En fluidos isentrópicos, ambas fluctuaciones se relacionan directamente a través de la velocidad del sonido.



influencia del sonido sobre el campo de flujo que lo genera, puede considerarse el sonido como forzado por un campo de fuerzas externas fluctuantes, de modo análogo a lo que ocurre con una oscilación forzada. En segundo lugar, si el campo libre se toma como el medio acústico uniforme en reposo, no es necesario considerar las modificaciones que sobre el sonido resultante ejercería el movimiento del medio (convección con la turbulencia, propagación a velocidad variable, etc.), que por lo general son difíciles de cuantificar, pero que de esta forma son reemplazadas por términos fuente equivalentes (Lighthill, 1952).

Se reformulan entonces las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos en orden a derivar una ecuación de ondas sin introducir a priori ninguna hipótesis y sin emplear el proceso de linealización. Las ecuaciones exactas de conservación de la masa y del momento en ausencia de términos fuente son:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \quad (2.154)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j) = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.155)$$

donde $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$, es el tensor de tensiones, siendo p la presión estática y τ_{ij} el tensor de tensiones viscosas.

Si se toma la derivada temporal de la ecuación (2.154) y se le resta la divergencia de la ecuación (2.155), se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 (\rho v_i v_j - \tau_{ij})}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.156)$$

Si en la ecuación (2.156) se suma a ambos lados de la igualdad el término $-c_0^2 \partial^2 \rho / \partial x_i^2$, donde c_0 es una velocidad constante, la ecuación no varía, y se obtiene así un operador de ondas actuando sobre el lado izquierdo de dicha ecuación:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 (\rho v_i v_j - \tau_{ij})}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial^2 (p - c_0^2 \rho)}{\partial x_i^2} \quad (2.157)$$

La clave consiste en comparar la ecuación previa con la que se obtendría, bajo condiciones normales, para un medio acústico uniforme y en reposo en el que se introducen las perturbaciones siguientes:

$$\rho' = \rho - \rho_0 \quad (2.158)$$

$$p' = p - p_0 \quad (2.159)$$

$$v'_i = v_i - v_{i0} \quad (2.160)$$

donde ρ_0 , p_0 y v_{i0} , son respectivamente la densidad, la presión y la velocidad en la región de propagación de las ondas que se considera como la región de referencia.



Además, por tratarse de un medio acústico uniforme y en reposo se cumple que $v_{i0} = 0$ y la densidad ρ_0 , y la presión p_0 , son constantes. Introduciendo las perturbaciones en la ecuación (2.157), se obtiene la **ecuación de Lighthill**:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.161)$$

donde T_{ij} es el **tensor de tensiones de Lighthill**, definido como:

$$T_{ij} = \rho v_i v_j + (p' - c_0^2 \rho') \delta_{ij} - \tau_{ij} \quad (2.162)$$

La ecuación de Lighthill es una ecuación de ondas aplicable directamente a las fluctuaciones de densidad, $\rho' = \rho - \rho_0$. Cuando se aplica a un problema real de aeroacústica la ecuación (2.161) se reduce a una ecuación de ondas homogénea a distancias alejadas de la región fuente, puesto que todos los términos del lado derecho se anulan. De acuerdo a las hipótesis razonables relacionadas con la propagación de ondas acústicas, el término $\rho v_i v_j$, conocido como *tensor de tensiones fluctuantes de Reynolds*, puede despreciarse en el campo acústico que rodea la región fuente, así como también pueden despreciarse las pérdidas debidas a la fricción, τ_{ij} , y la conducción de calor, para distancias de propagación comparables a la longitud de onda. En la aproximación lineal la contribución $(p' - c_0^2 \rho')$ se anula cuando se identifica la velocidad constante c_0 , con la velocidad isentrópica del sonido en esa región: $c_0^2 = (\partial p / \partial \rho)_s$.

El término que aparece en el lado derecho de la ecuación (2.161) define las fuentes acústicas equivalentes correspondientes a un medio acústico uniforme y en reposo en la posición del observador y para la variable acústica ρ' . Dependiendo del problema a estudiar es posible realizar una elección diferente del flujo de referencia y de la variable acústica. Por ejemplo, para el medio acústico uniforme y en reposo es posible escribir la ecuación de Lighthill para la presión en lugar de la densidad:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho v_i v_j - \tau_{ij}) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p'}{c_0^2} - \rho' \right) \quad (2.163)$$

que también es directamente aplicable a las fluctuaciones de presión acústica, $p' = p - p_0$. No obstante, la ecuación (2.163) es menos habitual que la ecuación (2.161), puesto que las fluctuaciones de densidad están relacionadas directamente con los efectos de compresibilidad, mientras que las fluctuaciones de presión pueden existir para compensar aceleraciones inerciales en el fluido. La producción de sonido como consecuencia de la transferencia no estacionaria de calor o por la combustión (Polifke, 2004), constituyen ejemplos en los que el análisis se simplifica cuando se emplean las fluctuaciones de presión acústica p' .

El tensor de Lighthill, T_{ij} , incorpora tres procesos aeroacústicos básicos que resultan en la generación de sonido. Por una parte la convección con el flujo a través de



las fuerzas convectivas no lineales descritas por el tensor de tensiones fluctuantes de Reynolds, $\rho v_i v_j$, por otra la disipación gradual del sonido por la viscosidad a través del tensor de tensiones viscosas, τ_{ij} , y finalmente, la desviación de un comportamiento isentrópico del sonido a través del término $(p' - c_0^2 \rho')$. Matemáticamente el tensor de Lighthill corresponde a una distribución de cuadrupolos acústicos.

2.6.2. Discusión de la analogía de Lighthill.

La ecuación de Lighthill se deduce a partir de las ecuaciones generales de la Mecánica de Fluidos, y por lo tanto es una ecuación totalmente exacta que tiene en cuenta todos los posibles procesos aeroacústicos, como son la generación de sonido por las no uniformidades del flujo, la propagación del sonido a través del flujo y la disipación del sonido por la viscosidad o la conducción del calor. Lo anterior hace que la ecuación de Lighthill no sea más fácil de resolver que las ecuaciones originales del movimiento. De hecho, para derivar la ecuación de Lighthill se hizo uso de cuatro ecuaciones, la conservación de la masa y las tres ecuaciones de conservación del momento. Como consecuencia, en el término fuente de la ecuación (2.161) está implícito el campo acústico, lo que excluye la aplicación de la técnica de las funciones de Green para obtener la solución de la ecuación de Lighthill. Por tanto, será necesario realizar una serie de aproximaciones para evaluar el tensor de Lighthill con vistas a convertirlo en un verdadero término fuente de la ecuación de ondas (2.161).

Lighthill propuso algunas simplificaciones basándose en el hecho de que el mecanismo dominante en la generación de sonido es la mezcla del flujo, especialmente a números de Reynolds elevados (Lighthill, 1952). Cuando el número de Reynolds del flujo es elevado, es decir, cuando el flujo es muy turbulento, los efectos viscosos son mucho menos importantes que los efectos inerciales, de modo que el tensor de tensiones viscosas puede depreciarse frente a las tensiones fluctuantes de Reynolds, $\rho v_i v_j$.

Por otra parte, en el tensor de Lighthill el término $(p' - c_0^2 \rho')$ representa todos los efectos debidos a las no uniformidades de la entropía. Puede tener gran relevancia para chorros calientes con gradientes elevados de temperatura (Polifke, 2004), pero si por el contrario se enfatiza el ruido de mezcla y la temperatura se mantiene prácticamente uniforme, se sostendrá la hipótesis de que el flujo es isentrópico y por tanto, $p' - c_0^2 \rho' = 0$, incluso en la región del flujo a condición de que el número de Mach sea razonablemente bajo.

Aún así, el campo acústico tiene una contribución en las tensiones fluctuantes de Reynolds. No obstante, la condición de número de Mach bajo asegura que el flujo se desarrolle prácticamente como incompresible, de modo que el orden de magnitud de las fluctuaciones de velocidad asociadas con las ondas acústicas es mucho menor que el orden de magnitud de las velocidades en el flujo turbulento y se cumple que $\rho v_i v_j \approx \rho_0 v_i v_j$. Finalmente el tensor de tensiones de Lighthill se reduce a la forma:

$$T_{ij} \approx \rho_0 v_i v_j \quad (2.164)$$

donde \vec{v} es el campo de velocidades en el flujo limpio de parte acústica.



Las aproximaciones anteriores equivalen a considerar el término (2.164) como el término principal, y todos los demás como contribuciones de orden superior, de modo que la ecuación de Lighthill se convierte en una ecuación explícita que puede resolverse mediante la técnica de las funciones de Green. En la práctica, la expresión (2.164) del término fuente es una aproximación incompresible al campo de flujo real.

2.6.3. Resolución de la ecuación de Lighthill.

Empleando la aproximación (2.164) del tensor T_{ij} , la ecuación de Lighthill toma la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 (\rho_0 v_i v_j)}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.165)$$

donde el término fuente corresponde a una distribución de cuadrupolos, de modo que la solución en forma integral de la ecuación (2.165) puede obtenerse mediante aplicación directa de las fórmulas para la radiación cuadrupolar desarrolladas en apartados anteriores.

Por ejemplo, el término $-\partial T_{i1} / \partial x_1$ es equivalente (cuando $\varepsilon \rightarrow 0$) a dos campos dipolares, uno representado por $\varepsilon^{-1} T_{i1}(x_1, x_2, x_3)$ y otro representado por $\varepsilon^{-1} T_{i1}(x_1 + \varepsilon, x_2, x_3)$. Los dos juntos constituyen un cuadrupolo de intensidad vectorial T_{i1} , cuyos ejes están en la dirección de T_{i1} y de x_1 .²² Por tanto, el campo de tensiones emitirá sonido como tres campos cuadrupolares, asociados a las intensidades vectoriales T_{i1} , T_{i2} y T_{i3} , pero el total puede ser considerado como un único campo cuadrupolar cuya intensidad por unidad de volumen es el tensor de tensiones T_{ij} (Lighthill, 1952).

Mediante aplicación de la técnica de las funciones de Green y de la función de Green del campo libre, la solución de la ecuación (2.165) para las fluctuaciones de densidad acústica viene dada por:

$$(\rho - \rho_0)(\vec{x}, t) = \rho'(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 T_{ij}(\vec{y}, \tau) \delta(\tau - t + r/c_0)}{\partial y_i \partial y_j} \frac{d\vec{y} d\tau}{r} \quad (2.166)$$

donde $r = |\vec{x} - \vec{y}|$ es el vector de posición entre la fuente y el observador. Integrando por partes dos veces respecto al volumen la expresión anterior y haciendo uso de la propiedad de simetría que establece que: $\partial^2 (g(\vec{x} - \vec{y})) / \partial y_i \partial y_j = \partial^2 (g(\vec{x} - \vec{y})) / \partial x_i \partial x_j$, la ecuación (2.166) se convierte en:

$$\rho'(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T_{ij}(\vec{y}, t - r/c_0)}{r} d\vec{y} \quad (2.167)$$

²²Cuando un cuadrupolo está formado por dipolos iguales y opuestos con ejes en una dirección cuya posición relativa está en otra dirección, estas dos direcciones se denominan ejes del cuadrupolo. Cuando los ejes coinciden el cuadrupolo se llama longitudinal, y si son perpendiculares se denomina lateral.



donde $t - r/c_0$ es el tiempo retardado o de emisión.

Cuando el observador se sitúa en posiciones alejadas de la región fuente, esto es, en el campo lejano ($r \approx |\vec{x}|$), es posible introducir en (2.167) el cambio de variables $\partial^2 / \partial x_i \partial x_j \rightarrow (1/c_0^2)(x_i x_j / |\vec{x}|)(\partial^2 / \partial t^2)$ (Hirschberg, 2004). De este modo las fluctuaciones de densidad acústica percibidas por un observador en el campo lejano vienen dadas por:

$$\rho'(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^4} \frac{x_i x_j}{|\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} T_{ij}(\vec{y}, t - r/c_0) d\vec{y} = \frac{1}{4\pi c_0^4} \frac{x_i x_j}{|\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} [\rho_0 v_i v_j] d\vec{y} \quad (2.168)$$

donde los corchetes indican evaluación de las variables correspondientes en el tiempo retardado. La expresión (2.168) para el campo de sonido radiado al campo lejano proporciona resultados exactos para la energía total radiada y su distribución direccional, puesto que solo los términos que decrecen como el inverso de la quinta potencia del vector de posición son excluidos.

La intensidad del sonido en un punto puede calcularse en función del valor cuadrático medio de las fluctuaciones de densidad, dadas por la ecuación (2.168):

$$I(\vec{x}) = \frac{c_0^3}{\rho_0} \overline{\rho'^2(\vec{x}, t)} \quad (2.169)$$

de modo que la potencia acústica total radiada, se obtiene integrando la intensidad sonora sobre una esfera de radio muy grande comparado con las dimensiones de la región fuente.

Puesto que en (2.168) las fluctuaciones de densidad acústica se escriben en función de una derivada temporal, el valor medio con respecto al tiempo en cualquier punto de las mismas es cero, de modo que el valor rms de dichas fluctuaciones se obtiene elevando al cuadrado la expresión (2.168):

$$I(\vec{x}) = \frac{1}{16\pi^2 \rho_0 c_0^5} \frac{x_i x_j x_k x_l}{|\vec{x}|^6} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2}{\partial t^2} T_{ij}(\vec{y}, t - r/c_0) \frac{\partial^2}{\partial t^2} T_{kl}(\vec{z}, t - r/c_0) d\vec{y} d\vec{z} \quad (2.170)$$

donde el vector de posición coincide aproximadamente con la posición del observador, $r \approx |\vec{x}|$, por encontrarse este último en el campo lejano.

Para obtener la potencia acústica se integra la expresión (2.170) sobre una esfera S de radio grande, teniendo en cuenta que:

$$\int_S \frac{x_i x_j x_k x_l}{|\vec{x}|^6} dS = \frac{4\pi}{15} (\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (2.171)$$

de modo que dicha potencia es:



$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{60\pi\rho_0 c_0^5} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\overline{\frac{\partial^2 T_{ii}(\vec{y}, t-r/c_0)}{\partial t^2} \frac{\partial^2 T_{kk}(\vec{z}, t-r/c_0)}{\partial t^2}} + 2 \overline{\frac{\partial^2 T_{ij}(\vec{y}, t-r/c_0)}{\partial t^2} \frac{\partial^2 T_{ij}(\vec{z}, t-r/c_0)}{\partial t^2}} \right] d\vec{y} d\vec{z} \quad (2.172)$$

Denotando como $\sigma^2 \{f(t)\}$, el valor cuadrático medio de una función $f(t)$, la expresión (2.172) puede escribirse como:

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{60\pi\rho_0 c_0^5} \left[\sigma^2 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 T_{ii}(\vec{y}, t-r/c_0)}{\partial t^2} d\vec{y} \right\} + 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sigma^2 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 T_{ij}(\vec{y}, t-r/c_0)}{\partial t^2} d\vec{y} \right\} \right] \quad (2.173)$$

donde el segundo término del lado derecho pone de manifiesto que cada uno de los nueve campos cuadrupolares, T_{ij} , contribuye de manera independiente a la generación de potencia acústica.

En ocasiones puede ser interesante – y más sencillo – analizar el sonido respecto a un sistema de referencia en movimiento uniforme con respecto al medio acústico no perturbado (Bauer, 1995). En dicha situación es necesario introducir algunas modificaciones en la solución de la ecuación de Lighthill para la distribución fuente cuadrupolar. Consideremos el tensor de tensiones de Lighthill dado por la expresión (2.164) y supongamos que las velocidades se miden respecto al medio acústico no perturbado en términos de un sistema de coordenadas de orientación constante cuyo origen se mueve a una velocidad uniforme dada por $c_0 \vec{M}$, siendo $M < 1$ (movimiento subsónico). Si los ejes de referencia móviles se escogen de modo que coincidan con los ejes de referencia fijos en un instante t , el valor en tiempo retardado del tensor de tensiones de Lighthill que aparece en la ecuación (2.167) se describe como:

$$T_{ij} \left(\vec{\eta}, t - \frac{|\vec{x} - \vec{y}|}{c_0} \right) \quad (2.174)$$

donde el cambio entre sistemas de coordenadas viene dado por $\vec{\eta} = \vec{y} + \vec{M} |\vec{x} - \vec{y}|$, ya que los ejes móviles se desplazan una distancia $\vec{M} |\vec{x} - \vec{y}|$ en el tiempo que tarda el sonido en viajar desde la posición \vec{y} hasta la posición \vec{x} . El jacobiano de la transformación entre sistemas de coordenadas viene dado por:

$$d\vec{\eta} = d\vec{y} \left(1 - \frac{\vec{M} \cdot (\vec{x} - \vec{y})}{|\vec{x} - \vec{y}|} \right) \quad (2.175)$$

Sustituyendo (2.175) en la ecuación (2.167) se obtienen las fluctuaciones de densidad acústica para un sistema de referencia en movimiento uniforme:



$$\rho'(\bar{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^{\infty} T_{ij} \left(\bar{\eta}, t - \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{c_0} \right) \frac{d\bar{\eta}}{|\bar{x} - \bar{y}| - \vec{M} \cdot (\bar{x} - \bar{y})} \quad (2.176)$$

Cuando el observador se sitúa en el campo lejano la diferenciación espacial de la ecuación (2.176) se aplica únicamente al tensor T_{ij} . Siguiendo un procedimiento similar al empleado con el sistema de referencia fijo y teniendo en cuenta que la derivada espacial del vector de posición se calcula como:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} |\bar{x} - \bar{y}| = \frac{x_i - y_i}{|\bar{x} - \bar{y}| - \vec{M} \cdot (\bar{x} - \bar{y})} \quad (2.177)$$

la expresión (2.176) se convierte en:

$$\rho'(\bar{x}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x_i - y_i)(x_j - y_j)}{(|\bar{x} - \bar{y}| - \vec{M} \cdot (\bar{x} - \bar{y}))^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(T_{ij} \left(\bar{\eta}, t - \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{c_0} \right) \right) d\bar{\eta} \quad (2.178)$$

proporcionando las fluctuaciones de densidad acústica para un observador alejado de la región fuente. Comparando las ecuaciones (2.168) y (2.178) se observa que en esta última aparece un término extra en el denominador, correspondiente como se discutió en un apartado anterior, al factor Doppler, dando lugar a una amplificación convectiva en el sentido de que el sonido se incrementa en la dirección del movimiento y disminuye en la dirección opuesta.

Puesto que los campos turbulentos están dominados por el movimiento vortical, en ocasiones puede ser conveniente escribir el término fuente cuadrupolar de la ecuación de Lighthill en términos de la vorticidad local, es decir, derivar una forma alternativa de la analogía aeroacústica que dependa directamente de la vorticidad. Consideremos el tensor de tensiones de Lighthill dado por la expresión (2.164). El vector velocidad puede relacionarse con el vector vorticidad a través de la ley de Biot – Savart:

$$\vec{v} = \nabla \times \left(\int \frac{\vec{\omega}(\vec{y}) d\vec{y}}{4\pi |\vec{x} - \vec{y}|} \right) \quad (2.179)$$

Haciendo uso de la identidad vectorial $(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{v} + \nabla \left(\frac{1}{2} v^2 \right)$, Powell y Howe propusieron una representación alternativa del tensor de tensiones de Lighthill (Schram, 2003):

$$\frac{\partial^2 (v_i v_j)}{\partial x_i \partial x_j} = \nabla \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v}) + \nabla^2 \left(\frac{1}{2} v^2 \right) \quad (2.180)$$

donde el término fuente aparece compuesto por una fuente de tipo dipolar y una fuente de tipo cuadrupolar, de modo que para flujo isentrópico la solución de la ecuación de Lighthill con el término fuente (2.180) se obtiene mediante aplicación directa de la técnica de las funciones de Green para distribuciones dipolares y cuadrupolares. De este



modo, para un observador en el campo lejano las fluctuaciones de densidad acústica vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \rho'(\vec{x}, t) = & -\frac{\rho_0 x_i}{4\pi c_0^3 |\vec{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \int (\vec{\omega} \times \vec{v})_i \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x} - \vec{y}|}{c_0} \right) d\vec{y} + \\ & + \frac{\rho_0 x_i x_j}{4\pi c_0^4 |\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \frac{1}{2} v^2 \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x} - \vec{y}|}{c_0} \right) d\vec{y} \end{aligned} \quad (2.181)$$

Para flujo incompresible, es decir a número de Mach bajo, cuando el tiempo retardado puede despreciarse el primer término de la ecuación (2.181) se escala como $(l\rho_0 v^2 M^2)/|\vec{x}|$, mientras que el segundo término de (2.181) se escala como $(l\rho_0 v^2 M^4)/|\vec{x}|$, siendo l el tamaño típico de los remolinos turbulentos del flujo. Por tanto, para flujos con número de Mach bajo el primer término domina sobre el segundo y el tensor de Lighthill adopta la forma:

$$\rho_0 \nabla \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v}) \quad (2.182)$$

que se conoce como **término fuente de Powell–Howe**. De cualquier modo, para flujos en el campo libre el término fuente de Powell–Howe escrito en forma dipolar debe degenerar en un campo cuadrupolar, lo que significa que necesariamente el producto $(\vec{\omega} \times \vec{v})$ debe tener integral nula y por tanto puede expresarse como un gradiente. En un apartado subsiguiente se abordará nuevamente y con mayor extensión las formulaciones de Powell y Howe.

Otras formas alternativas de la analogía aeroacústica de Lighthill, así como de los términos fuente que aparecen en ella, pueden consultarse en (Freund, 2001), (Morris), (Goldstein, 2001) y (Ristorcelli).

2.6.4. Ley de la octava potencia de Lighthill.

Cuando el punto de observación del sonido se sitúa en el campo lejano, la escala de longitud local relevante es la longitud de onda acústica. En la *Figura 2.16* se muestran los parámetros relevantes para el flujo de un chorro en una boquilla. Asumimos que la producción del sonido está dominada por estructuras turbulentas que se escalan con el diámetro de la boquilla L y cuya velocidad por convección típica se escala como V , de modo que la escala temporal del flujo será del orden de L/V (Carley, 2001).

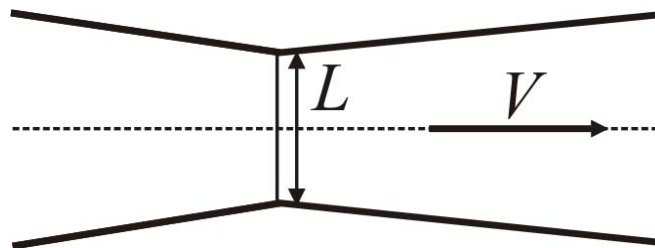


Figura 2.16. Dimensiones para el ruido de chorro.



Asumimos además una región fuente compacta, es decir, pequeña comparada con la longitud de onda acústica. De este modo el tensor de tensiones fluctuantes de Reynolds se escala como $\rho_0 V^2$, y el volumen de integración se escala como L^3 , de modo que el orden de magnitud de las fluctuaciones de presión acústica puede obtenerse a partir del escalamiento de la ecuación (2.168):

$$p' = c_0^2 \rho' \propto \frac{V^2}{c_0^2 L^2} \frac{\rho_0 V^2 L^3}{|\bar{x}|} = \rho_0 M^2 V^2 \frac{L}{|\bar{x}|} = \rho_0 c_0^2 M^4 \frac{L}{|\bar{x}|} \quad (2.183)$$

donde \bar{M} es el número de Mach del flujo. El orden de magnitud de la intensidad sonora, se obtiene en términos de $\overline{\rho'^2}$:

$$I \propto \left(\frac{\rho_0 L}{4\pi |\bar{x}|} \right)^2 M^8 \quad (2.184)$$

de forma que finalmente la potencia acústica radiada se escala como:

$$P_{\text{rad}} = \frac{4\pi |\bar{x}|^2}{\rho_0 c_0} p'^2 \propto \rho_0 c_0^3 L^2 M^8 \quad (2.185)$$

expresión que constituye la famosa **ley de Lighthill de la octava potencia** para el sonido radiado por la turbulencia en un flujo a número de Mach bajo. La ley (2.185) fue derivada antes de que se dispusiese de datos experimentales para confirmarla, representando un triunfo de la teoría sobre el experimento. Antes de la derivación de la ley de la octava potencia, la mayoría de las mediciones de ruido de chorro indicaban una dependencia del ruido con la cuarta potencia del número de Mach del flujo. Tras la publicación del resultado (2.185) de Lighthill, se reconoció que la cuarta potencia estaba asociada con las fuentes de ruido dentro del propio motor en lugar de con la mezcla turbulenta del chorro a la salida del mismo.

La ecuación (2.185) pone de manifiesto que la turbulencia en el campo libre es un mecanismo ineficiente de generación de ruido. A medida que el número de Mach del flujo se aproxima a la unidad, se produce un cambio drástico en las características del sonido emitido, puesto que la región fuente ya no puede considerarse compacta y además es posible la aparición de ondas de choque en el chorro (Meadows, 1997).

2.6.5. Sonido y pseudo-sonido.

La analogía aeroacústica de Lighthill pone de manifiesto que cuando el sonido es generado por un flujo no estacionario sólo una pequeña parte de la energía asociada con las fluctuaciones de presión es radiada como sonido, es decir, el sonido es un subproducto de los flujos, de forma que el flujo puede considerarse sin contribuciones acústicas y por tanto prácticamente incompresible.

El movimiento recíproco local de las partículas del fluido equilibra, casi en su totalidad, el movimiento inducido por las fuentes acústicas, aunque como consecuencia de la inercia del fluido una pequeña parte del movimiento inducido no puede



compensarse, de forma que tienen lugar compresiones y dilataciones locales que se transmiten a las partículas adyacentes del fluido y que dan lugar a fluctuaciones de presión que generan sonido. A pesar de que estas fluctuaciones de presión no se propagan al campo lejano, pueden detectarse en posiciones cercanas a la región fuente, contribuyendo al sonido generado en el campo próximo, por lo que se denominan **pseudo-sonido**.

De este modo, en la región del flujo o región fuente, el campo de presiones estará dominado por el pseudo-sonido, mientras que a distancias alejadas de la fuente el campo de presiones se reduce al campo acústico. El pseudo-sonido está dominado por los efectos inerciales más que por los efectos de compresibilidad, por lo que a las fluctuaciones de presión en la región fuente se les denomina también presiones hidrodinámicas.

Las fluctuaciones de presión totales, p' , pueden descomponerse en dos contribuciones, $p' = p'_0 + p'_1$, donde p'_0 corresponde al pseudo-sonido y p'_1 a la presión acústica. La presión de pseudo-sonido es una solución de la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 p'_0 = -\rho_0 \frac{\partial^2 (v_i v_j)}{\partial x_i \partial x_j} = -\rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \quad (2.186)$$

y la presión acústica es una solución de la ecuación de ondas inhomogénea:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'_1}{\partial t^2} - \nabla^2 p'_1 = -\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'_0}{\partial t^2} \quad (2.187)$$

Las ecuaciones (2.186) y (2.187) equivalen completamente a la ecuación de Lighthill en términos de las fluctuaciones de presión, de forma que las ondas acústicas son forzadas por el pseudo-sonido, mientras que el pseudo-sonido se determina a priori independientemente.

2.7. ANALOGÍA AEROACÚSTICA DE POWELL Y HOWE.

Los campos de flujo turbulentos están dominados por el movimiento vortical, por lo que es interesante en ciertas aplicaciones utilizar una analogía aeroacústica que tome como base el campo de vorticidad (Schram, 2003). Cuando la presión acústica se considera el resultado de un término fuente correspondiente al tensor de tensiones fluctuantes de Lighthill, no queda muy claro cuál es el mecanismo de generación de sonido por los vórtices del flujo, ya que la analogía de Lighthill está orientada a una descripción de la intensidad sonora en términos de la estadística de la región fuente turbulenta, más que a identificar la dinámica de los vórtices que generan el ruido. Las analogías aeroacústicas de Powell y Howe fueron desarrolladas para el estudio de la **teoría de los vórtices de sonido**. Powell formuló la teoría para flujos con números de Mach bajos en condiciones de campo libre. Posteriormente Howe propuso una generalización de la teoría de Powell a flujos con números de Mach arbitrarios y que podrían estar acotados por contornos sólidos. En el ámbito de trabajo de la teoría de los vórtices de sonido, las analogías aeroacústicas de Powell y Howe presentan dos ventajas fundamentales respecto a la analogía aeroacústica de Lighthill. En primer lugar, el



estudio de los movimientos de los vórtices corresponde a un problema cinemático, mucho más fácil de resolver que la solución del problema dinámico correspondiente a la analogía de Lighthill. En segundo lugar, en los campos de flujo reales la región en que la vorticidad no se anula es mucho menor en tamaño que la región donde el término fuente de Lighthill es distinto de cero.

2.7.1. Analogía aeroacústica de Powell.

Powell examinó la conexión existente entre el movimiento de los vórtices y la generación del sonido, y el principal resultado de su análisis es la identificación del proceso de formación de vórtices en el flujo como el mecanismo fundamental de generación de ruido aerodinámico (Powell, 1964). La teoría de los vórtices de sonido desarrollada por Powell sigue la misma filosofía en su derivación que la analogía de Lighthill, en el sentido de que se reagrupan las ecuaciones de gobierno de la Mecánica de Fluidos con vistas a obtener una ecuación de ondas inhomogénea con un término fuente de sonido. Se parte entonces de la ecuación de Crocco, es decir, de la ecuación de momento escrita para la vorticidad²³, despreciando los efectos de la viscosidad y la conductividad térmica, y de la ecuación de continuidad de la masa:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{\omega} \times \vec{v}) + \rho \nabla \left(\frac{1}{2} v^2 \right) + \nabla p = 0 \quad (2.188)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot \vec{v}) = 0 \quad (2.189)$$

Tomando la divergencia de la ecuación (2.188) y restándole la derivada temporal de la ecuación (2.189) se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = \nabla \cdot \left[\rho(\vec{\omega} \times \vec{v}) + \nabla \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \right) - \vec{v} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{2} v^2 \nabla \rho \right] \quad (2.190)$$

Para convertir la expresión (2.190) en una ecuación de ondas, Powell hizo uso en su derivación de la velocidad isentrópica del sonido, $c_0^2 = (\partial p / \partial \rho)_s$, e introdujo una perturbación en el campo de presiones, $p = p_0 + p'$, donde p' es la fluctuación de presión acústica y p_0 es la presión correspondiente al flujo base que se considera uniforme. De este modo se obtiene una ecuación de ondas inhomogénea para las fluctuaciones de presión acústica:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \nabla \cdot \left[\rho(\vec{\omega} \times \vec{v}) + \nabla \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \right) - \vec{v} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{2} v^2 \nabla \rho \right] \quad (2.191)$$

Debido a que en la ecuación de ondas (2.191) se emplea a priori la definición de velocidad de sonido para flujo isentrópico, válida únicamente en la región de propagación, la derivación de Powell es menos general que la derivación de Lighthill.

²³Se obtiene tomando el rotacional de la ecuación de Navier-Stokes y haciendo uso de la identidad vectorial: $\nabla \left(\frac{1}{2} v^2 \right) = -\vec{\omega} \times \vec{v} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v}$.



Para dar un carácter general a la ecuación (2.191) es necesario sumar a ambos lados de dicha ecuación el término $(1/c_0^2)(\partial^2 p'/\partial t^2)$. De esta forma se obtiene una ecuación de ondas análoga a la ecuación de Lighthill en ausencia de fuerzas externas:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \nabla \cdot \left[\rho(\vec{\omega} \times \vec{v}) + \nabla \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \right) - \vec{v} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{2} v^2 \nabla \rho \right] + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p'}{c_0^2} - \rho' \right) \quad (2.192)$$

No obstante, bajo las hipótesis de flujo consideradas para la derivación de la versión simplificada del tensor de Lighthill (ecuación (2.164)) el último término añadido puede despreciarse.

Para flujos homoentrópicos las variaciones relativas de la densidad se deben únicamente a efectos cinéticos, por lo que los cuatro términos del lado derecho de la ecuación (2.191) se escalan respectivamente como: 1, 1, $Sr M^2$ y M^2 , siendo Sr el número de Strouhal y M el número de Mach. Considerando flujos en el límite a número de Mach bajo y número de Strouhal del orden de la unidad, los dos últimos sumandos pueden entonces despreciarse, por lo que la ecuación (2.191) se reduce a:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \nabla \cdot \left[\rho(\vec{\omega} \times \vec{v}) + \nabla \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \right) \right] \quad (2.193)$$

En flujo no viscoso la energía cinética se conserva, de modo que en una región fuente compacta para flujo a número de Mach bajo, el segundo término del lado derecho de la ecuación (2.193) no contribuye a la generación de sonido en el campo lejano. En consecuencia la ecuación (2.193) se reduce a:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \nabla \cdot [\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})] \quad (2.194)$$

donde el término fuente es de naturaleza dipolar, al contrario del término fuente cuadrupolar obtenido en la analogía de Lighthill. No obstante, esta aparente contradicción puede explicarse aplicando la técnica de las funciones de Green y la función de Green del campo libre para obtener la solución integral de la ecuación (2.194):

$$4\pi p'(\vec{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\rho(\vec{\omega} \times \vec{v}))_i(\vec{y}, \tau) \frac{\delta(\tau - t + |\vec{x} - \vec{y}|/c_0)}{|\vec{x} - \vec{y}|} d\vec{y} d\tau \quad (2.195)$$

Integrando por partes (2.195) respecto al volumen, y empleando la propiedad de simetría: $(\partial/\partial y_i)(g(\vec{x} - \vec{y})) = -(\partial/\partial x_i)(g(\vec{x} - \vec{y}))$, se obtiene:

$$4\pi p'(\vec{x}, t) = \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-\infty}^{\infty} (\rho(\vec{\omega} \times \vec{v}))_i \left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{x} - \vec{y}|}{c_0} \right) d\vec{y} \quad (2.196)$$

En el campo lejano, el vector de posición coincide aproximadamente con la



posición del observador ($r \approx |\vec{x}|$), y es posible transformar las derivadas espaciales en derivadas temporales mediante el cambio de variable: $\partial / \partial x_i \rightarrow (-x_i / c_0 |\vec{x}|) (\partial / \partial t)$. Además, para posiciones alejadas de la región fuente una función evaluada en el tiempo retardado puede desarrollarse en serie de Taylor y aproximarse a primer orden como:

$$f\left(t - \frac{|\vec{x} - \vec{y}|}{c_0}\right) \approx f\left(t - \frac{|\vec{x}|}{c_0}\right) + \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{c_0 |\vec{x}|} \frac{\partial f}{\partial t}\left(t - \frac{|\vec{x}|}{c_0}\right) \quad (2.197)$$

Finalmente, las fluctuaciones de presión acústica en el campo lejano vendrán dadas por la expresión:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{x_i}{4\pi c_0 |\vec{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} [\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})_i] d\vec{y} - \frac{x_i x_j}{4\pi c_0^2 |\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} [y_j \rho(\vec{\omega} \times \vec{v})_i] d\vec{y} \quad (2.198)$$

donde los corchetes indican evaluación de las variables en el tiempo retardado o de emisión, $t - |\vec{x}|/c_0$. La primera integral en (2.198) representa la variación del impulso total de la distribución de vorticidad y da lugar a un patrón de radiación de orden dipolar. Cuando en la región de flujo no se aplican fuerzas externas, como por ejemplo un campo gravitatorio, la contribución de dicha integral se anula y el patrón de radiación corresponde únicamente a una distribución fuente cuadrupolar, igual que en el caso de la analogía de Lighthill. Para número de Mach del flujo bajo se mantiene la aproximación $\rho = \rho_0$ en la región fuente, de modo que (2.198) se convierte en:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0}{4\pi c_0^2 |\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} [(\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{x} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v})] d\vec{y} \quad (2.199)$$

La ecuación (2.199) pone de manifiesto que aunque el término fuente de la ecuación (2.194) es un término de orden dipolar, el patrón de radiación del sonido es de orden cuadrupolar, lo que concuerda con las conclusiones obtenidas de la derivación de la analogía aeroacústica de Lighthill.

2.7.2. Analogía aeroacústica de Howe.

La analogía aeroacústica de Howe es una generalización de la formulación de Powell de la teoría de los vórtices de sonido, aplicable a flujos con números de Mach arbitrarios y que pueden estar limitados por contornos sólidos (Howe, 1975).

Howe derivó una ecuación de ondas inhomogénea con un término fuente de vorticidad, para la entalpía total del flujo, B , sin tener en cuenta los efectos viscosos. La entalpía total se define en función de la entalpía específica, h , y la velocidad cinética del flujo:

$$B = h + \frac{1}{2} v^2 \quad (2.200)$$

La derivación de Howe parte de la ecuación de Crocco (2.188) escrita para la entalpía total (en ocasiones denominada también entalpía de estancamiento):



$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{\omega} \times \vec{v}) + \nabla B = T \cdot \nabla s \quad (2.201)$$

y de la ecuación de continuidad escrita para la presión haciendo uso de la definición de velocidad local del sonido c .²⁴

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{Dp}{Dt} + \nabla \vec{v} = 0 \quad (2.202)$$

La entalpía de estancamiento y la presión pueden relacionarse a través de la siguiente ecuación constitutiva termodinámica:

$$\frac{1}{\rho} \frac{Dp}{Dt} = \frac{DB}{Dt} - \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{2} v^2 \right) \quad (2.203)$$

Tomando la divergencia de la ecuación (2.201) restándole la derivada temporal de la ecuación (2.202) y haciendo uso de la relación termodinámica (2.203), se obtiene la ecuación de Howe en su forma más general (Schram, 2003):

$$\left[\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{c^2} \frac{D}{Dt} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{D\vec{v}}{Dt} \cdot \nabla - \nabla^2 \right] B = \nabla \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v} - T \cdot \nabla s) - \frac{1}{c^2} \frac{D\vec{v}}{Dt} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v} - T \cdot \nabla s) \quad (2.204)$$

donde T es la temperatura absoluta y s la entropía por unidad de masa. La ecuación (2.204) es una ecuación de ondas inhomogénea totalmente exacta en la ausencia de procesos disipativos, pero su expresión es bastante complicada.

Cuando se considera un flujo medio irrotacional con número de Mach pequeño, dicho flujo medio puede considerarse como incompresible y homoentrópico, y la velocidad del sonido será una constante, de forma que la ecuación (2.204) se puede reducir a la ecuación de Powell escrita para la entalpía de estancamiento:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} - \nabla^2 B = \nabla \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v}) \quad (2.205)$$

La anterior ecuación es una ecuación de ondas inhomogénea para la entalpía total, con un término fuente de vorticidad que coincide con el término fuente de la formulación de Powell. Por tanto, la ecuación (2.205) puede resolverse mediante la técnica estándar de las funciones de Green, empleando un proceso totalmente análogo al utilizado para obtener las fluctuaciones de presión en la formulación de Powell. Se obtiene así la solución para la entalpía de estancamiento, B , dada por:

$$B(\vec{x}, t) = \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[(\vec{\omega} \times \vec{v})_i]}{|\vec{x} - \vec{y}|} d\vec{y} \quad (2.206)$$

²⁴ La velocidad local del sonido, c , se define como: $c^2 = (\partial p / \partial \rho)_s$.



Para el campo lejano la entalpía de estancamiento se reduce a p'/ρ_0 , y empleando el desarrollo en serie de Taylor a primer orden de una función evaluada en el tiempo retardado, las fluctuaciones de presión se obtienen mediante la expresión:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0 x_i}{4\pi c_0 |\vec{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} [(\vec{\omega} \times \vec{v})_i] d\vec{y} - \frac{\rho_0 x_i x_j}{4\pi c_0^2 |\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} [y_j (\vec{\omega} \times \vec{v})_i] d\vec{y} \quad (2.207)$$

Teniendo en cuenta que $\int_{-\infty}^{\infty} [(\vec{\omega} \times \vec{v})_i] d\vec{y} = 0$, las fluctuaciones de presión acústica escritas en forma vectorial en regiones alejadas de la región fuente, son:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0}{4\pi c_0^2 |\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} [(\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{x} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v})] d\vec{y} \quad (2.208)$$

Möhring derivó una formulación alternativa de la teoría de vórtices de sonido en la cual la generación de sonido depende únicamente de la evolución de la vorticidad (Möhring, 1978). La analogía de Möhring presenta ventajas respecto a la de Powell y Howe cuando se estudian filamentos de vórtices o calles de vórtices, y además, es más robusta en el tratamiento de cierto tipo de errores.

Möhring reformuló la teoría de los vórtices de sonido partiendo de la ecuación de Helmholtz para flujos incompresibles no viscosos, que proporciona una relación directa entre el término no lineal, $\vec{\omega} \times \vec{v}$, y un término lineal en la vorticidad:

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \nabla_y \times (\vec{\omega} \times \vec{v}) = 0 \quad (2.209)$$

La idea clave de Möhring consistió en definir una función de Green vectorial que satisface la condición:

$$\nabla_y \times \vec{G}(\vec{x}, t; \vec{y}, \tau) = \nabla G(\vec{x}, t; \vec{y}, \tau) \quad (2.210)$$

Si tal función de Green existe, entonces debe poder aplicarse a la ecuación (2.206) rescrita como:

$$p'(\vec{x}, t) = -\rho_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\vec{\omega} \times \vec{v}) \cdot (\nabla_y \times \vec{G}) d\vec{y} d\tau \quad (2.211)$$

Integrando por partes la ecuación (2.211) y haciendo uso de la ecuación de Helmholtz para la vorticidad (ecuación (2.209)), las fluctuaciones de presión se describen como:

$$p'(\vec{x}, t) = \rho_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial \tau} \cdot \vec{G} d\vec{y} d\tau \quad (2.212)$$

Realizando de nuevo una integración por partes de la ecuación (2.212) se obtiene finalmente que:



$$p'(\vec{x}, t) = -\rho_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\omega} \cdot \frac{\partial \vec{G}}{\partial \tau} d\vec{y} d\tau = \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\omega} \cdot \vec{G} d\vec{y} d\tau \quad (2.213)$$

ya que $\vec{G}(\vec{x}, t; \vec{y}, \tau)$ depende únicamente de τ y de t a través de la relación $\tau - t$. La representación (2.213) de la perturbación de presión acústica, a diferencia de las formulaciones de Powell y Howe, no contiene el campo de velocidades del flujo y además depende linealmente del campo de vorticidad, lo que significa que las contribuciones de los distintos vórtices se suman linealmente. Consideremos entonces el problema del sonido generado por la vorticidad en un flujo con número de Mach bajo en condiciones de campo libre y para un punto de medición del sonido situado en el campo lejano (ecuación (2.208)). Para aplicar el método de Möhring deberíamos ser capaces de encontrar una función de Green vectorial tal que $\nabla_y \times \vec{G} = (\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{x}$, donde todas las derivadas se realizan con respecto a la variable \vec{y} . No obstante, puesto que $\nabla((\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{x}) = |\vec{x}|^2$, tal función no existe, pero se puede encontrar un vector $\vec{G}(\vec{x}, t; \vec{y}, \tau)$ que satisfaga la relación:

$$\nabla_y \times \vec{G} = (\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{x} - \frac{1}{3} |\vec{x}|^2 \vec{y} \quad (2.214)$$

puesto que ahora la divergencia del lado derecho de la ecuación (2.214) es cero²⁵. Operando con la ecuación (2.214) se obtiene que:

$$\vec{G}(\vec{x}, t; \vec{y}, \tau) = \frac{1}{3} (\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{x} \times \vec{y} \quad (2.215)$$

Sustituyendo la relación $(\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{x}$, que se obtiene de las expresiones (2.214) y (2.215), en la ecuación (2.208), se demuestra que la perturbación de presión acústica en el campo lejano viene dada por:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{\rho_0}{12\pi c_0^2 |\vec{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[\nabla_y \times ((\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{x} \times \vec{y}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v}) \right] d\vec{y} + |\vec{x}|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left[\vec{y} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v}) \right] d\vec{y} \right\} \quad (2.216)$$

La primera integral en la expresión (2.216) puede describirse integrándola por partes como:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\nabla_y \times ((\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{x} \times \vec{y}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v}) \right] d\vec{y} &= -\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \left[(\vec{x} \cdot \vec{y}) (\vec{x} \times \vec{y}) \cdot \vec{\omega} \right] d\vec{y} = \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \left[(\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{y} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{x}) \right] d\vec{y} \end{aligned} \quad (2.217)$$

²⁵ Todas las derivadas se realizan respecto a la variable \vec{y} y se cumple que: $\nabla \vec{y} = 3$.



El integrando de la segunda integral en (2.216) puede describirse haciendo uso del producto escalar del vector \vec{y} con la identidad vectorial $(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{v} + \nabla\left(\frac{1}{2}v^2\right)$:

$$\vec{y} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v}) = y_i v_j \frac{\partial v_i}{\partial y_j} - y_i \frac{\partial}{\partial y_i} \left(\frac{1}{2} v^2 \right) = \frac{1}{2} v^2 + \nabla \left((\vec{y} \cdot \vec{v}) \vec{v} - \frac{1}{2} v^2 \vec{y} \right) \quad (2.218)$$

Integrando la expresión (2.218) sobre todo el espacio y haciendo uso del teorema de la divergencia de Gauss para transformar la segunda integral en una integral de superficie, se obtiene:

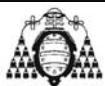
$$\int_{-\infty}^{\infty} \vec{y} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{v}) d\vec{y} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} v^2 d\vec{y} \quad (2.219)$$

ya que $(\vec{y} \cdot \vec{v})\vec{v} - \frac{1}{2}v^2\vec{y}$ tiende a cero más rápido que $|\vec{y}|^2$ cuando $|\vec{y}| \rightarrow \infty$. Por tanto, la segunda integral en (2.216) representa la energía cinética total del fluido, que en un fluido incompresible y no viscoso debe ser constante, por lo que esta integral no contribuye a la radiación de sonido al campo lejano. Las fluctuaciones de presión acústica se reducen entonces a:

$$p'(\vec{x}, t) = \frac{\rho_0}{12\pi c_0^2 |\vec{x}|^3} \frac{\partial^3}{\partial t^3} \int_{-\infty}^{\infty} [(\vec{x} \cdot \vec{y}) \vec{y} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{x})] d\vec{y} \quad (2.220)$$

donde las variables se evalúan en el tiempo retardado $t - |\vec{x}|/c_0$. La ecuación (2.220) pone de manifiesto que sólo las componentes de la vorticidad perpendiculares a la posición del observador \vec{x} , contribuyen al sonido radiado al campo lejano, o lo que es lo mismo, un elemento de vórtice no radia en la dirección de su eje.





Capítulo 3

Generación de ruido en turbomáquinas

3.1. INTRODUCCIÓN.

El objetivo del presente capítulo es el estudio del ruido aeroacústico generado por el movimiento rotacional de los álabes de ventiladores, rotores o compresores, haciendo especial hincapié en el caso particular de ventiladores de flujo axial que son de los que nos ocupamos en esta tesis. El problema del ruido en ventiladores cubre un amplio rango de aplicaciones, que van desde los modernos turborreactores de la industria aeronáutica, hasta los dispositivos de aire acondicionado utilizados en oficinas y automóviles. No obstante, a pesar de la gran variedad de máquinas existentes en el mercado, los mecanismos físicos que las gobiernan son los mismos, de modo que el ruido aeroacústico que generan presenta las mismas propiedades básicas.

El sonido generado por un rotor, tanto considerado como un elemento simple (como en propulsores, ventiladores y rotores de helicópteros), como en combinación con otros dispositivos fijos o móviles en máquinas compuestas (turbinas, turboventiladores, etc.), puede clasificarse de manera general en **ruido de interacción** y



auto-ruido (Blake, 1986). Por ruido de interacción se designan todos aquellos sonidos que se producen como consecuencia de la interacción de un álabe en movimiento rotacional con una perturbación del flujo que es variable en el tiempo cuando se considera en el sistema de referencia en movimiento fijo en dicho álabe. Por lo general, se considera que la reacción potencial de los álabes a un ángulo local de ataque variable es lo que da lugar al ruido de interacción¹. Por auto-ruido se designan todos aquellos sonidos que se generan como consecuencia del flujo sobre los propios álabes y que no requieren la existencia de un flujo no estacionario. Generalmente se considera que el flujo viscoso sobre los álabes es lo que da lugar al auto-ruido. El ruido de interacción y el auto-ruido suelen ser independientes entre sí, aunque un flujo variable en el tiempo puede dar lugar a cambios en el flujo viscoso². Los mecanismos que generan auto-ruido incluyen, entre otros, la formación de vórtices de punta, el desprendimiento de vórtices laminares y el ruido en el borde trasero del álabe (trailing edge noise).

Como se puede apreciar en la *Figura 3.1*, el espectro de ruido típico de un rotor contiene una parte de *banda ancha* y una parte de *frecuencia discreta* a la **frecuencia de paso de álabe** (número de álabes por la frecuencia rotacional) y armónicos. El ruido a frecuencia discreta incluye el ruido generado por las componentes deterministas del ruido de espesor y de carga, el ruido de interacción álabe-vórtice y el ruido de tipo impulsivo a alta velocidad. El nivel de presión sonora (SPL) generado a la frecuencia de paso de álabe, se denomina **tono**. El ruido en banda ancha incluye el ruido generado por las componentes no deterministas del ruido de carga, el ruido debido a la turbulencia ingerida, el ruido de interacción álabe-estela y la mayor parte de los mecanismos de auto-ruido.

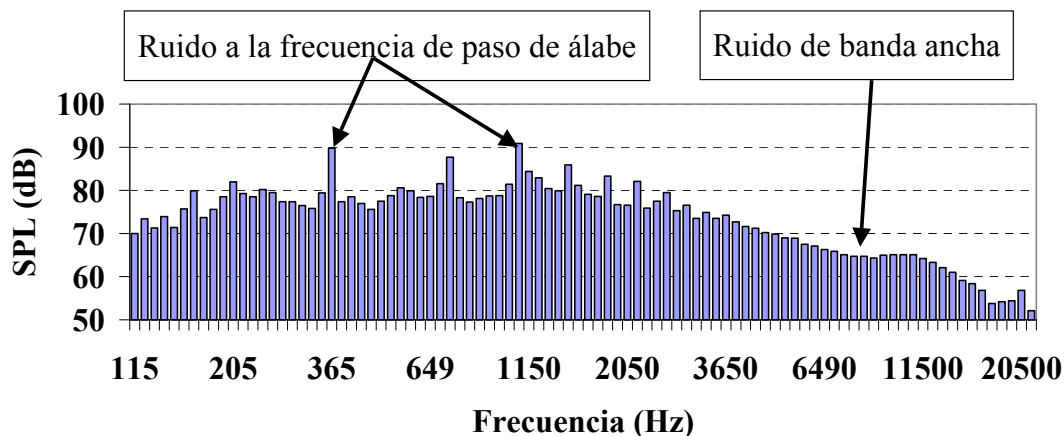


Figura 3.1. Espectro típico de ruido de un rotor de ventilador.

Las distintas formas de los espectros de ruido para diferentes tipos de máquinas se deben principalmente a diferencias en el número de álabes y a diferentes velocidades de

¹ Normalmente en el estudio del ruido generado por álabes en movimiento rotacional se consideran dos sistemas de referencia: uno en movimiento fijo en los álabes, y otro fijo en las directrices estacionarias o estatores, es decir, fijo en la máquina de flujo axial.

² El llamado **ruido de Gutin**, que tiene lugar a múltiplos de la frecuencia de paso de álabe y es proporcional a la carga estacionaria sobre el rotor, es un ejemplo de auto-ruido producido por un flujo potencial sobre los álabes. El ruido de Gutin es generado por las fuerzas que actúan sobre los álabes, y que son no estacionarias con respecto al medio acústico, como consecuencia de la rotación de los álabes, a pesar de que son estacionarias en el sistema de referencia fijo en los mismos (Gutin, 1948).



rotación. El número de Mach rotacional característico de la fuente es un parámetro que también puede jugar un papel importante, puesto que velocidades de giro elevadas inducen fuentes más complicadas y efectos de amplificación convectiva (efecto Doppler) más acusados. El nivel relativo de la contribución en banda ancha y a frecuencia discreta, y la magnitud del tono generado a la frecuencia de paso de álabe, son los factores principales que determinan que el ruido generado por una determinada máquina sea más o menos molesto.

El *ruido de espesor* y el *ruido de carga* se conocen en conjunto como **ruido rotacional** y son estudiados mediante la teoría aeroacústica lineal desarrollada en el *Capítulo 2*. El ruido de espesor es consecuencia del desplazamiento de fluido producido por el álabe de un rotor en el campo de flujo, mientras que el ruido de carga se produce por la fuerza acelerada generada por la superficie móvil del álabe que actúa sobre el fluido. Como ruido de carga se entiende el ruido armónico generado por fuentes de carga de tipo no impulsivo, mientras que las fuentes de carga de tipo impulsivo, debidas a la interacción álabe-vórtice, y la carga no determinista, asociada con el ruido en banda ancha, se tratan por separado³.

En general, el ruido generado por álabes en movimiento rotacional se describe mediante la analogía aeroacústica de Ffowcs Williams y Hawkings (FFWH), según la cual la radiación de ruido viene descrita en términos de fuentes de orden monopolar, dipolar y cuadrupolar, cada una de las cuales tiene sus propias características de radiación, de forma que para la predicción del ruido radiado es fundamental clasificar las fuentes de ruido de los ventiladores dentro de alguno de dichos tipos.

Como veremos a lo largo de este capítulo el término de radiación cuadrupolar, consistente en una fuente de volumen que tiene en cuenta los efectos no lineales en la región de flujo, es poco importante en comparación con el monopolo y el dipolo cuando las fuentes móviles que generan el sonido se mueven a velocidades subsónicas como las consideradas en esta tesis, por lo que sus efectos pueden despreciarse.

El tipo más sencillo de fuente monopolar es una esfera pulsante que radia sonido como consecuencia de un desplazamiento de volumen variable en el tiempo del fluido que la rodea. Sin embargo, los álabes de rotores o ventiladores no pulsan en dicho sentido, sino que su propia rotación hace que se muevan con un movimiento acelerado que da lugar a una inyección y extracción de fluido efectiva, variable en el tiempo. Dicho proceso genera lo que se conoce como *ruido de espesor*, y aunque aparentemente su mecanismo es el de un monopolo, que generaría una radiación sin carácter direccional, la inyección y extracción simultánea del fluido resulta en una radiación con una direccionalidad característica, propia de un dipolo, de forma que se alcanza un máximo de radiación cuando la aceleración del álabe en la dirección del observador es máxima. Además de este efecto de radiación, el ruido de espesor es directamente proporcional al volumen del álabe y depende fuertemente de su velocidad de punta, que es la que determina la aceleración del mismo. Como consecuencia, para flujos con número de Mach bajo y álabes estrechos (álabes cuyo volumen material es despreciable) el ruido de espesor es poco importante.

³ El ruido de interacción álabe-vórtice tiene lugar cuando el vórtice desprendido por un álabe interactúa con el siguiente álabe, mientras que el ruido de banda ancha es el resultado de la carga del álabe asociada con el flujo turbulento cercano a la superficie del álabe.



El tipo de fuente más importante en la mayoría de los rotores y ventiladores es una fuente de orden dipolar que se genera por una distribución de presiones fluctuantes sobre la superficie de los álabes y que es responsable del *ruido de carga*. El propio Lighthill puso de manifiesto que una fuerza puntual fluctuante se comporta como un dipolo, generando una intensidad de la fuente que es proporcional a la magnitud de la fuerza resuelta en la dirección del observador (Lighthill, 1952). Cuando la cuerda del álabe es acústicamente compacta la distribución de presiones de superficie puede modelizarse como una distribución de líneas de fuerzas efectivas, que pueden descomponerse en componentes de sustentación y arrastre. Las fluctuaciones de la fuerza de sustentación dominan sobre el eje del rotor mientras que las fluctuaciones de la fuerza de arrastre dominan en el plano del rotor. El hecho de que la fuerza fluctúe respecto al observador no es resultado únicamente de efectos aerodinámicos no estacionarios, sino también de la rotación del álabe. La carga estacionaria sobre los álabes puede dar lugar a la radiación de sonido como consecuencia del movimiento de rotación de los álabes, el cual induce una velocidad de fase relativa al observador. La eficiencia de este tipo de mecanismo fuente depende de dicha velocidad de fase, de modo que el ruido del ventilador o del rotor se incrementa rápidamente con la velocidad de punta del ventilador. Citando a Roger, “en flujos con números de Mach bajos, y especialmente cuando el flujo incidente sobre el rotor está perturbado, puede despreciarse el ruido de carga estacionario, de forma que, para máquinas subsónicas con álabes estrechos, el ruido de carga no estacionario es la fuente de sonido más importante, sobre todo a frecuencias altas” (Roger, 2004a). Cuando el número de Mach del flujo es elevado, es decir, cuando las máquinas se mueven a velocidades supersónicas o cercanas a la velocidad del sonido, el ruido de carga estacionario se convierte en el mecanismo dominante, sobre todo a las frecuencias más bajas, y el término cuadrupolar puede ser también una fuente de ruido muy eficiente.

Existen también otros mecanismos que dan lugar a la generación de sonido como consecuencia de interacciones no lineales entre los álabes y el fluido, y también entre las estelas de los álabes (White, 1982), como por ejemplo:

- a) Interacciones de campos de velocidad fluctuantes que resultan en fuentes de tipo cuadrupolar: generación de sonido por estelas turbulentas, interacción de campos de flujo potencial de filas de álabes fijas y móviles, y la interacción de la turbulencia con un campo de flujo potencial. Puesto que estas fuentes son de orden cuadrupolar y las correspondientes fuerzas sobre los álabes son de orden dipolar, las primeras son poco importantes a números de Mach bajos.
- b) Estelas de entropía o puntos calientes interaccionando con el campo de velocidad del rotor. Tales interacciones ocurren si existe una combustión no uniforme, o en ventiladores, si existe una fuente de calor no uniforme aguas arriba.
- c) Interacciones entre el campo de presión de una fila de álabes y el campo de presión, espesor o carga de otra. A números de Mach bajos estas fuentes son poco significativas comparadas con las fuerzas no estacionarias sobre los álabes.

En esta tesis se aborda el estudio del sonido generado a frecuencia discreta por un ventilador de flujo axial y no entubado con movimiento subsónico y propagado al campo lejano. Además, se pretende realizar dicho estudio tanto en el dominio temporal como en el dominio de la frecuencia. La primera parte del capítulo se dedica entonces a



obtener la analogía aeroacústica de Ffowcs Williams y Hawkings – extensión de la analogía aeroacústica de Lighthill – que describe el ruido generado por álabes en movimiento rotacional en el dominio temporal. En la segunda parte del capítulo se aborda la descripción del ruido generado por ventiladores axiales en el dominio de la frecuencia.

3.2. ANALOGÍA AEROACÚSTICA DE FFOWCS WILLIAMS Y HAWKINGS.

En el *Capítulo 2* se derivó la analogía aeroacústica de Lighthill que permite estudiar el problema del ruido generado aerodinámicamente mediante la separación del dominio de interés en dos regiones, la región fuente y la región de propagación, y mediante la sustitución del problema real del sonido radiado por un problema de radiación acústica clásica en un medio fluido en reposo con fuentes acústicas equivalentes. No obstante, en la derivación de la analogía aeroacústica de Lighthill se imponen cierto número de restricciones que limitan su rango de aplicación, de forma que en muchas ocasiones es necesario generalizar dicha analogía para tener en cuenta efectos tales como la presencia de un fluido compresible, un flujo no uniforme o un contorno sólido en la región fuente.

La extensión más versátil de la analogía aeroacústica de Lighthill es la **teoría de Ffowcs Williams y Hawkings (FFWH)**, puesto que permite incluir los efectos de superficies y movimientos de tipo general. Otras extensiones de la analogía de Lighthill que aparecen frecuentemente en la literatura aeroacústica son la **teoría de Curle** y el **método de Kirchhoff**. Como veremos a lo largo de este apartado, la teoría de Curle es un caso particular de la teoría de FFWH, y el método de Kirchhoff, aunque es útil para resolver cierto tipo de problemas (como por ejemplo la acción de un flujo subsónico no estacionario sobre un ala), es inferior, desde el punto de vista aeroacústico, al método de FFWH.

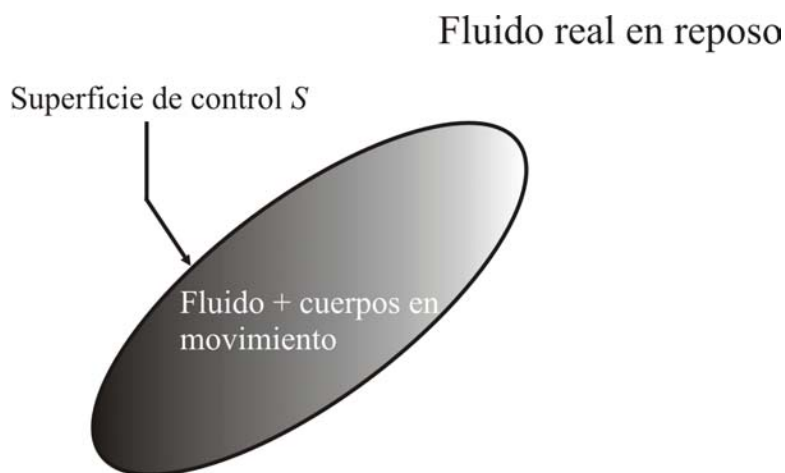


Figura 3.2. Problema aeroacústico considerado por FFWH.

En 1969, Ffowcs Williams y Hawkings publicaron un artículo titulado “*Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion*” (Ffowcs Williams, 1969), en el que obtuvieron una ecuación de ondas inhomogénea aplicable al problema aeroacústico general representado en la *Figura 3.2*, que consiste en una región del espacio subdividida en dos regiones separadas por una superficie de control S . El volumen finito interior a la superficie S puede contener un flujo perturbado y cuerpos

rígidos en movimiento arbitrario, mientras que el volumen exterior a la superficie S contiene únicamente un fluido que permanece en reposo. El sonido es generado por los cuerpos y el flujo perturbado, por lo que será necesario sustituir, tanto el flujo como los cuerpos, por fuentes acústicas equivalentes asumiendo que todo el medio está en reposo y que no existe interacción entre el flujo y la acústica, es decir, que el campo acústico no afecta al flujo que genera el sonido. Aplicando la teoría matemática de distribuciones, conocida también como **teoría de funciones generalizadas**, FFWH consiguieron reagrupar las ecuaciones de Navier-Stokes para obtener una ecuación de ondas inhomogénea, con fuentes cuadrupolares en el volumen exterior a la superficie S , y dos fuentes monopolares y dipolares sobre la superficie de control S .

Aunque originalmente la teoría de FFWH fue desarrollada para incluir en la analogía aeroacústica de Lighthill el efecto de superficies sólidas en movimiento, en la actualidad se emplea frecuentemente como punto de partida de las teorías de la generación de ruido por cuerpos en movimiento, como por ejemplo propulsores, incluso cuando el ruido generado por la turbulencia es de poca o ninguna importancia. Farassat fue de los primeros en aplicar la teoría de FFWH al problema del ruido generado por el rotor de un helicóptero, y a él se deben dos de las formulaciones integrales más importantes de dicha ecuación. Por tanto, los desarrollos teóricos de este apartado constituyen la **formulación teórica en el dominio temporal del ruido generado por la soplante axial** estudiada en esta tesis, y que es detectado por un observador situado en el campo lejano.

En la primera sección de este apartado se proporcionan las nociones básicas de la teoría de funciones generalizadas necesarias para la obtención de la ecuación de FFWH, cuya derivación se aborda a continuación. Posteriormente, se desarrollan las formulaciones integrales de la ecuación de FFWH, incluyendo las obtenidas por Farassat, y, finalmente, se aplica la ecuación de FFWH a un caso particular en el que la fuente aeroacústica es compacta. Además, se realiza una breve revisión de la teoría de Curle y de la teoría de Kirchhoff.

3.2.1. Nociones sobre teoría de funciones generalizadas.

No existe una relación unívoca entre una fuente y su campo sonoro, ya que un campo sonoro dado puede ser generado por infinitas fuentes, equivalentes pero diferentes. Por tanto, no existe una forma unívoca de describir el efecto de una superficie en términos de una distribución de fuentes acústicas, y es preferible realizar una elección simple y transparente, como lo es la empleada por Ffowcs Williams y Hawkings.

La ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings puede derivarse embebiendo el problema de flujo exterior en el espacio libre, es decir, extendiendo la definición de las propiedades del fluido de modo tal que dentro de la superficie de control móvil los parámetros del fluido tengan el mismo estado que el fluido en el medio no perturbado. Los parámetros del flujo presentarán entonces discontinuidades – introducidas artificialmente – a través de la superficie de control.

Puesto que en las leyes de conservación físicas es necesario derivar los parámetros del flujo, y dichos parámetros son funciones discontinuas, la herramienta ideal para tratar este problema es la **teoría de funciones generalizadas**, ya que deben tenerse en



cuenta dos hechos fundamentales. En primer lugar las leyes de conservación de la masa y del momento son válidas para flujos de fluidos con discontinuidades (reales y artificiales) si todas las derivadas se interpretan como derivadas generalizadas. Y en segundo lugar la aproximación de la función de Green puede emplearse para encontrar soluciones discontinuas de las ecuaciones diferenciales a condición de que el problema se establezca en el espacio de funciones generalizadas.

En 1957 Schwartz publicó la teoría de funciones generalizadas. Previamente Dirac ya había introducido el concepto de la función delta, $\delta(x)$, como una propiedad de desplazamiento, y había reconocido que una función ordinaria no podría satisfacerla. No obstante, Dirac consideró que la función delta era una herramienta matemática útil para manipulaciones algebraicas, consideradas como el límite de una secuencia de funciones ordinarias. La función delta es una función generalizada en la teoría de distribuciones establecida rigurosamente por Schwartz (Schwartz, 1957).

Para poder incluir en el análisis herramientas matemáticas como la función delta de Dirac, es necesario extender el concepto de función. Convencionalmente una función se considera como una tabla de pares ordenados $(x, f(x))$ que se muestra como una curva de representación de la función en el plano. En la teoría de funciones generalizadas la función $f(x)$ también se representa por una tabla de números, obtenidos a partir de la relación:

$$F[\phi] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\phi(x) dx \quad (3.1)$$

donde la función $\phi(x)$ se obtiene a partir de un espacio dado de funciones que se denomina el *espacio de las funciones test*. Para una función $f(x)$ fija, la relación (3.1) constituye un mapeo del espacio de funciones test en números reales o complejos, y tal mapeo es lo que se denomina un *funcional* (se denota mediante corchetes). De este modo una función generalizada se describe mediante una tabla de sus valores funcionales sobre un espacio dado de funciones test. A pesar de que un análisis en detalle de la teoría de funciones generalizadas requiere una considerable madurez matemática, en lo que concierne a la derivación de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins se necesita conocer únicamente propiedades básicas de las funciones generalizadas, en particular, aquellas relacionadas con la diferenciación generalizada de funciones discontinuas, que son las que nos limitamos a desarrollar en este apartado. Para una discusión más amplia de la teoría de funciones generalizadas y su aplicación a la aeroacústica, consúltense (Farassat, 1996a) o (Farassat, 1999).

Sea entonces $h(x)$ una función suave a trozos, con una discontinuidad en el punto x_0 . Siendo $\Delta h = h(x_{0+}) - h(x_{0-})$ el salto de la función a través de la discontinuidad en el punto x_0 , la **derivada generalizada** de $h(x)$, denotada $\bar{h}'(x)$, se define como:

$$\frac{\bar{d}h}{dx} = \bar{h}'(x) = h'(x) + \Delta h \delta(x - x_0) \quad (3.2)$$



donde $h'(x)$ es la derivada ordinaria de $h(x)$ y $\delta(x)$ es la función delta de Dirac. La ecuación (3.2) es una extensión del proceso de diferenciación ordinaria a la teoría de funciones generalizadas, y es una de las principales razones del éxito de dicha teoría para trabajar con funciones discontinuas, puesto que las hace tan “sencillas” de manejar como las funciones continuas.

Dos de las funciones generalizadas más importantes para la derivación de la ecuación de Ffowes Williams y Hawkings, son la *función delta de Dirac* y la *función de Heaviside*. A diferencia de la función delta de Dirac cuyo uso está ampliamente extendido, la función de Heaviside es menos habitual. Se trata de una función con una discontinuidad en el punto $x = 0$, que se define como sigue:

$$H(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

A partir de la definición (3.3) de la función de Heaviside, es evidente que la derivada ordinaria de dicha función es cero, $H'(x) = 0$, y que el salto de la función en la discontinuidad es $\Delta H = 1$. Aplicando la definición (3.2) se demuestra entonces que la derivada generalizada de la función de Heaviside coincide con la función delta de Dirac:

$$\bar{H}'(x) = \delta(x) \quad (3.4)$$

Si la derivada generalizada (3.4) de la función de Heaviside se integra en un intervalo $[a, x]$, siendo $a < 0$, se obtiene:

$$\int_a^x \bar{H}'(x) dx = \int_a^x \delta(x) dx = H(x) \quad (3.5)$$

que no coincide con la integración de la derivada ordinaria de la función de Heaviside en el mismo intervalo $[a, x]$, ya que:

$$\int_a^x H'(x) dx = 0 \quad (3.6)$$

La anterior discrepancia entre la integración de la derivada ordinaria y la derivada generalizada de la función de Heaviside, constituye una importante propiedad de la diferenciación de funciones generalizadas, que puede expresarse diciendo que, para todo x , tal que, $a < x_0 < x$, se cumple que:

$$\int_a^x \frac{d\bar{h}}{dx} dx = \int_a^x h'(x) dx + \int_a^x \Delta h \delta(x - x_0) dx = \int_a^x h'(x) dx + \Delta h H(x - x_0) \quad (3.7)$$

es decir, que la derivada generalizada, $\bar{h}'(x)$, retiene la memoria del salto en la discontinuidad, mientras que la derivada ordinaria, $h'(x)$, no lo hace.



Los resultados anteriores pueden generalizarse a una función $q(\vec{x})$ de la posición $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$, con una discontinuidad a través de una superficie que denominaremos $f(\vec{x}) = 0$. El salto de la función, Δq , a través de la superficie $f(\vec{x}) = 0$, será también una función de la posición $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$. Si el gradiente de la superficie, ∇f , se define orientado hacia la región $f > 0$, es decir, hacia el exterior de la misma, el salto, Δq , vendrá dado por:

$$\Delta q = q(f = 0+) - q(f = 0-) \quad (3.8)$$

de forma que si $\partial q / \partial x_i$ es la derivada parcial ordinaria de $q(\vec{x})$ con respecto a la variable x_i , la derivada parcial generalizada de $q(\vec{x})$ se define como sigue:

$$\bar{\frac{\partial q}{\partial x_i}} = \frac{\partial q}{\partial x_i} + \Delta q \frac{\partial f}{\partial x_i} \delta(f) \quad (3.9)$$

donde $\delta(f)$ es la función delta de Dirac en la superficie. A partir de (3.9) es posible escribir el gradiente generalizado de la función $q(\vec{x})$:

$$\bar{\nabla} q = \nabla q + \Delta q \nabla f \delta(f) \quad (3.10)$$

Empleando las propiedades de la función delta de Dirac, la integración de una función generalizada arbitraria $Q(\vec{x})$ sobre todo el espacio, puede convertirse en una integral de superficie con la función $Q(\vec{x})$ evaluada sobre $f(\vec{x}) = 0$:

$$\int Q(\vec{x}) |\nabla f| \delta(f) d\vec{x} = \int_{f=0} Q(\vec{x}) dS \quad (3.11)$$

Cuando se trabaja con funciones generalizadas el orden de las operaciones puede ser intercambiado:

$$\frac{\bar{\partial}^2 Q(\vec{x})}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\bar{\partial}^2 Q(\vec{x})}{\partial x_j \partial x_i} \quad (3.12)$$

$$\frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \int Q(\vec{x}, \vec{y}) d\vec{y} = \int \frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} (Q(\vec{x}, \vec{y})) d\vec{y} \quad (3.13)$$

siempre y cuando en la ecuación (3.13) los límites de las integrales no sean funciones de la posición \vec{x} .

3.2.2. Ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings.

El problema del sonido generado aerodinámicamente está gobernado por las leyes de conservación de la masa, momento y energía del fluido, por lo que la derivación de la



ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins sigue las mismas líneas generales que la derivación de la analogía aeroacústica de Lighthill. No obstante, la ecuación de FFWH es más general, puesto que puede aplicarse a regiones de flujo con la presencia de cuerpos sólidos en su interior y con movimientos arbitrarios. Si en esta nueva situación también es posible emplear una analogía aeroacústica, el problema restante consistirá en determinar las fuentes acústicas equivalentes.

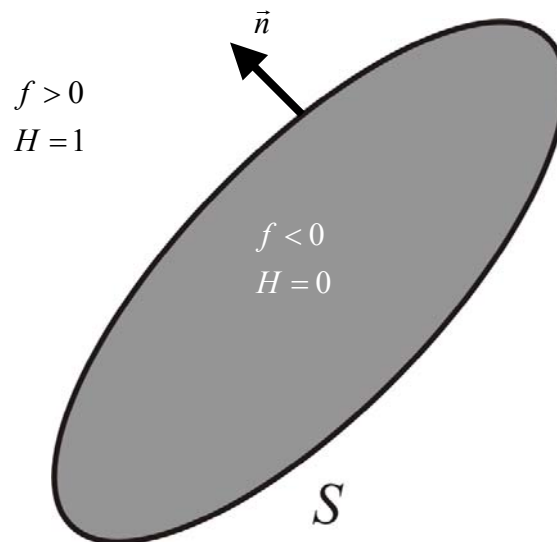


Figura 3.3. Descripción de la función de superficie de control.

Para poder representar correctamente el medio real con flujo y obstáculos, Ffowcs Williams y Hawkins definieron un medio equivalente donde los cuerpos rígidos son reemplazados por superficies matemáticas, y donde se asume que el volumen interior a dichas superficies contiene el fluido ambiental en reposo (Ffowcs Williams, 1969). Para preservar la cinemática del flujo y la condición de contorno de que no exista paso de flujo a través de las superficies, debe imponerse una discontinuidad en la localización de las mismas, introduciendo, como veremos a continuación, ciertas fuentes de masa y momento en las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos.

Consideremos una superficie de control S definida por la ecuación $f(\vec{x}, t) = 0$ sobre dicha superficie. Asumimos que $f > 0$ en el exterior de la superficie S , y que $f < 0$ en el interior de la misma, tal y como se representa en la Figura 3.3. Debido a que $\nabla f|_{f=0}$ está orientado en la dirección perpendicular hacia fuera de la superficie de control, el vector unitario normal a la misma también apunta hacia la región de flujo exterior y vendrá definido por:

$$\vec{n}(\vec{x}, t) = \frac{\nabla f}{|\nabla f|} \Big|_{f=0} \quad (3.14)$$

Un punto, $x(t)$, situado sobre la superficie de control S se moverá con una cierta velocidad, \vec{V} , permaneciendo durante todo el tiempo sobre la superficie, de forma que $f(x(t), t) = 0$ para todo t , y por tanto:



$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla f = -(\vec{V} \cdot \vec{n})|\nabla f| \quad (3.15)$$

La velocidad normal, $(\vec{V} \cdot \vec{n})$, que aparece en (3.15), es una propiedad de la superficie independiente de la elección de f y de la parametrización escogida para la misma.

Para poder considerar el problema de la generación de ruido por el flujo y la superficie S como un problema válido en todo el campo libre, todos los parámetros del flujo tienen que ser multiplicados por la función de Heaviside $H(f(\vec{x}, t))$, de modo que los nuevos parámetros obtenidos serán nulos dentro de la superficie de control (ya que $H(f) = 0$) y coincidirán con los parámetros originales del flujo fuera de ella (ya que $H(f) = 1$). Por otra parte, todos los parámetros del flujo deben anularse en el infinito, motivo por el cual la cantidad perturbada $\rho' = \rho - \rho_0$, donde ρ_0 es la densidad del medio no perturbado, se emplea como parámetro de densidad en lugar de la propia densidad ρ . No obstante, si la densidad ρ es multiplicada por una cantidad que se anula en el infinito, tal como la velocidad del flujo, no cambia. Fuera de la superficie de control (en la región $f > 0$), el flujo satisface las ecuaciones de conservación de la masa y del momento, dadas respectivamente por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho - \rho_0) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) = 0 \quad (3.17)$$

donde $\sigma_{ij} = -p'\delta_{ij} + \tau_{ij}$ es el tensor de tensiones del fluido.

Multiplicando la ecuación de continuidad (3.16) por la función de Heaviside, se obtiene la ecuación de continuidad válida en todo el espacio:

$$H(f) \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) \right) = 0 \quad (3.18)$$

que es análogo a escribir:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho' H(f)) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i H(f)) = \rho' \frac{\partial H(f)}{\partial t} + (\rho v_i) \frac{\partial H(f)}{\partial x_i} \quad (3.19)$$

Teniendo en cuenta la relación (3.15) es posible calcular la derivada temporal de la función de Heaviside:

$$\frac{\partial H(f)}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial t} = -V_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial H}{\partial f} = -V_i \frac{\partial H(f)}{\partial x_i} \quad (3.20)$$

de forma que sustituyendo la expresión (3.20) en la ecuación (3.19), la ecuación de



continuidad, válida en todo el campo libre, vendrá dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho'H(f)) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i H(f)) = [\rho_0 V_i + \rho(v_i - V_i)] \frac{\partial H(f)}{\partial x_i} \quad (3.21)$$

El resultado (3.21) pone de manifiesto que la discontinuidad artificial introducida en $f = 0$ genera un término fuente en la ecuación de continuidad de la masa que es proporcional a la tasa local de inyección de masa en el dominio exterior.

Del mismo modo, si se multiplica la ecuación de conservación del momento (3.17) por la función de Heaviside, se obtiene la ecuación de momento válida en todo el campo libre:

$$H(f) \left(\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) \right) = 0 \quad (3.22)$$

que es lo mismo que:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i H(f)) + \frac{\partial}{\partial x_j}[(\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) H(f)] = [\rho v_i (v_j - V_j) - \sigma_{ij}] \frac{\partial H(f)}{\partial x_j} \quad (3.23)$$

En la ecuación (3.23) se observa cómo la discontinuidad artificial ha introducido también un término fuente en la ecuación de momento que es proporcional a la suma de la intensidad de la fuerza local sobre $f = 0$ y a la tasa de inyección de momento en la región exterior a $f = 0$.

Siguiendo la metodología empleada en la derivación de la analogía aeroacústica de Lighthill, si se toma la derivada temporal de la ecuación (3.21) y se le resta la divergencia de la ecuación (3.23), se encuentra que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho'H(f)) &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}[(\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) H(f)] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \left[(\rho_0 V_i + \rho(v_i - V_i)) \frac{\partial H(f)}{\partial x_i} \right] - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\rho v_i (v_j - V_j) - \sigma_{ij}) \frac{\partial H(f)}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

Sumando a ambos lados de la ecuación (3.24) el término $c_0^2 (\partial^2 (\rho'H(f)) / \partial x_i^2)$, se obtiene una ecuación de ondas inhomogénea para las fluctuaciones de densidad acústicas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho'H(f)) - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}(\rho'H(f)) &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [T_{ij} H(f)] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} [(\rho_0 V_i + \rho(v_i - V_i)) n_i |\nabla f| \delta(f)] - \frac{\partial}{\partial x_i} [(\rho v_i (v_j - V_j) - \sigma_{ij}) n_j |\nabla f| \delta(f)] \end{aligned} \quad (3.25)$$



donde $T_{ij} = \rho v_i v_j - c_0^2 \rho' \delta_{ij} - \sigma_{ij}$ es el tensor de tensiones de Lighthill y donde se ha empleado la derivada de la función de Heaviside⁴.

La ecuación de ondas (3.25) representa la forma más general de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins. Consta de un término fuente correspondiente a la doble divergencia del tensor de tensiones de Lighthill, y de dos términos fuentes que sólo existen sobre la superficie de control S , y que denotaremos como:

$$F_i = (\rho v_i (v_j - V_j) - \sigma_{ij}) n_j \quad (3.26)$$

$$q = (\rho_0 V_i + \rho (v_i - V_i)) n_i \quad (3.27)$$

Por tanto, las fluctuaciones de densidad en el fluido real en la presencia de flujo y cuerpos rígidos son exactamente las mismas que existirían en un medio acústico equivalente en reposo y forzado por tres distribuciones fuente. Una primera distribución de volumen en la región externa de las superficies, debida al flujo y dada por el término $\partial^2 / \partial x_i \partial x_j (T_{ij} H(f))$. Una segunda distribución de superficie debida a la interacción del flujo con los cuerpos en movimiento y dada por el término $\partial (F_i |\nabla f| \delta(f)) / \partial x_i$. Y finalmente, una distribución de superficie debida a la cinemática de los cuerpos y dada por el término $\partial (q |\nabla f| \delta(f)) / \partial t$.

Cuando la superficie de control S coincide con una superficie sólida, la condición de no deslizamiento establece que la velocidad del fluido en contacto con la superficie es la misma que la velocidad de la superficie S , es decir, $\vec{v} = \vec{V}$, y en esta situación la ecuación (3.25) puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho' H(f)) - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} (\rho' H(f)) &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [T_{ij} H(f)] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} [\rho_0 V_i n_i |\nabla f| \delta(f)] + \frac{\partial}{\partial x_i} [\sigma_{ij} n_j |\nabla f| \delta(f)] \end{aligned} \quad (3.28)$$

La forma (3.28) de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins es una de las más utilizadas en aeroacústica. No obstante, del mismo modo que en la analogía de Lighthill el resultado que se obtiene no puede ser empleado directamente para calcular el sonido, puesto que en el tensor de Lighthill aparece el campo acústico, las ecuaciones (3.25) y (3.28) no son exactamente ecuaciones de ondas, puesto que la fluctuación de densidad aparece también en los términos fuente. A distancias alejadas de la región fuente dichas ecuaciones de ondas se reducen a ecuaciones de ondas homogéneas. Por tanto, para poder utilizar las ecuaciones (3.25) y (3.28) en problemas reales de aeroacústica, es necesario realizar una serie de hipótesis, de forma que los términos fuente de dichas ecuaciones sean independientes de cualquier consideración acústica y las ecuaciones de

⁴ $\frac{\partial H(f)}{\partial x_i} = \frac{\partial H}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial x_i} = \delta(f) n_i$.



FFWH se conviertan en ecuaciones de ondas aproximadas, resolubles mediante aplicación de la técnica de las funciones de Green.

Al igual que en el caso de la analogía aeroacústica de Lighthill, se supone que el flujo es muy turbulento, es decir, que el número de Reynolds del flujo es elevado, lo que implica que los términos inerciales dominan sobre los términos viscosos en el tensor T_{ij} . Además, se supone que el número de Mach del flujo es pequeño, de forma que el flujo se desarrolla prácticamente como un flujo incompresible. Si finalmente se supone un flujo isentrópico, el tensor de tensiones de Lighthill se reduce a la forma:

$$T_{ij} = \rho_0 v_i v_j \quad (3.29)$$

El segundo término fuente que aparece en las ecuaciones de Ffowcs Williams y Hawkings queda completamente definido por la cinemática de las superficies, por lo que no requiere ninguna aproximación. Cuando la superficie de control es una superficie impenetrable, es decir, cuando coincide con la superficie de los cuerpos sólidos, dicho término representa lo que se conoce como **ruido de espesor**, debido al desplazamiento de volumen de fluido durante el movimiento de las superficies (Crighton, 1992).

El tercer término fuente de las ecuaciones de FFWH representa todas las fuerzas de contacto entre las superficies y el flujo, pero también el efecto de dichas superficies sobre las ondas acústicas, de manera que no puede determinarse exactamente hasta que el campo acústico sea conocido. No obstante, las ecuaciones de FFWH se emplean principalmente para el estudio del ruido generado por turbomáquinas, donde las fuerzas fluctuantes proceden de álabes giratorios, como consecuencia de las inhomogeneidades del flujo que los rodea, y son mucho más elevadas que las fluctuaciones de presión superficial de naturaleza acústica. Por tanto, en lo que a la evaluación del término fuente se refiere, las últimas pueden ser depreciadas en comparación con las primeras. Como consecuencia, los procesos de difracción no son tenidos en cuenta, lo que no es un inconveniente grave para superficies tales como álabes o directrices, para las cuales la producción de sonido es el comportamiento más destacable. Además, se asume que el movimiento de las superficies es el de un cuerpo rígido, de modo que no se tiene en cuenta la vibración. Este término fuente se reduce entonces a las fuerzas de carga del álabe (sustentación y arrastre), que normalmente se determinan mediante la aerodinámica clásica estacionaria o no estacionaria, y está relacionado, cuando la superficie de control es impenetrable, es decir, cuando coincide con la superficie de los cuerpos sólidos, con el llamado **ruido de carga**, que es uno de los más eficientes desde el punto de vista acústico (Roger, 2004a).

Los argumentos del párrafo anterior ponen de manifiesto que la aproximación de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings para convertirla en una verdadera ecuación de ondas a la que se le pueda aplicar la técnica de las funciones de Green, sólo es válida para superficies sólidas que verdaderamente actúan como fuentes de sonido, como son álabes giratorios o directrices estacionarias de ventiladores y turbomáquinas. Todas las otras superficies, como conductos de ventiladores o el suelo, actúan como obstáculos de difracción; no producen sonido, pero sí modifican la propagación del campo radiado. Su contribución no puede ser estudiada mediante la analogía aeroacústica, sino que se requieren ecuaciones especiales de la teoría de difracción. Algunas aplicaciones de la teoría de FFWH a problemas bidimensionales pueden consultarse en (Guo, 2000).



Los términos fuente de las ecuaciones (3.25) ó (3.28) corresponden, respectivamente, a fuentes de radiación cuadrupolar, monopolar y dipolar, de acuerdo a su estructura matemática. Los términos correspondientes al monopolo y al dipolo son fuentes de superficie, mientras que el término correspondiente al cuadrupolo es una fuente de volumen. El monopolo, modeliza el ruido generado por el desplazamiento del fluido cuando pasa el cuerpo en movimiento. Por su parte, el dipolo modeliza el ruido generado por el movimiento de la distribución fuente sobre la superficie del cuerpo. Finalmente, el cuadrupolo modeliza el ruido generado por las no linealidades del flujo, tanto las debidas a la variación local de la velocidad del sonido, como a la variación de la velocidad del propio fluido en las proximidades del cuerpo. El término fuente de orden cuadrupolar cobra relevancia cuando se estudia el ruido generado por superficies moviéndose a velocidades muy altas (flujos transónicos o supersónicos) (Farassat, 1998). Sin embargo, cuando en la teoría de Ffowcs Williams y Hawkings se considera una superficie de control permeable, los términos fuente de la ecuación de FFWH hacen referencia al sonido generado en el campo de flujo exterior a los cuerpos sólidos, pero interior a la superficie de control, por lo que la contribución del cuadrupolo a la generación del sonido es despreciable en comparación con la generación de sonido debida al monopolo y al dipolo, motivo por el que término fuente cuadrupolar puede obviarse en la ecuación de FFWH (Farassat, 1996b).

3.2.3. Solución integral de la ecuación de FFWH.

La ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings, ecuación (3.25), con las simplificaciones adecuadas de los términos fuente, se convierte en una ecuación de ondas inhomogénea que puede resolverse aplicando directamente la técnica de las funciones de Green y la función de Green del campo libre. Los términos fuente que aparecen en la ecuación de FFWH corresponden a fuentes de radiación monopolar, dipolar y cuadrupolar, de modo que aplicando los resultados obtenidos en el *Capítulo 2* para las soluciones de la ecuación de ondas con términos fuente de radiación multipolar es posible obtener la solución integral de la ecuación de FFWH, que viene dada por:

$$\begin{aligned}
4\pi c_0^2 (\rho'(\vec{x}, t) H(f)) &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(T_{ij} H(f))(\vec{y}, \tau)}{|\vec{x} - \vec{y}|} \delta\left(\tau - t + \frac{|\vec{x} - \vec{y}|}{c_0}\right) d\vec{y} d\tau + \\
&+ \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(F_i |\nabla f| \delta(f))(\vec{y}, \tau)}{|\vec{x} - \vec{y}|} \delta\left(\tau - t + \frac{|\vec{x} - \vec{y}|}{c_0}\right) d\vec{y} d\tau + \\
&+ \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(q |\nabla f| \delta(f))(\vec{y}, \tau)}{|\vec{x} - \vec{y}|} \delta\left(\tau - t + \frac{|\vec{x} - \vec{y}|}{c_0}\right) d\vec{y} d\tau
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Teniendo en cuenta la relación (3.11) para la integración de la función delta de Dirac, $\delta(f)$, e integrando respecto al tiempo, la ecuación (3.30) se convierte en:

$$\begin{aligned}
4\pi c_0^2 (\rho'(\vec{x}, t) H(f)) &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{(T_{ij} H(f))(\vec{y}, \tau)}{|\vec{x} - \vec{y}|} \right] d\vec{y} + \\
&+ \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{f=0} \left[\frac{F_i(\vec{y}, \tau)}{|\vec{x} - \vec{y}|} \right] dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_{f=0} \left[\frac{q(\vec{y}, \tau)}{|\vec{x} - \vec{y}|} \right] dS
\end{aligned} \tag{3.31}$$



donde los corchetes indican evaluación de las variables en el tiempo retardado $t - |\vec{x} - \vec{y}|/c_0$. Al igual que la forma diferencial de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins, la forma integral de la misma, ecuación (3.31), también es válida en todo el espacio, es decir, tanto dentro de la superficie de control S donde la función de Heaviside se anula, como fuera de dicha superficie de control. El primer término integral de la ecuación (3.31) representa el sonido generado por la turbulencia en el campo libre, mientras que los restantes términos representan la influencia de la región acotada por la superficie S en el sonido radiado. Cuando la superficie de control coincide con un cuerpo sólido, el dipolo representa el sonido generado por una fuerza fluctuante, mientras que el monopolo representa los cambios de volumen del cuerpo.

En la ecuación (3.31) las fuentes se describen en un sistema de referencia, (\vec{y}, τ) , estacionario con respecto al fluido en reposo fuera de la superficie de control, de modo que el sonido se considera generado por fuentes estacionarias. No obstante, puede ser útil rescribir los términos fuente en un sistema de coordenadas fijo en las superficies en movimiento, como por ejemplo en el estudio del problema del ruido generado por álabes de ventiladores (Roger, 1996).

Para cada elemento de superficie se puede introducir un sistema de coordenadas Lagrangiano, $(\vec{\xi}, \tau)$, fijo en dichos elementos, de forma que si $\vec{u}(\vec{\xi}, \tau)$ es la velocidad de cada elemento de superficie ($\vec{\xi} = \vec{y}$ cuando $\tau = t_0$), el cambio entre sistemas de coordenadas viene dado por:

$$\vec{y}(\vec{\xi}, \tau) = \vec{\xi} + \int_{t_0}^{\tau} \vec{u}(\vec{\xi}, \tau') d\tau', \quad \tau > t_0 \tag{3.32}$$

El vector de posición entre el observador y la fuente se define como $\vec{r} = \vec{x} - \vec{y}(\vec{\xi}, \tau)$. La *Figura 3.4* representa esquemáticamente los sistemas de coordenadas fijo y móvil, y el vector de posición entre la fuente y el observador.

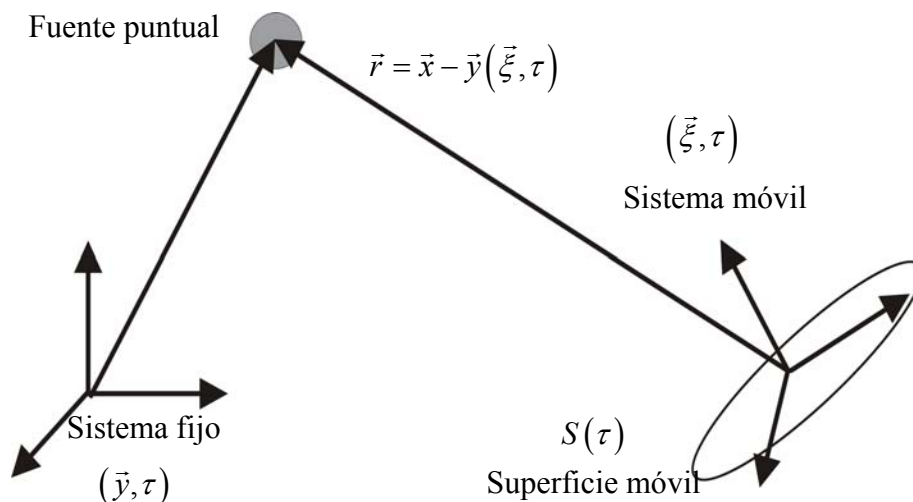


Figura 3.4. Sistemas de coordenadas fijo y en movimiento.



Introduciendo en la forma integral de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins, ecuación (3.30), el sistema de coordenadas móvil, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 4\pi c_0^2 (\rho'(\bar{x}, t) H(f)) = & \\
 = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(T_{ij} H(f))(\bar{\xi}, \tau)}{|\bar{x} - \bar{y}(\bar{\xi}, \tau)|} \delta \left(\tau - t + \frac{|\bar{x} - \bar{y}(\bar{\xi}, \tau)|}{c_0} \right) d\bar{\xi} d\tau + & \\
 + \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(F_i |\nabla f| \delta(f))(\bar{\xi}, \tau)}{|\bar{x} - \bar{y}(\bar{\xi}, \tau)|} \delta \left(\tau - t + \frac{|\bar{x} - \bar{y}(\bar{\xi}, \tau)|}{c_0} \right) d\bar{\xi} d\tau + & \quad (3.33) \\
 + \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(q |\nabla f| \delta(f))(\bar{\xi}, \tau)}{|\bar{x} - \bar{y}(\bar{\xi}, \tau)|} \delta \left(\tau - t + \frac{|\bar{x} - \bar{y}(\bar{\xi}, \tau)|}{c_0} \right) d\bar{\xi} d\tau
 \end{aligned}$$

La integración temporal de los términos fuente de (3.33) puede realizarse particularizando para un determinado instante, $\tau_j = \tau$, la relación:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t) \delta(g(t)) dt = \sum_j \frac{h(\tau_j)}{|\partial g(\tau_j) / \partial \tau|} \quad (3.34)$$

donde la ecuación en tiempo retardado se define como $g(\tau_j) = \tau_j - t + r(\tau_j)/c_0$, y por tanto, su derivada con respecto a τ es:

$$-1 + \frac{1}{c_0} \frac{x_i - y_i}{|\bar{x} - \bar{y}|} \frac{\partial y_i}{\partial \tau} \quad (3.35)$$

donde $\partial y_i / \partial \tau = u_i(\xi, \tau)$ y $(x_i - y_i) / |\bar{x} - \bar{y}|$ es un vector unitario en la dirección de radiación, esto es, en la dirección del vector de posición r . Si además se hace uso de la relación (3.11) para la integración de la función $\delta(f)$, la solución integral de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins, viene dada por:

$$\begin{aligned}
 4\pi c_0^2 (\rho'(\bar{x}, t) H(f)) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{(T_{ij} H(f))}{r |1 - M_r|} \right] d\bar{\xi} + & \\
 + \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{f=0} \left[\frac{F_i}{r |1 - M_r|} \right] dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_{f=0} \left[\frac{q}{r |1 - M_r|} \right] dS & \quad (3.36)
 \end{aligned}$$

donde los corchetes indican evaluación de las variables en el tiempo retardado $t - |\bar{x} - \bar{y}(\bar{\xi}, \tau)| / c_0$, y M_r es el número de Mach del movimiento de la fuente en la dirección de radiación, dado por:



$$M_r = \frac{u_i}{c_0 r} \left(x_i - y_i \left(\vec{\xi}, \tau \right) \right) = M \cos \Theta \quad (3.37)$$

siendo $\vec{M} = \vec{u} / c_0$, el número de Mach correspondiente al movimiento de la fuente, y Θ el ángulo entre dicho número de Mach y el vector de posición. El factor $|1 - M_r|$ que aparece en el denominador de los integrandos de la expresión (3.36), es el denominado **factor Doppler**, responsable, como se vio en el *Capítulo 2* cuando se estudió la radiación acústica de fuentes en movimiento, de la *amplificación convectiva*. Cuando el movimiento de la fuente es subsónico el factor Doppler es siempre menor que la unidad. Mientras que el movimiento de las fuentes se describe en función del sistema de coordenadas móvil, el factor Doppler se define por el movimiento de las fuentes respecto al sistema de coordenadas fijo en el medio acústico en reposo. La descripción de la solución integral de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings en términos de un sistema de coordenadas fijo en las superficies en movimiento tiene la ventaja de que permite distinguir claramente las consecuencias del movimiento y de la naturaleza de las fuentes acústicas en el sonido radiado.

Los términos integrales correspondientes al dipolo y al monopolo que aparecen en la solución (3.36), tienen la desventaja de que las correspondientes integrales tienen que ser derivadas temporal y espacialmente, incluyendo la función delta de Dirac, $\delta(f)$. Para abordar el problema de la generación aeroacústica de ruido por fuentes en movimiento es habitual emplear métodos numéricos. La metodología consiste en usar códigos CFD para resolver las fuentes acústicas en la región de generación del sonido, y acoplar dichas fuentes con la solución integral de la ecuación de FFWH, con vistas a predecir el sonido radiado en una determinada posición de observación. Si se emplea directamente la solución integral (3.36) de la ecuación de FFWH, es necesario calcular numéricamente las derivadas espaciales y temporales de las integrales, lo que requiere un enorme esfuerzo computacional, y además, introduce errores numéricos en los resultados. Para evitar esta dificultad, Farassat desarrolló dos formulaciones integrales alternativas de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings, conocidas como **solución de Farassat 1** y **solución de Farassat 1A**, que se exponen a continuación (Farassat, 1975).

En el desarrollo de las formulaciones integrales de Farassat no se considera el término fuente de volumen o término fuente cuadrupolar, puesto que sólo cobra relevancia cuando se estudian máquinas cuyas velocidades de giro son elevadas, mientras que para problemas con flujos subsónicos, como el que abordamos en esta tesis, es poco importante. Además, se supone que la superficie de control S coincide con la superficie de los cuerpos en movimiento, es decir, que es una superficie de control impenetrable, por lo que se cumple la condición de no deslizamiento, $\vec{v} = \vec{V}$ sobre S . La solución integral de la ecuación de FFWH, respecto de un sistema de coordenadas móviles, se escribe, después de aplicar la relación (3.11), como:

$$4\pi c_0^2 (\rho'(\vec{x}, t) H(f)) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{f=0} \frac{\rho_0 V_n}{r} \delta(g) dS d\tau - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{f=0} \frac{l_i}{r} \delta(g) dS d\tau \quad (3.38)$$

donde $V_n = V_i n_i$ es la velocidad normal a las superficies, $l_i = \sigma_{ij} n_j$ es la fuerza local que



ejerce sobre el fluido cada uno de los elementos de la superficie móvil, y $g = \tau - t + r/c_0$ es la función en tiempo retardado. El operador divergencia puede tomarse dentro de la integral, de modo que la ecuación (3.38) se describe como:

$$4\pi c_0^2 (\rho'(\vec{x}, t) H(f)) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{\rho_0 V_n}{r} \delta(g) dS d\tau - \int_{-\infty}^{\infty} \int l_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\delta(g)}{r} \right) dS d\tau \quad (3.39)$$

Desarrollando la derivada de la función delta de Dirac⁵, y aplicando las relaciones (3.34) y (3.35) para la integración temporal de dicha función delta, se llega finalmente a la solución integral de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings, conocida como **formulación de Farassat 1** (Farassat, 1975):

$$4\pi c_0^2 (\rho'(\vec{x}, t) H(f)) = \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 c_0 V_n + l_r}{r |1 - M_r|} \right] dS + \int_{f=0} \left[\frac{l_r}{r^2 |1 - M_r|} \right] dS \quad (3.40)$$

donde $M_r = M_i r_i / r$ es el número de Mach de la superficie en la dirección de radiación y $l_r = l_i r_i / r$ es la proyección de la fuerza local l_i en la dirección de radiación del sonido. Los corchetes indican evaluación de las variables en el tiempo retardado o de emisión.

Empleando la formulación de Farassat 1 se evita calcular la derivada espacial del término dipolar de la solución integral de la ecuación de FFWH, que de otra forma tendría que calcularse numéricamente. No obstante, aún sería necesario calcular numéricamente la derivada temporal de la primera integral. Debido a que la velocidad y la precisión del cálculo del ruido mejoran si se evita calcular la derivada temporal de la primera integral en la formulación (3.40), Farassat desarrolló posteriormente una nueva formulación integral, conocida como **formulación de Farassat 1A** (Brentner, 1986).

A partir de la definición de la función en tiempo retardado, $g = \tau - t + r/c_0$, y teniendo en cuenta que el vector de posición es función del tiempo medido respecto de las superficies en movimiento τ , es posible relacionar dicho tiempo τ con el tiempo medido respecto al observador t :

$$\frac{\partial}{\partial t} \Big|_{\vec{x}} = \left(\frac{1}{|1 - M_r|} \frac{\partial}{\partial \tau} \Big|_{\vec{x}_{ret}} \right) \quad (3.41)$$

donde el símbolo $\Big|_{\vec{x}}$ indica que la posición del observador, \vec{x} , se mantiene fija durante la diferenciación, y el subíndice ret hace referencia al tiempo retardado. Empleando la

⁵ La derivada de la función delta se calcula como:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\delta(g)}{r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} (\delta(g)) \frac{\partial t}{\partial x_i} - \frac{\hat{r}_i}{r^2} \delta(g) = -\frac{\hat{r}_i}{c_0 r} \frac{\partial}{\partial t} (\delta(g)) - \frac{\hat{r}_i}{r^2} \delta(g)$$

ya que: $\frac{\partial r}{\partial x_i} = \frac{r_i}{r} = \hat{r}_i$ y $\frac{\partial t}{\partial x_i} = -\frac{\hat{r}_i}{c_0}$.



relación (3.41) es posible tomar la derivada temporal dentro de la primera integral en la ecuación (3.40), de forma que la solución integral de la ecuación de FFWH, conocida como formulación 1A de Farassat, para las fluctuaciones de presión acústica⁶, es:

$$\bar{p}'(\bar{x}, t) = \bar{p}'_T(\bar{x}, t) + \bar{p}'_L(\bar{x}, t) \quad (3.42)$$

siendo⁷:

$$4\pi\bar{p}'_T(\bar{x}, t) = \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 \dot{V}_n}{r|1-M_r|^2} \right] dS + \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 V_n \left(r \dot{M}_i \hat{r}_i + c_0 M_r - c_0^2 M^2 \right)}{r^2 |1-M_r|^3} \right] dS \quad (3.43)$$

$$4\pi\bar{p}'_L(\bar{x}, t) = \frac{1}{c_0} \int_{f=0} \left[\frac{\dot{l}_i \hat{r}_i}{r|1-M_r|^2} \right] dS + \int_{f=0} \left[\frac{l_r - l_i M_i}{r^2 |1-M_r|^2} \right] dS + \frac{1}{c_0} \int_{f=0} \left[\frac{l_r \left(r \dot{M}_i \hat{r}_i + c_0 M_r - c_0^2 M^2 \right)}{r^2 |1-M_r|^3} \right] dS \quad (3.44)$$

donde el punto sobre las variables indica diferenciación respecto al tiempo de la fuente o superficie, τ , los subíndices n y r se refieren al producto escalar de la correspondiente variable con el vector normal unitario y con el vector unitario en la dirección de radiación, y donde los corchetes indican evaluación en el tiempo retardado.

La formulación de Farassat 1A es válida para superficies con geometría y movimiento arbitrario, y evita la evaluación numérica de las derivadas temporales y espaciales de las integrales, aunque los integrandos son más complicados que en la formulación de Farassat 1. Las fuentes se localizan en la superficie real de los cuerpos e incluyen la carga procedente de cualesquiera mecanismos que actúen sobre las mismas.

En las ecuaciones (3.43) y (3.44), aparecen explícitamente los términos correspondientes al **campo próximo** (variando como $1/r^2$ en las integrales) y al **campo lejano** (variando como $1/r$ en las integrales). Cuando el punto de observación, \bar{x} , se sitúa en el campo lejano ($\lambda/2\pi r \ll 1$), las ecuaciones retienen únicamente los términos con la atenuación $1/r$ y adoptan la forma simplificada siguiente:

$$4\pi\bar{p}'_T(\bar{x}, t) = \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 \dot{V}_n}{r|1-M_r|^2} \right] dS \quad (3.45)$$

⁶ $4\pi c_0^2 (\rho'(\bar{x}, t) H(f)) = p'(\bar{x}, t) H(f) = \bar{p}'(\bar{x}, t)$.

⁷ Para la derivación de las expresiones (3.43) y (3.44), se han empleado las siguientes relaciones:

$$\frac{\partial r}{\partial \tau} = -V_r; \quad \frac{\partial \hat{r}_i}{\partial \tau} = \frac{\hat{r}_i V_r - V_i}{r}; \quad \frac{\partial M_r}{\partial \tau} = \frac{1}{c_0 r} \left(r_i \frac{\partial V_i}{\partial \tau} + V_r^2 - V^2 \right); \quad \frac{\partial V_n}{\partial \tau} = \left(\frac{\partial V_i}{\partial \tau} \hat{n}_i + V_i \frac{\partial \hat{n}_i}{\partial \tau} \right) \equiv \dot{V}_n$$



$$4\pi\bar{p}'_L(\vec{x},t) = \frac{1}{c_0} \int_{f=0} \left[\frac{\dot{l}_i \hat{r}_i}{r|1-M_r|^2} \right] dS \quad (3.46)$$

Las expresiones (3.45) y (3.46), son las más habituales en las aplicaciones prácticas cuando se calcula el ruido generado por los álabes de máquinas en movimiento rotatorio subsónico, y ponen de manifiesto que la no estacionalidad de los términos fuente, expresada por las derivadas temporales, es una condición necesaria para que el ruido se oiga en el campo lejano.

Es importante destacar que la formulación integral obtenida para la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings depende del cambio de variables que se escoja para integrar analíticamente las funciones delta de Dirac (Brentner, 2000). Para ilustrar esta afirmación, consideremos, por ejemplo, una ecuación de ondas inhomogénea dada por:

$$\square^2 \varphi(\vec{x},t) = Q(\vec{x},t) \delta(f) \quad (3.47)$$

donde \square^2 es el operador de ondas de D'Alembert, $Q(\vec{x},t)$ es la intensidad de la fuente y $f(\vec{x},t)=0$ define la superficie de control sobre la que se distribuye la fuente. Aplicando la función de Green del campo libre es posible obtener una representación integral de la ecuación (3.47):

$$4\pi\varphi(\vec{x},t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(\vec{y},\tau) \delta(f) \delta(g)}{r} d\vec{y} d\tau \quad (3.48)$$

Para desarrollar una formulación integral aeroacústica es necesario realizar la integración de las funciones delta de Dirac que aparecen en (3.48), y para ello se requiere un cambio de variables que determinará el tipo de formulación. Con el cambio de variables $(y_3, \tau) \rightarrow (f, g)$, y teniendo en cuenta que:

$$d\vec{y} d\tau = \frac{dy_1 \cdot dy_2 \cdot df \cdot dg}{|\partial f / \partial y_3| |1-M_r|} = \frac{dS \cdot df \cdot dg}{|1-M_r|} \quad (3.49)$$

se obtiene la ya conocida formulación en tiempo retardado:

$$4\pi\varphi(\vec{x},t) = \int_{f=0} \left[\frac{Q(\vec{y},\tau)}{r|1-M_r|} \right] dS \quad (3.50)$$

La **formulación integral de esfera colapsante**, donde la integración se realiza sobre la intersección de la superficie $f=0$ y la superficie definida por $g = \tau - t + r/c_0 = 0$ (ecuación en tiempo retardado), que puede interpretarse como la ecuación de una esfera de radio r centrada en la posición del observador \vec{x} para un tiempo de la fuente particular τ , viene dada por:



$$4\pi\varphi(\vec{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{g=0} \frac{Q(\vec{y}, \tau)}{r \sin \theta} c_0 d\Gamma d\tau \quad (3.51)$$

Cuando $\tau \rightarrow t$, el radio de la esfera se reduce o colapsa. La ecuación (3.51) se obtiene con el cambio de variables $(y_2, y_3) \rightarrow (f, g)$, y teniendo en cuenta que:

$$d\vec{y} = \frac{dy_1 \cdot df \cdot dg}{\partial(f, g) / \partial(y_2, y_3)} = \frac{dy_1 \cdot df \cdot dg}{(\nabla f \times \nabla g) \cdot \hat{e}_1} = \frac{c_0 \cdot d\Gamma \cdot df \cdot dg}{\sin \theta} \quad (3.52)$$

Finalmente, con el cambio de variables $(y_3, \tau) \rightarrow (F, g)$, y teniendo en cuenta que:

$$d\vec{y} d\tau = \frac{dy_1 \cdot dy_2 \cdot dF \cdot dg}{\partial(F, g) / \partial(y_3, \tau)} = \frac{dy_1 \cdot dy_2 \cdot dF \cdot dg}{\partial F / \partial y_3} = \frac{dy_1 \cdot dy_2 \cdot dF \cdot dg}{N_3 |\nabla F|} = \frac{d\Sigma \cdot dF \cdot dg}{|\nabla F|} \quad (3.53)$$

donde $F(\vec{y}; \vec{x}, t) = f(\vec{y}, t - r/c_0)$, $|\nabla F| \equiv \Lambda$, y N_3 es la tercera componente del vector unitario normal a la superficie $F = 0$, se obtiene la **formulación integral de superficie de emisión**.⁸

$$4\pi\varphi(\vec{x}, t) = \int_{F=0} \frac{1}{r} \left[\frac{Q(\vec{y}, \tau)}{\Lambda} \right] d\Sigma \quad (3.54)$$

donde Σ es la superficie de emisión o superficie de influencia, definida como el conjunto de puntos del espacio-tiempo que emiten señales que alcanzan la posición del observador en un instante t particular. En ocasiones, la superficie de emisión se denomina *plataforma acústica* (Brentner, 2003).

En el estudio del ruido generado por las máquinas rotatorias subsónicas (factor Doppler siempre menor que la unidad, $|1 - M_r| < 1$), la formulación en tiempo retardado es la más habitual y la más robusta. No obstante, cuando el movimiento es supersónico las integrales pueden presentar singularidades ($|1 - M_r| = 0$ cuando $M_r = 1$) y la ecuación en tiempo retardado puede tener múltiples soluciones. En estos casos, las formulaciones integrales de esfera colapsante (ecuación (3.51)) y de superficie de emisión (ecuación (3.54)), son una alternativa razonable para evitar las singularidades en las integrales (Farassat, 1998).

3.2.4. Fuente acústicamente compacta.

Si se denota como L la escala de longitud característica de la región fuente y como λ la longitud de onda acústica, cuando se cumple que $L/\lambda \ll 1$, la región fuente es acústicamente compacta. Esta condición, bien establecida en acústica para fuentes

⁸ Farassat y Farris (Farris, 1999), han demostrado analíticamente la equivalencia de las siguientes expresiones:

$$\frac{dS}{|1 - M_r|} = \frac{c_0 d\tau d\Gamma}{\sin \theta} = \frac{d\Sigma}{\Lambda}$$



estacionarias, se complica cuando las fuentes están en movimiento. En dicho caso, una región fuente es acústicamente compacta si las variaciones en tiempo retardado sobre dicha región son despreciables en comparación con un período característico de la fuente, $T(\vec{\xi})$, considerado en el sistema de referencia móvil. Matemáticamente, si $\overline{(1-M_r)}$ es el valor promedio del factor Doppler, dicha condición puede expresarse como (Roger, 1996):

$$T(\vec{\xi}) \gg \left[\frac{L}{c_0 \overline{(1-M_r)}} \right]_{ret} \quad (3.55)$$

Una fuente podría ser compacta en reposo y no serlo cuando se encuentra en movimiento. De un modo general, podríamos decir que una región fuente del espacio es más compacta cuando se aleja del observador y menos compacta cuando se aproxima a él.

Cuando la región fuente considerada es compacta, emite sonido del mismo modo que una fuente puntual, y la solución integral de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins, para un observador situado en el campo lejano, se simplifica enormemente:

$$4\pi \bar{p}'_T(\vec{x}, t) = \left[\frac{\rho_0 \dot{V}_n}{r |1-M_r|^2} \right] \quad (3.56)$$

$$4\pi \bar{p}'_L(\vec{x}, t) = \frac{1}{c_0} \left[\frac{\dot{l}_i \hat{r}_i}{r |1-M_r|^2} \right] \quad (3.57)$$

donde los corchetes indican evaluación de las correspondientes variables en el tiempo retardado. Las expresiones (3.56) y (3.57), son equivalentes a las **fórmulas de Lowson** obtenidas para fuentes puntuales en movimiento (Lowson, 1965).

La ecuación de FFWH permite calcular el sonido generado por la turbulencia, tanto en flujos acotados como no acotados, y el sonido generado por el movimiento de los cuerpos presentes, estableciendo explícitamente que si se emplea la función de Green del campo libre, es necesario considerar dos contribuciones acústicas, las fuentes de volumen y las fuentes de superficie. No obstante, cuando la región fuente es acústicamente compacta, es posible utilizar un método alternativo para calcular el sonido radiado al campo lejano (Hirschberg, 2004).

Si en lugar de aplicar la función de Green del campo libre se construye una función de Green alternativa que satisfaga la ecuación de ondas para una fuente puntual, la condición de causalidad, y la condición de contorno $\partial G / \partial n = 0$, sobre la superficie de control S , entonces las integrales de superficie se anulan y las contribuciones del monopolo y del dipolo se tienen en cuenta a través de la nueva función de Green. Cuando la región fuente es acústicamente compacta es posible construir una función de Green que satisfaga todos los requisitos anteriores, y que se denomina **función de Green compacta**.



Para construir la función de Green compacta se parte de la ecuación de ondas en el dominio de la frecuencia en lugar del dominio temporal, que es lo que se conoce como ecuación de Helmholtz para una determinada frecuencia f :

$$(\nabla^2 + k_0^2)\hat{G}(\vec{x}, \vec{y}, \omega) = \delta(\vec{x} - \vec{y}), \quad \frac{\partial \hat{G}}{\partial n} = 0 \quad \text{sobre la superficie } S \quad (3.58)$$

donde $k_0 = \omega/c_0$, $\omega = 2\pi f$, la coordenada \vec{x} denota la posición del observador y la coordenada \vec{y} denota la posición de la fuente. La solución de la ecuación (3.58) se lleva a cabo aplicando el teorema de reciprocidad de las funciones de Green visto en el *Capítulo 2*, es decir, si $\hat{G}(\vec{x}, \vec{y}, t)$ es la solución de la ecuación de Helmholtz (3.58) cuando la fuente se encuentra en \vec{y} y el observador se encuentra en \vec{x} , entonces debe cumplirse que $\hat{G}(\vec{x}, \vec{y}, t) = \hat{G}(\vec{y}, \vec{x}, t)$, donde $\hat{G}(\vec{y}, \vec{x}, t)$ es la solución de la ecuación de Helmholtz cuando el observador se localiza en \vec{y} y la fuente se localiza en \vec{x} . Para encontrar la solución $\hat{G}(\vec{y}, \vec{x}, t)$, la función de Green se define como la suma de la función de Green del campo libre en ausencia de cuerpos, más otra función de Green que tiene en cuenta la presencia de los cuerpos:

$$\begin{aligned} \hat{G}(\vec{y}, \vec{x}, \omega) &= \hat{G}_0(\vec{y}, \vec{x}, \omega) + \hat{G}'(\vec{y}, \vec{x}, \omega) = -\frac{e^{ik_0|\vec{x}-\vec{y}|}}{4\pi|\vec{x}-\vec{y}|} + \hat{G}'(\vec{y}, \vec{x}, \omega) \approx \\ &\approx -\frac{e^{ik_0|\vec{x}|}}{4\pi|\vec{x}|} \left(1 - \frac{ik_0 x_j y_j}{|\vec{x}|} + O(k_0 L)^2 \right) + \hat{G}'(\vec{y}, \vec{x}, \omega) \end{aligned} \quad (3.59)$$

La relación (3.59) es válida cuando la región fuente es compacta, de modo que $k_0 y_j \approx k_0 L \ll 1$ y cuando $|\vec{x}| \rightarrow \infty$. Para una fuente situada en \vec{x} y un observador situado en \vec{y} , la función de Green del campo libre puede escribirse como:

$$\hat{G}_0(\vec{y}, \vec{x}, \omega) = A + B_j y_j + O(k_0 L)^2 \quad (3.60)$$

donde A es una constante y \vec{B} es un vector constante. La función de Green (3.60) debe satisfacer la ecuación de Helmholtz siguiente:

$$(\nabla^2 + k_0^2)\hat{G}_0(\vec{y}, \vec{x}, \omega) = \delta(\vec{y} - \vec{x}) \Rightarrow B_j \nabla^2 y_j + k_0^2 (A + B_j y_j) = 0 \quad (3.61)$$

Cuando $|\vec{x}| \rightarrow \infty$ y $k_0 y_j \ll 1$, la función de Green del campo libre debe satisfacer la ecuación de Laplace en el campo próximo a un cuerpo sólido, y además, adopta la forma de un campo potencial producido por un flujo uniforme que se aproxima a un cuerpo sólido para flujo potencial incompresible. Es decir, que a primer orden la expresión (3.61) se aproxima como:

$$B_j \nabla^2 y_j = 0 \quad (3.62)$$



La expresión (3.62) induce a asumir que la corrección, $\hat{G}'(\bar{y}, \bar{x}, \omega)$, debería ser similar al tipo de corrección necesaria en la teoría de flujo potencial incompresible para tener en cuenta la presencia de un contorno sólido, de modo que la función de Green compacta, válida para una fuente situada en \bar{x} y un observador situado en \bar{y} , es:

$$\hat{G}(\bar{y}, \bar{x}, t) = A + B_j (y_j - \phi'_j(\bar{y})) + \dots = -\frac{e^{ik_0|\bar{x}|}}{4\pi|\bar{x}|} + U_j (y_j - \phi'_j(\bar{y})) \quad (3.63)$$

donde se ha introducido una perturbación de una función potencial⁹ ϕ'_j que satisface las propiedades:

$$\nabla^2 \phi'_j = 0, \quad y \quad \phi'_j \rightarrow 0 \quad \text{lejos del contorno sólido} \quad (3.64)$$

En la expresión (3.63), el vector B_j ha sido reemplazado por el vector U_j con vistas a facilitar la comparación entre el segundo término y una perturbación potencial para el flujo uniforme U_j que pasa a través del contorno sólido. La función de Green debe satisfacer además la condición de contorno:

$$\frac{\partial}{\partial n} (y_j - \phi'_j(\bar{y})) = 0 \quad \text{sobre } S \quad (3.65)$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{\partial}{\partial n} \phi'_j(\bar{y}) = n_j \quad \text{sobre } S \quad (3.66)$$

Finalmente, haciendo uso del teorema de reciprocidad de las funciones de Green visto en el *Capítulo 2*, es posible obtener la función de Green compacta para una fuente situada en posiciones \bar{y} próximas al cuerpo y un observador alejado del cuerpo y situado en \bar{x} :

$$\hat{G}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) = -\frac{e^{ik_0|\bar{x}|}}{4\pi|\bar{x}|} \left(1 - \frac{ik_0 x_j Y_j}{|\bar{x}|} \right), \quad \bar{y} \sim O(L), \quad |\bar{x}| \rightarrow \infty \quad (3.67)$$

donde el vector \vec{Y} ha sido denominado **vector de Kirchhoff**, y viene dado por:

$$\vec{Y}(\bar{y}) = \bar{y} - \vec{\phi}'(\bar{y}) \quad (3.68)$$

Ejemplos de funciones de Green compactas, son la *forma simétrica de la función de Green compacta*, la *función de Green compacta en el dominio temporal* y el *desarrollo bidimensional en campo lejano de la función de Green compacta*. La forma simétrica de la función de Green compacta, viene dada por (Hirschberg, 2004):

⁹ El subíndice j indica que es la perturbación potencial la que debe usarse para generar un campo de flujo equivalente al flujo en la dirección j que pasa a través del contorno sólido.



$$\hat{G}(\vec{x}, \vec{y}, \omega) \approx -\frac{e^{ik_0|\vec{X}-\vec{Y}|}}{4\pi|\vec{X}-\vec{Y}|}, \quad \vec{Y} \sim O(L), \quad |\vec{x}| \rightarrow \infty \quad (3.69)$$

donde $\vec{X} = \vec{x} - \vec{\phi}'(\vec{x})$ y $\vec{Y} = \vec{y} - \vec{\phi}'(\vec{y})$, son los vectores de Kirchhoff para el cuerpo en términos de \vec{x} y de \vec{y} , respectivamente. La forma simétrica de la función de Green compacta, se reduce a la función de Green del campo libre cuando tanto la fuente como el observador están muy lejos del cuerpo sólido. La función de Green compacta en el dominio temporal viene dada por:

$$\hat{G}(\vec{x}, \vec{y}, t - \tau) = \frac{1}{4\pi|\vec{X}-\vec{Y}|} \delta\left(t - \tau - \frac{|\vec{X}-\vec{Y}|}{c_0}\right) \quad (3.70)$$

donde de nuevo $\vec{X} = \vec{x} - \vec{\phi}'(\vec{x})$ e $\vec{Y} = \vec{y} - \vec{\phi}'(\vec{y})$, son los vectores de Kirchhoff para el cuerpo. Finalmente, el desarrollo bidimensional en campo lejano de la función de Green compacta viene dado por:

$$\hat{G}(\vec{x}, \vec{y}, t) \approx \frac{\vec{x} \cdot \vec{Y}}{2\pi\sqrt{2c_0}|\vec{x}|^{3/2}} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H(t - \tau - |\vec{x}|/c_0)}{\sqrt{t - \tau - |\vec{x}|/c_0}} \right), \quad |\vec{x}| \rightarrow \infty \quad (3.71)$$

3.2.5. Teoría de Curle y método de Kirchhoff.

La analogía aeroacústica de Lighthill se aplica únicamente cuando en el campo de flujo no existen contornos reflectantes que alteren las características de propagación del sonido radiado. Curle desarrolló una extensión de la analogía aeroacústica de Lighthill para tener en cuenta los efectos de las superficies sobre el ruido provocado por el flujo, conocida como **teoría de Curle** (Curle, 1955). No obstante, como se verá a lo largo de esta sección, la teoría de Curle es un caso particular de la teoría de Ffowcs Williams y Hawkins cuando la superficie de control S es estacionaria.

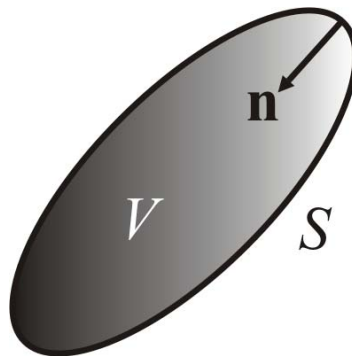


Figura 3.5. Superficie de control y normal para el desarrollo de Curle.

En su desarrollo, Curle consideró un cuerpo encerrado por una superficie de control estacionaria S que encierra un volumen de fluido V , y cuya normal hacia

dentro¹⁰ es \vec{n} , tal y como se representa en la *Figura 3.5*. Para calcular las fluctuaciones de densidad acústicas producidas por el flujo y la presencia de una superficie sólida, Curle obtuvo una formulación integral de la analogía de Lighthill por aplicación de la técnica de las funciones de Green, pero considerando una función de Green del campo libre no ajustada, es decir, una función de Green cuyas condiciones de contorno no coinciden con las condiciones de contorno del problema, de forma que:

$$\rho'(\vec{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_V \frac{\partial^2 T_{ij}(\vec{y}, \tau)}{\partial y_i \partial y_j} G_0(\vec{x}, t; \vec{y}, \tau) d\vec{y} d\tau - c_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_S \left(\rho' \frac{\partial G_0}{\partial y_i} - G_0 \frac{\partial \rho'}{\partial y_i} \right) n_i dS d\tau \quad (3.72)$$

Si la ecuación (3.72) se integra por partes dos veces con respecto al volumen, y se hace uso de la definición del tensor de tensiones de Lighthill y de su simetría, las fluctuaciones de densidad acústicas se describen como:

$$\begin{aligned} \rho'(\vec{x}, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_V T_{ij} \frac{\partial^2 G_0}{\partial y_i \partial y_j} d\vec{y} d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \int_S G_0 \left(\frac{\partial}{\partial y_j} (\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) \right) n_i dS d\tau - \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} \int_S (\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) \frac{\partial G_0}{\partial y_j} n_i dS d\tau \end{aligned} \quad (3.73)$$

Empleando la ley de conservación de la cantidad de movimiento en ausencia de fuerzas externas, y la simetría de la función de Green, $\partial G_0 / \partial x_i = -\partial G_0 / \partial y_i$, la ecuación (3.73) se convierte en:

$$\begin{aligned} \rho'(\vec{x}, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_V T_{ij} \frac{\partial^2 G_0}{\partial x_i \partial x_j} d\vec{y} d\tau - \int_{-\infty}^{\infty} \int_S G_0 \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial \tau} n_i dS d\tau + \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \int_S (\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) \frac{\partial G_0}{\partial x_j} n_i dS d\tau \end{aligned} \quad (3.74)$$

Las derivadas espaciales de la ecuación (3.74) no afectan a la coordenada espacial \vec{y} , de modo que pueden tomarse fuera de las integrales. Por otra parte, si se integra por partes la segunda integral en (3.74), puede aplicarse la simetría temporal de las funciones de Green, $\partial G_0 / \partial t = -\partial G_0 / \partial \tau$. Además, como vimos en capítulos previos, si el punto de observación del sonido se coloca en el campo lejano ($r = |\vec{x}|$) es posible realizar el cambio de variables $\partial / \partial x_i = -(x_i / c_0 |\vec{x}|) \partial / \partial t$, con lo que las fluctuaciones de densidad acústica vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \rho'(\vec{x}, t) = & \frac{x_i x_j}{c_0^2 |\vec{x}|^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_V T_{ij} G_0 d\vec{y} d\tau - \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_S G_0 \rho v_i n_i dS d\tau - \\ & - \frac{x_j}{c_0 |\vec{x}|} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_S (\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) G_0 n_i dS d\tau \end{aligned} \quad (3.75)$$

¹⁰Nótese que la orientación de la normal a la superficie de control es la contraria a la empleada en la teoría de FFWH.



Utilizando la función de Green del campo libre y llevando a cabo las integraciones temporales, la ecuación (3.75) se convierte en:

$$\begin{aligned} \rho'(\vec{x}, t) = & \frac{x_i x_j}{4\pi c_0^4 |\vec{x}|^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_V \left[\frac{T_{ij}}{r} \right] d\vec{y} - \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left[\frac{\rho v_i n_i}{r} \right] dS - \\ & - \frac{x_j}{4\pi c_0^3 |\vec{x}|} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left[\left(\rho v_i v_j - \sigma_{ij} \right) \frac{n_i}{r} \right] dS \end{aligned} \quad (3.76)$$

donde los corchetes indican evaluación de las variables en el tiempo retardado $t - r/c_0$. La ecuación (3.76) se conoce como **teorema de Curle**.

Si se particulariza la solución integral (3.31) de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins para una superficie de control estacionaria, $\vec{V} = 0$, y para un observador situado en el campo lejano, se obtiene exactamente la expresión del teorema de Curle (3.76), lo que indica que el método de Curle es un caso especial del método más general de Ffowcs Williams y Hawkins, para el cual, la superficie de control no tiene que ser necesariamente estacionaria (Grace, 2004).

El método de Kirchhoff (Farassat, 1996c) resuelve la ecuación de ondas homogénea empleando la técnica de las funciones de Green y la función de Green del campo libre. La información acústica se introduce en la ecuación de ondas a través de un contorno de una superficie en movimiento que encierra las fuentes de sonido, es decir, que todas las fuentes de sonido y las no uniformidades del flujo deben estar contenidas en el interior de la superficie. Designemos como $f(\vec{x}, t) = 0$ a la superficie móvil que encierra las fuentes de sonido y las no uniformidades del flujo, de forma que $f > 0$ fuera de la superficie y $|\nabla f| = 1$ sobre la superficie. La presión acústica, se define de modo que:

$$\bar{p}' = \begin{cases} p' & \text{fuera de } f = 0 \\ 0 & \text{dentro de } f = 0 \end{cases} \quad (3.77)$$

La ecuación de ondas generalizada, conocida como **ecuación de Kirchhoff**, viene dada por:

$$\square^2 \bar{p}' = - \left(\bar{p}'_n + \frac{1}{c_0} M_n \bar{p}'_t \right) \delta(f) - \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \left[M_n \bar{p}' \delta(f) \right] - \nabla \cdot \left[\bar{p}' \vec{n} \delta(f) \right] \quad (3.78)$$

donde \bar{p}'_n y \bar{p}'_t son las derivadas, normal y temporal respectivamente de \bar{p}' , M_n es el número de Mach local normal a la superficie, y $\vec{n} = \nabla f$ es el vector normal unitario orientado hacia fuera de la superficie. La solución integral de la ecuación (3.78) es lo que se conoce como **fórmula de Kirchhoff** para la superficie móvil:

$$4\pi \bar{p}'(\vec{x}, t) = \int_{f=0} \left[\frac{E_1}{r|1-M_r|} \right] dS + \int_{f=0} \left[\frac{\bar{p}' E_2}{r^2|1-M_r|} \right] dS \quad (3.79)$$



siendo:

$$E_1 = (M_n^2 - 1) \bar{p}'_n + M_n \bar{M}_t \nabla^2 \bar{p}' - \frac{M_n}{c_0} \dot{\bar{p}}' + \frac{1}{c_0 |1 - M_r|} \left(\dot{n}_r - \dot{M}_r - \dot{n}_M \right) \bar{p}' + \quad (3.80)$$

$$+ (\cos \theta - M_n) \dot{\bar{p}}' + \frac{1}{c_0 |1 - M_r|^2} [M_r (\cos \theta - M_n) \bar{p}']$$

$$E_2 = \frac{(1 - M^2)}{|1 - M_r|^2} (\cos \theta - M_n) \quad (3.81)$$

donde \bar{M}_t es el número de Mach local en la dirección tangencial a la superficie, y n_r y n_M , son respectivamente los vectores normales unitarios en la dirección de radiación y en la dirección del número de Mach (Farassat, 2001a).

La principal ventaja de la formulación de Kirchhoff, consistente en que los efectos no lineales son incluidos en la superficie de integración, también es satisfecha por la formulación de Ffowcs Williams y Hawkins cuando la superficie de control no se considera impenetrable, es decir, no se considera coincidente con la superficie sólida de los cuerpos. De hecho, el propio Ffowcs Williams sugirió que una superficie de control penetrable sería más adecuada para la predicción del ruido, puesto que incluiría dentro de la superficie la parte significativa de las fuentes cuadrupolares. Brentner y Farassat, demostraron que la formulación de FFWH para una superficie de control penetrable era superior a la basada en la fórmula de Kirchhoff en el campo próximo, mientras que no había una diferencia apreciable en los costes computacionales asociados a ambos métodos (Brentner, 1997).

La ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins es analíticamente superior para la aeroacústica, puesto que se basa en leyes de conservación de la Mecánica de Fluidos más que en la ecuación de ondas, como hace la formulación de Kirchhoff. Por tanto, la ecuación de FFWH es válida incluso cuando la superficie de control se sitúa en la región de flujo no lineal, mientras que la ecuación de Kirchhoff puede producir errores considerables si la superficie de control no se sitúa en la región de flujo lineal. Además, en la ecuación de FFWH los tres términos fuente tienen un significado físico inmediato que ayuda a comprender los mecanismos de generación del ruido, y son independientes entre sí, lo cual es una ventaja importante desde el punto de vista de los cálculos numéricos. Los términos fuente de la ecuación de Kirchhoff no están relacionados de manera inmediata con ningún mecanismo físico conocido.

3.3. RUIDO DE TURBOMÁQUINAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.

Este apartado se dedica a investigar las propiedades del espectro sonoro a frecuencia discreta consecuencia del ruido de carga obtenido con una formulación en el dominio de la frecuencia, ya que, como se puso de manifiesto en la introducción de este capítulo, dicho mecanismo parece ser la principal fuente de generación de sonido en este tipo de máquinas (no obstante, en la formulación numérica basada en el desarrollo en el dominio temporal de la teoría de Ffowcs Williams y Hawkins se mantendrá el término del ruido de espesor, con vistas a obtener su contribución al espectro de ruido



radiado al campo lejano). Los desarrollos teóricos se llevan a cabo para máquinas en condiciones de campo libre, es decir, para máquinas en las que los efectos de difracción son despreciables, y para posiciones de observación ubicadas en el campo lejano. Se comienzan estudiando las características del ruido radiado por un dipolo puntual en movimiento rotacional, partiendo de la fórmula de Lowson para fuentes acústicamente compactas, y a continuación se extiende el desarrollo al caso general no compacto. Se examinan los efectos del ruido de interacción en la estela, en particular, el ruido generado por la presencia de un estator estacionario situado aguas arriba del rotor. Finalmente, se aborda, de un modo general, el estudio del ruido de banda ancha, el ruido generado por los bordes traseros de los álabes, las consideraciones especiales necesarias para estudiar ventiladores de flujo axial entubados, y las posibles medidas a adoptar para la reducción y el control del ruido radiado por los ventiladores.

3.3.1. Radiación de ruido por un dipolo puntual en movimiento rotacional.

Como se ha comentado en la introducción de este capítulo, la mayor parte del ruido a frecuencia discreta radiado por máquinas en movimiento rotacional subsónico es debido a dipolos equivalentes. Consideremos entonces un segmento de álabe de radio R_0 , girando a frecuencia angular constante Ω , y con un número de Mach pequeño. Dicho segmento actúa como un dipolo acústico de intensidad $\vec{F}(t)$, siendo $\vec{F}(t)$ la fuerza de carga sobre el álabe, con un ángulo de inclinación, γ , pequeño y constante respecto al eje de rotación. Asumimos que $\vec{F}(t)$ tiene componentes axial y tangencial solamente, puesto que ésta es la configuración correspondiente a máquinas de flujo axial, de forma que el análisis que se va a desarrollar pondrá de manifiesto características del espectro de frecuencia del sonido radiado que son típicas de ventiladores axiales. El sistema de coordenadas empleado para los cálculos se representa en la *Figura 3.6*.

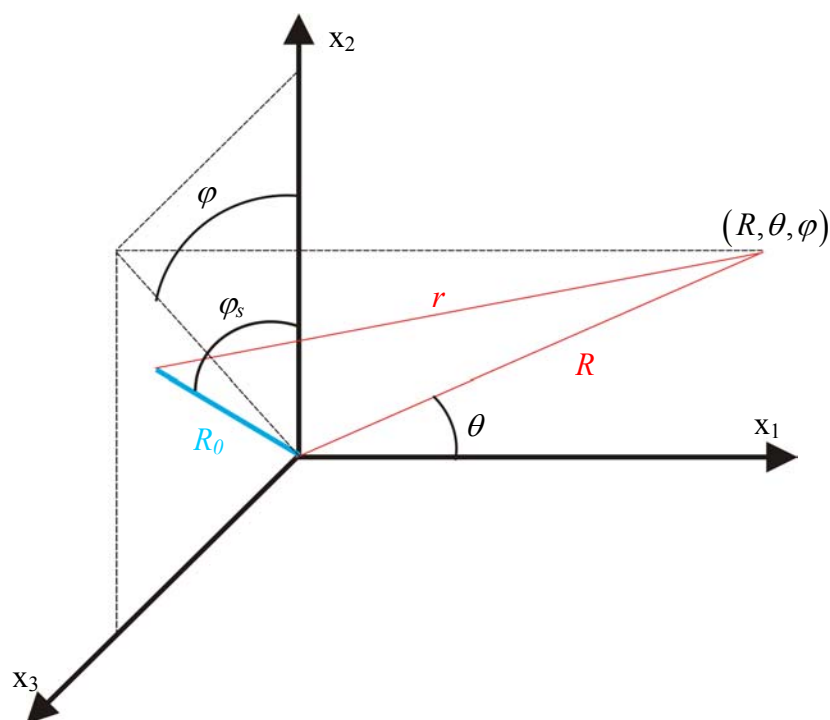


Figura 3.6. Sistema de coordenadas empleado en los cálculos para el dipolo.



El ruido radiado al campo lejano por el dipolo equivalente se calcula empleando la fórmula de Lawson para fuentes acústicamente compactas que se desarrolló en apartados precedentes (Lawson, 1965). Para utilizar dicha fórmula directamente en el dominio temporal es necesario resolver la ecuación en tiempo retardado o de emisión, es decir, que para cada tiempo de observación, se necesita establecer el correspondiente tiempo de emisión de la fuente y la localización de la misma, proceso que exige un considerable coste computacional y que puede ser enormemente complicado en los casos en que la ecuación en tiempo retardado puede tener raíces múltiples. Cuando se considera un álabe no compacto y se resuelve la ecuación en tiempo retardado para cada uno de los sub-segmentos del álabe, se obtiene lo que se denomina *plataforma acústica*. Como se puso de relieve en apartados anteriores cuando se discutieron las fuentes acústicamente compactas en movimiento, un segmento de álabe compacto dado puede dejar de serlo cuando se aproxima a la posición del observador, aumentando drásticamente la eficiencia de su radiación, por lo que para determinar la plataforma acústica en el dominio temporal se requiere un mallado extremadamente fino con vistas a asegurar que los cálculos realizados con la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings sean exactos. De hecho, el principal problema de la aplicación de los cálculos en el dominio temporal consiste en identificar las interacciones sobre la trayectoria de los álabes que puedan dar lugar a la generación de sonido (Roger, 2004b).

Cuando se estudia el ruido generado por mecanismos de tipo impulsivo, como por ejemplo el bateo característico de los helicópteros (blade slap), es inevitable resolver el problema en el dominio temporal, pero sin embargo cuando se estudia el ruido a frecuencia discreta generado por una máquina en movimiento rotacional subsónico, como por ejemplo un ventilador axial, lo que se pretende obtener es su espectro acústico (relacionado con la transformada de Fourier), por lo que se puede acometer la resolución del problema en el dominio de la frecuencia, que es el método que se adopta en los párrafos siguientes. La principal ventaja de utilizar el dominio de la frecuencia para la resolución del problema, es que se evita la necesidad de resolver la ecuación en tiempo retardado, y de cualquier modo, siempre es posible recobrar la historia temporal de la señal en la posición del observador aplicando la transformada inversa de Fourier.

En la *Figura 3.6*, la localización del observador en el campo lejano viene dada por las coordenadas esféricas (R, θ, φ) , y φ_s es el ángulo de la fuente en el plano yz , el cual varía con la rotación de la misma, de modo que $\varphi_s = \varphi_0 \pm \Omega \tau$, siendo φ_0 la posición angular inicial de la fuente, y donde el signo positivo o negativo depende del sentido de giro del rotor. Las componentes del vector de posición, \vec{r} , pueden escribirse entonces como sigue:

$$\begin{aligned} r_1 &= r \cos \theta \\ r_2 &= r \sin \theta \cos \varphi - R_0 \cos \varphi_s \\ r_3 &= r \sin \theta \sin \varphi - R_0 \sin \varphi_s \end{aligned} \quad (3.82)$$

Es conveniente expresar el vector de posición, \vec{r} , en función de un radio fijo, R , medido desde el eje de rotación hasta la posición del observador:

$$r = \sqrt{R^2 + R_0^2 - 2RR_0 \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_s)} \quad (3.83)$$



de modo que en el campo lejano, es decir, cuando $R \gg R_0$, el vector de posición puede aproximarse como:

$$r \approx R - R_0 \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_s) \quad (3.84)$$

Considerar el álabe del rotor compacto, esto es, representándolo por un único dipolo puntual de radio R_0 , implica asumir que la fuerza de carga sobre el álabe, \vec{F} , está concentrada espacialmente, pero sin embargo, no es necesario asumir que el radio R_0 sea pequeño comparado con la longitud de onda acústica, es decir, kR_0 permanece arbitrario.

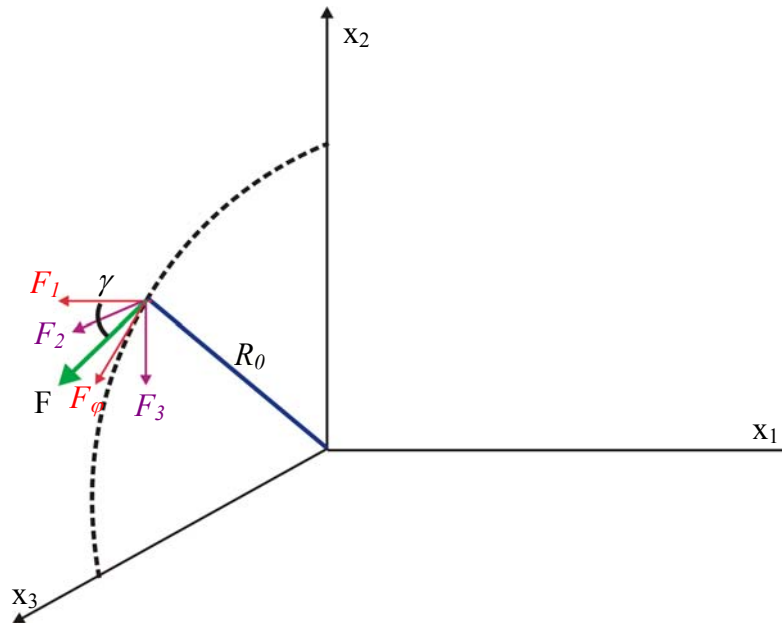


Figura 3.7. Descomposición de la fuerza de carga en sus componentes.

Tal y como se representa en la *Figura 3.7*, la fuerza de carga sobre el álabe, $\vec{F}(t)$, puede resolverse en sus componentes axial, F_1 , y tangencial, F_φ , y además es posible resolver la componente tangencial en el plano del rotor:

$$F_1 = -F \cos \gamma$$

$$F_\varphi = F \sin \gamma \Rightarrow \begin{cases} F_2 = -F \sin \gamma \sin \varphi_s \\ F_3 = F \sin \gamma \cos \varphi_s \end{cases} \quad (3.85)$$

donde γ es el ángulo que forma la fuente o segmento del álabe con el eje de rotación del rotor, y que se supone pequeño y constante. Considerando las componentes periódicas del ruido generado por el rotor¹¹, la fórmula de Lowson para un dipolo puntual en movimiento rotacional permite calcular las fluctuaciones de presión acústica generadas por el segmento de álabe compacto en el punto \vec{x} del campo lejano y en el instante t ,

¹¹El análisis original del ruido rotacional fue realizado por Gutin (Gutin, 1948), que estudió el ruido generado por las cargas estacionarias sobre un propulsor. No obstante, aquí se presenta el caso más general en el que las cargas sobre el rotor varían periódicamente.



siendo $\vec{F}(t)$ un valor conocido de la fuerza de carga sobre el álabe:

$$p'(\vec{x}, t) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{F_i(t-r/c_0)}{r} \right) \quad (3.86)$$

donde la diferenciación se realiza con respecto a las coordenadas del campo en la dirección de la fuerza. En el caso de un álabe de rotor, la carga del álabe puede resolverse en sus componentes de sustentación, $F_1(t-r/c_0)$, y arrastre, $F_\varphi(t-r/c_0)$, las cuales, por conveniencia, se supone que actúan en un punto situado a una distancia R_0 del eje del rotor, como se representa en la *Figura 3.7*.

En la expresión (3.86), el campo acústico generado por las fuerzas de sustentación y de arrastre puede expresarse en coordenadas esféricas como sigue:

$$p'(R, \theta, \varphi, t) = \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{F_1(t-r/c_0)}{4\pi r} - \frac{1}{R_0} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{F_\varphi(t-r/c_0)}{4\pi r} \quad (3.87)$$

donde la fuerza de sustentación actúa en la dirección paralela al eje del rotor, y la fuerza de arrastre actúa sobre el plano del rotor.

Para explicar el efecto de la rotación del álabe, el rotor se modeliza como una distribución continua de fuentes sobre un anillo de radio R_0 . La intensidad de la fuente sobre este anillo es cero en todas las posiciones que no coinciden con la localización instantánea de cada álabe, y cuando coinciden es equivalente a la carga de álabe instantánea. Puesto que el rotor tiene una velocidad angular Ω , la intensidad de la fuente sobre el anillo estacionario variará con el tiempo. En un punto fijo φ_0 , la variación de la intensidad de la fuente consistirá de una serie de impulsos que tendrán lugar cada vez que un álabe pasa por dicho punto. Para un rotor de B álabes, la contribución al campo acústico de una fuente situada en un punto fijo φ_0 , vendrá dada por:

$$dp' = \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{F_1(\varphi_0)}{4\pi r} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(\varphi_0 + \frac{2\pi m}{B} - \Omega(t-r/c_0)\right) - \frac{1}{R_0} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{F_\varphi(\varphi_0)}{4\pi r} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(\varphi_0 + \frac{2\pi m}{B} - \Omega(t-r/c_0)\right) \quad (3.88)$$

donde $\delta(\varphi_0)$ representa la función delta de Dirac. La serie de pulsos que aparece en (3.88) es periódica respecto del tiempo o del ángulo azimutal φ_0 , y sus componentes de frecuencia pueden evaluarse empleando el desarrollo en serie de Fourier siguiente:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(\varphi_0 + \frac{2\pi m}{B} - \Omega(t-r/c_0)\right) = \frac{B}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{imB(\varphi_0 - \Omega(t-r/c_0))} \quad (3.89)$$

Sustituyendo (3.89) en (3.88), el campo acústico generado por una fuente situada en la posición φ_0 y percibido por un observador viene dado por:



$$dp' = \frac{B}{8\pi^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-imB\Omega t} \left[F_1(\varphi_0) \frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{F_\varphi(\varphi_0)}{R_0} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right] \frac{\exp(imB(\varphi_0 + \Omega r / c_0))}{r} \quad (3.90)$$

Para evaluar el campo acústico generado por el anillo completo de la fuente la ecuación (3.90) debe ser integrada sobre φ_0 y es necesario tener en cuenta la variación de la sustentación y el arrastre como función de la posición. En el caso más simple, es decir, cuando dominan las fuerzas de carga estacionarias, $F_1(\varphi_0)$ y $F_\varphi(\varphi_0)$ pueden considerarse constantes; sin embargo, en la práctica esta situación sólo se produce para rotores con carga muy elevada, funcionando en flujos aerodinámicos incidentes sin perturbaciones. En la mayoría de los casos, existe algún tipo de perturbación del flujo incidente que da lugar a que la carga sobre el rotor varíe periódicamente con la posición. Esta variación puede incorporarse en la teoría desarrollando $F_1(\varphi_0)$ y $F_\varphi(\varphi_0)$ en una serie de **armónicos de carga** del rotor (White, 1982).

Asumiendo que tanto la sustentación como el arrastre varían del mismo modo ante una perturbación dada del flujo incidente, dichas fuerzas pueden desarrollarse entonces en serie de Fourier como sigue:

$$F_1(\varphi_0) = \cos \gamma \sum_{w=-\infty}^{\infty} F_w e^{-iw\varphi_0} \quad (3.91)$$

$$F_\varphi(\varphi_0) = \sin \gamma \sum_{w=-\infty}^{\infty} F_w e^{-iw\varphi_0}$$

Sustituyendo (3.91) en (3.90), el campo acústico para el anillo completo de la fuente, viene dado por¹²:

$$p'(R, \theta, \varphi, t) = \frac{B}{8\pi^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-imB\Omega t} \sum_{w=-\infty}^{\infty} F_w \left[\cos \gamma \frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{\sin \gamma}{R_0} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right] \times \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{r} e^{i(mB-w)\varphi_0 + imB\Omega r / c_0} d\varphi_0 \quad (3.92)$$

En el campo lejano el vector de posición entre la fuente y el observador que aparece en el término de fase, se aproxima mediante la expresión (3.84) y en el término de amplitud se aproxima como $1/R$, de modo que la integral sobre φ_0 puede escribirse en términos de la fórmula integral de Bessel siguiente:

$$\frac{1}{R} e^{imB\Omega r / c_0 + i(mB-w)\varphi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(mB-w)(\varphi_0 - \varphi) - imB(\Omega R_0 / c_0) \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin \theta} d(\varphi_0 - \varphi) = \quad (3.93)$$

$$= \frac{1}{R} e^{imB\Omega r / c_0 + i(mB-w)\varphi} 2\pi i^{(mB-w)} J_{mB-w} \left(\frac{mB\Omega R_0}{c_0} \sin \theta \right)$$

¹²En la ecuación (3.91) no se ha tenido en cuenta el signo de la sustentación y el arrastre puesto que ya se ha incluido el mismo en la expresión (3.87).



donde $J_m(\xi)$ es la función de Bessel de primera clase. Incorporando en la ecuación (3.92) el número de Mach rotacional de la fuente, $M = \Omega R_0 / c_0$, y teniendo en cuenta que $\partial / \partial x_1 = \cos \theta \partial / \partial R$, es posible llevar a cabo las diferenciaciones espaciales, de forma que las fluctuaciones de presión acústica en el campo lejano vendrán dadas por:

$$p'(R, \theta, \varphi, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{w=-\infty}^{\infty} \frac{imB^2 \Omega e^{imB\Omega R/c_0}}{4\pi R c_0} e^{-imB\Omega t} e^{i(mB-w)(\varphi-\pi/2)} \times \left[\cos \gamma \cos \theta - \frac{mB-w}{mB} \frac{c_0}{\Omega R_0} \sin \gamma \right] J_{mB-w}(mBM \sin \theta) F_w \quad (3.94)$$

En la expresión (3.94) aparecen los coeficientes complejos F_w , que son los llamados **armónicos de carga del álabe**, obtenidos como los coeficientes de la serie de Fourier de la función $F(t)$, periódica con período $2\pi / \Omega$:

$$F_w = \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(t) e^{i w \Omega t} dt \quad (3.95)$$

Un examen de la expresión (3.94) pone de manifiesto dos puntos muy importantes. En primer lugar, el ruido generado por un segmento de álabe compacto se produce a la frecuencia de paso de álabe y sus armónicos. En segundo lugar, el campo lejano puede considerarse como un conjunto de modos de radiación cada uno de los cuales presenta una direccionalidad propia definida por la función de Bessel.

Cuando el argumento de la función de Bessel, $mBM \sin \theta$, es mucho menor que el orden de la misma, $mB-w$, la función de Bessel tiende a cero, de forma que la radiación acústica en el campo lejano está dominada por los términos de las series que aparecen en (3.94) para los cuales:

$$M \sin \theta > \left| \frac{mB-w}{mB} \right| \quad (3.96)$$

De hecho, en la ecuación (3.94) cada uno de los términos de las series representa un patrón de radiación girando con una velocidad de fase dada por:

$$\Omega_p = \frac{mB\Omega}{mB-w} \quad (3.97)$$

de forma que siendo $M_p = \Omega_p R_0 / c_0$ el número de Mach del patrón de radiación, sólo se produce una radiación acústica efectiva cuando:

$$M_p \sin \theta = M \left| \frac{mB}{mB-w} \right| \sin \theta > 1 \quad (3.98)$$

es decir, que únicamente los patrones de radiación con velocidades de fase supersónicas ($M_p > 1$), radian efectivamente al campo lejano. La expresión (3.98), pone de



manifiesto la importancia de las perturbaciones del flujo incidente sobre el rotor, puesto que para un rotor en movimiento subsónico la condición (3.98) sólo se cumple cuando los valores w sean del mismo orden de magnitud que los valores mB .

Muchos diseños de ventiladores incluyen la presencia de un estator aguas arriba del rotor, consistente de un conjunto de V directrices estacionarias que dan lugar a una variación armónica espacial del flujo incidente con período angular $2\pi/V\Omega$. Bajo esta configuración el rotor continúa siendo la fuente generadora de ruido, y las fluctuaciones de presión acústica se siguen produciendo a la frecuencia de paso de álabe y sus armónicos.

El problema de interacción estator-rotor, es un caso particular de perturbación periódica del flujo incidente sobre el rotor, de forma que las fluctuaciones de presión acústica en el campo lejano pueden obtenerse particularizando la ecuación (3.94) para wV en lugar de w :

$$p'(\vec{x}, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{w=-\infty}^{\infty} \frac{imB^2\Omega e^{imB\Omega R/c_0}}{4\pi c_0 R} e^{i(mB-wV)(\varphi-\pi/2-\varphi_0)} \times \left[\cos\gamma \cos\theta - \frac{mB-wV}{mB} \frac{c_0}{R_0\Omega} \sin\gamma \right] J_{mB-wV}(mBM \sin\theta) F_{wV} \quad (3.99)$$

donde los armónicos de carga del álabe, F_{wV} , se obtienen como los coeficientes complejos de la serie de Fourier siguiente:

$$F_{wV} = \frac{\Omega V}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(t) e^{iwV\Omega t} dt \quad (3.100)$$

3.3.2. Radiación acústica en el campo libre de ventiladores de flujo axial.

En esta sección, los resultados obtenidos en la sección previa para un dipolo equivalente en movimiento rotacional, se generalizan para ser aplicados a un rotor, considerándolo como una matriz de superficies de sustentación, es decir, los resultados obtenidos para el caso compacto se extienden aquí al caso no compacto más general.

El problema del rotor no compacto puede abordarse dividiendo los álaves en subsegmentos compactos y aplicando a cada uno de los mismos los resultados de la sección precedente. No obstante, para desarrollar una teoría formal de la radiación acústica al campo lejano por un ventilador de flujo axial no entubado he adoptado aquí una metodología propia, ligeramente diferente, la cual parte de la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins – desarrollada en la primera parte de este capítulo – con un término fuente dipolar correspondiente al ruido de carga. Aplicando entonces la técnica de las funciones de Green a la ecuación de FFWH en el dominio de la frecuencia, es posible obtener la solución integral para las fluctuaciones de presión acústica en el campo lejano. El sistema de coordenadas empleado en la presente derivación es el representado en la *Figura 3.6*, y las componentes de la fuerza de carga sobre los álaves del rotor están representadas en la *Figura 3.7*. La ecuación de Ffowcs Williams y Hawkins, escrita para las fluctuaciones de presión acústica y con un único término fuente de orden dipolar correspondiente al ruido de carga, viene dada por la expresión:



$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'(\bar{x}, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'(\bar{x}, t)}{\partial x_i^2} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (F_i |\nabla f| \delta(f)) \quad (3.101)$$

donde¹³ para una superficie de control coincidente con la superficie de los álabes, $F_i = -\sigma_{ij} n_j$ es la fuerza de carga sobre los álabes del rotor. Denotando el término fuente como $S(\bar{x}, t)$, es decir:

$$S(\bar{x}, t) = -\frac{\partial}{\partial x_i} (F_i |\nabla f| \delta(f)) \quad (3.102)$$

es posible obtener la solución integral en el dominio temporal de la ecuación (3.101) para las fluctuaciones de presión acústica mediante la técnica de las funciones de Green y la función de Green del campo libre, de forma que si se utiliza una función de Green ajustada:

$$p'(\bar{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_V S(\bar{y}, \tau) G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau) dV d\tau \quad (3.103)$$

La distribución fuente, $S(\bar{y}, \tau)$, puede escribirse en el dominio de la frecuencia mediante su transformada de Fourier, $S(\bar{y}, \omega')$:

$$S(\bar{y}, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\bar{y}, \omega') e^{-i\omega'\tau} d\omega' \quad (3.104)$$

Sustituyendo la expresión (3.104) en la ecuación (3.103), las fluctuaciones de presión acústica en el dominio temporal son:

$$p'(\bar{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_V S(\bar{y}, \omega') e^{-i\omega'\tau} G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau) dV d\tau d\omega' \quad (3.105)$$

Para obtener las fluctuaciones de presión acústica en el dominio de la frecuencia se toma la transformada de Fourier de la expresión (3.105) (Arfken, 1985):

$$p'(\bar{x}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_V S(\bar{y}, \omega') e^{-i\omega'\tau} G(\bar{x}, t; \bar{y}, \tau) e^{i\omega t} dV d\tau d\omega' \quad (3.106)$$

Introduciendo en la ecuación (3.106) la función de Green del campo libre, siendo r el vector de posición entre la fuente y el observador, escrito según la expresión (3.83) en términos de una distancia fija R entre el eje de rotación y la posición del observador, es inmediato llevar a cabo la integración temporal en t de la ecuación (3.106):

¹³Por simplificar la notación, no se escribe la barra sobre las fluctuaciones de presión acústica, pero se sobreentiende la multiplicación de los parámetros del flujo por la función de Heaviside, de forma que la ecuación (3.101) es válida en todo el espacio.



$$p'(\vec{x}, \omega) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_V \frac{S(\vec{y}, \omega')}{r} e^{-i\omega'\tau} \delta(\tau - t + r/c_0) e^{i\omega t} dV d\tau dt d\omega' \quad (3.107)$$

$$p'(\vec{x}, \omega) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_V \frac{S(\vec{y}, \omega')}{r} e^{-i\omega'\tau} e^{i\omega(\tau+r/c_0)} dV d\tau d\omega' \quad (3.108)$$

En el campo lejano son válidas las siguientes aproximaciones del vector de posición para los términos de amplitud y de fase respectivamente:

$$\begin{aligned} 1/r &\approx 1/R \\ r &\approx R - R_0 \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_s) \end{aligned} \quad (3.109)$$

Con las aproximaciones anteriores la ecuación (3.108) en el campo lejano se escribe como sigue:

$$p'(\vec{x}, \omega) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_V \frac{S(\vec{y}, \omega')}{R} e^{-i\omega'\tau} e^{i\omega\tau} e^{i\omega R/c_0} e^{-i\omega(R_0/c_0)\sin\theta\cos(\varphi-\varphi_s)} dV d\tau d\omega' \quad (3.110)$$

Aplicando en (3.110) el desarrollo de la exponencial en términos de funciones Bessel cilíndricas de primer orden (Arfken, 1985), dado por:

$$e^{-i\omega(R_0/c_0)\sin\theta\cos(\varphi-\varphi_s)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n e^{in(\varphi-\varphi_s)} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \quad (3.111)$$

las fluctuaciones de presión acústica en el campo lejano se calculan entonces como:

$$\begin{aligned} p'(\vec{x}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-i)^n}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_V \frac{S(\vec{y}, \omega')}{R} e^{-i\omega'\tau} e^{i\omega\tau} e^{i\omega R/c_0} e^{in(\varphi-\varphi_s)} \\ J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) dV d\tau d\omega' \end{aligned} \quad (3.112)$$

La expresión (3.112) depende del ángulo de la fuente en el plano yz , que a su vez varía como $\varphi_s = \varphi_0 + \Omega \tau$, siendo Ω la velocidad de giro del rotor en sentido de giro positivo, y con vistas a llevar a cabo las integraciones en (3.112) es necesario tener en cuenta dicha variación:

$$\begin{aligned} p'(\vec{x}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-i)^n}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_V \frac{S(\vec{y}, \omega')}{R} e^{i(\omega-\omega'-n\Omega)\tau} e^{i\omega R/c_0} e^{in(\varphi-\varphi_0)} \\ J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) dV d\tau d\omega' \end{aligned} \quad (3.113)$$

En la ecuación (3.113) aparece la definición de la función delta de Dirac:



$$\delta(\omega - \omega' - n\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega - \omega' - n\Omega)\tau} d\tau \quad (3.114)$$

de modo que sustituyendo (3.114) en (3.113):

$$p'(\vec{x}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-i)^n}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_V \frac{S(\vec{y}, \omega')}{R} \delta(\omega - \omega' - n\Omega) e^{i\omega R/c_0} e^{in(\varphi - \varphi_0)} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) dV d\omega' \quad (3.115)$$

es inmediato llevar a cabo la integración en ω' :

$$p'(\vec{x}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-i)^n}{4\pi} \int_V \frac{S(\vec{y}, \omega - n\Omega)}{R} e^{i\omega R/c_0} e^{in(\varphi - \varphi_0)} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) dV \quad (3.116)$$

Reordenando fuera de la integral de volumen en (3.116) los términos que no dependen del volumen de la fuente, se llega finalmente a la expresión:

$$p'(\vec{x}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-i)^n}{4\pi R} e^{i\omega R/c_0} e^{in\varphi} \int_V S(\vec{y}, \omega - n\Omega) e^{-in\varphi_0} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) dV = \int_V S(\vec{y}, \omega') G(\vec{x}, \vec{y}, \omega) dV \quad (3.117)$$

donde $\omega' = \omega - n\Omega$, y donde aparece la definición de la **función de Green del campo libre en el dominio de la frecuencia** (Blake, 1986), dada por:

$$G(\vec{x}, \vec{y}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-i)^n}{4\pi R} e^{i\omega R/c_0} e^{in(\varphi - \varphi_0)} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \quad (3.118)$$

Sustituyendo en (3.36) el término fuente dado por la expresión (3.21) se obtiene:

$$p'(\vec{x}, \omega) = - \int_V \frac{\partial}{\partial y_i} (F_i(\vec{y}, \omega') |\nabla f| \delta(f)) G(\vec{x}, \vec{y}, \omega) dV = - \int_V \left\{ \frac{\partial}{\partial y_i} [(F_i |\nabla f| \delta(f)) G] + (F_i |\nabla f| \delta(f)) \frac{\partial G}{\partial y_i} \right\} dV \quad (3.119)$$

Si S denota una superficie de control cualquiera del campo acústico que está fuera de la región fuente y que rodea a la misma, de modo que la fuerza normal sobre dicha superficie es cero, el teorema de la divergencia de Gauss establece que:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial y_i} [F_i |\nabla f| \delta(f) G] dV = \int_S F_n |\nabla f| \delta(f) G dS = 0 \quad (3.120)$$



Además si $f = 0$ representa la superficie de los álabes, una propiedad de integración de la función delta de Dirac¹⁴ establece que:

$$\int_V Q(\vec{x}, t) |\nabla f| \delta(f) d\vec{y} = \int_{f=0} Q(\vec{x}, t) dS \quad (3.121)$$

Con las condiciones (3.120) y (3.121), la ecuación (3.119) se reduce a la expresión:

$$p'(\vec{x}, \omega) = \int_V F_i(\vec{y}, \omega') |\nabla f| \delta(f) \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{y}, \omega)}{\partial y_i} dV = \int_{f=0} F_i(\vec{y}, \omega') \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{y}, \omega)}{\partial y_i} dS \quad (3.122)$$

Finalmente es posible hacer uso de la propiedad de simetría de la función de Green, $\partial G / \partial y_i = -\partial G / \partial x_i$, de modo que las fluctuaciones de presión acústica en el campo lejano vienen dadas por:

$$p'(\vec{x}, \omega) = - \int_{f=0} F_i(\vec{y}, \omega') \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{y}, \omega)}{\partial x_i} dS \quad (3.123)$$

El siguiente paso en la obtención del campo acústico consiste en calcular los productos escalares que aparecen en el integrando de (3.123):

$$F_i(\vec{y}, \omega') \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{y}, \omega)}{\partial x_i} = F_1 \frac{\partial G}{\partial x_1} + F_2 \frac{\partial G}{\partial x_2} + F_3 \frac{\partial G}{\partial x_3} \quad (3.124)$$

Teniendo en cuenta la definición de las componentes de la fuerza \vec{F} (ecuación (3.85)), y trabajando con coordenadas esféricas¹⁵, los productos escalares se calculan como sigue:

$$F_1 \frac{\partial G}{\partial x_1} = F_1 \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial x_1} = F_1 \cos \theta \frac{\partial G}{\partial R} \quad (3.125)$$

$$\left. \begin{aligned} F_2 \frac{\partial G}{\partial x_2} &= F_2 \frac{\partial G}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} = \frac{F_\varphi}{R_0} \sin^2 \varphi \frac{\partial G}{\partial \varphi} \\ F_3 \frac{\partial G}{\partial x_3} &= F_3 \frac{\partial G}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} = \frac{F_\varphi}{R_0} \cos^2 \varphi \frac{\partial G}{\partial \varphi} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_2 \frac{\partial G}{\partial y} + F_3 \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{F_\varphi}{R_0} \frac{\partial G}{\partial \varphi} \quad (3.126)$$

¹⁴Esta ecuación equivale a suponer que la fuerza de carga sobre el álabe está concentrada en el plano del rotor, supuesto en $x_1 = 0$.

¹⁵El cambio de coordenadas cartesianas a esféricas y viceversa, viene dado por las expresiones:

$$\begin{aligned} x_1 &= R \cos \theta; & x_2 &= R \sin \theta \cos \varphi; & x_3 &= R \sin \theta \sin \varphi \\ R &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}; & \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{x_2^2 + x_3^2}}{x_1} \right); & \varphi &= \tan^{-1} \left(\frac{x_3}{x_2} \right) \end{aligned}$$



En las ecuaciones (3.125) y (3.126) aparecen las derivadas en la dirección axial y en la dirección tangencial de la función de Green dada por la expresión (3.118). Tomando la aproximación del campo lejano, es decir, deprecando todos aquellos términos cuya amplitud varía como $1/R^2$, las derivadas, en la dirección axial y tangencial respectivamente de la función de Green, vienen dadas por las expresiones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial R} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-i)^n}{4\pi} e^{i\omega R/c_0} e^{in(\varphi-\varphi_0)} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \left[-\frac{1}{R^2} + \frac{i\omega}{c_0 R} \right] = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-i)^n i\omega}{4\pi R c_0} e^{i\omega R/c_0} e^{in(\varphi-\varphi_0)} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \end{aligned} \quad (3.127)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-i)^n in}{4\pi R} e^{i\omega R/c_0} e^{in(\varphi-\varphi_0)} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \quad (3.128)$$

Sustituyendo las expresiones (3.127) y (3.128) en la ecuación (3.123), se obtiene:

$$\begin{aligned} p'(\vec{x}, \omega) &= - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-i)^n}{4\pi R} e^{i\omega R/c_0} e^{in\varphi} \int_{f=0} e^{-in\varphi_0} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \times \\ &\times \left(F_1 \cos \theta \frac{i\omega}{c_0} + F_\varphi \frac{in}{R_0} \right) dS = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{i\omega}{4\pi R c_0} e^{i\omega R/c_0} e^{in(\varphi-\pi/2)} \times \\ &\times \int_{f=0} F(\vec{y}, \omega') e^{-in\varphi_0} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \left[\cos \gamma \cos \theta - \frac{nc_0}{\omega R_0} \sin \gamma \right] dS \end{aligned} \quad (3.129)$$

La fuerza de carga sobre el álabe se supone concentrada en el plano del rotor, de forma que puede escribirse como $F(\vec{y}, \omega') = F(R_0, \varphi_0, \omega')$, y la presión acústica en el campo lejano en el dominio de la frecuencia vendrá dada por:

$$\begin{aligned} p'(\vec{x}, \omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{i\omega}{4\pi R c_0} e^{i\omega R/c_0} e^{in(\varphi-\pi/2)} \times \\ &\times \int_0^{R_H} \int_0^{R_T} F(R_0, \varphi_0, \omega') e^{-in\varphi_0} J_n \left(\frac{\omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \left[\cos \gamma \cos \theta - \frac{nc_0}{\omega R_0} \sin \gamma \right] R_0 dR_0 d\varphi_0 \end{aligned} \quad (3.130)$$

donde φ_0 representa la integración en la dirección de cuerda y R_0 representa la integración en la dirección de envergadura, siendo R_H el radio del cubo del rotor y R_T el radio de punta del mismo. Además, la fuerza de carga sobre el álabe es periódica con período $2\pi/\Omega$, de modo que puede desarrollarse en serie de Fourier:

$$F(R_0, \varphi_0, t) = \sum_{w=-\infty}^{\infty} F_w e^{-iw\Omega t} \Rightarrow F(R_0, \varphi_0, \omega') = \sum_{w=-\infty}^{\infty} F_w \delta(\omega - (w+n)\Omega) \quad (3.131)$$



siendo $F_w = \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} F(R_0, \varphi_0, t) e^{i\omega t} dt$. La ecuación (3.131) pone de manifiesto que si la frecuencia es $\omega \neq (w+n)\Omega$, la fuerza vale cero, y que toma el valor $F(R_0, \varphi_0, \omega) = \sum_{w=-\infty}^{\infty} F_w$ cuando la frecuencia es $\omega = (w+n)\Omega$. Adoptando la notación $N = (w+n) \Rightarrow \omega = N\Omega$, la presión acústica viene dada por:

$$p'(\vec{x}, \omega) = \sum_{N=-\infty}^{\infty} \sum_{w=-\infty}^{\infty} \frac{iN\Omega}{4\pi Rc_0} e^{iN\Omega R/c_0} e^{i(N-w)(\varphi-\pi/2)} \int_0^{2\pi} \int_{R_H}^{R_T} F_w e^{-i(N-w)\varphi_0} \times \\ \times J_{N-w} \left(\frac{N\Omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \left[\cos \gamma \cos \theta - \frac{N-w}{N} \frac{c_0}{\Omega R_0} \sin \gamma \right] R_0 dR_0 d\varphi_0 \quad (3.132)$$

La ecuación (3.132) es válida para un rotor con un solo álabe, de modo que si se considera un rotor con B álabes es necesario multiplicar la expresión (3.132) por la función de interferencia del rotor, dada por:

$$\sum_{s=0}^{B-1} e^{-i2\pi s N/B} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B \delta(N - mB) \quad (3.133)$$

La expresión (3.133) se anula si $N \neq mB$, y toma el valor $\sum_{m=-\infty}^{\infty} B$, si $N = mB$, de modo que la presión acústica en el campo lejano y en el dominio de la frecuencia para un rotor de B álabes, se calcula como sigue:

$$p'(\vec{x}, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{w=-\infty}^{\infty} \frac{imB^2\Omega}{4\pi Rc_0} e^{imB\Omega R/c_0} e^{i(mB-w)(\varphi-\pi/2)} \int_0^{2\pi} \int_{R_H}^{R_T} F_w e^{-i(mB-w)\varphi_0} \times \\ \times J_{mB-w} \left(\frac{mB\Omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \left[\cos \gamma \cos \theta - \frac{mB-w}{mB} \frac{c_0}{\Omega R_0} \sin \gamma \right] R_0 dR_0 d\varphi_0 \quad (3.134)$$

Si se quiere recobrar la historia temporal de la presión acústica en el campo lejano, es decir, el campo acústico en el dominio temporal, simplemente se necesita hacer la transformación de Fourier inversa de la expresión (3.134):

$$p'(\vec{x}, t) = p'(\vec{x}, \omega) e^{-imB\Omega t} \quad (3.135)$$

de modo que:

$$p'(\vec{x}, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{w=-\infty}^{\infty} \frac{imB^2\Omega}{4\pi Rc_0} e^{-imB\Omega t} e^{imB\Omega R/c_0} e^{i(mB-w)(\varphi-\pi/2)} \int_0^{2\pi} \int_{R_H}^{R_T} F_w e^{-i(mB-w)\varphi_0} \times \\ \times J_{mB-w} \left(\frac{mB\Omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \left[\cos \gamma \cos \theta - \frac{mB-w}{mB} \frac{c_0}{\Omega R_0} \sin \gamma \right] R_0 dR_0 d\varphi_0 \quad (3.136)$$



La expresión (3.136) pone de manifiesto una serie de cuestiones fundamentales, algunas de las cuales ya han sido apuntadas a partir de los resultados obtenidos del estudio del movimiento rotacional de un segmento de álabe compacto representado por un dipolo equivalente.

En primer lugar, una fuerza de carga periódica actuando sobre los álabes del rotor, genera sonido a la **frecuencia de paso de álabe**, $mB\Omega$, y sus armónicos. Por tanto, las fluctuaciones de presión acústicas percibidas por un observador situado en el campo lejano consisten en la suma infinita de los modos de radiación característicos del campo libre. La magnitud de cada uno de los modos de radiación es proporcional a un **armónico de carga del álabe**, F_w , ponderado por una función Bessel responsable de la modulación en frecuencia de la fuente, o lo que es lo mismo, del efecto Doppler para movimiento circular de las fuentes (Roger, 2004b).

Además, cada modo de radiación gira con una velocidad angular dada por $\Omega_w = (mB\Omega)/(mB - w)$. Cuando $w \neq mB$, el modo de radiación correspondiente se denomina **modo de giro de radiación**, y no contribuye al ruido propagado al campo lejano sobre el eje del ventilador. Cuando $w = mB$, el modo de radiación se denomina **modo simétrico**, responsable de la radiación sobre el eje del ventilador, y puesto que la función Bessel alcanza su valor máximo para orden cero, el modo simétrico puede ser el que radie de modo más efectivo si el correspondiente armónico de carga del rotor tiene un valor significativo. El modo de radiación correspondiente a $w = 0$, corresponde al ruido radiado por la parte estacionaria de las fuerzas de carga sobre los álabes del rotor (ruido de Gutin). En máquinas con movimiento subsónico, el **ruido de carga estacionario** puede ser importante para frecuencias bajas, pero decrece rápidamente cuando aumenta el orden de las frecuencias, al contrario de lo que ocurre para máquinas con movimiento transónico o supersónico, en las que puede llegar a detectarse en los armónicos más altos.

Si el orden mB de las frecuencias de paso de álabe es lo suficientemente alto, puesto que las funciones Bessel decrecen con el orden creciente, el ruido que se genere al armónico de paso de álabe m dependerá de los armónicos de carga del álabe de orden w , tales que:

$$mB(1 - M |\sin \theta|) \leq w \leq mB(1 + M |\sin \theta|) \quad (3.137)$$

lo que equivale a afirmar que un armónico de carga de álabe dado, w , sólo determina el sonido a los armónicos de paso de álabe tales que (White, 1982):

$$\frac{w}{1 + M |\sin \theta|} \leq mB \leq \frac{w}{1 - M |\sin \theta|} \quad (3.138)$$

3.3.3. Ruido de interacción en la estela.

La mayor parte de los ventiladores de flujo axial consisten en una etapa o corona, formada por un rotor asociado con un estator compuesto por V directrices estacionarias. El estator puede estar situado tanto aguas arriba como aguas abajo del rotor. Desde el punto de vista de la aeroacústica, la presencia del estator induce la aparición de nuevas



fuentes de ruido aerodinámico, generándose ruido principalmente a la frecuencia de paso de álabe y armónicos.

Por una parte, el elemento colocado aguas arriba, bien sea el estator o bien sea el rotor, experimenta la influencia del campo de flujo potencial desarrollado por el elemento situado aguas abajo, de forma que el movimiento relativo entre los álabes del rotor y las directrices estacionarias del estator, da lugar a la aparición de nuevos armónicos de carga sobre los álabes que modifican el espectro del ruido radiado. El ruido generado como consecuencia de este flujo potencial, se conoce como **ruido de interacción potencial** (Blake, 1986). Por otra parte, las estelas generadas por el elemento colocado aguas arriba interactúan con el elemento situado aguas abajo, generando ruido. El ruido generado por este tipo de interacción se conoce como **ruido de interacción en la estela**¹⁶. En el ruido de interacción potencial, las fuentes acústicas se localizan sobre el elemento situado aguas arriba, mientras que en el ruido de interacción en la estela, las fuentes acústicas se localizan sobre el elemento situado aguas abajo. Puesto que generalmente las directrices del estator y los álabes del rotor son estrechos, y están lo suficientemente separados entre sí, el ruido de interacción potencial es mínimo, por lo que puede descartarse frente al ruido de interacción en la estela.

Para estudiar el ruido generado por interacción en la estela se distingue entre dos posibles configuraciones del rotor y del estator. Cuando el estator se sitúa aguas arriba del rotor el ruido resultante de la configuración se denomina **ruido de interacción estator-rotor**, mientras que cuando el estator se sitúa aguas abajo del rotor el ruido resultante de la configuración se denomina **ruido de interacción rotor-estator**, los cuales se desarrollan a continuación. Ejemplos de aplicación de estos mecanismos pueden consultarse en (Cho, 2003), (Lee, 2003), (Wong, 2003), (Shin, 2003), (Huang, 2003), (Tournour, 2003) y (Guedel, 2003).

3.3.3.1. Ruido de interacción estator-rotor.

En la mayoría de las situaciones reales el flujo que incide sobre un rotor de un ventilador presenta algún tipo de perturbación espacial, de modo que es inhomogéneo espacialmente. Normalmente, la distorsión se produce por la existencia de un stator de V directrices colocado aguas arriba del rotor, de forma que las estelas generadas por las directrices del estator representan una perturbación estacionaria del flujo incidente con período angular $2\pi/V\Omega$, siendo V el número de directrices, pero el ruido resultante se produce a la frecuencia de paso de álabe y armónicos del rotor. El ruido de interacción estator-rotor es por tanto un caso particular de la teoría desarrollada en la sección anterior, puesto que las fuentes acústicas continúan localizándose sobre el rotor. La principal diferencia se encuentra en el desarrollo de los armónicos de carga sobre los álabes, que en este caso vienen dados por:

$$F(R_0, \varphi_0, t) = \sum_{w=-\infty}^{\infty} F_{wV} e^{-iwV\Omega t} \Rightarrow F(R_0, \varphi_0, \omega') = \sum_{w=-\infty}^{\infty} F_{wV} \delta(\omega - (wV + n)\Omega) \quad (3.139)$$

$$F_{wV} = \frac{\Omega V}{2\pi} \int_0^{2\pi/V\Omega} F(R_0, \varphi_0, t) e^{iwV\Omega t} dt$$

¹⁶Normalmente, el efecto de la turbulencia en la estela se desprecia en comparación con la parte periódica del defecto de velocidad en la misma.



Sustituyendo los armónicos de carga del álabe dados por (3.139) en la ecuación (3.130) y siguiendo un procedimiento idéntico, se obtienen las fluctuaciones de presión acústica en el campo lejano, producidas como consecuencia de la interacción estator-rotor, que, directamente transformadas al dominio temporal, vienen dadas por:

$$p'(\vec{x}, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{w=-\infty}^{\infty} \frac{imB^2\Omega}{4\pi Rc_0} e^{-imB\Omega t} e^{imB\Omega R/c_0} e^{i(mB-wV)(\varphi-\pi/2)} \int_0^{2\pi} \int_{R_H}^{R_r} F_{wV} e^{-i(mB-wV)\varphi_0} \times \quad (3.140)$$

$$\times J_{mB-wV} \left(\frac{mB\Omega R_0}{c_0} \sin \theta \right) \left[\cos \gamma \cos \theta - \frac{mB-wV}{mB} \frac{c_0}{\Omega R_0} \sin \gamma \right] R_0 dR_0 d\varphi_0$$

y la velocidad angular de fase corresponde a:

$$\Omega_{wV} = \frac{mB\Omega}{mB-wV} \quad (3.141)$$

La ecuación (3.140) es idéntica a la ecuación (3.136), sin más que cambiar el orden w de los armónicos de carga del rotor por el orden wV , por lo que toda la discusión de la sección previa es válida también en este caso. Nótese que, como pone de manifiesto (3.140), el ruido generado por la interacción estator-rotor se produce a la frecuencia de paso de álabe y armónicos.

3.3.3.2. Ruido de interacción rotor-estator.

En el ruido de interacción rotor-estator las directrices del estator son barridas por las estelas del rotor y radian como fuentes estacionarias. Puesto que las estelas giran con la misma velocidad angular que los álabes del rotor, las fuentes y el ruido en el campo lejano se producen de nuevo a la frecuencia de paso de álabe y armónicos del rotor. Cuando tiene lugar la interacción rotor-estator el diagnóstico de las fuentes de ruido es complicado, puesto que el ruido del estator y el ruido del rotor se producen a las mismas frecuencias. Tratando por separado el ruido generado por el propio rotor, la interacción rotor-estator involucra un nuevo mecanismo para el que tienen que ser derivadas ecuaciones especiales. El ruido radiado por una sola directriz del estator puede inferirse a partir de la fórmula para dipolos estacionarios¹⁷. Ya que cada directriz experimenta el mismo flujo incidente, con un retardo temporal entre una directriz y la siguiente, el ruido para el estator completo puede expresarse como una suma de interferencias.

Empleando las notaciones representadas en la *Figura 3.8*, la amplitud compleja de la presión acústica en el campo lejano, a la frecuencia $\omega = mB\Omega$, viene dada por:

$$p'_{mB}(\vec{x}) = \frac{imB\Omega e^{imB\Omega R/c_0}}{4\pi Rc_0} F_{mB} \sum_{j=0}^{V-1} \left[\cos \gamma' \cos \theta - \sin \gamma' \sin \theta \sin(\alpha_j - \varphi) \right] \quad (3.142)$$

$$\exp \left\{ imB \left[j \frac{2\pi}{V} - \frac{\Omega R \sin \theta}{c_0} \cos(\alpha_j - \varphi) \right] \right\}$$

¹⁷ Dicha fórmula es la fórmula de Lowson para un dipolo en movimiento, pero haciendo en ella $M_r = 0$.



donde F_{mB} es el armónico de carga de orden mB sobre las directrices, γ' es el ángulo escalonado, y $\alpha_j = \alpha_0 + 2\pi j/V$ es la localización angular del elemento de directriz considerado, que se denota como S_j .

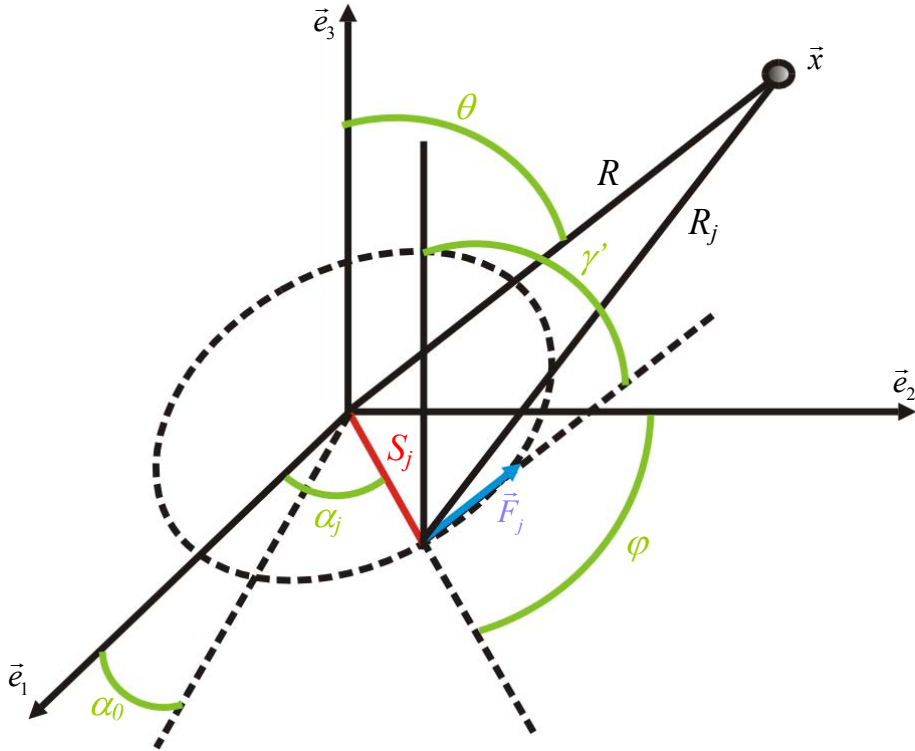


Figura 3.8. Sistema de referencia fijo en el estator.

La ecuación (3.142) corresponde a un segmento de directriz característico que se asume compacto¹⁸. Además, puesto que las directrices son fuentes acústicas estacionarias, no se produce efecto Doppler. El ruido se genera a la misma frecuencia de la fuente y cada armónico de ruido es generado únicamente por el armónico de carga del mismo orden. Haciendo uso del desarrollo habitual del término exponencial en funciones Bessel (ecuación (3.111)), se obtiene una expresión alternativa de la ecuación (3.142), de modo que la presión acústica a la frecuencia $\omega = mB\Omega$, viene dada por:

$$p'_{mB}(\bar{x}, t) = \frac{imBV\Omega}{4\pi Rc_0} F_{mB} \sum_{w=-\infty}^{\infty} e^{-i(mB-wV)(\alpha_0+\pi/2)} J_{mB-wV}(mBM \sin \theta) \left[\cos \gamma' \cos \theta + \frac{mB-wV}{mB} \frac{\sin \gamma'}{M} \right] e^{i(mB-wV)[\varphi - \Omega_{wV}(t-R/c_0)]} \quad (3.143)$$

donde la velocidad de fase viene dada en este caso por la expresión:

$$\Omega_{wV} = \frac{\Omega}{1 - wV/mB} \quad (3.144)$$

¹⁸Para el estudio del caso no compacto, basta aplicar estos resultados a cada uno de los sub-segmentos compactos en que se discreticen las directrices.



Comparando las expresiones (3.140) y (3.143) se observa que el ruido de interacción estator-rotor y el ruido de interacción rotor-estator, presentan las mismas propiedades en cuanto a modos de radiación, siendo la principal diferencia entre ambos la contribución relativa de los correspondientes armónicos de carga al ruido resultante¹⁹.

3.3.4. Ruido en banda ancha.

A pesar de que el ruido en banda ancha generado por los álabes de un rotor de un ventilador no es objeto de estudio en esta tesis, se incluye aquí por completitud una descripción general de dicho mecanismo. Nos limitamos por tanto a presentar los principios básicos asociados con el ruido en banda ancha generado por un rotor. Para una discusión más detallada consúltense las notas de (Roger, 2004b) o (Casper, 2002).

El ruido en banda ancha generado por un rotor de un ventilador es consecuencia de todos los procesos aerodinámicos no deterministas (aleatorios) que puedan producirse, tanto independientemente del rotor (turbulencia atmosférica) como asociados con el mismo (capa límite y estelas). Las fuentes de ruido en banda ancha, dado el carácter aleatorio de las mismas, no pueden describirse en términos del dominio temporal, por lo que se suele recurrir a técnicas estadísticas para caracterizarlas, en particular, suelen describirse mediante funciones de densidad de potencia espectral. Es habitual hacer una distinción entre el ruido en banda ancha generado por la aerodinámica no estacionaria de un álabe que interacciona con los vórtices turbulentos succionados por el rotor, y la radiación acústica resultante cuando el borde trasero de un álabe del rotor interacciona con perturbaciones de la capa límite (Majumdar, 1998). En el primer caso el ruido resultante se denomina **ruido de interacción con la turbulencia**, y en el segundo se denomina ruido del borde trasero (**trailing edge noise**), los cuales se describen a continuación.

3.3.4.1. Ruido de interacción con la turbulencia.

El ruido de interacción con la turbulencia se produce cuando los álabes de un rotor interaccionan con los vórtices turbulentos succionados por el mismo. Puesto que la turbulencia es un fenómeno de naturaleza aleatoria, también lo son las fluctuaciones de presión acústica resultantes detectadas por un observador en el campo lejano, por lo que la herramienta básica empleada para su estudio es la función de auto-correlación, $\mathfrak{R}_{pp}(\vec{x}, \tau)$, de la presión acústica en la posición \vec{x} . Como consecuencia de la posible dilatación que pueden sufrir los vórtices turbulentos, la correlación de la presión acústica es mayor para separaciones que son múltiplos del período de paso de álabe, $T = 2\pi / B\Omega$, de forma que la auto-correlación de la presión acústica se define como:

$$\mathfrak{R}_{pp}(\vec{x}, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathfrak{R}_{pp}^{(n)}(\vec{x}, \tau - nT) \quad (3.145)$$

¹⁹Los mecanismos de ruido de interacción en la estela se han descrito para ventiladores operando en el espacio libre, es decir, ventiladores no entubados, lo que parece poco apropiado puesto que en la mayoría de los ventiladores es necesaria la presencia de un conducto. No obstante, cuando el conducto es demasiado corto para introducir perturbaciones importantes en el campo acústico, es decir, cuando su longitud es pequeña comparada con una longitud de onda acústica, puede desprejarse su presencia, de modo que los desarrollos son válidos. Además, los cálculos en el espacio libre permiten una evaluación de las propiedades de radiación intrínsecas de las fuentes acústicas.



donde $\mathfrak{R}_{pp}^{(n)}$ es la correlación cruzada de las señales de presión generadas por el paso de un álabe de referencia y el siguiente paso de álabe n .

A la vista de la definición (3.145), el espectro de ruido en el campo lejano puede escribirse como²⁰:

$$\begin{aligned} S_{pp}(\vec{x}, \omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{pp}^{(n)}(\vec{x}, \omega) e^{in\omega 2\pi / B\Omega} = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{j=-N}^N p^{(j)}(\vec{x}, \omega) p^{(j+n)*}(\vec{x}, \omega) e^{in\omega 2\pi / B\Omega} \end{aligned} \quad (3.146)$$

Por simplicidad, se asume que existe una relación entre $p^{(j)}(\vec{x}, \omega)$ y un valor de referencia $p^{(0)}(\vec{x}, \omega)$, dada por:

$$p^{(j)}(\vec{x}, \omega) = a_j p^{(0)}(\vec{x}, \omega) \quad (3.147)$$

siendo a_j un número que tiene en cuenta las variaciones de un paso de álabe a otro, de forma que la ecuación (3.146) puede escribirse como:

$$S_{pp}(\vec{x}, \omega) = S_{pp}^{(0)}(\vec{x}, \omega) \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\omega 2\pi / B\Omega} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{j=-N}^N a_j a_{j+n} \quad (3.148)$$

donde $S_{pp}^{(0)}(\vec{x}, \omega)$ es el espectro de referencia asociado con el paso de un álabe.

Si a'_j representa la desviación de un valor promedio, entonces se cumple que $a_j = 1 + a'_j$, y la suma sobre los valores N toma el valor $1 + \sigma_n^2$, siendo:

$$\sigma_n^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{j=-N}^N a'_j a'_{j+n} \quad (3.149)$$

Asumiendo que se produce un proceso del tipo $\sigma_n^2 = \sigma_0^2 e^{-\alpha|n|}$, donde α es un número real positivo, se obtiene:

$$S_{pp}(\vec{x}, \omega) = S_{pp}^{(0)}(\vec{x}, \omega) \left[\sigma_0^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\omega 2\pi / B\Omega} e^{-\alpha|n|} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\omega 2\pi / B\Omega} \right] \quad (3.150)$$

donde el segundo término de la ecuación (3.150) representa la parte puramente periódica de la señal de presión, ya que es equivalente a escribir:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\omega 2\pi / B\Omega} = B\Omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - nB\Omega) \quad (3.151)$$

²⁰ El asterisco en la fórmula (3.146) hace referencia al complejo conjugado de la variable.



Cuando las desviaciones de un valor promedio, a'_j , son cero, la parte periódica (3.151) es la dominante, es decir, domina el ruido a frecuencia discreta generado por el rotor del ventilador. Por el contrario cuando las desviaciones del valor promedio son muy acusadas, la parte periódica es despreciable y la ecuación (3.150) se reduce a:

$$S_{pp}(\bar{x}, \omega) = S_{pp}^{(0)}(\bar{x}, \omega) \sigma_0^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\omega 2\pi / B\Omega} e^{-\alpha|n|} \quad (3.152)$$

La expresión (3.152) es equivalente a la función de interferencia del rotor cuando las interacciones con el fluido son de naturaleza puramente aleatoria, siendo en este caso $S_{pp}^{(0)}(\bar{x}, \omega)$ el espectro en banda ancha correspondiente al ruido generado por interacción con la turbulencia para un elemento de un álabe del rotor. La contribución en banda ancha en el espectro de ruido del rotor completo, viene descrita por el término:

$$f_{\alpha}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\omega 2\pi / B\Omega} e^{-\alpha|n|} = \frac{\sinh \alpha}{\cosh \alpha - \cos(2\pi\omega / B\Omega)} \quad (3.153)$$

$f_{\alpha}(\omega)$

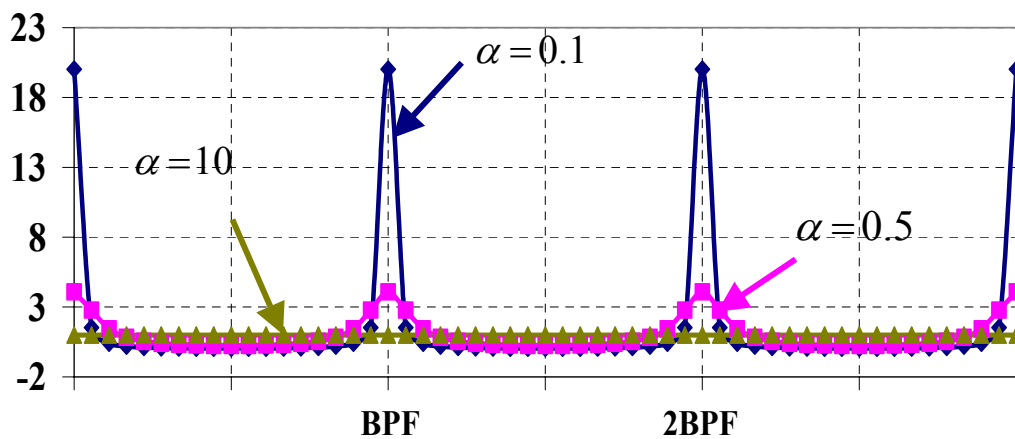


Figura 3.9. Variación del término $f_{\alpha}(\omega)$ con el parámetro α .

Como puede observarse en la Figura 3.9 el comportamiento del término (3.153), depende mucho del valor del parámetro α . Para valores de α elevados el espectro de ruido en banda ancha del rotor es casi constante, mientras que para valores de α pequeños aparecen picos en el espectro de ruido a la frecuencia de paso de álabe y sus armónicos. Para valores de α elevados, la correlación entre las señales procedentes del paso de distintos álabes es poco significativa, lo que indica que la escala de longitud característica de la turbulencia en la dirección axial del rotor es lo suficientemente pequeña comparada con el gap entre álabes adyacentes para que un vórtice dado interactúe pocas veces con los álabes. Por el contrario, para valores de α pequeños la correlación entre las señales procedentes del paso de distintos álabes es muy significativa, lo que indica que la escala de longitud característica en la dirección axial de la turbulencia es lo suficientemente grande comparada con el gap entre álabes adyacentes para que un vórtice dado interactúe muchas veces con los álabes (Roger, 2004b).



Homicz señaló que la forma del espectro de ruido de un rotor está determinada por el parámetro adimensional $\Lambda = U_z / L\Omega$, siendo U_z la velocidad en la dirección axial, y L la escala de longitud característica de la turbulencia (Homicz, 1947). Cuando $\Lambda \rightarrow \infty$, el espectro de ruido del rotor es de banda ancha, mientras que cuando $\Lambda \rightarrow 0$ el espectro de ruido es discreto.

3.3.4.2. Efecto del borde trasero de los álabes del rotor.

Además del ruido generado por el rotor como consecuencia de su interacción con perturbaciones del flujo incidente sobre el mismo, se genera otro tipo de ruido como consecuencia de las perturbaciones del flujo producidas en la capa límite de los álabes del rotor. Normalmente las perturbaciones en la capa límite generan fluctuaciones de presión a lo largo de la superficie de los álabes, pero su correspondiente escala de longitud característica es tan pequeña que dichas fluctuaciones de presión presentan correlaciones poco importantes, de forma que el ruido a que dan lugar es muy débil. No obstante, cuando las perturbaciones en la capa límite se producen por convección al pasar por el borde trasero de los álabes, el ruido que resulta es más significativo, y este es el mecanismo responsable de la generación del ruido conocido como *trailing edge noise*.

Mientras que los procesos aerodinámicos no estacionarios relacionados con los álabes del rotor afectan a toda la superficie de los álabes y corresponden a escalas de longitud relativamente grandes para las que se satisface la condición de Kutta-Joukowski, el trailing edge noise es un mecanismo muy localizado con escalas de longitud pequeñas para las que la condición de Kutta-Joukowski no se satisface completamente (Blake, 1986).

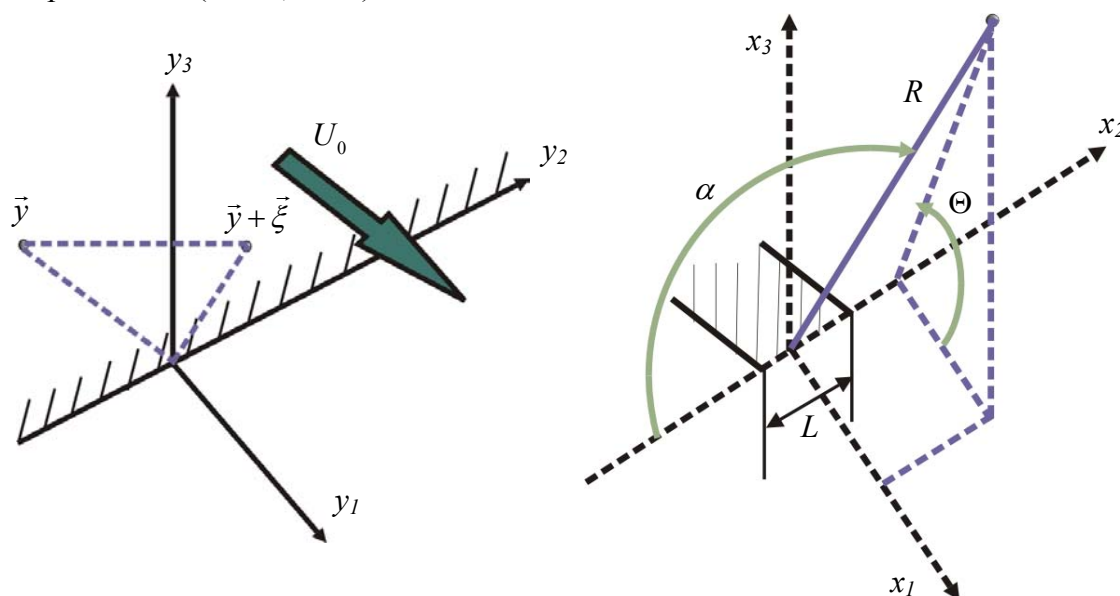


Figura 3.10. Sistemas de referencia para el trailing edge noise.

Howe derivó una ecuación para el estudio del trailing edge noise partiendo de la función de Green para un semiplano rígido correspondiente a fuentes acústicas localizadas en posiciones muy próximas al borde trasero de los álabes y a un punto de observación localizado en el campo lejano, que pone de manifiesto que la densidad

espectral de potencia acústica está relacionada con el espectro cruzado de las fluctuaciones de presión sobre la superficie del álabe en las proximidades del borde trasero (Howe, 1978). Con las notaciones definidas en la *Figura 3.10*, siendo L la anchura del borde trasero considerado, y f_K un factor que varía entre cero a las frecuencias más bajas y W/V a las frecuencias más altas (W y V son, respectivamente, las velocidades por convección de las perturbaciones en la estela y en la capa límite), dicha ecuación de Howe viene dada por la expresión:

$$S_{pp}(\omega) = \frac{2VL \sin \alpha \sin^2(\Theta/2)}{\pi c_0 R^2 (1+M_{0R})^2 (1-M_{0R})^2 (1-M_V \sin \alpha)} \times \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(k_1, \omega \cos \alpha / c_0, \omega) dk_1 \times \frac{1}{[1-f_K(\omega)]^2} \quad (3.154)$$

donde se emplean las relaciones:

$$\Pi(k_1, k_2, \omega) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} \Re_{pp}(\xi_1, \xi_2, \tau) e^{i(k_1 \xi_1 + k_2 \xi_2 - \omega \tau)} d\xi_1 d\xi_2 d\tau \quad (3.155)$$

$$\begin{aligned} 1+M_{0R} &= 1+M_0 \sin \alpha \cos \Theta; & M_0 &= U_0 / c_0 \\ 1-M_{VR} &= 1-M_V \sin \alpha \cos \Theta; & M_V &= V / c_0 \end{aligned} \quad (3.156)$$

$$\Re_{pp}(\xi_1, \xi_2, \tau) = p(y_1, y_2, t) p(y_1 + \xi_1, y_2 + \xi_2, t + \tau) \quad (3.157)$$

La expresión (3.157) corresponde a la función de correlación cruzada de la presión en las paredes del álabe. La principal característica de la ecuación (3.154) es el factor de directividad que aparece en ella:

$$\sin \alpha \sin^2\left(\frac{\Theta}{2}\right) \quad (3.158)$$

a partir del cual se deduce que el ruido tiene un mínimo aguas abajo del borde trasero del álabe, es cero en la estela y tiene un máximo aguas arriba, tal y como se muestra en la *Figura 3.11*.

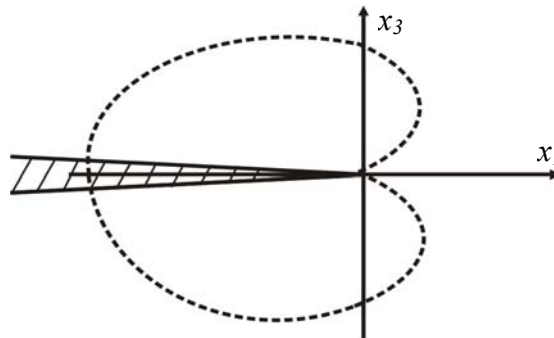


Figura 3.11. Patrón de directividad característico del trailing edge noise en el plano $\alpha = \pi/2$.



3.3.5. Ventiladores de flujo axial entubados.

Aunque no es el caso de esta tesis, en muchos situaciones es posible encontrar diseños de ventiladores de flujo axial entubados, es decir, en el interior de un conducto que normalmente es cilíndrico. El efecto del conducto sobre el ruido radiado por el rotor del ventilador depende de tres escalas de longitud diferentes que son: la longitud del conducto L , el diámetro del conducto D , y la longitud de onda acústica λ . Un conducto corto, $D < \lambda$ y/o $L < \lambda$, actúa como una pantalla de difracción, pero las propiedades de radiación de las fuentes acústicas no sufren modificaciones importantes respecto a las propiedades de radiación en el campo libre. En cambio, un conducto largo, $L < D$ y/o $L \gg \lambda$, modificará considerablemente las propiedades de radiación de las fuentes acústicas (Roger, 2004c).

Para el estudio del ruido generado por ventiladores entubados el campo sonoro se desarrolla en un conjunto de modos de propagación dentro del conducto, que es lo que se conoce como **aproximación modal** (Florence, 1999). Consideremos en el interior de un conducto de radio a la generación de ondas acústicas armónicas en el tiempo de frecuencia angular ω . Una fuente acústica situada en una posición $x = 0$, en el interior de un conducto cilíndrico, definida por:

$$p(x, r, \theta)|_{x=0} = p_0(r, \theta) \quad (3.159)$$

produce un campo sonoro en las paredes del conducto dado por la solución de la ecuación de ondas en coordenadas polares²¹:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \omega^2 p = 0 \quad (3.160)$$

con la condición de contorno en la pared del conducto dada por:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad \text{en} \quad r = a \quad (3.161)$$

Las soluciones modales de la ecuación (3.160) se obtienen por separación de variables, es decir, asumiendo que $p = F(x)\psi(y, z) = F(x)G(r)H(\theta)$, entonces:

$$\left(\frac{d^2 H}{d\theta^2} \right) / H = -m^2, \quad H(\theta) = e^{-im\theta}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.162)$$

$$\left(\frac{d^2 G}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dG}{dr} \right) / G = \frac{m}{r^2} - \alpha^2, \quad G(r) = J_m(\alpha_{m\mu} r), \quad \mu = 1, 2, \dots \quad {}^{22}(3.163)$$

²¹ Se emplea la ecuación de ondas adimensionalizada, escalándose las variables como:

$$\vec{x} = a\vec{x}; \quad t = at / c_0; \quad p = \rho_0 c_0^2 p; \quad \vec{v} = c_0 \vec{v}; \quad \omega = \omega c_0 / a$$

²² En esta expresión J_m denota la función de Bessel ordinaria de primera clase y $\alpha_{m\mu} = j'_{m\mu}$ es el cero no trivial y no negativo de J'_m , que satisface la condición de contorno $G'(a) = 0$.



$$\left(\frac{d^2 F}{dx^2}\right)/F = \alpha^2 - \omega^2, \quad F(x) = e^{\mp ik_{m\mu}x}, \quad k_{m\mu} = \sqrt{\omega^2 - \alpha_{m\mu}^2} \quad {}^{23}(3.164)$$

Es habitual referirse a $\alpha_{m\mu}$ como el *número de ondas de los modos radiales*, a m como el *número de ondas de los modos circunferenciales* y a $k_{m\mu}$ como el *número de ondas de los modos axiales*. Las soluciones asociadas con estos números de ondas se denominan **modos del conducto**, que en forma normalizada vienen dados por:

$$\begin{aligned} p_{m\mu}(x, r, \theta) &= U_{m\mu}(r) e^{-im\theta \mp ik_{m\mu}x} \\ U_{m\mu}(r) &= N_{m\mu} J_m(\alpha_{m\mu} r) \\ N_{m\mu} &= \left[\frac{1}{2} (1 - m^2 / \alpha_{m\mu}^2) J_m(\alpha_{m\mu})^2 \right]^{-1/2} \end{aligned} \quad (3.165)$$

Los modos (3.165) forman un conjunto completo, de forma que aplicando superposición es posible escribir (Hirschberg, 2004):

$$p(x, r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} (A_{m\mu} e^{-ik_{m\mu}x} + B_{m\mu} e^{ik_{m\mu}x}) U_{m\mu}(r) e^{-im\theta} \quad (3.166)$$

donde $A_{m\mu}$ y $B_{m\mu}$, son las amplitudes modales. Sólo es posible la existencia de un número finito de modos para los que el número de ondas axial, $k_{m\mu}$, es real, y puesto que son precisamente dichos modos los que se propagan, se denominan modos de propagación (cut-on), mientras que al resto de modos se les denomina modos de corte (cut-off) (Farassat, 2001b). Puede afirmarse que un modo de radiación será de propagación o de corte, dependiendo de que su frecuencia sea, respectivamente, más baja o más alta que la **frecuencia de corte** o de resonancia, dada por:

$$f_c = \frac{j'_{m\mu} c_0}{2\pi a} \quad (3.167)$$

La fuente en el interior del conducto, definida por (3.159), producirá entonces un campo sonoro (3.166) con amplitudes modales en $x > 0$ dadas por:

$$A_{m\mu} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^a p_0(r, \theta) U_{m\mu}(r) e^{im\theta} r dr d\theta \quad (3.168)$$

$$B_{m\mu} = 0 \quad (3.169)$$

y exactamente iguales en $x < 0$, pero con $A_{m\mu}$ y $B_{m\mu}$ intercambiados.

Consideremos entonces un modelo de un rotor de un ventilador entubado con B álabes equiespaciados a intervalos $\Delta\theta = 2\pi / B$, girando con velocidad angular Ω . Si en

²³Tal que $\text{Re}(k_{m\mu}) \geq 0$ y $\text{Im}(k_{m\mu}) \leq 0$.



un instante $t = 0$, y en una posición fija x , el campo sonoro generado por un álabe viene descrito por la función de forma $q(\theta, r)$, entonces, como consecuencia de la periodicidad, el campo sonoro total vendrá dado por:

$$p(r, \theta, 0) = \sum_{k=0}^{B-1} q\left(\theta - \frac{2\pi k}{B}, r\right) \quad (3.170)$$

que puede ser desarrollado en una serie de Fourier con período $2\pi/B$:

$$p(r, \theta, 0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n(r) e^{-inB\theta} \quad (3.171)$$

Puesto que el campo sonoro está asociado con el rotor, en un instante t cualquiera vendrá dado por:

$$p(r, \theta, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q\left(\theta - \Omega t - \frac{2\pi k}{B}, r\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n(r) e^{inB\Omega t - inB\theta} \quad (3.172)$$

donde se observa que el sonido, como se esperaba, se genera a la frecuencia de paso de álabe y armónicos. Cada frecuencia $\omega = nB\Omega$ va unida a una periodicidad circunferencial $m = nB$. La expresión (3.172) pone de manifiesto que para un rotor de un ventilador entubado, no es evidente, a priori, si se producirá propagación de sonido, puesto que la frecuencia debe ser más elevada que la frecuencia de corte:

$$f_m = \frac{m\Omega}{2\pi} > \frac{j'_{m1} c_0}{2\pi a} \Rightarrow M_{\text{punta}} = \frac{a\Omega}{c_0} > \frac{j'_{m1}}{m} \quad (3.173)$$

Como el primer cero de J'_m es siempre ligeramente superior que m , la expresión (3.173) implica que la velocidad de giro de punta de los álabes debe ser supersónica para que el ventilador entubado radie sonido.

3.3.6. Control de las fuentes de ruido.

Para establecer medidas de control de las fuentes de ruido en ventiladores de flujo axial es necesario tener un buen conocimiento previo de las mismas (Sijtsma, 2004). De la discusión de las características de la radiación acústica generada por ventiladores que se ha desarrollado en las secciones precedentes, se puede deducir que la amplitud de la presión acústica percibida por un observador depende de la frecuencia $\omega = mB\Omega$, de la velocidad relativa de los álabes del rotor ya que los armónicos de carga del álabe están relacionados con esta velocidad, y del número de álabes del rotor. Por tanto, las medidas efectivas para la reducción del sonido emitido deberían consistir en actuaciones sobre dichos parámetros, preservando siempre el empuje total del ventilador, que está relacionado con la carga estacionaria sobre los álabes, pero no con los armónicos de carga del álabe (Nelson, 1992).

Evidentemente, disminuir la velocidad de giro del ventilador implica disminuir el ruido emitido por el mismo, pero para preservar el empuje total es necesario realizar



diseños de ventiladores con álabes de mayor envergadura y con ángulos de cámara y de incidencia también mayores, lo que contribuye a incrementar la porción de ruido generado en banda ancha. En secciones anteriores se puso de relieve que como consecuencia de la modulación realizada por las funciones Bessel, sólo un número limitado de armónicos de carga del álabe contribuyen al espectro sonoro, por lo que a priori aumentar el número de álabes podría significar una reducción del sonido emitido, ya que dicho aumento no afecta significativamente a la carga no estacionaria y disminuye la carga estacionaria puesto que el empuje total, BF_0 , se mantiene constante.

Sin duda, la medida más efectiva para reducir el ruido de interacción en la estela generado por ventiladores compuestos de una etapa consistente en un estator y un rotor, es desemparejar el número de álabes B y el número de directrices V , es decir, evitar que el modo simétrico, $mB = kV$, se produzca a frecuencias altas para las cuales los armónicos de carga del álabe son de poca importancia. Ya que los modos de radiación que se propagan al campo lejano dependen del valor $mB \pm kV$, y el ángulo de radiación y la eficiencia de la misma son, respectivamente, funciones crecientes y decrecientes de $|mB + kV|$, un buen diseño acústico de un ventilador consiste en evitar que sea posible la existencia de los valores más bajos de $|mB + kV|$, y forzar que se produzcan los valores más altos (Feng, 2000).

Si los álabes del rotor de un ventilador se espacian de manera desigual a lo largo del disco del rotor se cancela la periodicidad de paso de álabe de la señal acústica emitida y se restaura el período de rotación fundamental de dicha señal. De esta forma, se reduce el sonido emitido a la frecuencia de paso de álabe y armónicos y se generan tonos de amplitud moderada a la frecuencia fundamental de rotación y sus armónicos. Si son las directrices del estator las que se distribuyen espacialmente de manera desigual, el ruido radiado por el ventilador podría incrementarse en lugar de disminuir, puesto que las frecuencias a las que se genera el sonido resultante son determinadas por el rotor y no por el estator.

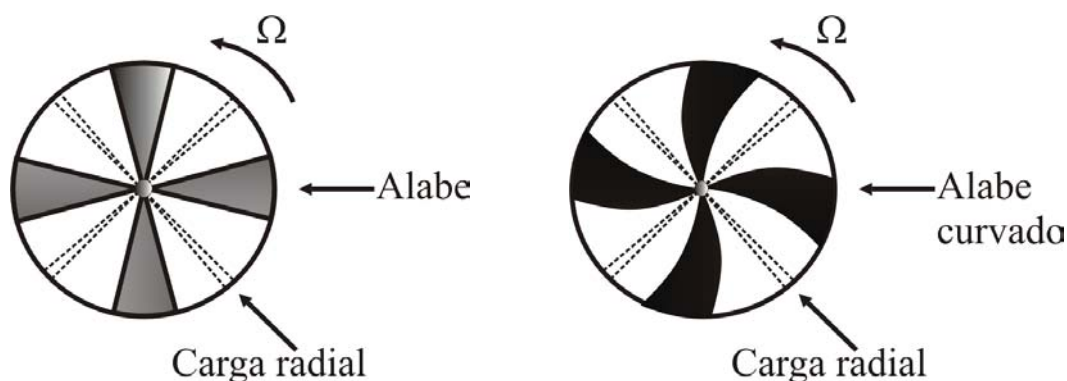


Figura 3.12. Diseño de un rotor con álabes radiales y curvados.

Si en lugar de un diseño de los álabes del rotor completamente radiales se utiliza un diseño en el que los álabes presentan una cierta curvatura o barrido como se representa en la Figura 3.12, las señales acústicas emitidas por sectores circunferenciales de distintos radios de envergadura darán lugar a interferencias en el campo acústico lejano puesto que no estarán en fase, de modo que algunos de los modos de radiación correspondientes a distintos sub-segmentos de un álabe se cancelarán entre

sí, dando lugar a una posible reducción de la intensidad del sonido radiado (Blake, 1986).

Las anteriores medidas de reducción y control de ruido se orientan hacia una disminución del sonido emitido a frecuencia discreta por los ventiladores. Señalar por último que en lo que se refiere al ruido en banda ancha se han experimentado a nivel industrial diversas medidas de reducción del mismo, desde recubrir los álabes con materiales porosos para disminuir el ruido generado en la capa límite hasta reducir la intensidad de las perturbaciones incidentes sobre el rotor desplazando axialmente sus álabes respecto a la fuente de perturbación del flujo (White, 1982).



Capítulo 4

Caracterización numérica del ruido

4.1. INTRODUCCIÓN.

La disciplina numérica conocida como Aeroacústica Computacional (CAA) es un campo, aún en desarrollo, que aborda el estudio del ruido generado aerodinámicamente, es decir, del ruido generado como resultado de la interacción con un campo de flujo. En principio, la generación de ruido por interacción con un campo de flujo puede caracterizarse numéricamente resolviendo las ecuaciones de Navier-Stokes compresibles y no estacionarias. La anterior es la base de lo que se conoce como **aproximación directa**, mediante la cual los resultados numéricos se obtienen únicamente a partir de principios físicos fundamentales, sin hacer uso de resultados experimentales ni de hipótesis adicionales, y en consecuencia, dicha aproximación constituye el método numérico más exacto y completo para determinar tanto la generación como la propagación del ruido aerodinámico (Lyrantzis, 2002).

Desafortunadamente, para preservar la exactitud y completitud de los cálculos, la aproximación directa requiere recursos y capacidades computacionales que no están disponibles hoy en día. Por ejemplo, consideremos un problema en el que L sea la escala de longitud característica, múltiplo de la escala integral de la turbulencia Λ , es decir, $L = c_f \Lambda$, siendo $c_f > 1$ una constante, y η sea la escala de longitud de



Kolmogorov que describe los vórtices de menor tamaño (Schröder, 2004). Para obtener resultados numéricos aceptables a partir de la simulación de este problema, se requiere que el número de puntos N del mallado, considerado uniforme, sea proporcional a $N \approx (L/\eta)^3$, de forma que si la turbulencia es isentrópica¹, la resolución del mallado para el campo de flujo turbulento viene aproximada por $N_f \approx c_f^3 \text{Re}_t^{9/4}$.

Por otra parte, el número de Strouhal, $Sr = L\omega/v \sim L/\lambda_\omega$, es proporcional a la escala de longitud de los vórtices, $\lambda_\omega = v/\omega$, y a la escala de longitud L característica del problema, que a su vez se relaciona con la longitud de onda acústica, $\lambda_a \sim c_0/\omega$, a través del número de Helmholtz, $He = L\omega/c_0 = L/\lambda_a \Rightarrow L \sim c_a\lambda_a$, siendo $c_a > 1$ una constante. Si M es el número de Mach del flujo característico del problema, y M_t es el número de Mach turbulento, es posible establecer la siguiente conexión entre las estructuras vorticales y acústicas: $He = Sr M \Rightarrow \lambda_a \sim \lambda_\omega M^{-1} \sim \Lambda M_t^{-1}$, es decir, la longitud de onda acústica es M^{-1} veces mayor que la longitud de los vórtices y M_t^{-1} veces mayor que la escala integral de la turbulencia, de forma que la resolución del mallado uniforme, necesaria para resolver tanto el problema del flujo como el campo acústico, es $N_{fa} \approx c_a^3 M_t^{-3} \text{Re}_t^{9/4}$. Obviando la dependencia de las constantes c_f y c_a , es evidente a partir de las consideraciones anteriores, que $N_{fa} \sim N_f M_t^{-3}$, y puesto que el número de Mach turbulento para chorros subsónicos y capas límite es del orden de $\mathcal{O}(10^{-2})$, los recursos computacionales que se requieren para resolver el problema completo son extremadamente elevados para flujos con velocidades bajas. Además, en cuanto a exactitud se refiere, puesto que las perturbaciones de presión acústica son varios órdenes de magnitud inferiores a las cantidades medias del flujo, en particular a las presiones hidrodinámicas, y viajan a la velocidad del sonido que no tiene por qué ser comparable con la velocidad media del fluido, los cálculos numéricos realizados con CAA deben ser mucho más precisos que los cálculos numéricos realizados con CFD. Todo lo anterior conlleva a que en problemas de predicción de ruido aerodinámico reales la aproximación directa no pueda utilizarse y deban buscarse metodologías alternativas.

Teniendo en cuenta la disparidad existente entre las escalas temporales y espaciales asociadas con el campo de flujo y con el campo acústico, una buena alternativa a la aproximación directa consiste en separar el problema computacional en otros dos problemas, uno consistente en la determinación del campo de flujo a partir de la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes y los modelos de turbulencia adecuados (LES ó RSM) mediante técnicas CFD tradicionales, y otro consistente en la determinación del campo sonoro a partir de la resolución de las ecuaciones de Euler linealizadas con las condiciones de contorno acústicas apropiadas². La anterior metodología es lo que se conoce como **aproximación híbrida**, mediante la cual el dominio computacional se divide en dos partes, una no lineal correspondiente a la región fuente, y otra lineal correspondiente a la región de propagación acústica (Schröder, 2004).

¹ Para turbulencia isentrópica, $\Lambda/\eta \sim \mathcal{O}(\text{Re}_t^{3/4})$, siendo Re_t el número de Reynolds turbulento.

² Condiciones de contorno no reflectantes (Alpert, 2002).



La simulación del campo de flujo que genera el sonido requiere una buena resolución temporal de las ecuaciones de Navier-Stokes, y como consecuencia de la difusión de los esquemas numéricos y la extremadamente pequeña magnitud de las perturbaciones acústicas, los códigos CFD empleados para tales fines no pueden simular la propagación de ondas sonoras, por lo que deben ser acoplados con otro código que resuelva las ecuaciones de Euler linealizadas, tanto en la propia región fuente como en una región más extensa que la contenga, con vistas a asegurar que las condiciones de contorno internas (entre ambas regiones) sean precisas. La descomposición del dominio computacional en subdominios, el proceso de acoplamiento entre ellos mediante condiciones de contorno adecuadas, y el desarrollo de los esquemas de discretización numérica, espacial y temporal, asociados con cada uno de los subdominios, son los objetivos fundamentales de la Aeroacústica Computacional. Dada la enorme dificultad de los anteriores problemas y las elevadas capacidades computacionales que requieren, la aproximación híbrida es un campo en desarrollo que se encuentra limitado, hoy en día, a problemas de generación de ruido aerodinámico con geometrías muy sencillas y a menudo bidimensionales, entre los que no se encuentra la generación de ruido por ventiladores de flujo axial. Ejemplos de aplicación de la aproximación híbrida pueden consultarse en (Djambazov, 1997), (Djambazov, 1998a), (Djambazov, 1998b) y (Djambazov, 1998c).

Otra alternativa a la aproximación directa que basándose también en la diferencia de escalas espaciales y temporales existente entre el campo de flujo y el campo sonoro, separa el dominio computacional en dos subdominios, uno correspondiente a la región fuente y otro correspondiente a la región de propagación, es la **analogía aeroacústica**³. Mediante la analogía aeroacústica, las ecuaciones de Navier-Stokes se transforman en una ecuación de ondas inhomogénea con términos fuentes correspondientes a las fuentes acústicas, de forma que el campo de flujo (que se considera que se desarrolla como prácticamente incompresible y por tanto viene descrito por las ecuaciones de Navier-Stokes incompresibles) se resuelve, a priori e independientemente del campo acústico, mediante métodos CFD tradicionales en orden a caracterizar las fuentes acústicas generadoras del ruido. Bajo condiciones de campo libre, es decir, cuando no es posible una influencia reversa de la acústica sobre el flujo, la aplicación de la técnica de las funciones de Green a la ecuación de ondas inhomogénea, permite evaluar la propagación sonora al campo lejano mediante la resolución numérica de una formulación integral consistente en una integral de volumen sobre la región fuente, que puede evaluarse tanto en el dominio temporal como en el dominio de la frecuencia.

Las distintas analogías aeroacústicas han sido desarrolladas para predecir el ruido generado por fuentes complejas, tal como el ruido generado por los álabes del rotor de un ventilador de flujo axial. Éste es el motivo por el que en esta tesis la caracterización numérica del ruido se realiza mediante la metodología asociada con las analogías aeroacústicas, que consiste en separar el problema de flujo en la región fuente, que se aborda mediante técnicas CFD tradicionales, y el problema de propagación al campo lejano, que se aborda mediante la resolución numérica de la formulación integral de la ecuación de ondas para las perturbaciones de presión sonora. Dicha división del problema equivale a considerar por separado las características aerodinámicas y las características acústicas asociadas al ventilador axial que se estudia en esta tesis.

³ Bien sea la analogía aeroacústica de Lighthill, o la extensión de la misma a casos más generales debida a Ffowcs Williams y Hawkings.



Siguiendo la metodología de la analogía aeroacústica, la primera parte del capítulo acomete la descripción de las técnicas numéricas CFD aplicadas para caracterizar las fuentes acústicas correspondientes al ventilador, abordándose cuestiones relacionadas con el mallado o discretización del dominio, las condiciones de contorno, los modelos de turbulencia, los métodos de acoplamiento de la presión y la velocidad, la elección del paso temporal, etc. La segunda parte del capítulo se dedica a la descripción de las técnicas numéricas empleadas para caracterizar la propagación acústica al campo lejano mediante una formulación integral, que se considera tanto en el dominio temporal como en el dominio de la frecuencia.

4.2. CARACTERIZACIÓN NUMÉRICA DE LAS FUENTES ACÚSTICAS.

Para caracterizar numéricamente las fuentes acústicas, o lo que es lo mismo, para resolver la región de flujo, se ha empleado un paquete de software CFD comercial, mediante el cual es posible obtener las características aerodinámicas del ventilador. Se denomina Mecánica de Fluidos Computacional (CFD) al análisis de sistemas que involucran flujos mediante métodos numéricos y simulaciones por ordenador. Los procesos físicos fluidodinámicos involucrados en un determinado problema están relacionados con la acción y la interacción de fenómenos tales como la disipación, la difusión, la convección, las ondas de choque, las superficies de deslizamiento, la capa límite y la turbulencia. En el campo de la aerodinámica todos los anteriores fenómenos están gobernados por las ecuaciones de Navier-Stokes compresibles, que son ecuaciones diferenciales parciales no lineales y como consecuencia a menudo no tienen solución analítica, por lo que es necesario resolverlas mediante procedimientos numéricos⁴, para lo cual es imprescindible discretizarlas. La finalidad de una discretización numérica es sustituir un problema continuo con infinitos grados de libertad en el espacio y en el tiempo por un problema discreto con un número finito de grados de libertad (Pulliam, 1994).

Las técnicas CFD se emplean para el estudio de un amplio rango de aplicaciones, que incluyen el estudio de turbomáquinas, meteorología, oceanografía, simulación de incendios en túneles, aerodinámica de aviones y automóviles, etc. No obstante, independientemente de la aplicación específica que se estudie, para emplear correctamente una técnica CFD debe seguirse una secuencia de tres etapas básicas, que son: la etapa de pre-proceso, la etapa de solución o de solver y la etapa de post-proceso.

En la **etapa de pre-proceso** debe definirse la geometría de la región de interés, esto es, el *dominio computacional*, y dicho dominio debe subdividirse en dominios más pequeños que no se solapen entre sí, con vistas a generar un *mallado* (grid) compuesto de *celdas* o volúmenes de control. Asimismo, en esta etapa se seleccionan los

⁴ Cuando se utilizan métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales parciales se introducen aproximaciones que pueden cambiar la forma básica de las mismas, y las nuevas ecuaciones así obtenidas, que son las que realmente se resuelven mediante procesos numéricos, se conocen como ecuaciones diferenciales parciales modificadas. Puesto que no son precisamente iguales que las ecuaciones originales, podrían, y a menudo así es, simular los fenómenos físicos asociados con los flujos de forma diferente a la solución exacta de las ecuaciones diferenciales parciales básicas. Matemáticamente estas diferencias se conocen como *errores de truncamiento*. No obstante, a menudo estos errores se identifican con un fenómeno físico particular sobre el que tienen una influencia marcada, lo cual significa que los errores causados por la aproximación numérica resultan en una ecuación diferencial parcial modificada que tiene términos adicionales que pueden ser identificados con fenómenos físicos de disipación o de dispersión (Colella, 1994).



Capítulo 5

Caracterización experimental del ruido

5.1. INTRODUCCIÓN.

Al igual que el procedimiento seguido para caracterizar numéricamente el ruido generado por el ventilador y propagado al campo lejano, la caracterización experimental del ruido se basa también en la metodología de la analogía aeroacústica. Por tanto, la caracterización experimental del problema de generación de ruido por el ventilador puede separarse en dos partes: aerodinámica y aeroacústica.

La caracterización aerodinámica corresponde al estudio experimental de la región de flujo o región fuente, e incluye tanto la caracterización del funcionamiento del ventilador como la caracterización del flujo que se desarrolla en el mismo. Caracterizar experimentalmente la aerodinámica del ventilador axial permitirá obtener una mejor comprensión de las fuentes acústicas que generan el ruido propagado al campo lejano, así como validar el modelo numérico empleado para resolver la región fuente y que es tomado como punto de partida para los cálculos acústicos numéricos (la fiabilidad de estos últimos depende en gran medida de la precisión de los resultados numéricos correspondientes a la región fuente). La caracterización aeroacústica corresponde al estudio experimental de la región de propagación del ruido generado por el ventilador de flujo axial.



Por tanto, se han llevado a cabo tres grupos de medidas experimentales diferentes en el ventilador: caracterización del funcionamiento del ventilador con vistas a obtener las curvas características del mismo, caracterización del flujo desarrollado por el ventilador con vistas a obtener tanto valores promedios como fluctuantes del campo de velocidades y del campo de presiones, y finalmente caracterización acústica del ventilador con vistas a obtener los espectros de ruido (nivel de presión sonora) en el campo lejano.

En este capítulo se describe la instalación en la que se han llevado a cabo las medidas experimentales, así como la instrumentación empleada en cada caso. La primera parte del capítulo se dedica a la descripción del banco de ensayos y del procedimiento seguido para caracterizar el funcionamiento del ventilador. En la segunda parte se describe el procedimiento seguido para obtener el campo de velocidades y presiones medias mediante una sonda de presión de cinco orificios. La tercera parte describe el procedimiento seguido para obtener las fluctuaciones del campo de velocidades y sus promedios a un canal de álabe mediante anemometría térmica. En la cuarta parte del capítulo se describe el procedimiento seguido para obtener las fluctuaciones del campo de presiones en la carcasa del ventilador. Finalmente, se describe el procedimiento seguido para caracterizar aeroacústicamente el ventilador.

5.2. DESCRIPCIÓN DEL BANCO DE ENSAYOS.

El banco experimental donde se llevan a cabo los ensayos del ventilador de flujo axial se encuentra ubicado en el laboratorio del Área de Mecánica de Fluidos. El ventilador axial original fue diseñado en la propia área (Santolaria, 1986) para propósitos agrícolas, y actualmente es fabricado y comercializado por una empresa española. En la *Figura 5.1* puede observarse una fotografía de uno de estos ventiladores comerciales.

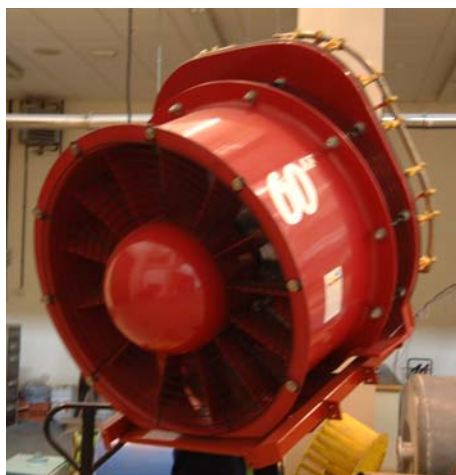


Figura 5.1. Ventilador comercial de partida.

El ventilador se ha diseñado para funcionar a una velocidad de giro de 2400 rpm (40 Hz), proporcionando un caudal de diseño de $18 \text{ m}^3/\text{s}$ y una presión total de 1200 Pa. Está constituido por una etapa de estator de 13 directrices estacionarias con perfil circular British C1, y una etapa de rotor con 9 álabes de perfil NACA 65, por lo que la frecuencia de paso de álabe es de 360 Hz y la frecuencia de paso de directriz es de 520 Hz. El diámetro de cubo del rotor es de 380 mm, mientras que el diámetro de punta es



de 820 mm. En la *Tabla 5.1* se muestran las principales características geométricas del escalón estator-rotor en cinco superficies intermedias (se trata, respectivamente, de los ángulos de entrada y salida del álabe relativos a la dirección axial, la solidez, el espesor relativo a la cuerda del perfil en su línea media, el ángulo de incidencia y de ataque, la curvatura del perfil en su línea media, el ángulo de calado, el ángulo cuerda-tangente a la entrada y la deflexión total del flujo al paso por la corona correspondiente). Asimismo en la *Figura 5.2* pueden observarse varias fotografías de los álabes del rotor.

ESTATOR	ϕ 380 mm	ϕ 490 mm	ϕ 600 mm	ϕ 710 mm	ϕ 820 mm
β_1	0°	0°	0°	0°	0°
β_2	31,17°	24,84°	20,73°	17,81°	15,68°
σ	1,71	1,37	1,14	0,98	0,86
b/l	3 %	3 %	3 %	3 %	3 %
i	- 0,47°	- 0,82°	- 0,93°	- 0,93°	- 0,88°
λ	18,12°	14,93°	12,97°	11,66°	10,78°
θ	37,18°	31,51°	27,81°	25,2°	23,21°
$^{\circ}\xi$	18,12°	14,93°	12,97°	11,66°	10,78°
δ	5,54°	5,85°	6,15°	6,45°	6,75°
$\Delta\beta$	31,17°	24,84°	20,73°	17,81°	15,68°

ROTOR	ϕ 380 mm	ϕ 490 mm	ϕ 600 mm	ϕ 710 mm	ϕ 820 mm
β_3	59,61°	62,01°	64,7°	67,18°	69,36°
β_4	47,73°	54,82°	60,07°	64,06°	67,16°
σ	1,35	1	0,79	0,65	0,55
b/l	12 %	10,49 %	9,43 %	8,63 %	8 %
i	4,08°	2,45°	1,28°	0,52°	0,03°
λ	10,96°	7,17°	5°	3,71°	2,9°
θ	13,76°	9,46°	7,43°	6,38°	5,75°
$^{\circ}\xi$	48,64°	54,84°	59,7°	63,47°	66,46°
δ	5,97°	4,71°	4,08°	3,78°	3,57°
$\Delta\beta$	11,88°	7,19°	4,63°	3,12°	2,2°

Tabla 5.1. Características geométricas de la etapa estator-rotor.



Figura 5.2. Perfiles NACA 65 de los álabes del rotor.

Para caracterizar experimentalmente el ventilador se ha procedido a desmontar sus elementos aerodinámicos con vistas a montarlos en un banco de pruebas. En particular, se han aprovechado los álabes, su corona portadora, la pieza que une la corona al eje motor, el embrague centrífugo y el conjunto núcleo-directrices. A partir de los anteriores elementos se ha diseñado un banco de ensayos que permite caracterizar tanto el funcionamiento del ventilador como el campo de flujo desarrollado en el mismo. El eje del ventilador ha sido acoplado a un motor asíncrono regulado por un variador de frecuencia. En la *Figura 5.3* se muestra un esquema de la parte aerodinámica del ventilador axial.

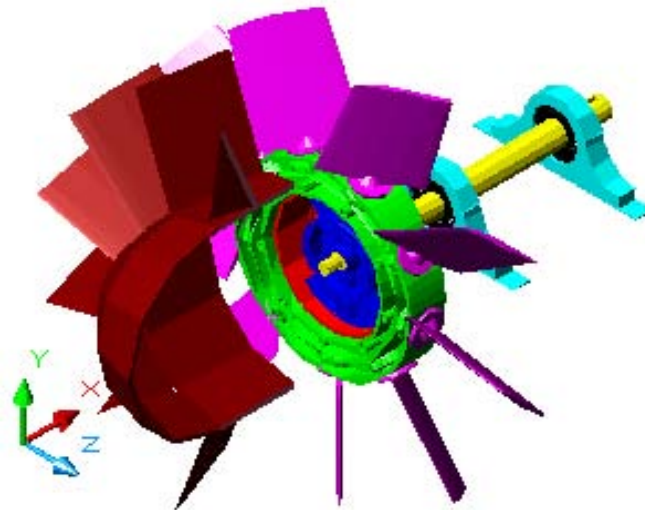


Figura 5.3. Esquema de la parte aerodinámica del ventilador.

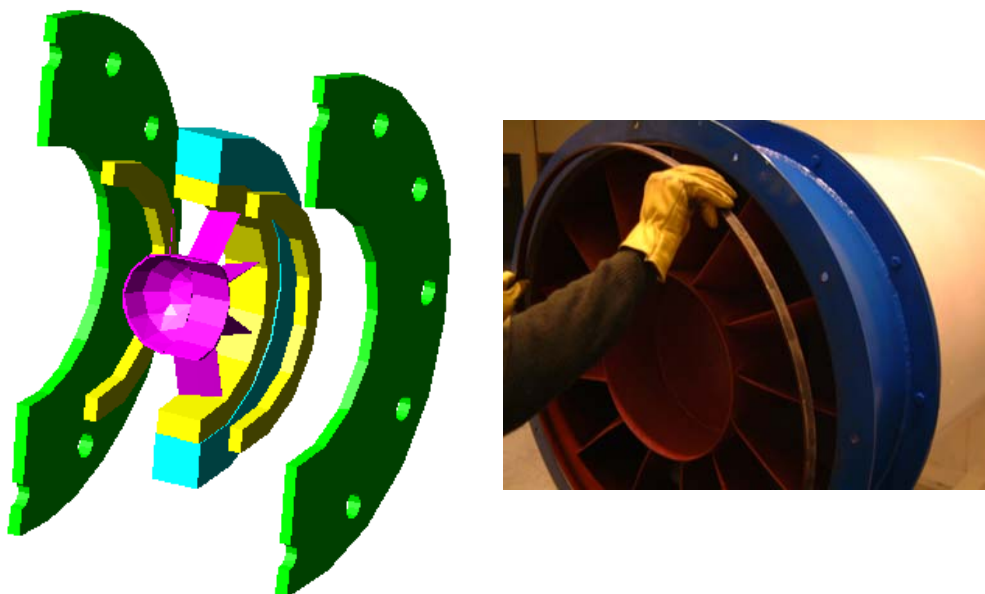


Figura 5.4. Esquema del sistema de anillos que regulan el gap axial.

El banco de ensayos permite intercambiar las etapas de estator y rotor, de forma que es posible ensayar tanto la configuración de estator aguas arriba del rotor, como de estator aguas abajo del rotor, aunque en esta tesis se ha estudiado y ensayado únicamente la primera de las configuraciones. Otro punto importante del banco de

ensayos es que permite variar la distancia axial (gap) entre las etapas de estator y rotor, lo que se consigue insertando una serie de tres anillos entre las susodichas etapas. En la *Figura 5.4* se presenta un esquema de dicho sistema de anillos, en color verde aparecen las bridas, en azul la carcasa y en amarillo los anillos. El anillo más ancho ha sido pegado al estator, mientras que la colocación de los otros dos anillos permite variar el gap axial, de forma que si cada uno de los anillos se coloca a ambos lados del estator se obtiene el gap inferior (5 cm) y cuando se colocan ambos anillos aguas abajo del estator se obtiene el gap superior (7 cm)¹.

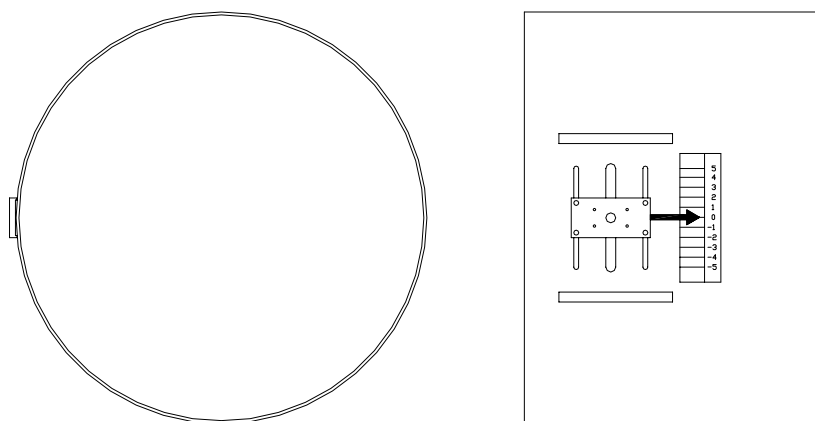


Figura 5.5. Esquema de las rendijas practicadas en la carcasa del ventilador.

Para caracterizar el campo de flujo del ventilador es necesario, como veremos en subsiguientes apartados, realizar medidas que abarquen un sector completo de directriz en varias posiciones de la turbomáquina, en particular, aguas abajo del rotor y entre las etapas de estator y de rotor (ya que aguas arriba de las directrices el flujo incidente presenta simetría axial y basta con medir en una única posición circunferencial). Para poder realizar medidas en el sector completo, se han realizado una serie de rendijas en la carcasa del ventilador cuyo esquema se muestra en la *Figura 5.5*, que facilitan la fijación de las diferentes instrumentaciones empleadas.

Si se pretenden ensayar puntos de funcionamiento del ventilador distintos al punto de diseño, es necesario poder contar con algún tipo de mecanismo que permita regular el caudal del flujo incidente sobre la turbomáquina. Por ello se ha diseñado un montaje experimental que permite dicha regulación. Consiste básicamente en entubar la zona aguas arriba del ventilador mediante una serie de tubos cilíndricos con un diámetro exterior de 1400 mm. En el extremo de los tubos cilíndricos se ha colocado un cono de regulación del flujo accionado por un pequeño motor, de forma que, cuando el cono se aproxima a los tubos, el flujo se va estrangulando paulatinamente y cuando se aleja de los tubos aumenta el caudal del flujo incidente. Para determinar el caudal del flujo establecido en cada momento entre los tubos cilíndricos se ha intercalado una tobera de tipo venturi con un diámetro de garganta de 740 mm. Puesto que el flujo incidente sobre la turbomáquina debe ser lo más uniforme posible y con una dirección normal a la etapa del estator, la longitud de los tubos se ha hecho lo suficientemente extensa (16.5 m)

¹ Se trata de los gaps medidos en la sección de punta del ventilador, ya que como consecuencia de la variación de la cuerda de los álabes del rotor y su torsión, la distancia axial entre las etapas de estator y rotor varía a lo largo de la envergadura de los álabes.



como para asegurar que se uniformice el flujo. En la *Figura 5.6* se muestra un esquema del montaje empleado para la regulación del caudal, con sus diferentes cotas.

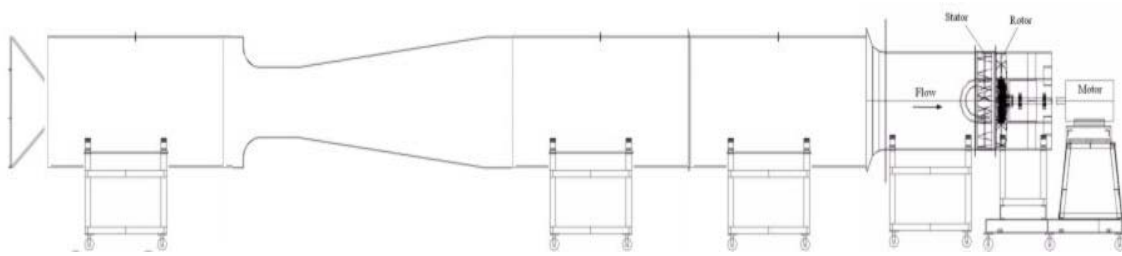


Figura 5.6. Esquema del banco de ensayos entubado.

Finalmente, en la *Figura 5.7* se muestran varias fotografías del montaje del ventilador axial en sus diferentes etapas de construcción, así como dos detalles del sistema de regulación del caudal y del cono.

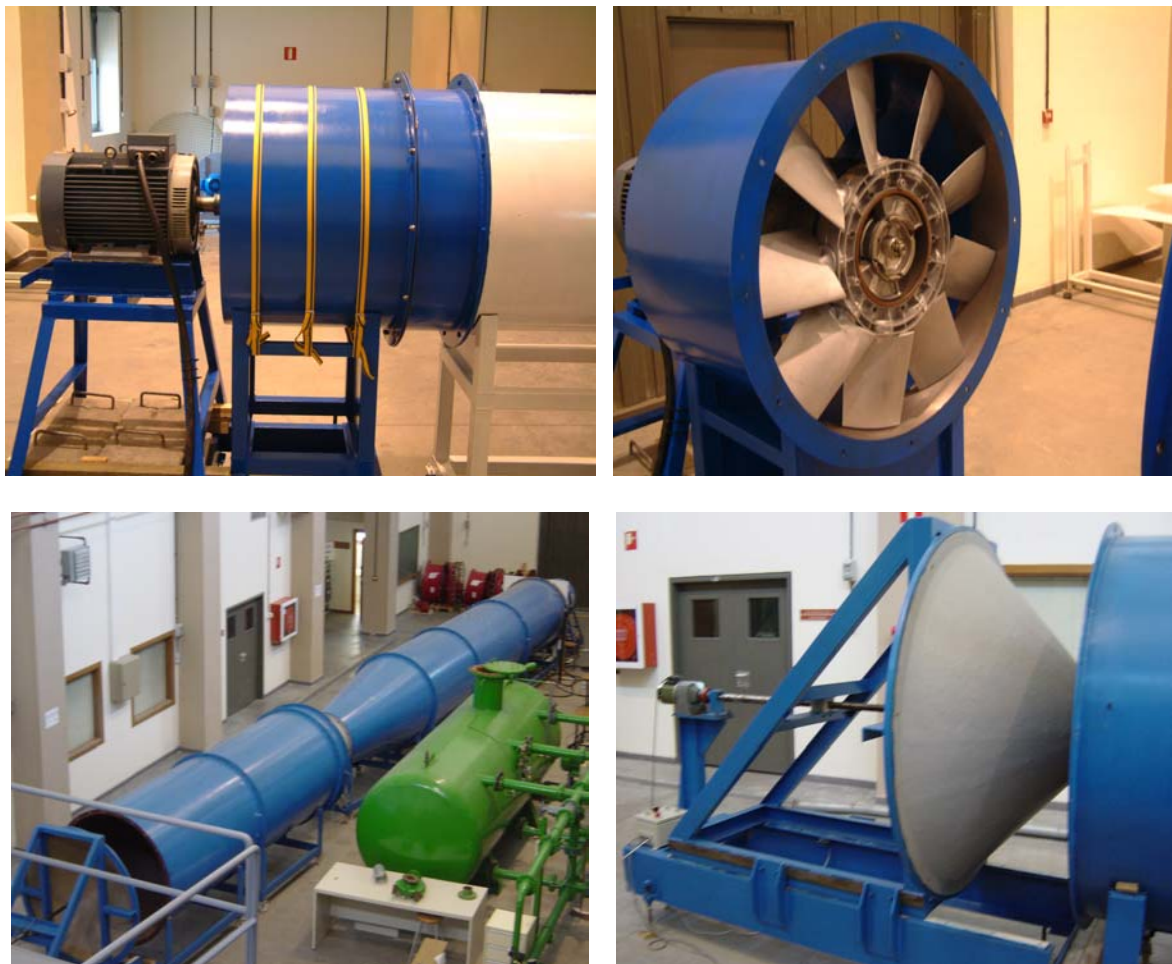


Figura 5.7. Detalles de la turbomáquina axial.

5.3. CARACTERIZACIÓN DEL FUNCIONAMIENTO DEL VENTILADOR.

En primer lugar se ha procedido a obtener la curva característica del ventilador, es decir, la variación de la presión, de la potencia y del rendimiento en función del caudal.



Para la obtención de dicha curva es imprescindible regular y medir el caudal incidente sobre la turbomáquina, lo que se consigue mediante el entubamiento aguas arriba de la misma descrito en el apartado anterior (ver *Figura 5.6*). En particular, midiendo la diferencia de presión entre la entrada y la garganta de la tobera de tipo venturi es posible estimar el caudal del flujo circulante según la expresión:

$$Q = C_D \frac{\pi}{4} d_2^2 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho [1 - (d_2/d_1)^4]}} \quad (5.1)$$

donde d_1 es el diámetro de entrada al venturi y d_2 es el diámetro de garganta del venturi. El coeficiente de derrame C_D se ha calculado conforme a la norma (BS 848, 1980) y es prácticamente igual a uno.

La diferencia de presión entre la entrada y la garganta del venturi se ha medido con un manómetro en U, y se ha contrastado con la medida de un transductor de presión conectado a un voltímetro y ajustado de forma que 1 V correspondiese a 1 mm de columna de agua. De esta forma es posible calcular el caudal del flujo incidente sobre el ventilador, así como su velocidad (y por tanto la presión dinámica) haciendo uso de la expresión (5.1). La presión total es la suma de la presión dinámica y del incremento de la presión estática, medidas ambas en la zona anterior al ventilador donde el diámetro es ya el de punta del álabe. Para determinar el incremento de presión estática sólo es necesario medir la depresión aguas arriba, puesto que la salida es a presión atmosférica (que se toma como la presión de referencia). Dicha medida se obtiene mediante un manómetro en U colocado a la entrada de la turbomáquina. La presión dinámica es la misma aguas arriba y abajo, respecto a la curva característica, puesto que la sección es igual.

Para calcular el rendimiento total del ventilador, esto es, incluyendo el rendimiento del motor eléctrico que lo acciona, es necesario calcular tanto la potencia hidráulica de la turbomáquina como la potencia eléctrica. La potencia hidráulica se obtiene a partir del caudal y de la presión total mediante la expresión:

$$\text{Pot}_{\text{hidraulica}} = \rho g Q H = Q \Delta P_{\text{total}} \quad (5.2)$$

La potencia eléctrica del ventilador se obtiene a partir de la intensidad y del voltaje, medidos con el variador de frecuencia empleado para accionar el motor que mueve el eje del ventilador, mediante la fórmula:

$$\text{Pot}_{\text{electrica}} = \sqrt{3} I V \quad (5.3)$$

Finalmente, el rendimiento total de la turbomáquina viene dado por el cociente entre la potencia hidráulica y la potencia eléctrica:

$$\eta = 100 \frac{\text{Pot}_{\text{hidraulica}}}{\text{Pot}_{\text{electrica}}} \quad (5.4)$$

Teniendo en cuenta las expresiones anteriores, se procedió a fijar una posición concreta del cono de regulación del flujo, lo que equivale a fijar un determinado caudal



del flujo incidente sobre la turbomáquina. Para dicho caudal se midieron la diferencia de presiones entre la entrada y la garganta del venturi, la presión a la entrada de la turbomáquina, la intensidad y el voltaje de la corriente eléctrica. A continuación, situando el cono de regulación en una nueva posición se fijó otro caudal y se procedió a realizar la misma serie de medidas. El procedimiento se repitió hasta obtener un número suficiente de caudales como para que la curva característica quedase bien definida. La adquisición de medidas se realizó para el gap axial inferior (correspondiente a una separación entre estator y rotor de 5 cm) y para el gap axial superior (correspondiente a una separación entre estator y rotor de 7 cm). Las curvas características para ambos gaps no presentan diferencias significativas, tal y como era de esperar. Dichas curvas se presentarán en el *Capítulo 6* cuando se aborde el análisis de los resultados experimentales, y se contrastarán con las curvas características obtenidas a partir del modelo numérico bidimensional y tridimensional del ventilador axial.

5.4. CARACTERIZACIÓN DEL CAMPO DE FLUJO DESARROLLADO.

Para caracterizar el campo de flujo desarrollado por el ventilador axial se realizaron medidas de los campos de velocidad y de presión en distintas zonas de la turbomáquina, en particular, aguas arriba del estator, entre haces y aguas abajo del rotor. De forma general las medidas que se han llevado a cabo pueden clasificarse en medidas estacionarias, a partir de las cuales se obtienen los valores medios de velocidad y de presión, y medidas no estacionarias, a partir de las cuales se obtienen las fluctuaciones en tiempo real de velocidad y de presión. La instrumentación empleada para obtener ambos tipos de medidas es diferente, por lo que en los subsiguientes apartados se describirá por separado.

Cuando se pretende caracterizar tridimensionalmente el campo de flujo generado por el ventilador axial, es necesario disponer de un método de medida que permita establecer la dirección del campo de flujo, es decir, se necesita emplear una metodología capaz de capturar las tres componentes del campo de velocidades del flujo. Dentro de las posibles técnicas que permiten establecer la dirección de un campo de flujo se encuentran *los anemómetros de láser Doppler (LDA)*, *los anemómetros de hilo caliente (Hot Wire)* y *las sondas de presión de varios orificios (Multi-Hole Probe)*. Los anemómetros de láser Doppler presentan el inconveniente de no permitir obtener los campos de presiones (Gjelstrup, 2003). Puesto que en esta tesis estamos interesados en la obtención tanto del campo de velocidad como del de presión, las medidas estacionarias se han obtenido con una sonda de presión de cinco orificios, y las medidas en tiempo real se han obtenido mediante anemometría térmica y transductores de presión (aunque las sondas de presión son muchos más robustas que los anemómetros de hilo caliente, su respuesta en frecuencia es mucho menor y como consecuencia no permiten obtener variaciones temporales de las señales del campo de flujo, sino únicamente valores estacionarios de las mismas).

5.4.1. Medidas estacionarias de velocidad y presión.

Para obtener experimentalmente los valores medios o estacionarios del campo de velocidad y del campo de presión generados por el ventilador axial, se ha empleado como instrumento de medida una sonda direccional de presión de cinco orificios (Five-Hole Probe). Las sondas direccionales de presión permiten medir un amplio rango de velocidades y disponen de la suficiente resolución como para medir vectores de



velocidad con ángulos de inclinación pronunciados respecto de la dirección del flujo incidente sobre la sonda².

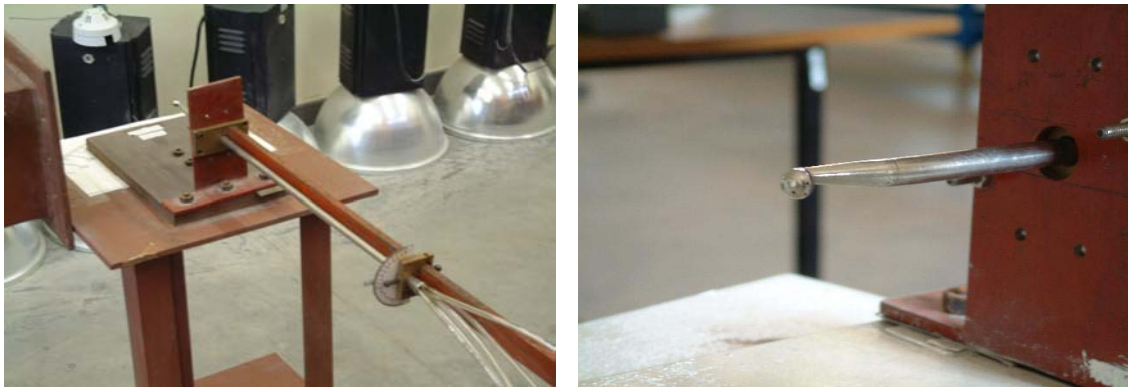


Figura 5.8. Detalles de la sonda de cinco orificios.

Las sondas de presión están conectadas a transductores de presión mediante los cuales se mide la presión en cada uno de los orificios de la sonda. Estos transductores de presión pueden ir acoplados directamente en la cabeza de la sonda o estar conectados a la misma mediante tubos capilares. Por lo general, las sondas de presión se caracterizan por tener una baja respuesta en frecuencia (hasta unos 500 Hz), dependiendo del tipo de transductores que se empleen. Cuando los transductores de presión se acoplan directamente en la cabeza de la sonda suele mejorarse la respuesta en frecuencia de la misma, pero a costa de producir una mayor obstrucción del flujo que puede afectar a la sensibilidad de dichos transductores. En cambio, cuando los transductores se conectan a la cabeza de la sonda mediante tubos capilares la respuesta en frecuencia es un poco más lenta, pero la obstrucción del flujo es menor y el método de medida resulta ser menos intrusivo.

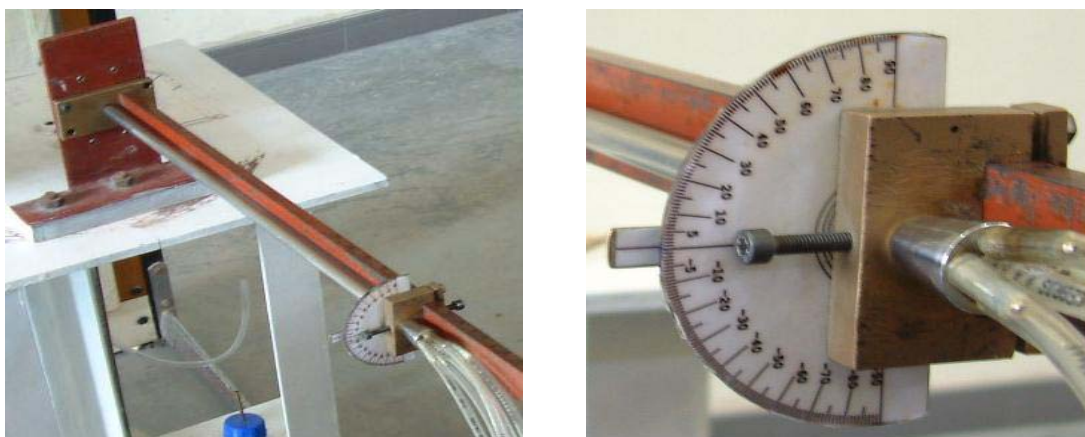


Figura 5.9. Detalles del soporte de la sonda.

La sonda de cinco orificios empleada en esta tesis está constituida por un tubo hueco, de 10 mm de diámetro, rematado en uno de sus extremos por una esfera sobre la que se han practicado los cinco orificios, mientras que en el extremo opuesto se

² En particular, las sondas de cinco orificios permiten medir vectores de velocidad del flujo con una inclinación de hasta 70° respecto a la dirección del flujo incidente.

encuentra la salida de los tubos utilizados para conectar cada uno de los orificios de la sonda a los transductores de presión. En la *Figura 5.8* se muestran varios detalles de dicha sonda.

La sonda se acopla a un soporte que permite fijar la posición de medida. Sobre dicho soporte la sonda puede desplazarse a distintas posiciones radiales de medida y puede rotarse para obtener una mejor incidencia del flujo sobre los orificios de la misma. En la *Figura 5.9* se muestran varios detalles de dicho soporte.

Como se ha comentado, los orificios de la sonda están conectados a unos transductores de presión que permiten medir las presiones correspondientes. Se han utilizado cuatro transductores de presión de reluctancia variable del tipo Validyne DP15, tres de los cuales permiten medir las presiones en los orificios central, izquierdo y derecho, mientras que el cuarto permite medir la diferencia de presión entre los orificios superior e inferior. La salida de estos cuatro transductores de presión se conecta a unos amplificadores de tensión del tipo Validyne CD101-A3-A1-J, que convierten la señal de presión en una señal de tensión con un rango de 0 a 10 voltios para 0 a 200 mm de columna de agua. Para la calibración, se emplea también un quinto transductor diferencial de presión piezoresistivo, del tipo TPD-1000, que permite disponer digitalmente de la presión medida por un tubo de Pitot. La cadena de medida se completa con una tarjeta de adquisición de datos del tipo PCI-DAS 16/330i, que posibilita el almacenamiento de los datos en un PC. En la *Figura 5.10* se muestra una imagen de la cadena de medida completa utilizada con la sonda de cinco orificios, y de dicha sonda situada en una posición de medida dentro del ventilador axial.



Figura 5.10. Cadena de medida y sonda adquiriendo una medida aguas abajo del rotor.

En esta tesis se ha adoptado un método de trabajo con la sonda de cinco orificios conocido como *método de presión diferencial*, consistente en que la sonda de presión se mantiene fija en una posición y el ángulo del flujo se obtiene a partir de la presión diferencial medida entre orificios opuestos y de una calibración previa de la sonda. La calibración de la sonda consiste en la medición de las presiones existentes en cada uno de los orificios de la misma para un flujo en el que el ángulo de desfase α (pitch)³, el ángulo de cabeceo γ (yaw)⁴, la velocidad y la presión estática, son conocidos. A partir

³ El ángulo de desfase es el ángulo en el plano definido por los orificios central, izquierdo y derecho.

⁴ El ángulo de cabeceo es el ángulo en el plano definido por los orificios central, superior e inferior.



de estos valores conocidos del flujo se construyen los siguientes coeficientes adimensionales de presión:

$$C_Y = \frac{P_L - P_R}{Q}; \quad C_P = \frac{P_U - P_D}{Q}; \quad C_S = \frac{P_0 - P_S}{Q}; \quad C_T = \frac{P_0 - P_C}{Q}; \quad Q = P_C - \frac{P_L + P_R}{2} \quad (5.5)$$

donde P_C , P_L , P_R , P_U , P_D , P_0 y P_S , son, respectivamente, la presión en los orificios central, izquierdo, derecho, superior, inferior, la presión total y la presión estática, tal y como se muestra en la *Figura 5.11*.

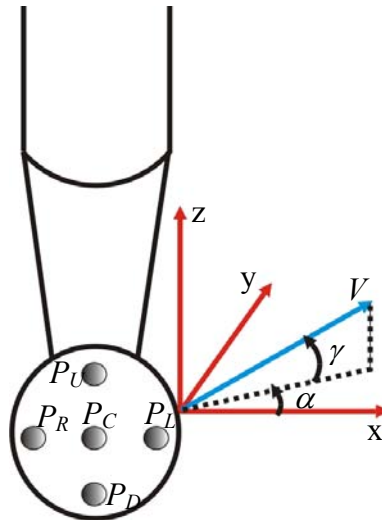


Figura 5.11. Esquema de los orificios de la sonda de presión y ángulos del flujo.

Para la calibración de la sonda, la presión estática y la presión total se obtienen mediante un tubo de Pitot, mientras que el resto de las presiones se determinan con la sonda de cinco orificios. A partir de dichas medidas se construye una serie de diagramas de calibración que almacenan los valores de los coeficientes de presión adimensionales en función de los diferentes ángulos del flujo α y γ , tal y como se muestran en la *Figura 5.12*.

En el proceso de medida los transductores de presión proporcionan los valores P_C , P_L , P_R y $P_U - P_D$, de forma que a partir de las expresiones (5.5) es posible obtener los coeficientes C_Y y C_P . Acudiendo entonces a los diagramas de calibración de la *Figura 5.12* es posible determinar por interpolación los valores de los ángulos de desfase y cabeceo, y a continuación los valores de los coeficientes adimensionales de presión C_T y C_S , a partir de los cuales es inmediato calcular la presión total y la presión estática mediante las expresiones:

$$P_0 = P_C + C_T Q; \quad P_S = P_0 - C_S Q \quad (5.6)$$

La velocidad del flujo puede obtenerse entonces a partir de la presión dinámica, calculada como la diferencia entre la presión total y la estática:

$$P_{dinam} = P_0 - P_S; \quad v = \sqrt{\frac{2P_{dinam}}{\rho}} \quad (5.7)$$



Puesto que se conocen los valores del ángulo de desfase y del ángulo de cabeceo, es posible obtener las tres componentes de la velocidad del flujo para una determinada posición de medida. En (Gonzalez, 1999) y (Milanovic, 2000) pueden consultarse distintos procedimientos de calibración de sondas de presión de cinco orificios.

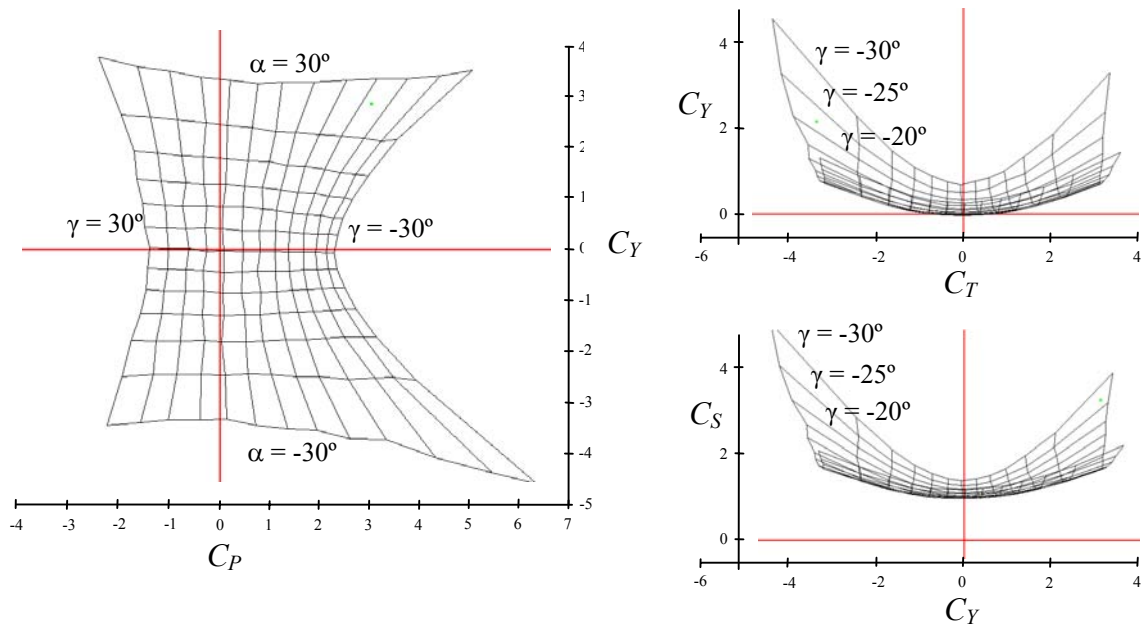


Figura 5.12. Diagramas de calibración de la sonda de cinco orificios.

Un elemento imprescindible en todo procedimiento experimental es el análisis de incertidumbre de la instrumentación empleada para la adquisición de los datos. Por incertidumbre se conoce a la estimación del error, esto es, a la estimación de la diferencia existente entre el valor medido y el valor real de una determinada magnitud. El error, y por tanto la incertidumbre, se pueden desglosar en error de precisión y error sistemático. El primero designa la parte del error debida a la dispersión propia del sistema de medida, y se define como la diferencia entre el valor de la medida y el valor promedio de (teóricamente) infinitas medidas, mientras que el error sistemático se define como la diferencia entre el valor real y el valor promedio. Además, en muchos experimentos, las magnitudes medidas se utilizan para calcular indirectamente otras variables, de forma que los resultados finales tendrán un grado de incertidumbre que dependerá tanto de la incertidumbre de las medidas como de los cálculos realizados. El proceso de cálculo de la incertidumbre del resultado es lo que se conoce como propagación de la incertidumbre a los resultados (Blanco, 1994).

Como se puso de manifiesto en los párrafos anteriores, el campo de velocidades se obtiene de forma indirecta con la sonda de cinco orificios a partir de las medidas de presión realizadas a través de los transductores. Dichos transductores tienen un rango de medida de 0 a 200 mm de columna de agua, y se estima que su incertidumbre es de un 0.25% de la medida eficaz. El cálculo de la incertidumbre de la medida de la velocidad para el ventilador axial con la sonda de cinco orificios, según el método de (Kline, 1953) y (Kline, 1985), puede consultarse en (Fernández, 2004). Se presenta aquí un cálculo de dicha incertidumbre (basado en un proceso de diferenciación) para una serie de medidas obtenidas en el ventilador con la sonda de presión. Diferenciando entonces la expresión (5.7), la incertidumbre de la velocidad vendrá dada por:



$$\delta v = \frac{\delta P_0 - \delta P_S}{\rho v} \quad (5.8)$$

Las incertidumbres de la presión estática y de la presión total se obtienen aplicando el mismo proceso de diferenciación a las expresiones (5.6):

$$\delta P_0 = \delta P_C + C_T [\delta P_C - 0.5(\delta P_L + \delta P_R)] + [P_C - 0.5(P_L + P_R)] \delta C_T \quad (5.9)$$

$$\delta P_S = \delta P_0 - C_S [\delta P_C - 0.5(\delta P_L + \delta P_R)] + [P_C - 0.5(P_L + P_R)] \delta C_S$$

En las expresiones (5.9) aparecen las incertidumbres de los coeficientes de presión adimensionales C_T y C_S , que deben obtenerse a partir de los diagramas de calibración y de las iteraciones e interpolaciones empleadas para calcularlos⁵. No obstante, a partir de la observación de los diagramas de calibración de la *Figura 5.12*, puede establecerse la hipótesis de que la incertidumbre de dichos coeficientes será siempre igual o menor que la incertidumbre del coeficiente C_Y , y por tanto puede calcularse como:

$$\delta C_T \approx \delta C_S \approx \delta C_Y = \frac{\delta P_L - \delta P_R}{P_C - 0.5(P_L + P_R)} - \frac{(P_L - P_R)}{[P_C - 0.5(P_L + P_R)]^2} [\delta P_C - 0.5(\delta P_L + \delta P_R)] \quad (5.10)$$

Como se observa en la expresión (5.8), el análisis teórico de la propagación de incertidumbre a la determinación de la velocidad del flujo predice una disminución de dicha incertidumbre al aumentar la velocidad. En la *Figura 5.13* se presentan las incertidumbres de las medidas de velocidad realizadas en el ventilador axial con la sonda de presión, calculadas según la expresión (5.8). Como se observa en la gráfica de la *Figura 5.13*, la incertidumbre media de las medidas se encuentra en torno al 2.25%.

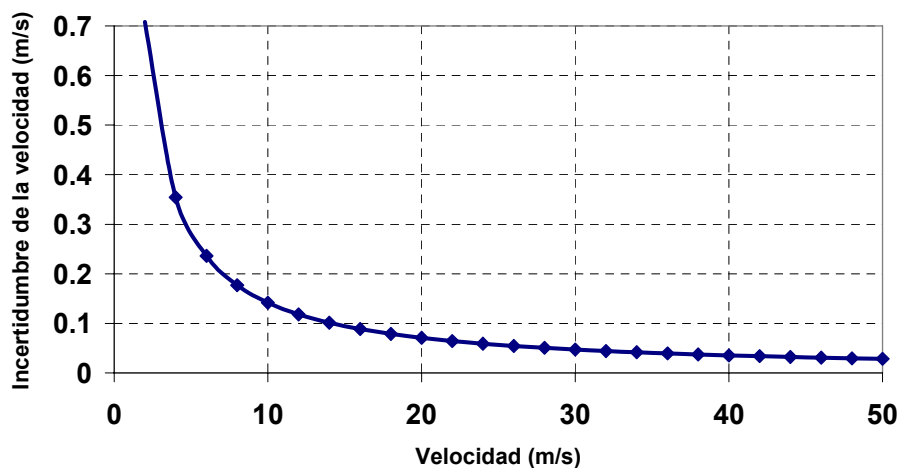


Figura 5.13. Incertidumbre de las medidas de velocidad con la sonda de presión.

⁵ Una exposición detallada de estos procedimientos de cálculo y de la propagación de la incertidumbre a la cadena de medida puede consultarse en (Fernández, 2004).



Como se acaba de poner de manifiesto a lo largo de los párrafos anteriores, con la sonda direccional de presión de cinco orificios es posible obtener las componentes del campo de velocidad estacionario y del campo de presiones estacionario del flujo desarrollado por el ventilador axial para una determinada posición de medida. Haciendo uso de dicha sonda se ha procedido por tanto a obtener dichos campos para un sector de directriz completo. Para ello, la sonda, montada sobre el soporte de la misma, se ha introducido en las ranuras practicadas en la carcasa del ventilador, y que como ya se ha comentado en la descripción del banco de ensayos, permiten realizar un barrido circunferencial del sector de directriz. Lo anterior, unido a que mediante el soporte de la sonda es posible realizar un barrido de las posiciones radiales, permite caracterizar el campo de flujo para el sector completo, tanto radial como circunferencialmente. En concreto, se han tomado medidas en 15 posiciones radiales que van desde la punta a la base del ventilador y las 29 posiciones circunferenciales que corresponden a dividir en intervalos de 1° un sector completo de la directriz (ya que hay 13 directrices, un sector completo de directriz corresponde a un intervalo angular de $1/13$, que es el que se discretiza en 29 posiciones circunferenciales de medida). Por tanto, para cada una de las posiciones circunferenciales del sector, se toman 15 medidas en la dirección radial, lo que resulta en un total de 29×15 medidas para el sector. En la *Figura 5.14* se muestran las 15 posiciones radiales (referidas todas ellas a la carcasa de punta del ventilador correspondiente a un radio de 410 mm) y las 29 posiciones circunferenciales en las que se han obtenido medidas.

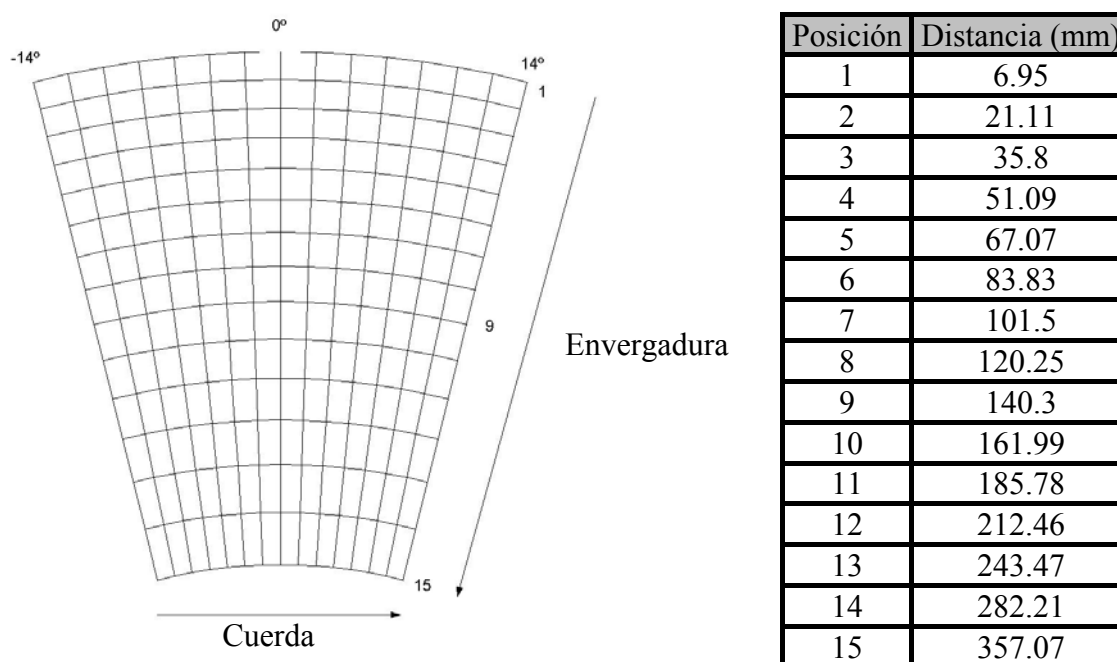


Figura 5.14. Posiciones de medida.

Las medidas se han realizado para posiciones axiales correspondientes a un plano aguas arriba del estator, a un plano situado entre el estator y el rotor (a 15 mm del estator tanto con el gap inferior como con el gap superior), y a un plano aguas abajo del rotor (a 80 mm del rotor tanto con gap inferior como con gap superior). Puesto que aguas arriba del estator, el flujo incide axialmente sobre el ventilador, sin la presencia de ningún elemento que lo perturbe, en dicha posición se ha realizado únicamente un barrido radial para una sola posición circunferencial correspondiente a un ángulo de 0°



entre la sonda y el flujo incidente. En cambio, entre haces y aguas abajo del rotor, el flujo presenta ya una falta de simetría axial como consecuencia de la formación de estelas por las directrices del estator y los álabes del rotor, por lo que en dichas posiciones se han barrido sectores completos de directriz con vistas a captar la influencia de las estelas sobre el flujo. Las medidas se han realizado para el caudal nominal del ventilador. Para las medidas con la sonda de cinco orificios, el ventilador disponía de una entrada libre del flujo, es decir, aún no se había entubado con vistas a regular su caudal. En dicha situación, el caudal nominal de funcionamiento corresponde aproximadamente a unos $17.25 \text{ m}^3/\text{s}$.

El diseño del banco de ensayos del ventilador permite variar la distancia axial entre la etapa de estator y de rotor, con vistas a disponer de diferentes gaps axiales. En concreto se han ensayado dos gaps diferentes con la sonda de cinco orificios, el que se denomina gap inferior, correspondiente a una separación entre etapas de 5 cm, y el gap superior (1.25 del gap inferior), correspondiente a una separación entre etapas de 7 cm.

Puesto que la cadena de medida consta de una tarjeta de adquisición de datos, todas las medidas se han almacenado en un PC para su posterior tratamiento. En la *Figura 5.15* se muestra el resultado de una de las medidas para un sector situado aguas abajo del rotor⁶. El resto de medidas obtenidas y su correspondiente análisis, no se presenta en este capítulo, sino que se aborda en el *Capítulo 6* donde se realiza el análisis completo de todos los resultados obtenidos en la tesis, tanto los experimentales como los numéricos.

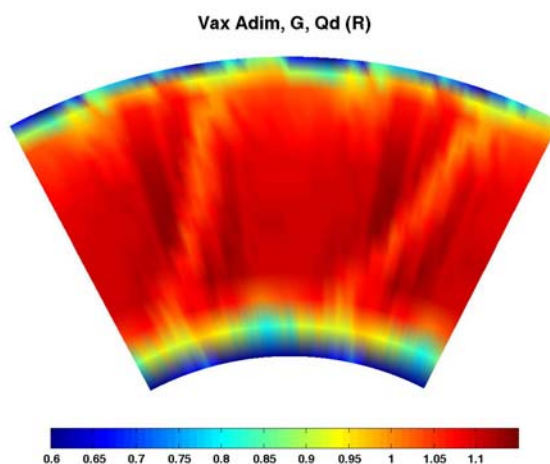


Figura 5.15. Resultados de una medida con la sonda de cinco orificios aguas abajo del rotor, para gap inferior y caudal nominal.

5.4.2. Medidas no estacionarias de velocidad.

Con la sonda de cinco orificios se han obtenido los campos estacionarios de velocidad y de presión de la turbomáquina. Para obtener la parte fluctuante de dichos campos es necesario contar con una instrumentación capaz de proporcionar una respuesta en frecuencia superior a la frecuencia esperada para las fluctuaciones de velocidad y de presión. A pesar de que las sondas de cinco orificios tienen cierta respuesta en frecuencia como consecuencia de los transductores de presión a los que

⁶ En la *Figura 5.15* aparecen representados dos sectores de directriz.

van conectadas, no es suficiente como para captar la frecuencia de paso de álabe. Lo anterior es el motivo por el que se hace necesario emplear un nuevo tipo de instrumentación con una respuesta en frecuencia más rápida: la anemometría térmica o hilo caliente (Hot Wire Anemometry) para las fluctuaciones de velocidad, y transductores de presión con una elevada respuesta en frecuencia para las fluctuaciones de presión. En este apartado describimos la metodología e instrumentación necesarias para obtener el campo no estacionario de velocidad, mientras que la metodología e instrumentación necesarias para obtener el campo de presión no estacionario se describe en el apartado siguiente.

La anemometría térmica es una técnica que permite obtener la velocidad de un fluido insertando en él un hilo metálico, por lo general de tungsteno recubierto de platino, de pequeño diámetro (sobre 5 micras), relacionando dicha velocidad con la diferencia de tensión que hay que imponer entre los extremos del hilo para mantenerlo a una cierta temperatura, ya que el fluido provocará su enfriamiento al pasar a través de él (Cruz, 2003). La diferencia de tensión se impone mediante un anemómetro, que puede ser de corriente constante (CCA) o de temperatura constante (CTA). En esta tesis se ha utilizado un anemómetro CTA, consistente en un puente de Wheatstone como el que se muestra en la *Figura 5.16*. El principio de funcionamiento del CTA se basa en que el fluido que pasa sobre el hilo tiende a enfriarlo, con lo cual disminuye su resistencia, y dicha disminución desequilibra el puente formado por cuatro resistencias (una de las cuales es el hilo). Un amplificador diferencial reacciona a ese desequilibrio proporcionando una corriente que se hace circular por el puente, de forma que cualquier cambio en la resistencia del hilo será corregido inmediatamente por un aumento o una disminución de la corriente sobre el mismo. La salida del anemómetro de temperatura constante es el voltaje necesario para proporcionar la corriente a través del hilo, y como con esta realimentación las resistencias en el puente son constantes, el voltaje a través del puente es directamente proporcional a la corriente a través del hilo.

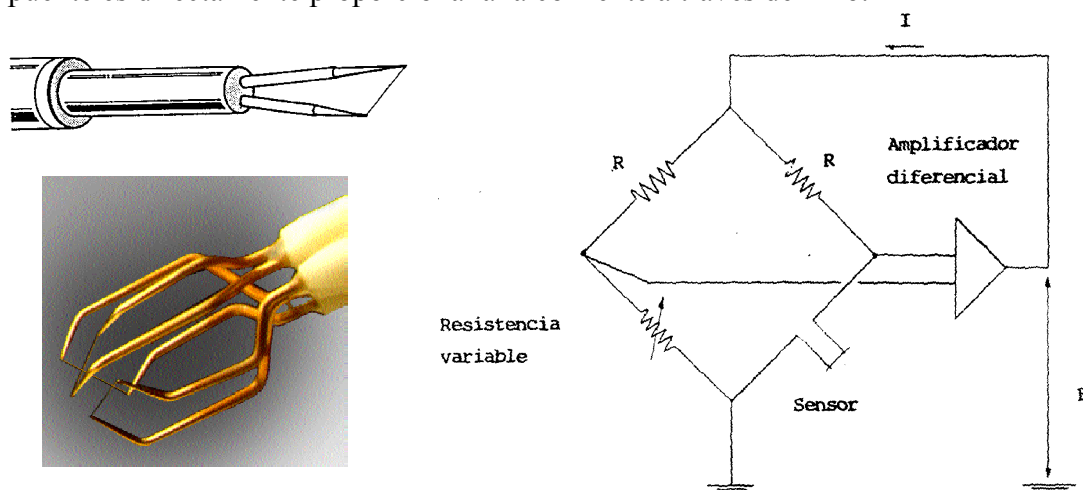


Figura 5.16. Sondas de hilo caliente y anemómetro CTA.

Un hilo permite medir únicamente la componente de la velocidad en la dirección normal al flujo, que es lo que se conoce como velocidad efectiva. Cuando se pretende medir un flujo cuya dirección no se conoce a priori, o en el que la dirección varía, como ocurrirá en el caso del ventilador axial, es preciso emplear sondas con dos hilos (permiten determinar dos componentes de la velocidad) o tres hilos (permiten determinar tres componentes de la velocidad) (Blanco, 1993), que se montan en un

único soporte para que la medida sea lo más puntual posible. En la *Figura 5.16* aparece una fotografía de una sonda de tres hilos.

La física que subyace a la anemometría térmica se basa en un balance de energía para el hilo calentado eléctricamente, despreciando la conducción y la radiación de calor (Stainback), es decir:

$$\frac{d(c_w T_w)}{dt} = P - Q = I^2 R_w - \pi L d_w h (T_w - T_0) \quad (5.11)$$

donde c_w es la capacidad calorífica del hilo, T_w es la temperatura del hilo, P es la potencia calorífica, Q es el calor disipado por convección, I es la intensidad de la corriente eléctrica, R_w es la resistencia del hilo, L es la longitud característica del hilo, d_w es el diámetro del hilo, h es el coeficiente de transferencia de calor y T_0 es la temperatura ambiental. Puesto que se está empleando un anemómetro CTA, la temperatura del hilo debe mantenerse constante, con lo que la expresión (5.11) se transforma en:

$$I^2 R_w = \pi L d_w h (T_w - T_0) \quad (5.12)$$

El primer intento de obtener una solución teórica de la transferencia de calor por un hilo caliente orientado perpendicularmente al flujo, fue llevada a cabo por **Boussinesq**, quien estableció que:

$$Q = L (2\sqrt{\pi \kappa c_p \rho u r_w}) (T_w - T_0) \quad (5.13)$$

donde κ es la conductividad térmica del fluido, c_p es el calor específico a presión constante, u es una componente de la velocidad y r_w es el radio del hilo. Posteriormente, **King** reanalizó el problema y llegó a una nueva expresión dada por:

$$Q = L (\kappa + 2\sqrt{\pi \kappa c_p \rho u r_w}) (T_w - T_0) \quad (5.14)$$

Comparando las expresiones (5.13) y (5.14), se observa que la única diferencia entre el resultado de Boussinesq y el resultado de King es la inclusión en este último del término κ que intenta tener en cuenta el efecto de la convección natural. Cuando el número de Reynolds del flujo es elevado, los resultados de Boussinesq y de King son esencialmente idénticos. Sustituyendo la expresión (5.14) en la expresión (5.11), se llega a que:

$$\frac{E^2}{R_w} = [A(T_{ref}) + B(T_{ref})\sqrt{\rho u}] (T_w - T_0) \quad (5.15)$$

donde T_{ref} es una temperatura de referencia, E es la tensión en el hilo, y:

$$A(T_{ref}) = \kappa L; \quad B(T_{ref}) = 2L\sqrt{\pi \kappa c_p r_w} \quad (5.16)$$



Puesto que para un anemómetro CTA la temperatura se mantiene constante, la ley del hilo (conocida también como **ley de King**, expresión (5.15)), puede expresarse en la forma más general:

$$E^2 = (A + B \cdot u^n)(T_w - T_0) \quad (5.17)$$

A pesar de que en los párrafos anteriores se ha puesto de manifiesto que las constantes A , B y n pueden determinarse analíticamente, lo habitual cuando se emplean sondas de hilo caliente es obtener los valores de estas constantes a partir de una calibración directa del flujo, en cuyo caso es más habitual emplear la forma de la ley de King $u = f(E)$ en lugar de la más convencional $E = f(u)$ (Stainback). En particular, en esta tesis se ha empleado un polinomio de quinto grado para obtener la ley de King:

$$u = A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3 + A_4x^4 + A_5x^5 \quad (5.18)$$

siendo $x = E / \sqrt{(T_w - T_0)}$ (Blanco, 1996). Los coeficientes del ajuste polinómico se obtienen a partir de la calibración de la sonda. En la *Figura 5.17* se muestra la ley de King para los tres hilos de una sonda, obtenida a partir de la calibración del flujo.

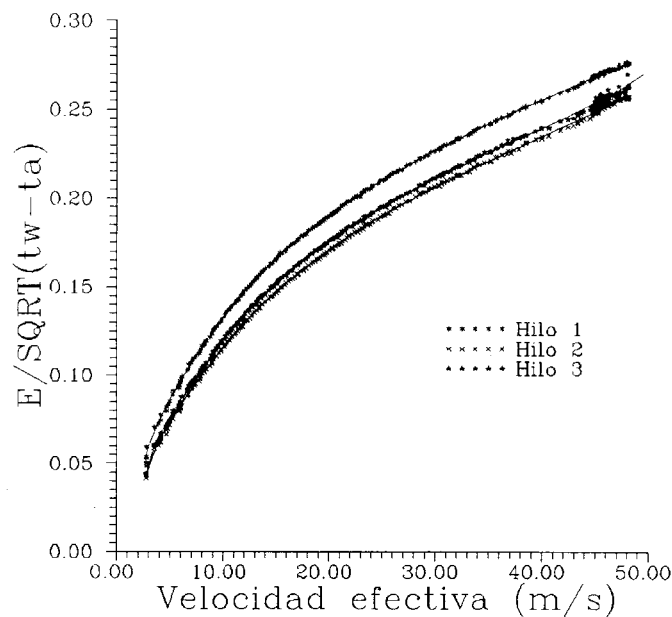


Figura 5.17. Ley de King para una sonda triple.

El análisis de la incertidumbre de las medidas de velocidad obtenidas con la anemometría térmica puede llevarse a cabo diferenciando la expresión (5.18), es decir, la incertidumbre de la velocidad vendrá dada por:

$$\delta u = A_1 \delta x + 2A_2 x \delta x + 3A_3 x^2 \delta x + 4A_4 x^3 \delta x + 5A_5 x^4 \delta x \quad (5.19)$$

donde $\delta x = \delta E / \sqrt{(T_w - T_0)}$. En las medidas obtenidas en esta tesis utilizando una sonda de doble hilo la incertidumbre del voltaje nunca ha sido superior a los 5 mV. En la



Figura 5.18 se muestra un resultado de la incertidumbre de la velocidad para una de las medidas realizadas con la sonda doble de hilo caliente. Como puede apreciarse en dicha figura, la incertidumbre de las medidas de velocidad se encuentra en torno al 1.6%.

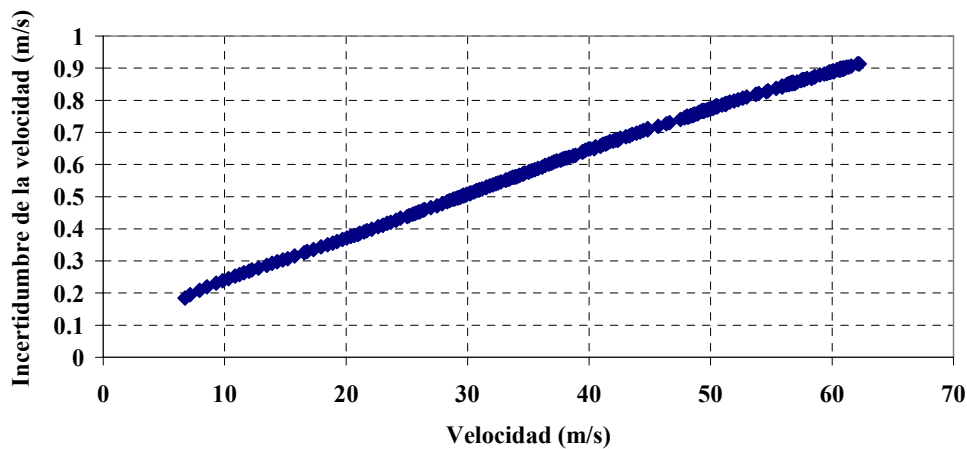


Figura 5.18. Incertidumbre de las medidas de velocidad realizadas con hilo caliente.

Como se ha comentado en párrafos anteriores, cuando se pretenden determinar las fluctuaciones de las tres componentes de la velocidad del flujo es necesario emplear una sonda de tres hilos, así como una sonda de dos hilos permitiría determinar las fluctuaciones de dos componentes de la velocidad del flujo. Cuando se emplean sondas de varios hilos la proximidad de los mismos y de las agujas que los soportan provoca que la velocidad efectiva que mide cada hilo sea diferente de la que mediría si se encontrase aislado⁷. Esto hace que en dicha situación sea necesario además llevar a cabo una calibración angular de la sonda, haciendo incidir sobre la misma un chorro de aire con velocidad constante para diferentes ángulos de incidencia. Para cada uno de los ángulos de incidencia se obtiene la velocidad efectiva del chorro proporcionada por cada hilo de la sonda y se definen los siguientes coeficientes (para tres hilos):

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{U_{ef1}}{\sqrt{U_{ef1}^2 + U_{ef2}^2 + U_{ef3}^2}}; & C_2 &= \frac{U_{ef2}}{\sqrt{U_{ef1}^2 + U_{ef2}^2 + U_{ef3}^2}} \\
 C_3 &= \frac{U_{ef3}}{\sqrt{U_{ef1}^2 + U_{ef2}^2 + U_{ef3}^2}}; & C_v &= \frac{U_C}{\sqrt{U_{ef1}^2 + U_{ef2}^2 + U_{ef3}^2}}
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

siendo U_C la velocidad del chorro incidente y U_{ef1} , U_{ef2} , U_{ef3} , las velocidades efectivas proporcionadas por cada uno de los hilos. Dichos coeficientes, obtenidos para la calibración de una sonda de tres hilos, se representan en la Figura 5.19 en función de los ángulos de desfase (pitch) y cabeceo (yaw) definidos en la Figura 5.11.

En las figuras correspondientes a los coeficientes C_1 , C_2 y C_3 , las zonas en las que se obtienen los menores valores de cada coeficiente corresponden a la dirección del hilo 1, 2 y 3, respectivamente. Un aumento del valor del coeficiente indica que la dirección del chorro incidente tiende a hacerse perpendicular al hilo, llegándose a la zona de valores máximos. De este modo, cuando se toma una medida, pueden obtenerse los

⁷ En realidad, un único hilo no proporciona la dirección del flujo, sino únicamente el valor de la velocidad efectiva.



valores de los coeficientes C_1 , C_2 y C_3 a partir de las velocidades efectivas, y la intersección de las líneas que definen los valores de dichos coeficientes permite calcular, sobre sus gráficas, la dirección del flujo. Una vez determinada dicha dirección se acude al gráfico del coeficiente C_v y se obtiene su valor, y a partir de este último y de las velocidades efectivas se obtiene el módulo de la velocidad del flujo. En las zonas de las figuras de los coeficientes que corresponden a direcciones próximas a las que tienen los hilos, las líneas están muy juntas y permiten una mejor definición de la corriente que en las zonas en las que el flujo incide perpendicularmente a los hilos de la sonda.

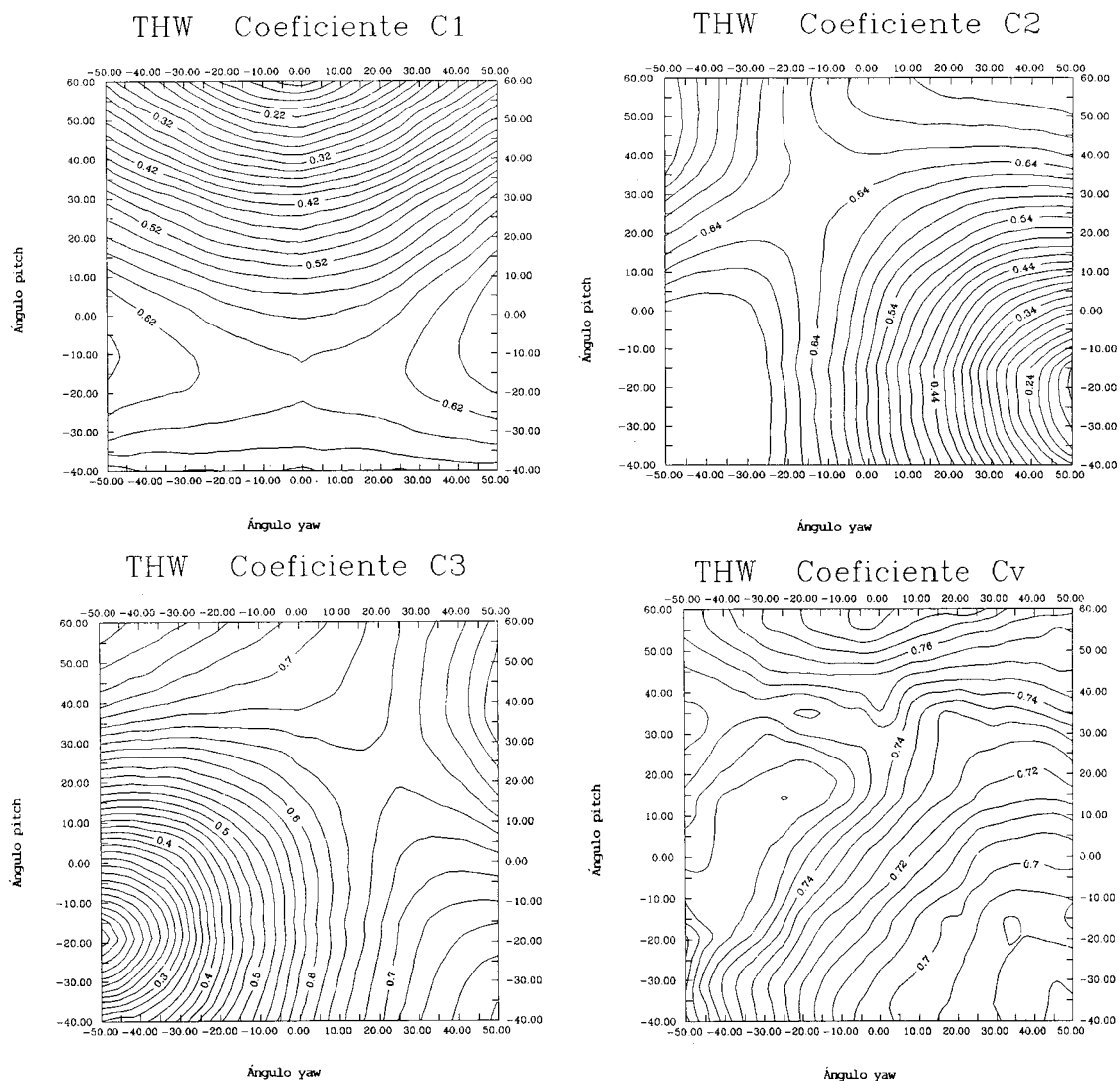


Figura 5.19. Coeficientes de calibración angular de una sonda de tres hilos.

Puesto que en cada uno de los octantes que definen los tres hilos se podría encontrar una combinación de velocidad y dirección que diese los mismos valores de los coeficientes, es preciso realizar la calibración en cada uno de los octantes y procurar orientar la sonda de forma que la dirección del flujo a medir esté incluida en ese octante. Por ello, previamente a la obtención de una de las señales es necesario efectuar pruebas en el banco de ensayos modificando el ángulo de la sonda en el plano tangencial de forma que el flujo incida sobre el octante de calibración. En el proceso de intersección de las líneas que definen los valores de los coeficientes se rechazan aquellas medidas que no estén incluidas en el octante de calibración.



La calibración de la ley de King y la calibración angular de la sonda de dos hilos se realiza en el dispositivo mostrado en la *Figura 5.20*. En dicha figura se aprecia la tobera empleada para hacer incidir un chorro de aire, de velocidad conocida, sobre la sonda. Mediante dos juegos de engranajes sin fin-corona, accionados por motores paso a paso controlados por un PC, se modifica el ángulo de incidencia del chorro sobre la sonda, barriendo el ángulo sólido deseado. Colocando la sonda en una posición angular fija y variando la velocidad del chorro de aire incidente sobre la misma, es posible obtener la ley de King de cada hilo. Puesto que la relación entre el voltaje y la velocidad varía dependiendo de las condiciones ambientales del ensayo, de la geometría de los hilos y del material de los mismos, antes de realizar cada toma de datos experimentales es necesario obtener la calibración correspondiente a la ley de King de cada hilo. No ocurre así, como quedó demostrado mediante una serie de pruebas previas realizadas en el banco de ensayos, con la calibración angular de los hilos, que se mantiene válida mientras no se rompa ninguno de ellos.

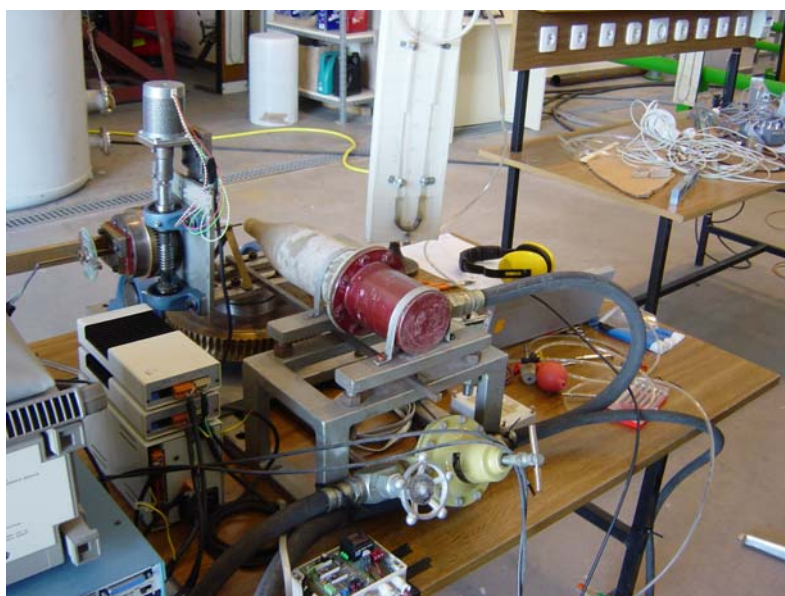


Figura 5.20. Banco de calibraciones de la sonda de hilo caliente.

Los hilos de las sondas empleadas en anemometría térmica, son muy sensibles a las condiciones ambientales en que se realiza el ensayo y su respuesta empeora con el uso debido al ensuciamiento a que se ven sometidos, llegando incluso a romperse. Debido a esto es necesario disponer también en el laboratorio de un banco de fabricación y reparación de los hilos de las sondas, como el mostrado en la *Figura 5.21*. El banco de reparaciones consta principalmente de un equipo de soldadura al arco, que permite soldar los hilos de tungsteno a los soportes de la sonda. Además, para facilitar el manejo de los hilos - dado su reducido tamaño - el banco de reparaciones consta también de un microscopio y de un sistema muy preciso de posicionamiento de las sondas. Una vez soldados los hilos a los soportes de la sonda, y tras comprobar su correcto funcionamiento (mediante un multímetro), se sueldan las conexiones de la sonda a los BNC's que permitirán conectarlas al resto de instrumentación.

Con la técnica de la anemometría térmica descrita en los párrafos anteriores, y utilizando una sonda de dos hilos, se ha procedido a obtener las distribuciones de velocidad, radiales y circunferenciales, del ventilador. Las medidas se han tomado en un



plano situado entre las etapas de estator y rotor (a 15 mm del estator) y en un plano situado a la salida del rotor (a 80 mm del rotor). Ambos planos de medida coinciden con los planos de medida empleados con la sonda de cinco orificios, y son análogos a los planos considerados para el estudio numérico. Se han tomado 15 posiciones de medida en la dirección radial (ver tabla de la *Figura 5.14*) y 15 posiciones de medida en la dirección circunferencial correspondientes a discretizar en intervalos de dos grados un sector de directriz (ver *Figura 5.14*). Los ensayos se han realizado para los dos gaps axiales del ventilador, el inferior y el superior (1.25 del gap inferior), y para tres caudales diferentes del flujo incidente sobre la turbomáquina, que son, el caudal nominal (aproximadamente $16.5 \text{ m}^3/\text{s}$), un 15% menos del caudal nominal (aproximadamente $13.5 \text{ m}^3/\text{s}$), y un 30% menos del caudal nominal⁸ (aproximadamente $11.5 \text{ m}^3/\text{s}$).



Figura 5.21. Banco de fabricación y reparación de los hilos.

Antes de la realización de cada ensayo es necesario realizar una serie de operaciones, que son:

- Ajuste en el anemómetro CTA de las resistencias de operación de cada hilo, lo que equivale a ajustar la temperatura de funcionamiento. Asimismo hay que ajustar la respuesta en frecuencia de cada hilo.
- Obtención de la ley de King de la sonda. En esta fase se utiliza un transductor de presión para medir la velocidad del chorro de aire para la calibración.
- Obtención de la calibración angular cuando proceda.

Los datos procedentes de los hilos son acondicionados por un anemómetro CTA, en concreto se dispone de un anemómetro IFA-100 de TSI de cuatro canales; y son adquiridos en un PC mediante dos tarjetas de adquisición de datos, DAS-20 y DAS-16, de Metrabyte, a partir de un software de adquisición Streamer. El anemómetro se ha empleado también para ajustar la respuesta en frecuencia de los hilos con la ayuda de un osciloscopio que muestra en pantalla las señales. En la *Figura 5.22* se muestra una fotografía del anemómetro y del osciloscopio.

⁸ El caudal incidente sobre la turbomáquina se establece mediante el cono de regulación.



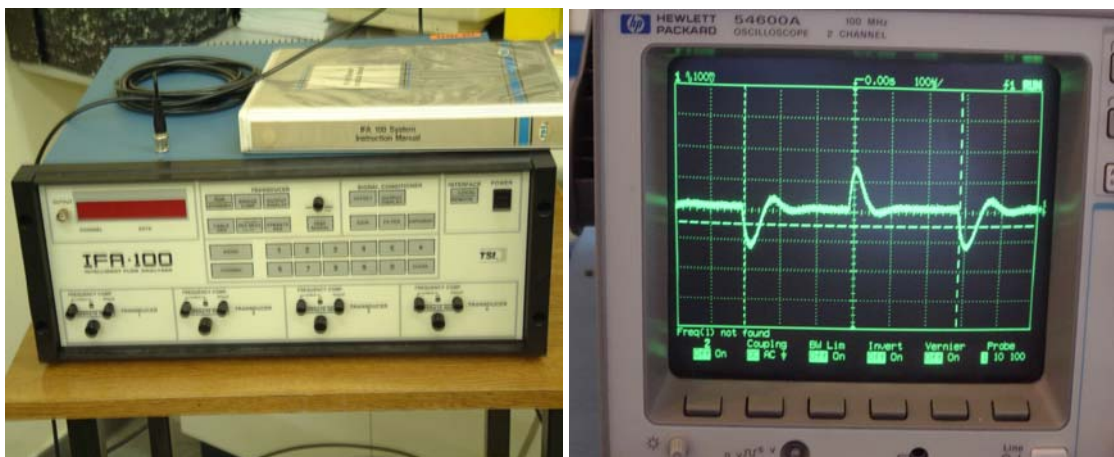


Figura 5.22. Anemómetro y osciloscopio empleados para acondicionar los hilos.

Para elegir la frecuencia de adquisición de datos se ha tenido en consideración la frecuencia de paso de álabes del ventilador axial, de forma que sea posible fijar un número mínimo de puntos de medida por canal de álabes del rotor. En concreto, se consideró que para captar las peculiaridades del flujo y las interacciones en las estelas era suficiente considerar 36 puntos de medida por canal, lo que proporciona una frecuencia de adquisición por canal de 12960 puntos/segundo⁹.

La frecuencia de filtrado debe ser inferior a la mitad de la frecuencia de adquisición y superior a la frecuencia del fenómeno predominante que se pretende observar (en este caso el paso de los álabes, cuya frecuencia es de 360 Hz). Debido a lo anterior, se ha elegido una frecuencia de filtrado de 5 kHz (Blanco, 1996).

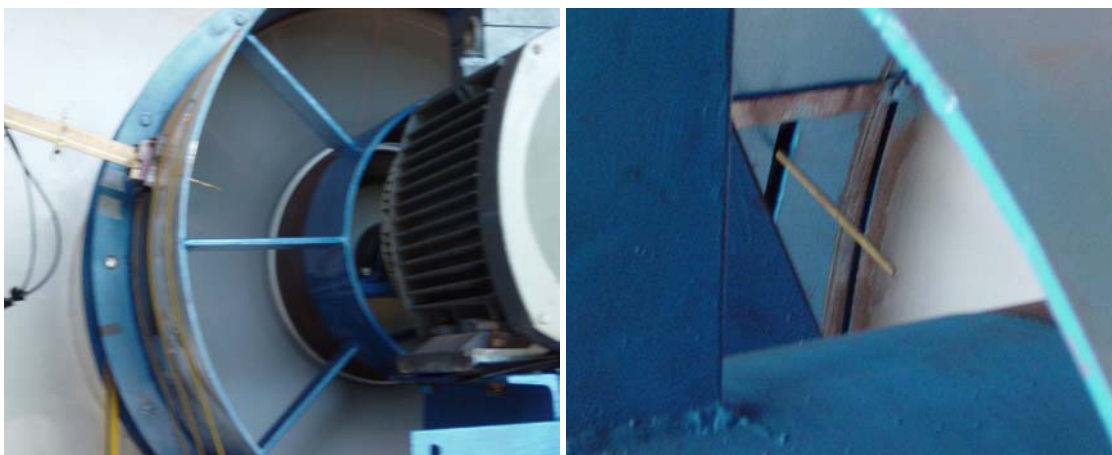


Figura 5.23. Sonda montada en el banco de ensayos.

Una vez realizadas las operaciones anteriores, la sonda se instala, sobre un soporte, en el banco de ensayos en el plano axial de medida deseado. El soporte de la sonda permite modificar la posición radial de la misma y su orientación dentro del ventilador. En la Figura 5.23 pueden observarse dos fotografías de la sonda montada en el banco de ensayos.

⁹ 36 puntos/canal \times 9 canales/vuelta \times 40 vueltas/s = 12960 puntos/s.

Durante los ensayos se realiza la adquisición de las señales procedentes de los dos hilos de la sonda, así como de un trigger activado con la velocidad de giro del rotor. El trigger proporciona una señal uniforme que varía bruscamente cada vez que el rotor pasa por un punto determinado, de manera que la señal del trigger permite delimitar el comienzo y el final de las vueltas en las señales procedentes de los dos hilos. Los datos obtenidos en el ordenador mediante la tarjeta de adquisición son almacenados en ficheros en los cuales aparecen en forma de unidades de adquisición. Posteriormente, un programa permite transformar esas unidades en tensión, y mediante la ley de King de cada hilo, en velocidades efectivas. En la *Figura 5.24* puede observarse una fotografía de la cadena completa de medida.



Figura 5.24. Cadena de medida completa para la anemometría térmica.

En la *Figura 5.25* se muestra un ejemplo de los datos, ya procesados, correspondientes a dos sectores completos de directriz, obtenidos mediante la sonda de dos hilos siguiendo la metodología descrita en los párrafos anteriores. El análisis de los resultados se mostrará en el *Capítulo 6*. Un ejemplo de aplicación de la técnica de anemometría térmica puede consultarse en (Jagoda, 1999), mientras que en (Jorgensen, 2002) se describe la metodología completa empleada para realizar un ensayo con sondas de hilo caliente.

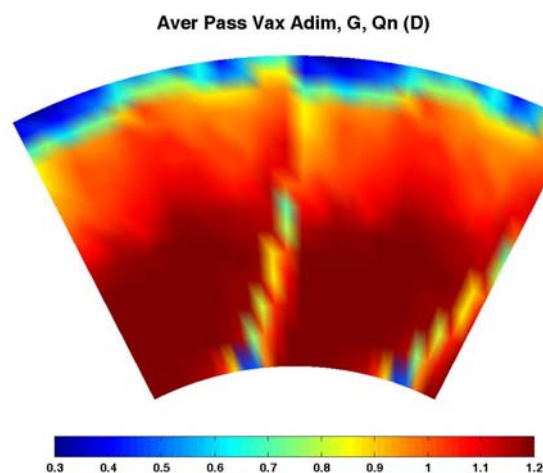


Figura 5.25. Velocidad axial adimensional entre haces.

5.4.3. Medidas no estacionarias de presión.

Como se ha comentado en apartados anteriores, con la sonda de cinco orificios se obtuvo el campo estacionario de presiones en dos planos axiales de medida (uno entre la etapa de estator y rotor y otro a la salida del rotor) tanto para el gap axial inferior como para el gap superior, en el punto de funcionamiento nominal del ventilador. No obstante, la sonda de cinco orificios no dispone de la suficiente respuesta en frecuencia como para permitir obtener los valores fluctuantes de la presión en dichas posiciones de medida. Debido a esto, ha sido necesario emplear transductores de presión con una rápida respuesta en frecuencia en orden a obtener valores experimentales de las fluctuaciones de presión en la carcasa del ventilador sobre el rotor. Específicamente, la adquisición de las medidas se llevó a cabo empleando transductores piezoeléctricos Kistler 7031 junto con un amplificador capacitivo. En la *Figura 5.26* se muestra una fotografía de estos elementos, así como un esquema del transductor Kistler 7031. La frecuencia de adquisición máxima de este tipo de transductores se encuentra en torno a los 120 kHz, y son idóneos para trabajar montados en estructuras que experimentan fuertes vibraciones.

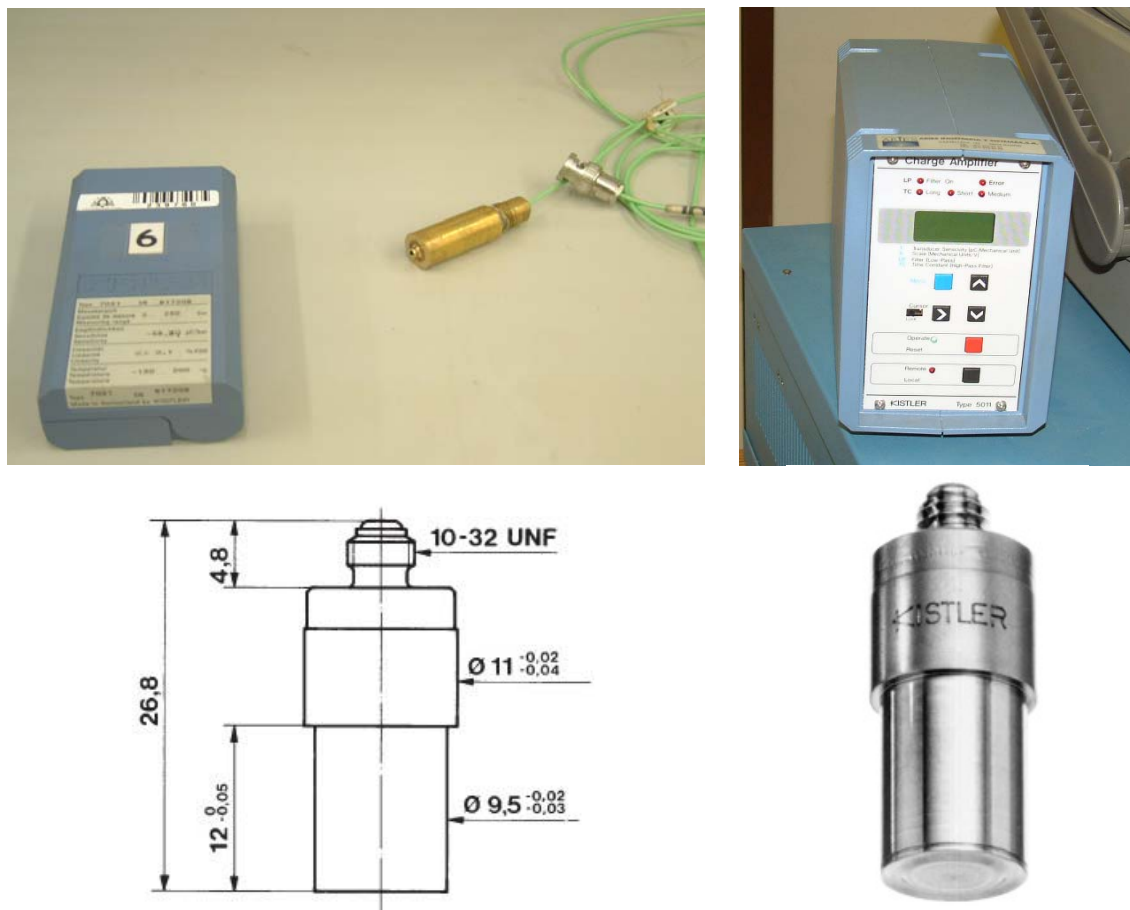


Figura 5.26. Transductor piezoeléctrico y amplificador capacitivo.

El efecto piezoeléctrico fue descubierto en 1880 por Pierre y Jacques Curie, aunque se consideró como una mera curiosidad hasta que en la década de 1940 fueron desarrollados amplificadores de impedancia muy alta que permitieron amplificar las señales. La conversión de energía eléctrica en vibraciones mecánicas y su posterior reconversión en energía eléctrica, es la base de los sistemas de medida piezoeléctricos.



El elemento activo de dichos sistemas es básicamente una pieza de material polarizado (es decir, algunas partes de la molécula están cargadas positivamente mientras que otras están cargadas negativamente) con electrodos unidos a dos de sus caras opuestas. Cuando se aplica un campo eléctrico al material las moléculas polarizadas se alinean con el campo eléctrico, resultando en dipolos inducidos dentro de la estructura molecular o cristalina del material. La alineación de las moléculas da lugar a que el material cambie de dimensiones, fenómeno conocido como electrostricción. Además, un material permanentemente polarizado (por lo general cuarzo), producirá un campo eléctrico cuando el material cambia de dimensiones como resultado de la fuerza mecánica impuesta. Este fenómeno se conoce como **efecto piezoeléctrico**. Puesto que los sistemas de medida piezoeléctricos son sistemas eléctricamente activos (es decir, el cristal solo produce una salida eléctrica cuando experimenta un cambio en su carga), no pueden realizar medidas estáticas reales. A pesar de ello, es erróneo afirmar que los instrumentos piezoeléctricos son válidos únicamente para realizar medidas dinámicas, ya que los transductores de cuarzo, junto a acondicionadores de señal adecuados, ofrecen excelentes capacidades de medida cuasiestática (Phillips, 2001).

Los transductores piezoeléctricos de cuarzo Kistler consisten esencialmente de una serie de placas finas que cortan en una orientación precisa los ejes del cristal dependiendo de la aplicación, y se diseñan para eliminar o compensar los efectos de la vibración. El núcleo de cuarzo emite una señal de carga (medida en picoculombios) que es directamente proporcional a la fuerza que experimenta. Cada tipo de transductor emplea una configuración de cuarzo adecuada a la aplicación particular a que va a ser destinado. Los transductores de cuarzo exhiben una serie de propiedades que los hacen idóneos para la mayoría de las aplicaciones de ingeniería: elevada resistencia a la temperatura, sensibilidad prácticamente constante dentro de un amplio rango de temperaturas, etc.

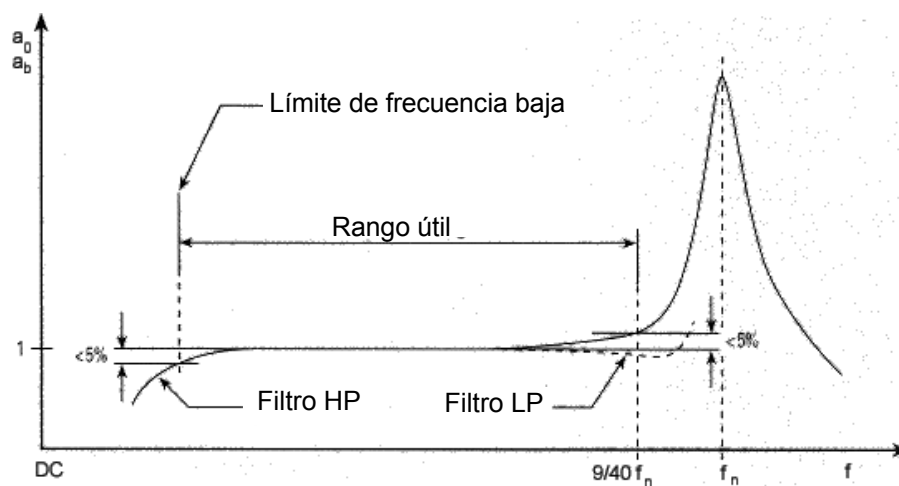


Figura 5.27. Curva típica de respuesta en frecuencia de un transductor piezoeléctrico.

Los transductores piezoeléctricos para la medida de la presión se modelizan mediante una ecuación diferencial de segundo orden cuya solución es:

$$\frac{a_0}{a_b} \cong \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{1}{Q^2}\right)\left(\frac{f}{f_n}\right)^2}} \quad (5.21)$$



donde f_n es la frecuencia de resonancia natural, f es la frecuencia en cualquier punto de la curva, a_0 es la aceleración a la salida, a_b es la aceleración de referencia ($f / f_n = 1$) y Q es el factor de incremento de la resonancia. Los transductores de cuarzo tienen un factor Q de aproximadamente 10 a 40 y por tanto el ángulo de fase puede escribirse como (Phillips, 2001):

$$\text{ang. fase (}^\circ\text{)} \approx \frac{60}{Q} \left(\frac{f}{f_n} \right) \quad \text{para} \quad \frac{f}{f_n} \leq \frac{2}{5} \quad (5.22)$$

En la *Figura 5.27* se muestra una curva de respuesta en frecuencia típica. Puede observarse como un 5% de aumento de amplitud se espera a 9/40 de la frecuencia de resonancia. Los filtros de paso bajo pueden emplearse para atenuar estos efectos.

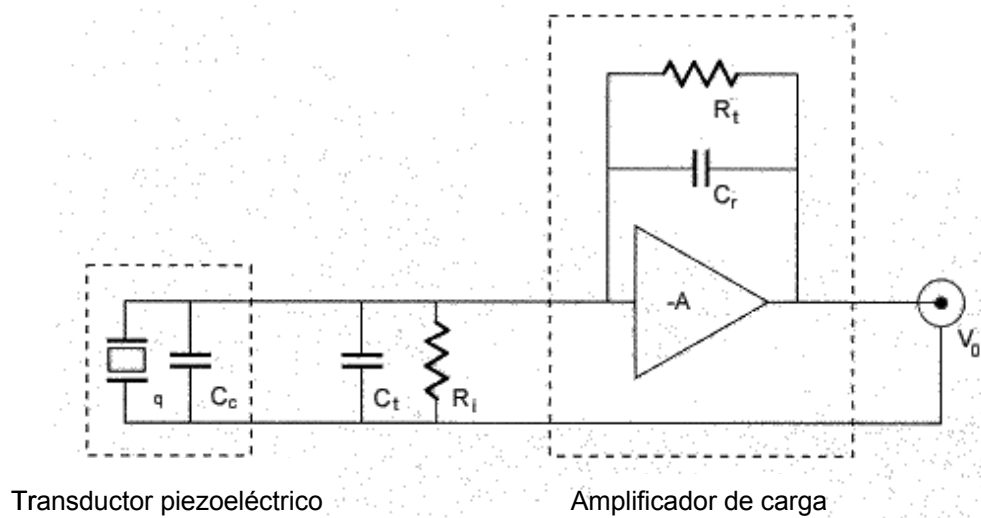


Figura 5.28. Esquema simplificado de un amplificador de carga.

Los transductores piezoeléctricos deben ser usados junto con un amplificador capacitivo o de carga que permite amplificar las señales eléctricas emitidas por los transductores. Básicamente el amplificador de carga consiste de un amplificador en voltaje de alta ganancia invertido. En la *Figura 5.28* se muestra un esquema básico de uno de estos amplificadores. El amplificador actúa como un integrador de carga que compensa la carga eléctrica del transductor con una carga de igual magnitud y polaridad opuesta y que produce finalmente un voltaje a través del rango del capacitor, ya que el propósito del amplificador de carga es convertir la elevada carga de impedancia de entrada en una salida de voltaje útil, que vendrá dada por:

$$V_0 = \frac{-q}{C_r} \frac{1}{1 + \frac{1}{AC_r} (C_t + C_r + C_c)} \quad (5.23)$$

donde C_t es la capacitancia del transductor, C_c es la capacitancia del cable, C_r es el rango del capacitor, q es la carga generada por el transductor, V_0 es el voltaje de salida y A es la ganancia. Para un valor de A suficientemente elevado, puede despreciarse la capacitancia del cable y del transductor, de modo que el voltaje de salida dependerá únicamente de la carga y del rango del capacitor:



$$V_0 = \frac{-q}{C_r} \quad (5.24)$$

Dos consideraciones importantes a tener en cuenta cuando se emplean amplificadores de carga son la constante de tiempo (TC) y la corriente (drift). La constante de tiempo se define como el tiempo de descarga de un circuito AC acoplado. En un período de tiempo equivalente a una constante de tiempo, la señal de entrada decaerá un 37% de su valor original. La constante de tiempo de un amplificador de carga se determina por el producto del rango del capacitor y la constante de tiempo del resistor (R_t), es decir, $TC = R_t C_r$. La corriente (drift) se define como una carga no deseada en la señal de salida sobre el tiempo, que no es función de la variable medida, y que puede estar generada por una baja resistencia de aislamiento en la entrada. La constante de tiempo y la corriente afectan simultáneamente a la salida del amplificador de carga. Una u otra será dominante. El amplificador capacitivo empleado para la toma de las medidas de fluctuaciones de presión permite funcionar en la selección de la constante de tiempo denominada “Short”, “Medium” o “Long”. En la posición “Long”, la corriente domina sobre cualquier efecto de la constante de tiempo, mientras que en las posiciones “Short” y “Medium” la constante de tiempo domina sobre los efectos de la corriente. Cuando se consideran los efectos de la constante de tiempo puede pensarse tanto en términos del dominio de la frecuencia como del dominio del tiempo. Cuanto mayor es la constante de tiempo, mejor es la respuesta en frecuencia baja y mayor es el tiempo de medida útil (Phillips, 2001).

En la adquisición de las medidas de presión realizadas sobre la carcasa del rotor se ha empleado la posición “Short”, de forma que los efectos de la constante de tiempo fueron los dominantes. El amplificador se ajustó de manera que proporcionaba una amplificación de 0.1 bar por cada voltio. Se impuso una velocidad de muestreo de 36.000 Hz, obteniéndose de este modo 10.000 puntos por canal. Teniendo en cuenta que estos transductores son adecuados para realizar únicamente medidas dinámicas, la adquisición de medidas se llevó a cabo con un filtro de paso alto de 10 kHz con vistas a evitar posibles errores.



Figura 5.29. Orificios practicados en la carcasa para las medidas de presión.

Las medidas se han realizado practicando una serie de orificios sobre la carcasa del ventilador situada sobre el rotor, separados por un intervalo angular de 2° para cubrir un sector completo de directriz, de forma que en total se realizan medidas de las

fluctuaciones de presión en quince posiciones circunferenciales. En la *Figura 5.29* se muestra una fotografía de los orificios practicados sobre la carcasa.

Se han ensayado los dos gaps axiales posibles con el banco de pruebas construido, y que recordemos que son el gap inferior (5 cm entre estator y rotor) y el gap superior (1.25 veces el gap nominal). Para cada uno de los gaps se obtuvieron las fluctuaciones de presión en la carcasa sobre el rotor, para tres caudales de funcionamiento (los mismos para los que se han realizado las medidas de hilo caliente): caudal nominal ($16.5 \text{ m}^3/\text{s}$), -15% del caudal nominal ($13.5 \text{ m}^3/\text{s}$) y -30% del caudal nominal ($11.5 \text{ m}^3/\text{s}$). Las señales de presión obtenidas se han promediado en el espacio de un canal de álabe con el fin de obtener la distribución espacial de la presión. Asimismo, se han obtenido también los espectros de dicha presión promediada. Los resultados se muestran en el *Capítulo 6* y un ejemplo de los mismos aparece en la *Figura 5.30*.

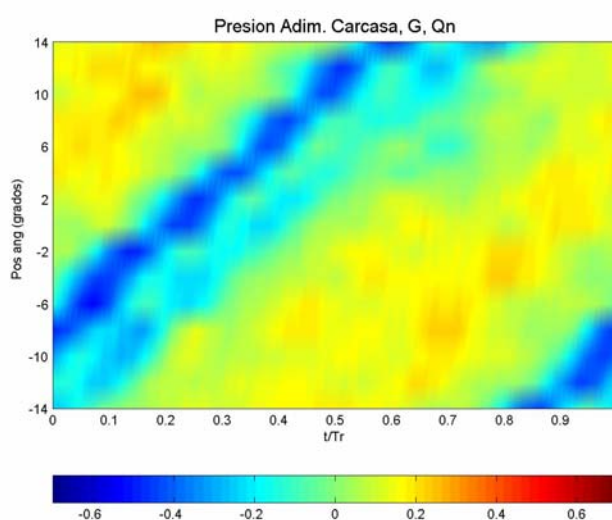


Figura 5.30. Promedio de las fluctuaciones de presión adimensionales sobre la carcasa, para caudal nominal y gap axial inferior.

5.5. CARACTERIZACIÓN AEROACÚSTICA DEL VENTILADOR.

Las medidas acústicas se han obtenido con un micrófono capacitivo de 1/2" de Brüel & Kjaer, acoplado a una protección cónica antiviento. La salida pre-amplificadora del micrófono se ha conectado a un analizador de dos canales en tiempo real de Brüel & Kjaer, que permite el análisis de las señales acústicas en bandas de hasta 1/24 de octava. También permite la grabación y el posterior volcado en un PC de las señales analizadas para realizar un tratamiento de las mismas. En la *Figura 5.31* se muestran varias fotografías del micrófono y del analizador.

El micrófono empleado para la adquisición de las medidas acústicas es un micrófono capacitivo calibrado, diseñado para ser usado junto con sistemas que cuantifican el sonido (sonómetros o analizadores). Los micrófonos se calibran en virtud de que sus características están bien definidas y su comportamiento es predecible. El principal componente de un micrófono capacitivo es un diafragma de un metal cargado colocado en las proximidades de una placa rígida de metal. La señal de voltaje de salida del micrófono aparece en una terminal montada sobre la placa que está aislada de la carcasa o cartucho del micrófono mediante un aislante. La cavidad interna del cartucho



se encuentra a la presión atmosférica a través de un pequeño respiradero, y la construcción del micrófono se completa añadiendo una rejilla de protección del diafragma. El diafragma y la placa de metal forman las placas paralelas de un capacitor de aire que es polarizado mediante una carga sobre la placa¹⁰. Cuando el diafragma vibra en un campo sonoro, la capacitancia del capacitor varía y se genera un voltaje de salida. La señal de voltaje reproduce las variaciones de presión del campo sonoro siempre y cuando la carga de la placa del micrófono se mantenga constante. En función de la forma en que se fija la carga en la placa metálica los micrófonos pueden clasificarse en prepolarizados o polarizados externamente. Los micrófonos polarizados externamente necesitan un voltaje DC a través de las dos terminales (diafragma y placa) para fijar la carga, mientras que los micrófonos prepolarizados no la requieren. En la *Figura 5.32* se muestra un esquema simplificado de un micrófono capacitivo.



Figura 5.31. Micrófono y analizador de señales de Brüel & Kjaer.

Los micrófonos se emplean siempre junto con un pre-amplificador del micrófono que convierte la elevada impedancia de salida del micrófono en otra más baja, adecuada para ser tratada por el analizador. Dicha conversión de impedancia permite minimizar los picos de ruido en la señal del cable que los conecta con el analizador.

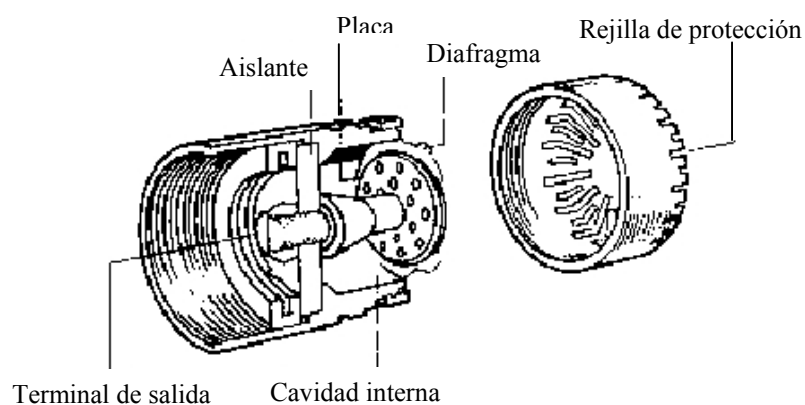


Figura 5.32. Esquema de un micrófono capacitivo.

¹⁰Un capacitor de cualquier tipo trabaja almacenando carga eléctrica. Cuanto mayor sea la cantidad de carga, mayor será el voltaje entre las terminales del capacitor, de acuerdo a la expresión: $V = Q/C$, donde Q es la carga y C la capacitancia. La capacitancia varía en función de la distancia entre las placas del capacitor. Si la carga se mantiene constante, cuando la distancia entre las placas cambia como consecuencia de una vibración acústica, cambiará la capacitancia y por tanto el voltaje entre las placas.



El micrófono capacitivo utilizado es un micrófono omnidireccional, es decir, es sensible al sonido que le llega desde todas las direcciones. Los micrófonos más pequeños (1/8'' y 1/4'') tienen las mejores características omnidireccionales a las frecuencias audibles (responden por igual a todas las frecuencias que les llegan desde todas las direcciones puesto que su presencia física en el campo sonoro no es una perturbación importante). Los micrófonos mayores (1''), como resultado directo de su tamaño, no son sensibles a las frecuencias superiores a los 5 kHz que les llegan por los laterales y la parte posterior, por lo que se dice que son menos omnidireccionales a dichas frecuencias. Los micrófonos de tamaño intermedio como el empleado en esta tesis (1/2'') suelen ser apropiados para la mayoría de las aplicaciones generales, por lo que son los más habituales en las medidas acústicas, mientras que el resto de micrófonos suelen emplearse para aplicaciones específicas o para la medida de niveles SPL muy bajos.

Una característica muy importante de los micrófonos capacitivos es la *sensibilidad del circuito abierto*, que indica el voltaje de salida que se espera en la terminal del micrófono para cada unidad de presión sonora que actúa sobre el diafragma cuando el micrófono no va unido a un pre-amplificador (Brüel & Kjaer, 1994). Las unidades de esta sensibilidad son mV/Pa. En función de la sensibilidad del circuito abierto se referencian muchas de las otras características del micrófono, incluyendo la respuesta en frecuencia. Dicha sensibilidad es válida si puede asumirse que la terminal del micrófono posee una impedancia eléctrica infinita. Por supuesto, en la práctica, la terminal de salida está conectada a un pre-amplificador que tiene una impedancia muy alta pero no infinita. La *sensibilidad de carga*, K_0 , es por tanto un factor muy importante puesto que tiene en cuenta la presencia del pre-amplificador, y puede calcularse como la suma del factor de ganancia (G) del pre-amplificador y la sensibilidad del circuito abierto.

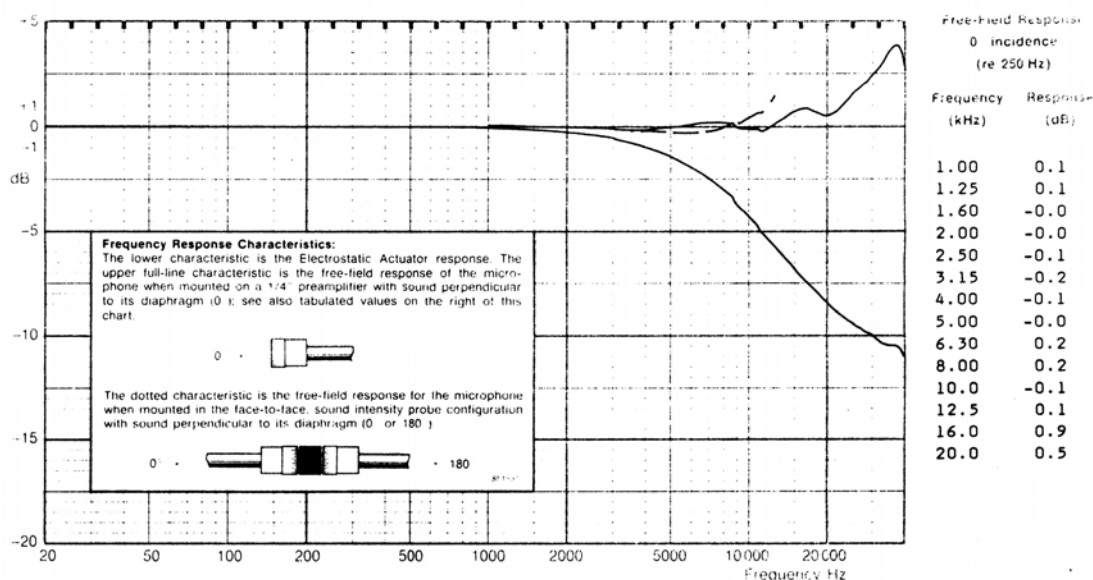


Figura 5.33. Curva de respuesta en frecuencia.

La *curva de respuesta en frecuencia* a un actuador muestra como varía la sensibilidad con la frecuencia y representa la respuesta en frecuencia del micrófono. En la *Figura 5.33* se muestra la curva de respuesta en frecuencia del micrófono empleado



en esta tesis. Generalmente la escala de la curva se presenta en dB. La conversión entre mV/Pa y dB (referidos a 1mV/Pa) viene dada por:

$$\text{Sensitividad, dB re 1V/Pa} = 20 \log \frac{\text{Sensitividad, mV/Pa}}{1000 \text{ mV/Pa}} \quad (5.25)$$

La curva se obtiene empleando un actuador electrostático que se fija en la parte frontal del micrófono y que excita el diafragma en una forma similar a la presión acústica. Las curvas se representan tomando como referencia el valor de 0 dB de la línea de sensibilidad (cuyo valor absoluto a 250 Hz es el valor calibrado de la sensibilidad del circuito abierto del micrófono). El procedimiento de calibración del actuador electrostático no puede simular los efectos de difracción e interferencia que ocurren en el diafragma cuando un micrófono es colocado en un campo sonoro libre o difuso. Por tanto es necesario añadir correcciones de campo libre y de respuesta aleatoria a las respuestas del actuador durante el proceso de calibración para tener en cuenta dichos efectos (Brüel & Kjaer, 2003).

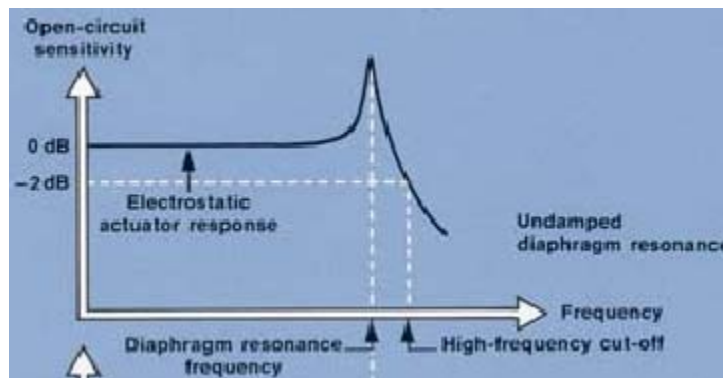


Figura 5.34. Frecuencia de corte alta.

El rango de respuesta en frecuencia es el rango de frecuencias al cual responde normalmente un micrófono y esencialmente es una descripción cuantitativa de la curva de respuesta en frecuencia del mismo, o lo que es lo mismo, la sensibilidad del micrófono a las distintas frecuencias (a la derecha en la Figura 5.33). La frecuencia de corte baja, o límite inferior de frecuencias, es la frecuencia a la cual la curva de respuesta en frecuencia cae 3 dB por debajo de la línea de referencia de 0 dB, en cuyo momento el micrófono deja de responder como consecuencia de que la presión sonora es la misma a ambos lados del diafragma. A frecuencias altas, la curva de respuesta en frecuencia del micrófono decrece después de alcanzar la frecuencia de resonancia del diafragma. La frecuencia de corte alta es la frecuencia a la cual la curva de respuesta en frecuencia alcanza 2 dB por debajo de la línea de referencia de 0 dB (ver Figura 5.34). La frecuencia de resonancia del diafragma se fija en la etapa de diseño controlando su masa, su tensión y su rigidez. Para la frecuencia de resonancia del diafragma, el micrófono es particularmente sensible, hecho poco deseable, por lo que dicha frecuencia de resonancia suele amortiguarse practicando una serie de orificios en la terminal correspondiente a la placa metálica. Cuantos más orificios se practican en dicha placa, menor es el efecto del amortiguamiento en el diafragma.

Puesto que las medidas adquiridas mediante un micrófono capacitivo pueden verse afectadas por las condiciones medioambientales, los fabricantes de micrófonos



proporcionan unos coeficientes que describen la influencia de dichas condiciones sobre la sensibilidad del micrófono. No obstante, los micrófonos son diseñados de forma que no tengan que ser corregidos continuamente por cambios medioambientales. Es esencial que las variaciones de temperatura no causen un cambio permanente en la sensibilidad de los micrófonos, lo que se consigue construyéndolos con los materiales apropiados. De hecho, para el micrófono empleado en esta tesis, el coeficiente de temperatura medio tiene un valor de -0.002 dB/°C a una frecuencia de 250 Hz (el signo menos indica que la sensibilidad decrece por cada grado de aumento de la temperatura), de forma que su efecto es lo suficientemente pequeño como para poder ser despreciado en la toma de medidas. A medida que varía la presión ambiental también lo hace la rigidez del diafragma, y sus efectos sobre la sensibilidad del micrófono vienen descritos por el coeficiente de presión ambiental, que en el caso del micrófono de esta tesis tiene un valor de -0.007 dB/kPa a 250 Hz (el signo menos indica que la sensibilidad del micrófono disminuye cuando aumenta la presión ambiental). El pequeño valor de dicho coeficiente hace que el efecto de los cambios en la presión ambiental sobre la sensibilidad del micrófono pueda despreciarse. La influencia de la humedad relativa en la sensibilidad del micrófono no excede de 0.1 dB en la ausencia de condensación, de forma que las medidas realizadas un día con una humedad relativa del 5% pueden repetirse otro día con una humedad relativa del 95% sin influir en la precisión de las mismas.

Specifications and Ordering Information Type 4181		
<p>The data below are valid at 23°C, 101.3 kPa and 50% RH unless otherwise specified</p> <p>TYPICAL USES: Measurement of sound intensity</p> <p>NOMINAL DIAMETER: 1/2"</p> <p>FREQUENCY RESPONSE CHARACTERISTIC: Free-field 0° incidence</p> <p>OPEN CIRCUIT FREQUENCY RESPONSE*: 0° incidence free-field response: 0.3 Hz to 16 kHz: ± 2 dB</p> <p>OPEN CIRCUIT SENSITIVITY (1000 Hz)*: -39 dB re. 1 V/Pa, 11.2 mV/Pa</p> <p>LOWER LIMITING FREQUENCY (-3 dB): 0.14 Hz (vent exposed to sound)</p> <p>CARTRIDGE THERMAL NOISE: 20 dB(A)</p> <p>3% DISTORTION LIMIT (UPPER): > 160 dB re. 20 μPa at 100 Hz</p>	<p>DIAPHRAGM RESONANCE FREQUENCY: 24 kHz (90° phase-shift)</p> <p>POLARIZATION VOLTAGE: External: 200 V</p> <p>POLARIZED CARTRIDGE CAPACITANCE*: 19.5 pF at 250 Hz</p> <p>PHASE RESPONSE DIFFERENCE WHEN USED AS A PAIR: < 0.05°: 20 Hz to 250 Hz (absolute value)</p> <p>AMPLITUDE RESPONSE DIFFERENCE WHEN USED AS A PAIR: < 0.2 dB: 20 Hz to 1 kHz (normalized at 200 Hz)</p> <p>MEAN TEMPERATURE COEFFICIENT: -0.002 dB/°C (250 Hz, -10°C < t < +50°C)</p> <p>INFLUENCE OF STATIC PRESSURE: -0.007 dB/kPa, typical</p> <p>INFLUENCE OF VIBRATION: 68 dB re. 20 μPa and 1 ms⁻² axial vibration</p> <p>INFLUENCE OF MAGNETIC FIELD: 6 to 34 dB re. 20 μPa in 50 Hz, 80 A/m field</p>	<p>INFLUENCE OF HUMIDITY: < 0.1 dB / 100 %RH</p> <p>THREAD FOR PREAMPLIFIER MOUNTING: 5.7 mm - 60 UNS</p> <hr/> <p>Ordering Information</p> <p>Type 4181 1/2" Sound Intensity Microphone Pair</p> <p>Includes the following accessories: UC 5349 8.5 mm spacer UC 5269 12 mm spacer UC 5270 50 mm spacer</p> <p>Suitable Preamplifiers:</p> <p>Type 4181 microphones are normally included as part of Sound Intensity Probe Sets Type 3545 and Type 3548, which include matched preamplifiers</p> <p>For information on microphone calibration equipment and microphone accessories, please refer to the product data sheet for Type 3545 and Type 3548</p>
* Individually calibrated		

Figura 5.35. Especificaciones técnicas del micrófono capacitivo.

Previamente a la toma de medidas deben seguirse una serie de pasos para poner a punto la instrumentación empleada. En primer lugar es necesario calibrar el micrófono utilizando un calibrador normalizado de Brüel & Kjaer y el procedimiento de calibración automático del analizador. A continuación se selecciona la configuración básica del analizador, la tensión de polarización del micrófono (en este caso es de 200 voltios), se introduce la sensibilidad del micrófono suministrada por el fabricante (11.5 mV/Pa), se selecciona el rango de entrada del analizador y el tipo de medida que se va a realizar (auto spectrum, consistente en la medida en bandas de frecuencia del nivel de presión sonora en valor rms). Finalmente se procede a seleccionar el ancho de banda de las medidas (1/24 de octava en este caso), el rango de frecuencias (entre 22 Hz y 11 kHz), el tiempo de medida (60 segundos) y el tipo de promedio (promediado lineal en



este caso). En la *Figura 5.35* se muestra una tabla con las características técnicas del micrófono empleado.



Figura 5.36. El ventilador durante los ensayos acústicos.

Puesto que el objetivo de esta tesis es el estudio del ruido generado por el ventilador axial no entubado, y propagado al campo lejano bajo condiciones de campo libre, las medidas acústicas se han llevado a cabo intentando reproducir en el mayor grado posible las condiciones de: campo lejano, ventilador no entubado y campo libre. Las condiciones de campo lejano se han reproducido realizando medidas en posiciones suficientemente alejadas de la turbomáquina. La condición de que el ventilador no estuviese entubado sólo ha podido ser reproducida parcialmente, puesto que la turbomáquina requiere algún tipo de carcasa que la soporte. El ventilador fue desentubado del sistema de tubos, venturi y cono, situados aguas arriba del estator y cuyo fin era regular el caudal. Por tanto, solo se han podido realizar medidas acústicas para el caudal nominal del ventilador ($17.25 \text{ m}^3/\text{s}$). Puesto que se deseaba llevar a cabo ensayos acústicos para el gap axial inferior del ventilador y el gap superior, se ha mantenido el resto de la carcasa del ventilador. Finalmente, para reproducir las condiciones de campo libre con la mayor precisión posible, el ventilador fue sacado fuera del recinto del laboratorio. En la *Figura 5.36* puede apreciarse el aspecto del ventilador minutos antes de comenzar la adquisición de las señales acústicas.

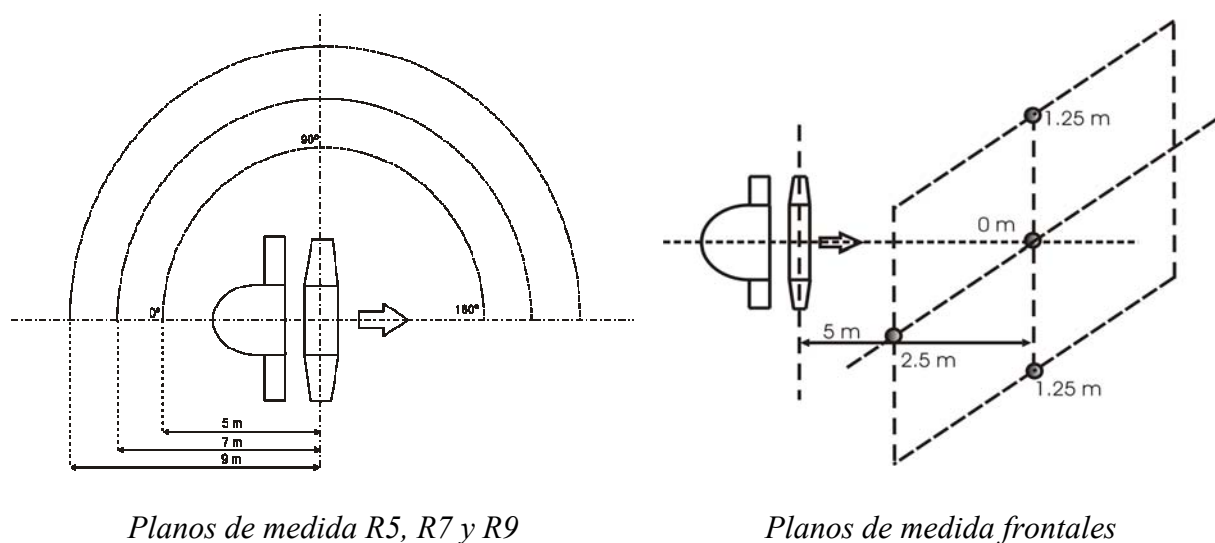


Figura 5.37. Posiciones de medida acústicas.

Las medidas se han realizado en tres planos horizontales zx a la altura del eje del ventilador (1.25 m desde el suelo), y alejados una distancia radial de 5m, 7m y 9m (dichos planos se denotan respectivamente como R5, R7 y R9). En cada uno de estos planos se han realizados medidas desde aguas arriba del estator (posición circunferencial 0°) hasta aguas abajo del rotor (posición circunferencial 180°), a intervalos angulares de 5°, lo cual implica que en cada uno de los planos se han tomado 37 posiciones de medida diferentes (ver *Figura 5.37*). Asimismo se han realizado medidas en dos planos frontales, uno situado 5m aguas arriba del estator y otro situado 5m aguas abajo del rotor. El origen de dichos planos (punto (0,0)), coincide con el eje del ventilador. En vertical se toman medidas desde el suelo hasta una altura de 1.25 m sobre el eje del ventilador (en total hasta 2.5 m sobre el suelo), y en horizontal se toman medidas desde el eje hasta una posición situada a 2.5 m a la izquierda del mismo. Los planos se discretizan, tanto horizontal como verticalmente, en intervalos de 0,25 m, lo que implica que en cada uno de ellos se han establecido 11×11 posiciones de medida (ver *Figura 5.37*).

Todas las medidas se han realizado siempre para el caudal nominal del ventilador y para los dos gap axiales: inferior y superior. Es necesario señalar que puesto que es imprescindible la presencia del motor de accionamiento del ventilador, los espectros de ruido medidos muestran también una parte de ruido debida a dicho motor. Los resultados obtenidos con estas medidas se exponen en el *Capítulo 6*. En la *Figura 5.38* se muestra un ejemplo de estos resultados.

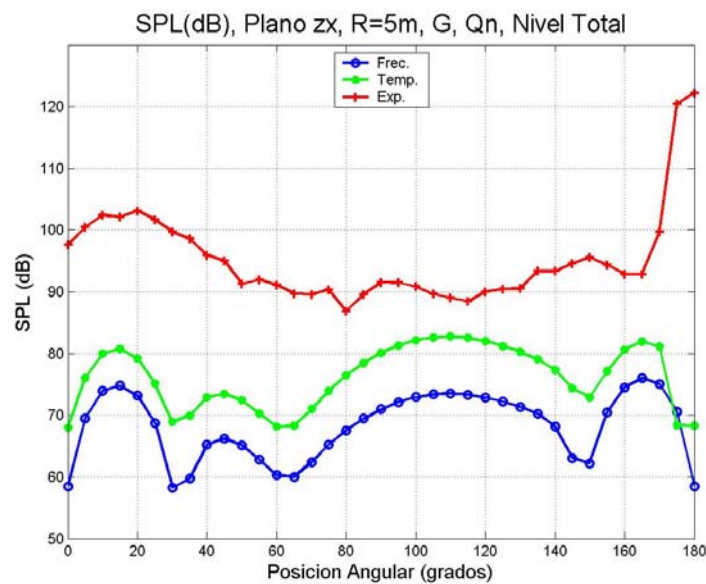


Figura 5.38. SPL en el plano R5 para gap inferior y caudal nominal.

La sensibilidad del micrófono a las distintas frecuencias, o el error sistemático del micrófono, se obtiene a partir de la carta de calibración del micrófono (ver *Figura 5.33*), y es el que se muestra en la tabla de la *Figura 5.39*. Dicho error es el cometido con la propia instrumentación empleada en la adquisición de medidas acústicas. El error de precisión, correspondiente a la dispersión propiamente dicha del fenómeno que se está midiendo, se ha obtenido realizando varias medidas en una misma posición (en concreto en un punto situado cinco metros aguas arriba del estator) y obteniendo su valor medio. La diferencia entre dicho valor medio y los máximos y mínimos (para cada frecuencia)



de los distintos espectros adquiridos, proporciona una idea de la incertidumbre o dispersión de los datos¹¹.

Frecuencia (kHz)	Respuesta (dB)
1.00	0.1
1.25	0.1
1.60	-0.0
2.00	-0.0
2.50	-0.1
3.15	-0.2
4.00	-0.1
5.00	-0.0
6.30	0.2
8.00	0.2
10.0	-0.1
12.5	0.1
16.0	0.9
20.0	0.5

Figura 5.39. Error sistemático del micrófono capacitivo.

En la *Figura 5.40* se muestra el resultado del análisis de la incertidumbre de precisión del fenómeno considerado, realizado a partir del procedimiento descrito en el párrafo anterior. En dicha figura aparecen dos gráficas, una correspondiente a todo el rango de frecuencias muestreadas en el espectro, y una segunda correspondiente a una ampliación de los resultados obtenidos para las frecuencias más bajas del espectro. Mientras que con el error sistemático del aparato (ver *Figura 5.39*) las mayores

¹¹Matemáticamente, el tratamiento correcto de este error de precisión consistiría en realizar n medidas representadas como ξ_i y, como es habitual, suponer que su distribución es una normal de media μ y varianza σ desconocidas (Blanco, 1994). La media estará comprendida en el intervalo:

$$\mu \in \left[\bar{\xi}_n - t_\alpha \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}, \bar{\xi}_n + t_\alpha \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}} \right]$$

con una probabilidad $1 - \alpha$. En la anterior ecuación:

$$\bar{\xi}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i$$

es la media de las medidas y para el cuadrado de la varianza se utiliza el estimador centrado:

$$\hat{S} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi}_n)^2}$$

Por último, t_α es el percentil de probabilidad α de la t de Student con $n-1$ grados de libertad. La incertidumbre de precisión viene dada por tanto por:

$$U_p = t_\alpha \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}$$



incertidumbres aparecen a las frecuencias más altas, con el error de precisión ocurre lo contrario y la dispersión de las medidas es más acusada a las frecuencias bajas que a las frecuencias altas. En cuanto al error asociado con el nivel SPL total, calculado mediante este mismo procedimiento, resulta estar en torno a unos ± 3 dB.

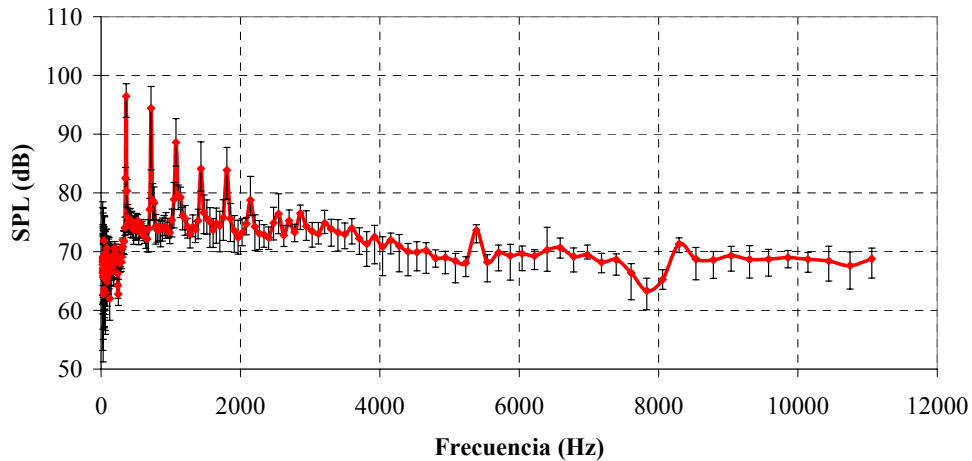


Figura 5.40.a. Resultados correspondientes a todo el rango de frecuencias.

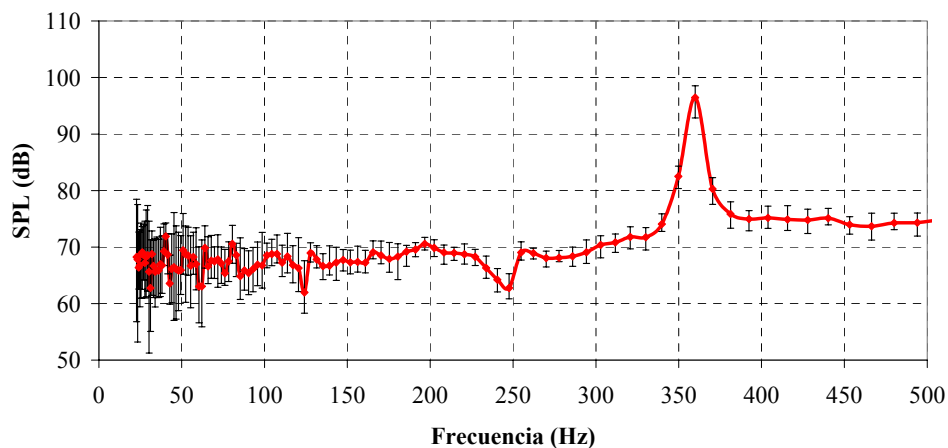


Figura 5.40.b. Resultados de incertidumbre a las frecuencias bajas.

Figura 5.40. Resultados correspondientes al error de precisión asociado con el propio fenómeno: a) Todo el rango de frecuencias del espectro; b) Incertidumbre a las frecuencias más bajas.





Capítulo 6

Análisis de resultados

6.1. INTRODUCCIÓN.

En este capítulo se acomete el análisis de los resultados obtenidos en la realización de esta tesis. El capítulo se ha estructurado en tres grandes partes. El primer bloque corresponde al análisis de los resultados relacionados con el funcionamiento global del ventilador axial. Se procede luego en el segundo bloque al análisis de los resultados correspondientes a las peculiaridades del flujo que se desarrolla en la soplante. Finalmente, en el tercer bloque se realiza el análisis de los resultados correspondientes a la caracterización aeroacústica de la turbomáquina en campo lejano. En cada uno de los bloques anteriores se analizan resultados tanto numéricos como experimentales, correspondientes a distintas configuraciones de funcionamiento del ventilador, en particular, dos separaciones diferentes entre coronas (gaps axiales) y tres caudales de funcionamiento distintos.

La caracterización del funcionamiento del ventilador persigue la obtención de los patrones de comportamiento globales del mismo: curvas características, incremento de presión total en el rotor, grado de reacción de los álabes del rotor y eficiencia hidráulica del rotor. Asimismo, dentro del funcionamiento global del ventilador se han incluido también los resultados estacionarios obtenidos con la sonda de cinco orificios para el campo de presiones y el campo de velocidades del flujo que se desarrolla en el mismo. El análisis de dichos resultados estacionarios permitirá realizar una primera



aproximación al comportamiento del flujo, así como establecer las bases sobre las que se ha realizado la obtención del resto de resultados promediados e instantáneos, tanto numéricos como experimentales. Con la caracterización del flujo desarrollado en la soplante se pretende conocer los detalles de la interacción que tiene lugar entre el estator y el rotor, tanto desde el punto de vista promediado en el tiempo como desde el punto de vista instantáneo. Se analizan para ello campos de velocidad, de presión y de vorticidad. La precisión de los cálculos aeroacústicos numéricos realizados para la región de propagación depende en su mayor parte de la fiabilidad y exactitud de los resultados aerodinámicos obtenidos con la modelización numérica de la región fuente. En consecuencia, el análisis de los detalles del flujo desarrollado en la soplante, comparando los resultados numéricos con los experimentales, permitirá establecer la validez y precisión del modelo numérico de la región fuente en vistas a usarlo como punto de partida de los cálculos aeroacústicos en la región de propagación. Con la caracterización aeroacústica de la región de propagación se persigue conocer el comportamiento del ruido radiado al campo lejano por la soplante: patrones de directividad, principales tonos generados y mecanismos relevantes de generación de ruido. La comparación entre resultados acústicos numéricos y experimentales permitirá validar el modelo numérico desarrollado en esta tesis para la caracterización del ruido a frecuencia discreta del ventilador. Se dispondrá así de una herramienta que permitirá establecer, incluso en la fase de diseño de la turbomáquina, las actuaciones pertinentes con vistas a reducir las emisiones de ruido más molestas.

6.2. CARACTERIZACIÓN DEL FUNCIONAMIENTO DEL VENTILADOR.

En este apartado se presentan los resultados obtenidos para la caracterización del funcionamiento global del ventilador axial. Los resultados que van a mostrarse se han obtenido a partir de medidas experimentales y a partir de simulaciones numéricas (tanto del modelo bidimensional como del tridimensional, explicados ambos en el *Capítulo 4*). En concreto se van a exponer las curvas características obtenidas a partir del modelo 2D, así como las obtenidas experimentalmente siguiendo la metodología expuesta en el *Capítulo 5*. Se presenta también la distribución radial de la ecuación de Euler de las turbomáquinas y del grado de reacción a lo largo de la envergadura de los álabes del rotor, obtenidas para varias configuraciones de funcionamiento diferentes de la soplante – dos gaps axiales (inferior G y superior $1.25G$)¹ y tres caudales de funcionamiento (nominal Q_n , intermedio $0.85Q_n$ e inferior $0.7Q_n$)² – a partir de resultados de anemometría térmica y del modelo 3D. Finalmente, se analizan también los resultados experimentales obtenidos con la sonda de cinco orificios para el campo de presiones y el campo de velocidades estacionarios del flujo.

• Curva característica:

En la *Figura 6.1* se muestra la curva característica obtenida para la soplante axial a partir del modelo numérico bidimensional. Dicha curva característica corresponde a la configuración de gap inferior en la turbomáquina. Aunque también se obtuvo numéricamente la curva correspondiente a la configuración de gap superior, puesto que

¹ El gap inferior G corresponde a una separación de 5 cm entre estator y rotor, mientras que el gap superior $1.25G$ corresponde a una separación de 7 cm entre haces.

² $Q_n = 16.5 \text{ m}^3/\text{s}$, $0.85Q_n = 13.5 \text{ m}^3/\text{s}$ (un 85% del caudal nominal) y $0.7Q_n = 11.5 \text{ m}^3/\text{s}$ (un 70% del caudal nominal).



no hay diferencias significativas entre ambas, se ha optado por mostrar únicamente la curva correspondiente a la separación inferior entre haces. Como consecuencia de la torsión que presentan los álabes del rotor y las directrices del estator en la dirección de envergadura, con el modelo numérico bidimensional se han llevado a cabo simulaciones para tres secciones radiales a lo largo de la envergadura del ventilador: sección de base (diámetro 380 mm), sección media (diámetro 600 mm) y sección de punta (diámetro 820 mm). Para cada una de dichas secciones se muestra la variación de la presión (en Pa) con el caudal y el correspondiente rendimiento hidráulico (en %).

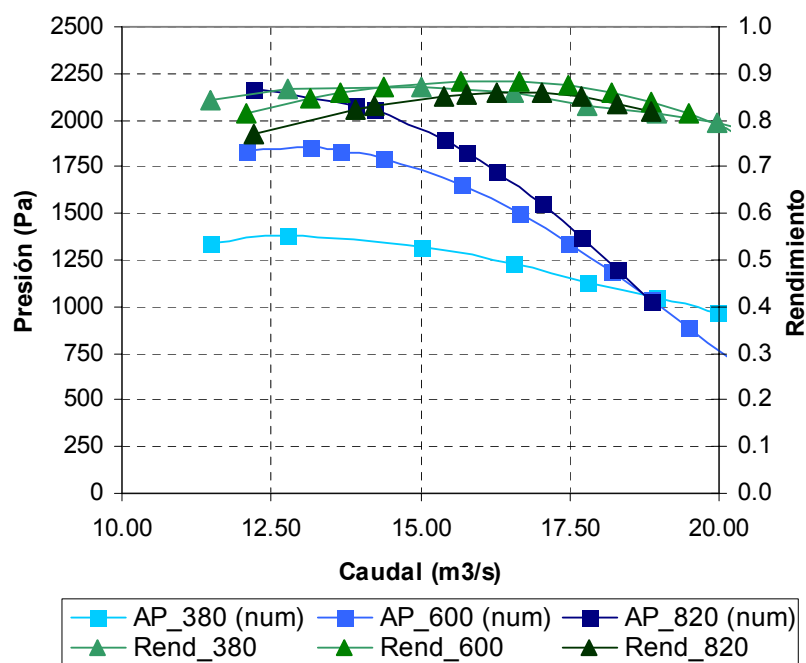


Figura 6.1. Curva característica obtenida a partir del modelo numérico 2D.

En la curva característica mostrada en la Figura 6.1 puede observarse como las tres secciones a lo largo de la envergadura del rotor convergen en torno al punto de diseño correspondiente a $18 \text{ m}^3/\text{s}$ y unos 1100 Pa de presión. Dicha convergencia es consecuencia del diseño de la soplante axial basado en la condición de vórtice libre (presión constante a lo largo de la envergadura de los álabes del rotor). Debido a que se están llevando a cabo simulaciones con el modelo bidimensional que no pueden reproducir efectos tridimensionales de capa límite del flujo, las curvas características correspondientes a las tres secciones difieren mucho en la zona de caudales bajos. No obstante, con las tres secciones puede observarse que la zona de desprendimiento se alcanza en torno a los $11 \text{ m}^3/\text{s}$. A partir de este caudal las simulaciones numéricas 2D comenzaron a plantear serios problemas de convergencia, por lo que no fue posible obtener puntos de funcionamiento inferiores.

En la Figura 6.2 se muestra la curva característica obtenida experimentalmente siguiendo la metodología expuesta en el Capítulo 5. Dicha curva corresponde a la configuración de gap inferior en el ventilador axial. También en este caso se obtuvo la curva característica experimental correspondiente al gap superior, pero puesto que entre ambas no se aprecian diferencias notables en el funcionamiento de la soplante, sólo se muestra la curva correspondiente a la separación inferior entre haces. En dicha gráfica



se expone también la comparación con los puntos de funcionamiento obtenidos a partir del modelo numérico tridimensional. Se representan tanto las curvas para la presión estática, como para la presión dinámica, la presión total y el rendimiento. Puesto que no ha sido posible obtener una medida directa del rendimiento hidráulico de la soplante axial, dicho rendimiento es el rendimiento global del banco de ensayos, que incluye tanto el rendimiento eléctrico del motor y del variador de potencia, como el rendimiento mecánico de la soplante (ver *Capítulo 5*). Como consecuencia de lo anterior se obtienen valores del rendimiento más bajos de lo esperado. No obstante, como era de esperar a partir de las condiciones de diseño, dicho rendimiento alcanza sus valores máximos en torno al punto nominal de funcionamiento ($Q_n = 16.5 \text{ m}^3/\text{s}$). Los puntos de funcionamiento obtenidos con el modelo numérico tridimensional representados en la *Figura 6.2*, concuerdan bastante bien con los resultados experimentales en el entorno del caudal nominal, pero a medida que la curva se aproxima a la zona de desprendimiento surgen diferencias apreciables como consecuencia de los efectos de capa límite (separación del flujo y desprendimiento) en los álabes del rotor, los cuales no son captados con la suficiente precisión por el modelo numérico 3D cuando el funcionamiento de la soplante tiene lugar a carga parcial. Dicha falta de precisión es consecuencia de una carencia de resolución suficiente en el mallado de la geometría y de que no se simula el efecto del huelgo de punta. Para el caudal nominal de funcionamiento tanto los resultados experimentales como los numéricos proporcionan un incremento de la presión total en la turbomáquina de unos 1175 Pa.

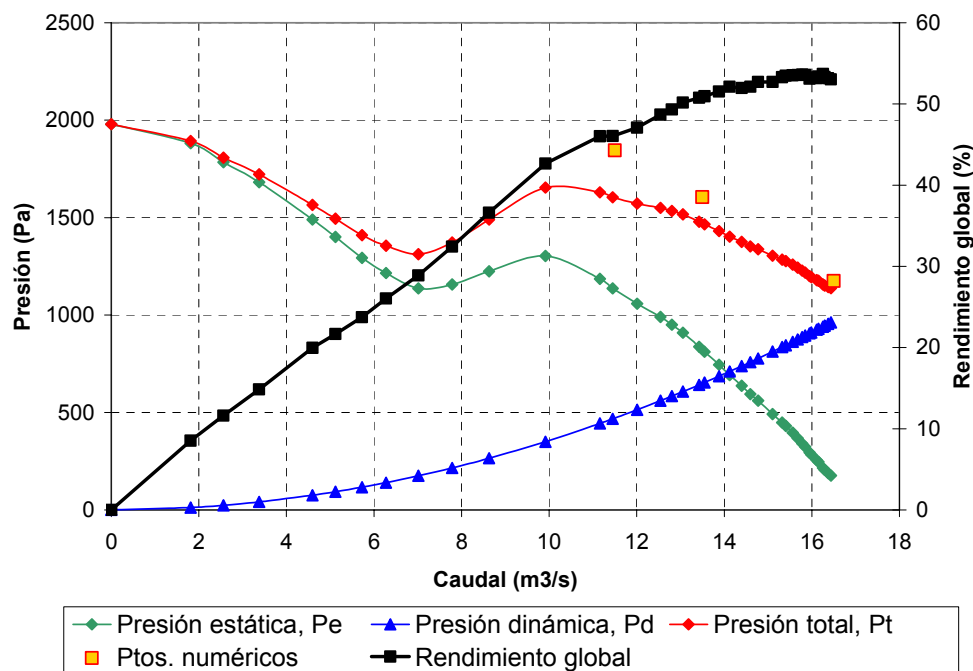


Figura 6.2. Curva característica experimental y numérica (modelo 3D).

• Distribución radial de presión total y grado de reacción:

En la *Figura 6.3* se representa la distribución radial a lo largo de la envergadura de los álabes del rotor de la ecuación de Euler promedio, o lo que es lo mismo, la distribución radial del incremento de presión total en el rotor (se ha calculado realizando un promedio circunferencial y temporal a paso de álabe en los planos de entrada y salida



del rotor). Los resultados se han obtenido a partir de medidas experimentales de anemometría térmica (DHW) y de simulaciones numéricas del modelo 3D, y corresponden a dos gaps axiales (gap inferior en azul y gap superior en rojo) y tres caudales de funcionamiento diferentes (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$). Tanto los puntos numéricos como los experimentales se han ajustado por líneas continuas con vistas a permitir una mejor discusión de los resultados. Además, para cada uno de los gaps se muestra también en cada gráfica la media total en la dirección radial (líneas discontinuas en azul para gap inferior y en rojo para gap superior). Las posiciones a lo largo de la envergadura se han tomado estableciendo como referencia el cubo del ventilador, de forma que la posición 0 corresponde a la base y la posición 1 a la punta.

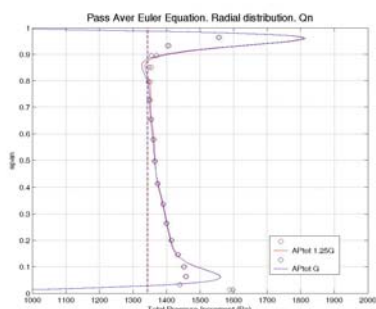
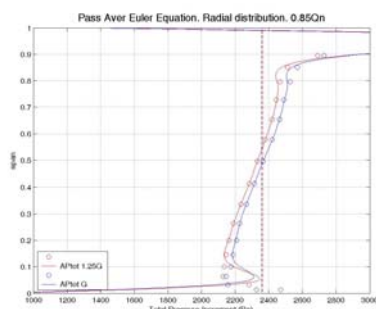
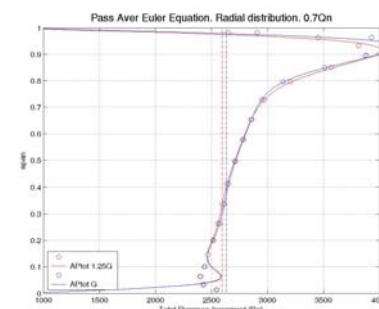
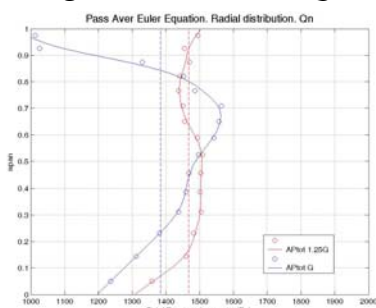
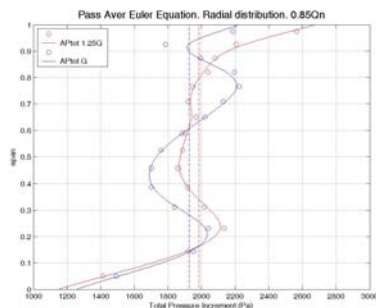
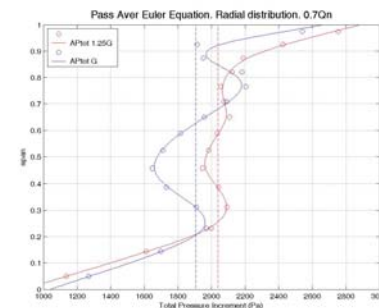
Fig. 6.3.1. Numérico, Q_n Fig. 6.3.2. Numérico, $0.85Q_n$ Fig. 6.3.3. Numérico, $0.7Q_n$ Fig. 6.3.4. Experimental, Q_n Fig. 6.3.5. Experimental, $0.85Q_n$ Fig. 6.3.6. Experimental, $0.7Q_n$

Figura 6.3. Distribución radial promedio del incremento de presión total en el rotor, dos gaps (G y $1.25G$) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos 3D y experimentales DHW.

Para el caudal nominal de funcionamiento, tanto los resultados numéricos (Figura 6.3.1) como los experimentales (Figura 6.3.4), ponen de manifiesto una distribución radial del incremento de la presión total en el rotor prácticamente constante a lo largo de la envergadura del mismo, excepto en las zonas afectadas por la capa límite de base y punta donde aparecen las mayores fluctuaciones, sobre todo en los resultados de hilo caliente. Lo anterior es consecuencia directa del diseño de la soplante basado en la condición de vórtice libre, que impone distribuciones de presión constantes a lo largo de la envergadura de los álabes del rotor. Para este caudal, el valor medio del incremento de presión total en el rotor proporcionado por los resultados numéricos se encuentra en torno a unos 1350 Pa para ambos gaps axiales, siendo las pérdidas en el estator de unos 175 Pa³. Experimentalmente el valor medio del incremento de presión total se encuentra en torno a unos 1500 Pa para ambos gaps axiales, lo que implica unas pérdidas de unos

³ Puesto que la curva característica mostrada en la Figura 6.2 indica que el incremento de presión total en la turbomáquina es de unos 1175 Pa para el caudal nominal de funcionamiento.



325 Pa, correspondientes, sobre todo, al estator y al huelgo de punta. A medida que desciende el caudal de funcionamiento se produce un aumento del valor medio del incremento de presión total, y las distribuciones radiales tienden a incrementarse desde la base a la punta de los álabes. Este comportamiento es reflejado tanto por los resultados del modelo 3D como por los de anemometría térmica. Mientras que para el caudal nominal de funcionamiento se obtienen valores medios menores del incremento de presión total con los resultados numéricos que con los experimentales, a carga parcial sucede lo contrario. Ni con el modelo numérico ni con las medidas de hilo caliente se observan diferencias significativas entre ambos gaps para ninguno de los caudales considerados. Lo anterior está en completo acuerdo con los resultados obtenidos a partir de las curvas características de funcionamiento de la soplante (*Figura 6.2*), donde ya se indicó que prácticamente no había diferencias entre las dos separaciones entre haces.

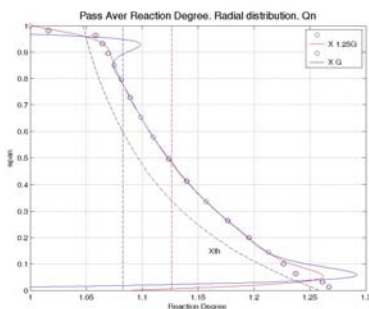
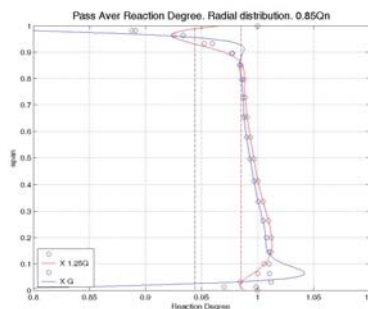
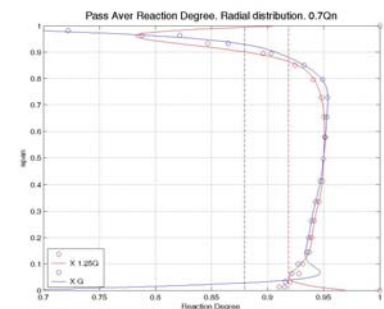
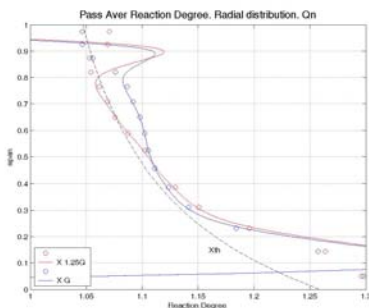
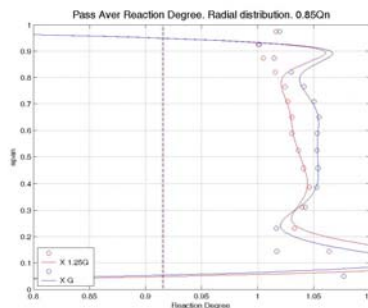
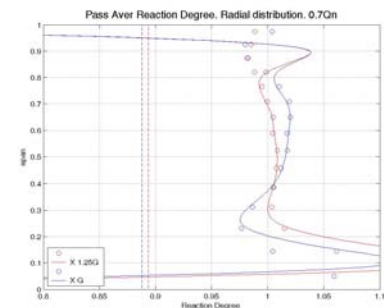
Fig. 6.4.1. Numérico, Q_n Fig. 6.4.2. Numérico, $0.85Q_n$ Fig. 6.4.3. Numérico, $0.7Q_n$ Fig. 6.4.4. Experimental, Q_n Fig. 6.4.5. Experimental, $0.85Q_n$ Fig. 6.4.6. Experimental, $0.7Q_n$

Figura 6.4. Distribución radial promedio del grado de reacción, dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales de funcionamiento (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos 3D y experimentales DHW.

En la *Figura 6.4* se muestra la distribución radial a lo largo de la envergadura de los álabes (calculada mediante un doble promedio circunferencial y temporal a paso de álabes del rotor) del grado de reacción existente en los mismos. Los resultados se han obtenido experimentalmente a partir de las medidas de anemometría térmica y numéricamente a partir del modelo tridimensional, y corresponden a los dos gaps axiales (gap inferior en azul y gap superior en rojo) y a los tres caudales de funcionamiento considerados. Junto a los puntos numéricos y experimentales se representa el ajuste de los mismos, así como la media total en la dirección radial (líneas discontinuas) y, en el caso de caudal nominal de funcionamiento, el comportamiento del grado de reacción teórico (línea negra discontinua a trazos). Como en la *Figura 6.3*, las posiciones a lo largo de la envergadura se han tomado estableciendo como referencia el cubo del ventilador, de forma que la posición cero corresponde a la base y la posición



uno corresponde a la punta. Para el caudal nominal de funcionamiento (*Figura 6.4.1 y Figura 6.4.4*), tanto los resultados numéricos como los experimentales proporcionan valores de la distribución radial del grado de reacción superiores a la unidad para ambos gaps axiales, como es lógico por tratarse de una de las condiciones impuestas en la etapa de diseño de la soplante. En ambos casos la distribución radial del grado de reacción se ajusta muy bien al comportamiento teórico predicho para el caudal nominal de funcionamiento. Los valores máximos se alcanzan en la base de los álabes (en torno a 1.3) y los mínimos en la punta (en torno a 1). Para ninguno de los tres caudales considerados ni con los resultados del modelo 3D ni con los de hilo caliente se aprecian diferencias significativas entre ambos gaps, lo que confirma el comportamiento observado con las curvas características (*Figura 6.2*) y con el incremento de presión total en el rotor (*Figura 6.3*). En cambio, a medida que disminuye el caudal de funcionamiento también se produce una disminución del valor medio del grado de reacción, que pasa a estar por debajo de la unidad (en torno a 0.9). Asimismo, en los resultados numéricos se observa que la distribución radial del grado de reacción se invierte cuando el ventilador funciona a carga parcial, llegando a alcanzarse para el caudal inferior ($0.7Q_n$) mayor grado de reacción en las proximidades de la zona de punta que en las proximidades de la zona de cubo. Las mayores discrepancias entre los resultados de anemometría térmica y los del modelo 3D aparecen en las proximidades de la zona de cubo, donde la existencia de la capa límite induce mayores errores o incertidumbres en las medidas.

• Rendimiento hidráulico:

En la *Figura 6.5* se representa la evolución temporal del rendimiento hidráulico correspondiente a la etapa del rotor para el caudal nominal de funcionamiento. Dicho rendimiento hidráulico se ha calculado a partir de resultados numéricos⁴ mediante la expresión: $\eta_H = F_{tan} \cdot U / \Delta P \cdot Q$, donde U es la velocidad de arrastre en la sección media del álabe, F_{tan} es la componente tangencial de la fuerza sobre el álabe, ΔP es el incremento de presión entre la entrada y la salida del rotor y Q es el caudal nominal de funcionamiento.

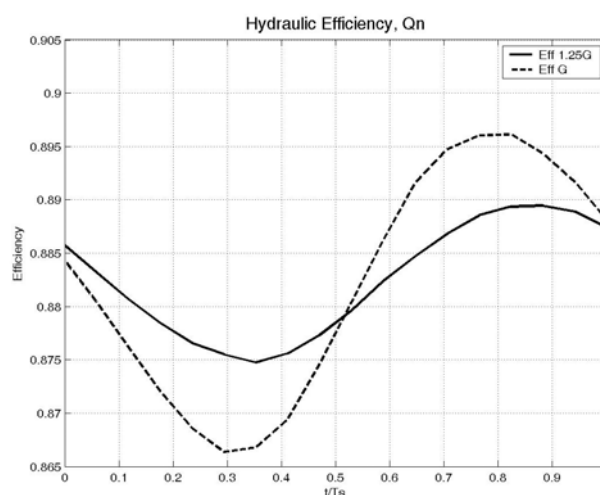


Figura 6.5. Rendimiento hidráulico de la etapa del rotor, Q_n .

⁴ Como ya se ha comentado en la exposición de las curvas características, no ha sido posible obtener una medida directa del rendimiento hidráulico de la soplante, por lo que aquí únicamente se presentan resultados numéricos.



En la *Figura 6.5* se muestran resultados correspondientes a los dos gaps axiales considerados. Los resultados de la *Figura 6.5* revelan que la eficiencia hidráulica es mayor cuando la separación entre estator y rotor es menor, como es lógico puesto que la componente tangencial de la fuerza sobre el álabe es mayor en dicho caso, tal y como se pondrá de manifiesto en el apartado correspondiente a la caracterización del flujo en la soplante cuando se analicen las distribuciones numéricas obtenidas para las componentes de los esfuerzos soportados por los álabes del rotor. En cualquier caso, con ambos gaps se obtienen rendimientos hidráulicos muy buenos, por encima del 85% en todos los instantes temporales. Evidentemente, la evolución temporal de la eficiencia hidráulica mostrada en la *Figura 6.5* es periódica con el período de paso de directriz.

- **Componentes estacionarias de la velocidad.**

A continuación se exponen los resultados obtenidos experimentalmente con la sonda de cinco orificios para las componentes de la velocidad y el campo de presiones estacionarios que se desarrolla en la soplante. Los primeros ensayos llevados a cabo en el banco experimental fueron realizados con la sonda de cinco orificios con vistas a obtener, por una parte, una primera aproximación a los fenómenos del flujo que tenían lugar en la soplante, y por otra, con el objetivo de establecer una metodología experimental (discretización espacial y planos de medida) para la adquisición de las medidas de anemometría térmica. Por ello se presentan aquí – dentro del funcionamiento global del ventilador – dichos resultados experimentales. Por tratarse de resultados estacionarios no será posible en ningún caso observar fenómenos relacionados con el paso de los álabes del rotor, sino únicamente fenómenos asociados a la presencia de las directrices del estator.

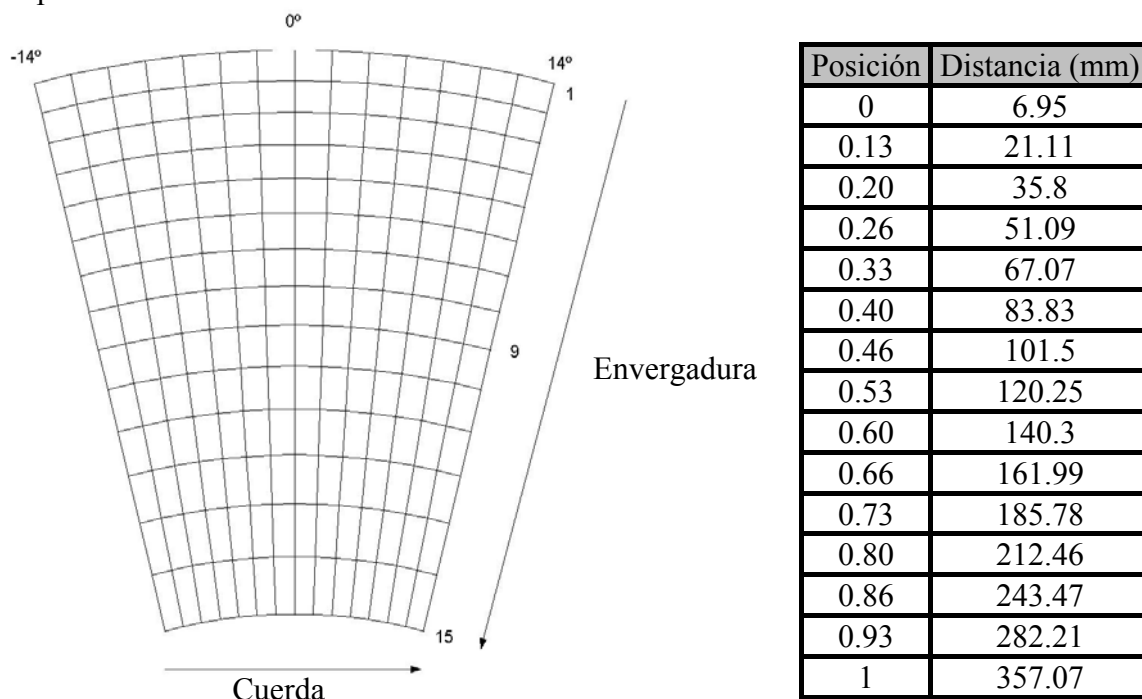


Figura 6.6. Posiciones radiales y circunferenciales de un sector completo de directriz.

Tanto para los resultados experimentales obtenidos con la sonda de cinco orificios (FHP), como para los resultados numéricos del modelo tridimensional y las medidas con anemometría térmica (DHW) que se presentarán en el siguiente apartado, las

componentes de la velocidad se representan para dos planos situados en dos posiciones axiales: uno entre los haces del ventilador (a 15 mm del estator, plano D en las figuras) y otro detrás del rotor (a 80 mm del rotor, plano R en las figuras). Para cada uno de estos planos se representan dos sectores completos de directriz. Un sector de directriz corresponde, para una determinada posición axial, a un barrido en la dirección radial y a un barrido en la dirección circunferencial. En concreto, el sector de directriz coincide con las posiciones en las que se han realizado medidas experimentales con la sonda de cinco orificios y con la sonda de hilo caliente (15 posiciones radiales y 29 posiciones circunferenciales) tal y como se muestra en la *Figura 6.6* (las posiciones radiales se indican tomando como referencia la carcasa de punta del ventilador). Posteriormente el sector se duplica en las figuras para una mejor apreciación de los resultados. Para que la comparación entre resultados del modelo 3D y medidas en el banco de ensayos sea inmediata, los resultados numéricos obtenidos para las componentes de la velocidad que se expondrán en el siguiente apartado se representan también en dos sectores completos de directriz totalmente análogos a los experimentales. En todos los casos los sectores de directriz se muestran de forma que el lector observa los resultados desde una posición situada aguas abajo de dichos sectores (desde la salida de la turbomáquina). Los resultados estacionarios del campo de presiones obtenidos con la sonda de cinco orificios se muestran también en los planos entre haces y detrás del rotor para los mismos sectores de directriz que las componentes de la velocidad.

Como se puso de manifiesto en el *Capítulo 5* cuando se describió la metodología experimental empleada para la obtención del campo de velocidad con la sonda de cinco orificios, las medidas se han realizado sin el sistema de regulación del caudal del ventilador (entubamiento aguas arriba de la turbomáquina). El caudal nominal correspondiente al ventilador sin dicho sistema de regulación es de unos $17.25 \text{ m}^3/\text{s}$, y se ha denominado en las figuras como Q_d . Se presentan por tanto los resultados experimentales de la sonda de cinco orificios obtenidos para el caudal nominal Q_d y para las dos separaciones o gaps considerados entre haces (inferior G y superior $1.25G$).

En la *Figura 6.7* se muestra la **componente axial estacionaria de la velocidad** del flujo para dos gaps axiales (inferior G y superior $1.25G$) y caudal nominal de funcionamiento Q_d , en los planos entre haces y detrás del rotor. Dicha componente se ha adimensionalizado con el valor medio de la componente axial de la velocidad obtenido a partir del caudal de funcionamiento Q_d . Observando la *Figura 6.7* llama la atención el hecho de que en el plano entre haces no se capta la presencia de la capa límite de base. Lo anterior es consecuencia directa de la construcción del banco de ensayos, ya que el cubo del estator tiene un diámetro ligeramente inferior al diámetro del cubo del rotor, o dicho de otra forma, el cubo del rotor sobresale sobre la carcasa de cubo del ventilador. Además, las medidas en la posición 1 (ver *Figura 6.6*) se realizan a 5 mm de la carcasa de punta del ventilador, mientras que las medidas en la posición 15 se realizan a 10 mm de la carcasa de cubo de la turbomáquina. Como consecuencia directa de lo anterior, en las medidas realizadas en el plano detrás del rotor la capa límite de cubo es mucho más pronunciada de lo normal, debido a la variación de la sección de paso efectiva que tiene lugar en esa zona.

En el plano **entre haces** se observa claramente la presencia de dos estelas de las directrices, enmascaradas en la zona de punta por los efectos de capa límite. Para ambos gaps destaca la elevada uniformidad circunferencial de la distribución de la componente axial de la velocidad, aunque para la separación superior entre haces dicha uniformidad



es algo menor. Se observa además un aumento de la componente axial de la velocidad asociado a la cara de succión de las estelas de las directrices, más pronunciado en el caso del gap inferior.

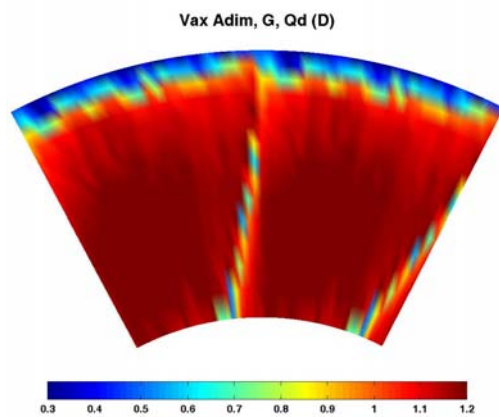


Fig.6.7.1. D, G, Qd.

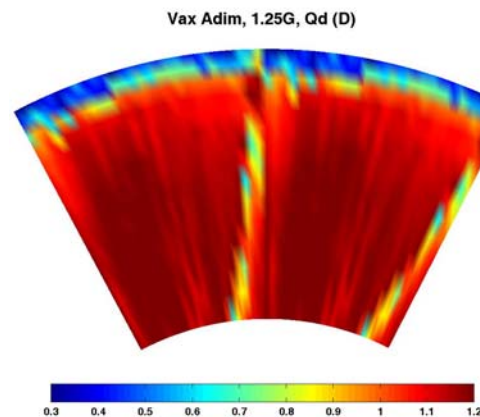


Fig.6.7.2. D, 1.25G, Qd.

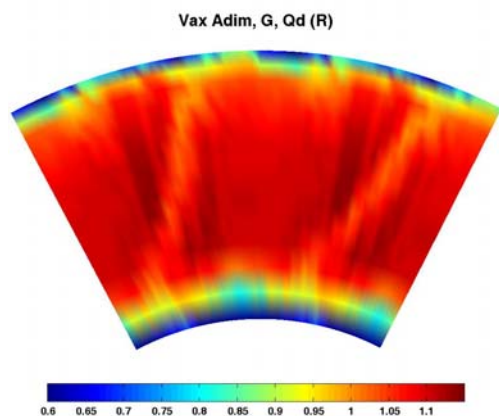


Fig.6.7.3. R, G, Qd.

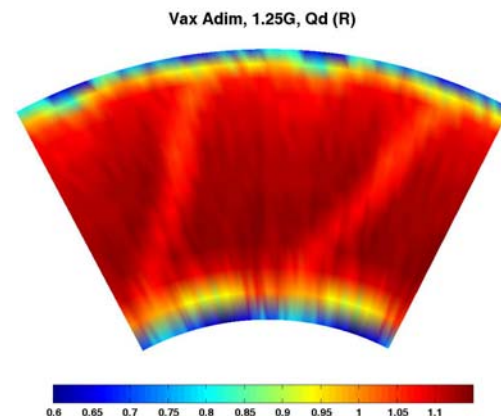


Fig.6.7.4. R, 1.25G, Qd.

Figura 6.7. Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Qd: resultados experimentales de la sonda de presión (FHP).

En el plano situado **detrás del rotor** – lógicamente por tratarse de resultados estacionarios – no es posible observar ningún efecto asociado al paso del rotor. En cambio, para ambos gaps axiales se observa la presencia de dos estelas residuales de las directrices del estator, evidentemente más difuminadas que en el plano entre haces como consecuencia del transporte y la difusión del flujo. Las estelas son más pronunciadas cuando la separación entre haces es menor. En este plano, los máximos de la componente axial de la velocidad tienden a concentrarse en la zona de envergadura media, perdiéndose uniformidad en la dirección radial respecto a las distribuciones obtenidas en el plano entre haces.

En la *Figura 6.8* se muestra la **componente circunferencial estacionaria de la velocidad** para el caudal nominal Qd y dos gaps axiales, obtenida en el plano entre haces y detrás del rotor. La componente circunferencial de la velocidad se ha adimensionalizado con la velocidad de arrastre en la punta de los álabes del rotor.



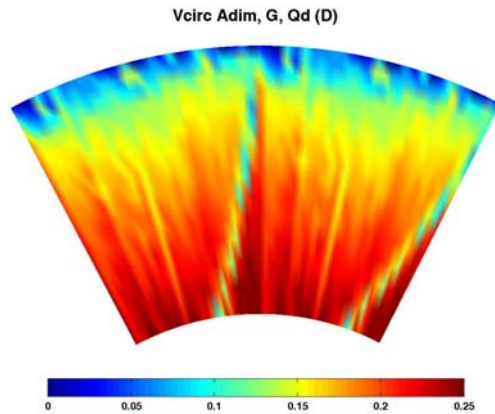


Fig.6.8.1. D, G, Qd.

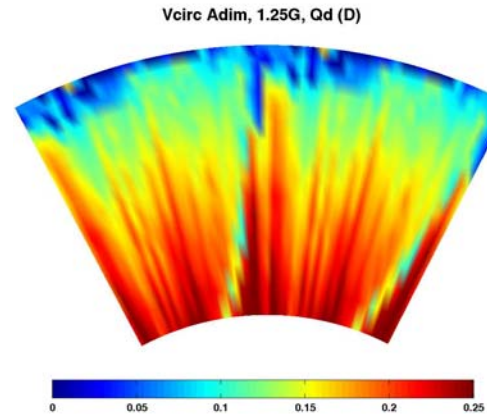


Fig.6.8.2. D, 1.25G, Qd.

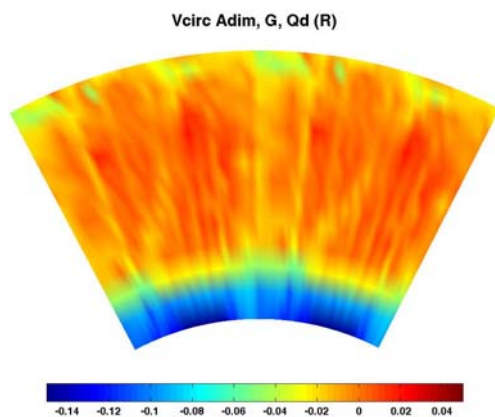


Fig.6.8.3. R, G, Qd.

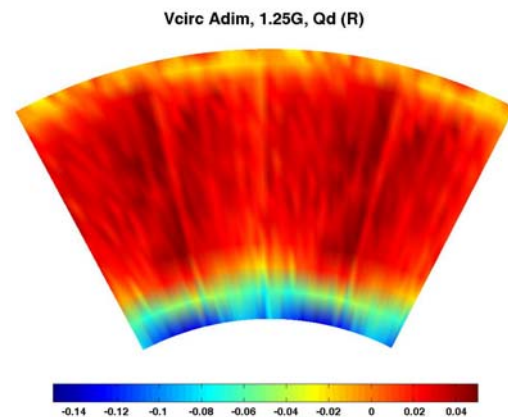


Fig.6.8.4. R, 1.25G, Qd.

Figura 6.8. Componente circunferencial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Qd: resultados experimentales de la sonda de presión (FHP).

En el plano **entre haces**, al igual que ocurría con la componente axial de la velocidad, no se observa la capa límite en la zona de base. En cambio, sí que se observa la presencia de dos estelas de las directrices. En el caso del gap inferior la componente circunferencial de la velocidad presenta una elevada uniformidad en la dirección tangencial, que se pierde en parte cuando aumenta la separación entre haces.

En el plano **detrás del rotor**, por tratarse de resultados estacionarios no se observa ningún efecto debido al paso de los álabes, y las estelas de las directrices sólo se observan para la configuración de gap axial inferior. En cambio, al contrario de lo que ocurría en el plano entre haces, la mayor uniformidad en la dirección tangencial se obtiene con el gap superior. Evidentemente, por tratarse del caudal nominal Qd, los valores de la componente circunferencial de la velocidad a la salida del rotor son prácticamente nulos, confirmando que el flujo a la salida de la etapa es básicamente axial.

La Figura 6.9 muestra los mapas obtenidos para el **ángulo azimutal estacionario** del flujo en el plano entre haces y detrás del rotor para dos gaps y caudal nominal Qd. Dicho ángulo azimutal se ha obtenido dividiendo la componente radial estacionaria de la velocidad entre la componente axial, y se muestra en grados.



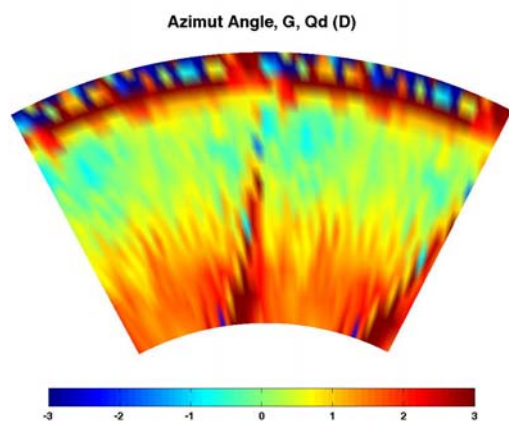


Fig.6.9.1. D, G, Qd.

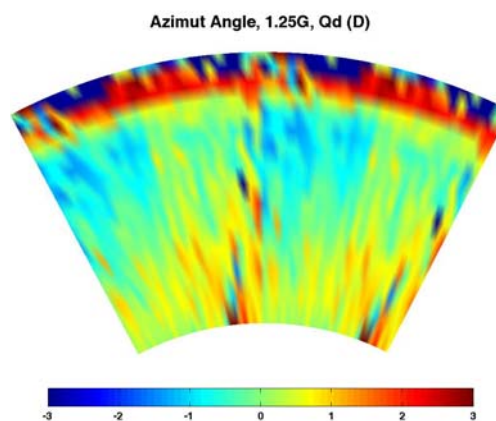


Fig.6.9.2. D, 1.25G, Qd.

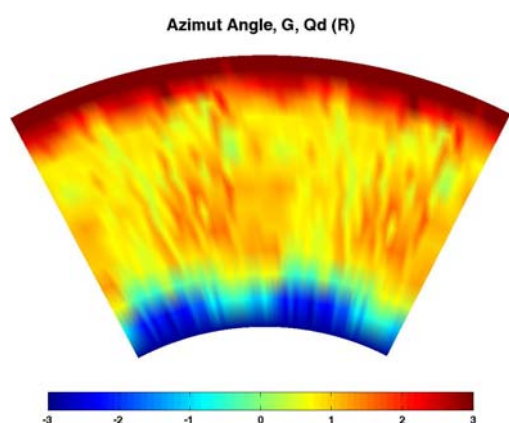


Fig.6.9.3. R, G, Qd.

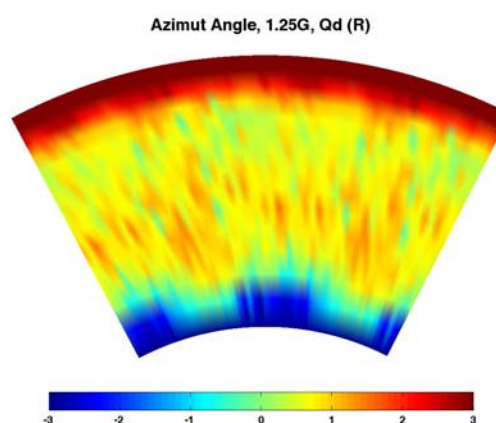


Fig.6.9.4. R, 1.25G, Qd.

Figura 6.9. Ángulo azimutal promedio en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Qd: resultados experimentales de la sonda de presión (FHP).

Entre haces se observa nuevamente la presencia de las estelas de las directrices del estator. En la zona de base el flujo es ascendente en la cara de succión de las directrices, mientras que es descendente en la cara de presión. Por el contrario, en la zona de punta el flujo parece ser descendente en la cara de succión y ascendente en la de presión, aunque esta tendencia queda en parte enmascarada por los efectos de capa límite. Lo anterior pone de manifiesto la presencia de corrientes secundarias en el núcleo, asociadas a dos vórtices: uno de punta con sentido antihorario y otro de base con sentido horario. Además, cuando la separación entre escalones es menor hay una mayor tendencia ascendente del flujo asociado a la cara de succión de las estelas.

En el plano situado **detrás del rotor**, para ninguna de las dos separaciones entre etapas es posible observar la presencia de efectos debidos al paso del rotor ni la presencia de las estelas de las directrices del estator. En la zona de base se detectan residuos del vórtice de base en sentido horario que había aparecido en el plano entre haces, pero no del vórtice de punta. No hay diferencias significativas entre gaps, apreciándose en ambos casos una elevada uniformidad en la dirección circunferencial. Tanto en este plano como entre haces, la magnitud del ángulo azimutal estacionario del flujo es muy pequeña, como es lógico a partir de la condición de equilibrio radial impuesta en la etapa de diseño de la soplante.



- **Campo estacionario de presión.**

Se muestra aquí el campo estacionario de presiones obtenido experimentalmente para varias configuraciones de funcionamiento del ventilador. En concreto, se van a mostrar los resultados correspondientes al campo de presiones estáticas estacionarias obtenidas a partir de las medidas experimentales con la sonda de presión de cinco orificios para dos gaps axiales y caudal nominal Q_d , y con los transductores piezoeléctricos para dos gaps axiales y tres caudales de funcionamiento distintos (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$) siguiendo la metodología expuesta en el *Capítulo 5*. Al contrario que las presiones estáticas obtenidas con la sonda de cinco orificios, las fluctuaciones de presión experimentales se han obtenido para posiciones circunferenciales (que abarcan un barrido circunferencial de un sector de directriz) situadas en la carcasa del ventilador sobre el rotor, y por tanto, para una única posición radial.

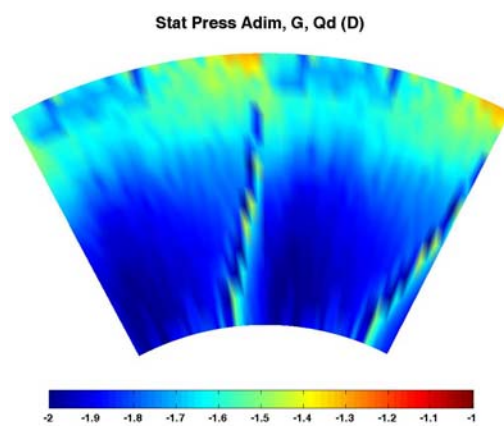


Fig.6.10.1. D, G, Q_d .

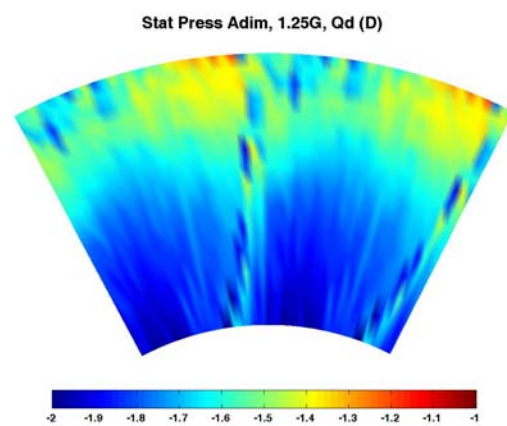


Fig.6.10.2. D, 1.25G, Q_d .

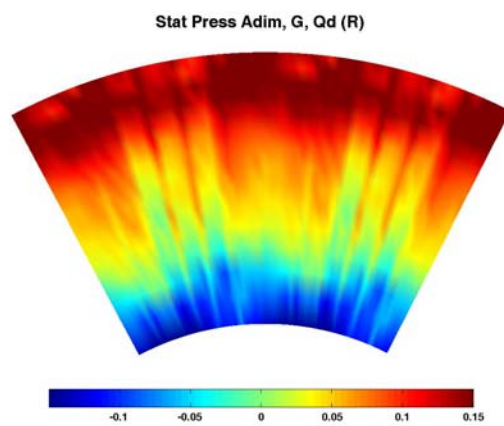


Fig.6.10.3. R, G, Q_d .

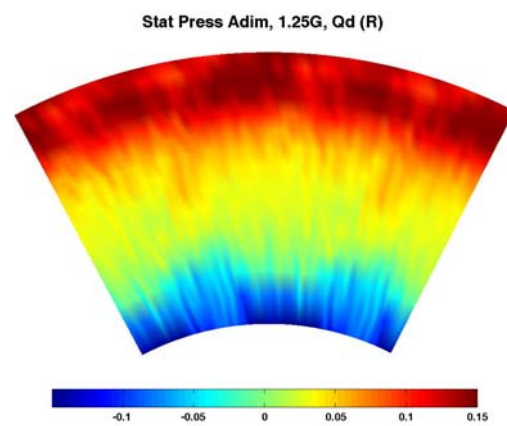


Fig.6.10.4. R, 1.25G, Q_d .

Figura 6.10. Presión estática media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal de funcionamiento Q_d : resultados experimentales de la sonda de presión (FHP).

En la *Figura 6.10* se muestran los resultados experimentales obtenidos con la sonda de cinco orificios para la **presión estática media** del flujo en el plano entre haces y detrás del rotor. Los resultados corresponden a dos gaps axiales diferentes (G y 1.25G) y al caudal nominal de funcionamiento Q_d , y se presentan adimensionalizados

con la presión dinámica correspondiente al valor medio de la componente axial de la velocidad obtenido a partir del caudal Q_d .

En los resultados correspondientes al plano **entre haces** se observa que las estelas de las directrices son mucho más pronunciadas con el gap axial inferior que con el gap superior. Para ambos gaps axiales las máximas presiones estáticas medias se alcanzan en la zona de punta y las mínimas en la zona de cubo, como consecuencia de la condición de equilibrio radial impuesta en la etapa de diseño de la turbomáquina. Además, con el gap superior (1.25G) se aprecia un aumento de la presión estática media en la zona de punta y el efecto de la capa límite en dicha zona es menos acusado que con la separación inferior entre coronas.

En el plano **detrás del rotor**, los patrones de la presión estática media en los dos sectores de directriz son prácticamente idénticos para ambos gaps, presentando una elevada uniformidad espacial en la dirección circunferencial. Al igual que en el plano entre haces, en la dirección de envergadura las máximas presiones estáticas medias aparecen en la punta y las mínimas en el cubo. Para el gap inferior en la zona de envergadura media se alcanzan mayores valores de la presión estática. Con ninguno de los dos gaps es posible observar ya las estelas de las directrices a la salida del rotor.

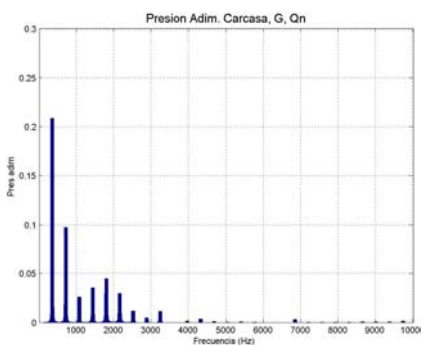


Fig. 6.11.1. G, Q_n .

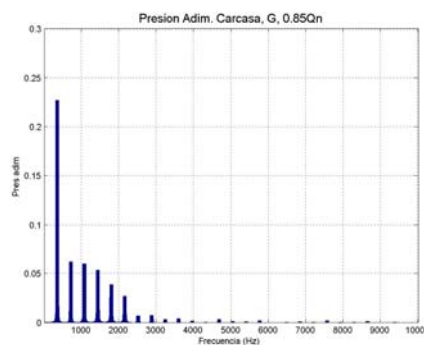


Fig. 6.11.2. $G, 0.85Q_n$.

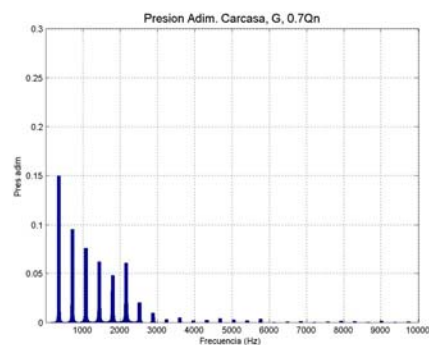


Fig. 6.11.3. $G, 0.7Q_n$.

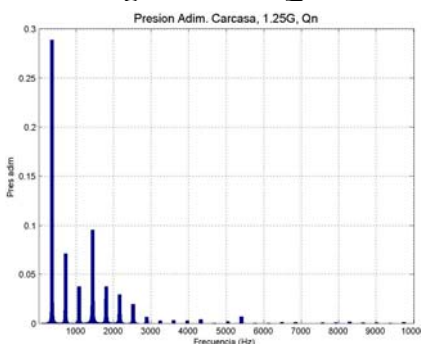


Fig. 6.11.4. $1.25G, Q_n$.

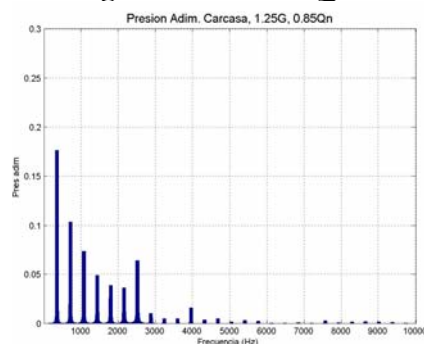


Fig. 6.11.5. $1.25G, 0.85Q_n$.

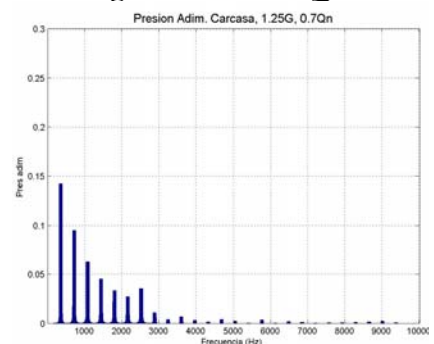


Fig. 6.11.6. $1.25G, 0.7Q_n$.

Figura 6.11. FFT de la presión estática promediada en la carcasa sobre el rotor, para dos gaps axiales (G y $1.25G$) y para tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados experimentales de los transductores piezoeléctricos.

En la *Figura 6.11* se muestran los espectros de frecuencia correspondientes a la **presión estática promediada** (a un paso de álabe) en la carcasa del ventilador sobre el rotor. Los resultados corresponden a dos gaps axiales diferentes (G y $1.25G$) y a tres caudales de funcionamiento distintos (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$), y se presentan



adimensionalizados con la presión dinámica correspondiente a la velocidad de arrastre en la punta de los álabes del rotor. Las medidas de la presión estática obtenidas con los transductores piezoeléctricos se han promediado a un paso de álabes del rotor. La intención de dicho promedio es eliminar la componente aleatoria de la señal con vistas a observar mejor los armónicos de la señal de presión estática tras la aplicación del algoritmo FFT.

Observando la *Figura 6.11* se aprecia que para el caudal nominal de funcionamiento del ventilador (*Figura 6.11.1* y *Figura 6.11.4*), al aumentar el gap axial entre estator y rotor aumenta la amplitud del pico de presión estática media a la frecuencia de paso de álabes (360 Hz). En cambio, para el caudal intermedio (0.85Qn) y el inferior (0.7Qn) al aumentar el gap se produce una disminución de la amplitud del pico de presión estática media a dicha frecuencia de paso de álabes (BPF). Para el gap superior (1.25G) a medida que disminuye el caudal se produce un aumento del pico a la BPF (*Figura 6.11.4*, *Figura 6.11.5* y *Figura 6.11.6*). En cambio con el gap inferior (G) la amplitud máxima del pico de presión a la frecuencia de paso de álabes se alcanza para el caudal intermedio (0.85Qn) y la mínima se alcanza para el caudal inferior (0.7Qn). En ninguno de los casos mostrados en la *Figura 6.11* se aprecian picos de amplitud destacables a la frecuencia de 4680 Hz, correspondiente al armónico trece de la frecuencia de paso de álabes (y por tanto relacionada con la estela de las directrices puesto que hay trece directrices guía de entrada). Tanto para los tres caudales considerados como para los dos gaps axiales entre estator y rotor, los picos de la presión estática promediada en la carcasa del ventilador sobre el rotor aparecen a las frecuencias bajas del espectro y son prácticamente inexistentes a las frecuencias altas.

6.3. CARACTERIZACIÓN DEL FLUJO DEL VENTILADOR.

En este apartado se presentan los resultados obtenidos a partir de la caracterización, tanto numérica como experimental, del campo de flujo desarrollado en la turbomáquina. Los resultados numéricos se han obtenido a partir de simulaciones del modelo numérico tridimensional del ventilador explicado en el *Capítulo 4*. Los resultados experimentales corresponden a medidas realizadas con anemometría térmica mediante una sonda de dos hilos (DHW) y con los transductores de presión piezoeléctricos, siguiendo la metodología expuesta en el *Capítulo 5*. El apartado se divide en dos grandes bloques, uno correspondiente a los resultados promediados del campo de flujo, y otro correspondiente a los resultados instantáneos o fluctuaciones del mismo. A su vez, cada uno de estos bloques se divide en varias partes correspondientes a cada una de las magnitudes del flujo que se examinan: resultados obtenidos para el campo de velocidad del flujo, para el campo de vorticidad, y, dentro de los resultados no estacionarios, para el campo de presiones y las fuerzas sobre álabes y directrices. Para completar este apartado se realiza también una comparación entre los resultados numéricos de la interacción estator-rotor obtenidos mediante un esquema de turbulencia LES y mediante un esquema de turbulencia RSM, y se exponen los motivos que han llevado a la elección del modelo LES para la realización de las simulaciones.

6.3.1. Resultados promediados.

En esta sección se muestran los resultados promediados a un paso de álabes del rotor, del campo de velocidad (resultados numéricos y experimentales) y del campo de vorticidad (resultados numéricos) que se desarrollan en el ventilador axial. Los



resultados experimentales corresponden a las medidas realizadas con la sonda de anemometría térmica de dos hilos (DHW). Dichos resultados son intrínsecamente no estacionarios, por lo que sus valores medios se han obtenido realizando un doble proceso de promediado de las fluctuaciones: promediado turbulento (“phase-averaged”) para eliminar las componentes estocásticas de la señal, y promedio a un paso de álabe del rotor (“passage-averaged”) con vistas a obtener la distribución espacial de los resultados. Numéricamente, los resultados no estacionarios obtenidos con el modelo tridimensional también han sido promediados a un paso de álabe del rotor. Como consecuencia del doble proceso de promediado, en los resultados promedio todo efecto inducido por el rotor queda enmascarado en las representaciones y sólo se apreciarán características del flujo medio relacionadas con la presencia de las directrices. La necesidad de simplificar la enorme cantidad de información obtenida con el modelo numérico y la anemometría térmica, es el motivo por el que se realiza una revisión de los resultados promedio del flujo. Todos los resultados han sido tratados mediante el software comercial Matlab.

Como se comentó en la exposición de los resultados experimentales obtenidos con la sonda de cinco orificios, las componentes de la velocidad y la magnitud del campo de vorticidad se representan en este apartado sobre dos sectores completos de directriz (ver *Figura 6.6*), los cuales se observan desde la salida de la turbomáquina, para un plano situado entre haces (plano D en las figuras) y un plano situado detrás del rotor (plano R en las figuras). Experimentalmente, puesto que las medidas de anemometría térmica se han obtenido con una sonda de dos hilos, para el campo de velocidades promedio del flujo se dispone únicamente de las componentes axial y circunferencial. En cambio, con el modelo numérico se presenta también, además de las componentes axial y circunferencial de la velocidad, el ángulo azimutal promedio del flujo. En cuanto a la magnitud de la vorticidad, puesto que para calcularla es necesario conocer las tres componentes de la velocidad y sus variaciones en las tres direcciones espaciales (axial, circunferencial y radial), de las que no se dispone experimentalmente con suficiente precisión, únicamente se presentan resultados obtenidos con el modelo numérico 3D.

6.3.1.1. Campo de velocidades promedio.

Se presentan aquí los mapas promediados a un paso de álabe del rotor que se han obtenido para las componentes de la velocidad a partir de medidas de anemometría térmica (DHW) y simulaciones del modelo numérico tridimensional. Los resultados corresponden a distintas configuraciones de funcionamiento del ventilador, en particular dos gaps axiales o separaciones entre haces (inferior G y superior 1.25G) y tres caudales de funcionamiento distintos (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$). Como se puso de manifiesto en el *Capítulo 5* cuando se describió la metodología empleada para la obtención del campo de velocidades con hilo caliente, la adquisición de las medidas se realizó con el sistema de regulación del caudal (cono y entubamiento aguas arriba de la turbomáquina), y por tanto fue posible ensayar varios caudales. Dichos caudales se reprodujeron posteriormente en las simulaciones numéricas. En consecuencia, se muestran aquí resultados numéricos y experimentales correspondientes a los tres caudales considerados: caudal nominal (Q_n , $16.5 \text{ m}^3/\text{s}$), un 15% menos del caudal nominal ($0.85Q_n$, $13.5 \text{ m}^3/\text{s}$) y un 30% menos del caudal nominal ($0.7Q_n$, $11.5 \text{ m}^3/\text{s}$). Siempre que ha sido posible se ha intentado mantener la misma escala en todas las figuras; no obstante, en ocasiones ha sido necesario cambiarla para poder observar ciertas particularidades del campo de flujo.



En la *Figura 6.12* y en la *Figura 6.13* se muestra la **componente axial de la velocidad promedio** del flujo, obtenida respectivamente a partir de resultados experimentales de hilo caliente y de resultados numéricos. Las figuras corresponden a los dos gaps axiales y a los tres caudales de funcionamiento, y se representan para el plano entre haces y para el plano situado detrás del rotor en dos sectores completos de directriz. La componente axial de la velocidad media se ha obtenido promediando los resultados no estacionarios a un paso de álabe, y se ha adimensionalizado con el correspondiente valor medio de la componente axial de la velocidad obtenido a partir de cada caudal de funcionamiento.

En todos los casos mostrados en la *Figura 6.12* y en la *Figura 6.13* es posible apreciar los efectos de capa límite en base y punta, aunque éstos son mucho más pronunciados en los resultados experimentales que en los numéricos. Lo anterior es consecuencia de que las capas límite experimentales están influenciadas por los efectos fluidodinámicos (separación, desprendimiento, etc.) generados en la base y en la punta de los álabes, mientras que en los resultados numéricos estos efectos están muy amortiguados. Si se observan los resultados de hilo caliente correspondientes al plano entre haces (*Figura 6.12.1* a *Figura 6.12.6*), se aprecia como el efecto de la capa límite es mucho más pronunciado en la zona de punta que en la zona de cubo del ventilador. Este hecho es consecuencia directa de la construcción del banco de ensayos, ya que – como se ha comentado – el cubo del estator tiene un diámetro ligeramente inferior al diámetro del cubo del rotor. Como consecuencia directa de lo anterior – al igual que ocurría con las medidas de la sonda de cinco orificios – en las medidas realizadas en el plano detrás del rotor (*Figura 6.12.7* a *Figura 6.12.12*) la capa límite de cubo es mucho más pronunciada de lo normal (debido a la variación de la sección de paso efectiva que tiene lugar en esa zona).

En todos los resultados numéricos y experimentales correspondientes al plano **entre haces** se aprecian claramente las estelas definidas de dos directrices. Dichas estelas quedan enmascaradas por los efectos de capa límite de punta en los resultados de hilo caliente. A caudal nominal y para el gap inferior, en los resultados de anemometría térmica los máximos de la componente axial de la velocidad media se concentran cerca de la zona de cubo y disminuyen en la zona de punta, mientras que en los resultados numéricos se obtiene una distribución radial mucho más uniforme, observándose en estos últimos un aumento de la componente axial de la velocidad media en la cara de succión de las estelas de las directrices (*Figura 6.13.1*). Numéricamente apenas se observan diferencias entre los dos gaps axiales para un mismo caudal de funcionamiento, obteniéndose distribuciones circunferenciales de la componente axial de la velocidad media muy uniformes, salvo por la presencia de las estelas de las directrices. En cambio, experimentalmente con el gap inferior (*Figura 6.12.1* a *Figura 6.12.3*) los máximos de la componente axial de la velocidad media tienden a concentrarse en la mitad inferior de la envergadura (más cerca de la base), mientras que con el gap superior (*Figura 6.12.4* a *Figura 6.12.6*) la distribución radial de dicha componente es mucho más uniforme. También con estos resultados la distribución circunferencial de la componente axial de la velocidad media es muy uniforme para ambos gaps, y las estelas de las directrices están más definidas con el gap inferior. El comportamiento previo de los resultados de hilo caliente pone de manifiesto que cuando la distancia entre haces es menor, la interacción entre estator y rotor es más fuerte. Tanto experimental como numéricamente es posible observar con ambos gaps que cuando disminuye el caudal de funcionamiento del ventilador se produce un aumento de



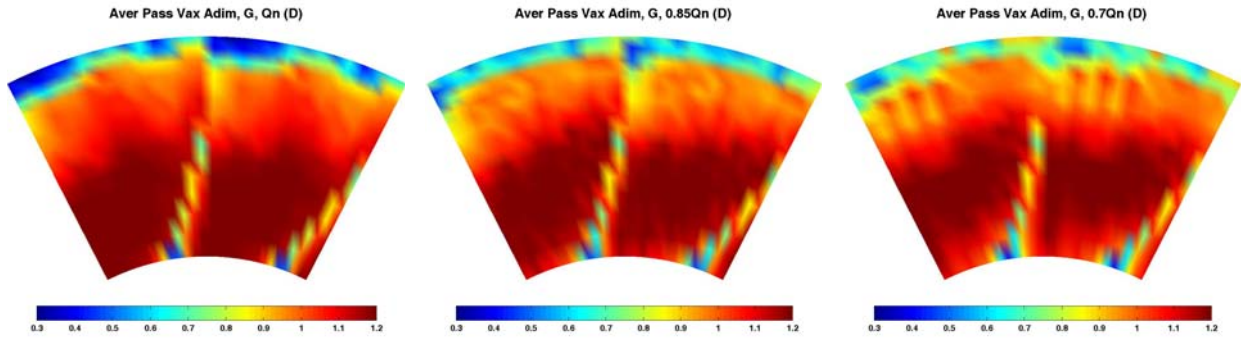


Fig.6.12.1. D, G, Q_n

Fig.6.12.2. D, G, $0.85Q_n$

Fig.6.12.3. D, G, $0.7Q_n$

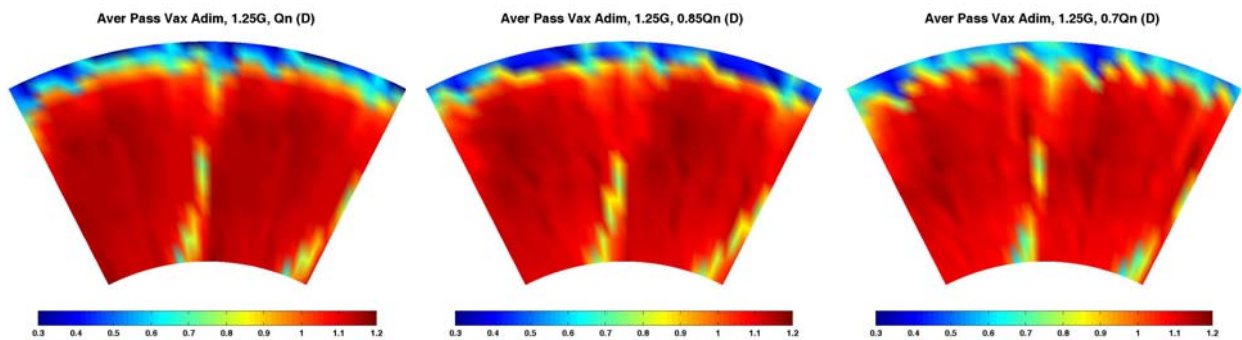


Fig.6.12.4. D, $1.25G$, Q_n

Fig.6.12.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

Fig.6.12.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

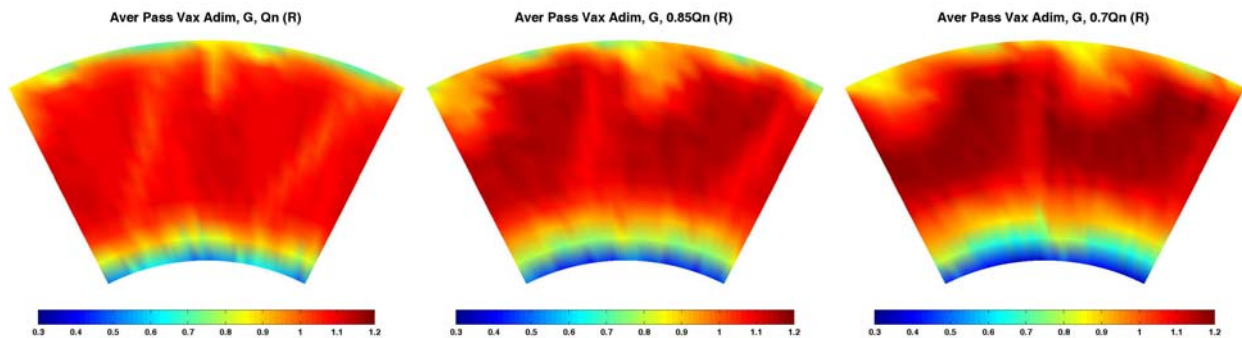


Fig.6.12.7. R, G, Q_n

Fig.6.12.8. R, G, $0.85Q_n$

Fig.6.12.9. R, G, $0.7Q_n$

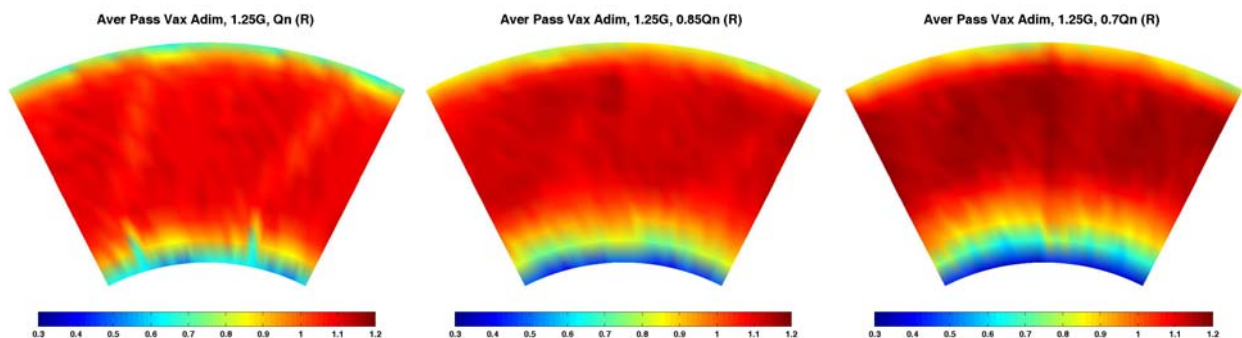


Fig.6.12.10. R, $1.25G$, Q_n

Fig.6.12.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

Fig.6.12.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.12. Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y $1.25G$) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados experimentales de hilo caliente (DHW).



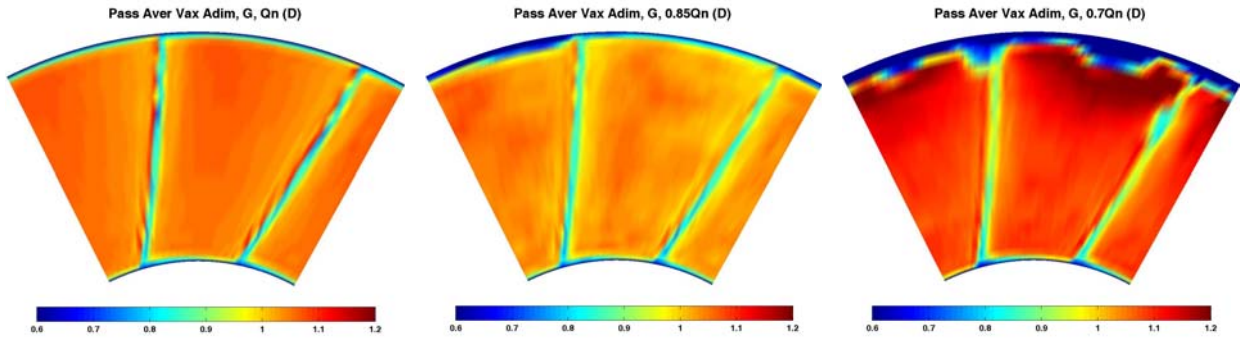


Fig.6.13.1. D, G, Q_n

Fig.6.13.2. D, G, $0.85Q_n$

Fig.6.13.3. D, G, $0.7Q_n$

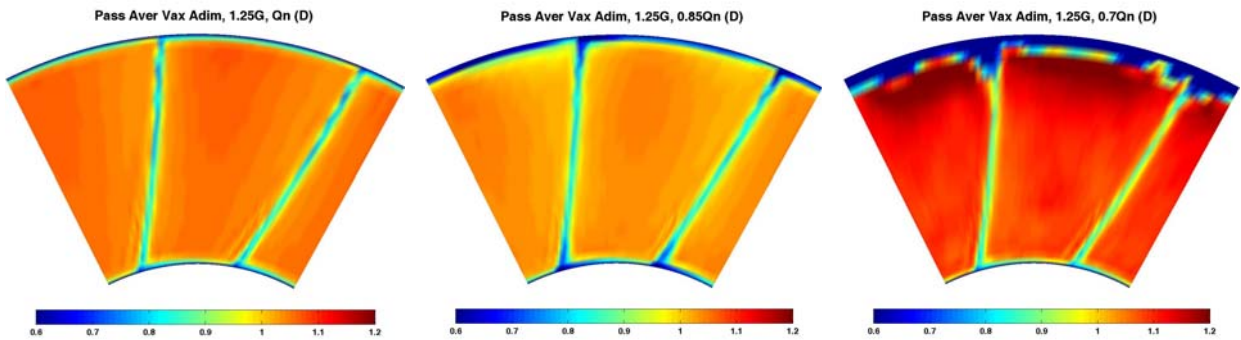


Fig.6.13.4. D, $1.25G$, Q_n

Fig.6.13.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

Fig.6.13.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

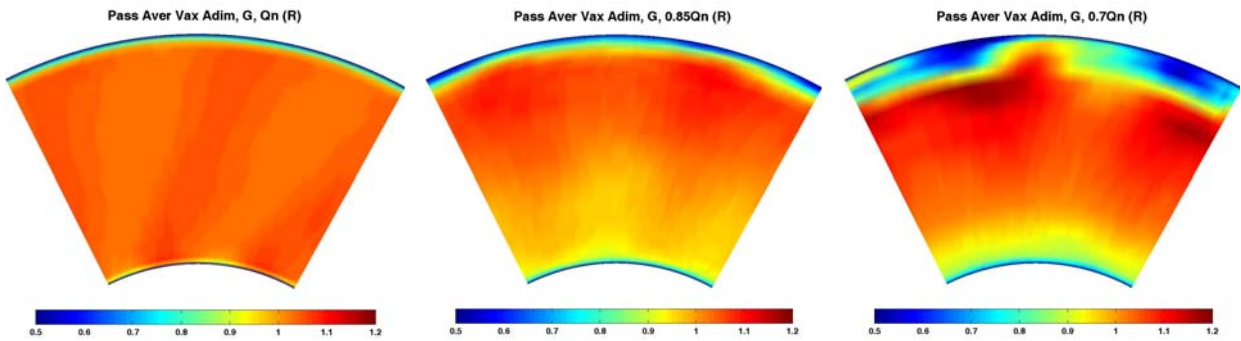


Fig.6.13.7. R, G, Q_n

Fig.6.13.8. R, G, $0.85Q_n$

Fig.6.13.9. R, G, $0.7Q_n$

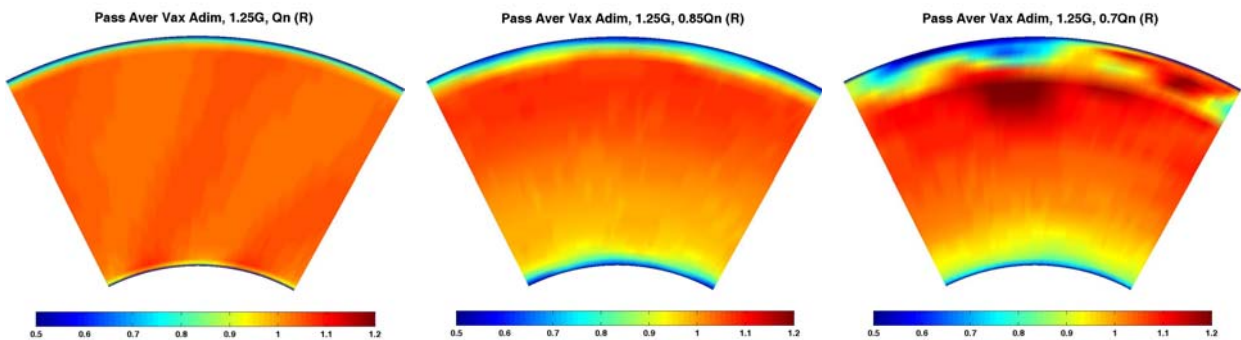


Fig.6.13.10. R, $1.25G$, Q_n

Fig.6.13.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

Fig.6.13.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.13. Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos del modelo tridimensional.



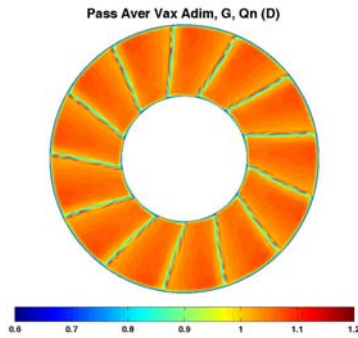


Fig.6.14.1. D, G, Q_n

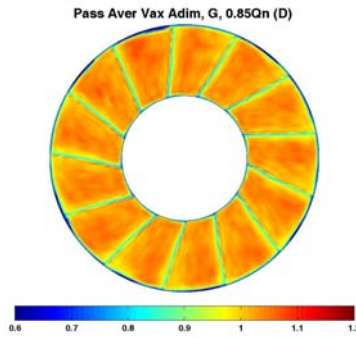


Fig.6.14.2. D, G, $0.85Q_n$

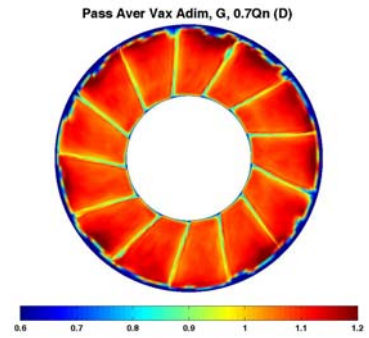


Fig.6.14.3. D, G, $0.7Q_n$

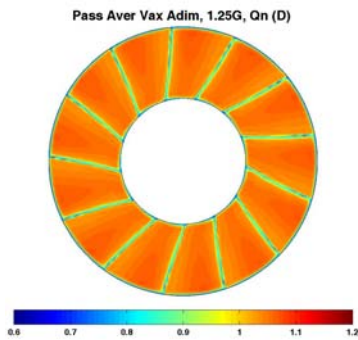


Fig.6.14.4. D, $1.25G$, Q_n

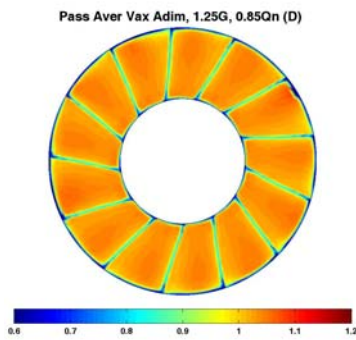


Fig.6.14.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

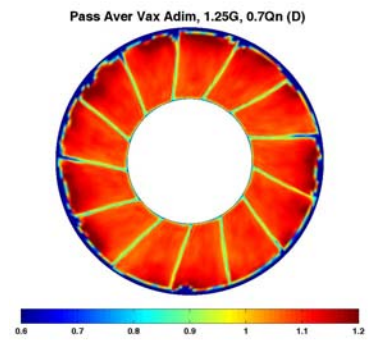


Fig.6.14.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

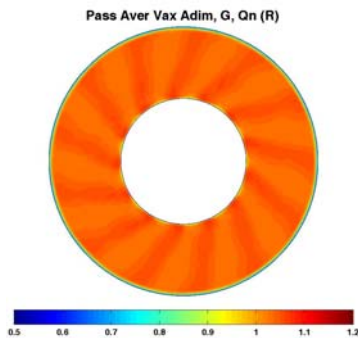


Fig.6.14.7. R, G, Q_n

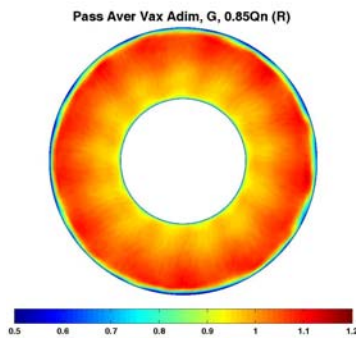


Fig.6.14.8. R, G, $0.85Q_n$

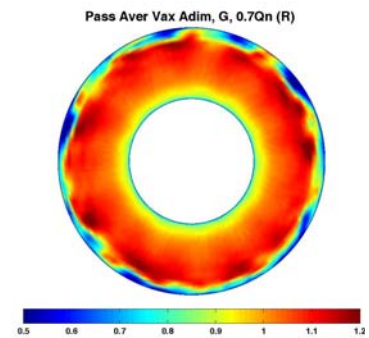


Fig.6.14.9. R, G, $0.7Q_n$

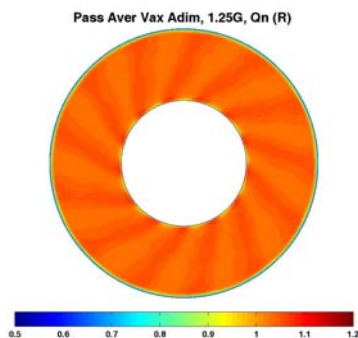


Fig.6.14.10. R, $1.25G$, Q_n

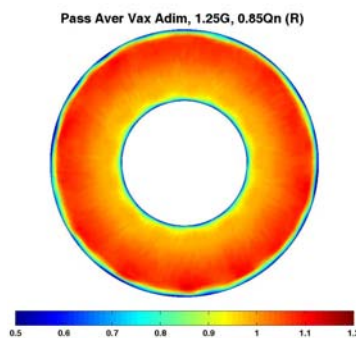


Fig.6.14.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

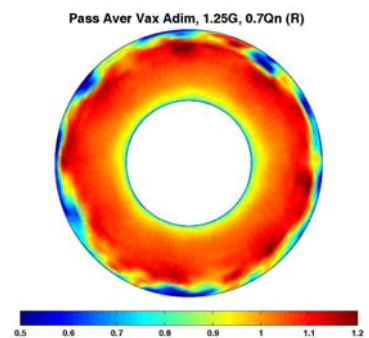


Fig.6.14.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.14. Componente axial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y $1.25G$) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, perímetro completo.

la capa límite de punta y el flujo tiende a desplazarse hacia arriba, es decir, los máximos de la componente axial de la velocidad media tienden a desplazarse hacia la zona de punta como consecuencia del bloqueo del flujo producido por el engrosamiento de la capa límite en dicha zona. Además, con ambos gaps se observa que al bajar el caudal de funcionamiento se produce un aumento del grosor de las estelas de las directrices, y se va perdiendo uniformidad en la dirección radial.

En los resultados experimentales y numéricos correspondientes al plano **detrás del rotor** (*Figura 6.12.7 a Figura 6.12.12 y Figura 6.13.7 a Figura 6.13.12*), tanto para gap inferior como superior solo es posible apreciar con claridad las estelas residuales de las directrices en el caso de caudal nominal de funcionamiento, aunque dichas estelas son mucho más difusas que en el plano entre haces como consecuencia del transporte y la difusión del flujo, y, en el caso de los resultados numéricos, también como consecuencia del modelo de turbulencia (esquema LES en este caso). A medida que disminuye el caudal las estelas se van difuminando cada vez más, de forma que para el caudal intermedio ($0.85Q_n$) sólo se aprecian en la zona de base y para el caudal inferior ($0.7Q_n$) son inapreciables. En los resultados de anemometría térmica, los máximos de la componente axial de la velocidad media se concentran a la altura de la envergadura media del ventilador, y disminuyen en las zonas de punta y cubo, sobre todo en ésta última. La disminución de las velocidades en la zona de cubo detrás del rotor no se debe propiamente a efectos de capa límite, sino más bien al bloqueo producido por los soportes de los álabes al cubo que dan lugar a una reducción de la sección de paso efectiva. Al igual que para el plano entre haces, los resultados numéricos para la componente axial de la velocidad media en el plano detrás del rotor son mucho más uniformes en la dirección radial que los resultados experimentales. La mayor uniformidad en la dirección radial de los resultados del modelo tridimensional es consecuencia de que las zonas de capa límite en cubo y punta ocupan extensiones radiales mucho menores que en las medidas de hilo caliente. Tanto experimental como numéricamente la componente axial de la velocidad media del flujo presenta una elevada uniformidad en la dirección circunferencial. Al disminuir el caudal de funcionamiento aumentan los efectos de la capa límite de punta y se va perdiendo uniformidad en la dirección radial. Numéricamente no existen diferencias significativas entre ambos gaps, salvo quizás que con el gap superior las estelas de las directrices se difunden antes al bajar el caudal. En cambio, experimentalmente en los resultados correspondientes al gap superior la componente axial de la velocidad media presenta una uniformidad espacial (radial y tangencial) mucho más elevada que en los resultados correspondientes al gap inferior. Para este último gap, cuando el ventilador funciona a carga parcial se observa el desarrollo de un vórtice o núcleo en la punta, el cual no está asociado al paso del rotor por tratarse de resultados promediados a un paso de álabe, sino que es consecuencia directa de la presencia de las directrices del estator.

En este punto es necesario resaltar que en los resultados numéricos obtenidos en ambos planos y para los dos gaps axiales, cuando los caudales de funcionamiento son inferiores al caudal nominal ($0.85Q_n$ y $0.7Q_n$), no se obtiene una periodicidad perfecta canal a canal, como pone de manifiesto la *Figura 6.14* en la que se muestra la componente axial de la velocidad media en todo el perímetro del ventilador para el plano entre haces y el situado detrás del rotor. Esta falta de periodicidad canal a canal es consecuencia de la generación de vórtices no estacionarios que incluye la modelización de la turbulencia con LES, y que se incrementa al disminuir el caudal de funcionamiento. La falta de periodicidad puede evitarse realizando promedios a varios



canales, pero esto implica un coste computacional excesivo. No obstante la falta de periodicidad local del flujo a bajos caudales, el modelo se ejecuta para condiciones estables del resto de las variables de funcionamiento globales. Las representaciones para el perímetro completo de todos los resultados numéricos pueden consultarse en el *Apéndice III*.

Cuantitativamente, para un mismo gap y un mismo caudal, la componente axial de la velocidad media es prácticamente idéntica para el plano situado entre haces y para el situado tras el rotor. Además, los valores de la componente axial de la velocidad media – teniendo en cuenta que las medias no son válidas estrictamente hablando para hacer una media de caudales puesto que no se captan adecuadamente los valores de capa límite – concuerdan bastante bien con los resultados obtenidos a partir del caudal en las curvas características de funcionamiento del ventilador. En general, puede decirse que el acuerdo entre los resultados experimentales y los numéricos es bastante bueno, salvo quizás en lo que a efectos de capa límite se refiere, mucho más pronunciados en los resultados de hilo caliente que en los del modelo tridimensional.

En la *Figura 6.15* y en la *Figura 6.16* se muestra la **componente circunferencial de la velocidad promedio absoluta** del flujo, obtenida respectivamente a partir de los resultados experimentales de hilo caliente y de los resultados numéricos, para los dos gaps axiales (G y $1.25G$) y para los tres caudales de funcionamiento (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$). Las distribuciones espaciales de la componente circunferencial de la velocidad media se han obtenido promediando los resultados no estacionarios a un paso de álabe, y se han adimensionalizado con el valor de la velocidad de arrastre en la punta de los álabes del rotor. Los resultados se representan para dos planos, el situado entre haces y el situado detrás del rotor, en dos sectores completos de directriz. Al igual que ocurría con la componente axial, en todos los resultados de la componente circunferencial de la velocidad media mostrados en la *Figura 6.15* y en la *Figura 6.16* se aprecian los efectos de capa límite, y también en este caso dichos efectos ocupan una menor extensión radial en las zonas de base y punta con el modelo numérico que con los resultados experimentales. Además, para estos últimos, en el plano entre haces no se capta la capa límite de base por motivos constructivos del banco de ensayos.

En el plano **entre haces** (*Figura 6.15.1* a *Figura 6.15.6* y *Figura 6.16.1* a *Figura 6.16.6*), la componente circunferencial de la velocidad media absoluta decrece de base a punta, tanto en los resultados experimentales como en los del modelo 3D. Puesto que los álabes del rotor de la soplante presentan una torsión a lo largo de la dirección radial, las directrices del estator se han diseñado también con una cierta torsión en la dirección de envergadura, de forma que sea posible garantizar que a la corriente se le induce la prerrotación necesaria a la entrada del rotor. Como consecuencia de lo anterior las directrices del estator producen una mayor deflexión del flujo en la base que en la punta y por tanto es lógico que la componente circunferencial de la velocidad media del flujo en el plano entre haces sea mayor en la zona de cubo que en la de punta. Por lo demás se observa que la componente circunferencial de la velocidad media presenta una gran uniformidad en la dirección tangencial, solo alterada por las estelas de las directrices, las cuales se observan tanto en los resultados de hilo caliente como en los del modelo tridimensional, y más definidas para la configuración de gap inferior que para la de gap superior. Para los tres caudales considerados, con el gap inferior las estelas de las directrices están más marcadas en la zona de punta que con el superior. En todos los casos tiene lugar una ligera disminución en la dirección radial de la componente



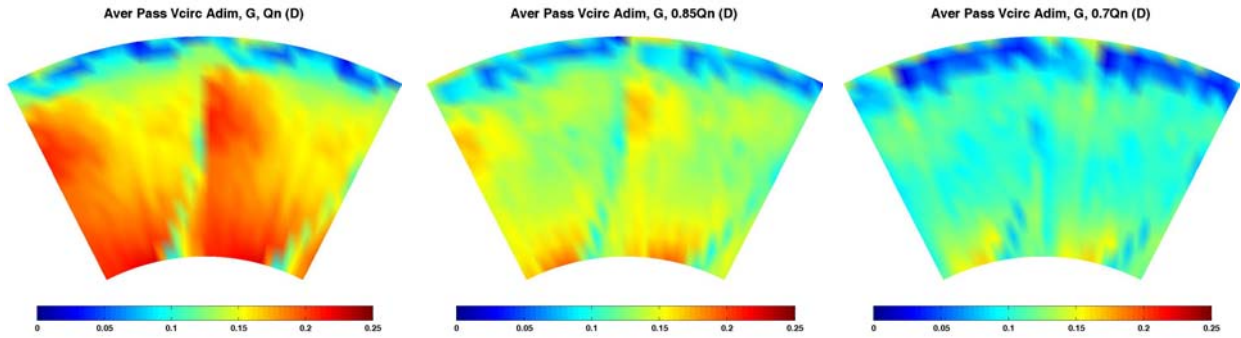


Fig.6.15.1. D, G, Q_n

Fig.6.15.2. D, G, $0.85Q_n$

Fig.6.15.3. D, G, $0.7Q_n$

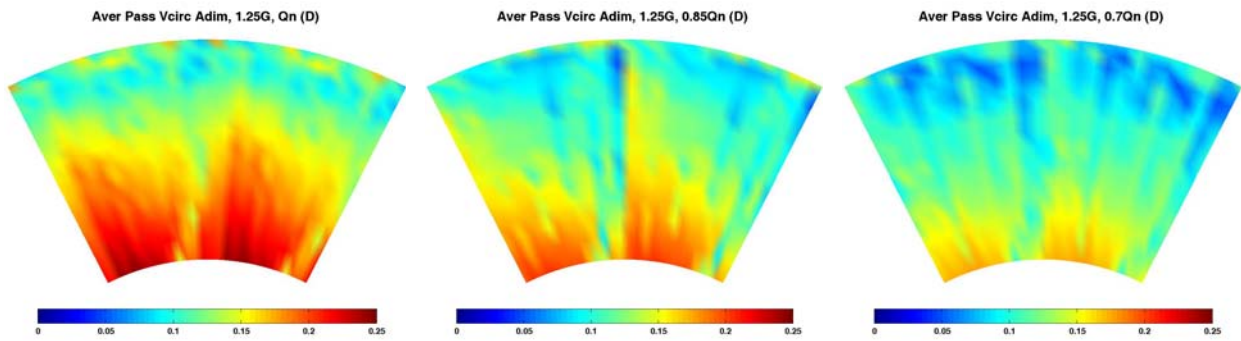


Fig.6.15.4. D, $1.25G$, Q_n

Fig.6.15.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

Fig.6.15.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

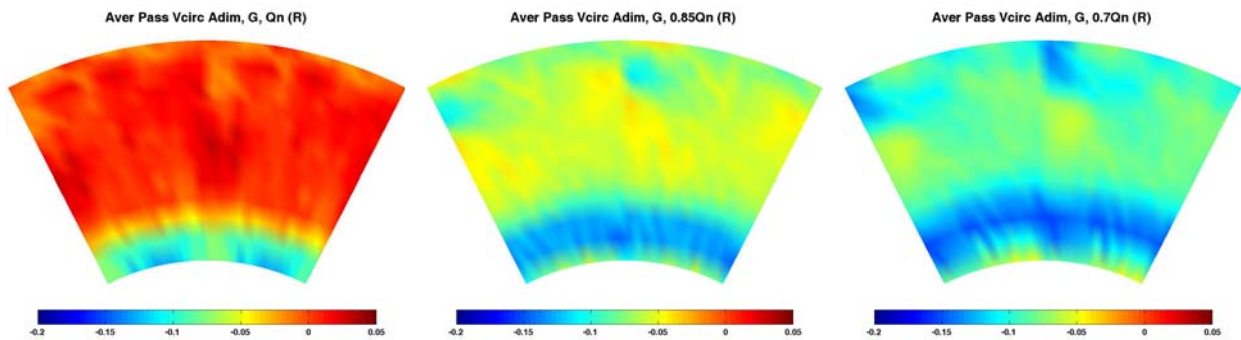


Fig.6.15.7. R, G, Q_n

Fig.6.15.8. R, G, $0.85Q_n$

Fig.6.15.9. R, G, $0.7Q_n$

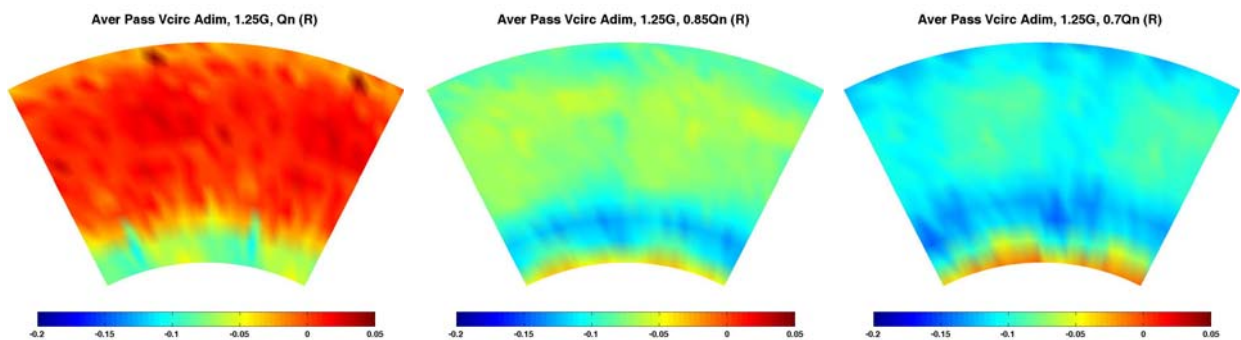


Fig.6.15.10. R, $1.25G$, Q_n

Fig.6.15.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

Fig.6.15.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.15. Componente circunferencial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados experimentales de hilo caliente (DHW).



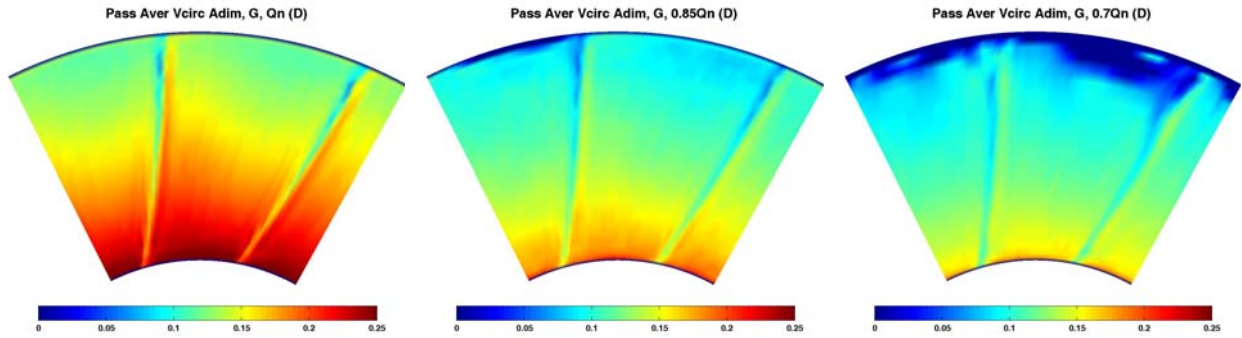


Fig.6.16.1. D, G, Q_n

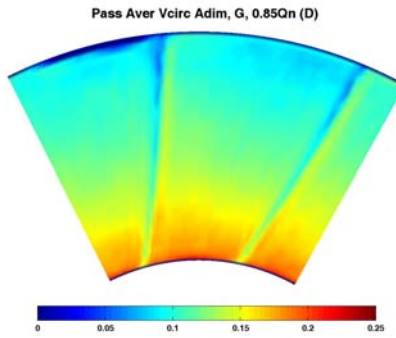


Fig.6.16.2. D, G, $0.85Q_n$

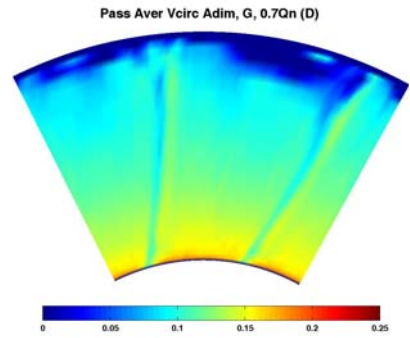


Fig.6.16.3. D, G, $0.7Q_n$

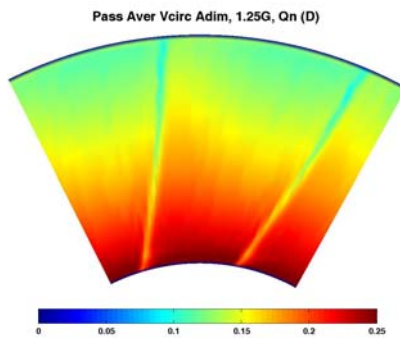


Fig.6.16.4. D, $1.25G$, Q_n

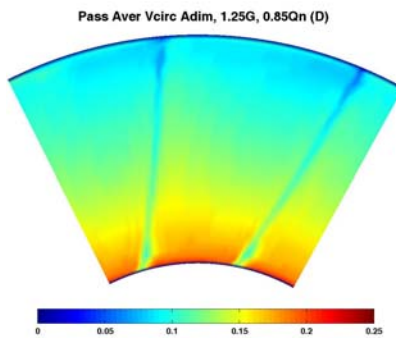


Fig.6.16.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

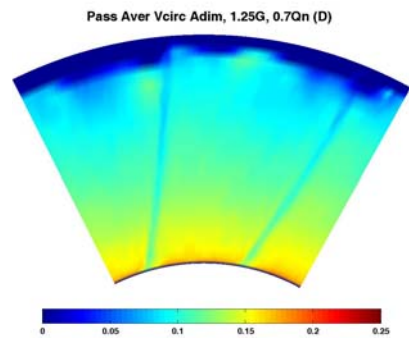


Fig.6.16.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

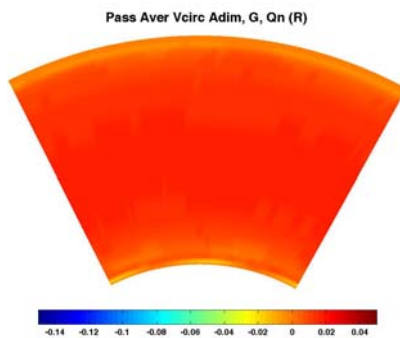


Fig.6.16.7. R, G, Q_n

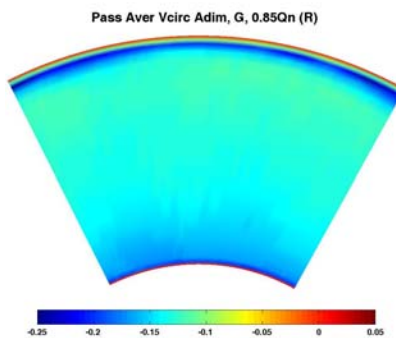


Fig.6.16.8. R, G, $0.85Q_n$

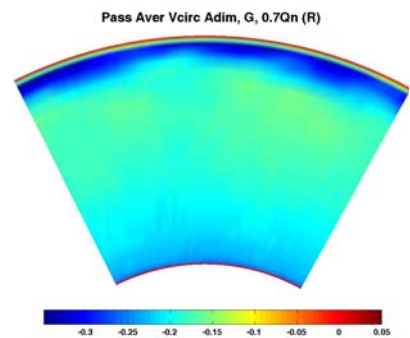


Fig.6.16.9. R, G, $0.7Q_n$

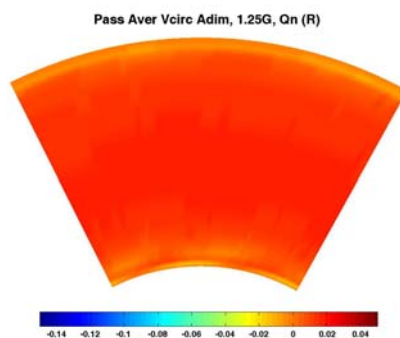


Fig.6.16.10. R, $1.25G$, Q_n

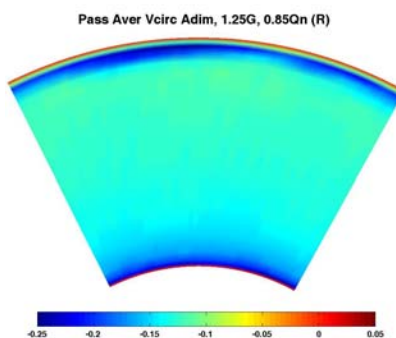


Fig.6.16.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

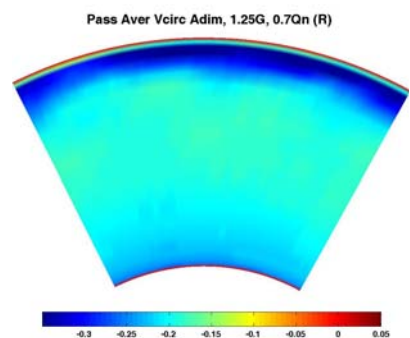


Fig.6.16.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.16. Componente circunferencial de la velocidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos del modelo tridimensional.

circunferencial de la velocidad media asociada a la cara de presión de las estelas de las directrices, y un aumento asociado a la cara de succión de las mismas, es decir, el flujo remonta un poco en la cara de succión. Al igual que ocurría con la componente axial de la velocidad media del flujo, a medida que disminuye el caudal de funcionamiento se produce para ambos gaps axiales un aumento de la capa límite en la zona de punta y un descenso acusado de la magnitud de la componente circunferencial de la velocidad media, es decir, el giro del flujo es más acusado en el caudal nominal de funcionamiento que en los caudales inferiores, perdiéndose el guiado del flujo en la zona de punta. Numéricamente no se observan diferencias significativas entre ambos gaps axiales en la zona del núcleo. En cambio, en los resultados de anemometría térmica los máximos de la componente circunferencial de la velocidad media absoluta del flujo están más concentrados en la zona de cubo cuando la separación axial entre las coronas de la soplante es mayor.

En el plano **detrás del rotor** (*Figura 6.15.7 a Figura 6.15.12 y Figura 6.16.7 a Figura 6.16.12*), la componente circunferencial de la velocidad media presenta una elevada uniformidad espacial tanto en la dirección de envergadura como en la dirección tangencial. La uniformidad en la dirección radial es más acusada en los resultados numéricos que en los experimentales (como consecuencia de que la capa límite ocupa una menor extensión radial en los resultados del modelo tridimensional). En ningún caso es posible apreciar las estelas de las directrices. Además, la componente circunferencial de la velocidad media tiende a cero, excepto en la base y en la punta, donde se mantiene una rotación residual en sentido contrario al giro. Todo lo anterior indica que el flujo a la salida del rotor es prácticamente axial, lo cual es lógico por motivos de diseño del ventilador (basado en la condición de vórtice libre). A medida que disminuye el caudal de funcionamiento, para ambos gaps aparece componente circunferencial de la velocidad media en sentido contrario al giro del ventilador (negativa), sobre todo en las zonas de base y punta. Ni con los resultados numéricos ni con los experimentales se aprecian diferencias significativas de la componente circunferencial de la velocidad media al variar el gap axial. En general, tanto en el plano situado entre haces como en el plano situado tras el rotor se observa un excelente acuerdo entre los resultados de hilo caliente y los del modelo 3D. Cualitativamente también existe un buen acuerdo entre los resultados obtenidos con la sonda de presión – que se mostraron en el apartado correspondiente a la caracterización del funcionamiento del ventilador – y los obtenidos con anemometría térmica. Cuantitativamente debe recordarse que los caudales ensayados con la sonda de cinco orificios y con el hilo caliente son ligeramente diferentes entre sí, lo que da lugar a discrepancias en la magnitud de la componente circunferencial de la velocidad media. En particular, en el plano entre haces la magnitud de la componente circunferencial de la velocidad media medida con la sonda de cinco orificios es superior a la medida con hilo caliente. Como además el caudal nominal correspondiente al hilo caliente (Q_n) es inferior al caudal nominal correspondiente a la sonda de cinco orificios (Q_d), el ángulo del flujo en el plano entre haces será superior para los resultados de la sonda de presión que para los resultados de la sonda de anemometría térmica. Por otra parte, en el plano situado tras el rotor, los resultados de la componente circunferencial de la velocidad media obtenidos con la sonda de cinco orificios muestran una mayor falta de uniformidad que el resto de resultados experimentales (DHW) y numéricos para esta componente.

En la *Figura 6.17* se representa el **ángulo azimutal promedio** del flujo (cociente entre la componente radial de la velocidad promedio del flujo y la componente axial)



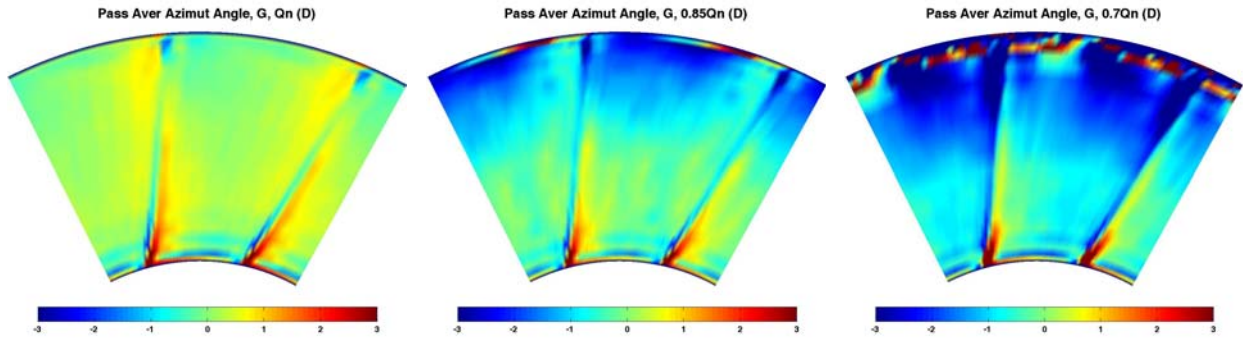


Fig.6.17.1. D, G, Qn

Fig.6.17.2. D, G, 0.85Qn

Fig.6.17.3. D, G, 0.7Qn

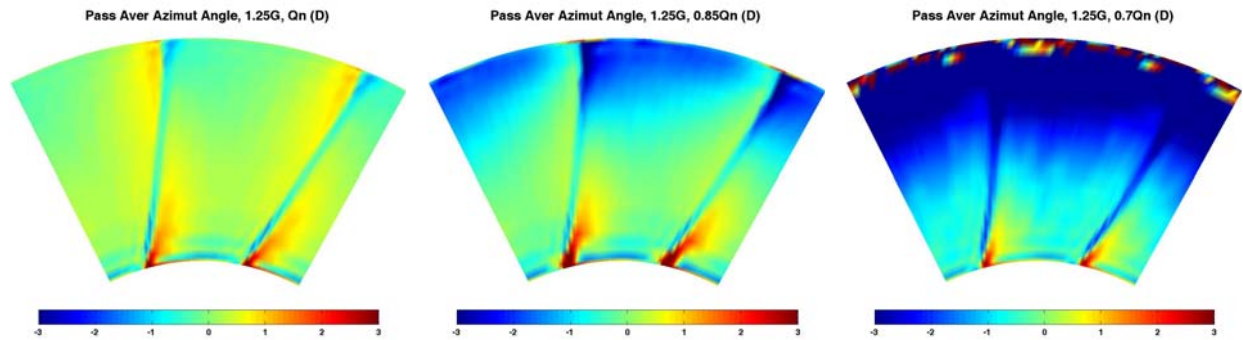


Fig.6.17.4. D, 1.25G, Qn

Fig.6.17.5. D, 1.25G, 0.85Qn

Fig.6.17.6. D, 1.25G, 0.7Qn

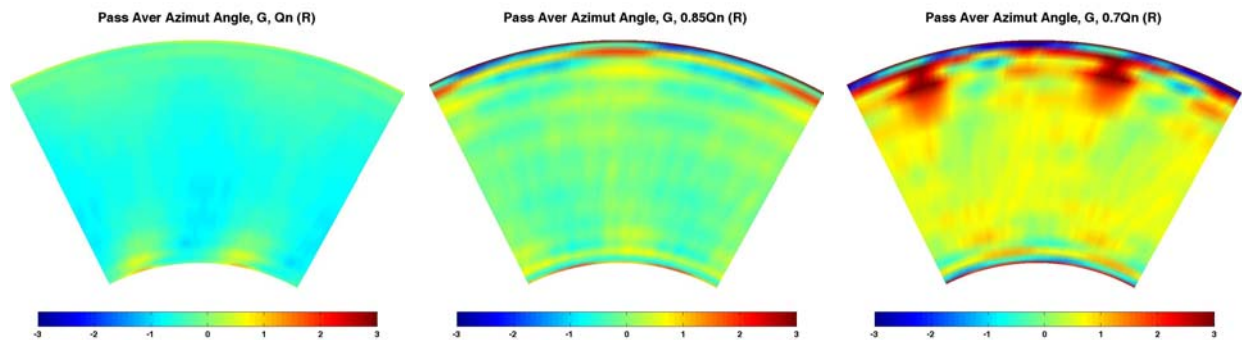


Fig.6.17.7. R, G, Qn

Fig.6.17.8. R, G, 0.85Qn

Fig.6.17.9. R, G, 0.7Qn

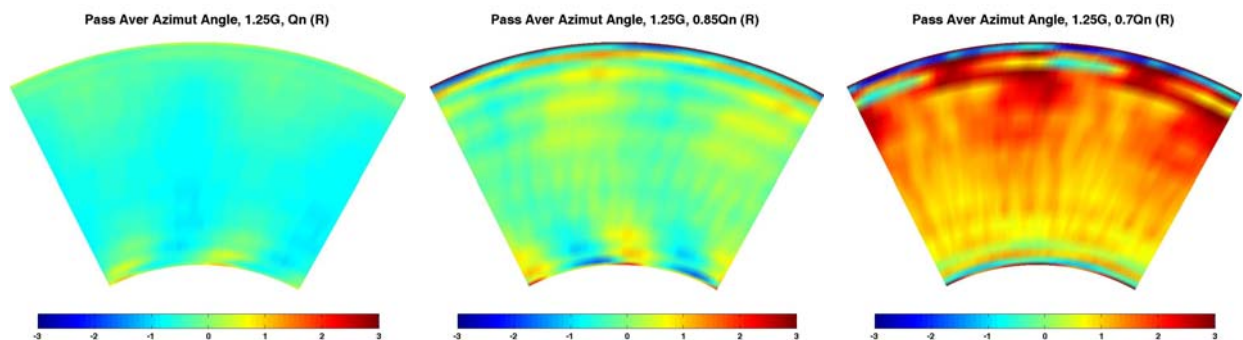


Fig.6.17.10. R, 1.25G, Qn

Fig.6.17.11. R, 1.25G, 0.85Qn

Fig.6.17.12. R, 1.25G, 0.7Qn

Figura 6.17. Ángulo azimutal promedio en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos del modelo tridimensional.



obtenido a partir de los resultados numéricos no estacionarios del modelo tridimensional promediados a un paso de álabe, en un plano entre haces y en un plano detrás del rotor para dos sectores completos de directriz. Los resultados corresponden a los dos gaps axiales (G y $1.25G$) y a los tres caudales de funcionamiento (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$), y se muestran en grados. Puesto que las medidas de anemometría térmica se han realizado con una sonda de dos hilos, no se dispone de la componente radial de la velocidad media del flujo, y en consecuencia no es posible calcular el ángulo azimutal a partir de dichos resultados experimentales.

En el plano **entre haces** (*Figura 6.17.1 a Figura 6.17.6*), se aprecian claramente las estelas de dos directrices, más definidas para el gap inferior que para el superior. Para el caudal nominal de funcionamiento con ambos gaps axiales se observa que en la zona de base el flujo en la cara de succión de las estelas de las directrices es ascendente, mientras que es descendente en la cara de presión de las mismas. En cambio, en la zona de punta el flujo es ascendente en la cara de presión de las estelas de las directrices y es descendente en la cara de succión de las mismas. Además se observa claramente la presencia de corrientes secundarias en el núcleo entre las estelas de las directrices. Dichas corrientes secundarias están asociadas a dos vórtices, uno de punta en sentido antihorario y otro de base en sentido horario. La principal diferencia entre ambos gaps se encuentra en que el flujo asociado a la cara de succión de las estelas de las directrices tiene una mayor tendencia ascendente para el gap inferior que para el superior, y los vórtices de cubo y punta son más pronunciados cuando la distancia entre estator y rotor es menor. Con ambos gaps, a caudal nominal de funcionamiento, el ángulo azimutal promedio en la dirección de envergadura es muy uniforme, pero a medida que disminuye el caudal se pierde dicha uniformidad, produciéndose un desprendimiento brutal del flujo en la zona de punta (sobre todo a $0.7Q_n$). El tamaño del vórtice generado en la base disminuye cuando el ventilador funciona a carga parcial.

En el plano situado **detrás del rotor** (*Figura 6.17.7 a Figura 6.17.12*), solo es posible observar estelas de las directrices en la zona de base para los casos de caudal nominal de funcionamiento, que también se observaban en los resultados obtenidos con la sonda de presión (*Figura 6.9*). La distribución espacial del ángulo azimutal promediado a un paso de álabe se caracteriza en este plano por una elevada uniformidad en la dirección circunferencial, y, aunque en menor grado, también en la dirección radial. En la zona de base se aprecian residuos del vórtice de base en sentido horario detectado en el plano entre haces, mientras que el vórtice de punta en sentido antihorario está ya muy difuminado. Las distribuciones espaciales del ángulo azimutal promedio son muy similares para ambos gaps axiales. Cuando el ventilador funciona a carga parcial, para ambos gaps se pierde uniformidad espacial en el patrón del ángulo azimutal promedio, superponiéndose el efecto del desprendimiento de vórtices en los resultados numéricos como consecuencia del modelo de turbulencia LES.

Es posible apreciar los efectos de capa límite en las zonas de base y punta para el plano entre haces y para el plano detrás del rotor. Además, en ambos planos la magnitud del ángulo azimutal promedio es muy pequeña (consecuencia directa de la baja magnitud de la componente radial de la velocidad media del flujo en dichos planos, que llega incluso a ser un orden de magnitud inferior a las componentes axial y circunferencial), como es lógico a partir de la condición de equilibrio radial por vórtice libre impuesta en la etapa de diseño de la turbomáquina. En general, y a pesar de la diferencia cuantitativa entre el caudal nominal de funcionamiento correspondiente a la



sonda de presión (Q_d) y el caudal nominal considerado en las simulaciones numéricas (Q_n), el acuerdo entre resultados numéricos y experimentales (mostrados en el apartado correspondiente a la caracterización del funcionamiento del ventilador, *Figura 6.9*) es excelente.

6.3.1.2. Campo de vorticidad promedio.

En esta sección se muestran las peculiaridades del campo promedio de vorticidad del flujo desarrollado en la soplante axial para varias configuraciones de funcionamiento de la misma. En particular, se consideran los casos correspondientes a las dos separaciones diferentes entre estator y rotor (gap inferior G y gap superior $1.25G$) y a los tres caudales de funcionamiento (caudal nominal Q_n , caudal intermedio $0.85Q_n$ y caudal inferior $0.7Q_n$). Ya se ha comentado que para obtener el campo de vorticidad es necesario conocer las tres componentes de la velocidad y sus variaciones en las tres direcciones espaciales, y puesto que experimentalmente no se dispone de datos que permitan obtener las variaciones de las componentes de la velocidad en la dirección axial con la suficiente precisión, para el campo de vorticidad del flujo se presentan únicamente resultados numéricos obtenidos a partir del modelo tridimensional explicado en el *Capítulo 4*. Los resultados promedio del campo de vorticidad se han obtenido realizando un promedio a paso de álabe del rotor de los resultados fluctuantes del mismo, y en consecuencia no se podrá observar en ellos ningún efecto asociado al paso del rotor.

En la *Figura 6.18* se muestran los resultados numéricos obtenidos para la **magnitud del campo de vorticidad promedio** del flujo para un plano entre haces y un plano situado detrás del rotor en dos sectores completos de directriz. Los resultados de la *Figura 6.18* se presentan adimensionalizados por la velocidad de giro de la soplante axial.

En el plano **entre haces** (*Figura 6.18.1* a *Figura 6.18.6*), tanto para los dos gaps axiales como para los tres caudales de funcionamiento considerados, se aprecian las estelas de las directrices y los efectos de la capa límite en la base y en la punta. La magnitud de la vorticidad es prácticamente nula en este plano, salvo en las zonas correspondientes a las estelas de las directrices. Salvando dichas estelas, la distribución espacial de la magnitud de la vorticidad es muy uniforme en todos los casos, tanto radial como circunferencialmente. Con el gap inferior se alcanzan mayores valores de la magnitud de la vorticidad en las estelas de las directrices que con el superior para todos los caudales de funcionamiento, pero por lo demás apenas se observan diferencias entre ambos gaps. Cuando disminuye el caudal de funcionamiento se observa para ambos gaps axiales un aumento de los efectos de capa límite en la punta, y en las estelas de las directrices los máximos valores de vorticidad se localizan en el cubo y en la punta.

En el plano situado **detrás del rotor** (*Figura 6.18.7* a *Figura 6.18.12*), se obtienen distribuciones espaciales de la magnitud de la vorticidad muy similares para ambos gaps axiales en cada uno de los caudales estudiados. Los valores máximos obtenidos para la vorticidad en este plano son bastante inferiores a los obtenidos en el plano entre haces (esto es consecuencia de que el plano entre haces está mucho más próximo al estator de lo que lo está el plano tras el rotor del propio rotor). Salvo en la zona de base para el caudal nominal de funcionamiento, no es posible observar estelas de las directrices en este plano, y en todos los casos la magnitud de la vorticidad se caracteriza por presentar



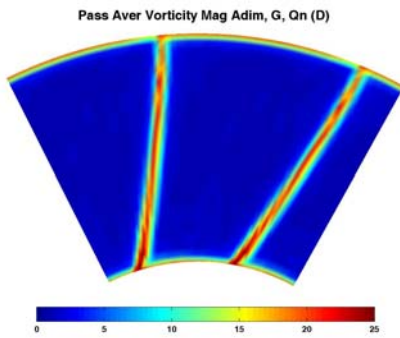


Fig.6.18.1. D, G, Q_n

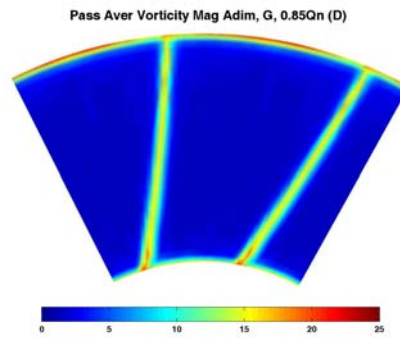


Fig.6.18.2. D, G, $0.85Q_n$

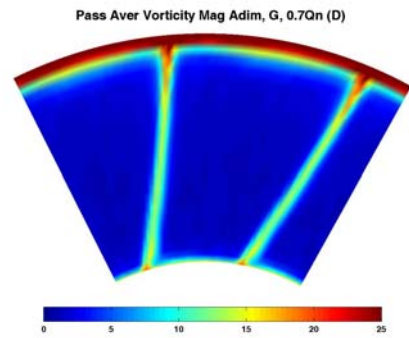


Fig.6.18.3. D, G, $0.7Q_n$

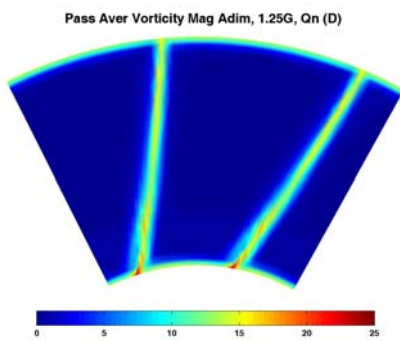


Fig.6.18.4. D, $1.25G$, Q_n

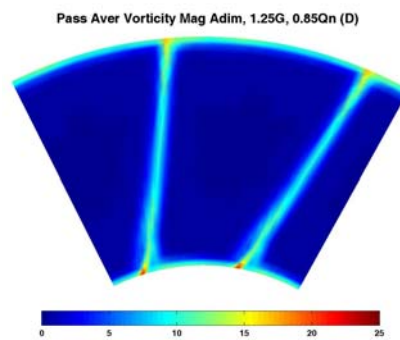


Fig.6.18.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

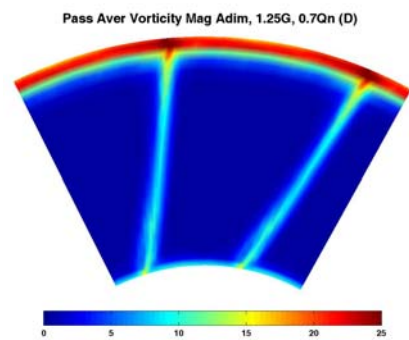


Fig.6.18.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

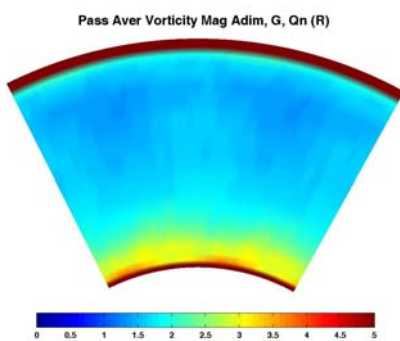


Fig.6.18.7. R, G, Q_n

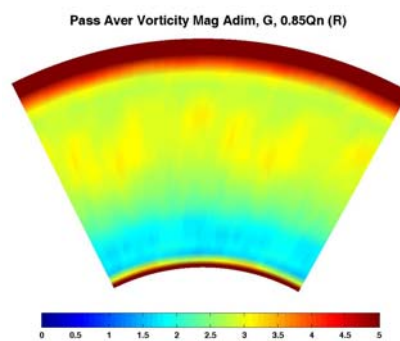


Fig.6.18.8. R, G, $0.85Q_n$

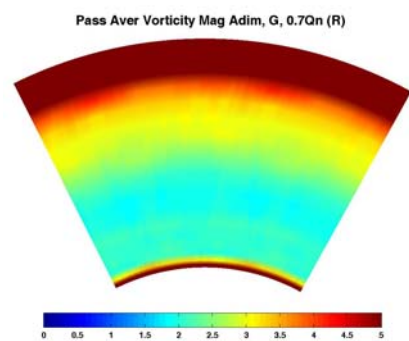


Fig.6.18.9. R, G, $0.7Q_n$

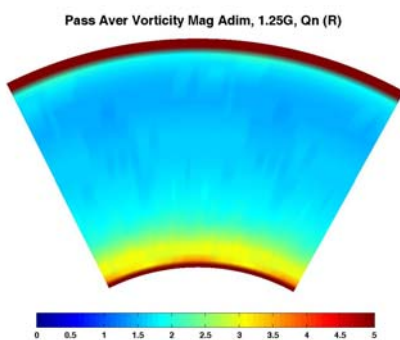


Fig.6.18.10. R, $1.25G$, Q_n

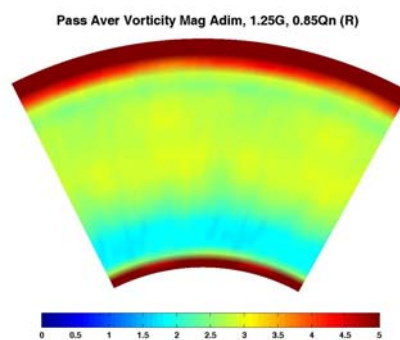


Fig.6.18.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

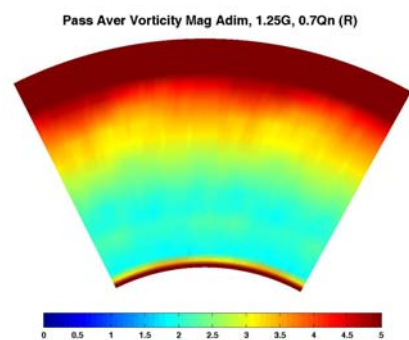


Fig.6.18.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.18. Magnitud de la vorticidad media en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos del modelo tridimensional.



una elevada uniformidad espacial en la dirección circunferencial. En ambos gaps axiales, para el caudal nominal de funcionamiento la magnitud de la vorticidad decrece de base a punta. En cambio, cuando el ventilador funciona a carga parcial la vorticidad crece de base a punta y se produce un aumento de los efectos de capa límite en la punta, como consecuencia del desprendimiento del flujo que comienza a tener lugar a esos bajos caudales.

6.3.2. Resultados instantáneos.

En la soplante axial considerada en esta tesis, el flujo incidente sobre los álabes del rotor acusa la presencia de las directrices del estator situado aguas arriba, generándose fenómenos no estacionarios o de marcado carácter temporal. La existencia de fenómenos del flujo instantáneos da lugar a que en el espacio de frecuencias aparezcan picos de las señales asociados a la frecuencia de giro, a la frecuencia de paso de álabes y sus armónicos, etc., los cuales se traducen posteriormente en generación de ruido. En esta sección se muestran los resultados instantáneos o fluctuantes correspondientes al campo de velocidad, al campo de vorticidad, al campo de presión y a las fuerzas sobre los álabes y directrices. Los resultados numéricos que se muestran han sido obtenidos en todos los casos a partir del modelo numérico tridimensional explicado en el *Capítulo 4*. Para las fluctuaciones de velocidad los resultados experimentales se han obtenido mediante medidas con anemometría térmica, y puesto que se ha empleado una sonda de dos hilos en la toma de datos (ver *Capítulo 5*), se dispone únicamente de dos componentes de la velocidad instantánea: la componente axial y la componente circunferencial (numéricamente se dispone también de la componente radial). Los resultados experimentales correspondientes a las fluctuaciones de presión han sido obtenidos a partir de las medidas realizadas con los transductores piezoeléctricos en la carcasa del ventilador sobre el rotor (abarcando un barrido circunferencial de un sector de directriz), y por tanto para una única posición radial. Para las fuerzas instantáneas sobre álabes y directrices se dispone únicamente de resultados numéricos. Dichas fuerzas se muestran integradas sobre toda la superficie del álabes o de la directriz, y también para varias secciones radiales a lo largo de la envergadura de los mismos. Todos los resultados, tanto numéricos como experimentales, han sido tratados con el software comercial Matlab.

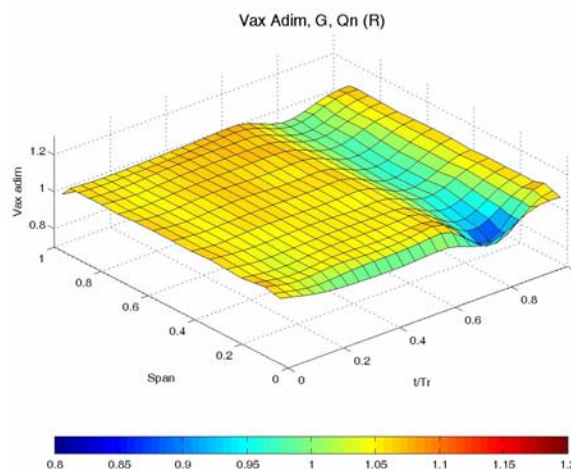


Figura 6.19. Ejemplo de mapa tridimensional para la componente axial de la velocidad instantánea.



Con vistas a simplificar la comprensión de los resultados no estacionarios del flujo, se muestran mapas tridimensionales, radiales y angulares, de las diferentes magnitudes consideradas. Un ejemplo de uno de dichos mapas tridimensionales puede observarse en la *Figura 6.19*. En dicha figura, la magnitud fluctuante se representa en el eje vertical z , cuya escala está siempre centrada en torno a la unidad. En el eje x se representa la evolución temporal de la magnitud, y puesto que el movimiento de los álabes del rotor presenta la periodicidad temporal correspondiente a un canal de los mismos, se representa únicamente el intervalo temporal correspondiente a un canal de álabe del rotor (los tiempos han sido adimensionalizados con el período temporal del rotor, $T_r = 1/9T$, siendo $T = 0.025$ s el período de giro de la soplante). Finalmente, en el eje y se representan las diferentes posiciones espaciales consideradas: envergadura (span) para el mapa radial, o posición angular (Pos ang) para el mapa angular.

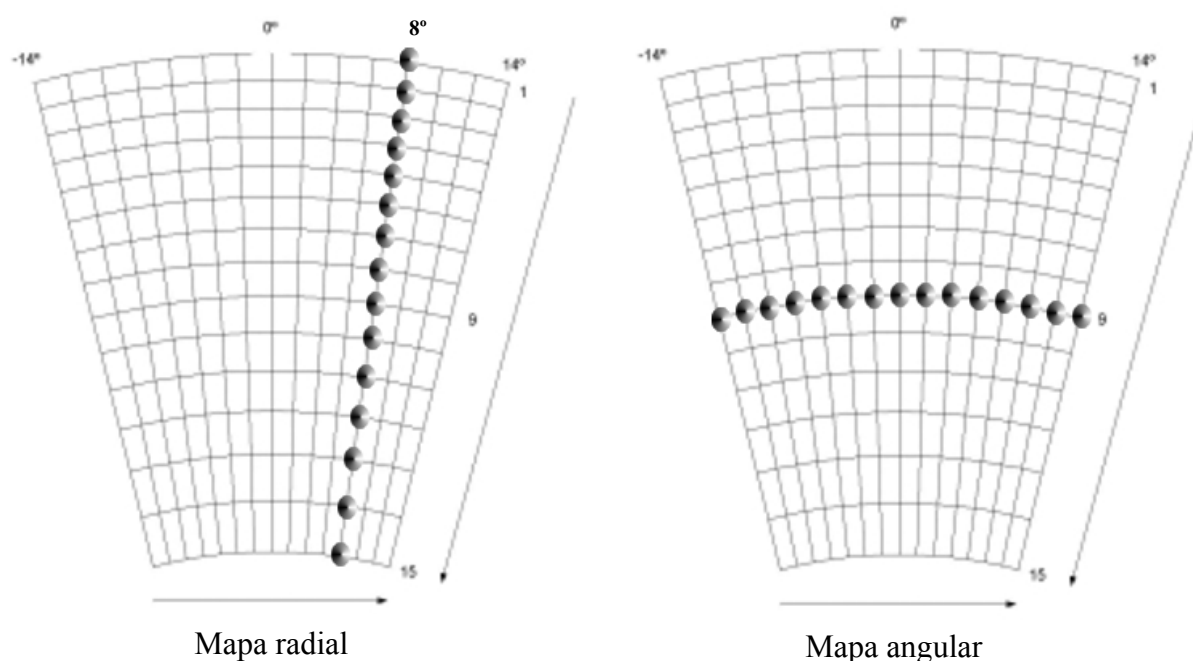


Figura 6.20. Posiciones espaciales correspondientes a los mapas tridimensionales radiales y angulares, respectivamente.

Los mapas radiales se han obtenido fijando una posición circunferencial en el sector de directriz (en particular se muestran los resultados correspondientes a una posición angular de 8° que se corresponde con una zona del canal en la que no influyen las estelas de las directrices) y realizando un barrido en la dirección radial, tal y como se muestra en la *Figura 6.20*. Las posiciones en la dirección radial se han adimensionalizado, de forma que la posición cero corresponde al cubo del ventilador y la posición uno corresponde a la punta del ventilador. Por el contrario, los mapas angulares se han obtenido fijando una posición radial (en concreto se muestran los resultados correspondientes a la posición radial 9 que coincide con la envergadura media del rotor) y realizando un barrido en la dirección circunferencial, tal y como se muestra en la *Figura 6.20*. Para facilitar el análisis de resultados en los mapas angulares se ha optado por representar las posiciones circunferenciales correspondientes a dos sectores completos de directriz. Puesto que en cada sector de directriz existen 29 posiciones circunferenciales (entre -14° y 14° , como se puede observar en la *Figura 6.20*), en los mapas angulares el eje y varía entre -28° y 28° .



Cuando sea necesario para destacar algún aspecto importante del comportamiento del flujo en la turbomáquina, los mapas radiales y angulares de las magnitudes fluctuantes del campo de flujo se apoyarán con secuencias de fotogramas de las mismas representadas en dos sectores completos de directriz, similares a los empleados en el análisis del campo de flujo promedio. Además, siempre que ha sido posible se ha mantenido la misma escala en todas las figuras, de forma que su comparación fuese inmediata.

6.3.2.1. Campo instantáneo de velocidad.

Se exponen aquí las peculiaridades del campo de velocidad instantáneo del flujo desarrollado en la turbomáquina. Para los resultados numéricos se presentan las tres componentes de la velocidad (axial, circunferencial y radial), mientras que para los resultados experimentales de hilo caliente se presentan dos componentes de la velocidad (axial y circunferencial). Se muestran resultados correspondientes a las configuraciones de funcionamiento estudiadas, en particular los dos gaps axiales o separaciones entre estator y rotor diferentes (gap inferior G y gap superior $1.25G$) y los tres caudales de funcionamiento (caudal nominal Q_n , caudal intermedio $0.85Q_n$ y caudal inferior $0.75Q_n$). Asimismo, los resultados (experimentales y numéricos) se han obtenido en las dos posiciones axiales de medida utilizadas, la correspondiente a un plano situado entre el estator y el rotor (concretamente a 15 mm del estator tanto para la configuración de gap inferior como para la configuración de gap superior) y la correspondiente a un plano situado detrás del rotor (concretamente a 80 mm del rotor para ambos gaps axiales). En cada uno de estos planos se han realizado barridos en la dirección radial y en la dirección circunferencial, de forma que en cada uno de ellos se obtuvo un sector completo de directriz (ver *Figura 6.6*).

En la *Figura 6.21* se muestra el **mapa radial de la componente axial de la velocidad instantánea** del flujo obtenida a partir de los resultados experimentales de hilo caliente para el plano entre haces y para el plano situado tras el rotor. La magnitud de la velocidad se ha adimensionalizado con el valor medio de la componente axial de la velocidad obtenido a partir de cada caudal de funcionamiento. Los resultados numéricos del modelo tridimensional análogos a los experimentales se muestran en la *Figura 6.22*.

Para el plano **entre haces**, en los mapas radiales experimentales y numéricos puede observarse el efecto del paso del rotor, manifestado como una suave fluctuación superpuesta a la componente axial de la velocidad media en el eje temporal. Para los tres caudales de funcionamiento el efecto del paso del rotor es más acusado cuando el ventilador se encuentra en la configuración de gap axial inferior que en la configuración de gap superior. Evidentemente – por tratarse de mapas radiales en una posición circunferencial fija – ni en los resultados de hilo caliente ni en los del modelo 3D es posible apreciar la presencia de las estelas de las directrices del estator. En los resultados numéricos (*Figura 6.22*), para ambos gaps a medida que disminuye el caudal de funcionamiento aumentan los efectos de la capa límite de cubo y de punta, observándose éstos como una disminución de la velocidad en la parte inferior y superior de la envergadura (span), sobre todo para el caudal inferior ($0.7Q_n$). En los resultados experimentales (*Figura 6.21*) no se observa la capa límite en la zona de cubo para ninguna de las dos separaciones entre coronas (como ya se explicó cuando se abordó el análisis de los resultados estacionarios, las medidas en el plano entre haces



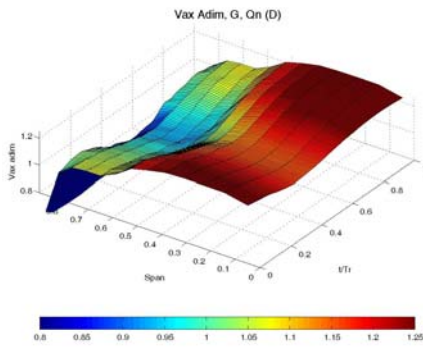


Fig.6.21.1. D, G, Q_n

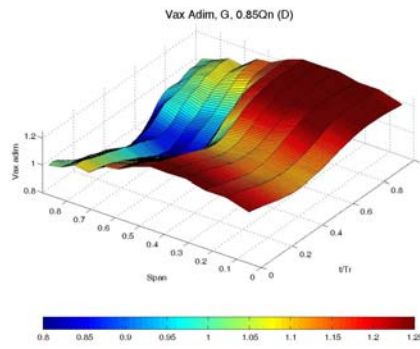


Fig.6.21.2. D, G, $0.85Q_n$

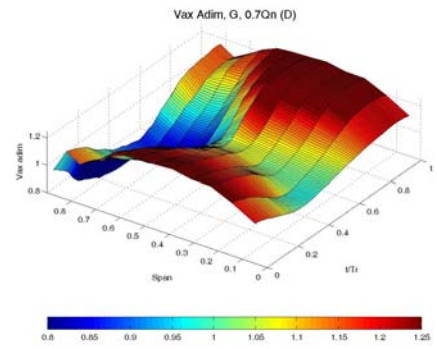


Fig.6.21.3. D, G, $0.7Q_n$

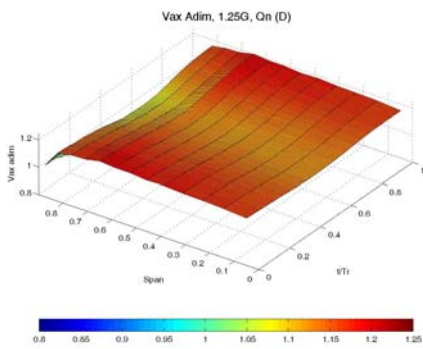


Fig.6.21.4. D, $1.25G$, Q_n

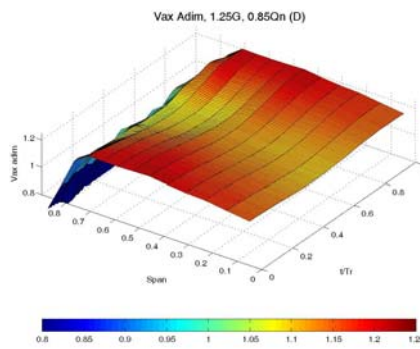


Fig.6.21.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

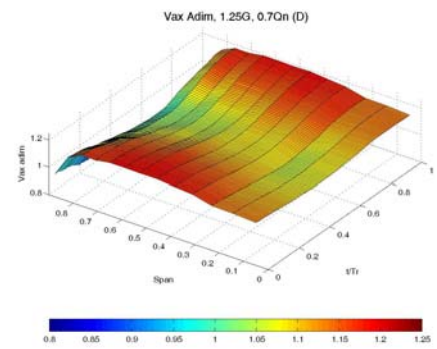


Fig.6.21.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

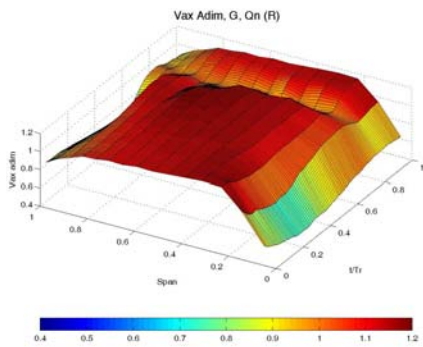


Fig.6.21.7. R, G, Q_n

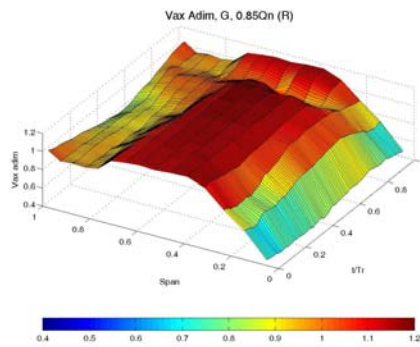


Fig.6.21.8. R, G, $0.85Q_n$

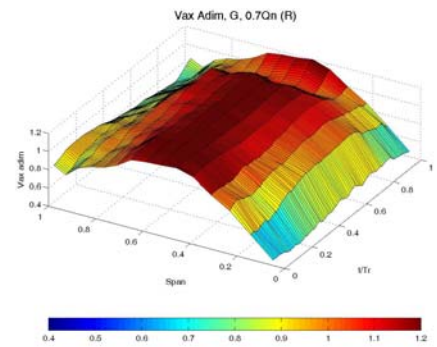


Fig.6.21.9. R, G, $0.7Q_n$

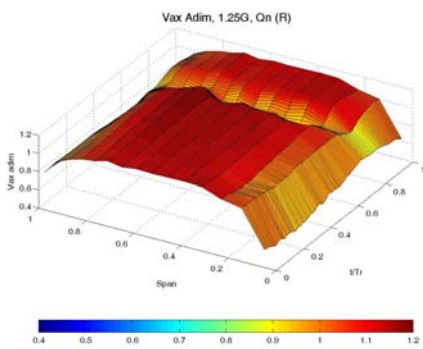


Fig.6.21.10. R, $1.25G$, Q_n

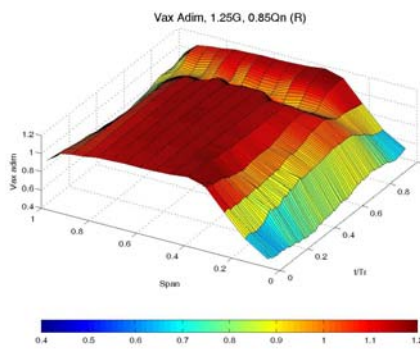


Fig.6.21.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

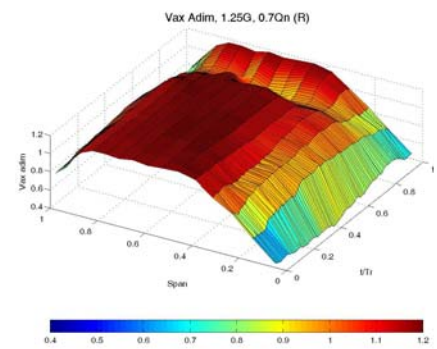


Fig.6.21.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.21. Mapa radial de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y $1.25G$) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados DHW, posición circunferencial 8° .



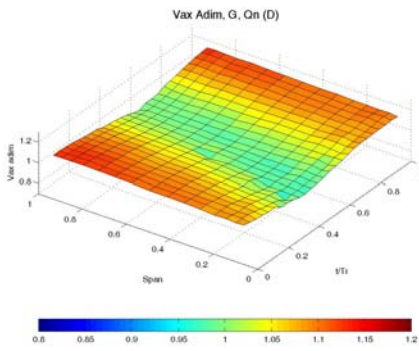


Fig.6.22.1. D, G, Qn

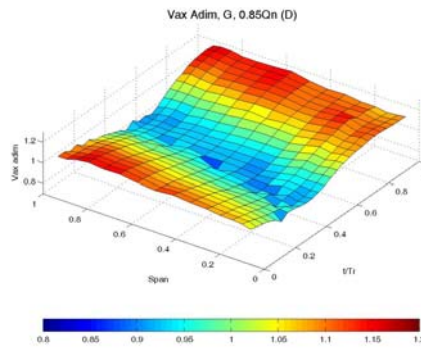


Fig.6.22.2. D, G, 0.85Qn

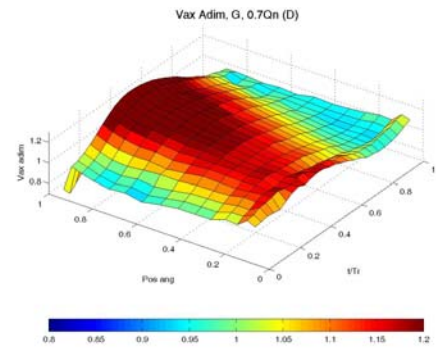


Fig.6.22.3. D, G, 0.7Qn

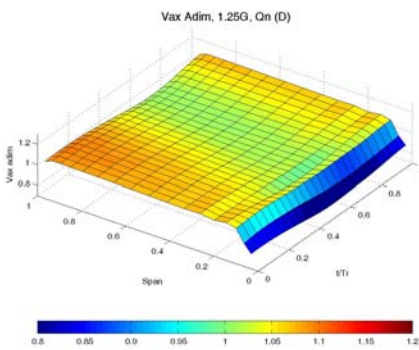


Fig.6.22.4. D, 1.25G, Qn

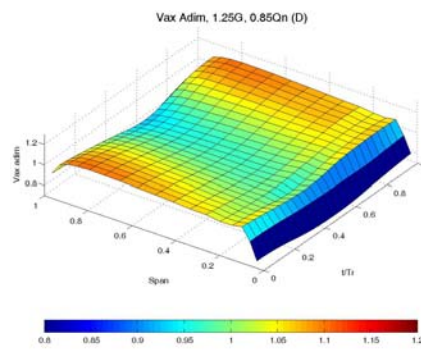


Fig.6.22.5. D, 1.25G, 0.85Qn

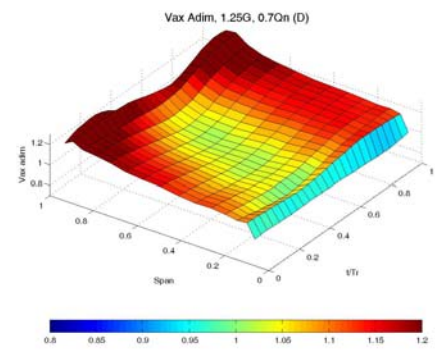


Fig.6.22.6. D, 1.25G, 0.7Qn

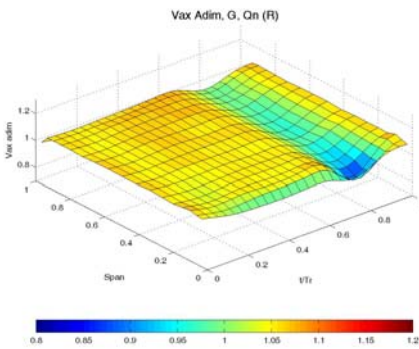


Fig.6.22.7. R, G, Qn

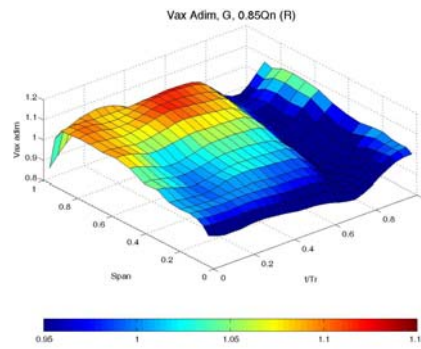


Fig.6.22.8. R, G, 0.85Qn

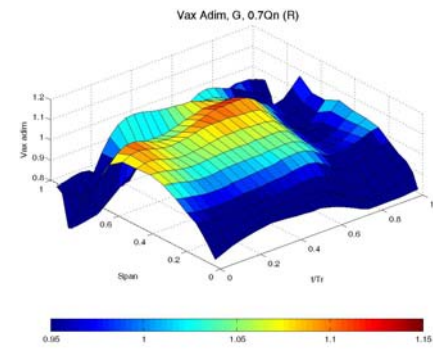


Fig.6.22.9. R, G, 0.7Qn

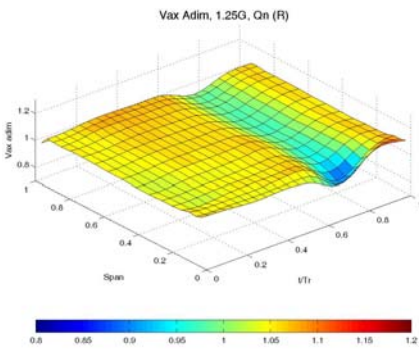


Fig.6.22.10. R, 1.25G, Qn

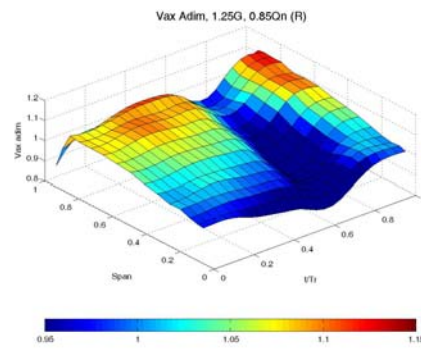


Fig.6.22.11. R, 1.25G, 0.85Qn

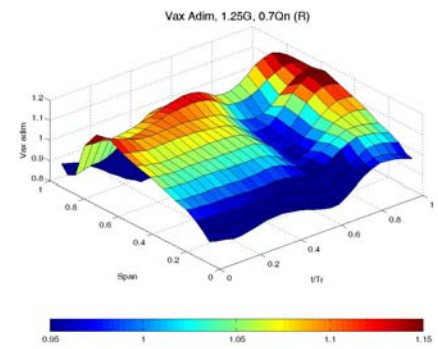


Fig.6.22.12. R, 1.25G, 0.7Qn

Figura 6.22. Mapa radial de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición circunferencial 8° .



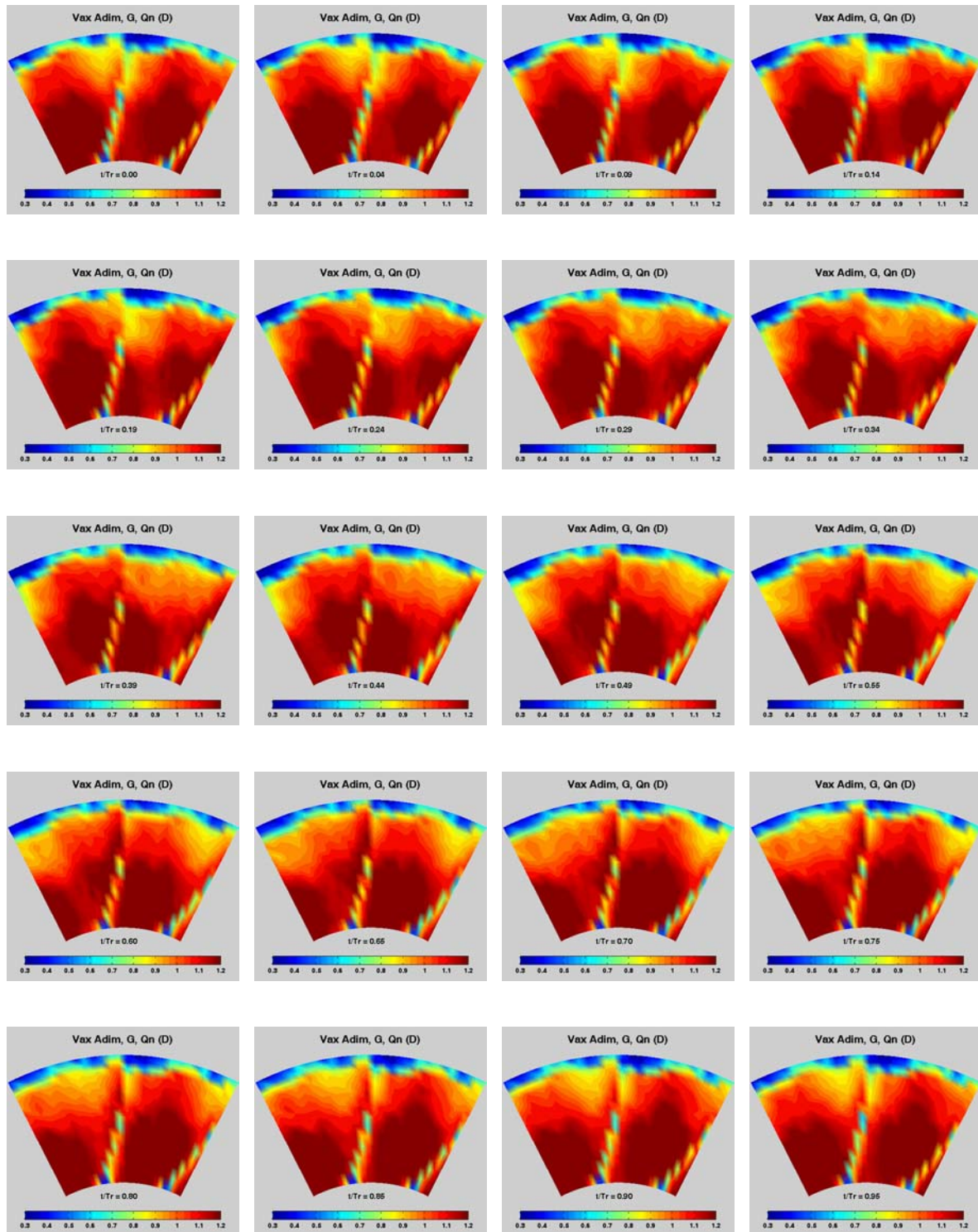


Figura 6.23. Fotogramas de la componente axial de la velocidad instantánea en el plano entre haces para gap inferior (G) y caudal nominal (Q_n): resultados DHW.

se han realizado a 5 mm de la carcasa de punta y a 10 mm de la carcasa de cubo, y por tanto no se captan bien los efectos de la capa límite en la base). Experimentalmente, con el gap superior a medida que disminuye el caudal de funcionamiento se produce un

aumento de los efectos de la capa límite de punta, pero en cambio, para el gap inferior en la zona de punta se observa un fenómeno consistente en el desarrollo de un núcleo a medida que se produce el paso del rotor (*Figura 6.21.1*, *Figura 6.21.2* y *Figura 6.21.3*). Dicho efecto no se observa para el gap superior, poniendo de manifiesto la existencia de una interacción estator-rotor mucho más acusada en el caso del gap inferior. La formación del núcleo que acompaña el paso del rotor se hace más pronunciada a medida que disminuye el caudal de funcionamiento del ventilador, y puede observarse con mayor claridad en la secuencia de fotogramas de la *Figura 6.23*, correspondiente a la componente axial de la velocidad instantánea en dos sectores completos de directriz para el plano entre haces, con gap axial inferior y caudal nominal de funcionamiento⁵. En dicha secuencia de fotogramas es posible observar como el efecto del bloqueo de los álabes se desplaza con el giro del rotor, y cómo se produce una interacción entre el bloqueo y las estelas de las directrices que se va desplazando en la dirección de envergadura. El modelo numérico no refleja la formación de dicho núcleo con el paso del rotor ni para el gap inferior ni para el superior en ninguno de los tres caudales estudiados. Para el ventilador en la configuración de gap superior y caudal nominal, la componente axial de la velocidad instantánea presenta una elevada uniformidad en la dirección radial que se va perdiendo cuando el funcionamiento tiene lugar a carga parcial. Dicha uniformidad es menos apreciable en la configuración del ventilador correspondiente al gap inferior.

En el plano situado **detrás del rotor**, en todos los casos, tanto numérica (*Figura 6.21.7* a *Figura 6.21.12*) como experimentalmente (*Figura 6.22.7* a *Figura 6.22.12*) se aprecia el efecto del paso del rotor. No se puede apreciar en ningún caso la presencia de estelas debidas a las directrices. Los mapas radiales son muy similares para ambos gaps con los tres caudales considerados. A medida que disminuye el caudal aumenta el efecto de la capa límite de cubo y de punta, y la componente axial de la velocidad instantánea tiende a concentrarse en las zonas de envergadura media del sector de directriz. Para los resultados numéricos dicho aumento del efecto de la capa límite de punta al disminuir el caudal es mucho más acusado que en los resultados de hilo caliente. Tanto numérica como experimentalmente (salvando los efectos de capa límite de base y punta) para los dos gaps se observa una gran uniformidad de la componente axial en la dirección radial a caudal nominal, que se pierde cuando el funcionamiento tiene lugar a carga parcial.

En la *Figura 6.24* y en la *Figura 6.25* se muestran respectivamente los **mapas angulares** experimentales y numéricos **correspondientes a la componente axial de la velocidad instantánea** del flujo para el plano entre haces y el plano detrás del rotor. Los resultados corresponden a los dos gaps axiales y a los tres caudales de funcionamiento diferentes. Los valores de la componente axial de la velocidad instantánea han sido adimensionalizados por el valor promedio de la misma obtenido a partir de cada caudal.

Para el plano **entre haces**, tanto en los resultados experimentales como en los numéricos se aprecia claramente la presencia de estelas de las directrices, las cuales son mucho más pronunciadas y complejas para la configuración de gap inferior que para la de gap superior. En dicho plano se observa también el efecto del paso del rotor, manifestado como una fluctuación en el tiempo sobre el valor medio de la componente axial de la velocidad. Para todos los caudales de funcionamiento el efecto del paso

⁵ En la versión electrónica que acompaña a esta tesis, pueden consultarse las animaciones de las secuencias de fotogramas obtenidas para distintas magnitudes del campo de flujo de la soplante.



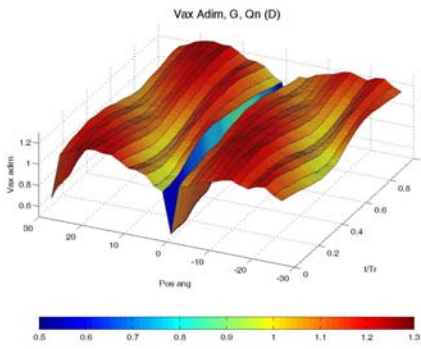


Fig.6.24.1. D, G, Qn

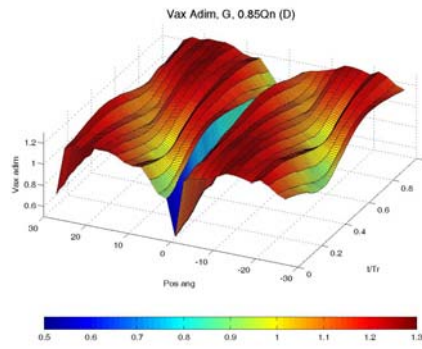


Fig.6.24.2. D, G, 0.85Qn

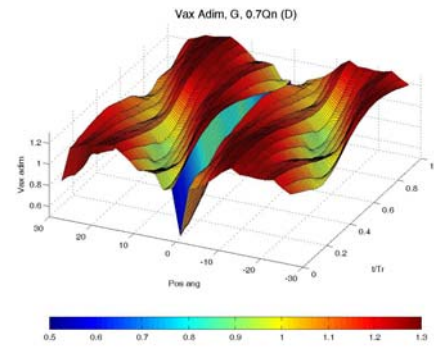


Fig.6.24.3. D, G, 0.7Qn

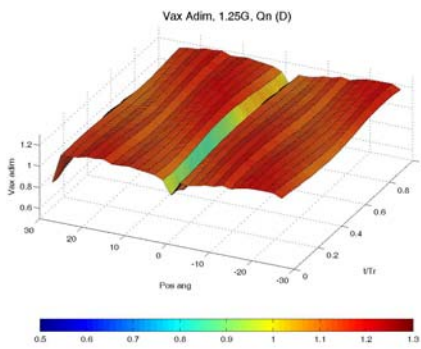


Fig.6.24.4. D, 1.25G, Qn

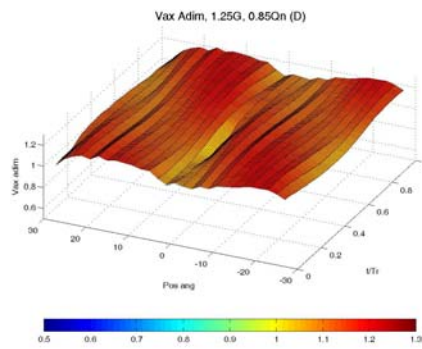


Fig.6.24.5. D, 1.25G, 0.85Qn

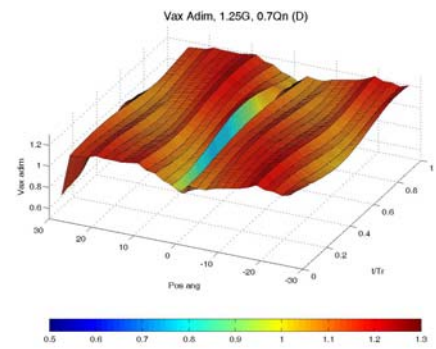


Fig.6.24.6. D, 1.25G, 0.7Qn

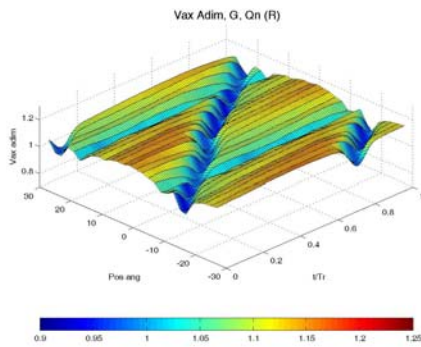


Fig.6.24.7. R, G, Qn

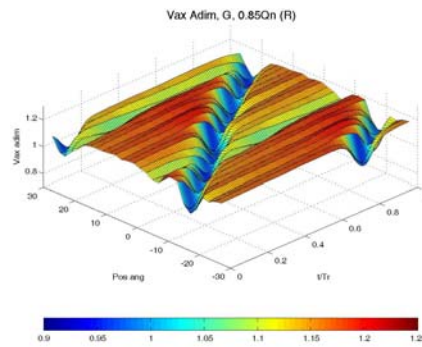


Fig.6.24.8. R, G, 0.85Qn

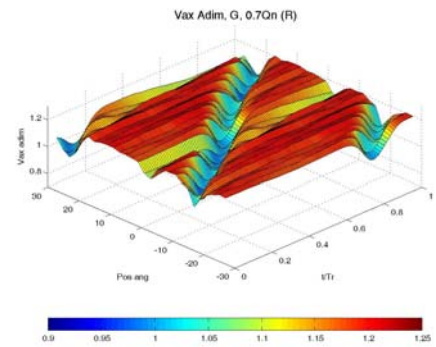


Fig.6.24.9. R, G, 0.7Qn

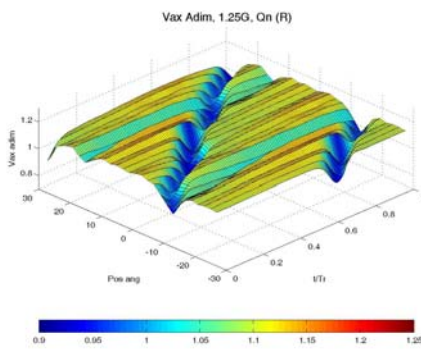


Fig.6.24.10. R, 1.25G, Qn

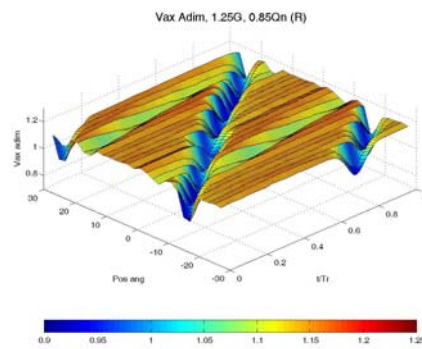


Fig.6.24.11. R, 1.25G, 0.85Qn

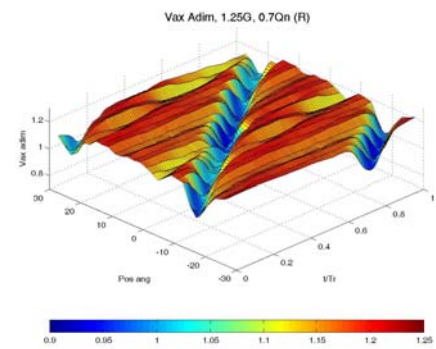


Fig.6.24.12. R, 1.25G, 0.7Qn

Figura 6.24. Mapa angular de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados DHW, posición radial 9.



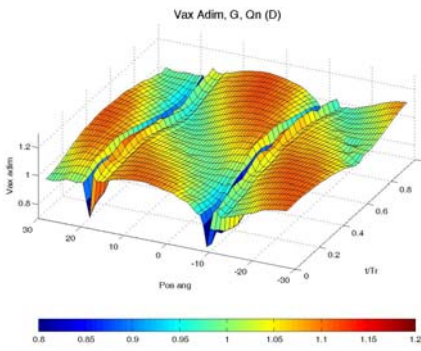


Fig.6.25.1. D, G, Q_n

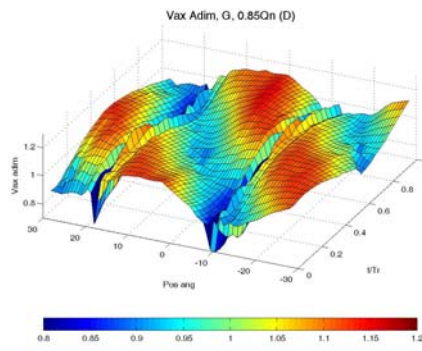


Fig.6.25.2. D, G, $0.85Q_n$

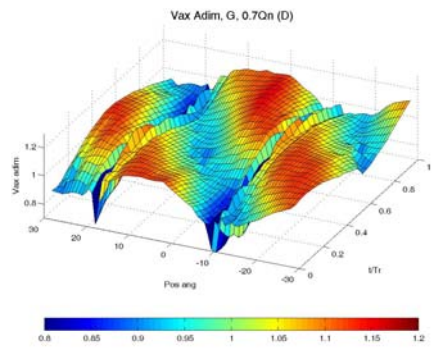


Fig.6.25.3. D, G, $0.7Q_n$

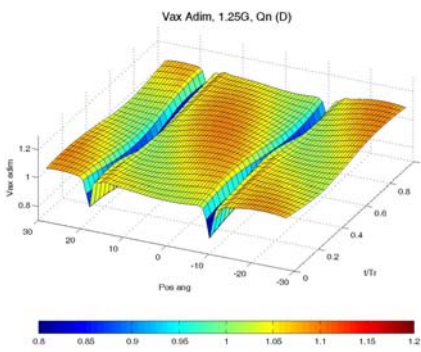


Fig.6.25.4. D, $1.25G$, Q_n

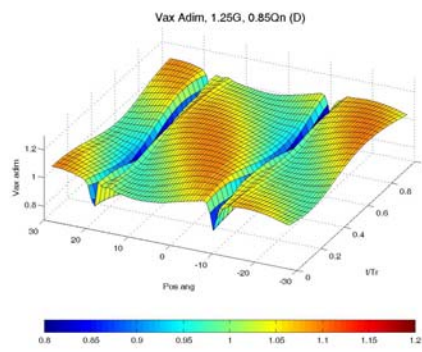


Fig.6.25.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

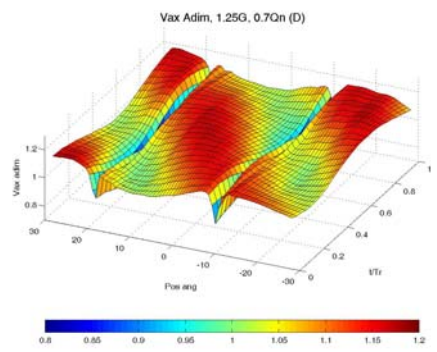


Fig.6.25.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

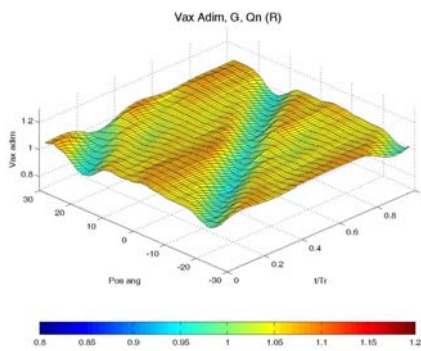


Fig.6.25.7. R, G, Q_n

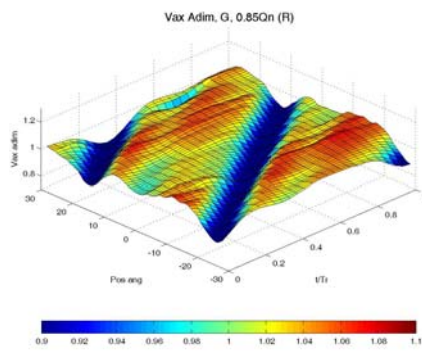


Fig.6.25.8. R, G, $0.85Q_n$

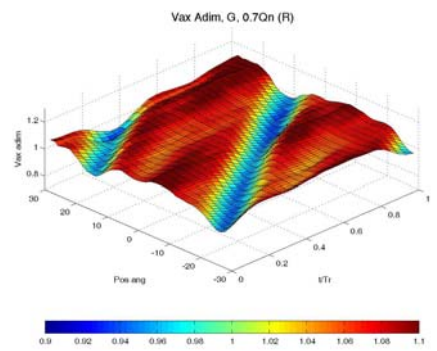


Fig.6.25.9. R, G, $0.7Q_n$

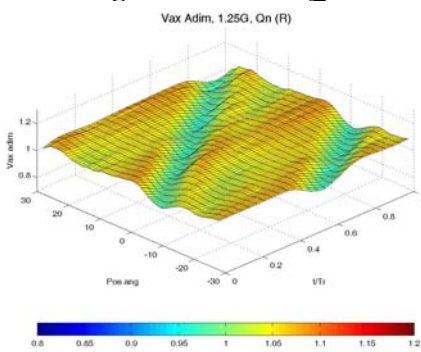


Fig.6.25.10. R, $1.25G$, Q_n

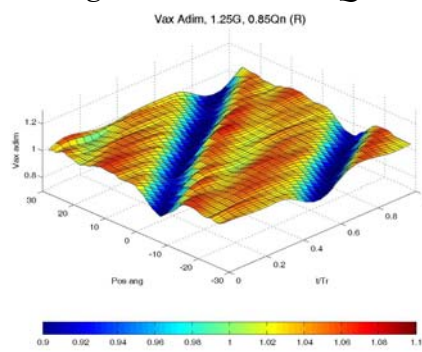


Fig.6.25.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

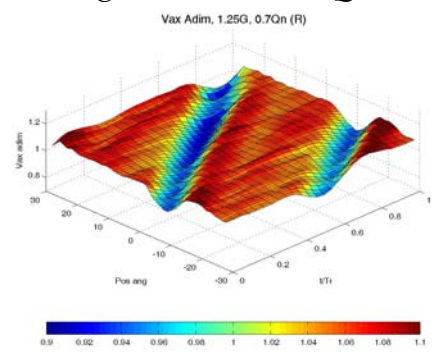


Fig.6.25.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.25. Mapa angular de la componente axial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y $1.25G$) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9.



del rotor es mucho más acusado con el gap inferior que con el superior, hecho manifestado tanto por los resultados de hilo caliente como por los del modelo 3D. Lo anterior confirma la idea ya apuntada de que la interacción entre el estator y el rotor es mucho más acusada cuando la separación entre ambos es menor. Con el gap superior se observa una elevada uniformidad en el mapa angular de la componente axial de la velocidad instantánea para los tres caudales de funcionamiento. En cambio, con el gap inferior dicha uniformidad es mucho menor. De cualquier forma, para los dos gaps axiales a medida que disminuye el caudal de funcionamiento se pierde parte de la uniformidad espacial y el efecto del paso del rotor es más pronunciado.

En el plano **detrás del rotor**, en todos los resultados se aprecia claramente la estela del rotor (en diagonal por cambiar la posición del rotor en el tiempo). Los mapas angulares son muy similares para ambos gaps axiales a los mismos caudales de funcionamiento. En los resultados experimentales en todos los casos se observa la estela de las directrices, quizá ligeramente más nítida en el caso del gap inferior que en el caso del superior. En cambio, en los resultados numéricos para ambos gaps las estelas de las directrices sólo se aprecian claramente con el caudal nominal de funcionamiento, mientras que son prácticamente inapreciables cuando disminuye el caudal. Se observa en todos los casos que el déficit de la estela de las directrices se incrementa al coincidir con el paso del bloqueo del rotor. A la vista de los resultados de la *Figura 6.24* y de la *Figura 6.25*, puede concluirse que el acuerdo entre resultados numéricos del modelo tridimensional y de resultados experimentales de anemometría térmica es excelente, al igual que ocurría con los mapas radiales de la *Figura 6.21* y la *Figura 6.22*.

En la *Figura 6.26* y en la *Figura 6.27* se muestran los **mapas radiales**, experimentales y numéricos respectivamente, de la **componente circunferencial de la velocidad instantánea** del campo de flujo desarrollado en el ventilador para el plano entre haces y para el plano detrás del rotor. Los resultados corresponden a los dos gaps axiales (G y 1.25G) y a los tres caudales de funcionamiento considerados en la turbomáquina (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$). La componente circunferencial de la velocidad instantánea se ha adimensionalizado con la velocidad de arrastre en la punta de los álabes del rotor.

En el plano **entre haces**, tanto los resultados experimentales como los del modelo 3D, ponen de manifiesto patrones radiales de la componente circunferencial de la velocidad instantánea muy similares para los dos gaps considerados en los tres caudales de funcionamiento. Por tratarse de un barrido en la dirección radial para una posición circunferencial fija, en ningún caso es posible observar las estelas de las directrices. En cambio, tanto en los resultados numéricos como en los de hilo caliente se observa el efecto del paso del rotor, más pronunciado para todos los caudales con el gap axial inferior que con el superior. En todos los casos los máximos de la componente circunferencial de la velocidad absoluta se alcanzan en la zona de cubo, mientras que los mínimos aparecen en la zona de punta. Existe siempre un cierto desfase entre la componente circunferencial de la velocidad instantánea del flujo entre el cubo y la punta asociado al paso del rotor, que puede apreciarse con mayor claridad en la secuencia de fotogramas de la *Figura 6.28*, correspondiente a los resultados numéricos para el gap inferior y caudal nominal. En dicha secuencia de fotogramas se observa que los valores máximos se alcanzan en la base y junto a la cara de succión de la estela de las directrices cada vez que pasa el álabe, induciendo una rotación en el sentido de giro que es más acusada en la cara de succión de las estelas. Tanto con los resultados de hilo



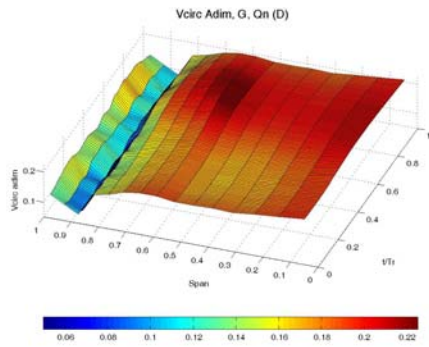


Fig.6.26.1. D, G, Qn

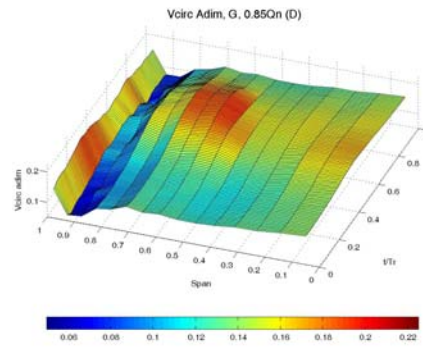


Fig.6.26.2. D, G, 0.85Qn

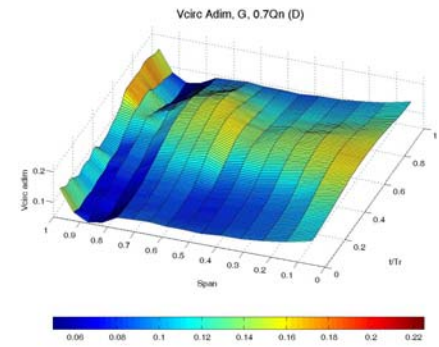


Fig.6.26.3. D, G, 0.7Qn

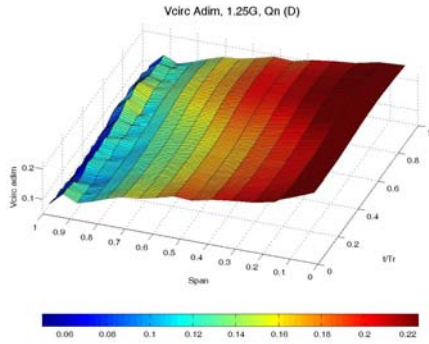


Fig.6.26.4. D, 1.25G, Qn

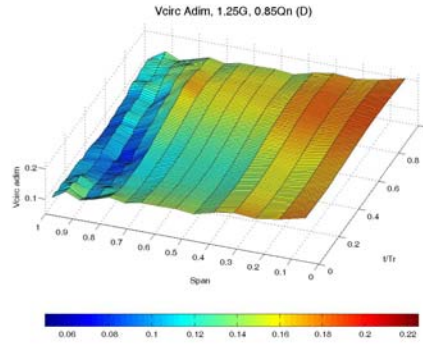


Fig.6.26.5. D, 1.25G, 0.85Qn

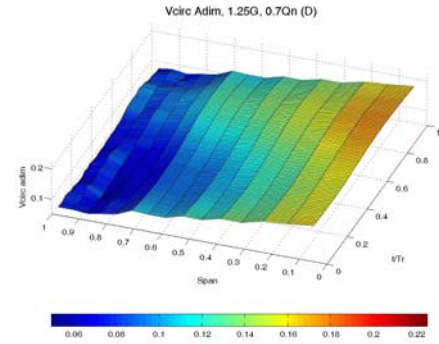


Fig.6.26.6. D, 1.25G, 0.7Qn

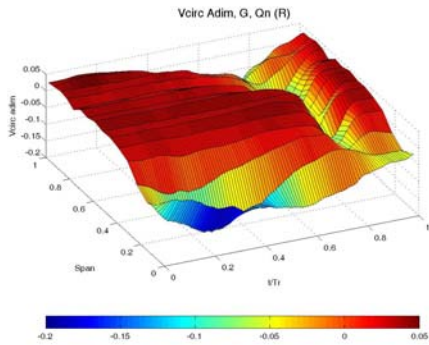


Fig.6.26.7. R, G, Qn

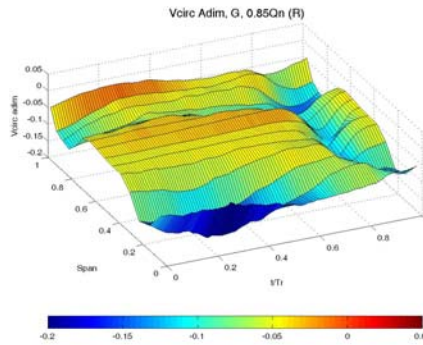


Fig.6.26.8. R, G, 0.85Qn

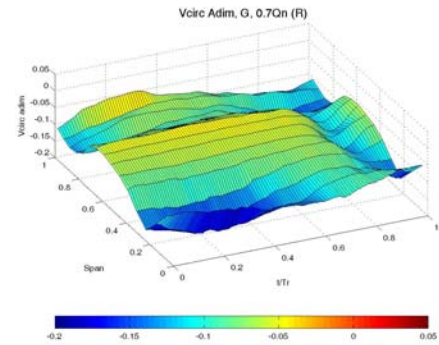


Fig.6.26.9. R, G, 0.7Qn

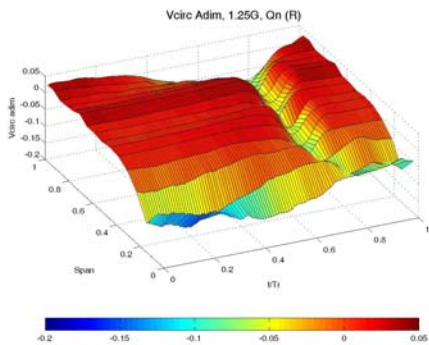


Fig.6.26.10. R, 1.25G, Qn

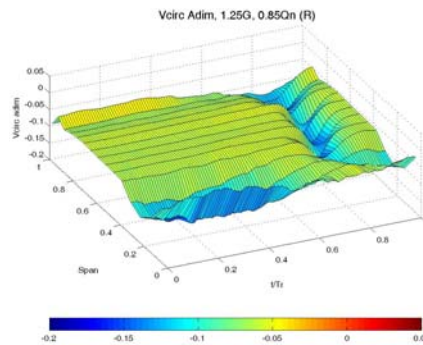


Fig.6.26.11. R, 1.25G, 0.85Qn

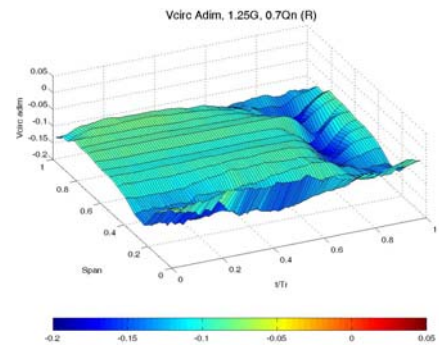


Fig.6.26.12. R, 1.25G, 0.7Qn

Figura 6.26. Mapa radial de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados DHW, posición circunferencial 8°.



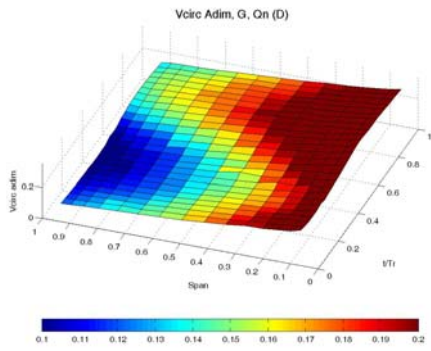


Fig.6.27.1. D, G, Qn

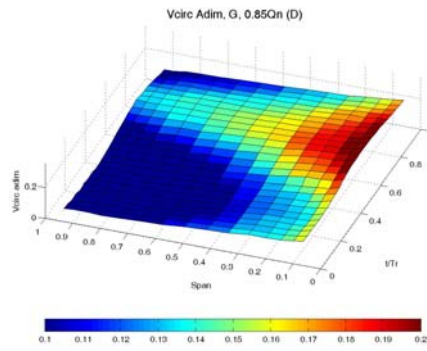


Fig.6.27.2. D, G, 0.85Qn

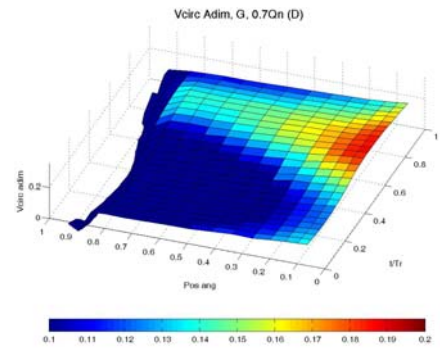


Fig.6.27.3. D, G, 0.7Qn

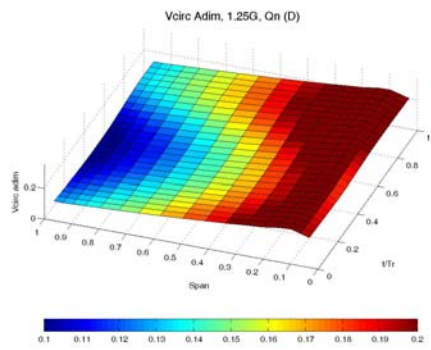


Fig.6.27.4. D, 1.25G, Qn

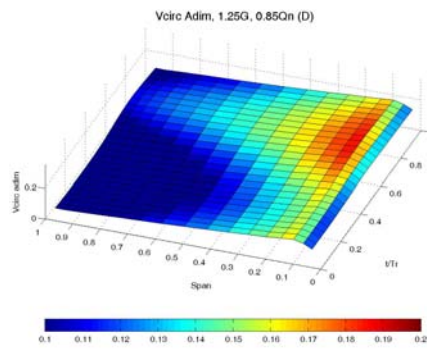


Fig.6.27.5. D, 1.25G, 0.85Qn

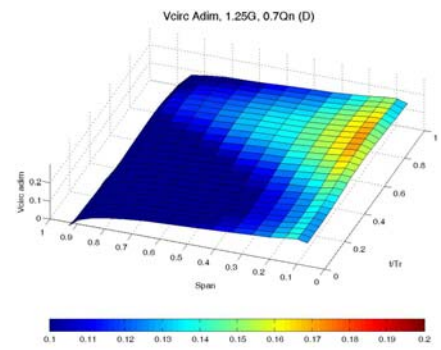


Fig.6.27.6. D, 1.25G, 0.7Qn

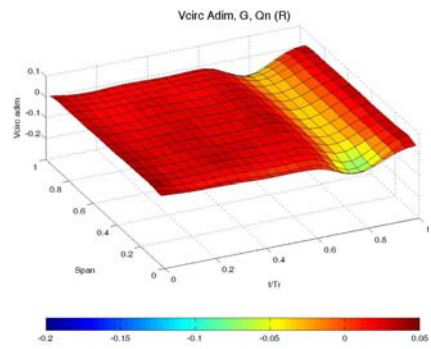


Fig.6.27.7. R, G, Qn

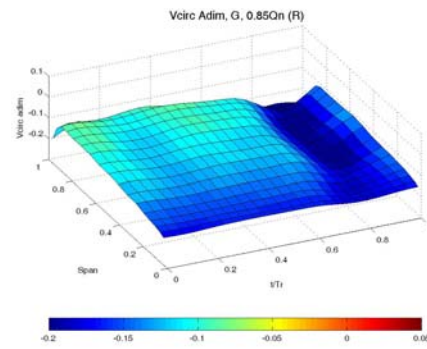


Fig.6.27.8. R, G, 0.85Qn

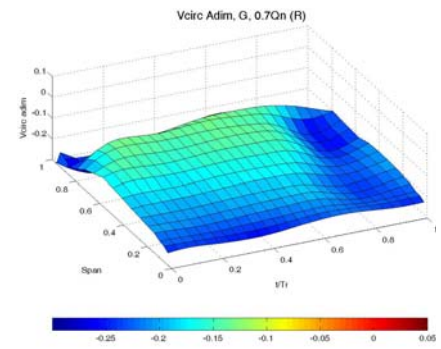


Fig.6.27.9. R, G, 0.7Qn

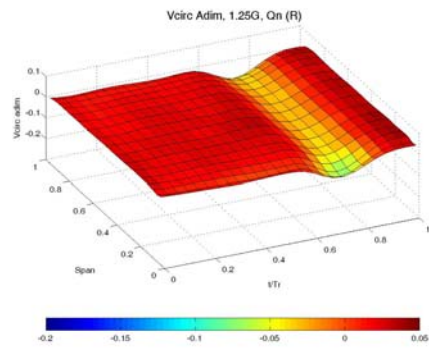


Fig.6.27.10. R, 1.25G, Qn

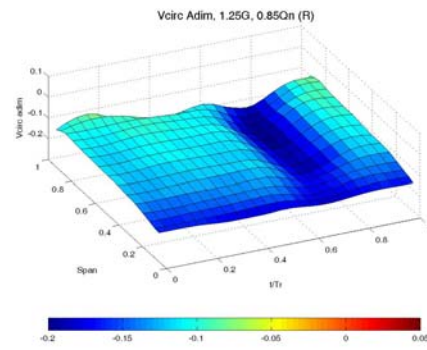


Fig.6.27.11. R, 1.25G, 0.85Qn

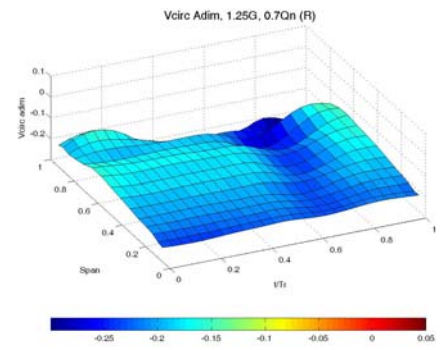


Fig.6.27.12. R, 1.25G, 0.7Qn

Figura 6.27. Mapa radial de componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos, posición circunferencial 8°.



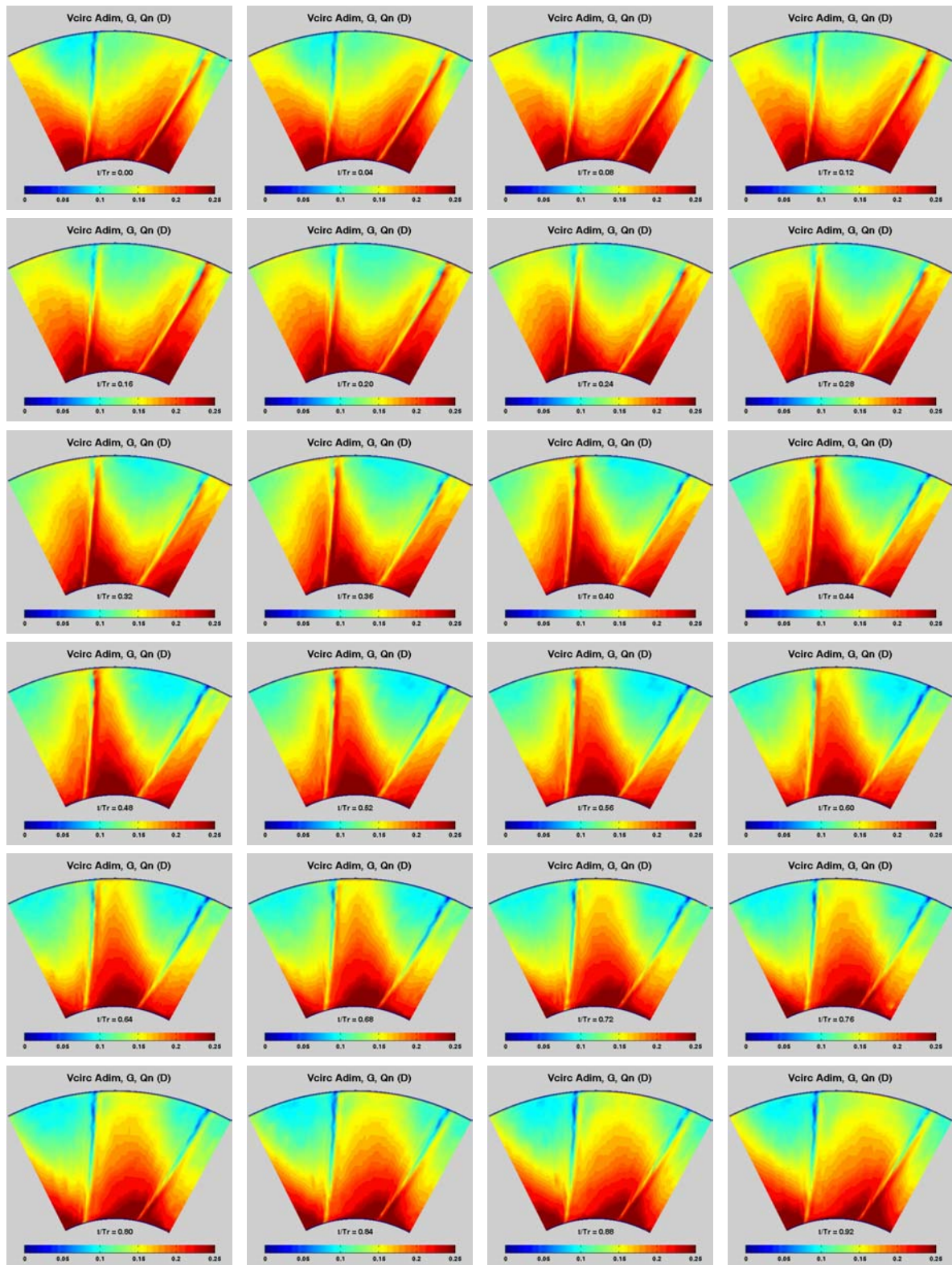


Figura 6.28. Fotogramas de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en el plano entre haces para gap inferior (G) y caudal nominal (Qn): resultados numéricos.

caliente como con los del modelo 3D se observa que en ambos gaps a medida que disminuye el caudal de funcionamiento se produce una fuerte disminución de la componente circunferencial y un aumento de los efectos de capa límite en la punta, que se aprecia con mayor claridad para el caudal inferior ($0.7Q_n$).

Para el plano situado **detrás del rotor**, tanto experimental como numéricamente se obtienen patrones radiales de la componente circunferencial de la velocidad instantánea del flujo muy similares con ambos gaps axiales para los tres caudales considerados. En ninguno de los casos se aprecian estelas de las directrices, pero sí se aprecia claramente la estela debida al paso del rotor, superpuesta como una fluctuación al valor medio de la componente circunferencial de la velocidad instantánea. En todos los casos el valor de la componente circunferencial de la velocidad instantánea es muy pequeño, poniendo de manifiesto que la salida del flujo después del rotor es prácticamente axial. Para ambos gaps con todos los caudales de funcionamiento se observan distribuciones radiales de la componente circunferencial muy uniformes en el tiempo (salvo en la estela del rotor), sobre todo a caudal nominal. No obstante, en los resultados numéricos para ambos gaps a medida que disminuye el caudal de funcionamiento aumentan los efectos de capa límite en la zona de punta y los menores valores de la componente circunferencial se concentran en la zona de base. En los resultados experimentales se observa que para ambos gaps a medida que disminuye el caudal disminuyen las fluctuaciones sobre el valor medio de la componente circunferencial de la velocidad instantánea del flujo. A la vista de los resultados de la *Figura 6.26* y de la *Figura 6.27*, puede concluirse que el acuerdo entre resultados experimentales y numéricos en los mapas de distribuciones radiales de la componente circunferencial de la velocidad instantánea del flujo es excelente.

En la *Figura 6.29* y en la *Figura 6.30* se muestran los resultados, experimentales y numéricos respectivamente, correspondientes a los **mapas angulares de la componente circunferencial instantánea** de la velocidad absoluta del flujo para el plano entre haces y para el plano situado detrás del rotor. Los resultados, como viene siendo habitual, corresponden a los dos gaps axiales (G y $1.25G$) y a los tres caudales de funcionamiento diferentes (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$). La componente circunferencial de la velocidad se ha adimensionalizado con la velocidad de arrastre en la punta de los álabes del rotor.

Tanto los resultados experimentales como los numéricos correspondientes al plano **entre haces** para la componente circunferencial de la velocidad instantánea del flujo, ponen de manifiesto la presencia de estelas de directrices y el efecto del paso del rotor, más acusado para el gap inferior que para el superior a todos los caudales considerados. Salvo por un efecto más pronunciado del paso del rotor cuando el ventilador se encuentra en la configuración de gap inferior, los patrones angulares de la componente circunferencial de la velocidad instantánea son prácticamente idénticos para las dos separaciones entre las etapas del ventilador. Además, salvo por la disminución de la magnitud de la componente circunferencial de la velocidad instantánea, tampoco se observan diferencias apreciables entre los tres caudales de funcionamiento considerados para cada gap axial.

En el plano situado **detrás del rotor**, ni los resultados experimentales ni los numéricos ponen de manifiesto la presencia de estelas de directrices. Sí se aprecia en todos ellos una estela debida al paso del rotor. Dicha estela del rotor se caracteriza,



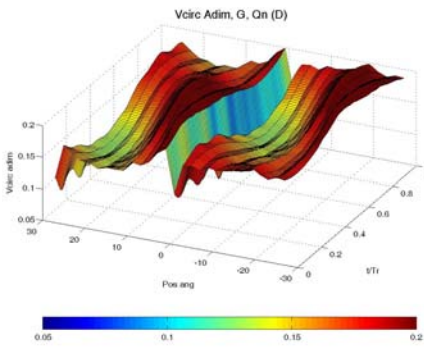


Fig.6.29.1. D, G, Q_n

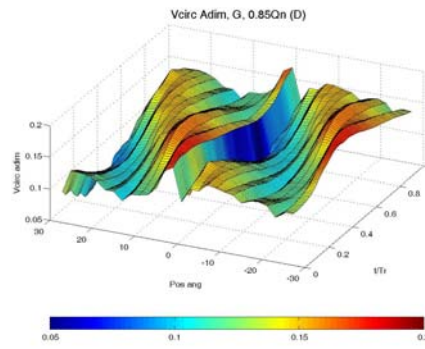


Fig.6.29.2. D, G, $0.85Q_n$

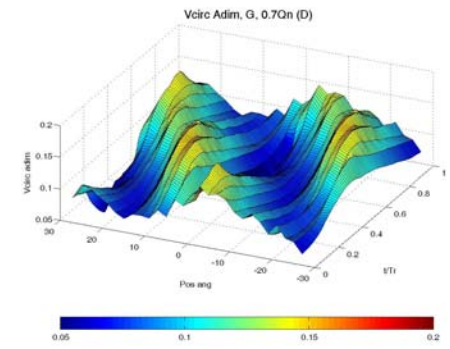


Fig.6.29.3. D, G, $0.7Q_n$

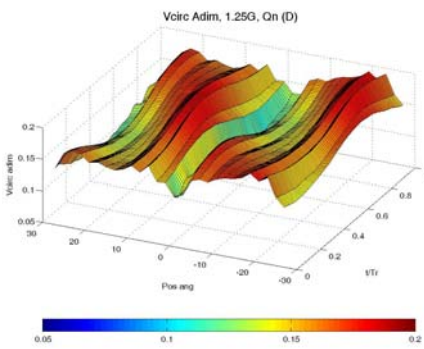


Fig.6.29.4. D, $1.25G$, Q_n

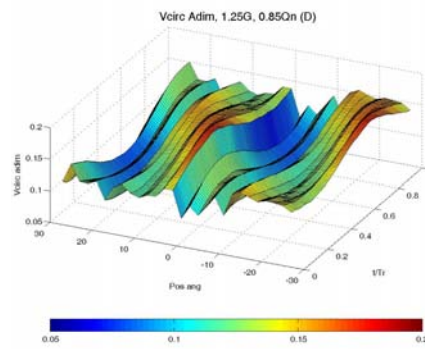


Fig.6.29.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

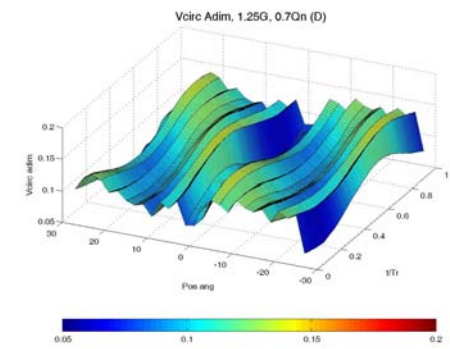


Fig.6.29.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

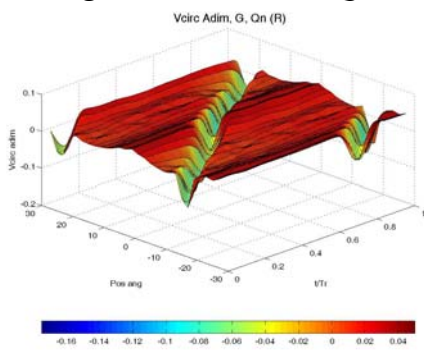


Fig.6.29.7. R, G, Q_n

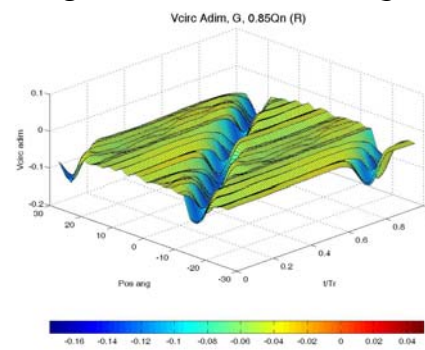


Fig.6.29.8. R, G, $0.85Q_n$

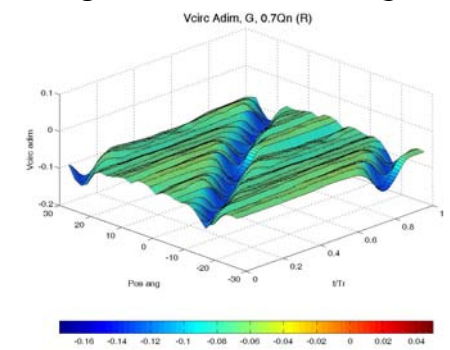


Fig.6.29.9. R, G, $0.7Q_n$

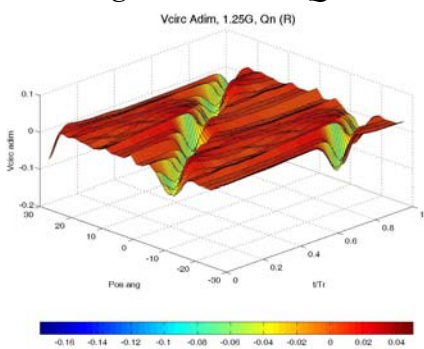


Fig.6.29.10. R, $1.25G$, Q_n

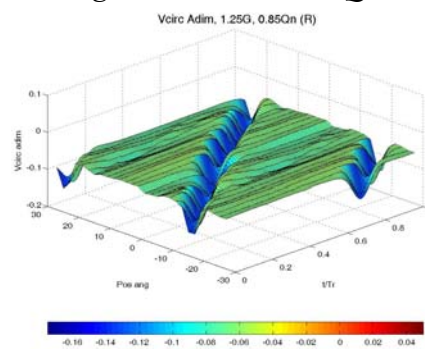


Fig.6.29.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

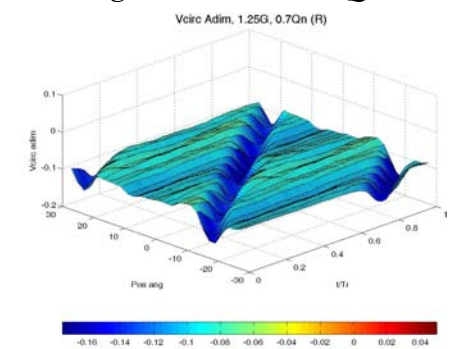


Fig.6.29.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.29. Mapa angular de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y $1.25G$) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados DHW, posición radial 9.



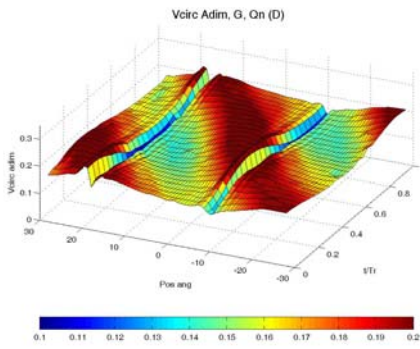


Fig.6.30.1. D, G, Q_n

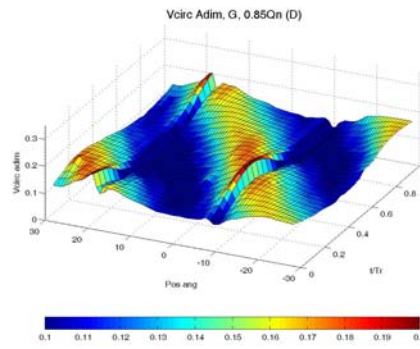


Fig.6.30.2. D, G, $0.85Q_n$

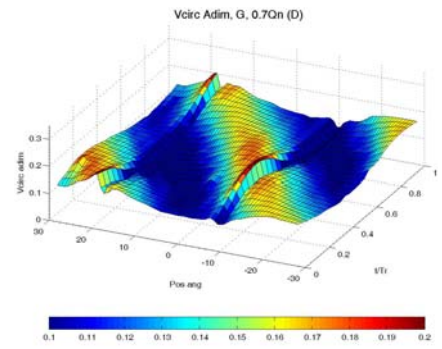


Fig.6.30.3. D, G, $0.7Q_n$

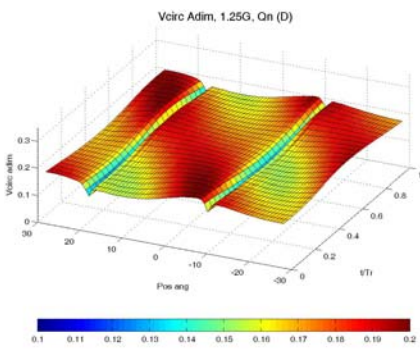


Fig.6.30.4. D, $1.25G$, Q_n

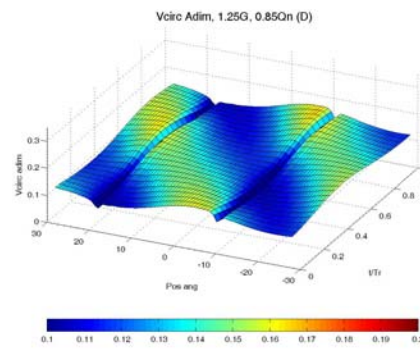


Fig.6.30.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

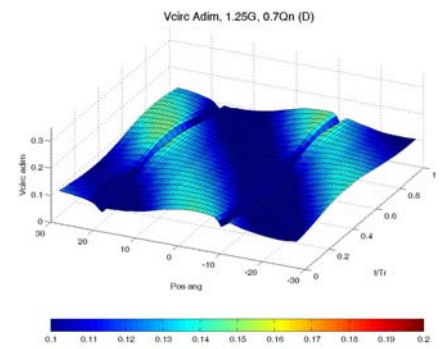


Fig.6.30.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

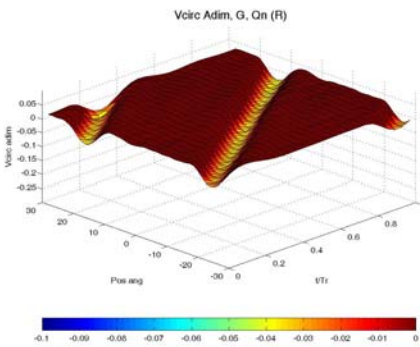


Fig.6.30.7. R, G, Q_n

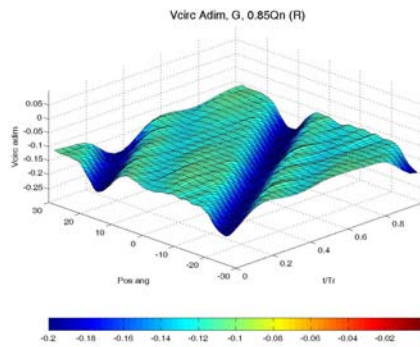


Fig.6.30.8. R, G, $0.85Q_n$

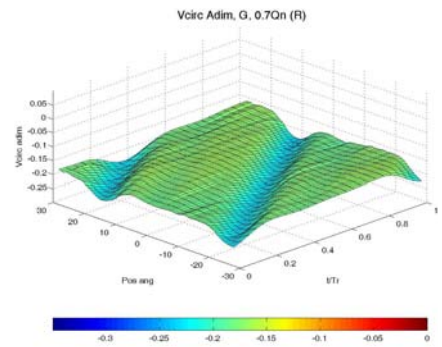


Fig.6.30.9. R, G, $0.7Q_n$

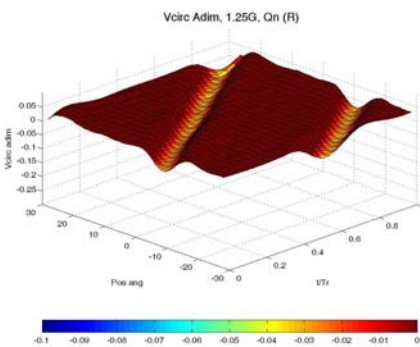


Fig.6.30.10. R, $1.25G$, Q_n

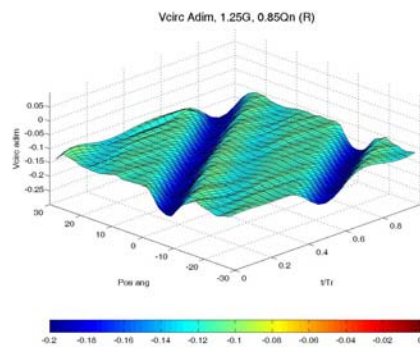


Fig.6.30.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

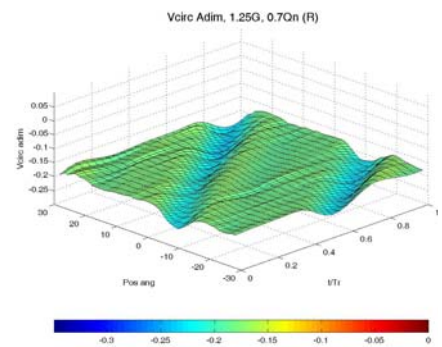


Fig.6.30.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.30. Mapa angular de la componente circunferencial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y $1.25G$) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9.



además de por un déficit en la componente circunferencial de la velocidad absoluta del flujo, por un cambio de sentido de giro de dicho flujo. Los mapas angulares de la componente circunferencial de la velocidad instantánea, tanto experimentales como numéricos, muestran un comportamiento similar para ambos gaps axiales con todos los caudales estudiados. En todos los casos la magnitud de la componente circunferencial de la velocidad instantánea es muy pequeña, poniendo de manifiesto que el flujo a la salida del rotor es prácticamente axial. Como en el plano entre haces, aparte de una disminución de dicha componente circunferencial de la velocidad instantánea, tampoco existen diferencias de comportamiento apreciables en las distribuciones angulares de la misma cuando disminuye el caudal de funcionamiento del ventilador. Las distribuciones angulares para la componente circunferencial de la velocidad instantánea del flujo se caracterizan por presentar una elevada uniformidad temporal fuera de las estelas en todos los casos estudiados. A la vista de los resultados de la *Figura 6.29* y de la *Figura 6.30* puede concluirse que existe un buen acuerdo entre los resultados experimentales de hilo caliente y los resultados numéricos del modelo tridimensional, tanto para el plano entre haces como para el plano situado detrás del rotor.

En la *Figura 6.31* se muestra el **mapa radial**, obtenido a partir de resultados numéricos, de la **componente radial de la velocidad instantánea** del flujo para un plano entre haces y para un plano situado detrás del rotor. Los resultados mostrados corresponden a los dos gaps axiales (G y 1.25G) y a los tres caudales de funcionamiento diferentes (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$). La componente radial de la velocidad instantánea se ha adimensionalizado con la velocidad de arrastre en la punta de los álabes del rotor. Puesto que en las medidas de hilo caliente se ha empleado una sonda de dos hilos, no se dispone de resultados experimentales instantáneos para esta componente de la velocidad del flujo, por lo que no es posible la comparación entre resultados numéricos y experimentales.

En el plano **entre haces** no se observa la presencia de estelas de directrices para ninguno de los dos gaps axiales con ninguno de los tres caudales. Sí que es notable en todos los casos el efecto del paso del rotor, mucho más acusado para el gap inferior que para el superior. Además para el gap inferior los valores de la componente radial de la velocidad son un poco aleatorios, como consecuencia probablemente de que la magnitud de dicha componente es muy pequeña (un orden de magnitud inferior a la componente axial y a la componente circunferencial de la velocidad instantánea en dicho plano). Para los dos gaps axiales se observa que al disminuir el caudal de funcionamiento se produce un aumento considerable de los efectos de capa límite en la zona de punta y se pierde uniformidad en la distribución a lo largo de la envergadura de la componente radial de la velocidad instantánea del flujo. Además, si se observa la secuencia de fotogramas de la *Figura 6.32*, correspondiente a los resultados numéricos en el plano entre haces de la componente radial de la velocidad instantánea para el gap superior y el caudal nominal de funcionamiento, se aprecia la aparición de un vórtice horario en la zona de cubo junto a la cara de presión de la estela de las directrices (flujo ascendente), mientras que en la zona de punta el vórtice es menos activo (flujo descendente junto a la cara de presión de la estela de la directriz). Para el gap inferior, el vórtice no se aprecia con tanta nitidez.

En el plano **detrás del rotor** tampoco es posible apreciar en ninguno de los casos las estelas de las directrices, pero sí se aprecia la estela debida al paso del rotor. Además la componente radial de la velocidad varía siguiendo la estela del rotor. Los patrones



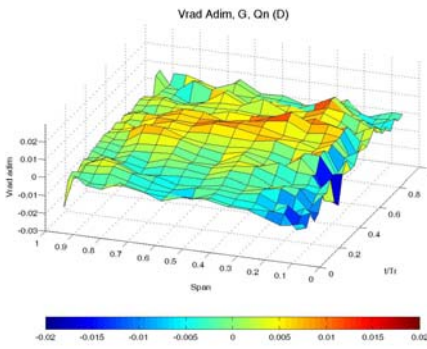


Fig.6.31.1. D, G, Qn

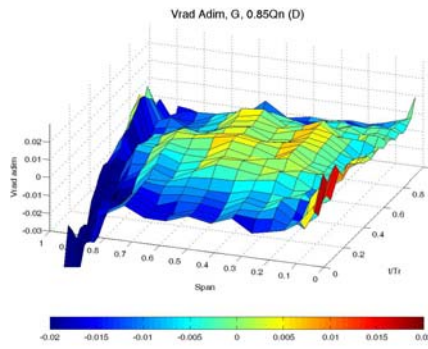


Fig.6.31.2. D, G, 0.85Qn

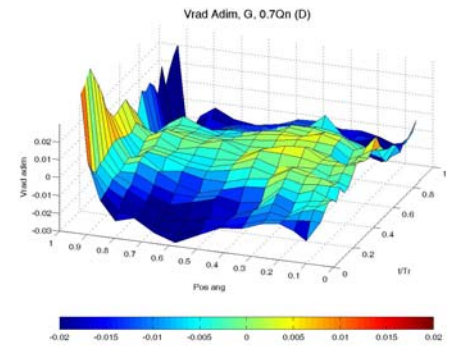


Fig.6.31.3. D, G, 0.7Qn

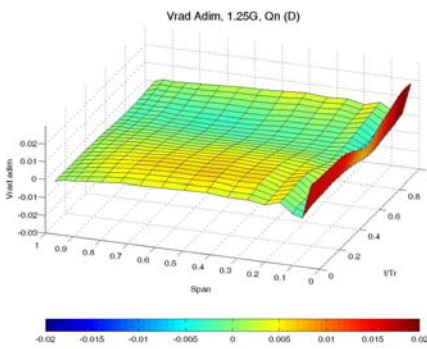


Fig.6.31.4. D, 1.25G, Qn

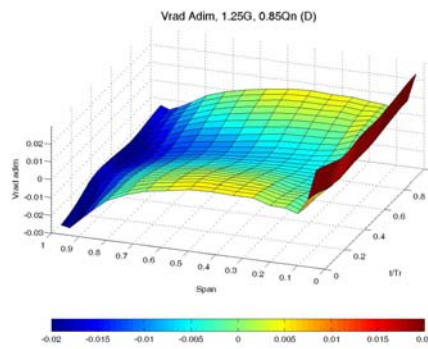


Fig.6.31.5. D, 1.25G, 0.85Qn

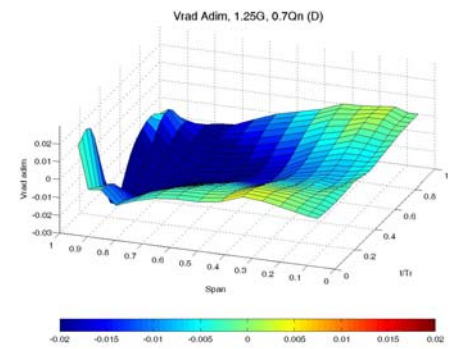


Fig.6.31.6. D, 1.25G, 0.7Qn

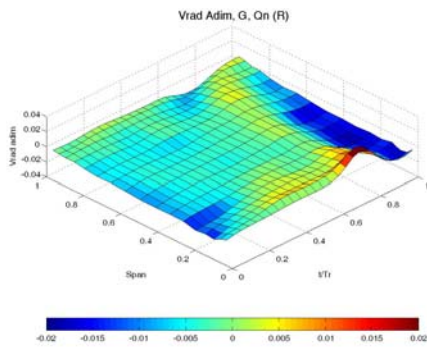


Fig.6.31.7. R, G, Qn

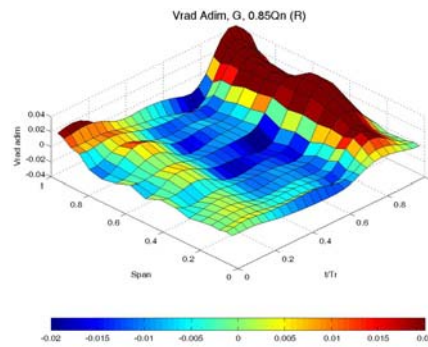


Fig.6.31.8. R, G, 0.85Qn

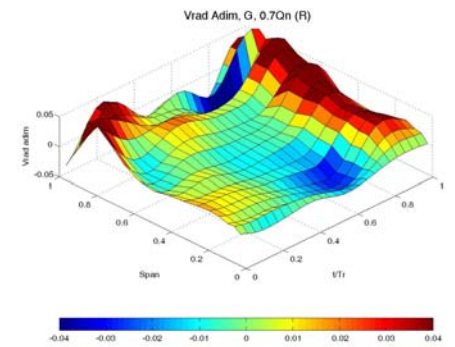


Fig.6.31.9. R, G, 0.7Qn

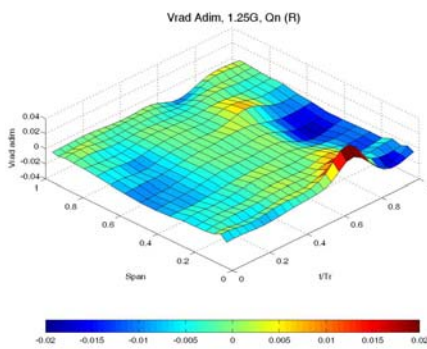


Fig.6.31.10. R, 1.25G, Qn

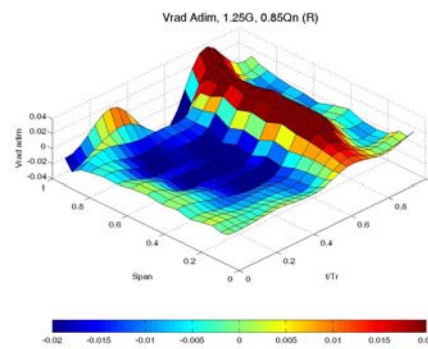


Fig.6.31.11. R, 1.25G, 0.85Qn

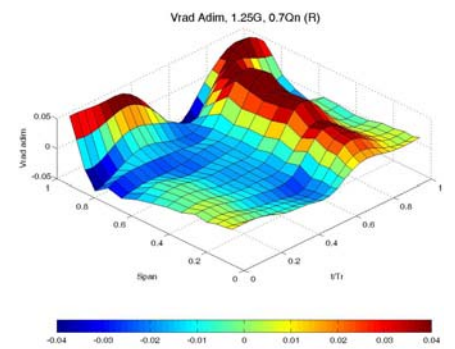


Fig.6.31.12. R, 1.25G, 0.7Qn

Figura 6.31. Mapa radial de la componente radial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos, posición circunferencial 8°.



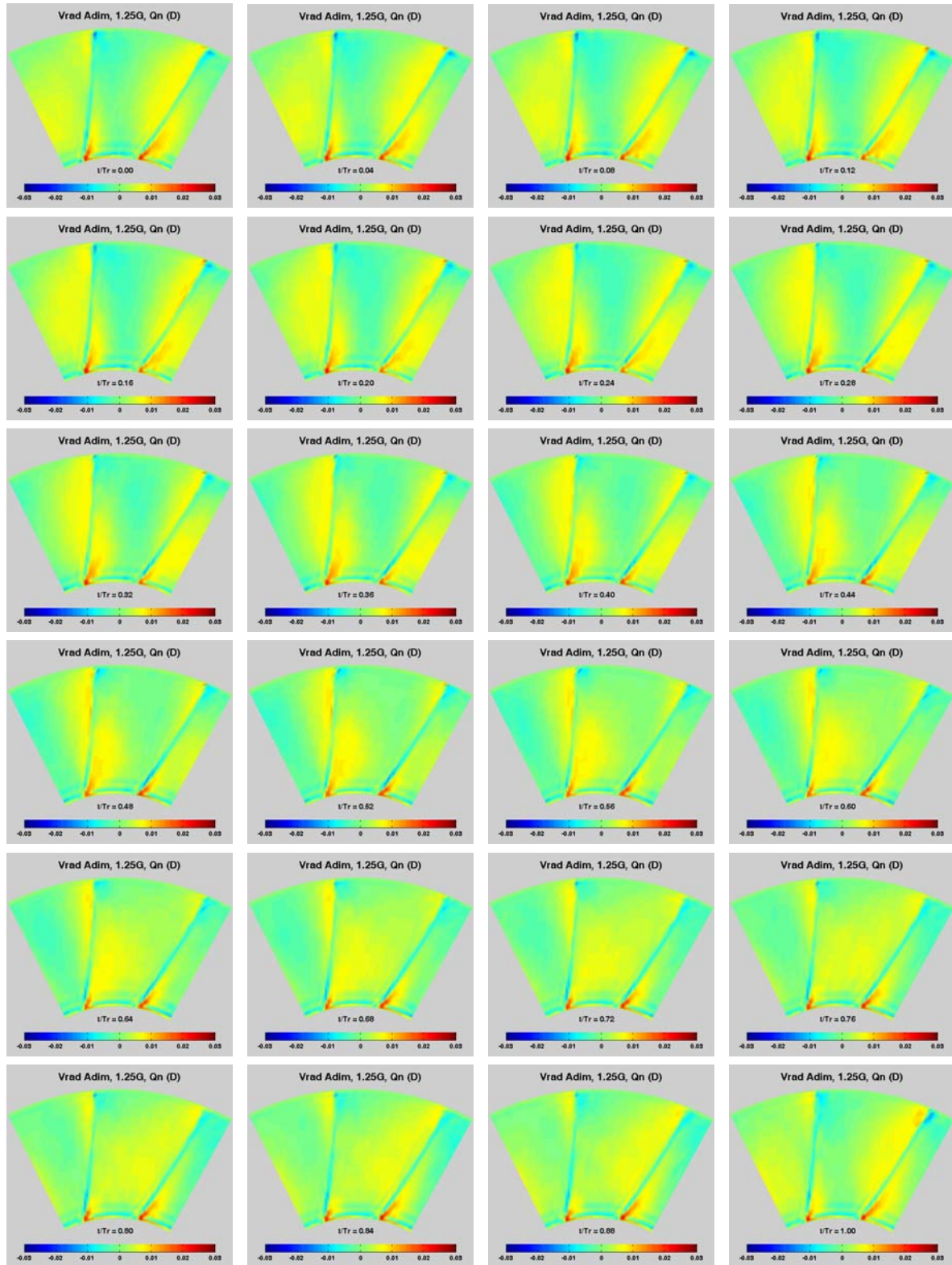


Figura 6.32. Fotogramas de la componente radial de la velocidad instantánea en el plano entre haces para gap superior (1.25G) y caudal nominal (Qn): resultados numéricos.

radiales de comportamiento de la componente radial de la velocidad instantánea del flujo son muy similares para ambos gaps axiales a los tres caudales de funcionamiento. En todos los casos mostrados la magnitud de la componente radial de la velocidad instantánea es muy pequeña, al igual que ocurría para el plano entre haces. Para ambos gaps, cuando el caudal de funcionamiento del ventilador es el caudal nominal se observa la aparición de un vórtice en la base, con sentido ascendente de la componente radial de la velocidad instantánea del flujo. Mientras que con ambos gaps para el caudal nominal de funcionamiento la distribución a lo largo de la envergadura de la componente radial de la velocidad instantánea es muy uniforme en el tiempo y presenta pequeñas fluctuaciones sobre su valor medio, a medida que disminuye el caudal de funcionamiento del ventilador se acentúan las estelas producidas por el paso del rotor (la fluctuación sobre el valor medio es mucho más pronunciada para el caudal intermedio de funcionamiento y el caudal inferior) y se pierde uniformidad temporal.

En la *Figura 6.33* se muestran los **mapas angulares** obtenidos numéricamente para la **componente radial de la velocidad instantánea** del flujo en un plano entre haces (*Figura 6.33.1* a *Figura 6.33.6*) y en un plano situado detrás del rotor (*Figura 6.33.7* a *Figura 6.33.12*). Los resultados corresponden a los dos gaps axiales (G y 1.25G) y a los tres caudales de funcionamiento diferentes (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$). La componente radial de la velocidad instantánea se ha adimensionalizado con la velocidad de arrastre en la punta de los álabes del rotor. Tampoco se dispone en este caso de mapas angulares obtenidos experimentalmente.

En el plano **entre haces** con ambos gaps axiales y para todos los caudales de funcionamiento estudiados se observan las estelas de las directrices y el efecto del paso del rotor, más acusado éste último en el caso de gap inferior (cuando la distancia entre estator y rotor es menor) que en el caso de gap superior (una mayor distancia entre haces). En el caso de gap inferior las señales correspondientes a los mapas angulares de la componente radial de la velocidad instantánea del flujo son muy sucias, probablemente como consecuencia de la pequeña magnitud de dicha componente (un orden de magnitud inferior a la componente axial y a la circunferencial en ese mismo plano). Salvo por un ligero aumento de los efectos de capa límite en cubo y punta, no se observan diferencias apreciables entre los tres caudales de funcionamiento para ninguno de los dos gaps axiales.

En los mapas angulares para el plano situado **detrás del rotor** (*Figura 6.33.7* a *Figura 6.33.12*), ya no se aprecia en ningún caso las estelas de las directrices, pero sí es posible ver la estela debida al paso del rotor. Además, se observa claramente que la componente radial de la velocidad instantánea del flujo varía siguiendo la estela dejada por el paso del rotor, hecho que también se observó en los mapas radiales para este mismo plano. En todos los casos la magnitud de la componente radial de la velocidad instantánea del flujo es muy pequeña, poniendo de manifiesto que, puesto que la componente circunferencial en el plano detrás del rotor también es muy pequeña, el flujo a la salida del ventilador tiene simetría prácticamente axial. No se observan diferencias apreciables en el comportamiento de la componente radial de la velocidad instantánea entre ambos gaps axiales. A medida que disminuye el caudal de funcionamiento del ventilador, los efectos del paso del rotor son mucho más acusados (*Figura 6.33.8*, *Figura 6.33.9*, *Figura 6.33.11* y *Figura 6.33.12*), perdiéndose uniformidad en la distribución circunferencial y aumentando las fluctuaciones sobre el valor medio de esta componente.



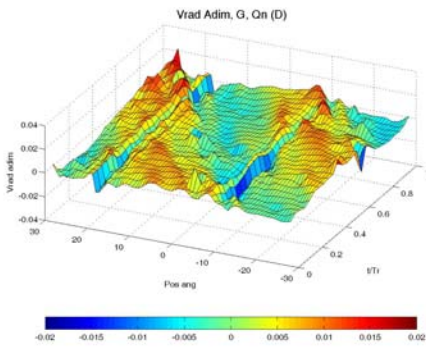


Fig.6.33.1. D, G, Q_n

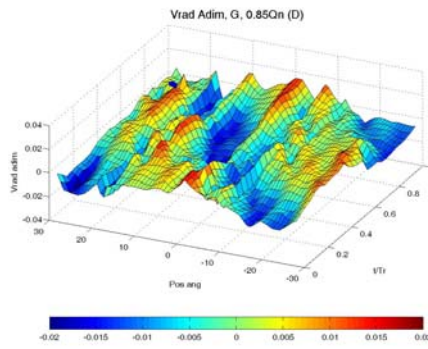


Fig.6.33.2. D, G, $0.85Q_n$

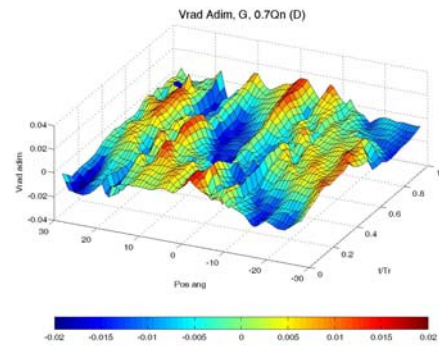


Fig.6.33.3. D, G, $0.7Q_n$

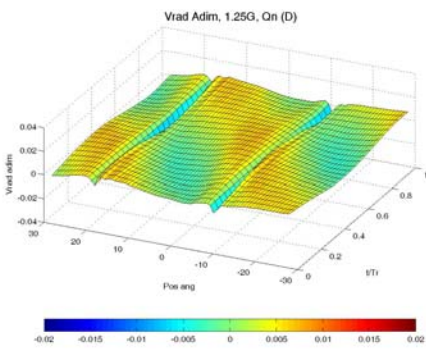


Fig.6.33.4. D, $1.25G$, Q_n

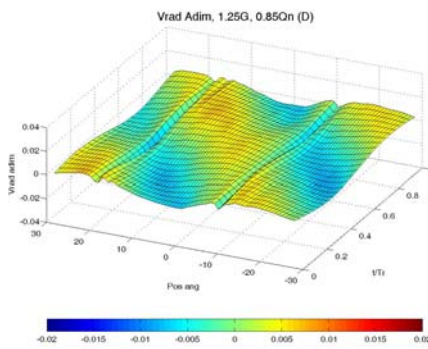


Fig.6.33.5. D, $1.25G$, $0.85Q_n$

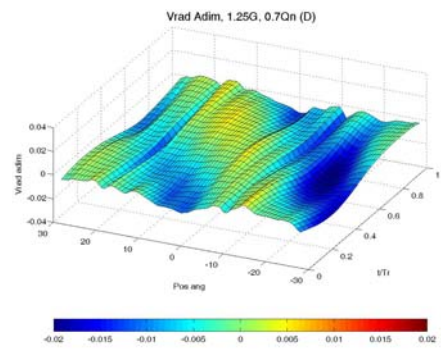


Fig.6.33.6. D, $1.25G$, $0.7Q_n$

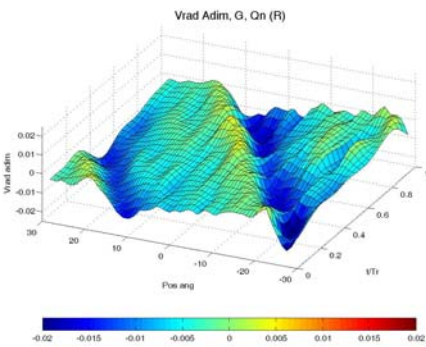


Fig.6.33.7. R, G, Q_n

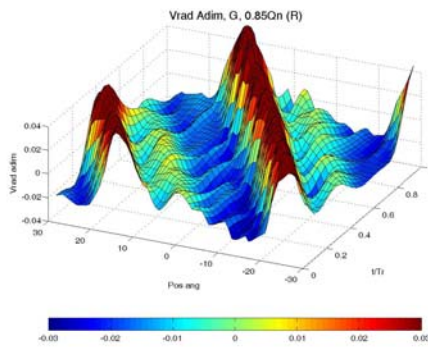


Fig.6.33.8. R, G, $0.85Q_n$

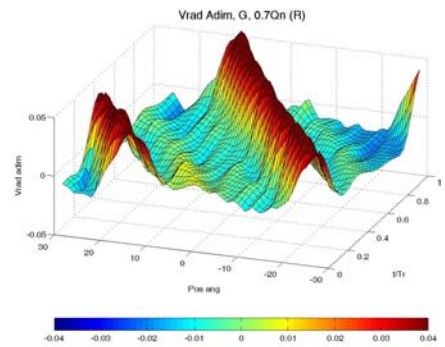


Fig.6.33.9. R, G, $0.7Q_n$

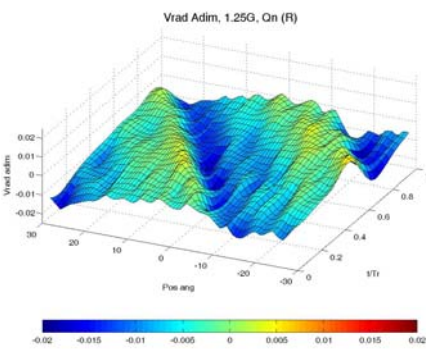


Fig.6.33.10. R, $1.25G$, Q_n

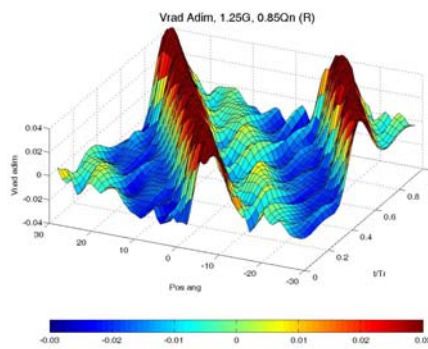


Fig.6.33.11. R, $1.25G$, $0.85Q_n$

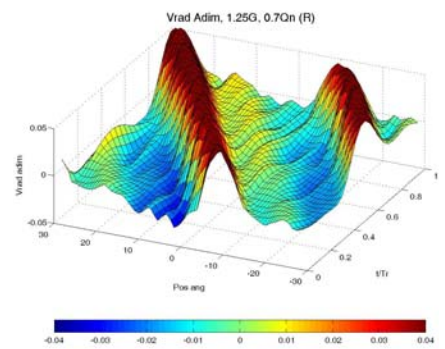


Fig.6.33.12. R, $1.25G$, $0.7Q_n$

Figura 6.33. Mapa angular de la componente radial de la velocidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y $1.25G$) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$): resultados numéricos, posición radial 9.

6.3.2.2. Campo de vorticidad instantáneo.

En esta sección se muestran las particularidades del campo de vorticidad instantáneo desarrollado en la soplante axial. Al igual que ocurría con el campo promedio de vorticidad, tampoco ahora es posible obtener experimentalmente el campo instantáneo de la misma puesto que no se dispone de la variación en la dirección axial de las componentes de la velocidad con la suficiente precisión. Por ello se muestran únicamente los mapas radiales y angulares obtenidos a partir del modelo numérico tridimensional explicado en el *Capítulo 4*.

En la *Figura 6.34* se muestra el **mapa radial** correspondiente a los resultados numéricos obtenidos para la **magnitud del campo de vorticidad instantáneo** del flujo en dos planos (entre haces y detrás del rotor), para los dos gaps axiales diferentes (gap inferior G y gap superior 1.25G) y los tres caudales de funcionamiento distintos (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$). La magnitud del campo de vorticidad instantáneo se ha adimensionalizado con la velocidad de giro del ventilador axial.

Por tratarse de un mapa radial, en el plano **entre haces** no es posible observar en ningún caso la presencia de estelas de las directrices. En cambio, sí es posible observar el efecto del paso del rotor, que resulta ser mucho más acusado para el gap inferior que para el superior a los tres caudales de funcionamiento considerados, poniéndose nuevamente de manifiesto que la interacción estator-rotor es mucho más acusada cuando la separación entre ambos es menor. Para ambos gaps, salvando los efectos de la capa límite de punta, se observa que la magnitud de la vorticidad en el plano entre haces es prácticamente cero, lo que corrobora los resultados obtenidos para el campo de vorticidad estacionario, donde sólo se obtenían valores no nulos de la vorticidad en las estelas de las directrices. Para ambos gaps axiales la única diferencia apreciable al variar el caudal de funcionamiento del ventilador consiste en un aumento de la vorticidad en la zona de la capa límite de punta.

En el plano situado **detrás del rotor** se aprecia claramente la presencia de la estela del rotor en todos los casos considerados. Dichas estelas aparecen dobles, con máximos de la vorticidad asociados a cada una de las caras de los álabes. Los mapas radiales de la magnitud de la vorticidad en este plano no muestran diferencias apreciables entre ambos gaps axiales. En el caudal nominal de funcionamiento los máximos de vorticidad aparecen en la estela del rotor junto al cubo, mientras que cuando el ventilador funciona a carga parcial los máximos aparecen en la estela del rotor y desplazados hacia la punta. Además, a medida que disminuye el caudal de funcionamiento para ambos gaps axiales se observa un aumento de los efectos de capa límite tanto en la base como en la punta.

En la *Figura 6.35* se muestra el **mapa angular** correspondiente a la magnitud del **campo de vorticidad instantáneo** para el plano entre haces y el plano situado detrás del rotor, obtenido a partir del modelo numérico tridimensional. Los resultados corresponden a los dos gaps axiales (G y 1.25G) y a los tres caudales de funcionamiento (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$), y se muestran adimensionalizados con la velocidad de giro del ventilador axial.

En el plano **entre haces** en todos los casos se percibe claramente la presencia de las estelas de las directrices. Dichas estelas son mucho más pronunciadas en los tres



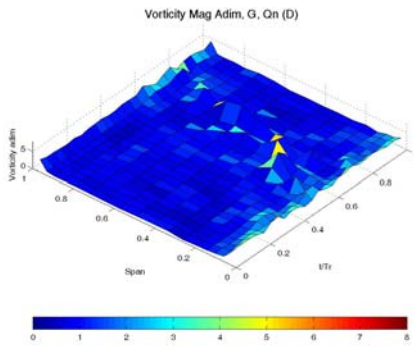


Fig.6.34.1. D, G, Qn

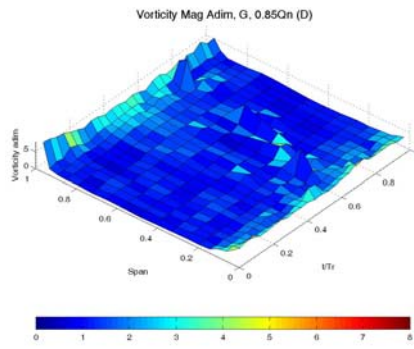


Fig.6.34.2. D, G, 0.85Qn

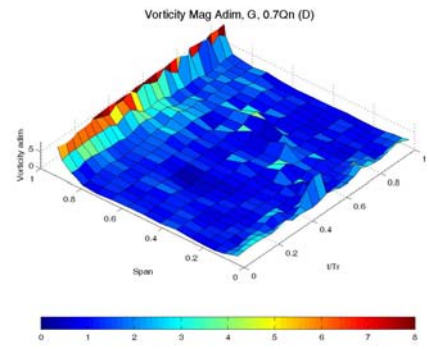


Fig.6.34.3. D, G, 0.7Qn

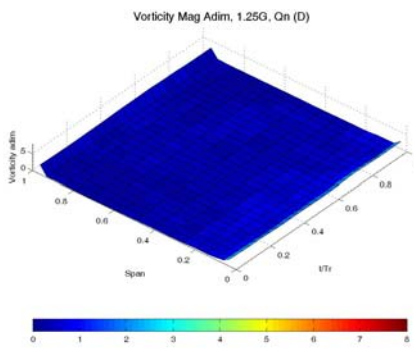


Fig.6.34.4. D, 1.25G, Qn

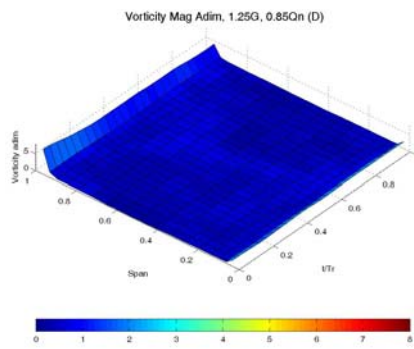


Fig.6.34.5. D, 1.25G, 0.85Qn

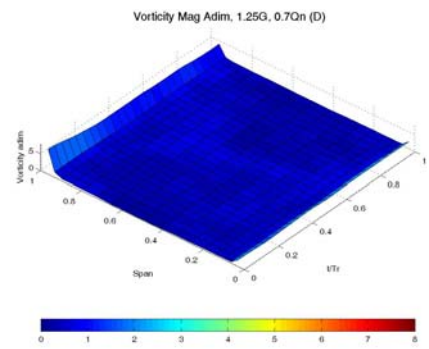


Fig.6.34.6. D, 1.25G, 0.7Qn

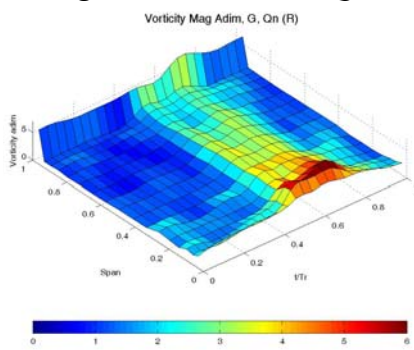


Fig.6.34.7. R, G, Qn

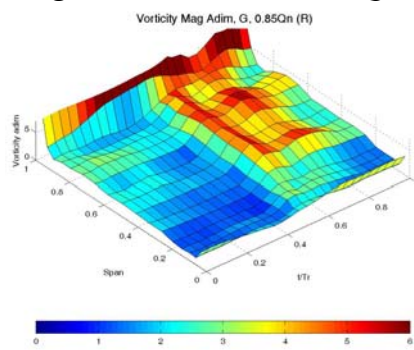


Fig.6.34.8. R, G, 0.85Qn

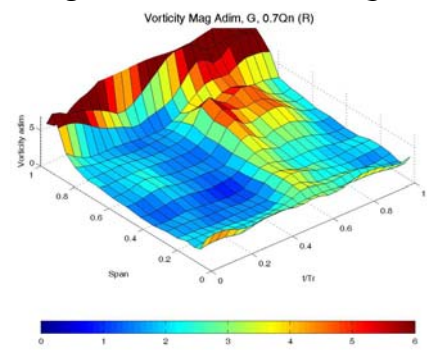


Fig.6.34.9. R, G, 0.7Qn

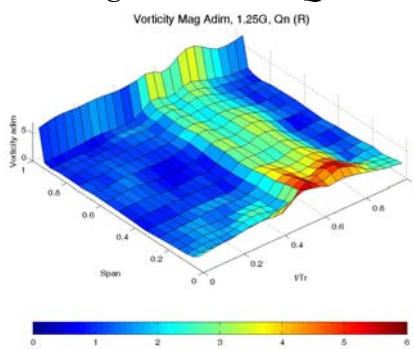


Fig.6.34.10. R, 1.25G, Qn

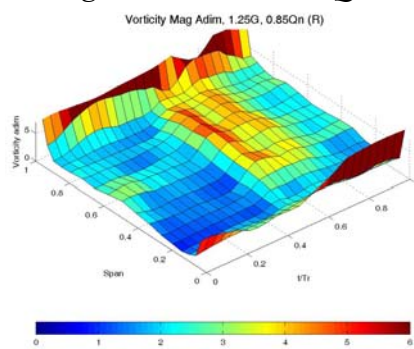


Fig.6.34.11. R, 1.25G, 0.85Qn

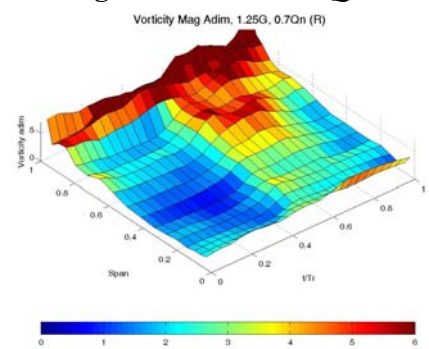


Fig.6.34.12. R, 1.25G, 0.7Qn

Figura 6.34. Mapa radial de la magnitud de la vorticidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos, posición radial 9.



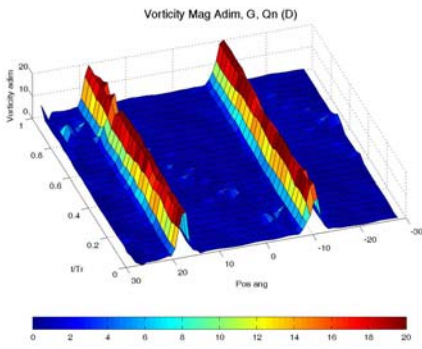


Fig.6.35.1. D, G, Qn

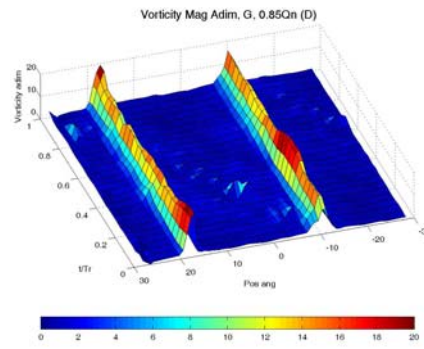


Fig.6.35.2. D, G, 0.85Qn

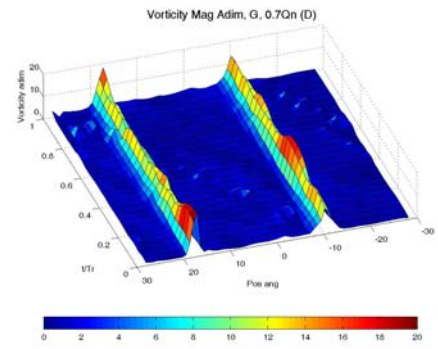


Fig.6.35.3. D, G, 0.7Qn

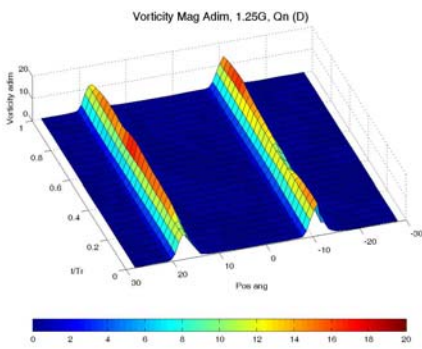


Fig.6.35.4. D, 1.25G, Qn

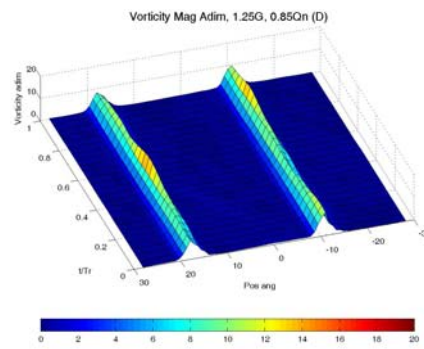


Fig.6.35.5. D, 1.25G, 0.85Qn

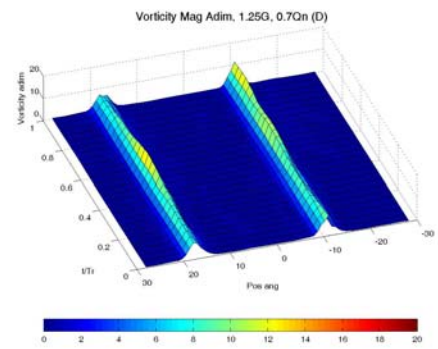


Fig.6.35.6. D, 1.25G, 0.7Qn

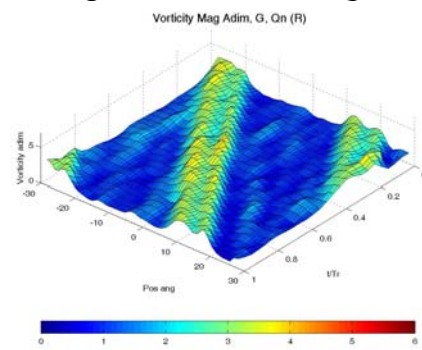


Fig.6.35.7. R, G, Qn

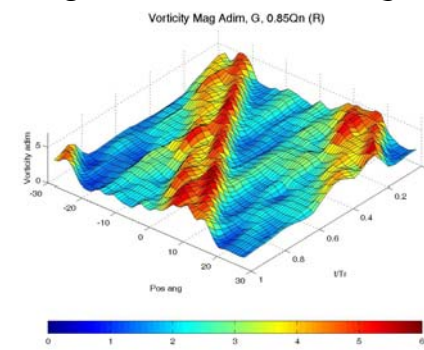


Fig.6.35.8. R, G, 0.85Qn

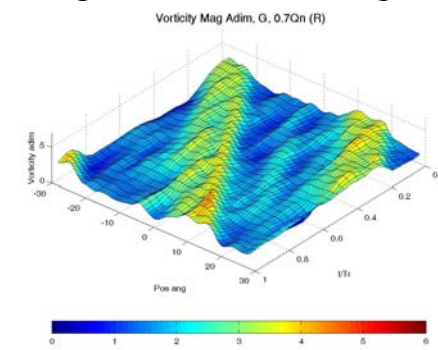


Fig.6.35.9. R, G, 0.7Qn

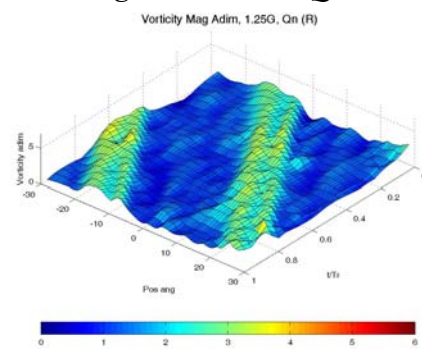


Fig.6.35.10. R, 1.25G, Qn

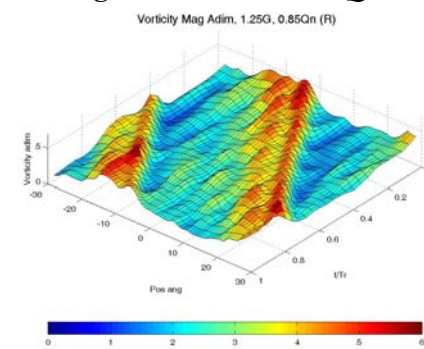


Fig.6.35.11. R, 1.25G, 0.85Qn

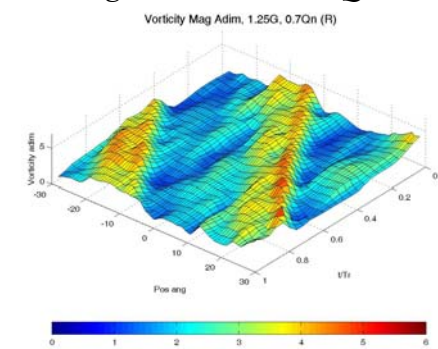


Fig.6.35.12. R, 1.25G, 0.7Qn

Figura 6.35. Mapa angular de la magnitud de la vorticidad instantánea en los planos entre haces (D) y tras el rotor (R), para dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn): resultados numéricos, posición radial 9.



caudales de funcionamiento correspondientes al gap inferior que en los correspondientes al superior. Además, en el gap inferior, el paso del rotor manifestado como una fluctuación sobre el valor medio de la magnitud de la vorticidad, es mucho más acusado que en el gap superior. Los mapas angulares de la magnitud de la vorticidad son mucho más uniformes en el tiempo para el caso de gap superior que para el caso de gap inferior. Salvo por la disminución de la magnitud de la vorticidad en las estelas de las directrices, con ninguno de los dos gaps axiales se observan diferencias de comportamiento apreciables entre los tres caudales de funcionamiento.

En el plano situado **detrás del rotor** no se aprecia en ningún caso la presencia de las estelas de las directrices. En cambio, sí se aprecian claramente las estelas debidas al paso del rotor, más intensas en el caso del gap inferior. Los mapas angulares que se obtienen en este plano para la magnitud de la vorticidad no muestran diferencias apreciables entre ambos gaps axiales. En ambos gaps, para el caudal intermedio ($0.85Q_n$) se obtienen mayores valores de vorticidad en las estelas del rotor que para los otros dos caudales de funcionamiento considerados.

6.3.2.3. Campo de presiones instantáneo.

En esta sección se muestran las particularidades del campo de presiones instantáneo del ventilador axial. Los resultados corresponden a las fluctuaciones de la presión estática medidas con los transductores piezoeléctricos (ver *Capítulo 5*) en la carcasa del ventilador sobre el rotor, por lo que no se dispone de variaciones de las mismas a lo largo de la dirección de envergadura. Dichas medidas se han realizado en 29 posiciones circunferenciales diferentes que abarcan un sector completo de directriz. Se han obtenido resultados para los dos gaps axiales diferentes (inferior G y superior 1.25G) y para los tres caudales de funcionamiento distintos (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$). Las fluctuaciones de la presión estática permiten caracterizar la turbomáquina en el espacio de frecuencias, tal y como se ha visto con los espectros de frecuencia mostrados en el apartado correspondiente al funcionamiento global del ventilador, y además proporcionan información sobre los efectos del flujo secundario que se desarrolla en la punta de los álabes (vórtices de punta).

En la *Figura 6.36* se muestra el **mapa angular de las fluctuaciones de presión estática** en la carcasa sobre el rotor para los dos gaps y los tres caudales de funcionamiento. Las presiones se han adimensionalizado con la presión dinámica correspondiente a la velocidad de arrastre en la punta de los álabes del rotor. En la *Figura 6.37* se muestran estos mismos resultados vistos desde arriba. A la vista de los resultados mostrados en la *Figura 6.36* y la *Figura 6.37*, no se observan diferencias apreciables entre las fluctuaciones de presión estática correspondientes a ambos gaps axiales para un mismo caudal. En ninguno de los casos se aprecian estelas de las directrices, pero sí se observa la estela debida al paso del rotor. En todas las figuras aparece una zona de presión positiva (sobrepresión) y otra zona de presión negativa (depresión). La zona de sobrepresión disminuye notablemente cuando el ventilador funciona a carga parcial. Si se observa la *Figura 6.36* se puede apreciar que las fluctuaciones de presión reaccionan al paso del rotor con un aumento de la magnitud de las mismas seguido por una posterior bajada, síntoma probable de la existencia de un vórtice de punta en el rotor. Numéricamente no es posible obtener fluctuaciones de presión estática análogas a las experimentales en la carcasa del ventilador sobre el rotor, puesto que no se ha tenido en cuenta el efecto del huelgo de punta en el modelo



Presion Adim. Carcasa, G, Qn

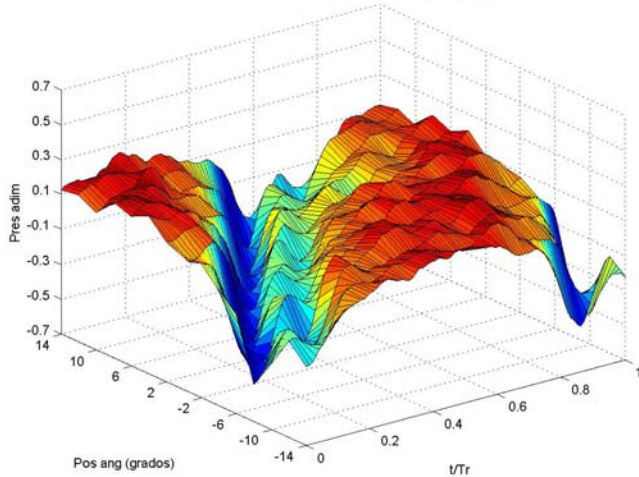


Fig.6.36.1. Presión, G, Qn.

Presion Adim. Carcasa, G, 0.85Qn

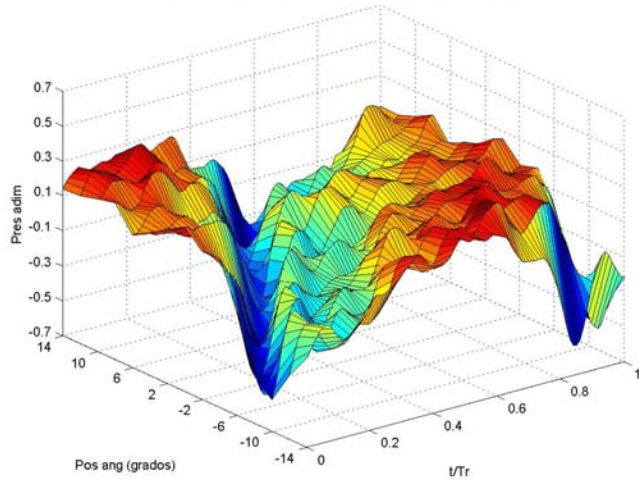


Fig.6.36.3. Presión, G, 0.85Qn.

Presion Adim. Carcasa, G, 0.7Qn

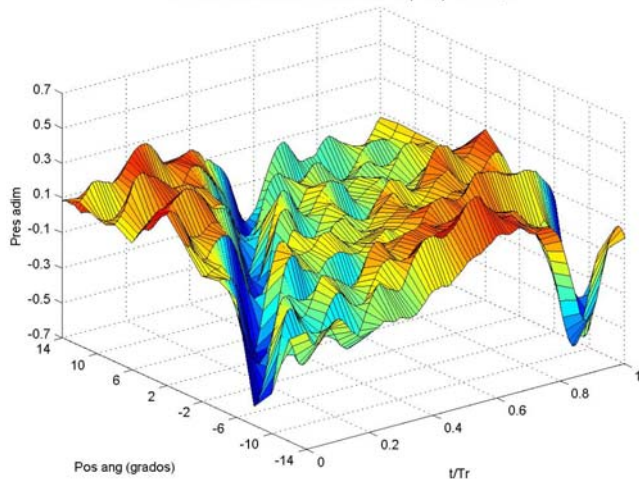


Fig.6.36.5. Presión, G, 0.7Qn.

Presion Adim. Carcasa, 1.25G, Qn

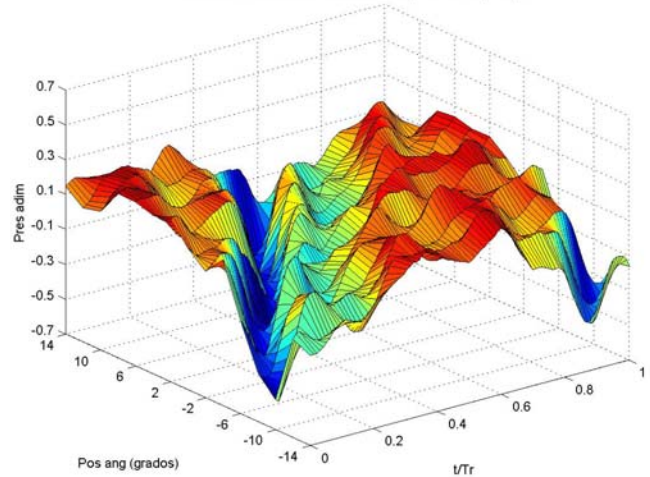


Fig.6.36.2. Presión, 1.25G, Qn.

Presion Adim. Carcasa, 1.25G, 0.85Qn

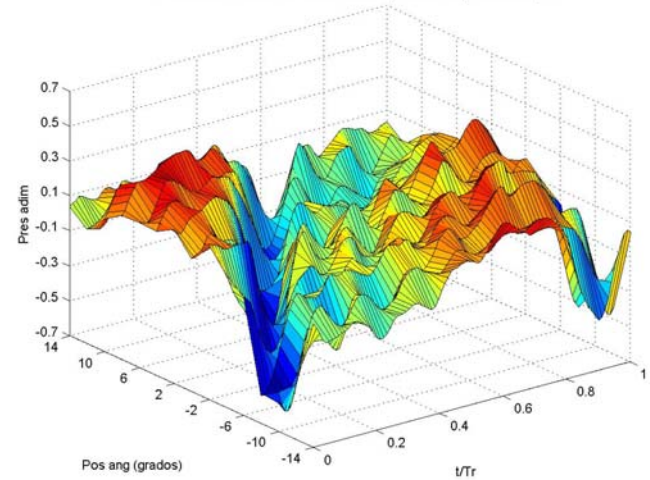


Fig.6.36.4. Presión, 1.25G, 0.85Qn.

Presion Adim. Carcasa, 1.25G, 0.7Qn

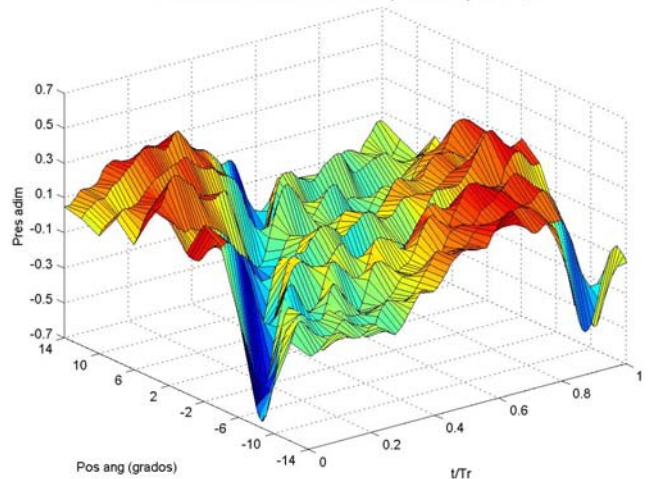


Fig.6.36.6. Presión, 1.25G, 0.7Qn.

Figura 6.36. Fluctuaciones de presión estática sobre la carcasa del rotor: dos gaps (G y 1.25G) y tres caudales (Qn, 0.85Qn y 0.7Qn).



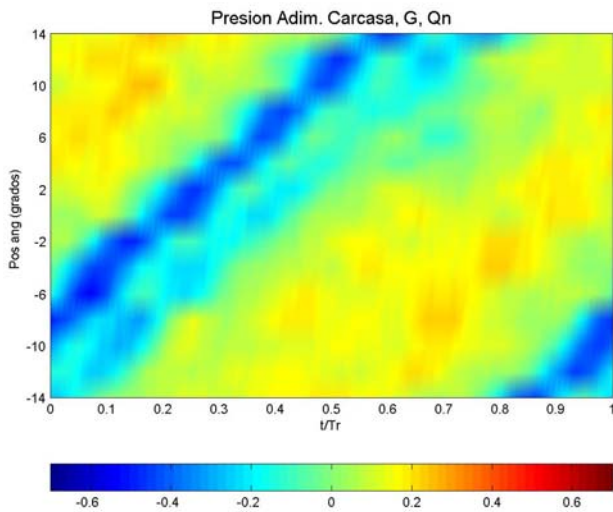


Fig.6.37.1. Presión, G , Q_n .

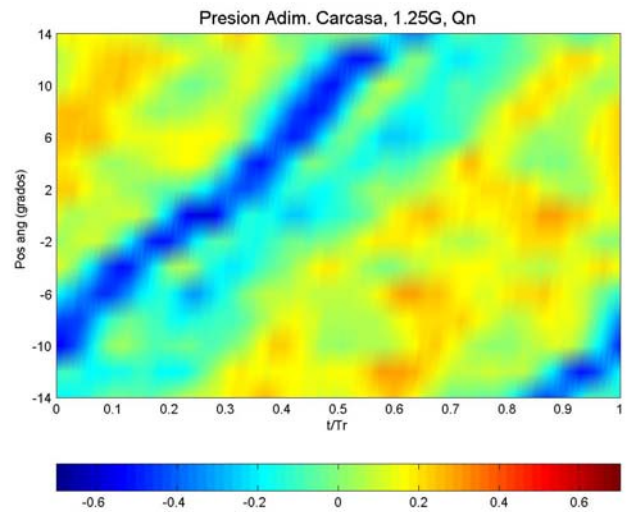


Fig.6.37.2. Presión, $1.25G$, Q_n .

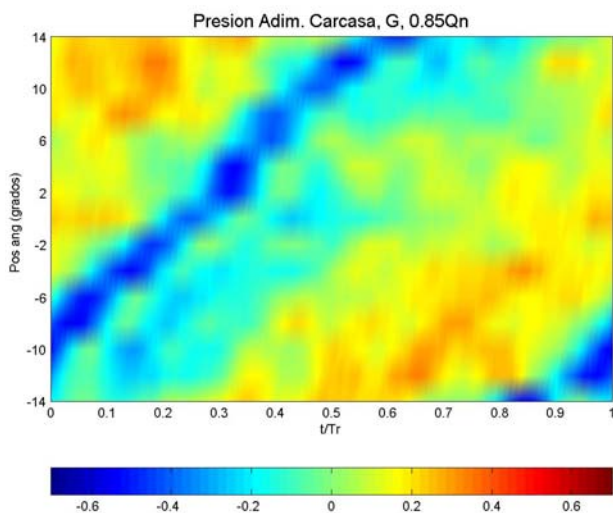


Fig.6.37.3. Presión, G , $0.85Q_n$.

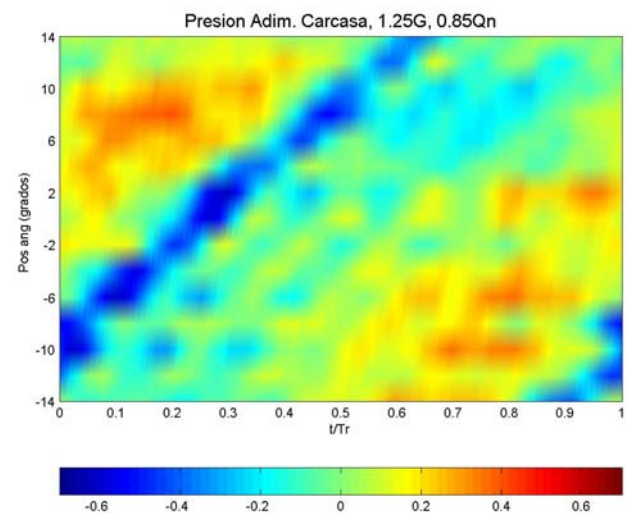


Fig.6.37.4. Presión, $1.25G$, $0.85Q_n$.

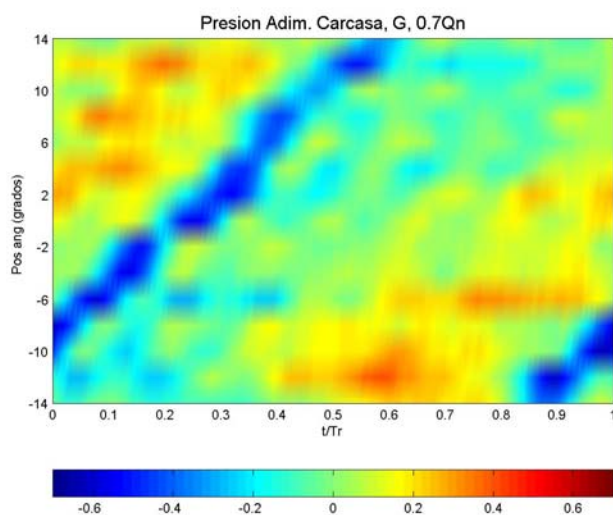


Fig.6.37.5. Presión, G , $0.7Q_n$.

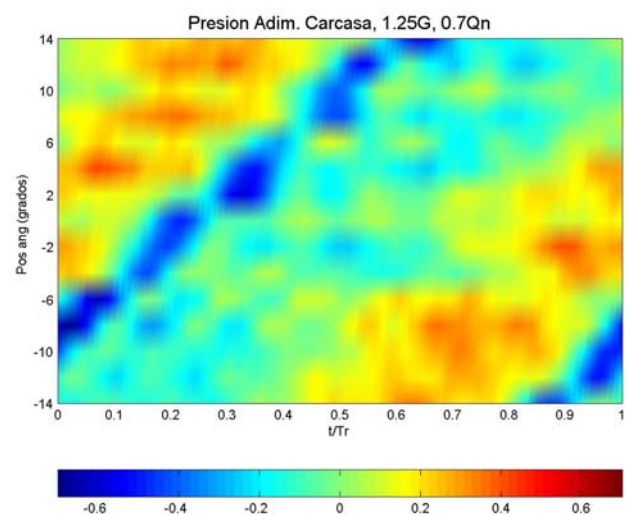


Fig.6.37.6. Presión, $1.25G$, $0.7Q_n$.

Figura 6.37. Fluctuaciones de presión estática sobre la carcasa del rotor: dos gaps (G y $1.25G$) y tres caudales (Q_n , $0.85Q_n$ y $0.7Q_n$).



tridimensional, hecho que será considerado en trabajos futuros. Por tanto, la existencia del vórtice de punta tendrá una influencia clave en los resultados del modelo acústico: puesto que el modelo numérico que caracteriza el flujo del ventilador (correspondiente a la región fuente) no tiene en cuenta la presencia del vórtice de punta, el ruido asociado a dicho fenómeno no será considerado por el modelo acústico de la región de propagación, y en consecuencia aparecerá una cierta discrepancia entre los resultados acústicos numéricos y los experimentales.

Como puede observarse en los resultados de la presión estática mostrados en la *Figura 6.36* y en la *Figura 6.37*, las principales diferencias entre las fluctuaciones de presión estática se obtienen cuando se varía el caudal de funcionamiento del ventilador. De hecho, a medida que disminuye el caudal de funcionamiento con ambos gaps axiales se observa un aumento del grosor de la estela del rotor y el vórtice de punta es menos pronunciado. Además, las diferencias de presión estática entre la cara de succión y la cara de presión de la estela del rotor se acentúan cuando disminuye el caudal, como consecuencia de que una disminución del caudal implica que el ángulo de ataque del flujo sobre los álabes del rotor sea mayor y por tanto se produzca un aumento de la sustentación en los perfiles aerodinámicos.

6.3.2.4. Fuerzas sobre álabes y directrices.

En esta sección se muestran los resultados obtenidos para la fuerza instantánea – y sus componentes axial y tangencial – ejercida por el flujo sobre los álabes y directrices de la soplante axial. Dichos resultados han sido obtenidos a partir del modelo numérico tridimensional explicado en el *Capítulo 4*. Se muestran los resultados obtenidos para distintas configuraciones de funcionamiento del ventilador, en particular, los dos gaps axiales (inferior G y superior 1.25G) y el caudal nominal de funcionamiento (Q_n).

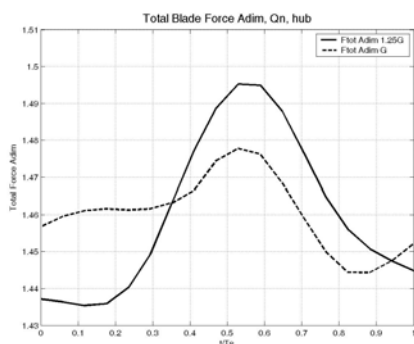


Fig.6.38.1. Base, F_{total}

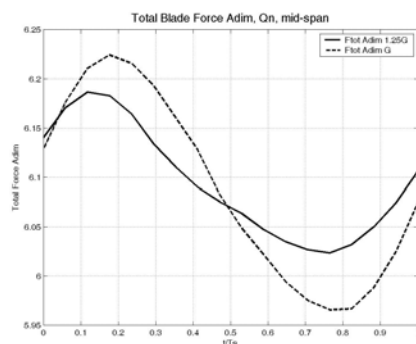


Fig.6.38.2. Media, F_{total}

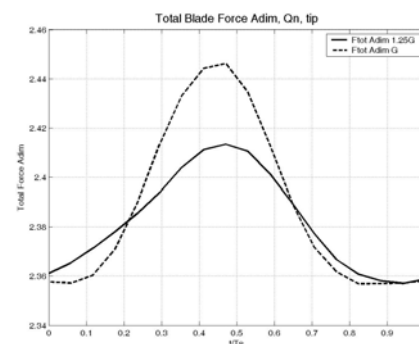


Fig.6.38.3. Punta, F_{total}

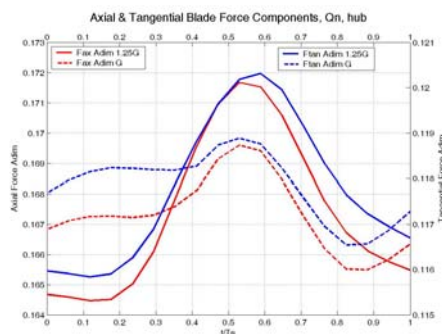


Fig.6.38.4. Base, F_{ax} y F_{tan}

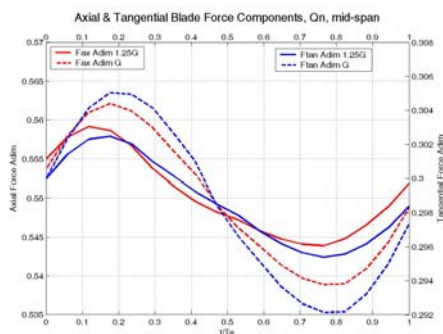


Fig.6.38.5. Media, F_{ax} y F_{tan}

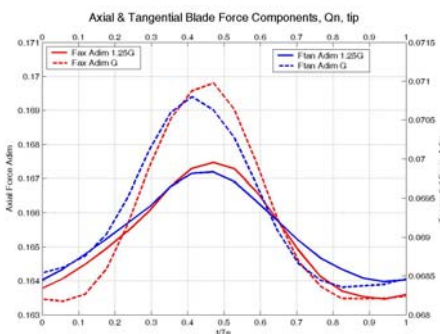


Fig.6.38.6. Punta, F_{ax} y F_{tan}

Figura 6.38. Fuerza total, componentes axial y tangencial sobre el álabe.



En la *Figura 6.38* se muestra la evolución temporal de la resultante de la fuerza y sus componentes axial y tangencial para tres posiciones radiales a lo largo de la envergadura del álabe (base, media y punta) para caudal nominal de funcionamiento Q_n y los dos gaps axiales. No se muestra la componente radial de la fuerza puesto que es prácticamente despreciable (los esfuerzos radiales sobre los álabes son sobre todo de origen mecánico). La resultante de la fuerza y sus componentes en la dirección axial y en la dirección tangencial se presentan adimensionalizadas por el coeficiente $\frac{1}{2}\rho W_m^2(r)c(r)\Delta r$, donde W_m es la velocidad relativa del flujo en el punto de curvatura media para cada sección radial, $c(r)$ es la cuerda del álabe correspondiente a cada sección radial y Δr es la distancia entre las distintas posiciones radiales consideradas a lo largo de la envergadura. En todos los casos mostrados en la *Figura 6.38*, la fuerza sobre los álabes – bien sea la resultante o sus componentes axial y tangencial – es periódica con el período de paso de directriz. Mientras que en la sección de base se obtienen mayores amplitudes de la resultante de la fuerza y de sus componentes axial y tangencial con el gap superior que con el inferior, en las secciones de media y punta ocurre lo contrario y las mayores amplitudes se alcanzan con el gap inferior. De cualquier modo, la variación de la magnitud de dichas fuerzas es ínfima.

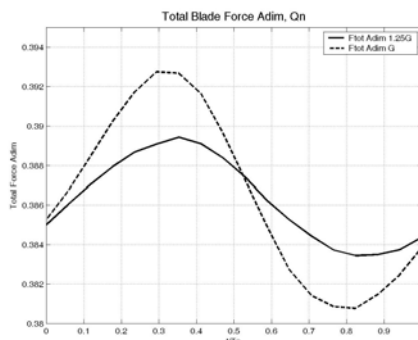


Fig. 6.39.1.

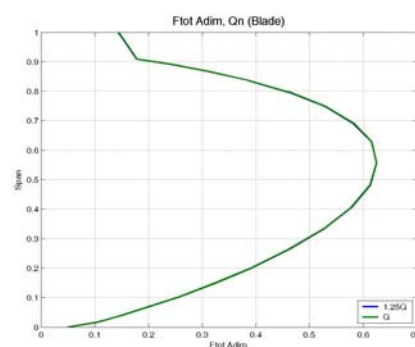


Fig. 6.39.2.

Figura 6.39. Fuerza total sobre el álabe y distribución radial promedio de la misma.

En la *Figura 6.39.1* se muestra la evolución temporal en un período de paso de directriz de la resultante de la fuerza ejercida sobre toda la envergadura del álabe, es decir, la resultante integrada a lo largo de todas las posiciones radiales, para caudal nominal Q_n y gap inferior y superior. En la *Figura 6.39.2* se muestra el promedio temporal de la distribución de la resultante de la fuerza a lo largo de la envergadura del álabe. En la *Figura 6.39.1* la resultante de la fuerza se presenta adimensionalizada por el factor $\frac{1}{2}\rho W_m^2 c \Delta r$, siendo c la cuerda media del álabe, mientras que en la *Figura 6.39.2* la resultante se ha adimensionalizado por el factor $\frac{1}{2}\rho W_m^2 c(r) \Delta r$, siendo $c(r)$ la cuerda correspondiente a cada sección radial a lo largo de la envergadura del álabe.

Como puede observarse en la *Figura 6.39.1*, se alcanzan mayores amplitudes de la resultante de la fuerza sobre toda la superficie del álabe con el gap inferior que con el gap superior. Lo anterior indica que cuando la distancia entre estator y rotor es menor (gap inferior), se producen mayores fluctuaciones de la fuerza sobre los álabes del rotor como consecuencia de la mayor interacción entre las etapas que tiene lugar en este caso, y que ya se ha venido poniendo de manifiesto mediante todos los resultados, numéricos y experimentales, correspondientes al campo de flujo que se desarrolla en la soplante axial. Por tanto, cuando la soplante se encuentra en la configuración de gap inferior, los



álabes del rotor soportan mayores esfuerzos que cuando la separación entre etapas es mayor. Como veremos en el siguiente apartado, este hecho tendrá consecuencias sobre el ruido de carga generado por los álabes del rotor y propagado al campo lejano, el cual depende directamente de los esfuerzos soportados por los álabes. En cambio, como pone de manifiesto la *Figura 6.39.2*, se obtienen promedios temporales de la distribución radial de la resultante de la fuerza sobre el álabe, idénticos para ambos gaps axiales. Los mayores valores de la fuerza se alcanzan en la zona de envergadura media, mientras que los mínimos aparecen en las zonas de base y punta, influenciadas parcialmente por los efectos de capa límite.

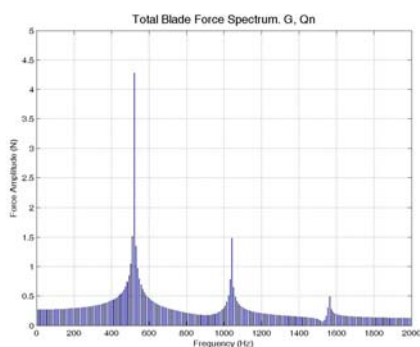
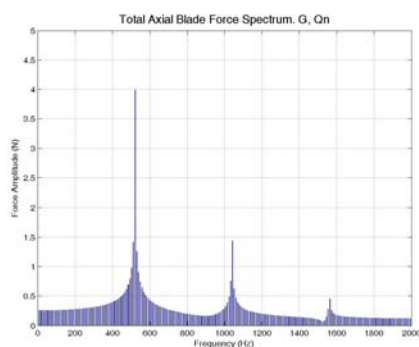
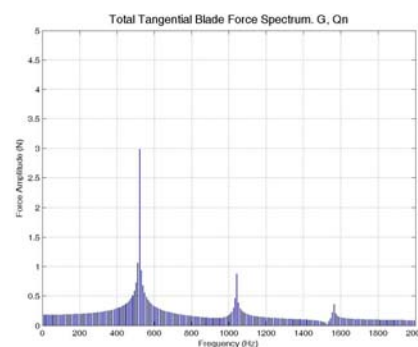
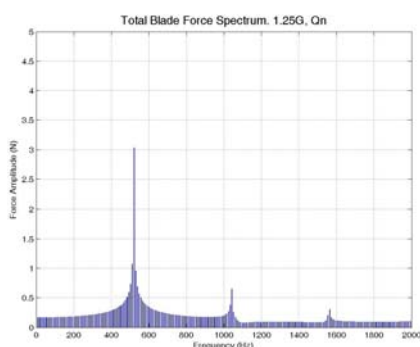
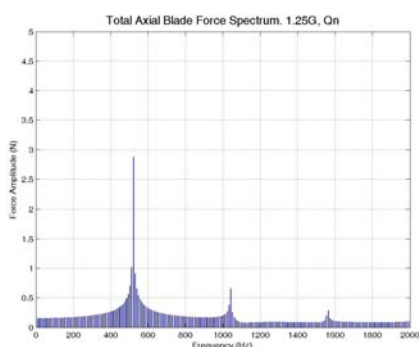
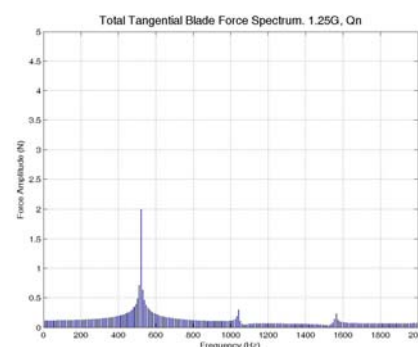
Fig. 6.40.1. Q_n , G, F totalFig. 6.40.2. Q_n , G, F_{ax} Fig. 6.40.3. Q_n , G, F_{tan} Fig. 6.40.4. Q_n , 1.25G, F totalFig. 6.40.5. Q_n , 1.25G, F_{ax} Fig. 6.40.6. Q_n , 1.25G, F_{tan}

Figura 6.40. Espectros de la fuerza y sus componentes axial y tangencial sobre el álabe.

En la *Figura 6.40* se muestra el espectro de la resultante de la fuerza sobre toda la superficie del álabe y de sus componentes axial y tangencial para caudal nominal Q_n y dos gaps axiales (G y 1.25G). En dicha figura la fuerza y sus componentes se muestran sin adimensionalizar. Los mayores picos de amplitud aparecen a la frecuencia de paso de directriz y su segundo armónico. Tanto para la resultante de la fuerza como para sus componentes axial y tangencial, se obtienen mayores picos de amplitud con el gap inferior que con el gap superior, en consonancia con el comportamiento ya observado en la *Figura 6.39* para las señales temporales. A la vista de los resultados de la *Figura 6.40* es de esperar que puesto que los armónicos de carga sobre los álabes del rotor alcanzan mayores valores con la configuración de gap inferior que con la configuración de gap superior, el ruido de carga propagado al campo lejano sea mayor cuando la distancia entre estator y rotor es menor.

En la *Figura 6.41* se muestra la evolución temporal de la resultante de la fuerza y sus componentes axial y tangencial sobre la superficie de las directrices para caudal



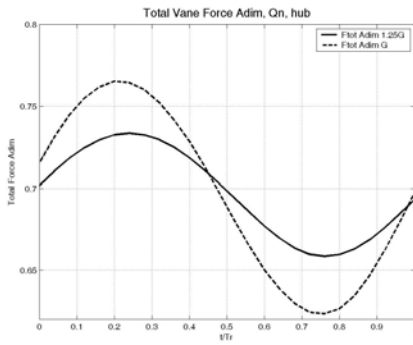


Fig.6.41.1. Base, F total

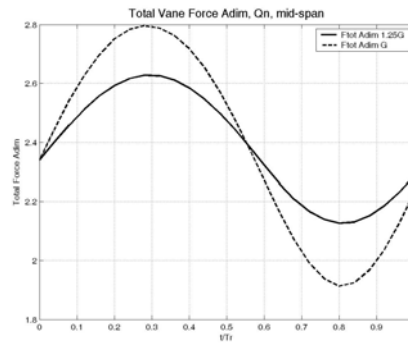


Fig.6.41.2. Media, F total

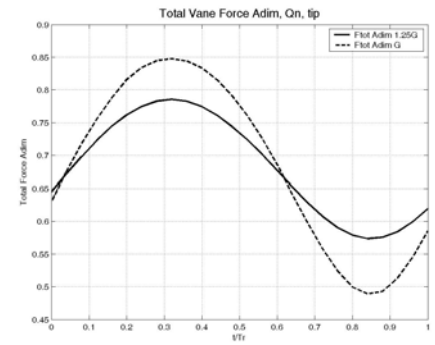


Fig.6.41.3. Punta, F total

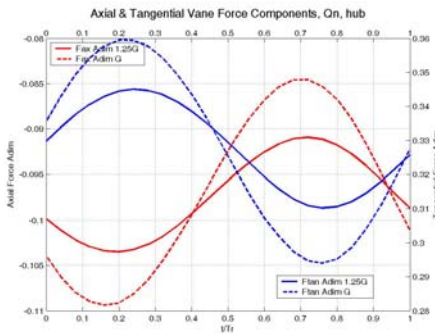


Fig.6.41.4. Base, F_{ax} y F_{tan}

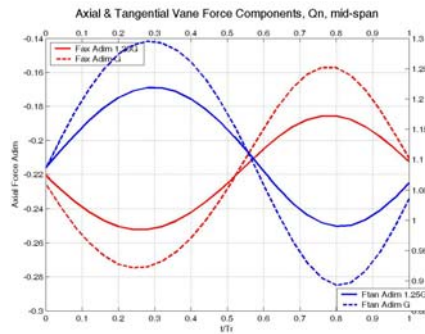


Fig.6.41.5. Media, F_{ax} y F_{tan}

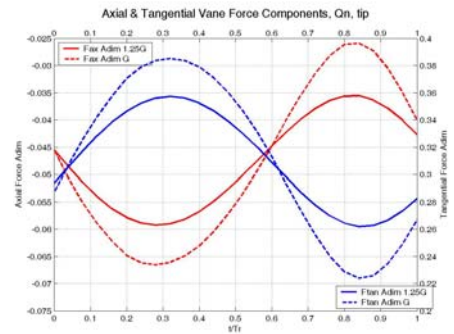


Fig.6.41.6. Punta, F_{ax} y F_{tan}

Figura 6.41. Fuerza total, componentes axial y tangencial sobre la directriz.

nominal de funcionamiento Q_n y dos gaps axiales (inferior G y superior $1.25G$). Se muestran resultados correspondientes a tres posiciones radiales a lo largo de la envergadura de la directriz (base, media y punta). La resultante de la fuerza y sus componentes en la dirección axial y en la dirección tangencial se presentan adimensionalizadas por el factor $\frac{1}{2}\rho W_m^2 c(r)\Delta r$, donde W_m es la velocidad relativa del flujo en el punto de curvatura media para cada sección radial, $c(r)$ es la cuerda de la directriz correspondiente a cada sección radial y Δr es la distancia entre las distintas posiciones radiales consideradas a lo largo de la envergadura. Como puede observarse en la *Figura 6.41*, en todas las secciones a lo largo de la envergadura de la directriz (base, media y punta), la fuerza y sus componentes axial y tangencial presentan mayores amplitudes con el gap inferior que con el superior, ya que la mayor proximidad del rotor da lugar a mayores fluctuaciones de dichas fuerzas sobre las directrices. Por lo demás, la oscilación de la resultante de la fuerza y sus componentes axial y tangencial es muy pequeña, y en todos los casos mostrados en la *Figura 6.41* puede observarse que las fuerzas son periódicas con el período de paso de álabe.

En la *Figura 6.42.1* se muestra la evolución temporal en un período de paso de álabe de la resultante de la fuerza ejercida sobre toda la envergadura de la directriz (la resultante integrada a lo largo de todas las posiciones radiales), para caudal nominal Q_n y gap inferior y superior. En la *Figura 6.42.2* se muestra el promedio temporal de la distribución de la resultante de la fuerza a lo largo de la envergadura de la directriz. En la *Figura 6.42.1* la resultante de la fuerza se presenta adimensionalizada por el factor $\frac{1}{2}\rho W_m^2 c\Delta r$, siendo c en este caso la cuerda media de la directriz, mientras que en la *Figura 6.42.2* se ha adimensionalizado por el factor $\frac{1}{2}\rho W_m^2 c(r)\Delta r$, siendo $c(r)$ la cuerda correspondiente a cada sección radial a lo largo de la envergadura de la directriz.



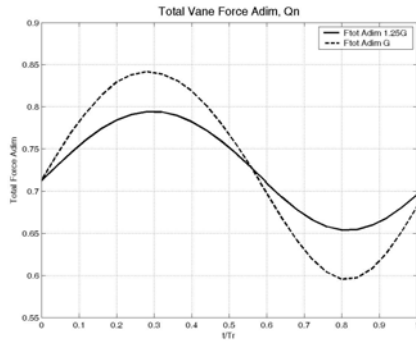


Fig.6.42.1.

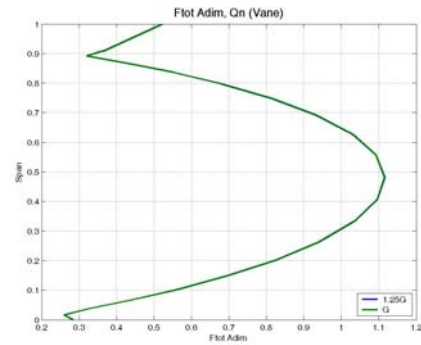


Fig.6.42.2.

Figura 6.42. Fuerza total sobre la directriz y distribución radial promedio de la misma.

Como puede observarse en la *Figura 6.42.1*, se alcanzan mayores amplitudes de la resultante de la fuerza sobre toda la superficie de la directriz con el gap inferior que con el gap superior, como consecuencia de la mayor interacción entre las directrices y los álabes que tiene lugar cuando la distancia entre el estator y el rotor es menor. En cambio, la *Figura 6.42.2* pone de manifiesto que los promedios temporales de la distribución radial de la resultante de la fuerza sobre la directriz son idénticos para ambos gaps axiales, como ya ocurría con el promedio temporal de la distribución radial de la fuerza sobre el álabe. Los mayores valores de la fuerza se alcanzan en la zona de envergadura media, mientras que los mínimos aparecen en las zonas de base y punta, influenciadas también en este caso por los efectos de capa límite.

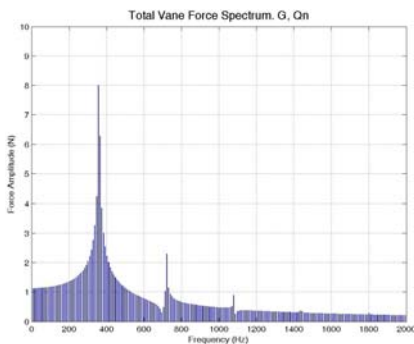


Fig.6.43.1. Q_n, G, F total

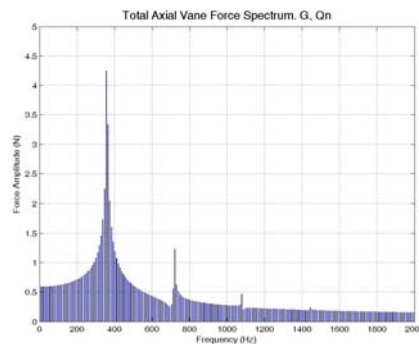


Fig.6.43.2. Q_n, G, Fax

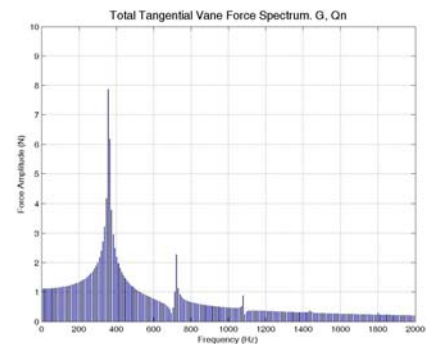


Fig.6.43.3. $Q_n, G, Ftan$

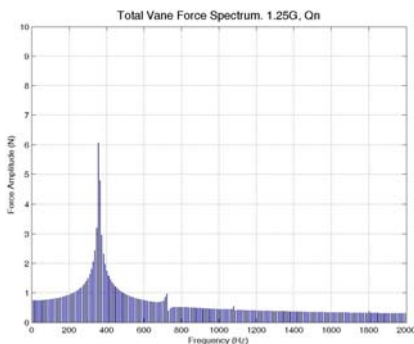


Fig.6.43.4. $Q_n, 1.25G, F$ total

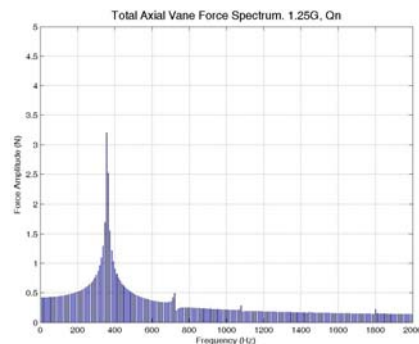


Fig.6.43.5. $Q_n, 1.25G, Fax$

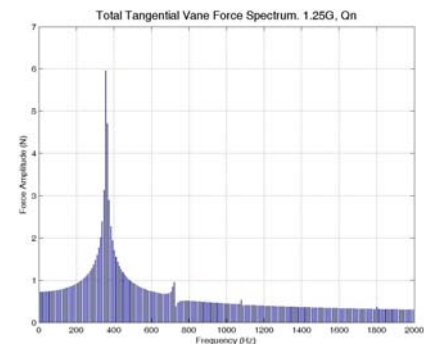


Fig.6.43.6. $Q_n, 1.25G, Ftan$

Figura 6.43. Espectros de la fuerza total, axial y tangencial sobre la directriz.



En la *Figura 6.43* se muestra el espectro de la resultante de la fuerza sobre toda la superficie de la directriz y de sus componentes axial y tangencial para el caudal nominal Q_n y los dos gaps axiales (G y $1.25G$). En dicha figura la fuerza y sus componentes se muestran sin adimensionalizar. Los mayores picos de amplitud aparecen a la frecuencia de paso de álabe y su segundo armónico. Tanto para la resultante de la fuerza como para sus componentes axial y tangencial, se obtienen picos de mayor amplitud con el gap inferior que con el gap superior, en consonancia con el comportamiento ya observado en la *Figura 6.42* para las señales temporales. Por lo demás, no existen diferencias apreciables entre ambos gaps axiales.

6.3.3. Comparación entre modelos de turbulencia (RSM vs. LES).

Ya se ha comentado con antelación que para la obtención de todos los resultados numéricos de las simulaciones del modelo tridimensional de la soplante axial, se ha empleado el esquema de turbulencia LES. Cuando se abordó el estudio numérico del ventilador se realizó una comparación previa entre los resultados del flujo obtenidos con varios modelos de turbulencia, en particular, el modelo RSM y el modelo LES, que son los que presentan la capacidad suficiente como para reproducir con precisión las características del campo de flujo no estacionario que se desarrolla en la turbomáquina. En esta sección se muestran varios resultados obtenidos para el campo de flujo con ambos modelos de turbulencia para el caudal nominal de funcionamiento Q_n y los dos gaps axiales (inferior G y superior $1.25G$). La elección del modelo de turbulencia se realizó en base a la forma en que ambos esquemas de turbulencia son capaces de captar los fenómenos no estacionarios relacionados con la interacción entre el estator y el rotor de la soplante. Para ello, se ha realizado una comparación cualitativa entre las fluctuaciones de velocidad obtenidas con los dos esquemas de turbulencia que tienen lugar en el plano entre haces y el situado detrás del rotor. Como veremos a continuación la comparación de los resultados obtenidos con ambos modelos llevó a la elección del modelo LES por sus mejores resultados a la hora de determinar las particularidades del flujo desarrollado en el ventilador.

En la *Figura 6.44* se muestran los mapas angulares temporales de la componente axial de la velocidad instantánea del flujo para el plano entre haces y el plano detrás del rotor. Los resultados corresponden al caudal nominal de funcionamiento y a los dos gaps axiales, y se muestran resultados obtenidos con el modelo de turbulencia RSM y con el modelo de turbulencia LES (*Figura 6.44.2*, *Figura 6.44.4*, *Figura 6.44.6* y *Figura 6.44.8*). La velocidad axial se presenta adimensionalizada con el valor medio de la componente axial de la velocidad obtenido a partir del caudal de funcionamiento Q_n . A pesar de que con ambos modelos de turbulencia se obtienen valores de la magnitud de la componente axial de la velocidad muy similares entre sí, la definición de las estelas de las directrices (aparecen fijas en la misma posición angular a lo largo del tiempo) y el efecto del bloqueo del rotor (manifestado como un fluctuación transversal en el tiempo) en el plano entre haces (*Figura 6.44.1* a *Figura 6.44.4*) queda mucho mejor definido cuando se emplea el modelo LES en las simulaciones numéricas. Lo mismo ocurre en el plano situado detrás del rotor (*Figura 6.44.5* a *Figura 6.44.8*) donde el modelo RSM no es capaz de capturar adecuadamente las estelas debidas al paso de los álabes del rotor, de forma que no queda bien definida la secuencia núcleo-estela. Para ambos planos, entre haces y tras el rotor, y con ambos gaps axiales, inferior y superior, el modelo LES reproduce con mucha mayor precisión los resultados experimentales obtenidos con anemometría térmica.



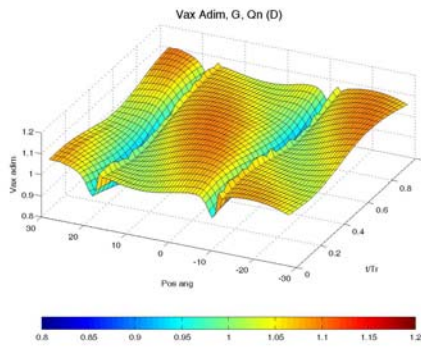


Fig.6.44.1. D, G, Q_n , RSM

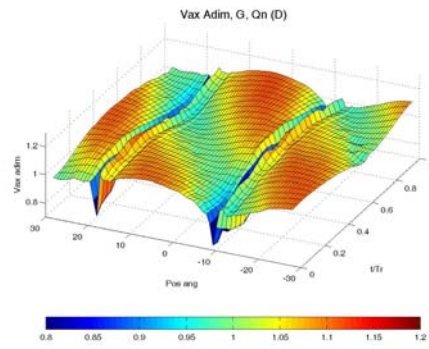


Fig.6.44.2. D, G, Q_n , LES

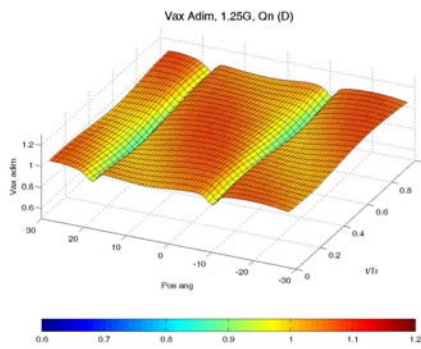


Fig.6.44.3. D, 1.25G, Q_n , RSM

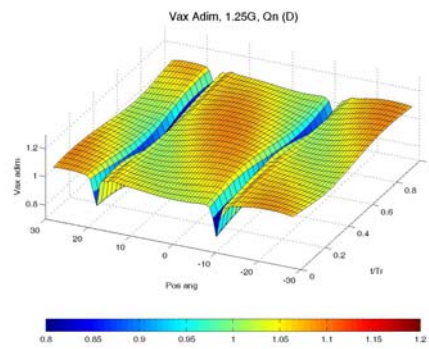


Fig.6.44.4. D, 1.25G, Q_n , LES

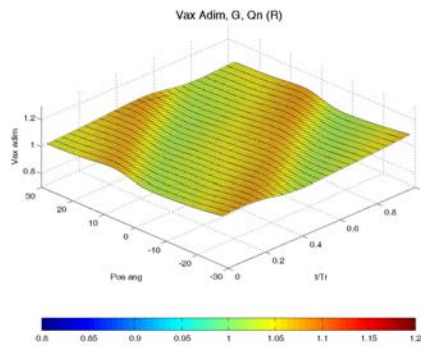


Fig.6.44.5. R, G, Q_n , RSM

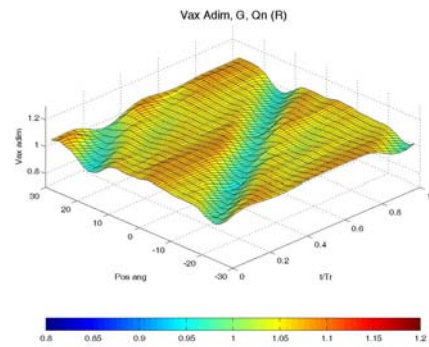


Fig.6.44.6. R, G, Q_n , LES

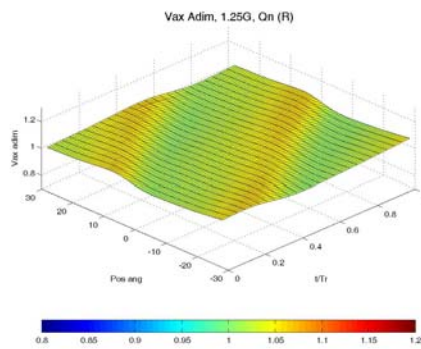


Fig.6.44.7. R, 1.25G, Q_n , RSM

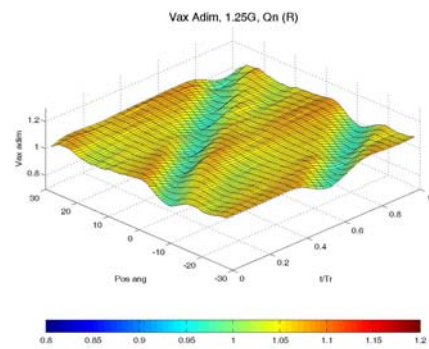


Fig.6.44.8. R, 1.25G, Q_n , LES

Figura 6.44. Mapas angulares de la componente axial de la velocidad instantánea, entre haces (D) y tras el rotor (R), caudal nominal Q_n , dos gaps (G y 1.25G): resultados numéricos con modelos de turbulencia RSM y LES.

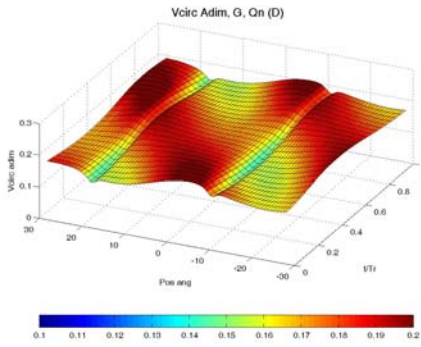


Fig.6.45.1. D, G, Qn, RSM

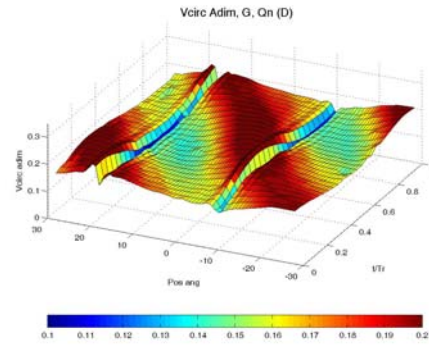


Fig.6.45.2. D, G, Qn, LES

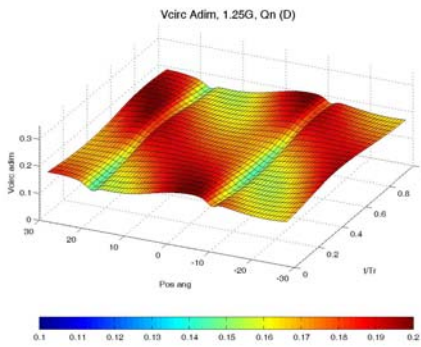


Fig.6.45.3. D, 1.25G, Qn, RSM

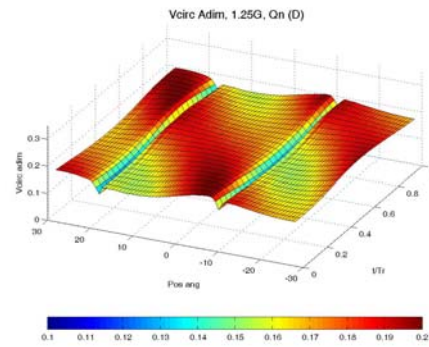


Fig.6.45.4. D, 1.25G, Qn, LES

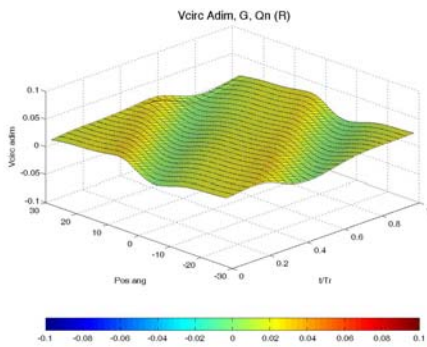


Fig.6.45.5. R, G, Qn, RSM

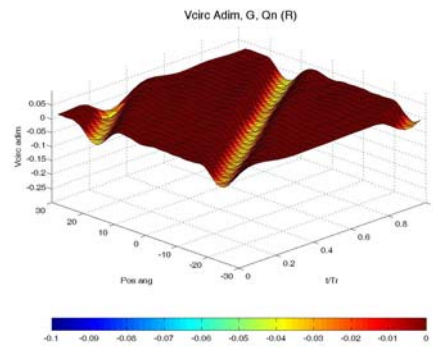


Fig.6.45.6. R, G, Qn, LES

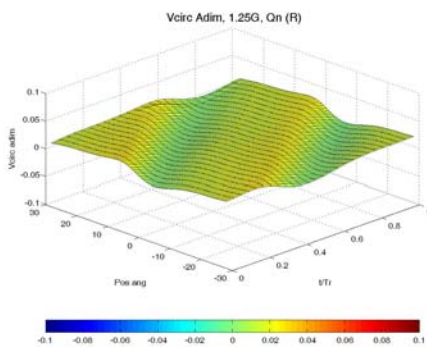


Fig.6.45.7. R, 1.25G, Qn, RSM

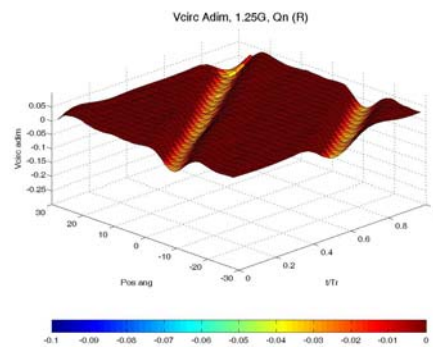


Fig.6.45.8. R, 1.25G, Qn, LES

Figura 6.45. Mapas angulares de la componente circunferencial de la velocidad instantánea, entre haces (D) y tras el rotor (R), caudal nominal Q_n , dos gaps (G y 1.25G): resultados numéricos con modelos de turbulencia RSM y LES.



En la *Figura 6.45* se muestra el mapa angular temporal de la componente circunferencial de la velocidad instantánea del flujo, para el plano entre haces y el plano detrás del rotor, para caudal nominal de funcionamiento y los dos gaps axiales. Se muestran resultados numéricos obtenidos con el modelo de turbulencia RSM y con el modelo de turbulencia LES. La componente circunferencial de la velocidad instantánea se ha adimensionalizado con la velocidad de arrastre en la punta de los álabes del rotor. Al igual que ocurría con la componente axial de la velocidad instantánea, en el plano entre haces se tiene una mejor definición de las estelas de las directrices y del efecto del paso del rotor con los resultados correspondientes al modelo LES que con los resultados correspondientes al modelo RSM. En el plano detrás del rotor también es mejor la definición de las estelas debidas al paso del rotor en los resultados del esquema LES. Además, el acuerdo entre resultados experimentales de anemometría térmica y resultados numéricos es mejor cuando se emplea el modelo de turbulencia LES.

Con el objeto de estudiar la propagación al campo lejano del ruido generado por la soplante, se necesita una buena precisión de los resultados del campo aerodinámico, en particular, es necesario reproducir con la mayor fiabilidad posible la interacción que tiene lugar entre el estator y el rotor. Dicha interacción se simula con más precisión cuando el modelo de turbulencia es el modelo LES. Además, el modelo LES se adecua bastante mejor a las escalas, tanto espaciales como temporales, de los fenómenos acústicos, lo que se pondrá claramente de manifiesto en un apartado posterior cuando se estudie, desde el punto de vista acústico, la comparación entre RSM y LES. Lo anterior ha llevado a que se empleara el LES en las simulaciones numéricas del campo de flujo.

6.4. CARACTERIZACIÓN AEROACÚSTICA DEL VENTILADOR.

En este apartado se muestran los resultados obtenidos para la caracterización aeroacústica del ventilador axial, es decir, los obtenidos para la región de propagación, específicamente, los niveles de ruido generados por la soplante axial y propagados al campo lejano. Se muestran resultados experimentales (obtenidos mediante el micrófono capacitivo, ver *Capítulo 5*), y numéricos, obtenidos estos últimos a partir de la simulación del campo sonoro con el modelo desarrollado en el dominio temporal y con el modelo desarrollado en el dominio de la frecuencia (ver *Capítulo 4*).

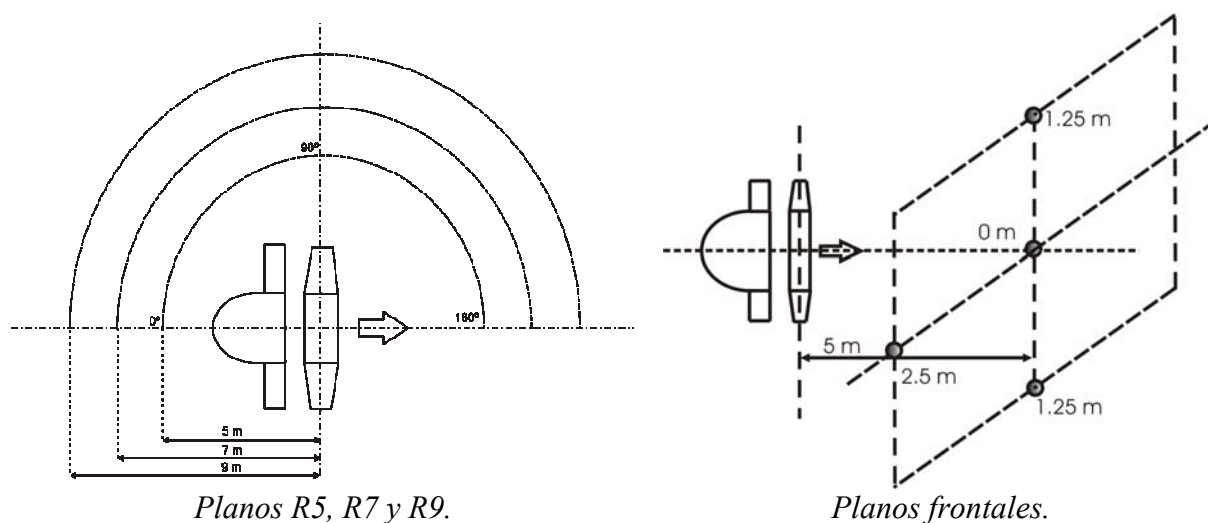


Figura 6.46. Posiciones ensayadas y simuladas numéricamente.



Como se puso de manifiesto en el *Capítulo 5* cuando se describió la metodología experimental empleada para la caracterización de los niveles SPL en el campo lejano, para la adquisición de las medidas acústicas el ventilador se desentubó del sistema de regulación del caudal situado aguas arriba de la turbomáquina. En consecuencia, sólo se han realizado ensayos y simulaciones numéricas para el caudal nominal de funcionamiento ($17.25 \text{ m}^3/\text{s}$) que se ha denotado en las figuras como Q_n . Para dicho caudal nominal de funcionamiento se han ensayado y simulado las dos separaciones posibles entre estator y rotor: gap inferior (G) y gap superior (1.25G).

Tanto la adquisición de medidas experimentales como las simulaciones numéricas se han llevado a cabo para un semiplano horizontal zx y tres semicírculos situados a la altura del eje del ventilador (1.25 m desde el suelo), y alejados una distancia radial de 5m, 7m y 9m del eje del rotor (dichos semicírculos se denotan respectivamente como R5, R7 y R9). En cada uno de estos semiplanos se han realizado medidas y simulaciones numéricas desde aguas arriba del estator (posición circunferencial 0°) hasta aguas abajo del rotor (posición circunferencial 180°), a intervalos angulares de 5° , lo cual implica que en cada uno de los semiplanos se han considerado 37 posiciones circunferenciales diferentes (ver *Figura 6.46*). Asimismo se han realizado medidas y cálculos numéricos en dos planos frontales, uno situado 5m aguas arriba del estator (plano FD en las figuras) y otro situado 5m aguas abajo del rotor (plano FR en las figuras). El origen de dichos planos (punto (0,0)), coincide con el eje del ventilador. En vertical se toman posiciones espaciales desde el suelo hasta una altura de 1.25 m sobre el eje del ventilador (en total hasta 2.5 m sobre el suelo), y en horizontal se toman posiciones espaciales desde el eje hasta un punto situado a 2.5 m a la izquierda del mismo. Los planos se discretizan, tanto horizontal como verticalmente, en intervalos de 0,25 m, lo que implica que en cada uno de ellos se han considerado 11×11 posiciones diferentes (ver *Figura 6.46*).

Todas las simulaciones numéricas, tanto en el dominio de la frecuencia como en el dominio temporal, se han llevado a cabo con el modelo de turbulencia LES. Dicho modelo de turbulencia fue escogido no sólo porque proporcionaba mejores resultados para las prestaciones aerodinámicas de la soplante (como se puso de manifiesto en un apartado previo, el modelo LES es mejor para caracterizar la interacción estator-rotor), sino también porque acústicamente reproducía con mayor fiabilidad los niveles SPL en campo lejano, como veremos en la última sección de este apartado.

Las simulaciones realizadas en el dominio de la frecuencia corresponden al cálculo numérico del ruido de carga generado por los álabes del rotor del ventilador, mientras que las simulaciones realizadas en el dominio temporal corresponden al cálculo numérico del ruido de carga y del ruido de espesor generados por los álabes del rotor de la soplante. La comparación entre las simulaciones numéricas llevadas a cabo en ambos dominios permitirá así distinguir la contribución de cada término de ruido.

En la primera parte de este apartado se muestran los resultados, experimentales y numéricos, obtenidos para la propagación al campo lejano del ruido radiado por el ventilador axial. A continuación se realiza un análisis de la parte estacionaria del ruido, es decir, del ruido generado como consecuencia únicamente del movimiento del rotor, equivalente a considerar el ventilador sin la presencia del estator (ruido de carga estacionario y ruido de espesor estacionario). Finalmente se realiza una comparación de los resultados numéricos obtenidos en el dominio de la frecuencia para el ruido



propagado al campo lejano a partir de datos aerodinámicos obtenidos con el modelo LES frente a los obtenidos con el modelo RSM.

6.4.1. Niveles SPL en campo lejano.

En esta sección se muestran los resultados numéricos y experimentales correspondientes al ruido radiado al campo lejano por la soplante axial. Los resultados numéricos han sido obtenidos, tanto en el dominio de la frecuencia (término del ruido de carga) como en el dominio temporal (término del ruido de carga y término del ruido de espesor), a partir de datos aerodinámicos proporcionados por las simulaciones no estacionarias del modelo tridimensional del ventilador axial (ver *Capítulo 4*) con el esquema de turbulencia LES. Se muestran resultados para el caudal nominal de funcionamiento Q_n y para los dos gaps axiales (inferior G y superior 1.25G), en los planos horizontales R5, R7 y R9, y en los planos frontales FD y FR (ver *Figura 6.46*).

En la *Figura 6.47* se muestran los niveles SPL en dB obtenidos numérica y experimentalmente en el plano R5 para los cinco primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabe y para el SPL total. Los resultados corresponden al gap inferior (*Figura 6.47.1 a Figura 6.47.6*) y al gap superior (*Figura 6.47.7 a Figura 6.47.12*). Los resultados análogos a los de la *Figura 6.47* para los planos R7 y R9 pueden consultarse en el *Apéndice III*. Para los cinco armónicos de la frecuencia de paso de álabe se muestran los resultados numéricos obtenidos mediante la simulación en el dominio de la frecuencia (en azul en las gráficas) y los obtenidos mediante la simulación en el dominio temporal (en rojo en las gráficas). Para el SPL total se muestran también los resultados experimentales obtenidos mediante las medidas con el micrófono capacitivo (en verde en las gráficas).

En todas las gráficas mostradas en la *Figura 6.47* se obtienen mayores valores del SPL con los resultados correspondientes al modelo numérico desarrollado en el dominio temporal que con los resultados correspondientes al modelo numérico desarrollado en el dominio de la frecuencia. Lo anterior es lógico si se tiene en cuenta que el modelo en el dominio de la frecuencia sólo tiene en cuenta el ruido de carga radiado por los álabes de la soplante axial, mientras que en el dominio temporal también se tiene en cuenta el ruido de espesor. La diferencia entre los resultados numéricos es por tanto debida al ruido de espesor, que aunque en menor grado que el ruido de carga, también contribuye al ruido radiado al campo lejano puesto que en este caso los álabes del rotor no tienen un espesor lo suficientemente pequeño como para ser despreciable.

Para los armónicos de la frecuencia de paso de álabe (BPF), en todos los resultados del dominio de la frecuencia mostrados en la *Figura 6.47* se obtienen valores nulos del SPL sobre el eje del ventilador (correspondiente a las posiciones circunferenciales de 0° y 180°). Este hecho se encuentra totalmente de acuerdo con la formulación teórica en el dominio de la frecuencia del ruido de carga generado por una turbomáquina axial (ver *Capítulo 3*), y es consecuencia directa del factor Bessel – responsable de los patrones de directividad del ruido radiado por la turbomáquina – que aparece en la expresión analítica de las fluctuaciones de presión acústica en campo lejano, y que se anula siempre sobre el eje de la turbomáquina cuando no se genera el modo simétrico de radiación. Puesto que el ventilador axial que es objeto de estudio en esta tesis está constituido por un estator de trece directrices situado aguas arriba de un rotor de nueve álabes, la condición para la existencia del modo simétrico de radiación



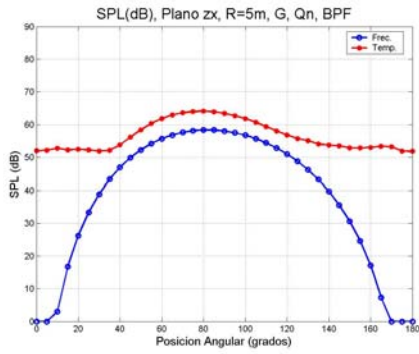


Fig.6.47.1. BPF, G, Qn

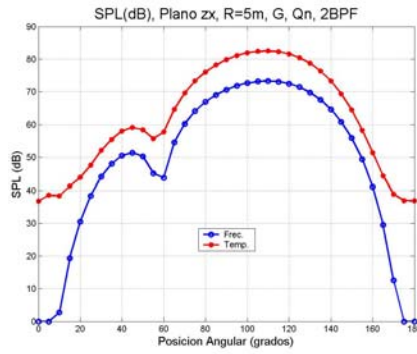


Fig.6.47.2. 2BPF, G, Qn

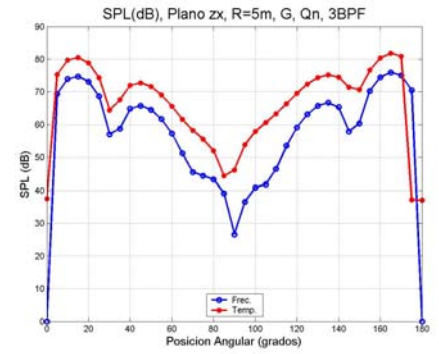


Fig.6.47.3. 3BPF, G, Qn

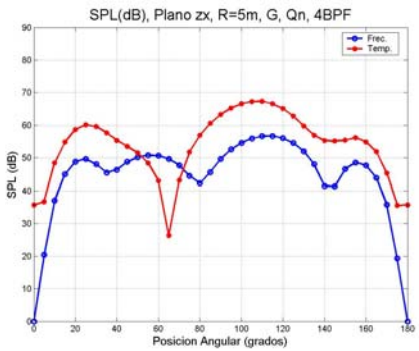


Fig.6.47.4. 4BPF, G, Qn

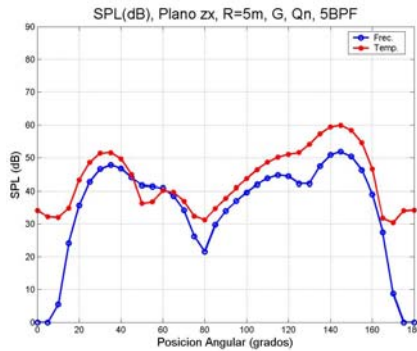


Fig.6.47.5. 5BPF, G, Qn

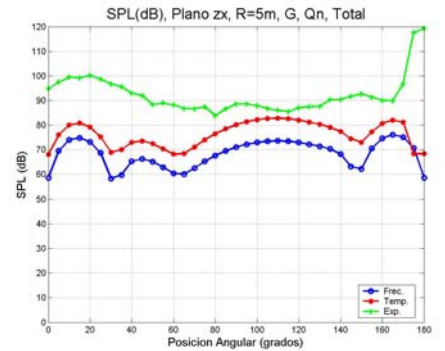


Fig.6.47.6. SPL Total, G, Qn

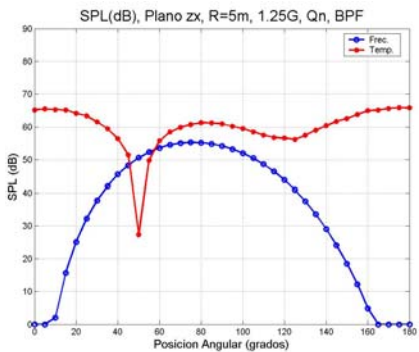


Fig.6.47.7. BPF, 1.25G, Qn

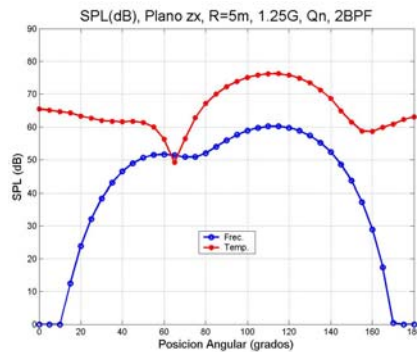


Fig.6.47.8. 2BPF, 1.25G, Qn

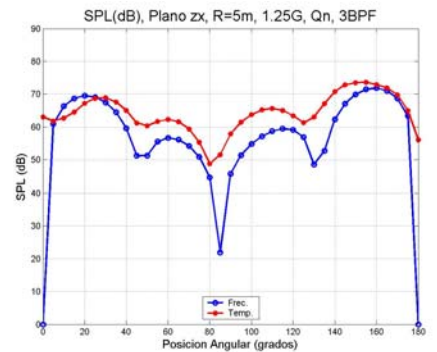


Fig.6.47.9. 3BPF, 1.25G, Qn

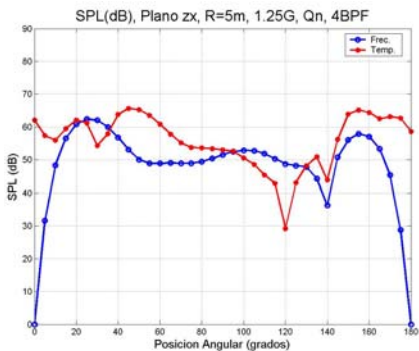


Fig.6.47.10. 4BPF, 1.25G, Qn

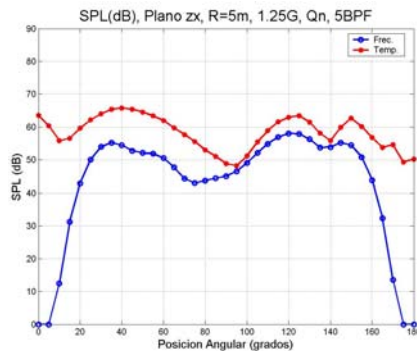


Fig.6.47.11. 5BPF, 1.25G, Qn

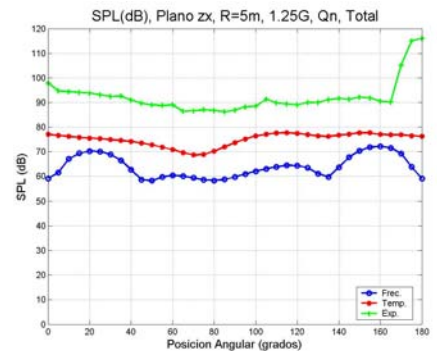


Fig.6.47.12. SPL Total, 1.25G, Qn

Figura 6.47. Resultados numéricos y experimentales del ruido en el plano R5, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.



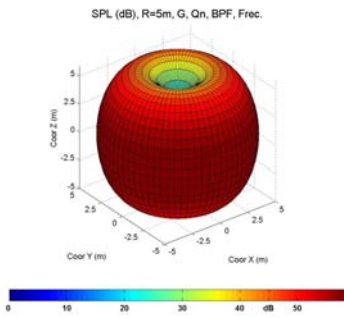


Fig.6.48.1. BPF, G, Qn, Fre

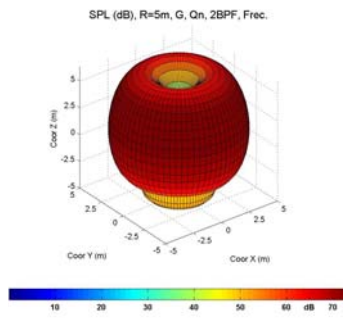


Fig.6.48.2. 2BPF, G, Qn, Fre

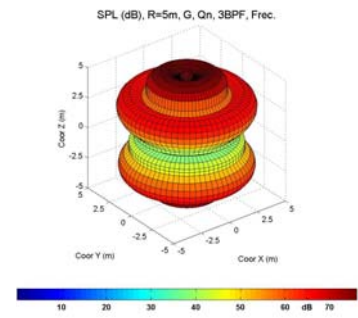


Fig.6.48.3. 3BPF, G, Qn, Fre

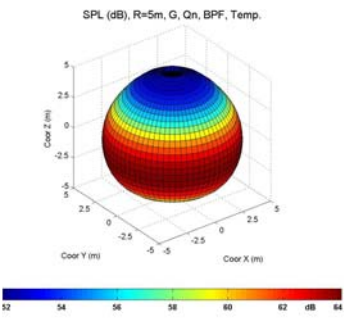


Fig.6.48.4. BPF, G, Qn, Tem

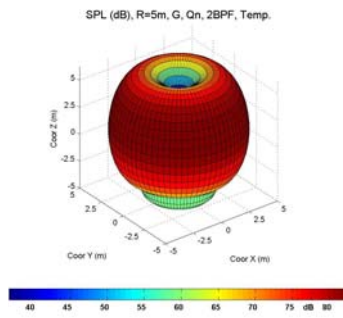


Fig.6.48.5. 2BPF, G, Qn, Tem

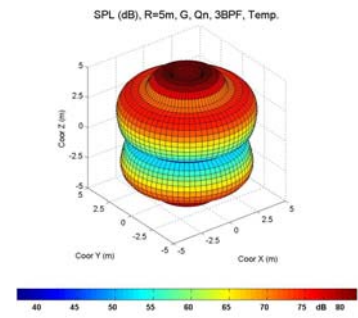


Fig.6.48.6. 3BPF, G, Qn, Tem

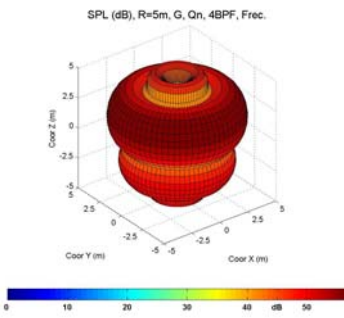


Fig.6.48.7. 4BPF, G, Qn, Fre

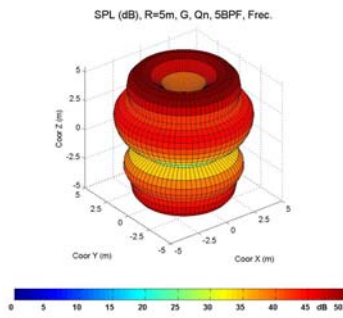


Fig.6.48.8. 5BPF, G, Qn, Fre

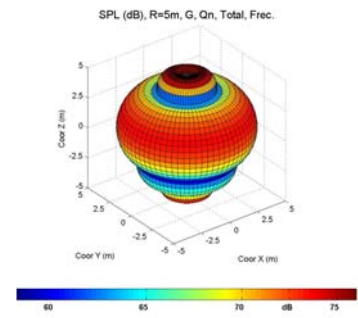


Fig.6.48.9. Total, G, Qn, Fre

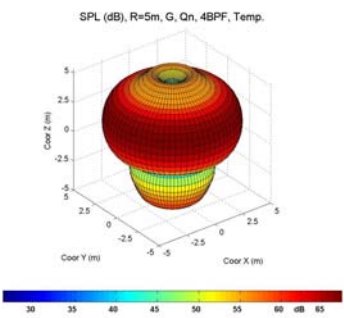


Fig.6.48.10. 4BPF, G, Qn, Tem

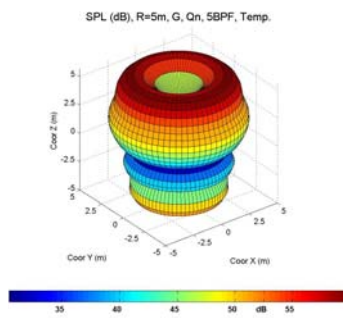


Fig.6.48.11. 5BPF, G, Qn, Tem

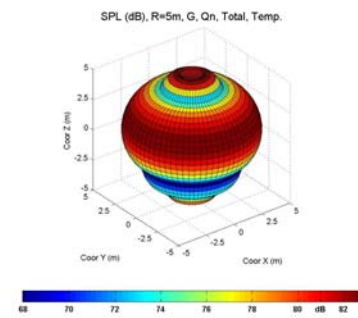


Fig.6.48.12. Total, G, Qn, Tem

Figura 6.48. Resultados numéricos del ruido en el plano R5, dominio de la frecuencia y temporal para el gap inferior (G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.



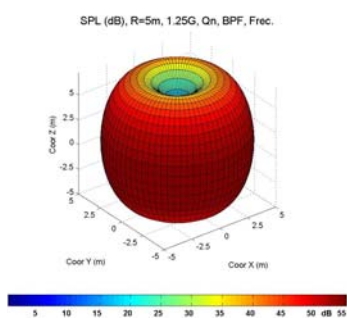


Fig.6.49.1. BPF, 1.25G, Qn, Fre

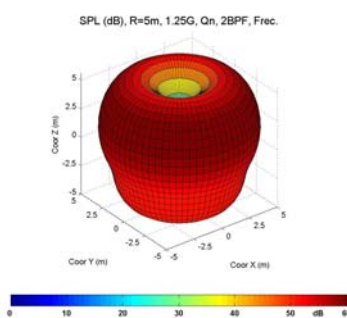


Fig.6.49.2. 2BPF, 1.25G, Qn, Fre

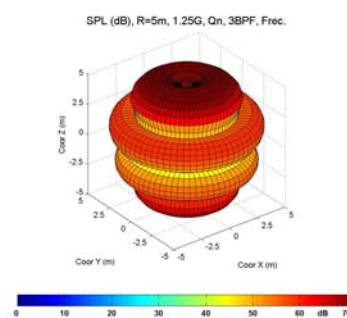


Fig.6.49.3. 3BPF, 1.25G, Qn, Fre

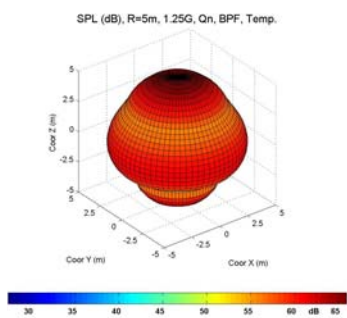


Fig.6.49.4. BPF, 1.25G, Qn, Tem

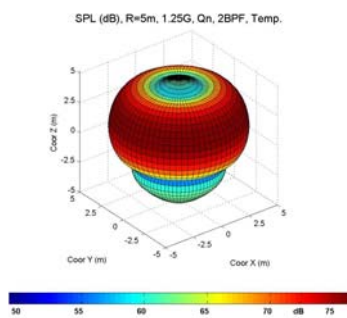


Fig.6.49.5. 2BPF, 1.25G, Qn, Tem

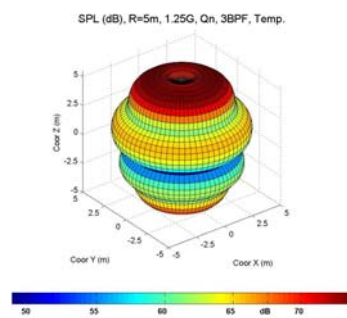


Fig.6.49.6. 3BPF, 1.25G, Qn, Tem

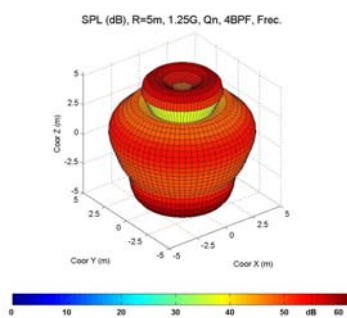


Fig.6.49.7. 4BPF, 1.25G, Qn, Fre

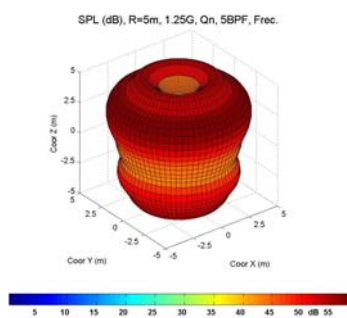


Fig.6.49.8. 5BPF, 1.25G, Qn, Fre

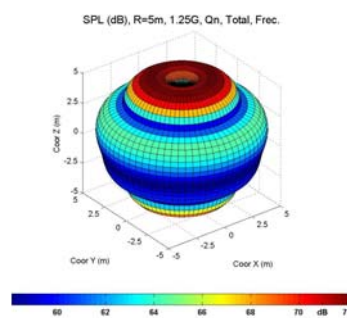


Fig.6.49.9. Total, 1.25G, Qn, Fre

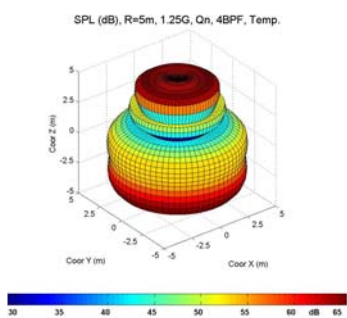


Fig.6.49.10. 4BPF, 1.25G, Qn, Tem

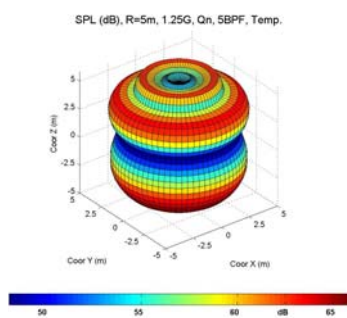


Fig.6.49.11. 5BPF, 1.25G, Qn, Tem

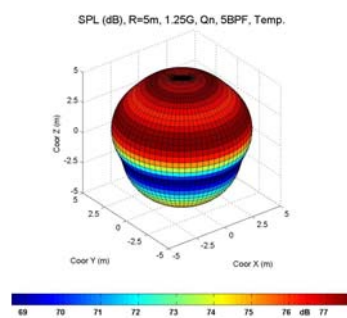


Fig.6.49.12. Total, 1.25G, Qn, Tem

Figura 6.49. Resultados numéricos del ruido en el plano R5, dominio de la frecuencia y temporal para el gap superior (1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.



($mB - nV = 0$, siendo $B = 9$ y $V = 13$) no se cumple nunca y, en consecuencia, para los armónicos de la frecuencia de paso de álabe el ruido sobre el eje del ventilador debe ser siempre nulo. En cambio, cuando se hace uso de la formulación teórica en el dominio temporal, puesto que se tienen en cuenta tanto el ruido de carga como el ruido de espesor (ver *Capítulo 3*), el SPL sobre el eje del ventilador no tiene por qué ser necesariamente nulo, aunque si el ruido de carga es el mecanismo dominante, sobre el eje del ventilador se alcanzarán los mínimos valores de ruido.

Para el **gap inferior**, tanto con el modelo temporal como con el modelo frecuencial, se obtienen distribuciones circunferenciales del ruido similares en todos los armónicos de la frecuencia de paso de álabe y en el SPL total. Además, con ambos modelos los mínimos niveles de ruido se localizan en las posiciones cercanas al eje del ventilador. A la frecuencia de paso de álabe (*Figura 6.47.1*), los máximos del SPL se obtienen en la posición de 80° (casi perpendicularmente al eje del ventilador). En cambio, para el segundo armónico de la frecuencia de paso de álabe (2BPF), los máximos del SPL se desplazan hacia la posición de 110° y aparece un mínimo local pronunciado en torno a 60° (*Figura 6.47.2*). Para el tercer armónico de la frecuencia de paso de álabe (3BPF), la distribución circunferencial del SPL se invierte y perpendicularmente al eje (en 90°) se obtiene un mínimo de ruido acusado, encontrándose los máximos en las posiciones de 15° y de 165° . Además se aprecia también la existencia de dos puntos de inflexión en torno a 30° y a 145° (*Figura 6.47.3*). Para el cuarto armónico de la frecuencia de paso de álabe (4BPF) los máximos niveles de ruido se alcanzan en torno a 110° (*Figura 6.47.4*). Con el modelo temporal destaca la aparición de un mínimo pronunciado en 65° y de un punto de inflexión en torno a 140° . En cambio, con el modelo frecuencial aparecen dos mínimos destacables del SPL en 80° y en 140° y un punto de inflexión en torno a 35° . Para el quinto armónico (5BPF), se obtiene una distribución circunferencial del SPL similar a la obtenida para la tercera frecuencia de paso de álabe, detectándose un mínimo de ruido en torno a 80° . El máximo del SPL se localiza con ambos modelos en 145° (*Figura 6.47.5*). Finalmente, para el SPL total (*Figura 6.47.6*), se obtienen patrones de directividad prácticamente idénticos con ambos modelos (temporal y frecuencial), registrándose los máximos niveles de ruido en la posición de 110° y los mínimos sobre el eje y en las posiciones correspondientes a 30° y 150° . Además, destaca también la presencia de un punto de inflexión en torno a 65° .

Para el **gap superior**, en los resultados correspondientes al modelo desarrollado en el dominio temporal, los mínimos del SPL no se localizan sobre el eje del ventilador, ni para los armónicos de la frecuencia de paso de álabe ni para el SPL total. Como se apuntó en un párrafo previo este hecho es indicativo de que el ruido de carga ha dejado de ser el mecanismo dominante, cobrando mayor relevancia el ruido de espesor (este punto se tratará con mayor profundidad cuando se comparen entre sí los niveles de ruido obtenidos con cada una de las dos separaciones entre estator y rotor que se han considerado). En cambio, en los resultados correspondientes al modelo desarrollado en el dominio de la frecuencia, puesto que no se tiene en cuenta el ruido de espesor y no se genera el modo simétrico de radiación, sobre el eje del ventilador se obtienen valores nulos del SPL para los armónicos de la frecuencia de paso de álabe y mínimos para el nivel de ruido total. A la frecuencia de paso de álabe (*Figura 6.47.7*), con el modelo frecuencial se obtiene una distribución circunferencial del SPL similar a la obtenida para el gap inferior, localizándose los máximos en torno a 80° . En cambio, el modelo temporal pone de manifiesto la existencia de un mínimo de ruido acusado en la posición



de 50° y de un punto de inflexión en 125° , alcanzándose los máximos del SPL en las cercanías del eje del ventilador. Para el segundo armónico de la frecuencia de paso de álabe (*Figura 6.47.8*), los máximos niveles de ruido se obtienen en 110° con ambos modelos. En el modelo temporal destaca la presencia de un mínimo en torno a 65° , que en el modelo frecuencial es mucho menos acusado y se ha desplazado a 75° . A la tercera frecuencia de paso de álabe (*Figura 6.47.8*), se obtienen distribuciones circunferenciales del SPL muy parecidas con ambos modelos, alcanzándose un mínimo de ruido perpendicularmente al eje del ventilador y los máximos en torno a 20° y 160° . Para el cuarto armónico de la frecuencia de paso de álabe (*Figura 6.47.10*), en el modelo frecuencial se detecta un mínimo de ruido en torno a 140° y los máximos se producen en 25° y 155° . En cambio, con el modelo temporal los máximos se localizan en 50° y 150° y aparecen tres mínimos de ruido destacables en 30° , 120° y 140° . A la quinta frecuencia de paso de álabe (*Figura 6.47.11*), con el modelo desarrollado en el dominio de la frecuencia aparece un mínimo de ruido en torno a 75° y los máximos se encuentran para 120° . Con el modelo temporal los máximos se localizan en 40° y 120° , y los mínimos del SPL se obtienen en 95° . Finalmente, para el nivel SPL total (*Figura 6.47.12*), los patrones de directividad circunferenciales del SPL obtenido con ambos modelos, temporal y frecuencial, muestran ligeras diferencias entre sí. En el dominio temporal los mínimos se registran en torno a 70° , mientras que en el dominio de la frecuencia se registran en torno a 45° y 135° . Los máximos niveles de ruido se localizan en 110° con los resultados del modelo temporal y en 20° y 160° con los resultados del dominio frecuencial.

Los patrones de directividad en el plano R5, obtenidos con el modelo temporal y con el modelo frecuencial, se han representado tridimensionalmente en la *Figura 6.48* (gap inferior) y en la *Figura 6.49* (gap superior) para los cinco primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabe y para el nivel de ruido total. En dichas figuras el eje del ventilador se representa paralelamente al eje z, es decir, orientado verticalmente. Para permitir una mejor apreciación de los resultados tridimensionales, en las gráficas de la *Figura 6.48* y de la *Figura 6.49* no se ha mantenido la misma escala. En todos los casos la distribución espacial del SPL se caracteriza por ser axisimétrica. La representación tridimensional de los niveles de ruido permite apreciar con más claridad las diferencias existentes entre los resultados obtenidos en el dominio temporal y en el dominio de la frecuencia, y que son debidas principalmente a la influencia del ruido de espesor. Para el gap inferior destacan las diferencias entre ambos modelos a la frecuencia de paso de álabe y al cuarto armónico (4BPF), mientras que las mayores diferencias con el gap superior se encuentran para la frecuencia de paso de álabe, el segundo armónico y el SPL total. La representación tridimensional de la distribución espacial del SPL en los planos R7 y R9 puede consultarse en el *Apéndice III*.

En las gráficas correspondientes al SPL total mostradas en la *Figura 6.47* para ambos gaps axiales (*Figura 6.47.6* y *Figura 6.47.12*) se han representado también los resultados experimentales obtenidos a partir de las medidas realizadas con el micrófono capacitivo. Tanto para gap inferior como para gap superior, los resultados numéricos obtenidos con el modelo desarrollado en el dominio temporal parecen ajustarse mejor a los resultados experimentales que los obtenidos con el modelo desarrollado en el dominio de la frecuencia. El modelo temporal no sólo reproduce mejor los niveles cuantitativos de ruido obtenidos experimentalmente, sino también las distribuciones circunferenciales del SPL experimental. Lo anterior pone de manifiesto que el ruido de espesor es responsable de una parte importante del ruido radiado al campo lejano, sobre



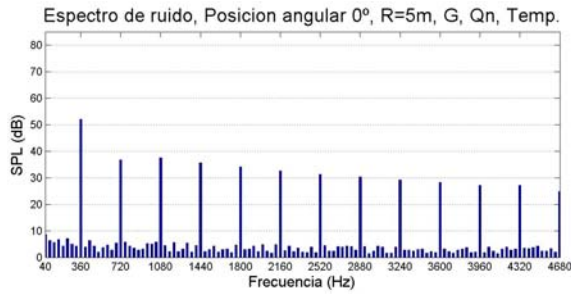


Fig.6.50.1. R5, G, Qn, 0°, Temp

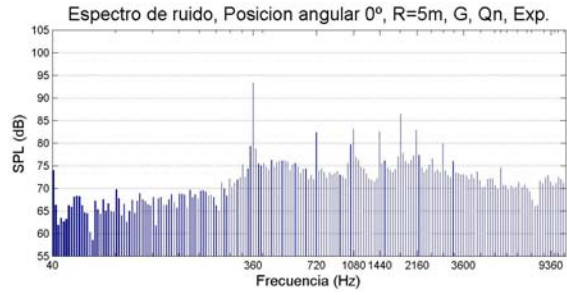


Fig.6.50.2. R5, G, Qn, 0°, Exp

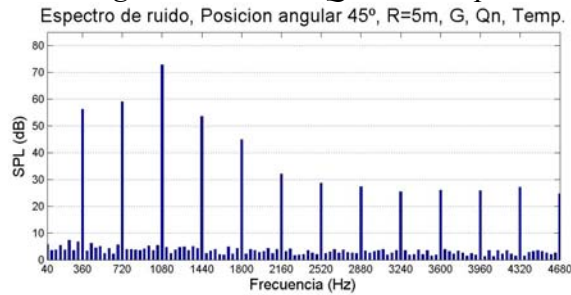


Fig.6.50.3. R5, G, Qn, 45°, Temp

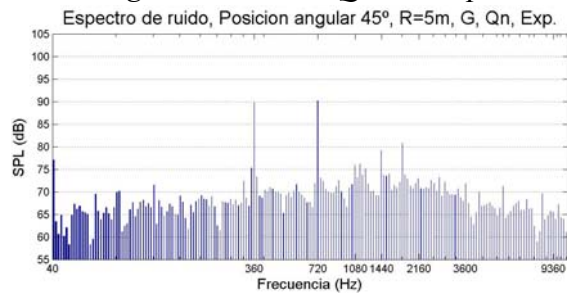


Fig.6.50.4. R5, G, Qn, 45°, Exp

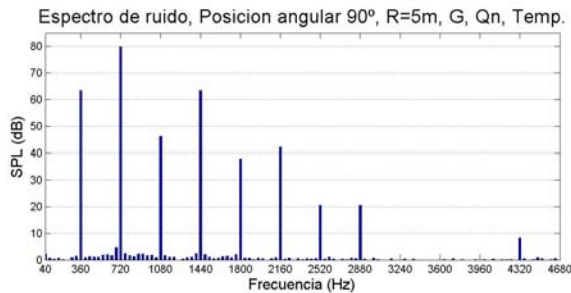


Fig.6.50.5. R5, G, Qn, 90°, Temp

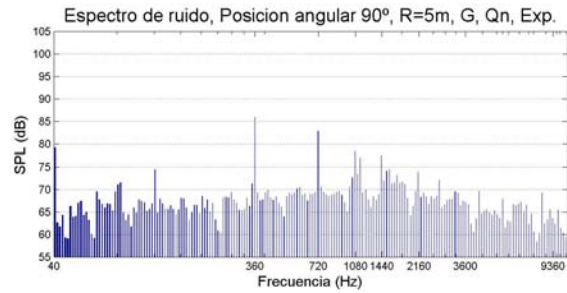


Fig.6.50.6. R5, G, Qn, 90°, Exp

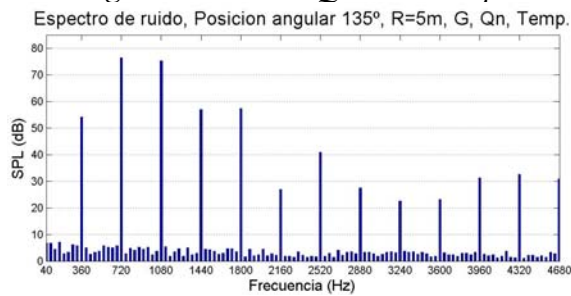


Fig.6.50.7. R5, G, Qn, 135°, Temp

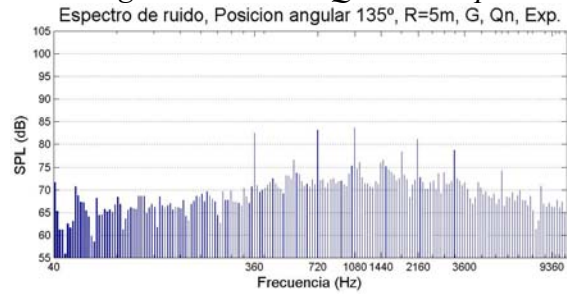


Fig.6.50.8. R5, G, Qn, 135°, Exp

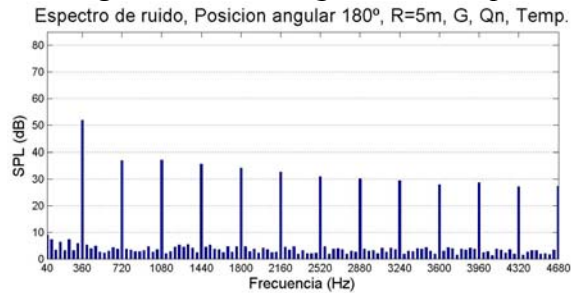


Fig.6.50.9. R5, G, Qn, 180°, Temp

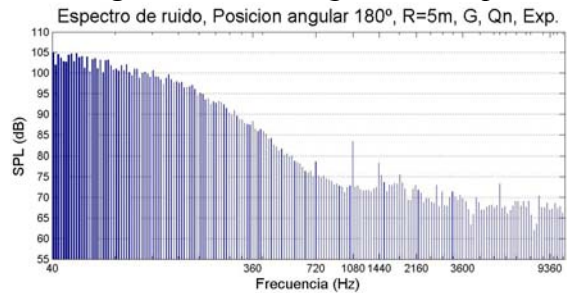


Fig.6.50.10. R5, G, Qn, 180°, Exp

Figura 6.50. Espectros de ruido para varias posiciones angulares en el plano R5, gap inferior (G) y caudal nominal (Qn): resultados en el dominio temporal y experimentales.



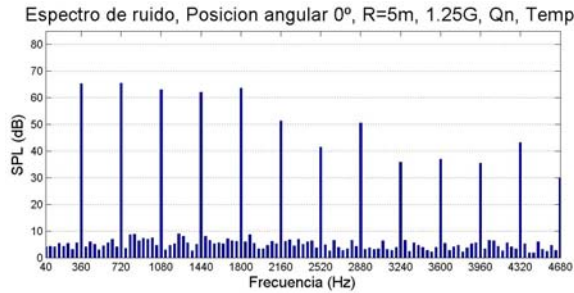


Fig. 6.51.1. R5, 1.25G, Qn, 0°, Temp

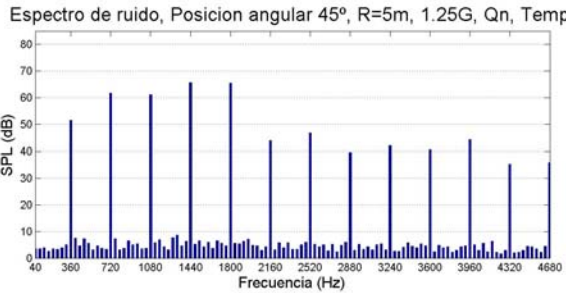


Fig. 6.51.3. R5, 1.25G, Qn, 45°, Temp

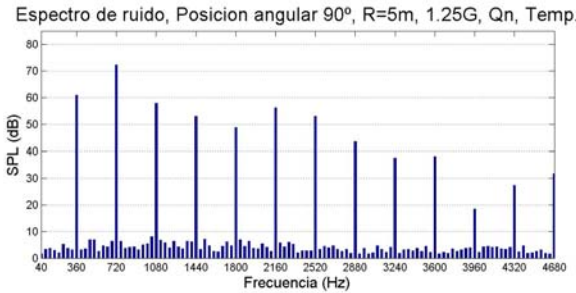


Fig. 6.51.5. R5, 1.25G, Qn, 90°, Temp

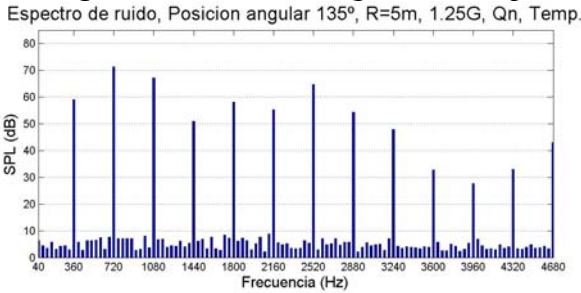


Fig. 6.51.7. R5, 1.25G, Qn, 135°, Temp

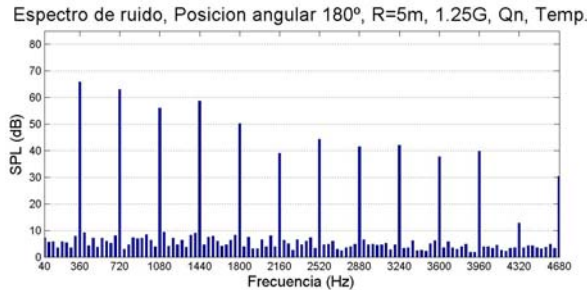


Fig. 6.51.9. R5, 1.25G, Qn, 180°, Temp

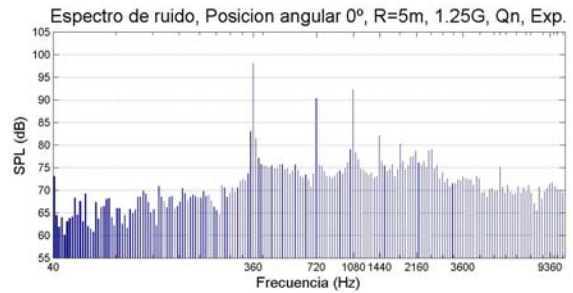


Fig. 6.51.2. R5, 1.25G, Qn, 0°, Exp

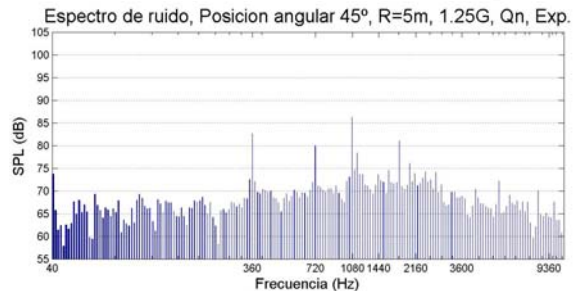


Fig. 6.51.4. R5, 1.25G, Qn, 45°, Exp

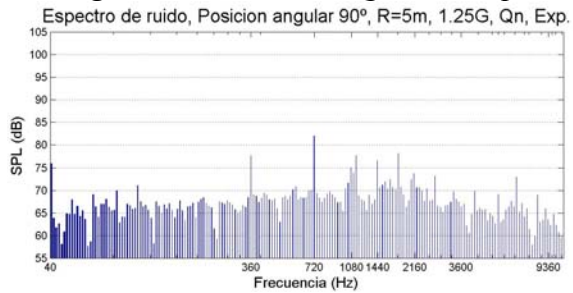


Fig. 6.51.6. R5, 1.25G, Qn, 90°, Exp

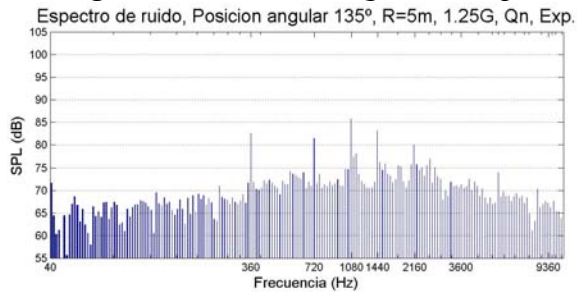


Fig. 6.51.8. R5, 1.25G, Qn, 135°, Exp

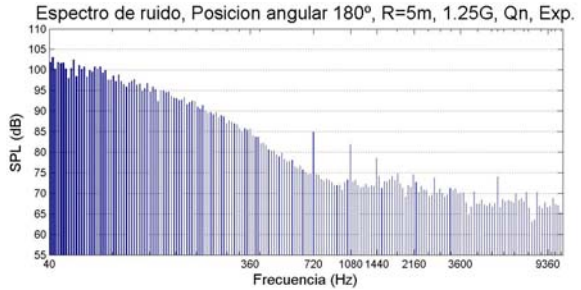


Fig. 6.51.10. R5, 1.25G, Qn, 180°, Exp

Figura 6.51. Espectros de ruido para varias posiciones angulares en el plano R5, gap superior (1.25G) y caudal nominal (Qn): resultados en el dominio temporal y experimentales.



todo en el caso de gap superior. Las diferencias entre los resultados numéricos y experimentales en el SPL total son debidas a varias causas. En primer lugar, el modelo real del ventilador ensayado en el laboratorio dispone de una carcasa de punta que soporta su estructura y que, en consecuencia, afecta al SPL y su patrón de directividad entre las posiciones circunferenciales de 40° y 140° . En segundo lugar, en los ensayos experimentales existe siempre una parte de ruido debida al motor de accionamiento de la soplante, aunque se supone de una magnitud inferior al ruido generado por el ventilador. En tercer lugar, como se puso de manifiesto con el estudio de las fluctuaciones de presión existentes en la carcasa del ventilador sobre el rotor, se genera un vórtice de punta asociado a los álabes del rotor que el modelo numérico tridimensional de la soplante axial no tiene en cuenta, y, por tanto, el ruido generado como consecuencia del vórtice de punta no es reproducido por las simulaciones acústicas de la región de propagación (ni con el modelo temporal ni con el modelo frecuencial). Finalmente, también debe tenerse en cuenta la existencia en los resultados experimentales de una parte de ruido en banda ancha que es dominante en la zona turbulenta del chorro situada aguas abajo del rotor sobre el eje del ventilador. En la *Figura 6.47.6* y en la *Figura 6.47.12* puede apreciarse claramente la presencia del chorro en los resultados experimentales correspondientes a la posición circunferencial de 180° .

En la *Figura 6.50* y en la *Figura 6.51* se muestran los espectros de ruido obtenidos respectivamente para gap inferior y gap superior con el modelo numérico desarrollado en el dominio temporal y experimentalmente. Se muestran espectros de ruido para las posiciones circunferenciales del plano R5 situadas en 0° (sobre el eje aguas arriba del estator), 45° , 90° (perpendicularmente al eje del ventilador), 135° y 180° (sobre el eje aguas abajo del rotor). Los espectros obtenidos para estas posiciones circunferenciales en los planos R7 y R9 pueden consultarse en el *Apéndice III*. Tanto para el gap inferior (*Figura 6.50*) como para el gap superior (*Figura 6.51*), se aprecia claramente que los espectros obtenidos con el modelo temporal están dominados por los picos de ruido a las frecuencias de paso de álabe (tonos), mientras que en los espectros experimentales existe una importante contribución del ruido en banda ancha en todo el rango de frecuencias del espectro. En la posición circunferencial situada en la zona del chorro (180°), tanto para el gap inferior (*Figura 6.50.10*) como para el superior (*Figura 6.51.10*), el espectro experimental está dominado por el ruido en banda ancha a las frecuencias bajas del espectro, que llega incluso a enmascarar el tono a la frecuencia de paso de álabe.

Para el **gap inferior** (*Figura 6.50*), en el espectro obtenido con el modelo temporal para las posiciones situadas sobre el eje del ventilador (0° y 180°), destaca el tono a la frecuencia de paso de álabe, mientras que en el resto de posiciones circunferenciales cobran mayor importancia los picos de ruido al segundo y tercer armónico de la BPF. Para la posición perpendicular al eje del ventilador el espectro obtenido con el modelo temporal es mucho más limpio, y los tonos relevantes se encuentran en la zona de frecuencias bajas del espectro. Al igual que con el gap inferior, para el **gap superior** (*Figura 6.51*), en los espectros numéricos obtenidos con el modelo temporal en las posiciones sobre el eje del ventilador dominan los tonos producidos a la frecuencia de paso de álabe, mientras que en el resto de posiciones circunferenciales cobran mayor importancia los tonos producidos al segundo y tercer armónico de la misma. El espectro obtenido en la posición perpendicular al eje del ventilador (90°) es más sucio que el obtenido para el gap inferior, y los picos de ruido no se limitan a la



zona de frecuencias bajas sino que se distribuyen más uniformemente a lo largo de todo el espectro. Con el gap superior, en todas las posiciones circunferenciales del plano R5 se obtienen menores diferencias de amplitud entre los picos a los armónicos de la frecuencia de paso de álabe que con el gap inferior.

En la *Figura 6.52* se muestra la comparación gráfica entre los niveles de ruido obtenidos en los planos R5, R7 y R9, tanto para el gap inferior como para el gap superior. Las gráficas se muestran para los cinco primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabe (resultados del modelo temporal y del modelo frecuencial) y el nivel de ruido total (resultados del modelo temporal, del modelo frecuencial y experimentales).

Como puede observarse en la *Figura 6.52*, tanto para el gap inferior como para el superior, se obtienen distribuciones circunferenciales del SPL idénticas en los tres planos horizontales. La única diferencia apreciable entre los niveles de ruido en los tres planos consiste en la disminución del SPL con la distancia al eje del rotor de la soplante, que en todos los casos se encuentra en torno a unos 2.5 dB al pasar de un plano al siguiente. La formulación teórica de la analogía aeroacústica, tanto en el dominio temporal como en el frecuencial, predice que las ondas acústicas propagadas al campo lejano se comportan como ondas esféricas, y, por tanto, al aumentar la distancia a la fuente emisora la única variación en las fluctuaciones de presión acústica consistirá en una atenuación de la magnitud de las mismas proporcional al inverso de la distancia radial a dicha fuente emisora. La atenuación del SPL total con la distancia se aprecia también en los resultados experimentales, salvo en la zona afectada por la presencia de la carcasa de punta del ventilador (entre 40° y 140°), la cual modifica el comportamiento esperado para la propagación de ondas esféricas en campo libre introduciendo fenómenos de dispersión, reflexión y refracción de las mismas. En la zona que no es afectada por la carcasa de punta, la atenuación del SPL con la distancia radial al eje del rotor de la soplante es equivalente a la de los resultados numéricos.

En la *Figura 6.53* (gap inferior) y en la *Figura 6.54* (gap superior) se muestra la distribución espacial del SPL (radial y circunferencial) en el plano horizontal zx situado a la altura del eje del ventilador, obtenida a partir de resultados numéricos del modelo desarrollado en el dominio temporal y del modelo desarrollado en el dominio de la frecuencia, para los cinco primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabe y el nivel de ruido total. Para este último, en la *Figura 6.55* se muestra la distribución espacial del mismo obtenida experimentalmente, tanto para el gap inferior como para el superior. En la *Figura 6.53* y en la *Figura 6.54* se ha mantenido la misma escala para facilitar la comparación de los resultados. Las gráficas mostradas en ambas figuras permiten apreciar con claridad las zonas de sombra acústica y las zonas de máximos del SPL, ya apuntadas en la discusión de los resultados mostrados en la *Figura 6.47*. Como entonces, para el gap inferior, salvo por la magnitud del SPL, se obtienen distribuciones espaciales del nivel de ruido muy similares con ambos modelos numéricos (temporal y frecuencial), mientras que para el gap superior se observan mayores discrepancias entre los resultados obtenidos con los dos modelos, y que, como ya se apuntó previamente, son debidas al papel jugado por el ruido de espesor. En los resultados experimentales mostrados en la *Figura 6.55* para el SPL total, se aprecia claramente la presencia del ruido de chorro aguas abajo del rotor. Además, mientras que con el gap superior aparecen máximos del SPL sobre el eje del ventilador aguas arriba del estator (posición 0°), con el gap inferior se han desplazado ligeramente hacia las posiciones circunferenciales situadas entre 10° y 35°.



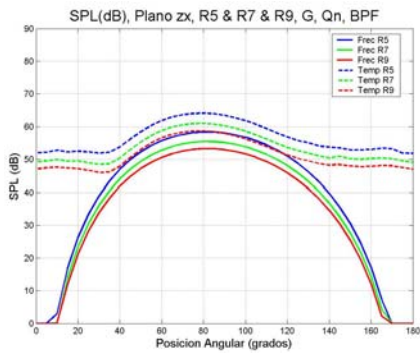


Fig.6.52.1. BPF, G, Qn

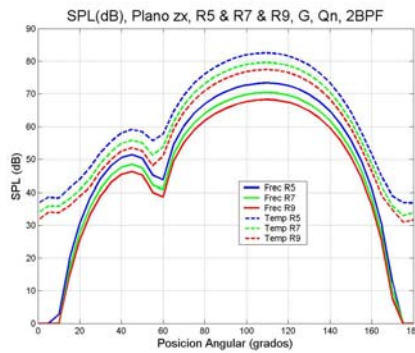


Fig.6.52.2. 2BPF, G, Qn

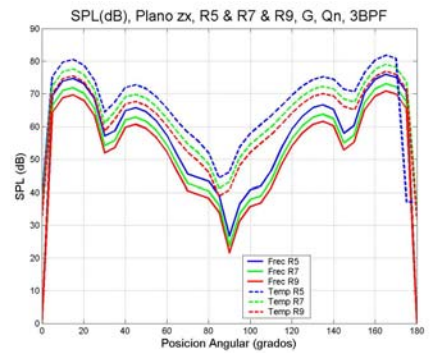


Fig.6.52.3. 3BPF, G, Qn

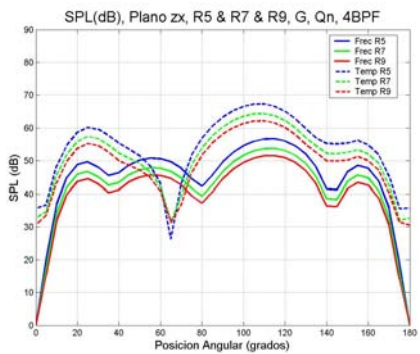


Fig.6.52.4. 4BPF, G, Qn

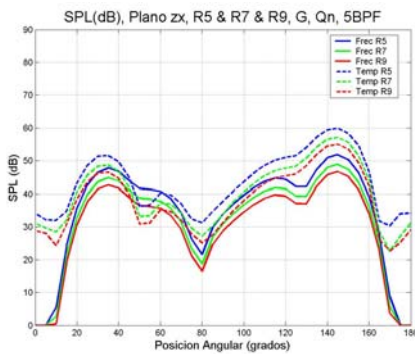


Fig.6.52.5. 5BPF, G, Qn

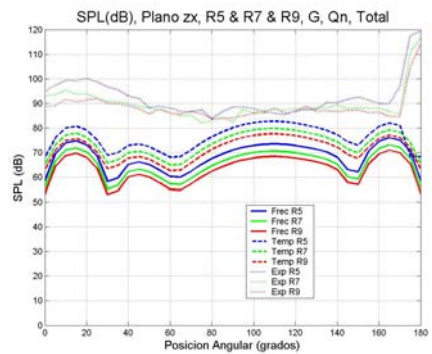


Fig.6.52.6. SPL Total, G, Qn

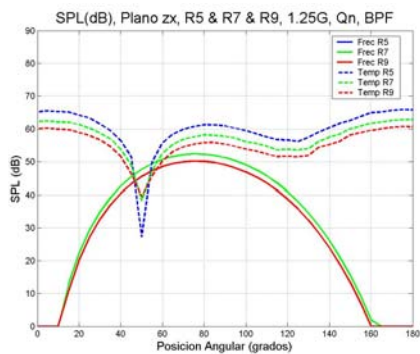


Fig.6.52.7. BPF, 1.25G, Qn

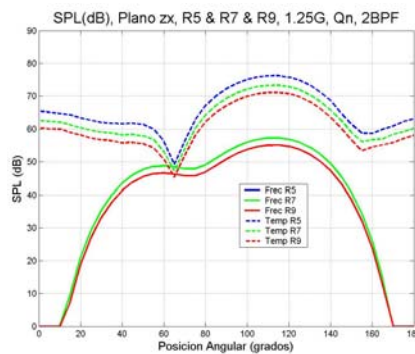


Fig.6.52.8. 2BPF, 1.25G, Qn

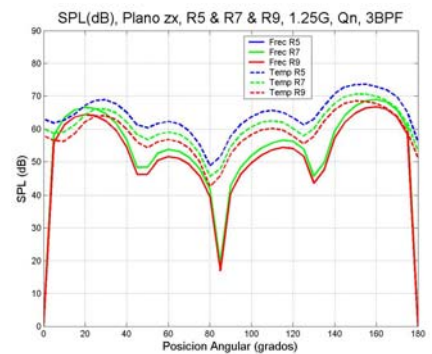


Fig.6.52.9. 3BPF, 1.25G, Qn

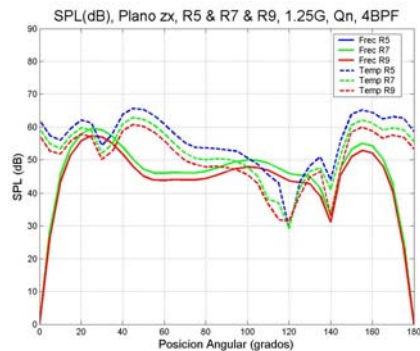


Fig.6.52.10. 4BPF, 1.25G, Qn

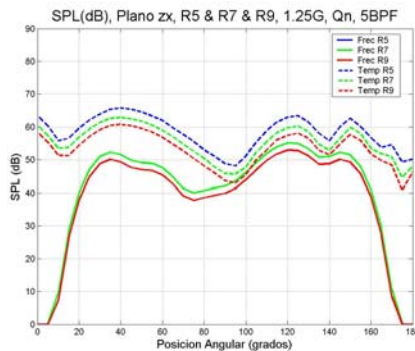


Fig.6.52.11. 5BPF, 1.25G, Qn

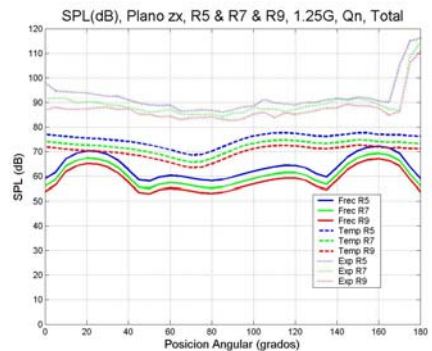


Fig.6.52.12. SPL Total, 1.25G, Qn

Figura 6.52. Comparación de resultados numéricos y experimentales en los planos R5, R7 y R9, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.



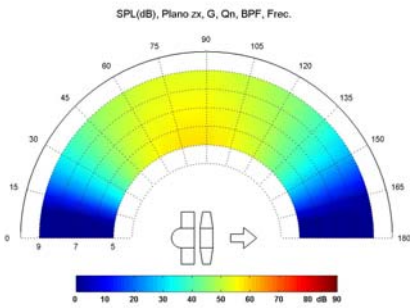


Fig.6.53.1. BPF, G, Qn, Fre

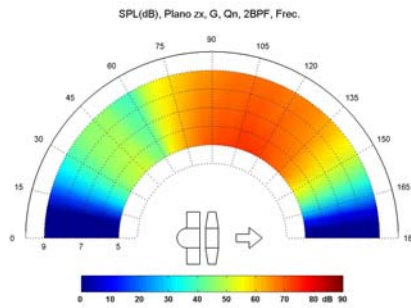


Fig.6.53.2. 2BPF, G, Qn, Fre

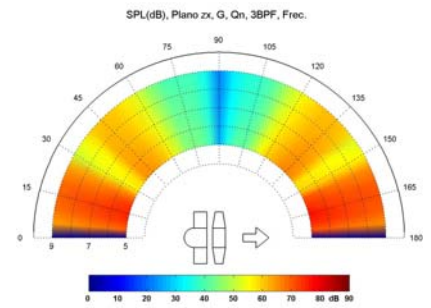


Fig.6.53.3. 3BPF, G, Qn, Fre

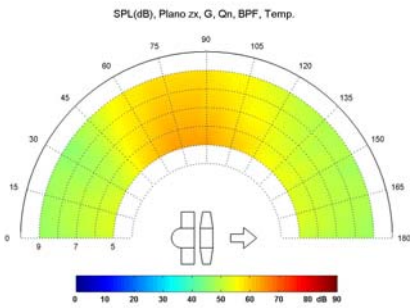


Fig.6.53.4. BPF, G, Qn, Tem

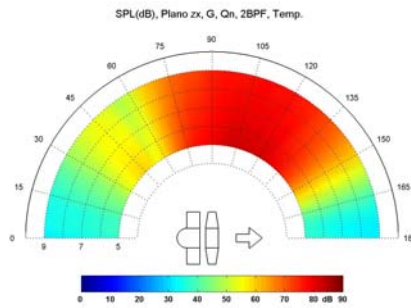


Fig.6.53.5. 2BPF, G, Qn, Tem

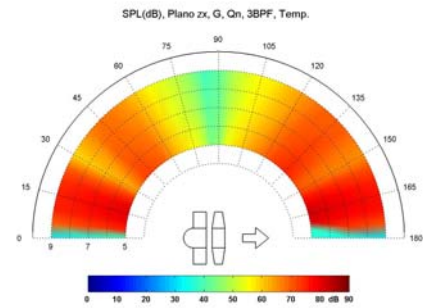


Fig.6.53.6. 3BPF, G, Qn, Tem

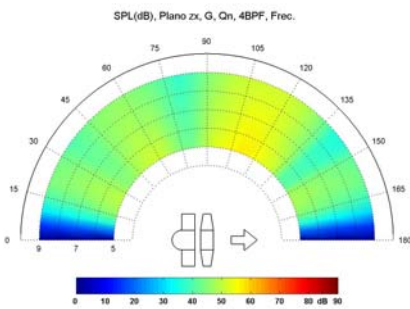


Fig.6.53.7. 4BPF, G, Qn, Fre

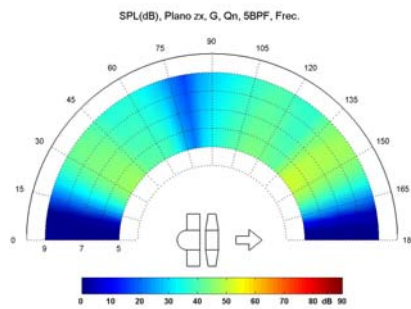


Fig.6.53.8. 5BPF, G, Qn, Fre

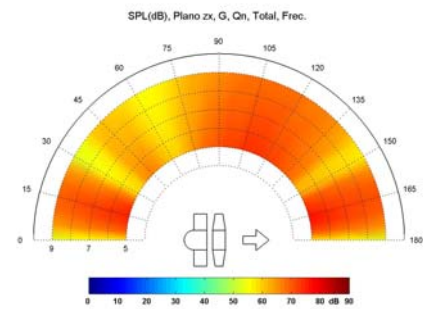


Fig.6.53.9. Total, G, Qn, Fre

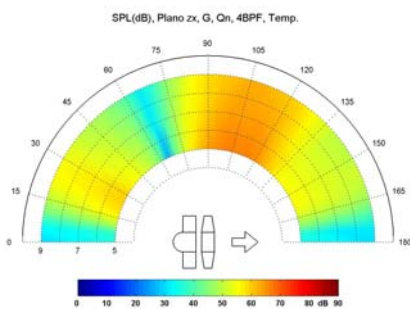


Fig.6.53.10. 4BPF, G, Qn, Tem

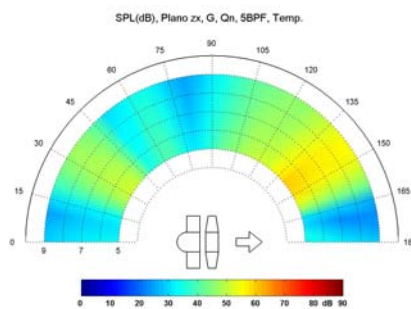


Fig.6.53.11. 5BPF, G, Qn, Tem

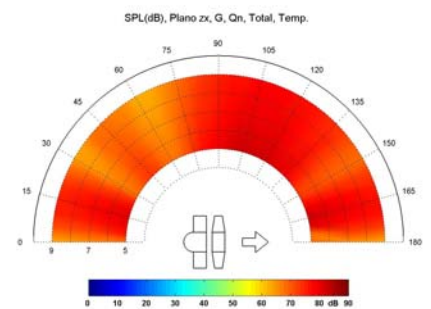


Fig.6.53.12. Total, G, Qn, Tem

Figura 6.53. Distribución circunferencial y radial del SPL entre los planos R5, R7 y R9, resultados en el dominio de la frecuencia y temporal para el gap inferior (G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.



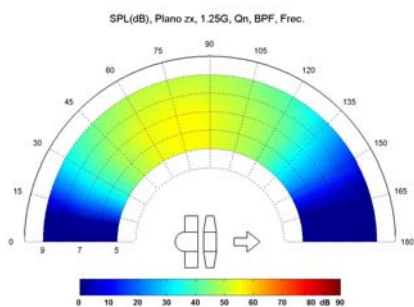


Fig.6.54.1. BPF, 1.25G, Qn, Fre

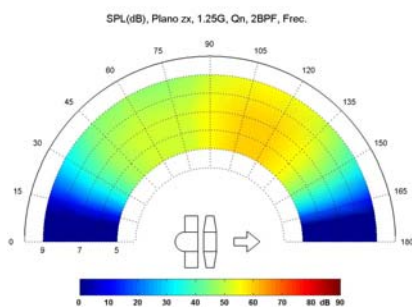


Fig.6.54.2. 2BPF, 1.25G, Qn, Fre

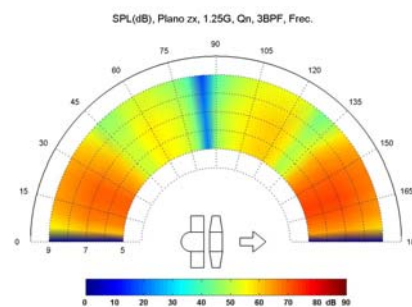


Fig.6.54.3. 3BPF, 1.25G, Qn, Fre

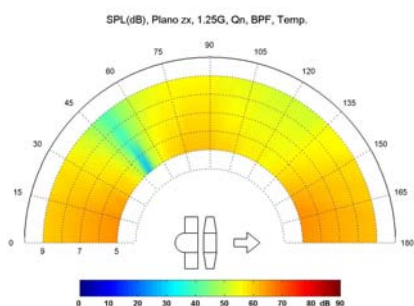


Fig.6.54.4. BPF, 1.25G, Qn, Tem

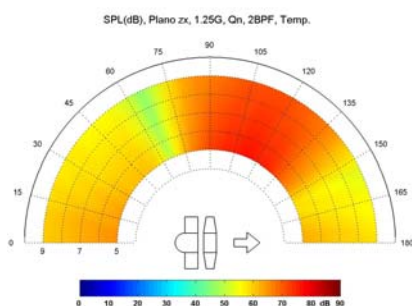


Fig.6.54.5. 2BPF, 1.25G, Qn, Tem

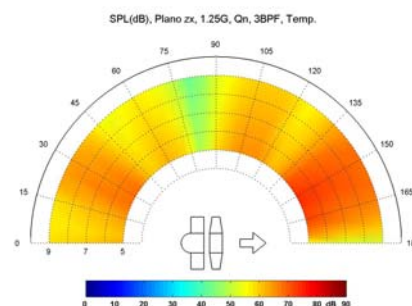


Fig.6.54.6. 3BPF, 1.25G, Qn, Tem

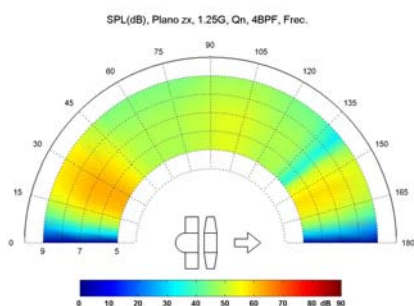


Fig.6.54.7. 4BPF, 1.25G, Qn, Fre

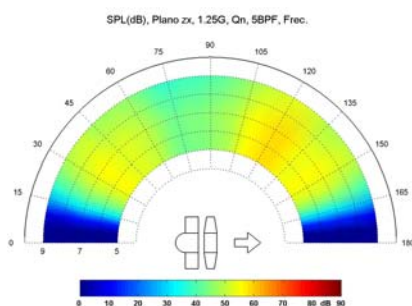


Fig.6.54.8. 5BPF, 1.25G, Qn, Fre

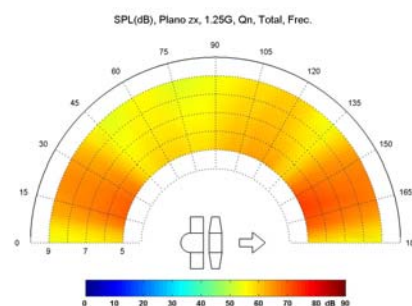


Fig.6.54.9. Total, 1.25G, Qn, Fre

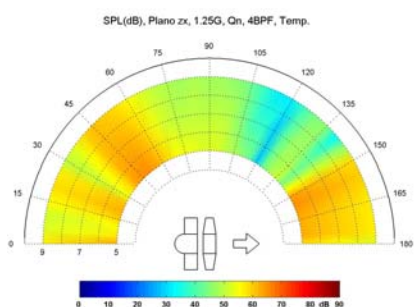


Fig.6.54.10. 4BPF, 1.25G, Qn, Tem

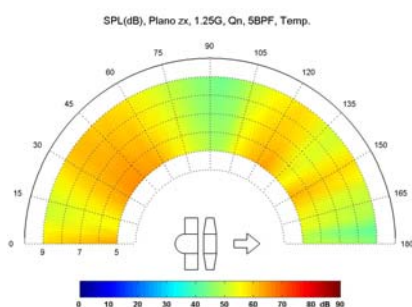


Fig.6.54.11. 5BPF, 1.25G, Qn, Tem

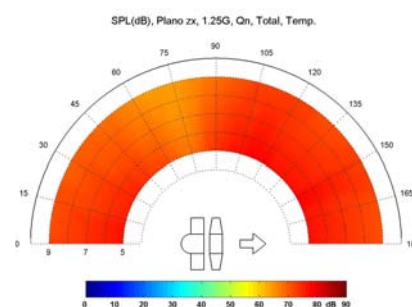


Fig.6.54.12. Total, 1.25G, Qn, Tem

Figura 6.54. Distribución circunferencial y radial del SPL entre los planos R5, R7 y R9, resultados en el dominio de la frecuencia y temporal para el gap superior (1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.



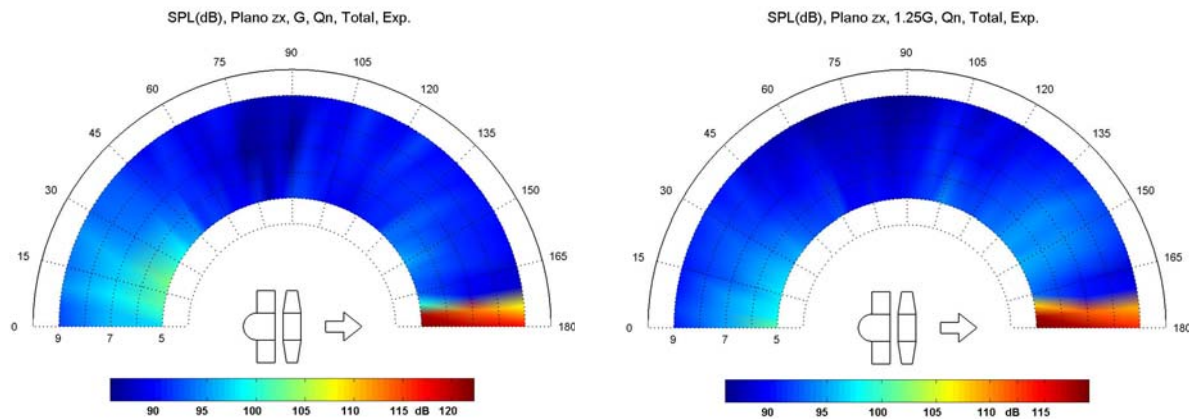


Fig.6.55.1. Total, G, Qn, Exp

Fig.6.55.2. Total, 1.25G, Qn, Exp

Figura 6.55. Distribución circunferencial y radial del SPL en los planos R5, R7 y R9, resultados experimentales para los dos gaps (G y 1.25G) y caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.

En la Figura 6.56 se muestra la comparación entre los niveles de ruido obtenidos en el plano R5 con ambos gaps (inferior y superior), para los cinco primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabe (resultados numéricos del modelo temporal y frecuencial) y para el SPL total (resultados del modelo temporal, del frecuencial y experimentales). En los resultados correspondientes al modelo desarrollado en el dominio de la frecuencia (en azul y en verde en las gráficas), en general, tanto para los armónicos de la frecuencia de paso de álabe como para el nivel de ruido total, se propaga siempre menos ruido al campo lejano cuando el ventilador funciona en la configuración de gap superior que en la configuración de gap inferior. Por lo demás, las distribuciones circunferenciales del SPL son muy parecidas entre sí para ambos gaps axiales. Como se puso de manifiesto con la caracterización del flujo desarrollado en la soplante axial, cuando la separación entre estator y rotor es menor (gap inferior), la interacción entre ambos es más fuerte y los esfuerzos soportados por los álabes son mayores. Con el modelo frecuencial únicamente se tiene en cuenta el ruido de carga generado por el ventilador axial, el cual es consecuencia directa de las fuerzas de carga que actúan sobre los álabes del rotor, las cuales son menores cuando la separación entre estator y rotor es mayor, siendo lógico entonces que cuando el ventilador funciona en la configuración de gap superior se radie menos ruido al campo lejano.

Al contrario de lo que ocurre en el dominio de la frecuencia, en el dominio temporal aparecen mayores discrepancias entre los resultados obtenidos para ambos gaps axiales. Sobre el eje del ventilador (posiciones 0° y 180°) siempre aparecen niveles de ruido mayores con el gap superior (en amarillo en las gráficas) que con el gap inferior (en rojo en las gráficas), tanto a los armónicos de la frecuencia de paso de álabe como en el SPL total. Mientras que para los cuatro primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabe y para el SPL total, por lo general, se obtienen niveles menores del ruido radiado al campo lejano con el gap superior que con el inferior, para el quinto armónico de la frecuencia de paso de álabe se obtienen valores del SPL mayores con el gap superior. Destaca también la aparición de un mínimo acusado en la posición de 50° a la frecuencia de paso de álabe en los resultados correspondientes al gap superior que no se detecta con el gap inferior. Con el modelo desarrollado en el dominio temporal, se



tiene en cuenta tanto el ruido de carga como el ruido de espesor generado por los álabes del rotor, mientras que en el dominio de la frecuencia únicamente se tiene en cuenta el ruido de carga. Puesto que con el dominio de la frecuencia, salvo por una disminución de la magnitud del SPL, no aparecen diferencias acusadas entre ambos gaps axiales, es necesario concluir que las diferencias entre gaps observadas en el dominio temporal son debidas al ruido de espesor. En concreto, al aumentar la distancia entre estator y rotor (gap superior), disminuyen las fuerzas de carga sobre los álabes del rotor y en consecuencia el ruido de carga es menos importante que en el caso del gap inferior. Al perder relevancia el ruido de carga, el ruido de espesor comienza a jugar un papel muy importante en las características del SPL radiado al campo lejano por la soplante axial. Este hecho es confirmado por los resultados experimentales para el nivel de ruido total mostrados en la *Figura 6.56.6*, los cuales, tanto para gap inferior como superior, se ajustan mucho mejor a los resultados numéricos obtenidos con el modelo temporal que a los obtenidos con el modelo frecuencial.

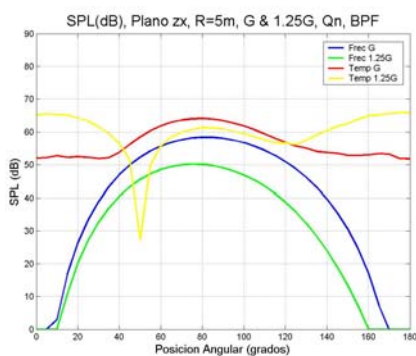


Fig. 6.56.1. BPF, R5, Qn

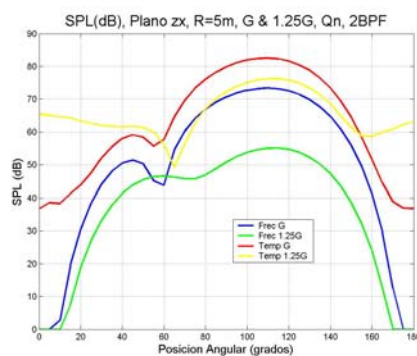


Fig. 6.56.2. 2BPF, R5, Qn

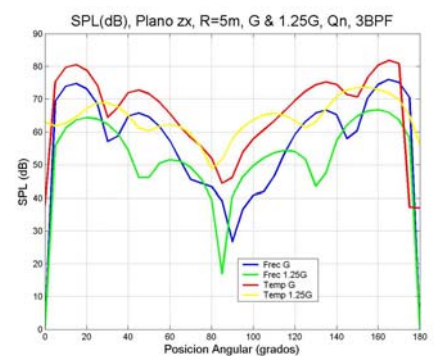


Fig. 6.56.3. 3BPF, R5, Qn

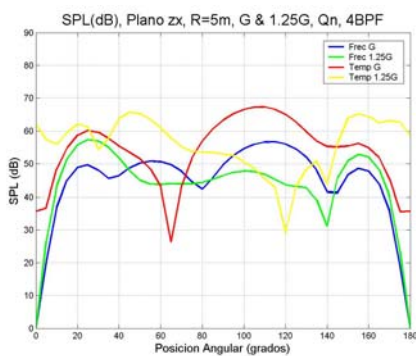


Fig. 6.56.4. 4BPF, R5, Qn

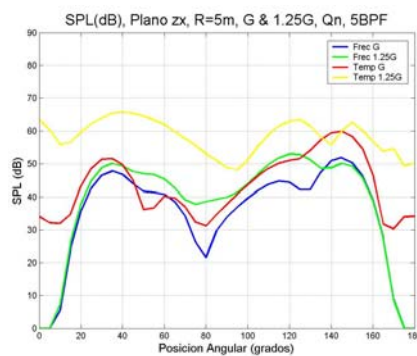


Fig. 6.56.5. 5BPF, R5, Qn

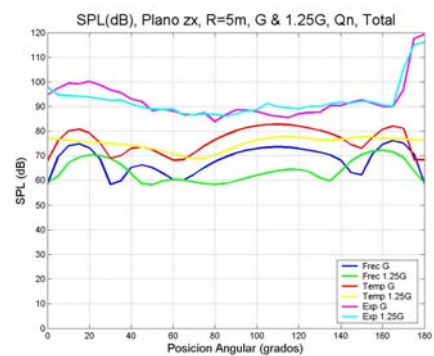


Fig. 6.56.6. SPL Total, R5, Qn

Figura 6.56. Comparación entre gaps de los resultados numéricos y experimentales del ruido en el plano R5, para caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.

En la *Figura 6.57* se muestran las distribuciones espaciales del nivel SPL total en los planos FD (5m aguas arriba del estator) y FR (5m aguas abajo del rotor), obtenidos para el caudal nominal de funcionamiento y dos gaps axiales (inferior y superior). Se muestran resultados numéricos (obtenidos en el dominio temporal y en el dominio de la frecuencia) y resultados experimentales. En abscisas se representa la posición horizontal desde el eje del ventilador hasta 2.5m a la derecha del mismo, y en ordenadas se representa la posición vertical desde dicho eje hasta el suelo y hasta 1.25 m por encima



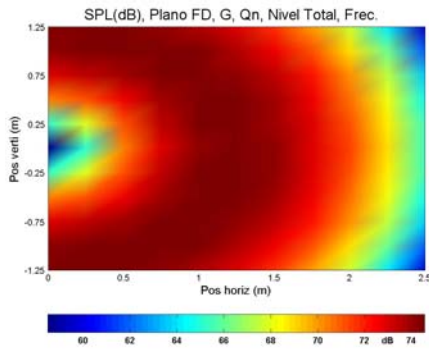


Fig.6.57.1. FD, G, Qn, Frec.

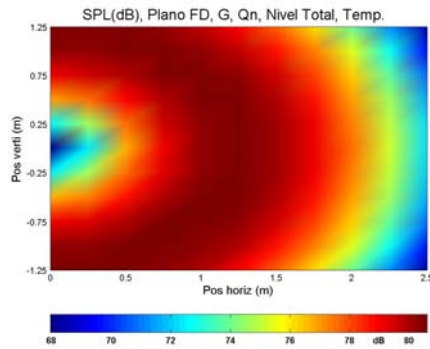


Fig.6.57.2. FD, G, Qn, Temp.

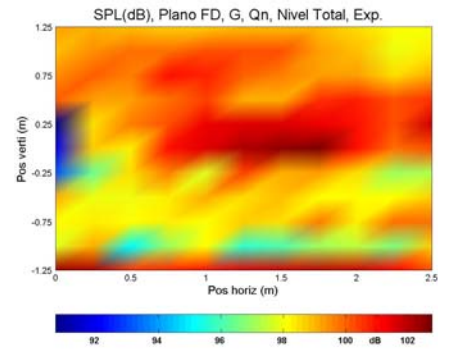


Fig.6.57.3. FD, G, Qn, Exp.

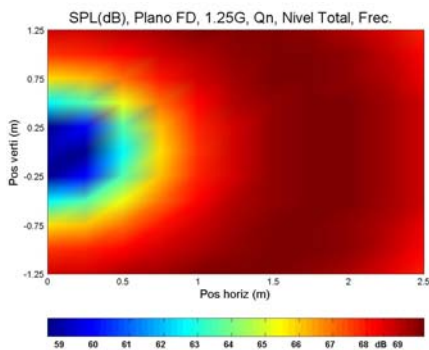


Fig.6.57.4. FD, 1.25G, Qn, Frec.

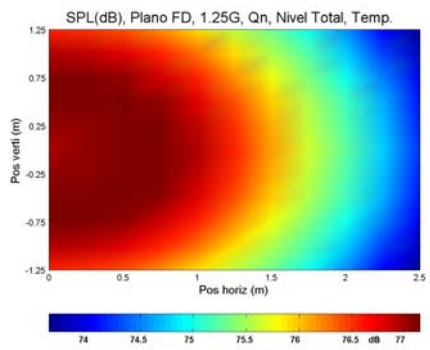


Fig.6.57.5. FD, 1.25G, Qn, Temp.

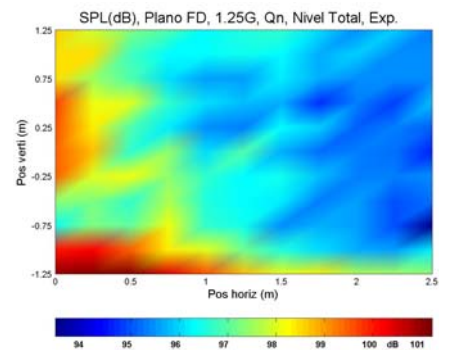


Fig.6.57.6. FD, 1.25G, Qn, Exp.

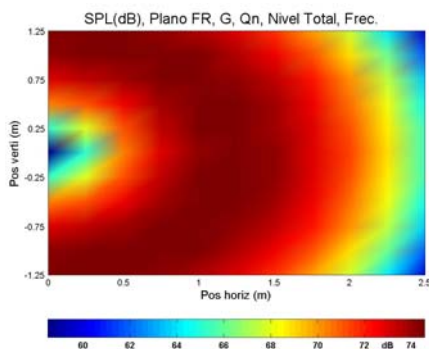


Fig.6.57.7. FR, G, Qn, Frec.

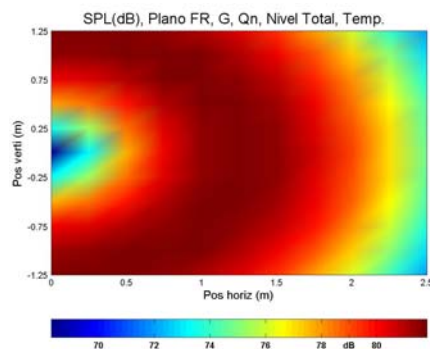


Fig.6.57.8. FR, G, Qn, Temp.

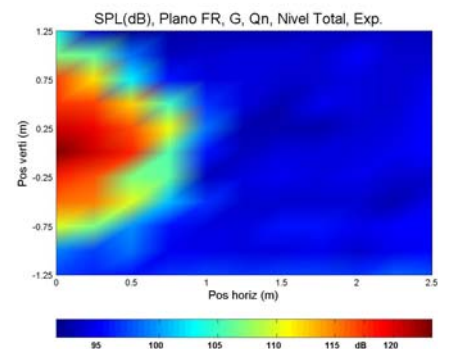


Fig.6.57.9. FR, G, Qn, Exp.

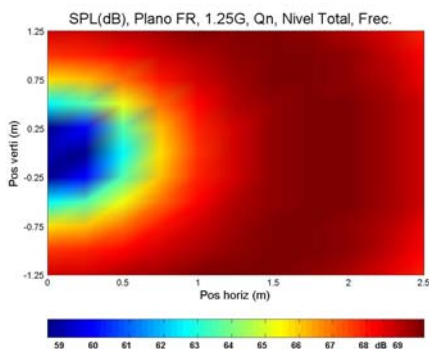


Fig.6.57.10. FR, 1.25G, Qn, Frec.

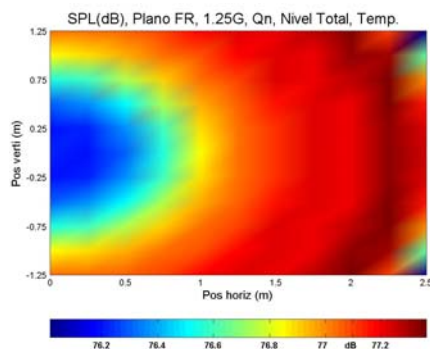


Fig.6.57.11. FR, 1.25G, Qn, Temp.

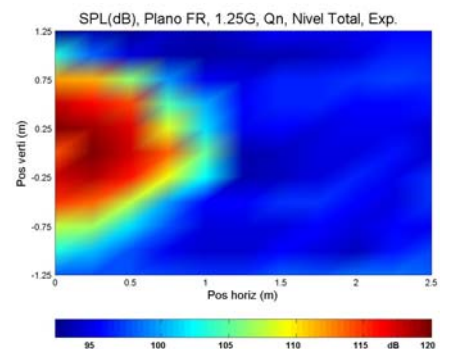


Fig.6.57.12. FR, 1.25G, Qn, Exp.

Figura 6.57. Nivel SPL total en los planos frontales FD (antes del estator) y FR (tras el rotor), para dos gaps (G y 1.25G) y para caudal nominal Qn: dominio de la frecuencia, dominio temporal y resultados experimentales.



del mismo (ver *Figura 6.46*). En las gráficas que aparecen en la *Figura 6.57* no se ha mantenido la misma escala con vistas a permitir una mejor apreciación de las distribuciones espaciales del SPL en los planos FD y FR (como ya se puso de manifiesto en párrafos anteriores, la diferencia de magnitud entre los resultados numéricos correspondientes al dominio temporal y al frecuencial es debida al ruido de espesor).

Para un mismo gap, los resultados numéricos del modelo desarrollado en el dominio de la frecuencia son idénticos en los planos FD y FR como consecuencia de que la formulación teórica en este dominio predice distribuciones espaciales del SPL simétricas aguas arriba y aguas abajo del ventilador axial. En cambio, en los resultados del modelo desarrollado en el dominio temporal, aparecen diferencias entre los planos FD y FR, ya que en este caso la formulación teórica también incluye el ruido de espesor y no necesariamente tienen que obtenerse distribuciones espaciales del SPL simétricas aguas arriba y aguas abajo de la soplante axial. Para el caso de gap inferior, donde el ruido de carga es más importante que con el gap superior, las distribuciones espaciales del SPL en los planos FD y FR obtenidas con el modelo temporal son muy parecidas entre sí, mientras que con el gap superior, donde el ruido de espesor adquiere mayor relevancia, aparecen diferencias importantes en las distribuciones espaciales del SPL en ambos planos. Tanto con el gap inferior como con el gap superior, en ambos planos (FD y FR) se obtienen distribuciones espaciales del SPL concéntricas con el eje del ventilador. Con el modelo frecuencial, se obtienen mínimos del SPL sobre el eje de la soplante para los dos gaps axiales en ambos planos. Con el modelo temporal, dichos mínimos se obtienen también en los planos FD y FR para el gap inferior. En cambio, para el gap superior el mínimo aparece en el plano FR, pero en el plano FD sobre el eje del ventilador se obtiene un máximo. Este hecho es reflejado también por los resultados experimentales correspondientes al gap superior en dicho plano (*Figura 6.57.6*). En general, con el gap superior los mínimos del SPL, tanto en FD como en FR, ocupan una mayor extensión circunferencial que con el gap inferior. Experimentalmente, en el plano FD es posible apreciar el efecto de la reflexión del sonido por el suelo, sobre todo para el gap inferior, mientras que, como era de esperar, en el plano FR el ruido turbulento del chorro enmascara cualesquiera otros mecanismos de ruido.

6.4.2. Contribución estacionaria del ruido propagado al campo lejano.

Puesto que los resultados mostrados en el apartado anterior han puesto de manifiesto que el modelo numérico para la predicción del ruido radiado al campo lejano por la soplante axial se ajusta mejor al comportamiento experimental observado cuando se tiene en cuenta la contribución determinista tanto del ruido de carga como del ruido de espesor (modelo temporal), en esta sección se realiza un análisis de la contribución estacionaria de estos dos términos al ruido propagado al campo lejano. En la literatura, la contribución estacionaria de las fuerzas de carga sobre los álabes, se conoce como *ruido de carga estacionario* o *ruido de Gutin*. Para llevar a cabo el análisis de la contribución estacionaria del ruido en el campo lejano, se ha realizado una simulación numérica de las características aerodinámicas de la soplante axial (caracterización de la región fuente) sin la presencia del estator aguas arriba del rotor con el esquema de turbulencia LES (ver *Capítulo 4*). A partir de dichos resultados aerodinámicos se ha procedido a resolver la formulación integral de Ffowcs Williams y Hawkins en el dominio temporal con vistas a obtener las características acústicas de la región de propagación. La carencia de un estator aguas arriba del rotor de la turbomáquina da



lugar a que sobre los álabes del rotor incida un flujo uniforme sin ningún tipo de perturbación o distorsión espacial. En consecuencia, el ruido percibido por un observador situado en el campo lejano, es consecuencia únicamente del movimiento rotacional de los álabes del rotor. De cualquier modo, el sonido continúa generándose a la frecuencia de paso de álabes y sus armónicos. Todas las simulaciones numéricas se han llevado a cabo para el caudal nominal de funcionamiento Q_n , y puesto que en este caso no existe un estator situado aguas arriba del rotor, no tiene ya ningún sentido hablar de dos gaps axiales.

En la *Figura 6.58* se muestran los resultados correspondientes a la parte estacionaria del ruido radiado por la soplante axial en todas las posiciones circunferenciales del plano R5 (ver *Figura 6.46*) para los cinco primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabes y para el nivel de ruido total. En abscisas se representan las posiciones angulares del plano R5 en grados, mientras que en ordenadas se representa el SPL en dB. En cada una de las gráficas de la *Figura 6.58* se muestran también los resultados correspondientes a la contribución total (estacionaria y no estacionaria) del SPL en el plano R5 obtenida mediante el modelo temporal para los dos gaps axiales del ventilador y que ya se había mostrado en la *Figura 6.47*. Para el nivel de ruido total (*Figura 6.58.6*) se incluyen también resultados experimentales obtenidos con el micrófono capacitivo. Los resultados análogos obtenidos para los planos R7 y R9 pueden consultarse en el *Apéndice III*.

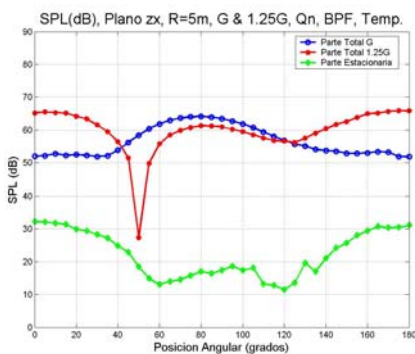


Fig.6.58.1. BPF, Q_n

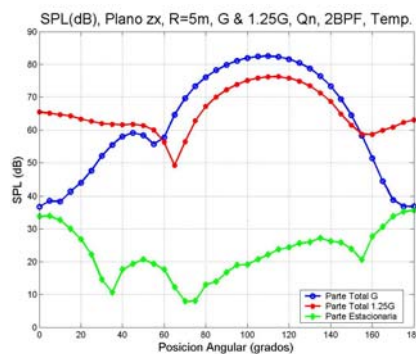


Fig.6.58.2. 2BPF, Q_n



Fig.6.58.3. 3BPF, Q_n

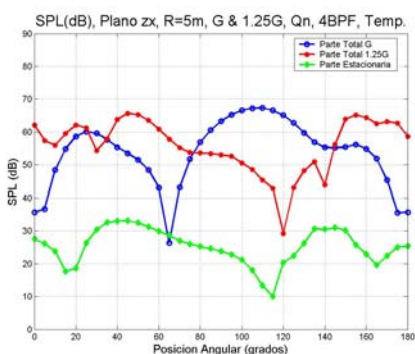


Fig.6.58.4. 4BPF, Q_n



Fig.6.58.5. 5BPF, Q_n

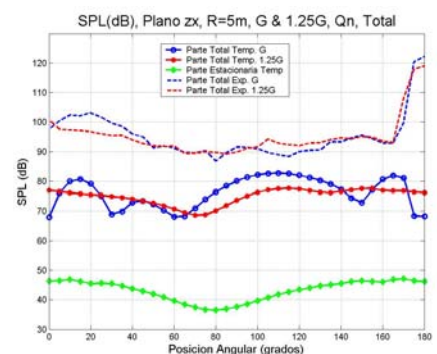


Fig.6.58.6. SPL Total, Q_n

Figura 6.58. Resultados numéricos y experimentales de la contribución total (dos gaps axiales) y de la contribución estacionaria del ruido en el plano R5, caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.



En todos los casos mostrados en la *Figura 6.58* la magnitud del SPL correspondiente a la contribución estacionaria del ruido es inferior a la magnitud del SPL para ambos gaps axiales (inferior y superior) cuando se tiene en cuenta tanto la contribución estacionaria como la no estacionaria. Lo anterior pone de manifiesto que el ruido de interacción en la estela, consecuencia de la interacción no estacionaria entre estator y rotor, es el principal mecanismo de generación de ruido por la soplante axial en el campo lejano. Ni para ninguno de los armónicos de la frecuencia de paso de álabe ni para el nivel de ruido total, se alcanzan mínimos de la contribución estacionaria del ruido sobre el eje del ventilador. De hecho, para los tres primeros armónicos (*Figura 6.58.1*, *Figura 6.58.2* y *Figura 6.58.3*), los mínimos de ruido aparecen en torno a 90° (perpendicularmente al eje de la soplante) y los máximos se alcanzan sobre el eje (posiciones 0° y 180°).

SPL (dB), R=5m, Qn, BPF, Parte Estacionaria Temp.

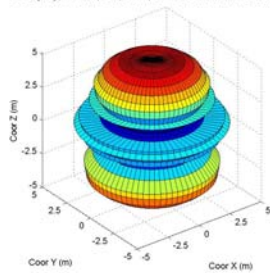


Fig.6.59.1. BPF, Qn, Temp

SPL (dB), R=5m, Qn, 2BPF, Parte Estacionaria Temp.

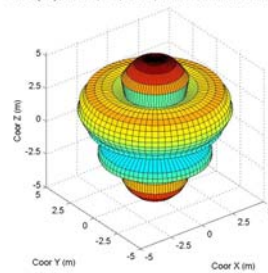


Fig.6.59.2. 2BPF, Qn, Temp

SPL (dB), R=5m, Qn, 3BPF, Parte Estacionaria Temp.

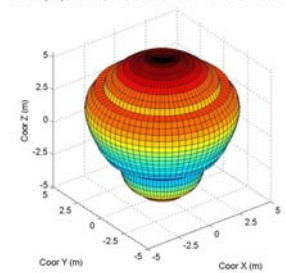


Fig.6.59.3. 3BPF, Qn, Temp

SPL (dB), R=5m, Qn, 4BPF, Parte Estacionaria Temp.

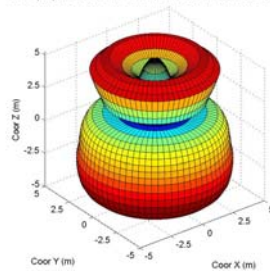


Fig.6.59.4. 4BPF, Qn, Temp

SPL (dB), R=5m, Qn, 5BPF, Parte Estacionaria Temp.

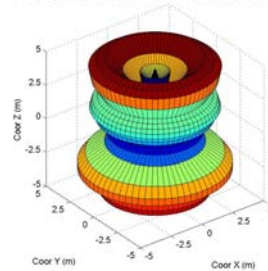


Fig.6.59.5. 5BPF, Qn, Temp

SPL (dB), R=5m, Qn, Total, Parte Estacionaria Temp.

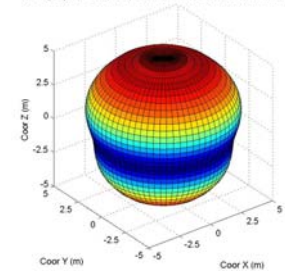


Fig.6.59.6. Total, Qn, Temp

Figura 6.59. Resultados numéricos del modelo temporal para la contribución estacionaria del ruido en el plano R5, caudal nominal de funcionamiento Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.

Las distribuciones circunferenciales en el plano R5 de la contribución estacionaria del SPL en campo lejano mostradas en la *Figura 6.58* se asemejan mucho más a las distribuciones circunferenciales para la contribución total del SPL obtenida cuando el ventilador se encuentra en la configuración de gap superior. Destaca sobre todo la semejanza existente entre ambas distribuciones angulares para el nivel de ruido total (*Figura 6.58.6*). Como se puso de relieve con el análisis de los resultados correspondientes al flujo desarrollado en la turbomáquina, cuando aumenta la separación entre las etapas de estator y rotor disminuye la interacción (tanto estacionaria como no estacionaria) que tiene lugar entre ambos, y además, los esfuerzos soportados por los álabes del rotor presentan fluctuaciones de menor amplitud. En consecuencia, el flujo que incide sobre los álabes del rotor es más uniforme que el que incide sobre ellos



cuando la separación entre estator y rotor es menor (gap inferior). De ahí la mayor semejanza existente entre las distribuciones circunferenciales del SPL para la contribución estacionaria y la contribución total en el caso de gap superior que en el caso de gap inferior. Además, cuando en el apartado previo se realizó el análisis de las características del ruido radiado al campo lejano por la soplante axial, se puso de manifiesto que al disminuir la importancia de la interacción entre las etapas del ventilador, el ruido de carga deja de ser el mecanismo dominante y el ruido de espesor adquiere mayor relevancia. Pues bien, en dicho caso no sólo adquiere mayor relevancia el ruido de espesor, sino que también comienza a ser más importante la contribución de la parte estacionaria del ruido propagado al campo lejano, que pasa a ser responsable en gran parte de los diagramas de directividad del mismo. A la vista de los resultados de la *Figura 6.58*, puede aventurarse que la mayor parte de la contribución estacionaria del ruido propagado al campo lejano por la soplante axial, corresponde al ruido de espesor.

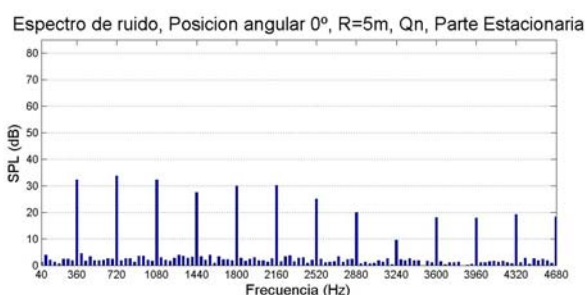


Fig. 6.60.1. R5, Qn, 0°, Temp

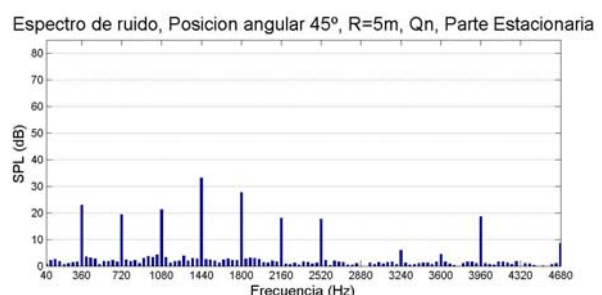


Fig. 6.60.2. R5, Qn, 45°, Exp

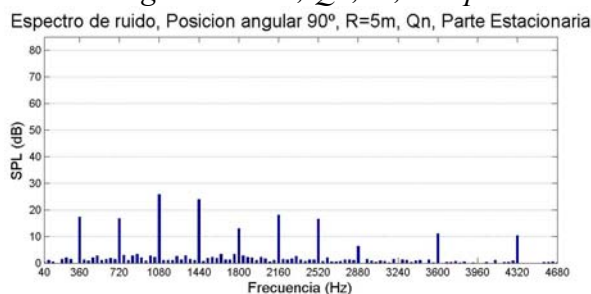


Fig. 6.60.3. R5, Qn, 90°, Temp

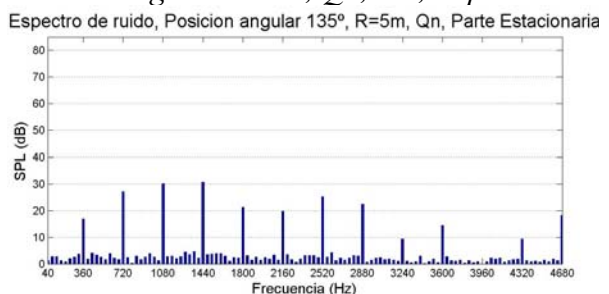


Fig. 6.60.4. R5, Qn, 135°, Exp

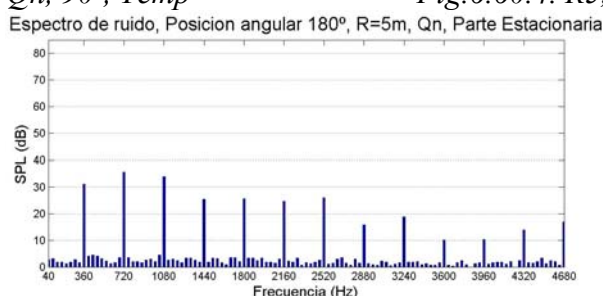


Fig. 6.60.5. R5, Qn, 180°, Temp

Figura 6.60. Espectros de ruido correspondientes a la contribución estacionaria del SPL para varias posiciones angulares en el plano R5: resultados del modelo temporal, caudal nominal Qn.

En la *Figura 6.59* se ha representado tridimensionalmente alrededor del eje de la soplante la distribución circunferencial de la parte estacionaria del SPL para los cinco primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabe y para el nivel de ruido total. Recuérdese que en dicha representación tridimensional el eje del ventilador está



alineado verticalmente, es decir, es paralelo al eje z. En las gráficas de la *Figura 6.59* no se ha mantenido la misma escala con vistas a permitir una mejor apreciación del patrón de directividad circunferencial correspondiente a cada uno de los armónicos. En todos los casos mostrados en la *Figura 6.59* se obtienen distribuciones circunferenciales de la parte estacionaria del SPL axisimétricas, como ya ocurría con las contribuciones totales del SPL para gap inferior y superior. La representación tridimensional alrededor del eje de la soplante de la contribución estacionaria del SPL permite apreciar con gran claridad la semejanza existente entre las distribuciones circunferenciales para dicha contribución estacionaria y las correspondientes a la contribución total en el caso de gap superior mostradas en la *Figura 6.49*. Los resultados tridimensionales análogos a los de la *Figura 6.59* para los planos R7 y R9, pueden consultarse en el *Apéndice III*.

En la *Figura 6.60* se muestra el espectro obtenido con el modelo temporal para la contribución estacionaria del SPL en varias posiciones angulares a lo largo del plano R5, en concreto para la posición aguas arriba del estator sobre el eje (0°), 45° , la posición perpendicular al eje (90°), 135° y la posición aguas abajo del rotor sobre el eje (180°). En todos los espectros de la *Figura 6.60*, al igual que pasaba con la contribución total del SPL (tanto para gap inferior como superior), predominan los tonos a la frecuencia de paso de álabe. Los mínimos valores de ruido se obtienen en la posición de 90° y los máximos en la posición de 180° . Mientras que en las posiciones sobre el eje del ventilador dominan los tonos a la frecuencia de paso de álabe y sus dos primeros armónicos, a medida que nos alejamos del eje del ventilador dichos tonos pierden relevancia y comienzan a ser más importantes el tercer y cuarto armónicos de la frecuencia de paso de álabe. Los resultados análogos para los planos R7 y R9 se exponen en el *Apéndice III*.

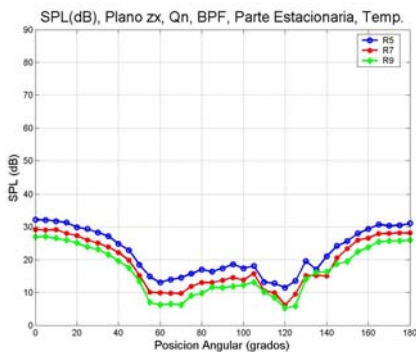


Fig.6.61.1. BPF, Q_n

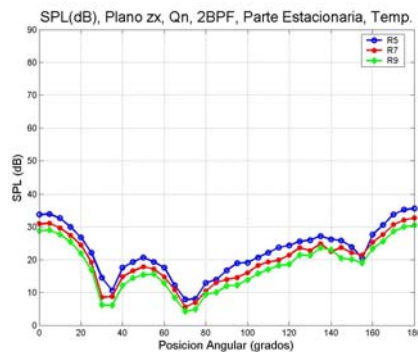


Fig.6.61.2. 2BPF, Q_n

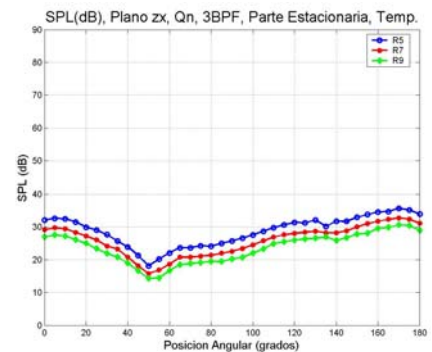


Fig.6.61.3. 3BPF, Q_n

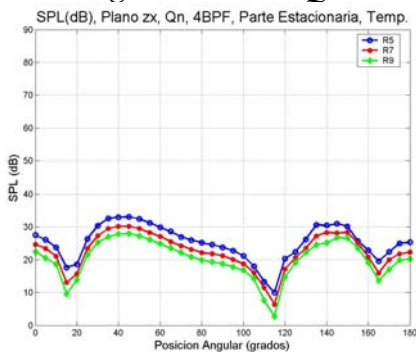


Fig.6.61.4. 4BPF, Q_n

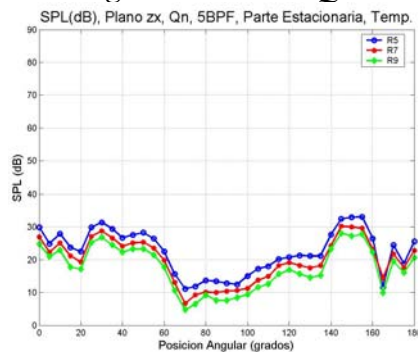


Fig.6.61.5. 5BPF, Q_n

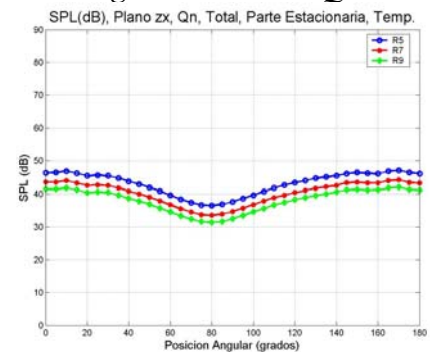


Fig.6.61.6. SPL Total, Q_n

Figura 6.61. Comparación de resultados numéricos y experimentales en los planos R5, R7 y R9 para la contribución estacionaria del ruido, caudal nominal Q_n .



En la *Figura 6.61* se muestra la variación de la contribución estacionaria del SPL con la distancia radial al eje del rotor de la soplante para los cinco primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabe y para el nivel de ruido total, es decir, se muestran conjuntamente las distribuciones circunferenciales obtenidas para los planos R5, R7 y R9 (ver *Figura 6.46*). En todos los planos la variación de la contribución estacionaria del SPL con la posición angular sigue la misma distribución, siendo la única diferencia entre ellos una atenuación de la magnitud del SPL (en torno a 2.5 dB). Dicha atenuación en la magnitud del SPL al aumentar la distancia a la fuente emisora de ruido ya fue observada también en el comportamiento de la contribución total (estacionaria y no estacionaria) tanto para gap inferior como superior, y como se expuso entonces, es consecuencia del comportamiento en campo libre de las ondas acústicas como ondas esféricas.

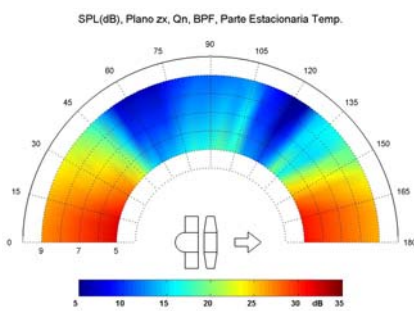
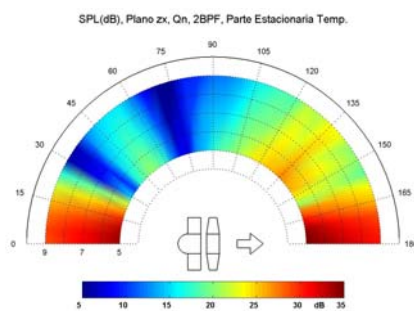
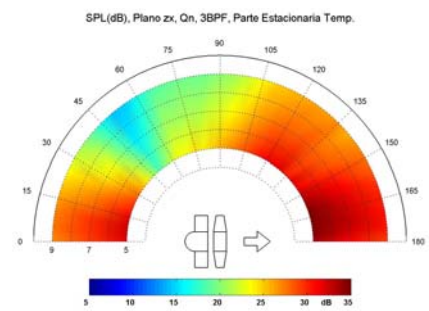
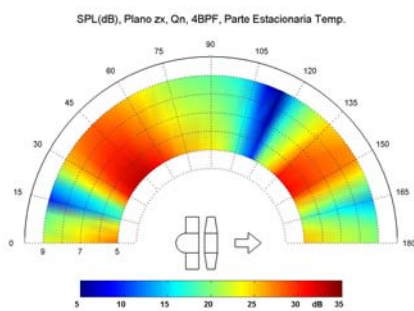
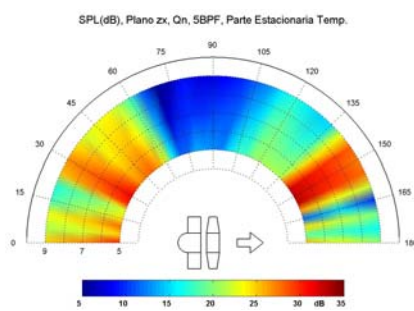
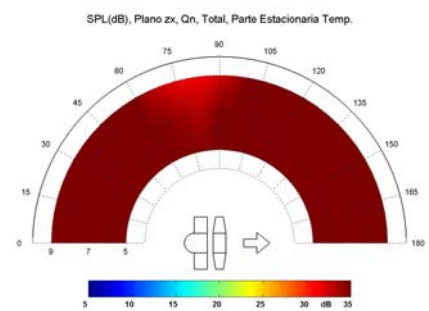
Fig.6.62.1. BPF, Q_n Fig.6.62.2. 2BPF, Q_n Fig.6.62.3. 3BPF, Q_n Fig.6.62.4. 4BPF, Q_n Fig.6.62.5. 5BPF, Q_n Fig.6.62.6. SPL Total, Q_n

Figura 6.62. Distribución circunferencial y radial de la contribución estacionaria del SPL en los planos R5, R7 y R9, caudal nominal Q_n : frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.

Para finalizar esta sección, en la *Figura 6.62* se muestra la distribución espacial (circunferencial y radial) de la contribución estacionaria del SPL para los cinco primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabe y para el nivel de ruido total. En todas las gráficas de la *Figura 6.62* se ha mantenido la misma escala para permitir una mejor comparación entre ellas. En dichas gráficas se observa claramente como a la frecuencia de paso de álabe y su segundo y tercer armónicos, los máximos del SPL se alcanzan sobre el eje del ventilador. Para la frecuencia de paso de álabe y el quinto armónico los mínimos se encuentran situados en posiciones perpendiculares al eje de la soplante. El nivel de ruido total (*Figura 6.62.6*) presenta la distribución espacial más uniforme, con un mínimo situado en torno a 75° , y es muy similar a la distribución del SPL total obtenida con el gap superior para la parte tanto estacionaria como no estacionaria (*Figura 6.54.12*).



6.4.3. Comparación entre modelos de turbulencia (RSM vs. LES).

En esta sección se comparan los resultados numéricos obtenidos mediante la simulación en el dominio de la frecuencia del ruido radiado por la soplante axial al campo lejano a partir de datos aerodinámicos proporcionados por el modelo tridimensional del ventilador usado junto con un esquema de turbulencia RSM y junto con un esquema de turbulencia LES. En la *Figura 6.63* se muestran los resultados obtenidos para todas las posiciones espaciales consideradas en el plano R5. Como antes, en abscisas se muestran las posiciones circunferenciales en grados (0° corresponde a la posición sobre el eje del ventilador aguas arriba del estator y 180° corresponde a la posición sobre el eje del ventilador aguas abajo del rotor), y en ordenadas se muestra el SPL en dB. Los resultados corresponden al caudal nominal de funcionamiento Q_n , y a los dos gaps axiales considerados (inferior G y superior 1.25G), y se muestran para los cinco primeros armónicos de la frecuencia de paso de álabe y para el nivel SPL total. Para este último se incluyen también los resultados obtenidos experimentalmente. Los resultados análogos de la comparación entre modelos de turbulencia en el dominio de la frecuencia para los planos R7 y R9 pueden consultarse en el *Apéndice III*.

Como puede observarse en la *Figura 6.63*, en todos los casos considerados la magnitud del SPL obtenido con el modelo de turbulencia RSM es bastante inferior a la magnitud del SPL obtenido con el esquema LES, llegando incluso en algunos casos a ser unos 55 dB inferior. Las diferencias entre los resultados de ambos esquemas de turbulencia no aparecen tan solo en la magnitud del SPL, sino también en su distribución circunferencial a lo largo del plano R5. Las diferencias son especialmente acusadas en ambos gaps axiales para el cuarto y quinto armónico de la frecuencia de paso de álabe, así como para el nivel de ruido total (*Figura 6.63.6* y *Figura 6.63.12*). En este último caso puede observarse como los resultados obtenidos mediante el esquema LES se ajustan mucho mejor a los resultados experimentales que los obtenidos con el modelo RSM. Teniendo en cuenta que cuando se compararon los resultados numéricos obtenidos para la caracterización del flujo desarrollado en la turbomáquina axial se llegó a la conclusión de que las prestaciones aerodinámicas, sobre todo las relacionadas con la interacción estator-rotor, quedaban mucho mejor definidas con el modelo de turbulencia LES que con el modelo de turbulencia RSM, es lógico que los resultados numéricos correspondientes a la región de propagación acústica pongan de manifiesto también que el modelo LES reproduce con mayor fiabilidad las peculiaridades del campo sonoro radiado por la turbomáquina al campo lejano. Además, junto a lo anterior, también es necesario recordar que el esquema LES introduce muchas menos aproximaciones a la hora de modelizar la turbulencia de los flujos. En particular, con LES sólo los vórtices de menor tamaño son modelizados, mientras que los de mayor tamaño son resueltos (Sagaut, 2001). Los resultados mostrados en la *Figura 6.63* arrojan algo de luz y confirman uno de los temas que mayor polémica ha suscitado en los últimos tiempos en la disciplina de la Aeroacústica Computacional (CAA), y que señala al modelo LES como superior para los cálculos del ruido generado aerodinámicamente, puesto que trabaja con unas escalas espaciales y temporales cuyos órdenes de magnitud se ajustan con más precisión que los del esquema RSM a las escalas espaciales y temporales de las ondas acústicas (Mendoça, 2002). Los resultados de la *Figura 6.63*, junto al hecho de que el modelo LES también proporciona mejores prestaciones aerodinámicas de la interacción estator-rotor, son el motivo por el que las simulaciones numéricas, tanto en el dominio temporal como en el de la frecuencia, se han llevado a cabo con el esquema de turbulencia LES.



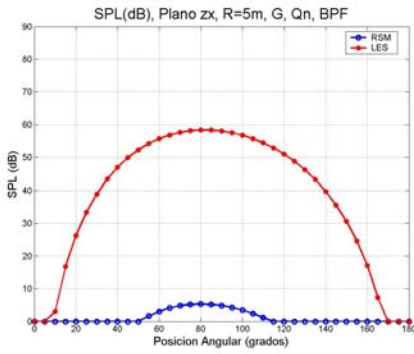


Fig. 6.63.1. BPF, G, Qn

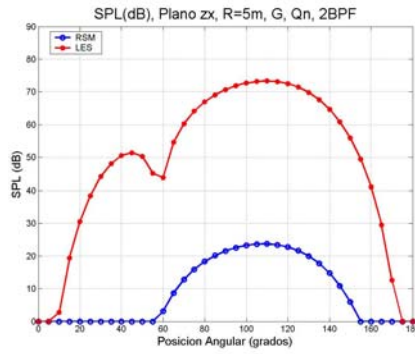


Fig. 6.63.2. 2BPF, G, Qn

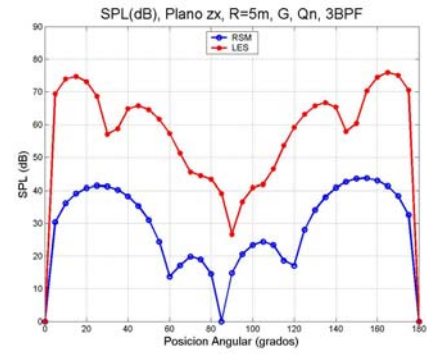


Fig. 6.63.3. 3BPF, G, Qn

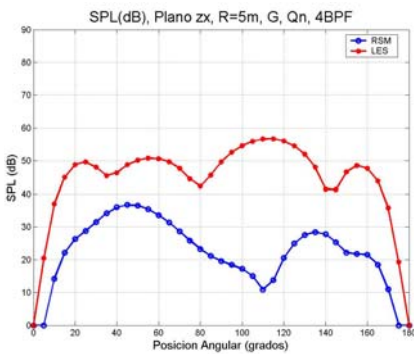


Fig. 6.63.4. 4BPF, G, Qn

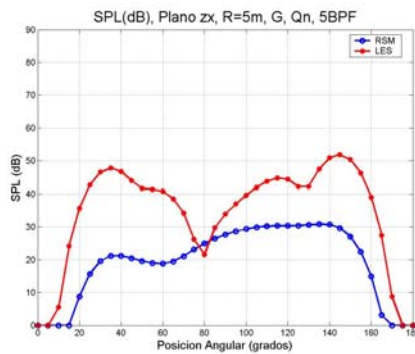


Fig. 6.63.5. 5BPF, G, Qn

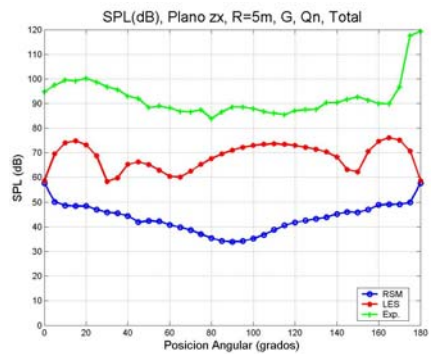


Fig. 6.63.6. SPL Total, G, Qn

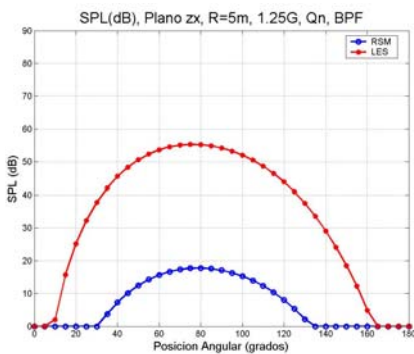


Fig. 6.63.7. BPF, 1.25G, Qn

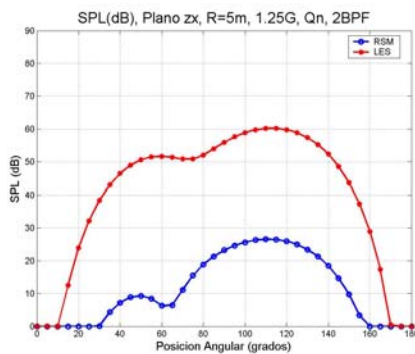


Fig. 6.63.8. 2BPF, 1.25G, Qn

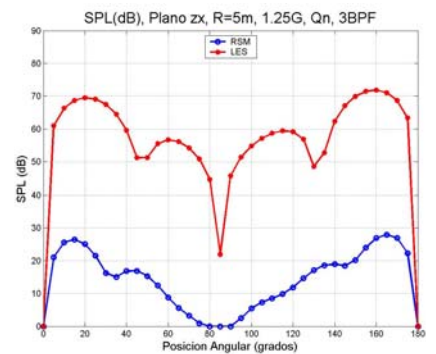


Fig. 6.63.9. 3BPF, 1.25G, Qn

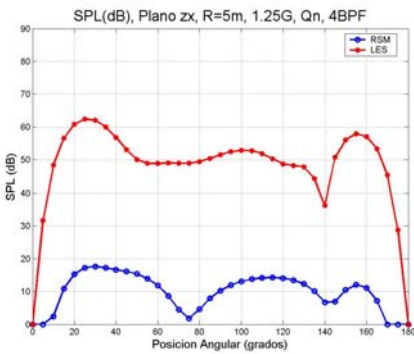


Fig. 6.63.10. 4BPF, 1.25G, Qn

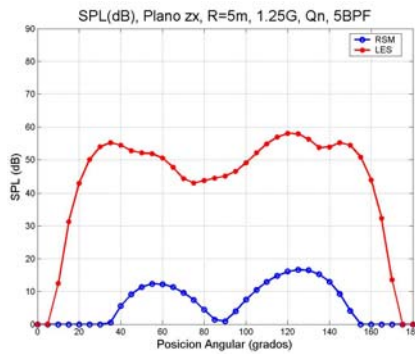


Fig. 6.63.11. 5BPF, 1.25G, Qn

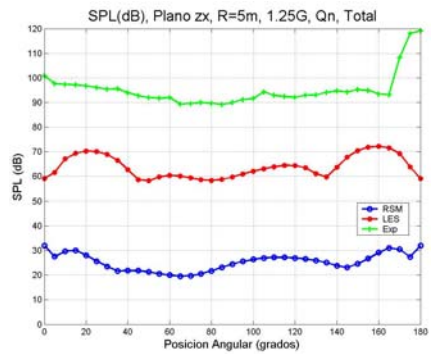


Fig. 6.63.12. SPL Total, 1.25G, Qn

Figura 6.63. Comparación entre RSM y LES en el plano R5, para dos gaps axiales (G y 1.25G) y caudal nominal Qn: frecuencias BPF, 2BPF, 3BPF, 4BPF, 5BPF y nivel SPL total.

