

Modelado discreto de convertidores CC/CC en condiciones de sub-muestreo

Pablo F. Miaja

Grupo de Sistemas Electrónicos de Alimentación

Universidad de Oviedo

Gijón, España

fernandezmiapablo@uniovi.es

Marlon Alberto Granda, Pablo Zumel, Cristina Fernández

Grupo de Sistemas Electrónicos de Potencia

Universidad Carlos III de Madrid

Madrid, España

mgranda@ing.uc3m.es

Resumen—El amplio uso del control digital en convertidores CC-CC de alta frecuencia de conmutación plantea la necesidad de disponer de modelos discretos del convertidor para diversas situaciones de funcionamiento. Actualmente se dispone de técnicas de modelado para condiciones de muestreo a la frecuencia de conmutación, o a frecuencias de muestreo superiores. En este artículo se presenta una extensión del procedimiento de modelado de convertidores CC-CC en tiempo discreto. Se estudia el caso de que el tiempo entre muestras de las variables de estado sea un múltiplo entero de períodos de conmutación, es decir varios períodos de conmutación ocurran entre la toma de muestras. A este caso se le denominara sub-muestreo. El objetivo es obtener un modelo discreto en pequeña señal con el que se pueda medir la degradación en la respuesta dinámica producida por el sub-muestreo y diseñar reguladores que tengan en cuenta este efecto.

I. INTRODUCCIÓN

El control digital de convertidores CC-CC se ha estudiado desde el inicio de la década de 2000. Con el objeto de diseñar los reguladores se parte de un modelo discreto en pequeña señal de los convertidores CC-CC. Aunque la discretización de los modelos continuos [1] suele usarse, los modelos discretos resultan más exactos, ya que tienen en cuenta efectos discretos (aliasing) que los modelos continuos desprecian [2]–[5]. Prácticamente en todos los ejemplos de la literatura las muestras de las variables de estado se hacen a frecuencia de conmutación. De esta manera en cada periodo de conmutación hay una muestra de las variables de estado (generalmente tensión de salida (v_o) y/o corriente por la bobina (i_l)) que el regulador usa para el ciclo de trabajo (o desfase) del siguiente período de conmutación.

Para mejorar la respuesta dinámica de los convertidores CC-CC se ha propuesto tomar mas muestras por período de conmutación, o super-muestreo, [6]–[8]. Obviamente esto supone una mayor carga de cálculo para el regulador digital y en cualquier caso cuenta con la limitación impuesta por el propio convertidor. Sin embargo el tratamiento de la condición opuesta, sub-muestreo, no esta tan estudiada. En este sentido, al tener varios periodos de conmutación entre muestras, el regulador calculará una nueva acción de control y la aplicará a los períodos de conmutación siguientes hasta que se tome la siguiente muestra. Por tanto la respuesta dinámica del

convertidor se degrada, sobre todo en términos de pérdida de fase a frecuencias medias o altas. Por esta razón es importante remarcar que la situación del sub-muestreo es indeseable si se quiere obtener la máxima prestación dinámica del convertidor. No obstante si las plataformas de control digital disponibles (por coste, consumo u otras razones) no son capaces de ejecutar los controles a la frecuencia de conmutación del convertidor es necesario un correcto modelado de la respuesta dinámica del convertidor con sub-muestreo para diseñar los lazos de control. Por ejemplo en [9] se presenta un Corrector de Factor de Potencia operando a una frecuencia de conmutación de MHz utilizando un microcontrolador. Como el control resulta complejo se toman muestras cada 4 períodos de conmutación. Este es un ejemplo como el uso de semiconductores de banda prohibida ancha posibilita diseños a muy altas frecuencias de conmutación. Tan altas que las plataformas de control digital pueden ser incapaces de controlar ciclo a ciclo el convertidor. En otras situación el sub-muestreo puede resultar útil para ahorrar recursos. En [10] en régimen permanente se utiliza sub-muestreo para reducir el consumo del chip de control, en régimen transitorio se muestrea a la frecuencia de conmutación con el objeto de mejorar la respuesta dinámica del convertidor. En general, dependiendo de la frecuencia de cruce que se quiera alcanzar, puede no llegar a ser necesario utilizar la máxima frecuencia de muestreo.

La principal ventaja del sub-muestreo es que libera a la plataforma de control digital de parte de sus requisitos de velocidad, con lo que o bien se pueden usar plataformas menos potentes o bien se puede usar el tiempo disponible para realizar otras tareas, como supervisión, comunicaciones, etc. aprovechando de este modo las ventajas del control digital. Otro posible campo de aplicación son los dispositivos de bajo consumo como los empleados en el Internet de las Cosas (IoT), en los que la frecuencia de reloj es un elemento importante en la reducción del consumo [11]. Con el objeto de optimizar el consumo se puede reducir la tasa de muestreo de los reguladores, con el control adecuado basado en los modelos presentados en este artículo. Una vez el sistema sale del modo de bajo consumo se puede volver a muestrear a la frecuencia de conmutación. Este es un proceso similar al descrito en [10].

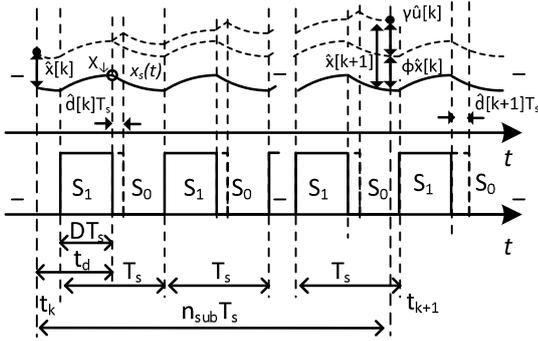


Figura 1: Propagación de estados

Con el objeto de determinar como se degrada la respuesta dinámica del convertidor debido al sub-muestreo en este artículo se propone extender las técnicas propuestas en [3], [4].

En la sección II se muestra la derivación del modelo y un ejemplo teórico usando un convertidor reductor. En la sección III se muestran los resultados experimentales sobre un convertidor reductor. Finalmente las conclusiones se muestran en la sección IV.

II. GENERALIZACIÓN DEL MODELO DISCRETO EN PEQUEÑA SEÑAL

Siguiendo la metodología propuesta en [3], [4] se perturba y linealiza la muestra del vector de estados del convertidor. De esta manera se obtiene el modelo discreto de pequeña señal en espacio de estados.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}[k+1] &= \Phi \hat{\mathbf{x}}[k] + \gamma \hat{u}[k] \\ \hat{y}[k] &= \delta \hat{\mathbf{x}}[k] \end{aligned} \quad (1)$$

Utilizando esta representación, a partir de la muestra del vector de estado en pequeña señal en el instante k se obtiene la muestra en el instante $k+1$, $\hat{\mathbf{x}}[k+1]$. El resto de parámetros necesarios son la matriz de estado en pequeña señal Φ y la matriz de control-a-estado en pequeña señal γ . La matriz de salida en pequeña señal, δ , es la matriz de salida del convertidor en el estado en el que este en el instante de muestreo.

Supongamos que en el convertidor solamente hay dos estados S_0 y S_1 determinados por el estado de los interruptores del convertidor. Supongamos también que entre la muestra k y la muestra $k+1$ hay n_{sub} períodos de conmutación, de duración T_s . En el caso de que $n_{sub} = 1$ se toma una muestra por período de conmutación y la situación descrita es la que se muestra en [3], [4]. Asumamos también que modulamos el flanco de bajada del modulador PWM y la amplitud de la rampa del modulador es $N_r = 1$. Por tanto,

un pequeño cambio en el ciclo de trabajo $\hat{d}[k]$, se traslada en una variación de la acción de control $\hat{u}[k] = \hat{d}[k]T_s$. Las muestras se toman mientras el convertidor se encuentra en el estado S_0 , entre una que se toma la muestra $\hat{\mathbf{x}}[k]$ y la acción de control es efectiva $\hat{d}[k]$, transcurre el tiempo t_d . Usando la modulación del flanco de bajada t_d tiene en cuenta el tiempo necesario para calcular el nuevo ciclo de trabajo y el tiempo que el convertidor pasa en estado S_1 , DT_s . Este está determinado por el ciclo de trabajo estático D . El complementario del ciclo de trabajo se denotará en este artículo como $D' = 1 - D$. En la figura se muestra esta situación.

Para calcular la evolución del vector de estado en pequeña señal se debe propagar $\hat{\mathbf{x}}[k]$ hasta el instante en el que se toma la muestra $\hat{\mathbf{x}}[k+1]$, fijando $\hat{u}[k] = 0$. La propagación se realiza mediante la aplicación del operador $e^{A_c t}$, siendo A_c la matriz de estado del convertidor en los estados S_0 o S_1 . Siguiendo la figura 1, la muestra del vector de estado en pequeña señal $\hat{\mathbf{x}}[k]$ es propagada en el estado S_0 durante $(t_d - DT_s)$ (se multiplica por $e^{A_0 \cdot (t_d - DT_s)t}$). En este momento el convertidor cambia al estado S_1 y por tanto la propagación continua en este estado durante DT_s . Ahora el convertidor vuelve a cambiar al estado S_0 durante $D'T_s$. Esta propagación en estado S_1 durante DT_s , en estado S_0 durante $D'T_s$ y otra vez en estado S_1 durante DT_s se repite $n_{sub} - 1$ veces. Finalmente se realiza una propagación en S_0 durante $T_s - t_d$ para obtener la muestra $k+1$. Matemáticamente se puede representar este proceso de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}[k+1] &= e^{A_0(T_s - t_d)} \cdot e^{A_1 DT_s} \cdot e^{A_0 D'T_s} \\ &\quad \dots \cdot e^{A_1 DT_s} \cdot e^{A_0(t_d - DT_s)} \cdot \hat{\mathbf{x}}[k] = \\ &= e^{A_0(T_s - t_d)} \cdot \left(e^{A_1 DT_s} \cdot e^{A_0 D'T_s} \right)^{(n_{sub} - 1)} \\ &\quad \cdot e^{A_1 DT_s} \cdot e^{A_0(t_d - DT_s)} \cdot \hat{\mathbf{x}}[k] \end{aligned} \quad (2)$$

La matriz Φ es entonces:

$$\begin{aligned} \Phi &= e^{A_0(T_s - t_d)} \cdot \left(e^{A_1 DT_s} \cdot e^{A_0 D'T_s} \right)^{(n_{sub} - 1)} \\ &\quad \cdot e^{A_1 DT_s} \cdot e^{A_0(t_d - DT_s)} \end{aligned} \quad (3)$$

La matriz γ representa la acción de la variación en el ciclo de trabajo $\hat{d}[k]$. En el caso del sub-muestreo la perturbación $\hat{d}[k]$ se aplicara a todas las transiciones entre S_1 y S_0 que tienen lugar entre las muestras k y $k+1$. Por tanto una sola perturbación se aplicará n_{sub} veces. Cada una de las perturbaciones impactará en la muestra $k+1$ después de ser propagada a través de los estados del convertidor, como se representa en la figura 1. Por tanto asumiendo que $\hat{\mathbf{x}}[k] = 0$ se tiene:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{x}}[k+1] &= \gamma \hat{\mathbf{u}}[k] = \\
 & e^{\mathbf{A}_0(T_s - t_d)} \cdot \\
 & [(\mathbf{A}_1 \mathbf{X}_\downarrow + \mathbf{B}_1 \mathbf{V}) - (\mathbf{A}_0 \mathbf{X}_\downarrow + \mathbf{B}_0 \mathbf{V})] \frac{\hat{\mathbf{u}}[k]}{N_r} T_s + \\
 & e^{\mathbf{A}_0(T_s - t_d)} e^{\mathbf{A}_1 D T_s} e^{\mathbf{A}_0 D' T_s} \cdot \\
 & [(\mathbf{A}_1 \mathbf{X}_\downarrow + \mathbf{B}_1 \mathbf{V}) - (\mathbf{A}_0 \mathbf{X}_\downarrow + \mathbf{B}_0 \mathbf{V})] \frac{\hat{\mathbf{u}}[k]}{N_r} T_s \\
 & \vdots \\
 & e^{\mathbf{A}_0(T_s - t_d)} \left(e^{\mathbf{A}_1 D T_s} e^{\mathbf{A}_0 D' T_s} \right)^{n_{sub}-1} \\
 & \cdot [(\mathbf{A}_1 \mathbf{X}_\downarrow + \mathbf{B}_1 \mathbf{V}) - (\mathbf{A}_0 \mathbf{X}_\downarrow + \mathbf{B}_0 \mathbf{V})] \frac{\hat{\mathbf{u}}[k]}{N_r} T_s
 \end{aligned} \quad (4)$$

donde \mathbf{X}_\downarrow es el vector de estado entre la transición entre S_0 y S_1 y \mathbf{V} es el vector de entrada. Su valor solamente depende de los valores en estado estático [4] y es:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X}_\downarrow &= \left(\mathbf{I} - e^{\mathbf{A}_1 D T_s} e^{\mathbf{A}_0 D' T_s} \right)^{-1} \\
 & \cdot \left[-e^{\mathbf{A}_1 D T_s} \mathbf{A}_0^{-1} \left(\mathbf{I} - e^{\mathbf{A}_0 D' T_s} \right) \mathbf{B}_0 \right. \\
 & \quad \left. - \mathbf{A}_1^{-1} \left(\mathbf{I} - e^{\mathbf{A}_1 D T_s} \right) \mathbf{B}_1 \right] \mathbf{V}
 \end{aligned} \quad (5)$$

La expresión $[(\mathbf{A}_1 \mathbf{X}_\downarrow + \mathbf{B}_1 \mathbf{V}) - (\mathbf{A}_0 \mathbf{X}_\downarrow + \mathbf{B}_0 \mathbf{V})]$ es la aproximación lineal del cambio entre los estados S_0 y S_1 . Como solamente depende de los valores en estado estático será el mismo para los n_{sub} cambios entre S_0 y S_1 .

El primer sumando de (4) representa el efecto de la perturbación en la última transición entre S_1 y S_0 antes de la muestra $k+1$, el segundo sumando es el efecto de la transición anterior y, finalmente, el último sumando representa el efecto de la primera perturbación en la primera transición entre S_1 y S_0 tras la muestra k . Re-ordenando los términos de (4), γ pasa a ser:

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \sum_{i=0}^{n_{sub}-1} \left[e^{\mathbf{A}_0(T_s - t_d)} \left(e^{\mathbf{A}_1 D T_s} e^{\mathbf{A}_0 D' T_s} \right)^i \right. \\
 & \quad \left. \cdot [(\mathbf{A}_1 \mathbf{X}_\downarrow + \mathbf{B}_1 \mathbf{V}) - (\mathbf{A}_0 \mathbf{X}_\downarrow + \mathbf{B}_0 \mathbf{V})] \frac{T_s}{N_r} \right]
 \end{aligned} \quad (6)$$

Como cuando se usa la modulación del flanco de bajada las muestras se toman durante el estado S_0 la matriz de salida del convertidor será:

$$\delta = \mathbf{C}_0 \quad (7)$$

Nótese que en las expresiones (3) y (6) se reducen a las expresiones que se muestran en [4] para el caso de tomar una muestra por ciclo de conmutación, lo que equivale a $n_{sub} = 1$. Con las expresiones mostradas en (3), (6) y 7 el sistema descrito en 1 queda resuelto y las funciones de transferencia discretas típicas de los convertidores, tensión de salida control $G_{vd}[z]$ y corriente por la bobina control

$G_{id}[z]$, pueden calcularse. La tarea de calcular el regulador se circunscribe a trabajar con las funciones de transferencia anteriores.

II-A. Ejemplo: Convertidor reductor

Para validar el desarrollo descrito en II se muestra un ejemplo basado en el convertidor reductor trabajando en Modo de Conducción Continuo con modulación del flanco de bajada. El convertidor reductor tiene la particularidad de que la matriz de estado A_c no cambia en los estados S_1 y S_2 . Por lo tanto el modelo discreto en pequeña señal puede obtenerse mediante la discretización invariante en respuesta impulsiva [4]. se aprovechará esta cualidad para validar el desarrollo presentado en II. Los valores de las matrices se pueden encontrar en [4] y se reproducen a continuación.

$$\begin{aligned}
 r_{par} &= \frac{r_c}{1 + r_c/R_{Load}} \\
 \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_0 &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{L}(r_{par} + r_L) & -\frac{1}{L} \frac{1}{1 + r_c/R_{Load}} \\ \frac{1}{C} \frac{1}{1 + r_c/R_{Load}} & -\frac{1}{C} \frac{1}{r_c + R_{Load}} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}_0 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{r_{par}}{L} & -\frac{1}{L} \frac{1}{1 + r_c/R_{Load}} \\ 0 & -\frac{1}{C} \frac{1}{1 + r_c/R_{Load}} & \frac{1}{C} \frac{1}{r_c + R_{Load}} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{r_{par}}{L} & -\frac{1}{L} \frac{1}{1 + r_c/R_{Load}} \\ 0 & -\frac{1}{C} \frac{1}{1 + r_c/R_{Load}} & \frac{1}{C} \frac{1}{r_c + R_{Load}} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{V} &= \begin{bmatrix} V_g \\ I_{Load} \\ V_{Load} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_0 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ r_{par} & \frac{1}{1 + r_c/R_{Load}} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (8)$$

Los elementos reactivos del convertidor reductor son $L = 99 \mu H$, $C = 150 \mu F$, las resistencias parásitas de los mismos son $r_L = 10 m\Omega$ y $r_c = 1 m\Omega$. La frecuencia de conmutación es $150 kHz$. La tensión de salida es $28 V$ y la carga es una fuente de corriente constante de valor $I_{Load} = 3,57 A$, de modo que el convertidor proporciona $100 W$ y la resistencia de carga es $R_{Load} = \infty$. En el ejemplo la tensión de entrada es $V_g = 50 V$, de modo que el ciclo de trabajo en estado estático es $D = 0,56$. Por simplicidad se asume que no habrá ningún retraso en calcular \hat{d} así que t_d solo depende del ciclo de trabajo estático D , por tanto $td = D \cdot T_s = 3,74 \mu s$. En una implementación real con modulación de flanco de bajada habrá un pequeño retraso en el cálculo, t_{delay} . No obstante, éste se puede introducir en el modelo sin problemas en el tiempo $t_d = D \cdot T_s + t_{delay}$.

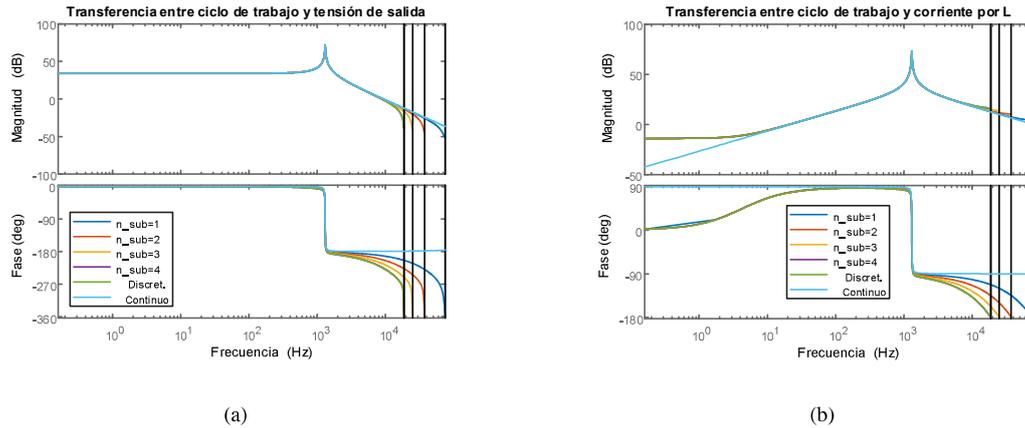


Figura 2: Comparativa de los modelos discretos con n_{sub} diferentes: (a) Función de transferencia G_{vd} , (b) Función de transferencia G_{id}

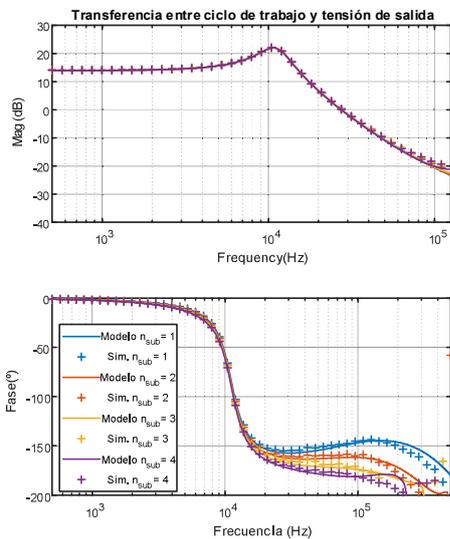


Figura 3: Comparativa con simulaciones en PSIM

El modelo discreto se calcula con $n_{sub} = 1$, la frecuencia de muestreo es por tanto $f_{samp} = 150 \text{ kHz}$, y por tanto la frecuencia de Nyquist es 75 kHz . Se estudian los casos con $n_{sub} = 2$, dos ciclos de conmutación entre muestras. Por tanto $f_{samp} = 75 \text{ kHz}$ y la frecuencia correspondiente de Nyquist es $37,5 \text{ kHz}$, 3 ciclos entre muestras $n_{sub} = 3$, por tanto $f_{samp} = 50 \text{ kHz}$ y la frecuencia de Nyquist 25 kHz y 4 ciclos entre muestras $n_{sub} = 4$, de modo que $f_{samp} = 37,5 \text{ kHz}$ y la frecuencia de Nyquist es $12,25 \text{ kHz}$. Los resultados se muestran en la figura 2a donde los diagramas de Bode muestran la respuesta de la función

de transferencia G_{vd} en varios regímenes de sub-muestreo hasta su frecuencia de Nyquist correspondiente. Ésta se indica por una línea negra vertical y marca el límite de validez del modelo. Con el objeto de compararlo con las aproximaciones discretas se muestra también el modelo continuo. La función de transferencia entre la corriente por la bobina y el ciclo de trabajo G_{id} se representa también en la figura 2b. Con el objeto de comparar el modelo propuesto se ha discretizado el modelo continuo utilizando la discretización invariante en respuesta impulsiva utilizando una frecuencia de muestreo de $f_{samp} = 150 \text{ kHz}$ y luego mediante un retenedor de orden cero (Zero Order Hold) se desprecian 4 muestras, obteniendo una frecuencia de muestreo de $37,5 \text{ kHz}$. Se realiza de esta manera porque cuando se deriva la equivalencia entre el modelado discreto y la discretización invariante en respuesta impulsiva [4] se asume que la acción de control es un impulso de Dirac, uno por periodo de conmutación y muestreo. En nuestro caso tenemos una serie de n_{sub} impulsos de Dirac, uno por periodo de conmutación, en un periodo de muestreo. El resultado se muestra en la figura 2a y 2b etiquetado como Discret., donde puede verse cómo es coincidente con el caso de $n_{sub} = 4$ y el modelado presentado en este artículo. Los principales efectos del sub-muestreo son una pérdida de fase adicional y por supuesto los efectos de la frecuencia de Nyquist a frecuencias inferiores. Cuanto mayor es el sub-muestreo (cuantos más periodos de conmutación hay entre muestras) mayor es la pérdida de fase. Esto puede ser especialmente relevante a la hora de diseñar lazos de regulación en el que los requisitos de margen de fase sean muy estrictos. Es importante destacar que la discretización del modelo de estados mediante la invarianza en respuesta impulsiva solamente resulta exacta en aquellos convertidores en los que la matriz de estado \mathbf{A}_c no cambia con el estado del interruptor. Esto solo sucede con el convertidor reductor y sus derivados. No obstante el proceso aquí descrito resulta válido

para cualquier convertidor. Las matrices correspondientes al Elevador y al Reductor Elevador pueden encontrarse en [4].

Para comprobar la validez del modelado se realiza una comparativa entre la simulación en PSIM de un convertidor reductor con el modelo presentado en este artículo. Los parámetros del convertidor reductor son $V_g = 5 V$, $V_o = 1,8 V$, por tanto $D = 0,36$. La bobina $L = 1\mu H$ tiene una resistencia parásita $r_l = 5 m\Omega$. El condensador tiene un valor de $C = 200 \mu F$ con una resistencia $r_c = 10 m\Omega$. La carga es una resistencia $R_l = 360 m\Omega$, por lo tanto la potencia procesada es de $9 W$. El retardo de control se asume que es $0,4 \mu s$ con una frecuencia de conmutación de $1000 kHz$. Por lo tanto el retardo de control es ligeramente mayor que $D \cdot T_s$ para tener en cuenta el tiempo de cálculo. La figura 3 muestra los resultados de la simulación en PSIM con el modelo para valores de $n_{sub} = 1 \dots 4$. Puede observarse cómo la coincidencia es casi perfecta entre el modelo y la simulación. Las mayores diferencias aparecen cerca de la frecuencia de Nyquist.

III. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para verificar el modelado se ha empleado un pequeño convertidor reductor controlado digitalmente mediante un System on Chip (SoC). En el programa de control se ha añadido un método de identificación. Un esquema del montaje experimental puede verse en la Figura 4. El SoC empleado es un Zynq 7010 SoC, en sus microprocesadores corre el algoritmo de identificación mientras que la FPGA del mismo genera las señales PWM del convertidor. Estas señales PWM mantienen el ciclo de trabajo estático mas una perturbación basada en una secuencia binaria pseudoaleatoria (PBRBS por sus siglas en ingles), siguiendo el método descrito en [12]. La tensión de salida es digitalizada mediante un ADC y guardada en la FPGA. Los valores de la tensión de salida son procesados por el programa del microprocesador, que calcula la función de transferencia G_{vd} que luego es transferida a un PC.

Los elementos del convertidor reductor son una bobina de $L = 80 \mu H$ con una resistencia parásita de $r_l = 180 m\Omega$. La

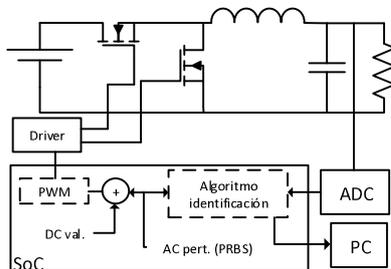


Figura 4: Montaje experimental

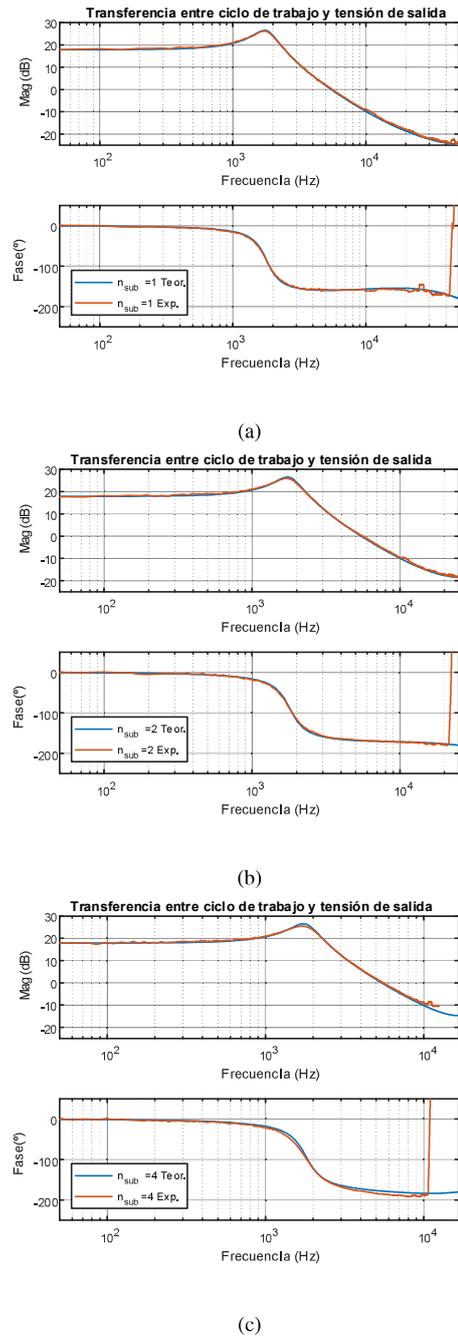


Figura 5: (a) Diagramas de Bode teóricos y experimentales: $n_{sub} = 1$, $f_{samp} = 100 kHz$, (b) $n_{sub} = 2$, $f_{samp} = 50 kHz$, (c) $n_{sub} = 4$, $f_{samp} = 25 kHz$

capacidad del convertidor es $C = 99 \mu F$ con una resistencia parásita de $r_{c1} = 80 m\Omega$. La frecuencia de conmutación se fija a $100 kHz$. La tensión de entrada es de $V_g = 8 V$ y la carga es de 10Ω . La tensión de salida es de $4 V$, por lo que el ciclo de trabajo estático es $D = 0,5$, y por tanto la potencia procesada es de $1,6 W$.

En este caso el muestreo de la tensión de salida ocurre con el MOSFET encendido. Por tanto la matriz de estado correspondiente es \mathbf{A}_1 . El muestreo tiene lugar $4 \mu s$ tras el comienzo del período de conmutación. Las matrices Φ y γ se han recalculado siguiendo un proceso análogo para reflejar el muestreo en estado S_1 en lugar de en S_0 como en el desarrollo teórico mostrado.

La función de transferencia entre la tensión de salida y el ciclo de trabajo, G_{vd} se ha estimado inyectando una secuencia PRBS de 2048 puntos. Se ha realizado una Transformada Rápida de Fourier (FFT) en lugar de la correlación cruzada. Es importante destacar que las secuencias PRBS son binarias y pueden generarse de una manera sencilla. El uso de la FFT reduce el esfuerzo de cálculo a costa de introducir más ruido en la estimación. La menor frecuencia identificada es de 48 Hz , y los puntos de frecuencia se han obtenido a múltiplos de estos 48 Hz linealmente distribuidos. Con el objeto de eliminar ruidos se ha empleado una media móvil de 20 puntos en las frecuencias superiores a 5 kHz .

La comparativa entre los diagramas de Bode teóricos, obtenidos de acuerdo al modelado presentado en este artículo, y las medidas obtenidas mediante identificación en el prototipo pueden verse para diferentes valores de sub-muestreo en la figura 5. El rango de frecuencias se fijó entre 50 Hz y la frecuencia de Nyquist del convertidor, $100/(2 * n_{sub}) \text{ kHz}$. Los resultados con $n_{sub} = 1$ se muestran en la figura 5a, con $n_{sub} = 2$ en la figura 5b y con $n_{sub} = 4$ en la figura 5c. Se observa como las respuestas medidas y el modelo coinciden de manera casi perfecta. Como era de esperar, la fase cae más rápidamente en los casos con $n_{sub} = 2$ y $n_{sub} = 4$.

IV. CONCLUSIONES

Este artículo presenta una extensión de la metodología de modelado discreto en pequeña señal presentado en [3], [4] analizando el caso de sub-muestreo. En este modo de funcionamiento transcurren varios ciclos completos de conmutación del convertidor entre dos muestras consecutivas de las variables a controlar. Se ha presentado un análisis completo del proceso a realizar para el caso de modulación del flanco de bajada de la señal PWM obteniéndose una buena concordancia entre los modelos teóricos, las simulaciones y las medidas experimentales. En todos los casos se ha utilizado un convertidor reductor. La extensión de este procedimiento a otros tipos de modulación y a otros convertidores es inmediata, utilizando las matrices que describen el convertidor elevador y el reductor-elevador que se pueden encontrar en [4]. Estas extensiones son parte de los trabajos futuros a realizar.

Desde un punto de vista dinámico el uso del sub-muestreo no se recomienda si se quiere obtener el máximo desempeño dinámico del convertidor. No obstante este modelo permite evaluar la pérdida de prestaciones que el convertidor sufriría en caso de usar sub-muestreo y permitiría el diseño correcto de los reguladores del convertidor. En aplicaciones críticas donde

el margen de fase, la impedancia de salida, la sobre-oscilación debe cumplir unos requisitos muy exigentes (por ejemplo en aplicaciones espaciales) esto resulta especialmente importante. El modelo descrito permite evaluar la pérdida de fase producida por el sub-muestreo y por tanto para cumplir con un margen de fase especificado un regulador debe proporcionar una mayor compensación de fase o, si fuera necesario, bajar su frecuencia de cruce. Si los requisitos concernientes al control se cumplen, resulta posible controlar el convertidor CC-CC cada varios ciclos de conmutación. Esta disminución de los recursos necesarios permite utilizar plataformas de control menos potentes y más baratas, disminuir el consumo del dispositivo de control o implementar otras funciones (monitorización, comunicaciones, optimización, etc.) en el tiempo adicional disponible.

V. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo está financiado por FEDER/Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades – Agencia Estatal de Investigación (Proyecto DPI2017-88062-R).

REFERENCIAS

- [1] R. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*. Power electronics, Springer US, 2001.
- [2] D. M. V. de Sype, K. D. Gusseme, A. R. V. den Bossche, and J. A. Melkebeek, "Small-signal z-domain analysis of digitally controlled converters," in *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551)*, vol. 6, pp. 4299–4305 Vol.6, June 2004.
- [3] D. Maksimovic and R. Zane, "Small-signal discrete-time modeling of digitally controlled pwm converters," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 22, no. 6, pp. 2552–2556, 2007.
- [4] L. Corradini, D. Maksimović, P. Mattavelli, and R. Zane, *Digital Control of High-Frequency Switched-Mode Power Converters*. IEEE Press Series on Power Engineering, Wiley, 2015.
- [5] L. Scandola, L. Corradini, and G. Spiazzi, "Small-signal modeling of uniformly sampled phase-shift modulators," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, pp. 5870–5880, Oct 2015.
- [6] L. Corradini and P. Mattavelli, "Modeling of multisampled pulse width modulators for digitally controlled dc-dc converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, pp. 1839–1847, July 2008.
- [7] Z. Lukić, A. Radić, A. Prodić, and S. Effler, "Oversampled digital controller ic based on successive load-change estimation for dc-dc converters," in *2010 Twenty-Fifth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pp. 315–320, Feb 2010.
- [8] S. Effler, Z. Lukic, and A. Prodic, "Oversampled digital power controller with bumpless transition between sampling frequencies," in *2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pp. 3306–3311, Sept 2009.
- [9] Z. Liu, Z. Huang, F. C. Lee, and Q. Li, "Digital-based interleaving control for gan-based mhz crm totem-pole pfc," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 4, pp. 808–814, Sept 2016.
- [10] Z. Lukic, N. Rahman, and A. Prodic, "Multibit $\Sigma\Delta$ pwm digital controller ic for dc-dc converters operating at switching frequencies beyond 10 mhz," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, pp. 1693–1707, Sept 2007.
- [11] A. Paidimarri and A. P. Chandrakasan, "10.8 a buck converter with 240pw quiescent power, 92/100 peak efficiency and a 2×10^6 dynamic range," in *2017 IEEE Int. Solid-State Circuits Conference (ISSCC)*, pp. 192–193, Feb 2017.
- [12] M. Shirazi, J. Morroni, A. Dolgov, R. Zane, and D. Maksimovic, "Integration of frequency response measurement capabilities in digital controllers for dc-dc converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, pp. 2524–2535, Sept 2008.