

**Universidad de Oviedo**

**Facultad de Formación del Profesorado y Educación**

**Máster en Formación del Profesorado de  
Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y  
Formación Profesional**

**El aula invertida en matemáticas de 2º de ESO  
The Flipped Classroom in Eighth Grade Math Class**

**TRABAJO FIN DE MÁSTER**

**Autor: Diego Coto Fernández  
Tutor: Pedro Alonso Velázquez**

Mayo 2017

## **Resumen**

Este trabajo está dividido en tres partes. En la primera, se hacen comentarios generales sobre el máster a partir de sus asignaturas y las prácticas realizadas. En la segunda, se muestra una programación docente para Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas en 4º de ESO. En la tercera, se presenta un proyecto de innovación realizado en 2º de ESO. En él, tres grupos participaron en una experiencia en la que se comprobó la efectividad de la metodología de aula invertida a la hora de mejorar el rendimiento de los alumnos de matemáticas. El profesor en prácticas impartió clases en dos de los grupos a lo largo de ocho sesiones. Uno de estos dos grupos siguió la metodología de aula invertida, mientras que el otro mantuvo la metodología expositiva. No se realizó ningún cambio en el tercero. Se explica el desarrollo de la experiencia y se analizan los resultados de los grupos.

## **Abstract**

This dissertation is divided in three parts. In the first one, general comments regarding the master are made based on its modules and the practices performed. In the second one, a syllabus for tenth-grade Mathematics (*“Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas”*). In the third one, an innovation project executed in eighth grade is presented. Three classes participated in an experience to test the effectiveness of the flipped classroom methodology when it comes to improving the performance of math students. The teacher-in-training taught a class in two of the groups over eight sessions. One of these two groups followed the flipped classroom methodology, while the other kept the expository methodology. No changes were made in the third one. The development of the experience is explained and the results of the groups are analysed.

## Contenido

1. Introducción .....	1
2. Reflexión sobre el máster .....	1
Las clases y su relación con el prácticum .....	2
El prácticum .....	7
Conclusiones .....	9
3. Programación Docente – Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 4º ESO 10	
Contexto .....	10
Objetivos generales de la Educación Secundaria Obligatoria .....	11
Competencias clave .....	13
Secuenciación y temporización .....	15
Plan de Lectura, Escritura e Investigación .....	33
Actividades complementarias y extraescolares .....	33
Metodología .....	35
Recursos .....	36
Atención a la diversidad .....	37
Programa de refuerzo .....	39
Evaluación del alumnado .....	39
Evaluación de la programación .....	40
4. Proyecto de innovación .....	41
Introducción .....	41
Diagnóstico inicial .....	41
Justificación y objetivos de la innovación .....	43
Marco teórico .....	44
Diseño metodológico y preparación .....	45
Desarrollo .....	51
Evaluación y resultados .....	52
Conclusiones .....	57
Referencias bibliográficas .....	58

## **Introducción**

Este trabajo fin de máster supone la culminación del Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional realizado por el autor en el curso 2016/2017. Este trabajo está dividido en tres partes bien diferenciadas.

La primera parte es un análisis, por un lado, de las materias cursadas en el máster, qué han aportado y cómo han afectado a las prácticas y, por otro, del propio prácticum, su contexto y su desarrollo. Aunque siempre hay margen de mejora, la experiencia en general ha sido enriquecedora y ha supuesto una preparación adecuada para el ejercicio de la práctica docente.

La segunda parte es una programación docente de cuarto de ESO para el curso 2016/2017. Se escogió un curso de ESO en vez de bachillerato porque supone una realidad distinta desde el punto de vista didáctico al ser educación obligatoria y menos especializada, con una mayor diversidad de alumnado y un mayor énfasis en cuestiones ajenas a los contenidos. El curso de cuarto fue seleccionado por ser el último de la etapa, y suponer por tanto el momento de consolidar y comprobar la consecución de sus objetivos y competencias clave. Las prácticas realizadas se centraron en los cursos de segundo de ESO y primero de bachillerato, al ser estos los grupos en los que impartía clase el tutor del Instituto, pero se visitó a uno de los grupos de cuarto de ESO y se entrevistó a varios miembros del centro sobre el curso en cuestión.

La tercera y última parte es un proyecto de innovación llevado a cabo durante el periodo de estancia en el IES. Tras haber detectado un rendimiento inferior al deseado en algunos grupos de segundo de ESO, se realizó un cambio metodológico en uno de ellos introduciendo la metodología del aula invertida (flipped classroom). En esta parte del trabajo, se presenta el contexto en el que se realizó el cambio metodológico y el marco teórico que lo justifica, se detalla el desarrollo de la experiencia, se comparan sus resultados con los de los otros grupos y se extraen conclusiones mixtas.

### **1. Reflexión sobre el máster**

En esta sección se describirá, brevemente, de lo que cada asignatura del máster ha aportado al autor, prestando especial atención a las prácticas realizadas.

## **Las clases y su relación con el prácticum**

### *Diseño y Desarrollo del Currículum*

Esta asignatura se impartió a lo largo de quince horas de trabajo presencial. Los contenidos se dividieron en cinco temas. En el primero se habló de qué es el currículum, sus niveles de concreción, fundamentos, elementos que lo forman y otras cuestiones generales. En el segundo se habló de los distintos elementos de la programación docente: contenidos, criterios de evaluación, estándares de aprendizaje, competencias, metodología y recursos y evaluación. En el tercero estuvo dedicado a explicar en mayor detalle las competencias. En el cuarto se habló de metodología, tareas y recursos, prestando especial atención al aprendizaje basado en proyectos y el aprendizaje servicio. En el quinto, y último, se comentó la evaluación de los alumnos y la unidad didáctica y se explicaron distintos instrumentos de evaluación que podían usarse.

La materia se enfrenta desde el principio a dos dificultades. En primer lugar, esta asignatura cuenta con muy pocas horas para dar todo lo que tiene que cubrir. En segundo lugar, es una de las primeras asignaturas en impartirse. Eso hace que el poco tiempo que se tiene deba ser dedicado a detallar los conceptos más básicos, mientras que en otras materias se puede asumir que eso ya se ha dado. Estos dos problemas, en conjunto, tienen como consecuencia que no haya habido tiempo para trabajar algunas cosas tanto como podría haber sido deseable. Sin embargo, a pesar de esto, en esta asignatura se consiguió presentar una buena base de cara al resto de materias y al prácticum. Cabe destacar todos los detalles proporcionados acerca de los elementos del currículum, que han facilitado enormemente el trabajo con ellos en las asignaturas de la especialidad, y la iniciación a metodologías novedosas, especialmente con el trabajo sobre el aprendizaje servicio.

De cara al prácticum, esta asignatura tuvo un valor inestimable a la hora de planificar la unidad didáctica a desarrollar, y fue de gran ayuda a la hora de comprender las programaciones.

### *Procesos y Contextos Educativos*

Esta asignatura estuvo dividida en cuatro bloques. Contó con 53 horas de trabajo presencial.

En el primer bloque se estudió, en primer lugar, el actual marco jurídico del sistema educativo y los documentos institucionales de los institutos, con especial atención a la programación general anual y el proyecto educativo. En segundo lugar, se habló de la estructura de los institutos, la organización y gestión de la actividad del aula y la historia del sistema educativo. Esta fue una parte muy útil por proporcionar el contexto histórico, legal y administrativo en el que se desarrolla la práctica docente. En las prácticas, este bloque fue clave a la hora de entender los documentos institucionales y el funcionamiento interno del centro.

En el segundo bloque se trató la dinámica de grupo en el aula, la convivencia y la comunicación. Esta parte del máster fue una de las que tuvo un gran efecto directo sobre lo que ocurrió en el aula durante las prácticas, proporcionando mucho material a tener en cuenta a la hora de tratar con los alumnos, observarlos y hablar con ellos, tanto en lo relativo a la materia que se estaba dando como en los ratos libres.

En el tercer bloque se cubrió todo lo referente a la tutoría, sus funciones, sus recursos, su relación con otros aspectos del centro, el Plan de Acción Tutorial y las habilidades necesarias para participar de forma efectiva en la acción tutorial. Este bloque proporcionó toda la información necesaria al respecto y, al ser el tutor del instituto tutor de primero de Bachillerato, tuvo un efecto muy directo sobre las prácticas.

En el cuarto bloque se analizó la atención a la diversidad, su marco general, sus medidas y la diversidad del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo. Esta es una parte esencial de la labor docente y habría estado bien tener más tiempo para dedicar a ella, pero aun así proporcionó una base suficiente que fue complementada con la información proporcionada por el Departamento de Orientación durante las prácticas. Las prácticas también permitieron ver este aspecto en acción de forma efectiva.

En su conjunto, esta asignatura cubrió muchos aspectos necesarios relacionados con la labor del profesor, todos los cuales tuvieron un efecto directo sobre lo visto en las prácticas.

### *Aprendizaje y Desarrollo de la personalidad*

Esta asignatura contó con 37.5 horas de trabajo presencial y estuvo dividida en dos partes. En la primera, se explicó lo que es la Psicología de la Educación y se trató el condicionamiento clásico, el condicionamiento operante, el aprendizaje observacional, el cognitivismo y el constructivismo. Todas las explicaciones fueron acompañadas de ejemplos aplicables al aula. A través de las prácticas de aula se trabajaron la inteligencia y la motivación, y se realizó un trabajo sobre dificultades de aprendizaje en el aula de secundaria. En la segunda parte, se habló de la Psicología del Desarrollo, haciendo énfasis en el desarrollo cognitivo de los 12 a los 18 años y el desarrollo a lo largo de la adolescencia.

Esta materia fue vital a la hora de comprender mejor a los alumnos e idear estrategias eficaces a la hora de motivarles y sacar el mayor provecho a las clases con ellos. Eso hizo que la asignatura tuviera un efecto importante, aunque indirecto, en el desarrollo de las prácticas. Es necesario señalar también que la buena estructura, organización y desarrollo de esta materia supuso en sí misma un ejemplo a seguir.

### *Sociedad, Familia y Educación*

Esta materia contó con 22.5 horas presenciales y estuvo dividida en dos partes. La primera estuvo centrada en la igualdad y los derechos humanos, tratando en particular la discriminación de género y los estereotipos de etnia, principalmente en relación a la etnia gitana. Esta parte fue interesante de cara a sensibilizar sobre la importancia de estos temas. La segunda parte fue dedicada a la estructura de la familia y su relación con el centro. Conviene notar el contraste que existe entre la realidad de la relación entre familia y centro y el potencial para la misma descubierto en la asignatura. Esta parte no solo permitió comprender mejor los distintos tipos de familias, sino que permitió además reflexionar detenidamente sobre cómo mejorar la colaboración entre el centro y esta, proporcionando una mejor comprensión de la relación simbiótica que existe entre ellos.

En el prácticum esta asignatura no tuvo un efecto demasiado directo sobre ninguno de los aspectos tratados, pero permitió dar una perspectiva diferente y favoreció la

reflexión sobre lo que se observó en el IES. En particular, la diversidad étnica existente en el centro de prácticas permitió observar de primera mano la buena convivencia y el respeto que se debe buscar en todas partes, mientras que la muy limitada relación entre el Instituto y la familia puso de manifiesto un posible ámbito de mejora, ofreciendo ideas de qué es a lo que se debería aspirar.

#### *Complementos de Formación: Matemáticas*

Esta asignatura tuvo lugar a lo largo de 60 horas de trabajo presencial divididas en tres bloques.

Los dos primeros bloques fueron dedicados al álgebra y el análisis. La dinámica de trabajo giró en torno a la preparación de contenidos pertenecientes a estos campos de las matemáticas para la realización de exámenes, individualmente y en grupo, y trabajos grupales. La sesión de trabajo con el ordenador fue especialmente interesante para aquellos que no estaban familiarizados con el programa utilizado. Los bloques tercero y cuarto fueron de geometría y estadística y probabilidad. Se desarrolló a través de distintos trabajos individuales y en grupo.

Aunque los contenidos trabajados no tuvieron un efecto directo sobre las prácticas, las competencias que se trabajaron sí tuvieron una gran relación con la labor desarrollada. Esto incluyó ensayos de clases y presentaciones, búsquedas de información y análisis de exámenes y libros de texto.

#### *Aprendizaje y Enseñanza: Matemáticas*

Esta materia contó con 60 horas de trabajo presencial divididos en tres partes principales. La primera parte trató la programación de aula y la elaboración de las unidades didácticas. Esto fue increíblemente útil y pudo ponerse en práctica inmediatamente en las prácticas. La segunda parte estuvo centrada en la evaluación. De nuevo, esto fue muy adecuado y sirvió de guía para la realización de la evaluación de las unidades didácticas impartidas en el centro de prácticas. La tercera parte fue dedicada a la metodología. Por desgracia, esta no fue dada lo bastante pronto como para aplicarlo al prácticum, pero sin duda servirá de referencia para el futuro.

Toda la asignatura guardó una estrecha relación con el trabajo realizado en las prácticas, y fue en general una de las más aplicables. Aunque algunos aspectos de esta asignatura se solaparon con otras como Complementos de Formación: Matemáticas o Diseño y Desarrollo del Currículum, fue en esta donde alcanzaron todo su potencial. Sí que es cierto, sin embargo, que la asignatura habría sido todavía más útil si sus contenidos hubiesen podido ser desarrollados más pronto para poder aprovecharlos todavía más en las prácticas.

#### *Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa*

Esta asignatura contó con 30 horas de trabajo presencial. Estuvo dividida en cuatro temas. El primero introdujo los conceptos básicos de la innovación docente y la investigación educativa y sirvió de base para el resto de la asignatura. El segundo habló más a fondo de los proyectos de innovación docente e investigación educativa, hablando de técnicas de localización y bases documentales y recursos. El tercero se centró en la innovación, proporcionando enfoques, modelos, estrategias e información sobre recursos y programas de apoyo, así como sobre su diseño y desarrollo y la elaboración de informes.

La asignatura cubrió toda la teoría en las primeras semanas, pasando después a sesiones en las que se profundizaron en estos temas como ejemplos concretos de gamificación, diseño y comunicación de innovaciones, o discusiones grupales.

La información que proporcionó esta materia acerca de la innovación docente e investigación educativa tuvo un efecto claro sobre el proyecto de innovación detallado en este trabajo.

#### *El Cine y la Literatura en el Aula de Ciencias*

Esta materia optativa dispuso de 22.5 horas de trabajo presencial y estuvo dividido en tres módulos. El primero fue de matemáticas, el segundo de física y el tercero de biología. En su transcurso se vieron fragmentos de películas y de textos y se proporcionaron herramientas para ahondar en las ideas presentadas. En general, la principal aportación de la asignatura fue la de abrir la mente a nuevas posibilidades, encontrar nuevas formas de comunicar ideas a los alumnos y aprender a percibir las

propiedades didácticas que tiene algo que normalmente no se asocia directamente con el ámbito educativo.

El módulo de matemáticas es el que guardó una mayor relación con la especialidad. Fue especialmente útil el recibir ejemplos de lugares donde encontrar más información e ideas de películas y textos que llevar al aula. Sin embargo, todos los módulos fueron útiles de una forma u otra, proporcionando nuevas ideas y perspectivas. A pesar de ello, esta asignatura no tuvo un efecto claro sobre las prácticas, aunque podría haber sido la base de un interesante proyecto de innovación.

## **El prácticum**

### *Contexto*

El prácticum se llevó a cabo entre los meses de enero y abril de 2017 en un centro de considerable tamaño. Se realizó al mismo tiempo que las asignaturas de Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa y Aprendizaje y Desarrollo: Matemáticas.

Las prácticas se centraron en tres grupos de segundo de ESO y uno primero de bachillerato, pero también se visitó o se realizaron actividades en primero y cuarto de ESO y uno de los ciclos formativos de grado superior. También se pudo aprender el funcionamiento del Departamento de Orientación, el aula de apoyo para alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo y las reuniones de departamento, de equipos docentes, de evaluación y de claustros. El tamaño del Instituto permitió además presenciar elementos que no se encuentran en todos ellos, como el aula de inmersión lingüística.

La actitud de todos los miembros del centro con los que se tuvo contacto fue muy positiva, buscando ayudar en todo lo posible, lo que hizo la experiencia de las prácticas agradable y aún más enriquecedora. La organización de las prácticas fue satisfactoria, permitiendo aprovecharlas adecuadamente.

### *Desarrollo*

A lo largo de las prácticas se analizó el centro, las aulas y los grupos. Se analizaron los documentos institucionales: el Proyecto Educativo del Centro y la Programación General Anual, con especial atención al Plan de Atención a la Diversidad y el Programa de Acción Tutorial. También se observó con detenimiento la relación entre las familias y el centro y el funcionamiento del Departamento de Orientación.

En el aula, inicialmente se tuvo el control de sesiones de ejercicios. Más adelante se llevaron a cabo las unidades didácticas que constituyeron el elemento central de las prácticas. El autor dio clase en tres grupos: primero de bachillerato de ciencias, donde enseñó el tema de límites y continuidad y dos grupos de segundo de ESO, donde enseñó el tema de proporcionalidad geométrica. Fue entonces donde realizó en ellos el proyecto de innovación, modificando la forma en que se daba clase en uno de ellos para intentar mejorar su rendimiento.

Los grupos en los que se realizaron las prácticas fueron muy diversos y permitieron ver a muchos tipos de alumnos, desde alumnos con alto rendimiento, motivados o con dictamen de altas capacidades, hasta alumnos con problemas personales, necesidades especiales de apoyo educativo, desmotivados o conflictivos. Cada uno de estos alumnos presentó su propio desafío, pero el trabajo con todos ellos resultó muy gratificante.

También se pudo prestar atención a aspectos organizativos del centro, como la labor del director, la Comisión de Coordinación Pedagógica, la relación con la Consejería o los criterios para crear los horarios o formar los grupos. Además, se pudo tener contacto con profesores que desarrollaban sus clases de forma innovadora, por ejemplo, realizándolas a través del ordenador, apuntes y examen incluidos, o aplicando el aprendizaje basado en proyectos.

### *Comentario final*

Las prácticas son clave. En ellas los alumnos pueden ver si realmente les gusta y sirven para la práctica docente o si a lo mejor deberían explorar otras alternativas. En el caso del autor, las prácticas sirvieron para afianzar su decisión de dedicarse a la docencia en la educación secundaria. Los buenos momentos y los desafíos fueron en todo momento gratificantes y motivadores, la relación con alumnos, profesores y personal no docente fue en todo momento muy satisfactoria, y la propia práctica docente resultó cautivadora.

Se tuvo la suerte de contar con un centro de prácticas estupendo, que ofreció una gran cantidad de oportunidades, y un tutor excelente que mostró todos los entresijos de la vida en el Instituto. Si bien es cierto que estos meses supusieron una gran cantidad de trabajo, sin duda merecieron la pena.

## **Conclusiones**

Las prácticas fueron el elemento más enriquecedor del máster, pero no habrían tenido todo el efecto que tuvieron de no haber sido por las clases llevadas a cabo anteriormente. Hay varios aspectos del máster con margen de mejora, pero la experiencia final es positiva y ha servido para dar una buena base a los alumnos para afrontar todo lo que la docencia conlleva. A los alumnos del máster les queda todavía mucho por aprender y mucho en lo que mejorar, pero ahora tienen ya una buena base para aprender a través de la experiencia y el interés personal.

## **2. Programación Docente – Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 4º ESO**

### *Contexto*

La presente programación, correspondiente a la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas, será implantada en el curso 2016/2017 en tres grupos ordinarios de 4º de ESO de un instituto del centro de Oviedo. Su contenido cumple los requisitos especificados en el Decreto 43/2015 (Consejería de Educación, Cultura y Deporte, 2015), por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias, habiendo incorporado en particular todo lo señalado en su artículo 35. Es también consistente con todo lo expuesto en la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (Jefatura del Estado, 2013); el Real Decreto 1105/2014, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014); y la Orden ECD/65/2015, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2015).

Los grupos en los que se va a llevar a cabo lo descrito en esta programación son cuatro. Entre ellos es común encontrar alumnos desmotivados, con una actitud negativa hacia las matemáticas, pero también alumnos sobresalientes que buscan aprender tanto como puedan. Las relaciones entre ellos suelen buenas y sin conflictos graves. Suele haber varios alumnos de otras nacionalidades, todos bien integrados en sus respectivos grupos.

En esta materia ha de tenerse en cuenta de dónde se viene y a dónde se va. Por un lado, supone la culminación de las matemáticas de la ESO, requiriendo por ello garantizar la consolidación de los conocimientos adquiridos a lo largo de la etapa y la satisfacción de los objetivos generales de la misma. Por otro, al estar enfocada a alumnos que van a hacer el bachillerato, tiene un cierto carácter propedéutico. Se buscará en particular que los alumnos acaben la materia con un nivel adecuado de madurez, una visión aceptable de lo que son las matemáticas y el lugar que ocupan en nuestra sociedad, una actitud crítica basada en el pensamiento lógico y una base de conocimientos que les permitan afrontar los desafíos que vengan después.

### *Objetivos generales de la Educación Secundaria Obligatoria*

Todos los objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria serán trabajados durante el desarrollo de esta asignatura. Al ser el último curso de la etapa, se buscará consolidarlos y lograr su consecución. Estos objetivos son (Consejería de Educación, Cultura y Deporte, 2015, pp. 3-4):

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a las demás personas, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos y ellas. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con las demás personas, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en su persona, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, en su caso, en la lengua asturiana, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.

j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de otras personas así como el patrimonio artístico y cultural.

k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de otras personas, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.

l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

m) Conocer y valorar los rasgos del patrimonio lingüístico, cultural, histórico y artístico de Asturias, participar en su conservación y mejora y respetar la diversidad lingüística y cultural como derecho de los pueblos e individuos, desarrollando actitudes de interés y respeto hacia el ejercicio de este derecho.

El objetivo a) se trabajará a través del trato adecuado de los alumnos tanto dentro como fuera del aula y la búsqueda en todo momento de una relación y un trato correcto entre ellos. Esto se notará especialmente cuando trabajen y tomen decisiones en grupo.

El objetivo b) se trabajará a través del estudio y esfuerzo requerido para la superación de la materia, y en especial a través de las actividades que se realicen tanto individualmente como en grupo, ya sea dentro o fuera del aula.

El objetivo c) se trabajará a través del buen trato, de forma similar a lo señalado para el objetivo a), y de forma más directa a través del uso de estadísticas que pongan de manifiesto la situación de la igualdad de sexos y la discriminación en el bloque 5.

El objetivo d) se trabajará a través del correcto desarrollo de las relaciones entre los alumnos y los profesores, de la apropiada resolución de los conflictos y problemas que surjan, y del rechazo a los prejuicios y actitudes negativas que puedan aparecer.

El objetivo e) se trabajará a través de la búsqueda de información en Internet y otras alternativas, algo que se tratará directamente en la primera unidad didáctica de la materia y se ejercitará en todos los trimestres a través de trabajos de investigación.

El objetivo f) se trabajará a través de la contextualización de las matemáticas en otros campos y disciplinas. El carácter universal y la aplicabilidad de las matemáticas permite presentar problemas de diversos campos y afrontarlos desde una base común.

El objetivo g) se trabajará a través de todas las actividades en las que se ejerciten las competencias aprender a aprender y sentido de iniciativa y espíritu emprendedor, además de con la participación en el centro y la toma de decisiones en el grupo.

El objetivo h) se trabajará a través de la comunicación de conceptos matemáticos, la interpretación y explicación de la resolución de problemas, la búsqueda e interpretación de la información a la hora de investigar y la elaboración de redacciones e informes.

El objetivo i) se trabajará a través del uso de recursos informáticos en inglés, el fomento del uso de fuentes en inglés para la realización de investigaciones y la entrega de textos en inglés como parte del trabajo de investigación del segundo trimestre.

El objetivo j) se trabajará a través de todas las actividades en las que se ejercita la competencia conciencia y expresiones culturales, y en especial en el trato de la geometría en el arte, la historia de las matemáticas, y la introducción a la cultura matemática.

El objetivo k) se trabajará a través de la introducción de estadísticas relativas a los beneficios del ejercicio, cuestiones de salud y aspectos relativos a la situación del medio ambiente en el bloque de estadística y probabilidad.

El objetivo l) se trabajará a través del estudio de la geometría, que guarda una estrecha relación con ciertas expresiones artísticas. Se incluirá también algún ejemplo de esta relación en el trabajo de investigación del primer trimestre.

El objetivo m) se trabajará a través del estudio estadístico de datos que reflejen la realidad cultural asturiana como parte de los trabajos del tercer trimestre.

### *Competencias clave*

Todas las competencias clave serán trabajadas a través de la asignatura. Estas competencias son (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014, p.4):

- a) Comunicación lingüística.
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c) Competencia digital.
- d) Aprender a aprender.
- e) Competencias sociales y cívicas.

f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.

g) Conciencia y expresiones culturales.

La competencia a) será ejercitada a través del uso continuo de la expresión oral y escrita. El uso de la lengua es ineludible a la hora de comunicar las ideas matemáticas, y los alumnos ejercitarán su dominio de esta competencia al tener que traducir del lenguaje matemático al cotidiano y viceversa. Se prestará gran atención a este punto en la resolución de problemas, junto con la formulación de los razonamientos utilizados para ella y en la realización y comunicación de investigaciones, así como en la elaboración de redacciones e informes.

La competencia b) será ejercitada a través de todos los contenidos de la materia. La contribución de la misma a la competencia matemática es evidente. Por otro lado, las ideas matemáticas no pueden ser desligadas de la ciencia y la tecnología, cuya comprensión requiere de una buena base matemática. Además, se habrán de tratar cuestiones de ciencia y tecnología al contextualizar el origen y aplicación de los distintos conceptos matemáticos que serán enseñados.

La competencia c) será ejercitada a través de la investigación y la búsqueda de información en Internet, la elaboración de redacciones e informes con el ordenador y el trabajo a lo largo del curso con los programas informáticos Excel y GeoGebra. Se aprenderá además a utilizar correctamente la calculadora, lo cual incluye entender cuándo es adecuado usarla y cuándo no.

La competencia d) será ejercitada a través del reconocimiento de las propias habilidades matemáticas; la reflexión sobre los procesos lógicos realizados, especialmente en lo referente a la forma de abordar la resolución de problemas; la organización y eficaz adaptación del aprendizaje autónomo, particularmente a la hora de preparar la asignatura y afrontar trabajos de investigación; y la sistematización a la hora de resolver los distintos ejercicios, que puede extrapolarse a otros ámbitos distintos de las matemáticas.

La competencia e) será ejercitada a través de la convivencia y el trabajo cooperativo en la resolución de problemas en grupo, que requiere apreciar las ideas y alternativas propuestas por otros, y en especial a través de los bloques de funciones y estadística. Estos proporcionan una base para la interpretación de información gráfica, usada con mucha

frecuencia en la sociedad para tomar y justificar decisiones, y el estudio de datos estadísticos que reflejan la realidad del mundo en el que vivimos.

La competencia f) será ejercitada a través de la planificación, valoración y toma de decisiones basadas en los resultados obtenidos en los problemas. El trabajo matemático requiere en general afrontar retos, trabajar de forma autónoma, perseverar ante las dificultades, reflexionar sobre los procesos realizados y buscar la sistematización y extrapolación de métodos y resultados para afrontar situaciones futuras, todo lo cual contribuye al desarrollo de esta competencia.

La competencia g) será ejercitada a través de la historia de las matemáticas, parte importante de nuestra cultura que está repleta de ejemplos de desafío, progreso, superación y dedicación a avanzar nuestro conocimiento colectivo a través de la curiosidad científica. Tendrá particular importancia de cara a esta competencia la geometría, elemento clave de numerosos movimientos artísticos históricos y presentes. Esta relación no será tratada como algo meramente implícito, sino que será objeto de estudio directo.

#### *Secuenciación y temporización*

Los contenidos y criterios de evaluación (con sus indicadores correspondientes) que componen este curso se dividirán en quince unidades didácticas tal y como se muestra en la página siguiente. El curso cuenta en total con 140 sesiones, 52 de las cuales tienen lugar antes de las vacaciones de Navidad, 49 entre las vacaciones de Navidad y las de Semana Santa y 39 a partir de estas últimas vacaciones. En la temporización se han dejado algunas sesiones de margen para posibles retrasos por horas que se pierdan debido a retrasos, actividades complementarias del centro u otros motivos. En caso de que realmente sobrarán sesiones, estas se dedicarían a repasar el trimestre en los últimos días antes de las vacaciones correspondientes. En el tercer semestre, este repaso tendría lugar antes del último examen de recuperación.

Primer trimestre (52 sesiones)

1. Iniciación al pensamiento matemático.	[6 sesiones]
2. Número reales. Porcentajes.	[9 sesiones]
3. Potencias y radicales. Logaritmos.	[7 sesiones]
- Examen	[1 sesión]
4. Expresiones algebraicas. Polinomios.	[10 sesiones]
5. Ecuaciones y sistemas.	[9 sesiones]
- Examen	[1 sesión]
6. Inecuaciones y sistemas de inecuaciones.	[7 sesiones]
Total .....	50 sesiones

Segundo trimestre (49 sesiones)

- Examen de recuperación (primera evaluación)	[1 sesión]
7. Áreas y volúmenes. Semejanza.	[6 sesiones]
8. Trigonometría.	[9 sesiones]
- Examen	[1 sesión]
9. Geometría analítica.	[10 sesiones]
10. Funciones. Características.	[9 sesiones]
11. Funciones polinómicas, definidas a trozos y de proporcionalidad inversa.	[5 sesiones]
- Examen	[1 sesión]
12. Funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas	[5 sesiones]
Total .....	47 sesiones

Tercer trimestre (39 sesiones)

- Examen de recuperación (segunda evaluación)	[1 sesión]
13. Estadística.	[13 sesiones]
- Examen	[1 sesión]
14. Combinatoria	[9 sesiones]
15. Probabilidad.	[7 sesiones]
- Examen	[1 sesión]
- Sesiones sobrantes: repaso	
- Examen de recuperación (evaluaciones suspendidas)	[1 sesión]
Total .....	33 sesiones

El principal criterio que se ha tenido en cuenta a la hora de realizar esta secuenciación es la estructura interna de las matemáticas, que hace que unos conceptos dependan de otros y fuerza a que se siga un determinado orden, pero también se ha tenido en cuenta la dificultad de cada unidad y el momento del curso que le correspondería, así como la coordinación con otros organismos.

A cada evaluación le corresponderán dos trabajos, uno de investigación y redacción y otro basado en los programas informáticos Excel y GeoGebra. Los trabajos de las dos primeras evaluaciones serán independientes, mientras que los dos trabajos de la última culminarán en un único producto final. Existirá la posibilidad de mandar el resultado de cada uno de los trabajos de investigación a un concurso externo al centro.

<b>Evaluación</b>	<b>Investigación</b>	<b>Trabajo informático</b>
<b>Primera</b>	Imágenes matemáticas	Álgebra en Excel
<b>Segunda</b>	Historias matemáticas	Simetría en GeoGebra
<b>Tercera</b>	Estadísticas asturianas	Estadística en Excel

A continuación, se concretan los contenidos, criterios de evaluación e indicadores correspondientes a cada unidad didáctica. El bloque uno del currículo, “Procesos, métodos y actitudes en matemáticas”, será trabajado a lo largo de todo el curso, la primera unidad didáctica simplemente introducirá los elementos necesarios para facilitar este trabajo. En cada unidad se presentan como contenidos mínimos aquellos que, según el criterio del autor, son estrictamente necesarios para cumplir con lo recogido en los indicadores y estándares de aprendizaje de los currículos oficiales, o aquellos que deben ser dominados para la adquisición de conocimientos en unidades posteriores. Se indican en gris los indicadores correspondientes al criterio de evaluación que los precede.

## 1. Iniciación al pensamiento matemático

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pasos de la resolución de problemas.</li> <li>- Planificación y estrategias de resolución de problemas.</li> <li>- Análisis de las soluciones de los problemas.</li> <li>- Generalización de procesos y resultados.</li> <li>- Búsqueda de información en Internet.</li> <li>- Elaboración de investigaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realizar y comunicar la resolución de problemas, buscando regularidades y profundizando luego en ellos.</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Describir los pasos seguidos en la resolución de un problema.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Comprender y saber explicar el enunciado del problema, organizando la información dada.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Estimar las posibles soluciones del problema y valorar su coherencia y adecuación al contexto.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Identificar regularidades que permitan generalizaciones y aplicaciones a otros problemas.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Plantear problemas similares a los ya propuestos</div>
<b>Contenidos mínimos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elaborar informes sobre procesos de investigación.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pasos de la resolución de problemas.</li> <li>- Planificación y estrategias de resolución de problemas.</li> <li>- Búsqueda de información en Internet.</li> <li>- Elaboración de investigaciones.</li> </ul>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Buscar información para realizar una investigación matemática</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Elaborar informes con las conclusiones obtenidas.</div> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizar las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el proceso de aprendizaje.</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Usar recursos tecnológicos para buscar y seleccionar información.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Utilizar herramientas tecnológicas para presentar de forma escrita trabajos y sus resultados.</div>

<b>2. Números reales</b>	
<b>Contenidos</b>	<b>Criterios de evaluación e indicadores</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Números racionales.</li> <li>- Números irracionales.</li> <li>- Números reales.</li> </ul> <p>Propiedades.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Operaciones con números reales y su jerarquía</li> <li>- Aproximaciones y errores.</li> <li>- Representación de números en la recta real.</li> <li>- Intervalos.</li> <li>- Porcentajes.</li> <li>- Interés simple.</li> <li>- Interés compuesto.</li> </ul>	<p>Conocer los distintos tipos de números y sus principales características.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Interpretar y transmitir información mediante distintos tipos de números reales.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Utilizar la representación de los distintos tipos de números más adecuada dado el contexto.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Resolver problemas basados en las propiedades características de los números.</div> <p>Utilizar los distintos tipos de números y operaciones, junto con sus propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria y otras materias del ámbito académico.</p>
<b>Contenidos mínimos</b>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Clasificar los distintos tipos de números, compararlos, ordenarlos y representarlos en la recta real.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Estimar la posible solución de un problema, valorar su precisión y analizar la coherencia de la misma.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Realizar operaciones con los números reales, respetando la jerarquía de operaciones.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Aplicar los porcentajes a problemas cotidianos de tipo financiero.</div>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconocimiento de los tipos de números reales.</li> <li>- Operaciones con números reales y su jerarquía.</li> <li>- Aproximaciones.</li> <li>- Representación de números en la recta real.</li> <li>- Intervalos.</li> <li>- Porcentajes</li> </ul>	

### 3. Potencias y raíces. Logaritmos.

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Potencias de exponente entero</li> <li>- Propiedades de las potencias</li> <li>- Potencias de exponente racional. Radicales.</li> <li>- Operaciones con radicales.</li> <li>- Racionalización.</li> <li>- Notación científica.</li> <li>- Logaritmos.</li> <li>- Propiedades de los logaritmos.</li> </ul>	<p>Utilizar los distintos tipos de números y operaciones, junto con sus propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria y otras materias del ámbito académico.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Realizar operaciones con radicales y potencias, aplicando sus propiedades y respetando la jerarquía de operaciones.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Conocer la definición y las propiedades de los logaritmos.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Aplicar los logaritmos a problemas relacionados con el ámbito académico.</p> </div>
<b>Contenidos mínimos</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Potencias de exponente entero. Propiedades básicas.</li> <li>- Radicales. Propiedades básicas.</li> <li>- Notación científica.</li> <li>- Logaritmos. Propiedades básicas.</li> </ul>	

<b>4. Expresiones algebraicas. Polinomios</b>	
<b>Contenidos</b>	<b>Criterios de evaluación e indicadores</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Expresiones algebraicas.</li> <li>- Polinomios. Suma y producto de polinomios.</li> <li>- Igualdades notables.</li> <li>- División de polinomios.</li> <li>- Raíces de polinomios. Propiedades.</li> <li>- Regla de Ruffini. Teorema del resto.</li> <li>- Cálculo de las raíces de un polinomio.</li> <li>- Fracciones algebraicas.</li> </ul>	<p>Construir e interpretar expresiones algebraicas, utilizando con destreza el lenguaje algebraico, sus operaciones y propiedades.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Traducir a expresiones algebraicas situaciones de su contexto más cercano: académico y vida cotidiana.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Descomponer polinomios sacando factor común, utilizando la regla de Ruffini, las identidades notables y las ecuaciones de segundo grado.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Operar con destreza con polinomios y fracciones algebraicas sencillas.</p> </div>
<b>Contenidos mínimos</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Expresiones algebraicas.</li> <li>- Polinomios. Suma y producto de polinomios.</li> <li>- Igualdades notables básicas.</li> <li>- Raíces de polinomios.</li> <li>- Regla de Ruffini.</li> <li>- Cálculo de las raíces de un polinomio.</li> </ul>	

<b>5. Ecuaciones y sistemas</b>	
<b>Contenidos</b>	<b>Criterios de evaluación e indicadores</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ecuaciones.</li> <li>- Ecuaciones de primer grado.</li> <li>- Ecuaciones de segundo grado.</li> <li>- Ecuaciones bicuadradas.</li> <li>- Ecuaciones racionales.</li> <li>- Ecuaciones radicales.</li> <li>- Sistemas de ecuaciones lineales.</li> <li>- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.</li> <li>- Sistemas de ecuaciones no lineales.</li> </ul>	<p>Representar y analizar situaciones y relaciones matemáticas utilizando ecuaciones y sistemas para resolver problemas matemáticos y de contextos reales.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Resolver problemas vinculados a situaciones reales mediante ecuaciones de primer grado, segundo grado, sistemas de dos ecuaciones lineales o no lineales (con dos incógnitas).</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Resolver ecuaciones de grado superior a dos utilizando la descomposición factorial.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Expresar las soluciones de forma clara y precisa cuando se resuelve un problema, valorando la coherencia del resultado obtenido con el enunciado del problema.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Utilizar distintos medios y recursos tecnológicos para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones.</p> </div>
<b>Contenidos mínimos</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ecuaciones de primer y segundo grado.</li> <li>- Sistemas de ecuaciones lineales.</li> <li>- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.</li> <li>- Sistemas de ecuaciones no lineales.</li> </ul>	

<b>6. Inecuaciones y sistemas de inecuaciones</b>	
<b>Contenidos</b>	<b>Criterios de evaluación e indicadores</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Inecuaciones.</li> <li>- Inecuaciones de primer grado con una incógnita.</li> <li>- Inecuaciones de segundo grado con una incógnita.</li> <li>- Sistemas de inecuaciones con una incógnita.</li> <li>- Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas.</li> <li>- Sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas.</li> </ul>	<p>Representar y analizar situaciones y relaciones matemáticas utilizando inecuaciones y sistemas para resolver problemas matemáticos y de contextos reales.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Plantear y resolver inecuaciones de primer y segundo grado (con una incógnita), expresando la solución como intervalos de la recta real.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Expresar las soluciones de forma clara y precisa cuando se resuelve un problema, valorando la coherencia del resultado obtenido con el enunciado del problema.</p> </div>
<b>Contenidos mínimos</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Inecuaciones</li> <li>- Inecuaciones de primer grado con una incógnita</li> <li>- Inecuaciones de segundo grado con una incógnita.</li> </ul>	

## 7. Áreas y volúmenes. Semejanza.

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Perímetros y áreas de figuras planas.</li> <li>- Áreas de cuerpos geométricos.</li> <li>- Volúmenes de cuerpos geométricos.</li> <li>- Semejanza.</li> <li>- Semejanza en áreas y volúmenes.</li> </ul>	<p>Calcular magnitudes efectuando medidas directas e indirectas a partir de situaciones reales, empleando los instrumentos, técnicas o fórmulas más adecuadas y aplicando las unidades de medida.</p>
<b>Contenidos mínimos</b>	<p>Manejar las fórmulas de cálculo de ángulos, perímetros, áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos, valorando los resultados obtenidos y expresándolos utilizando las unidades más adecuadas.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Manejo de fórmulas de perímetros y áreas de figuras planas.</li> </ul>	<p>Utilizar herramientas tecnológicas para calcular ángulos, longitudes, áreas y volúmenes</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Manejo de fórmulas de áreas de cuerpos geométricos.</li> </ul>	<p>Realizar mediciones en el entorno, utilizando los instrumentos de medida disponibles para calcular longitudes, áreas y volúmenes de objetos cotidianos.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Manejo de fórmulas de volúmenes de cuerpos geométricos.</li> </ul>	<p>Calcular medidas de cuerpos en el espacio, observando la relación que existe entre perímetros, áreas y volúmenes de figuras semejantes.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Semejanza.</li> </ul>	<p>Aplicar los conocimientos geométricos adquiridos para calcular medidas tanto intermedias como finales en la resolución de problemas del mundo físico, expresando los resultados con las unidades de medida más adecuadas</p>
	<p>Usar aplicaciones de geometría dinámica que le ayuden a comprender los conceptos y las relaciones geométricas.</p>

<b>8. Trigonometría</b>						
<b>Contenidos</b>	<b>Criterios de evaluación e indicadores</b>					
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sistemas de medidas de ángulos.</li> <li>- Razones trigonométricas de un ángulo agudo</li> <li>- Relaciones fundamentales en trigonometría</li> <li>- Resolución de triángulos rectángulos</li> <li>- Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera</li> <li>- Teorema de los senos</li> <li>- Teorema de los cosenos</li> <li>- Resolución de triángulos cualesquiera</li> </ul>	<p>Utilizar las unidades angulares del sistema métrico sexagesimal e internacional y las relaciones y razones de la trigonometría elemental para resolver problemas trigonométricos en contextos reales.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">Definir las razones trigonométricas de un ángulo agudo.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Utilizar las relaciones trigonométricas fundamentales.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Emplear correctamente la calculadora para resolver cuestiones trigonométricas.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Resolver triángulos cualesquiera.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Resolver problemas contextualizados que precisen utilizar las relaciones trigonométricas básicas.</td> </tr> </table>	Definir las razones trigonométricas de un ángulo agudo.	Utilizar las relaciones trigonométricas fundamentales.	Emplear correctamente la calculadora para resolver cuestiones trigonométricas.	Resolver triángulos cualesquiera.	Resolver problemas contextualizados que precisen utilizar las relaciones trigonométricas básicas.
Definir las razones trigonométricas de un ángulo agudo.						
Utilizar las relaciones trigonométricas fundamentales.						
Emplear correctamente la calculadora para resolver cuestiones trigonométricas.						
Resolver triángulos cualesquiera.						
Resolver problemas contextualizados que precisen utilizar las relaciones trigonométricas básicas.						
<b>Contenidos mínimos</b>						
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sistemas de medidas de ángulos.</li> <li>- Razones trigonométricas de un ángulo agudo.</li> <li>- Relaciones fundamentales en trigonometría.</li> <li>- Resolución de triángulos rectángulos.</li> </ul>						

<b>9. Geometría analítica</b>								
<b>Contenidos</b>	<b>Criterios de evaluación e indicadores</b>							
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Coordenadas y vectores.</li> <li>- Operaciones con vectores.</li> <li>- Ecuación vectorial de la recta.</li> <li>- Ecuaciones paramétricas de la recta.</li> <li>- Ecuación continua de la recta.</li> <li>- Ecuación punto-pendiente de la recta.</li> <li>- Ecuación explícita de la recta.</li> <li>- Ecuación general de la recta.</li> <li>- Posiciones relativas de dos rectas en el plano.</li> </ul>	<p>Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">Definir un sistema de ejes coordenados y las coordenadas de un punto en el plano.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Determinar las coordenadas de un vector dados su origen y su extremo.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Calcular la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Calcular el punto medio de un segmento.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Hallar la ecuación de una recta dados un punto y su vector director.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Hallar la ecuación de una recta dados dos puntos.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Calcular la pendiente de una recta.</td> </tr> </table>	Definir un sistema de ejes coordenados y las coordenadas de un punto en el plano.	Determinar las coordenadas de un vector dados su origen y su extremo.	Calcular la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector.	Calcular el punto medio de un segmento.	Hallar la ecuación de una recta dados un punto y su vector director.	Hallar la ecuación de una recta dados dos puntos.	Calcular la pendiente de una recta.
Definir un sistema de ejes coordenados y las coordenadas de un punto en el plano.								
Determinar las coordenadas de un vector dados su origen y su extremo.								
Calcular la distancia entre dos puntos y el módulo de un vector.								
Calcular el punto medio de un segmento.								
Hallar la ecuación de una recta dados un punto y su vector director.								
Hallar la ecuación de una recta dados dos puntos.								
Calcular la pendiente de una recta.								
<b>Contenidos mínimos</b>								
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Coordenadas y vectores.</li> <li>- Operaciones con vectores.</li> <li>- Formulación de las distintas ecuaciones de la recta.</li> <li>- Posiciones relativas de dos rectas en el plano.</li> </ul>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">Reconocer y calcular la ecuación de una recta en sus distintas formas: vectorial, continua, punto-pendiente, explícita y general.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Determinar las condiciones de incidencia, perpendicularidad y de paralelismo de dos rectas.</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Utilizar aplicaciones de geometría dinámica para describir y analizar configuraciones geométricas.</td> </tr> </table>	Reconocer y calcular la ecuación de una recta en sus distintas formas: vectorial, continua, punto-pendiente, explícita y general.	Determinar las condiciones de incidencia, perpendicularidad y de paralelismo de dos rectas.	Utilizar aplicaciones de geometría dinámica para describir y analizar configuraciones geométricas.				
Reconocer y calcular la ecuación de una recta en sus distintas formas: vectorial, continua, punto-pendiente, explícita y general.								
Determinar las condiciones de incidencia, perpendicularidad y de paralelismo de dos rectas.								
Utilizar aplicaciones de geometría dinámica para describir y analizar configuraciones geométricas.								

## 10. Funciones. Características.

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Concepto de función</li> <li>- Dominio y recorrido de una función</li> <li>- Cortes con los ejes</li> <li>- Continuidad</li> <li>- Monotonía</li> <li>- Curvatura</li> <li>- Simetrías</li> <li>- Periodicidad</li> <li>- Tasa de variación y tasa de variación media</li> </ul>	<p>Identificar relaciones cuantitativas en una situación, determinar el tipo de función que puede representarlas y aproximar e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Expresar razonadamente tanto verbalmente como por escrito el comportamiento de un fenómeno a partir de una gráfica o una tabla de valores.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Calcular la tasa de variación media a partir de una tabla de valores, una expresión algebraica o la propia gráfica y relacionarla con la monotonía de la función.</p> </div> <p>Analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales</p>
<p><b>Contenidos mínimos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Concepto de función.</li> <li>- Comprensión básica de las características principales de una función.</li> <li>- Tasa de variación y tasa de variación media.</li> </ul>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Valorar de forma crítica la información proporcionada por tablas y gráficas que se extraen de situaciones reales o medios de comunicación.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Utilizar unidades y escalas adecuadas para realizar representaciones de datos mediante tablas y gráficos.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Reconocer las características principales de una gráfica, dominio, monotonía, extremos, continuidad y expresarlas con un lenguaje adecuado.</p> </div>

## 11. Funciones polinómicas, definidas a trozos y de proporcionalidad inversa

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Función lineal.</li> <li>- Función polinómica de primer grado.</li> <li>- La función <math>f(x) = a \cdot x^2</math>.</li> <li>- Función polinómica de segundo grado.</li> <li>- Función de proporcionalidad inversa.</li> <li>- La función <math>f(x) = \frac{k}{x-b} + a</math>.</li> <li>- Funciones definidas a trozos.</li> </ul>	<p>Identificar relaciones cuantitativas en una situación y determinar el tipo de función que puede representarlas a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Diferenciar funciones polinómicas, de proporcionalidad inversa y a trozos, asociándolas con sus correspondientes gráficas.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Asociar las gráficas de las funciones estudiadas con sus correspondientes expresiones algebraicas.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Representar distintos tipos de funciones: lineales, cuadráticas, proporcionalidad inversa y a trozos.</div>
<b>Contenidos mínimos</b>	<p>Utilizar medios tecnológicos para representar los distintos tipos de funciones estudiadas.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Identificar situaciones del entorno cercano que se corresponden con modelos funcionales estudiados e interpretar su comportamiento.</div>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Función lineal.</li> <li>- Función polinómica de primer grado.</li> <li>- La función <math>f(x) = a \cdot x^2</math>.</li> <li>- Función polinómica de segundo grado.</li> <li>- Función de proporcionalidad inversa.</li> <li>- Funciones definidas a trozos.</li> </ul>	<p>Analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">Predecir el tipo de gráfica que mejor se adecua a una tabla de valores con comportamiento lineal, cuadrático o de proporcionalidad inversa y viceversa.</div>

## 12. Funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Función exponencial.</li> <li>- El número e. La función <math>f(x) = e^x</math>.</li> <li>- Funciones logarítmicas.</li> <li>- Funciones trigonométricas.</li> </ul>	<p>Identificar relaciones cuantitativas en una situación y determinar el tipo de función que puede representarlas a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Diferenciar funciones exponenciales y logarítmicas, asociándolas con sus correspondientes gráficas.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Asociar las gráficas de las funciones estudiadas con sus correspondientes expresiones algebraicas.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Representar distintos tipos de funciones: exponenciales y logarítmicas.</div>
<p><b>Contenidos mínimos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Función exponencial.</li> <li>- El número e. La función <math>f(x) = e^x</math>.</li> <li>- Funciones logarítmicas.</li> </ul>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Utilizar medios tecnológicos para representar los distintos tipos de funciones estudiadas.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Identificar situaciones del entorno cercano que se corresponden con modelos funcionales estudiados e interpretar su comportamiento.</div> <p>Analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Predecir el tipo de gráfica que mejor se adecua a una tabla de valores dada con comportamiento exponencial o logarítmico y viceversa.</div>

### 13. Estadística

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Población y muestra.</li> <li>Variables estadísticas.</li> <li>- Tablas de frecuencias.</li> <li>- Gráficos estadísticos.</li> <li>- Medidas de centralización.</li> <li>- Medidas de posición.</li> <li>- Medidas de dispersión.</li> <li>- Tablas de frecuencia de una variable bidimensional.</li> <li>- Representación gráfica de una variable bidimensional.</li> <li>- Correlación</li> </ul>	<p>Resolver situaciones y problemas de la vida cotidiana relacionadas con la estadística.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Realizar estudios estadísticos sencillos e interpretar adecuadamente las conclusiones obtenidas.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Comunicar correctamente las distintas fases de un estudio estadístico sencillo en un contexto cercano.</p> </div> <p>Elaborar e interpretar tablas, gráficos y parámetros estadísticos, valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Realizar tablas y gráficos estadísticos como histogramas, diagramas de barras, polígonos de frecuencias o diagramas de puntos.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Interpretar gráficos y tablas estadísticas obtenidas en medios de comunicación o en contextos cercanos.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Calcular los parámetros de centralización y dispersión utilizando medios tecnológicos.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Interpretar de forma conjunta los parámetros de centralización y dispersión de dos distribuciones para obtener conclusiones sobre sus datos estadísticos.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Elegir una muestra aleatoria y valorar su representatividad según su tamaño.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Utilizar diagramas de dispersión para obtener conclusiones sobre la relación entre dos variables estadísticas.</p> </div>
<b>Contenidos mínimos</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Población y muestra.</li> <li>Variables estadísticas.</li> <li>- Gráficos estadísticos.</li> <li>- Medidas de centralización.</li> <li>- Medidas de posición.</li> <li>- Medidas de dispersión.</li> </ul>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Interpretar de forma conjunta los parámetros de centralización y dispersión de dos distribuciones para obtener conclusiones sobre sus datos estadísticos.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>Elegir una muestra aleatoria y valorar su representatividad según su tamaño.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Utilizar diagramas de dispersión para obtener conclusiones sobre la relación entre dos variables estadísticas.</p> </div>

## 14. Combinatoria

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Diagramas de árbol.</li> <li>- Permutaciones.</li> <li>- Variaciones.</li> <li>- Combinaciones.</li> <li>- Binomio de Newton.</li> <li>- Distribución binomial.</li> </ul>	<p>Resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana aplicando los conceptos del cálculo de probabilidades y técnicas de recuento adecuadas.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Escoger la técnica de recuento más adecuada según el contexto del problema planteado.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">Realizar cálculos sencillos utilizando factoriales y números combinatorios.</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Calcular el número de elementos de un conjunto utilizando el concepto de variación, permutación o combinación según convenga.</div>
<p><b>Contenidos mínimos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconocimiento de los tipos de números reales.</li> <li>- Operaciones con números reales y su jerarquía.</li> <li>- Aproximaciones.</li> <li>- Representación de números en la recta real.</li> <li>- Intervalos.</li> </ul>	<p>Utilizar diagramas de árbol y otras técnicas combinatorias.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">Realizar diagramas de árbol.</div>

## 15. Probabilidad

Contenidos	Criterios de evaluación e indicadores
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Experimentos aleatorios.</li> <li>Sucesos.</li> <li>- Operaciones con sucesos.</li> <li>- Frecuencia y probabilidad.</li> <li>- Regla de Laplace.</li> <li>- Propiedades de la probabilidad.</li> <li>- Probabilidad condicionada.</li> </ul>	<p>Resolver problemas aplicando conceptos de probabilidad.</p>
	<p>Describir situaciones asociadas a fenómenos aleatorios.</p>
	<p>Usar el vocabulario adecuado para describir sucesos probabilísticos.</p>
	<p>Emplear técnicas del cálculo de probabilidades para resolver problemas sencillos de la vida cotidiana.</p>
	<p>Comprobar la coherencia de los resultados obtenidos al realizar experiencias aleatorias o simulaciones.</p>
	<p>Calcular probabilidades simples o compuestas.</p>
	<p>Identificar el espacio muestral asociado a experimentos aleatorios.</p>
	<p>Calcular probabilidades de sucesos utilizando la regla de Laplace.</p>
	<p>Diferenciar sucesos independientes y dependientes.</p>
	<p>Calcular la probabilidad condicionada.</p>
<p><b>Contenidos mínimos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Experimentos aleatorios.</li> <li>Sucesos.</li> <li>- Frecuencia y probabilidad.</li> <li>- Regla de Laplace.</li> </ul>	<p>Experimentar con juegos de azar o sorteos sencillos.</p>
	<p>Analizar e interpretar datos que aparecen en medios de comunicación</p>
	<p>Indagar en los distintos medios de comunicación para descubrir noticias en las que la probabilidad sea protagonista.</p>
	<p>Valorar los distintos resultados probabilísticos expuestos en los medios de comunicación, reflexionando sobre su veracidad</p>
	<p>Verbalizar adecuadamente situaciones relacionadas con el azar.</p>

### *Plan de Lectura, Escritura e Investigación*

La asignatura de Matemáticas favorece con su normal desarrollo la comprensión lectora, gracias especialmente a la necesidad de interpretar los enunciados de definiciones, teoremas y problemas. El trabajo de investigación de la segunda evaluación, en particular, y en menor medida el de la primera, requerirá la lectura de varios textos de naturaleza variada. Se buscará que estos textos tengan la posibilidad de despertar la curiosidad del alumnado para que este continúe con la lectura por voluntad propia. Estos trabajos, junto con el de la tercera, culminarán en una parte de escritura en la que tendrán que redactar textos de distinta naturaleza. Estos serán:

- En la primera evaluación: una descripción o bien de una obra de arte que guarde relación clara con la geometría, o bien de una fotografía original con un motivo matemático.
- En la segunda evaluación: o bien un resumen de una historia real basada en la vida de un matemático o un concepto o resultado matemático de importancia, o bien un relato corto original.
- En la tercera evaluación: un informe explicando los resultados de una pequeña investigación estadística.

Este último trabajo contribuirá de forma clara al apartado de investigación, y los otros también podrán contribuir a él en caso de que los alumnos no decidan crear un producto original.

### *Actividades complementarias y extraescolares*

Se dará la posibilidad a los alumnos de participar en cuatro concursos o competiciones. La participación en este tipo de eventos se considera muy positiva para los alumnos al darles la oportunidad de enfrentarse a retos mayores de lo que les presenta el propio centro, les permite entrar en contacto con otra gente y organizaciones interesadas en estos temas, les da una mayor motivación para esforzarse en los trabajos correspondientes y les muestra la existencia de un mayor colectivo de personas que aprecian los temas que se están trabajando en el aula. En todos los casos, se proporcionará ayuda a los alumnos que voluntariamente decidan que quieren participar en estos concursos durante los recreos y algunas de las clases. Estos serán:

- Fotciencia, un concurso de fotografía de temática científica organizado por la Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología (FECYT) y el Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC) con una categoría para alumnos denominada “La ciencia en el aula”. Podrá presentarse la fotografía de carácter matemático junto con la descripción correspondiente realizada en la primera evaluación, en caso de que el alumno y el profesor estén de acuerdo. De ganar la foto, no habría un acto de entrega de premios (aunque sí habría premio), pero la foto sería mostrada en una exposición itinerante por España y posiblemente Europa. Se estudiaría el hacer una salida a ver la exposición en caso de que esta pasase por Asturias.
- Inspiraciencia, un concurso de relatos cortos de temática científica organizado por la Unidad de Cultura Científica de la Delegación del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC) en Cataluña y el Institut de Ciència de Materials de Barcelona (CSIC) con categoría de 12 a 17 años. Podrá presentarse el relato corto de naturaleza matemática que podrá ser realizado en la segunda evaluación, en caso de que el alumno y el profesor estén de acuerdo. Nótese que, en caso de conseguirse un premio, no se organizaría desde el centro la asistencia a la entrega, que podría ser después del fin de las clases en junio.
- Incubadora de sondeos y experimentos, un concurso de trabajos estadísticos cuya fase en Asturias está organizada por el Departamento de Estadística e Investigación Operativa y Didáctica de la Matemática de la Universidad Oviedo con categoría para alumnos de 3º y 4º de ESO. Podrá presentarse el estudio estadístico realizado en la tercera evaluación, en caso de que el alumno y el profesor estén de acuerdo. En caso de ser el estudio finalista, se acompañaría al alumno a la entrega de premios en Oviedo.
- Olimpiada Matemática Asturiana, organizada por la Sociedad Asturiana de Educación Matemática con categoría para 3º y 4º de ESO. Dificultades económicas por parte de la organización hacen incierto el que se vaya a desarrollar este evento, pero en caso de que se lleve a cabo se buscará a alumnos interesados en participar.

## *Metodología*

La labor docente es principalmente un trabajo de comunicación. La buena comunicación requiere la colaboración de las dos partes que participan en ella, en este caso el profesor y los alumnos, pero en este caso es tarea del profesor el conseguir la colaboración de los alumnos a través de la motivación, el buen trato, la dedicación y el fomento de la participación.

La metodología a seguir será expositiva. Es cierto que esta es la más común en las aulas de matemáticas, pero esto no debe ser percibido como un acto de conformismo. Llevar a cabo de forma efectiva una clase requiere no solo un buen dominio de la materia, sino también una buena capacidad de observación en el aula y de adaptación a lo que ocurre a ella. Las clases expositivas dificultan la participación del alumnado y el atender a las diferencias individuales, por lo que se habrá de buscar en todo momento formas de involucrar a los alumnos, despertar su interés y conseguir su atención. Sin embargo, son versátiles, permitiendo enseñar con facilidad todo tipo de contenidos de forma eficiente en cuanto a tiempo y materiales. También se podrá complementar esto con el aprendizaje por descubrimiento u otros tipos de metodologías que resulten apropiadas para ciertos tipos de conocimientos, como por ejemplo la resolución de problemas.

Para la correcta aplicación del método de la enseñanza expositiva se deberá, además de motivar al alumnado, utilizar organizadores previos para conectar los conceptos ya conocidos con lo que se va a dar, estructurar la explicación mediante organizadores secuenciales. Se habrán de intercalar la enunciación de definiciones y la descripción de ejemplos con las preguntas a los alumnos sobre definiciones y ejemplos sobre los conceptos o procesos que se estén trabajando. Para favorecer el aprendizaje, se utilizará la repetición de la información, las explicaciones de casos particulares y las conexiones entre lo nuevo y lo conocido.

A lo largo del aprendizaje deberá buscarse el trabajar las competencias claves, promover la lectura y el trabajo autónomo de los alumnos, y realizar tareas tanto individualmente como en grupo. Es importante la contextualización de los temas tratados, ya sea en los ejercicios, buscando aplicaciones realistas de los conceptos a la realidad, o en los conceptos, buscando situarlos en la historia de las matemáticas. Es importante no

solo que los alumnos adquirieran una competencia matemática suficiente, sino también una apreciación hacia su lugar en el mundo.

Todo esto debe adaptarse a la realidad del aula según la forma en que se manifieste en cada grupo. No existe una forma perfecta de enseñar que sirva para todo el mundo, la enseñanza debe adecuarse a las características de los alumnos teniendo siempre en mente la atención a la diversidad.

### *Recursos*

Los recursos básicos de los que se dispondrán para las explicaciones son la pizarra y el proyector. El profesor que lo desee podrá utilizar plataformas online como Edmodo o Schoology. Es importante tener en cuenta que distintos conceptos pueden ser explicados de forma más efectiva utilizando un recurso u otro, y que el recurso utilizado puede afectar a la calidad del aprendizaje de los alumnos. Ninguna de las dos opciones es superior a la otra; lo mejor es utilizar el recurso adecuado para cada unidad didáctica y grupo de alumnos.

Los alumnos y profesores utilizarán como libro una versión de los Apuntes Marea Verde adaptados por el departamento e impresa a través de fotocopias. Estos libros gratuitos realizados por profesores de la Comunidad Autónoma de Madrid están bajo la licencia Creative Commons y están disponibles en Word en el ordenador del departamento. Aunque este libro no es ideal en su forma original, la posibilidad de adecuar el libro a la enseñanza y no la enseñanza al libro supone una herramienta poderosa a la hora de dar clase de la forma más adecuada para los alumnos.

Los alumnos utilizarán la calculadora cuando el profesor así lo indique, teniendo presente que el saber cuándo es conveniente emplearla y cuándo no forma parte del aprender a usarla. Los alumnos contarán también con un cuaderno para realizar anotaciones, ejercicios y problemas.

Algunas clases requerirán el uso de la sala de informática, la cual debe ser solicitada con una antelación suficiente para garantizar su disponibilidad. Los alumnos también deberán trabajar en casa con los programas Excel y GeoGebra (disponibles en los ordenadores del Instituto). GeoGebra es gratuito, y Excel podrá ser sustituido por la variante libre OpenOffice Calc. También requerirán un procesador de textos para la

elaboración de redacciones e informes. El móvil será utilizado a discreción del profesor en caso de que este así lo requiera, pero no podrá ser empleado en general sin su permiso. El trabajo de investigación de la primera evaluación podrá requerir el uso de una cámara o un móvil con una cámara de calidad suficiente. En caso de que el alumno no tenga acceso a este recurso, se hablará con el profesor para buscar una solución.

### *Atención a la diversidad*

La atención a la diversidad es un aspecto clave de la Educación Secundaria Obligatoria. Es la responsabilidad de todo el profesorado adecuar la práctica docente y las circunstancias en las que se desarrolla el aprendizaje de los alumnos a las necesidades de todos ellos.

Nuevas medidas de atención a la diversidad podrán ser consideradas, con la colaboración en su caso del Departamento de Orientación, según se vayan detectando nuevas necesidades. Se buscará en todo momento la colaboración del tutor, las familias y todo el profesorado a la hora de detectar nuevos problemas y posibles soluciones. En cualquier caso, se contemplan:

- Medidas de apoyo ordinario: No existen desdobles ni grupos flexibles en este curso. Aunque existe ya una cierta diferenciación al dividirse los alumnos en Matemáticas para las Enseñanzas Aplicadas y Matemáticas para las Enseñanzas Académicas, la realidad es que sigue existiendo una gran diversidad de alumnos en esta última. Los profesores estarán encargados de atender a esta diversidad con las medidas ordinarias que consideren oportunas, incluyendo materiales de refuerzo, cambios metodológicos u otras adaptaciones curriculares no significativas. Algunas de estas se concretan a continuación.
- Alumnado de perfil no matemático: El marco legal actual ha hecho que cursen esta modalidad de matemáticas alumnos con poco interés en ella, teniendo un perfil más encaminado hacia las Humanidades u otras modalidades de bachillerato con escaso o nulo contenido matemático. Se hará lo posible porque estos alumnos no se vean demasiado desmotivados introduciendo elementos que les hagan la asignatura más tolerable, como énfasis en los comentarios de

aspectos relacionados con la historia de las matemáticas o los trabajos de investigación que tienen que hacer.

- Alumnado de altas capacidades: Se les proporcionará material adicional con ejercicios de mayor dificultad y contenidos tangenciales que amplíen lo visto en la asignatura. No se recurrirá al material del curso siguiente, pues esto solo retrasaría el problema hasta el año siguiente, agravándolo, sino que se buscará añadir conceptos que se salgan ligeramente del currículo oficial.
- Alumnos que suspendieron matemáticas el año anterior: Recibirán un seguimiento más individualizado, realizando tareas de refuerzo que será comprobadas por el profesor. En el caso de alumnos repetidores, se comprobarán las tareas que se manden en clase y se proporcionarán ejercicios adicionales para reforzar las partes que más les cuesten. Los alumnos que promocionen con las matemáticas suspensas seguirán el programa de refuerzo explicado en la sección siguiente.
- Alumnos de incorporación tardía: Es relativamente común que haya alumnos que se incorporen a este centro a mitad de curso. Si se diese este caso, se realizaría una prueba de nivel a su llegada independientemente de su procedencia o la información disponible sobre ellos, tras lo cual se estudiaría la necesidad de proporcionarles una atención particularizada dependiendo de los datos con los que se cuente.
- Adaptaciones curriculares individualizadas: se basarán en el informe de tutoría, el nivel de competencia curricular alcanzado por el alumno, el nivel de desarrollo cognoscitivo, el contexto socio-familiar y educativo y las circunstancias de tipo socioafectivo y motivacional, y serán coordinadas por el tutor con la participación del Departamento de Orientación. Tras la identificación del alumnado que presenta dificultades, se llevará a cabo una observación y evaluación de los factores que dificultan los procesos de aprendizaje. El psicopedagogo del centro intervendrá con una evaluación psicopedagógica solo si las medidas adoptadas no resultaran suficientes. La adaptación curricular sería diseñada por el profesorado y el orientador hasta llegar a un proceso de intervención que clarifique las responsabilidades de todo

quien deba intervenir. Finalmente, la adaptación curricular individualizada y sus resultados serán evaluados por parte del profesorado.

### *Programa de refuerzo*

Los alumnos que promocionen con la asignatura suspensa seguirán este programa especial. Estos alumnos realizarán tareas que se corresponderán con los contenidos del curso anterior, prestando especial atención a aquellos que estén relacionados con los que se estén viendo en el presente curso, e irán encaminadas a la realización de un examen en enero que supondría la recuperación de la asignatura suspensa. Los que suspendan este examen tendrían un segundo intento en mayo. En caso de que alguien suspendiese ambos, la decisión de aprobarle la asignatura dependerá del profesor, que tendrá en cuenta las calificaciones obtenidas, el esfuerzo realizado en las tareas mandadas y el progreso en el presente curso.

### *Evaluación del alumnado*

Los alumnos harán dos exámenes y dos trabajos en cada evaluación. Cada examen supondrá el 35% de la nota de la evaluación y cada trabajo, el 15%. El 70% correspondiente a los exámenes podrá ser sustituida por la nota obtenida en los exámenes de recuperación de la manera indicada en los párrafos siguientes. La nota final será la media aritmética de la nota obtenida en las tres evaluaciones después de realizar las sustituciones correspondientes a las recuperaciones. Para obtener una nota entera, el profesor la aproximará por exceso o por defecto basándose en sus observaciones sobre la actitud y el trabajo del alumno en la asignatura.

Habrán tres exámenes de recuperación que serán realizados por todos los alumnos, independientemente de que hayan suspendido o no. Los dos primeros se corresponderán con la primera y la segunda evaluación. La nota obtenida en cada uno se comparará con la de la media de los exámenes de la evaluación correspondiente y, de cara a obtener la nota final y siempre y cuando se haya realizado en la recuperación un esfuerzo que el profesor considere aceptable, se considerará solo la nota más alta. En caso contrario, el profesor decidirá el criterio para establecer una nota intermedia. El tercer examen cubrirá los contenidos de todo el curso y su resultado se comparará con la nota media de los

exámenes de todo el año, después de haber realizado las sustituciones oportunas por las otras recuperaciones, y se procederá de la misma manera.

### *Evaluación de la programación*

La evaluación de la programación se realizará en base a los resultados obtenidos, las observaciones de los profesores, y los comentarios que hagan los alumnos. Con este objetivo se les hará una pequeña encuesta diseñada en el departamento al final de cada evaluación. Se prestará especial atención al efecto de la metodología desarrollada, los materiales (y en particular, la adaptación del libro), la temporización, la participación de la asignatura en el Plan de Lectura, Escritura e Investigación y las actividades complementarias y extraescolares, la adecuación de la atención a la diversidad, la evaluación del alumnado y la de la propia programación.

### **3. Proyecto de innovación**

#### *Introducción*

Existen numerosas metodologías innovadoras que tienen por objetivo mejorar el rendimiento de los alumnos, pero no siempre es fácil encontrar casos en los que su implementación en el aula haya sido analizada con rigor científico a nivel de ESO. Esto hace difícil conocer en qué medida son efectivas para saber cuán recomendable es el adoptarlas.

Una metodología novedosa que se ha hecho bastante conocida en los últimos años es el aula invertida (del inglés “flipped classroom”). Aunque no existe consenso con respecto a su definición, el aula invertida se caracteriza por un cambio en el uso del tiempo de clase y el trabajo en casa. Con esta metodología se pasa a realizar la mayor parte de la transmisión de información fuera del aula mediante actividades previas o posteriores a las sesiones de clase, a menudo utilizando para ello medios tecnológicos. El tiempo en el aula se dedica a actividades más activas o sociales que ponen un mayor énfasis en el aprendizaje activo, colaborativo o centrado en situaciones problema (Abeysekera y Dawson, 2014).

A pesar de que existen bastantes estudios relacionados con el aula invertida a nivel universitario (O’Flaherty y Phillips, 2015) y el origen de esta metodología se encuentra en la secundaria (Bergman, 2011), no se han podido encontrar muchas publicaciones detallando una experiencia controlada con esta metodología a este nivel. El presente documento explica cómo el aula invertida fue implantada en un grupo de 2º de ESO en una unidad didáctica de matemáticas del segundo trimestre del curso 2016/2017. Esta unidad fue impartida por el autor durante sus prácticas como profesor en formación, y los resultados obtenidos fueron comparados con los de un grupo de control.

#### Diagnóstico inicial

El tutor del centro durante las prácticas enseñaba en este curso a tres grupos distintos de 2º ESO con entre 18 y 23 alumnos cada uno. La metodología hasta el momento había seguido el clásico método expositivo sin ninguna modificación reseñable, pero buscando en todo momento la participación del alumnado. Las explicaciones

teóricas eran por lo general cortas, dedicando la mayor parte del tiempo a la resolución de ejercicios por parte de los alumnos de forma individual en la pizarra.

Los resultados de los alumnos se consideran por lo general adecuados, pero mejorables. Uno de los grupos es claramente distinto de los otros, obteniendo resultados académicos más altos a pesar de sus considerables problemas de comportamiento en clase. El grupo en cuestión no es particularmente conflictivo, sí bien no es muy disciplinado y alborota bastante durante las lecciones de todas las materias. Los otros dos grupos tienen un rendimiento similar pero notablemente más bajo que el primero. De los dos grupos con resultados similares, uno presenta un mayor número de alumnos con problemas, con cuatro casos de absentismo y tres más de abandono de la asignatura. Este será el grupo en el que se implantará el aula invertida. Será denotado grupo A (“Aula invertida”). El grupo con resultados similares será el grupo C (“Grupo control”). En el tercer grupo continuará dando clase el tutor, y será llamado grupo T (“Grupo tutor”). En la figura 1 pueden verse los resultados obtenidos por cada grupo en los exámenes anteriores al inicio del proyecto de innovación.

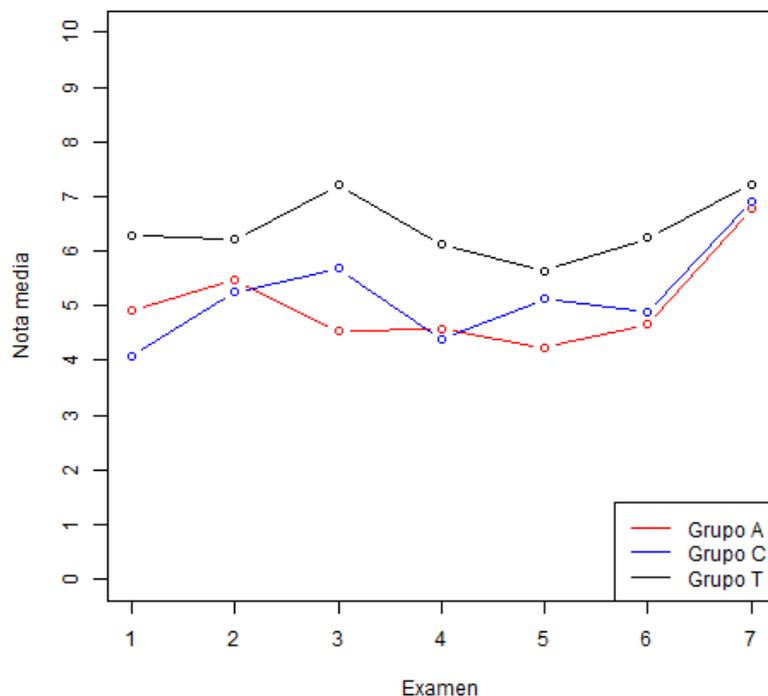


Figura 1. Notas de exámenes previos.

La siguiente tabla muestra la media, mediana y desviación típica de estos tres grupos a lo largo de estos exámenes:

	Media	Mediana	Varianza
Grupo A	5.03	5.15	2.59
Grupo C	5.20	5.29	2.43
Grupo T	6.42	6.67	2.91

*Tabla 1. Datos estadísticos de los exámenes previos*

### *Justificación y objetivos de la innovación*

Los resultados de los alumnos, aunque no excesivamente bajos, muestran un rendimiento inferior al deseado. Este mejorable rendimiento es indicativo de un aprendizaje menos significativo del que se querría para los alumnos, creando la necesidad de algún tipo de actuación al respecto. Al hablar con los alumnos, estos no se mostraron en general muy involucrados con las clases, señalando que estas eran aburridas. El autor estableció la hipótesis de que los malos resultados se debían al menos en parte a una mala respuesta a la metodología empleada.

Los fundamentos teóricos del aula invertida como metodología alternativa (Abeysekera y Dawson, 2014) llevan a pensar que podrían mejorar la participación activa de los alumnos, lo que llevaría a un aprendizaje más significativo y a una mejora del rendimiento académico. Experiencias en otros cursos parecen apoyar esta teoría (véase la sección correspondiente al marco teórico). Además, dado su origen como herramienta para paliar el desfase curricular causado por el absentismo (Bergman, 2011), esta metodología podría tener efectos especialmente positivos en el grupo que presenta este tipo de problemas.

En definitiva, el objetivo general de introducir el aula invertida como metodología innovadora será mejorar el rendimiento académico de los alumnos, lo que sería signo de un aprendizaje de mejor calidad. El objetivo específico será una mejora con respecto a lo esperado en las calificaciones del examen correspondiente a la unidad didáctica en cuestión.

### *Marco teórico*

El origen del aula invertida se encuentra en Lage, Platt, Treglia (2000). Aunque ese artículo presentó formalmente la idea del aula invertida, esta metodología no despegó inmediatamente. Una razón importante puede ser que no existían formas efectivas de compartir vídeos, que es como estas experiencias empezaron a proliferar. En 2007, Aaron Sams y Jonathan Bergman, que llevaban enseñando ciencia desde 2004 en Woodland Park High School, Colorado, empezaron a grabar por adelantado las lecciones para conseguir que los alumnos que se perdían sus clases no se perdieran sus lecciones (Bergman, 2011). Inesperadamente, los alumnos que iban a clase empezaron a verlas también para repasar. Sams y Bergman comenzaron a hablar de su experiencia en charlas, entrevistas y conferencias y continuaron perfeccionando su sistema en años siguientes, haciéndose conocidos rápidamente.

En los últimos años ha habido numerosos artículos al respecto. Un ejemplo es Abeysekera y Dawson (2014). Partiendo de las ideas de Deci y Ryan (1985), estos autores afirman que el aula invertida probablemente genere una mayor motivación intrínseca, definida como aquella creada por la propia actividad al ser esta disfrutada, pero que no son muchos los alumnos que experimentan esta motivación. La motivación extrínseca se define como aquella creada por las recompensas u otras consecuencias derivadas de la actividad. Estos autores afirman que el aula invertida favorece la autonomía, competencia y cercanía, lo cual lleva también a una mayor motivación extrínseca al permitirles identificar valores que les motiven asociados a las actividades. Por último, la posibilidad de ajustar el ritmo de las explicaciones volviendo atrás en los vídeos y la adaptación de las clases a los problemas detectados a través de los mismos permiten un mayor ajuste a las necesidades de los alumnos y reducen su carga cognitiva.

Recientemente ha habido numerosos artículos relatando la introducción del aula invertida en entornos universitarios. O’Flaherty y Phillips (2015) analiza veintiocho artículos diferentes al respecto, concluyendo que la forma en que esta metodología es implementada varía bastante, pero que en cualquier caso se percibe un potencial positivo en la metodología. Aunque poco corrientes, también existen artículos referentes a implementaciones del aula invertida en primaria, como por ejemplo Lai y Hwang (2016). Su experiencia fue también positiva, combinando el aula invertida con el aprendizaje autorregulado. Existen además otros artículos interesantes de cara a llevar a introducir el

aula invertida en las clases, como Moffett, J. (2014), que establece consejos básicos para ello.

En lo que respecta a la secundaria, Schultz, Duffield, Rasmussen, y Wageman (2014) obtuvieron resultados positivos a un nivel equivalente a bachillerato en una clase avanzada. Es difícil encontrar experiencias en niveles similares a la ESO, pero una en el ámbito español viene dada por Fornons y Palau (2016), quienes también obtuvieron una mejora estadísticamente significativa de sus resultados. Sin embargo, este tipo de estudios no abundan.

#### *Diseño metodológico y preparación*

El proyecto de innovación fue llevado a cabo junto con la unidad didáctica “Proporcionalidad geométrica”. El aula invertida fue empleada por el autor en el grupo con la media más baja y problemas de absentismo y abandono de la asignatura (grupo A). El grupo con resultados similares se utilizó como grupo de control (grupo C). El autor dio también clase en este grupo, pero sin realizar ningún cambio metodológico ni de ningún otro tipo, salvo los que no pudieron ser evitados. En el grupo con mejores resultados (grupo T) siguió dando clase el tutor del centro sin realizar ningún cambio sobre lo que había hecho hasta entonces. Este grupo fue utilizado para cuantificar el efecto que tuvo el cambio de profesor y las diferencias que no se pudieron evitar al realizarlo, aunque debe entenderse que la diferencia entre grupos hace que se requiera precaución a la hora de valorar este aspecto.

Las clases del grupo C llevarían un día de desfase con respecto a las del grupo T, permitiendo replicar la metodología del profesor de la forma lo más similar posible. No se realizó una temporización detallada de estas clases ni ninguna preparación especial.

Cada clase del grupo A iría precedida de un vídeo de 5 minutos grabado por el autor y subido a la plataforma online gratuita EdPuzzle. Antes de la primera clase del tema, se realizaría una sesión con los alumnos de este grupo en una sala de ordenadores para que estos se hiciesen la cuenta en EdPuzzle y confirmasen que iban a poder llevar a cabo el visionado de los vídeos. EdPuzzle es accesible a través de ordenador y móvil, pero requiere acceso a Internet. Si esto supusiese algún problema para alguno de los alumnos, se estudiarían alternativas con él. Esto podría incluir medidas excepcionales como

garantizar que pudiese acudir a la biblioteca del centro por la tarde para usar sus ordenadores o recibir los vídeos en CD.

La plataforma EdPuzzle controla el visionado de los vídeos. Cada vídeo pasaría a estar disponible al acabar las clases del día correspondiente a la última sesión. EdPuzzle hace que no sea posible saltarse partes del vídeo que no se hayan sido vistas al menos una vez, y el servicio controla si el vídeo ha sido visto a través de la cuenta de cada alumno. Esto incluye indicaciones de qué partes del vídeo han sido vistas y cuáles no, e incluso de cuántas veces ha sido vista cada parte del mismo (véase la figura 2).

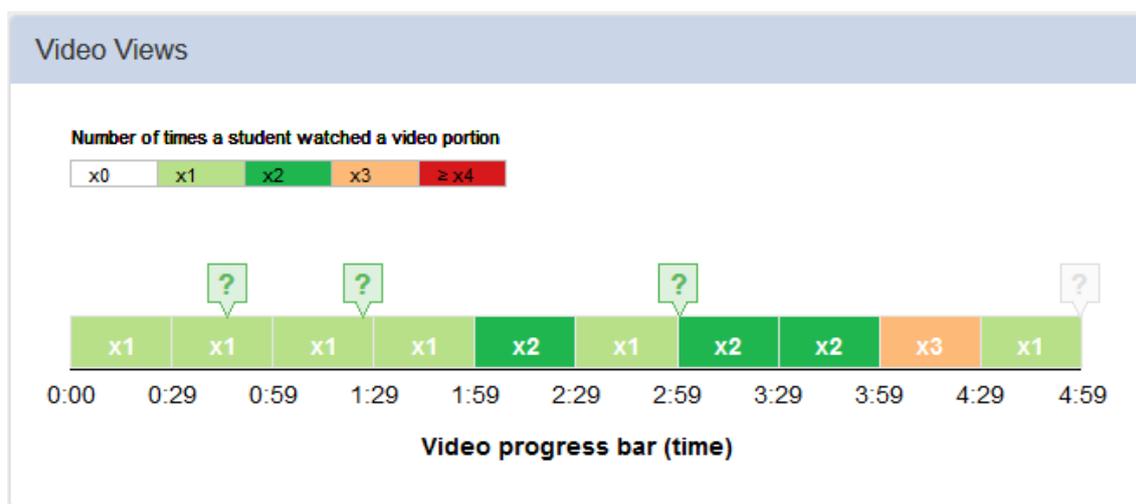


Figura 2. Resumen de la visualización de un vídeo por un alumno

Los vídeos también contendrían preguntas sencillas (indicadas con un interrogante en la figura anterior). Estas preguntas no serían ejercicios de aplicación, solo se usaron para comprobar la atención y la comprensión de los alumnos y no requerían realizar cálculos con lápiz y papel o calculadora. Su objetivo era garantizar que los alumnos no están simplemente dejando que se reproduzca el vídeo sin mirar para él. También se incluiría al final una pregunta para que los alumnos puedan dar su opinión sobre el vídeo y dejar comentarios.

El proceso de creación de los vídeos tuvo cinco fases. Primero, se planificó y se escribió el guion. Segundo, el guion fue grabado mediante el software gratuito Audacity y editado para ajustarlo al tiempo deseado y eliminar el ruido de fondo. Tercero, el vídeo fue planificado y grabado mediante el uso de cámara y trípode siguiendo el guion escrito. El contenido gráfico del vídeo consistió en la escritura y dibujo de los contenidos, enunciados, operaciones, esquemas y dibujos correspondientes a lo expuesto en el guion

en una libreta situada bajo la cámara (ver figura 3). Cuarto, el vídeo fue editado y sincronizado con el audio mediante el programa gratuito Lightworks. Quinto, el vídeo fue subido a EdPuzzle y las preguntas fueron añadidas. El proceso completo supuso algo más de cuatro horas por vídeo.

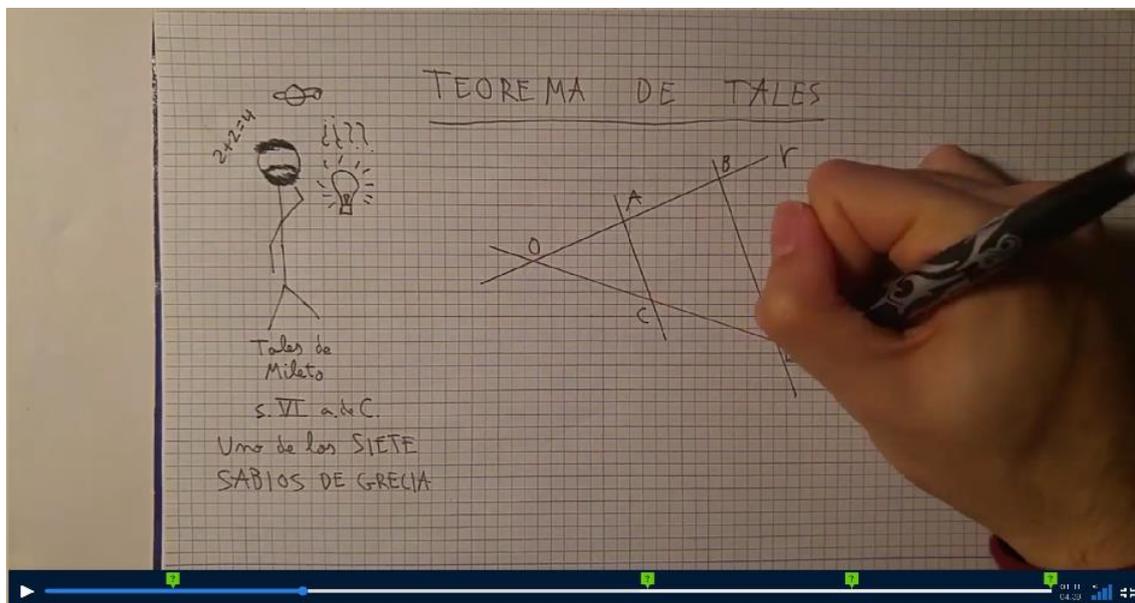


Figura 3. Ejemplo del vídeo 2: “Teorema de Tales”

Tras la sesión de ordenadores, se llevarían a cabo siete sesiones en las que se desarrollaría la unidad didáctica correspondiente. Estas sesiones estarían centradas en la resolución de problemas y ejercicios, individualmente y en grupo, en sus mesas y en la pizarra, buscando introducir variedad para mantener a los alumnos interesados y evitar la monotonía. Mantener a los alumnos motivados en estas clases se considera especialmente importante porque, al estar realizando actividades en vez de escuchando explicaciones largas por parte del profesor, estarían participando y trabajando más. Por este motivo, se introduciría algún elemento de gamificación en alguna de las clases.

El plan de trabajo sería el siguiente:

---

## Plan de trabajo

---

*Sesión previa: Introducción en la sala de informática*

El profesor introducirá la unidad y explicará la metodología de trabajo. Se buscará dejar clara la importancia del visionado de los vídeos desde varias perspectivas:

- Los vídeos suponen una forma más cómoda de aprender, pudiendo ser vistos en el momento y las condiciones que ellos escojan, y permitiendo regular la velocidad a la que avanzan, volviendo a ver aquellas partes donde exista una mayor dificultad en el aprendizaje (motivación intrínseca).
- A través de los comentarios que hagan al final de los vídeos y de las clases, pueden tener un efecto directo sobre cómo serán las clases y los vídeos en el futuro. Estos se irán adaptando a lo largo de la unidad según lo que vaya haciendo falta (motivación extrínseca basada en la creación de una futura motivación intrínseca hacia esta misma actividad).
- El uso de los vídeos permite realizar actividades más interesantes y entretenidas en clase, pero estas no podrán ser llevadas a cabo si no hay un compromiso para ver los vídeos (motivación extrínseca basada en la motivación intrínseca hacia las otras actividades).
- El visionado de los vídeos tendrá un efecto directo sobre la nota. Los exámenes cuentan el 65% de la nota de la evaluación, mientras que el 35% restante es de actitud, que en esta unidad será determinado principalmente por dicho visionado (motivación extrínseca clásica).

Se preguntará a los alumnos si les parece bien hacer este cambio en la forma de trabajo, y se razonará con ellos buscando que lo acepten motu proprio. Finalmente, los alumnos se registrarán en EdPuzzle, se conectarán al aula virtual del profesor y verán un vídeo de prueba con preguntas de prueba.

### *Sesión 1: Razón de dos segmentos. Proporcionalidad de dos segmentos.*

El profesor realizará algunos ejercicios de poca duración como ejemplo en la pizarra siguiendo las instrucciones de la clase para conectar con lo visto en el vídeo. Posteriormente, se realizará una competición por equipos. La clase será dividida en tres grupos de tamaño similar. Los alumnos trabajarán juntos para resolver los ejercicios puestos en la pizarra, levantando la mano cuando obtengan la respuesta. El primer alumno que proporcione la respuesta correcta, razonándola, se llevará un punto para su equipo.

Para favorecer la participación de todos los alumnos, un alumno que dé la respuesta de su grupo en dos rondas deberá esperar otras dos antes de poder volver a hacerlo. Habrá además rondas en las que solo puedan participar “representantes” de cada grupo, que serán los que menos están participando.

### *Sesión 2: Teorema de Tales.*

El profesor realizará algunos ejercicios de ejemplo en la pizarra siguiendo las instrucciones de los alumnos. Para ello, el profesor será el que escriba y podrá hacer preguntas a los alumnos que les sirvan de pista, pero en general la intención es que ellos vayan diciendo por sí mismos qué escribir. Posteriormente, se sacará a la pizarra a varios alumnos de uno en uno para que los resuelvan con la ayuda de sus compañeros.

### *Sesión 3: Semejanza de triángulos. Triángulos en posición de Tales. Criterios de semejanza de triángulos.*

El profesor realizará algunos ejercicios de ejemplo en la pizarra siguiendo las instrucciones de los alumnos. Posteriormente, se entregará a los alumnos fotocopias de códigos QR previamente preparados para la aplicación de móvil Plickers, que se usará de la forma siguiente. Los alumnos pondrán en alto su fotocopia para que esta sea escaneada desde la aplicación, descargada en el móvil del profesor en prácticas. Mediante la orientación del código QR los alumnos podrán indicar en secreto si los triángulos dibujados en la pizarra son o no semejantes y qué criterio han utilizado. La aplicación identifica a cada alumno por su código y sabe la respuesta que está dando por su orientación. Acto seguido se comentarán los resultados y se pedirá a los alumnos que lo razonen. Esto es similar al uso de “clickers” para que el alumno introduzca la respuesta a una pregunta de respuesta múltiple. La alternativa por la que se ha optado, además de resultar original y entretenida para los alumnos, no requiere el uso de ningún dispositivo por parte del alumnado. Esto es deseable porque el centro no cuenta con ninguna herramienta que se pueda usar con ese fin, y realizar la actividad con los móviles de los alumnos acarrea otras dificultades, principalmente que no todos tienen móvil con acceso a Internet.

*Sesión 4: Resolución de problemas mediante la semejanza de triángulos (1)*

Los alumnos saldrán individualmente a la pizarra para resolver los problemas con la ayuda de sus compañeros.

*Sesión 5: Resolución de problemas mediante la semejanza de triángulos (2)*

Los alumnos saldrán individualmente a la pizarra para resolver los problemas con la ayuda de sus compañeros.

*Sesión 6: Semejanza de polígonos. Razones de lados, perímetros, áreas y volúmenes.*

Se repetirá el desarrollo de una de las clases anteriores, preferentemente la de la sesión 1 o la sesión 3, en función del éxito que hayan tenido. La forma de los ejercicios se adaptará consecuentemente.

*Sesión 7: Escalas. Escalas numéricas y escalas gráficas.*

El profesor realizará algunos ejercicios de ejemplo en la pizarra siguiendo las instrucciones de los alumnos. Posteriormente, varios alumnos saldrán a la pizarra de uno en uno para resolver ejercicios con la ayuda de sus compañeros

---

Dos sesiones antes al examen se realizaría una sesión de repaso en la que los alumnos resolverían en grupo una ficha muy similar al examen que se les iba a poner. Esta es una práctica que lleva realizándose en los tres grupos todo el año. El modelo a seguir sería sacado directamente de los anteriores, y las preguntas serían revisadas por el tutor del IES para garantizar que sean iguales en estilo y dificultad a lo que se había hecho hasta la fecha. Durante todo el año se les había dado siempre la misma ficha y el mismo

examen a los tres grupos, por lo que no habría que hacer ninguna modificación para el estudio en ese aspecto.

Al final de cada sesión se les daría un pequeño y rápido cuestionario para obtener las impresiones sobre la clase. En el grupo A, las clases se adaptarían en función de las indicaciones que se recibiesen. Los vídeos se harían en bloques de dos o tres vídeos cada vez, permitiendo utilizar las indicaciones recibidas acerca de esos vídeos en la realización de los vídeos siguientes. En el grupo C, se seguirían las indicaciones solo si estas son acordes a lo que se haría en el grupo T. El cuestionario que se utilizaría puede verse en el Anexo I.

### *Desarrollo*

La unidad didáctica en los grupos C y T comenzó el día 1 de marzo, pero la sesión del día 2 del grupo C no se llevó a cabo al tener lugar entonces una actividad complementaria del centro, creándose así el día de desfase que se buscaba entre esos dos grupos. La sesión en el aula de informática del grupo A se llevó a cabo el día 2 para que coincidiese con la disponibilidad del aula recomendada por el coordinador de las TIC en el centro.

El aula de informática cumplió las expectativas mínimas, pero dejó bastante que desear. Al hecho de que no había bastantes ordenadores para todos y a estos les faltaban teclas se le sumó el hecho de que la conexión a Internet se perdía intermitentemente. Los alumnos tuvieron que compartir ordenadores y esperar periódicamente a recuperar la conexión. Esto hizo que el desarrollo de la sesión fuera muy lento. Tras llegar a la sala e introducirles la unidad y la dinámica de trabajo que íbamos a seguir, se les dio instrucciones para registrarse en EdPuzzle y se conectasen al grupo creado para tal propósito en el que se iban a subir los vídeos. Una vez todos estaban conectados, se subió un vídeo de prueba que mostraba imágenes relacionadas con la geometría, para que lo vieran sin audio y comprobasen cómo se contestaba a las preguntas. Estas actividades pudieron ser completadas a pesar de los problemas técnicos. El comportamiento de los alumnos en esta sesión dejó bastante que desear, pero no fue peor de lo previsto. Los alumnos aceptaron sin problema el cambio en la mecánica de trabajo, mostrándose en general animados al respecto.

El desarrollo de la unidad en los grupos T y C fue el esperado. Los problemas de comportamiento del grupo T ralentizaron considerablemente el desarrollo de las sesiones. Las constantes interrupciones hicieron que las primeras sesiones en particular fueran muy poco fructíferas y, al llegar la cuarta sesión, el grupo C había alcanzado en contenidos al grupo T a pesar del día de desfase con el que se empezó. Dado que esto es coherente con lo que había estado ocurriendo antes del inicio de esta unidad, habría sido artificial el retrasar el progreso del grupo C para recuperar el día de desfase, por lo que la unidad acabó desarrollándose en siete días en el grupo C y en 8 en el grupo T. Por fortuna, los horarios de los grupos permitieron seguir viendo la clase del grupo T antes de impartir la del grupo C incluso después de la pérdida del día de desfase. En todo caso, los alumnos se mostraron satisfechos con el progreso de la unidad y no hubo contratiempos mayores.

En el grupo A fue posible seguir sin cambios el plan de trabajo previsto para las sesiones presenciales, pero hubo notables dificultades para conseguir que los alumnos viesen los vídeos. La clase pronto quedó dividida rápidamente. El 37% de la clase no llegó a abrir siquiera ni uno de los vídeos, otro 37% de la clase veía prácticamente todos los vídeos en el momento debido, y el 26% restante de la clase los veía unas veces sí y otras no. En las dos primeras clases se buscó no confrontar excesivamente a los alumnos y que estos empezasen a ver los vídeos por voluntad propia. Las actividades de estas clases se desarrollaron de forma satisfactoria a pesar de que no se hubiesen visto los vídeos. Los alumnos respondieron bien a la competición por grupos de la primera sesión.

En las dos clases siguientes, el desarrollo también fue adecuado y la respuesta a las actividades, positiva. Sin embargo, al no haberse visto mejoría en cuanto al visionado de los vídeos, se pasó a una postura más dura al respecto, con reprobaciones y recordatorios sobre las consecuencias de no ver los vídeos. Esto tampoco surtió efecto. En las últimas clases se mantuvo el tono negativo, pero sin dedicarle excesivo tiempo a la cuestión. En la sesión 6 se siguió el plan de la sesión anterior.

### *Evaluación y resultados*

No surgieron dificultades con el examen. Los resultados obtenidos pueden verse en la figura 4.

Tres alumnos fueron excluidos del análisis por haber tomado parte en menos de la mitad de los exámenes de las dos primeras evaluaciones. En uno de los casos esto se debió a la incorporación al centro a mitad de la segunda evaluación; en otro, a expulsiones y problemas de absentismo, y en el último, únicamente a problemas de absentismo. Este último estaba en el grupo A y los otros dos, en el grupo C.

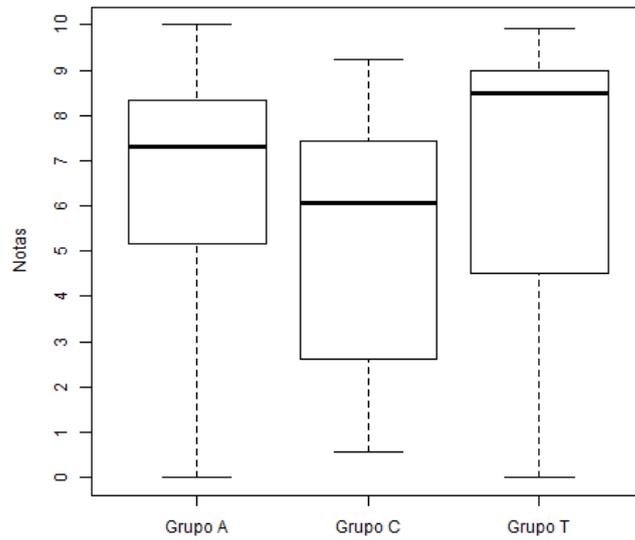


Figura 4. Notas del examen

La figura 5 muestra la variación para cada alumno entre su nota media hasta el momento y su media en el examen en cuestión. Un valor positivo quiere decir que el alumno mejoró con respecto a su media, mientras que un valor negativo quiere decir que empeoró.

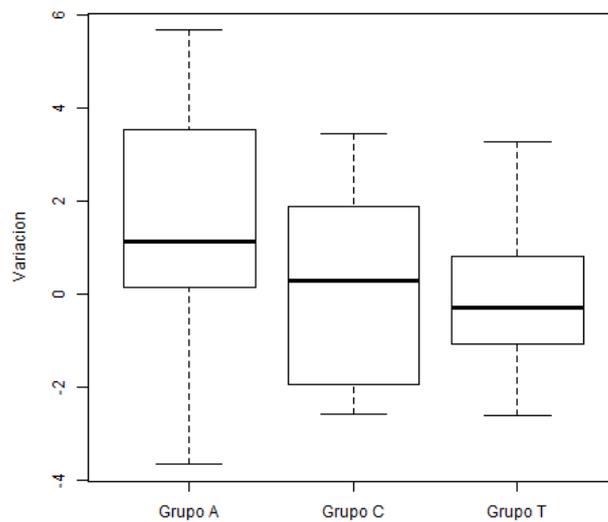


Figura 5. Variación de las notas del examen con respecto a la nota media de cada alumno

Las dos figuras anteriores deben ser analizadas en conjunto. El grupo A obtuvo en general notas superiores a las obtenidas en los exámenes anteriores, aunque también tuvo algunas de las variaciones más negativas. De estas gráficas se deduce también que el grupo T obtuvo un mejor resultado en general en el examen que los grupos A y C, pero la diferencia con el grupo A no fue tan grande como es habitual. Comparando las variaciones de los grupos C y T, parece que el cambio de profesor ha tenido un efecto bastante leve sobre los resultados, que en cualquier caso podría deberse más a la novedad que a ninguna diferencia real. Sería necesario continuar con la experiencia durante un periodo de tiempo más prolongado para sacar conclusiones claras.

En cualquier caso, parece haber una cierta diferencia entre los grupos A y C. No solo las notas obtenidas fueron algo mejores, sino que las variaciones también fueron notablemente superiores.

Sin embargo, no es adecuado fijarse únicamente en los resultados del examen. Como se señalaba anteriormente, la implantación de la nueva metodología fue difícil debido al fracaso a la hora de convencer a todos los alumnos para que vieran todos los vídeos, a pesar de todos los esfuerzos realizados para intentar que así fuera. La figura 6 muestra este hecho. A cada alumno se le asignó un punto por cada vídeo que viese más tarde de lo pedido, haciendo que no se aprovechara de la misma manera la clase que le correspondía, y dos puntos por cada vídeo que no fue visto en absoluto. Al haber siete vídeos, de esta manera se podían acumular hasta catorce puntos. Se considera que un alumno participó adecuadamente si acumuló tres o menos puntos, que participó parcialmente si acumuló siete o menos puntos, y que no participó si acumuló ocho o más puntos.

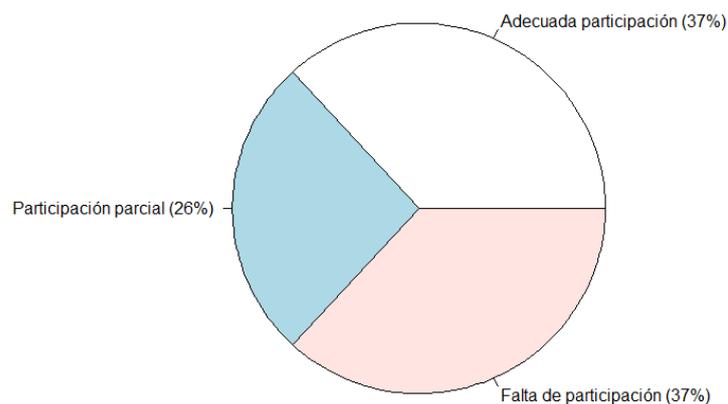


Figura 6. Porcentajes de participación en el visionado de los vídeos

En la figura 7 puede verse las notas del examen de cada alumno del grupo A, agrupadas esta vez según su participación de la forma señalada en el párrafo anterior.

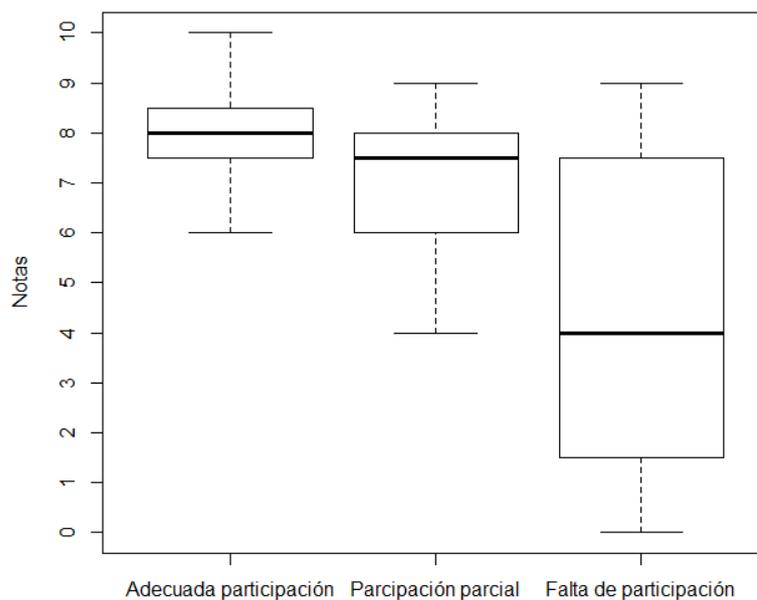


Figura 7. Notas obtenidas en el grupo A agrupadas por participación en el aula invertida

Aunque la figura anterior parece mostrar una correlación entre la participación y los resultados, al observar la figura 8, en la que se muestran las variaciones del grupo A agrupadas por participación, se ve que no hay una diferencia notable según se viesen los vídeos o no. Esto parece indicar que la correlación percibida en la figura anterior es debida a que los alumnos que ya tienen mejor rendimiento son los que más participan.

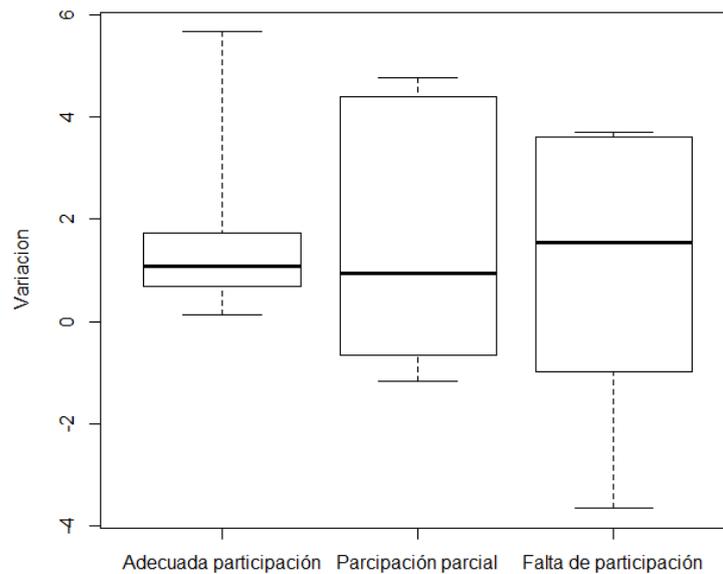


Figura 8. Variación en el grupo A según participación en el aula invertida

Sí que hay que destacar en todo caso algunas situaciones excepcionales que hubo en el grupo A. De los cuatro alumnos que tuvieron una participación casi perfecta, dos de ellos vieron una mejoría considerable en sus notas, obteniendo su calificación más alta del curso hasta el momento: una de ellos pasó de no haber aprobado ningún examen en todo el curso a sacar un ocho, y otro sacó su primer diez, siendo el único de los tres grupos en obtenerlo en este examen. Sin embargo, también ha habido casos excepcionales entre los alumnos que no participaron en los vídeos. Una alumna obtuvo su primer aprobado del curso a pesar de no haber visto ninguno de los vídeos ni de haberse observado ninguna diferencia en su actitud en clase.

En cuanto a las impresiones de las clases, la figura 9 muestra la nota media sobre 5 dada a cada sesión por los alumnos. Se puede ver que, aunque la tercera y la séptima clase fueron especialmente populares en el grupo A, por lo general la impresión que causó las clases fue mejor en el grupo C. Esto no quiere decir necesariamente que las clases del grupo A fueran peores para los alumnos, ya que al no existir datos anteriores no hay forma de saber si los alumnos del grupo C son más apreciativos de las clases en general. En cualquier caso, sí que se puede decir que, sea cual sea el motivo, los alumnos del grupo A fueron en general más críticos con las clases que los del grupo C.

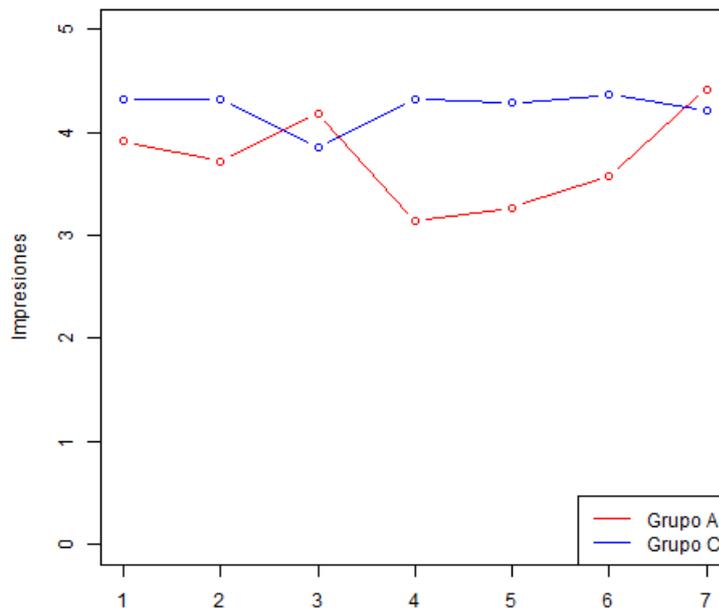


Figura 9. Nota media puesta por los alumnos a cada sesión

### Conclusiones

Los resultados de la experiencia han sido mixtos. Por un lado, las notas obtenidas han sido buenas. Por otro lado, no parece que haya habido un efecto importante debido a la metodología, ya que la mejoría tuvo lugar también en alumnos que no veían los vídeos, y las impresiones causadas por las clases a los alumnos no fueron tan buenas como sería deseable.

En cualquier caso, el efecto de la introducción de la nueva metodología no parece justificar en este momento la ingente cantidad de trabajo requerido para llevar a cabo la metodología del aula invertida en este grupo concreto. De todas formas, esto no quiere decir que esta metodología no sea adecuada. Una de las grandes dificultades que hubo fue conseguir que los alumnos vieran los vídeos debido a su falta de costumbre a la hora de realizar tareas en casa. La introducción gradual de la metodología, algo complicado dadas las características de las prácticas, podría haber desembocado en una mejor adopción del aula invertida. Más práctica a la hora de hacer los vídeos también podría haber mejorado los resultados. Y, por último, lo cierto es que el número de sesiones en las que se realizó la experiencia fue bajo, y también lo fue el número de alumnos que participaron. Por ello, a pesar de los resultados poco satisfactorios de la experiencia, sería necesario repetirla con un mayor número de alumnos y durante un periodo de tiempo más prolongado antes de rechazar su implementación.

## Referencias bibliográficas

Abeysekera, L. y Dawson, P. (2014). Motivation and cognitive load in the flipped classroom: definition, rationale and a call for research. *Higher Education Research & Development*, 34(1), pp. 1-14.

Bergman, J. (2011). The history of the flipped class. Extraído de: <https://flippedclass.com/the-history-of-the-flipped-class/>

Consejería de Educación, Cultura y Deporte (2015). Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias. *Boletín Oficial del Principado de Asturias*, 30 de junio de 2015, nº150.

Deci, E. y Ryan, R. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. New York: Plenum.

Fornons, V. y Palau, R. F. (2016), Flipped classroom en la asignatura de matemáticas de 3º de Educación Secundaria Obligatoria. *EDUTECA, Revista electrónica de tecnología educativa*, 55, pp. 1-17.

Jefatura del Estado (2013). Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 10 de diciembre de 2013, nº 295, pp. 97858 a 97921.

Lai, C. L. y Hwang, G. J. (2016). A self-regulated flipped classroom approach to improving students' learning performance in a mathematics course. *Computers & Education*, 100, pp. 126-140.

Lage, M. J., Platt, G. J. y Treglia, M. (2000). Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment. *Journal of Economic Education*, 31(1), pp. 30-43.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 3 de enero de 2015, nº 3, pp. 169 a 546.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2015). Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 29 de enero de 2015, nº 25, pp. 6986 a 7003.

Moffett, J. (2014). Twelve tips for “flipping” the classroom. *Medical Teacher*, 37(4), pp. 331-336.

O’Flaherty, J. y Phillips, C. (2015). The use of flipped classrooms in higher education: A scoping review. *Internet and Higher Education*, 25, pp. 85-95. learning environment. *Journal of Economic Education*, 31(1), pp. 30-43.

Schultz, D., Duffield, S., Rasmuseen, S. C. y Wageman, J. (2014). Effects of the Flipped Classroom Model on Student Performance for Advanced Placement High School Chemistry Students. *Journal of Chemical Education*, 91(9), pp. 1334-1339.

## **Anexo I – Examen realizado como parte de la innovación**

En las páginas siguientes puede verse el examen que se realizó en 2º de ESO. El formato fue escogido por el tutor.



IES ALFONSO II  
OVIEDO

2º ESO

AÑO ACADÉMICO 2016-17

EXAMEN: Unidad 9\_ Proporcionalidad\_Geométrica

Nombre y apellidos:	Nº.:	
Curso:	Fecha:	

**JUSTIFICA LAS RESPUESTAS**

**EN LOS PROBLEMAS ESCRIBE EL PLANTEAMIENTO**

### I. Segmentos proporcionales

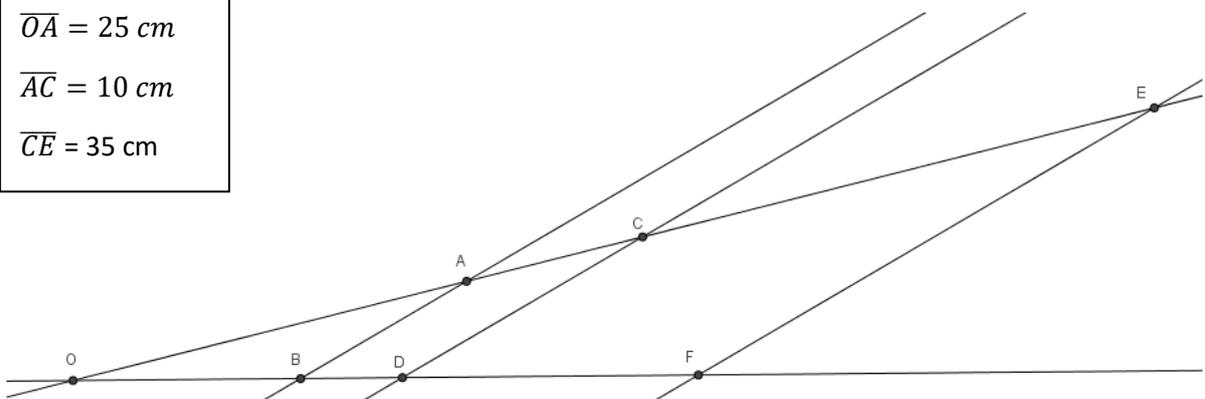
1. Halla el cuarto segmento proporcional de  $\overline{AB} = 15 \text{ mm}$ ,  $\overline{CD} = 2 \text{ cm}$ ,  $\overline{EF} = 3 \text{ cm}$

2. Si la razón de los segmentos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  es 2.6 y  $\overline{CD}$  mide 1.3 dm, ¿cuánto mide  $\overline{CD}$ ?

### II. Teorema de Tales

3. En el esquema siguiente, ¿cuánto mide el segmento  $\overline{OF}$ ?

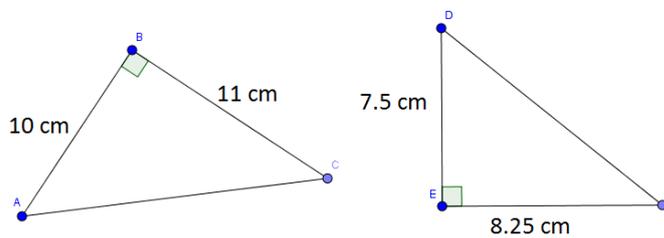
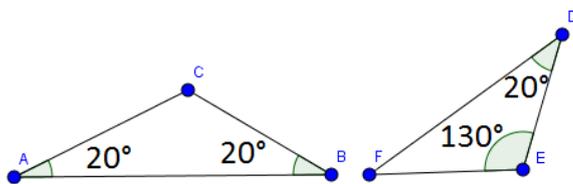
$\overline{OA} = 25 \text{ cm}$
$\overline{AC} = 10 \text{ cm}$
$\overline{CE} = 35 \text{ cm}$

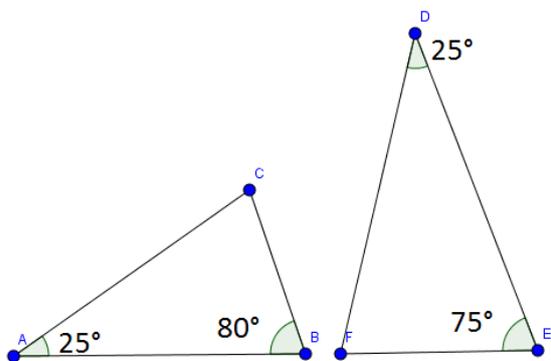
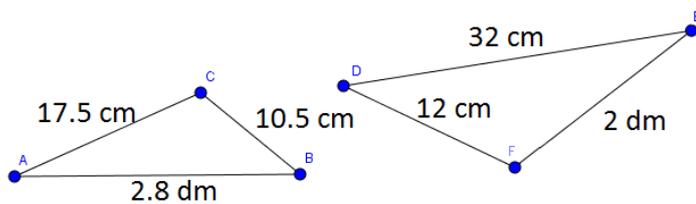
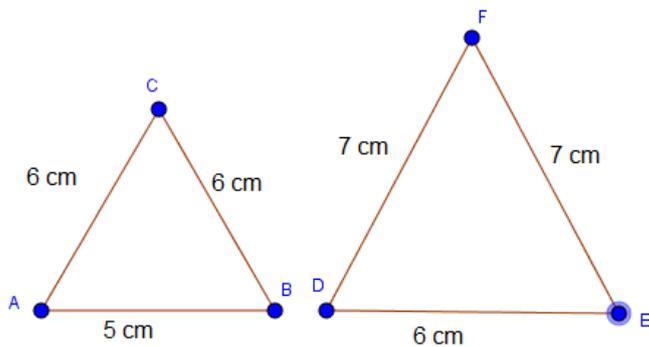
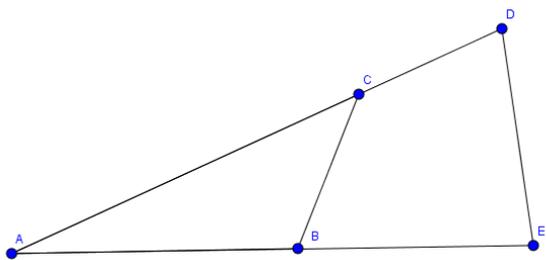


### III. Semejanza de triángulos

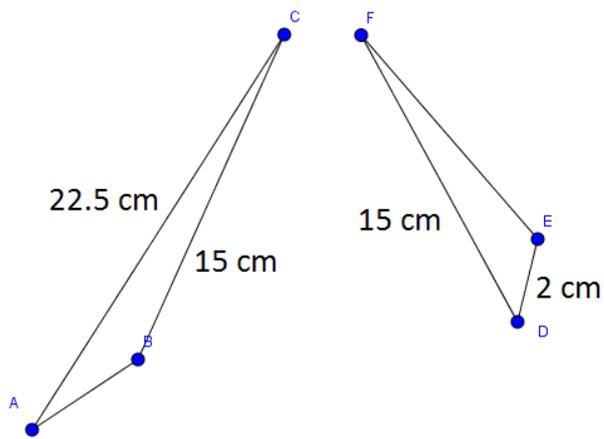
4. ¿Qué quiere decir que dos triángulos sean semejantes?

5. Di si los siguientes pares de triángulos son semejantes, y cómo lo has sabido.





6. Halla las medidas de los lados que faltan en el siguiente par de triángulos semejantes.



#### IV. Escalas

7. ¿Qué es una escala? Si nos dicen que un mapa está a escala 1:1000, ¿cuánto mide en el plano una distancia real de 500 metros?
8. En un plano de una máquina de 75 centímetros de ancho, la máquina mide 15 centímetros de ancho.
- ¿A qué escala está hecho el plano?
  - Si en el plano la máquina mide 12 centímetros de largo, ¿Cuánto mide de largo la máquina en la realidad?

## **V. Problemas de semejanza de triángulos**

Diego está jugando con Xana, su perra, junto a un árbol de un parque. La sombra de Xana mide 19 centímetros, y la del árbol, 1.2 metros. Si Xana mide 76 centímetros de altura, ¿cuánto mide el árbol?

**Planteamiento:**

**Resolución:**

**Solución**

**Anexo II – Encuesta realizada en los grupos A y C como parte de la innovación**

## Impresiones sobre las clases

<b>Grupo:</b>	<b>Nombre:</b>
---------------	----------------

Pon una cruz en el recuadro correspondiente según cómo de acuerdo estés con cada frase.

Esto es lo que significa cada nota:

- 0 – Muy en desacuerdo
- 1 – Bastante en desacuerdo
- 2 – Un poco en desacuerdo
- 3 – Un poco de acuerdo
- 4 – Bastante de acuerdo
- 5 – Muy de acuerdo

	La clase ha sido entretenida, no se me ha hecho demasiada larga						La dificultad de la clase ha sido adecuada, he entendido las cosas que se han explicado						Tengo ganas de seguir avanzando en este tema (proporcionalidad geométrica)						Nota de 0 a 5 que le pongo a la clase
	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	
Clase 1																			
Clase 2																			
Clase 3																			
Clase 4																			
Clase 5																			
Clase 6																			
Clase 7																			
Clase 8																			
Clase 9																			

**Comentarios (indica el número de la clase a la que se refiere el comentario):**